



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES**

**CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES**

**TRABAJO DE TITULACIÓN, PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO
DE INGENIERO EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES**

**TEMA: ECUALIZACIÓN DE CANAL MEDIANTE FILTROS
ADAPTATIVOS PARA SISTEMAS MIMO MASIVO.**

AUTOR: DIAZ PUNINA, ARIEL MANUEL

DIRECTOR: ING. BERNAL OÑATE, CARLOS PAÚL, MSc.

SANGOLQUÍ

2019




**DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES**

CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES

CERTIFICACIÓN

Certifico que el trabajo de titulación, “*ECUALIZACIÓN DE CANAL MEDIANTE FILTROS ADAPTATIVOS PARA SISTEMAS MIMO MASIVO*” fue realizado por el señor *ARIEL MANUEL DIAZ PUNINA* el mismo que ha sido revisado en su totalidad, analizado por la herramienta de verificación de similitud de contenido; por lo tanto cumple con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de Fuerzas Armadas ESPE, razón por la cual me permito acreditar y autorizar para que lo sustente públicamente.

Sangolquí, 24 de septiembre del 2019


ING. CARLOS PAUL BERNAL OÑATE
C.C. 1709775637



**DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES**

CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES

AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD

Yo, **ARIEL MANUEL DIAZ PUNINA**, con cédula de identidad N° 0503567802, declaro que este trabajo de titulación "**ECUALIZACIÓN DE CANAL MEDIANTE FILTROS ADAPTATIVOS PARA SISTEMAS MIMO MASIVO**" es de mi autoría y responsabilidad, cumpliendo con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de Fuerzas Armadas ESPE, respetando los derechos intelectuales de terceros y referenciando las citas bibliográficas.

Consecuentemente el contenido de la investigación mencionada es veraz

Sangolquí, 24 de septiembre del 2019

ARIEL MANUEL DIAZ PUNINA

C.C. 0503567802



**DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES**

CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES

AUTORIZACIÓN

Yo, *ARIEL MANUEL DIAZ PUNINA*, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar el trabajo de titulación “*ECUALIZACIÓN DE CANAL MEDIANTE FILTROS ADAPTATIVOS PARA SISTEMAS MIMO MASIVO*” en el Repositorio Institucional, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi responsabilidad.

Sangolquí, 24 de septiembre del 2019

ARIEL MANUEL DIAZ PUNINA

C.C. 0503567802

DEDICATORIA

“Nada es imposible, la propia palabra lo dice: ‘puedo hacerlo’.”

Audrey Hepburn

Mi trabajo de titulación se lo quiero dedicar a las personas más importante en mi vida, a mi madre Luzmila, quien fue la guía en todos mis años de estudio, con una palabra, un gesto o con lo máspreciado que pudo hacer por mí que fue darme su compañía y apoyo. A mi padre Manuel, que siempre fue el claro ejemplo de perseverancia y superación, que saco a toda nuestra familia adelante y que me enseñe el valor de las cosas y de como con valentía se podía empezar de cero y salir adelante, el motor principal de la familia.

A mis hermanos Karen y Jefferson, que con risas han alegrado los días malos, y han hecho que olvide todo lo malo que me ha sucedido durante este proceso.

Para ustedes con mucho cariño.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a mi madre Luzmila por ser la persona que me ha corregido en los momentos necesarios, a mi padre Manuel que me enseñó el valor de las cosas y como es difícil conseguirlas, a mi hermana Karen y a mi hermano Jefferson por estar siempre acompañándome, dándome ánimos y deseándome lo mejor en este proceso que fue la universidad y el desarrollo de mi tesis, y sobre todo agradezco todos sus consejos los cuales siempre llevare con gran estima y que me han servido para formarme como persona y ser humano.

A mis amigos y amigas que estuvieron en los momentos difíciles de la universidad, con los que se lograron cosas grandes y cosas mucho más pequeñas pero que siempre llevare en mi corazón, gracias por su amistad, no olvidaré a ninguno de ustedes nunca por que forman parte de mi vida.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

CERTIFICACIÓN	i
AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD	ii
AUTORIZACIÓN	iii
DEDICATORIA	iv
AGRADECIMIENTO	v
ÍNDICE DE CONTENIDOS	vi
ÍNDICE DE TABLAS	xi
ÍNDICE DE FIGURAS	xiii
RESUMEN.....	xvi
ABSTRACT.....	xvii
CAPITULO I.....	1
1. DESCRIPCIÓN.....	1
1.1. Introducción	1
1.2. Justificación e Importancia	3
1.3. Objetivos.....	5
1.3.1. General.....	5
1.3.2. Específicos	5
CAPITULO II.....	6

