



**ESPE**  
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN**  
**INNOVACIÓN Y TRANSFERENCIA TECNOLÓGICA**  
**DIRECCIÓN DE POSTGRADOS**

**ENSAYO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE DIPLOMADO  
SUPERIOR EN DISEÑO CURRICULAR POR COMPETENCIAS**

**TEMA: TIPOLOGÍA Y METODOLOGÍA EN LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS DE MATEMÁTICA BÁSICA DISEÑADA POR  
COMPETENCIAS PARA EL DEPARTAMENTO DE CIENCIAS  
HUMANAS Y SOCIALES**

**AUTOR: BERNIS LLANOS RICHARD MARINO**

**DIRECTOR: DR. ALBUJA, GALO**

**SANGOLQUI**

**2011**

**CERTIFICADO**

Certificamos que el presente ensayo titulado “Tipología y Metodología en la Resolución de Problemas de Matemática Básica diseñada por Competencias para el Departamento de Ciencias Humanas y Sociales”, fue desarrollado en su totalidad por el Sr. Ing. Richard Marino Bernis Llanos, bajo nuestra dirección.

-----  
Dr. Galo Alguja Carvajal  
DIRECTOR

-----  
Mayo (SP) Iván P. Robayo  
CO-DIRECTOR

## **AUTORIA DE RESPONSABILIDAD**

El presente ensayo titulado “Tipología y Metodología en la Resolución de Problemas de Matemática Básica diseñada por Competencias para el Departamento de Ciencias Humanas y Sociales”, ha sido desarrollado considerando los métodos de investigación existentes, así como también se ha respetado el derecho intelectual de terceros considerándolos en citas de página y como fuentes en el registro bibliográfico.

Consecuentemente declaro que este trabajo es de mí autoría, en virtud de ello me declaro responsable del contenido, veracidad y alcance del proyecto en mención.

-----  
Ing. Richard Marino Bernis Llanos

## **DEDICATORIA**

“Educar por competencias implica la convergencia de todos los esquemas del pensamiento hasta pincelar el ser humano constructivista capaz de justificar la razón de su existencia”.

A Dios en su infinito amor universal, a ti fiel esposa fortaleza de todos mis proyectos, a mis hijos la fuente inagotable de inspiración y razón de mi vida.

Richard M. Bernis



## **AGRADECIMIENTO**

Dejaré de manifiesto el agradecimiento al personal docente de los Departamentos de Ciencias Exactas, Ciencias Humanas y Sociales de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, por el continuo apoyo metodológico brindado para la ejecución de este ensayo.

Agradeceré a mis queridos estudiantes quienes día a día con sus inquietudes me han permitido evolucionar y crecer en el campo de la investigación, constituyen Uds. la esencia y razón del conocimiento que por ningún motivo deberá jamás ausentarse del aula mater.

Deseo expresar todo mi agradecimiento a mi familia, por su apoyo incondicional a lo largo de este trayecto recorrido.

Richard M.Bernis

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

CERTIFICACIÓN.....	ii
AUTORIA DE RESPONSABILIDAD.....	iii
DEDICATORIA.....	iv
AGRADECIMIENTO.....	v
INDICE.....	vi
RESUMEN.....	vii
CAPITULO I: INTRODUCCIÓN A LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	1
CAPITULO II: PROBLEMAS DE RELACIONES UNIDIMENSIONALES.....	6
CAPITULO III: PROBLEMAS DE RELACIONES CANÓNICAS O BIDIMENSIONALES.....	17
CAPITULO IV: PROBLEMAS RELATIVOS EN EL TIEMPO CONCRETOS- ABSTRACTOS.....	30
CAPITULO V: PROBLEMAS DE BÚSQUEDA EXHAUSTIVA.....	48
CAPITULO VI: RAZONAMIENTO ABSTRACTO.....	68
ANEXOS: ESQUEMA IEEE PARA ELABORAR ARTÍCULOS CIENTÍFICOS.....	75

# RESUMEN: Cómo y porqué desarrollar investigación?

Richard M. Bernis

*Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE*

*Sangolquí, Ecuador*

rmbernis@espe.edu.ec

**Abstract**—This document is a compilation of information about investigation, as you can carry out scientific investigation to benefit their rigorous and logical feature using methodological steps that will allow the proper development for the knowledge and / or desired results.

**Resumen**—El presente documento busca ser un instructivo claro, preciso y secuencial de los pasos de cómo se debería llevar a ejecución una investigación, se incluyen muchos factores que permitirán describir la forma correcta para desarrollar un proceso cognitivo científico de carácter investigativo, los pasos lógicos deben ejecutarse ordenadamente, deberán asegurar total coherencia de la investigación a implementarse.

**Palabras Claves:** COMPETENCIAS, MATEMÁTICAS APLICADAS, INVESTIGACIÓN, RAZONAMIENTO MATEMÁTICO, EVALUACIÓN, PROBLEMAS MATEMÁTICOS.

## I. INTRODUCCIÓN

La investigación es un procedimiento que conlleva la aplicación de metodologías científicas, busca alcanzar información relevante, para entender, verificar, corregir y/o aplicar el conocimiento. La investigación científica, como base fundamental de las ciencias parte de una realidad, investiga esta realidad, la analiza formulando hipótesis y fundamenta nuevas teorías, es un proceso lógico y confiable que brinde seguridad sobre los resultados alcanzados.

## II. DESARROLLO DE CONTENIDOS

### A. Definición de Investigación Científica

La investigación hace referencia al acto de escudriñar o buscar nueva información sobre determinado objeto, que le permita dar solución a un problema que impacta a una sociedad o comunidad basándose en una hipótesis previa.

Estrictamente la investigación científica es “la realización de un estudio metódico para probar una hipótesis o responder a una determinada pregunta.” [1]

La investigación científica es cualquier tipo de investigación, con especificaciones de mayor rigurosidad y elaboración más minuciosa. Otra de las definiciones más convencionales dentro de la metodología de la investigación es denominarla como el proceso de carácter sistemático, controlado, empírico y crítico basado en hipótesis planteadas en base a relaciones de carácter natural.

Al denominarse un proceso empírico significa que los hechos a observarse ocurren de manera arbitraria de lo cual se pueden obtener datos que afirmen o nieguen la hipótesis planteada, misma que por su naturaleza direcciona al siguiente escalón de ser un proceso crítico ya que en toda instancia sus hechos son juzgados a consideración objetiva en la cual se elimina toda opinión o percepción personal ya que los resultados de la investigación se llegan a encontrar en base a la experimentación realizada o experimentada físicamente, mas no contempla consideraciones personales o del grupo investigador el cual llevará el proceso de una manera juiciosa y con un alto nivel de cuidado para evitar datos erróneos que conlleve a falsas conclusiones.

### B. Propósitos de una Investigación Generalizada.

La investigación como tal posee infinitos propósitos. Se debe partir de procesos de aprobación los cuales deben ser aceptados como un propuesta lógica con objetivos precisos. Una propuesta equivalente que fije claramente los procesos lógico-secuenciales a ejecutarse.

Para establecer la investigación, se los ha

enmarcado en dos tipos de investigaciones, estos engloban la totalidad de todas sus subdivisiones, siendo:

- Generar conocimientos y teorías, denominada *investigación básica*.
- Dar solución a problemas prácticos, investigación conocida como *aplicada*.

### C. Proceso de la Investigación

La investigación puede sufrir variaciones ya que en el transcurso de la etapa de experimentación, pueden darse cambios los cuales serán motivo de mejoras en el desarrollo investigativo que se esté llevando a ejecución, en ningún momento se puede omitir ningún paso y/o secuencia de la investigación, esto tendría como consecuencia la alteración de resultados.

Para el desarrollo correcto de un proceso investigativo es utilizar el método científico [3] desarrollado por Galileo en la época del renacimiento y que posteriormente Charles Darwin los uso de manera directa al combinar metodologías inductivas y deductivas. Según la Universidad Nacional de Colombia, determina que: “La investigación conlleva un proceso de dialéctica permanente pero las actividades dentro de éste no quedan sujetas a la anarquía”[5], no se puede realizar el proceso investigativo a título personal, obligatoriamente deben ejecutar pasos lógicos que generen resultados lógicos y congruentes. Una representación del desarrollo de la investigación circular en el cual se manifiestan sus etapas, se produce el inicio de la investigación en cualquier punto, desarrollándose de esta forma continua en todo sus procesos. Figura. 1.

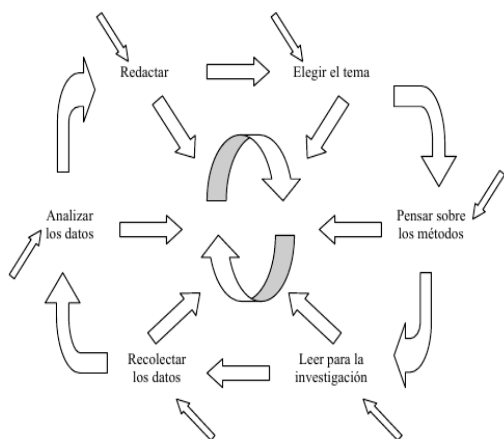
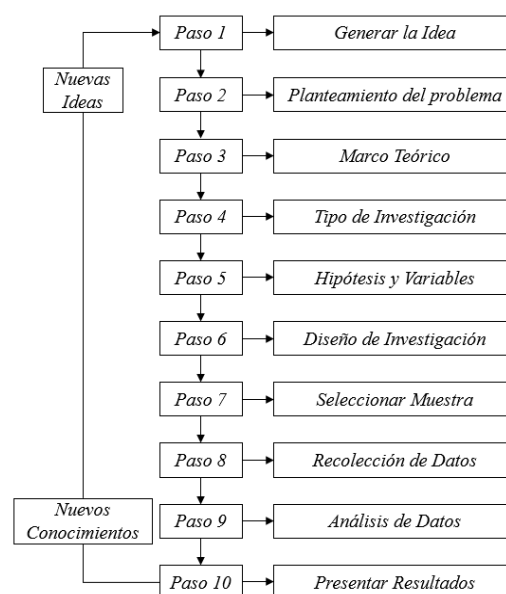


Fig. 1 La Espiral de la Investigación (Fernández. L, 2005)

Se considera la estructuración del desarrollo en tres pasos para la ejecución de la investigación: ruptura, estructuración y comprobación, conformados por siete etapas en las cuales se desarrollan distintas operaciones sin las cuales no se puede acceder a la siguiente etapa dentro de esta secuencia. Estas son:

#### 1) Ruptura.

- Etapa Inicial: Pregunta inicial
- Etapa 2: Explotación



- Etapa 3: Problema

#### 2) Estructuración.

- Etapa 4: Modelo de Análisis

#### 3) Comprobación.

- Etapa 5: Observación
- Etapa 6: Análisis de la información
- Etapa 7: Conclusiones

Al estructurar los pasos para la investigación como una secuencia lineal o numérica para ser clasificadas, constituyen parte de un ciclo continuo en la que se valoran distintas experiencias que permiten generar datos, es decir que los tres pasos designados “pueden ser revisadas varias veces, y normalmente algunas son concurrentes con otras,” [7].

Para la realización de un proceso investigativo las ideas superficiales pueden generarse por simple intuición, pero a pesar de este hecho, persiste en una insatisfacción ya sea de carácter personal o netamente de un problema que requiera toda una sociedad. Cualquiera que sea el impulso que genera la incógnita, siempre llevará a la ejecución de pasos sistemáticos.

A pesar de existir indistintamente variación de pasos lógicos para la correcta ejecución de la investigación siempre nos llevará a pasos básicos como los enunciados

Fig. 2 Proceso de Investigación Científica (Fernández. L, 2005)

por (Hernández, Fernández y Baptista, 2003). El comportamiento lineal que se da al ejecutar la investigación, dentro de la cual adicional a su descripción proporciona un guía práctica para la recolección de datos y análisis de resultados se sustenta en la experimentación tanto ejecutada a título propio como por datos previos, para lograr así una comparación coherente.

### III. CONCLUSIONES

- Todo proceso de investigación científica y su importancia se sustenta en el anhelo imperioso de buscar o encontrar la solución de un problema, para conseguir este objetivo es necesario fundamentar en una base sólida denominada método científico.
- Resolver inquietudes mediante misceláneos procesos es innato en la naturaleza humana, estos procesos constituyen la investigación.
- La investigación científica siempre busca resultados fiables apoyados en procesos rigurosos y lógicos.
- La investigación es un proceso continuo, el desarrollo correcto de acciones permitirán hallar los objetivos propuestos.

### IV. REFERENCIAS

- [1] Bunge. M. La Investigación Científica, 3ra ed., Madrid, España, 2004
- [2] Kerlinger. F. Investigación del comportamiento: técnicas y metodología, Mexico D. F., Mexico, 1975
- [3] Avila Baray H.L (2006) *Introducción a la Metodología de la Investigación*, Chihuahua, México.

Disponible en:

<http://www.eumed.net/librosgratis/2006c/203/#indice>

- [4] Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2003) *Metodología de la investigación* (3a ed.). México: McGraw-Hill
- [5] Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá. *Seminario de Investigación* (Metodología de la Investigación) Cap. 4. Información Disponible en: [http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/IDEA/2007219/lecciones/cap\\_4/sub12.html](http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/IDEA/2007219/lecciones/cap_4/sub12.html)
- [6] Fernández Núñez, Lissette (Mayo, 2005). *Ficha 2 ¿Cómo se lleva a cabo una investigación?* Institut de Ciències de l'Educació. Universitat de Barcelona. Referencia Tomada de Quivy y Van Campenhoudt, (2000)
- [7] Carole Gray and Julian Malians, (2004), *Visualizing Research. A Guide to Research Process in Art and Design*, ASKGATE, Burlington, pág.12. Disponible version online en: [http://www.upv.es/laboluz/master/seminario/textos/proceso\\_investigacion.pdf](http://www.upv.es/laboluz/master/seminario/textos/proceso_investigacion.pdf)
- [8] Cegarra. J. Metodología de la Investigación Científica y Tecnológica, 1ra ed., Madrid, España, 2004

# Introducción a la Solución de Problemas

**Richard M. Bernis**

*Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de las Fuerzas Armadas- ESPE  
Sangolquí, Ecuador  
rmbernis@espe.edu.ec*

**Abstract**— Students should know what a problem is, because it is very important to speed up its solution, the student will also understand how to recognize different types of problems, learn how to classify them, how to identify the different kind of variables that they possess and the correct way to solve them.

**Resumen** —Enfocar correctamente un problema es muy importante para converger hacia su solución, quien resuelve el problema además de entender debe reconocer los distintos tipos de problemas, aprender a clasificarlos, determinar las distintas variables que estos poseen y aplicar la estrategia más adecuada para resolverlos.

## I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad los estudiantes poseen poco o nada de conocimientos acerca de lo que es un problema y como resolverlos. Debido a esto es muy importante ofrecer las distintas estrategias y herramientas que faciliten y agilicen el reconocimiento y solución de un problema; así aprender a formar las relaciones que lo llevarán a resolverlo de una manera eficiente y en un tiempo oportuno. Para esto, se mostrarán aspectos importantes como son la clasificación de los problemas y sus distintas variables, así como el proceso ordenado paso a paso recomendado para encontrar una solución. Polya decía: “Para entender una teoría se debe entender como fue descubierta”. Por este motivo el presente artículo ayudará a conocer y aplicar el proceso tangible en la resolución de los problemas.

## II. DESARROLLO DE CONTENIDOS

### A. OBJETIVOS

- Analizar el enunciado de un problema e identificar sus características esenciales que lo componen y los datos que se presentan.

- Elaborar estrategias para lograr la representación mental del problema y llegar a la solución que se requiere encontrar.
- Entender el enunciado de un problema, identificar su clasificación y sus características.
- Diseñar estrategias para solucionarlos a través de las relaciones entre las variables y sus características.
- Aplicar las estrategias previamente diseñadas y analizar con criterio los resultados obtenidos.

### B. SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

*Un problema es aquel enunciado que presenta una o varias premisas que permitirán responder a las preguntas planteadas.*

## III. PROCEDIMIENTO DE SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA

### A. COMPRENDER EL PROBLEMA

Es muy importante que el estudiante comprenda el problema, pero aún más importante es que en verdad se vea motivado a resolverlo. El maestro reconocerá que se entendió el problema una vez que el estudiante pueda plantearlo con sus propias palabras.

Se deberá obtener los datos y ver si estos son suficientes además de descubrir si el problema presenta información que no sea de fácil comprensión didáctica.



FIG 1. PROCESO DE SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA

### B. CONCEPCIÓN DE UN PLAN.

El plan se formará a partir de ideas, las mismas que estarán basadas en experiencias previas del estudiante. También ayudará a plantear si ¿ya se conoce algún problema relacionado?

Cuando se encuentra la respuesta, se podrá relacionar la experiencia con el nuevo problema, y esto hará que se encuentre el camino o plan para resolver el problema.

### C. EJECUCIÓN DE UN PLAN.

Esto significa que llegó el momento de implementar la o las estrategias que fueron seleccionadas hasta solucionar el problema o hasta que la misma acción nos sugiera tomar un nuevo curso.

Muchas veces la dificultad del problema puede hacer que el camino parezca desaparecer, es por eso que no hay que tener temor de volver a empezar. Suele suceder que un nuevo comienzo o una nueva estrategia conducen al éxito esperado.

### D. VISIÓN RETROSPECTIVA

Esta invita a reconsiderar la solución obtenida, para lo cual se recomienda verificar cada paso a fin de encontrar posibles errores en el proceso.

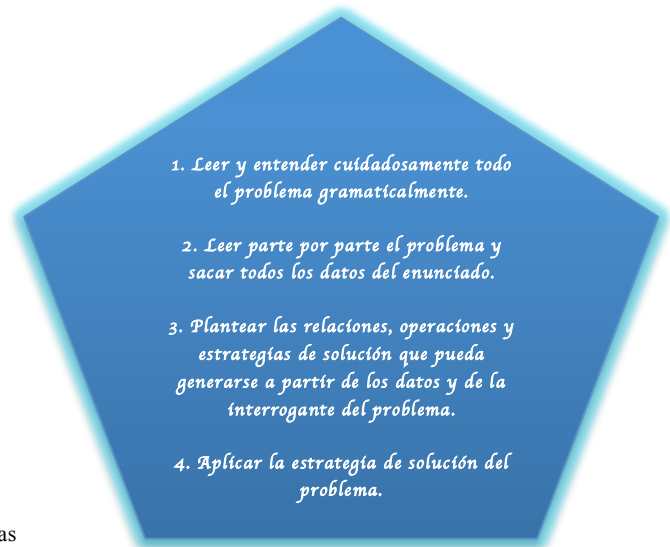


FIG 2. PROCESO PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

## III. CLASIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS

A. Según su **EXIGENCIA**, donde se requiere para su solución una búsqueda constante de información.

B. Según su **SOLUCIÓN**, se establecen tres tipos de problemas:

- 1) Problemas cerrados que poseen sólo una respuesta o más de una, pero igualmente válidas.
- 2) Situaciones abiertas, que carecen de una solución definida.
- 3) Múltiples respuestas de las que ninguna de ellas son correctas o equivocadas.

C. Según la TAREA A REALIZAR, problemas por resolver y problemas por demostrar.

El propósito de un "problema por resolver" es descubrir cierto objeto, la incógnita del problema. Los "problemas por resolver" pueden ser teóricos o prácticos, abstractos o concretos; son problemas serios o simples acertijos. Sus principales elementos son: la incógnita, los datos y la condición.

D. Según su INFORMACIÓN, problemas estructurados y no estructurados.

- 1) Problemas estructurados donde el enunciado contiene información necesaria y suficiente para resolverlo.
- 2) Problemas no estructurados donde el enunciado no presenta toda la información y requiere que se busque, agregue la información faltante.

### III. ELEMENTOS FUNDAMENTALES DE LOS PROBLEMAS

#### A. VARIABLES, CARACTERÍSTICAS Y SUS VALORES

En el proceso de ordenamiento se pueden definir las características de las variables así como sus diferentes naturalezas y su campo de aplicación.

Las variables cuantitativas permiten establecer las relaciones llamadas de "orden". Con ella se construye el ordenamiento natural. Para verificar la posibilidad del ordenamiento tenemos la existencia de conectores comparadores "igual, diferente, mayor que, menor que, mayor igual que, menor igual que". Utilizando las relaciones de orden se puede construir secuencias progresivas crecientes o decrecientes. Si se tiene una secuencia progresiva creciente, si la característica A respecto a una variable cuantitativa es mayor que la característica B, entonces se coloca primero B y luego A; y si la secuencia es decreciente, entonces se colocará primero la característica A y luego la característica B, todas las variables cuantitativas son ordenables y cuantificables.

Las variables cualitativas llevan a la formación de clases cada vez que se pueda asociar elementos que tengan una misma característica cualitativa lógica ó cualitativa semántica. Sin embargo, se puede establecer convenciones que nos permiten organizar elementos por ordenamiento; este es el caso del orden alfabético, donde se ha acordado un orden o secuencia determinada para las letras del alfabeto, y así poder ordenar palabras de acuerdo a esa

convención preestablecida. Esto determina su designación como ordenamiento convencional.

### IV. PROBLEMA DE APLICACIÓN

**Problema 1:** Se tiene un polígono convexo regular de 20 lados (icoságono). ¿Cuántos diagonales existen en total? La diagonal es una recta que conecta dos vértices no contiguos de un polígono.

#### PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?
  - El problema trata de: Un polígono convexo regular de 20 lados.
- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema? ¿De qué variable estamos hablando?
  - Cuántas diagonales existen en total? La variable identificada es cuantitativa y hace referencia al número de diagonales de un polígono convexo.
- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué relaciones directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?
  - Relaciones directas:
    - o Número de lados, número de vértices, número de diagonales por vértice, número de diagonales totales del polígono por vértice.
  - Relaciones indirectas:
    - o Número de diagonales del polígono convexo efectivas.
- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué estrategias directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema? Hallar la incógnita?



TABLA I. TABULACIÓN DE LAS VARIABLES DEL PROBLEMA 1.  
 “DIAGONALES DE LOS POLÍGONOS CONVEXOS REGULARES”

#lados=#vértices n	#diag por vértice (n-3)	#diag totales polígono por vértice n (n-3)	#diag polígono efectivas $n(n-3) / 2$	Observaciones
3	0	0	0	no tiene diagonales
4	1	4	2	
5	2	10	5	# de lados = # diagonales
6	3	18	9	
7	4	28	14	
8	5	40	20	
9	6	54	27	
10	7	70	35	
11	8	88	44	
12	9	108	54	
13	10	130	65	
14	11	154	77	
15	12	180	90	
16	13	208	104	
17	14	238	119	
18	15	270	135	
19	16	304	152	
...	...	...	...	
...	...	...	...	
...	...	...	...	
...	...	...	...	
n	(n-3)	n (n-3)	$n(n-3) / 2$	Ecuación general
20	17	340	170	

- Respuesta:

- o Icosagono = 20 lados = 20 vértices.

$$\# \text{diag. polígono efectivas} = [n (n - 3)] / 2$$

$$\# \text{diag. polígono efectivas} = [20 (20 - 3)] / 2 = 170$$

5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

- Gráfico en Software Matemático “Geogebra” Fig 3:

- o Icosagono = 20 lados = 20 vértices.

$$\# \text{diag. polígono efectivas} = [n (n - 3)] / 2$$

$$\# \text{diag. polígono efectivas} = [20 (20 - 3)] / 2 = 170$$

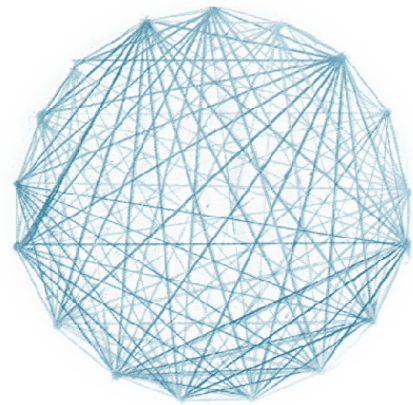


FIG 3. DIAGONALES DE UN POLÍGONO CONVEXO REGULAR DE 20 LADOS “ICOSAGONO GRAFICADO EN GEOGEBRA”

### V. CONCLUSIONES

- Es importante que el estudiante comprenda el problema, caso contrario se cometen errores en la solución de los mismos o simplemente frustrarse y no llegar a concretar la solución del problema.
- Es necesario afianzar los conocimientos previos llamados experiencia, estos son los que reproducen mejores ideas que permitirán desarrollar un mejor plan estratégico para resolver un determinado problema.
- Ejecutar un plan no siempre es sencillo, la complejidad del problema juega un papel preponderante, muchas veces se pierde del enfoque hacia dónde se encamina una determinada solución, por tal motivo se requiere

despertar en el estudiante el verdadero deseo de solucionar el problema.

- La retrospectiva es la mejor manera de afianzar los conocimientos, apropiarse del conocimiento de los contenidos, esto permitirá una mayor agilidad para resolver otros problemas relacionados ya que muchas veces la solución de un problema desemboca en la solución de otro.
- Resolver un problema observando las variables, sus características y la naturaleza de las mismas, permitirá seleccionar mejor la estrategia para llegar de una manera sencilla al resultado esperado y así cumplir con los propósitos planteados.
- Un problema es un enunciado que presenta datos, genera una interrogante la cual debe tener una solución en función a las premisas entregadas.
- En función de la información que presentan el enunciado existen problemas estructurados que revelan la información completa, y no estructurados que son aquellos en los que la información está oculta.
- Las variables son importantes al momento de solucionar un problema, en el caso de un problema no estructurado puede generar varias soluciones a un mismo problema. Existen variables cuantitativas y cualitativas.
- Es importante seguir cada paso al resolver un problema ya que permite entender claramente el enunciado y así no se omita ningún dato en el proceso de solución, logrando alcanzar la respuesta correcta.
- Una vez que el estudiante entiende los pasos para resolver un problema logrará resolver cualquier tipo de problema sin importar su naturaleza.

Valencia: I.C.E. de la U.A.B. y Vicerrectorado de Investigación de la U.V., Noviembre 1988.

[4] Mason, John; Burton, Leone y Stacey, Kaye. *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Labor y M.E.C., 1988.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] G. Polya. *Cómo plantear y resolver problemas*. Versión autorizada en español de la segunda edición en inglés publicada por Achor Books.

[2] Sánchez, Alfredo. (2012). *Sistema Nacional de Nivelación y Admisión. Desarrollo del pensamiento*, Tomo 3. Quito: Senescyt.

[3] Garret, R.M. *Resolución de problemas y creatividad: implicaciones para el currículo de Ciencias* Vol. 6 n13. Barcelona y

# Problemas de relaciones unidimensionales

Richard M. Bernis

Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de las Fuerzas Armadas- ESPE  
Sangolquí, Ecuador  
rmbernis@espe.edu.ec

**Abstract—** This work presents the different types of relationships, the nature of the relationship determines the strategy to achieve the solution of the problem. There are several solved exercises that apply the theory taught and helps young people to focus on the identification and analysis of the relationship problem.

**Resumen —** Este trabajo busca dar a conocer los diferentes tipos de relaciones unidimensionales parte-todo, familiares y de relaciones de orden, para esto se enfocará la naturaleza de la relación determina y la estrategia a seguir para lograr la solución del problema. Se presentan un grupo de ejercicios resueltos que aplican las teorías y que ayudarán a los lectores a centrar la atención en la identificación y el análisis de las relaciones existentes en un determinado problema.

## I. INTRODUCCIÓN

Los problemas acerca de las relaciones en una dimensión o unidimensionales, permite focalizar el enunciado y las relaciones existentes entre los datos y las incógnitas, de esta manera se deberá identificar la relación presente entre las premisas para poder analizar los diferentes tipos de relaciones existentes y poner en práctica los procedimientos relacionados con la comprensión profunda del problema, generando ideas y buscando relaciones y estrategias particulares que permitan hallar las soluciones eficientemente.

## II. DESARROLLO DE CONTENIDOS

### A. OBJETIVOS

- Focalizar la atención en el enunciado del problema y en las relaciones entre los datos e incógnitas.
- Identificar el tipo de relación presente en el enunciado de un problema.
- Analizar los diferentes tipos de relaciones presentes en el enunciado de un problema.
- Determinar la estrategia más apropiada para enfocar la solución de acuerdo al tipo de relación.

- Establecer relaciones entre las variables, sus valores y los datos del problema.
- Valorar la utilidad del uso de estrategias en la solución de problemas.

## III. PROBLEMAS DE RELACIONES DE PARTE-TODO

Los problemas de relaciones unidimensionales parte-todo buscan relacionar el conjunto completo o todo como la agrupación, adición, suma de subconjuntos o partes parciales; la naturaleza de este tipo de problemas responde a números y/o cantidades que tienen algunas propiedades como:

- La descomposición del todo da lugar a mínimo dos partes y como máximo a “n” partes, donde n es función de las premisas del problema planteado.
- La reunión y/o agrupación de todas las partes da como resultado el todo. Cada parte siempre es menor que el todo. Fig 1.

