DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXACTAS

TRABAJO DE TITULACIÓN, PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE MASTER EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA.

TEMA: EL APRENDIZAJE DE LAS SERIES NUMÉRICAS INFINITAS EN LA ENSEÑANZA DE LA EDUCACIÓN SUPERIOR.

AUTORES: ANDRADE TORRES, LUIS DAVID

TANDAZO CANDO, JUAN CARLOS

DIRECTORA: KOSTIKOVA KOSTIKOVA, MARGARITA

SANGOLQUÍ

2016

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXACTAS

CERTIFICACIÓN

Certifico que el trabajo de titulación, "*EL APRENDIZAJE DE LAS SERIES NUMÉRICAS INFINITAS EN LA ENSEÑANZA DE LA EDUCACIÓN SUPERIOR*" realizado por los señores *ANDRADE TORRES LUIS DAVID* y *TANDAZO CANDO JUAN CARLOS*, ha sido revisado en su totalidad y analizado por el software anti-plagio, el mismo cumple con los requisitos teóricos, científicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de Fuerzas Armadas ESPE, por lo tanto me permito acreditarlo y autorizar a los señores *ANDRADE TORRES LUIS DAVID* y *TANDAZO CANDO JUAN CARLOS* para que lo sustenten públicamente.

Sangolquí, 19 de julio del 2016

MAT. MARGARITA KOSTIKOVA, Ms.C

DIRECTORA DE TESIS.

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXACTAS

AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD

Nosotros, ***ANDRADE TORRES LUIS DAVID***, con cédula de identidad N° 1707766778 y ***TANDAZO CANDO JUAN CARLOS***, con cédula de identidad N° 1711256519, declaramos que este trabajo de titulación "***EL APRENDIZAJE DE LAS SERIES NUMÉRICAS INFINITAS EN LA ENSEÑANZA DE LA EDUCACIÓN SUPERIOR***" ha sido desarrollado considerando los métodos de investigación existentes, así como también se ha respetado los derechos intelectuales de terceros considerándose en las citas bibliográficas.

Consecuentemente declaramos que este trabajo es de nuestra autoría, en virtud de ello nos declaramos responsables del contenido, veracidad y alcance de la investigación mencionada.

Sangolquí, 19 de julio del 2016

LUIS DAVID ANDRADE TORRES
C.C. 1707766778

JUAN CARLOS TANDAZO CANDO
C.C. 1711256519

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS EXACTAS

AUTORIZACIÓN

Nosotros, ***ANDRADE TORRES LUIS DAVID*** y ***TANDAZO CANDO JUAN CARLOS***, autorizamos a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar en la biblioteca virtual de la Institución el presente trabajo de titulación "**EL APRENDIZAJE DE LAS SERIES NUMÉRICAS INFINITAS EN LA ENSEÑANZA DE LA EDUCACIÓN SUPERIOR**" cuyo contenido, ideas y criterios son de nuestra autoria y responsabilidad.

Sangolquí, 19 de julio del 2016

LUIS DAVID ANDRADE TORRES
C.C. 1707766778

JUAN CARLOS TANDAZO CANDO
C.C. 1711256519

DEDICATORIA

Este trabajo va dedicado a mis padres fuente de inspiración y apoyo durante toda mi vida, de manera muy especial a mi esposa Zully María y a mis hijas María Belén y Daniela por su apoyo incondicional, dándome siempre fuerzas para salir adelante, que Dios los bendiga a todos.

Luis David

Esta tesis va dedicada a toda mi familia, y en especial a mi querida esposa Jeaneth, quien con su cariño, comprensión y paciencia me ha ayudado a llevar a feliz término el presente trabajo.

Muchas gracias amor, por estar siempre a mi lado apoyándome, sobre todo en los momentos más difíciles.

Juan Carlos

AGRADECIMIENTO

Agradecemos a nuestra directora, Msc. Margarita Kostikova, quien con su denodado esfuerzo ha sabido guiarnos permanentemente durante el desarrollo de la presente tesis, y nos ha ayudado a alcanzar la meta propuesta.

A nuestro compañero y amigo, Ing. Ramiro Guerrón, por su apoyo desinteresado y sus sustanciales aportes a este trabajo.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

NOTACIÓN UTILIZADA

ESPE	Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE (1.1)
EDO	Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (1.1)
CDF	Computable Document Format (1.3)
ABP	Aprendizaje basado en problemas (2.1.2)
ABC	Aprendizaje basado en el análisis de casos (2.1.2)
LOES	Ley orgánica de Educación Superior (2.3)
G_A	Estudiantes pertenecientes al grupo experimental (2.5)
G_B	Estudiantes pertenecientes al grupo de control (2.5)
X_A	Promedio del rendimiento académico de los estudiantes del grupo experimental (2.5)
X_B	Promedio del rendimiento académico de los estudiantes del grupo de control (2.5)
H_i	Hipótesis de la investigación (2.5)
H_o	Hipótesis nula (2.5)
H_a	Hipótesis alternativa (2.5)
NRC	Number Random Course (3.2)
Tic`s	Tecnologías de la Información y Comunicación (3.5)
Test EDA	Exploratory Data Analysis (4.1.4.1)
num df	Grados de libertad del numerador (4.1.4.2)
denom df	Grados de libertad del denominador (4.1.4.2)
df	Grados de libertad (4.1.4.2)

RESUMEN

En este trabajo de investigación se planteó la elaboración de un texto didáctico de series numéricas infinitas basado en historias, anécdotas y situaciones reales; apoyándose, además, con el uso del software Wolfram-Mathematica®, el cual permitió la visualización de gráficos que representan a las series y el cálculo de sus sumas parciales. Adicionalmente, utilizando el formato de documento computable, por sus siglas en inglés (CDF), se elaboró un texto digital interactivo. Una vez elaborado el texto, se determinó la incidencia de esta herramienta didáctica, al utilizarlo como material de estudio en el capítulo correspondiente a las series numéricas en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO), en la Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE, durante el período académico Octubre 2015 – Febrero 2016 y se comprobó la hipótesis: El rendimiento académico de los estudiantes de los cursos de EDO de la ESPE en donde se aplicará el texto didáctico de series numéricas infinitas, será mayor que el rendimiento académico de los estudiantes de los cursos en donde no se lo aplicará. Para obtener los insumos necesarios que nos permitan analizar la verificación o no de la hipótesis planteada, se trabajó con los estudiantes de cuatro paralelos en donde los investigadores son docentes. Finalmente, se aplicaron dos pruebas a los estudiantes de los cursos sometidos a la investigación para determinar, ¿cuáles son los errores conceptuales más comunes sobre series? y mediante una prueba final, se determinaron los resultados de aprendizaje alcanzados por los estudiantes en el capítulo de series numéricas infinitas.

Palabras clave:

- **SERIES NUMÉRICAS**
- **SERIES NUMÉRICAS INFINITAS**
- **CONVERGENCIA DE SERIES**
- **CRITERIOS DE CONVERGENCIA**
- **ENSEÑANZA DE SERIES NUMÉRICAS**

ABSTRACT

In this research work we proposed the elaboration of a didactic text of infinite numerical series based on stories, anecdotes and real situations; leaning also in the use of the Wolfram-Mathematica® software, which allows the display of graphics that represent the series and the calculation of partial sums. Additionally, using the computable document format, for its acronym in English (CDF), we developed an interactive digital text. Once we prepared text, the incidence of this didactic tool was determined, using it as a study material in the corresponding chapter to the numerical series on the subject of Ordinary Differential Equations (EDO), in Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE, during the academic period October 2015 - February 2016 and the hypothesis was tested: The Academic achievement of the students of the EDO courses in ESPE where the didactic text of infinite numerical series will be applied, It will be greater than the achievement of the students in courses where not apply it. For the necessary supplies that allow us to analyze the verification of the hypothesis, we worked with students of four courses where the researchers are teachers. Finally, two tests were applied to students of the courses under investigation to determine what the most common misconceptions about series are? and by the means of the final test, the learning outcomes achieved by students in the chapter of infinite numerical series were determined.

Keywords:

- **NUMERICAL SERIES**
- **INFINITE NUMERICAL SERIES**
- **SERIES CONVERGENCE**
- **TESTS OF CONVERGENCE**
- **TEACHING NUMERICAL SERIES**

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

1.1. Planteamiento del Problema

La Matemática es importante en la vida cotidiana de las personas, pues siempre se necesita hacer una operación, un cálculo o un razonamiento lógico. Además, la Matemática, en mayor o menor grado, se encuentra presente en todas las actividades del ser humano y se la utiliza como herramienta en todas las profesiones: desde la utilización de las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división), hasta la elaboración de modelos matemáticos, numéricos y computacionales para la solución de problemas de Ingeniería, por lo que se hace necesario que las personas tengan sólidos conocimientos y destrezas matemáticas para que puedan acceder a una determinada carrera profesional, u optar por trabajos especializados.

Muchos estudiantes consideran a la Matemática como compleja y de difícil comprensión, y, por lo tanto, sienten temor hacia ella. De ahí que se deben buscar alternativas metodológicas para lograr que la Matemática sea más accesible y atractiva, y de esta manera intentar cambiar la percepción que los estudiantes tienen sobre esta disciplina. Sin embargo, como norma casi general, en los cursos de Matemática, particularmente en la Universidad Ecuatoriana, se continua aplicando la clase magistral como la metodología principal para el proceso enseñanza-aprendizaje, se resuelven ejercicios clásicos, y los textos guías que se utilizan son los tradicionales o los existentes en el mercado. Muy pocas veces los docentes abordan los temas matemáticos desde un punto de vista histórico o los relacionan con problemas de aplicación al mundo real.

De manera particular, en la Universidad de las Fuerzas Armadas (ESPE), el tiempo, asignado para desarrollar el sílabo de las materias, resulta demasiado ajustado para cubrir la extensión de los programas analíticos de las asignaturas del Área Matemática. Esto hace que algunos docentes, por cumplir con la planificación establecida, descuiden comprobar que ciertos conceptos hayan sido realmente asimilados por los estudiantes, es decir, que los mismos sean capaces de aplicarlos a otros temas matemáticos o, en un futuro, a problemas reales de ingeniería. Esto aún es más grave en temas abstractos como lo son las Series Numéricas Infinitas, puesto que "A lo largo de la historia, los tópicos de sucesiones y series numéricas han sido objeto de controversia por acarrear consigo conceptos tan complejos como el de límite y el de infinito" (Codes, González, Monterrubio, & Delgado, 2013, pág. 136).

Además, el tema de Series es de fundamental importancia en el planteamiento, desarrollo y solución de problemas de ingeniería, así como también en el desarrollo de otros conceptos matemáticos, como lo expresa Codes en su estudio de 2010:

> El concepto de *serie numérica* es una herramienta clave para el desarrollo de otros conceptos propios de la matemática superior como el de integral impropia, aproximación o desarrollos trigonométricos y en series de potencias, por nombrar algunos. Además, su relación con otros conceptos como el de función, límite o infinito le confiere un interés especial. (Citado en Codes et. al., 2013, pág. 136)

Mediante la presente investigación se busca identificar los errores más comunes que cometen los estudiantes en el tema de las Series Numéricas Infinitas, así como determinar la incidencia o no de la aplicación del texto que se elaborará sobre el tema, tomando como uno de los parámetros de medición el rendimiento académico de los estudiantes de la asignatura de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO).

1.2. Formulación del problema

Las preguntas que orientan la presente investigación son:

- ¿Cuáles son los errores más comunes sobre series numéricas infinitas que cometen los estudiantes?

- ¿Cuál es el rendimiento académico alcanzado por los estudiantes de los cursos en los cuales se aplicó el texto didáctico de series numéricas infinitas, en comparación con el rendimiento académico de los estudiantes de los cursos que no lo utilizaron?

1.3. Justificación e importancia

En la vida diaria, la mayoría de personas utilizamos el Número Real, sea para realizar una operación, o como resultado de cualquier cálculo numérico. Sin embargo, ¿cuántos profesionales, docentes o estudiantes se detienen a pensar qué significa este número y cuál es su representación?

En particular, en ingeniería el Número Real (Números Racionales, Números Irracionales, Números Algebraicos y Números Trascendentes) se utiliza para cálculos, tomando una aproximación de los resultados con cierto grado de precisión en la parte decimal. Y, puesto que el resultado obtenido puede ser calculado como una serie numérica infinita, es importante conocer la teoría sobre este tema.

Así, las series numéricas infinitas son uno de los temas más difíciles de abordar por parte de los docentes del Área Matemática, por su alto grado de complejidad y abstracción, como lo concluye en su estudio Rosas (2013) "En la actualidad las sucesiones y series son considerados como objetos matemáticos abstractos su definición y propiedades no tienen conexión alguna con los problemas que les dieron origen" (págs. 237-238), pues tienen conceptos como el infinito y los criterios de convergencia, que se convierten en un problema para los estudiantes. Sin embargo, como lo menciona el estudio de Palarea de 1998:

> Las dificultades asociadas a la propia disciplina (debidas a la complejidad de los objetos matemáticos y a la complejidad de los procesos de pensamiento matemático), en general, no pueden evitarse, pero es necesario conocerlas para que el profesor implemente estrategias de enseñanza-aprendizaje que las expliciten para facilitar la adquisición de nuevos conocimientos. (citado en Codes & Sierra, 2008)

En concordancia con lo expuesto, se considera que se pueden atenuar las dificultades inherentes al tema mediante la implementación de nuevas metodologías que le permitan al estudiante mejorar su comprensión de estos conceptos, manteniéndoles motivados e interesados en el tema y transformándose el mismo en lúdico y amigable.

Por otra parte, los docentes normalmente desarrollan sus clases sobre series numéricas infinitas, abordando los conceptos de forma muy teórica, utilizando la clase magistral como su principal recurso y textos clásicos como soporte. "En la actualidad las sucesiones y series […] en la mayoría de los casos son enseñadas basándose en la formalidad del libro de texto" (Rosas, 2013, pág. 238).

Por este motivo, en el presente proyecto se elaborará y aplicará un texto didáctico sobre series numéricas infinitas, que abordará cada uno de los temas en base a historias, anécdotas y situaciones reales, reforzando, de esta manera, la propuesta pedagógica de Marcolini et al. (2008) "Entre los aspectos que consideramos básicos en la enseñanza de series están: Apoyarse en aplicaciones prácticas, modelos y situaciones problemas para la construcción de la noción de serie" (pág. 369). Este texto será utilizado con los estudiantes de los cursos seleccionados, a fin de investigar si esta nueva propuesta metodológica cumple con el propósito de que los conceptos matemáticos abstractos sean más fáciles de ser comprendidos, y se logre, de ser posible, despertar el interés por investigar y profundizar más sobre los temas planteados.

A más de lograrse el objetivo propuesto, consideramos que el texto servirá como una nueva fuente bibliográfica, con un enfoque más didáctico, la cual permitirá abordar el tema no sólo de forma teórica, sino desde el punto de vista de su desarrollo histórico y su conexión con situaciones reales.

De forma complementaria, con el uso del software Wolfram-Mathematica®, el estudiante podrá reforzar el concepto de serie, utilizando la versión interactiva del texto, la cual será elaborada en formato CDF (Computable Document Format). Esta herramienta permite manipular los parámetros de las diferentes series, obteniendo gráficos y valores de las sumas parciales de las mismas, lo que sin lugar a dudas, incentiva el uso y la aplicación de las nuevas tecnologías. Tal como lo manifiesta Marcolini et al. (2008) "Diversas investigaciones han mostrado que el uso de las nuevas tecnologías facilita los procesos de modelización y construcción de las matemáticas; esto representa para el estudiante un poderoso medio de transformación en su modo de aprenderlas y desarrollarlas" (pág. 369). Esperamos que este aporte adicional logre convertirse en una nueva y poderosa herramienta de aprendizaje y comprobación autónoma de los estudiantes.