2. MARCO TEÓRICO.....	6
2.1. Canal y tipos de canal.....	6
2.1.1. Canal Ideal.....	6
2.1.2. Canal No ideal.....	7
2.1.3. Canal Variante en el Tiempo.....	8
2.2. Ecuación de Canal.....	9
2.2.1. Ecuaciónes Lineales.....	10
2.2.1.1. Forzador de ceros (ZF).....	12
2.2.1.2. Ecuación de mínimo error cuadrático medio (MMSE).....	13
2.2.1.3. Ecuación adaptativo.....	15
2.3. Filtrado Adaptativo.....	15
2.3.1. Filtro.....	15
2.3.2. Filtro Adaptativo.....	16
2.3.2.1. Algoritmos Adaptativos.....	18
2.3.2.1.1. Definición del algoritmo de minimización.....	18
2.3.2.1.2. Definición de la forma de la función objetivo.....	19
2.3.2.1.3. Definición de la señal de error.....	19
2.3.2.2. Aplicaciones.....	20
2.3.2.2.1. Identificación de Sistemas.....	20

2.3.2.2.2.	Ecualización de Canal	20
2.3.2.2.3.	Realce de Señales	21
2.3.2.2.4.	Predicción de Señal	22
2.3.3.	La Matriz de Correlación.....	22
2.3.4.	Filtro de Wiener	23
2.3.5.	Algoritmo LMS	25
2.3.6.	Algoritmo NMLS	27
2.3.7.	Algoritmo <i>Affine Projection</i>	28
2.3.8.	Algoritmo RLS.....	30
2.4.	MIMO	31
2.4.1.	Modelo de canal MIMO	32
2.4.2.	Técnicas de MIMO.....	33
2.4.2.1.	Diversidad de Antenas	33
2.4.2.1.1.	Diversidad de Recepción	33
2.4.2.1.2.	Diversidad de Transmisión	35
2.4.2.2.	Multiplexación Espacial.....	36
2.4.2.3.	<i>Beamforming</i>	37
2.4.3.	Funcionamiento de MIMO	37
CAPITULO III	39

3. MATERIALES Y MÉTODOS.....	39
3.1. Proceso de Transmisión.....	39
3.1.1. LTE y LTE-Advanced.....	39
3.1.1.1. Proceso <i>Downlink</i>	40
3.1.1.2. Proceso <i>Uplink</i>	40
3.1.1.3. OFDM.....	41
3.1.1.4. MIMO.....	42
3.1.1.4.1. Estructura de cuadrícula de recursos (<i>Resource Grid</i>) MIMO.....	45
3.1.1.4.2. Canales MIMO.....	51
3.1.1.5. Codificación de Canal.....	52
3.2. Proceso de Ecuación de Canal.....	53
3.3. Proceso de Recepción.....	58
CAPITULO IV	59
4. ANÁLISIS DE RESULTADOS	59
4.1. Sistema Sin Ecuación.....	59
4.2. Ecuación.....	61
4.3. Sistema Ecuado.....	67
CAPITULO V.....	81
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	81

5.1. Conclusiones 81

5.2. Recomendaciones 82

BLIBLIOGRAFÍA 83

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 <i>Tasas de Datos Pico de Varios Estándares Inalámbricos</i>	39
Tabla 2 <i>Ancho de banda de canal especificado en LTE</i>	52
Tabla 3 <i>Algoritmo LMS</i>	54
Tabla 4 <i>Algoritmo LMS Normalizado</i>	54
Tabla 5 <i>Algoritmo RLS</i>	54
Tabla 6 <i>Algoritmo Affine Projection</i>	54
Tabla 7 <i>Parámetros Algoritmos Adaptativos</i>	57
Tabla 8 <i>Pruebas Sistema Sin Ecuación</i>	61
Tabla 9 <i>Parámetros utilizados en los algoritmos adaptativos</i>	61
Tabla 10 <i>Valores MSE: Algoritmo LMS</i>	64
Tabla 11 <i>Valores MSE: Algoritmo NLMS</i>	65
Tabla 12 <i>Valores MSE: Algoritmo RLS</i>	65
Tabla 13 <i>Valores MSE: Algoritmo Affine Projection</i>	66
Tabla 14 <i>BER Sistema 8x8 (LMS)</i>	73
Tabla 15 <i>BER Sistema 8x8 (NLMS)</i>	74
Tabla 16 <i>BER Sistema 8x8 (RLS)</i>	74
Tabla 17 <i>BER Sistema 8x8 (AP)</i>	75
Tabla 18 <i>BER Sistema 16x16 (LMS)</i>	76
Tabla 19 <i>BER Sistema 16x16 (NLMS)</i>	76
Tabla 20 <i>BER Sistema 16x16 (RLS)</i>	77
Tabla 21 <i>BER Sistema 16x16 (AP)</i>	77