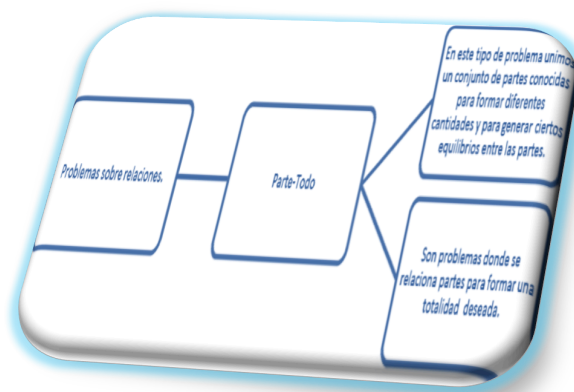


FIG 1. PROBLEMAS DE RELACIONES UNIDIMENSIONALES “PARTE-TODO”

**Problema 1:** Con una balanza de 2 platillos y sólo 3 pesas de 1, 3 y 9 kilos respectivamente, podrá pesar objetos cuyos pesos sean cantidades exactas entre 1 hasta 13 kilos. Se solicita identificar la pesa o grupo de pesas de las disponibles que podrían colocarse en uno o los dos platillos para lograr un determinado equilibrio colocando siempre el objeto en el platillo B. Se pueden combinar las pesas como se desee. ¿Cómo se combinarían las pesas para colocarlas todas o algunas de ellas en ambos platillos para pesar objetos de 2, 5, 7, 10 y 11 kilos?

PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?

El problema trata de: Obtener combinaciones con un grupo de pesas para lograr pesar distintos objetos de los pesos solicitados, para ello utiliza una balanza de dos platillos que sirve para pesar hasta 13Kg utilizando solamente una pesa o una combinación de las tres pesas disponibles 1, 3 y 9 Kg.

- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?

La incógnita es determinar la pesa o grupo de pesas que deben colocarse en el platillo A o en ambos platillos para equilibrar la balanza, considerando que el objeto a pesar siempre estará en el platillo B.

- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué relaciones directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?

Relaciones directas:

- Existe una balanza de platillo que se equilibra cuando ambos platillos tiene el mismo peso.

- Existe solamente 3 pesas con los valores de 1Kg, 3Kg y 9Kg.
- El objeto a pesar siempre se colocará en el platillo B.

- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué estrategias directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema?

Relaciones directas:

- Existe libertad para colocar una o varias pesas en uno u otro platillo para lograr el equilibrio con el objeto a pesar siempre en el platillo B.
- El peso del objeto puede calcularse conociendo el peso total colocado en los platillos.

Relaciones indirectas:

- ¿Cómo podemos pesar? Colocar en los platillos A y/o B las pesas de 1, 3 y 9Kg hasta lograr equilibrarlas sin olvidar colocar siempre en el platillo B el objeto correspondiente.
- 5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

¿Cómo expresar el resultado? Para formular la respuesta a la interrogante: cómo combinar las pesas para pesar 2, 5, 7, 10 y 11Kg? solamente se hará la retrospectiva de la solución al problema, la misma que permitirá identificar la incógnita haciendo uso de la Tabla 1.1. la cual posee la respectiva distribución de pesas en cada uno de los platillos.

TABLA I.  
TABULACIÓN DE TODAS LAS POSIBLES COMBINACIONES DEL PROBLEMA 1

PESO SOLICITADO	PESO UTILIZADO	COMBINACIÓN NUMÉRICA	REPRESENTACIÓN ABSTRACTA
1Kg	1Kg, objeto	En el platillo A se coloca la pesa de 1Kg y en el platillo B un objeto que debe pesar 1Kg.	Fig. 2
2Kg	1Kg, 3Kg, objeto	En el platillo A se coloca la pesa de 3Kg y en platillo B la pesa de 1Kg mas el objeto que debe	Fig. 3

		pesar 2Kg.	
3Kg	3Kg, objeto	En el platillo A se coloca la pesa de 3Kg y en el platillo B el objeto que debe pesar 3Kg.	Fig. 4
4Kg	1Kg, 3Kg, objeto	En el platillo A se coloca las pesas de 1Kg, 3Kg y en el platillo B el objeto que debe pesar 4Kg.	Fig. 5
5Kg	1Kg, 3Kg, 9Kg, objeto	En el platillo A se coloca la pesa de 9Kg y en el platillo B las pesas de 1Kg, 3kg y el objeto que debe pesar 5Kg.	Fig. 6
6Kg	3Kg, 9Kg, objeto	En el platillo A se coloca la pesa de 9Kg y en el platillo B la pesa de 3Kg y el objeto que debe pesar 6Kg.	Fig. 7
PESO SOLICITADO	PESO UTILIZADO	COMBINACIÓN NUMÉRICA	REPRESENTACIÓN ABSTRACTA
7Kg	1Kg, 3Kg, 9Kg, objeto	En el platillo A se coloca las pesas de 1Kg, 9Kg y en el platillo B la pesa de 3Kg y el objeto que debe pesar 7Kg.	Fig. 8
8Kg	1Kg, 9Kg, objeto	En el platillo A se coloca la pesa de 9Kg y en el platillo B la pesa de 1Kg y el objeto que debe pesar 8Kg.	Fig. 9
9Kg	9Kg, objeto	En el platillo A se coloca la pesa de 9Kg y en el platillo B el peso que debe ser 9Kg.	Fig. 10
10Kg	1Kg, 9Kg, objeto	En el platillo A se coloca las pesas de 1Kg, 9Kg y en el platillo B el peso que debe ser de 10Kg.	Fig. 11
11Kg	1Kg, 3Kg, 9Kg, objeto	En el platillo A se coloca las pesas de 3Kg, 9Kg y en el platillo B la pesa de 1Kg y el objeto que debe pesar 11Kg.	Fig. 12
12Kg	3Kg, 9Kg, objeto	En el platillo A se coloca las pesas de 3Kg, 9Kg y en el platillo B el objeto que debe pesar 12Kg.	Fig. 13
13Kg	1Kg, 3Kg, 9Kg, objeto	En el platillo A se coloca las pesas de 1Kg, 3Kg, 9Kg y en platillo B el objeto que debe pesar 13Kg.	Fig. 14

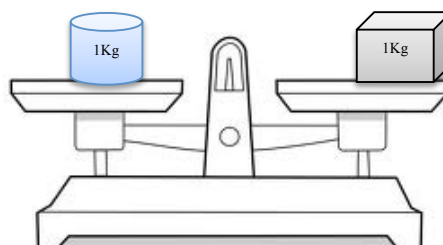


FIG 2. PESAR 1 KG.

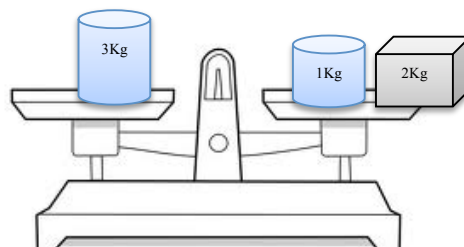


FIG 3. PESAR 2 KG.

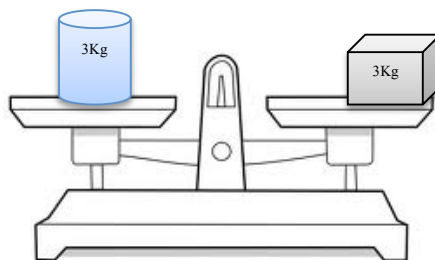


FIG 4. PESAR 3 KG.

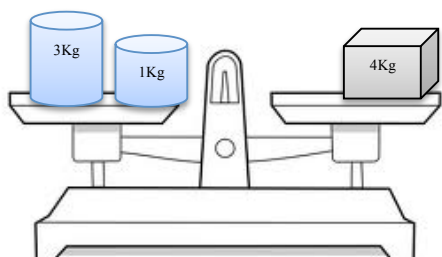


FIG 5. PESAR 4 KG.

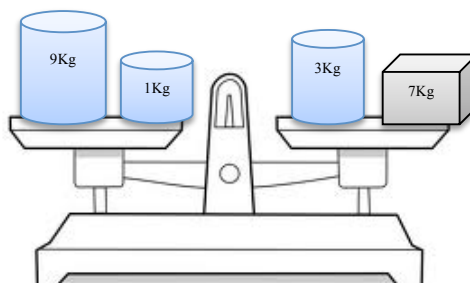


FIG 8. PESAR 7 KG.

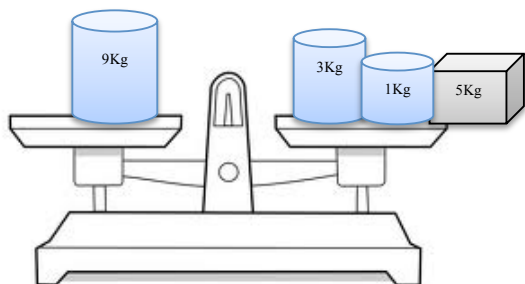


FIG 6. PESAR 5 KG.

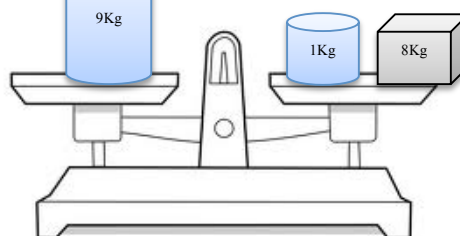


FIG 9. PESAR 8 KG.

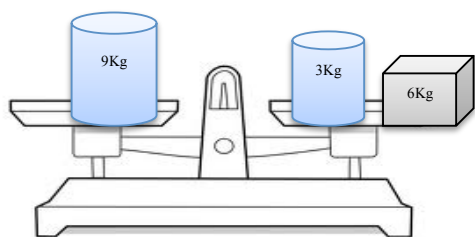


FIG 7. PESAR 6 KG.

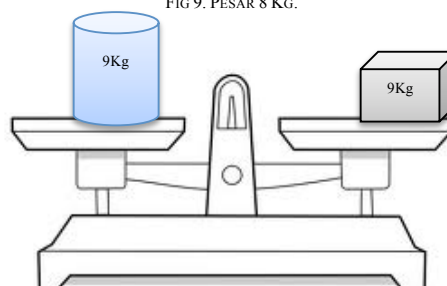


FIG 10. PESAR 9 KG.

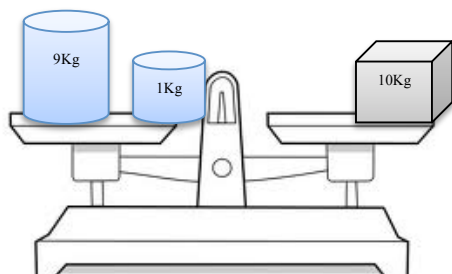


FIG 11. PESAR 10 KG.

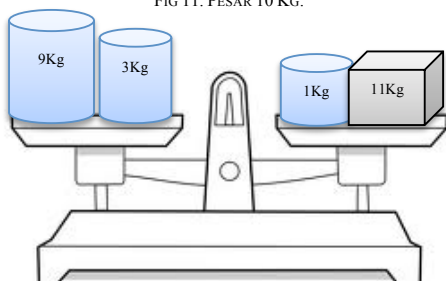


FIG 12. PESAR 11 KG.

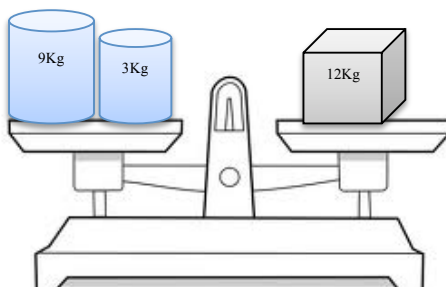


FIG 13. PESAR 12 KG.

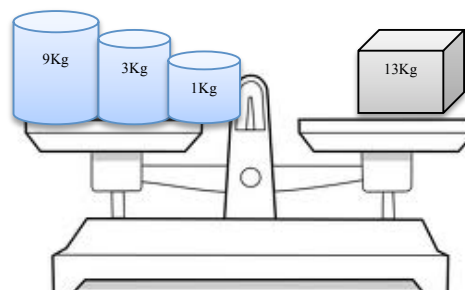


FIG 14. PESAR 14 KG.

**Problema 2:** El precio de venta de un camión es \$ 70.000 Este precio es resultado de incrementar al valor inicial, una ganancia igual al 25% de su valor inicial y considerar los gastos de importación en  $\frac{4}{8}$  de su valor inicial. ¿Cuál es el valor inicial del camión?

PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?
  - El problema trata de: El precio de venta de un camión es \$ 70.000 Este precio es resultado de incrementar al valor inicial, una ganancia igual al 25% de su valor inicial y considerar los gastos de importación en  $\frac{4}{8}$  de su valor inicial.
- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema? ¿De qué variable estamos hablando?
  - La incógnita es: El valor inicial del camión: "X", naturaleza de la variable cuantitativa.
- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué relaciones directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema? ¿Qué se dice acerca del precio de venta del objeto?

Relaciones directas:

- Precio de venta (Objeto: "Camión") = 70.000 dólares
- Gastos de importación =  $4/8$  del Valor inicial.
- Ganancia de la operación = 25% del Valor inicial.

Relaciones indirectas:

- Este precio resulta de la suma de su valor inicial, una ganancia igual al 25% de su valor inicial y de los gastos de importación correspondientes al  $4/8$  del valor inicial.
  - Valor inicial "X".
- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué estrategias directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema? Hallar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?

#### Lenguaje Algebraico:

Precio de venta del camión = \$ 70.000

Gastos de importación =  $4/8$  del valor inicial.

Ganancia de la operación = 25% del valor inicial.

El valor inicial del camión = "X", naturaleza cuantitativa.

#### Solución Algebraica:

$$\$ 70.000 = X + 4X / 8 + [25 \% X]$$

$$\$ 70.000 = X + 4X / 8 + [(25 / 100) X]$$

$$\$ 70.000 = X + X / 2 + [X / 4]$$

$$\$ 70.000 = [4 X + 2 X + X] / 4$$

$$\$ 70.000 = 7 X / 4$$

$$\$ 10.000 = X / 4$$

$$\$ 40.000 = X$$

- 5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

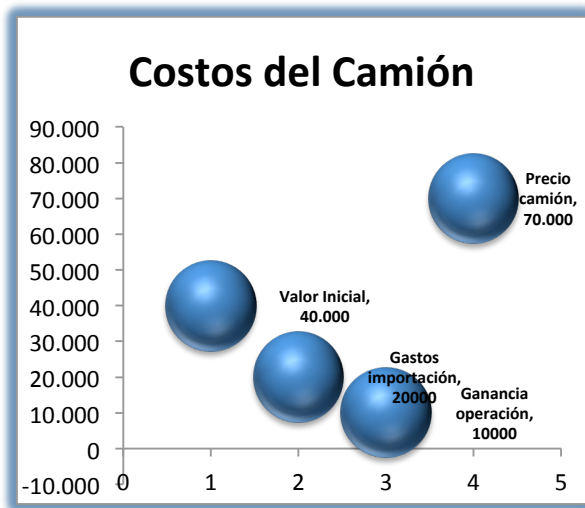


FIG 15. REPRESENTACIÓN GRÁFICA ESTADÍSTICA DEL COSTO DEL CAMIÓN  
RELACIONES UNIDIMENSIONALES "PARTE-TODO"

**Problema 3:** La medida de los tres componentes fundamentales de un tren (locomotora, vagón y furgón de carga), son las siguientes: la locomotora mide 12 metros, el furgón de carga mide tanto como la locomotora más la mitad del vagón, y el vagón mide la suma de las medidas de la locomotora y el furgón de carga. ¿Cuántos metros mide en total el tren?

PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?

El problema trata de: La medida de los tres componentes fundamentales de un tren (locomotora, vagón y furgón de carga), son las siguientes: la locomotora mide 12 metros, el furgón de carga mide tanto como la locomotora más la mitad del vagón, y el vagón mide la suma



de las medidas de la locomotora y el furgón de carga.

- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema? ¿De qué variable estamos hablando?

La medida total de la longitud del tren en metros = "T", naturaleza de la variable cuantitativa.

- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué relaciones directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema? ¿Qué se dice acerca de la longitud del objeto?

Relación directa

- Long. de locomotora = 12 metros.
- Long. de vagón = Long. locomotora + Long. Furgón de carga

Relación indirecta

- La longitud del tren resulta de la suma de las longitudes de la locomotora, del vagón y del furgón de carga.

- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué estrategias directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema?

**Lenguaje Algebraico:**

Long. Locomotora "L" = 12 metros

Long. Vagón "V" = Locomotora + Furgón de carga

Long. Vagón "V" = 12 metros + F

Long. Furgón de carga "F" = Locomotora + 1/2 del Vagón

Long. Furgón de carga "F" = 12 metros + [(12 metros + Furgón de carga) / 2]

Long. Furgón de carga "F" = 12 metros + [(12 metros + F) / 2]

El objeto referencial = "F", naturaleza cuantitativa, longitud del furgón de carga.

**Solución Algebraica:**

$$F = 12m. + [12m. + F] / 2$$

$$2F = 24m. + 12m. + F$$

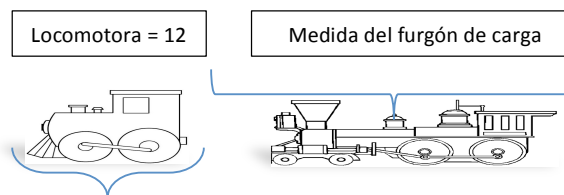
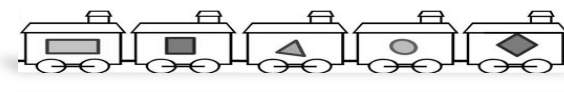
$$F = 36m. = \text{Furgón de carga.}$$

$$V = 12m. + F = 12m + 36m = 48m.$$

$$T = L + V + F = 12m. + 48m. + 36m. = 96m.$$

- 5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

Medida del Vagón



**La longitud del vagón mide: 48 m.**

¿Cuánto mide el tren en total?

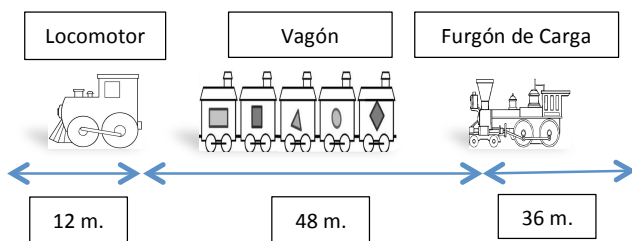


FIG 16. PROBLEMA 3 DE RELACIONES UNIDIMENSIONALES DEL TREN "PARTE - TODO"

**En total el tren mide:**  $12m.+48m.+36m.= 96 m.$

IV. PROBLEMAS DE RELACIONES DE FAMILIARES

Los problemas de relaciones familiares establecen una interrogante en la que intervienen los diferentes componentes de la familia.

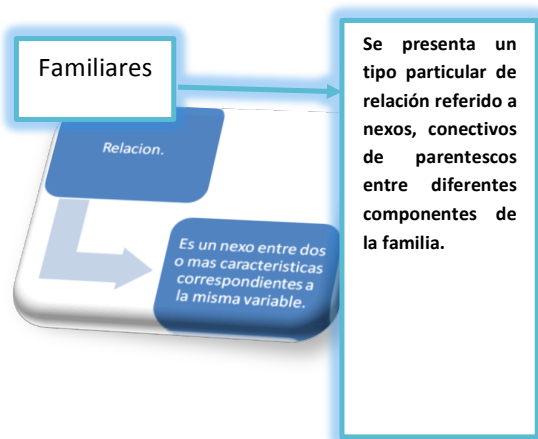


FIG 17. PROBLEMAS DE RELACIONES UNIDIMENSIONALES "FAMILIARES"

**Problema 4:** Martín expresa: "El día de hoy visite a la suegra de la mujer de mi hermano. ¿A quien visitó Martín?"

PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?
  - El problema trata de: "Martín visita a la suegra de la mujer de mi hermano".
- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema? ¿De qué variable estamos hablando?
  - A quién visitó Martín? Naturaleza de la variable cualitativa.
- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué relaciones directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?
  - Relación directa: Martín visita a la suegra de la mujer de su hermano.
  - Relación indirecta: La suegra de la mujer del hermano sería su madre.
- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué estrategias directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema?

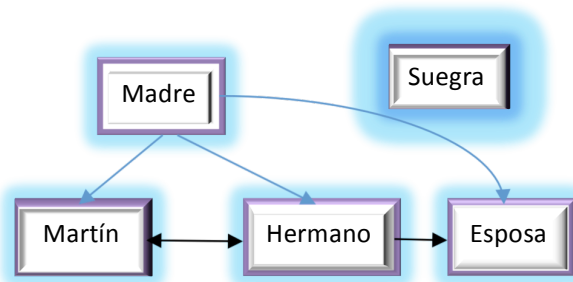


FIG 18. PROBLEMA 4 DE RELACIONES UNIDIMENSIONALES "RELACIONES FAMILIARES"

- 5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

- La madre de Martín y su hermano resulta ser la persona a quien visitó Martín.

**Problema 5:** Federico manifiesta: "El padre del sobrino de mi tío es mi padre". ¿Qué parentesco existe entre el padre del sobrino y el tío de Federico ?

#### PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?
  - El problema trata de: El padre del sobrino de mi tío es mi padre.
- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema? ¿De qué variable estamos hablando?
  - Qué parentesco existe entre el padre del sobrino y el tío de Federico?
- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué relaciones directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?
  - Relación directa: El padre del sobrino de mi tío es mi padre.
  - Relación indirecta: Federico es el sobrino de mi tío.
- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué estrategias directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema? Hallar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?

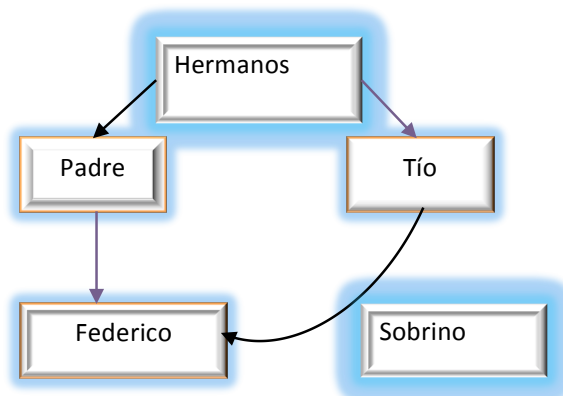


FIG 19. PROBLEMA 5 DE RELACIONES UNIDIMENSIONALES "RELACIONES FAMILIARES"

- 5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

- El parentesco existente entre el Padre de Federico y el Tío es de Hermandad.

#### V. PROBLEMAS DE RELACIONES DE ORDEN

En los problemas de relaciones de orden se establecen interrogantes en la que intervienen elementos relacionados con el lenguaje del problema, el cual puede hacerlo parecer confuso debido al uso cotidiano de ciertos vocablos o a la redacción en la presentación de los problemas.

En este caso se sugiere prestar cuidado especial a la variable, a los signos de puntuación y al uso de ciertas palabras presentes en las premisas y redacción de los enunciados.

**Problema 6:** Sara y Lucía son mejores que Ma. Paz en sus habilidades para encestar. La destreza como encestantora de Paula puede deducirse del número acumulado de cestas que lleva durante el año, el cual es inferior al de otros miembros del equipo como Sara que, duplica dicho número. Paula supera a su compañera de equipo Lucía. ¿Quién tiene el peor desempeño como encestantora? ¿Quién le sigue en tan pobre actuación?

- ¿Qué palabras lucen complejas en el enunciado? El cambio de nombre que caracteriza a la variable, primero le llama “habilidades para encestar”, luego a “número acumulado de cestas” representando esto que entre más cestas más es la “habilidad para encestar”, luego dice que uno “supera a otro” significando que tiene mayor “habilidad para encestar” y por último menciona “una pobre actuación” que significa escases de “habilidad para encestar”. Estos cambios merecen especial atención para evitar errores en las interpretaciones del problema.

- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema? ¿De qué variable estamos hablando?
  - ¿Quién tiene el peor desempeño como encestantora?
  - ¿Quién le sigue en tan pobre actuación?
- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué relaciones directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?

Relación directa

- Sara y Lucía son mejores que Ma. Paz en sus habilidades para encestar.
- Paula supera a su compañera de equipo Lucía.

Relación indirecta

- Paula lleva un número de cestas inferior al de otros miembros del equipo como Sara que, duplica dicho número.

- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué estrategias directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema? Hallar la incógnita.

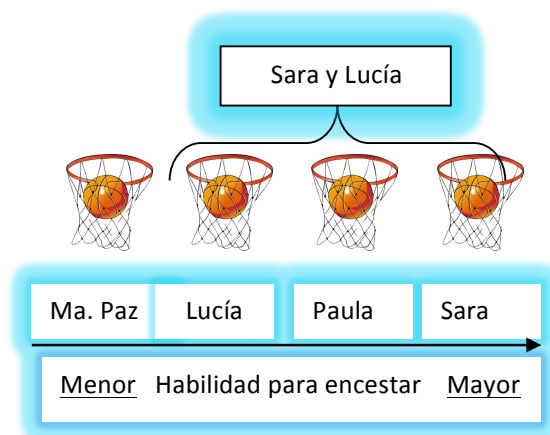


FIG 20. PROBLEMA 6 DE RELACIONES UNIDIMENSIONALES “RELACIONES DE ORDEN”

- 5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

Cómo se observa en la Fig 20. Sara supera a Ma.Paz y a Paula, Lucía supera a Ma. Paz y finalmente Paula supera a Lucía; por lo tanto el orden es Sara como la mejor encestantora a quien le sigue Paula, Lucía y finalmente Ma. Paz quien tiene el peor desempeño.

Respuesta: El peor desempeño como encestantor corresponde a Ma. Paz a quien le sigue Lucía.

## VI. CONCLUSIONES

- En esta unidad se identificó claramente los tres tipos de relaciones unidimensionales: parte–todo, relaciones familiares y relaciones de orden. Esto ayudó a determinar la estrategia de solución respectiva para cada caso, logrando así el entendimiento de los mismos y su respectivo mecanismo de resolución.
- Los problemas parte todo son aquellos en los que varias partes se unen para formar un cuerpo, o

viceversa, un todo esta compuesto por subconjuntos de partes, mientras que las relaciones familiares hacen referencia a relaciones existentes entre miembros de una familia.

- En los problemas de relaciones de orden se recomienda siempre hacer uso de la estrategia de postergación, esto ayudará en el análisis de las premisas correspondientes hasta lograr clarificar los datos ocultos.
- La variable de los problemas parte-todo hace referencia a medidas, pesos, es decir: se presenta cuantitativamente; por otro lado la variable de los problemas familiares son relaciones entre personas siendo de naturaleza cualitativa.
- Este tipo de problemas de relaciones unidimensionales se pueden entender y solucionar fácilmente empleando gráficas o representaciones (familiares) y transformando las letras a símbolos y/o números (parte-todo).
- La estrategia de postergación consiste en dejar pendientes datos que inicialmente parecen estar incompletos en las premisas iniciales, luego continuar leyendo las siguientes premisas que completarán la información y permitirán procesar los datos postergados al inicio de la solución.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Sánchez, Alfredo. (2012). Sistema Nacional de Nivelación y Admisión. Desarrollo del pensamiento, Tomo 3. Quito: Senescyt.

[2] Garret, R.M. *Resolución de problemas y creatividad: implicaciones para el currículo de Ciencias* Vol. 6 n13. Barcelona y Valencia: I.C.E. de la U.A.B. y Vicerrectorado de Investigación de la U.V., Noviembre 1988.

[3] Mason, John; Burton, Leone y Stacey, Kaye. *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Labor y M.E.C., 1988.

[4] G. Polya. *Cómo plantear y resolver problemas*. Versión autorizada en español de la segunda edición en inglés publicada por Achor Books.

# Problemas de relaciones canónicas ó bidimensionales

**Richard M. Bernis**

*Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de las Fuerzas Armadas- ESPE  
Sangolquí, Ecuador  
rmbernis@espe.edu.ec*

**Abstract—** In this unit you can see problems with two variables and the different types that can exist; as the problems with numerical values or quantitative values, logical problems or whit two real values and conceptual problems which are qualitative variables whose order can be exchanges (in the tabs) according to the preference whoever solves.

