



**ESPE**

**UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS**  
**INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA**

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y  
MECÁNICA**

**CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO  
DE INGENIERO MECÁNICO**

**TEMA: ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE ELEMENTOS EN FIBRA DE  
CARBONO OPTIMIZADOS TOPOGRÁFICAMENTE E  
IMPLEMENTACIÓN DEL PROCESO EN EL LABORATORIO DE  
PROCESOS DE MANUFACTURA**

**AUTORES: OLALLA REMACHE, EDUARDO JAVIER**

**TERÁN PÉREZ, LUIS ALEJANDRO**

**DIRECTOR: ING. SEGURA SANGUCHO, LUIS JAVIER.**

**SANGOLQUÍ**

**2018**

**ESPE**UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA  
CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA****CERTIFICACIÓN**

Certifico que el trabajo de titulación, “ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE ELEMENTOS EN FIBRA DE CARBONO OPTIMIZADOS TOPOGRÁFICAMENTE E IMPLEMENTACIÓN DEL PROCESO EN EL LABORATORIO DE PROCESOS DE MANUFACTURA” realizado por los señores **EDUARDO JAVIER OLALLA REMACHE** y **LUIS ALEJANDRO TERÁN PÉREZ**, ha sido revisado en su totalidad y analizado por el software anti-plagio, el mismo cumple con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de Fuerzas Armadas ESPE, por lo tanto me permito acreditarlo y autorizar a los señores **EDUARDO JAVIER OLALLA REMACHE** y **LUIS ALEJANDRO TERÁN PÉREZ** para que lo sustente públicamente.

**Sangolquí, 19 de febrero de 2018**

---

**ING. LUIS JAVIER SEGURA SANGUCHO**  
**DIRECTOR**



**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA  
CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD**

Nosotros, **EDUARDO JAVIER OLALLA REMACHE**, con cédula de identidad N° 0202345591 y **LUIS ALEJANDRO TERÁN PÉREZ**, con cédula de identidad N° 1717700783, declaramos que este trabajo de titulación "**ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE ELEMENTOS EN FIBRA DE CARBONO OPTIMIZADOS TOPOGRÁFICAMENTE E IMPLEMENTACIÓN DEL PROCESO EN EL LABORATORIO DE PROCESOS DE MANUFACTURA**" ha sido desarrollado considerando los métodos de investigación existentes, así como también se ha respetado los derechos intelectuales de terceros considerándose en las citas bibliográficas.

Consecuentemente declaramos que este trabajo es de nuestra autoría, en virtud de ello nos declaramos responsables del contenido, veracidad y alcance de la investigación mencionada.

**Sangolquí, 19 de febrero de 2018**

EDUARDO JAVIER OLALLA REMACHE

C.C. 0202345591

LUIS ALEJANDRO TERÁN PÉREZ

C.C. 1717700783



**ESPE**  
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA  
CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**AUTORIZACIÓN**

Nosotros, **EDUARDO JAVIER OLALLA REMACHE** y **LUIS ALEJANDRO TERÁN PÉREZ**, autorizamos a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar en la biblioteca Virtual de la institución el presente trabajo de titulación “**ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE ELEMENTOS EN FIBRA DE CARBONO OPTIMIZADOS TOPOGRÁFICAMENTE E IMPLEMENTACIÓN DEL PROCESO EN EL LABORATORIO DE PROCESOS DE MANUFACTURA**” cuyo contenido, ideas y criterios son de nuestra autoría y responsabilidad.

**Sangolquí, 19 de febrero de 2018**

---

EDUARDO JAVIER OLALLA REMACHE

C.C. 0202345591

---

LUIS ALEJANDRO TERÁN PÉREZ

C.C. 1717700783

## **DEDICATORIA**

Dedico este trabajo de titulación a mis padres Luz y Guillermo por su sacrificio, ejemplo y apoyo incondicional, a mis hermanas por estar presentes en todo momento y brindarme su ayuda, a mis abuelitos por sus sabios consejos, a mis tíos Maricela y Cesar por todo el apoyo brindado durante mi vida estudiantil.

**Eduardo Olalla**

En primer lugar dedico este proyecto de titulación a mis padres Cecilia y Jorge quienes han sido mi apoyo e inspiración de vida, por ser ejemplo de amor y perseverancia, a mi hermano Alex por ser mi amigo que siempre estuvo a mi lado y quien me ha brindado palabras de aliento en el transcurso de mis estudios, a mis sobrinos quienes son para quienes soy un ejemplo a seguir.

**Luis Terán Pérez**

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a Dios por permitirme cumplir esta meta, a mis padres que con su ejemplo han sabido guiarme, a mis hermanas por estar pendientes durante mi vida estudiantil, a mis tíos y primos por su apoyo durante este proceso, a mi compañero de tesis que trabajo conmigo desde el comienzo de la carrera y hasta la finalización de este proyecto, a mis amigos de carrera, al Ing. Luis Segura director de este proyecto de titulación y por ultimo al personal docente del Departamento de Ciencias de la Energía y Mecánica, quienes impartieron sus conocimientos

**Eduardo Olalla**

En primer lugar agradecer a Dios por guiarme y permitir culminar mis estudios, a mis padres que con su esfuerzo y sacrificio puedo compensarles la obtención de este título, por estar a mi lado y nunca dejarme caer, a mis hermanos y sobrinos quienes están día a día a mi lado. A mi novia por su amor, confianza, apoyo y por siempre creer en mis capacidades, a mi amigo y compañero de tesis Eduardo con quien hemos compartido momentos de felicidad y tristeza durante el transcurso de nuestra carrera. A mi segundo hogar, la familia Cárdenas Gavilánez quienes me han apoyado en el transcurso de mi vida, a mi tía Gloria y mi prima Carmen quienes han sido un gran apoyo en mi carrera. Por último agradecer al personal docente del Departamento de Ciencias de la Energía y Mecánica, quienes impartieron sus conocimientos, al Ing. Luis Segura director de este proyecto de titulación. y a mis compañeros y amigos de carrera quienes formaron parte de mi vida universitaria.

**Luis Terán Pérez**

## ÍNDICE DE CONTENIDO

CARÁTULA .....	i
CERTIFICACIÓN.....	ii
AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD.....	iii
AUTORIZACIÓN .....	iv
DEDICATORIA .....	v
AGRADECIMIENTO .....	vi
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	vii
ÍNDICE DE FIGURAS .....	xi
ÍNDICE DE TABLAS.....	xiv
RESUMEN.....	xv
ABSTRACT .....	xvi
GLOSARIO DE TÉRMINOS .....	xvii
CAPÍTULO I.....	1
1. GENERALIDADES .....	1
1.1. Antecedentes.....	1
1.2. Objetivos.....	3
1.2.1. Objetivo General.....	3
1.2.2. Objetivos Específicos .....	3
1.3. Alcance del proyecto .....	3
1.4. Justificación del proyecto.....	4
CAPÍTULO II.....	5
2. MARCO TEÓRICO .....	5
2.1. Materiales compuestos.....	5
2.1.1 Definición.....	5
2.1.2 Clasificación .....	6
2.1.3 Fibras para materiales compuestos.....	7
2.1.3.1 Fibra de vidrio .....	8
2.1.3.2 Fibra de aramida.....	8
2.1.3.3 Fibra de carbono.....	8
2.1.4 Propiedades de las fibras de carbono, vidrio y aramida .....	9
2.1.5 Matrices para materiales compuestos .....	10
2.1.5.1 Resina de poliéster .....	10

2.1.5.2 Resina epoxica .....	11
2.1.6 Propiedades de las resinas Epoxica y de Poliéster .....	11
2.2 Propiedades Micromecánicas.....	11
2.2.1 Ley de las mezclas .....	12
2.2.2 Módulo de Elasticidad longitudinal $E_1$ .....	13
2.2.3 Módulo de Elasticidad transversal $E_2$ .....	15
2.2.4 Módulo de cizallamiento $G_{12}$ .....	19
2.2.5 Coeficiente de Poisson .....	21
2.3 Propiedades Macromecánicas .....	24
2.3.1 Matriz de Rigidez .....	24
2.3.2 Estado de esfuerzos planos para un material ortotrópico.....	24
2.3.3 Forma invariante de $Q$ .....	25
2.4 Procesos de construcción en fibra de carbono.....	27
2.4.1 Moldeo por contacto manual (HAND LAY UP) .....	28
2.4.2 Moldeo por vacío .....	29
2.4.3 Moldeo por inyección.....	29
2.4.4 Moldeo por compresión .....	30
2.4.5 Enrollamiento filamentario .....	30
2.5 Moldes.....	31
2.5.1 Aspectos fundamentales para el diseño .....	31
2.5.2 Etapa de diseño del molde .....	32
2.5.3 Clases de moldes .....	35
2.6 Optimización.....	35
2.6.1 Definición.....	35
2.6.2 Tipos de Optimización .....	36
2.6.3 Definición matemática de optimización.....	37
2.6.4 Designación de variables.....	38
2.6.5 Diagrama de flujo de optimización.....	38
2.7 Optimización Topográfica .....	39
2.9 Software Solidthinking Inspire .....	42
CAPÍTULO III.....	43
3. OPTIMIZACIÓN TOPOGRÁFICA.....	43
3.1 Diseño de prototipos.....	43
3.1.1 Geometría.....	43

3.1.1.1 Ménsula a flexo-torsión.....	43
3.1.1.2 Viga a flexión .....	44
3.1.1.3 Viga a torsión.....	44
3.1.2 Cargas .....	45
3.1.2.1 Ménsula a flexo-torsión.....	45
3.1.2.2 Viga a flexión .....	45
3.1.2.3 Viga a torsión.....	46
3.2 Material para los prototipos .....	46
3.3 Propiedades del material compuesto .....	49
3.3.1 Micromecánica del material compuesto.....	51
3.3.1 Macromecánica del material compuesto .....	51
3.4 Espesor de la lámina de material compuesto .....	53
3.5 Optimización Topográfica .....	53
3.5.1 Optimización de la ménsula.....	54
3.5.2 Optimización de la viga a flexión .....	63
3.5.3 Optimización de la viga a torsión .....	68
CAPÍTULO IV .....	73
4. Construcción.....	73
4.1 Diseño y construcción de moldes .....	73
4.2 Uso de software CAD para el diseño de moldes .....	73
4.2.1 Moldes para ménsula sin optimizar .....	74
4.2.2. Moldes para ménsula optimizada .....	74
4.2.3 Viga a flexión sin optimizar .....	75
4.2.4 Viga a flexión optimizada.....	76
4.2.5 Viga a torsión sin optimizar.....	77
4.2.6 Viga a torsión optimizada .....	78
4.3 Diagrama de flujo del proceso de construcción .....	79
4.3.1 Fabricación y preparación de moldes.....	80
4.3.2 Aplicación de cera y desmoldante en los moldes .....	80
4.3.3 Trazo y corte del pliego de fibra de carbono.....	80
4.3.4 Preparación de la resina.....	80
4.3.5 Impregnación y laminado de capas de fibra de carbono .....	81
4.3.6 Tiempo de curado.....	81
4.3.7 Desmoldeo de la pieza .....	81

4.3.8 Mecanizado de la pieza .....	81
4.4 Construcción de prototipos .....	82
4.4.1 Construcción de la mensula sin optimizar .....	82
4.4.2 Construcción de la mensula optimizada .....	83
4.4.3 Construcción de la viga a flexión sin optimizar .....	84
4.4.4 Construcción de la viga a flexión optimizada .....	85
4.4.5 Construcción de la viga a torsión sin optimizar .....	86
4.4.6 Construcción de la viga a torsión optimizada .....	88
4.5 Implementación .....	89
4.5.1 Estación de trabajo de trabajo .....	89
4.5.1.1 Ubicación Geográfica de la estancación de trabajo .....	89
4.5.1.2 Diseño del espacio de trabajo .....	90
4.5.1.2 Materiales y Herramientas .....	91
4.5.2 Manual de construcción en fibra de carbono .....	92
4.5.2 Práctica de laboratorio .....	93
CAPITULO V .....	94
5. PRUEBAS MECÁNICAS .....	94
5.1 Equipos e instrumentos .....	94
5.2 Pruebas .....	97
5.2.1 Prueba de flexo torsión .....	97
5.2.2 Prueba de Flexión .....	100
5.2.3 Prueba de torsión .....	102
5.3 Análisis de resultados .....	104
5.3.1 Ménsula .....	105
5.3.2 Viga a flexión .....	106
5.3.3 Viga a torsión .....	107
5.4 Relación volumétrica de prototipos .....	108
CAPÍTULO VI .....	110
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	110
6.1 Conclusiones .....	110
8.1 Recomendaciones .....	111
7. BIBLIOGRAFÍA .....	112

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Optimización de forma de múltiples pasos .....	2
<b>Figura 2.</b> Distribución de materiales de un Boeing 787 .....	6
<b>Figura 3.</b> Método para fabricación fibras de carbono.....	9
<b>Figura 4.</b> Relación básica de las propiedades. ....	12
<b>Figura 5.</b> Aproximación según regla de las mezclas.....	13
<b>Figura 6.</b> Elemento sujeto a una fuerza longitudinal $F_1$ .....	14
<b>Figura 7.</b> Elemento sujeto a una fuerza transversal $F_2$ .....	16
<b>Figura 8.</b> Deformación bajo carga transversal. ....	17
<b>Figura 9.</b> Diagramas módulo de cizallamiento. ....	19
<b>Figura 10.</b> Volumen representativo para determinar $v_{12}$ .....	22
<b>Figura 11.</b> Laminado hecho con tres laminas .....	27
<b>Figura 12.</b> Moldeo por contacto manual .....	28
<b>Figura 13.</b> Moldeo por vacío .....	29
<b>Figura 14.</b> Moldeo por inyección.....	30
<b>Figura 15.</b> Moldeo por compresión .....	30
<b>Figura 16.</b> Enrollamiento filamentario .....	31
<b>Figura 17.</b> Pliegues y cantos del molde .....	33
<b>Figura 18.</b> Simetría del molde.....	33
<b>Figura 19.</b> Estructura tipo laminado .....	34
<b>Figura 20.</b> Consideraciones sobre grandes superficies .....	34
<b>Figura 21.</b> Clases de moldes .....	35
<b>Figura 22.</b> Optimización de tamaño .....	36
<b>Figura 23.</b> Optimización de forma.....	36
<b>Figura 24.</b> Optimización topológica.....	37
<b>Figura 25.</b> Diagrama de flujo de optimización.....	38
<b>Figura 26.</b> Optimización Topográfica .....	39
<b>Figura 27.</b> Variables básicas de la topografía.....	40
<b>Figura 28.</b> Tipos de Agrupamientos de patrones .....	40
<b>Figura 29.</b> Diseño inicial ( $d_z=37.5\text{mm}$ ) .....	42
<b>Figura 30.</b> Diseño Optimo ( $d_z=4.2\text{mm}$ ) .....	42
<b>Figura 31.</b> Flujo de trabajo de Solidthinking Inspire .....	43
<b>Figura 32.</b> Ménsula a flexo-torsión.....	44
<b>Figura 33.</b> Viga a flexión .....	44
<b>Figura 34.</b> Viga a torsión.....	45
<b>Figura 35.</b> Cargas y restricciones de la ménsula a flexo-torsión.....	45
<b>Figura 36.</b> Cargas y restricciones de la viga a flexión.....	46
<b>Figura 37.</b> Cargas y restricciones de la viga a torsión .....	46
<b>Figura 38.</b> Tejido unidireccional .....	47
<b>Figura 39.</b> Tejido Twill.....	47
<b>Figura 40.</b> Tejido plano .....	48
<b>Figura 41.</b> Relación volumétrica Fibra/Resina .....	50
<b>Figura 42.</b> Ingreso de nuevo material .....	54
<b>Figura 43.</b> Selección e ingreso de parámetros .....	55

<b>Figura 44.</b> Ingreso de apoyos .....	56
<b>Figura 45.</b> Ingreso de sujetadores .....	56
<b>Figura 46.</b> Ingreso de carga .....	57
<b>Figura 47.</b> Análisis previo a la optimización .....	57
<b>Figura 48.</b> Desplazamiento de la ménsula sin optimizar .....	58
<b>Figura 49.</b> Esfuerzo principal máximo de la ménsula sin optimizar .....	58
<b>Figura 50.</b> Ingreso de simetría .....	59
<b>Figura 51.</b> Ingreso de tipo de Bead.....	59
<b>Figura 52.</b> Ejecutar optimización.....	60
<b>Figura 53.</b> Porcentaje de Optimización .....	60
<b>Figura 54.</b> Desplazamiento de la ménsula optimizada. ....	61
<b>Figura 55.</b> Esfuerzo principal máximo de la ménsula optimizada .....	61
<b>Figura 56.</b> Ajuste de superficies a formas optimizadas.....	62
<b>Figura 57.</b> Elemento post-procesado.....	62
<b>Figura 58.</b> Ingreso de restricciones y carga .....	63
<b>Figura 59.</b> Desplazamiento de la viga a flexión sin optimizar .....	64
<b>Figura 60.</b> Esfuerzo principal máximo de la viga a flexión sin optimizar .....	64
<b>Figura 61.</b> Ingreso de tipo de bead .....	65
<b>Figura 62.</b> Ejecutar optimización.....	65
<b>Figura 63.</b> Desplazamiento de la viga a flexión optimizada .....	66
<b>Figura 64.</b> Esfuerzo principal máximo de la viga a flexión optimizada .....	66
<b>Figura 65.</b> Ajuste de superficies a formas optimizadas.....	67
<b>Figura 66.</b> Elemento post-procesado.....	67
<b>Figura 67.</b> Ingreso de restricciones y cargas .....	68
<b>Figura 68.</b> Desplazamiento de la viga a torsión sin optimizar .....	69
<b>Figura 69.</b> Esfuerzo principal máximo de la viga a torsión sin optimizar .....	69
<b>Figura 70.</b> Ejecutar optimización.....	70
<b>Figura 71.</b> Desplazamiento de viga a torsión optimizada .....	70
<b>Figura 72.</b> Esfuerzo principal máximo de viga a torsión optimizada .....	71
<b>Figura 73.</b> Ajuste de superficies a formas optimizadas.....	71
<b>Figura 74.</b> Elemento post-procesado.....	72
<b>Figura 75.</b> Esquema de moldes de ménsula sin optimizar.....	74
<b>Figura 76.</b> Esquema de moldes de ménsula optimizada .....	74
<b>Figura 77.</b> Esquema de moldes para núcleo de viga no optimizada.....	75
<b>Figura 78.</b> Esquema de moldes de viga a flexión no optimizada .....	75
<b>Figura 79.</b> Esquema de moldes para núcleo de viga a flexión optimizada .....	76
<b>Figura 80.</b> Esquema de moldes de viga a flexión optimizada.....	76
<b>Figura 81.</b> Esquema de moldes para núcleo de viga a torsión no optimizada.....	77
<b>Figura 82.</b> Esquema de moldes de viga a torsión no optimizada.....	77
<b>Figura 83.</b> Esquema de moldes para núcleo de viga a torsión optimizada .....	78
<b>Figura 84.</b> Esquema de moldes de viga a torsión optimizada.....	78
<b>Figura 85.</b> Diagrama de flujo del proceso Hand Lay Up .....	79
<b>Figura 86.</b> Espacio geográfico .....	89
<b>Figura 87.</b> Áreas de trabajo .....	90
<b>Figura 88.</b> Implementación del área de trabajo.....	91

<b>Figura 89.</b> Calibrador de torquímetro .....	94
<b>Figura 90.</b> Máquina de ensayos universales MTS .....	94
<b>Figura 91.</b> Tornillo de banco .....	95
<b>Figura 92.</b> Comparador de reloj .....	95
<b>Figura 93.</b> Pesas y porta pesas de 0,5 [kg].....	96
<b>Figura 94.</b> Flexómetro.....	96
<b>Figura 95.</b> Nivel de burbuja.....	97
<b>Figura 96.</b> Prueba de flexo-torsión ménsula sin optimizar .....	98
<b>Figura 97.</b> Diagrama Fuerza vs Desplazamiento de la ménsula sin optimizar .....	99
<b>Figura 98.</b> Prueba de flexo-torsión ménsula sin optimizar .....	99
<b>Figura 99.</b> Diagrama Fuerza vs Desplazamiento de ménsula optimizada .....	100
<b>Figura 100.</b> Prueba de flexión en viga sin optimizar .....	100
<b>Figura 101.</b> Diagrama Fuerza vs Desplazamiento en viga no optimizada .....	101
<b>Figura 102.</b> Prueba a flexión de viga optimizada .....	101
<b>Figura 103.</b> Diagrama Fuerza vs Desplazamiento de viga optimizada .....	102
<b>Figura 104.</b> Prueba de torsión a viga no optimizada.....	102
<b>Figura 105.</b> Diagrama Torque vs Desplazamiento angular de viga no optimizada	103
<b>Figura 106.</b> Prueba de torsión a viga optimizada.....	103
<b>Figura 107.</b> Diagrama Torque vs Desplazamiento angular de viga optimizada.....	104
<b>Figura 108.</b> Diagrama Fuerza vs Desplazamiento de ménsulas.....	105
<b>Figura 109.</b> Diagrama Fuerza vs Desplazamiento de viga a flexión .....	106
<b>Figura 110.</b> Diagrama Torque vs Desplazamiento Angular de viga a torsión .....	107

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> <i>Clasificación de los materiales compuestos según tipo de matriz.....</i>	6
<b>Tabla 2.</b> <i>Clasificación de los materiales compuestos según tipo de refuerzo .....</i>	7
<b>Tabla 3.</b> <i>Propiedades de las fibras de refuerzo para plásticos.....</i>	10
<b>Tabla 4.</b> <i>Propiedades comparativas de las resinas epóxica y poliéster. ....</i>	11
<b>Tabla 5.</b> <i>Ventajas y desventajas de la optimización topográfica .....</i>	41
<b>Tabla 6.</b> <i>Propiedades de resina epoxica Q2 .....</i>	49
<b>Tabla 7.</b> <i>Propiedades del tejido de fibra de carbono Twill 3K.....</i>	49
<b>Tabla 8.</b> <i>Propiedades mecánicas de algunos materiales compuestos.....</i>	50
<b>Tabla 9.</b> <i>Propiedades mecánicas del material compuesto .....</i>	53
<b>Tabla 10.</b> <i>Desplazamientos y esfuerzos de la ménsula optimizada y sin optimizar .</i>	63
<b>Tabla 11.</b> <i>Desplazamientos y esfuerzos de la viga a flexión optimizada y sin optimizar.....</i>	68
<b>Tabla 12.</b> <i>Desplazamientos y esfuerzos de la viga a torsión optimizada y sin optimizar.....</i>	72
<b>Tabla 13.</b> <i>Datos de la resina epóxica Q2 .....</i>	81
<b>Tabla 14.</b> <i>Construcción de la ménsula sin optimar.....</i>	82
<b>Tabla 15.</b> <i>Construcción de la ménsula optimizada.....</i>	83
<b>Tabla 16.</b> <i>Construcción de la viga a flexión sin optimizar.....</i>	84
<b>Tabla 17.</b> <i>Construcción de la viga a flexión optimizada .....</i>	85
<b>Tabla 18.</b> <i>Construcción de la viga a torsión sin optimizar .....</i>	87
<b>Tabla 19.</b> <i>Construcción de la viga a torsión optimizada .....</i>	88
<b>Tabla 20.</b> <i>Especificaciones del tejido de fibra de carbono 3k Twill.....</i>	91
<b>Tabla 21.</b> <i>Especificaciones de la balanza .....</i>	92
<b>Tabla 22.</b> <i>Especificaciones técnicas del calibrador de torquímetro.....</i>	94
<b>Tabla 23.</b> <i>Especificaciones técnicas la Máquina de ensayos universales MTS .....</i>	95
<b>Tabla 24.</b> <i>Especificaciones técnicas Tornillo de banco .....</i>	95
<b>Tabla 25.</b> <i>Especificaciones técnicas del comparador de reloj.....</i>	96
<b>Tabla 26.</b> <i>Especificaciones técnicas del Flexómetro.....</i>	96
<b>Tabla 27.</b> <i>Especificaciones técnicas del Nivel de burbuja .....</i>	97
<b>Tabla 28.</b> <i>Datos obtenidos de ménsula sin optimizar.....</i>	98
<b>Tabla 29.</b> <i>Datos obtenidos de ménsula optimizada.....</i>	99
<b>Tabla 30.</b> <i>Datos obtenidos de la viga no optimizada.....</i>	100
<b>Tabla 31.</b> <i>Datos obtenidos de la viga a flexión optimizada.....</i>	101
<b>Tabla 32.</b> <i>Datos obtenidos de la viga no optimizada.....</i>	103
<b>Tabla 33.</b> <i>Datos obtenidos de la viga optimizada.....</i>	104
<b>Tabla 34.</b> <i>Comparación de resultados con carga de 24,52 [N] entre simulación y prueba de laboratorio .....</i>	105
<b>Tabla 35.</b> <i>Comparación de resultados con carga de 500 [N] entre simulación y prueba de laboratorio .....</i>	107
<b>Tabla 36.</b> <i>Comparación de resultados con carga de 2500 [N.cm] entre simulación y prueba de laboratorio .....</i>	108
<b>Tabla 37.</b> <i>Fracciones volumétricas de los prototipos construidos .....</i>	109

## RESUMEN

El trabajo de titulación consiste en optimizar topográficamente elementos tipo membrana mediante el software Solidthinking Inspire. El objetivo de la optimización topográfica consiste en incrementar la rigidez de los elementos mediante la generación de beads en su superficie. Este trabajo partió del diseño en un software CAD de una ménsula, una viga a flexión y una viga a torsión para su posterior optimización, análisis, post procesado y construcción en fibra de carbono. Se usó la micromecánica para el diseño del material compuesto y para la determinación de sus propiedades mecánicas se empleó la macromecánica. Los elementos fueron construidos con un tejido de fibra de carbono twill 3K y resina epóxica para curado a temperatura ambiente mediante un proceso Hand Lay Up (proceso manual con brocha y rodillo). La fase de implementación consiste en crear un área de trabajo para el proceso Hand Lay Up en el Laboratorio de Procesos de Manufactura de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, así como una práctica de laboratorio y un manual de construcción en fibra de carbono. Las piezas construidas en fibra de carbono fueron sometidas a pruebas mecánicas en el Laboratorio de Mecánica de Materiales para su posterior comparación y análisis respecto a los resultados obtenidos mediante software.

### PALABRAS CLAVE

- **FIBRA DE CARBONO**
- **OPTIMIZACIÓN TOPOGRÁFICA**
- **MACROMECAÁNICA**
- **HAND LAY UP**
- **SOLIDTHINKING INSPIRE**

## **ABSTRACT**

The project consists of topographically optimizing membrane-type elements using the SolidThinking Inspire software. The objective of the topographic optimization is to increase the rigidity of the elements by generating beads on its surface. This work started from the design in a CAD software of a bracket, a beam to bending and a beam to torsion for its subsequent optimization, analysis, post processing and construction in carbon fiber. Micromechanics was used for the design of the composite material and macromechanics was used to determine its mechanical properties. The elements were constructed with a twill 3K carbon fiber fabric and epoxy resin for curing at room temperature through a Hand Lay Up process (manual process with brush and roller). The implementation phase consists of creating a work area for the Hand Lay Up process in the Manufacturing Process Laboratory of the University of the Armed Forces, as well as a laboratory practice and a carbon fiber construction manual. The pieces built in carbon fiber were subjected to mechanical tests in the Materials Mechanics Laboratory for later comparison and analysis regarding the results obtained by software.

## **KEYWORDS**

- **CARBON FIBER**
- **TOPOGRAFIC OPTIMIZATION**
- **MACROMECHANICS**
- **HAND LAY UP**
- **SOLIDTHINKING INSPIRE**

## GLOSARIO DE TÉRMINOS

$V$	Volumen de material compuesto
$V_f$	Volumen de la fibra
$V_m$	Volumen de la matriz
$M$	Masa total
$M_f$	Masa de la fibra
$M_m$	Masa de la matriz
$\rho_f$	Densidad de la fibra
$\rho_m$	Densidad de la matriz
$E_1$	Módulo de Elasticidad longitudinal del material compuesto
$E_{f1}$	Módulo de Elasticidad longitudinal de la fibra
$E_{m1}$	Módulo de Elasticidad longitudinal de la matriz
$F_1$	Fuerza longitudinal
$\sigma_1$	Tensión en el eje longitudinal
$A$	Área de material compuesto
$A_f$	Área de fibra
$A_m$	Área de matriz
$\sigma_{f1}$	Tensión longitudinal de la fibra
$\sigma_{m1}$	Tensión longitudinal de la matriz
$\varepsilon_1$	Deformación unitaria del material compuesto (eje longitudinal)
$\varepsilon_{f1}$	Deformación unitaria de la fibra (eje longitudinal)
$\varepsilon_{m1}$	Deformación unitaria de la matriz (eje longitudinal)
$v_f$	Fracción volumétrica de la fibra
$v_m$	Fracción volumétrica de la matriz
$E_2$	Módulo de Elasticidad Transversal del material compuesto
$E_{f2}$	Módulo de Elasticidad transversal de la fibra
$E_{m2}$	Módulo de Elasticidad longitudinal de la matriz
$F_2$	Fuerza transversal
$\sigma_2$	Tensión en el eje transversal
$\sigma_{f2}$	Tensión transversal de la fibra

$\sigma_{m2}$	Tensión transversal de la matriz
$\varepsilon_2$	Deformación unitaria del material compuesto (eje transversal)
$\varepsilon_{f2}$	Deformación unitaria de la fibra (eje transversal)
$\varepsilon_{m2}$	Deformación unitaria de la matriz (eje transversal)
$h$	Altura del material compuesto
$\Delta h$	Variación de la altura del material compuesto
$\Delta h_f$	Altura de la fibra
$h_m$	Altura de la matriz
$\gamma_{12}$	Deformación cortante total del material compuesto
$\gamma_f$	Deformación cortante de la fibra
$\gamma_m$	Deformación cortante de la matriz
$\Delta L$	Variación de la longitud del material compuesto
$\Delta L_f$	Variación de la longitud de la fibra
$\Delta L_m$	Variación de la longitud de la matriz
$\tau_{12}$	Tensión cortante del material compuesto perpendicular al eje 2
$G_{12}$	Módulo de cizallamiento del material compuesto
$G_f$	Módulo de cizallamiento de la fibra
$G_m$	Módulo de cizallamiento de la matriz
$\nu_{12}$	Relación de Poisson principal
$\nu_f$	Coefficiente de Poisson de la fibra
$\nu_m$	Coefficiente de Poisson de la matriz
$W$	Ancho del material compuesto
$\Delta f_w$	Desplazamiento lateral de la fibra
$\Delta m_w$	Desplazamiento lateral de la matriz

# CAPÍTULO I

## 1. GENERALIDADES

### 1.1. Antecedentes

Lozano David et al. (2010) en su obra "OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL DE FORMA" Mencionan que: "a lo largo de la historia el hombre ha llevado a cabo la optimización dentro de sus sistemas, con el fin de crear estructuras, mecanismos, ensambles y subensambles, al igual que diferentes componentes mecánicos, capaces de mejorar el desempeño propio y/o del sistema en el cual son utilizados".

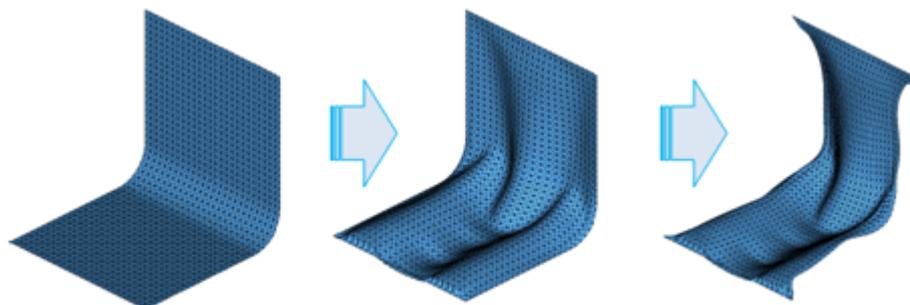
Estos métodos en sus inicios no lograban concretamente una optimización, tan solo alcanzaban un mejoramiento, debido a las limitadas capacidades computacionales de la época. Los métodos de optimización actuales tienen sus raíces a partir de la Segunda Guerra Mundial, debido al gran desarrollo tecnológico que implicó dicho acontecimiento.

Actualmente el proceso de optimización es usado para el mejoramiento de procesos y productos con el fin de reducir costos y tiempos de producción. Según Lozano y Velázquez (2008) la optimización se define como: "un proceso a través del cual se busca obtener o determinar la mejor solución posible, de entre un grupo de resultados, que a su vez satisface las restricciones que presenta el sistema al cual se aplica".

La optimización intenta dar respuesta a un tipo general de problemas donde se desea elegir la mejor solución entre un conjunto de elementos. La utilización de "técnicas de optimización para componentes industriales conduce a la obtención de piezas de menor peso y mejores prestaciones. Desde el punto de vista industrial, la disminución del material utilizado en una pieza, suele llevar asociada una reducción de costes que es muy importante en sectores donde se fabrican grandes series". (Cortés , 2010)

En la optimización de la forma, la geometría de las partes se cambia para cumplir objetivos como: mejorar la capacidad de carga, incrementar el factor de seguridad, disminuir la concentración de esfuerzos, incrementar la rigidez, etc. Un tipo muy

especial de optimización de forma es la optimización topográfica, en la cual se permite que los nodos de una membrana estructural se muevan en la dirección normal de un elemento o en otra dirección especificada.



**Figura 1.** Optimización de forma de múltiples pasos

Fuente: (Toyota-TI, 2016).

Una gran cantidad de aplicaciones en la industria involucra estructuras tipo membrana, las cuales pueden ser construidas con materiales compuestos, debido a que tienen facilidad para adaptarse a la morfología de dichas estructuras y presenta ventajas sobre otros materiales convencionales como mayor rigidez, mejor resistencia y menor peso. Un ejemplo de dichas aplicaciones son palas de aerogeneradores, alas de avión, cascos de botes, estructuras automotrices, etc.

El presente proyecto tiene como finalidad analizar experimentalmente elementos construidos en fibra de carbono, optimizados topográficamente y la implementación del proceso de construcción manual utilizando fibra de carbono. La implementación consiste en crear un área de trabajo con los insumos necesarios para el proceso Hand Lay Up en el Laboratorio de Procesos de Manufactura de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, así como una práctica de laboratorio y un manual de construcción en fibra de carbono.

Adicionalmente se realizarán pruebas mecánicas para analizar y comprobar la optimización topográfica de dichos elementos. El análisis experimental involucra áreas de conocimiento como: Mecánica de Materiales, Sistemas CAD, Sistemas CAE, Estructuras Metálicas, Ciencia de los Materiales.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo General**

Analizar experimentalmente elementos en fibra de carbono optimizados topográficamente e implementar el proceso de construcción manual en el Laboratorio de Procesos de Manufactura.