Para finalizar, cabe indicar que, a más del aporte y desarrollo técnico de la presente propuesta, la misma considera la perspectiva filosófica de las series numéricas infinitas. Éstas nos muestran que en la base de todo lo finito, está el Infinito; así, para construir los números $\sqrt{2}$, e ó π necesitamos dar infinitos pasos. Si gastamos tan solo un segundo en cada uno de estos pasos, necesitaremos una eternidad, y nuestra vida no será suficiente para llevar a cabo tal misión. Sin embargo, como dijeron Newton y Leibniz, "Dios abarca a la totalidad de la serie en un solo instante, y por eso el valor de la suma es finito".

En resumen, el Número Real nos hace acuerdo que la base de todo lo finito es el Infinito. Si cada cosa que vemos es limitada, es porque está siendo proyectada sobre una base Ilimitada. Lo limitado no puede percibir lo Ilimitado; ¡sólo lo Ilimitado puede percibir lo limitado! Y eso significa que dentro de cada uno de nosotros yace el Ser Divino, el Ser Infinito. ¡Y las series numéricas nos ayudan a comprenderlo! (Aporte filosófico de la Msc. Margarita Kostikova, 09/02/2015).

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General

Analizar el rendimiento académico alcanzado, en el capítulo de series numéricas infinitas, por los estudiantes de los paralelos de la asignatura de EDO, de la ESPE, donde se aplicó y no se aplicó el texto didáctico, en el período académico Octubre 2015-Febrero 2016.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Elaborar un texto didáctico sobre series numéricas infinitas desarrollado en base a historias, anécdotas y situaciones reales en formato impreso.

- Elaborar la versión digital del texto con la ayuda del software Matemático (Wolfram-Mathematica®), la cual será interactiva y, que en la parte gráfica de la obtención de sumas parciales, permitirá la visualización de la convergencia o no de las series.

- Determinar los resultados de aprendizaje, alcanzados por los estudiantes de EDO de la ESPE en los paralelos en donde se aplicó y no se aplicó el texto didáctico.

- Identificar los errores conceptuales más comunes sobre series que cometen los estudiantes de la asignatura EDO de las carreras de Ingeniería de la ESPE en los cursos donde los investigadores son docentes.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Fundamentación teórica

2.1.1. Problemas en la enseñanza de la Matemática

Para Gracia (2001, citado en Abarca, 2007), la metodología que utilizan los docentes para enseñar matemática es normalmente tradicionalista, pues "ven su tarea como la transmisión de un conocimiento acabado y abstracto y tienden a adoptar un estilo expositivo". Es decir, la metodología se basa en una clase magistral de tipo expositiva, tomando como referencia textos guías que también son tradicionales (Estos textos muchas veces aburren al estudiante), y "solo al final en contados casos aparece un problema contextualizado, como aplicación de lo que supuestamente se ha aprendido" (pág. 2).

En el estudio de Abarca de 2007 se indica:

> El nivel de aprendizaje es cada vez más bajo y los alumnos de hoy no saben nada como menciona Andradas (1999) e hizo un diagnóstico a la mayoría de alumnos de todos los niveles educativos; las matemáticas que transmiten los docentes son un conjunto de temas misteriosos, desconectados de la realidad que no se entienden sin ninguna aplicación práctica. (pág. 2)

Así también Alsina (2007, citado en Rodríguez, 2012) afirma que se debe realizar una reflexión sobre "la realidad como referente para nuestra actuación docente, prestando especial atención a las falsas realidades tan presentes aún en nuestra enseñanza, la enseñanza de la matemática se dedica a la resolución de ejercicios rutinarios alejados de la vida cotidiana" (pág. 45). Por lo que se concluye que "el papel del docente en el aula, en la mayoría de los casos sigue con las prácticas tradicionalistas". De ahí que "es una emergencia salvar la matemática en las aulas" (Rodríguez M. , 2012, pág. 54).

En particular, el Modelo Educativo de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, de 2008, realiza un análisis situacional de la universidad y en su parte más relevante manifiesta que:

En lo que respecta al desenvolvimiento académico de la ESPE, se puede concretar lo siguiente:

- La práctica pedagógica dominante es eminentemente conductista, se prioriza el conocimiento teórico y se descuida el desarrollo de las capacidades investigativas y prácticas;

- En la evaluación de los aprendizajes se jerarquiza la medición y se descuida la evaluación cualitativa e integradora. (pág. 9)

Abarca (2007), en su estudio hecho en el Perú, indica que otro de los problemas de la metodología de enseñanza es el “desarrollo de la curricula en matemática”. La preocupación de los docentes es terminar los contenidos que se manejan en cada uno de los currículos sin preocuparse realmente por el proceso de enseñanza (pág. 2). Esto también podría ser aplicable a nuestro medio, puesto que, dados los currículos tan extensos que se tienen en cada una de las asignaturas, y por el afán de la mayoría de los docentes de cumplir con el programa analítico, muchas veces nos despreocupamos de si el estudiante realmente ha aprendido cada uno de los contenidos que se ha enseñado, o si únicamente ha ido acumulando estos conocimientos sin ninguna reflexión crítica, que les permitiría aplicarlos en las otras asignaturas o en un problema de la vida real.

2.1.2. Nuevos enfoques en la enseñanza de la Matemática

La generación de nuevas metodologías para la enseñanza de la Educación Superior está acorde con lo manifestado por la UNESCO en su Declaración Mundial sobre la Educación Superior en el siglo XXI: Visión y Acción, (1998, art.9, literales a y d)

Métodos educativos innovadores, pensamiento crítico y creatividad:

a) En un mundo en rápido cambio, se percibe la necesidad de una nueva visión y un nuevo modelo de enseñanza superior, que debería estar centrado en el estudiante, lo cual exige, en la mayor parte de los países, reformas en profundidad y una política de ampliación del acceso, para acoger a categorías de personas cada vez más diversas, así como una renovación de los contenidos, métodos, prácticas y medios de transmisión del saber, que han de basarse en nuevos tipos de vínculos y de colaboración con la comunidad y con los más amplios sectores de la sociedad.

d) Los nuevos métodos pedagógicos también supondrán nuevos materiales didácticos. Estos deberán estar asociados a nuevos métodos de examen, que pongan a prueba no sólo la memoria sino también las facultades de comprensión, la aptitud para las labores prácticas y la creatividad.

Así también, entre los objetivos que propone el modelo educativo de la ESPE, está la fundamentación filosófica para “el proceso de enseñanza-aprendizaje, que tendrá como base central el inter-aprendizaje sistemático, orientado a la búsqueda de la verdad y a la solución de problemas reales de la profesión y la vida” (pág. 17).

Este modelo educativo tiene fundamentos epistemológicos, de los cuales podemos mencionar los siguientes:

- Que el conocimiento se conciba como un proceso en construcción y transformación permanente en el que el estudiante es responsable de su propio aprendizaje;

- Que se desarrolle las habilidades de buscar, seleccionar, analizar y evaluar la información asumiendo un papel activo en la construcción de su propio conocimiento. (pág. 18)

Mientras que, acerca de los métodos de enseñanza-aprendizaje se manifiesta:

Los métodos predominantes alrededor del cual giran un conjunto de técnicas participativas son:

1) ABP: aprendizaje basado en problemas reales de la vida; y,

2) ABC: aprendizaje basado en el análisis de casos del quehacer práctico de las diferentes profesiones. (pág. 54)

Por ello se hace necesario, entonces, una formación más integral de los estudiantes de matemáticas, como lo expresa Rodríguez (2012, citado en Rodríguez, 2010), quién manifestó que “hay que poner en escena una matemática viva que forje el pensamiento crítico, desarrollo humano integral y la formación de la cultura ciudadana en la cotidianidad" (pág. 54). Además de conocer los contenidos de su asignatura, un docente de matemáticas debe poseer otros conocimientos como son la pedagogía, la didáctica y la epistemología de la matemática, que le ayuden a formar al estudiante con un pensamiento crítico y reflexivo, "que le dé una nueva formación adaptada a las nuevas necesidades", como lo manifiesta Rodríguez (2012). Una forma de conseguir este cambio sería aplicando una Educación Matemática Realista.

En su estudio de 2012, Rodríguez define la Educación Matemática Realista de la siguiente manera:

> La Educación Matemática Realista no es una teoría de aprendizaje, sino un enfoque que considera que la matemática en las aulas debe ser orientada desde la cotidianidad, con una actividad intensa entre docente y discente, y también darle la oportunidad al estudiante de reinventar la matemática. Actualmente el realismo ha distado muy lejos de la realidad de los estudiantes y de las instituciones educativas, en muchas ocasiones en las clases se presentan problemas bien distantes de sus verdaderas realidades. (pág. 45)

Tomando en cuenta los diferentes criterios mencionados, una metodología alternativa para enseñar las series numéricas infinitas puede ser la elaboración de un texto didáctico que las aborde desde su concepción histórica en base a hechos y situaciones reales, puesto que este tema es de difícil asimilación para los estudiantes. Además, siendo los criterios de convergencia la base para conocer si una serie puede o no ser aplicada a un problema particular, es importante que los estudiantes dominen este tema. Sin embargo, Rosas (2013) manifiesta que "para los estudiantes un criterio de convergencia es una regla extraña cuyo enunciado difícilmente entienden y mucho menos se preguntan por qué es que sirve para analizar la convergencia" (pág. 240). Esto hace que sea prioritario buscar otras metodologías que ayuden al estudiante a comprender mejor y aplicar de forma correcta los criterios de convergencia.

En el caso de los docentes es importante poner a su disposición una herramienta bibliográfica que les ayude a mejorar su metodología, pues, como menciona Rosas en su estudio de 2013:

> Algunos profesores imparten su clase siguiendo casi al pie de la letra el temario y los ejemplos que marca el libro de texto, estos profesores intentan aplicar el mayor rigor y formalidad posible. Los ejercicios sólo se escriben en el pizarrón y se resuelven con el criterio "correcto" sin mayor explicación. (pág. 240)

Por lo que en el presente proyecto se propone la elaboración de un texto didáctico sobre Series Numéricas Infinitas, en el que se desarrollarán los siguientes temas:

- La progresión geométrica.
  - La paradoja de Zenón de Aquiles y la tortuga.
  - Fermat calcula el área debajo de la parábola como una progresión geométrica.
- Pitágoras descubre lo Inconmensurable: $\sqrt{2}$ .Se puede construir esa magnitud geométricamente con regla y compás, pero no se la puede nombrar.
- El problema de Apolo. Descartes descubre la solución de $\sqrt[3]{2}$. Se la puede construir con regla, compás y parábola fija, pero no se la puede nombrar.
- La serie telescópica.
  - La suma de los inversos de los números naturales.
  - La suma de los inversos de los números triangulares.
  - La suma de los inversos de los números oblongos.
- Newton descubre la serie binomial y calcula $\sqrt{2}$ y $\sqrt[3]{2}$ como series infinitas.
- Newton descubre series infinitas para e^x, $ln(1+x)$ y $arcsen(x)$.
- Taylor descubre un método universal para aproximar cualquier función por una serie infinita.

- Cauchy, Dirichlet y Abel estudian la convergencia de las series infinitas.
    - Dirichlet descubre una anomalía en las series telescópicas.
    - La serie armónica y otras series divergentes.
    - Cauchy define el concepto de la convergencia de una serie infinita.
    - El criterio de Cauchy para determinar cuándo una serie numérica infinita es convergente (el criterio de la raíz).
    - D'Alembert descubre el criterio del cociente.
    - Abel descubre otro criterio de convergencia.
    - El criterio de D'Alembert.
    - El criterio de Leibniz para series alternadas.
    - El criterio de Raabe.
- Weierstrass define el número real como suma de una serie infinita.
    - Weierstrass postula el Axioma del Supremo y define el número real como el límite de una serie infinita de fracciones decimales descendientes.
    - La serie decimal de un número racional es periódica.
    - La serie decimal de un número irracional algebraico.
    - La serie decimal de un número irracional trascendente.
    - La independencia del Axioma del Supremo de los demás axiomas de los números reales.
- Ejemplos sobre series numéricas.
    - Probabilidades: Construyendo una distribución.
    - Fractales: El copo de Koch.

- Aplicaciones de las series a la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias con coeficientes variables.

2.1.3. Antecedentes investigativos

Para la postulación del presente proyecto de titulación se ha realizado una búsqueda bibliográfica, de investigaciones realizadas sobre el tema propuesto, encontrándose lo siguiente:

- Argentina, en donde Marcolini, Sánchez y Grosso, en su investigación *"Construcción del concepto de serie numérica con soporte informático, a través de modelos matemáticos"*, desarrollan una propuesta didáctica en formato tutorial para el estudio del concepto de serie, y utiliza como herramienta el programa Mathematica.

- España, en donde Codes y Sierra, en su investigación "*Análisis y clasificación de errores cometidos por estudiantes Universitarios en el aprendizaje del concepto de convergencia de serie numérica"*, realizan un análisis del aprendizaje de estudiantes de primero de Universidad sobre el concepto de serie numérica. Como conclusión se han detectado errores de Álgebra, de conceptos de límite al infinito y de funciones, y que éstos influyen para la correcta adquisición del concepto de serie numérica.

- México, en donde Rosas, en su trabajo *"Transposición Didáctica de las series numéricas infinitas. Una caracterización del Discurso Escolar actual en el nivel superior"*, realiza un análisis de los errores que cometen los estudiantes al resolver un ejercicio sobre series numéricas infinitas, y concluye que el estudiante confunde los términos de sucesión y serie.

- Ecuador, trabajos elaborados bajo la supervisión de la Magister Margarita Kostikova:

  - "*Y Aquiles no alcanzó a la tortuga*", realizado por Freddy Mera y editado en la Facultad de Ciencias de la Escuela Politécnica Nacional.

Este trabajo realiza el análisis de las series armónica, geométrica y telescópica desde la perspectiva de la paradoja de Aquiles y la Tortuga. Utiliza la definición de Cauchy, para la cual se proponen tres valores de ε y se encuentran tres valores de N correspondientes.

- "*Una escalera al cielo*", realizado por Fernando Mediavilla Ruiz y editado por la Universidad Central del Ecuador. Este trabajo propone tareas a ser realizadas por los estudiantes en diferentes tópicos de la Matemática; con respecto a las series numéricas infinitas, únicamente desarrolla el tema la suma de una serie geométrica.

Los trabajos antes mencionados se considerarán como un punto de partida de la presente investigación, puesto que no solo se van a tratar las series a partir de su definición, si no que se va a estudiar la historia del concepto de serie numérica infinita hasta llegar a la definición del número real. También se va a mostrar el sentido original de cada criterio de convergencia, y la independencia del Axioma del Supremo de los demás axiomas de los Números Reales.