Tabla 22 <i>BER Sistema 32x32 (LMS)</i>	78
Tabla 23 <i>BER Sistema 32x32 (NLMS)</i>	78
Tabla 24 <i>BER Sistema 32x32 (RLS)</i>	79
Tabla 25 <i>BER Sistema 32x32 (AP)</i>	79

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1.</i> Canal Ideal	7
<i>Figura 2.</i> Canal No Ideal.....	7
<i>Figura 3.</i> Esquema Básico de comunicación Móvil.....	8
<i>Figura 4.</i> Localización Subsistema Ecuilizador	10
<i>Figura 5.</i> Ecuilizador Lineal.....	11
<i>Figura 6.</i> Configuración Filtro Adaptativo	16
<i>Figura 7.</i> Identificación de Sistemas	20
<i>Figura 8.</i> Ecuilización de Canal.....	21
<i>Figura 9.</i> Mejora de Señal.....	21
<i>Figura 10.</i> Predicción de Señal	22
<i>Figura 11.</i> Filtro de Wiener.....	24
<i>Figura 12.</i> Sistema MIMO	32
<i>Figura 13.</i> Receptor con diversidad por selección	33
<i>Figura 14.</i> Receptor con diversidad por conmutación.....	34
<i>Figura 15.</i> Receptor con Diversidad por combinación.....	35
<i>Figura 16.</i> Sistema de transmisión con STC.....	35
<i>Figura 17.</i> Multiplexación y Demultiplexación Espacial	36
<i>Figura 18.</i> Sistema MIMO	38
<i>Figura 19.</i> Modelo de transmisor LTE Downlink	41
<i>Figura 20.</i> Modelo de transmisor LTE Uplink.....	41
<i>Figura 21.</i> Subportadoras de OFDM	42

Figura 22. Sistema MIMO 8x8, emisor, transmisor y canal.....	43
Figura 23. STBC: Código Alamouti.....	44
Figura 24. SFBC.....	44
Figura 25. SFBC combinado con FSTD.....	44
Figura 26. Primera configuración utilizando FSTD.....	45
Figura 27. Segunda configuración utilizando FSTD.....	45
Figura 28. Estructura LTE(MIMO-OFDM) Fuente: (Zarrinkoub, 2014)	46
Figura 29. Resource Grid, Resource Block y Resource Element.	47
Figura 30. Resource Block: CSR Primera Antena	48
Figura 31. Resource Block: CSR Segunda Antena	48
Figura 32. Resource Block: CSR Tercera Antena	48
Figura 33. Resource Block: CSR Cuarta Antena	49
Figura 34. Resource Block: CSR Quinta Antena.....	49
Figura 35. Resource Block: CSR Sexta Antena.....	49
Figura 36. Resource Block: CSR Séptima Antena.....	50
Figura 37. Resource Block: CSR Octava Antena	50
Figura 38. Resource Block (Subframe 0)	51
Figura 39. Resource Block (Subframe 1,2,3,4,6,7,8,9).....	51
Figura 40. Resource Block (Subframe 5)	51
Figura 41. Proceso de Transmisión	53
Figura 42. Comparación MSE varios algoritmos.....	56
Figura 43. Comparación MSE varios algoritmos	57
Figura 44. Proceso de Ecuación y Recepción	58

Figura 45. BER vs SNR (Sistema 8x8 Sin Ecuación)	60
Figura 46. BER vs SNR (Sistema 8x8,16x16,32x32 Sin Ecuación)	60
Figura 47. Curva de aprendizaje MSE (LMS), N=2, SNR=0	62
Figura 48. Curva de aprendizaje MSE(NLMS),N=2,SNR=0	63
Figura 49. Curva de aprendizaje MSE(RLS),N=2,SNR=0	63
Figura 50. Curva de aprendizaje MSE(AP),N=2,SNR=0	64
Figura 51. Sistema 8x8 Ecuación (LMS)	67
Figura 52. Sistema 16x16 Ecuación (LMS)	68
Figura 53. Sistema 32x32 Ecuación (LMS)	68
Figura 54. Sistema 8x8 Ecuación (NLMS)	69
Figura 55. Sistema 16x16 Ecuación (NLMS)	69
Figura 56. Sistema 32x32 Ecuación (NLMS)	70
Figura 57. Sistema 8x8 Ecuación (RLS)	70
Figura 58. Sistema 16x16 Ecuación (RLS)	71
Figura 59. Sistema 32x32 Ecuación (RLS)	71
Figura 60. Sistema 8x8 Ecuación (AP)	72
Figura 61. Sistema 16x16 Ecuación (AP)	72
Figura 62. Sistema 32x32 Ecuación (AP)	73
Figura 63. MSE vs N: Algoritmo Affine Projection	80