### **1.2.2. Objetivos Específicos**

- Optimizar topográficamente elementos mediante Software.
- Construir prototipos en fibra de carbono mediante un proceso manual.
- Estructurar el proceso de construcción manual en fibra de carbono para implementar en el Laboratorio de Procesos de Manufactura.
- Analizar y comparar los resultados obtenidos mediante pruebas mecánicas de los elementos optimizados topográficamente con los resultados obtenidos en el software.

## **1.3. Alcance del proyecto**

El presente proyecto contempla el análisis experimental de elementos optimizados topográficamente y la implementación del proceso de construcción manual de partes utilizando fibra de carbono, donde el curado se realiza bajo condiciones normales (Temperatura ambiente y presión atmosférica). La implementación consiste en crear un área de trabajo con los insumos necesarios para el proceso Hand Lay Up en el Laboratorio de Procesos de Manufactura de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, así como una práctica de laboratorio y un manual de construcción en fibra de carbono.

Finalizada la etapa de construcción se realizarán pruebas mecánicas para analizar y comparar la optimización topográfica de dichos elementos. El análisis y comparación se realizara entre las piezas originales y las piezas optimizadas topográficamente, para poder emitir criterios en cuanto a los resultados y establecer conclusiones contundentes en cuanto al uso de optimización topográfica en elementos estructurales.

## 1.4. Justificación del proyecto

Los materiales compuestos son muy utilizados en la construcción de membranas estructurales, por otro lado cada vez cobra más importancia los procesos de optimización, debido que mejoran el potencial de los elementos estructurales. Existe muchos tipos de optimización como por ejemplo la optimización topológica, paramétrica, de tamaño, de forma, sin embargo para las membranas la que mejor se adapta a su morfología es la optimización topográfica; por lo tanto en el presente proyecto se pretende explorar este método y validarlo mediante un análisis experimental. Se pretende implementar el proceso mediante la creación de una estación de trabajo en el Laboratorio de Procesos de Manufactura la cual conste de los insumos necesarios para el proceso Hand Lay Up así como una práctica de laboratorio y un manual de construcción en fibra de carbono.

En el Ecuador la utilización de materiales compuestos y los procesos de manufactura utilizando fibra de carbono son campos poco explorados y el desarrollo del proyecto es de gran importancia, sabiendo que el presente gobierno está enfocado en promover la industria del país, el proyecto podría dar soluciones a diversos problemas en el sector de la manufactura ecuatoriana. Por otro parte en el sector de la construcción el reforzamiento de vigas con fibra de carbono toma más importancia, debido a la problemática actual de mejorar la eficiencia (capacidad) de las mismas.

El proyecto llevará a cabo una optimización topográfica de elementos estructurales construidos con fibra de carbono mediante el software Solidthinking Inspire 2017.3.1. El proyecto supone un aporte para el área de manufactura, dando nuevos criterios para el diseño y optimización de elementos.

El uso de materiales compuestos permite conseguir elementos con propiedades mecánicas mejoradas. Para la construcción se utilizara una matriz de resina epoxica y un refuerzo de fibra de carbono debido a sus propiedades especiales como alta resistencia, baja densidad en comparación con otros materiales como el acero.

## CAPÍTULO II

### 2. MARCO TEÓRICO

#### 2.1. Materiales compuestos

##### 2.1.1 Definición

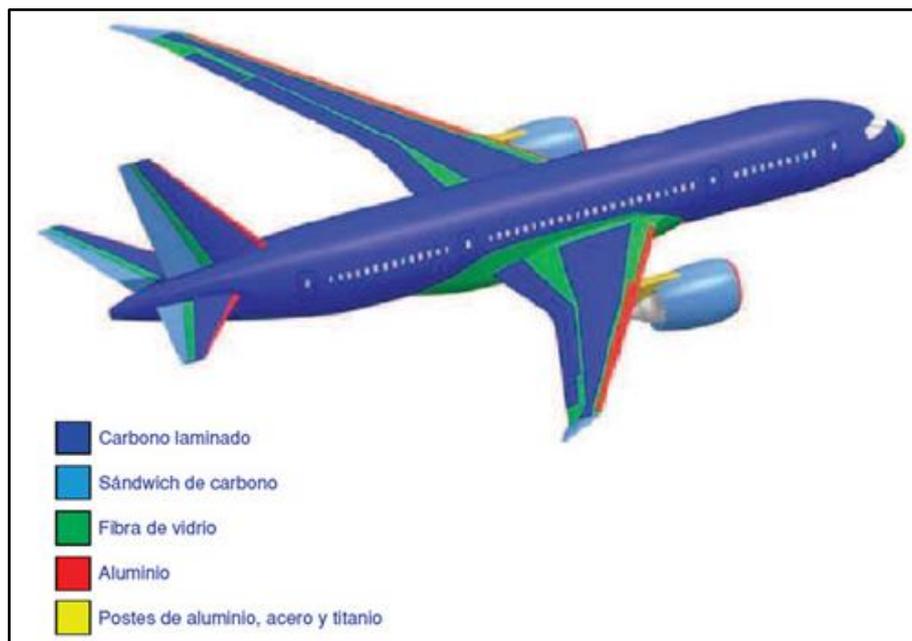
Los materiales compuestos combinan dos o más materiales para crear otro cuyas propiedades son superiores a las de cada uno de sus componentes. Los materiales compuestos existen en la naturaleza desde el principio de los tiempos; un claro ejemplo es la madera donde su estructura celulosa actúa como refuerzo y la lignina<sup>1</sup> hace la función de matriz. En la antigüedad la cultura egipcia utilizaba finas capas de madera, enlazadas entre sí para la construcción de ataúdes de los faraones, siendo uno de los primeros materiales compuestos desarrollados por el hombre.

En la actualidad el uso de materiales compuestos se ha extendido ampliamente en la industria aeroespacial, automovilística y en artículos deportivos como palos de golf, raquetas de tenis, remos, cascos de bicicletas, etc. El Boeing 787, el avión de pasajeros de tamaño medio, hace uso de materiales compuestos modernos en su diseño. El 50% del Boeing 787 está hecho de materiales compuestos (ver figura 2), principalmente de plástico reforzado con fibras de carbono (fuselaje, alas y cola).

De manera más concreta “un material compuesto es una combinación de una fase de refuerzo, presente en forma de partículas, hebras o fibras, en una matriz que mantiene unidas las partes discretas de refuerzo y les proporciona soporte natural”. (Schaffer, Saxena, Antolovich, Sanders, & Warner, 2000). Dicho esto, un material compuesto está formado por uno o más materiales que actúan como refuerzo aportando resistencia y rigidez; con una matriz que sirve de interfaz para el refuerzo y distribuye las tensiones.

---

<sup>1</sup> Lignina: Sustancia natural que forma parte de la pared celular de muchas células vegetales, a las cuales da dureza y resistencia.



**Figura 2.** Distribución de materiales de un Boeing 787

Fuente: (Urizar, 2012)

### 2.1.2 Clasificación

Según el tipo de matriz se pueden clasificar en:

- Materiales compuestos de matriz metálica.
- Materiales compuestos de matriz cerámica.
- Materiales compuestos de matriz polimérica

**Tabla 1.**

*Clasificación de los materiales compuestos según tipo de matriz*

Tipo de refuerzo	Descripción
Matriz metálica	Las matrices más utilizadas son metales de baja densidad como el aluminio, magnesio y titanio.
Matriz cerámica	Tienen una cerámica como matriz y están reforzadas con fibras cortas.
Matriz polimérica	Se conocen como polímeros reforzados con fibra, se utilizan con varios tipos de fibras como: vidrio, carbono y aramidas.

Por la forma de refuerzo los materiales compuestos se clasifican en:

- Materiales compuestos reforzados con partículas.
- Materiales compuestos reforzados con fibras cortas.
- Materiales compuestos reforzados con fibras largas<sup>2</sup>.
- Materiales compuestos reforzados con láminas.

**Tabla 2.**

*Clasificación de los materiales compuestos según tipo de refuerzo*

<b>Tipo de refuerzo</b>	<b>Descripción</b>
Reforzados con partículas	Están formados por partículas duras y frágiles dispersas uniformemente en una matriz más blanda que los rodea. Creados para obtener combinaciones poco frecuentes de propiedades y no para mejorar su resistencia.
Reforzados con fibras cortas	Las fibras cortas pueden estar orientadas aleatoriamente lo que produce compuestos isotrópicos.
Reforzados con fibras largas	La fibra aporta propiedades mecánicas como: mayor resistencia a la tracción, mayor resistencia a la fatiga y mejora el módulo de Young. La matriz es la encargada de mantener unidas las fibras.
Refuerzos laminares	Se utilizan láminas, que a su vez están unidas por un adhesivo o resina. Esta configuración se usa para obtener un material isótropo.

### 2.1.3 Fibras para materiales compuestos

Estos compuestos mejoran la resistencia al esfuerzo, la resistencia a la fatiga, la rigidez y la relación resistencia-peso, a través de la introducción de fibras fuertes, rígidas y frágiles dentro de una matriz más blanda y dúctil. El material de la matriz transmite la fuerza a las fibras y proporciona ductilidad y tenacidad, mientras que las fibras soportan la mayor parte de la fuerza aplicada. (Askeland D. , 1987). Las fibras de carbono y de vidrio, fueron los primeros refuerzos utilizados para aumentar la

<sup>2</sup> El proyecto está orientado hacia un material reforzado con fibras largas, y matriz de resina epoxica.

rigidez y la resistencia de los materiales compuestos avanzados, comúnmente utilizados en aeronaves, equipos de recreación y aplicaciones industriales. Los tres tipos de fibras sintéticas comúnmente usados son: vidrio, aramida y carbono.

#### **2.1.3.1 Fibra de vidrio**

Smith y Javad, en su libro "Fundamentos de la Ciencia e Ingeniería de Materiales" mencionan que:

Las fibras de vidrio se usan como refuerzo de matrices de plástico para formar compuestos estructurales y compuestos de moldeo. Los materiales compuestos de plástico con fibra de vidrio tienen las siguientes características favorables: alta relación entre resistencia y peso, buena estabilidad dimensional, buena resistencia al calor, el frío, la humedad y la corrosión; buenas propiedades del aislamiento eléctrico, facilidad de fabricación y costo relativamente bajo.

#### **2.1.3.2 Fibra de aramida**

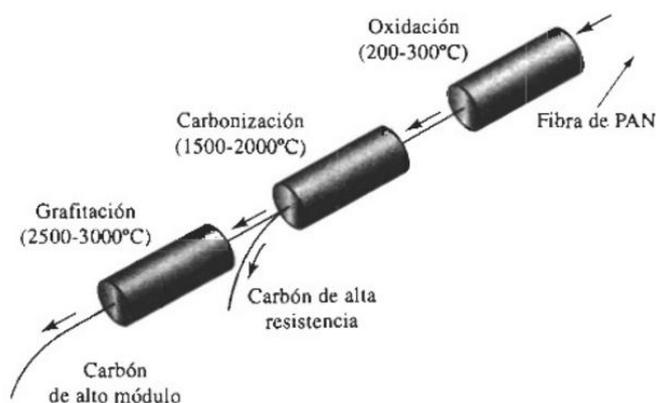
La fibra de aramida (poliamida aromática) se ofrecen en dos tipos comerciales: kevlar 29 y kevlar 49. El kevlar 49 se caracteriza por su baja densidad, alta resistencia y módulo de elasticidad.

#### **2.1.3.3 Fibra de carbono**

Las fibra de carbono se utilizan en materiales compuestos reforzados con una matriz de resina plástica (resina epóxica); su bajo peso, alta resistencia y rigidez son sus principales características, haciendo que su uso sea atractivo en aplicaciones aeroespaciales, navales, automovilísticas y deportes de alta competición, sin embargo su elevado costo ha impedido que su uso se haya extendido a otras industrias.

La expresión "fibra de carbono" generalmente se refiere a una variedad de filamentos compuestos por más del 90% de carbono y de 5 a 15  $\mu\text{m}$  de diámetro. Fabricadas mediante carbonización o pirolización, de un filamento orgánico, el cual es más fácil estirar o hilar en tramos largos, delgados y continuos.

El filamento orgánico, conocido como precursor, frecuentemente es rayón (un polímero celulósico), poliacrilonitrilo (PAN) o resina (varios compuestos orgánicos aromáticos). Las altas temperaturas descomponen el polímero orgánico, extrayendo todos los elementos, excepto el carbono (ver figura 3). (Askeland D. , 1998).



**Figura 3.** Método para fabricación fibras de carbono

Fuente: (Askeland D. , 1998)

Cuando se utilizan materiales compuestos de fibras de carbono, su resistencia y módulo de elasticidad pueden ser orientados de modo optimizado para minimizar la masa final. Además de la resistencia y rigidez, las fibras de carbono poseen excelente resistencia a la fatiga, características de amortiguación de vibraciones, resistencia térmica y estabilidad dimensional. Las fibras de carbono poseen también buena resistencia eléctrica y térmica y son químicamente inertes. (Callister, 1997)

#### 2.1.4 Propiedades de las fibras de carbono, vidrio y aramida

Las fibras de carbono comercialmente disponibles pueden duplicar sus valores de módulo de elasticidad con respecto a las otras fibras de refuerzo, como aramida y vidrio S, y exceder los metales en resistencia a la tracción (ver tabla 3).

**Tabla 3.**

*Propiedades de las fibras de refuerzo para plásticos.*

<b>Propiedad</b>	<b>Vidrio (E)</b>	<b>Carbono (HT)</b>	<b>Kevlar 49</b>
Resistencia a la tensión (MPa)	3100	3450	3600
Módulo de elasticidad (GPa)	76	228	131
Elongación en la ruptura (%)	4,5	1,6	2,8
Densidad (g/cm <sup>3</sup> )	2,54	1,8	1,44

Fuente: (Smith & Javad, 2006)

### **2.1.5 Matrices para materiales compuestos**

Las resinas de poliéster y resinas epóxicas son las más utilizadas en materiales compuestos reforzados con fibra. Las resinas de poliéster tienen un menor costo en el mercado pero de igual forma poseen menor resistencia, por el contrario las resinas epóxicas tienen una mayor resistencia, lo que se ve reflejado en su alto costo. Las resinas epóxicas se usan generalmente en conjunto con las fibras de carbono y/o fibras de aramida. Las resinas de poliéster son utilizadas con la fibra de vidrio.

#### **2.1.5.1 Resina de poliéster**

“Las resinas de poliéster son líquidas a temperatura ambiente y pueden ser llevadas a estado sólido, en el caso de las resinas pre-aceleradas, por la adición de un catalizador; y para resinas no pre-aceleradas un acelerador y un catalizador” (Gil, 2012).

En materiales compuestos se usa la resina poliéster en forma de plásticos termoestables. Para el cambio de estructura se necesita de un agente externo llamado catalizador. Este cambio consiste en transformar la resina de estado líquido a sólido; conocido como curado, polimerización o endurecimiento. El cambio no es instantáneo, más bien se produce en forma gradual generando una reacción exotérmica.

### 2.1.5.2 Resina epoxica

“Son materiales utilizados como pegamento para metal, vidrio y cerámica. Las resinas epóxicas se utilizan como recubrimiento de superficies (por ejemplo, en pinturas) debido a que son excepcionalmente inertes, duras y flexibles. Las materias primas que se utilizan para la fabricación de las resinas epóxicas son epiclohidrina y bisfenol-A”. (Hart, Hart, & Craine, 1997)

La resina epóxica es un polímero termoestable que cambia su estado líquido a sólido cuando se mezcla con un catalizador; al mezclarse reaccionan produciendo la polimerización de la resina. Durante la polimerización se forman enlaces cruzados dando como resultado un elevado peso molecular.

### 2.1.6 Propiedades de las resinas Epoxica y de Poliéster

Generalmente las resinas de poliéster se usan con fibra de vidrio y las resinas epóxicas se usan con fibra de carbono y aramida. La elección de una u otra depende de los requerimientos del elemento por ejemplo la combinación poliéster fibra de vidrio, se usa en elementos que no están sometidos a grandes cargas, por el contrario la combinación epoxi fibra de carbono y/o aramida tiene aplicaciones con demandas exigentes de carga. En la tabla 4 se muestran algunas de las propiedades mecánicas de estas resinas.

**Tabla 4.**

*Propiedades comparativas de las resinas epóxica y poliéster.*

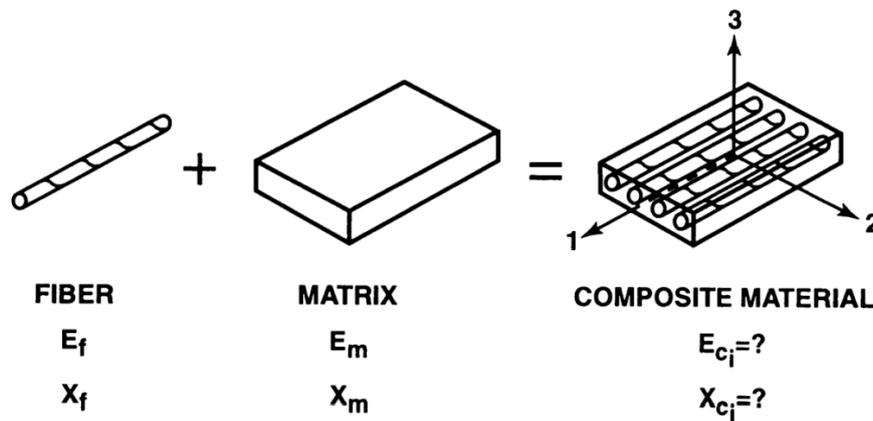
<b>Propiedad</b>	<b>Poliéster</b>	<b>Epóxica</b>
Resistencia a la Tensión (MPa)	40 - 90	55 - 130
Módulo de elasticidad (GPa)	2 - 4,4	2,8 - 4,2
Resistencia al Impacto (J/m)	10,6 - 21,2	5,3 - 53
Densidad (g/cm <sup>3</sup> )	1,1 - 1,46	1,2 - 1,3

Fuente: (Smith & Javad, 2006)

## 2.2 Propiedades Micromecánicas

“La micromecánica establece las relaciones entre las propiedades de los materiales constituyentes y las de la lámina como unidad básica de los materiales

compuestos". (Tsai & Miravete, 1988). La comprensión de dichas relaciones asiste al diseñador al momento de seleccionar los componentes para un material compuesto laminar. (Ver figura 4)



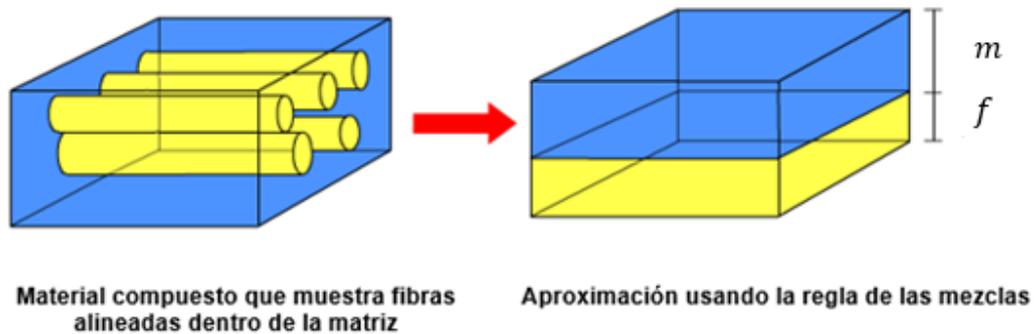
**Figura 4.** Relación básica de las propiedades.

Fuente: (Universidad de Oviedo, 2005)

Una lámina unidireccional no es homogénea en toda su extensión, sin embargo para el análisis se considera que una lámina es homogénea donde sus propiedades son las mismas de un lugar a otro pero son distintas en varias direcciones. La ley de las mezclas es la técnica más simple de homogeneización, la cual establece que el material compuesto posee propiedades iguales a la suma de las propiedades de sus constituyentes en función de su proporción en volumen. El análisis matemático que se realiza a continuación tiene como referencia la tesis de Postgrado de Olmedo F. (2008), titulado "Diseño de estructuras tipo cascara basadas en materiales compuestos laminares, utilizando el método de elementos finitos".

### 2.2.1 Ley de las mezclas

Propuesta por Voigt en 1889, la cual trata de una media ponderada utilizada para predecir las propiedades de un material compuesto cuyo refuerzo son fibras continuas y unidireccionales. Para los análisis posteriores consideraremos un modelo simple en el cual las fibras y la matriz son representadas como bloques sólidos con volúmenes proporcionales a su abundancia relativa en el compuesto. (Ver figura 5)



**Figura 5.** Aproximación según regla de las mezclas

Fuente: (McCloskey & Furnival , s.f.)

Consideremos un volumen  $V$  conformado por fibras continuas y una matriz, donde  $V$  viene dado por:

$$V = V_f + V_m \quad (1)$$

Donde  $f$  y  $m$  se refieren a fibra y matriz respectivamente.

De igual forma la masa viene dada por:

$$M = M_f + M_m$$

(2)

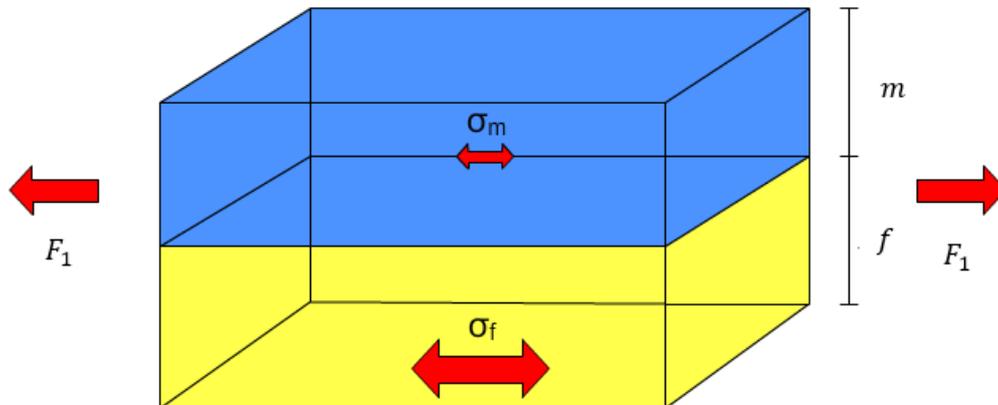
Sabiendo que  $\rho_f$  y  $\rho_m$  son las densidades de la fibra y de la matriz respectivamente podemos decir que:

$$M = \rho_f V_f + \rho_m V_m$$

(3)

### 2.2.2 Módulo de Elasticidad longitudinal $E_1$

El modulo elástico longitudinal  $E_1$  , se puede calcular considerando que sobre la dirección de la fibra se aplica una fuerza  $F_1$  como se muestra en la figura 6.



**Figura 6.** Elemento sujeto a una fuerza longitudinal  $F_1$   
Fuente: (McCloskey & Furnival , s.f.)

$$F_1 = \sigma_1 * A \quad (4)$$

Donde  $\sigma_1$  es la tensión media normal y  $A$  es el área ( $A = l^2$ )

La fuerza se aplica tanto a la matriz como la fibra y sabiendo que  $A_m$  y  $A_f$  son las áreas de las secciones rectas de la matriz y la fibra, podemos decir que

$$\sigma_1 * A = \sigma_{f1} * A_f + \sigma_{m1} * A_m \quad (5)$$

De acuerdo a la Ley de Hooke, la tensión normal del elemento  $\sigma_1$  de las fibras  $\sigma_{f1}$  y la matriz  $\sigma_{m1}$  son definidas como:

$$\sigma_1 = E_1 * \varepsilon_1 \quad (6)$$

$$\sigma_{f1} = E_f * \varepsilon_{f1} \quad (7)$$

$$\sigma_{m1} = E_m * \varepsilon_{m1} \quad (8)$$

Donde  $E_1$ ,  $E_{f1}$  y  $E_{m1}$  son los módulos de Young del compuesto, fibra, matriz respectivamente y  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_{f1}$ ,  $\varepsilon_{m1}$  son las deformaciones unitarias del compuesto, fibra y

matriz correspondientemente las cuales al ser parte de un mismo material, se dice que:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{f1} = \varepsilon_{m1} \quad (9)$$

$$E_1 * \varepsilon_1 * A = E_f * \varepsilon_{f1} * A_f + E_m * \varepsilon_{m1} * A_m \quad (10)$$

$$E_1 * A = E_f * A_f + E_m * A_m \quad (11)$$

Dividimos la expresión para A:

$$E_1 = E_f * \frac{A_f}{A} + E_m * \frac{A_m}{A} \quad (12)$$

Siendo  $\frac{A_f}{A}$  y  $\frac{A_m}{A}$  las fracciones volumétricas de ambos componentes.

$$v_f = \frac{A_f}{A} \quad (13)$$

$$v_m = \frac{A_m}{A} \quad (14)$$

Reemplazando en la ecuación tenemos que:

$$E_1 = E_f * v_f + E_m * v_m \quad (15)$$

### 2.2.3 Módulo de Elasticidad transversal $E_2$

Un material compuesto reforzado con fibras ofrece bajas propiedades cuando se aplica una carga en su eje transversal. El módulo de elasticidad transversal se determina considerando que los esfuerzos son iguales en la fibra y matriz como se muestra en la figura 7, dicho análisis es conocido como el modelo de Reuss, la cual es una aproximación inexacta ya que la hipótesis de que los esfuerzos generados son iguales no es del todo válida debido a que parte de la matriz está protegida por la fibra.

$$\sigma_{f2} = \sigma_{m2} = \sigma_2$$

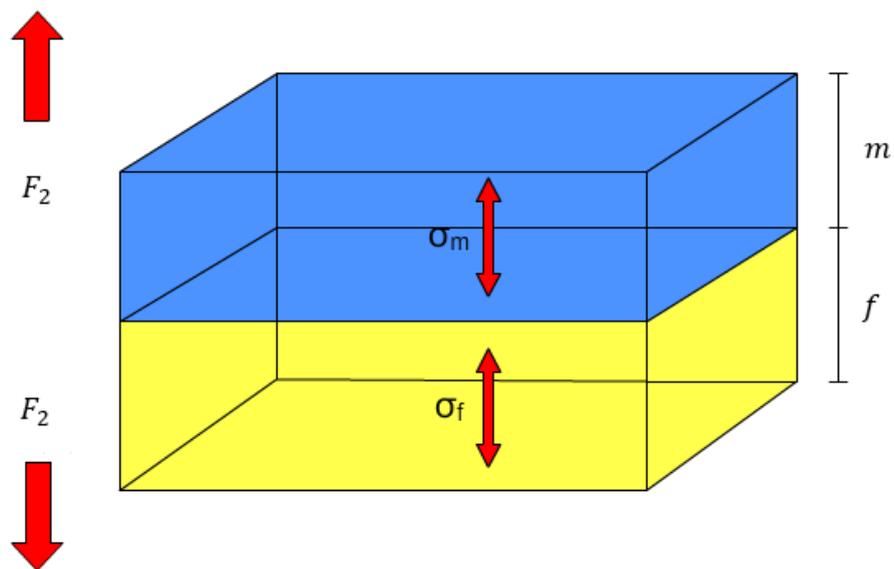
(16)

$$\sigma_{f2} = E_f * \varepsilon_{f2}$$

(17)

$$\sigma_{m2} = E_m * \varepsilon_m$$

(18)



**Figura 7.** Elemento sujeto a una fuerza transversal  $F_2$

Fuente: (McCloskey & Furnival, s.f.)

Los módulos de elasticidad de la fibra y matriz son diferentes, en consecuencia las deformaciones unitarias son distintas para cada componente:

$$\varepsilon_{f2} \neq \varepsilon_{m2}$$

(19)

Despejando las deformaciones unitarias de cada material:

$$\varepsilon_{f2} = \frac{\sigma_{f2}}{E_f}$$

(20)

$$\varepsilon_{m2} = \frac{\sigma_{m2}}{E_m}$$

(21)



**Figura 8.** Deformación bajo carga transversal.

$$h = h_f + h_m \quad (22)$$

La deformación unitaria total se expresa como (ver figura 8):

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta h}{h}$$

(23)

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta h}{h_f + h_m}$$

(24)

$$\Delta h = \Delta h_f + \Delta h_m$$

(25)

$$\Delta h = \varepsilon_{f2} * h_f + \varepsilon_{m2} * h_m$$

(26)

Reemplazando las deformaciones unitarias de cada material

$$\Delta h = \frac{\sigma_{f2}}{E_f} * h_f + \frac{\sigma_{m2}}{E_m} * h_m$$

(27)

Debido a que  $\sigma_{f2} = \sigma_{m2} = \sigma_2$

$$\Delta h = \sigma_2 * \frac{h_f}{E_f} + \frac{h_m}{E_m}$$

(28)

La deformación unitaria total queda expresada por:

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{h} * \frac{hf}{E_f} + \frac{hm}{E_m}$$

(29)

$$\varepsilon_2 = \sigma_2 * \frac{hf}{h * E_f} + \frac{hm}{h * E_m}$$

(30)

Las fracciones volumétricas son:

$$v_f = \frac{hf}{h}$$

(31)

$$v_m = \frac{hm}{h}$$

(32)

Por lo tanto

$$\varepsilon_2 = \sigma_2 * \frac{v_f}{E_f} + \frac{v_m}{E_m}$$

(33)

El módulo de elasticidad transversal es igual a:

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_2}$$

(34)

Reemplazando (33) en (34) se obtiene que:

$$E_2 = \frac{1}{\frac{v_f + v_m}{E_f + E_m}}$$

(35)

$$E_2 = \frac{E_f * E_m}{v_f * E_m + v_m * E_f}$$

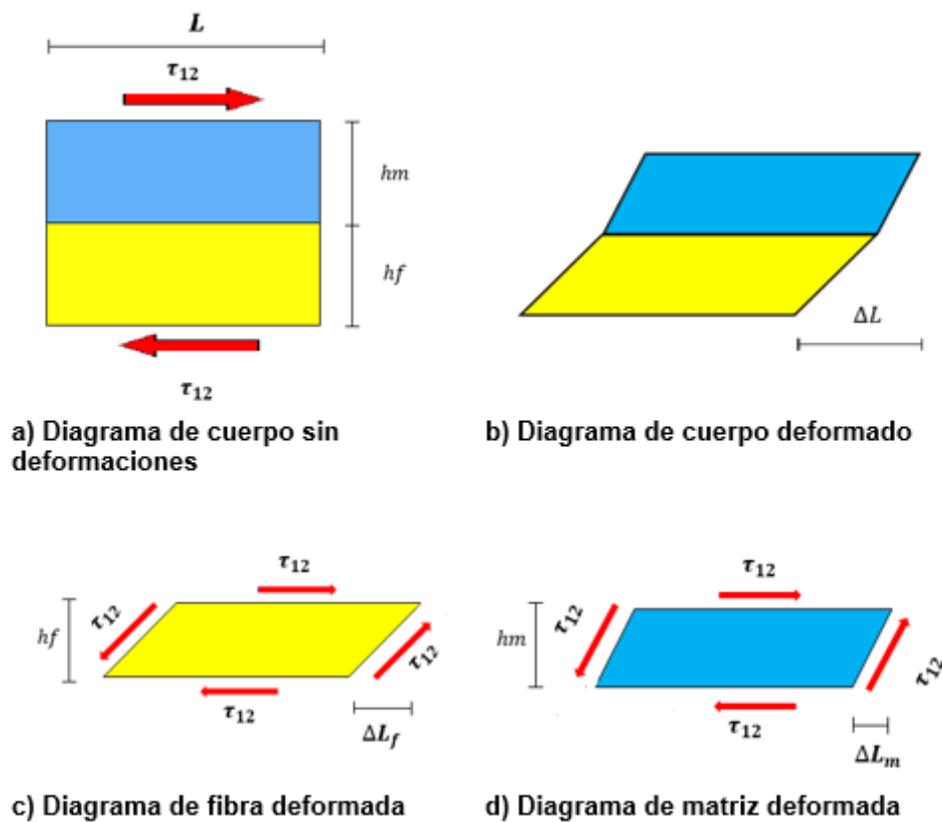
(36)

$$E_3 = E_2$$

(37)

### 2.2.4 Módulo de cizallamiento $G_{12}$

Para determinar el módulo de cizallamiento consideramos que la matriz y las fibras están expuestas a la misma tensión cortante pero se deforman independientemente, como se muestra en la figura 9.



**Figura 9.** Diagramas módulo de cizallamiento.

Deformación total  $\gamma_{12}$ , fibra  $\gamma_f$  y matriz  $\gamma_m$  están dadas por:

$$\gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} \quad (38)$$

$$\gamma_f = \frac{\tau_{12}}{G_f} = \frac{\Delta L_f}{hf}$$

(39)

$$\gamma_m = \frac{\tau_{12}}{G_m} = \frac{\Delta L_m}{hm}$$

(40)

La deformación total es:

$$\gamma_{12} = \frac{\Delta L}{hf+hm}$$

(41)

La variación de longitud es:

$$\Delta L = \Delta L_f + \Delta L_m$$

(42)

$$\Delta L_f = hf * \gamma_f$$

(43)

$$\Delta L_m = hm * \gamma_m$$

(44)

Despejando  $\Delta L_f$  y  $\Delta L_m$  de (39) y (40) respectivamente y reemplazando en (42) se tiene que:

$$\Delta L = hf * \gamma_f + hm * \gamma_m$$

(45)

Reemplazando (45) en (41):

$$\gamma_{12} = \frac{hf*\gamma_f+hm*\gamma_m}{h}$$

(46)

Aplicando la fracción volumétrica se tiene:

$$\gamma_{12} = v_f * \gamma_f + v_m * \gamma_m$$

(47)

Reemplazando (39) y (40) en (47):

$$\gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_f} * v_f + \frac{\tau_{12}}{G_m} * v_m$$

(48)

$$\gamma_{12} = \frac{v_f}{G_f} + \frac{v_m}{G_m} * \tau_{12}$$

(49)

Despejando  $G_{12}$  de (32) y reemplazando  $\gamma_{12}$

$$G_{12} = \frac{\tau_{12}}{\frac{v_f + v_m}{G_f + G_m} * \tau_{12}}$$

(50)

$$G_{12} = \frac{1}{\frac{v_f + v_m}{G_f + G_m}}$$

(51)

### 2.2.5 Coeficiente de Poisson

Es la relación entre la deformación de contracción generada en el eje transversal y el alargamiento longitudinal en la dirección de la fuerza aplicada como se muestra en la figura 10. Se considera que el material compuesto está cargado únicamente en dirección de las fibras, por lo tanto los demás esfuerzos son cero.