**Resumen —** En ésta unidad se muestran problemas con dos variables, cartesianas, canónicas o bidimensionales y sus distintas formas en las que pueden presentarse: numéricas con valores cuantitativos, lógicas con dos posibles valores y conceptuales o semánticas en donde se hallan almenos tres variables cualitativas cuyo orden y prioridad pueden intercarse según el criterio de quien lo resuelve.

## I. INTRODUCCIÓN

En esta unidad se planteará problemas en los cuales se implican y se plantean relaciones entre dos variables en donde se desea obtener un resultado, el cual corresponderá a una tercera variable.

La estrategia más apropiada es la tabulación de las variables para una mejor comprensión y posterior solución del problema. Dos variables son cualitativas, las cuales sirven para elaborar la matriz y la tercera variable que puede ser: cualitativa, cuantitativa o lógica, es decir; según el tipo de respuesta que se desee y/o espera obtener. Se tratarán tres tipos de problemas distintos, el primero son relaciones numéricas la cual se resuelve mediante la relación de tablas numéricas, el segundo se refiere a relaciones lógicas y se debe plantear tablas booleanas y el tercero se trabajará con tablas semánticas o conceptuales. Las tablas son instrumentos útiles a la hora de resolver problemas bidimensionales, estas permitirán organizar la información, visualizarla y tener una estadística externa importante que nos ayude a mantener los valores de las variables “datos” organizadamente.

## II. DESARROLLO DE CONTENIDOS

### A. OBJETIVOS

- Reconocer los tres tipos de problemas bidimensionales y las estrategias para la resolución de los mismos.
- Aplicar las estrategias para resolver problemas de dos variables mediante tablas numéricas, lógicas y conceptuales.
- Resolver problemas que envuelven dos o más variables en forma simultánea.

## III. PROBLEMAS DE TABLAS NUMÉRICAS

- Los problemas de relaciones bidimensionales mediante tabulación numérica buscan relacionar el conjunto completo entre una variable cuantitativa dependiente y dos variables cualitativas independientes.
- La representación matricial de una tabla ayudará a organizar los datos de las variables presentados en el problema, siendo así las variables independientes forman parte tanto de las filas como columnas, mientras que la variable cuantitativa se coloca en las coordenadas de la matriz tabulada filas y columnas.
- La reunión y/o agrupación de todas las partes sean estas filas o columnas da como resultado el todo. Cada parte cuantitativa siempre es menor que el todo. Fig 1.

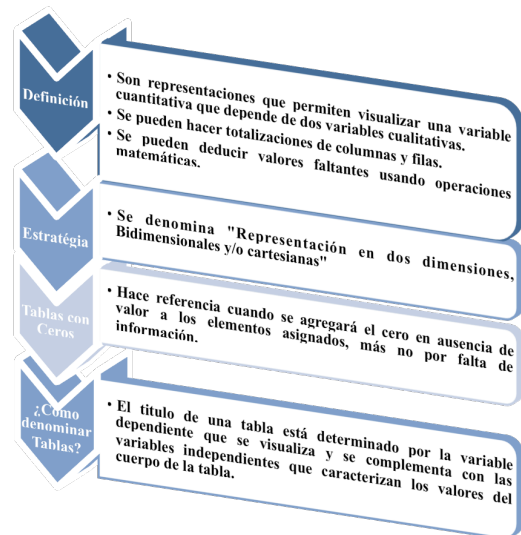


FIG 1. PROBLEMAS DE RELACIONES BIDIMENSIONALES "TABLAS NUMÉRICAS"

**Problema 1:** Efraín, Marino y Sebastián estudian tres carreras universitarias: biotecnología, medicina y arquitectura, y entre los tres reúnen 16 textos para investigaciones. De los cuatro libros de Efraín, la mitad son de biotecnología y uno de medicina. Marino tiene la misma cantidad de libros de Efraín, pero solo tiene la mitad de los libros de biotecnología y la misma cantidad de los libros de medicina que Efraín. Sebastián tiene tres libros de arquitectura, pero en cambio tiene tantos libros de medicina como libros de arquitectura tiene Marino. ¿Cuántos libros de biotecnología tiene Sebastián y cuántos libros de cada carrera tienen entre todos?

PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?

El problema trata de: Combinaciones entre un grupo de estudiantes "variable cualitativa", textos de determinadas

carreras "variable cualitativa", y la cantidad numérica de textos "variable cuantitativa".

- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?
  - ¿Cuántos libros de biotecnología tiene Sebastián y cuántos libros de cada carrera tienen entre todos?
- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué relaciones directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?
  - Nombres (Efraín, Marino, Sebastián)
  - Carreras (Biotecnología, Arquitectura, Medicina)
  - Cantidades de libros
- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué estrategias directas o indirectas derivan de la planificación de solución para el problema?

Variables Cualitativas independientes:

- Nombres (Efraín, Marino, Sebastián)
- Carreras (Biotecnología, Arquitectura, Medicina)

Variable Cuantitativa dependiente:

- Cantidades de textos

Premisas 1 y 2:

- Efraín, Marino y Sebastián estudian tres carreras universitarias: biotecnología, medicina y arquitectura, y entre los tres reúnen 16 textos para investigaciones.
- Efraín tiene 4 textos: 2 de biotecnología, 1 de arquitectura.
- Se determinaría que 1 texto restante que tendría Efraín sería de medicina.

TABLA I.  
TABULACIÓN NUMÉRICA DE LAS PREMISAS 1, 2 DE LAS VARIABLES DEL PROBLEMA I "CANTIDAD DE LIBROS EN FUNCIÓN DEL PROPIETARIO Y DE LA CARRERA"

NOMBRES: CARRERAS:	EFRAIN	MARINO	SEBASTIAN	TOTAL
BIOTECNOLOGÍA	2			
MEDICINA	1			
ARQUITECTURA	1			
<b>TOTAL</b>	<b>4</b>			<b>16</b>

Premisa 3:

- Marino tiene la misma cantidad de textos de Efraín, pero solo tiene la mitad de los textos de biotecnología y la misma cantidad de los libros de medicina que Efraín.
- Se determinaría que Marino posee 2 textos restantes que serían de arquitectura.

TABLA II.  
TABULACIÓN NUMÉRICA DE LAS PREMISAS 1, 2,3 DE LAS VARIABLES DEL PROBLEMA I "CANTIDAD DE LIBROS EN FUNCIÓN DEL PROPIETARIO Y DE LA CARRERA"

NOMBRES: CARRERAS:	EFRAIN	MARINO	SEBASTIAN	TOTAL
BIOTECNOLOGÍA	2	1		
MEDICINA	1	1		
ARQUITECTURA	1	2		
<b>TOTAL</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>16</b>

Premisa 4:

- Sebastián tiene tres textos de arquitectura, pero en cambio tiene tantos textos de biotecnología como libros de arquitectura tiene Marino.
- Se determinaría que Sebastián posee 8 textos totales entre todas las carreras, de esta forma se completaría el total de 16 textos que poseen entre todos.
- Además se determina que Sebastián tendría 3 textos de medicina.
- Finalmente, se puede determinar que existen: 5 textos de biotecnología, 5 textos de medicina y 6 textos de arquitectura.

TABLA III.  
TABULACIÓN NUMÉRICA DE LAS PREMISAS 1, 2,3,4 DE LAS VARIABLES DEL PROBLEMA I "CANTIDAD DE LIBROS EN FUNCIÓN DEL PROPIETARIO Y DE LA CARRERA"

NOMBRES: CARRERAS:	EFRAIN	MARINO	SEBASTIAN	TOTAL
BIOTECNOLOGÍA	2	1	2	5
MEDICINA	1	1	3	5
ARQUITECTURA	1	2	3	5
<b>TOTAL</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>16</b>

- 5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

Existe información adicional que no fue solicitada en el problema, sin embargo al generar la Tabla 1.3 esta información se presenta indirectamente.

#### IV. PROBLEMAS DE TABLAS LÓGICAS

Los problemas de relaciones bidimensionales mediante tabulación lógica buscan relacionar el conjunto completo entre una variable cualitativa lógica dependiente y dos variables cualitativas independientes.

- La representación matricial de una tabla ayudará a organizar los datos de las variables presentados en el problema, siendo así las variables independientes forman parte tanto de las filas como columnas, mientras que la variable cualitativa lógica se coloca en las coordenadas de la matriz tabulada filas y columnas.
- La reunión y/o agrupación de todas las partes sean estas filas o columnas no son de carácter acumulativas y/o aditivas. Cada parte cualitativa no es cuantificable numericamente. Fig 2.



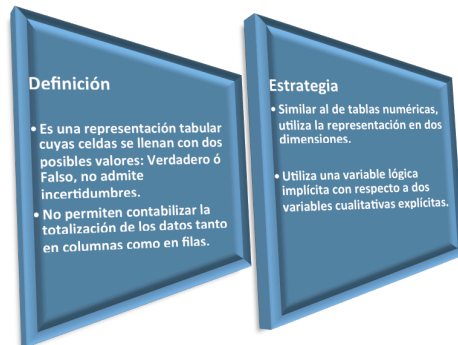


FIG 2. PROBLEMAS DE RELACIONES BIDIMENSIONALES “TABLAS LÓGICAS”

#### A. *NORMATIVA PARA TRABAJAR CON TABLAS LÓGICAS*

- Leer y entender con atención cada premisa del enunciado.
- Utilizar la regla de postergación ante informaciones iniciales incompletas.
- Leer y releer hasta cubrir toda la información presentada sin olvidar considerar ninguno de los datos.
- Conectar los datos que se irán considerando; es decir interrelacionarlos constantemente entre sí.

**Problema 2:** En un concurso de olimpiadas de matemáticas, participaron estudiantes representantes de la Escuela Politécnica Nacional EPN, Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, Escuela Politécnica del Litoral ESPOL, Escuela Politécnica de Chimborazo ESPOCH y la Universidad Central del Ecuador UCE. El estudiante de la ESPOL llegó dos lugares atrás del estudiante de la ESPE. El estudiante de la EPN no ganó, pero tampoco llegó en último lugar. El estudiante de la UCE ocupó un lugar después que el estudiante de la ESPOCH. Este último no obtuvo el primer lugar. En qué lugar llegó cada estudiante.

#### PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?

El problema trata de: Combinaciones entre un grupo de estudiantes de matemáticas “variable cualitativa”, posiciones ocupadas en el concurso “variable cualitativa”, y valores de verdad o falsedad que dependerán de las premisas “variable cuantitativa”.

- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?

- ¿En qué lugar llegó cada estudiante?

- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué relaciones directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?

- Universidad ó Politécnica (ESPE, EPN, ESPOCH, ESPOL, UCE)
- Posición obtenida en las olimpiadas: (1er, 2do, 3er, 4to y 5to lugar)
- Verdadero / Falso

- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué estrategias directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema?

#### Variables Cualitativas independientes:

- Universidad ó Politécnica (ESPE, EPN, ESPOCH, ESPOL, UCE)
- Posición obtenida en las olimpiadas: (1er, 2do, 3er, 4to y 5to lugar)

#### Variables Cualitativa lógica dependiente:

- Verdadero / Falso

#### Premisas 1 y 2:

- El estudiante de la EPN no ganó, pero tampoco llegó en último lugar.

- El estudiante de la EPN no se ubicó en el 1er. lugar, ni en el último lugar.
- El estudiante de la EPN podría ubicarse en el 2do, 3er, o 4to. lugar.
- El estudiante de las ESPOCH no obtuvo el primer lugar.
- El estudiante de la ESPOCH no se ubicó en el 1er. lugar.
- El estudiante de la ESPOCH podría ubicarse en el 2do, 3er, 4to, 5to, lugar.

TABLA IV.  
TABULACIÓN LÓGICA DE LA PREMISAS 1,2, DEL PROBLEMA 2 “VALOR LÓGICO EN FUNCIÓN DEL CENTRO EDUCATIVO SUPERIOR AL CUAL PERTENECEN Y LA POSICIÓN OBTENIDA EN LA OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS”

	CES	EPN	ESPE	ESPOL	ESPOCH	UCE
<i>Posición en Olimpiadas</i>						
1° lugar		FALSO			FALSO	
2° lugar						
3° lugar						
4° lugar						
5° lugar		FALSO				

- El estudiante de la UCE ocupó un lugar después que el estudiante de la ESPOCH
- El estudiante de la UCE podría ubicarse en el 3er, 4to, 5to, lugar.
- Ahora se redefine mejor las posibles ubicaciones del estudiante de la ESPOCH: podría ubicarse en el 2do, 3er, 4to lugar; ya que el último lugar no podría ocupar el de la ESPOCH porque no existe un 6to. lugar, solo hay 5 representantes.

Premisa 3:

TABLA V.  
TABULACIÓN LÓGICA DE LA PREMISAS 1,2,3 DEL PROBLEMA 2 “VALOR LÓGICO EN FUNCIÓN DEL CENTRO EDUCATIVO SUPERIOR AL CUAL PERTENECEN Y LA POSICIÓN OBTENIDA EN LA OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS”

	CES	EPN	ESPE	ESPOL	ESPOCH	UCE
<i>Posición en Olimpiadas</i>						
1° lugar		FALSO			FALSO	
2° lugar						
3° lugar						
4° lugar						
5° lugar		FALSO			FALSO	

Premisa 4:

- El estudiante de la ESPOL llegó dos lugares atrás del estudiante de la ESPE.
- La ubicación del estudiante de la ESPOL podría ubicarse en el 3er, 4to, 5to lugar.
- Efectuando la tabulación correspondiente, en este paso se observa que al estudiante de la ESPE le correspondería únicamente ocupar el primer lugar como valor verdadero, el resto de celdas de la columna ESPE serían falsos.
- También se puede completar las celdas restantes de la fila 1º lugar con los valores lógicos falsos.

TABLA VI.  
TABULACIÓN LÓGICA DE LA PREMISAS 1,2,3,4 DEL PROBLEMA 2 “VALOR LÓGICO EN FUNCIÓN DEL CENTRO EDUCATIVO SUPERIOR AL CUAL PERTENECEN Y LA POSICIÓN OBTENIDA EN LA OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS”

	CES	EPN	ESPE	ESPOL	ESPOCH	UCE
<i>Posición en Olimpiadas</i>						
1° lugar		FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO
2° lugar			FALSO			
3° lugar			FALSO			
4° lugar			FALSO			
5° lugar		FALSO	FALSO		FALSO	

Premisa 5:

- Haciendo retrospectiva en la premisa 4, se determina que el estudiante de la ESPOL obtuvo el 3er. Lugar.
- Ahora se puede completar las celdas restantes de la columna ESPOL con los valores lógicos falsos.
- También se puede completar las celdas restantes de la fila 3º lugar con los valores lógicos falsos.

TABLA VII.  
TABULACIÓN LÓGICA DE LA PREMISAS 1,2,3,4,5 DEL PROBLEMA 2 "VALOR LÓGICO EN FUNCIÓN DEL CENTRO EDUCATIVO SUPERIOR AL CUAL PERTENECEN Y LA POSICIÓN OBTENIDA EN LA OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS"

CES	EPN	ESPE	ESPOL	ESPOCH	UCE
<b>Posición en Olimpiadas</b>					
<b>1º lugar</b>	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO
<b>2º lugar</b>		FALSO	FALSO		
<b>3º lugar</b>	FALSO	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO
<b>4º lugar</b>		FALSO	FALSO	VERDADERO	FALSO
<b>5º lugar</b>	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	VERDADERO

Premisa 6:

- Se determina que el estudiante de la UCE se ubicaría en el último lugar luego de observar la celda libre de la última fila correspondiente al 5º lugar.
- Ahora se puede completar las celdas restantes de la columna UCE con los valores lógicos falsos.

Premisa 7:

Haciendo retrospectiva a la premisa 3, se observa que el 4º lugar correspondería al representante de

la ESPOCH, por lo cual se colaría en esta celda verdadero.

- Ahora se puede completar la celda restante de la columna ESPOCH con el valor lógico falso.

TABLA VIII.  
TABULACIÓN LÓGICA DE LA PREMISAS 1,2,3,4,5,6,7 DEL PROBLEMA 2 "VALOR LÓGICO EN FUNCIÓN DEL CENTRO EDUCATIVO SUPERIOR AL CUAL PERTENECEN Y LA POSICIÓN OBTENIDA EN LA OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS"

CES	EPN	ESPE	ESPOL	ESPOCH	UCE
<b>Posición en Olimpiadas</b>					
<b>1º lugar</b>	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO
<b>2º lugar</b>		FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
<b>3º lugar</b>	FALSO	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO
<b>4º lugar</b>		FALSO	FALSO	VERDADERO	FALSO
<b>5º lugar</b>	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	VERDADERO

Premisa 8:

Se determina que el estudiante de la EPN se ubicaría en el 2do. Lugar, ya que el resto de casilleros verdaderos ya fueron completados para todos los representantes, de esta manera se llena las celdas restantes con los valores correspondientes en la tabla lógica.

- Finalmente se puede completar la celda restante de la columna EPN con el valor lógico falso.

TABLA IX.  
TABULACIÓN LÓGICA DE LA PREMISAS 1,2,3,4,5,6,7 Y 8 DEL PROBLEMA 2 "VALOR LÓGICO EN FUNCIÓN DEL CENTRO EDUCATIVO SUPERIOR AL CUAL PERTENECEN Y LA POSICIÓN OBTENIDA EN LA OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS"

CES	EPN	ESPE	ESPOL	ESPOCH	UCE
<b>Posición en Olimpiadas</b>					
<b>1º lugar</b>	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO
<b>2º lugar</b>	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO
<b>3º lugar</b>	FALSO	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO
<b>4º lugar</b>	FALSO	FALSO	FALSO	VERDADERO	FALSO
<b>5º lugar</b>	FALSO	FALSO	FALSO	FALSO	VERDADERO

- 5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

Se genera la Tabla 1.9 que contiene datos lógicos, el valor de verdad de esta información se presenta completo, no hay posibilidades de valores ambiguos.

#### V. PROBLEMAS DE TABLAS CONCEPTUALES Y/O SEMÁNTICAS

Los problemas de relaciones bidimensionales mediante tabulación conceptual y/o semántica buscan relacionar el conjunto completo entre una variable cualitativa dependiente y dos variables cualitativas independientes.

- La representación matricial de una tabla ayudará a organizar los datos de las variables presentados en el problema, siendo así dos de las variables independientes forman parte tanto de las filas como columnas, mientras que la variable cualitativa restante se coloca en las coordenadas de la matriz tabulada filas y columnas.
- La reunión y/o agrupación de todas las partes sean estas filas o columnas no son de carácter acumulativas y/o aditivas. Cada parte cualitativa no es cuantificable numericamente. Fig 3.

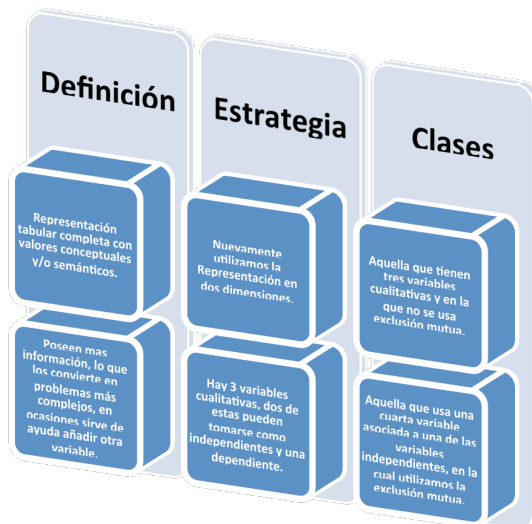


FIG 3. PROBLEMAS DE RELACIONES BIDIMENSIONALES "TABLAS CONCEPTUALES Y/O SEMÁNTICAS"

#### A. *NORMATIVA PARA TRABAJAR CON TABLAS CONCEPTUALES Y/O SEMÁNTICAS*

- Leer y entender con atención a cada premisa del enunciado.
- Utilizar la regla de postergación ante informaciones iniciales incompletas.
- Leer y releer hasta cubrir toda la información presentada sin olvidar considerar ninguno de los datos.
- Conectar los datos que vamos considerando; es decir interrelacionarlos constantemente entre sí.

**Problema 3:** Marco tenía seis días laborables de la semana para coordinar con sus colaboradores la resolución de algunos asuntos pendientes en la sucursal de su empresa. Al llegar encontró a sus colaboradores Alfredo, Carlos, Gustavo, Jorge, Leonel y Mauricio, quienes habían acordado las siguientes actividades. Marco tendría una cena de negocios con ellos el domingo en una de las cadenas de restaurant de la empresa previo a iniciar sus actividades.

Después de esta reunión cada colaborador tenía un día disponible agendado con Marco y acompañarlo en las siguientes actividades: una reunión de consejo, asistir al lanzamiento de un nuevo producto, junta directiva, campaña publicitaria, visita a las bodegas e ir a la municipalidad. En función de la siguiente información encuentre quién colaboro con Marco y qué actividad ejecuto en cada uno de los seis días planificados:

- 1) Alfredo, el colaborador que acompañó en la campaña publicitaria y que salió con Marco un día después de ir a visitar las bodegas el lunes, tienen los tres nombramiento.
- 2) Marco fue a la junta directiva dos días después de ir a visitar las bodegas.

- 3) Alfredo, el colaborador que acompañó en la campaña publicitaria y que salió con Marco un día después de ir a visitar las bodegas el lunes, tienen los tres nombramiento.
- 4) Gustavo, quien lo acompañó al lanzamiento del producto y el colaborador que pasó el lunes con Marco, no tienen nombramiento.
- 5) El día que Marco pasó con Carlos no fue el siguiente al día que correspondió a Mauricio.
- 6) Los seis colaboradores empresariales salieron con Marco en el siguiente orden: Jorge salió con Marco un día después de que ésta fue a visitar las bodegas y cuatro días antes de la participación en la campaña publicitaria, Gustavo salió con Marco un día después de que asistió a la junta directiva y el día antes que Mauricio acompañe a Marco.
- 7) Alfredo y el colaborador que acompañó a Marco a ir de compras tienen la misma condición de nombramiento.
- 8) Marco fue a la junta directiva dos días después de ir a visitar las bodegas.
- 9) Alfredo acompañó a Marco a salir el día miércoles.

#### PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?

El problema trata de: Combinaciones entre un grupo de colaboradores empresariales “variable cualitativa”, días de la semana “variable cualitativa”, y actividades que dependerán de las premisas “variable cualitativa”.

- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?
  - ¿Encontrar quién colaboro con Marco y qué actividad ejecuto en cada uno de los siete días?

- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué relaciones directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?

- Días de la Semana (Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, Viernes, Sábado)
- Colaboradores empresariales (Alfredo, Carlos, Gustavo, Jorge, Leonel, Mauricio)
- Actividades (Reunión de Consejo, Lanzamiento de producto, Junta directiva, Campaña publicitaria, Visita a bodegas, Ir al Municipio)
- Situación laboral (Con nombramiento, sin nombramiento)

- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué estrategias directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema?

#### Variables Cualitativas Independientes:

- Días de la Semana (Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, Viernes, Sábado)
- Colaboradores empresariales (Alfredo, Carlos, Gustavo, Jorge, Leonel, Mauricio)

#### Variable cualitativa lógica independiente:

- Situación laboral (Con nombramiento, sin nombramiento)

#### Variables Cualitativa Dependiente:

- Actividades (Reunión de Consejo, Lanzamiento de producto, Junta directiva, Campaña publicitaria, Visita a bodegas, Ir al Municipio)

#### Premisa 1:

Alfredo, el colaborador que acompañó en la campaña publicitaria y quien salió con Marco un día después de ir a visitar las bodegas el lunes, tienen los tres nombramiento.

#### Tienen nombramiento:

- Alfredo,
- [El que acompaña a la campaña publicitaria y](#)
- quien salió con Marco el día Martes.

Por otra parte:

Se visita a las bodegas el lunes.

TABLA X.  
TABULACIÓN CONCEPTUAL Y/O SEMÁNTICA PREMISA 1 DEL PROBLEMA 3  
“ACTIVIDADES EMPRESARIALES DE COLABORADORES CON NOMBRAMIENTO Y SIN NOMBRAMIENTO EN FUNCIÓN DE NÓMINA Y DEL DÍA DE LA SEMANA ASIGNADO”

NOMBRAMIENTOS	COLABORADORES EMPRESARIALES	LUNES SE VISITA A LAS BODEGAS	MARTES EN ESTE DÍA ESTÁ EL OTRO COLABORADOR QUE TIENE NOMBRAMIENTO	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SABADO
SI	ALFREDO						
	CARLOS						
	GUSTAVO						
	JORGE						
	LEONEL						
	MAURICIO						

Premisa 2:

Gustavo, quien lo acompañó al lanzamiento del nuevo producto y el colaborador que pasó el lunes con Marco, no tienen nombramiento.

No tienen nombramiento:

- Gustavo,
- El que acompaña al lanzamiento del nuevo producto y
- quien salió con Marco el día lunes.

TABLA XI.  
TABULACIÓN CONCEPTUAL Y/O SEMÁNTICA PREMISAS 1,2 DEL PROBLEMA 3  
“ACTIVIDADES EMPRESARIALES DE COLABORADORES CON NOMBRAMIENTO Y SIN NOMBRAMIENTO EN FUNCIÓN DE NÓMINA Y DEL DÍA DE LA SEMANA ASIGNADO”

NOMBRAMIENTOS	COLABORADORES EMPRESARIALES	LUNES SE VISITA A LAS BODEGAS NO TIENE NOMBRAMIENTO	MARTES EN ESTE DÍA ESTÁ EL OTRO COLABORADOR QUE TIENE NOMBRAMIENTO	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SABADO
SI	ALFREDO						
NO	CARLOS						
	GUSTAVO						
	JORGE						
	LEONEL						
	MAURICIO						

Premisa 3:

El día que Marco pasó con Carlos no fue el siguiente al día que correspondió a Mauricio.

- Carlos no se reúne al día siguiente con Marco de la reunión entre Mauricio con Marco.
- Mauricio no se reúne el día anterior con Marco de la reunión entre Carlos con Marco.

TABLA XII.  
TABULACIÓN CONCEPTUAL Y/O SEMÁNTICA PREMISAS 1,2,3 DEL PROBLEMA 3  
“ACTIVIDADES EMPRESARIALES DE COLABORADORES CON NOMBRAMIENTO Y SIN NOMBRAMIENTO EN FUNCIÓN DE NÓMINA Y DEL DÍA DE LA SEMANA ASIGNADO”

NOMBRAMIENTOS	COLABORADORES EMPRESARIALES	LUNES SE VISITA A LAS BODEGAS, NO TIENE NOMBRAMIENTO	MARTES EN ESTE DÍA ESTÁ EL OTRO COLABORADOR QUE TIENE NOMBRAMIENTO	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SABADO
SI	ALFREDO						
	CARLOS, NO SE REUNE AL DÍA SIGUIENTE CON MARCO DE LA REUNIÓN ENTRE MAURICIO CON MARCO						
NO	GUSTAVO						
	JORGE						
	LEONEL						
	MAURICIO, NO SE REUNE EL DÍA ANTERIOR CON MARCO DE LA REUNIÓN ENTRE CARLOS CON MARCO						

Premisa 4:

Los seis colaboradores empresariales salieron con Marco en el siguiente orden: Jorge salió con Marco un día después de que ésta fue a visitar las bodegas y cuatro días antes de la participación en la campaña publicitaria, Gustavo salió con Marco un día después de que asistió a la junta directiva y el día antes que Mauricio acompañe a Marco.

Orden de salida:

- Jorge salió con Marco un día después de visitar las bodegas, es decir; salieron el día Martes de acuerdo a la premisa 1 y Jorge tiene nombramiento.
- Jorge salió con Marco cuatro días antes de la participación en la campaña publicitaria, es decir; la campaña

publicitaria se efectuaría el día Sábado y también tendría nombramiento de acuerdo a la premisa 1.

- Gustavo salió con Marco un día después de que asistió a la junta directiva y el día antes que Mauricio acompañe a Marco.

TABLA XIII. TABULACIÓN CONCEPTUAL Y/O SEMÁNTICA PREMISAS 1,2,3,4 DEL PROBLEMA 3 “ACTIVIDADES EMPRESARIALES DE COLABORADORES CON NOMBRAMIENTO Y SIN NOMBRAMIENTO EN FUNCIÓN DE NÓMINA Y DEL DÍA DE LA SEMANA ASIGNADO”

NOMBRAMIENTOS	SABADO SE DESARROLLA LA CAMPAÑA PUBLICITARIA, EN ESTE DIA ESTA EN FUNCIÓN DE NOMBRAMIENTO				
	VIERNES	JUEVES	MIÉRCOLES	VIERNES	JUEVES
SI	ALFREDO				
	CARLOS, NO SE REUNE AL DÍA SIGUIENTE CON MARCO DE LA REUNIÓN ENTRE MAURICIO CON MARCO				
NO	GUSTAVO				
SI	JORGE		MUNICIPALIDAD		
	LEONEL				
	MAURICIO, NO SE REUNE EL DÍA ANTERIOR CON MARCO DE LA REUNIÓN ENTRE CARLOS CON MARCO				

Premisa 5:

Alfredo y el colaborador que acompañó a Marco a ir a la Municipalidad tienen la misma condición de nombramiento.