2.1.4. La Historia de la Matemática

Las clases de Matemática son impartidas generalmente desde una concepción teórica. La mayoría de docentes se preocupa por los conceptos matemáticos y de reforzar los mismos mediante ejercicios; pero muy pocos toman en cuenta los contextos históricos que dieron lugar a estos conceptos. Por ello se hace importante que tanto docentes como estudiantes conozcan sobre historia de la Matemática. Como menciona González Urbaneja en su estudio de 2004:

> La Historia de la Matemática permite conocer las cuestiones que dieron lugar a los diversos conceptos, las intuiciones e ideas de donde surgieron, el origen de los términos, lenguajes y notaciones singulares en que se expresaban, las dificultades que involucraban, los problemas que resolvían, el ámbito en que se aplicaban, los métodos y técnicas que desarrollaban, cómo fraguaban definiciones, teoremas y demostraciones, la ilación entre ellos para forjar teorías, los fenómenos físicos y sociales que explicaban, el marco espacial y temporal en que aparecían, cómo fueron evolucionando hasta su estado actual, con qué términos culturales se vinculaban, las necesidades cotidianas que solventaban. (pág. 18)

La historia de la Matemática y sus anécdotas revela el trabajo tesonero de los matemáticos de cada época para dar solución a muchos problemas que quedaron sin resolverse durante años, y en otros casos hasta siglos, como por ejemplo los tres problemas geométricos más famosos de la antigüedad: la duplicación del cubo, la cuadratura del círculo y la trisección del ángulo. Estos relatos resultan fascinantes y a su vez instructivos para los estudiantes, pues como lo menciona Del Río Sánchez en su estudio realizado en 1997:

> Es necesario que los estudiantes conozcan algo de la vida y del contexto social y cultural en el que se movieron los autores. Es particularmente interesante que los alumnos aprecien ciertas actitudes que ellos mantuvieron a lo largo de su vida: curiosidad e interés por buscar y resolver problemas, tenacidad en el trabajo, autonomía e independencia intelectual, estima de la competencia y del juicio de otras personas, actitud crítica y revisionista, etc. Estos conocimientos humanizarán la enseñanza de las matemáticas y contribuirán a que se generen en los estudiantes actitudes similares con lo cual mejorará también su aprendizaje de los conceptos y de los métodos matemáticos. (pág. 37)

Finalmente, la historia de la Matemática es un recurso que el docente puede utilizar en el aula, ya que, como lo afirma González Urbaneja (2004) en sus conclusiones, “la Historia de la Matemática es una fuente inagotable de material didáctico, de ideas y problemas interesantes y también, en un alto grado, de diversión y recreo intelectual, en suma de enriquecimiento personal, científico y profesional”. Así podemos mantener el interés de los estudiantes en el tema tratado, “lo que el profesor puede aprovechar para motivar su labor de transmisión del conocimiento, desdramatizando la Enseñanza de las Matemáticas” (pág. 27).

2.2. Fundamentación Conceptual

2.2.1. Enseñanza-Aprendizaje

El proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática ha ido variando a través de los años con la aparición de nuevas metodologías y el avance de la tecnología; sin embargo, el estudiante y su entorno siguen siendo los ejes fundamentales de este proceso, pues, como lo manifiesta Fabré y Cobas en su estudio del 2005,

> El proceso de aprendizaje es un proceso complejo, diversificado, en el que influyen determinados factores como las características del sujeto que aprende,

> las situaciones y contextos socio-culturales en que aprende, los tipos de contenidos o aspectos de la realidad de los cuales debe apropiarse y los recursos con que cuenta para ello, el nivel de intencionalidad, conciencia y organización con que tienen lugar estos procesos, entre otros. (pág. 71)

2.2.2. Didáctica

Para Abarca (2007), la didáctica se ha ido desarrollando en las cuatro últimas décadas, pero sigue habiendo dos vertientes, la idealista, en donde la comprensión de la matemática se la hace a través de una visión amplia de ella y, la práctica, en donde se desea restablecer las técnicas básicas que hacen eficiente el aprendizaje de la matemática. Además, manifiesta que estas dos vertientes "se pueden observar tanto en los grupos de investigadores, innovadores y profesores de matemáticas de los diferentes niveles educativos" (pág. 1) .

Para D'Amore (2014), existe una diferenciación entre la didáctica profesional y la didáctica de una disciplina, llegando a la conclusión de que la diferencia primordial es "los principios de conceptualización" (pág. 201), ya que no se puede entender la didáctica de una disciplina, si ésta no hace referencia también a su epistemología.

D'Amore en su artículo de 2014 menciona que:

> En el caso particular de la matemática, podemos señalar como mínimo cinco aspectos específicos de su aprendizaje (Fandiño Pinilla, 2008): aprendizaje conceptual; aprendizaje algorítmico; aprendizaje estratégico (ej.: la resolución de problemas); aprendizaje comunicativo; aprendizaje semiótico (ej.: gestión de las representaciones y de las transformaciones de tratamiento y de conversión). (pág. 201)

Para Rodríguez (2012), la matemática debe ser entendida y aprendida desde sus orígenes (cómo aparecieron las diferentes teorías), su desarrollo histórico, y su transformación y evolución a través de los siglos, ya que "la epistemología de la Matemática, está vinculada a la historia, a la epistemología de la didáctica de la matemática y a la evolución del conocimiento matemático" (pág. 43). Manifiesta también que es recién en la última década que se le ha dado importancia a la influencia que ejerce en el proceso enseñanza-aprendizaje tanto la filosofía como la epistemología de la matemática, e indica que:

> En esa línea de pensamiento, se consiente que entre las tendencias filosóficas predominantes tradicionales más resaltantes que marcan pautas en los procesos educativos de la matemática, se encuentran, entre otras: el idealismo, el estructuralismo, el formalismo, el mecanismo, el empirismo, el realismo y, entre las tendencias no tradicionales, el constructivismo, entre otras. (pág. 43)

2.2.3. Rendimiento Académico

En la Educación Superior dentro de los indicadores de calidad que tiene cada universidad para cuantificar el proceso de enseñanza-aprendizaje, está asociado el rendimiento académico del estudiante como menciona De Miguel Díaz et al. (2002), "El rendimiento académico de los alumnos constituye una de las cuestiones fundamentales a la hora de abordar el tema de la calidad de la Enseñanza Superior" (págs. 358-359), debido a que es un indicador que permite una aproximación a la realidad educativa.

Para Vélez Van Meerbeke y Roa González (2005):

> El rendimiento académico ha sido definido como el cumplimiento de las metas, logros u objetivos establecidos en el programa o asignatura que está cursando un alumno. Desde un punto de vista operativo, este indicador se ha limitado a la expresión de una nota cuantitativa o cualitativa y se encuentra que en muchos casos es insatisfactorio lo que se ve reflejado en la pérdida de materias, pérdida del cupo (mortalidad académica) o deserción. (pág. 25)

Al rendimiento académico se le acostumbra asociar con una calificación obtenida por el estudiante, y trata de medir el logro del estudiante en las diferentes tareas académicas.

De acuerdo a Rodríguez, Fita y Torrado (2004), las notas obtenidas, como un indicador que certifica el logro alcanzado, son un indicador preciso y accesible para valorar el rendimiento académico, si se asume que las notas reflejan los logros académicos en los diferentes componentes del aprendizaje, que incluyen "aspectos académicos-profesionales y personales; es decir, el completo perfil de formación" (pág. 395).

2.2.4. Sucesiones y Series

Como el texto que se va a elaborar es de series numéricas infinitas, y aun cuando en este tema existen muchos conceptos matemáticos fundamentales, a continuación se definirán los tres conceptos más relevantes, como son: Sucesión, Serie Numérica Infinita y Convergencia de una serie.

2.2.4.1. Sucesión

La sucesión es una función cuyo dominio es el conjunto de los Números enteros positivos. Apóstol (2001) define una sucesión de la siguiente forma:

> Si a cada entero positivo n está asociado un número real a_n, entonces se dice que el conjunto ordenado (pág. 462)
>
> $$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$
>
> define una sucesión infinita. Cada término tiene asignado un entero positivo, de manera que se puede hablar del primer término a_1, del segundo términoa$_2$ y en general del término enésimo a_n. Cada término a_n tiene un siguiente a_{n+1} y por tanto no hay un último término. (pág. 462)

2.2.4.2. Serie Numérica Infinita

Una serie es la suma de los términos (números reales) de una sucesión infinita. Apóstol (2001) define una serie de la siguiente forma:

> A partir de una sucesión de números reales, se puede formar una nueva sucesión sumando los términos sucesivamente. Así, si la sucesión dada tiene los términos: (pág. 469)
>
> $$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$
>
> se forma la sucesión de las «sumas parciales»: (pág. 469)
>
> $$S_1 = a_1, S_2 = a_2, S_3 = a_3,$$
>
> y así sucesivamente, estando definida la suma parcial de los n primeros términos como sigue: (pág. 469)

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k.$$

La sucesión $\langle S_n \rangle$ de las sumas parciales se llama serie infinita o simplemente serie. (pág. 469)

2.2.4.3. Convergencia de una serie

La convergencia de una serie depende de la convergencia de la sucesión de sumas parciales. Apóstol (2001) define la convergencia y divergencia de una serie de la siguiente forma:

Si existe un número real S tal que: (2001)

$$\lim_{n\to\infty} S_n = S,$$

se dice que la serie $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ es convergente y tiene suma S en cuyo caso se escribe: (2001)

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = S.$$

Si $\langle S_n \rangle$ diverge se dice que la serie $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$, diverge y no tiene suma.

Dependiendo del tipo de serie (telescópicas, alternadas, geométricas, etc.), existen diferentes criterios de convergencia, entre los cuales podemos mencionar algunos:

El criterio de la integral,

El criterio del cociente,

El criterio de la raíz,

Los criterios de Dirichlet y de Abel,

El criterio de Raabe.

2.2.5. Software Wolfram-Mathematica®

Wolfram-Mathematica® es un programa matemático que permite realizar cálculos de manera tanto numérica como simbólica, realizar gráficos e integrar los resultados en un mismo documento. Este software dispone de un lenguaje de programación propio que permite la construcción de programas que se ajustan a las necesidades del usuario.

Mediante la utilización del comando Manipulate en la programación, se puede generar contenido interactivo (cálculos y gráficos). La salida que se obtiene al evaluar un comando Manipulate es un objeto interactivo que contiene uno o más controles (controles deslizantes, de selección, etc.) que se pueden utilizar para variar el valor de uno o más parámetros en los cálculos o los gráficos. http://reference.wolfram.com/language/tutorial/IntroductionToManipulate.html: [Recuperado el 24/07/2015]

La manipulación de los parámetros antes mencionados solo se puede realizar cuando el documento ha sido grabado en formato CDF (por sus siglas en Inglés, Computable Document Format). La gran ventaja que el CDF viene a dar al profesor de matemáticas es que él mismo puede crear sus propios materiales para permitir a los estudiantes interactuar con las diferentes representaciones que se pueden dar a un objeto matemático y los requerimientos de conocimientos en cuestiones de programación para la realización de esta tarea se reducen al mínimo. http://www.aprendematematicas.org.mx/tutoriales/cdf.html: [Recuperado el 24/07/2015]

2.2.6. La narrativa y la historia

"En sentido general, narrar es referir acontecimientos ocurridos en un determinado período de tiempo, estos acontecimientos pueden ser reales o ficticios". http://www.portaleducativo.net/quinto-básico/672/Narración-y-sus-elementos [Recuperado el 29/04/2016]

McEwan & Egan en su libro la narrativa en la enseñanza, el aprendizaje y la investigación de 1998, definen la narrativa de la siguiente manera:

> La narrativa se refiere a la estructura, el conocimiento y las habilidades necesarias para construir una historia. En lenguaje cotidiano, los términos historia y narrativa son sinónimos: relatos de actos que por lo general involucran a seres humanos o animales humanizados. Una historia tiene personajes; tiene comienzo, medio y fin; y se unifica por medio de una serie de eventos organizados. El conjunto se denomina trama o argumento. (pág. 52)

La narrativa y las historias deberían ser aplicadas en un área de formación tan importante como la Matemática; sin embargo, como lo manifiesta Frabetti en su estudio de 2009:

> Es lamentable que la presencia de las matemáticas en la literatura sea tan escasa; pero no es menos lamentable (en realidad es la otra cara de la misma moneda) que lo literario-narrativo esté tan ausente de la enseñanza de las matemáticas, y que tan pocos profesores y profesoras sean conscientes de que, también con las materias científicas, de lo que se trata es, en última instancia, de enseñar a leer y a escribir. (pág. 46)

2.3. Fundamentación Legal

El marco legal en el cual se fundamenta el presente proyecto es el siguiente:

LOES (Asamblea Nacional, 2010).- Art. 8.- Serán fines de la Educación Superior:

Literal a.- Aportar al desarrollo del pensamiento universal, al despliegue de la producción científica y a la promoción de las transferencias e innovaciones tecnológicas.

LOES.- Art. 145.- Principio de autodeterminación para la producción del pensamiento y conocimiento.- El principio de autodeterminación consiste en la generación de condiciones de independencia para la enseñanza, generación y divulgación de conocimientos en el marco del diálogo de saberes, la universalidad del pensamiento, y los avances científico-tecnológicos locales y globales.

Reglamento de Régimen Académico.- Art. 9.- Educación Superior de postgrado o de cuarto nivel.

Literal c) Maestría.- Forma profesionales e investigadores con competencias de alto nivel en el estudio de un objeto complejo y multidimensional, y de las correspondientes metodologías, lenguajes, procesos y procedimientos de una disciplina o profesión, así como en el conocimiento de métodos multi, inter o trans disciplinares. Las maestrías pueden ser profesionales o de investigación.

Reglamento de Régimen Académico.- Art. 22.- Unidades de organización curricular en los programas de postgrado.

Numeral 3.- Unidad de titulación.- Está orientada a la fundamentación teórico-metodológica y a la generación de una adecuada base empírica, que garantice un trabajo de titulación que contribuya al desarrollo de las profesiones, los saberes, la tecnología o las artes, y las ciencias.

Los trabajos de titulación deberán ser individuales; cuando su nivel de complejidad lo justifique, podrán realizarse en equipos de dos estudiantes, dentro de un mismo programa.

El trabajo de titulación de la especialización y de la maestría profesional deberá incluir necesariamente un componente de investigación de carácter descriptivo, analítico o correlacional y por tanto contener, como mínimo, la determinación del tema o problema, el marco teórico referencial, la metodología pertinente y las conclusiones. Su elaboración deberá guardar correspondencia con las convenciones científicas del campo respectivo.

Reglamento de Régimen Académico.- Art. 24.- Trabajo de titulación en los programas de maestría profesional.- Las horas asignadas al trabajo de titulación serán equivalentes al 20% del número total de horas del programa.

Se considerarán trabajos de titulación de las maestrías profesionales, entre otros de similar nivel de complejidad, los siguientes: proyectos de investigación y desarrollo, estudios comparados complejos, artículos científicos de alto nivel, diseño de modelos complejos, propuestas metodológicas y tecnologías avanzadas, productos artísticos, dispositivos de alta tecnología, entre otros de igual nivel de complejidad.

Reglamento de Régimen Académico.- Art. 71.- Investigación para el aprendizaje.- La organización de los aprendizajes en cada nivel de formación de la educación superior se sustentará en el proceso de investigación correspondiente y propenderá al desarrollo de conocimientos y actitudes para la innovación científica, tecnológica, humanística y artística, conforme a lo siguiente:

Numeral 3.- Investigación en educación superior de posgrado.- Se desarrollará en el marco formativo de investigación avanzada y tendrá carácter analítico, explicativo y correlacional, de conformidad a los siguientes parámetros:

Literal c.- Investigación en maestrías profesionales.- Este tipo de programas deberán profundizar el conocimiento de la epistemología del campo profesional y desarrollar proyectos de investigación e innovación de carácter analítico, que puedan utilizar métodos multi e interdisciplinar.