Asumiendo que la deformación de los componentes (fibra y matriz) son las mismas. El módulo de Poisson para el material compuesto, la fibra y la matriz es:

$$v_{12} = -\varepsilon_2 \varepsilon_1$$

(52)

$$v_m = -\varepsilon_{mW} \varepsilon_1$$

(53)

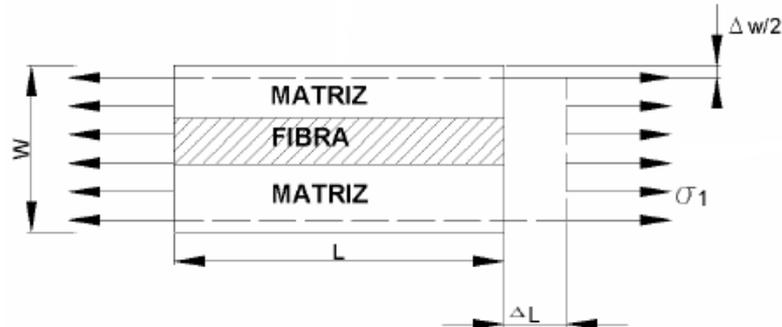
$$v_f = -\varepsilon_{fW} \varepsilon_1$$

(54)

Módulo de Poisson  $v_{21}$  :

$$v_{21} = \frac{E_2}{E_1} * v_{12}$$

(55)



**Figura 10.** Volumen representativo para determinar  $v_{12}$   
Fuente: (Olmedo, 2008)

La altura del material compuesto es:

$$W = h_f + h_m$$

(56)

$$\Delta W = -W * \varepsilon_2 = \Delta m W + \Delta f W$$

(57)

Despejando  $\varepsilon_2$  de (52) y reemplazando en (57)

$$\Delta W = W * v_{12} * \varepsilon_1$$

(58)

Sabiendo que las relaciones volumétricas de la matriz y la fibra son:

$$v_m = \frac{h_m}{W}$$

(59)

$$v_f = \frac{h_f}{W}$$

(60)

Desplazamiento transversal de la matriz:

$$\Delta mW = -hm * \varepsilon_{mW}$$

(61)

$$\Delta mW = -(-hm * v_m * \varepsilon_1)$$

(62)

$$\Delta mW = -(-V_m * W * v_m * \varepsilon_1)$$

(63)

Desplazamiento transversal de la fibra:

$$\Delta fW = hf * \varepsilon_{fW}$$

(64)

$$\Delta fW = -(-hf * v_f * \varepsilon_1)$$

(65)

$$\Delta fW = -(-V_f * W * v_f * \varepsilon_1)$$

(66)

Reemplazando

$$\Delta W = -(-V_m * W * v_m * \varepsilon_1 - V_f * W * v_f * \varepsilon_1)$$

(67)

$$\Delta W = -(-W * \varepsilon_1 (V_m * v_m + V_f * v_f))$$

(68)

El desplazamiento transversal es:

$$\Delta W = W * v_{12} * \varepsilon_1$$

(69)

$$W * v_{12} * \varepsilon_1 = W * \varepsilon_1 (V_m * v_m + V_f * v_f)$$

(70)

$$v_{12} = V_m * v_m + V_f * v_f$$

(71)

## 2.3 Propiedades Macromecánicas

La macromecánica es el estudio del comportamiento de los materiales compuestos en el cual se asume que el material es homogéneo y los efectos de sus componentes se detectan como propiedades macroscópicas aparentes promedio. Con la micromecánica determinamos las propiedades de una capa lo que nos permite describir el compuesto a través de la macromecánica. El análisis matemático que se realiza a continuación tiene como referencia la tesis de Postgrado de Olmedo F. (2008), titulado “Diseño de estructuras tipo cascara basadas en materiales compuestos laminares, utilizando el método de elementos finitos”.

### 2.3.1 Matriz de Rigidez

La ley de Hooke generalizada establece que:

$$\sigma_{ij} = Q_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (72)$$

Para materiales ortotrópicos<sup>3</sup> el número de constantes elásticas se reduce a 9:

$$\begin{array}{l} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{array} = \begin{array}{ccccccc} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_1 \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_2 \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_3 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 & \gamma_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 & \gamma_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} & \gamma_{xy} \end{array} \quad (73)$$

### 2.3.2 Estado de esfuerzos planos para un material ortotrópico

Los materiales compuestos por su naturaleza están diseñados para soportar esfuerzos en la dirección longitudinal de las fibras, por lo tanto los laminados obedecen a un estado de esfuerzos planos ( $\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{xz} = 0$ ) en donde la forma general ortotrópica de la ecuación constitutiva se reduce a (Olmedo, 2008):

<sup>3</sup>Ortotrópico: Material que tiene propiedades mecánicas diferentes en direcciones ortogonales diferentes; p.ej., la madera respecto a la dirección de la fibra.

$$\begin{matrix} \sigma_x & Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} & \varepsilon_x \\ \sigma_y & = & Q_{12} & Q_{22} & \varepsilon_y \\ \tau_{xy} & & Q_{16} & Q_{26} & \gamma_{xy} \\ & & & & Q_{66} \end{matrix}$$

(74)

La matriz de rigidez reducida se expresa como:

$$Q = \begin{matrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{matrix}$$

(75)

Donde los términos  $Q_{ij}$  son:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}}$$

(76)

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}}$$

(77)

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}}$$

(78)

$$Q_{66} = G_{12}$$

(79)

Cuando los elementos de  $Q$  están en función del ángulo de orientación de la lámina se expresan de la siguiente forma:

$$Q = \begin{matrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{matrix}$$

(80)

### 2.3.3 Forma invariante de $Q$

Explícitamente  $Q$  se expresa de la siguiente manera:

$$\begin{array}{rcl}
Q_{11} & U_1 & \cos(2\theta) & \cos(4\theta) \\
Q_{22} & U_1 & -\cos(2\theta) & \cos(4\theta) \\
Q_{12} & U_4 & 0 & -\cos(4\theta) & 1 \\
Q_{12} & = U_5 & 0 & -\cos(4\theta) & U_2 \\
Q_{66} & 0 & \frac{\sin(2\theta)}{2} & \sin(4\theta) & U_3 \\
Q_{16} & & & & \\
Q_{26} & 0 & \frac{\sin(2\theta)}{2} & \sin(4\theta) & 
\end{array} \quad (90)$$

Donde los términos  $U$  son los invariantes de  $Q$

$$U_1 = \frac{1}{8}(3Q_{11} + 2Q_{12} + 4Q_{66} + 3Q_{22}) \quad (91)$$

$$U_2 = \frac{1}{2}(Q_{11} - Q_{22})$$

(92)

$$U_3 = \frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66})$$

(93)

$$U_4 = \frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{22} + 6Q_{12} - 4Q_{66})$$

(94)

$$U_5 = \frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} + 4Q_{66})$$

(95)

Para un tejido de fibra de carbono tipo twill, la matriz  $Q$  es la media de las matrices unidireccionales. (Olmedo, 2008)

$$Q_{twill} = \frac{Q(\theta) + Q(-\theta)}{2} = \frac{Q(0) + Q(90)}{2}$$

(96)

La matriz inversa de  $Q_{twill}$  representa la matriz de flexibilidad  $S_{twill}$

$$S_{twill} = Q_{twill}^{-1}$$

(97)

Donde las propiedades mecánicas de la lámina son:

$$E_{1twill} = \frac{1}{s_{11}}$$

(98)

$$E_{2twill} = \frac{1}{S_{22}}$$

(99)

$$G_{12twill} = \frac{1}{S_{33}}$$

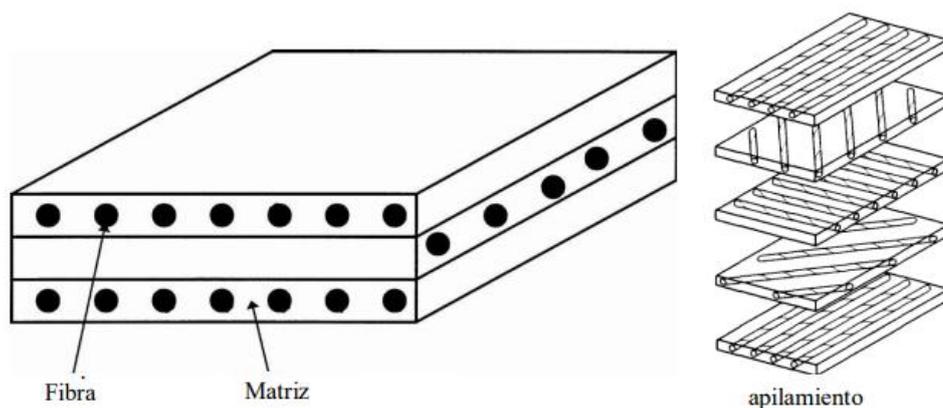
(100)

$$v_{12twill} = -E_{1twill} * S_{12}$$

(101)

## 2.4 Procesos de construcción en fibra de carbono

Un laminado está constituido por varias capas de material compuesto colocadas una sobre otra (ver figura 11), cuyas propiedades dependen de la disposición de la fibra como por ejemplo en un material isotrópico sus propiedades son iguales en todas las direcciones debido a que las fibras están distribuidas aleatoriamente, por el contrario en un material ortotrópico sus fibras están orientadas en una dirección donde su resistencia es máxima, mientras que en dirección perpendicular es menor. En los laminados basados en tejidos se puede conseguir una resistencia uniforme en todas sus direcciones con mayor facilidad.



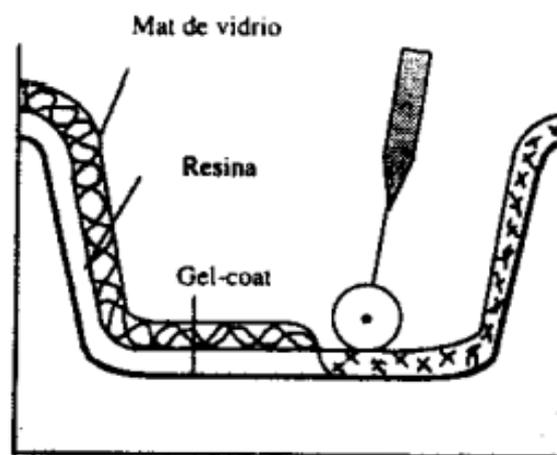
**Figura 11.** Laminado hecho con tres laminas

Fuente: (Universidad de Oviedo, 2005)

Los principales métodos de fabricación de materiales laminados son:

### 2.4.1 Moldeo por contacto manual (HAND LAY UP)

El método consiste en aplicar los siguientes elementos sucesivamente sobre la superficie del molde: desmoldante, gelcoat<sup>4</sup>, resina y refuerzo (hilos o tejidos) que se van impregnando de resina y consolidadas mediante un rodillo que a su vez elimina las burbujas de aire atrapadas entre capas (ver figura 12), esta operación se repite para cada capa de refuerzo con el fin de obtener el espesor de la estructura deseada.



**Figura 12.** Moldeo por contacto manual  
Fuente: (Besednjak, 2005)

El moldeo por contacto manual es una técnica artesanal sencilla pero depende en gran medida de la habilidad del operario. No requiere de equipos ni herramientas costosas por lo que ha sido ampliamente difundida para la fabricación de fabricación. Las herramientas necesarias en este método son rodillos, espátulas y brochas.

El área de trabajo debe cumplir con ciertos requerimientos para lograr resultados óptimos. La temperatura debe estar en un rango de 10°C a 22°C, la humedad relativa del ambiente no debe sobrepasar el 75% y el lugar de trabajo debe estar libre de partículas de polvo para lograr un buen laminado. “En condiciones normales de trabajo, los estratificados manuales nos permiten obtener relaciones de refuerzo / matriz aproximados de entre 30/70% hasta un 45/55%”<sup>5</sup>. (Besednjak, 2005)

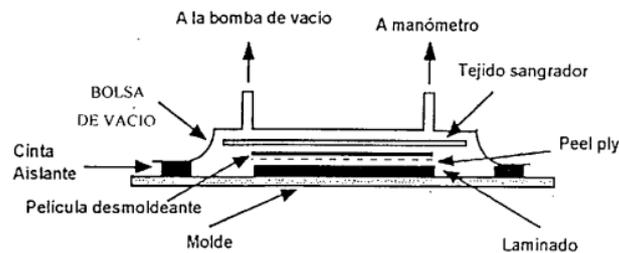
<sup>4</sup> Gelcoat: es un material utilizado para proporcionar un acabado de alta calidad en la superficie visible de un material polimérico compuesto.

<sup>5</sup> Relación fibra/resina para construcción manual con un solo molde, sin aplicar presión.

El proceso es ideal para producciones cortas debido a que, los equipos, herramientas y moldes no requieren una alta inversión, y en consecuencia tampoco requiere mano de obra cualificada. Por otra parte el laminado depende netamente de la habilidad del operario, afectando así la calidad del acabado y una posible disminución de las propiedades mecánicas.

#### 2.4.2 Moldeo por vacío

Este proceso es similar al moldeo por contacto manual con la diferencia que luego de colocar todas las capas de material, el conjunto es envuelto con una lámina elástica para realizar el vacío. Este proceso logra aproximadamente una atmosfera de presión sobre el material, lo que reduce las burbujas de aire atrapadas entre capas. Puede utilizarse con o sin aplicación de calor, está orientado hacia piezas planas de gran tamaño.

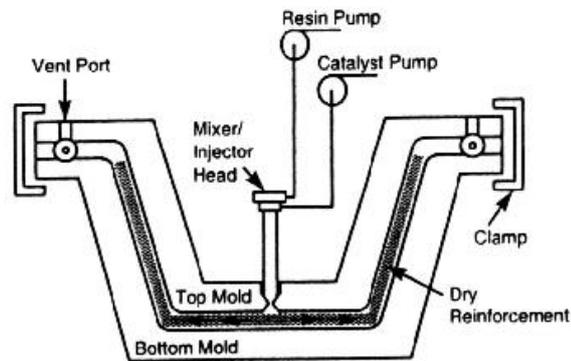


**Figura 13.** Moldeo por vacío

Fuente: (Besednjak, 2005)

#### 2.4.3 Moldeo por inyección

“Se utiliza un molde y un contra-molde, colocando en el espacio entre ellos el material de refuerzo e inyectando la resina por un orificio mediante un proceso mecánico automático. Se utiliza para piezas con formas difíciles y para dar un buen acabado por ambas caras” (ver figura 14). (Pérez, 1997)

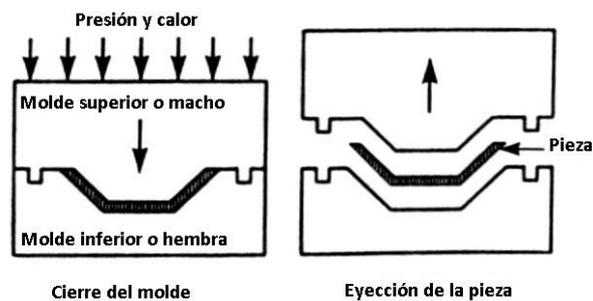


**Figura 14.** Moldeo por inyección

Fuente: (Besednjak, 2005)

#### 2.4.4 Moldeo por compresión

Al igual que el moldeo por inyección utiliza un sistema de molde y un contra-molde en una prensa, donde se coloca las capas de refuerzo y resina. La fuerza de consolidación se mantiene constante durante todo el ciclo de curado, el proceso puede realizarse con o sin aplicación de calor. La combinación de calor y presión produce una pieza con bajo contenido de burbujas, buen acabado y alta fracción volumétrica de fibra (ver figura 15).

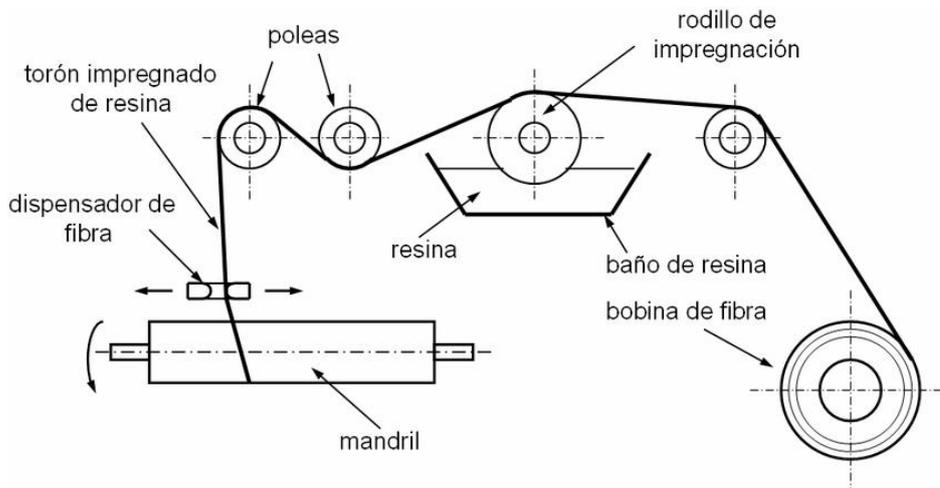


**Figura 15.** Moldeo por compresión

Fuente: (Besednjak, 2005)

#### 2.4.5 Enrollamiento filamentario

“Utilizado para piezas de revolución. Consiste en ir depositando sobre un mandril un hilo de refuerzo que previamente ha sido impregnado de resina haciendo pasar por una cubeta” (ver figura 16). (Pérez, 1997)



**Figura 16.** Enrollamiento filamentario  
Fuente: (Hernández, Collombeta, & Douchi, 2014)

## 2.5 Moldes

El diseño del molde tiene gran importancia cuando se trabaja con materiales compuestos, los aspectos fundamentales previos a un diseño son: el método de construcción, el tamaño y la complejidad, el coste del producto y el acabado superficial de la pieza siendo factores determinantes para el diseño acertado del molde. Una adecuada construcción del molde mejora la eficiencia de producción y por tanto los costos de fabricación serán menores.

### 2.5.1 Aspectos fundamentales para el diseño

- **Método de construcción**

Determina las condiciones en las que va a trabajar el molde, por ejemplo altas temperaturas y aplicación de presión en un moldeo por compresión con aplicación de calor.

- **Tamaño y complejidad**

Un tamaño excesivamente grande puede condicionar la construcción del producto ya sea por las limitaciones de espacio, coste de los materiales, herramientas, etc. Por el contrario un tamaño relativamente pequeño podría generar incomodidad de trabajo, poca precisión en sus acabados, etc. La complejidad del diseño condiciona el número de particiones necesarias para desmoldar una pieza.

- **Coste del producto**

El coste de producción está relacionado directamente con el número de unidades a producir, siendo un aspecto relevante al momento de seleccionar un molde.

- **Requerimientos de acabado superficial**

Es necesario conocer los requerimientos superficiales de la pieza como: brillo, resistencia al agua, resistencia al fuego o agentes químicos.

## 2.5.2 Etapa de diseño del molde

Durante esta etapa se deben analizar los siguientes aspectos:

- **Selección del material del molde**

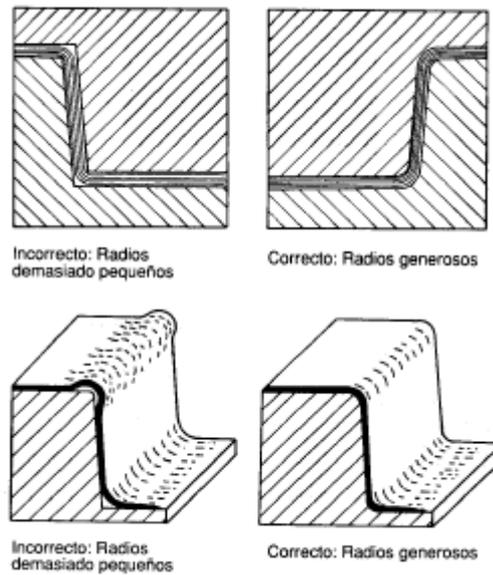
El material está definido por el número de unidades a producir, la geometría de la pieza y el coste de los materiales. Para pequeñas series de producción se recomienda utilizar moldes en madera, debido a su menor costo en comparación con otros moldes, sus desventajas son su corta vida útil y las restricciones para desarrollar formas complejas. Para una producción en serie los moldes pueden ser fabricados en el mismo material compuesto a utilizar ya que ofrece ventajas como estabilidad dimensional, no se afectan por la humedad y temperatura y su desgaste es menor pero su elevado costo es una limitante. Los moldes metálicos son utilizados para la fabricación de piezas pequeñas pero resultan extremadamente costosos.

- **Espesores de molde recomendados**

El espesor del molde debe ser lo más estrecho posible para disminuir su costo, pero debe ofrecer la suficiente rigidez para evitar deformaciones en las piezas. Un molde debe tener un espesor uniforme para evitar deformaciones en la pieza debido al enfriamiento regular a lo largo del molde.

- **Consideraciones sobre pliegues y cantos del molde**

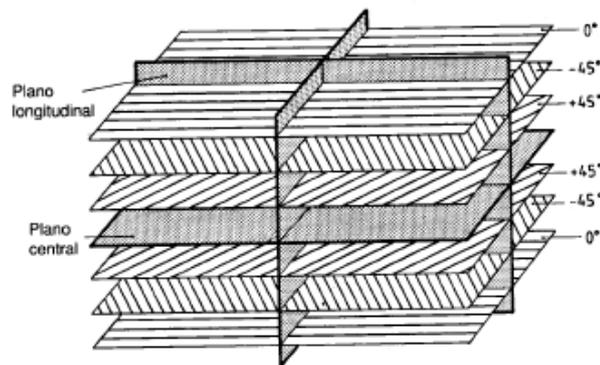
Siempre que sea posible se deben redondear los pliegues y cantos presentes en la pieza para evitar concentradores de esfuerzos y lograr una distribución de laminado uniforme en dichas zonas (ver figura 17).



**Figura 17.** Pliegues y cantos del molde  
Fuente: (Pérez, 1997)

- **Simetría del laminado en moldes**

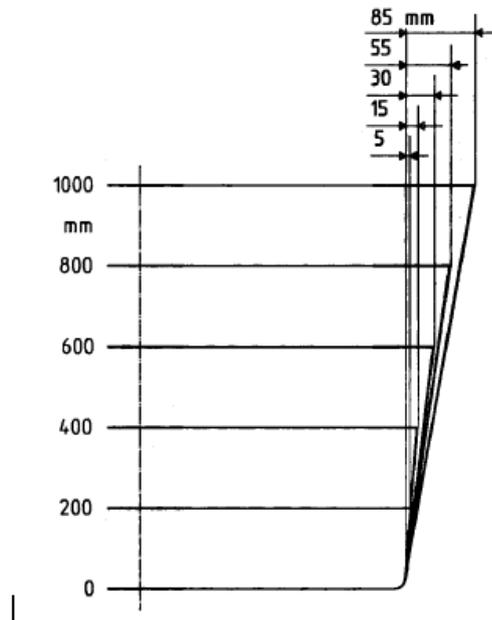
El laminado debe realizarse de manera simétrica para evitar deformaciones en la pieza. La simetría debe mantenerse como se muestra en la figura 18.



**Figura 18.** Simetría del molde  
Fuente: (Pérez, 1997)

- **Gradiente de desmoldeo**

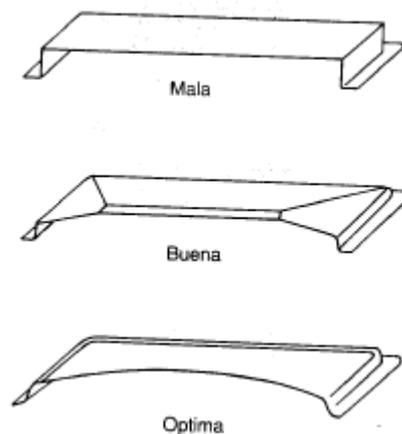
Las construcciones durante el proceso de curado son diferentes para la pieza y el molde, por lo que se agregan pendientes al molde para un fácil desmoldeo. En la figura 2-19 se observa pendientes recomendadas para distintas profundidades de molde.



**Figura 19.** Estructura tipo laminado  
Fuente: (Pérez, 1997)

- **Consideraciones sobre grandes superficies planas**

Cuando existen grandes superficies planas suelen presentar problemas de curvaturas, distorsiones y abombamientos. Algunas soluciones a estos defectos son: hacer dichas superficies ligeramente curvadas, introducir líneas de corte, cambios de planos, resaltes, agujeros, ranuras e introducción de nervios (ver figura 20).



**Figura 20.** Consideraciones sobre grandes superficies  
Fuente: (Pérez, 1997)

- **Rigidización del molde**

Los moldes deben ser lo suficientemente resistentes para evitar deformaciones que produzcan piezas con defectos como: alabeos, cambios de brillo y defectos superficiales.

- **Posibilidad de retoques**

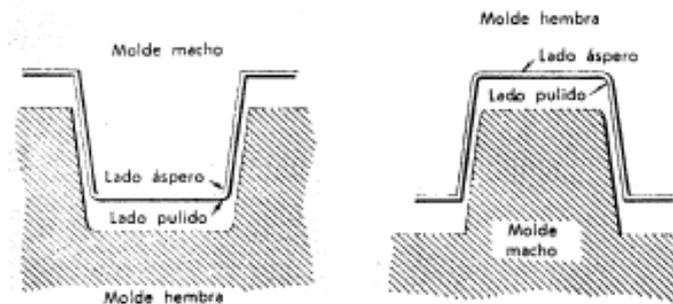
En lo posible se debe diseñar el molde para reducir al máximo las operaciones de maquinado y retoque de la pieza ya que esto genera un coste adicional en el proceso de producción.

- **Particiones de moldes**

Particiones de moldes: las particiones deben estar ubicadas en zonas de menor importancia debido a que generan rebabas o zonas a mecanizar, por lo que las particiones se deben reducir al máximo.

### 2.5.3 Clases de moldes

Existen dos tipos de moldes, macho y hembra, la elección de uno u otro dependerá de la cara que requiera un buen acabado superficial (ver figura 21).



**Figura 21.** Clases de moldes

Fuente: (Pérez, 1997)

## 2.6 Optimización

### 2.6.1 Definición

Según el diccionario optimización es el “método para determinar los valores de las variables que hacen máximo el rendimiento de un proceso o sistema”. Las variables pueden ser por ejemplo: peso, resistencia, costo, forma, conductividad, etc. Que a su vez son función de parámetros conocidos como: cotas, cargas, sistemas de restricciones, materiales, requisitos de fabricación.

Según Lozano, Velásquez y Zepeda (2010) la optimización es “un proceso a través del cual se busca obtener o determinar la mejor solución posible, de un grupo de resultados, que a su vez satisface las restricciones que presenta el sistema al cual se aplica”. En términos de ingeniería la optimización se enfoca en modificar eficientemente las geometrías del diseño inicial.

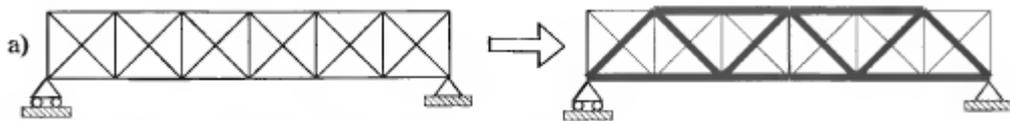
Altair Engineering, Inc. En su obra “OptiStruct Optimization” define la optimización como el proceso automático para hacer un sistema o componente lo más bueno posible sobre la base de una función objetivo y sujeto a ciertas restricciones de diseño.

### 2.6.2 Tipos de Optimización

La optimización se puede abordar desde diferentes enfoques como:

- **Optimización de tamaño**

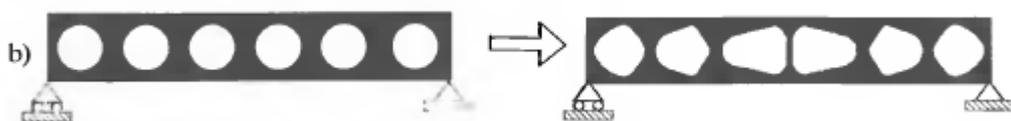
Trata de determinar las medidas óptimas de los elementos que constituyen una estructura de forma predefinida (ver figura 22). Es el enfoque más sencillo ya que el número de variables del problema es bastante limitado. (Sánchez, 2012)



**Figura 22.** Optimización de tamaño  
Fuente: (Bendsoe, 2003)

- **Optimización de la forma**

Trata de buscar la forma óptima de una estructura de topología<sup>6</sup> fija. En este enfoque, partiendo de una forma predefinida se busca optimizar esta mediante la modificación de la conectividad entre elementos o mediante la eliminación de los elementos menos esforzados (ver figura 23). (Sánchez, 2012)



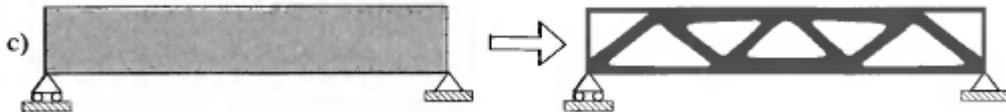
**Figura 23.** Optimización de forma

<sup>6</sup> Topología: estudio de las propiedades de los espacios.

Fuente: (Bendsoe, 2003)

- **Optimización topológica**

Trata de buscar la distribución óptima del material en una estructura, mediante la supresión de elementos y/o la modificación de la conectividad y/o de las coordenadas nodales. Este enfoque es el más complicado porque la cantidad de variables que aborda es elevada (ver figura 24). (Sánchez, 2012)



**Figura 24.** Optimización topológica

Fuente: (Bendsoe, 2003)

### 2.6.3 Definición matemática de optimización

Matemáticamente un problema de optimización puede ser declarado como:

---

**Función Objetivo a minimizar:**  $f(x)$

Ejemplo:

- Costo
- Desplazamiento
- Deflexión
- Frecuencia Natural (maximizar)
- Masa

---

**Sujeto a funciones de restricciones:**  $g(x) \leq 0$

Ejemplo:  $h(x) = 0$

- Carga
- Desplazamiento
- Masa
- Frecuencia Natural

---

**Espacio de diseño:**  $x^l \leq x_j \leq x^u$  donde l es el límite

Ejemplo: inferior y u es el límite superior de las variables de diseño

- Dimensiones
  - Masa
- 

$f(x)$ ,  $g(x)$  y  $h(x)$  representan las respuestas del sistema y  $x$  representa el vector de variables de diseño ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ )

### 2.6.4 Designación de variables

Las variables de diseño son parámetros del sistema que pueden variar para optimizar su rendimiento. El tipo de parámetro o variable de diseño define el tipo de optimización:

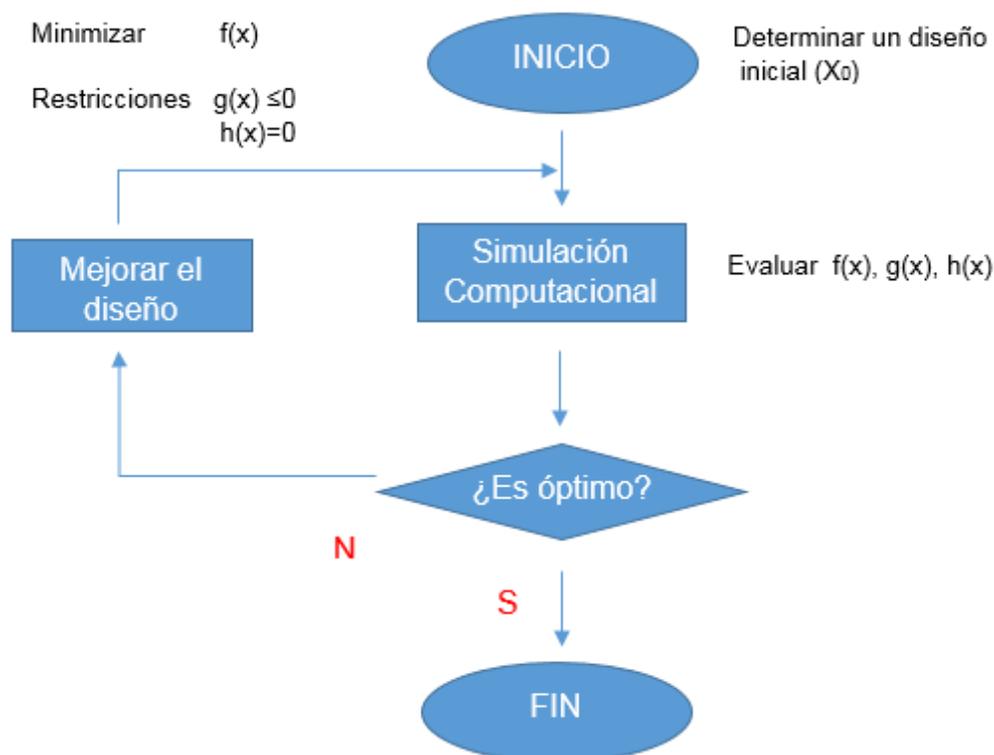
- **Topología**

Es una técnica matemática que optimiza la distribución de material para una estructura dentro de un espacio dado. Las variables de diseño se definen como una densidad ficticia para cada elemento, y estos valores se varían de 0 a 1 para optimizar la distribución del material. (Altair Eengineering, 2011)

- **Topografía**

La optimización de topografía es una forma avanzada de optimización de forma en la que se define una región de diseño para una parte determinada y se genera un patrón de refuerzos basados en variables de forma dentro de esa región usando Inspire. (Altair Eengineering, 2011)

### 2.6.5 Diagrama de flujo de optimización



**Figura 25.** Diagrama de flujo de optimización

## 2.7 Optimización Topográfica

Los objetivos de la optimización topográfica son maximizar la rigidez o maximizar la frecuencia, este tipo de optimización se aplica generalmente en estructuras tipo cáscara, por medio de patrones de refuerzo tipo bead (ver figura 26). La optimización topográfica es un tipo de optimización avanzada de forma, en la que se define un patrón de refuerzos en base a variables de forma (Altair University, 2015).

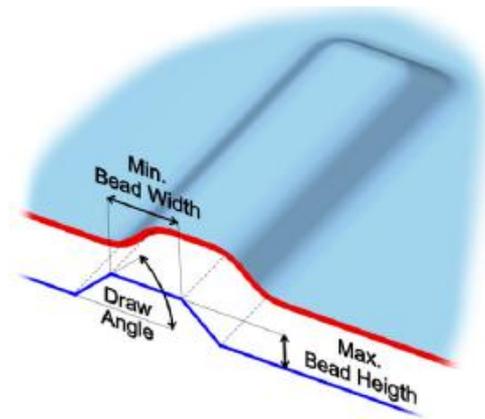


**Figura 26.** Optimización Topográfica

Fuente: (Altair University, 2015)

La región de diseño se subdivide en un gran número de variables independientes cuya influencia en la estructura se calcula y optimiza a lo largo de una serie de iteraciones. El gran número de variables de forma permite al usuario crear cualquier patrón de refuerzo dentro del dominio de diseño. (Altair University, 2015)

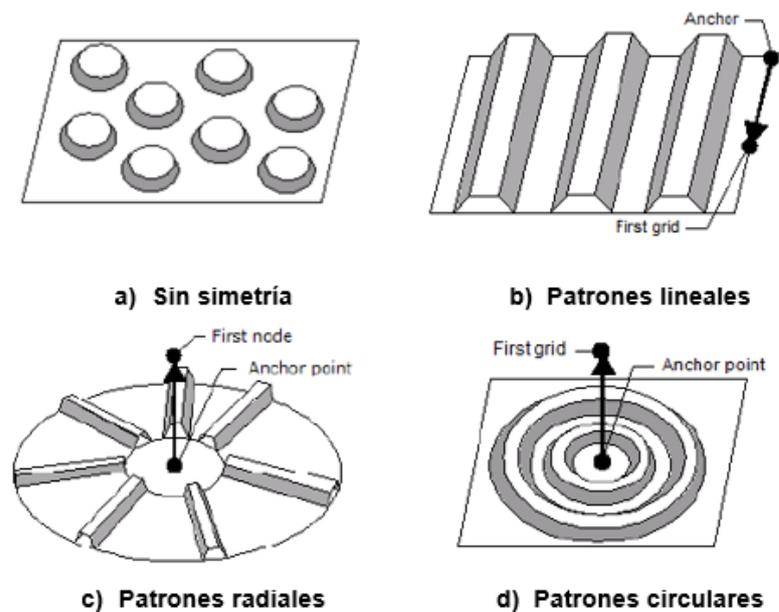
Las variables básicas de la topografía siguen los parámetros definidos por el usuario (ancho mínimo del cordón, alto de cordón y ángulo de trazado) (ver figura 27).