- Alfredo y quien acompaña a la Municipalidad tienen nombramiento y de acuerdo a la premisa 1 será quien salio con Marco el día Martes:

TABLA XIV. TABULACIÓN CONCEPTUAL Y/O SEMÁNTICA PREMISAS 1,2,3,4,5 DEL PROBLEMA 3 “ACTIVIDADES EMPRESARIALES DE COLABORADORES CON NOMBRAMIENTO Y SIN NOMBRAMIENTO EN FUNCIÓN DE NÓMINA Y DEL DÍA DE LA SEMANA ASIGNADO”

NOMBRAMIENTOS	SABADO SE DESARROLLA LA CAMPAÑA PUBLICITARIA, EN ESTE DIA ESTA EN FUNCIÓN DE NOMBRAMIENTO				
	VIERNES	JUEVES	MIÉRCOLES	VIERNES	JUEVES
SI	ALFREDO				
	CARLOS, NO SE REUNE AL DÍA SIGUIENTE CON MARCO DE LA REUNIÓN ENTRE MAURICIO CON MARCO				
NO	GUSTAVO				
SI	JORGE		MUNICIPALIDAD		
	LEONEL				
	MAURICIO, NO SE REUNE EL DÍA ANTERIOR CON MARCO DE LA REUNIÓN ENTRE CARLOS CON MARCO				

Premisa 6:

Marco fue a la junta directiva dos días después de ir a visitar las bodegas.

- La reunión de la junta directiva sería el miércoles, esto de acuerdo a la premisa 1.

TABLA XV. TABULACIÓN CONCEPTUAL Y/O SEMÁNTICA PREMISAS 1,2,3,4,5,6 DEL PROBLEMA 3 “ACTIVIDADES EMPRESARIALES DE COLABORADORES CON NOMBRAMIENTO Y SIN NOMBRAMIENTO EN FUNCIÓN DE NÓMINA Y DEL DÍA DE LA SEMANA ASIGNADO”

NOMBRAMIENTOS	SABADO SE DESARROLLA LA CAMPAÑA PUBLICITARIA, EN ESTE DIA ESTA EN FUNCIÓN DE NOMBRAMIENTO				
	VIERNES	JUEVES	MIÉRCOLES	VIERNES	JUEVES
SI	ALFREDO				
	CARLOS, NO SE REUNE AL DÍA SIGUIENTE CON MARCO DE LA REUNIÓN ENTRE MAURICIO CON MARCO				
NO	GUSTAVO				
SI	JORGE		MUNICIPALIDAD		
	LEONEL				
	MAURICIO, NO SE REUNE EL DÍA ANTERIOR CON MARCO DE LA REUNIÓN ENTRE CARLOS CON MARCO				

Premisa 7:

Alfredo acompaña a Marco a la actividad del día miércoles.

- Alfredo acompaña a Marco el miércoles y de acuerdo a la premisa 6 a la reunión de la junta directiva.

**TABLA XVI.**  
TABULACIÓN CONCEPTUAL Y/O SEMÁNTICA PREMISAS 1,2,3,4,5,6,7 DEL PROBLEMA 3 “ACTIVIDADES EMPRESARIALES DE COLABORADORES CON NOMBRAMIENTO Y SIN NOMBRAMIENTO EN FUNCIÓN DE NÓMINA Y DEL DÍA DE LA SEMANA ASIGNADO”

NOMBRAMIENTOS	COLABORADORES EMPRESARIALES	LUNES: SE VISITA A LAS BODEGAS NO TIENE NOMBRAMIENTO	MARTES: EN ESTE DÍA ESTÁ EL TERCERO QUE TIENE NOMBRAMIENTO ES JORGE	MIERCOLES: REUNION DE LA JUNTA DIRECTIVA	VIERNES	SABADO: SE DESARROLLA LA CAMPAÑA PUBLICITARIA, EN ESTE DÍA ESTÁ EL TERCER COLABORADOR QUE TIENE NOMBRAMIENTO
SI	ALFREDO			J_DIRECTIVA		
NO	CARLOS, NO SE REUNE AL DÍA SIGUIENTE CON MARCO DE LA REUNIÓN ENTRE MAURICIO CON MARCO					
NO	GUSTAVO, SALE CON MARCO EL DÍA JUEVES					
SI	JORGE		MUNICIPALIDAD			
	LEONEL					
	MAURICIO, NO SE REUNE EL DÍA ANTERIOR CON MARCO DE LA REUNIÓN ENTRE CARLOS CON MARCO					

Premisa 8:

Retrospectiva a la premisa 4.

- Gustavo salió con Marco un día después de que asistió a la junta directiva y el día antes que Mauricio acompañe a Marco.

**TABLA XVII.**  
TABULACIÓN CONCEPTUAL Y/O SEMÁNTICA PREMISAS 1,2,3,4,5,6,7,8 DEL PROBLEMA 3 “ACTIVIDADES EMPRESARIALES DE COLABORADORES CON NOMBRAMIENTO Y SIN NOMBRAMIENTO EN FUNCIÓN DE NÓMINA Y DEL DÍA DE LA SEMANA ASIGNADO”

NOMBRAMIENTOS	COLABORADORES EMPRESARIALES	LUNES: SE VISITA A LAS BODEGAS NO TIENE NOMBRAMIENTO	MARTES: EN ESTE DÍA ESTÁ EL TERCERO QUE TIENE NOMBRAMIENTO ES JORGE	MIERCOLES: REUNION DE LA JUNTA DIRECTIVA	VIERNES	SABADO: SE DESARROLLA LA CAMPAÑA PUBLICITARIA, EN ESTE DÍA ESTÁ EL TERCER COLABORADOR QUE TIENE NOMBRAMIENTO
SI	ALFREDO			J_DIRECTIVA		
NO	CARLOS, NO SE REUNE AL DÍA SIGUIENTE CON MARCO DE LA REUNIÓN ENTRE MAURICIO CON MARCO					
NO	GUSTAVO, SALE CON MARCO EL DÍA JUEVES					
SI	JORGE		MUNICIPALIDAD			
	LEONEL					
	MAURICIO, NO SE REUNE EL DÍA ANTERIOR CON MARCO DE LA REUNIÓN ENTRE CARLOS CON MARCO, MAURICIO SALE EL DÍA VIERNES					

Premisa 9:

Retrospectiva a la premisa 8, 3 y campos finales de la tabulación.

- Si Mauricio colabora el viernes con Marco de acuerdo a la premisa 8 y además no puede reunirse un día anterior de la reunión sostenida entre Carlos con Marco, entonces a Carlos le quedaría reunirse el día Lunes con Marco para visitar las bodegas, siendo Carlos además a quien le correspondería no tener el nombramiento.
- Por otra parte a Leonel le correspondería acompañar a Marco el único día disponible, Sábado que es el día después de Mauricio y donde no existe restricción alguna. Además se define que Leonel es la tercera persona con nombramiento.
- Mauricio sería quien se dedica al lanzamiento del producto, pues es el tercer colaborador de la nómina de tres que no poseen nombramiento, completando la tabla respecto a la variable cualitativa lógica, “Nombramientos”



- Finalmente, se determina que la última actividad correspondiente a la reunión de consejo sería asignada al funcionario disponible en nuestra tabulación, Gustavo.

5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

Se genera la Tabla XVIII. que contiene datos semánticos, el valor de conceptual de esta información se presenta completo, no hay posibilidades de valores incoherentes.

**TABLAXVIII.**  
**TABULACIÓN CONCEPTUAL Y/O SEMÁNTICA PREMISAS 1,2,3,4,5,6,7,8 Y 9 DEL**  
**PROBLEMA 3 “ACTIVIDADES EMPRESARIALES DE COLABORADORES CON**  
**NOMBRAMIENTO Y SIN NOMBRAMIENTO EN FUNCIÓN DE NÓMINA Y DEL DÍA DE LA**  
**SEMANA ASIGNADO”**

NOMBRAMIENTOS	COLABORADORES EMPRESARIALES	LUNES: SE VISTA A LAS BODEGAS, NO TIENE NOMBRAMIENTO	MIÉRCOLES: REUNIÓN DE LA JUNTA DIRECTIVA	JUEVES	VIERNES	SABADO: SE DESARROLLA LA CAMPAÑA PUBLICITARIA, EN ESTE DÍA ESTÁ EL FUNCIONARIO COLABORADOR QUE TIENE NOMBRAMIENTO
SI	ALFREDO		J. DIRECTIVA			
NO	CARLOS, NO SE REUNE AL DÍA SIGUIENTE CON MARCO DE LA REUNIÓN ENTRE MAURICIO CON MARCO	VISTA A LAS BODEGAS				
NO	GUSTAVO, SALE CON MARCO EL DÍA JUEVES			REUNIÓN DE CONSEJO		
SI	JORGE		MUNICIPALIDAD			
SI	LEONEL					CAMPAÑA PUBLICITARIA
NO	MAURICIO, NO SE REUNE EL DÍA ANTERIOR CON MARCO DE LA REUNIÓN ENTRE CARLOS CON MARCO, MAURICIO SALE EL DÍA VIERNES				LANZAMIENTO DEL PRODUCTO	

**VI. CONCLUSIONES**

- Uno de los pasos más importantes en la solución de estos problemas es reconocer el tipo de caso con sus respectivas relaciones y así poder encontrar las estrategias de tablas más apropiadas para resolverlos.
- Las tablas numéricas son representaciones que resultan de los datos que presentan el enunciado, se utiliza la agilidad mental para llenar correctamente cada celda con los respectivos valores numéricos correspondientes de la tabla.
- En las tablas lógicas las celdas estarán llenas solamente con dos posibles valores “Verdadero” ó “Falso” para lo cual se debe identificar la variable lógica y relacionarla con las variables cualitativas.
- Las tablas conceptuales además de ayudar a resolver problemas planteados, ayudarán a resolver problemas relacionados a la profesión. En estos problemas habrá mayor cantidad de información es por eso que hay que saber reconocer cuales son las variables independientes y cuál es la variable dependiente.
- Algo muy importante en esta unidad es resolver los problemas con paciencia y releer las veces que fuesen necesarias, en este caso es muy importante aplicar la estrategia de “postergación”.
- Se pueden reconocer tres diferentes tipos de problemas que tiene relaciones: numéricas, lógicas y conceptuales, así también las estrategias para dar a conocer la solución apropiada. La estrategia utilizada en estos problemas es la representación de dos dimensiones; estrategia eficaz que permite desarrollar la agilidad mental y tenerla abierta para posibles soluciones encontradas en el problema.
- Es importante definir una variable lógica en base a la veracidad o falsedad de la relación entre variables, considerar la

exclusión mutua que se da entre valores de una misma fila o columna. Este tipo de problemas necesitan de la concentración y análisis del problema para poder llegar a la solución esperada.

- Las tablas conceptuales requieren de más información para su solución, estas a su vez, pueden poseer más de dos variables cualitativas, las cuales se pueden tomar como independientes o dependientes.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Sánchez, Alfredo. (2012). Sistema Nacional de Nivelación y Admisión. Desarrollo del pensamiento, Tomo 3. Quito: Senescyt.

[2] Garret, R.M. *Resolución de problemas y creatividad: implicaciones para el currículo de Ciencias* Vol. 6 n13. Barcelona y Valencia: I.C.E. de la U.A.B. y Vicerrectorado de Investigación de la U.V., Noviembre 1988.

[3] Mason, John; Burton, Leone y Stacey, Kaye. *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Labor y M.E.C., 1988.

[4] G. Polya. *Cómo plantear y resolver problemas*. Versión autorizada en español de la segunda edición en inglés publicada por Achor Books.

# Problemas Relativos en el Tiempo Concretos-Abstractos

Richard M. Bernis

Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de las Fuerzas Armadas- ESPE

Sangolquí, Ecuador

rmbernis@espe.edu.ec

**Abstract—** In this unit you can see problems with two variables and the different types that can exist; as the problems with numerical values or quantitative values, logical problems or with two real values and conceptual problems which are qualitative variables whose order can be exchanges (in the tabs) according to the preference whoever solves.

**Resumen —** En esta sección se analizará problemas dinámicos, los eventos transcurren en el tiempo. Dos situaciones serán expuestas: simulación concreta y abstracta en donde se relacionará ubicaciones y recorridos, se utilizará los diagramas de flujo e intercambio tanto entre partes como en componentes diferentes, finalmente se aplicara la estrategia sujetos y fines.

## I. INTRODUCCIÓN

Los ejercicios a ser analizados presentan escenarios los cuales sufren modificaciones en el tiempo: estos problemas se los conoce como dinámicos, es conveniente para la comprensión de estos problemas ubicarse en la situación real y en lo posible reproducidos en forma directa, esto se denomina simulación concreta.

La simulación abstracta es una estrategia para la solución de problemas dinámicos, la cual se basa en la elaboración de representaciones, gráficas, diagramas, los cuales permitan visualizar las acciones que se propone en el problema, se fundamentan en la elaboración de esquemas que permiten visualizar los cambios de la variable.

Finalmente se explicara la estrategia “sujetos y fines” son situaciones dinámicas que requieren la identificación de una secuencia o una sucesión de acontecimientos. Esta estrategia requiere definir el sistema, los subsistemas estados, operadores y las restricciones presentadas.

## II. DESARROLLO DE CONTENIDOS

### A. OBJETIVOS

- Analizar problemas que presenten situaciones dinámicas y la correcta aplicación del uso de estrategias de ejecución sea simulada ó abstracta.
- Utilizar las diferentes clases y niveles de estrategias desarrolladas para eventos que se fundamentan en procedimientos simulados.

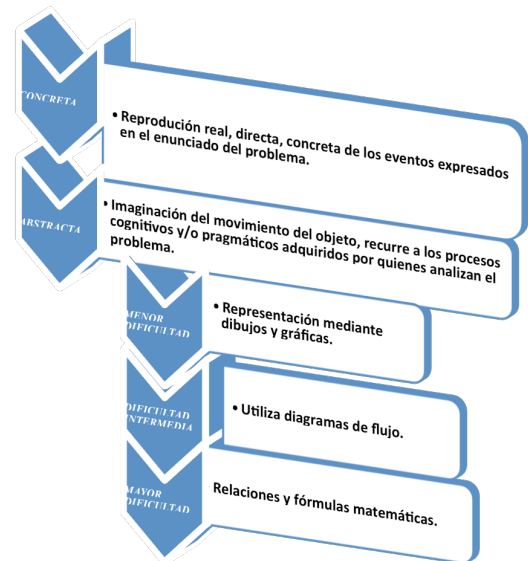


FIG 1. CLASIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS RELATIVOS EN EL TIEMPO

- Determinar el valor y la importancia de las estrategias de simulación, así como la comprensión en la resolución de problemas característicos de este tipo.
- Comprender adecuadamente la estrategia “sujetos y fines”, así como la correcta elaboración de diagramas de flujo adecuadas en el manejo de eventos en el tiempo.

### III. PROBLEMAS DINÁMICOS CONCRETOS “TÉCNICA DE RECREACIÓN”

Si existe escenarios cambiantes productos de un fenómeno es necesario ubicarse en el ambiente real, reproducirlo de forma directa todos los componentes del fenómeno o situación particular que se presenta como enunciado del problema, este proceso se dice que posee una simulación de naturaleza concreta. Los problemas dinámicos concretos permiten a quien los analiza ejecutar una reproducción del enunciado.

**Problema 1:** Un soldado en una marcha efectúa los siguientes pasos: Parte del origen en dirección sur 5 metros, efectúa un giro a la izquierda y se desplaza 10 metros, gira nuevamente a la izquierda y se desplaza 15 metros, gira en ángulo recto a la izquierda y avanza nuevamente 15 metros, rota a su izquierda en escuadra y avanza 10 metros, efectúa un giro de  $90^\circ$  a su izquierda y avanza 5 metros, sitio donde gira  $90^\circ$  a su derecha y finaliza la marcha. ¿Dónde se encuentra el soldado finalmente y en qué posición?

#### PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?
  - El problema trata de: Un soldado que en una marcha efectúa algunos pasos.
- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?
  - ¿Dónde se encuentra el soldado finalmente?

- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?

Variables cuantitativas directas:

- Desplazamientos.
- Giros.

- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema?

Variables cuantitativas indirectas:

- Ubicación.

#### Premisa 1

- Elemento de partida concreto, primera recreación: Avanza 5 metros en dirección Sur.

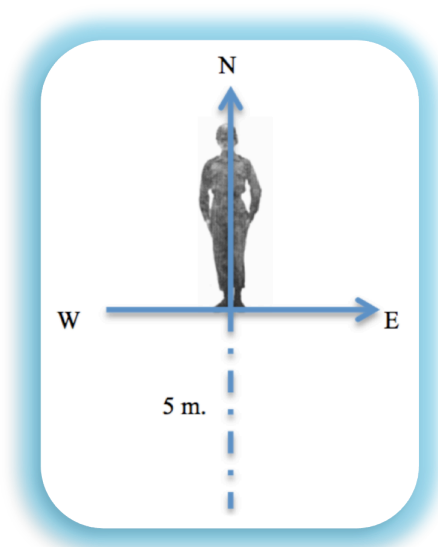


FIG 2. PREMISA 1 DEL PROBLEMA CONCRETO 1 “GIROS DEL SOLDADO”

## Premisa 2

- Segunda acción concreta del problema: Giro a la izquierda y se desplaza 10 metros.

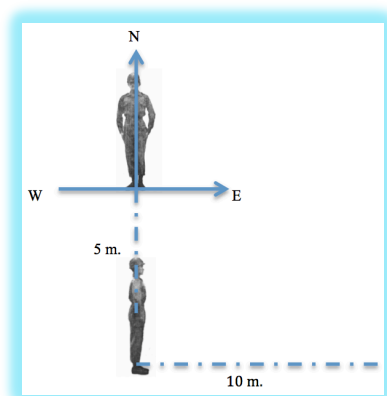


FIG 3. PREMISA 2 DEL PROBLEMA CONCRETO 1 "GIROS DEL SOLDADO"

## Premisa 4

- Cuarto evento recreado del problema: Gira en ángulo recto a la izquierda y avanza nuevamente 15 metros.

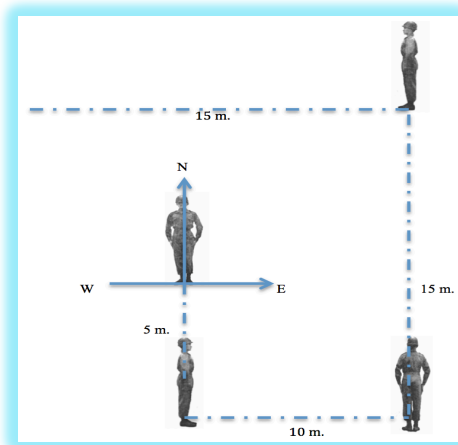


FIG 5. PREMISA 4 DEL PROBLEMA CONCRETO 1 "GIROS DEL SOLDADO"

## Premisa 3

- Tercer evento concreto recreado del problema: Gira nuevamente a la izquierda y se desplaza 15 metros.

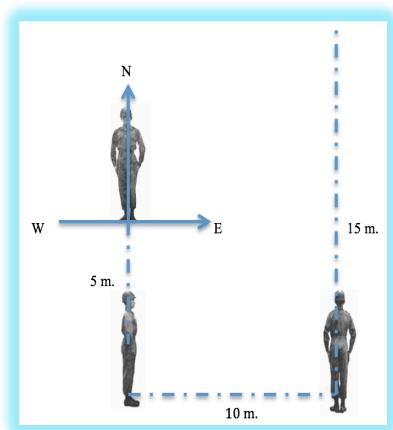


FIG 4. PREMISA 3 DEL PROBLEMA CONCRETO 1 "GIROS DEL SOLDADO"

## Premisa 5

- Quinta acción recreada del problema: Rota a su izquierda en escuadra y avanza 10 metros.

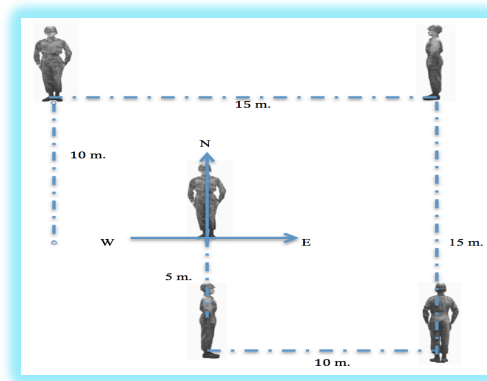


FIG 6. PREMISA 5 DEL PROBLEMA CONCRETO 1 "GIROS DEL SOLDADO"

## Premisa 6

- Último evento concreto: Giro de  $90^\circ$  a su izquierda y avanza 5 metros, sitio donde gira  $90^\circ$  a su derecha y finaliza la marcha.

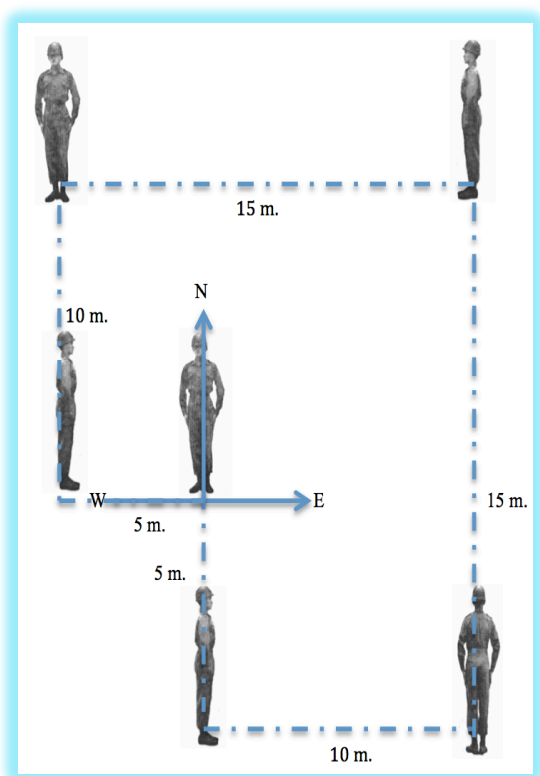


FIG 7. PREMISA 6 DEL PROBLEMA CONCRETO 1 "GIROS DEL SOLDADO"

- 5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

El soldado finaliza su marcha en el mismo sitio de partida y en la misma posición, este es un problema concreto puesto que como se observa en su totalidad fue recreado en el aula.

## IV. PROBLEMAS DINÁMICOS ABSTRACTOS CON REPRESENTACIONES GRÁFICAS.

Los problemas que para dar una solución recurren a procesos cognitivos previos, a información recopilada en el trayecto de la vida desde cuando se nace; es decir, direccionan a la memoria cerebral, logrando así abstraer la información permanente que reposa en el cerebro para finalmente reproducirla, hace referencia a los problemas dinámicos abstractos, los cuales permiten representarlos mediante diagramas, símbolos, mapas mentales y/o conceptuales.

**Problema 2:** Un caracol está en el fondo de un pozo de 18 pies de profundidad. Cada día logra subir 3 pies pero durante la noche resbala 2 pies. ¿Cuánto tiempo necesita el caracol para salir del pozo?

## PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?

El problema trata de: Un caracol que está en el fondo de un pozo y desea salir, sabiendo que: Durante el día logra subir 3 pies pero en la noche resbala 2 pies.

- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?

- ¿Cuánto tiempo necesita el caracol para salir del pozo?

- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?

- Variables cuantitativas directas

Desplazamientos:

Día: (+) 3 pies.

Noche: (-) 2 pies.

- Variables cuantitativas indirectas

Desplazamiento Efectivo: 1 pie.

- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema?

- Variables cuantitativas indirectas

Tiempo que necesita el caracol para salir del pozo.

Cálculo de los desplazamientos:

$$\begin{aligned} \text{Día1: } d(1) &= \text{Día1} - \text{Noche1} \\ d(1) &= \{3 - 2\}[\text{pies}] = 1[\text{pie}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Día2: } d(2) &= d(1) + \text{Día2} - \text{Noche2} \\ d(2) &= \{1 + (3 - 2)\}[\text{pies}] = 2[\text{pies}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Día3: } d(3) &= d(2) + \text{Día3} - \text{Noche3} \\ d(3) &= \{2 + (3 - 2)\}[\text{pies}] = 3[\text{pies}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Día4: } d(4) &= d(3) + \text{Día4} - \text{Noche4} \\ d(4) &= \{3 + (3 - 2)\}[\text{pies}] = 4[\text{pies}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Día5: } d(5) &= d(4) + \text{Día5} - \text{Noche5} \\ d(5) &= \{4 + (3 - 2)\}[\text{pies}] = 5[\text{pies}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Día6: } d(6) &= d(5) + \text{Día6} - \text{Noche6} \\ d(6) &= \{5 + (3 - 2)\}[\text{pies}] = 6[\text{pies}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Día7: } d(7) &= d(6) + \text{Día7} - \text{Noche7} \\ d(7) &= \{6 + (3 - 2)\}[\text{pies}] = 7[\text{pies}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Día8: } d(8) &= d(7) + \text{Día8} - \text{Noche8} \\ d(8) &= \{7 + (3 - 2)\}[\text{pies}] = 8[\text{pies}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Día9: } d(9) &= d(8) + \text{Día9} - \text{Noche9} \\ d(9) &= \{8 + (3 - 2)\}[\text{pies}] = 9[\text{pies}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Día10: } d(10) &= d(9) + \text{Día10} - \text{Noche10} \\ d(10) &= \{9 + (3 - 2)\}[\text{pies}] = 10[\text{pies}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Día11: } d(11) &= d(10) + \text{Día11} - \text{Noche11} \\ d(11) &= \{10 + (3 - 2)\}[\text{pies}] = 11[\text{pies}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Día12: } d(12) &= d(11) + \text{Día12} - \text{Noche12} \\ d(12) &= \{11 + (3 - 2)\}[\text{pies}] = 12[\text{pies}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Día13: } d(13) &= d(12) + \text{Día13} - \text{Noche13} \\ d(13) &= \{12 + (3 - 2)\}[\text{pies}] = 13[\text{pies}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Día14: } d(14) &= d(13) + \text{Día14} - \text{Noche14} \\ d(14) &= \{13 + (3 - 2)\}[\text{pies}] = 14[\text{pies}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Día15: } d(15) &= d(14) + \text{Día15} - \text{Noche15} \\ d(15) &= \{14 + (3 - 2)\}[\text{pies}] = 15[\text{pies}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Día16: } d(16) &= d(15) + \text{Día16} \\ d(16) &= \{15 + 3\}[\text{pies}] = 18[\text{pies}] \end{aligned}$$

- Graficar el desplazamiento que efectuaría el caracol de acuerdo al enunciado del problema.

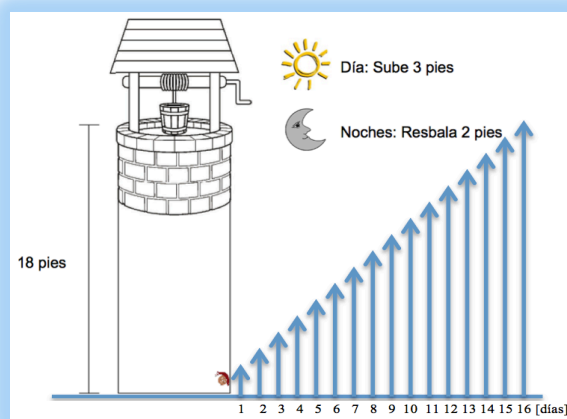


FIG 8. PROBLEMA ABSTRACTO 2 CON REPRESENTACIÓN GRÁFICA "PROBLEMA DEL CARACOL"

- 5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

Se puede obtener el algoritmo del problema para cualquier profundidad del pozo.

$$\begin{aligned} \text{Día}(p-2): d(p-2) &= d(p-3) + \text{Día}(p-2) \\ d(p-2) &= \{(p-3)+3\}[\text{pies}] = p[\text{pies}] \end{aligned}$$

donde: p = Profundidad del pozo.

#### V. PROBLEMAS DINÁMICOS ABSTRACTOS CON BASE EN DIAGRAMAS DE FLUJO.

Dentro de los problemas que varían en el tiempo existen también los problemas llamados de flujo o intercambio. Esta variable va cambiando sus valores a medida que transcurre el tiempo y se presentan en los eventos como acciones repetitivas, incrementos o decrementos. Recurrir a los diagramas de flujo permitirá construir esquemas o diagramas que permita visualizar los cambios “características de la variable” que ocurren dinámicamente en el tiempo de manera ordenada y secuencial, adicional su solución puede verse apoyada en la tabulación que consolide los valores del flujo de la variable.