2.4. Sistemas de variables

2.4.1. Definición nominal

Variable Independiente: Utilización del texto didáctico.

Variable Dependiente: Rendimiento académico de los estudiantes de EDO.

2.4.2. Definición conceptual

Variable Independiente: Docente enseña el capítulo de series numéricas infinitas, utilizando el texto desarrollado en base a historias, anécdotas y situaciones reales.

Variable Dependiente: Rendimiento académico medido sobre la base de las notas obtenidas por los estudiantes, que indican los resultados de aprendizaje alcanzados a través del proceso enseñanza aprendizaje en un período.

2.5. Hipótesis

La hipótesis de la investigación es correlacional, causal y bi-variada, puesto que va a comparar dos grupos: uno experimental y otro de control. Por lo tanto la hipótesis de la investigación (Hi) es:

El rendimiento académico de los estudiantes de los cursos de EDO de la ESPE, en donde se aplicará el texto didáctico de series numéricas infinitas, será mayor que, el rendimiento académico de los estudiantes de los cursos de dicha asignatura en donde no se aplicará.

Representación Matemática:

- G_A: Estudiantes pertenecientes al grupo experimental. (Cursos donde se aplicará el texto didáctico).

- G_B: Estudiantes pertenecientes al grupo de control. (Cursos donde no se aplicará el texto didáctico).

- $X_{A:}$ Promedio del rendimiento académico de los estudiantes de los cursos de EDO de la ESPE, en donde se aplicará el texto didáctico de series numéricas infinitas.

- $X_{B:}$ Promedio del rendimiento académico de los estudiantes de los cursos de EDO de la ESPE, en donde no se aplicará el texto didáctico de series numéricas infinitas.

- Hipótesis a comprobar

  Hipótesis nula (Ho): $X_A \leq X_B$

  Hipótesis alternativa (Ha): $X_A > X_B$

2.6. Cuadro de operacionalización de las variables

Tabla 1
Operacionalización de las variables

VARIABLE	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DIMENSIONES	INDICADORES	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
INDEPENDIENTE Utilización del texto didáctico	Docente enseña el capítulo de series numéricas infinitas, utilizando el texto desarrollado en base a historias, anécdotas y situaciones reales.	Uso del texto	Número de respuestas afirmativas sobre si el estudiante: • Comprende el tema • Analiza y resuelve los problemas • Participa en clase • Muestra interés en el tema y hace preguntas El texto: • Promueve la investigación sobre el tema	Encuesta	Cuestionario
DEPENDIENTE **Rendimiento académico de los estudiantes de EDO.**	Obtenido por las notas alcanzadas por los estudiantes, que indican los resultados de aprendizaje obtenidos a través del proceso enseñanza aprendizaje en un período.	Calificaciones	• Excelente(18-20) • Muy bueno (16-17) • Bueno (13-15) • Regular (11-12) • Deficiente (0-10).	Test	Pruebas: Diagnóstica Procesual Final

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1. Diseño de la investigación

La investigación realizada fue de carácter exploratorio-descriptivo-correlacional, y se realizó con los estudiantes de los cursos de EDO de las carreras de Ingenierías técnicas de la ESPE (Ingenierías: Biotecnología, Civil, Electrónica, Geográfica, Mecánica, Mecatrónica y Sistemas e Informática), campus Sangolquí, en los cursos donde los investigadores fueron docentes, durante el período académico Octubre 2015-Febrero 2016.

Ya que como lo manifiestan Hernández, Fernández & Baptista en su libro de 2010:

> Los estudios exploratorios sirven para preparar el terreno y por lo común anteceden a investigaciones con alcances descriptivos, correlacionales o explicativos. Los estudios descriptivos —por lo general— son la base de las investigaciones correlacionales, las cuales a su vez proporcionan información para llevar a cabo estudios explicativos que generan un sentido de entendimiento y son altamente estructurados. Las investigaciones que se realizan en un campo de conocimiento específico pueden incluir diferentes alcances en las distintas etapas de su desarrollo. Es posible que una investigación se inicie como exploratoria, después puede ser descriptiva y correlacional, y terminar como explicativa." (pág. 78)

La investigación fue exploratoria porque se empezó haciendo una indagación preliminar de los conocimientos previos que debían tener los estudiantes antes de iniciar el capítulo de series numéricas infinitas, mediante la aplicación de una prueba diagnóstica.

Descriptiva porque permitió conocer cuáles son los errores más comunes cometidos por los estudiantes en la aplicación de los conceptos de las series numéricas infinitas y sus criterios de convergencia tanto en los cursos en donde se aplicó el texto, como en los cursos en donde no se aplicó.

Correlacional porque se relacionó la variable independiente: utilización del texto didáctico de series numéricas infinitas, con la variable dependiente:

rendimiento académico de los estudiantes de EDO, ya que "este tipo de estudios tiene como finalidad conocer la relación o grado de asociación que exista entre dos o más conceptos, categorías o variables en un contexto en particular" (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010, pág. 81).

La investigación fue realizada bajo un enfoque cuantitativo, porque mediante instrumentos tales como encuestas y pruebas se realizó la recolección de datos, los cuáles fueron obtenidos al medir las dos variables planteadas.

Para Hernández et al. (2010):

> El enfoque cuantitativo (que representa, como dijimos, un conjunto de procesos) es secuencial y probatorio. Cada etapa precede a la siguiente y no podemos "brincar o eludir" pasos, el orden es riguroso, aunque, desde luego, podemos redefinir alguna fase. Parte de una idea, que va acotándose y, una vez delimitada, se derivan objetivos y preguntas de investigación, se revisa la literatura y se construye un marco o una perspectiva teórica. De las preguntas se establecen hipótesis y determinan variables; se desarrolla un plan para probarlas (diseño); se miden las variables en un determinado contexto; se analizan las mediciones obtenidas (con frecuencia utilizando métodos estadísticos), y se establece una serie de conclusiones respecto de la(s) hipótesis. (pág. 4)

Por último, se procedió a realizar un estudio de caso mediante el análisis estadístico de los datos recolectados y se obtuvieron conclusiones respecto de la hipótesis formulada. Para Yin (1994) el estudio de caso se define como "[...] una estrategia de investigación que comprende todos los métodos con la lógica de la incorporación en el diseño de aproximaciones específicas para la recolección de datos y el análisis de éstos". Además, como lo señala Eisenhardt (1989), esta estrategia de investigación puede combinar diferentes métodos para recoger evidencia "cualitativa y/o cuantitativa".

El diseño con el que se realizó la investigación es el cuasi-experimental puesto que, como lo manifiesta Hernández et al. (2010):

> Los diseños cuasiexperimentales también manipulan deliberadamente, al menos, una variable independiente para observar su efecto y relación con una o más variables dependientes, solo que difieren de los experimentos "puros" en

> el grado de seguridad o confiabilidad que pueda tenerse sobre la equivalencia inicial de los grupos. (pág. 148)

Los estudiantes de la ESPE realizan su matrícula en las diferentes asignaturas vía WEB, a través del sistema de matriculación de la Institución antes de iniciar el semestre, y esta asignación es aleatoria, por lo que al empezar el experimento los paralelos de las diferentes asignaturas ya estarán conformados, teniéndose grupos intactos.

Para Hernández et al. (2010):

> En los diseños cuasiexperimentales los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están formados antes del experimento: son grupos intactos (la razón por la que surgen y la manera como se formaron es independiente o aparte del experimento). (pág. 148)

Existen variables externas como el perfil de la carrera de los estudiantes y el número de estudiantes repetidores en cada paralelo que los investigadores no pueden controlar, puesto como se indicó anteriormente la matrícula fue realizada vía WEB, sin embargo otras variables como la pedagogía de cada instructor se puede minimizar, ya que los dos investigadores utilizaron la misma metodología en el proceso enseñanza-aprendizaje y realizaron las mismas evaluaciones tanto en los cursos de control como en los cursos experimentales, además se aseguró que las franjas horarias de los cursos asignados sean las mismas.

En referencia al contexto en donde se realizó la investigación, ésta fue de campo, pues se la hizo en las instalaciones de la ESPE, campus Sangolquí, con los estudiantes matriculados en la asignatura de EDO, puesto que "la investigación de campo o investigación directa, es la que se efectúa en el lugar y tiempo en que ocurren los fenómenos objetos de estudio". (Zorrilla, 1993, pág. 43)

3.2. Población y Muestra

La población se define como el grupo total de individuos, objetos o fenómenos que tienen una particularidad o propiedad en común y de los cuáles se desea realizar una investigación.

En la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, el sistema académico Banner asigna un número de forma aleatoria a cada uno de los cursos de una asignatura. A este número se le denomina NRC (Number Random Course por sus siglas en inglés) y es utilizado por los estudiantes para matricularse en las mismas.

El capítulo de series numéricas infinitas forma parte del programa de estudios de la asignatura EDO. Esta asignatura, dependiendo de la respectiva malla curricular, se dicta en el segundo o tercer nivel de las carreras de Ingenierías Técnicas de la ESPE.

En la ESPE las asignaturas se encuentran divididas en tres unidades didácticas, estando el capítulo sobre series numéricas infinitas ubicado en la tercera unidad de la asignatura EDO.

Por lo tanto, la población de esta investigación está constituida por los estudiantes de las carreras de Ingenierías Técnicas de la ESPE, campus Sangolquí, que se matricularon en todos los NRC's de la asignatura EDO, durante el período académico Octubre 2015–Febrero 2016.

La muestra es un subgrupo de una población, que debe contener las mimas características que ésta. Durante el período académico Octubre 2015–Febrero 2016 a cada uno de los investigadores se les asignó dos NRC's de la asignatura EDO, por lo que la muestra de la presente investigación estuvo constituida por los estudiantes matriculados en los NRC's 1115, 1373, 1494 y 3899 de esta asignatura.

El número de estudiantes que forman parte de la población seleccionada se puede visualizar en la tabla 2.

Tabla 2
Población del estudio

GRUPO	No. De NRC's	No. DE ESTUDIANTES
Grupo Experimental (GA)	2	63
Grupo de Control (GB)	2	58
TOTAL:		121

3.3. Instrumentos

Para la obtención de información, en la presente investigación, se utilizaron como técnicas de recolección de datos la encuesta y el test. Los instrumentos utilizados fueron los siguientes: Prueba diagnóstica, prueba procesual 1, prueba procesual 2, prueba final y cuestionario.

3.3.1. Prueba diagnóstica

Este instrumento consta de 40 preguntas de selección múltiple, contiene datos informativos tales como: nombre, fecha, NRC, número de matrículas e instrucciones para desarrollarla.

Esta prueba fue estructurada en dos partes: la primera conformada por 20 preguntas acerca de temas de prerrequisito tales como: factoriales, sumatorias, sucesiones, fracciones parciales, límites, derivadas e integrales que todos los estudiantes sean nuevos o repetidores deberían estar en capacidad de responder, mientras que la segunda parte contenía 20 preguntas acerca de series numéricas infinitas que podían ser contestadas únicamente por estudiantes que tuvieran un conocimiento previo sobre series o que fueran repetidores. (Anexo 1).

La prueba diagnóstica fue aplicada al inicio de la investigación y fue rendida por los estudiantes de los dos grupos (experimental y control) para tratar de asegurar la equivalencia inicial entre ellos. Esta prueba fue tomada dentro del horario normal de clases y tuvo una duración de una hora.

3.3.2. Pruebas procesuales

Estas pruebas están formadas de cuatro preguntas con ejercicios y problemas de aplicación sobre series numéricas infinitas y fueron de carácter individual. Todas las preguntas de las pruebas procesuales fueron elaboradas mediante indicadores de tal forma que permitan evidenciar los errores que cometen los estudiantes el momento de resolver ejercicios sobre series numéricas infinitas. (Anexo 2).

Las pruebas procesuales 1 y 2 fueron receptadas fuera de horario, tuvieron una duración de una hora y quince minutos y su valoración fue de 20 puntos.

Los temas sobre series numéricas infinitas que fueron evaluados mediante la prueba procesual 1 son los siguientes:

- Serie geométrica.
- Serie telescópica.
- Criterio por comparación.
- Criterio por comparación en el límite.

En la prueba procesual 2 se evaluaron los siguientes temas:

- Criterio del cociente.
- Criterio de la integral.
- Criterio sobre la convergencia de series alternadas.
- Intervalo y radio de convergencia de series de potencias.

3.3.3. Prueba Final

Esta prueba está conformada de 40 preguntas de selección múltiple sobre series numéricas infinitas, y al igual que la prueba diagnóstica contiene datos informativos tales como: nombre, fecha, NRC, número de matrículas e instrucciones para desarrollarla.

En esta prueba se repitieron las 20 preguntas de la segunda parte de la prueba diagnóstica, para realizar una comparación de los resultados de aprendizaje que tenían los estudiantes al inicio del experimento con los alcanzados al final del mismo. (Anexo 3).

La prueba final fue receptada fuera de horario, tuvo una valoración de 20 puntos y una duración de hora y media y fue utilizada para identificar los resultados de aprendizaje que alcanzaron los estudiantes al final del experimento.

Para finalizar se debe indicar que tanto las pruebas procesuales como la prueba final fueron las mismas para los grupos experimental y de control.

3.3.3.1. Cuestionario

Este instrumento tuvo como objetivo conocer el criterio de los estudiantes acerca de la metodología utilizada en la enseñanza del capítulo de series numéricas infinitas mediante la utilización del texto didáctico sobre este tema, por lo que fue aplicado únicamente a los estudiantes de los grupos experimentales. (Anexo 4).

Este cuestionario estuvo formado de 10 preguntas cerradas y una abierta, fue realizado fuera del horario normal de clase y fue receptado por la señorita secretaria del departamento de Ciencias Exactas para evitar influir en el criterio de los estudiantes.

3.4. Recolección de datos

Para la recolección y tabulación de datos se elaboraron cuadros con cuatro tipos de formatos diferentes dependiendo de la información obtenida mediante los instrumentos mencionados anteriormente.

El primer formato se utilizó para registrar la información obtenida de las pruebas diagnóstica y final.

Tabla 3
Formato para la tabulación de datos de las pruebas diagnóstica y final

TIPO DE PRUEBA									
No	NOMBRE	No. MATRICULAS	PREGUNTAS						
			1	2	3	4	…	39	40

Para poder realizar el análisis de los datos obtenidos en estas pruebas se procedió a registrar en el cuadro correspondiente el valor de 1 si el estudiante señala el literal de la respuesta correcta y 0 en el caso que haya registrado el literal de la respuesta incorrecta.

Para el caso de la prueba diagnóstica se obtienen dos notas: La una al sumar el total de respuestas correctas obtenidas por el estudiante en las primeras veinte preguntas, y la otra al sumar el total de respuestas correctas de las últimas veinte. También se procedió a sumar el total de respuestas correctas por pregunta para determinar el porcentaje de aciertos de la misma. (Anexo 5).

Para la prueba final, la nota de cada estudiante se obtiene sumando las repuestas correctas de las cuarenta preguntas y dividiendo este resultado para dos. También se procedió a agrupar las preguntas de esta prueba por resultados de aprendizaje, para determinar cuáles de éstos fueron alcanzados por los estudiantes de cada grupo y a sumar el total de respuestas correctas por pregunta para obtener el porcentaje de aciertos de la misma. (Anexo 6).

En el segundo formato se registró la información de los datos obtenidos en las pruebas procesuales.