**Figura 27.** Variables básicas de la topografía

Fuente: (Altair University, 2015)

Las opciones de agrupación de patrones enlazan variables topográficas de tal manera que se forman los patrones de refuerzo deseados. Los refuerzos lineales, planos, circulares, radiales, etc. (ver figura 28) están controlados por variables únicas, asegurando que los refuerzos siguen el patrón deseado. Las opciones de agrupamiento de patrones de un solo plano, dos planos, tres planos y simetría cíclica también utilizan un enfoque similar para asegurar que se cree simetría en la solución. (Altair University, 2015)



**Figura 28.** Tipos de Agrupamientos de patrones

Fuente: (Altair University, 2015)

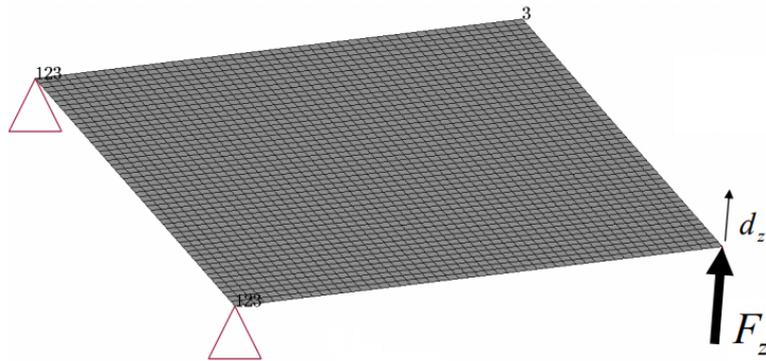
Aunque la optimización topográfica es principalmente una herramienta para crear refuerzos en elementos tipo cáscara, también se puede acomodar modelos sólidos. Muchas opciones de agrupación de patrones (tales como planas y cilíndricas) están destinadas a utilizarse con modelos sólidos, ya que reducen eficazmente los problemas 3D en 2D (Altair University, 2015). En la tabla 5 se resumen las principales ventajas y desventajas del proceso de optimización topográfica:

**Tabla 5.**  
*Ventajas y desventajas de la optimización topográfica*

Ventajas	Desventajas
Mejora la rigidez y el comportamiento dinámico de las estructuras laminadas.	Los beads generados en el proceso de optimización suponen mayor complejidad de construcción.
Maximiza la frecuencia natural de las estructuras tipo cascara.	El proceso de optimización requiere diseñadores capacitados
Diseños innovadores en tiempos significativamente más cortos.	Para el desarrollo del producto se requiere una mayor inversión de tiempo y dinero.
En algunos casos es posible disminuir el espesor de la lámina y mantener la rigidez requerida.	La optimización requiere mayor capacidad de cálculo computacional para diseños complejos.

En el siguiente ejemplo se puede observar con mayor detalle el proceso de optimización topográfica:

Determinación de diseño inicial ( $X_0$ ):



**Figura 29.** Diseño inicial ( $d_z=37.5\text{mm}$ )  
Fuente: (Altair University, 2015)

Variables de diseño:

- $x$ : variable de forma

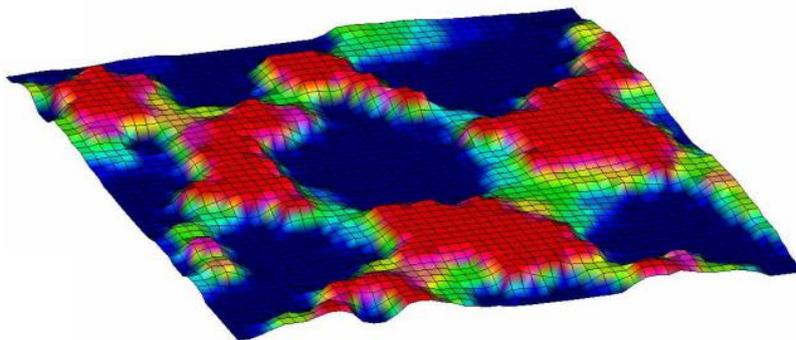
Función objetivo

- $f(x)$ : maximizar rigidez

Restricciones:

- Desplazamiento en  $d_z \leq 5\text{mm}$  cargado con la fuerza  $F_z$

Simulación computacional (Iteración #30)

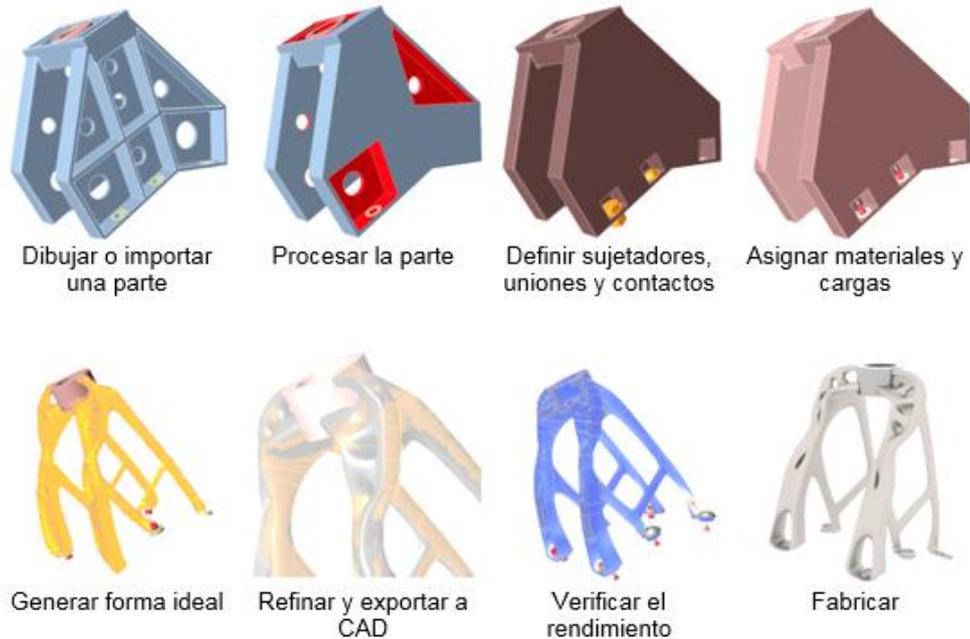


**Figura 30.** Diseño Optimo ( $d_z=4.2\text{mm}$ )  
Fuente: (Altair University, 2015)

## 2.9 Software Solidthinking Inspire

Inspire es un software orientado a ingenieros de diseño para investigar y crear elementos estructuralmente eficientes de forma fácil y rápida. El software posee una interfaz amigable e intuitiva que facilita su aprendizaje y uso. Inspire es compatible con herramientas CAD disponibles en el mercado, permitiendo importar modelos para su procesamiento y optimización. Inspire realiza un análisis en tensiones y

desplazamientos, mostrando gráficamente los resultados (ver figura 31). (Idaero, 2014)



**Figura 31.** Flujo de trabajo de Solidthinking Inspire  
Fuente: (Altair Engineering, 2011)

## CAPÍTULO III

### 3. OPTIMIZACIÓN TOPOGRÁFICA

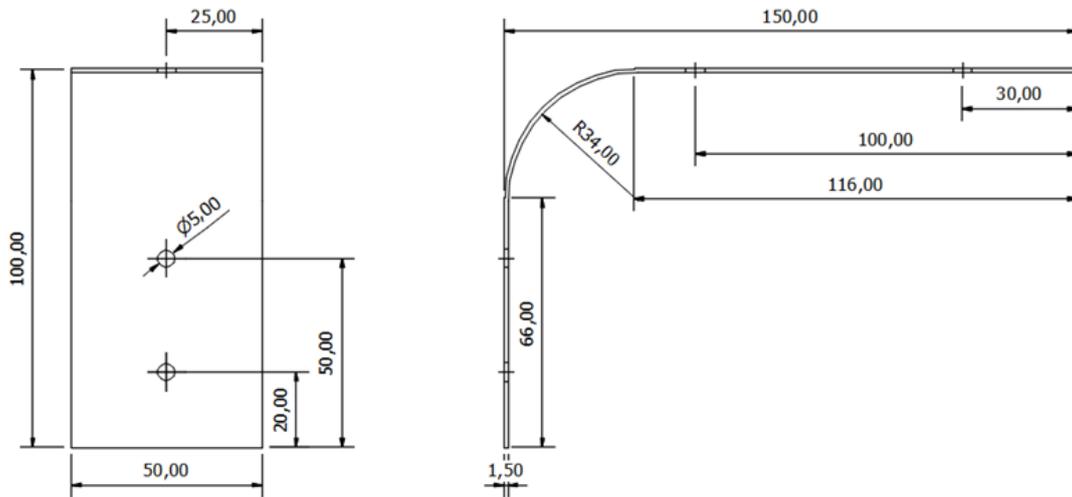
#### 3.1 Diseño de prototipos

Para la optimización y posterior construcción se va a desarrollar tres prototipos sometidos a flexión, torsión y flexo-torsión respectivamente. El tamaño de los prototipos está restringido por las dimensiones de los moldes que son construidos mediante el proceso de Impresión 3D y por los requerimientos de las máquinas de ensayos disponibles en el Laboratorio de Mecánica de Materiales.

##### 3.1.1 Geometría

##### 3.1.1.1 Ménsula a flexo-torsión

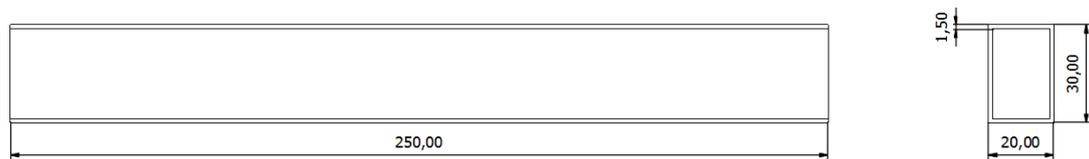
Para ejemplificar la optimización topográfica se consideró diseñar una ménsula con las siguientes medidas mostradas en la figura 32. Para las dimensiones de la ménsula se tomó como referencia las ménsulas de acero disponibles en el mercado.



**Figura 32.** Ménsula a flexo-torsión

### 3.1.1.2 Viga a flexión

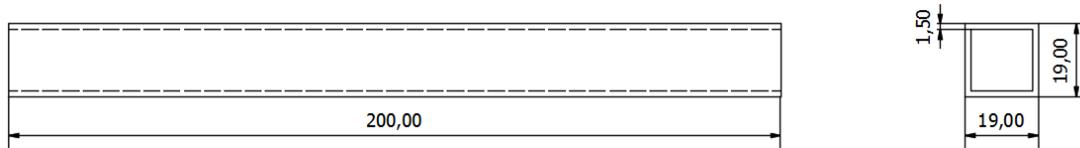
La longitud de la viga está definida por la distancia entre apoyos de la Máquina de Ensayos Universales MTS (25cm) la cual tiene una capacidad de 2500 N, la sección transversal de la viga está definida por el ancho de los apoyos del accesorio de la máquina de ensayos, la cual se muestra en la figura 33.



**Figura 33.** Viga a flexión

### 3.1.1.3 Viga a torsión

La viga está sujeta por un extremo al dado del torquimetro existente en el laboratorio de Mecánica de Materiales y por el otro a una llave inglesa. El dado consiste en un cuadrado de 19 [mm]; por tanto la sección transversal de la viga tendrá esas dimensiones. La geometría de la viga se muestra en la figura 34.

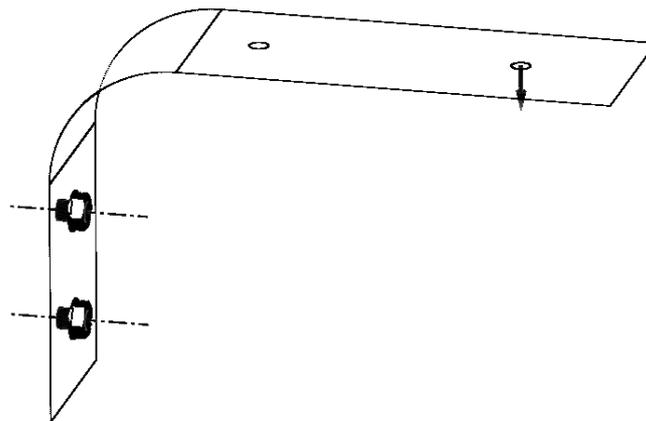


**Figura 34.** Viga a torsión

### 3.1.2 Cargas

#### 3.1.2.1 Ménsula a flexo-torsión

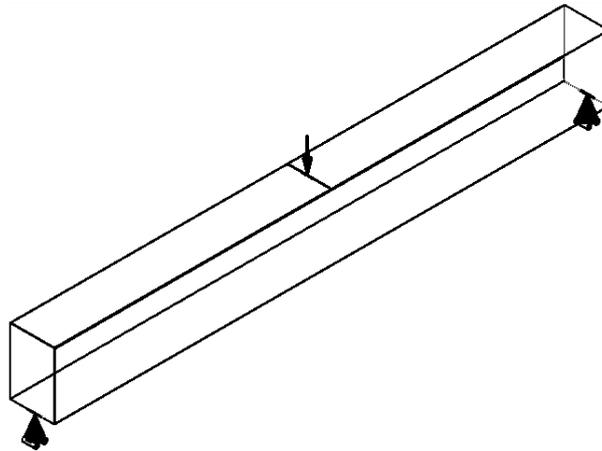
Se va a aplicar una fuerza vertical en el agujero ubicado en el extremo del elemento (ver figura 35). El Laboratorio de Mecánica de Materiales dispone de pesas de 0.5 [kg]. Para la prueba se va aplicar cargas desde cero hasta 2.5 [kg], con incrementos de 0.5 [kg]. Obteniendo datos de carga aplicada y desplazamiento, medido con un comparador de reloj. El movimiento de la ménsula se restringe mediante una junta empernada como se muestra en la figura 35.



**Figura 35.** Cargas y restricciones de la ménsula a flexo-torsión

#### 3.1.2.2 Viga a flexión

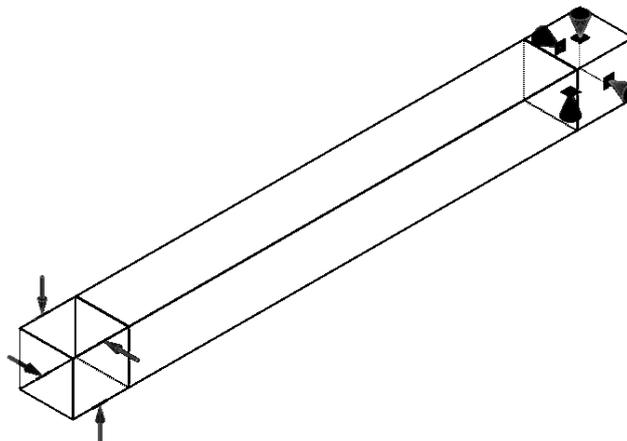
Se va a realizar una prueba a flexión mediante de la Máquina de Ensayos Universales disponible en el Laboratorio de Mecánica de Materiales, con cargas desde cero hasta 500 [N]. Obteniendo datos de la carga y deformación (ver figura 36). El accesorio para la prueba a flexión disponible en el laboratorio consiste en dos rodillos que son los apoyos para la viga.



**Figura 36.** Cargas y restricciones de la viga a flexión

### 3.1.2.3 Viga a torsión

La fuerza se va a aplicar en un extremo mediante un dado sujeto a una llave inglesa, por el otro extremo se encuentra el calibrador de torquímetro. La carga va desde cero hasta 2500 [N.cm], con incrementos de 500 [N.cm]. Obteniendo datos de carga y deformación angular.



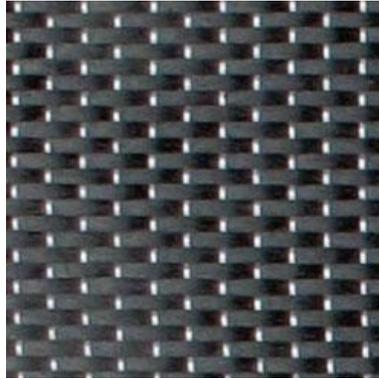
**Figura 37.** Cargas y restricciones de la viga a torsión

## 3.2 Material para los prototipos

Los prototipos se van a construir en fibra de carbono con una matriz de resina epóxica. La adquisición de los materiales se realizó mediante el distribuidor autorizado para Ecuador de la empresa EPO WARP. La fibra de carbono que ofrece el distribuidor son las siguientes:

- **Tejido unidireccional**

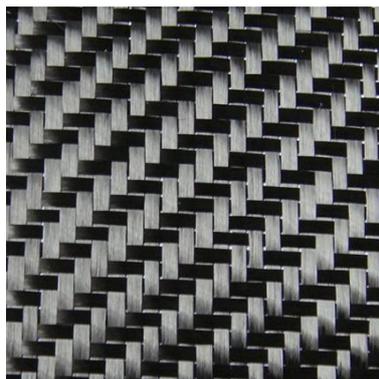
“El tejido de fibra de carbono unidireccional de alta resistencia es utilizado para refuerzo estructural y en aplicaciones que necesiten mejorar el desempeño sísmico, aumentar la resistencia y ductilidad en columnas y mejorar el diseño estructural” (ver figura 38) (Quitum, 2015)



**Figura 38.** Tejido unidireccional  
Fuente: (Quitum, 2015)

- **Tejido Bidireccional twill<sup>7</sup>**

“El tejido de fibra de carbono twill es el tejido más popular en la industria de automóviles, aplicaciones marina, aeroespaciales y deportivas. El tejido de fibra de carbono twill ofrece una mayor adaptación en geometrías complejas y una ligera ventaja en la humectación de la resina” (ver figura 39). (Quitum, 2015)



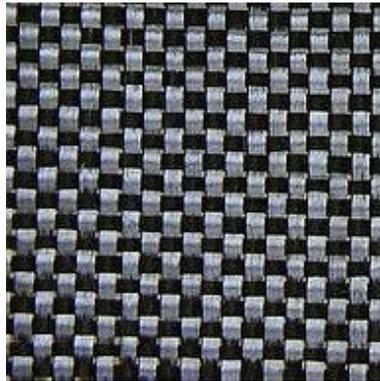
**Figura 39.** Tejido Twill  
Fuente: (Quitum, 2015)

- **Bidireccional plano**

---

<sup>7</sup> Twill: tejido con ligamento de sarga, que produce las líneas diagonales típicas

“El tejido de fibra de Carbono plano es un tejido donde cada hilado longitudinal y transversal pasa por encima de un hilo y por debajo del próximo, esta construcción proporciona una tela reforzada en ambas direcciones horizontal y vertical por lo que se ha incrementado su aplicación en refuerzos estructurales.” (Quitum, 2015)



**Figura 40.** Tejido plano

Fuente: (Quitum, 2015)

Además estos tejidos vienen en presentaciones de 3000, 6000 y 12000 hilos por hebra, lo que comercialmente se conoce como 3k, 6k y 12k. El incremento de hilos se refleja en un mayor espesor y peso del tejido.

La matriz está constituida por una resina epóxica. EPOWRAP distribuye dos tipos de resina epóxica:

- **Resina Epóxica Q1**

Esta resina está diseñada para implementarse con sistemas de infusión<sup>8</sup>, RTM<sup>9</sup> y Hand Lay-up (Rodillo o brocha).

- **Resina Epóxica Q2**

Esta resina está diseñada para sistemas Hand Lay-up (Rodillo o brocha).

Para la construcción de los prototipos se utilizara un tejido de fibra de carbono Twill 3k, con una matriz de resina epóxica Q2 cuyas propiedades se muestran en las tablas 6 y 7.

---

<sup>8</sup> Infusión: Sistema de vacío

<sup>9</sup> RTM: **Resin Transfer Moulding (RTM)** es el proceso de producir composites en un molde cerrado mecánicamente, rígido, y que normalmente está compuesto de dos partes, hembra y macho.

**Tabla 6.**  
*Propiedades de resina epoxica Q2*

<b>Propiedades resina Q2</b>	
Viscosidad (cps 10 a 25°C)	11500
Tiempo de uso (a 20°C, 200g)	130 min
Relación de mezcla	100 g:14 g
Módulo de elasticidad (Gpa)	3.4
Módulo de cortante (Gpa)	1.2
Resistencia a Temperatura °C	180°C
Resistencia a Tracción (Mpa)	42.5
Resistencia a compresión (Mpa)	121.5
Resistencia a Flexión (Mpa)	80.3
Coefficiente de Poisson	0.35
Porcentaje de alargamiento	1.9%
Impacto (Mpa)	0.16
Dureza	Bajo D90

Fuente: (Quitum, 2015)

**Tabla 7.**  
*Propiedades del tejido de fibra de carbono Twill 3K*

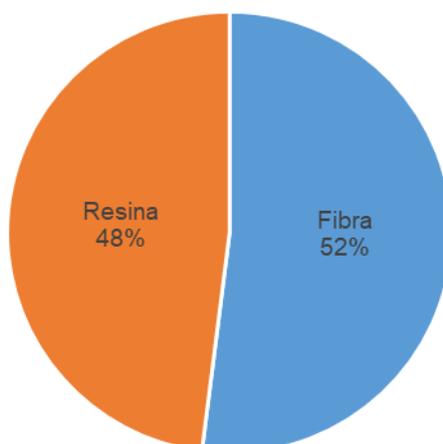
<b>Propiedades del tejido Twill 3K</b>	
Resistencia a Tracción (Mpa)	4,440
Módulo de Tensión (Gpa)	231
Módulo de Cortante (Gpa)	91
Coefficiente de Poisson	0.27
Porcentaje de alargamiento	1.80%
Masa (g/m <sup>2</sup> )	198
Densidad (g/cm <sup>3</sup> )	1.79

Fuente: (Quitum, 2015)

### 3.3 Propiedades del material compuesto

Según (Besednjak, 2005) para un proceso manual las relaciones de refuerzo / matriz aproximados son de 45/55%, por otra parte (Medina, 2004) establece que la fracción volumétrica de fibra de carbono en una matriz epóxica es del 60%, por lo tanto la fracción volumétrica del material compuesto será un promedio de las dos recomendaciones como se muestra en la figura 41.

<sup>10</sup> cps: centipoise 10<sup>-3</sup> Pa·s<sup>2</sup>



**Figura 41.** Relación volumétrica Fibra/Resina

Olmedo F. (2008), en su tesis “Diseño de Estructuras Tipo Cascara Basadas en Materiales Compuestos Laminares”, toma como referencia las propiedades mecánicas de láminas según (Kollar y Springer, 2003), (Ver tabla). Los resultados de las propiedades macromecánicas de un tejido de fibra de carbono twill 3k serán comparados con la tabla antes mencionada.

**Tabla 8.**

*Propiedades mecánicas de algunos materiales compuestos*

Propiedades de laminas							
Material	$v_f$ [%]	$E_1$ [Gpa]	$E_2$ [Gpa]	$G_{12}$ [Gpa]	$v_{12}$	$v_{23}$	$\rho$ [g/cm <sup>3</sup> ]
<b>Grafito-Epoxy</b>							
<b>T300/5208</b>	70	181	10.3	7.17	0.28	0.59	1.6
<b>AS/3501</b>	66	138	8.96	7.1	0.3	0.59	1.6
<b>H-IM6/Epoxy</b>		203	11.2	8.4	0.32		
<b>AS4/APC2</b>		134	8.9	5.1	0.28	0.66	1.6
<b>T300/934</b>							
<b>Tape</b>		148	9.65	4.55	0.3	0.6	
<b>Cloth(13mil)</b>		74	74	4.55	0.05		
<b>Cloth(7mil)</b>		66	66	4.1	0.04		

Fuente: Kollar y Springer, 2003. Citado en (Olmedo, 2008).

Se seleccionó las propiedades del material Cloth (13mil) de espesor 0.3 mm puesto que se aproximan a los datos técnicos del material adquirido.

### 3.3.1 Micromecánica del material compuesto

Conocidas las fracciones volumétricas, módulos de elasticidad, módulos de cizallamiento y coeficiente de Poisson de cada uno de los componentes, se determina el módulo de elasticidad longitudinal  $E_1$ , transversal  $E_2$ , cizallamiento y coeficiente.

$$E_f = 231 \text{ Gpa} ; V_f = 0.52 ; E_m = 3.4 \text{ Gpa} ; V_m = 0.48;$$

$$G_f = 91 \text{ Gpa} ; G_m = 1.2 \text{ Gpa}$$

$$v_f = 0.27 ; v_m = 0.35$$

- **Módulo de Elasticidad longitudinal E1**

Reemplazando los valores en la ecuación (18)

$$E_1 = 121.75 \text{ Gpa}$$

- **Módulo de Elasticidad transversal E2**

Reemplazando los valores en la ecuación (36)

$$E_2 = 6.97 \text{ Gpa}$$

- **Módulo de Cizallamiento**

Reemplazando los valores en la ecuación (51)

$$G_{12} = 2.46 \text{ Gpa}$$

- **Coeficiente de Poisson**

Reemplazando los valores en la ecuación (71) y (55)

$$v_{12} = 0.308$$

$$v_{21} = 0.018$$

$$v_{23} = 0.59 \text{ (Tabla 8)}$$

### 3.3.1 Macromecánica del material compuesto

Con las propiedades obtenidas en la micromecánica se procede a determinar las propiedades del tejido.

Los términos de la matriz reducida se obtienen reemplazando los valores en las ecuaciones (76) a (79)

$$Q_{11} = 122.43$$

$$Q_{12} = 2.16 \text{ Gpa}$$

$$Q_{22} = 7.01 \text{Gpa}$$

$$Q_{66} = 2.46 \text{Gpa}$$

Los términos Invariantes de la matriz  $Q$  se obtienen reemplazando los valores de  $Q_{ij}$  en las ecuaciones (76) a (79)

$$U_1 = 50.31 \text{Gpa}$$

$$U_2 = 57.71 \text{Gpa}$$

$$U_3 = 14.71 \text{Gpa}$$

$$U_4 = 16.57 \text{Gpa}$$

$$U_5 = 16.87 \text{Gpa}$$

Reemplazando los valores de  $U_i$  en la ecuación (90) para  $\theta = 0^\circ$

$$\begin{array}{l} Q_{11} \\ Q_{22} \\ Q_{12} \\ Q_{66} \\ Q_{16} \\ Q_{26} \end{array} = \begin{array}{l} 122.73 \\ 7.31 \\ 1.86 \\ 2.16 \\ 0 \\ 0 \end{array} \text{ Gpa}$$

Reemplazando en la ecuación (80)

$$Q_{0^\circ} = \begin{array}{ccc} 122.73 & 1.86 & 0 \\ 1.86 & 7.31 & 0 \\ 0 & 0 & 2.16 \end{array}$$

Reemplazando los valores de  $U_i$  en la ecuación (90) para  $\theta = 90^\circ$

$$\begin{array}{l} Q_{11} \\ Q_{22} \\ Q_{12} \\ Q_{66} \\ Q_{16} \\ Q_{26} \end{array} = \begin{array}{l} 7.31 \\ 122.73 \\ 1.86 \\ 2.16 \\ 0 \\ 0 \end{array} \text{ Gpa}$$

Reemplazando en la ecuación (80)

$$Q_{90^\circ} = \begin{array}{ccc} 7.31 & 1.86 & 0 \\ 1.86 & 122.73 & 0 \\ 0 & 0 & 2.16 \end{array}$$

Para el tejido Twill 3k se usa la ecuación (96)

$$Q_{twill} = \begin{array}{ccc} 65.02 & 1.86 & 0 \\ 1.86 & 65.02 & 0 \\ 0 & 0 & 2.16 \end{array} \text{ Gpa}$$

La Matriz de flexibilidad es la inversa de la matriz de rigidez

$$S_{twill} = Q_{twill}^{-1} = \begin{matrix} 0.015 & -4.403 * 10^{-4} & 0 \\ -4.403 * 10^{-4} & 0.015 & 0 \\ 0 & 0 & 0.463 \end{matrix} Gpa^{-1}$$

Donde las propiedades mecánicas del tejido se obtienen de las ecuaciones (97) a (101)

$$E_{1twill} = 66.67$$

$$E_{2twill} = 66.67 Gpa$$

$$G_{12twill} = 2.16 Gpa$$

$$v_{12twill} = 0.029$$

En la tabla 9 se resumen las propiedades mecánicas calculadas del material compuesto junto con las propiedades experimentales extraídas de la tabla 8.

**Tabla 9.**  
*Propiedades mecánicas del material compuesto*

Propiedades del tejido	Calculadas $v_f = 0.52$	Calculadas $v_f = 0.6$	Kollar y Springer $v_f = 0.6$
$E_{1twill}$ (Gpa)	66.67	76.92	74
$E_{2twill}$ (Gpa)	66.67	76.92	74
$G_{12twill}$ (Gpa)	2.16	2.68	4.55
$v_{12twill}$	0.029	0.031	0.05

Como se observa en la Tabla 9 las propiedades obtenidas mediante la aplicación de la macromecánica son aproximadas a las obtenidas experimentalmente.

### 3.4 Espesor de la lámina de material compuesto

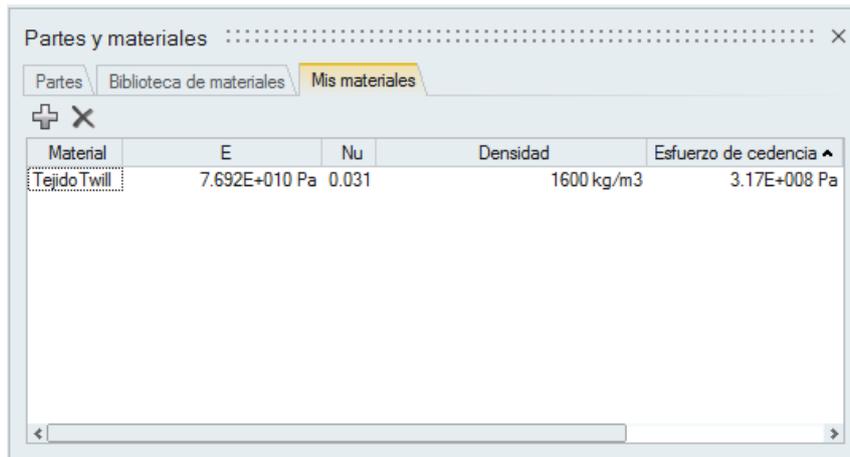
El espesor de la lámina de material compuesto varía según el método de construcción y por la fracción volumétrica usada en la mezcla. Para el proceso manual (Hand Lay Up) con moldes macho y hembra se tomó referencia el número de láminas y el espesor del tejido. Los prototipos van a constar de 6 láminas de tejido de fibra de carbono twill 3k de espesor 0.25 mm, dando como resultado un espesor total de 1.5 mm aproximadamente.

### 3.5 Optimización Topográfica

Establecidas las geometrías, cargas y material de los prototipo, se procede a dibujar dichos elementos sin espesor mediante el uso de software CAD, tomando en

cuenta que la optimización topográfica en Inspire se aplica únicamente a superficies. Para realizar el análisis y optimización en Inspire los archivos CAD deben tener una extensión [.iges]

Para el ingreso de un nuevo material hacer clic en **Estructura** → **Material** → **Mis Materiales** → **Crear Nuevo Material** (ver figura 42).



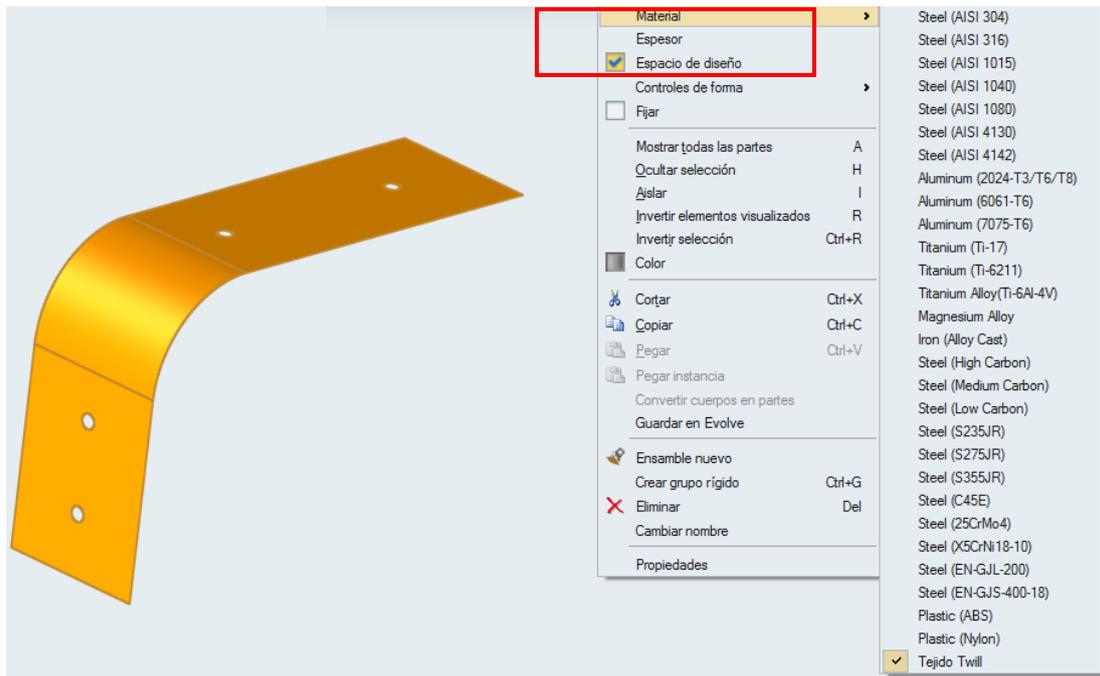
**Figura 42.** Ingreso de nuevo material

Las propiedades que requiere el software son Modulo de elasticidad, Coeficiente de Poisson, Densidad y Esfuerzo de Cedencia. Dichas propiedades fueron obtenidas con las ecuaciones de la macromecánica desarrolladas anteriormente en este capítulo.

### 3.5.1 Optimización de la ménsula

Para importar una geometría [.iges] hacer clic en **Archivo** → **Importar** y seleccionar el modelo.