RESUMEN

Las altas velocidades que se requieren en los sistemas de comunicaciones para brindar los servicios como video de alta definición junto con altas tasas de transferencia de información dieron nacimiento a nuevas tecnologías que solventen esta necesidad, sin embargo, la existencia de efectos y fenómenos como el ruido, distorsión, y todo tipo de interferencias inherentes a una comunicación inalámbrica. Hace necesario la implementación de técnicas que permitan mitigar dichos efectos una de estas es la ecualización de canal, la cual logra mitigar estos efectos y aumentar el rendimiento del sistema de comunicaciones en su conjunto. De lo antes expuesto el presente proyecto de investigación se propuso una ecualización de canal adaptativa, mediante algoritmos adaptativos tales como LMS, NLMS, APA y RLS. Para el diseño del sistema de comunicación se utilizó un sistema MIMO Masivo 8x8, 16x16 y 32x32, que cumpla con los estándares LTE y LTE-Advanced, emitido por los entes de estandarización por lo cual se implementó OFDM, para otorgar al sistema una eficiencia espectral alta, pero logrando la menor pérdida de información. Finalmente, se presentan los resultados obtenidos mediante gráficas del BER; mostrando el rendimiento del sistema sin ecualizar, y después que se realizó la ecualización de canal con los algoritmos LMS, NLMS, APA y RLS, variando sus parámetros hasta obtener los mejores resultados que son presentados dentro de este documento.

PALABRAS CLAVE:

- **FILTRO ADAPTATIVO**
- **MIMO MASIVO**
- **OFDM**

ABSTRACT

The high speeds that are required in communications systems to provide services such as high definition video along with high rates of information transfer gave birth to new technologies that solve this need, however, the existence of effects and phenomena such as noise, distortion, and all kinds of interference inherent in wireless communication. It makes necessary the implementation of techniques that allow mitigating these effects. One of these is channel equalization, which manages to mitigate these effects and increase the performance of the communications system as a whole. From the above, this research project proposed an adaptive channel equalization, using adaptive algorithms such as LMS, NLMS, APA and RLS. For the design of the communication system, a Massive MIMO system 8x8, 16x16 and 32x32 was used, which complies with the LTE and LTE-Advanced standards, issued by the standardization bodies whereby OFDM was implemented, to give the system a spectral efficiency high, but achieving the least loss of information. Finally, the results obtained by BER graphs are presented; showing the performance of the system without equalizing, and after the channel equalization was performed with the LMS, NLMS, APA and RLS algorithms, varying its parameters until obtaining the best results that are presented within this document.

KEY WORDS:

- **ADAPTATIVE FILTER**
- **MASSIVE MIMO**
- **OFDM**

CAPITULO I

1. DESCRIPCIÓN

1.1. Introducción

La búsqueda de velocidades altas de transmisión a llevado a los sistemas de comunicación inalámbricos a intentar satisfacer dichas tasas de transmisión que ocuparan servicios en tiempo real. Todas estas velocidades van de la mano con la evolución de los dispositivos como tablets, smartphones y gadgets, o cualquier dispositivo que requiera tener una conexión para poder usar estos servicios aun estando en movimiento sin perder velocidad de transmisión.

Las redes fijas (Wifi 802.11 n/ac) o móviles como HSPA+, LTE (*Long Term Evolution*) y LTE-Advanced son capaces de proveer velocidades de transmisión sostenibles para los usuarios, y están preparadas para soportar un crecimiento exponencial en el tráfico de datos, que es un efecto directo del uso de datos en servicios que requieren una alta demanda de velocidad tales como voz y streaming. La tecnología que permite estas velocidades es denominada MIMO (*Multiple-Input Multiple-Output*). (Agredo, Jojoa, & Almenar, 2015)

MIMO es una tecnología que utiliza múltiples antenas que aprovechan una de las dificultades presentes en tecnologías anteriores (*Smart Antenna*) como es la propagación multicamino, teniendo una gran eficiencia espectral y a su vez aumentar la tasa de transmisión y disminuir la tasa de error al enviar grandes cantidades de datos. Tecnologías como LTE-A o el IEEE 802.11 n utilizan MIMO con un número pequeño de antenas consiguiendo una eficiencia espectral de 15 bps/Hz aproximadamente. MIMO presenta diferentes tipos, pero la presente tesis abordará el MIMO masivo, que tiene los mismos conceptos que el MIMO básico, la diferencia radica en la utilización

de un mayor número de antenas en el emisor y en el receptor logrando superar varios inconvenientes como son el desvanecimiento, cobertura y número de usuarios.