**Problema 3:** Un avión logístico inicia su itinerario después del chequeo técnico partiendo de su angar en la Base Aérea de Baltra donde se embarcan 25 militares; efectúa escala en la Base Aérea de Manta donde desembarcan 10 militares y se embarcan 15 militares; efectúa otra escala en la Base Aérea de Salinas donde se embarcan 8 militares, luego en el Aeropuerto Internacional Simón Bolívar desembarcan 15 militares y se embarcan 10 militares; se dirige al Aeropuerto Mariscal Lamar desembarcando 12 militares y embarcándose 3 militares más, arriba a la Base Aérea Cotopaxi donde se embarcan 12 militares y desembarcan 5 militares, finalmente llega al Aeropuerto Internacional Mariscal Sucre. ¿Cuántos militares arribaron hasta el Aeropuerto Internacional Mariscal Sucre?, ¿Cuántos militares se encontraban después de la cuarta escala? ¿Cuántas escalas efectuó el avión logístico?

#### PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?

- El problema trata del: Desplazamiento de un avión logístico que traslada personal militar entre diferentes puntos del Ecuador.

- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?

- ¿Cuántos militares arribaron hasta el Aeropuerto Internacional Mariscal Sucre?
- ¿Cuántos militares se encontraban después de la cuarta escala?
- ¿Cuántas escalas efectuó el avión logístico?

- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?

- Variables cuantitativas directas

Número de personal militar trasladado (Embarcan y/o desembarcan).

- Variables cualitativas directas

Puntos geográficos (Escala efectuada).

- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema?

- Variables cuantitativas indirectas

Número de personal militar trasladado (Embarcan, desembarcan en las diferentes escalas).

Número de escalas efectuadas.



Representación de Flujo del Problema.

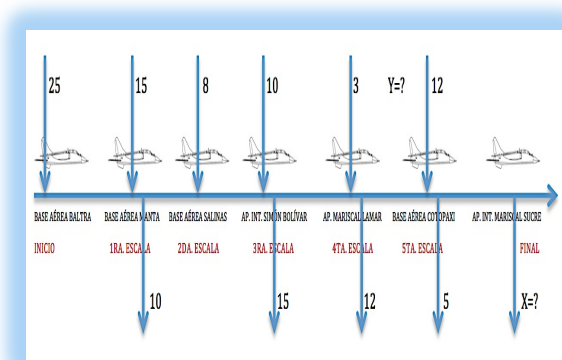


FIG 9. PROBLEMA ABSTRACTO 3 CON REPRESENTACIONES BASADAS EN DIAGRAMAS DE FLUJO, “PROBLEMA DE AVIÓN LOGÍSTICO”

Visualización geográfica del desplazamiento del avión logístico del problema.



FIG 10. PROBLEMA ABSTRACTO 3 CON REPRESENTACIONES MAPA GEOGRÁFICO, “PROBLEMA DE AVIÓN LOGÍSTICO”

Tabulación de los datos entregados en el problema.

TABLA I. TABULACIÓN DE LAS VARIABLES DEL PROBLEMA ABSTRACTO 3 “TABULACIÓN DE EVENTOS DINÁMICOS COMPONENTES DEL DIAGRAMA DE FLUJO DEL AVIÓN LOGÍSTICO”

Escala	Pasajero antes del Despegue	Pasajeros Embarcan	Pasajeros Desembarcan	Pasajeros Despegue
(INICIO) BALTRA		25		25
(PRIMERA) BASE MANTA	2	15	10	30
(SEGUNDA) BASE SALINAS	3	8		38
(TERCERA) INT. SIMÓN BOLÍVAR	0	10	15	33
(CUARTA) MARISCAL LAMAR	3	3	12	Y=24
(QUINTA) BASE COTOPAXI	3	12	5	31
(FINAL) MARISCAL INT. SUCRE			X=31	

5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

- Al Aeropuerto Internacional Mariscal Sucre arribaron 31 militares. (X=31).
- Después de la cuarta escala existen 24 militares en el avión logístico. (Y=24).
- Fueron 5 escalas las efectuadas por la aeronave.
- Haciendo retrospectiva se puede tener información adicional de la Tabla I.

**Problema 4:** Hacer las representaciones gráficas  $x(t)$  y  $v(t)$  de un auto que tiene rapidez constante de 15m/s durante 4s, luego se detiene 2s, continua después con una rapidez constante de 20m/s durante 3s, por ultimo vuelve al punto de partida con una rapidez constante de 30m/s. Determinar el tiempo empleado en todo el recorrido y la distancia total recorrida.

PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?
  - El problema trata de: un auto que cambia de rapidez en ciertos intervalos de tiempo durante su desplazamiento.
- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?
  - ¿Determinar el tiempo empleado en este recorrido y la distancia total recorrida?
- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?

- Variables cuantitativas directas

Velocidades, tiempos

Tramo A:  $V_A = 15 \text{ [m/s]}$ ,  $t_A = 4\text{s}$   
 Tramo B:  $V_B = 0 \text{ [m/s]}$ ,  $t_B = 2\text{s}$   
 Tramo C:  $V_C = 20 \text{ [m/s]}$ ,  $t_C = 3\text{s}$   
 Tramo A:  $V_R = 30 \text{ [m/s]}$

Desplazamientos

Desplazamiento A: (dA)  
 Desplazamiento B: (dB)  
 Desplazamiento C: (dC)  
 Desplazamiento R: (dR)

- Variables cuantitativas indirectas:

Tiempo de retorno: tR  
 Tiempo total: tT  
 Distancia total: tT

- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema?

- Variables cuantitativas directas

Gráfica v(t).

- Variable cuantitativas indirectas

Gráfica x(t).

Gráfica del desplazamiento del auto de acuerdo al enunciado del problema.

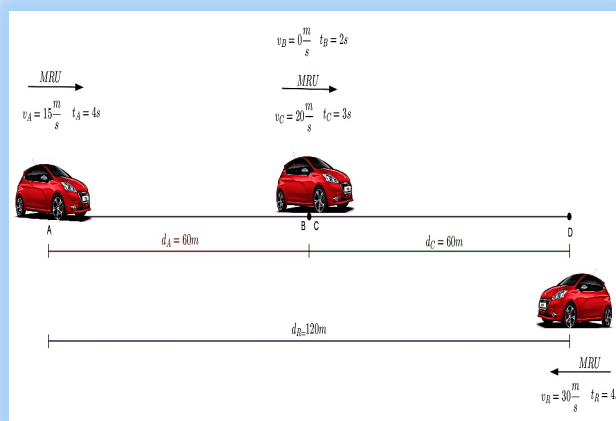


FIG 11. PROBLEMA ABSTRACTO 4 CON REPRESENTACIONES BASADAS EN DIAGRAMAS DE FLUJO, “PROBLEMA DEL AUTOMÓVIL”

Diagrama de flujo

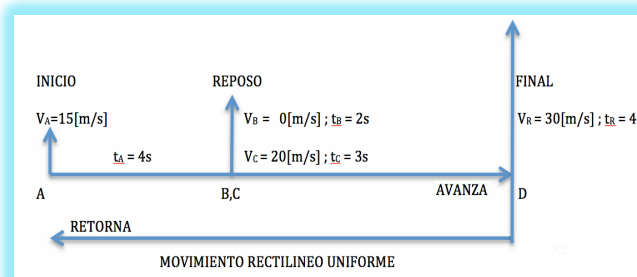


FIG 12. PROBLEMA ABSTRACTO 4 CON REPRESENTACIONES BASADAS EN DIAGRAMAS DE FLUJO, “PROBLEMA DEL AUTOMÓVIL”

- Cálculo de las distancias en los tramos A,B y C.

$$d_A = v_A t_A$$

$$d_A = (15 \text{ m/s})(4\text{s})$$

$$d_A = 60\text{m}$$

$$d_B = v_B t_B$$

$$d_B = (0 \text{ m/s})(2\text{s})$$

$$d_B = 0\text{m}$$

$$d_C = v_C t_C$$

$$d_C = (20 \text{ m/s})(3\text{s})$$

$$d_C = 60\text{m}$$

- Cálculo de las distancias en el tramo de retorno.

$$d_R = d_A + d_B + d_C$$

$$d_R = 60\text{m} + 0\text{m} + 60\text{m}$$

$$d_R = 120\text{m}$$

- Cálculo del tiempo empleado para retornar el auto al punto de partida.

$$t_R = \frac{d_R}{v_R}$$

$$t_R = \frac{120\text{m}}{30 \text{ m/s}}$$

$$t_R = 4\text{s}$$

- Cálculo de las distancias en el tramo de retorno

$$d_T = d_A + d_B + d_C + d_R$$

$$d_T = 60\text{m} + 0\text{m} + 60\text{m} + 120\text{m}$$

$$d_T = 240\text{m}$$

- Cálculo del tiempo total empleado por el auto en todo el recorrido.

$$t_T = t_A + t_B + t_C + t_R$$

$$t_T = 4\text{s} + 2\text{s} + 3\text{s} + 4\text{s}$$

$$t_T = 13\text{s}$$

- Tabulación de datos.

TABLA II.  
TABULACIÓN DE LAS VARIABLES DEL PROBLEMA ABSTRACTO 4 "TABULACIÓN DE EVENTOS DINÁMICOS DE LOS COMPONENTES DEL DIAGRAMA DE FLUJO DEL AUTOMÓVIL"

$t(\text{s})$	$x(\text{m})$	$v(\text{m/s})$	$a(\text{m/s}^2)$	Observaciones
0	0	15	0	Avanza
1	15	15	0	Avanza
2	30	15	0	Avanza
3	45	15	0	Avanza
4	60	15	0	Avanza
5	60	0	0	Detenido
6	60	0	0	Detenido
7	80	20	0	Avanza
8	100	20	0	Avanza
9	120	20	0	Avanza
10	90	-30	0	Retorna
11	60	-30	0	Retorna
12	30	-30	0	Retorna
13	0	-30	0	Retorna

- Gráfica posición en función del tiempo,  $x(t)$ .

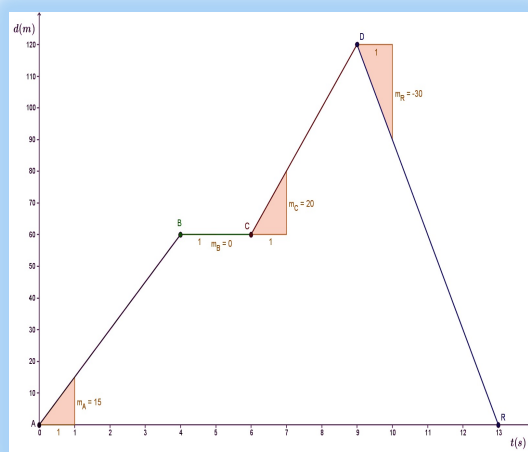


FIG 13. PROBLEMA ABSTRACTO 4 REPRESENTACIÓN POSICIÓN VS. TIEMPO, "PROBLEMA DEL AUTOMÓVIL"

- Gráfica velocidad en función del tiempo,  $v(t)$ .

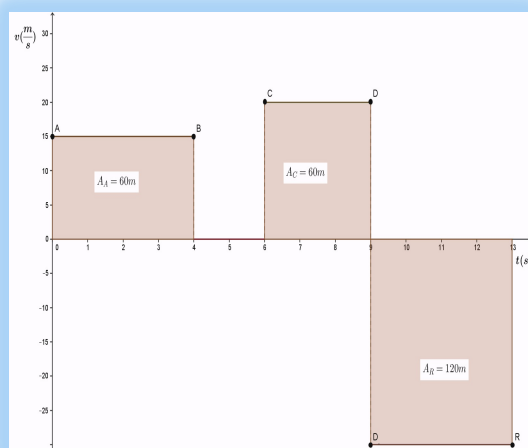


FIG 14. PROBLEMA ABSTRACTO 4 REPRESENTACIÓN VELOCIDAD VS. TIEMPO, "PROBLEMA DEL AUTOMÓVIL"

- 4) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

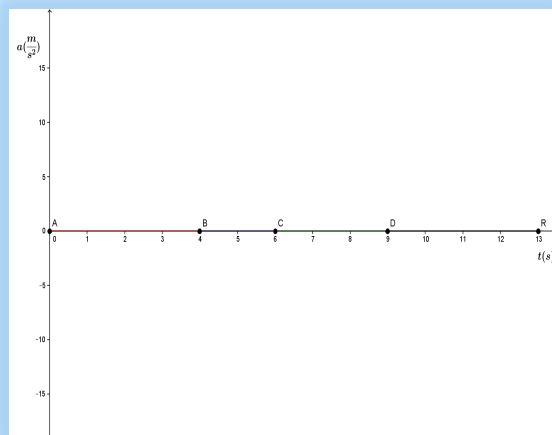


FIG 15. PROBLEMA ABSTRACTO 4 REPRESENTACIÓN ACELERACIÓN VS. TIEMPO, "PROBLEMA DEL AUTOMÓVIL"

#### VI. PROBLEMAS DINÁMICOS ABSTRACTOS CON REPRESENTACIONES GRÁFICAS.

Elaborar representaciones gráficas para un problema permiten entender, comprender y analizar de mejor manera la situación planteada en cada una de las premisas del enunciado, la graficación permite visualizar cada uno de los eventos ocurridos en el tiempo sobre la variable objeto del estudio. La representación gráfica es importante y muchas veces necesaria para alcanzar la solución correcta al problema planteado.

**Problema 5:** Un avión sale del aeropuerto de Tababela con una dirección  $148^\circ$ . Luego de volar media hora cambia de dirección a  $S65^\circ W$  y vuela dos horas, para luego desviarse a  $N15^\circ W$  y volar tres horas para por último dirigirse directamente al norte por un tiempo de una hora. Con qué rumbo debe volar y cuánto tiempo emplea en regresar al aeropuerto de Tababela, si su velocidad es de  $600\text{Km/h}$ .

PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?

- El problema trata de: Un avión que parte de Tababela, efectúa ciertos recorridos en el aire y retorna finalmente al punto de partida.

2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?

- ¿Con qué rumbo debe volar y cuánto tiempo emplea en regresar al aeropuerto de Tababela, si su velocidad es de 600Kph?

3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?

- Variables cuantitativas directas

Rumbos, tiempos:

Rumbo:  $148^\circ$  respecto a "X",  $t_1 = 0.5$  h.

Rumbo:  $S65^\circ W$ ,  $t_2 = 2.0$  h.

Rumbo:  $N15^\circ W$ ,  $t_3 = 3.0$  h.

Rumbo: N,  $t_4 = 1$  h.

Velocidad del avión: 600Kph.

- Variables cuantitativas indirectas

Desplazamientos:

Desplazamiento 1: ( $d_1$ )

Desplazamiento 2: ( $d_2$ )

Desplazamiento 3: ( $d_3$ )

Desplazamiento 4: ( $d_4$ )

Ángulos de referencia.

Coordenadas geográficas.

4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema?

- Variables cuantitativas directas

Rumbo de retorno del avión al punto de salida.

Distancia de retorno al punto de partida del avión.

- Variable cuantitativas indirectas

Tiempo de retorno del avión.

Graficar el desplazamiento del avión de acuerdo al enunciado del problema.

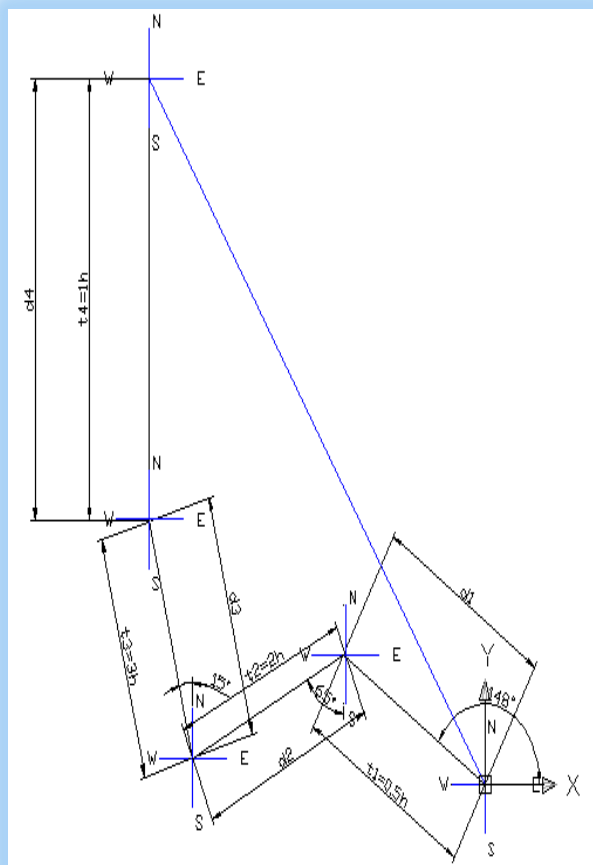


FIG 16. PROBLEMA ABSTRACTO 5 REPRESENTACIONES GRÁFICAS, "PROBLEMA DEL AVIÓN"

Cálculo de las distancias:

$$d = V * t$$

$$d1 = 600Kph * 0.5h = 300Km.$$

$$d2 = 600Kph * 2.0h = 1200Km.$$

$$d3 = 600Kph * 3.0h = 1800Km.$$

$$d4 = 600Kph * 1.0h = 600Km.$$

Cálculo de las distancias:

$$d = V * t$$

$$d1 = 600Kph * 0.5h = 300Km.$$

$$d2 = 600Kph * 2.0h = 1200Km.$$

$$d3 = 600Kph * 3.0h = 1800Km.$$

$$d4 = 600Kph * 1.0h = 600Km.$$

Cálculo de coordenadas del tramo 1:

*Rumbo* :  $148^\circ$  respecto Eje X

$$180^\circ - 148^\circ = 32^\circ$$

$$\therefore 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$$

$$X1 = 300 * \text{sen}(58^\circ) = -254.40Km$$

$$Y1 = 300 * \text{cos}(58^\circ) = 158.98Km$$

Cálculo de coordenadas del tramo 2:

*Rumbo* :  $S65^\circ W$

$$X2 = 1200 * \text{sen}(65^\circ) = -1087.57Km$$

$$Y2 = 1200 * \text{cos}(65^\circ) = -507.14Km$$

Cálculo de coordenadas del tramo 3:

*Rumbo* :  $N15^\circ W$

$$X3 = 1800 * \text{sen}(15^\circ) = -465.87Km$$

$$Y3 = 1800 * \text{cos}(15^\circ) = 1738.67Km$$

Cálculo de coordenadas del tramo 4:

*Rumbo* : Norte

$$X4 = 0Km$$

$$Y4 = +600Km$$

Suma de coordenadas en cada uno de los ejes, coordenadas de la posición final del avión antes del retorno:

$$XF = X1 + X2 + X3 + X4$$

$$XF = -254.40 - 1087.57 - 465.87 + 0$$

$$XF = -1087.84Km$$

$$YF = Y1 + Y2 + Y3 + Y4$$

$$YF = 158.98 - 507.14 + 1738.67 + 600$$

$$YF = 1990.51Km$$

$$PF = (-1087.84; 1990.51)$$

Calculo de la distancia recorrida para el retorno del avión a su punto de partida en Tababela:

$$d = \sqrt{(-1087.84)^2 + (1990.51)^2}$$

$$d = 2268.38Km$$

Calculo del tiempo empleado en el retorno del avión a su punto de partida en Tababela:

$$t = \frac{d}{V}$$

$$t = \frac{2268.38Km}{600Kph} = 3.78h$$

Calculo del rumbo a tomar para el retorno del avión a su punto de partida en Tababela:

$$\rho = \text{Tan}^{-1} \frac{1990.51}{-1087.84} = -61.34$$

$\rho = 61.34$  El ángulo se ubica en el IV Cuadrante, lo cual le convierte en positivo al multiplicarlo por (-1)

Finalmente, pasando a grados minutos y segundos, se obtiene:

$$\text{Rumbo: } S 61^\circ 20' 34.13'' E$$

- 5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

TABLA III.  
TABULACIÓN DE LAS VARIABLES DEL PROBLEMA ABSTRACTO 5 "TABULACIÓN DE EVENTOS DINÁMICOS COMPONENTES DE LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL AVIÓN"

TRAMOS: VARIABLES:	1	2	3	4	RETORNO	TOTAL
RUMBO [°]	148 EJE X	S65W	N15W	N	S61°20'34.1 3"	
ANGULO DE REFERENCIA [°]	32	65	15	90	61,34	
TIEMPO DE VUELO [h]	0.5	2	3	1	3,78	10,28
MODULO RECORRIDO [kph]	300	1200	1800	600	2268,38	6168,38
COMPONENTE EJE X [kph]	-254,40	- 1087,5 7	- 465,87	0,00	-1087,84	
COMPONENTE EJE Y [kph]	158,98	-507,14	1738,6 7	600	1990,51	

## VII. PROBLEMAS DINÁMICOS ABSTRACTOS "SUJETOS - FINES"

Los problemas dinámicos abstractos que sustentan la solución en la aplicación de la estrategia "Sujetos - Fines" buscan identificar secuencias de eventos, esto simplemente es una transformación o cambio de estado de una condición de salida hacia una condición de llegada esperada.

Aplicar esta táctica de solución plantea identificar algunos parámetros en el problema los mismos que son:

Sistema, hace referencia al medio ambiente con cada uno de los elementos e interrelaciones o correlaciones presentes.

Estados, son todas las características agrupadas que posee un objeto, situación problema ó acciones en un intervalo de tiempo, si se definen los estados de salida y de llegada cualquier otro estado sería intermedio.

Operaciones, es el agrupamiento de eventos que determinan el proceso de cambio de un estado de salida en uno de llegada, son acciones secuenciales, ordenadas e independientes.

Restricción hace referencia a los limitantes, condiciones o restricciones del sistema, determinando la acción que cumplen las operaciones, establece las secuencias en las cuales debe desarrollarse la transición de los estados.

**Problema 6:** Un chef aficionado de las matemáticas tiene dos relojes de arena, uno de 7 minutos y otro de 11 minutos ¿Cómo puede hacer para hornear una pizza exactamente en 15 minutos utilizando los dos relojes de arena?

PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?
  - El problema trata de: Un chef que tiene dos relojes de arena, uno de 7 minutos y otro de 11 minutos.
- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?
  - ¿Cómo hacer para hornear una pizza exactamente en 15 minutos?
- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Cuál es el sistema, sus estados y operadores que pueden derivar del enunciado del problema?

Sistema:

Chef.  
Relojes de arena: 7 minutos y 11 minutos.  
Hornear una pizza.

Estado de partida:

Dos relojes de arena 7 minutos y 11 minutos con la arena almacenada completamente en sus bases.

Estado de llegada:

El reloj de arena de 7 minutos marcando los 4 minutos finales.

Operaciones:

Giro de los relojes.  
Trasvase de arena que ocurre en cada uno de los relojes.  
Combinación de tiempos entre relojes.

Restricciones:

Hornear la pizza en 15 minutos exactos.

4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué aplicaciones sucesivas pueden derivar como alternativas de planificar la solución del problema?

- Condición inicial del problema. La arena reposa en la base de cada uno de los relojes.



FIG 17. PROBLEMA ABSTRACTO 6, ESPACIO SECUENCIAL DE EVENTOS 1, "PROBLEMA DEL RELOJ"

- Giro de los relojes, Tiempo transcurrido 7 minutos, en el reloj de 11 minutos restan 4 minutos.

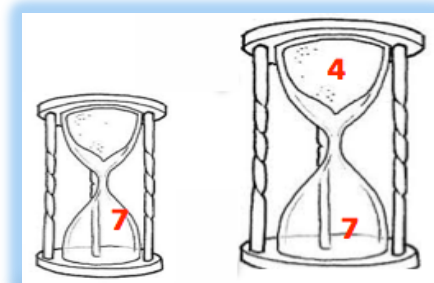


FIG 18. PROBLEMA ABSTRACTO 6, ESPACIO SECUENCIAL DE EVENTOS 2, "PROBLEMA DEL RELOJ"

- Después del segundo giro del reloj de 7 minutos transcurren 4 minutos, el tiempo total transcurrido hasta esta secuencia es 11 minutos.

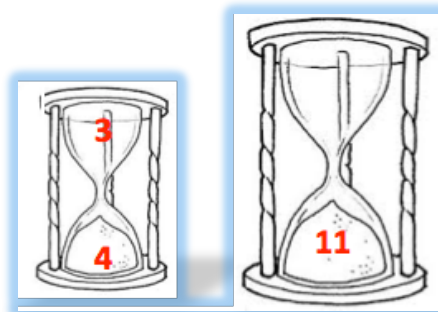


FIG 19. PROBLEMA ABSTRACTO 6, ESPACIO SECUENCIAL DE EVENTOS 3, "PROBLEMA DEL RELOJ"

- El último giro del reloj de 7 minutos hará que transcurran los 4 minutos finales, el tiempo total transcurrido hasta en esta secuencia completará los 15 minutos necesarios para hornear la pizza.





FIG 20. PROBLEMA ABSTRACTO 6, ESPACIO SECUENCIAL DE EVENTOS 4, "PROBLEMA DEL RELOJ"

#### VIII. PROBLEMAS DINÁMICOS ABSTRACTOS "ESPACIO DEL PROBLEMA"

Los problemas dinámicos abstractos que se fundamentan en la estrategia "Espacio del Problema", efectúan los mismos procesos aplicados en la estrategia "Sujetos - Fines" con la única diferencia que ahora se añade la diagramación de un grafo denominado "Espacio de problema". Este diagrama permite visualizar todos los estados generados por consecutivas aplicaciones de las operaciones que intervienen en el sistema. El problema se resuelve cuando en este tipo de diagrama se identifique correctamente la secuencia de las operaciones en la transformación de los estados iniciales planteados.

**Problema 7:** Cuatro compañeros al ir de excursión se disponen a cruzar un río utilizando para ello una muy frágil embarcación que solo soporta 100 Kg. Andrés pesa 47 Kg, Javier 49 Kg, Freddy 89 Kg. y Carlos 92 Kg. Cuántos serían los viajes mínimos que deberán ejecutar para cruzar los 4 amigos a la otra orilla?

#### PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?
- El problema trata de: Cuatro compañeros al ir de excursión se disponen a cruzar un río utilizando para ello una muy frágil embarcación que solo soportaba

100 Kg. Andrés pesa 47 Kg, Javier 49 Kg, Freddy 89 Kg. y Carlos 92 Kg.

- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?
  - ¿ Cuántos viajes deberán efectuar para cruzar los 4 amigos a la otra orilla?
- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Cuál es el sistema, sus estados y operadores que pueden derivar del enunciado del problema?

#### Sistema:

4 amigos: Andrés 47 Kg, Javier 49 Kg, Freddy 89 Kg. y Carlos 92 Kg, una frágil embarcación que solo soportaba 100 Kg y el río.

#### Estado de partida:

4 amigos: Andrés 47 Kg, Javier 49 Kg, Freddy 89 Kg. y Carlos 92 Kg, una frágil embarcación que solo soportaba 100 Kg.

#### Estado de llegada:

4 amigos: Andrés 47 Kg, Javier 49 Kg, Freddy 89 Kg. y Carlos 92 Kg, una frágil embarcación que solo soportaba 100 Kg, todos en la orilla opuesta al río.

#### Operaciones:

Cruzar los 4 amigos de la una orilla del río hacia la otra.

#### Restricciones:

- R1: Efectuar el mínimo número de viajes posibles.
- R2: Frágil embarcación que soporta solo hasta 100 Kg.
- R3: La embarcación va y viene.

4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué aplicaciones sucesivas pueden derivar como alternativas de planificar la solución del problema?