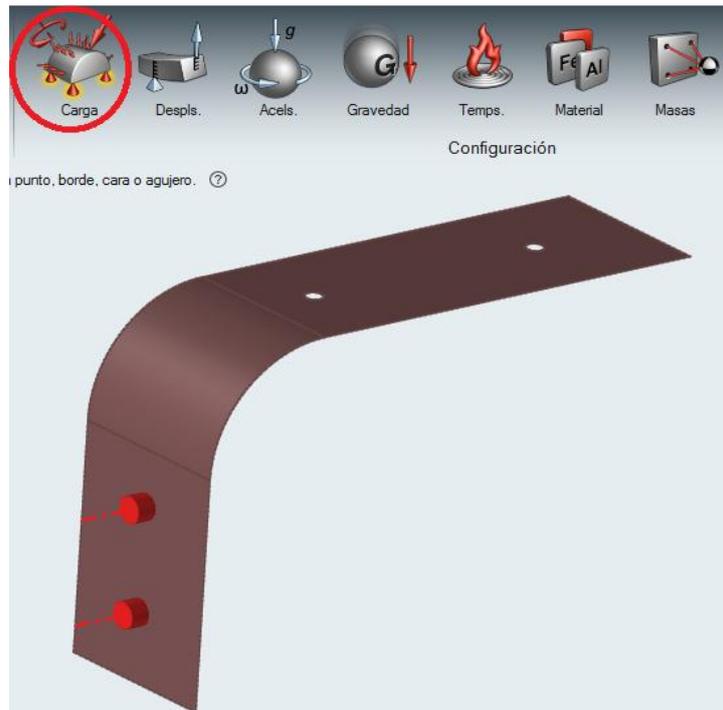
Una vez cargado el modelo hacer clic derecho sobre el mismo para modificar **Espesor** / **Material** / **Espacio de diseño** (ver figura 43).



**Figura 43.** Selección e ingreso de parámetros

En este caso, el espacio de diseño es todo el elemento, el espesor es de 1.5 [mm] y el material seleccionado es el **Tejido Twill**.

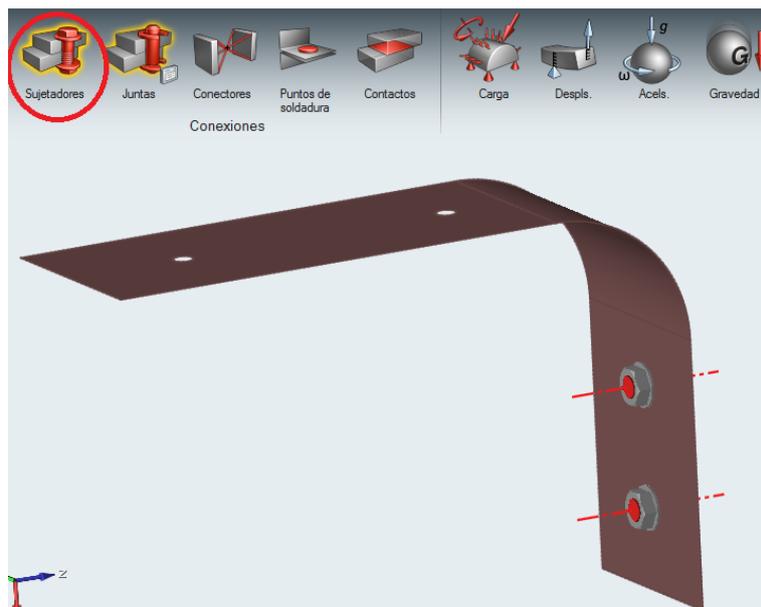
Para aplicar los apoyos sobre los agujeros hacer clic en **Estructura**, en el icono **Carga** seleccionar **Aplicar Soportes** como se muestra en la figura 44.



**Figura 44.** Ingreso de apoyos

Los soportes se aplicaron sobre los dos agujeros de la mensula como se muestra en la figura 44.

Con el fin de lograr el efecto de una junta emperrada hacer clic en **Sujetadores**, seleccionar el agujero y clic en **Sujetar todo** (ver figura 45).



**Figura 45.** Ingreso de sujetadores

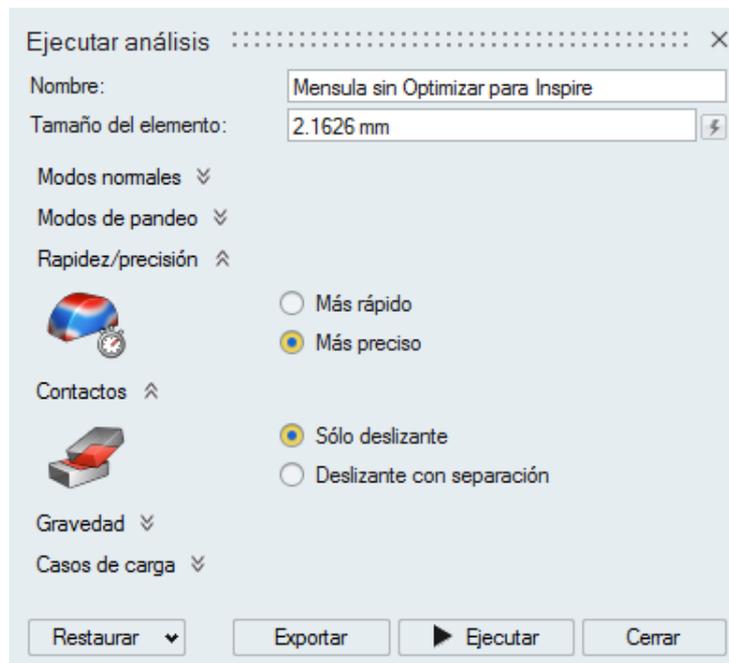
Una vez colocadas los soportes se debe colocar la carga a la que está sometida el elemento, hacer clic en **Estructura** en el icono **Carga** seleccionar **Aplicar Fuerza** (ver figura 46).



**Figura 46.** Ingreso de carga

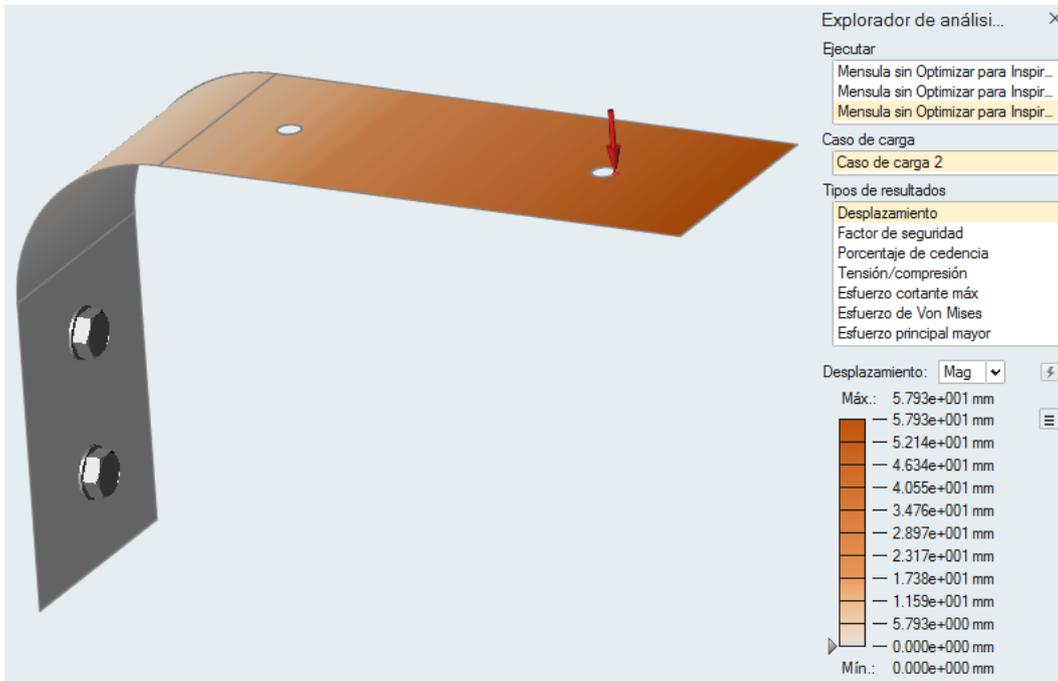
Una vez ingresados todos los parámetros se realiza el análisis de la pieza previo a la optimización.

Hacer clic en **Estructura** → **Ejecutar Análisis** → **Ejecutar** (ver figura 47).

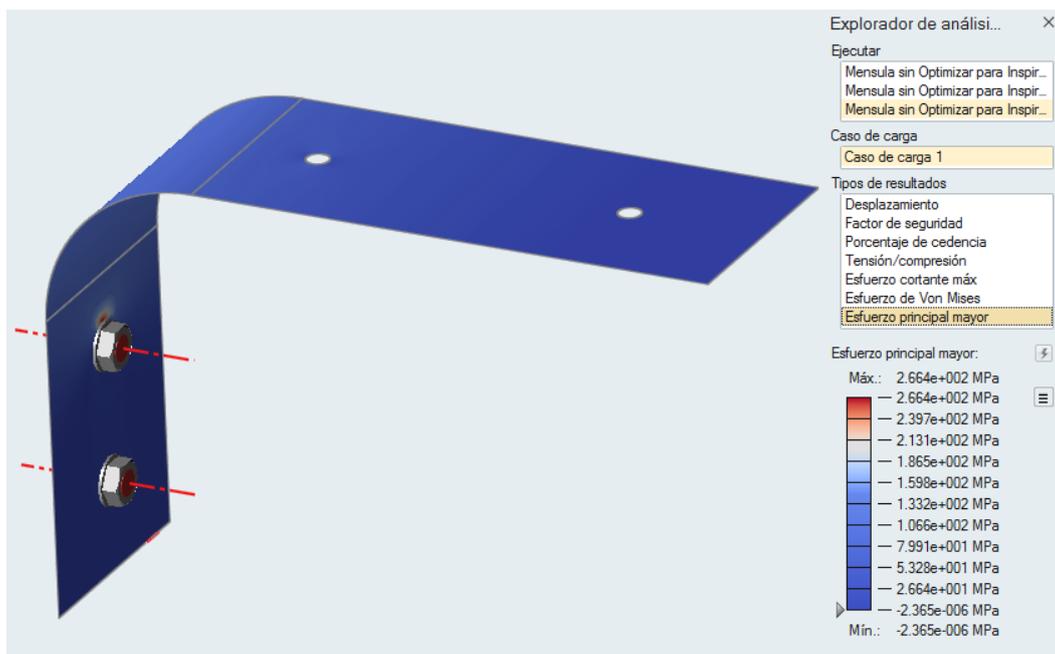


**Figura 47.** Análisis previo a la optimización

Sabiendo que el objetivo de la optimización topográfica es minimizar el desplazamiento se tomara como referencia los resultados de Desplazamiento y Esfuerzo principal máximo para su posterior análisis (ver figuras 48 y 49).



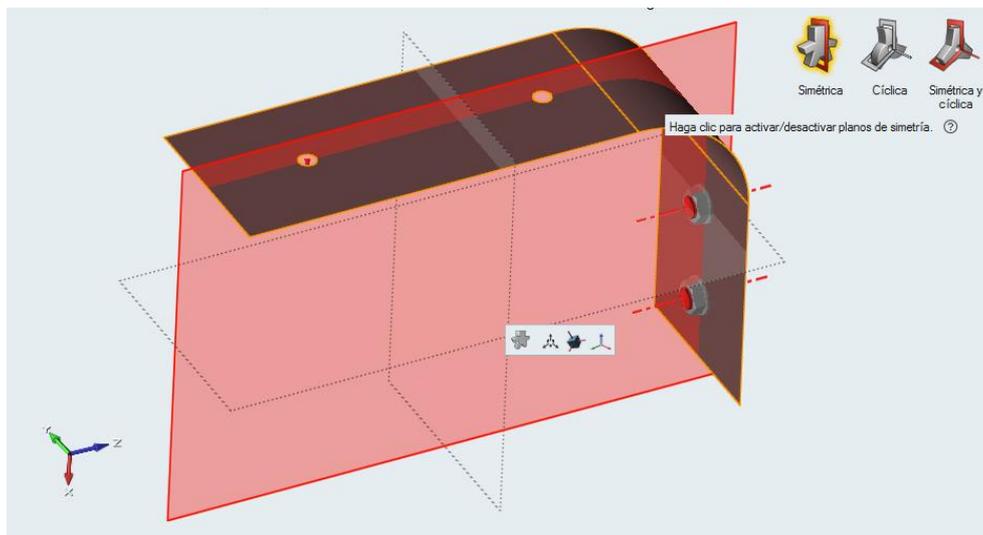
**Figura 48.** Desplazamiento de la ménsula sin optimizar



**Figura 49.** Esfuerzo principal máximo de la ménsula sin optimizar

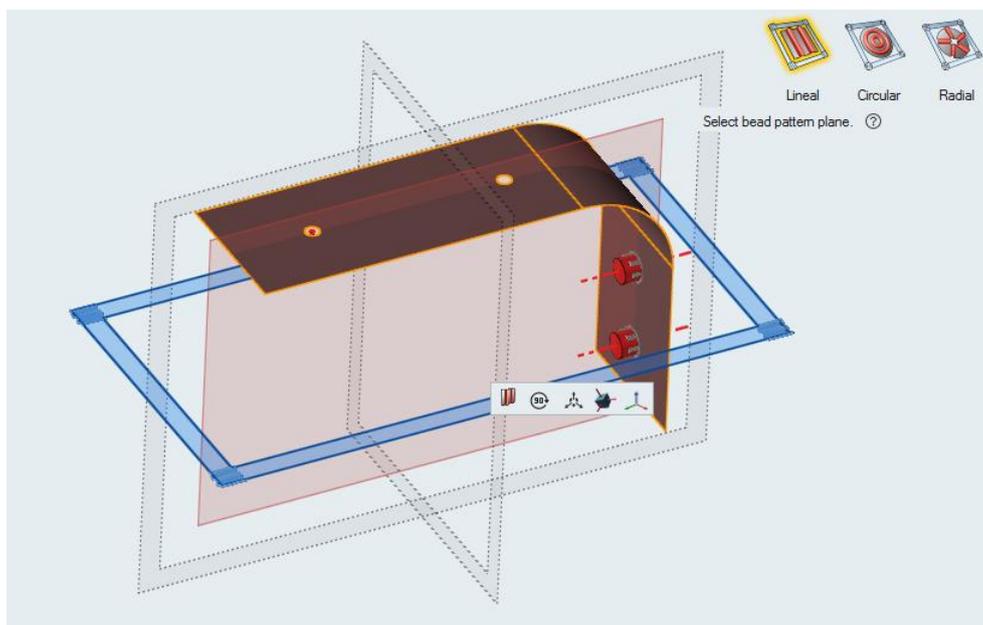
Antes de realizar la optimización se debe configurar la simetría de la pieza y el patrón de bead que va a tener la optimización.

Hacer clic en **Estructura** en el icono **Controles de forma** → **Simétrica** y seleccionar la pieza (dejar únicamente activo el plano XZ) (ver figura 50).



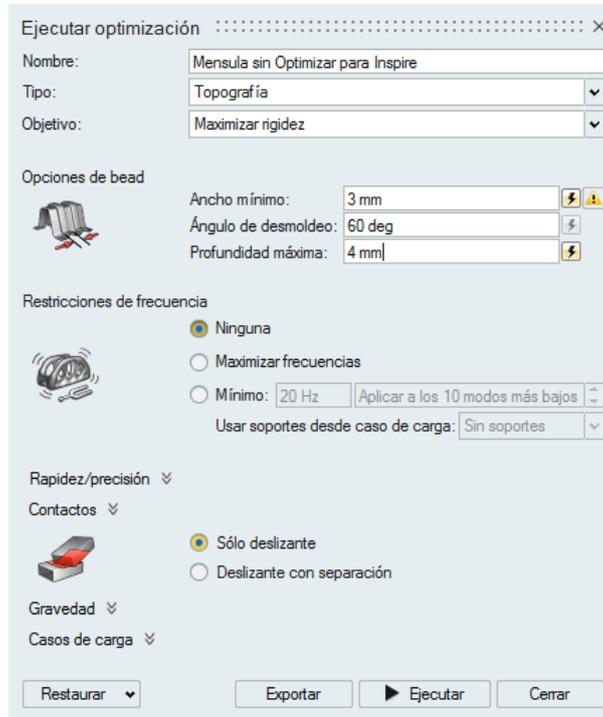
**Figura 50.** Ingreso de simetría

Para aplicar un patrón de beads hacer clic en **Estructura** → **Patrón de beads** → **Lineal** y seleccionar la pieza. (Dejar activo el plano YZ) (Ver figura 51)



**Figura 51.** Ingreso de tipo de Bead

Para ejecutar la optimización hacer clic en **Estructura** → **Ejecutar Optimización** (ver figura 52).



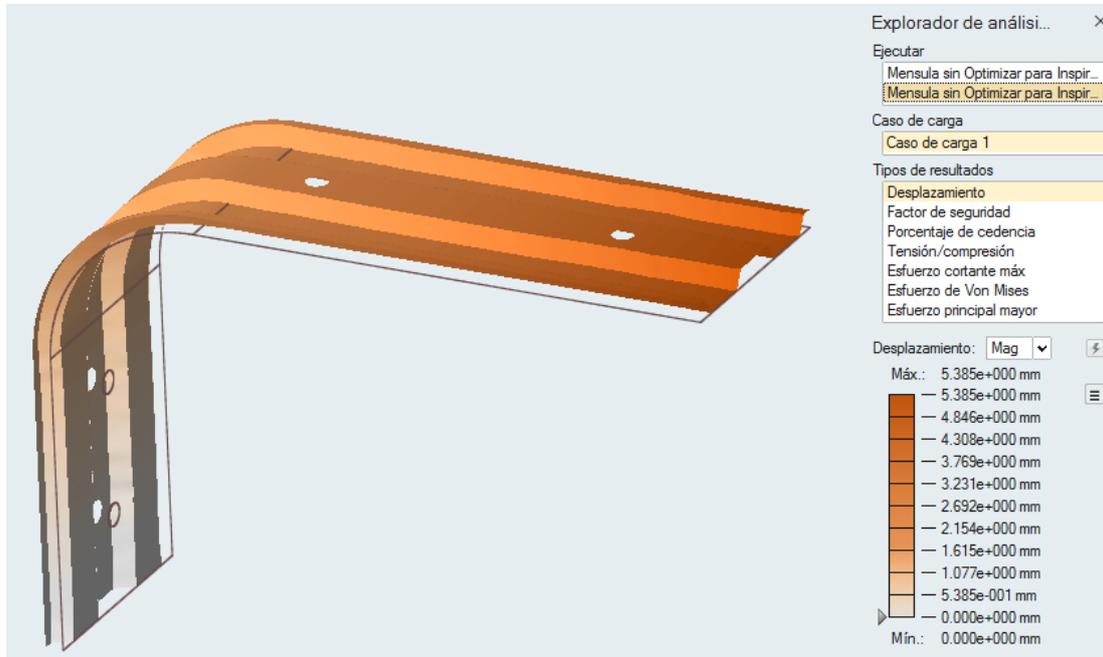
**Figura 52.** Ejecutar optimización

En la ventana de la figura 52 cambiamos el tipo de optimización a Topográfica y las Opciones de bead que son Ancho mínimo y Profundidad máxima. Una vez ejecutada la optimización aparece el cuadro de dialogo con las opciones para controlar el **Porcentaje de Optimización** y **Análisis**.

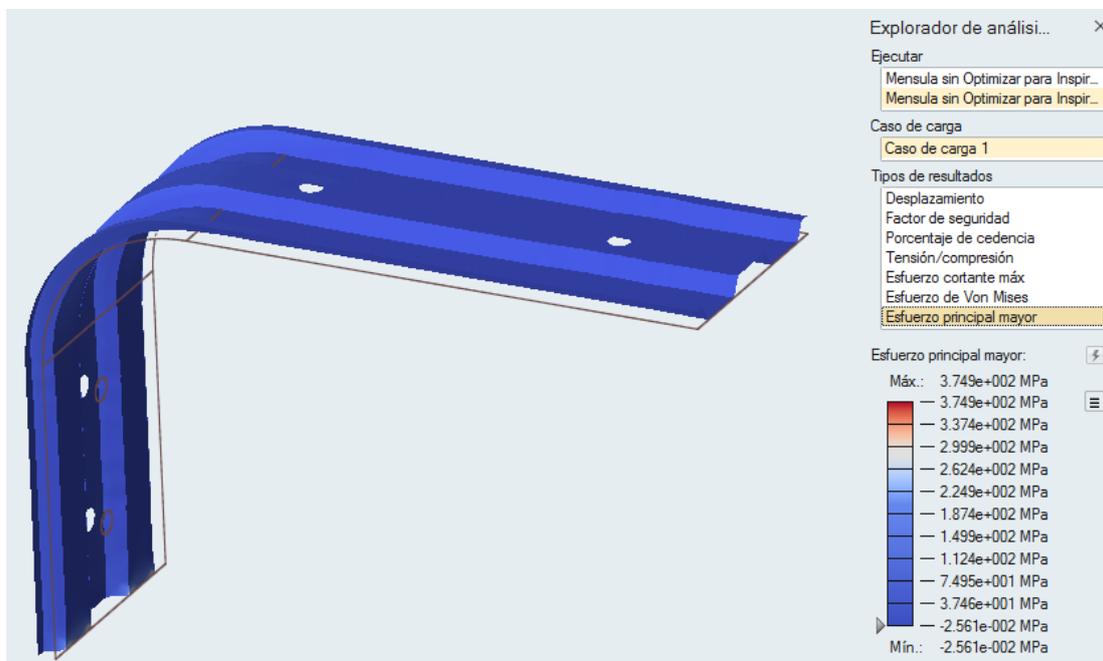


**Figura 53.** Porcentaje de Optimización

En la opción **Análisis** obtenemos los datos de **Desplazamiento** y **Esfuerzo principal máximo** para la posterior comparación (ver figuras 54 y 55).

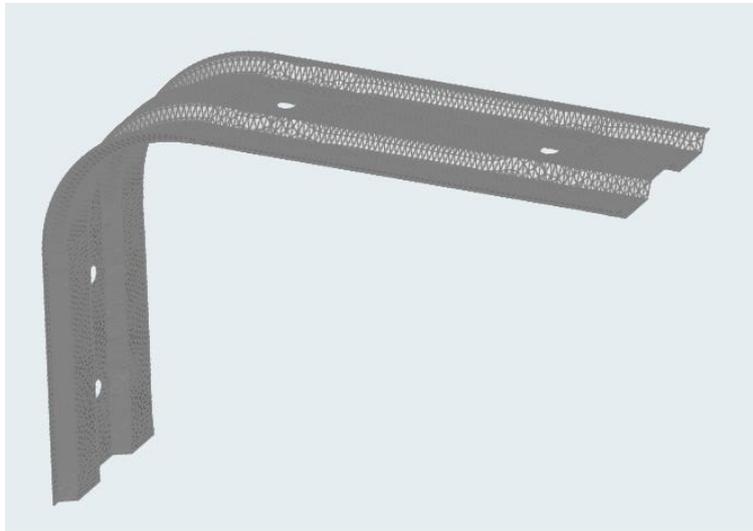


**Figura 54.** Desplazamiento de la ménsula optimizada.



**Figura 55.** Esfuerzo principal máximo de la ménsula optimizada

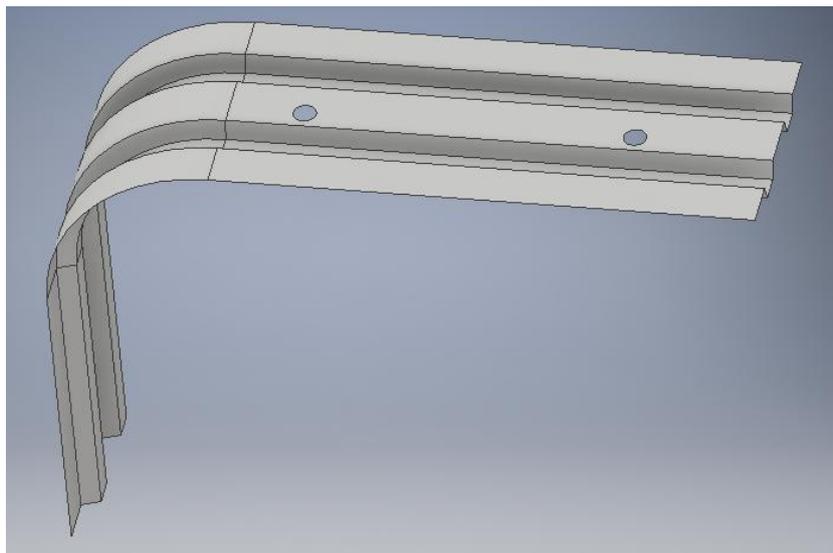
Luego de verificar los resultados hacemos clic derecho sobre el elemento optimizado y buscamos la opción **Ajustar superficies a formas optimizadas** para suavizar la superficie (ver figura 56).



**Figura 56.** Ajuste de superficies a formas optimizadas

Como se puede observar en la figura 56, la pieza posee irregularidades y su construcción en fibra de carbono presenta dificultades, por lo que es necesario realizar un post-procesado en un software CAD (ver figura 57).

Para el post-procesado es necesario guardar la geometría en un formato [.iges] o [.stl] para determinar las dimensiones del bead generado en la optimización.



**Figura 57.** Elemento post-procesado

En la tabla 10 se muestran los resultados obtenidos en el Software.

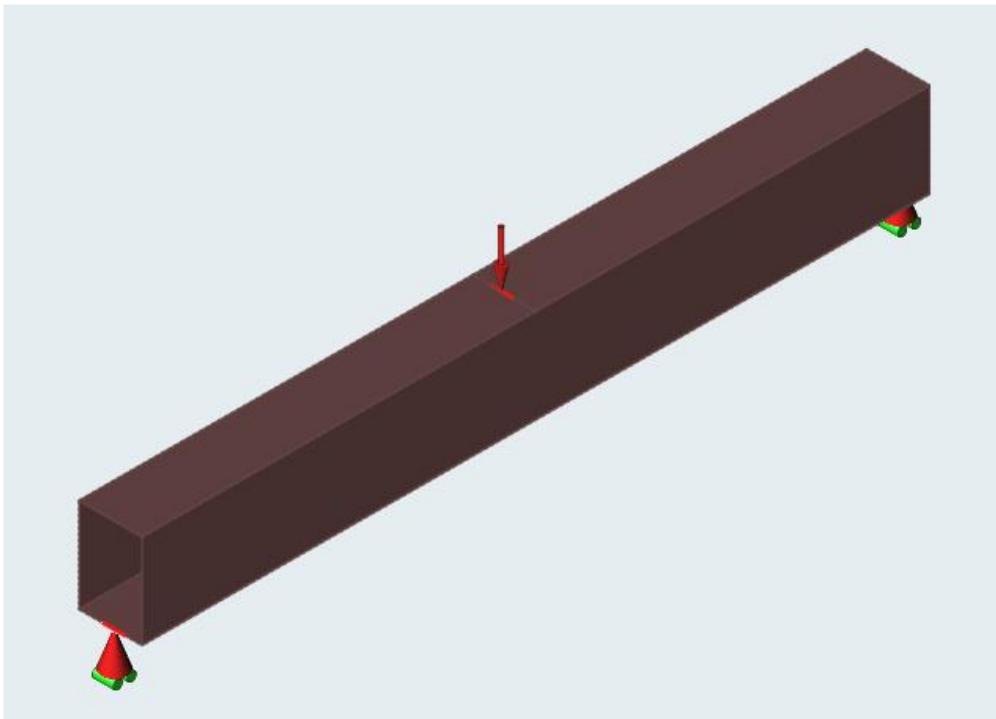
**Tabla 10.**

*Desplazamientos y esfuerzos de la ménsula optimizada y sin optimizar*

<b>Ménsula</b>	<b>Desplazamiento (mm)</b>	<b>Esfuerzo principal máximo (MPa)</b>
Elemento sin optimizar	57.93	2.664E+2
Elemento optimizado	5.39	3.749E+2

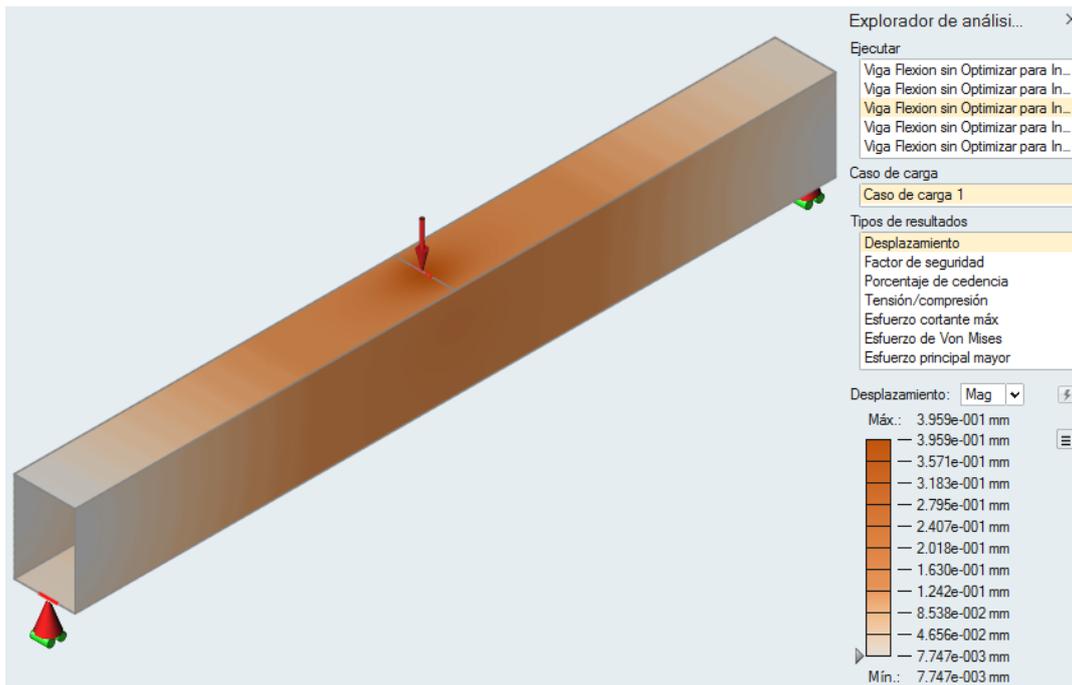
### 3.5.2 Optimización de la viga a flexión

En la viga a flexión el espacio de diseño es todo el elemento, su espesor es de 1.5 mm y el material Tejido Twill. En la siguiente imagen se puede observar las restricciones y la carga aplicada.

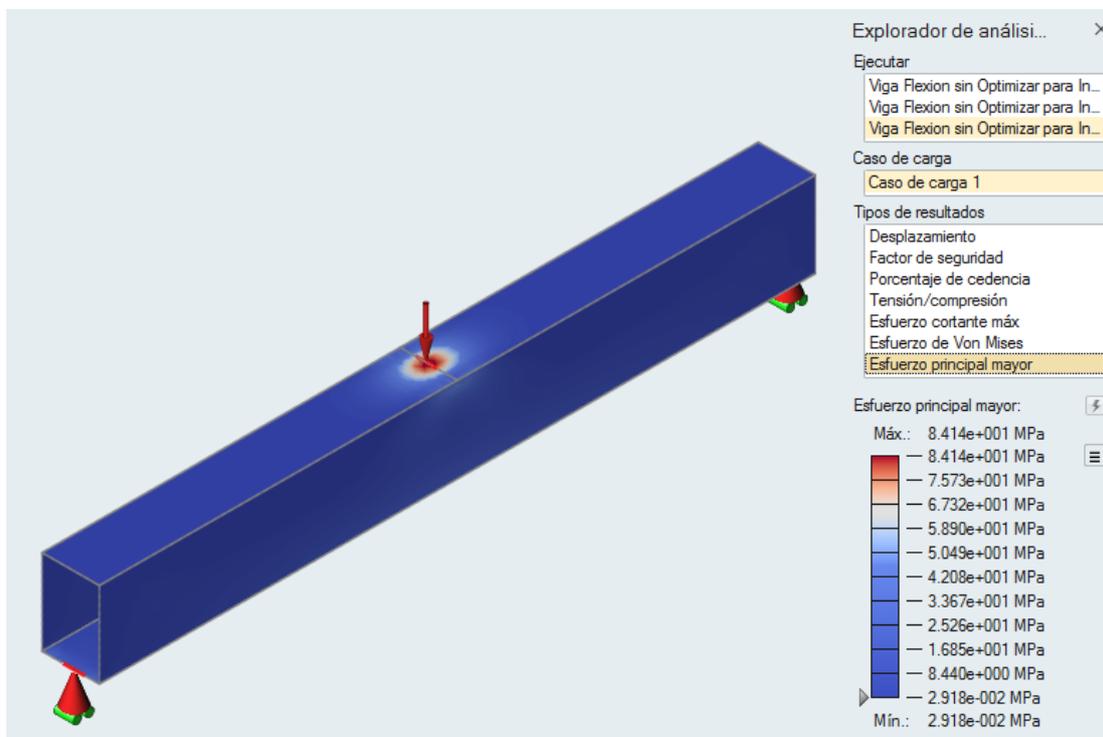


**Figura 58.** Ingreso de restricciones y carga

Los soportes aplicados solo permiten el movimiento sobre el eje longitudinal del elemento. La carga está aplicada en el centro de la viga. Sabiendo que el objetivo de la optimización topográfica es minimizar el desplazamiento se tomara como referencia los resultados de Desplazamiento y Esfuerzo principal máximo para su posterior análisis (ver figura 59 y 60).