En un sistema de MIMO masivo tanto el transmisor como el receptor estarán equipados con n número de antenas, que estarán en el orden de los cientos o más, esto dará lugar a la nula presencia de los efectos de ruido o la interferencia multiusuario, pero incluso con un número infinito de antenas en la estación base, quedan algunas ICI(Interferencia entre Chips) e ISI(Interferencia entre Símbolos) residuales debido a la correlación entre los ‘taps’ del combinador y las respuestas de impulso de canal entre los terminales móviles(UE) y las antenas de la estación base(eNodeB), esto hablando de redes móviles(4G & 5G), que son las que mayormente están usando este tipo de tecnología. (Cuevas, 2017)

Los efectos de las distorsiones del canal, es decir, la interferencia entre símbolos y la interferencia entre portadoras, no desaparecen a medida que aumenta el tamaño de la matriz de la estación base (eNodeB). Como resultado, la relación señal-interferencia-más-ruido (SINR) no puede crecer sin límites al aumentar el número de antenas de la estación base, y está limitada por un cierto valor determinista. Para poder solventar este problema es necesario realizar una ecualización de canal, encontrando un método que pueda eliminar esta correlación. Dichos métodos van desde una ecualización de canal con estructuras sin restricción como son filtrado inverso o filtro de Wiener o realizar una ecualización adaptativa utilizando diseños que se adapten a las circunstancias, es decir con referencia temporal (LMS (*Least Mean Squared*), RLS (*Recursive Least Squared*) entre otros) o dirigidos por decisión. En este trabajo se utilizarán filtros adaptativos ya que buscarán adaptar sus parámetros dependiendo del fenómeno propuesto.

Los filtros adaptativos son capaces de eliminar elementos no deseados que aparecen durante la operación del sistema, en su mayoría denominada distorsiones de la señal de entrada, pudiendo adaptarse a varios parámetros que sean necesarios para el sistema. Estos a su vez son capaces de recuperarse ante alteraciones producidas por el efecto de canal, presentes en Sistemas de comunicaciones móviles. (Imbaquingo Sarmiento, 2017)

Este tipo de sistemas que presentan inestabilidad y variabilidad en el tiempo hacen necesario la implementación de filtros adaptativos en el canal de transmisión, tal es el caso de MIMO-OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) que utiliza ecualizadores basados en LMS y RLS.

Por lo que la ecualización de canal basada en filtros adaptativos es necesaria si se quiere eliminar componentes que aparecen durante la transmisión en el Canal, pudiendo estimar mediante estos el desempeño de un Sistema MIMO masivo que utilice arreglo de antenas en el orden de los cientos o más. A su vez dicho desempeño podrá ser analizado mediante la obtención del BER, error cuadrático medio, SNR (*Signal-to-Noise Ratio*) y otros elementos que se verán afectados por el número de antenas utilizados o simplemente por el tipo de ecualizador a utilizarse en el presente trabajo.

1.2. Justificación e Importancia

Los sistemas móviles actuales (4.5G & 5G) presentan una velocidad de transmisión de datos muy alta, gracias a la optimización del uso del espectro o a su vez por la mejora de los elementos de transmisión y recepción. Esto debido al crecimiento del uso de datos para servicios que requieren

velocidades muy altas, como son voz y video, y que a su vez el usuario requiere de movilidad a la hora de la utilización de estos servicios.

El sistema utilizado por estos sistemas móviles se denomina *Smart Antenna* que consiste en utilizar varias antenas ubicadas espacialmente (diversidad espacial, diversidad de antena) y/o algoritmos de tratamiento digital de señales. Pero este sistema ignora uno de sus problemas e inclusive utiliza técnicas para tratarlo y combatirlo, dicho problema es la propagación multicamino. (Aminjavaheeri & Farhang-Boroujeny, 2018)

Este tipo de sistemas lo que hace es ignorar la propagación multicamino, desperdiciando demasiada energía. Debido a esto y a investigaciones en años anteriores se desarrolla MIMO que aprovecha este tipo de propagación para aumentar las velocidades de transmisión, *throughput* y la disminución del desvanecimiento. (Agredo, Jojoa, & Almenar, 2015)

El aprovechamiento de esta tecnología se consigue con una matriz de antenas en el orden de los cientos, consiguiendo un sistema MIMO masivo que otorgará grandes beneficios en sistemas móviles, dando paso a un nuevo estándar como es 5G, que actualmente se encuentra en desarrollo, pero que es necesario su estudio pues a futuro estará implementada en todo tipo de comunicación inalámbrica.

Finalmente, con el estudio de esta nueva tecnología, inclusive mejorándola con el uso de técnicas de ecualización de canal mediante filtros adaptativos será posible obtener un desempeño del sistema óptimo, así como poder mejorar su transmisión y utilización de sus recursos.