Diagrama de flujo “Medios y fines”

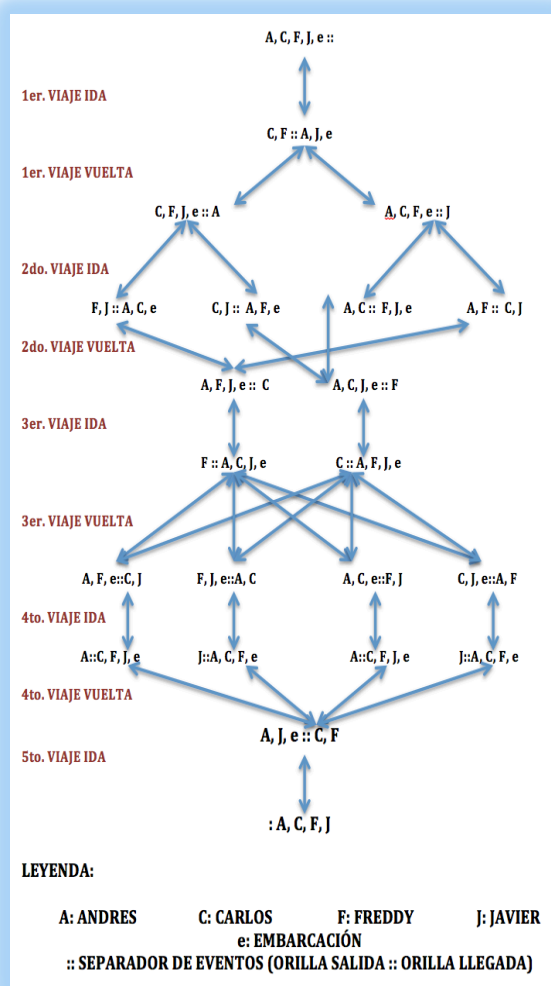


FIG 21. PROBLEMA DINÁMICO ABSTRACTO 7, ESPACIO DEL PROBLEMA, “PROBLEMA DEL CRUCE DE UN RÍO”

Posibilidades para efectuar la operación.  $No_{COMBINACIONES} = 2^n$

n: Número de variables a combinar = 4 compañeros

$2^n$ : Número de combinaciones de las variables=16 posibilidades combinaciones.

- P0: Embarcación Vacía.
- P1: Embarcación con Andrés que pesa 47 Kg.
- P2: Embarcación con Javier que pesa 49 Kg.
- P3: Embarcación con Freddy que pesa 89 Kg.
- P4: Embarcación con Carlos que pesa 92 Kg.
- P5: Embarcación con Andrés (47 Kg.) y Javier (49 Kg.)
- P6: Embarcación con Andrés (47 Kg.) y Freddy (89 Kg.)
- P7: Embarcación con Andrés (47 Kg.) y Carlos (92 Kg.)
- P8: Embarcación con Javier (49 Kg.) y Freddy (89 Kg.)
- P9: Embarcación con Javier (49 Kg.) y Carlos (92 Kg.)
- P10: Embarcación con Freddy (89 Kg.) y Carlos (92 Kg.)
- P11: Embarcación con Andrés (47 Kg.), Javier (49 Kg.) y Freddy (89 Kg.)
- P12: Embarcación con Andrés (47 Kg.), Javier (49 Kg.) y Carlos (92 Kg.)
- P13: Embarcación con Javier (49 Kg.), Freddy (89 Kg.) y Carlos (92 Kg.)

- P14: Embarcación con Freddy (89 Kg.), Carlos (92 Kg.) y Andrés (47 Kg.)
- P15: Embarcación con Andrés (47 Kg.), Javier (49 Kg.), Freddy (89 Kg.) y Carlos (92 Kg.)

Tabulación de las posibles combinaciones.

TABLA IV.  
TABULACIÓN NUMÉRICA DE LAS POSIBLES COMBINACIONES: VARIABLES DEL PROBLEMA 7 "TABULACIÓN DE EVENTOS DINÁMICOS ABSTRACTOS ESPACIO DEL PROBLEMA"

NOMBRE CÓDIGO:	CARLOS [92 KG.]	FREDDY [89 KG.]	JAVIER [49 KG.]	ANDRÉS [47 KG.]	TOTAL PESO [KG]	FACTIBILIDAD
P0	F	F	F	F	0	NO, R3
P1	F	F	F	V	47	NO, R1
P2	F	F	V	F	49	NO, R1
P5	F	F	V	V	96	SI
P3	F	V	F	F	89	NO, R3
P6	F	V	F	V	136	NO, R2
P8	F	V	V	F	138	NO, R2
P11	F	V	V	V	185	NO, R2
P4	V	F	F	F	92	NO, R3
P7	V	F	F	V	139	NO, R2
P9	V	F	V	F	141	NO, R2
P12	V	F	V	V	188	NO, R2
P10	V	V	F	F	181	NO, R2
P14	V	V	F	V	228	NO, R2
P13	V	V	V	F	230	NO, R2
P15	V	V	V	V	277	NO, R2

Partimos de la premisa posible y la cual cumple con todas las restricciones establecidas: P5.

TABLA V.  
TABULACIÓN NUMÉRICA DE 1 DE LAS 8 POSIBLES SOLUCIONES: 4 VARIABLES DEL PROBLEMA 7 "TABULACIÓN DE EVENTOS DINÁMICOS ABSTRACTOS ESPACIO DEL PROBLEMA"

NOMBRE EVENTO:	CARLOS [92 KG.]	FREDDY [89 KG.]	JAVIER [49 KG.]	ANDRÉS [47 KG.]	TOTAL PESO [KG]
1ER. VIAJE IDA	FALSO	FALSO	VERDADERO	VERDADERO	96
1ER. VIAJE VUELTA	FALSO	FALSO	FALSO	VERDADERO	47
2DO. VIAJE IDA	FALSO	VERDADERO	FALSO	FALSO	89
2DO. VIAJE VUELTA	FALSO	FALSO	VERDADERO	FALSO	49
3ER. VIAJE IDA	FALSO	FALSO	VERDADERO	VERDADERO	96
3ER. VIAJE VUELTA	FALSO	FALSO	FALSO	VERDADERO	47
4TO. VIAJE IDA	VERDADERO	FALSO	FALSO	FALSO	92
4TO. VIAJE VUELTA	FALSO	FALSO	VERDADERO	FALSO	49
5TO. VIAJE IDA	FALSO	FALSO	VERDADERO	VERDADERO	96

5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

- Tienen que efectuar nueve viajes, 5 viajes de ida y 4 de vuelta.
- Existen 7 soluciones más que se originan en el diagrama de flujo "Espacio del Problema" Fig 21.

#### IV. CONCLUSIONES

- La estrategia medio fines, es muy sofisticada al momento de solucionar problemas dinámicos, consiste en identificar una consecuencia de eventos que transformen el estado de salida o de partida en el estado final o de llegada.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Sánchez, Alfredo. (2012). Sistema Nacional de Nivelación y Admisión. Desarrollo del pensamiento, Tomo 3. Quito: Senescyt.

[2] Garret, R.M. *Resolución de problemas y creatividad: implicaciones para el currículo de Ciencias* Vol. 6 n13. Barcelona y Valencia: I.C.E. de la U.A.B. y Vicerrectorado de Investigación de la U.V., Noviembre 1988.

[3] Mason, John; Burton, Leone y Stacey, Kaye. *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Labor y M.E.C., 1988.

[4] G. Polya. *Cómo plantear y resolver problemas*. Versión autorizada en español de la segunda edición en inglés publicada por Achor Books.

# Problemas de Búsqueda Exhaustiva

Richard M. Bernis

Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de las Fuerzas Armadas- ESPE  
Sangolquí, Ecuador  
rmbernis@espe.edu.ec

**Abstract**—In the previous unit we noted that the solution of a problem is easier using the graphical and mental representation of the statement, in the following problems we can't use this strategy, since now, and there will be a comprehensive systematic and ordered search which will help us to avoid random test results which are usually negative or frustrating.

**Resumen** — La solución de un problema no siempre se resuelve con una representación gráfica y mental de las premisas interpretadas del enunciado, en los siguientes problemas no se podrá utilizar estas estrategias; ahora se ejecutará la técnica de búsqueda exhaustiva sistemática y ordenada la cual ayudará a evitar la aplicación de técnicas simples de prueba y ensayo que generan resultados erróneos los cuales suelen ser frustrantes para quienes lo resuelven.

## I. INTRODUCCIÓN

Al momento de resolver un problema es de mucha ayuda recurrir a representaciones mentales, pero no todos los problemas dan lugar a ser plasmados en una gráfica. A continuación se sugiere estrategias como el tanteo sistemático por acotación del error, la estrategia binaria para el tanteo sistemático y la denominada búsqueda exhaustiva; las cuales nos permitirán desarrollar un orden para hallar la respuesta a este tipo de problemas.

## II. DESARROLLO DE CONTENIDOS

### A. OBJETIVOS

- Reconocer los tipos de problemas que admiten la aplicación inmediata de las diferentes estrategias en relación a los problemas de tanteo sistemático.

- En problemas sistemáticos por acotación de error, lograr definir el rango adecuado de todas las soluciones tentativas al problema, evaluar sus extremos dentro del rango seleccionado y verificar la respuesta obtenida.
- Reconocer los problemas de búsqueda sistemática, luego determinar el valor de la respuesta en función a la discriminación de respuestas tentativas sometiéndolas al proceso de validación.
- Identificar las características de la solución, en base a estas características proceder adecuadamente en la búsqueda sistemática exhaustiva hasta encontrar la respuesta.

## III. PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO POR ACOTACIÓN DE ERROR.

*Tanteo sistemático por acotación del error:* Requiere definir el rango de todas las soluciones tentativas del problema. Se recomienda iniciar la evaluación en primera instancia de los extremos del rango.

- Se exploran las soluciones tentativas sin desviarnos de los requerimientos del enunciado. Dicha solución tentativa será la respuesta.

*Estrategia binaria para el tanteo sistemático:* Requiere ordenar el conjunto de soluciones tentativas aplicando un criterio de validación, y se procede a identificar el rango en el que está la solución.

- El proceso mencionado sobre esta estrategia se repetirá hasta encontrar la solución.

FIG 1. CLASIFICACIÓN DE PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO POR ACOTACIÓN DE ERROR

**Problema 1:** Un granjero tiene en dos corrales organizados tanto cerdos como patos. Se sabe que existen en total 32 animales entre cerdos y patos, el número total de patas de los animales suman 104, adicional se conoce que los corrales son paralelepípedos rectangulares y contiguos, juntos conforman un paralelepípedo rectangular mayor donde su frente y altura son iguales pero menores a su profundidad. El frente mide un número entero y par, el perímetro del paralelepípedo rectangular mayor es 116m. y su área está comprendida entre  $340 \text{ m}^2$ . y  $410 \text{ m}^2$ . Cuántos animales de cada tipo existen?. Cuáles son las medidas del paralelepípedo rectangular mayor formado por los dos corrales contiguos?

PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?
  - El problema trata de: Una granja con dos corrales contiguos y organizados donde existen cerdos y patos, se conocen el número total de patas de los animales. Adicional hace referencia a las medidas espaciales ocupado por los animales.
- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?
  - Cuántos animales de cada tipo existen?. Cuáles son las medidas del paralelepípedo rectangular mayor formado por los dos corrales contiguos?
- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?

- Variables cuantitativas directas.

Total de animales = 32.

Total de número de patas de los animales = 104.

Dimensiones del Paralelepípedo rectangular mayor:

[Frente (a) = Altura (h)=2n] < [Profundidad = b]

Perímetro = P = 116 m.

$340 \text{ m}^2 < \text{Area} = A < 410 \text{ m}^2$ .

n: Número entero positivo.

- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema?

- Variables cuantitativas indirectas.

Número de Cerdos = C

Número de Patos = P

Dimensiones del Paralelepípedo rectangular mayor:

Frente (a) = Altura (h)

Profundidad = b

Área = A

Tabulación de las 32 combinaciones posibles de los animales "Cerdos y Patos". Método sistemático de tanteo por acotación de error considerando extremos.

TABLA I.  
TABULACIÓN DE DATOS ANIMALES DE GRANJA “PROCESO SISTEMÁTICO DE  
TANTEO POR ACOTACIÓN DEL ERROR - EXTREMOS”, PROBLEMA 1

CERDOS	PATOS	TOTAL DE ANIMALES	TOTAL DE PATAS
1	31	32	66
2	30	32	68
3	29	32	70
4	28	32	72
5	27	32	74
6	26	32	76
7	25	32	78
8	24	32	80
9	23	32	82
10	22	32	84
11	21	32	86
12	20	32	88
13	19	32	90
14	18	32	92
15	17	32	94
16	16	32	96
17	15	32	98
18	14	32	100
19	13	32	102
20	12	32	104
21	11	32	106
22	10	32	108
23	9	32	110
24	8	32	112
25	7	32	114
26	6	32	116
27	5	32	118
28	4	32	120
29	3	32	122
30	2	32	124
31	1	32	126

Tabulación de las 32 combinaciones posibles de los animales “Cerdos y Patos”. Método sistemático de tanteo por acotación de error binario.

TABLA II.  
TABULACIÓN DE DATOS ANIMALES DE GRANJA “PROCESO SISTEMÁTICO DE  
TANTEO POR ACOTACIÓN DEL ERROR - BINARIA”, PROBLEMA 1

CERDOS	PATOS	TOTAL DE ANIMALES	TOTAL DE PATAS
1	31	32	66
2	30	32	68
3	29	32	70
4	28	32	72
5	27	32	74
6	26	32	76
7	25	32	78
8	24	32	80
9	23	32	82
10	22	32	84
11	21	32	86
12	20	32	88
13	19	32	90
14	18	32	92
15	17	32	94
16	16	32	96
17	15	32	98
18	14	32	100
19	13	32	102
20	12	32	104
21	11	32	106
22	10	32	108
23	9	32	110
24	8	32	112
25	7	32	114
26	6	32	116
27	5	32	118
28	4	32	120
29	3	32	122
30	2	32	124
31	1	32	126

Tabulación de las combinaciones posibles para las dimensiones de la granja “Paralelepípedo rectangular”.

Método sistemático de tanteo por acotación de error considerando extremos.

TABLA III.  
TABULACIÓN DE DATOS DIMENSIONES "PROCESO SISTEMÁTICO DE TANTEO POR ACOTACIÓN DEL ERROR - EXTREMOS", PROBLEMA 1

N	FRENTE(a) = ALTURA(h) = $2n < b$ [m]	PERIMETRO [m]	PROFUNDIDAD=b $b=[(P/2)-a]$ [m]	AREA [m <sup>2</sup> ]
1	2	116	56	112
2	4	116	54	216
3	6	116	52	312
4	8	116	50	400
5	10	116	48	480
6	12	116	46	552
7	14	116	44	616
8	16	116	42	672
9	18	116	40	720
10	20	116	38	760
11	22	116	36	792
12	24	116	34	816
13	26	116	32	832
14	28	116	30	840
15	30	116	28	840
16	32	116	26	832
17	34	116	24	816
18	36	116	22	792
19	38	116	20	760
20	40	116	18	720
21	42	116	16	672
22	44	116	14	616
23	46	116	12	552
24	48	116	10	480
25	50	116	8	400
26	52	116	6	312
27	54	116	4	216
28	56	116	2	112
29	58	116	0	0

rectangular". Método sistemático de tanteo por acotación de error binario.

TABLA IV.  
TABULACIÓN DE DATOS DIMENSIONES "PROCESO SISTEMÁTICO DE TANTEO POR ACOTACIÓN DEL ERROR - BINARIA", PROBLEMA 1

n	FRENTE(a) = ALTURA(h) $= 2n < b$ [m]	PERIMETRO [m]	PROFUNDIDAD=b $b=[(P/2)-a]$ [m]	AREA [m <sup>2</sup> ]
1	2	116	56	112
2	4	116	54	216
3	6	116	52	312
4	8	116	50	400
5	10	116	48	480
6	12	116	46	552
7	14	116	44	616
8	16	116	42	672
9	18	116	40	720
10	20	116	38	760
11	22	116	36	792
12	24	116	34	816
13	26	116	32	832
14	28	116	30	840
15	30	116	28	840
16	32	116	26	832
17	34	116	24	816
18	36	116	22	792
19	38	116	20	760
20	40	116	18	720
21	42	116	16	672
22	44	116	14	616
23	46	116	12	552
24	48	116	10	480
25	50	116	8	400
26	52	116	6	312
27	54	116	4	216
28	56	116	2	112
29	58	116	0	0

- Tabulación de las combinaciones posibles para las dimensiones de la granja "Paralelepípedo



5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

- Resolución Algebraica (Animales):

$$C + P = 32 \quad [\text{Ec.1}]$$

$$4C + 2P = 104 \quad [\text{Ec.2}]$$

$$C = 20 \text{ y } P = 12 \quad \text{Sistema } [\text{Ec.1}][\text{Ec.2}]$$

6) Resolución Algebraica (Dimensiones):

$$P = 2a + 2b = 2(2n) + 2b = 2(2n + b) = 2(a + b)$$

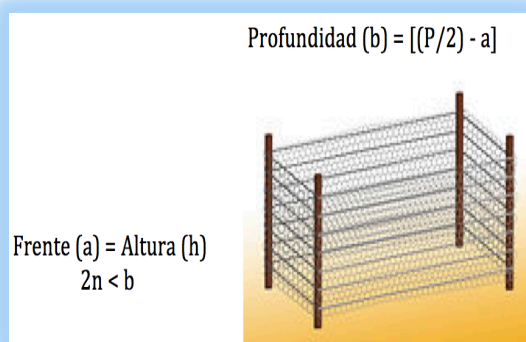


FIG 2. PROBLEMAS SISTÉMICOS, ACCIÓN RETROSPECTIVA, “PROBLEMA 1 DE LA GRANJA”

#### IV. PROBLEMAS POR CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES

Este tipo de problemas no permiten armar una esquema de solución tentativa, resulta más práctico tratar de armar la respuesta que cumpla con todos los requerimientos del enunciado. Esto se realizará mediante la estrategia de búsqueda exhaustiva por construcción de soluciones.

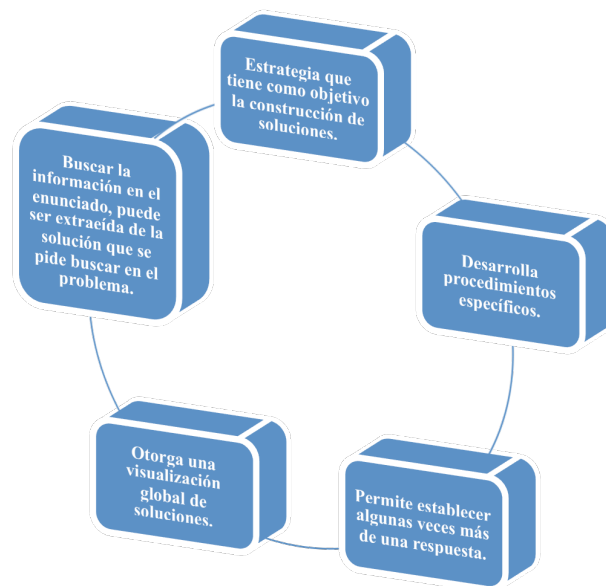


FIG 3. CLASIFICACIÓN DE PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO POR CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES

**Problema 2:** Se tiene una hoja de vinil para publicidad de dimensiones: 8 ft. de ancho por 11 ft. de largo. Se necesita recortar un rectángulo referencial patrón de 2 ft. de ancho por 11 ft. de largo. ¿En ausencia de un metro para efectuar las medidas respectivas, Cómo se debería hacerlo usando la misma hoja de vinil?

PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?

- El problema trata de: Una hoja de vinil para publicidad de dimensiones, 8 ft. de ancho por 11 ft. de largo.
- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?
- ¿Cómo se podría formar exactamente un rectángulo referencial patrón de 2 ft. de ancho por 11 ft. de largo haciendo usando la hoja de vinil disponible?
- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?
- Variables cuantitativas directas.

Dimensiones de la hoja de vinil:

Ancho: 8 pulgadas

Largo: 11 pulgadas

- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema?

Variables cuantitativas indirectas.

Dimensiones:

Ancho: 2 pulgadas.

Largo: 11 pulgadas.

Primera construcción concreta del problema: A lo largo de la hoja, tomar los extremos izquierdos y llevarlas hacia los extremos derechos. Así se determina la primera línea central referencial.



FIG 4. PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO "CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES", ACCIÓN 1, "PROBLEMA 2 HOJA DE VINIL"

Segunda construcción concreta del problema: A lo largo de la hoja, tomar los extremos de la primera línea imaginaria y llevarlas hacia los extremos ya unidos anteriormente. Así se determina la segunda línea central referencial.

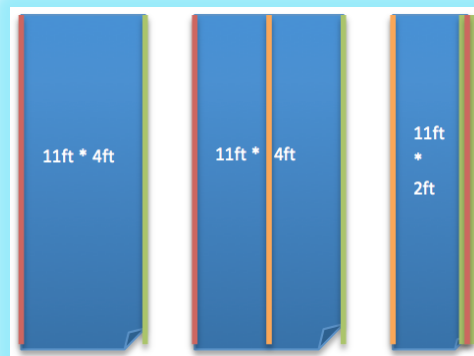


FIG 5. PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO "CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES", ACCIÓN 2, "PROBLEMA 2 HOJA DE VINIL"

- 5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

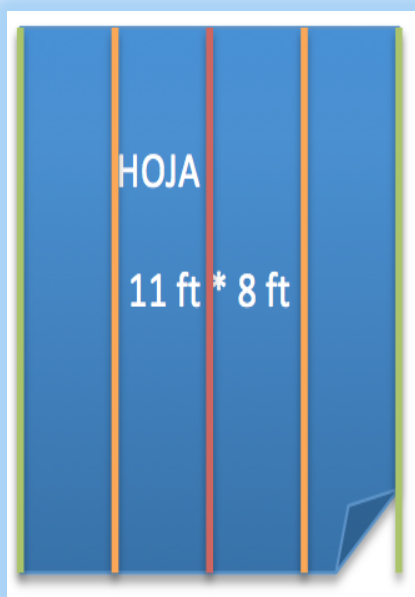


FIG 6. PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO “CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES”, ACCIÓN 3, “PROBLEMA 2 HOJA DE VINIL”

**Problema 3:** Dado los números del 1 al 9, colocarlos en los cuadros que conforman la matriz  $3 \times 3$  de tal forma que cada fila, columna y diagonal siempre sumen 15.

PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?

El problema trata de: Números del 1 al 9 que deben ser distribuidos en una matriz  $3 \times 3$ .

- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?

- Cada fila, columna y diagonal de la matriz  $3 \times 3$  siempre debe sumar 15.

- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?

- Variables cuantitativas directas.

Números del 1 al 9.

- Variables cuantitativas indirectas.

Suma en filas, columnas y diagonales igual a 15.

- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema?

- Análisis individual de elementos que cumplan el requisito:

Del 1 al 9 ningún número por si solo esta en la capacidad de generar el número 15, por lo cual se descarta esta posibilidad.

Importante, la matriz está conformada por triadas.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

- Combinaciones duales.

$$7 + 8 = 15$$





FIG 8. COMBINACIONES TRIADAS, PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO “CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES” “PROBLEMA 3 DE MATRIZ 9x9”

- Combinaciones cuartetos.

La matriz cuadrada queda perfectamente conformada por las triadas encontradas, aún cuando no son requeridas estas combinaciones de cuartetos se las incluye de manera que pueda mostrarse como se procede al incrementar el patrón en función del orden de la matriz cuadrada.

$$1 + 2 + 3 + 9 = 15$$

$$2 + 3 + 4 + 6 = 15$$

VARIABLES:	SUMA	VARIABLES:	SUMA
PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9		PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9	
1+2+3		4+5+6	
6	10		
6 4	11		
6 5	12		
6 6	13	15	22
6 7	14	15	23
6 8	15	15	24
6 9	15		
VARIABLES:	SUMA	VARIABLES:	SUMA
PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9		PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9	
2+3+4		5+6+7	
9	14		
9 5	15		
9 6	16	18	26
9 7	17	18	27
9 8	18		
9 9	18		
VARIABLES:	SUMA	VARIABLES:	SUMA
PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9		PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9	
3+4+5		6+7+8	
12	18		
12 6	19		
12 7	20	21	30
12 8	21		
12 9	21		

FIG 9. COMBINACIONES CUARTETOS, PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO “CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES” “PROBLEMA 3 DE MATRIZ 9x9”

- Combinaciones quintetos:

La matriz cuadrada queda perfectamente conformada por las triadas encontradas, aún cuando no son requeridas estas combinaciones de quintetos se las incluye de manera que pueda mostrarse como se procede al incrementar el patrón en función del orden de la matriz cuadrada.

$$1 + 2 + 3 + 9 = 15$$

$$2 + 3 + 4 + 6 = 15$$

VARIABLES:	SUMA	VARIABLES:	SUMA
PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9		PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9	
1+2+3+4		4+5+6+7	
10	15		
10 5	16		
10 6	17	22	30
10 7	18	22	31
10 8	19		
10 9	19		
VARIABLES:	SUMA	VARIABLES:	SUMA
PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9		PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9	
2+3+4+5		5+6+7+8	
14	20		
14 6	21		
14 7	22	26	35
14 8	23		
14 9	23		
VARIABLES:	SUMA	COMBINATORIAS DE SUMATORIAS CON 5 VARIABLES	
PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9			
3+4+5+6			
18	25		
18 7	26		
18 8	27		
18 9	27		

FIG 10. COMBINACIONES QUINTETOS, PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO “CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES” “PROBLEMA 3 DE MATRIZ 9x9”

- Combinaciones sextetos.

La matriz cuadrada queda perfectamente conformada por las triadas encontradas, aún cuando no son requeridas estas combinaciones de sextetos se efectúa su búsqueda, sin resultados, todas las combinaciones dan una suma superior a 15.

VARIABLES:	SUMA	VARIABLES:	SUMA
PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9		PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9	
1+2+3+4+5		3+4+5+6+7	
15	21		
15 6	22	25	33
15 7	23	25	34
15 8	24		
15 9	24		
VARIABLES:	SUMA	VARIABLES:	SUMA
PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9		PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9	
2+3+4+5+6		4+5+6+7+8	
20	27		
20 7	28	30	39
20 8	29		
20 9	29		

FIG 11. COMBINACIONES SEXTETOS, PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO “CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES” “PROBLEMA 3 DE MARIZ 9x9”

- Combinaciones septetos:

La matriz cuadrada queda perfectamente conformada por las triadas encontradas, aún cuando no son requeridas estas combinaciones de septetos se efectúa su búsqueda, sin resultados, todas las combinaciones dan una suma superior a 15.

VARIABLES:	SUMA	VARIABLES:	SUMA
PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9		PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9	
1+2+3+4+5+6		3+4+5+6+7+8	
21	7	28	
21	8	29	
21	9	30	33 9 42
VARIABLES:	SUMA	VARIABLES:	SUMA
PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9		PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9	
2+3+4+5+6+7		3+4+5+6+7	
27	8	35	25 8 33
27	9	36	25 9 34

FIG 12. COMBINACIONES SEPTETOS, PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO “CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES” “PROBLEMA 3 DE MATRIZ 9x9”

- Combinaciones octetos y nonetos:

La matriz cuadrada queda perfectamente conformada por las triadas encontradas, aún cuando no son requeridas estas combinaciones de octetos y nonetos se efectúa su búsqueda, sin resultados, todas las combinaciones dan una suma superior a 15.

VARIABLES:	SUMA	VARIABLES:	SUMA
PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9		PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9	
1+2+3+4+5+6+7		2+3+4+5+6+7+8	
28	8	36	
28	9	37	35 9 44
COMBINATORIAS DE SUMATORIAS CON 8 VARIABLES			
VARIABLES:	SUMA		
PATRON: 1 2 3 4 5 6 7 8 9			
1+2+3+4+5+6+7+8			
36	9	45	COMBINATORIAS DE SUMATORIAS CON 9 VARIABLES

FIG 13. COMBINACIONES OCTETOS Y NONETOS, PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO “CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES” “PROBLEMA 3 DE MATRIZ 9x9”

- Análisis de las triadas a utilizar en la solución.

La matriz cuadrada queda perfectamente conformada por las 8 triadas encontradas, estas combinaciones siempre dan una suma igual a 15. Ahora se deberá efectuar el análisis de los elementos que conforman las triadas verificando su valor de repetibilidad.

PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?

El problema trata de: Números del 1 al 9 que deben ser distribuidos en una matriz 3 x 3.

2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?

- Cada fila, columna y diagonal de la matriz 3 x 3 siempre debe sumar 15.

3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?

Variables cuantitativas directas:

- Números del 1 al 9.

Variables cuantitativas indirectas:

- Suma en filas, columnas, diagonales 15.

4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema?

Triadas:

$$1 + 5 + 9 = 15$$

$$1 + 6 + 8 = 15$$

$$2 + 4 + 9 = 15$$

$$2 + 5 + 8 = 15$$

$$2 + 6 + 7 = 15$$

$$3 + 4 + 8 = 15$$

$$3 + 5 + 7 = 15$$

$$4 + 5 + 6 = 15$$

Repetibilidad:

TABLA V.  
TABULACIÓN DE DATOS Y REPETIBILIDAD "PROCESO CONSTRUCCIÓN SOLUCIONES", PROBLEMA 3

NÚMERO	REPETIBILIDAD	UBICACIÓN MATRIZ
1	2	CRUCE DUAL
2	3	ESQUINA
3	2	CRUCE DUAL
4	3	ESQUINA
5	4	CENTRO
6	3	ESQUINA
7	2	CRUCE DUAL
8	3	ESQUINA
9	2	CRUCE DUAL

Solución:

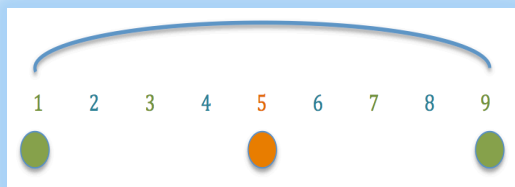
TABLA VI.  
MATRIZ DE DATOS "PROCESO SISTEMÁTICO DE CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES", PROBLEMA 3 DE MATRIZ 9\*9

4	3	8
9	5	1
2	7	6

5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

- Se puede obtener la matriz de datos efectuando un análisis más simple de los elementos que conforman el problema .