Tabla 4
Formato para la tabulación de datos de las pruebas procesuales

PRUEBA PROCESUAL No: __																					
No	Nombre	PREGUNTA 1					PREGUNTA 2					PREGUNTA 3					PREGUNTA 4				
		I1	I2	I3	I4	I5	I1	I2	I3	I4	I5	I1	I2	I3	I4	I5	I1	I2	I3	I4	I5

Para las pruebas procesuales se consideró en cada pregunta cinco indicadores. Si el estudiante cumplió con el indicador establecido, se registró en el cuadro correspondiente el valor de 1, caso contrario el valor de 0. La suma de los valores obtenidos en los cinco indicadores da como resultado la calificación de cada pregunta. La nota final del estudiante en cada prueba procesual se obtiene al sumar el valor de los indicadores de todas las preguntas. En estos instrumentos también se realizó la suma de los valores obtenidos por indicador, lo que nos proporciona el porcentaje de cumplimiento del mismo. (Anexo 7).

El tercer formato fue utilizado para elaborar un cuadro de resumen, en donde se registraron las notas obtenidas por los estudiantes en las pruebas procesuales 1, 2 y la prueba final, así como, el promedio final por estudiante. (Anexo 8).

Tabla 5
Formato del cuadro resumen

GRUPO ____________					
No.	NOMBRE	PP1/20	PP2/20	PF/20	NF/20

Con las notas de la última columna de este cuadro, se obtuvieron las medias aritméticas de los cursos experimentales (X_A), y de control (X_B), con las cuales se procedió a realizar la verificación de la hipótesis planteada mediante un análisis estadístico de ellas.

El cuarto formato fue utilizado para registrar los datos obtenidos de las primeras 10 preguntas del cuestionario.

Tabla 6
Formato para la tabulación de datos de la encuesta

PRUEBA PROCESUAL No: __																				
No	PREGUNTA 1				…				PREGUNTA 5					…				PREGUNTA 10		
	A	B	C	D	A	B	C	…	A	B	C	D	E	A	B	C	..	A	B	C

En este caso se procedió a asignar el valor de 1 al literal contestado por el estudiante y 0 a los literales restantes por pregunta, lo que permite conocer el criterio de los estudiantes acerca de cada una de las preguntas formuladas. (Anexo 9).

Para la pregunta abierta se tabularon todas las respuestas dadas por los estudiantes y se procedió a verificar cuáles de éstas eran las que más coincidían.

Para el análisis de los datos obtenidos se va a utilizar el programa estadístico R. Se empezará determinando si los datos siguen una distribución normal y luego se procederá a realizar la comprobación de la hipótesis establecida con un nivel de significancia del 95% y mediante la prueba estadística Z, puesto que el número de datos que se tiene del grupo experimental (n_1=63) y el número de datos del grupo de control (n_2=58) son mayores que 30.

3.5. Metodología de trabajo

En el período académico Octubre 2015-Febrero 2016, cuatro cursos de la asignatura EDO fueron asignados a los docentes investigadores. Con estos paralelos se formaron dos grupos: el grupo experimental (G_A) formado por los estudiantes de los NRC's 1115 y 1494 (un paralelo de cada investigador) y el grupo de control (G_B) formado por los estudiantes de los NRC's 3899 y 1373 (un paralelo de cada investigador).

El experimento se inició con la aplicación de la prueba diagnóstica a los 4 grupos, para verificar si los estudiantes poseen los conocimientos previos necesarios para el estudio de las series numéricas infinitas.

Al grupo G_A se le aplicó el tratamiento experimental, es decir en este grupo los docentes, investigadores del presente proyecto, utilizaron el texto didáctico elaborado en base a historias, anécdotas y situaciones reales para enseñar las series numéricas infinitas. Las unidades del texto seleccionadas para ser aplicadas en estos cursos fueron:

- Series geométricas
  - Unidad 25: Cauchy define el concepto de convergencia de una serie numérica infinita.
  - Unidad 11: La ventana en la celda del padre Mersenne.
- Series telescópicas
  - Unidad 12: La pregunta de Huygens.
  - Unidad 14: El acertijo de Leibniz.
- Serie armónica
  - Unidad 24: El lobo y las hormigas.
- Criterio de comparación
  - Unidad 26: ¿Qué longitud tiene la barba?
  - Unidad 27: La dieta del petirrojo.

- Criterio de la integral
  - Unidad 36: Las dos orugas.
- Criterio del cociente
  - Unidad 30: Llegando al cielo.
  - Unidad 31: Una estrella en el bosque.
- Series alternadas
  - Unidad 32: El hombre es una serie alternada.
  - Unidad 33: ¿Qué salario le conviene más?
- Series de funciones
  - Unidad 38: ¿Dónde convergen las series descubiertas por Newton y Leibniz?

Para asegurar que la metodología utilizada por los docentes-investigadores en la enseñanza de estos temas en los grupos experimentales sea la misma, se elaboraron 8 planes de clase con el siguiente formato:

- Tema.
- Objetivo.
- Actividades:
  - Control de lectura.
  - Desarrollo del tema.
  - Refuerzo por parte del docente.
  - Ejercicios a ser resueltos por los estudiantes.
  - Resumen de la clase por el docente.
  - Tarea a ser resuelta por los estudiantes.

Los planes de clase que se utilizaron con los estudiantes del grupo experimental, se pueden revisar en el Anexo 10.

A continuación se describe la metodología de trabajo que se empleó por parte de los docentes en los grupos experimentales:

- A través del correo electrónico del aula virtual de la ESPE, se envió un archivo, con la unidad del texto elaborado en Wolfram-Mathematica® y grabado en formato CDF del tema a ser tratado en la siguiente clase, del tal manera que los estudiantes puedan leer la historia, revisar las demostraciones y los ejercicios planteados.

- Para verificar que los estudiantes leyeron el archivo enviado, al comienzo de cada clase, se procedió a realizar un control de lectura. Esta actividad duró 10 minutos. Para realizar la misma se elaboró un cuestionario de cinco preguntas sobre lo más relevante de la historia y del desarrollo matemático de cada tema. Al azar se escogieron cinco estudiantes del curso para que procedan a responder este cuestionario.

- A continuación, con ayuda de las Tic's (computadora y proyector), se procedió a proyectar el archivo enviado, así, de esta manera mientras un estudiante leía la historia, otro realizaba la demostración de la parte matemática en el pizarrón. El docente muestra a los estudiantes la interactividad elaborada para cada tema con ayuda del programa Wolfram-Mathematica® para reforzar los conceptos impartidos durante la clase.

- El docente refuerza el tema, aclarando las definiciones, despejando cualquier duda y realizando ejercicios de aplicación.

- Siguiendo con la clase, el docente propone cinco ejercicios para que sean resueltos por los estudiantes bajo la supervisión del profesor.

- Antes de terminar la clase, el docente realiza un resumen del tema tratado, y aclara las últimas inquietudes planteadas por los estudiantes.

- Finalmente, el docente, a través del correo del aula virtual de la ESPE, envía a los estudiantes un archivo con un grupo de problemas y ejercicios sobre el tema tratado, con la finalidad de reforzar lo visto en clase.

La metodología de enseñanza utilizada con los grupos de control fue la tradicional, esto es, se abordaron los temas mediante clases magistrales, con la ayuda de bibliografía clásica y con problemas y ejercicios a ser desarrollados por los estudiantes.

Es importante aclarar que las tareas enviadas a los grupos experimentales fueron las mismas que se enviaron a los grupos de control.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

4.1. Análisis e interpretación de datos

4.1.1. Prueba diagnóstica

El análisis de los datos de la prueba diagnóstica fue dividida en dos partes: El análisis de las primeras 20 preguntas de opción múltiple sobre prerrequisitos y el análisis de las últimas 20 preguntas sobre series.

4.1.1.1. Análisis de las 20 preguntas sobre prerrequisitos

Las primeras 20 preguntas de la prueba diagnóstica están relacionadas con los siguientes temas: Álgebra, límites, derivadas, integrales y sucesiones. De estas preguntas: 7 son acerca de límites, 5 de Álgebra, 4 de sucesiones, 2 de derivadas y 2 de integrales impropias. La mayor cantidad de preguntas planteadas son sobre límites y Álgebra, ya que para analizar la convergencia o divergencia de una serie el estudiante debe calcular un límite al infinito, valiéndose de las herramientas de Álgebra.

El promedio general de las notas obtenidas en las primeras veinte preguntas de la prueba diagnóstica de ambos grupos son: 11,44/20 para el grupo experimental y 10,91/20 para el grupo de control. Aun cuando estas indican que el problema es mayor en el grupo de control, es notorio que ambos grupos tienen deficiencias en cuanto a estos prerrequisitos.

A continuación se realizará un análisis de las preguntas agrupadas por los temas antes mencionados para identificar cuáles son los temas prerrequisito en los cuales los estudiantes presentan mayores deficiencias.

Tabla 7
Análisis de las primeras 20 preguntas de la prueba diagnóstica

PREGUNTA	% DE ESTUDIANTES QUE CONTESTAN CORRECTAMENTE	
	GRUPO EXPERIMENTAL	GRUPO DE CONTROL
1	60,32	65,52
2	38,10	13,79
3	90,48	82,76
4	52,38	58,62
5	47,62	50,00
6	34,92	27,59
7	76,19	75,86
8	15,87	25,86
9	42,86	29,31
10	9,52	15,52
11	60,32	53,45
12	79,37	74,14
13	98,41	100,00
14	93,65	93,10
15	93,65	86,21
16	68,25	68,97
17	52,38	48,28
18	47,62	41,38
19	50,79	53,45
20	31,75	27,59

Los resultados obtenidos en la pregunta 1, nos indican que casi el 40% de los estudiantes del grupo experimental y el 35% del grupo de control no pueden identificar correctamente una indeterminación.

Las preguntas 2, 4, 8, 9, 12 y 20 se encuentran relacionadas con el cálculo de límites al infinito. Se puede apreciar que el porcentaje de estudiantes del grupo de control que contestan correctamente las preguntas 4 y 8 es mayor que el porcentaje de estudiantes del grupo experimental, mientras que, sucede lo contrario para el caso de las preguntas 2, 9, 12 y 20.

En el caso de la pregunta 4, casi el 48% de los estudiantes del grupo experimental y el 42% del grupo de control tienen problemas para calcular un límite aplicando la regla de L'Hopital, mientras que, como se puede observar en los resultados obtenidos en la pregunta 8, más del 84% de los estudiantes del grupo experimental y el 74% del grupo de control tienen problemas para calcular un límite con tendencia a menos infinito.

En el caso de la pregunta 2, más del 61% de los estudiantes del grupo experimental y el 86% del grupo de control tienen problemas con resolver un límite cuya indeterminación es de la forma 1^{∞}.

En las preguntas 9 y 20 que se refieren al cálculo de límites de funciones trascendentes con la tendencia a más infinito, ambos grupos presentan problemas, mientras que, en el cálculo de límites de funciones polinómicas racionales alrededor de un 30% de los estudiantes de cada grupo no contesta correctamente.

En resumen, para el caso de las preguntas que tienen que ver con temas relacionados con el cálculo de límites, en promedio, cerca del 55% de los estudiantes del grupo experimental, y del 60% del grupo de control tienen problemas con este tema.

Las preguntas 3, 5, 7, 10 y 11 se encuentran relacionadas con temas de Álgebra. Se puede apreciar que el porcentaje de estudiantes del grupo de control que contestan correctamente las preguntas 5 y 10 es mayor que el porcentaje de estudiantes del grupo experimental, mientras que, sucede lo contrario para el caso de las preguntas 3, 7 y 11.

En el caso de la pregunta 5, casi el 52% de los estudiantes del grupo experimental y el 50% del grupo de control tienen problemas con la simplificación de factoriales, mientras que, como se puede observar en los resultados obtenidos en la pregunta 10, más del 90% de los estudiantes del grupo experimental y el 84% del grupo de control tienen problemas con el manejo de las desigualdades.

En la pregunta 3, se puede apreciar que alrededor de un 17% de los estudiantes tiene problemas en los temas relacionados con fracciones parciales, mientras que, en promedio, alrededor de un 65% de ambos grupos lo tienen con temas relacionados con desigualdades y valores absolutos, como se pueden visualizar en las preguntas 10 y 11.

En resumen, para el caso de las preguntas que tienen que ver con temas relacionados con Álgebra, en promedio, cerca del 45% de los estudiantes del grupo experimental, y del 45% del grupo de control tienen problemas con este tema.

Las preguntas 14, 15, 16, y 19 se encuentran relacionadas con sucesiones. Se puede apreciar que el porcentaje de estudiantes del grupo de control que contestan correctamente las preguntas 16 y 19 es mayor que el porcentaje de estudiantes del grupo experimental, mientras que, sucede lo contrario para el caso de las preguntas 14 y 15. Todas estas preguntas tienen que ver con el término n-ésimo de una sucesión. En promedio, cerca del 75% de los estudiantes del grupo experimental, y del 75% del grupo de control si conocen sobre este tema.

Las preguntas 6 y 13 se encuentran relacionadas con el cálculo de derivadas de funciones logarítmicas. Como se puede observar, casi todos los estudiantes pueden derivar un logaritmo natural, mientras que, más del 65% de los estudiantes del grupo experimental y el 72% del grupo de control tienen problemas con calcular la derivada de un logaritmo en base diferente al número e.

Las preguntas 17 y 18 se encuentran relacionadas con el cálculo de integrales impropias. En promedio, más del 50% de los estudiantes del grupo experimental y el 55% del grupo de control tienen problemas para calcular una integral impropia.

En conclusión, de los temas prerrequisitos analizados, se puede observar que los estudiantes presentan mayores deficiencias en los temas de límites, cálculo de integrales impropias y manejo de desigualdades.

4.1.1.2. Análisis de las 20 preguntas sobre series

Las últimas 20 preguntas de la prueba diagnóstica están relacionadas con los siguientes temas: tipos de series, criterios de convergencia y series de funciones. De estas preguntas: 5 son sobre tipos de series, 13 de criterios de convergencia y 2 de series de funciones.

El promedio general de las notas obtenidas en las últimas veinte preguntas de la prueba diagnóstica de ambos grupos son: 3,52/20 para el grupo experimental y 3,64/20 para el grupo de control, mientras que, si se toma en cuenta únicamente a los estudiantes repetidores de cada grupo, 18 del grupo experimental y 32 del de control, estos promedios son: 4,56/20 para el grupo experimental y 4,47/20 para el grupo de control.

Como se puede observar, en ambos casos, la diferencia entre las medias es muy pequeña, lo que nos indica que los dos grupos parten en las mismas condiciones sobre el conocimiento de temas relacionados con series numéricas infinitas.

El promedio general, tomando en cuenta las 40 preguntas de la prueba diagnóstica para los grupos son de: 7,48/20 para el grupo experimental y 7,28/20 para el grupo de control. Como se puede observar, la diferencia entre estas medias no es muy grande, lo que corrobora la idea de que ambos grupos son homogéneos. El hecho de que estos promedios sean bajos, podría generar una afectación en el rendimiento académico de los estudiantes participantes en este proyecto; sin embargo es importante recalcar que esta problemática no es objeto de estudio en la presente investigación.

4.1.2. Análisis de los errores más comunes

4.1.2.1. Análisis general

Para identificar los errores conceptuales más comunes que cometen los estudiantes al resolver ejercicios de series numéricas infinitas, se procedió a hacer el análisis de los indicadores de cada una de las preguntas de las pruebas procesuales 1 y 2 de ambos grupos. Los errores fueron obtenidos a partir de aquellos indicadores para los cuales el porcentaje de cumplimiento no supera el 50%.