1.3. Objetivos

1.3.1. General

Analizar el desempeño de un sistema MIMO Masivo aplicando una ecualización adaptativa del canal.

1.3.2. Específicos

- Identificar el tipo de filtro adaptativo para el cual Sistema MIMO Masivo obtiene el mayor desempeño.
- Analizar la velocidad de transmisión de un Sistema MIMO Masivo variando el arreglo de antenas (8 en adelante).
- Medir el Error Cuadrático Medio, BER (*Bit Error Rate*) y SNR de un sistema MIMO Masivo cuando se emplea ecualización de canal adaptativa.

CAPITULO II

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Canal y tipos de canal

El canal de comunicaciones es el medio por el cual la información es transmitida, propagándola desde el origen hacia el destino, en un rango de frecuencias que está definido por el tipo de medio utilizado, tales como: Cable trenzado, Coaxial, Fibra Óptica y el más usado para las redes actuales de telecomunicaciones “El espacio libre”. (Restrepo, 2007)

“El espacio libre” está expuesto a ruido, distorsión, atenuación, ISI, ICI, interferencias eléctricas e interferencias electromagnéticas, interferencia de canal adyacente y co -canal, teniendo así un Canal No Ideal.

2.1.1. Canal Ideal

Se denominará ideal al canal en el cual la señal transmitida es igual a la señal recibida, es decir, no varía en su forma de onda, no hay presencia de distorsión, no existe retardo, atenuación, ruido o interferencia. Se modelará con las expresiones (2.1) y (2.2), donde α será la atenuación propia del canal, t_0 el tiempo en que se tarda en propagar la señal y $\mathbf{n}(t)$ el ruido aditivo como se muestra en la Figura 1.

$$\text{Señal Transmitida: } \mathbf{s}(t) \quad (2.1)$$

$$\text{Señal Recibida: } \mathbf{y}(t) = \alpha \cdot \mathbf{s}(t - t_0) + \mathbf{n}(t) \quad (2.2)$$

Los canales ideales en la práctica son muy puntuales, tales como líneas de transmisión con distancias cortas y velocidades de transmisión moderadas que no sobrepasan los Mbps (Megabits

por segundo) y que no comprenden alguna dificultad para el canal. Otro ejemplo son las comunicaciones inalámbricas donde estén presentes antenas direccionales.

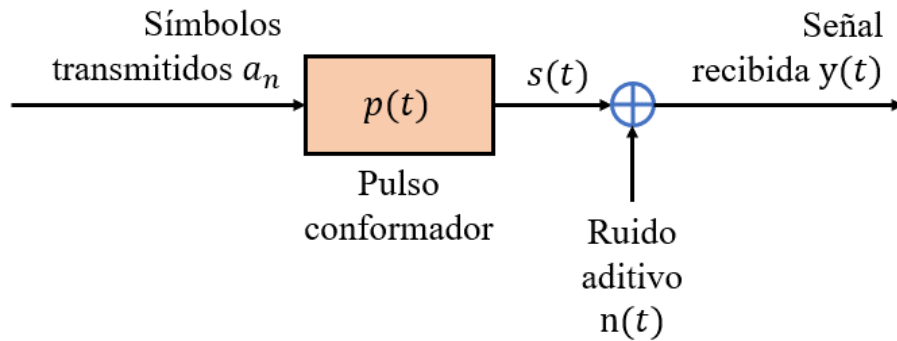


Figura 1. Canal Ideal

2.1.2. Canal No ideal

El canal de comunicaciones no es ideal, debido a la aparición de aspectos inherentes de toda transmisión, sea esta digital o analógica. Tal es el caso de la atenuación provocada por la propagación de la información y que se puede solventar mediante la modificación de la potencia en la señal transmitida, lo cual deja varios factores propios como son ruido, distorsión, ISI, etc. Que necesitarán otro tipo de tratamiento. La Figura 2 muestra el diagrama de un Canal No Ideal. (Cabrera Bean, Rey Micolau, & Tarrés Ruiz, 2013)