- Se ordena los datos de mayor a menor, luego se efectúa la semisuma de estos extremos y se obtiene el punto medio:

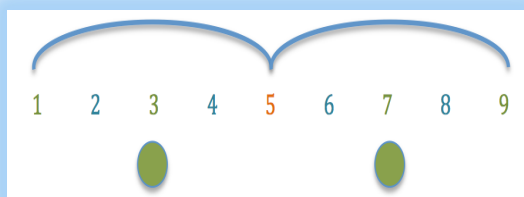
$$\text{Elemento Central} = [1 + 9] / 2 = 5$$

- Los extremos conforman los dos primeros elementos del cruce dual.

$$\text{Elemento Cruce Dual 1} = 1$$

$$\text{Elemento Cruce Dual 2} = 9$$

- Se efectúa la semisuma de cada extremo con el elemento central encontrado y se obtiene los dos elementos restantes del cruce dual:

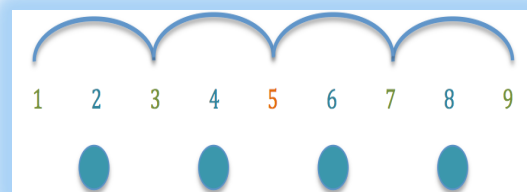


$$\text{Elemento Cruce Dual 3} = [1 + 5] / 2 = 3$$

$$\text{Elemento Cruce Dual 4} = [5 + 9] / 2 = 7$$

- Finalmente, se efectúa la semisuma entre los pares de elementos del cruce dual encontrados y entre los

elementos del cruce dual y el central, obteniéndose los cuatro elementos esquineros:



$$\text{Elemento Esquinero 1} = [1 + 3] / 2 = 2$$

$$\text{Elemento Esquinero 2} = [3 + 5] / 2 = 4$$

$$\text{Elemento Esquinero 3} = [5 + 7] / 2 = 6$$

$$\text{Elemento Esquinero 4} = [7 + 9] / 2 = 8$$

TABLA. VII  
MATRIZ DE DATOS "PROCESO SISTEMÁTICO DE CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES", PROBLEMA 3 DE MATRIZ 9x9

4	3	8
9	5	1
2	7	6

**Problema 4:** Colocar los dígitos del 1 al 9 utilizandolos una sola vez en cada uno de los cuadros de tal manera que la suma siempre sea igual a 15. ¿Cuál o cuáles números puedo colocar en las celdas? Expresar todas las soluciones al problema?

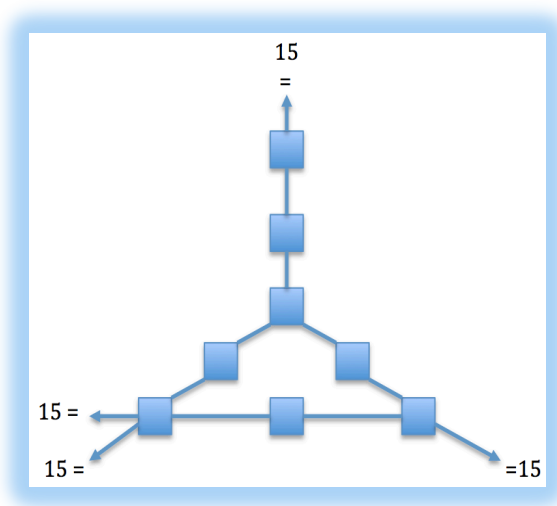


FIG 14. COMBINACIONES, PROBLEMAS POR TANTEE SISTEMÁTICO "CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES DE DÍGITOS" "PROBLEMA 4"

PROCESO DE SOLUCIÓN:

- Análisis de las triadas a utilizar en la solución:

Las triadas encontradas son 8 combinaciones, siempre dan una suma igual a 15. Ahora se deberá efectuar el análisis de los elementos que conforman las triadas verificando su valor de repetibilidad.

Triadas:	$1 + 5 + 9 = 15$
	$1 + 6 + 8 = 15$
	$2 + 4 + 9 = 15$
	$2 + 5 + 8 = 15$
	$2 + 6 + 7 = 15$
	$3 + 4 + 8 = 15$
	$3 + 5 + 7 = 15$

$$4 + 5 + 6 = 15$$

Repetibilidad:

TABLA VIII.  
TABULACIÓN DE DATOS Y REPETIBILIDAD "PROCESO CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES DE DÍGITOS", PROBLEMA 4

NÚMERO	REPETIBILIDAD	UBICACIÓN MATRIZ
1	2	LATERAL
2	3	TRIADA
3	2	LATERAL
4	3	TRIADA
5	4	CONECTOR
6	3	TRIADA
7	2	LATERAL
8	3	TRIADA
9	2	LATERAL

- Solución:

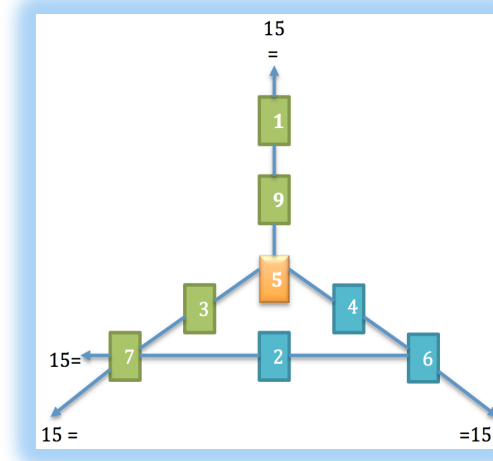


FIG 15. COMBINACIONES, PROBLEMAS POR TANTEE SISTEMÁTICO "CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES DE DÍGITOS" "PROBLEMA 4"

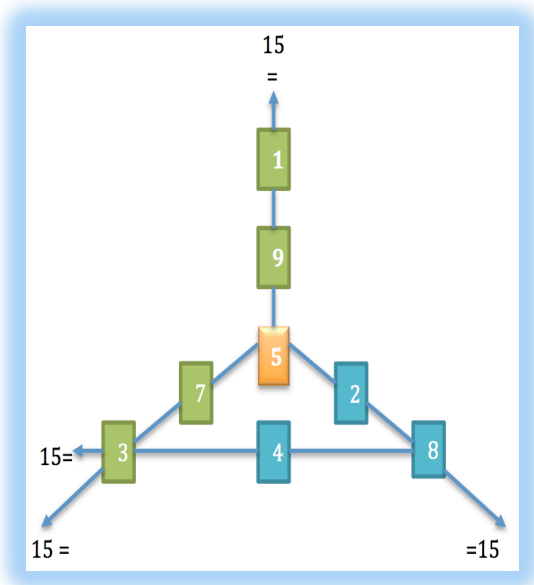


FIG 16. COMBINACIONES, PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO “CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES DE DÍGITOS 2” “PROBLEMA 4”

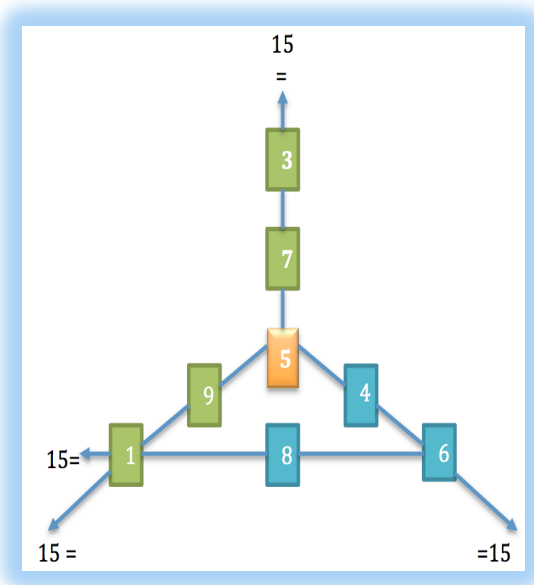


FIG 18. COMBINACIONES, PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO “CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES DE DÍGITOS 4” “PROBLEMA 4”

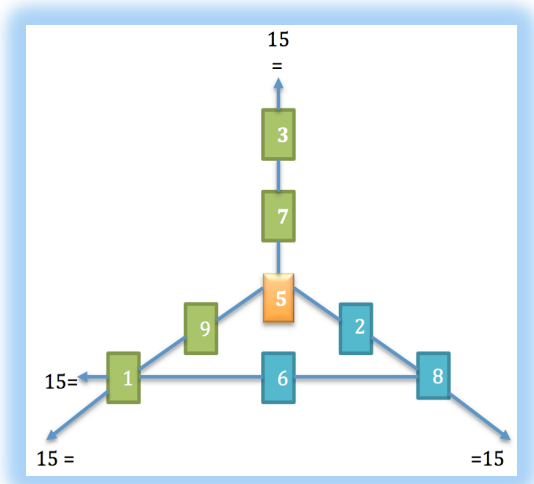
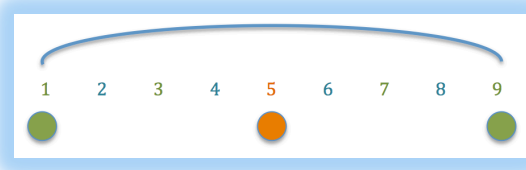


FIG 17. COMBINACIONES, PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO “CONSTRUCCIÓN DE SOLUCIONES DE DÍGITOS 3” “PROBLEMA 4”

- 1) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

Se puede obtener los datos efectuando un análisis más simple de los elementos que conforman el problema.



Se ordena los datos de mayor a menor, luego se efectúa la semisuma de estos extremos y se obtiene el punto medio:

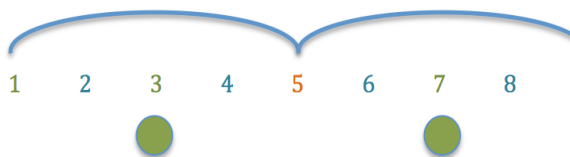
$$\text{Elemento Conector} = [1 + 9] / 2 = 5$$

Los extremos conformarán los dos primeros elementos laterales.

$$\text{Elemento Lateral 1} = 1$$

$$\text{Elemento Lateral 2} = 9$$

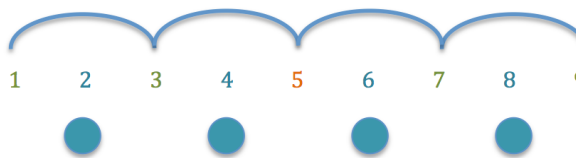
Se efectúa la semisuma de cada extremo con el elemento central encontrado y se obtiene los dos elementos laterales restantes:



$$\text{Elemento Lateral 3} = [1 + 5] / 2 = 3$$

$$\text{Elemento Lateral 4} = [5 + 9] / 2 = 7$$

Finalmente, se efectúa la semisuma entre los pares de elementos laterales encontrados y entre los elementos laterales y el central, obteniéndose los cuatro elementos que conformaran las triadas:



$$\text{Elemento Triada 1} = [1 + 3] / 2 = 2$$

$$\text{Elemento Triada 2} = [3 + 5] / 2 = 4$$

$$\text{Elemento Triada 3} = [5 + 7] / 2 = 6$$

$$\text{Elemento Triada 4} = [7 + 9] / 2 = 8$$

**Problema 5:** Cada letra representa un dígito. Hallar el valor de cada una de los dígitos en la siguiente expresión?

$$\begin{array}{r} \text{N U E V E} \\ + \quad \text{O N C E} \\ \hline \text{V E I N T E} \end{array}$$

PROCESO DE SOLUCIÓN:

- Variables directas:

Análisis de unidades, variable E.

$$E + E = E$$

$$E = 0$$

- Variables indirectas:

Reemplazo el valor de "E" en centenas y decenas de mil.

$$\begin{array}{r} \text{N U 0 V 0} \\ + \quad \text{O N C 0} \\ \hline \text{V 0 I N T 0} \end{array}$$

- Variables directas:

Análisis en decenas de mil, variable N.

Análisis de centenas de mil, variable V.

$$\text{Acarreo (1)} + N = 0$$

$$N = 9$$

$$V = 1$$

- Variables indirectas:

Reemplazo el valor de "N" en centenas.

Reemplazo el valor de "V" en decenas.

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 9 \text{ U } 0 \text{ 1 } 0 \\
 + \quad \text{O } 9 \text{ C } 0 \\
 \hline
 1 \text{ 0 } \text{ I } 9 \text{ T } 0
 \end{array}$$

- Variables directas:

Análisis de las unidades de mil, variables U, O con acarreo.

$$U + O = I ; \text{ con acarreo}$$

TABLA IX.  
TABULACIÓN DE DATOS U, O, I "PROCESO CONSTRUCCIÓN SOLUCIONES", PROBLEMA 5 DE LETRAS

U	O	I	ACARREO	OBSERVACIÓN
2	3	5		SIN ACARREO
2	4	6		SIN ACARREO
2	5	7		SIN ACARREO
2	6	8		SIN ACARREO
2	7	9		SIN ACARREO
2	8	0	1	ASIGNADO: 0
3	4	7		SIN ACARREO
3	5	8		SIN ACARREO
3	6	9		SIN ACARREO
3	7	0	1	ASIGNADO: 0
3	8	1	1	ASIGNADO: 1
4	5	9		SIN ACARREO
4	6	0	1	ASIGNADO: 0
4	7	1	1	ASIGNADO: 1
4	8	2	1	<b>OPCION 1</b>
5	6	1	1	ASIGNADO: 1
5	7	2	1	ASIGNADO: 7
5	8	3	1	<b>OPCION 2</b>
6	7	3	1	NEXO * DIFERENCIA 1
6	8	4	1	ASIGNADO: 6
7	8	5	1	ASIGNADO: 7

Opción 1:  $4 + 8 = 2$  ; con acarreo  
 Opción 2:  $5 + 8 = 3$  ; con acarreo

Análisis de las decenas, variables C, T sin acarreo.  
 $1 + C = T$  ; sin acarreo

$$T - C = 1$$

TABLAX.  
TABULACIÓN DE DATOS T, C "PROCESO CONSTRUCCIÓN SOLUCIONES", PROBLEMA 5 DE LETRAS

T	8	7	6	5	4	3	2
C	7	6	5	4	3	2	1
<b>DIFERENCIA CONSTANTE</b>	1	1	1	1	1	1	1
<b>NEXO</b>	*						

NEXO Y OPCION 1:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 9 \text{ 4 } 0 \text{ 1 } 0 \\
 + \quad \text{8 } 9 \text{ 6 } 0 \\
 \hline
 1 \text{ 0 } 2 \text{ 9 } 7 \text{ 0}
 \end{array}$$

NEXO Y OPCION 2:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 9 \text{ 5 } 0 \text{ 1 } 0 \\
 + \quad \text{8 } 9 \text{ 6 } 0 \\
 \hline
 1 \text{ 0 } 3 \text{ 9 } 7 \text{ 0}
 \end{array}$$

1) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

A partir de NEXO y OPCIÓN 1.

Rotando las decenas:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 9 \ 4 \ 0 \ 6 \ 0 \\
 + \quad 8 \ 9 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 2 \ 9 \ 7 \ 0
 \end{array}$$

Rotando las unidades de mil:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 9 \ 8 \ 0 \ 6 \ 0 \\
 + \quad 4 \ 9 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 2 \ 9 \ 7 \ 0
 \end{array}$$

Rotando las decenas:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 9 \ 8 \ 0 \ 1 \ 0 \\
 + \quad 4 \ 9 \ 6 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 2 \ 9 \ 7 \ 0
 \end{array}$$

A partir de NEXO y OPCIÓN 2.

Rotando las decenas:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 9 \ 5 \ 0 \ 6 \ 0 \\
 + \quad 8 \ 9 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 3 \ 9 \ 7 \ 0
 \end{array}$$

Rotando las unidades de mil:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 9 \ 8 \ 0 \ 6 \ 0 \\
 + \quad 5 \ 9 \ 1 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 3 \ 9 \ 7 \ 0
 \end{array}$$

Rotando las decenas:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 9 \ 8 \ 0 \ 1 \ 0 \\
 + \quad 5 \ 9 \ 6 \ 0 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 3 \ 9 \ 7 \ 0
 \end{array}$$

**Problema 6:** De 72 jóvenes estudiantes del GAR que postulan para el ingreso a las Universidades extranjeras: UNAM, École Polytechnique de Paris y/o Universidad de Illinois se sabe que: 40 postulan a la UNAM, 25 a la École Polytechnique de Paris, 28 a la Universidad de Illinois, y uno postula a las 3 universidades. Cuántos postulan solamente a 2 de estas universidades?

## PROCESO DE SOLUCIÓN:

- 1) Leer y comprender todo el enunciado. ¿De qué trata el problema?
  - El problema trata de: 72 estudiantes del GAR que postulan para el ingreso a las Universidades extranjeras: 40 postulan a la UNAM, 25 a la École Polytechnique de Paris, 28 a la Universidad de Illinois, y uno postula a las 3 universidades.
- 2) Identificar la incógnita. ¿Cuál es la incógnita del problema?
  - ¿Cuántos postulan solamente a 2 de estas universidades?
- 3) Identificar las relaciones existentes en el problema. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar del enunciado del problema?
  - Variables cuantitativas directas:

Total de estudiantes del GAR = 72.

UNAM = 40 postulantes.

École Polytechnique de Paris = 25 postulantes.

Universidad de Illinois = 28 postulantes.

Existe un solo postulante a las 3 Universidades.

- 4) Conceptualizar y ejecutar el plan. ¿Qué variables directas o indirectas pueden derivar de la planificación de solución para el problema?
  - Variables cuantitativas directas:
 

Postulantes solo a 2 de estas universidades.

Representación por Diagramas de Venn.

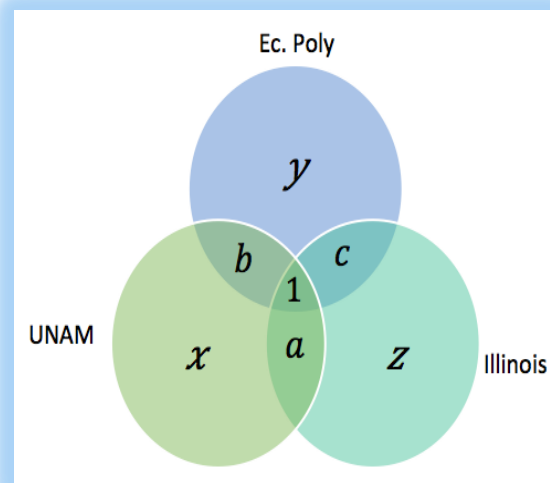


FIG 19. COMBINACIONES, PROBLEMAS POR TANTEO SISTEMÁTICO  
"CONSTRUCCIÓN DE DIAGRAMAS DE VENN" "PROBLEMA 6"

- Asignación de variables.

Universo =  $U = 72$ , son todos los estudiantes que postularán.

$x$  = Solo postulantes a la UNAM.

$y$  = Solo postulantes a la École Polytechnique de Paris.

$z$  = Solo postulantes a la Universidad de Illinois.

$a$  = Postulantes a la UNAM y a la Universidad de Illinois.

$b$  = Postulantes a la UNAM y École Polytechnique de Paris.

$c$  = Postulantes a la Universidad de Illinois y École Polytechnique de Paris.

- Resolución algebraica.		Senescyt.
AFIRMACIÓN	JUSTIFICACIÓN	[2] G. Polya. Cómo plantear y resolver problemas. Versión autorizada en español de la segunda edición en inglés publicada por Achor Books.
$x + y + z + a + b + c = 71$	Ecuación [1]	
$x + a + b = 39$	Ecuación [2]	[3] Garret, R.M. <i>Resolución de problemas y creatividad: implicaciones para el currículo de Ciencias</i> Vol. 6 n13. Barcelona y Valencia: I.C.E. de la U.A.B. y Vicerrectorado de Investigación de la U.V., Noviembre 1988.
$y + b + c = 24$	Ecuación [3]	
$z + a + c = 27$	Ecuación [4]	[4] Mason, John; Burton, Leone y Stacey, Kaye. <i>Pensar matemáticamente</i> . Barcelona: Labor y M.E.C., 1988.
$x + y + z + 2a + 2b + 2c = 90$	[5] Sumatoria de Ecuaciones; [2], [3] y [4].	
$x + y + z = 90 - 2a - 2b - 2c$	Opero [5]	
$90 - 2a - 2b - 2c + a + b + c = 71$	Sustitución [5] en [1]	
$-a - b - c = -19$	Opero [1]	
$a + b + c = 19$	<u><b>L.q.q.d.</b></u>	

- 5) Visión retrospectiva. ¿Qué visualizar en forma directa o indirecta después de la ejecución del plan de solución del problema?

Si:  $a + b + c = 19$  reemplazo en la Ec[1] se concluye:

$x + y + z = 52$  postulantes lo hacen únicamente a una de las Universidades.

#### IV. CONCLUSIONES

Los problemas con estrategia medio fines, es la estrategia más sofisticada para la solución de problemas dinámicos, que consiste en identificar una consecuencia que transforme el estado inicial o de partida en el estado final.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Sánchez, Alfredo. (2012). Sistema Nacional de nivelación y admisión. Desarrollo del pensamiento, tomo 3. Quito:



# Razonamiento Abstracto

Richard M. Bernis

Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de las Fuerzas Armadas- ESPE  
Sangolquí, Ecuador  
rmbernis@espe.edu.ec

**Abstract**— The abstract reasoning is very important and interesting because with this reasoning there increases our aptitude to think and process the information across the operations of analysis and synthesis. In addition this type of reasoning allows to the subject to induce, to deduce, to conclude and to formulate hypothesis and to obtain the aptitude to work or reason with symbols.

This is with not verbal representative situations of the subjective thought. With the practice the capacity of analysis increases and diminishes the time used in the development of every exercise.

**Resumen** — Desarrollar el razonamiento abstracto es muy importante intelectualmente, con este razonamiento se incrementa la capacidad del pensamiento y proceso de la información a través de los operadores de análisis y síntesis.

Apropiarse de una aptitud de razonamiento abstracto permitirá a quien lo desarrolle inducir, deducir, concluir y formular hipótesis adquiriendo la capacidad de afirmar y justificar cada paso ejecutado en un determinado proceso de solución. La práctica constante incrementará la capacidad de análisis y reducirá el tiempo empleado en el desarrollo de cada problema de este tipo.

## I. INTRODUCCIÓN

Las evaluaciones de razonamiento abstracto son muy utilizadas por empresas, instituciones educativas para poder cuantificar la agilidad mental y la capacidad de raciocinio de una persona ante situaciones de la vida profesional.

El razonamiento abstracto es el área que detecta la habilidad para hallar los principios que rigen cambios de una secuencia dada, ya sea desplazándose, transformándose, superponiéndose o la combinación de uno y otro.

## II. DESARROLLO DE CONTENIDOS

### A. OBJETIVOS

- Mejorar los procesos de pensamiento por medio de ejercicios de aplicación, que intervengan los procedimientos adecuados para agrupar, e interpretar la información de forma sistémica.
- Establecer técnicas o estrategias para lograr la representación mental y la agilidad para la realización de los problemas.
- Obtener los resultados que se desean mediante un razonamiento más amplio y un pensamiento más extenso.

## III. PROCEDIMIENTO DE SOLUCIÓN

### A. MATRICES GRAFICAS

Una matriz es un ordenamiento de celdas organizadas por filas y columnas, la resolución de este tipo de ejercicios, contempla la utilización de procesos de análisis y síntesis e involucra la percepción espacial. Estos problemas se resuelven analizando y discriminando la secuencia de figuras y cuál de las posibles es la respuesta correcta.

### B. SECUENCIAS HORIZONTALES GRAFICAS

Evalúa la capacidad de continuar secuencias de tipo abstracto, utilizando procesos de análisis y síntesis. En este tipo de problemas se puede observar figuras que componen una secuencia o desenvolvimiento lógico.

### C. RELACIÓN ENTRE FIGURAS

Una analogía es una relación de semejanza entre dos objetos, significa que dos figuras guardan relación entre sí. Entre las alternativas debe seleccionar la que guarde una misma relación con la tercera figura.

D. DOMINO

Estos problemas establecen que: dadas unas fichas de dominó que mantiene entre si una determinada lógica, se analiza hasta descubrir el valor de una de ellas. En diferentes ejercicios hay fichas de dominó, dentro de cada mitad los puntos varían de 0 a 6, en este tipo de problemas se debe observar y calcular cuantos puntos le corresponden al espacio con las interrogantes.

IV. EJERCICIOS DE APLICACIÓN

A. PROBLEMA 1: MATRICES COMBINADAS CON DOMINO.

- 1) Observar todo el problema. ¿De qué trata el problema?

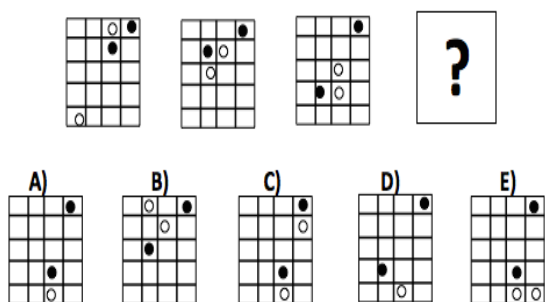


FIG 1. PROCESO DE SOLUCIÓN ABSTRACTA TIPO DOMINÓ.

- Es un problema abstracto del tipo dominó.
- 2) Observar parte por parte el problema y obtener todos las variables involucradas.
  - 3) Plantear las relaciones, operaciones y estrategias de solución que se pueda obtener a partir de los datos y de la interrogante del problema.
  - Existe una secuencia incompleta, la incógnita está dada en base al último cuadro de la secuencia, para esto se debe completar la secuencia incompleta. Esto

se realizará tomando en cuenta el análisis de las variables existentes.

- 4) Aplicar la estrategia de solución del problema.

TABLA I. TABULACIÓN DE LAS VARIABLES DEL PROBLEMA 1. "SOLUCIÓN ABSTRACTA TIPO DOMINÓ"

OBJETOS	COORDENADAS	VARIABLE	TIPO	CARACTERÍSTICA
○	F1C3, F2C3, F4C3, F5C3	POSICION	CUALITATIVA	MOVIMIENTO EN FILAS, EXTREMAS
●	F1C4	POSICION	CUALITATIVA	PUNTO FIJO
○	F2C3, F2C2, F4C2, F4C3	POSICION	CUALITATIVA	MOVIMIENTO EN FILAS PARES Y COLUMNAS CONTIGUAS
●	F5C1, F3C2, F3C3, F5C4	POSICION	CUALITATIVA	MOVIMIENTO EN FILAS IMPARES Y COLUMNAS CONTIGUAS
Tipo de observación			DIRECTA	
Respuesta			E	

- 5) Solución del problema.

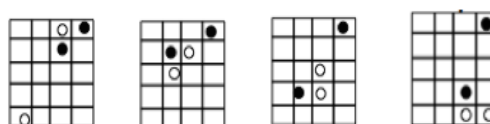


FIG 2. SOLUCIÓN ABSTRACTA DEL PROBLEMA 1 TIPO DOMINO.

B. PROBLEMA 2: SECUENCIAS HORIZONTALES GRÁFICAS.

- 1) Observar todo el problema. ¿De qué trata el problema?

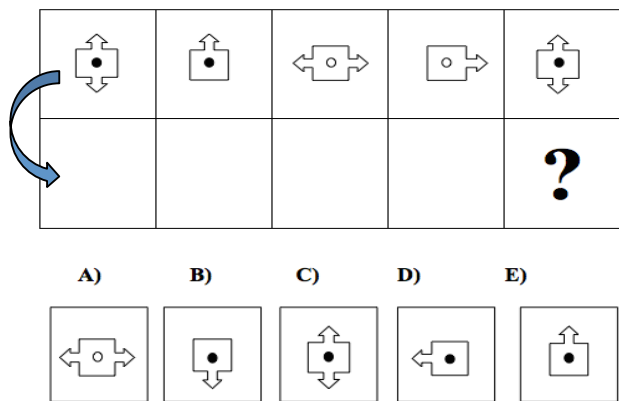


FIG 3. PROCESO DE SOLUCIÓN DEL PROBLEMA 2 TIPO SECUENCIAS HORIZONTALES GRÁFICAS.