En el siguiente cuadro se tabulan los porcentajes de cumplimiento de estos indicadores.

Tabla 8
Porcentajes de cumplimiento de los indicadores generales

PREGUNTA	INDICADOR	PRUEBA PROCESUAL	
		1	2
1	I1	71,07	92,56
	I2	35,54	82,64
	I3	45,45	78,51
	I4	19,83	19,01
	I5	52,89	62,81
2	I1	60,33	76,03
	I2	49,59	26,45
	I3	45,45	11,57
	I4	24,79	54,55
	I5	40,50	73,55
3	I1	88,43	86,78
	I2	79,34	45,45
	I3	33,06	71,90
	I4	51,21	47,11
	I5	53,72	55,37
4	I1	76,03	92,56
	I2	45,45	90,08
	I3	28,93	88,43
	I4	18,18	61,98
	I5	10,74	62,81

Prueba procesual 1

En la pregunta 1 referente al criterio de comparación directa los errores más comunes son los siguientes:

- No aplican correctamente las propiedades de las desigualdades.
- No se identifica correctamente las series mayorante y minorante.
- Aplican al revés el criterio de comparación directa.

En la pregunta 2 referente al criterio de comparación por paso al límite se tienen los siguientes errores:

- No puede simplificar la expresión correctamente.
- Compara con una serie equivocada.

- No obtienen el valor correcto del límite planteado.
- Aplica mal el criterio de comparación por paso al límite.

En la pregunta 3 referente a series telescópicas los errores son:

- Confunden el concepto de suma parcial pues creen que la suma se va hasta el infinito.
- No logran determinar los términos que le quedan de la serie telescópica.
- Compara con una serie equivocada.

En la pregunta 4 referente a series geométricas los estudiantes cometen los siguientes errores:

- No saben cómo formar una serie geométrica con razón menor que 1.
- Aplican mal la fórmula de la suma de una serie geométrica.
- Confunden el concepto de suma parcial pues creen que la suma se va hasta el infinito.

Prueba procesual 2

En la pregunta 1, referente al análisis de convergencia de una serie, la mayoría de los estudiantes no obtiene el valor correcto del límite planteado, pues no saben cómo levantar la indeterminación que les queda, mientras que algunos de ellos aplican de forma equivocada el criterio del cociente.

En la pregunta 2, también referente al análisis de convergencia, los estudiantes no determinan correctamente las condiciones que se deben cumplir para poder aplicar el criterio de la integral impropia, y algunos de ellos se equivocan en la aplicación de este criterio.

En la pregunta 3, referente a series telescópicas, los estudiantes aplican los criterios equivocados para analizar la serie de términos positivos o el criterio que aplican lo hacen de forma equivocada.

En la pregunta 4, referente al cálculo del intervalo y radio de convergencia de una serie de potencias, se puede observar que todavía existen errores en el cálculo de límites; además, no saben interpretar que si el valor del límite calculado es cero, el radio de convergencia es infinito y el intervalo de convergencia son todos los Números Reales.

En resumen, uno de los errores más comunes consiste en elegir el criterio equivocado para analizar la convergencia de una serie; otro es aplicar el criterio de forma incorrecta, pues algunos lo aplican al revés, como el caso del criterio de comparación directa. Además, se pudo observar que la mayoría de estudiantes confunden el concepto de suma parcial, pues escriben los índices de la sumatoria desde uno hasta el infinito.

Por último, es importante mencionar que la mayoría de errores, al resolver ejercicios sobre series, se producen cuando los estudiantes calculan el valor del límite cuando la tendencia es al infinito, sea porque simplifican las expresiones de forma errónea, o porque no saben cómo levantar las indeterminaciones. Esto repercute al momento de aplicar los criterios de convergencia, ya que la mayoría de ellos utilizan este concepto.

4.1.2.2. Análisis por grupo

En la siguiente tabla se muestran los porcentajes de cumplimiento de los indicadores, por pregunta y por prueba procesual, tanto para el grupo experimental, como para el grupo de control.

Tabla 9
Porcentajes de cumplimiento de los indicadores por grupo

PREGUNTA	INDICADOR	PRUEBA PROCESUAL 1		PRUEBA PROCESUAL 2	
		GA	GB	GA	GB
1	I1	68,25	74,14	95,24	87,93
	I2	39,68	31,03	85,71	79,31
	I3	53,97	36,21	80,95	75,86
	I4	25,40	13,79	23,81	13,79
	I5	55,56	50,00	69,84	55,17
2	I1	53,97	67,24	79,37	72,41
	I2	46,03	53,45	28,57	24,14
	I3	39,68	51,72	17,46	5,17
	I4	19,05	31,03	60,32	48,28
	I5	33,33	48,28	71,43	75,86
3	I1	90,48	86,21	79,37	94,83
	I2	85,71	72,41	47,62	43,10
	I3	50,79	13,79	68,25	75,86
	I4	55,56	46,55	46,03	48,28
	I5	61,90	44,83	60,32	50,00
4	I1	77,78	74,14	87,30	98,28
	I2	52,38	37,93	87,30	93,10
	I3	36,51	20,69	80,95	96,55
	I4	26,98	8,62	63,49	60,34
	I5	17,46	3,45	60,32	65,52

En la prueba procesual 1, son 14 los indicadores donde el porcentaje de estudiantes del grupo experimental que los cumplen, es mayor que, el porcentaje de estudiantes del grupo de control.

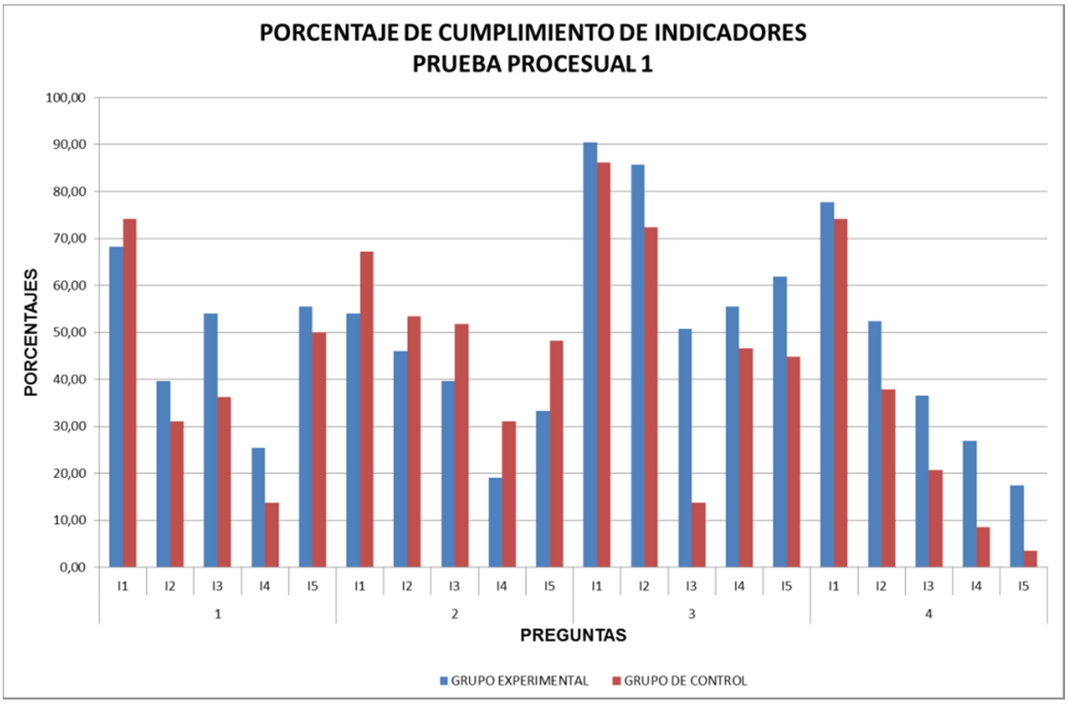

Figura 1 Porcentaje de cumplimiento de indicadores de la prueba procesual 1

En la prueba procesual 2, en cambio, son 12 los indicadores donde el porcentaje de estudiantes que los cumplen del grupo experimental, son mayores que, el porcentaje de estudiantes del grupo de control.

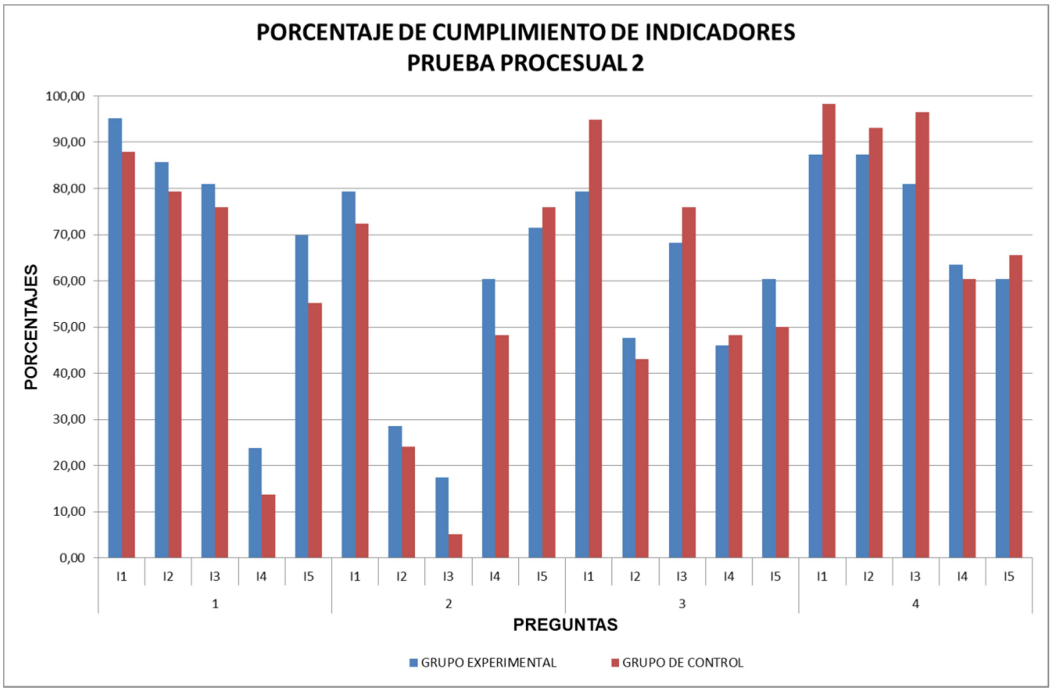

Figura 2 Porcentaje de cumplimiento de indicadores de la prueba procesual 2

Entre las dos pruebas suman un total de 40 indicadores y como se puede observar en 26 de ellos, el porcentaje de estudiantes que los cumplen del grupo experimental supera al porcentaje de estudiantes del grupo de control.

Por lo tanto, en términos de porcentaje y de número de indicadores, los estudiantes del grupo experimental, donde fue aplicado el texto didáctico de series numéricas infinitas, cometieron menos errores, que los estudiantes del grupo de control, donde el texto no fue aplicado.

4.1.3. Resultados de aprendizaje alcanzados

Para determinar cuáles fueron los resultados de aprendizaje sobre series alcanzados por los estudiantes de los grupos experimental y de control, se utilizaron los datos obtenidos en la prueba final.

Las preguntas 25, 28 y 30, que son el cálculo de una integral impropia, una desigualdad y una derivada, respectivamente, no se tomaron en cuenta para el análisis de los resultados de aprendizaje de series, pues tienen que ver con temas de pre-cálculo y de cálculo diferencial e integral.

En el grupo experimental, alrededor del 69% de los estudiantes contestan correctamente la pregunta 25, mientras que en el grupo de control lo hace el 53%. El problema es más notorio en las otras dos preguntas, puesto que en éstas, el porcentaje de estudiantes que las contesta correctamente no supera el 50%. Estos resultados nos permiten concluir que los estudiantes de ambos grupos siguen presentando deficiencias en los prerrequisitos, siendo el de mayor problema la resolución de desigualdades.

El resto de preguntas de la prueba final si se encuentran relacionadas a un determinado resultado de aprendizaje de series como se puede visualizar en la siguiente tabla.

Tabla 10
Relación entre las preguntas de la prueba final y los resultados de aprendizaje

No.	RESULTADO DE APRENDIZAJE	PREGUNTAS
1	Reconoce definiciones, propiedades y teoremas.	1, 2, 3, 7, 8, 12, 15 y 17
2	Identifica los diferentes tipos de series (geométrica, telescópica y armónica) y determina su convergencia .	4, 5, 6, 20, 21 y 26
3	Calcula la suma de series geométricas y telescópicas.	19, 22, 24, 37 y 38
4	Analiza la condición dada e infiere el resultado del criterio de convergencia.	9, 10, 11, 14 y 27
5	Identifica el criterio de convergencia a ser utilizado y lo aplica en la solución de ejercicios.	13, 23, 29, 31, 32, 33, 34 y 39
6	Calcula radios e intervalos de convergencia de series de funciones.	16, 18, 35, 36 y 40

Para el análisis, se sumaron los valores obtenidos en las preguntas asociadas a cada resultado de aprendizaje y mediante una regla de tres se obtuvieron las notas sobre 20 de cada estudiante. (Anexo 11).

Puesto que, en la ESPE, la calificación que debe obtener un estudiante para aprobar el curso es de 14 sobre 20, se estableció este mismo parámetro para determinar si el estudiante alcanzó el resultado de aprendizaje analizado. De tal forma que se considerará que el estudiante ha alcanzado el resultado de aprendizaje cuando su calificación sea mayor o igual a 14.

A continuación, se procedió a determinar el porcentaje de estudiantes que alcanzaron cada uno de los resultados de aprendizaje por grupo. Si el valor obtenido es mayor al 50%, se considerará que el grupo ha alcanzado el resultado de aprendizaje analizado.

En la siguiente tabla se muestran los porcentajes de estudiantes que alcanzaron cada uno de los resultados de aprendizaje de los grupos experimental y de control.

Tabla 11
Porcentaje de estudiantes que alcanzan cada resultado de aprendizaje

PORCENTAJE DE ESTUDIANTES QUE ALCANZAN EL RESULTADO DE APRENDIZAJE POR GRUPO		
RESULTADOS DE APRENDIZAJE	GRUPO EXPERIMENTAL	GRUPO DE CONTROL
1	77,78	67,24
2	61,90	51,72
3	47,62	32,76
4	73,02	58,62
5	58,73	44,83
6	30,16	13,79

Como se puede observar en la tabla en el grupo experimental se alcanzaron 4 de los 6 resultados de aprendizaje, éstos son:

- Reconoce definiciones, propiedades y teoremas.
- Identifica los diferentes tipos de series (geométrica, telescópica y armónica) y determina su convergencia.
- Analiza la condición dada e infiere el resultado del criterio de convergencia.
- Identifica el criterio de convergencia a ser utilizado y lo aplica en la solución de ejercicios.

Mientras que en el grupo de control se alcanzaron 3 de los 6 resultados de aprendizaje, siendo éstos:

- Reconoce definiciones, propiedades y teoremas.
- Identifica los diferentes tipos de series (geométrica, telescópica y armónica) y determina su convergencia.
- Analiza la condición dada e infiere el resultado del criterio de convergencia.