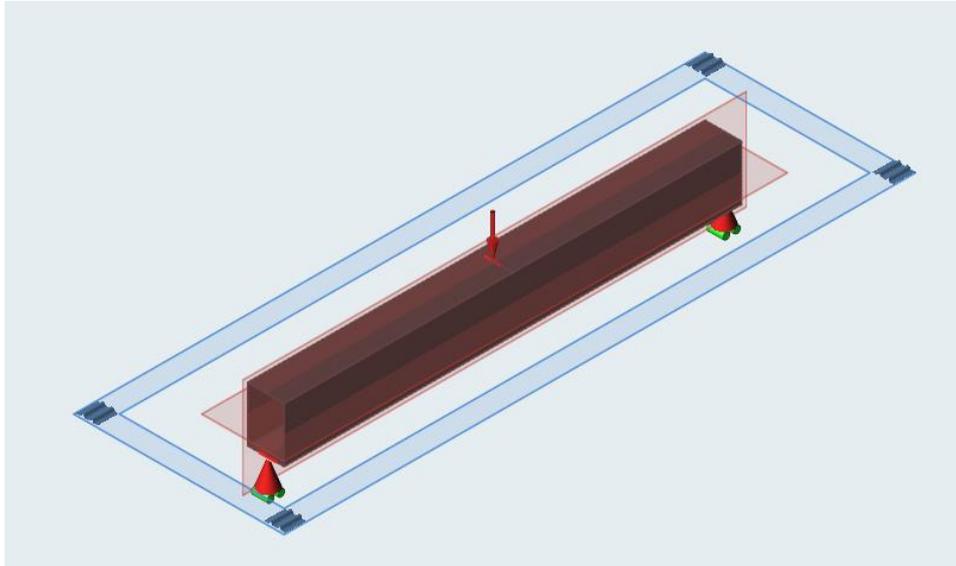


**Figura 59.** Desplazamiento de la viga a flexión sin optimizar



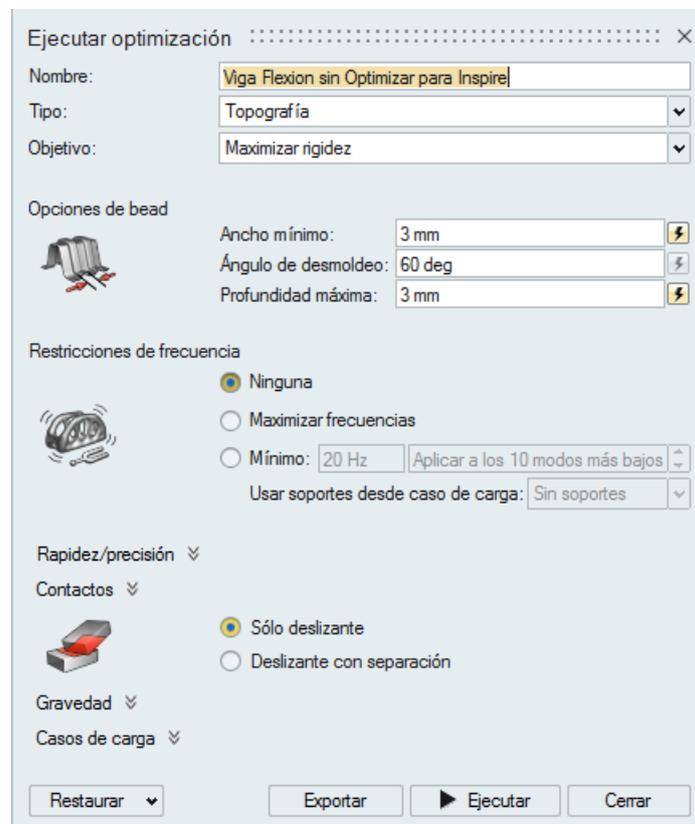
**Figura 60.** Esfuerzo principal máximo de la viga a flexión sin optimizar

En la figura 61 se muestra la configuración de simetría y el patrón de bead que va a tener la optimización.



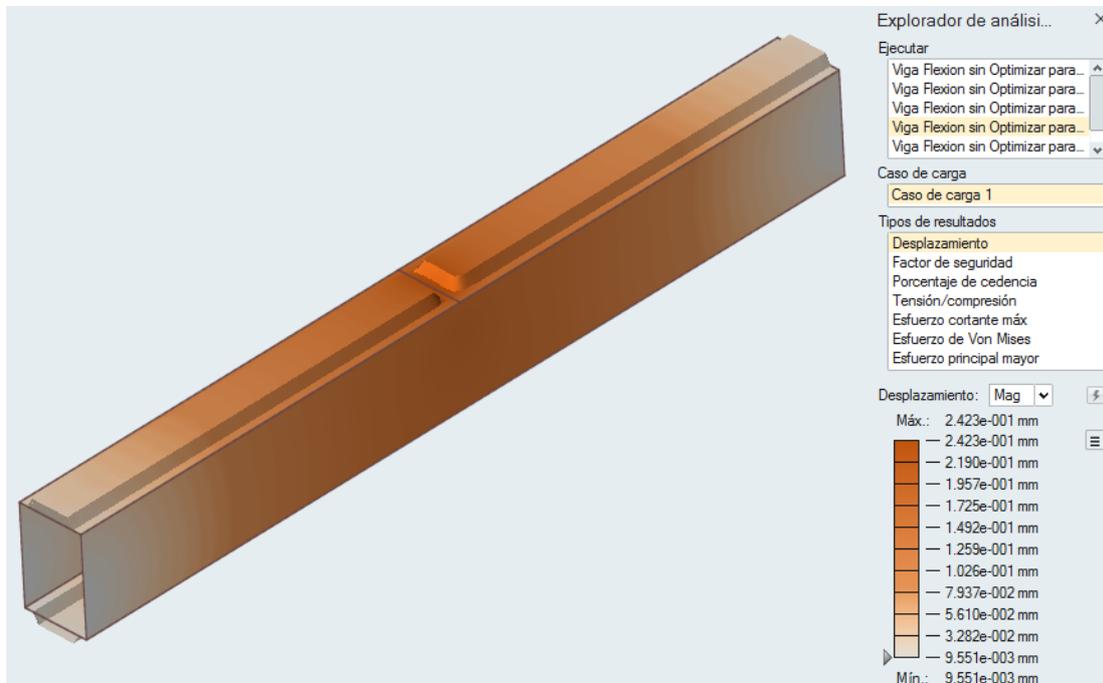
**Figura 61.** Ingreso de tipo de bead

Se ingresa los parámetros de optimización (ver imagen 62)

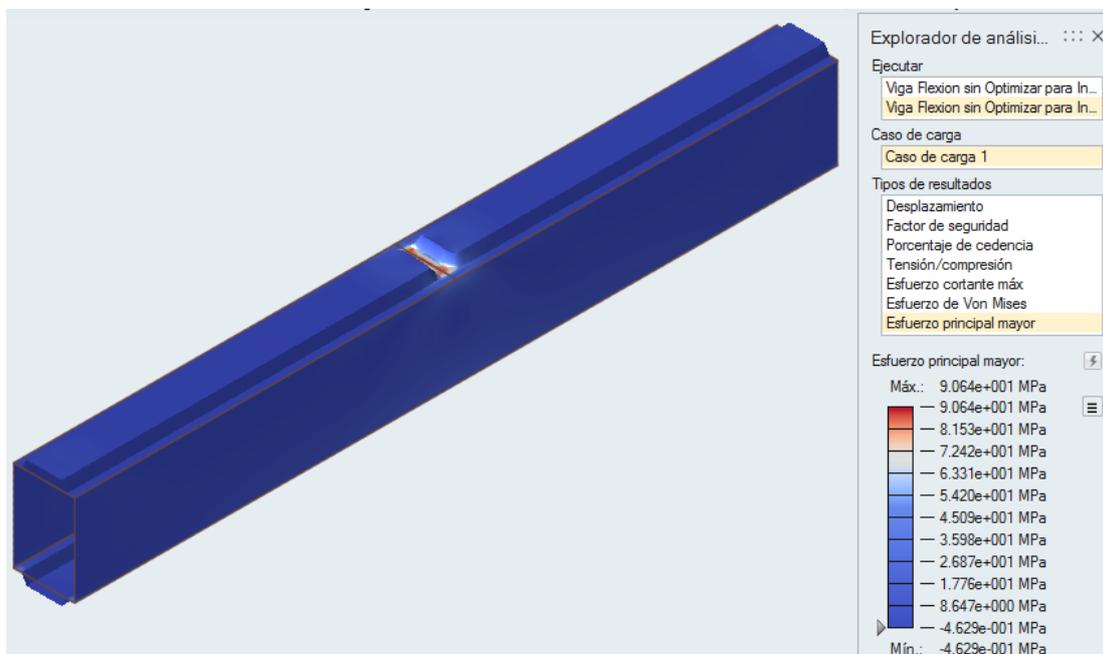


**Figura 62.** Ejecutar optimización

Una vez ejecutada la optimización se obtienen los resultados de desplazamiento y Esfuerzo principal mayor (ver figura 63 y 64).

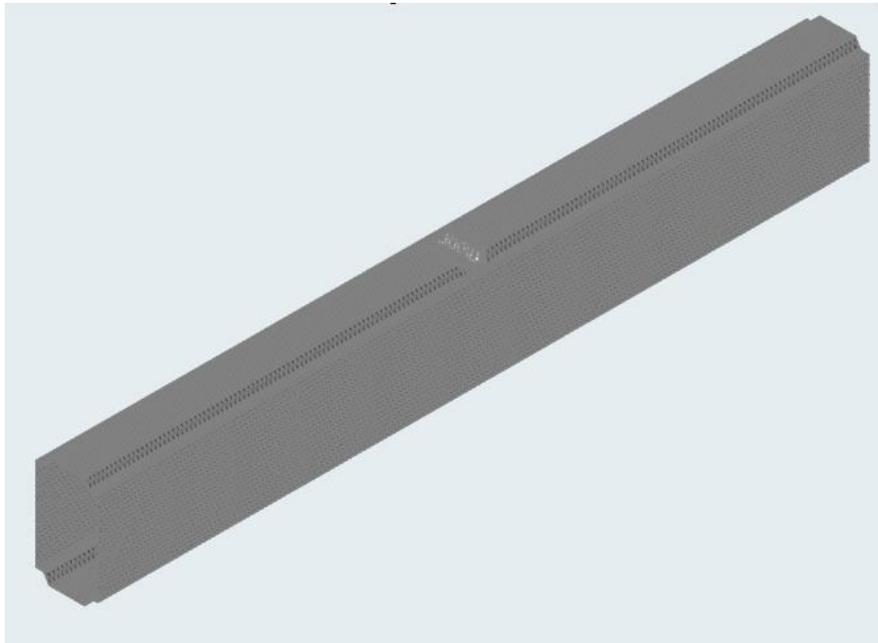


**Figura 63.** Desplazamiento de la viga a flexión optimizada



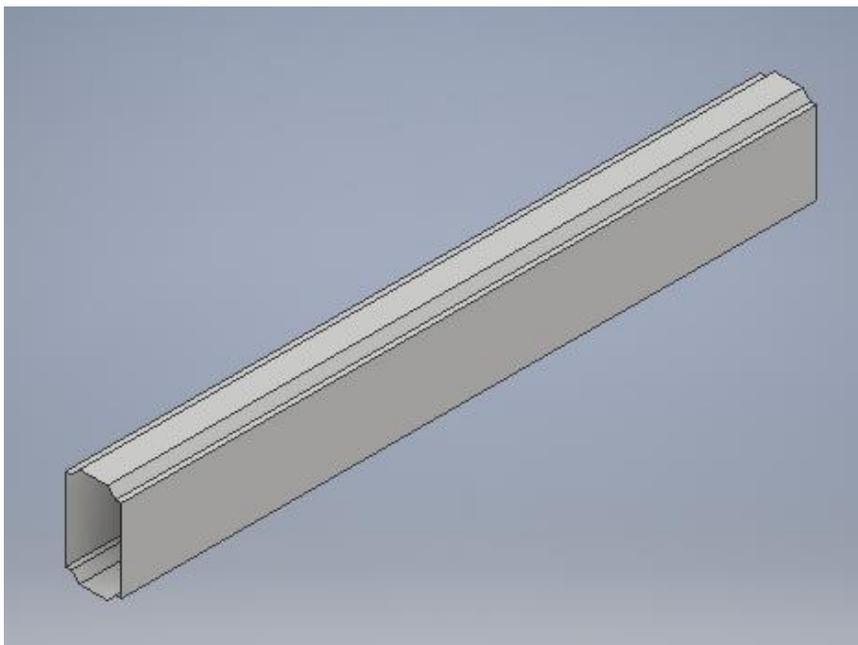
**Figura 64.** Esfuerzo principal máximo de la viga a flexión optimizada

Luego de verificar los resultados hacemos clic derecho sobre el elemento optimizado y buscamos la opción **Ajustar superficies a formas optimizadas** para suavizar la superficie (ver figura 65).



**Figura 65.** Ajuste de superficies a formas optimizadas

Se realizó el Post-procesado de la viga para facilitar la construcción en fibra de carbono (ver figura).



**Figura 66.** Elemento post-procesado

En la tabla 11 se muestran los resultados obtenidos en el Software.

**Tabla 11.**

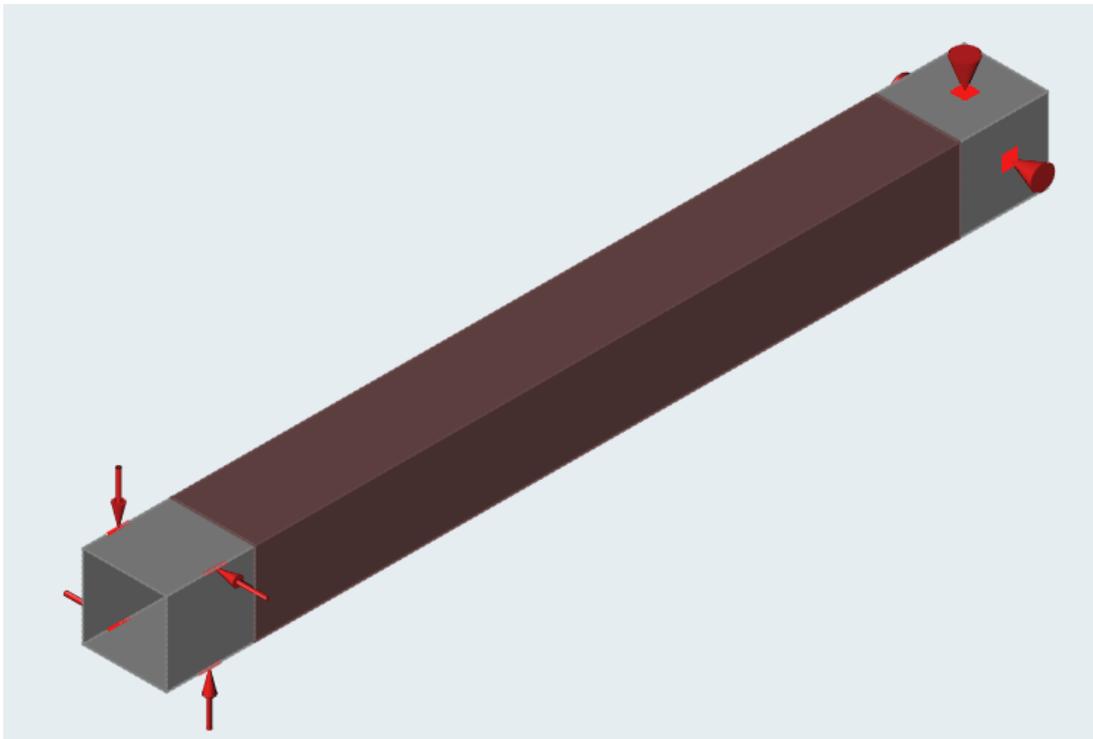
*Desplazamientos y esfuerzos de la viga a flexión optimizada y sin optimizar*

<b>Viga a flexión</b>	<b>Desplazamiento (mm)</b>	<b>Esfuerzo principal máximo (MPa)</b>
Elemento sin optimizar	0.395	8.41E+1
Elemento optimizado	0.242	9.064E+1

### 3.5.3 Optimización de la viga a torsión

En la viga a torsión los extremos se acoplan a los dados del torquimetro y llave inglesa, son excluidos del espacio de diseño, su espesor es de 1.5 mm y el material Tejido Twill.

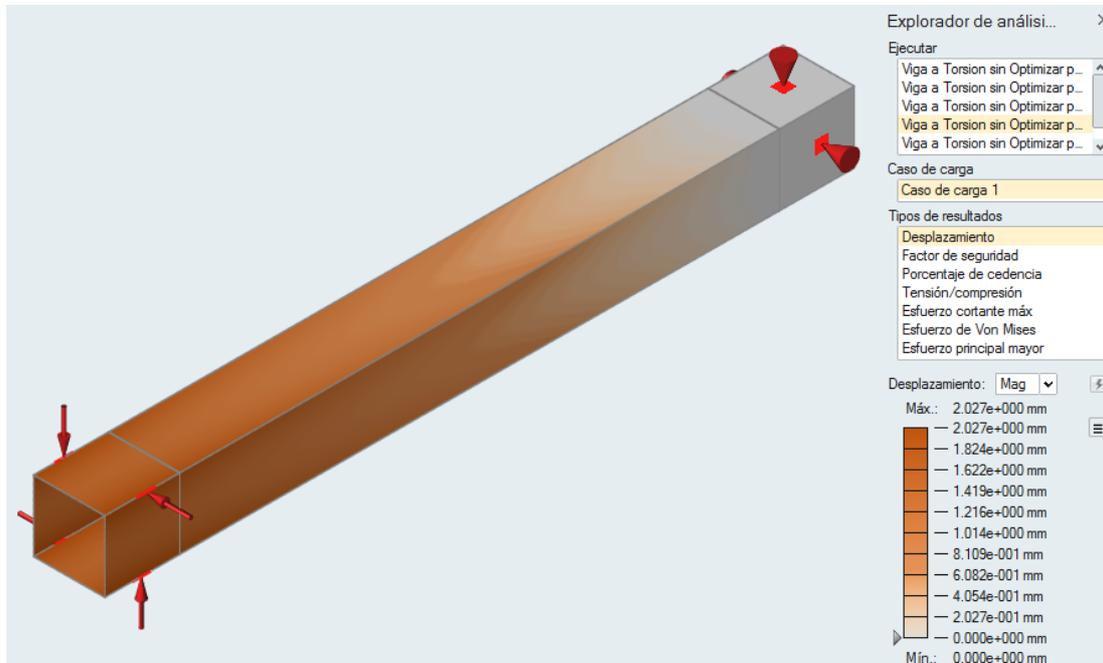
En la siguiente imagen se puede observar las restricciones y la carga aplicada (ver figura 67).



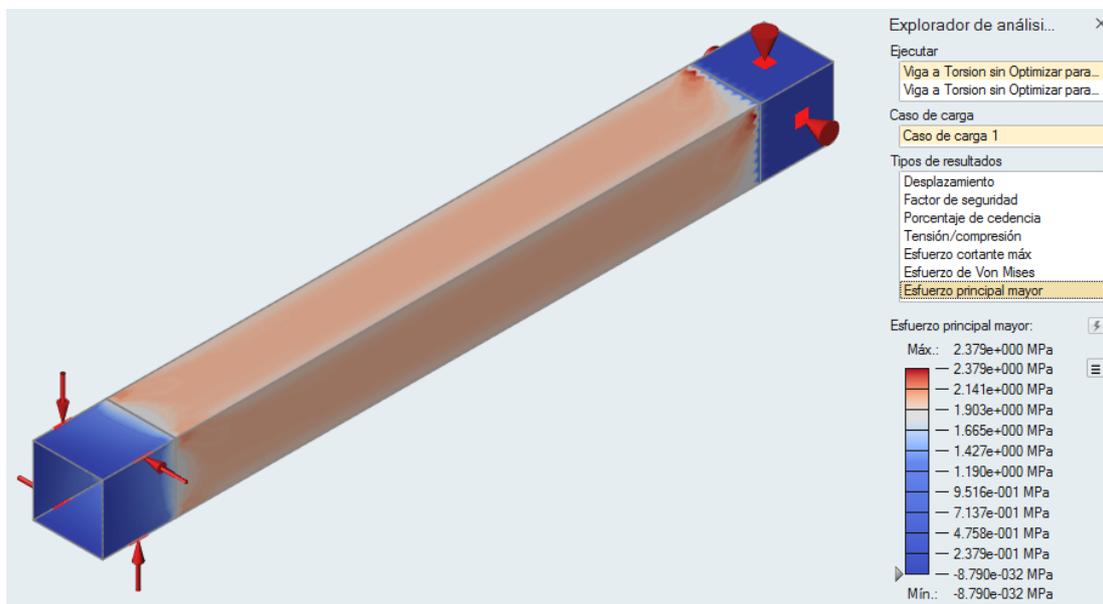
**Figura 67.** Ingreso de restricciones y cargas

Los soportes aplicados simulan un empotramiento y la carga es aplicada en los bordes a través del dado.

Sabiendo que el objetivo de la optimización topográfica es minimizar el desplazamiento se tomara como referencia los resultados de desplazamiento y esfuerzo principal máximo para su posterior análisis (ver figura 68 y 69).

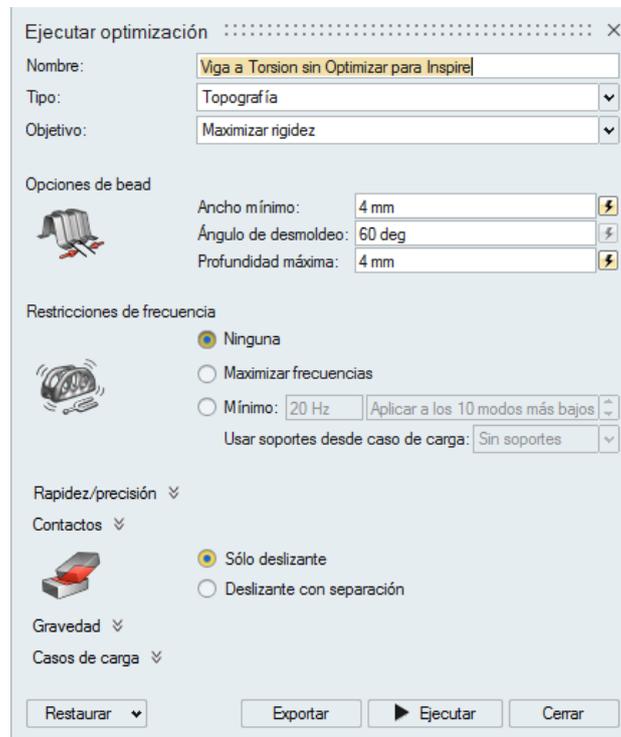


**Figura 68.** Desplazamiento de la viga a torsión sin optimizar



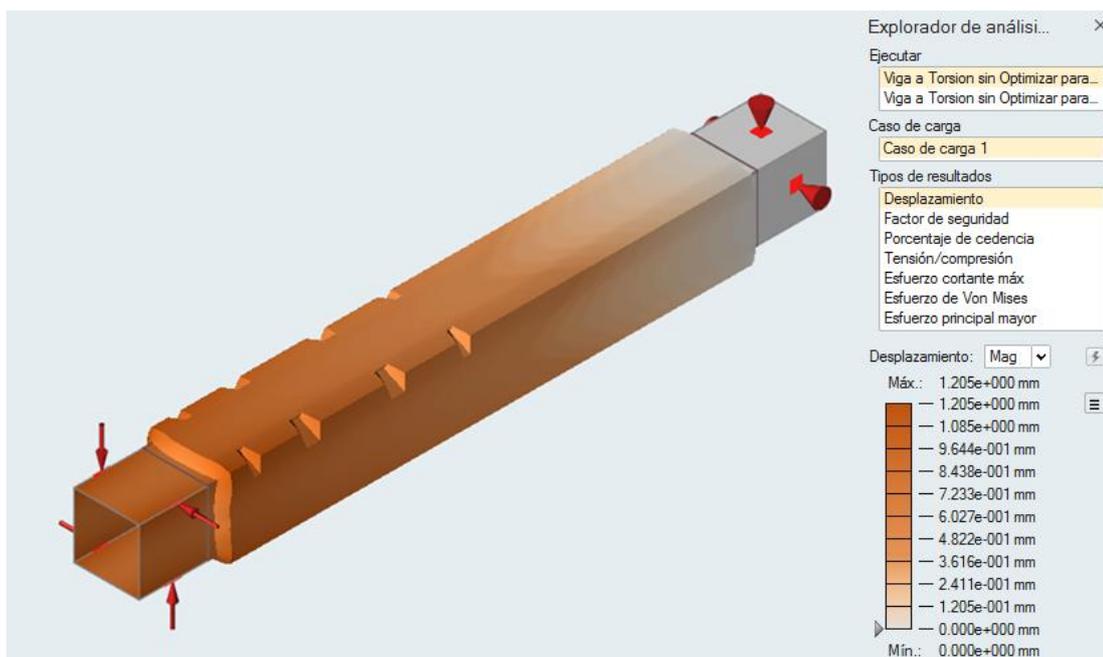
**Figura 69.** Esfuerzo principal máximo de la viga a torsión sin optimizar

Parámetros de la optimización (ver figura 70)

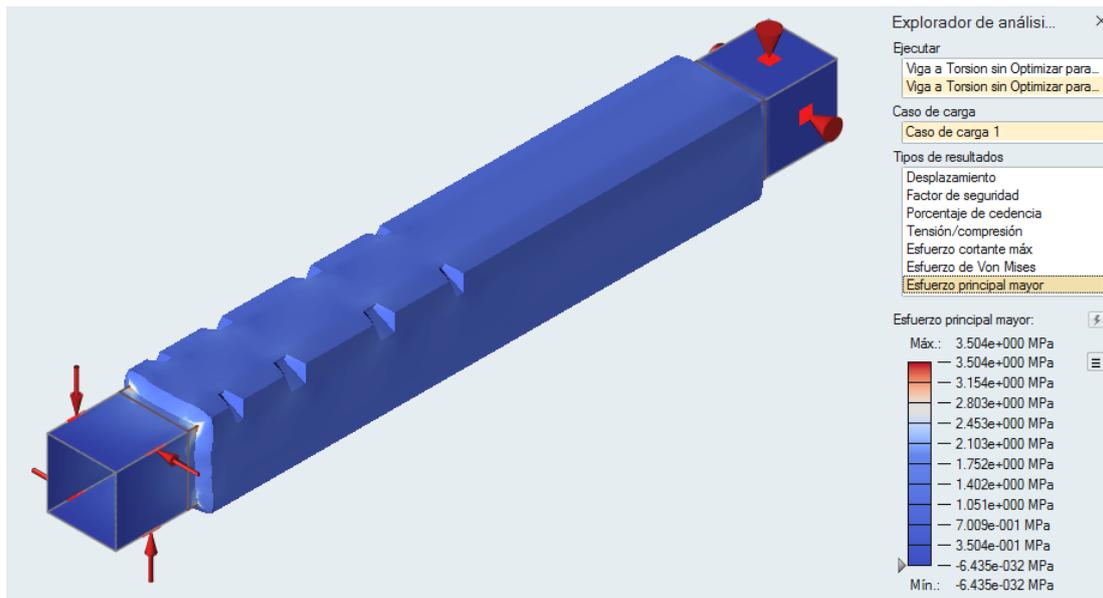


**Figura 70.** Ejecutar optimización

Obtención de desplazamiento y Esfuerzo principal mayor de la pieza optimizada (ver figura 71 y 72)

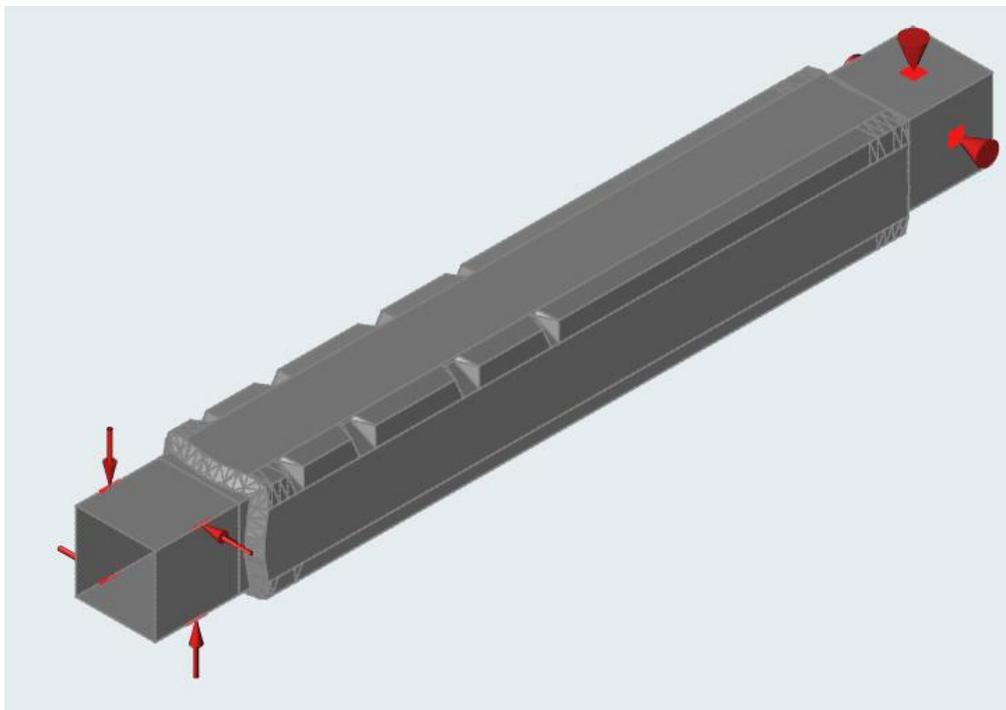


**Figura 71.** Desplazamiento de viga a torsión optimizada



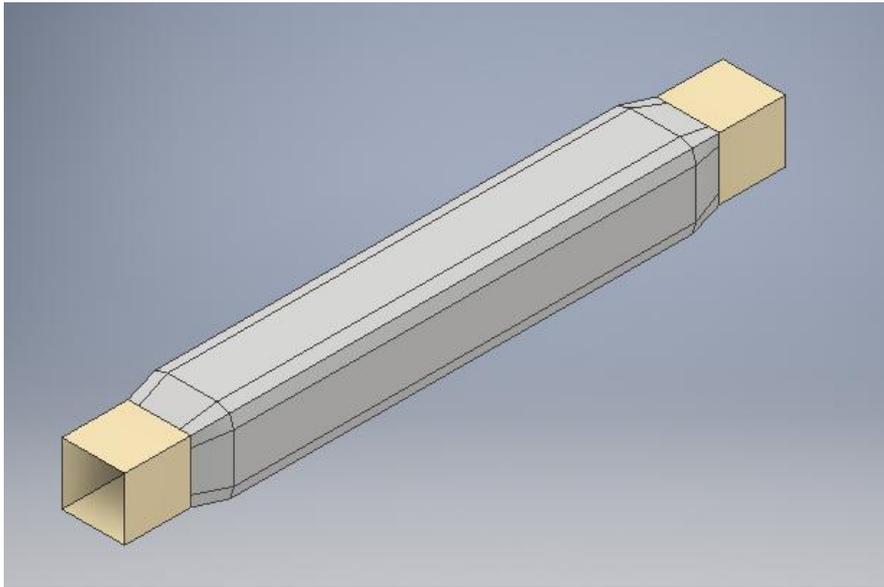
**Figura 72.** Esfuerzo principal máximo de viga a torsión optimizada

Luego de verificar los resultados hacemos clic derecho sobre el elemento optimizado y buscamos la opción **Ajustar superficies a formas optimizadas** para suavizar la superficie (ver figura 73).



**Figura 73.** Ajuste de superficies a formas optimizadas

Se realizó el Post-procesado de la viga ya que se presentan irregularidades en la pieza (ver figura 74).



**Figura 74.** Elemento post-procesado

En la tabla 12 se muestran los resultados obtenidos en el Software.

**Tabla 12.**

*Desplazamientos y esfuerzos de la viga a torsión optimizada y sin optimizar*

<b>Viga a torsión</b>	<b>Desplazamiento Angular (mm)</b>	<b>Esfuerzo principal máximo (MPa)</b>
Elemento sin optimizar	2.027	2.379
Elemento optimizado	1.205	3.504

## **CAPÍTULO IV**

### **4. Construcción**

#### **4.1 Diseño y construcción de moldes**

Un buen método de construcción y diseño del molde es fundamental para la fabricación de un material compuesto. Existen varias alternativas para la fabricación de moldes, considerando el costo, número de partes a producir, tamaño y complejidad de las geometrías, se optó por la impresión 3D debido a que es accesible al público y disminuye los tiempos de fabricación.

Al ser un proceso Hand Lay Up el molde no se encuentra sometido a altas temperaturas o presiones y los elementos a construir en fibra de carbono son relativamente pequeños, puesto que son prototipos para ejemplificar el proceso, la optimización topográfica y realizar ensayos mecánicos por lo que la impresión 3D es la mejor alternativa para la construcción de los moldes.

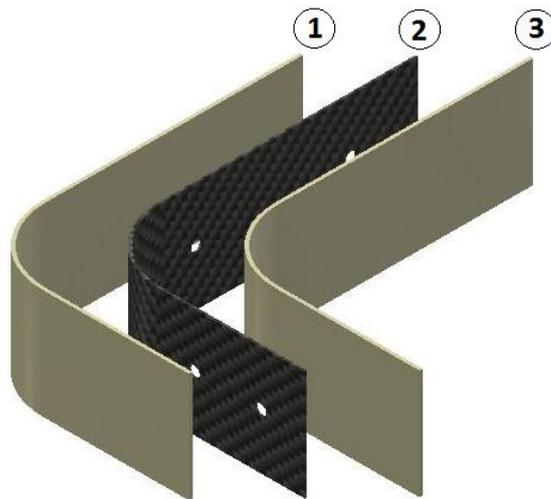
El acabado de la impresión 3D no es óptimo para construir directamente las piezas, requiere de un lijado y encerado para eliminar las porosidades generadas en su fabricación. Además un molde impreso en 3D tiene una corta vida útil debido a que se va a estar en constante manipulación. Al tratarse solamente de prototipado ninguna de estas limitaciones afectan al uso de impresión 3D. El espesor utilizado para realizar la impresión 3D fue de 1.5 [mm].

#### **4.2 Uso de software CAD para el diseño de moldes**

Para evitar concentradores de esfuerzos y lograr una distribución uniforme de laminado se generó un radio de 2[mm] en los cantos de los prototipos. Debido a la geometría de los elementos y la dificultad que presenta el tejido Twill 3k en adaptarse a los beads generados en la optimización, se optó por realizar moldes hembra y macho para una mejor relación volumétrica del material compuesto y un espesor uniforme.

#### 4.2.1 Moldes para ménsula sin optimizar

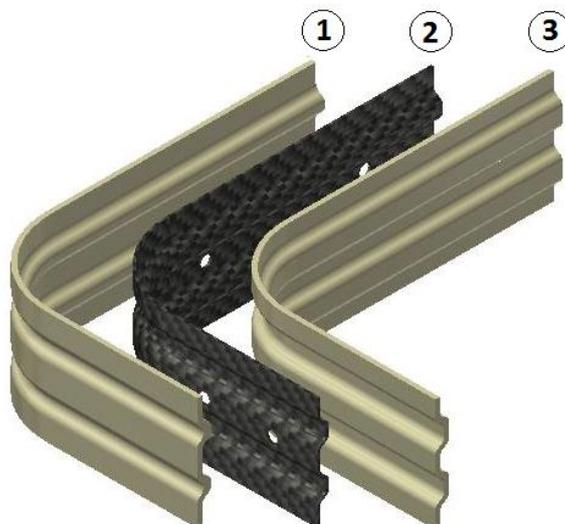
En la figura 75 los marcadores 1 y 3 representan a los moldes macho y hembra respectivamente, mientras el marcador 2 hace referencia al prototipo construido en fibra de carbono (ver figura 75).