- Es un problema abstracto del tipo secuencias horizontales gráficas.
  - 2) Observar parte por parte el problema y obtener todos las variables involucradas.
  - Aquí los datos están dados por una matriz 2\*5, las mismas que poseen diez figuras 5 existentes y 5 sin imprimirlas, de estas se pide la última figura.
  - 3) Plantear las relaciones, operaciones y estrategias de solución que se pueda obtener a partir de los datos y de la interrogante del problema.
  - Existe una secuencia incompleta, la incógnita está dada en base al último cuadro de la secuencia en su segunda fila, para esto se debe completar la secuencia incompleta.
- Esto se realizará tomando en cuenta el análisis de las variables existentes.
- 4) Aplicar la estrategia de solución del problema.

TABLA II. TABULACIÓN DE LAS VARIABLES DEL PROBLEMA 2. "SOLUCIÓN ABSTRACTA TIPO SECUENCIAS HORIZONTALES GRÁFICAS"

OBJETOS	REFERENCIA	VARIABLE	TIPO	CARACTERÍSTICA
	DOBLE FLECHA	POSICION	CUALITATIVA LÓGICA	VERTICAL / HORIZONTAL
	CÍRCULO	RELLENO DEL CÍRCULO	CUALITATIVA LÓGICA	SI / NO
	FLECHA SIMPLE	POSICION	CUALITATIVA SEMÁNTICA	GIRO HORARIO
	CÍRCULO	RELLENO DE CÍRCULO	CUALITATIVA LÓGICA	SI / NO
<b>Tipo de observación</b>			Directa	
<b>Respuesta</b>			E	

5) Solución del problema.

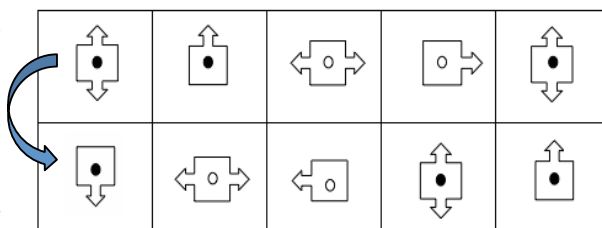


FIG 4. SOLUCIÓN ABSTRACTA DEL PROBLEMA 2 SECUENCIAS HORIZONTALES GRÁFICAS.

C. PROBLEMA 3: RELACIONES ENTRE FIGURAS.

- 1) Observar todo el problema. ¿De qué trata el problema?

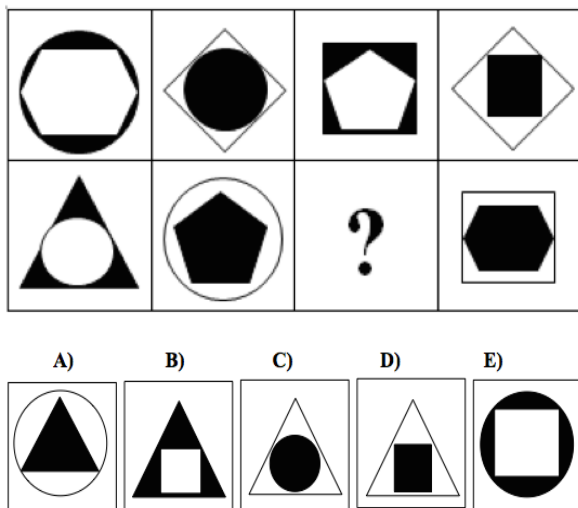


FIG 5. PROCESO DE SOLUCIÓN DEL PROBLEMA 3 TIPO RELACIONES ENTRE FIGURAS.

- Es un problema abstracto del tipo relaciones entre figuras.
- 2) Observar parte por parte el problema y obtener todos las variables involucradas.
- Aquí los datos están dados por una matriz 2\*4, las mismas que poseen ocho figuras geométricas duales, de estas se pide la última figura de coordenadas F2C3.
- 3) Plantear las relaciones, operaciones y estrategias de solución que se pueda obtener a partir de los datos y de la interrogante del problema.
- Existe una secuencia incompleta, la incógnita está dada en base al último cuadro de la secuencia en su segunda fila y tercera columna, para esto se debe completar la secuencia incompleta. Esto se realizará tomando en cuenta el análisis de las variables existentes.
- 4) Aplicar la estrategia de solución del problema.

TABLA III. TABULACIÓN DE LAS VARIABLES DEL PROBLEMA 3. "SOLUCIÓN ABSTRACTA TIPO RELACIONES ENTRE FIGURAS"

OBJETOS	REFERENCIA	VARIABLE	TIPO	CARACTERÍSTICA
FIGURA GEOMETRICA CIRCUNSCRITA	CIRCUNSCRITA	RELLENO DE LA FIGURA	CUALITATIVA LÓGICA	SI / NO
FORMA DE LA FIGURA CIRCUNSCRITA	2 CÍRCULOS 2 ROMBOS 1 TRIÁNGULO	PRESENCIA DE FIGURAS	CUANTITATIVA	REPETIBILIDAD DE LAS FIGURAS
FIGURA GEOMETRICA INSCRITA	INSCRITA	RELLENO DE LA FIGURA	CUALITATIVA LÓGICA	NO / SI
FORMA DE LA FIGURA INSCRITA	2 HEXAGONOS 2 CÍRCULOS 2PENTÁGONOS 1 CUADRADO	PRESENCIA DE FIGURAS	CUANTITATIVA	REPETIBILIDAD DE LAS FIGURAS
<b>Tipo de observación</b>	Directa			
<b>Respuesta</b>	B			

5) Solución del problema.

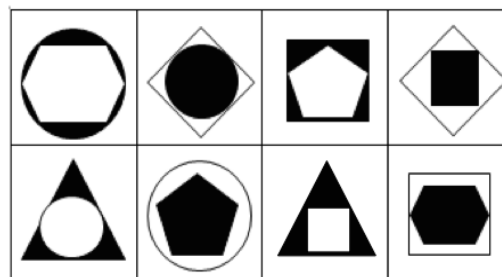


FIG 4. SOLUCIÓN ABSTRACTA DEL PROBLEMA 3 RELACIONES ENTRE FIGURAS.

E. PROBLEMA 4: RELACIONES ENTRE FIGURAS.

- 1) Observar todo el problema. ¿De qué trata el problema?

Seleccionar la respuesta en función al problema planteado:

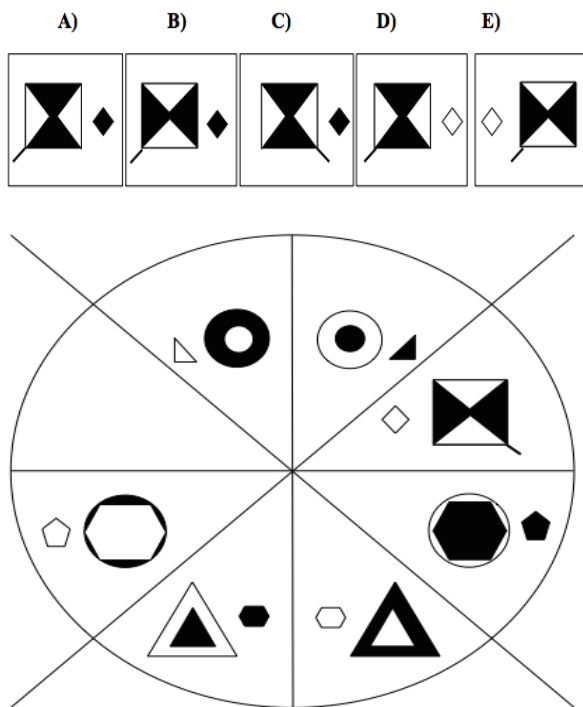


FIG 6. PROCESO DE SOLUCIÓN DEL PROBLEMA 4 TIPO RELACIONES ENTRE FIGURAS.

- Es un problema abstracto del tipo relaciones entre figuras.
- 2) Observar parte por parte el problema y obtener todos las variables involucradas.
- Aquí los datos están dados por figuras distribuidas en octetos circulares, las mismas que poseen triadas de figuras geométricas, de estas se pide encontrar la triada que complete los octetos circulares.
- 3) Plantear las relaciones, operaciones y estrategias de solución que se pueda obtener a partir de los datos y de la interrogante del problema.
- Existe una secuencia incompleta, la incógnita está dada en base al último cuadro de la secuencia en su segunda fila y tercera columna, para esto se debe completar la secuencia incompleta. Esto se realizará

tomando en cuenta el análisis de las variables existentes.

4) Aplicar la estrategia de solución del problema.

TABLA IV. TABULACIÓN DE LAS VARIABLES DEL PROBLEMA 4. "SOLUCIÓN ABSTRACTA TIPO RELACIONES ENTRE FIGURAS"

OBJETOS	REFERENCIA	VARIABLE	TIPO	CARACTERÍSTICA
4 OBJETOS A LA IZQUIERDA - 4 OBJETOS A LA DERECHA DEL EJE VERTICAL DEL CÍRCULO DE OCTETOS	EJE VERTICAL DE REFERENCIA	GIRO DE FIGURAS ENTORNO AL EJE VERTICAL DEL CÍRCULO DE OCTETOS	CUALITATIVA SEMÁNTICA	REPLICA DE IMÁGENES ESPEJO
FIGURAS GEOMÉTRICAS	RELLENO DE FIGURAS	PRESENCIA DE RELLENO ALTERNO	CUALITATIVA LÓGICA	SI / NO
<b>Tipo de observación</b>	Directa			
<b>Respuesta</b>	E			

5) Solución del problema.

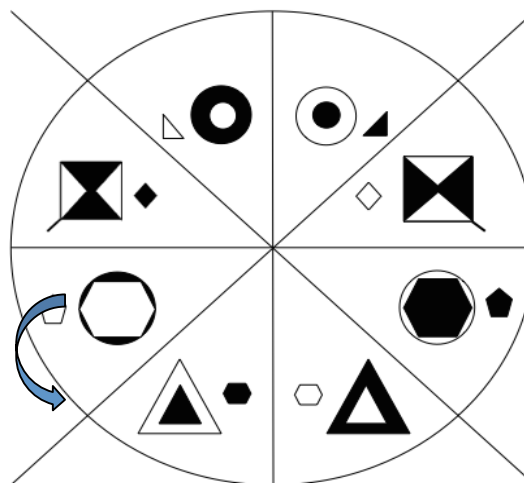


FIG 7. SOLUCIÓN ABSTRACTA DEL PROBLEMA 4 RELACIONES ENTRE FIGURAS.

F. PROBLEMA 5: TÉCNICA DOMINÓ.

- 1) Observar todo el problema. ¿De qué trata el problema?

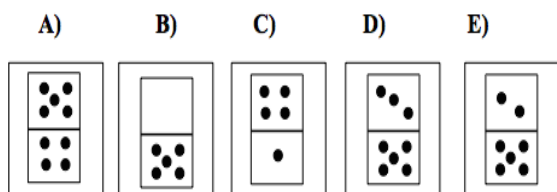
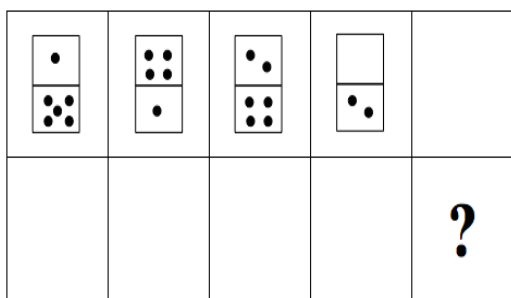


FIG 8. PROCESO DE SOLUCIÓN ABSTRACTA TIPO DOMINÓ.

- Es un problema abstracto del tipo dominó.
- 2) Observar parte por parte el problema y obtener todos las variables involucradas.
- Aquí los datos están dados por una matriz 2\*5, las mismas que poseen cuatro fichas dominó con cierta cantidad definida de círculos.
- 3) Plantear las relaciones, operaciones y estrategias de solución que se pueda obtener a partir de los datos y de la interrogante del problema.
- Existe una secuencia incompleta, la incógnita está dada en base al último cuadro de la secuencia, para esto se debe completar la secuencia incompleta. Esto se realizará tomando en cuenta el análisis de las variables existentes.
- 4) Aplicar la estrategia de solución del problema.

TABLA V. TABULACIÓN DE LAS VARIABLES DEL PROBLEMA 5.  
"SOLUCIÓN ABSTRACTA TIPO DOMINÓ"

OBJETOS	REFERENCIA	VARIABLE	TIPO	CARACTERÍSTICA
	FICHAS	POSICION	CUALITATIVA SECUENCIAL	MOVIMIENTO DE LAS FICHAS SECUENCIAL
Tipo de observación			Directa	
Respuesta			C	

- 5) Solución del problema.

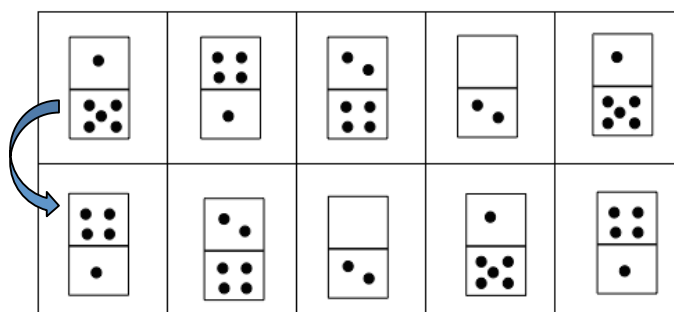


FIG 9. SOLUCIÓN ABSTRACTA DEL PROBLEMA 5 TIPO DOMINÓ.

## V. CONCLUSIONES

- El objetivo de este tipo de ejercicios es medir la capacidad de las personas frente a una serie de procesos lógicos determinados por una secuencia.
- Las pruebas psicotécnicas de razonamiento abstracto evalúan la capacidad o aptitud para resolver problemas lógicos, deduciendo ciertas consecuencias de la situación planteada.
- El razonamiento es una de las aptitudes mentales primarias, es decir, uno de los componentes de la inteligencia general. El razonamiento abstracto, junto con el razonamiento verbal, conjugan las habilidades cognitivas desarrolladas por el individuo.

- Determinar los objetos que intervienen en el problema permiten en forma ordenada observar las variables, definir la naturaleza de las mismas: variables cuantitativas, variables cualitativas semánticas, lógicas y/o secuenciales.
- Otro factor importante es determinar la característica que toman las variables en el transcurso del problema, en razonamiento abstracto por lo general todas las observaciones son directas.

#### REFERENCIA BIBLIOGRAFÍA

[1] G. Polya. *Cómo plantear y resolver problemas*. Versión autorizada en español de la segunda edición en inglés publicada por Achor Books.

[2] Sánchez, Alfredo. (2012). *Sistema Nacional de Nivelación y Admisión. Desarrollo del pensamiento*, Tomo 3. Quito: Senescyt.

[3] Garret, R.M. *Resolución de problemas y creatividad: implicaciones para el currículo de Ciencias* Vol. 6 n13. Barcelona y Valencia: I.C.E. de la U.A.B. y Vicerrectorado de Investigación de la U.V., Noviembre 1988.

[4] Mason, John; Burton, Leone y Stacey, Kaye. *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Labor y M.E.C., 1988.

ANEXOS

ANEXO A: Esquema IEEE para desarrollar artículos científicos.



# Esquema IEEE para desarrollar artículos científicos

Richard M. Bernis

*Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE  
Sangolquí-Ecuador  
rmbernis@espe.edu.ec*

**Resumen**—Este artículo es una plantilla general del formato normado por el IEEE para elaborar artículos científicos. Se presentan los pasos secuenciales, formatos, fuentes y normas de publicación solicitados por el estándar de publicación. En el resumen se tiene que plasmar en forma puntual y con alta calidad los objetivos y alcances que busca el proyecto de investigación. El resumen es un extracto muy bien logrado del artículo científico, se estila redactar tanto en el idioma nativo del autor como en el idioma universal inglés, la finalidad de efectuarlo paralelamente en el idioma inglés permitirá a quien lo analice y este interesado en el documento y sin importar su lengua nativa comprenda la importancia de la investigación plasmada, en el caso que el documento sea de su interés podría solicitar en lo posible una traducción completa del documento en inglés al autor a través del correo electrónico registrado por el autor.

**Palabras claves:** Las palabras claves constituyen el tema o motivo principal del contenido del artículo científico. Estas palabras permiten conectar al lector con personas que activamente buscan información relacionada con el contenido del artículo elaborado.

**Abstract**—This document is a sample format attached to IEEE standards writing articles for a project representative. Authors should follow the instructions, including format and size of paper to maintain the standard of publication. This document may be interpreted as a set of instructions for writing your article or as a template for it. As you noticed, this first section is to generate a short summary and high level project scope.

**Keywords:** Place the keywords here.

## I. INTRODUCCIÓN

Este paper busca guiarlo en la elaboración de un artículo científico. Existe variada información en referencia al tema en internet. En referencia a la introducción el autor deberá plantear esta en referencia a la temática a desarrollarse y que será motivo del artículo científico, la redacción deberá ser presentada en forma concisa y que coadyuvé a quien lea preparándole para los contenidos que se desarrollaran.

Se recomienda al autor elaborar el resumen e introducción una vez finalizado el proyecto de investigación, por otra parte para el lector es importante saber si el tema es de su interés y por ello estas secciones siempre se colocará al inicio del artículo científico. La introducción es análoga a la sinopsis de una

película, sin necesidad de verla ya conceptualizamos su trama.

## II. DESARROLLO DE CONTENIDOS

En esta sección inicia el desarrollo de la investigación efectuada, se desglozan los contenidos del tema, tiene que ser un proceso ordenado y secuencial. Las diferentes secciones deben ir organizadas utilizando títulos y subtítulos como el siguiente:

### A. Subtítulos

La sección de subtítulos especifica los temas desglosados y que forman parte de un título principal, como el de "Desarrollo de Contenidos".

### B. Especificación del Papel

El papel debe ser correspondiente a una hoja carta estilo US, es decir 215.9mm (8.5") ancho y 279.4mm (11") largo. Los márgenes deben ser los siguientes:

- Superior = 19mm(0.75")
- Inferior = 25.4mm(1")
- Izquierdo - Derecho = 17.3mm(0.68")

La hoja debe estar dividida en dos columnas con un espacio de 4.22mm ((0.17") entre columnas.

Si requiere utilizar viñetas, refiérase a la lista de márgenes anterior para ver el estilo.

## III. ESTILO DE PÁGINA

Todos los párrafos deben tener intentado o tabulaciones en la primera línea. También, todos los párrafos deben estar alineados de forma justificada y hacia la izquierda.

### A. Tipo de Letra Fuente para el Documento

La totalidad del documento se debe escribir usando Times New Roman o equivalente. Otros tipos de fuente serán utilizados solamente cuando sea requerido para casos especiales. Los tamaños de fuente se incluyen en la tabla 1.

### B. Título y Detalles del Autor(es)

El título debe estar en fuente de tamaño 24 puntos. Los nombres de los autores en tamaño de 11 puntos. El nombre de la universidad y departamento en letra tamaño 10 puntos y cursiva y finalmente los correos electrónicos en tamaño 9 puntos con una fuente tipo Courier.

TABLA I  
TAMAÑOS DE FUENTE PARA ARTÍCULOS

Tamaño	Apariencia(en Times New Roman ó Times)		
	Regular	Negrita	Cursiva
8	Contenidos de tablas. Titulo de figuras. Referencias a objetos	<b>Negrita</b>	<i>Cursiva</i>
9	Direcciones de correo electrónico (usar fuente Courier). Cuerpo del artículo	<b>Negrita</b> <b>Cuerpo del abstract</b>	<i>Cursiva</i>
10	Subtítulos	<b>Negrita</b>	<i>Cursiva</i>
11	Nombre del Autor	<b>Negrita</b>	<i>Cursiva</i>
24	Título del artículo		

El título, autores, departamento y correos deben estar en el encabezado de la primera página, en una sola columna que abarca las dos columnas inferiores. Todo este texto debe estar centrado.

Cada palabra en un título debe iniciar con mayúscula, excepto palabras menores como: “a”, “de”, “y”, “desde” entre otras.

Los detalles de los autores no deben mostrar ningún título profesional como PhD, MSc, Dr.

Para evitar confusiones, el apellido de cada autor debe ser escrito siempre.

La descripción de origen debe incluir el nombre de la universidad el departamento ciudad y el país.

### C. Encabezados de Sección

Cada sección deberá dividirse como máximo en 3 niveles de sub-secciones. Todo subtítulo deberá tener letra de tamaño 10 puntos cada palabra en el título deberá iniciar con mayúscula excepto las palabras menores como se indicó en la sección III.B.

Observe en la línea anterior como se hace una referencia a otra sección del documento, usando el número de título III y el subtítulo B.

Cuando necesite crear varios niveles de sección en el documento (título, subtítulo, etc.) utiliza estas normas:

1) *Primer Nivel:* El primer nivel corresponde al de título, por tanto debe estar centrado, indexado con números romanos y todas las letras en mayúsculas con la primera letra de las palabras mayores en mayor tamaño.

2) *Segundo Nivel:* Un segundo nivel corresponde al subtítulo deben estar numerados usando letras seguidas por un punto y alineados a la izquierda. El tipo de letra es de 10 puntos y en cursiva.

3) *Tercer Nivel:* Un tercer nivel es como este que está leyendo. Utiliza letra cursiva de 10 puntos en listados con números arábigos seguidos por un paréntesis. El cuerpo del ítem debe estar inmediatamente después del encabezado, sin saltos de línea.

### D. Figuras y Tablas

Las figuras y tablas deben estar centradas en la columna. Si la figura es muy larga se puede extender hasta ocupar el espacio de las dos columnas. Cualquier figura o tabla que se extienda más de una columna, pero no ocupe el espacio de las dos columnas, se deberá mostrar centrado en la página y deberá estar siempre en la parte superior o inferior de la página.

Los gráficos deben estar en color de preferencia utilice colores estándar de manera que puedan ser producidos en cualquier sistema. Por colores estándar se entienden rojo, azul, verde, amarillo. Trate de evitar colores complejos como azul claro combinado con azul más fuerte porque podrían confundirse, evite el uso de colores continuos y degradados.

Utilice colores sólidos que resalten sobre el fondo de la figura para mejorar el contraste. Toda figura debe acompañarse de un título en letra de tamaño de 8 puntos, que inicia con la abreviatura "Fig." para indicar "Figura" un número de secuencia.

El nombre de la figura debe tener mayúscula solamente en la primera palabra, independientemente de si se trata de una palabra mayor o menor.

El nombre de la figura se utiliza centrado en la columna o página si la figura se extiende fuera de la columna. Si la descripción se extiende más de una línea, se debe mostrar de forma justificada, como en Fig 1.

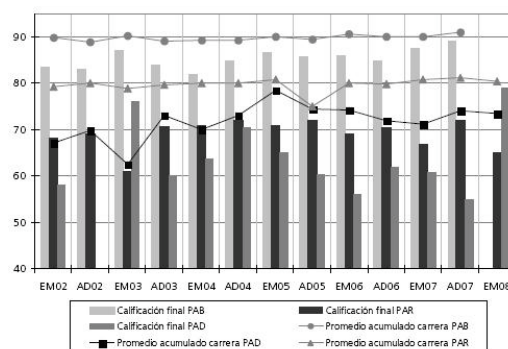


Fig 1. Ejemplo de un gráfico con color degradado sólidos que resaltan sobre el fondo blanco.

La Fig. 2 es un ejemplo de una imagen importada al

documento. En estos casos, asegúrese de utilizar la resolución adecuada de manera que la figura se pueda apreciar con claridad en el documento.

No utilice figuras de resolución pobre porque empobrece la calidad del artículo.

Cuando inserte una figura, asegúrese de verificar lo siguiente:

- los colores contrastan adecuadamente.
- la imagen es clara.
- cualquier texto en la imagen se puede leer claramente.

La Fig 2. muestra un caso donde la resolución no es adecuada, mientras que la Fig. 3 muestra una mejor adaptación de la misma figura.



Fig 2. Ejemplo de figura con baja resolución



Fig 3. Ejemplo de figura con buena resolución

#### E. Títulos de Tablas

Las tablas deben tener un título con letra mayúscula de 8 puntos, centrado en la columna y con letra más grande en el inicio de cada palabra mayor. Antes de la línea de título se incluye una línea centrada donde se usa la palabra "Tabla" seguida de la numeración de la tabla usando números romanos.

#### F. Números de Página, Encabezados y Pie de Página

Estos tres elementos no deben ser utilizados.

#### G. Hiper-Vínculos y Accesos Directos

Cualquier hiper-vínculo o referencia a internet debe escribirse por completo. Es decir, escribir el URL completo

de la ubicación del recurso en lugar de dejar accesos directos. Las referencias se escriben usando fuente regular igual que el resto del artículo.

#### H. Referencias Bibliográficas

El encabezado de la sección de referencias debe seguir las normas de nivel "título" sin embargo, no deben tener numeración. En esta sección es importante el uso de las normas APA,

Todas las referencias se hacen en letras de 8 puntos.

Utilice cursivas para distinguir los diferentes campos de la referencia. Utilice los ejemplos adjuntos en este documento. Todas las referencias están numeradas con números arábigos consecutivos que inician en 1 y siempre están encerrados en paréntesis cuadrados (p.e. [1]).

Si en el cuerpo del artículo hace referencia a algunas de estas referencias, utilice solamente los paréntesis cuadrados y el número correspondiente. Nunca use términos como "ver referencia [4]", en su lugar use "ver [4]".

Si son varias referencias juntas sepárelas con comas.

Las referencias cambian según el tipo de fuente.

Los ejemplos numerados en la sección de referencias de este documento incluyen:

- ejemplo de un libro [1]
- ejemplo de un libro parte de una serie [2]
- ejemplo de otro artículo de revista [3]
- ejemplo de un artículo de conferencia [4]
- ejemplo de una patente [5]
- ejemplo de un sitio web [6]
- ejemplo de una página de sitio web [7]
- ejemplo de un manual [8]
- ejemplo de una hoja de datos [9]
- ejemplo de una tesis [10]
- ejemplo de un reporte técnico [11]
- ejemplo de un estándar [12]

## IV. CONCLUSIONES

El propósito de esta sección es resumir los principales resultados analizados en el desarrollo de un paper. Las conclusiones deben ser enunciados puntuales fundamentados en la teoría, los objetivos planteados y el análisis de los resultados obtenidos.

Esta sección no tiene requisitos especiales de formato.

## RECONOCIMIENTOS

Esta sección sigue el formato regular del resto del documento. La única observación es notar que el título no está numerado.

En esta sección se agregan agradecimientos a personas que colaboraron con el proyecto pero que no figuran como autores del paper.

## REFERENCIAS

- [1] S.M. Metev and V.P. Veiko *Laser Assisted Microtechnology*, 2nd ed., R.M. Osgood, Jr., Ed. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1998.
- [2] J. Breckling, Ed., *The Analysis of Directional Time Series: Application to Wind Speed and Direction*, ser. Lecture Notes in Statistics. Berlin, Germany: Springer, 1989, vol. 61.
- [3] S. Zhang, C. Zhu, J.K.O. Sin, and P.K.T. Mok, "A novel ultrathin elevated channel low-temperature poly-Si TFT", *IEEE Electron Device Lett.*, vol. 20, pp. 569-571, Nov. 1999.
- [4] M. Wegmuller, J.P. von der Weid, P. Oberson, and N. Gisin, "High resolution fiber distributed measurements with coherent OFDR", in *Proc. ECOC'00*, 2000, paper 11.3.4, p. 109
- [5] R.E. Sorace, V.S. Reinhardt, and S.A. Vaughn, "High-speed digital-to-RF converter", U.S. Patent 5 668 842, Sept. 16, 1997.
- [6] (2002) The IEEE website. [Online]. Available: <http://www.ieee.org/>
- [7] M. Shell. (2002) IEEEtran homepage on CTAN. [Online]. Available: <http://www.ctan.org/tex-archive/macros/latex/contrib/supported/IEEEtran/>
- [8] *FLEXChip Signal Processor (MC68175/D)*, Motorola, 1996.
- [9] "PDCA12-70 data sheet", Opto Speed SA, Mezzovico, Switzerland.
- [10] A. Karnik, "Performance of TCP congestion control with rate feedback: TCP/ABR and rate adaptive TCP/IP," M. Eng. thesis, Indian Institute of Science, Bangalore, India, Jan. 1999.
- [11] J. Padhye, V. Firoiu, and D. Towsley, "A stochastic model of TCP Reno congestion avoidance and control", Univ. of Massachusetts, Amherst, MA, CMPSCI Tech. Rep. 99-02, 1999.
- [12] *Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specification*, IEEE Std. 802.11, 1997.