Estos resultados muestran que los estudiantes del grupo experimental alcanzan un resultado de aprendizaje más que los de grupo de control, evidenciándose que los estudiantes del grupo de control todavía tienen problemas en la identificación de los criterios de convergencia y su aplicación en la resolución de ejercicios.

Con respecto al resultado de aprendizaje 3, relacionado al cálculo de sumas parciales de series geométricas y telescópicas, al analizar cada pregunta se puede notar que el problema se presenta en las preguntas 22 y 38. De lo que se deduce, que en la pregunta 22, correspondiente a la suma de una serie geométrica, los estudiantes tuvieron dificultades para calcular la suma cuando la serie comienza en un índice diferente al de la fórmula dada, mientras que en la pregunta 38, referente a la suma de una serie telescópica, no pudieron identificar cuáles términos son los que quedan para el cálculo de la suma, debido a que en este caso les quedan los dos primeros y los dos últimos términos de la serie.

En el caso del resultado de aprendizaje 6, referente al cálculo de radios e intervalos de convergencia de una serie de funciones, haciendo un análisis de cada pregunta, se ve que en ambos grupos el problema se encuentra en las preguntas 35 y 36, en donde el estudiante debe realizar algunas operaciones, como son el cálculo de límites, resolución de desigualdades y análisis de convergencia en los extremos, para lograr determinar el resultado correcto.

Cabe resaltar que en todos los resultados de aprendizaje analizados, el porcentaje de estudiantes que lo alcanzaron, es mayor en el grupo experimental que en el grupo de control.

4.1.4. Comprobación de hipótesis

4.1.4.1. Pruebas de normalidad

Una primera forma de establecer si los datos de una determinada variable, siguen o no una distribución normal, es utilizar el test EDA, del programa estadístico R, por lo que se empezó aplicando este test para los 63 datos del grupo experimental y los 58 datos del grupo de control para analizar las medidas de tendencia central y los gráficos correspondientes (Histograma, función de densidad, diagrama de cajas y Q-Q Plot).

En la siguiente tabla se muestran los valores obtenidos mediante el test EDA, para los dos grupos:

Tabla 12
Valores de tendencia central de los grupos GA y GB obtenidos con el test EDA

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	GRUPO EXPERIMENTAL (G_A)	GRUPO DE CONTROL (G_B)
Media	12,296	11,379
Mediana	12,500	11,250
Desviación estándar	2,405	2,086
Varianza	5,784	4,353
Kurtosis	-0,512	-0,003
Asimetría	-0,227	0,071
Shapiro-wilk p-valor	0,809	0,979

Al ser los valores de kurtosis y asimetría para los datos del grupo de control cercanos a cero, se puede concluir que estos datos están siguiendo una distribución normal. Al observar los gráficos obtenidos mediante el test EDA, el histograma y la curva de densidad aunque se encuentran un poco sesgadas a la izquierda, tienen la forma de una distribución normal, lo cual se puede corroborar con el diagrama de cajas, en donde también se pueden apreciar datos atípicos en ambas colas.

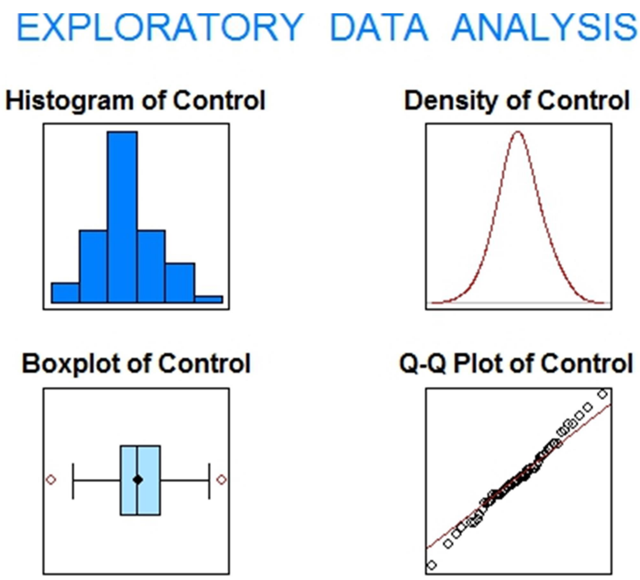

Figura 3 Análisis exploratorio de datos del grupo de control

Para el caso de los datos del grupo experimental los valores de kurtosis y asimetría no son tan cercanos a cero, sin embargo al revisar los gráficos obtenidos mediante el test EDA, el histograma y la curva de densidad se aproximan a la curva de distribución normal, mientras que el diagrama de cajas y el Q-Q Plot nos muestran que no hay datos atípicos y están mejor distribuidos en cuanto a la media.

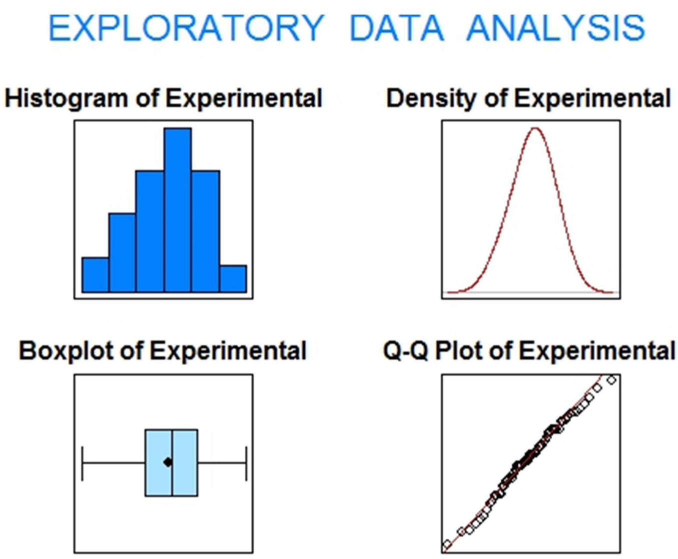

Figura 4 Análisis exploratorio de datos del grupo experimental

Dado que el test EDA no nos permite conocer en forma definitiva si una variable sigue o no una distribución normal y puesto que el número de datos de los grupos experimental y de control son 63 y 58 respectivamente, lo que no permite utilizar el p-valor del test Shapiro-wilk del EDA, ya que este sirve únicamente para variables con un número de datos menores de 30, se procede a realizar los test de inferencia Kolmogorov-Smirnov (Lillie.test) y Anderson-Darling (ad.test).

A continuación se muestran los p-valores obtenidos con los tests mencionados en el programa estadístico R para los grupos experimental y de control.

Tabla 13
p-valores de GA y GB obtenidos con los tests Kolmogorov-Smirnov y Anderson-Darling

GRUPO	EXPERIMENTAL (G_A)		DE CONTROL (G_B)	
TEST	lillie.test	ad.test	lillie.test	ad.test
p-valor	0,5333	0,8416	0,6246	0,8241

Los dos tests suponen como hipótesis nula que los datos siguen una distribución normal, por lo tanto la hipótesis alternativa es que los datos no siguen una distribución normal.

Ahora bien, el criterio de normalidad indica que: si el p-valor es menor que α=0,05 se rechaza la hipótesis nula, mientras que si el p-valor es mayor o igual que α=0,05 se acepta la hipótesis nula.

Como el p-valor obtenido con los dos tests, en todos los casos, es mayor a 0,05, se acepta la hipótesis nula, esto es que los datos siguen una distribución normal.

Una vez realizados los tests EDA, Kolmogorov-Smirnov y Anderson-Darling se llega a la conclusión que tanto los datos del grupo experimental, como los del grupo de control siguen una distribución normal.

4.1.4.2. Pruebas para el contraste de medias

Una vez determinado que los datos siguen una distribución normal, se puede realizar la verificación de la hipótesis de la investigación.

Las hipótesis planteadas en la presente investigación fueron:

Hipótesis nula (Ho): $X_A \leq X_{B:}$ El rendimiento académico de los estudiantes de los cursos de EDO de la ESPE, en donde se aplicará el texto didáctico de series numéricas infinitas, será menor o igual que, el rendimiento académico de los estudiantes de los cursos de dicha asignatura en donde no se aplicará.

Hipótesis de la investigación o alternativa (Ha): $X_A > X_{B:}$ El rendimiento académico de los estudiantes de los cursos de EDO de la ESPE, en donde se aplicará el texto didáctico de series numéricas infinitas, será mayor que, el rendimiento académico de los estudiantes de los cursos de dicha asignatura en donde no se aplicará.

Para realizar el contraste de medias para dos muestras independientes se va a utilizar el programa estadístico R y como estadístico de prueba:

$$Z = \frac{(\overline{Y_1} - \overline{Y_2}) - D_o}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

En donde $\overline{Y_1}$ y $\overline{Y_2}$ son las medias de las muestras, D_o un valor fijo que tiende a ser cero y σ_1^2 y σ_2^2 son las varianzas de las poblaciones. Puesto que el tamaño de la muestra es grande se pueden estimar las varianzas de las poblaciones con las varianzas de las muestras, esto es S_1^2 y S_2^2 respectivamente. (Wackerly, Mendelhall, & Scheaffer, 2010, pág. 501).

Para esta investigación los datos para el cálculo del estadístico son:
$\overline{Y_1} = X_A$, $\overline{Y_2} = X_B$, $S_1 = 2{,}405$, $S_2 = 2{,}086$, $n_1 = 63$ y $n_2 = 58$.

En la siguiente tabla se muestran los resultados de la aplicación de la prueba Z para dos muestras independientes (G_A y G_B), con un nivel de significancia del 95% y un nivel de error recomendado del 5%, utilizando el programa estadístico R.

Tabla 14
Prueba Z para las muestras independientes GA y GB

Prueba Z para dos muestras independientes					
X_A	X_B	z	p-valor	95% Intervalo de confianza	
				Mín	Máx
12,29619	11,37948	2,2443	0,02481	0,1161542	1,7172612
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0					

Puesto que el p-valor es de 0,02481 y es menor que α = 0,05, hay la suficiente evidencia estadística para inferir que la hipótesis nula es falsa, por lo que se puede concluir que el rendimiento académico de los estudiantes de los cursos de EDO de la ESPE, en donde se aplicó el texto didáctico de series numéricas infinitas, es mayor que, el rendimiento académico de los estudiantes de los cursos de dicha asignatura en donde no se aplicó, con lo cual se comprueba la hipótesis de la investigación.

Una forma alternativa para verificar la hipótesis de la investigación es realizar el contraste de medias para dos muestras independientes utilizando como estadístico de prueba t, debido a que no se conocen las varianzas de las poblaciones.

Se empezó realizando la prueba de igualdad de varianzas. Para esta prueba se supone como hipótesis nula que las varianzas son iguales.

Utilizando el programa estadístico R, con un nivel de significancia del 95%, un nivel de error del 5% y como estadístico de prueba:

$$F = \frac{{S_1}^2}{{S_2}^2}$$

En donde $S_1 = 2,405$ y $S_2 = 2,086$, se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 15
Prueba de igualdad de varianzas

Prueba de igualdad de varianzas							
S_1	num df	S_2	denom df	F	p-valor	95% Intervalo de confianza	
						Mín	Máx
2,405	62	2,086	57	1,3289	0,2786	0,7929508	2,2146841
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1							

El p-valor obtenido es 0,2786 y puesto que es mayor que α = 0,05, entonces no existe la suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula, por lo tanto, podemos concluir que las varianzas son iguales.

Para realizar el contraste de medias para dos muestras independientes con varianzas iguales, se utiliza el estadístico de prueba:

$$T = \frac{\overline{Y_1} - \overline{Y_2} - D_o}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)\, S_1^2 + (n_2 - 1)\, S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \quad \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

En donde $\overline{Y_1}$ y $\overline{Y_2}$ son las medias de las muestras, D_o un valor fijo que tiende a ser cero y S_1^2 y S_2^2 son las varianzas de las muestras.

Para esta investigación los datos para el cálculo del estadístico son:
$\overline{Y_1} = X_A$, $\overline{Y_2} = X_B$, $S_1 = 2{,}405$, $S_2 = 2{,}086$, $n_1 = 63$ y $n_2 = 58$.

En la siguiente tabla se muestran los resultados de la aplicación de la prueba t-student para dos muestras independientes (G_A y G_B), con varianzas iguales, con un nivel de significancia del 95% y un nivel de error del 5%, utilizando el programa estadístico R.

Tabla 16
Prueba t-student para las muestras independientes GA y GB

Prueba t-student para dos muestras independientes con varianzas iguales						
X_A	X_B	t	df	p-valor	95% Intervalo de confianza	
					Mín	Máx
12,29619	11,37948	2,231	119	0,02755	0,1031006	1,7303148
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0						

Puesto que el p-valor es de 0,02755 y es menor que α = 0,05, hay la suficiente evidencia estadística para inferir que la hipótesis nula es falsa, por lo que se puede concluir que el rendimiento académico de los estudiantes de los cursos de EDO de la ESPE, en donde se aplicó el texto didáctico de series numéricas infinitas, es mayor que, el rendimiento académico de los estudiantes de los cursos de dicha asignatura en donde no se aplicó, con lo cual se comprueba la hipótesis de la investigación.

4.1.5. Encuesta

El objetivo de la encuesta es conocer el criterio de los estudiantes referente a la metodología utilizada en la enseñanza del capítulo de series numéricas infinitas, por lo que a continuación se procederá a realizar el análisis de cada una de las preguntas de esta encuesta, la cual fue aplicada sólo a los cursos del grupo experimental.

A continuación se muestran en forma de porcentaje, los resultados obtenidos en la encuesta, en los literales de cada pregunta.

Tabla 17
Resultados de la encuesta

PORCENTAJE DE ESTUDIANTES QUE CONTESTARON AFIRMATIVAMENTE CADA LITERAL					
PREGUNTA	**LITERALES**				
	a	**b**	**c**	**d**	**e**
1	50,79	15,87	30,16	3,17	—
2	6,35	7,94	12,70	46,03	26,98
3	0,00	11,11	22,22	26,98	39,68
4	0,00	1,59	30,16	68,25	—
5	1,59	4,76	15,87	66,67	11,11
6	0,00	3,17	6,35	36,51	53,97
7	0,00	11,11	87,30	1,59	—
8	19,05	20,63	55,56	4,76	—
9	9,52	65,08	25,40	—	—
10	65,08	22,22	12,70	—	—

Pregunta 1: ¿En cuál de los siguientes aspectos de su aprendizaje considera usted que influyó más la metodología utilizada para la enseñanza de las series numéricas infinitas?

De los resultados obtenidos en esta pregunta se puede concluir que alrededor del 97% de los estudiantes consideran que la metodología utilizada tuvo una influencia positiva en la enseñanza de las series numéricas infinitas. La mayoría de ellos opina que le ayudó a comprender mejor los temas tratados, casi la tercera parte indica que le facilitó el análisis y resolución de los ejercicios, al 15% le motivó a investigar más acerca de los temas, mientras que sólo a un poco más del 3% no le ayudó en ninguno de los tres aspectos.

Pregunta 2: ¿En qué porcentaje, considera usted, que la metodología empleada para exponer las clases sobre series numéricas infinitas, le ayudó a la mejor comprensión del tema?

Un poco más del 70% de los estudiantes opina que la metodología empleada le ayudó a mejorar su comprensión respecto del tema en más de un 60%. La mayoría de ellos manifiesta que las historias y la interactividad hacían las clases más didácticas y que esto mejoraba la comprensión del tema, y que, además, los ejemplos desarrollados estaban relacionados con problemas de la vida real.