**Figura 75.** Esquema de moldes de ménsula sin optimizar

#### 4.2.2. Moldes para ménsula optimizada

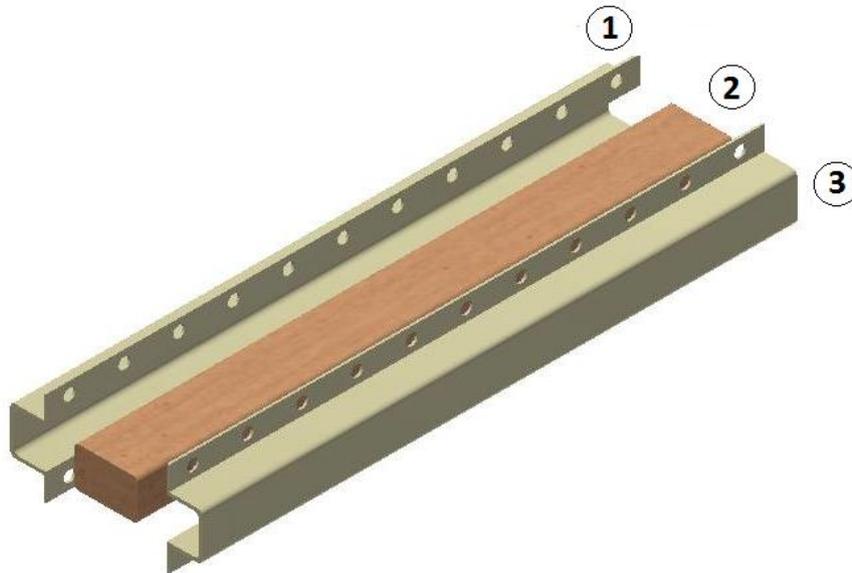
En la figura 76 los marcadores (1) y (3) representan a los moldes macho y hembra respectivamente, mientras el marcador (2) hace referencia al prototipo construido en fibra de carbono (ver figura 76).



**Figura 76.** Esquema de moldes de ménsula optimizada

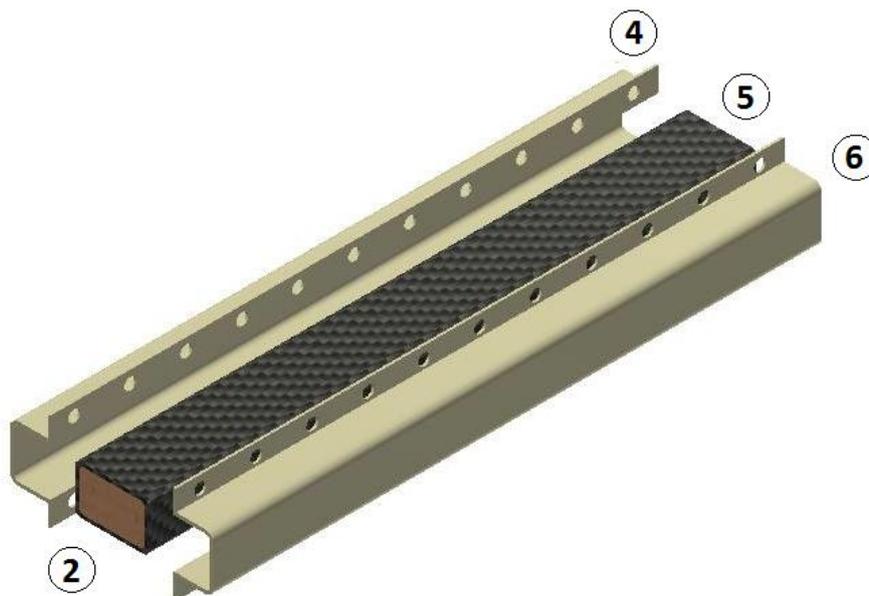
### 4.2.3 Viga a flexión sin optimizar

Para la construcción de la viga a flexión se hará uso de un núcleo de espuma de poliuretano (2) en moldes (1) y (3) (ver figura 77).



**Figura 77.** Esquema de moldes para núcleo de viga no optimizada

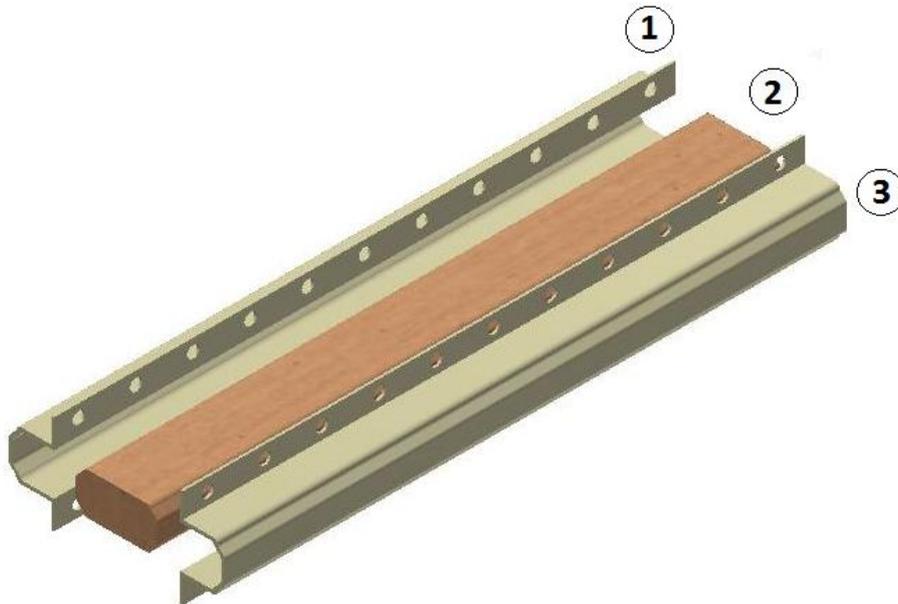
Los marcadores (4) y (6) hacen referencia los moldes que sirven para presionar a la fibra de carbono (5) contra el núcleo de espuma de poliuretano (2) (ver figura 78).



**Figura 78.** Esquema de moldes de viga a flexión no optimizada

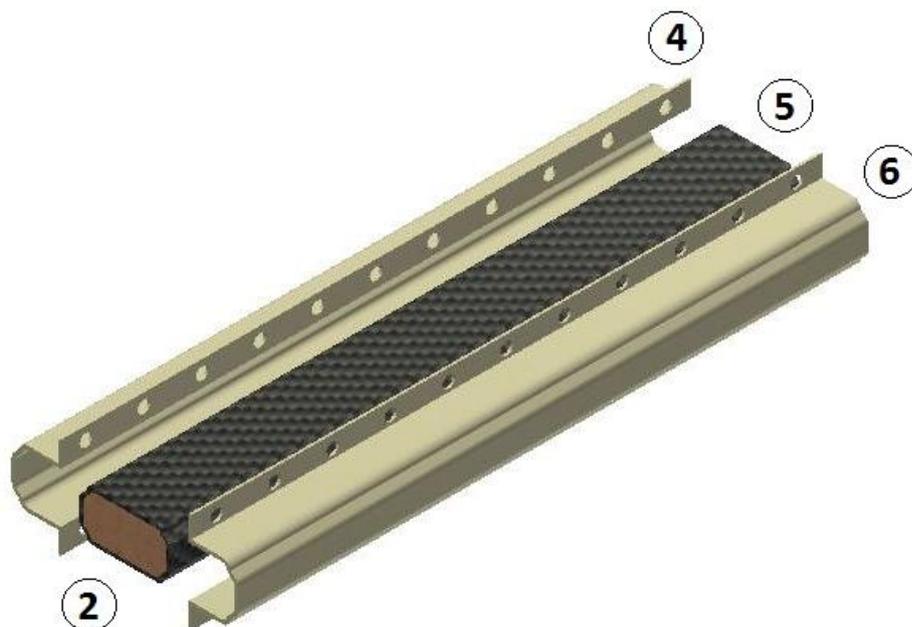
#### 4.2.4 Viga a flexión optimizada

Para la construcción de la viga a flexión se hará uso de un núcleo de espuma de poliuretano (2) en moldes (1) y (3) (ver figura 79).



**Figura 79.** Esquema de moldes para núcleo de viga a flexión optimizada

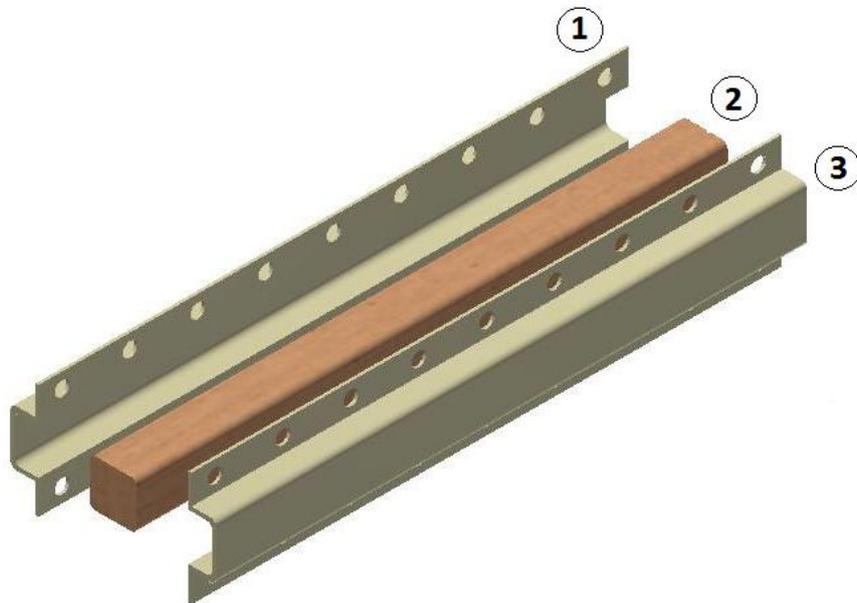
Los marcadores (4) y (6) hacen referencia los moldes que sirven para presionar a la fibra de carbono (5) contra el núcleo de espuma de poliuretano (2) (ver figura 80).



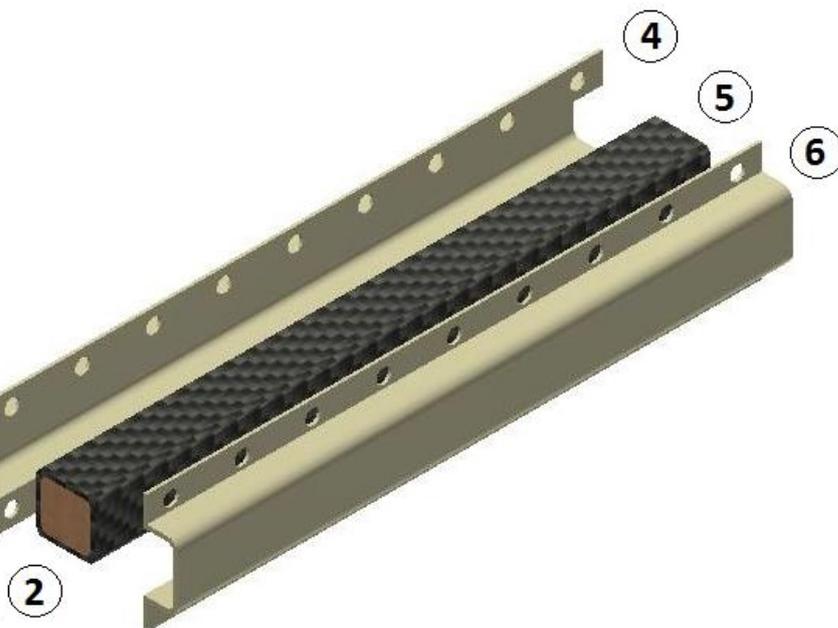
**Figura 80.** Esquema de moldes de viga a flexión optimizada

#### 4.2.5 Viga a torsión sin optimizar

Para la construcción de la viga a flexión se hará uso de un núcleo de espuma de poliuretano (2) en moldes (1) y (3) (ver figura 81).



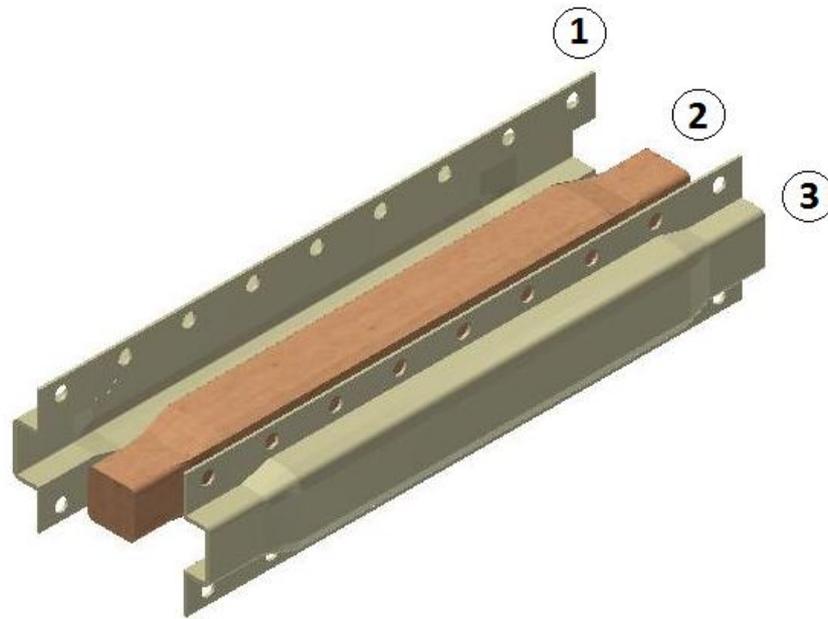
**Figura 81.** Esquema de moldes para núcleo de viga a torsión no optimizada  
Los marcadores (4) y (6) hacen referencia los moldes que sirven para presionar a la fibra de carbono (5) contra el núcleo de espuma de poliuretano (2) (ver figura 82).



**Figura 82.** Esquema de moldes de viga a torsión no optimizada

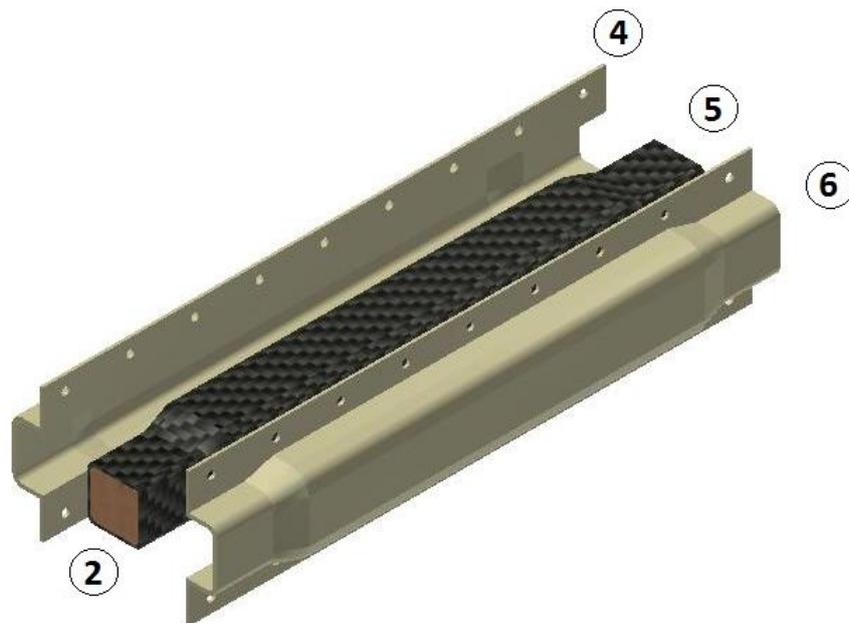
#### 4.2.6 Viga a torsión optimizada

Para la construcción de la viga a flexión se hará uso de un núcleo de espuma de poliuretano (2) en moldes (1) y (3) (ver figura 83).



**Figura 83.** Esquema de moldes para núcleo de viga a torsión optimizada

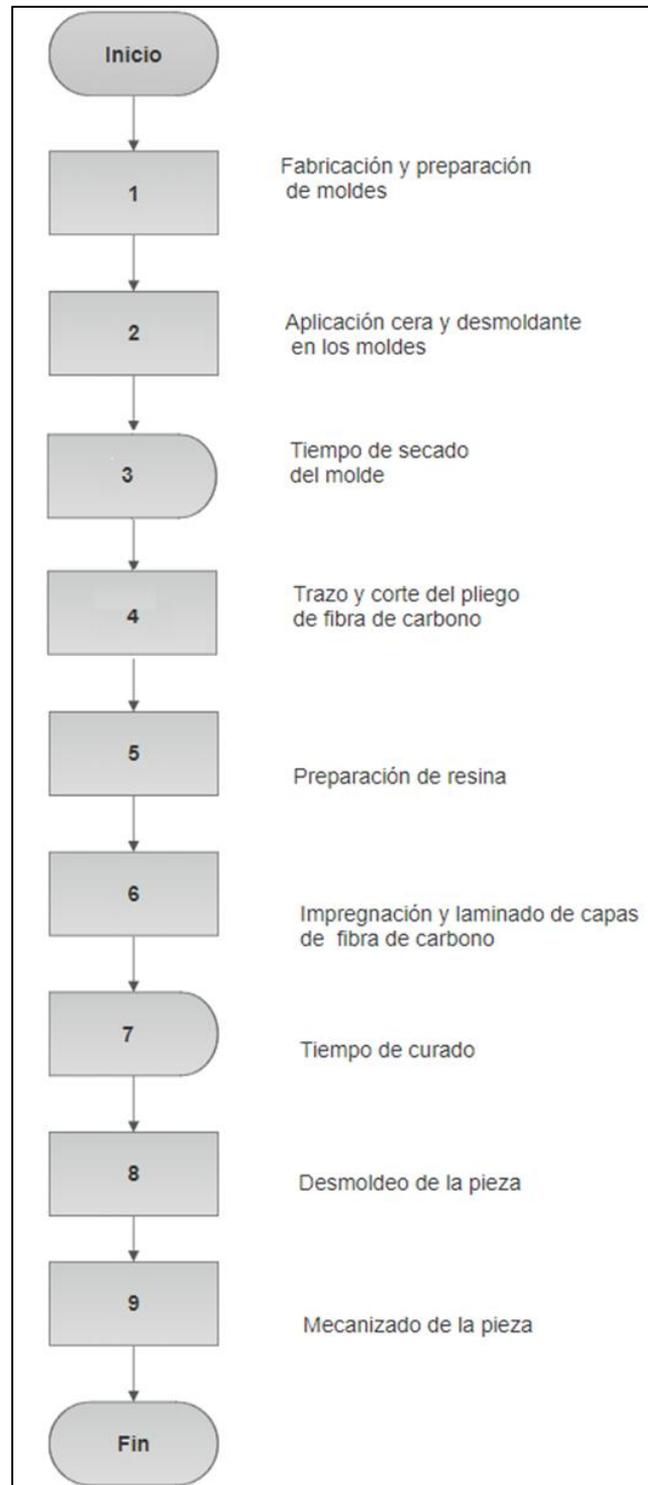
Los marcadores (4) y (6) hacen referencia los moldes que sirven para presionar a la fibra de carbono (5) contra el núcleo de espuma de poliuretano (2) (ver figura 84).



**Figura 84.** Esquema de moldes de viga a torsión optimizada

### 4.3 Diagrama de flujo del proceso de construcción

El proceso de construcción en fibra de carbono está regido por el siguiente diagrama de flujo (ver figura 85).



**Figura 85.** Diagrama de flujo del proceso Hand Lay Up

#### **4.3.1 Fabricación y preparación de moldes**

Existen varios materiales para la construcción de moldes, en este proyecto se utilizaron moldes de madera e impresión 3D debido a que se puede realizar geometrías complejas.

Esta fase es fundamental para obtener un buen acabado superficial de la pieza, para conseguir este objetivo la superficie del molde debe ser completamente lisa y libre de imperfecciones. Además se debe evitar los concentradores de esfuerzos en las esquinas de la pieza por lo que se debe dotar de radios adecuados a los moldes.

#### **4.3.2 Aplicación de cera y desmoldante en los moldes**

Los moldes presentan porosidad lo que afecta el acabado superficial de la pieza y dificulta el desmoldeo, al aplicar la cera se logra tapar las porosidades y sirve de base para el agente desmoldante.

El agente desmoldante evita que la resina epoxica se adhiera al molde, disminuyendo la posibilidad de fracturas en la pieza durante el desmoldeo. Se recomienda aplicar tres capas delgadas de agente desmoldante, considerando un tiempo de secado entre capas. El molde estará listo para su uso luego de 15 minutos de aplicada la última capa de desmoldante.

#### **4.3.3 Trazo y corte del pliego de fibra de carbono**

Se debe emplear una plantilla del molde sobre el pliego de fibra de carbono dejando un sobrante aproximado de 2 [cm] para facilitar la construcción, posterior maquinado y evitar imperfecciones en los bordes de la pieza. Durante el corte la plantilla debe estar bien sujeta al pliego de fibra de carbono para evitar desplazamientos o dañar el tejido, una recomendación es cubrir el margen de corte con cinta masking para prevenir que el tejido se deshile. El corte se lo debe realizar con tijeras afiladas.

#### **4.3.4 Preparación de la resina**

Previo a este paso se debe medir la superficie de la pieza y determinar el número de capas de fibra de carbono, para obtener un valor aproximado de la cantidad de resina epoxica necesaria para fabricar dicha pieza. El fabricante recomienda un

rendimiento aproximado de 240 gramos de resina epoxica preparada por metro cuadrado de tejido Twill 3k.

La resina epoxica Q2 para proceso Hand Lay Up (proceso manual) requiere una proporcion de 100 a 14 gramos de resina epoxica y catalizador respectivamente. Se debe mezclar de 2 a 3 minutos hasta que cambie la consistencia de la mezcla de viscosa a fluida.

#### **4.3.5 Impregnación y laminado de capas de fibra de carbono**

Comenzamos la fase cubriendo el molde con resina con la ayuda de una brocha de cerdas suaves o rodillo, se impregna la primera capa de fibra de carbono y se coloca cuidadosamente sobre el molde, se presiona con un rodillo para eliminar las posibles burbujas de aire atrapadas entre capas. Se repite el proceso hasta llegar al numero de capas deseado. Para controlar el espesor y eliminar el exceso de resina se utiliza molde macho y hembra sujetas mediante prensas G de 2 pulgadas.

#### **4.3.6 Tiempo de curado**

Una vez concluido la fase de laminado se procede a dejar curar a temperatura ambiente. Para la resina epoxica Q2 el fabricante proporsiona los siguientes datos:

**Tabla 13.**  
*Datos de la resina epóxica Q2*

CURADO
Tiempo de curado de 24 horas 25°C
Tiempo de Gelado de 3 horas a 25°C
Tiempo de trabajo de 15 minutos en mezclas de 100g

Fuente: (Quitum, 2015)

#### **4.3.7 Desmoldeo de la pieza**

Terminada la etapa de curado, con la ayuda de pequeños golpes se procede a retirar cuidadosamente la pieza, comenzando por los extremos y cuidando de no dañar el molde o la pieza.

#### **4.3.8 Mecanizado de la pieza**

Con una cierra manual cortar los sobrantes alrededor de la pieza cuidando de no exceder los limites de corte para tener la geometria deseada. Para lograr un buen

acabado lijar los bordes alrededor de la pieza, en cuanto al acabado superficial se puede pulir para aplicar una capa de pintura o barniz.

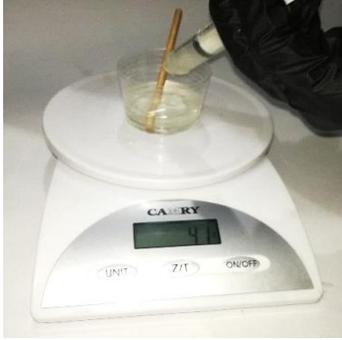
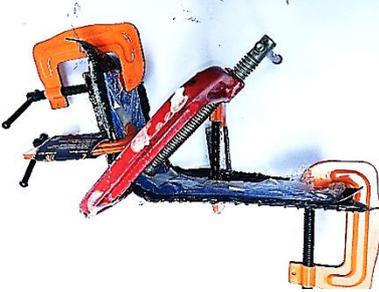
## 4.4 Construcción de prototipos

### 4.4.1 Construcción de la mensula sin optimizar

Se utilizaron seis pliegos de fibra de carbono de 25.5 x 7.5 [cm], con 4 gramos de catalizador disueltos en 25 gramos de resina epóxica.

**Tabla 14.**

*Construcción de la ménsula sin optimizar*

	
Moldes impresos en 3D lijados	Aplicación de cera y desmoldante
	
Corte capas de fibra de carbono	Preparación de la resina
	
Impregnación y laminado	Tiempo de curado

**CONTINUA**



Desmoldeo de la pieza



Maquinado de la pieza

#### 4.4.2 Construcción de la ménsula optimizada

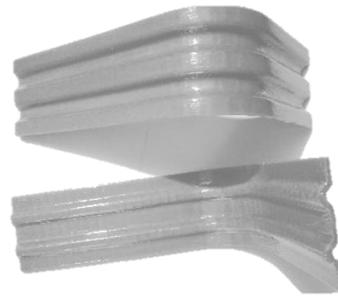
Se utilizaron seis pliegos de fibra de carbono de 25.5 x 9.5 [cm], con 5 gramos de catalizador disueltos en 30 gramos de resina epóxica.

##### Tabla 15.

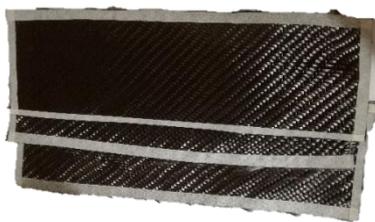
##### *Construcción de la ménsula optimizada*



Moldes impresos en 3D lijados



Aplicación de cera y desmoldante



Corte capas de fibra de carbono



Preparación de la resina



CONTINUA

Impregnación y laminado	Tiempo de curado
	
Desmoldeo de la pieza	Maquinado de la pieza

#### 4.4.3 Construcción de la viga a flexión sin optimizar

Se utilizaron seis pliegos de fibra de carbono de 25.5 x 9.5 [cm], con 6 gramos de catalizador disueltos en 34 gramos de resina epóxica.

##### Tabla 16.

*Construcción de la viga a flexión sin optimizar*

	
Moldes de madera lijados	Aplicación de cera y desmoldante
	
Corte capas de fibra de carbono	Preparación de la resina

**CONTINUA**



Impregnación y laminado



Tiempo de curado



Desmoldeo de la pieza



Maquinado de la pieza

#### 4.4.4 Construcción de la viga a flexión optimizada

Se utilizaron seis pliegos de fibra de carbono de 25.5 x 9.5 [cm], con 5 gramos de catalizador disueltos en 34 gramos de resina epóxica.

##### Tabla 17.

*Construcción de la viga a flexión optimizada*



Moldes impresos en 3D lijados



Aplicación de cera y desmoldante

**CONTINUA**



Corte capas de fibra de carbono



Preparación de la resina



Impregnación y laminado



Tiempo de curado



Desmoldeo de la pieza



Maquinado de la pieza

#### 4.4.5 Construcción de la viga a torsion sin optimizar

Se utilizaron seis pliegos de fibra de carbono de 25.5 x 9.5 [cm], con 4 gramos de catalizador disueltos en 21 gramos de resina epóxica.

**Tabla 18.**  
*Construcción de la viga a torsión sin optimizar*



Moldes de madera lijados



Aplicación de cera y desmoldante



Corte capas de fibra de carbono



Preparación de la resina



Impregnación y laminado



Tiempo de curado



Desmoldeo de la pieza



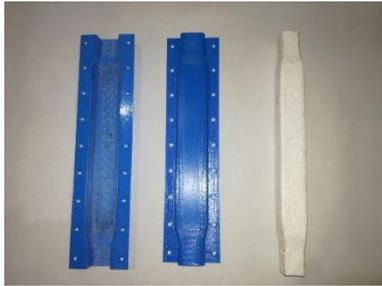
Maquinado de la pieza

#### 4.4.6 Construcción de la viga a torsion optimizada

Se utilizaron seis pliegos de fibra de carbono de 25.5 x 9.5 [cm], con 5 gramos de catalizador disueltos en 31 gramos de resina epóxica.

**Tabla 19.**

*Construcción de la viga a torsión optimizada*



Moldes impresos en 3D lijados

Aplicación de cera y desmoldante



Corte capas de fibra de carbono

Preparación de la resina



Impregnación y laminado

Tiempo de curado

**CONTINUA**



Desmoldeo de la pieza



Maquinado de la pieza

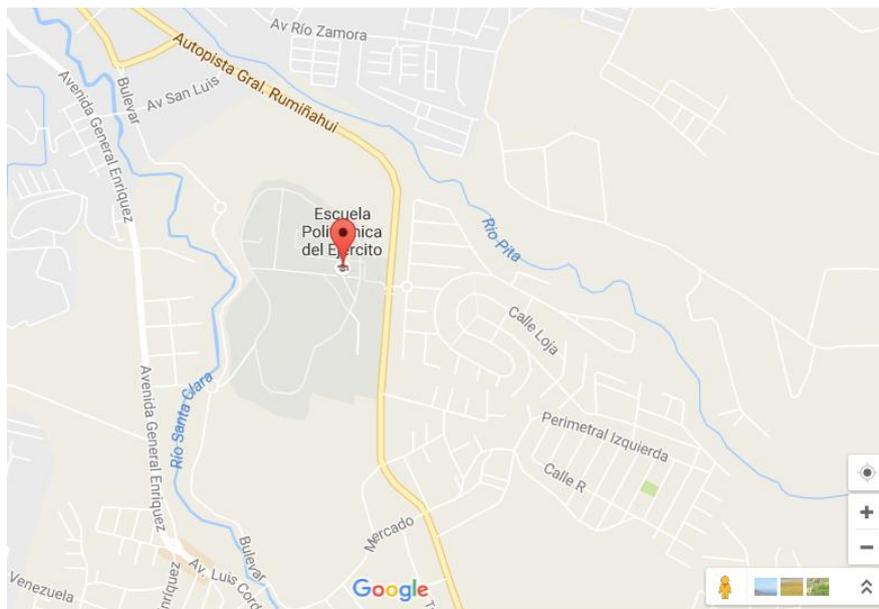
## 4.5 Implementación

La implementación consiste en crear un área de trabajo con los insumos necesarios para el proceso Hand Lay Up en el Laboratorio de Procesos de Manufactura de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, así como una práctica de laboratorio y un manual de construcción en fibra de carbono.

### 4.5.1 Estación de trabajo de trabajo

#### 4.5.1.1 Ubicación Geográfica de la estancación de trabajo

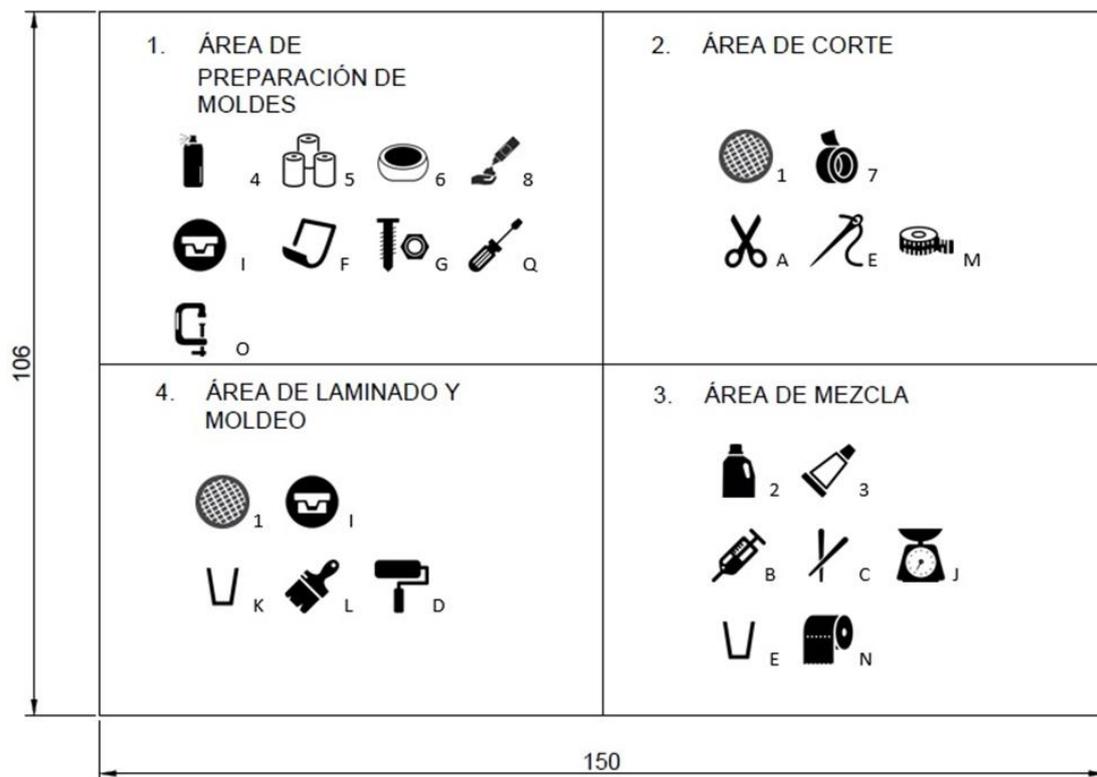
El espacio geográfico donde se va a implementar el proceso esta ubicado en la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, en el Laboratorio de Procesos de Manufactura.



**Figura 86.** Espacio geográfico

#### 4.5.1.2 Diseño del espacio de trabajo

Las piezas que se van a construir en el laboratorio no sobrepasan los 30 [cm], por tanto el proceso se puede realizar sin dificultad en una mesa de 1 x 1.5 [m]. Durante la construcción de los prototipos, usando el diagrama de flujo se establecieron cuatro áreas, en las cuales el estudiante pueda realizar el proceso de construcción de manera ágil, segura y ordenada. Estas áreas son: área de preparación de moldes, área de corte, área de mezcla y finalmente área de laminado y moldeo (ver figura 87 y 88).



**Figura 87.** Áreas de trabajo



**Figura 88.** Implementación del área de trabajo

#### 4.5.1.2 Materiales y Herramientas

Los materiales y herramientas especificados en este literal serán necesarios para realizar la práctica de laboratorio.

- **Pliego de fibra de carbono:** Tejido de fibra de carbono 3K Twill.

#### Tabla 20.

*Especificaciones del tejido de fibra de carbono 3k Twill*

Ancho	Peso	Tejido	Tamaño de hebra	Espesor
1,27 m	198 gr/m <sup>2</sup>	Twill 2x2	3K	0,25 mm

- **Resina epóxica Q2 y catalizador:** Resina de alta resistencia para fibra de carbono. Diseñada para sistemas Hand Lay Up, curado a temperatura ambiente con catalizador al 14%.
- **Desmoldante:** Agente desmoldante en aerosol en base de silicona, que forma una película antiadherente que facilita el desmoldado.

- **Film plástico:** Para recubrir los moldes y prolongar la utilización del mismo.
- **Cera automotriz:** cera en pasta, basada en una mezcla de silicona.
- **Guantes de nitrilo negro:** Resistente a cortes, perforaciones, abrasión y productos químicos.
- **Mascarilla de filtro:**
- **Tijeras:** Tijera de uso industrial de 8", para el corte del pliego de fibra de carbono.
- **Cinta Masking:** Cinta masking de 12 mm, para evitar es deshilamiento de los bordes del pliego de fibra de carbono.
- **Balanza:** Balanza digital de alta precisión.