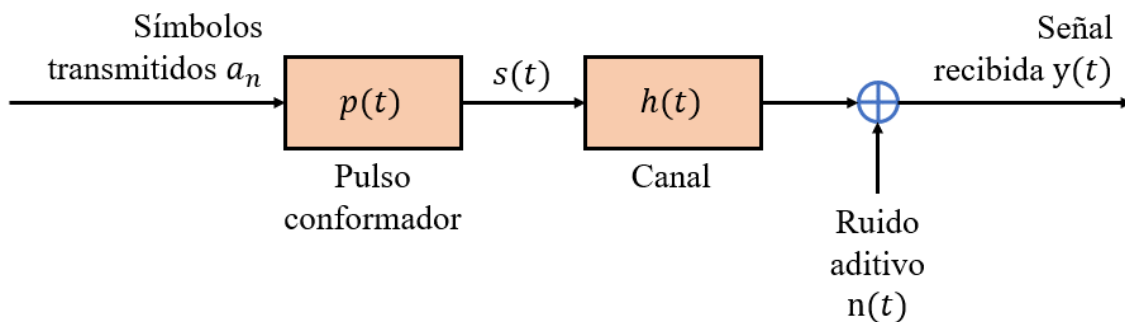


Figura 2. Canal No Ideal

2.1.3. Canal Variante en el Tiempo

En la comunicación donde el medio de transmisión puede ser par trenzado, coaxial o fibra óptica, todo permanece estático a lo largo del tiempo que dura el envío y recepción de la información, lo que se conoce como canal fijo, puesto que este no varía en ningún momento. Caso contrario cuando se presenten escenarios donde el canal varia a lo largo del tiempo tendremos un canal variante en el tiempo.

La comunicación móvil e inalámbrica es donde tendremos presente en su mayoría este tipo de canales, esto debido a que las ondas electromagnéticas viajan desde el transmisor hacia el receptor a través del aire, siendo este el medio de propagación o canal como se ve en la Figura 3. Las características de la información recibida variarán a lo largo del tiempo dado este tiempo de comunicación y en la cual tendremos tres escenarios bien definidos. Primer escenario: El transmisor se mantiene fijo y el receptor se mueve; Segundo escenario: El transmisor se mueve y el receptor se mantiene fijo; Tercer escenario: El transmisor y receptor se mueven; en cualquiera de los casos la señal electromagnética se verá reflejada en los objetos que estén a su paso durante la transmisión, haciendo que la respuesta impulsional del canal varié según como la señal se vea reflejada. (Ruiz Lantero, 2010) (Cabrera Bean, Rey Micolau, & Tarrés Ruiz, 2013)

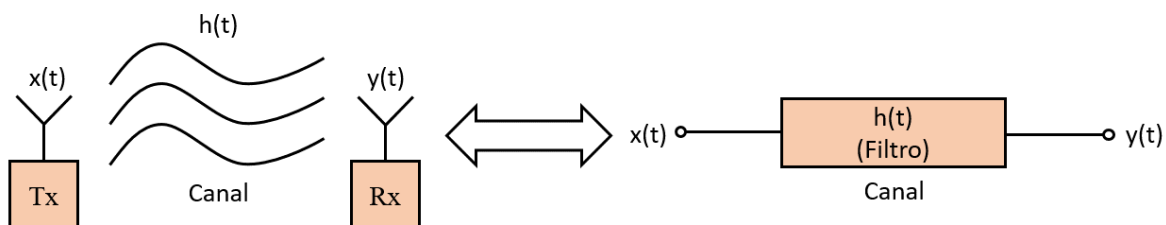


Figura 3. Esquema Básico de comunicación Móvil

La respuesta impulsional del canal o CIR(*Channel Impulse Response*) está definida por la función $h(t, \tau)$ donde t representa el cambio que sufre el canal por el movimiento ya sea del transmisor, receptor o los *scatters*, la variable τ representa la dispersión temporal de la señal transmitida debido al efecto multicamino. Dado esto la salida del canal $y(t)$ con referencia a la entrada del canal, tendremos:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau)x(t - \tau)d\tau + n(t) \quad (2.3)$$

Donde $n(t)$ es el término del ruido aditivo.

2.2. Ecuación de Canal

El canal de comunicaciones real es variante en el tiempo a lo largo de la transmisión, con lo que se pueden presentar fenómenos que escapan del control de este como son: el desvanecimiento, propagación multicamino, desajuste en la configuración (software o hardware) en el transmisor o receptor, conmutación de circuitos, ISI, etc. Todos estos fenómenos provocarán que la respuesta del canal sea diferente a la esperada, cambiando la configuración de los elementos presentes en el sistema.

Varias consecuencias se darán a partir de la aparición de estos fenómenos, el diseño del sistema ya no será el mejor por el contrario se buscará otro que compense todas las anomalías, la relación señal ruido se verá afectada y en la mayoría de casos sufrirá un descenso debido al aumento de la potencia del ruido, la probabilidad de error aumentará esto debido a la aparición o aumento de la ISI. Para combatir esto es necesario introducir elementos que compensen o disminuyan estos

fenómenos como lo son el detector MLSD (Detector de Secuencia de Máxima Verosimilitud) o un subsistema de compensación (Ecuador de Canal). (Cerquides Bueno, 2013)

El ecualizador de canal es un bloque (subsistema) como se aprecia en la Figura 4, capaz de mitigar los efectos negativos del canal que provocan que la señal cambie, o reducirlos haciendo posible que cualquier tipo de detector pueda trabajar con dicha señal y ser óptimo.