Por otro lado, casi la cuarta parte de los encuestados considera que sí hubo mejora, pero que ésta no fue muy significativa. Algunos de ellos manifiestan que esto se debe al mucho tiempo que se perdía en las demostraciones, mientras que faltaba tiempo para hacer más ejercicios.

Pregunta 3: ¿Cuántas historias que usted leyó de forma previa a cada clase, le ayudaron a comprender mejor el tema tratado en clase?

Cerca del 40% de los encuestados manifiestan que leyeron todas las historias de forma previa a la clase y que esto les ayudó a comprender mejor el tema tratado, mientras que las dos terceras partes de ellos leyeron más de la mitad de ellas, lo que nos invita a pensar que, el enfocar los temas a través de historias, hace que estos se vuelvan más atractivos, despertando el interés del estudiante sobre el tema y motivando su lectura.

Pregunta 4: El desarrollo matemático realizado en cada una de las historias que usted leyó es:

Un poco más del 68% de los estudiantes considera que la parte matemática de cada una de las historias es comprensible, la mayoría de encuestados opina que los desarrollos matemáticos se explican paso a paso y empleando un lenguaje sencillo y fácil de comprender, lo que permite que el estudiante tenga un conocimiento claro del tema tratado.

Por otro lado, apenas un solo estudiante de los encuestados considera que el desarrollo matemático realizado en cada una de las historias del texto ha sido confuso o incompresible, por lo que se podría considerar que los estudiantes no tienen dificultad para entender los desarrollos matemáticos contenidos en las historias.

Pregunta 5: ¿En qué porcentaje considera usted que la metodología utilizada para la enseñanza de las series numéricas infinitas le facilitó el análisis y resolución de los ejercicios sobre cada tema?

Cerca del 78% de los encuestados considera que la metodología utilizada le facilitó el análisis y la resolución de ejercicios. Un poco más del 22% señala que la metodología no influyó, y que el texto debería tener más ejercicios y que estos deberían ser de mayor complejidad.

Pregunta 6: ¿En qué porcentaje considera usted que la interactividad desarrollada mediante el paquete Wolfram-Mathematica® le ayudó a comprender mejor la definición de convergencia y divergencia de una serie?

La mayoría de los estudiantes encuestados consideran que la interactividad desarrollada con el programa Wolfram-Mathematica® de una y otra manera les ayudó a entender el concepto de convergencia de una serie, pues manifiestan que, al ser interactivo, podían cambiar los parámetros de los índices de la sumatoria en forma dinámica, para ver si la suma se acerca a un determinado valor, y observar gráficamente la convergencia o divergencia de una serie.

Pregunta 7: ¿Cree usted que para la comprensión del tema de estudio, el material de lectura elaborado en Wolfram-Mathematica®, y proporcionado en forma previa a la clase a ser desarrollada fue?

El 87,3% de los estudiantes encuestados considera que el material de lectura elaborado en Wolfram-Mathematica® era suficiente, y aporta para la comprensión del tema estudiado, ya que con la explicación adicional del docente en la clase y la resolución de ejercicios se aclaraban las dudas que habían en las lecturas.

Por otro lado, el 12,7% opina que es muy poco el material de lectura elaborado, pues piensan que deberían tener más ejercicios de cada tema para mejorar la comprensión.

Pregunta 8: ¿Aparte de los archivos de lectura enviados por su profesor, usted investigó otras fuentes bibliográficas acerca de los temas tratados?

Más del 50% de los estudiantes encuestados indica que sí investigó algo más acerca de los temas tratados en otras fuentes bibliográficas, ya que querían ver otros tipos de series o ejemplos, así como trataban de saber más acerca de la vida de los matemáticos mencionados en las historias. Esto nos sugiere que el tema tratado con esta metodología motivó a la investigación del tema planteado; sin embargo, algunos de ellos también señalan que debían consultar otras fuentes porque habían teoremas o definiciones no conocidos previamente.

Cerca del 40% de los estudiantes indica que consultó muy poco acerca de los temas planteados en las lecturas. Algunos de ellos justifican este hecho por la falta de disponibilidad de tiempo para desarrollar esta actividad, mientras que otros lo hacen porque consideran que el material suministrado fue suficiente.

Pregunta 9: ¿Usted considera que su grado de participación durante el desarrollo de las clases fue?

El 65% de los estudiantes encuestados considera que su grado de participación durante el desarrollo de las clases fue media, mientras que un 25% que fue alto. En estos casos algunos estudiantes manifiestan que participaban porque tenían algún conocimiento, ya que habían revisado las lecturas previamente, y otros indican que participaban porque el profesor les tomaba control de lectura.

Por otro lado, el 10% piensa que su participación fue baja, porque, al haber muchos alumnos en su curso, ellos no alcanzaban a participar, o porque tienen miedo a equivocarse en público y por lo tanto no les gusta participar.

En resumen, se puede ver que la metodología utilizada, de una u otra forma influyó en la participación de los estudiantes en el desarrollo de la clase.

Pregunta 10: ¿Considera usted que la metodología utilizada en la enseñanza de las series numéricas infinitas, debería ser aplicada para abordar otros capítulos de la asignatura?

Alrededor del 65% de los estudiantes encuestados está totalmente de acuerdo en que la metodología empleada en la enseñanza de las series numéricas infinitas sea aplicada para abordar otros capítulos de la asignatura de EDO, y cerca del 22% opina que se lo debería hacer sólo en algunos capítulos. Es decir, más del 87% cree que la metodología es apropiada para impartir otros temas como, por ejemplo, la transformada de Laplace, las EDO de primer orden.

Cerca del 13% está en desacuerdo en aplicar esta metodología a otros temas de la asignatura de EDO. Como se puede ver, este porcentaje es muy bajo, por lo que se podría decir que los estudiantes aceptan recibir las clases con esta metodología alternativa.

Pregunta 11: En pocas palabras escriba una sugerencia que, según su criterio, podría mejorar la metodología utilizada en la enseñanza de las series numéricas infinitas.

Esta pregunta era de carácter abierto y tenía el objetivo de indagar la opinión de los estudiantes en relación a mejorar la metodología propuesta. La mayoría de las respuestas dadas por los estudiantes se englobarían en las siguientes sugerencias:

- Incluir más ejercicios en el texto didáctico en cada tema, así como realizar más ejercicios en clase aumentando la complejidad de los mismos.
- Debido a la complejidad del tema de las series, se debería disponer de más tiempo para desarrollar este tema.
- Aplicar esta metodología a otros temas de EDO.

De las contestaciones dadas por los estudiantes en las 11 preguntas de la encuesta, se puede concluir que la aplicación del texto basado en historias, anécdotas y situaciones reales, utilizado para la enseñanza de las series numéricas infinitas, en los cursos del grupo experimental, les facilitó la comprensión del tema tratado, les motivó a investigar más sobre el desarrollo matemático o acerca de la biografía de los matemáticos involucrados en las historias y provocó una mayor participación del estudiante en clase.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Respuestas a las interrogantes planteadas para este trabajo

A continuación se procede a contestar las interrogantes planteadas en el numeral 1.2, formulación del problema, del presente trabajo de investigación:

¿Cuáles son los errores más comunes sobre series numéricas infinitas que cometen los estudiantes?

- Los errores más comunes que tienen los estudiantes al resolver ejercicios sobre series son: elegir el criterio equivocado para analizar la convergencia de la serie; aplicar el criterio de convergencia de forma equivocada; comparar con una serie incorrecta y escribir los índices de la sumatoria de una suma parcial, desde uno hasta el infinito.

¿Cuál es el rendimiento académico alcanzado por los estudiantes de los cursos en los cuáles se aplicó el texto didáctico de series numéricas infinitas, en comparación con el rendimiento académico de los estudiantes de los cursos que no lo utilizaron?

- Al utilizar los paquetes del programa estadístico R, se confirmó que los datos siguen una distribución normal, y mediante las pruebas estadísticas Z y t-student realizadas, se pudo determinar que el rendimiento académico de los estudiantes de los cursos en donde se aplicó la metodología que utiliza el texto didáctico para la enseñanza de las series numéricas infinitas fue mayor que el rendimiento de los estudiantes de los cursos en donde la metodología de enseñanza fue la tradicional.

5.2. Conclusiones

- Los estudiantes de la asignatura EDO presentan deficiencias en los prerrequisitos necesarios para la enseñanza de las series numéricas infinitas, en lo que tiene que ver con el Cálculo Diferencial, principalmente en el cálculo de límites con tendencia al infinito e identificación de indeterminaciones, mientras que, en lo que tiene que ver con el Álgebra, en las propiedades de las desigualdades y valores absolutos.

- El porcentaje de estudiantes que alcanzaron los resultados de aprendizaje analizados sobre series, fue mayor en el grupo experimental que en el grupo de control, lo que nos indica que la metodología utilizada en el grupo experimental (utilización del texto sobre series numéricas infinitas), dio mejores resultados que la utilizada en el grupo de control, así mismo en el grupo experimental se cometieron menos errores que en el grupo de control.

- De las respuestas del cuestionario expuestas por los estudiantes, esta metodología tiene una influencia positiva para la enseñanza de las series, les ayuda a comprender mejor el tema planteado, les facilita la resolución de ejercicios y problemas y les motiva a investigar más sobre la Matemática o la biografía de los grandes matemáticos protagonistas de las historias.

- La interactividad desarrollada con el paquete informático Wolfram-Mathematica®, les ayudó a los estudiantes a aclarar los conceptos de convergencia y divergencia de una serie, ya que, al permitirles variar algunos parámetros de éstas, como, por ejemplo, el índice superior de la sumatoria, lograron determinar si el valor de la suma se acerca a un valor real o no, y a visualizar de mejor manera como se va desarrollando gráficamente la serie.

5.3. Recomendaciones

- Este tema queda abierto y se podrán proponer, a partir de la culminación de este trabajo, como posibles temas de continuación del mismo:

  - Complementar el estudio de las series numéricas infinitas con el de las series de potencias y de funciones.

  - Extender esta investigación a todos los demás cursos de EDO, apoyándose con el paquete informático Wolfram-Mathematica®.

- Aplicar la metodología utilizada a otros capítulos de la asignatura de EDO, como las ecuaciones diferenciales de primer orden y de orden superior, la transformada de Laplace, para lo cual se requiere elaborar textos en los cuales se enfoque la enseñanza de la Matemática desde el punto de vista de su desarrollo histórico y de problemas matemáticos que surgen de situaciones reales.

• Los docentes de las asignaturas del área Matemática, podrían incluir este tipo de ayudas (texto) para impartir sus clases, ya que por lo interesante de las historias, así como por el desarrollo paso a paso que se realiza de las demostraciones y la resolución de los ejercicios planteados, el material de lectura resulta atractivo para los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA

Abarca, S. (2007). *Método de enseñanza de resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas.* Recuperado el 01 de junio de 2015, de http://www.monografias.com/trabajos40/metodo-matematicas/metodo-matematicas.sh

Apóstol, T. (2001). *Cálculus* (Vol. 1). Barcelona: Reverté.

Asamblea Nacional. (12 de 10 de 2010). Registro Oficial No. 298. *Ley Orgánica de Educación Superior*. Quito.

Codes, M., & Sierra, M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por estudiantes universitarios en el aprendizaje del concepto de convergencia de una serie numérica.

Codes, M., González, M., Monterrubio, M., & Delgado, M. (2013). Comprensión del concepto de serie numérica a través del modelo de Pirie y Kieren. *Revista de Investigación y experiencias didácticas*.

Comisión permanente modelo educativo ESPE. (2008). *Reformulación del modelo educativo ESPE.* Sangolquí.

D'Amore, B. (2014). Reflexiones sobre algunos conceptos clave de la investigación en Educación Matemática: Didáctica, Concepto, Competencia, Esquema y Situación. *Paradigma, 35*(2), 199-210.

De Miguel Díaz, M., Urquijo, P., Arias, J., Escudero, T., Rodríguez, S., & Vidal, J. (2002). Evaluación del rendimiento en la enseñanza superior. Comparación de resultados entre alumnos procedentes de la LOGSE y del COU. *Revista de Investigación Educativa, 20*(2), 357-383.

Del Río Sánchez, J. (1997). Historia de la Matemática: implicaciones didácticas. *SUMA*(26), 33-38.

Einserhardt, K. M. (1989). Building theories from case study research. *Academy of management review, 14*(4), 532-550.

Fabré, P., & Cobas, L. (2005). ¿Cómo estimular el desarrollo de estrategias de aprendizaje a través de la enseñanza de las matemáticas en la educación superior? *Pedagogía Universitaria, 10*(4), 70-77.

Frabetti, C. (2009). Literatura y matemáticas. *Revista de Didáctica de las Matemáticas, 13*(50), 42-46.

González Urbaneja, P. (2004). La historia de las matemáticas como un recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *SUMA*(45), 17-28.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2010). *Metodología de la Investigación.* México: Mc Graw Hill.

Itson. (s.f.). *Taxonomía de Bloom-Itson*. Recuperado el 14 de septiembre de 2015, de http://www.itson.mx/servicios/innovacion/documents/taxonomia_verbos_2.pdf

Marcolini, M., Sánchez, C., & Rosso, A. (2008). Construcción de concepto de serie numérica con soporte informático, a través de modelos Matemáticos.

McEwan, H., & Egan, K. (1998). *La narrativa en la enseñanza, el aprendizaje y la investigación.* Madrid: Amorrortu.

Mediavilla, F. (2007). *La escalera al cielo.* Quito: Universidad Central del Ecuador, Facultad de Ingeniería, Ciencias Físicas y Matemáticas.

Mera, F. (2007). *Y Aquiles no alcanzó a la tortuga.* (M. Kostikova, & J. C. Trujillo, Edits.) Quito: Facultad de Ciencias, Escuela Politécnica Nacional.

Portal Educativo. (s.f.). *PortalEducativo conectando neuronas*. Recuperado el 29 de abril de 2016, de http://www.portaleducativo.net/quinto-basico/672/Narracion-y-sus-elementos

Rodríguez, M. (2012). Las tendencias filosóficas predominantes en la concepción y didáctica de la matemática. *Revista de Educación y desarrollo social, 6*(1), 41-56.

Rodríguez, S., Fita, E., & Torrado, M. (2004). El rendimiento académico en la transición secundaria-Universidad. *Revista de Educación, 334*, 391-414.

Rosas, A. (2013). *Transposición Didáctica de las series numéricas infinitas. Una caracterización del Discurso Escolar actual en el nivel superior (Doctoral dissertation).*

Soto, E. (s.f.). *Aprende Matemáticas*. Recuperado el 24 de julio de 2015, de http://www.aprendematematicas.org.mx/tutoriales/cdf.html

UNESCO. (1998). Declaración Mundial sobre la Educación Mundial en el siglo XXI: Visión y Acción.

Vélez Van Meerbeke, A., & Roa González, C. (2005). Factores Asociados al rendimiento académico en estudiantes de medicina. *Educación Médica, 8*(2), 24-32.

Wackerly, D., Mendelhall, W., & Scheaffer, R. (2010). *Estadística matemática con aplicaciones* (Séptima ed.). México, D. F.: Cengage.

Wolfram-Mathematica. (s.f.). *Wolfram Computation meets Knowledge*. Recuperado el 24 de julio de 2015, de http://reference.wolfram.com/language/tutorial/IntroductionToManipulate.html

Yin, R. K. (1994). *Case study research. Desing and methods.* Thousand Oakz: Sage.

Zorrilla, S. (1993). *Introducción a la metodología de la investigación.* México: Cal Editores.