**Tabla 21.**

*Especificaciones de la balanza*

<b>Modelo</b>	<b>Capacidad</b>	<b>Apreciación</b>	<b>Baterías</b>
Camry-EK3252	5kg / 11lb	1gr / 0,5 onz	2 pilas AAA

- **Jeringa dosificadora:** Jeringa desechable para la aplicación del catalizador.
- **Vasos de mezcla:** vasos desclables de 7 onzas.
- **Paleta mezcladora:** Paleta de madera desechables
- **Brocha:** Brocha de cerdas suaves de 1".
- **Rodillo:** Rodillo de espuma de 2 ½"
- **Cinta métrica:** Para medir las laminas de fibra de carbono
- **Espuma de Poliuretano:** Espuma aislante de Poliuretano de alto rendimiento, para crear los nucleos usados como moldes.
- **Aguja de gancho:** Para retirar una hebra en los ejes longitudinal y transversal para facilitar el corte del pliego de fibra de carbono.
- **Toalla de papel:** Papel absorbente desechable para limpieza.
- **Lija #100:** Para retirar incrustaciones en los moldes luego de la construcción de los prototipos.
- **Prensas "G":** Prensas de G de 2" para sujetar los moldes y generar la presión adecuada en el tiempo de curado.
- **Pernos (1/8"):** Para sujetar los moldes macho y hembra

#### **4.5.2 Manual de construcción en fibra de carbono**

Ver Anexo 1

#### **4.5.2 Práctica de laboratorio**

Ver Anexo 2

## CAPITULO V

### 5. PRUEBAS MECÁNICAS

#### 5.1 Equipos e instrumentos

Los equipos e instrumentos que se emplearon en las pruebas mecánicas están ubicadas en el Laboratorio de Mecánica de Materiales de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE.

#### Calibrador de Torquímetro



**Figura 89.** Calibrador de torquímetro

**Tabla 22.**

*Especificaciones técnicas del calibrador de torquímetro*

Voltaje (V)	Fases	Ciclos (Hz)	Peso (Kg)	Capacidad (in-lb)
12	1	60	3	6K

#### Máquina de ensayos universales MTS



**Figura 90.** Máquina de ensayos universales MTS

**Tabla 23.***Especificaciones técnicas la Máquina de ensayos universales MTS*

Capacidad (N)	Voltaje (V)	Fases	Peso (Kg)	Ciclos (Hz)	Potencia (Hp)	Velocidad máx. (rpm)
2500	220	3	500	50	2	1700

**Tornillo de banco****Figura 91.** Tornillo de banco**Tabla 24.***Especificaciones técnicas Tornillo de banco*

Apertura máx.	Boca (mm)	Peso (Kg)
100	100	5

**Comparador de reloj****Figura 92.** Comparador de reloj

**Tabla 25.***Especificaciones técnicas del comparador de reloj*

Marca	Apreciación (in)	Capacidad (in)
Fowler	0.001	1

**Pesas y porta pesas****Figura 93.** Pesas y porta pesas de 0,5 [kg]**Flexómetro****Figura 94.** Flexómetro**Tabla 26.***Especificaciones técnicas del Flexómetro*

Marca	Apreciación (mm)	Capacidad (m)
Onsite	1	8

## Nivel



**Figura 95.** Nivel de burbuja

**Tabla 27.**

*Especificaciones técnicas del Nivel de burbuja*

Tamaño [in]	Para nivelar superficies
9	Horizontales, verticales y a 45°

## 5.2 Pruebas

Las pruebas realizadas en el Laboratorio de Mecánica de Materiales son: prueba flexo torsión, prueba de flexión y prueba de torsión para los respectivos prototipos construidos anteriormente. A cada elemento se le realiza tres pruebas para obtener mayor precisión en la toma de datos.

### 5.2.1 Prueba de flexo torsión

Para la prueba de flexo torsión se colocó un bloque de madera en el tornillo de banco, al cual se emperno las ménsulas (normal y optimizada) de manera que las restricciones y cargas sean igual que la simulación realizada. Se aplicaron cargas desde 0,5 [Kg] hasta 2,5 [Kg] en un agujero ubicado en el extremo de la ménsula como muestra la figura 96 y 98. Los datos obtenidos fueron tabulados y procesados como se muestra en las tablas 28 y 29 (ver figura 97 y 98).

### Ménsula sin optimizar



**Figura 96.** Prueba de flexo-torsión ménsula sin optimizar

**Tabla 28.**

*Datos obtenidos de ménsula sin optimizar*

<b>MENSULA SIN OPTIMIZAR</b>						
<b>Carga (kg)</b>	<b>Fuerza (N)</b>	<b>Torque (N.mm)</b>	<b>Desplazamiento (mm)</b>			<b>Prom (mm)</b>
0,50	4,91	735,75	12	13	13	12,67
1,00	9,81	1471,50	25	25	26	25,33
1,50	14,72	2207,25	38	38	38	38,00
2,00	19,62	2943,00	51	50	51	50,67
2,50	24,53	3678,75	62	61	62	61,67



**Figura 97.** Diagrama Fuerza vs Desplazamiento de la ménsula sin optimizar

### Ménsula optimizada



**Figura 98.** Prueba de flexo-torsión ménsula sin optimizar

**Tabla 29.**

*Datos obtenidos de ménsula optimizada*

MENSULA OPTIMIZADA						
Carga (kg)	Fuerza (N)	Torque (N.mm)	Desplazamiento (mm)		Prom (mm)	
0,50	4,91	735,75	1,09	1,09	1,12	1,10
1,00	9,81	1471,50	2,26	2,31	2,34	2,30
1,50	14,72	2207,25	3,48	3,56	3,63	3,56
2,00	19,62	2943,00	4,80	4,80	4,93	4,84
2,50	24,53	3678,75	6,10	6,10	6,17	6,12



**Figura 99.** Diagrama Fuerza vs Desplazamiento de ménsula optimizada

### 5.2.2 Prueba de Flexión

Para la prueba de flexión se utilizó la Máquina MTS de ensayos universales detallada anteriormente. La longitud entre apoyos es de 25 [mm] y la carga aplicada fue de 500 [N].

#### Viga sin optimizar

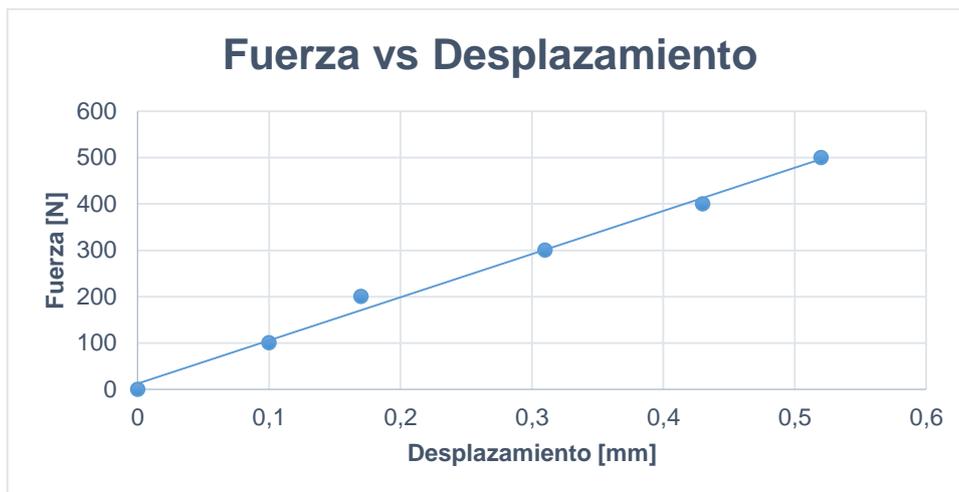


**Figura 100.** Prueba de flexión en viga sin optimizar

**Tabla 30.**

*Datos obtenidos de la viga no optimizada*

<b>VIGA SIN OPTIMIZACION FLEXION</b>				
<b>Carga (N)</b>	<b>Desplazamiento (mm)</b>			<b>Prom</b>
100	0.14	0.05	0.11	0.10
200	0.24	0.10	0.18	0.17
300	0.37	0.24	0.31	0.31
400	0.50	0.36	0.42	0.43
500	0.62	0.45	0.50	0.52



**Figura 101.** Diagrama Fuerza vs Desplazamiento en viga no optimizada

### Viga optimizada

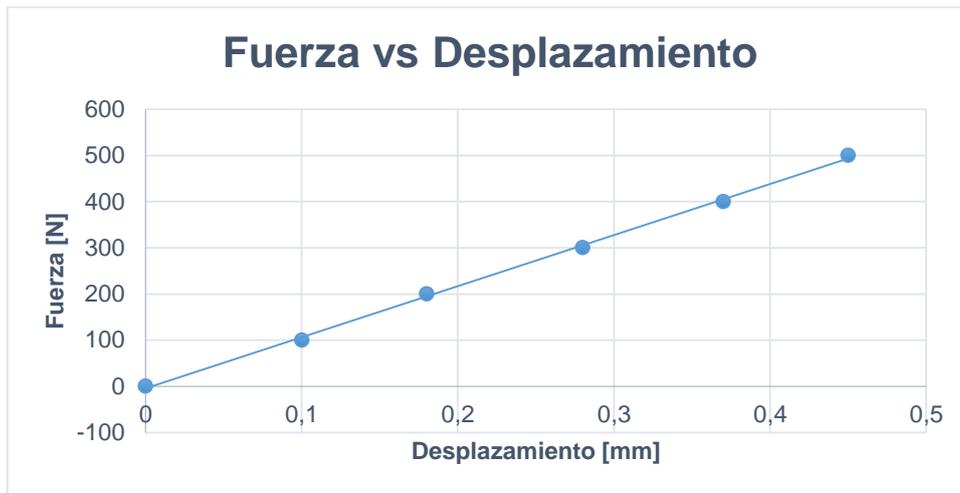


**Figura 102.** Prueba a flexión de viga optimizada

**Tabla 31.**

*Datos obtenidos de la viga a flexión optimizada*

VIGA OPTIMIZADA FLEXION				
Carga (n)	Desplazamiento (mm)			Prom
100	0.09	0.11	0.10	0.10
200	0.15	0.21	0.18	0.18
300	0.26	0.31	0.28	0.28
400	0.36	0.40	0.36	0.37
500	0.44	0.48	0.43	0.45



**Figura 103.** Diagrama Fuerza vs Desplazamiento de viga optimizada

### 5.2.3 Prueba de torsión

Para la prueba de torsión se colocó un extremo de la viga en el calibrador de torquimetro y por el otro se colocó un dado con una aguja para medir el desplazamiento. Se aplicó la carga mediante una llave inglesa. Para obtener torsión pura se colocó un apoyo para mantener nivelada la viga durante la prueba y evitar otros esfuerzos (ver figura 104).

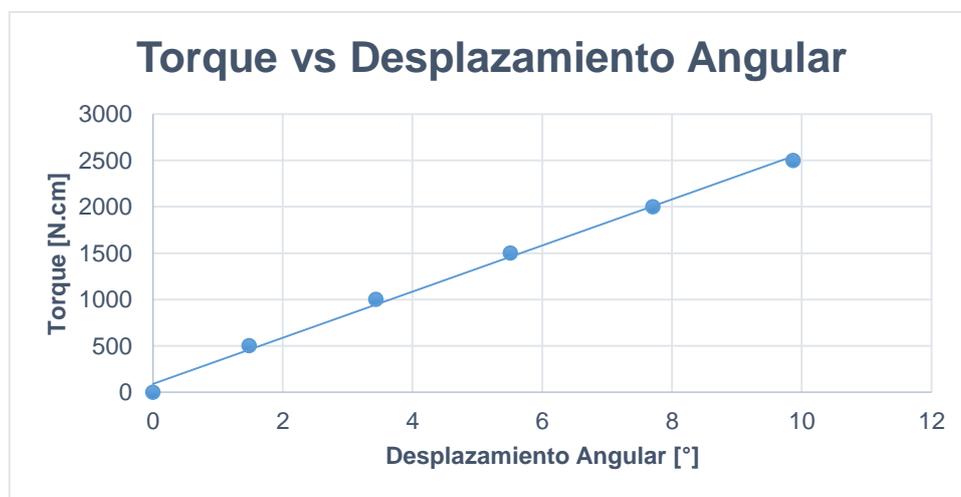
#### Viga sin optimizar



**Figura 104.** Prueba de torsión a viga no optimizada

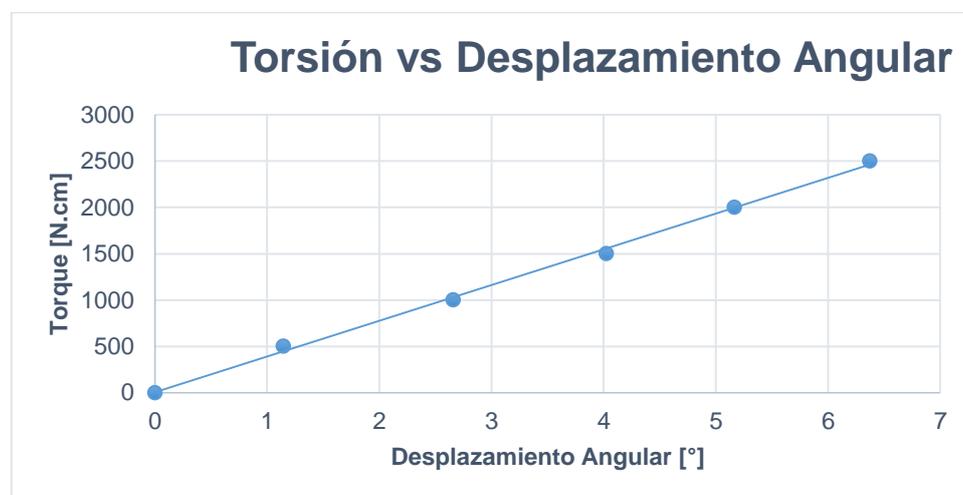
**Tabla 32.***Datos obtenidos de la viga no optimizada*

<b>VIGA SIN OPTIMIZAR A TORSIÓN</b>					
<b>Torque (N.cm)</b>	<b>Desplazamiento de la pluma (mm)</b>			<b>Promedio (mm)</b>	<b>Ángulo (°)</b>
500	5,83	6,83	7,83	6,83	1,49
1000	15,53	14,53	17,53	15,86	3,45
1500	25,53	24,53	26,53	25,53	5,54
2000	37,53	33,53	36,53	35,86	7,77
2500	47,53	44,53	46,53	46,20	9,96

**Figura 105.** Diagrama Torque vs Desplazamiento angular de viga no optimizada**Viga optimizada****Figura 106.** Prueba de torsión a viga optimizada

**Tabla 33.***Datos obtenidos de la viga optimizada*

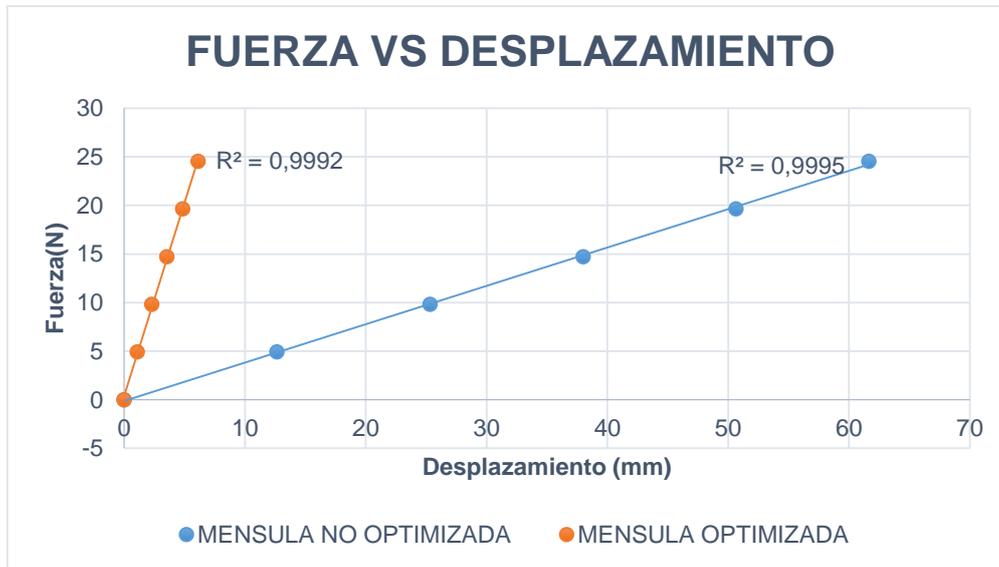
VIGA OPTIMIZADA A TORSIÓN					
Torque (N.cm)	Desplazamiento de la pluma (mm)			Promedio (mm)	Ángulo (°)
500	14	1,62	6,62	7,62	1,15
1000	22	9,62	13,62	13,62	2,67
1500	29	16,62	18,62	20,62	4,05
2000	36	23,62	23,62	24,62	5,20
2500	42	29,62	28,62	30,62	6,43

**Figura 107.** Diagrama Torque vs Desplazamiento angular de viga optimizada

### 5.3 Análisis de resultados

Se va a comparar los resultados obtenidos en las pruebas mecánicas entre elementos optimizados y sin optimizar. Los resultados de los desplazamientos máximos obtenidos en la simulación van a ser comparados con los datos obtenidos en las pruebas a la mayor carga para cada uno de los elementos.

### 5.3.1 Ménsula



**Figura 108.** Diagrama Fuerza vs Desplazamiento de ménsulas

En la gráfica Fuerza vs Desplazamiento (ver figura 108) se observa un comportamiento lineal en los dos casos. Los desplazamientos a 24,52 [N] se resumen en la tabla 34 junto con el porcentaje de optimización y el error porcentual de los datos experimentales. En la simulación el desplazamiento se reduce de 57.93 a 5.39 [mm], dando una optimización del 90.7%. En las pruebas mecánicas el desplazamiento se reduce del 61.67 a 6.12 [mm], dando una optimización del 90.07%.

El error porcentual de los datos obtenidos en las pruebas mecánicas respecto a la simulación son del 6.46% para la ménsula sin optimizar y de 13.54% para la ménsula optimizada.

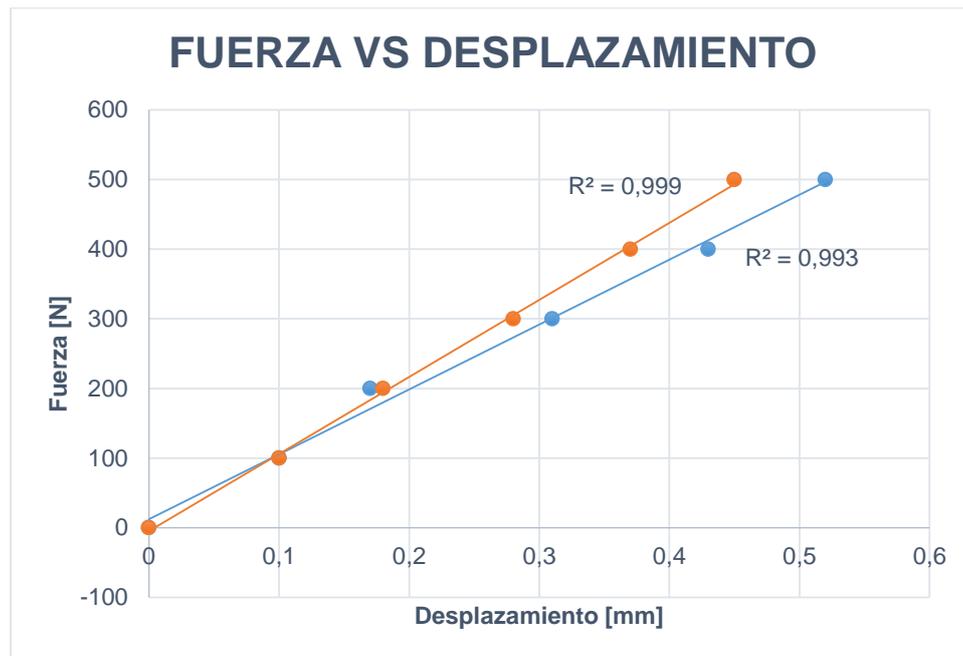
**Tabla 34.**

*Comparación de resultados con carga de 24,52 [N] entre simulación y prueba de laboratorio*

Desplazamientos a 24,52 [N]			
	Simulación	Prueba[mm]	Error
Ménsula sin optimizar	57.93 [mm]	61.67 [mm]	6.46 %
Ménsula optimizado	5.39 [mm]	6.12 [mm]	13.54 %
% reducción de desplazamiento	90.70 %	90.07%	

En cuanto a los esfuerzos principales, la simulación da como resultado  $2.66E2$  [Mpa] para la ménsula sin optimizar, y  $3.75E2$  [Mpa] para la ménsula optimizada. El esfuerzo principal se incrementa en la ménsula optimizada debido a que en algunos casos los beads generan concentradores de esfuerzos.

### 5.3.2 Viga a flexión



**Figura 109.** Diagrama Fuerza vs Desplazamiento de viga a flexión

En la gráfica Fuerza vs Desplazamiento (ver figura 108) se observa un comportamiento lineal en los dos casos pero existe un desplazamiento respecto al origen, esto se debe a que al ser deformaciones pequeñas es más probable encontrar errores en la obtención de datos. Los desplazamientos a 500 [N] se resumen en la tabla 35 junto con el porcentaje de optimización y el error porcentual de los datos experimentales. En la simulación el desplazamiento se reduce de 0.40 a 0.24 [mm], dando una optimización del 40 %. En las pruebas mecánicas el desplazamiento se reduce del 0.52 a 0.45 [mm], dando una optimización del 13.46 %.

El error porcentual de los datos obtenidos en las pruebas mecánicas respecto a la simulación son del 30 % para la viga a flexión sin optimizar y de 87.5 % para la viga a flexión optimizada.

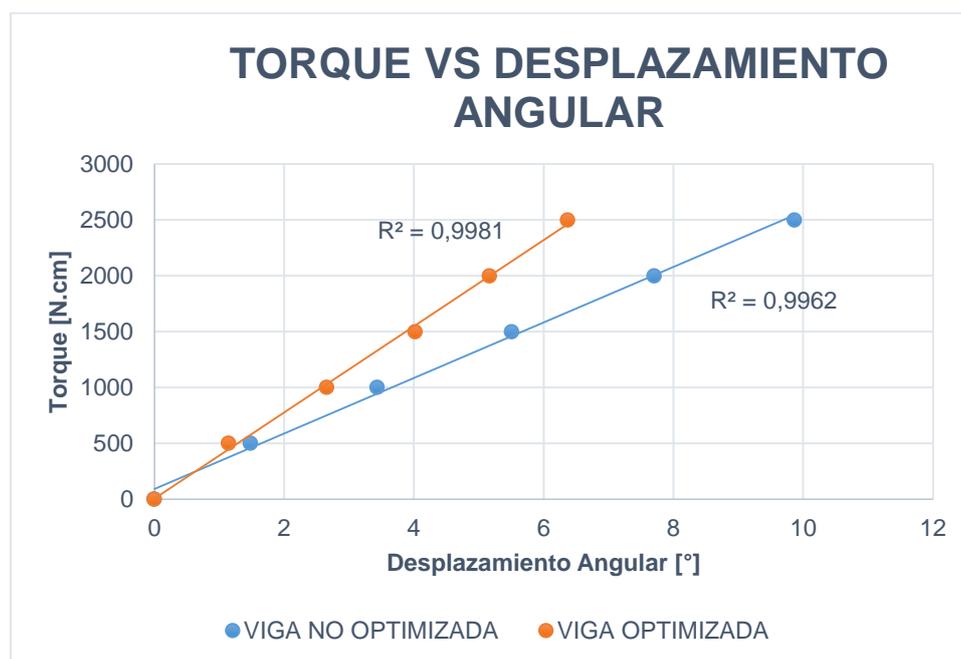
**Tabla 35.**

Comparación de resultados con carga de 500 [N] entre simulación y prueba de laboratorio

Desplazamientos a 500 [N]			
	Simulación	Prueba[mm]	Error
Ménsula sin optimizar	0.40 [mm]	0.52 [mm]	30 %
Ménsula optimizado	0.24 [mm]	0.45 [mm]	87.5 %
% reducción de desplazamiento	40 %	13.46 %	

En cuanto a los esfuerzos principales, la simulación da como resultado 8.41E1 [Mpa] para la viga a flexión sin optimizar, y 9.06E1 [Mpa] para la viga a flexión optimizada. El esfuerzo principal se incrementa en la viga a flexión optimizada debido a que en algunos casos los beads generan concentradores de esfuerzos.

### 5.3.3 Viga a torsión



**Figura 110.** Diagrama Torque vs Desplazamiento Angular de viga a torsión

En la gráfica Torque vs Desplazamiento Angular (ver figura 108) se observa un comportamiento lineal en los dos casos pero existe un desplazamiento respecto al origen, esto se debe a que al ser deformaciones pequeñas es más probable encontrar errores en la obtención de datos. Los desplazamientos angulares a 2500 [N.cm] se resumen en la tabla 36 junto con el porcentaje de optimización y el error

porcentual de los datos experimentales. En la simulación el desplazamiento angular se reduce de 8.67 a 4.63 [°], dando una optimización del 46.6 %. En las pruebas mecánicas el desplazamiento se reduce de 9.96 a 6.42 [°], dando una optimización del 13.46 %.

El error porcentual de los datos obtenidos en las pruebas mecánicas respecto a la simulación son del 12.95 % para la viga a flexión sin optimizar y de 38.8 % para la viga a torsión optimizada.

**Tabla 36.**

*Comparación de resultados con carga de 2500 [N.cm] entre simulación y prueba de laboratorio*

<b>Desplazamiento Angular a 500 [N]</b>			
	<b>Simulación</b>	<b>Prueba[mm]</b>	<b>Error</b>
Viga sin optimizar	8.67 [°]	9,96 [°]	12.95 %
Viga optimizada	4.63 [°]	6,43[°]	38.8 %
% reducción de desplazamiento	46.6%	35.44 %	

En cuanto a los esfuerzos principales, la simulación da como resultado 2.379 [Mpa] para la viga a flexión sin optimizar, y 3.504 [Mpa] para la viga a flexión optimizada. El esfuerzo principal se incrementa en la viga a flexión optimizada debido a que en algunos casos los beads generan concentradores de esfuerzos.

Estos porcentajes de error se deben a varios factores como: defectos en el material compuesto, variaciones de la geometría, concentradores de esfuerzos, variación en las dimensiones, cambios en la relación volumétrica, errores de calibración de instrumentos, errores en la toma de datos.

## **5.4 Relación volumétrica de prototipos**

En el proceso Hand Lay Up es prácticamente imposible controlar la variable relación volumétrica, debido a que es un proceso manual en donde la resina se aplica mediante brocha y rodillo.

La relación volumétrica teórica con la que se realizaron los cálculos es de  $v_f = 0,52$  y  $v_m = 0,48$ , por recomendaciones encontradas en la bibliografía consultada. Para conocer con exactitud la relación volumétrica que existe en cada elemento se emplea el siguiente método:

- Calcular el área del elemento
- Multiplicar el área por el número de capas
- Determinar el peso de fibra de carbono (Tejido Twill 3k 198 [gr/m<sup>2</sup>])
- Determinar el peso del elemento construido
- Determinar la relación volumétrica

**Tabla 37.***Fracciones volumétricas de los prototipos construidos*

<b>Elemento</b>	<b>Área [m<sup>2</sup>]</b>	<b>Peso fibra de carbono [gr]</b>	<b>Peso del elemento [gr]</b>	$v_f$	$v_m$
Ménsula sin optimizar	0,07	13,88	25	0,56	0,44
Ménsula optimizada	0,08	15,87	28	0,57	0,43
Viga flexión sin optimizar	0,145	28,68	64	0,45	0,55
Viga flexión optimizada	0,152	30,05	57	0,53	0,47
Viga torsión sin optimizar	0,091	18,06	33	0,55	0,45
Viga torsión optimizada	0,104	20,67	42	0,49	0,51

Como se puede observar en la tabla 37 los valores se encuentran aproximados a las recomendaciones de construcción.

## CAPÍTULO VI

### 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 6.1 Conclusiones

- El proceso de optimización topográfica presenta mejores resultados en estructuras tipo cascara, un claro ejemplo es el 90.7% de optimización en la ménsula.
- Para el proceso de construcción manual se logró una media de relación volumétrica de 52% de fibra de carbono. Siendo los valores máximos y mínimos 56 y 45 respectivamente.
- En elementos tipo tubo la optimización topográfica dio resultados de disminución del desplazamiento pero al ser comparado con los elementos tipo cascara notamos que el porcentaje de optimización no es alto, comparando el 90.70% de la ménsula con el 40% de la viga sometida a flexión y un 46.6% en la viga sometida a torsión.
- Al ser el proceso de construcción Hand Lay Up dependiente de la habilidad del operario es difícil obtener resultados óptimos en la construcción del elemento.
- La calidad del acabado superficial del molde es fundamental para obtener elementos en fibra de carbono libre de imperfecciones.
- En los diagramas Fuerza vs Deformación se evidencio el comportamiento lineal característico de la fibra de carbono.
- Los elevados errores porcentuales de la comparación de la simulación y las pruebas de laboratorio se deben principalmente al método de construcción ya que es netamente manual (dependencia total de la habilidad del operario) y las propiedades no son uniformes en todo el elemento ya que no presenta el mismo espesor.
- La estación de trabajo en el Laboratorio de Procesos de Manufactura sirve como base para el desarrollo de elementos en fibra de carbono para futuros proyectos que sean planteado en el laboratorio

## 8.1 Recomendaciones

- Realizar un estudio completo de fallas presentes en elementos construidos con fibra de carbono y resina epóxica mediante proceso Hand Lay Up.
- Implementar una bomba de vacío para la aplicación de resina en el proceso de construcción la cual generaría mejoras en las propiedades y acabado superficial.
- Implementar un autoclave en el Laboratorio de Procesos de Manufactura para el proceso de curado de los elementos.
- Aprovechar esta investigación para la realización de futuros trabajos en el desarrollo de elementos en fibra de carbono.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- Altair Engineering. (2011). *OptiStruct Optimization*. Michigan: Altair .
- Altair University. (2015). *Practical aspects of structural optimization*. Michigan: Altair University.
- Askeland, D. (1987). *La Ciencia e Ingeniería de los materiales*. México: Iberoamérica.
- Askeland, D. (1998). *Ciencia e ingeniería de los materiales*. International Thompson Editores.
- Bendsoe, M. P. (2003). *Topology Optimization* . Berlin: Springer-Verlag .
- Besednjak, A. (2005). *Materiales Compuestos Proceso de Fabricación de Embarcaciones*. Recuperado el 8 de Septiembre de 2017, de [https://books.google.com.ec/books?id=gMSg5rURr6sC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs\\_ge\\_summary\\_r&cad=0#v=onepage&q&f=false](https://books.google.com.ec/books?id=gMSg5rURr6sC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false)
- Callister, W. (1997). *Ciencia e ingeniería de los materiales*. México: Reverte S.A.
- Cortés , G. (2010). *Desarrollo de un programa de optimización de forma*. Recuperado el 25 de Mayo de 2017, de <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/11266/Tesis.pdf?sequence=1>
- Gil, A. (2012). *EAFIT*. Recuperado el 29 de Mayo de 2017, de <http://www.eafit.edu.co>
- Hart, H., Hart, D., & Craine, L. (1997). *Química orgánica*. México: Mc Graw Hill.
- Hernández, H., Collombeta, F., & Douchi, B. (2014). *Desarrollo de un modelo de elementos finitos para análisis del comportamiento mecánico de tubos de material compuesto*. Recuperado el 15 de Noviembre de 2017, de [https://www.researchgate.net/publication/258509457\\_Desarrollo\\_de\\_un\\_modelo\\_de\\_elementos\\_finitos\\_para\\_analisis\\_del\\_comportamiento\\_mecanico\\_de\\_tubos\\_de\\_material\\_compuesto](https://www.researchgate.net/publication/258509457_Desarrollo_de_un_modelo_de_elementos_finitos_para_analisis_del_comportamiento_mecanico_de_tubos_de_material_compuesto)
- Idaero. (2014). *www.idaero.es*. Obtenido de <http://www.idaero.es/solidthinking-inspire-evolve-optimizacion-topologica-diseno-organico-nurb/>.
- Lozano, D., Velázquez, F., & Zepeda , A. (2010). *Optimización estructural de forma*. Recuperado el 25 de Mayo de 2017, de <http://www.cimec.org.ar/ojs/index.php/mc/article/viewFile/3079/3008>
- McCloskey, C., & Furnival , T. (s.f.). *back Derivation of the rule of mixtures and inverse rule of mixtures*. Recuperado el Julio de 10 de 2017, de [https://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/bones/derivation\\_mixture\\_rules.php](https://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/bones/derivation_mixture_rules.php)

- Medina, M. (Diciembre de 2004). <http://repositorio.espe.edu.ec/>. Obtenido de <http://repositorio.espe.edu.ec/handle/21000/2557>
- Olmedo, J. F. (21 de 04 de 2008). <http://bibdigital.epn.edu.ec>. Obtenido de diseño de estructuras tipo cáscaras basadas en materiales compuestos laminares, utilizando el método de elementos finitos: <http://bibdigital.epn.edu.ec/bitstream/15000/8660/3/CD-1510.pdf>
- Pérez, C. (1997). [biblioteca.ucm.es](http://biblioteca.ucm.es). Obtenido de propuesta de un soporte basado en fibra de carbono y resinas termoestables: <http://biblioteca.ucm.es/tesis/19972000/H/1/H1011801.pdf>
- Quitum. (2015). *Quitum*. Obtenido de <http://www.quitum.com.mx>
- Sánchez, S. (Abril de 2012). Obtenido de <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/15409/tesisUPV3793.pdf?sequence=6>
- Schaffer, J., Saxena, A., Antolovich, S., Sanders, T., & Warner, S. (2000). *Ciencia y diseño de ingeniería de los materiales*. México: Continental.
- Smith, W. F., & Javad, H. (2006). *Fundamentos de la ciencia e ingeniería de materiales*. México: Mc Graw Hill.
- Toyota-TI. (2016). *Multi-step Shape Optimization of L-shaped bracket design problem*. Recuperado el 25 de Mayo de 2017, de <http://www.toyota-ti.ac.jp/english/research/labolatories/item/mech05-005.gif>
- Tsai, S., & Miravete, A. (1988). *Diseño y análisis de materiales compuestos*. España: Reverté S.A.
- Universidad de Oviedo. (2005). *Deformación elástica de los compuestos de fibra larga y de los*. Recuperado el 3 de Junio de 2017, de <http://www6.uniovi.es/usr/fblanco/AP.T12.1-MPyC.Tema12.DeformacionElasticaCompuestosFibraLarga.Laminados.pdf>
- Urizar, R. (2012). *Materiales de alto rendimiento para el sector más exigente*. Recuperado el 12 de Mayo de 2017, de <http://www.interempresas.net/MetalMecanica/Articulos/101083-Materiales-de-alto-rendimiento-para-el-sector-mas-exigente.html>