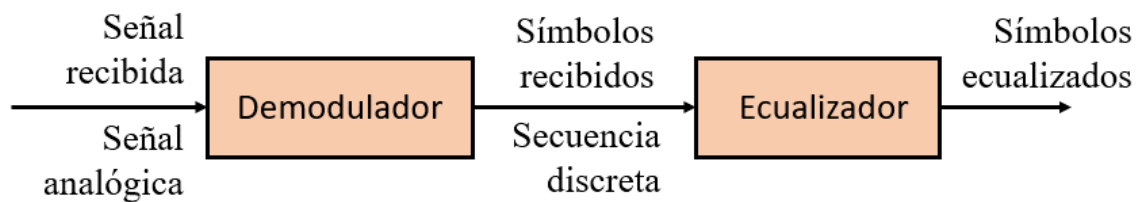


Figura 4. Localización Subsistema Ecuador

El ecualizador será el encargado de recibir la señal discretizada para después igualar el canal introduciendo un sistema en cascada. Para su implementación se utiliza un DSP (Procesador Digital de Señales) o un ASIC (Circuito Integrado para Aplicaciones Específicas).

2.2.1. Ecuadores Lineales

La Figura 5 muestra como la señal ecualizada en este tipo de estructuras se obtiene pasando la señal de entrada por un conjunto de retardos (Línea de retardos) de tal manera que la suma de cada uno de estos multiplicados por un coeficiente será la salida.

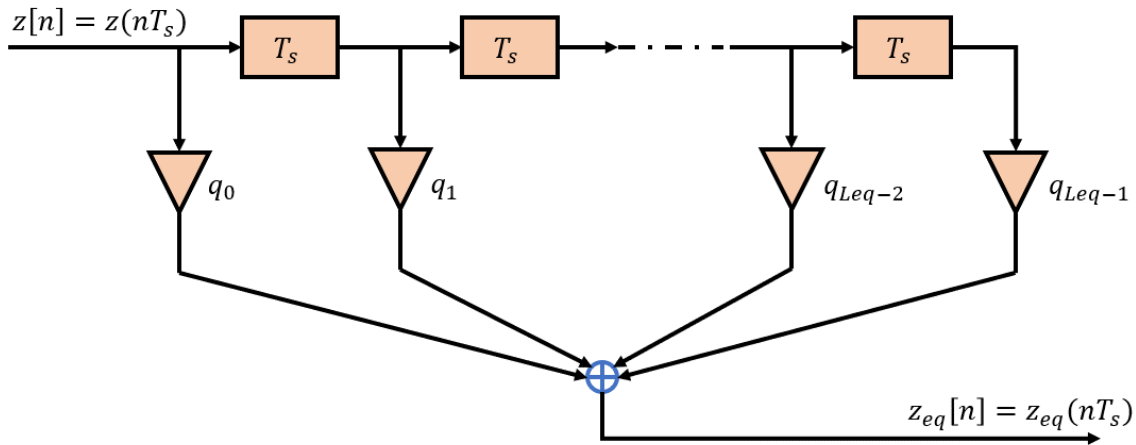


Figura 5. Ecuador Lineal

Donde $z[n]$ es la expresión discreta a la entrada del ecualizador, el tiempo de símbolo T_s , el número de coeficientes del ecualizador L_{eq} , el valor de los coeficientes $q_0, q_1, \dots, q_{L_{eq}-1}$ y la expresión discreta de las muestras a la salida del ecualizador $z_{eq}[n]$.

Teniendo el esquema de un ecualizador lineal, se define su función en base a señales analógicas.

$$z_{eq}(t) = \sum_{k=0}^{L_{eq}-1} q_k z(t - kT_s) \quad (2.4)$$

A su vez tendremos la expresión para señales discretas o digitalizadas.

$$z_{eq}[n] = \sum_{k=0}^{L_{eq}-1} q_k z[n - k] \quad (2.5)$$

Las dos ecuaciones definen un ecualizador lineal con los parámetros: Número de coeficientes del ecualizador L_{eq} y el valor de los coeficientes $q_0, q_1, \dots, q_{L_{eq}-1}$. Estos coeficientes

pueden determinarse con distintos métodos, y son estos los que definen los diversos ecualizadores lineales.

2.2.1.1. Forzador de ceros (ZF)

El ecualizador ZF (*Zero Forcing*) está diseñado para que se fuerce la condición de ISI nula a la salida de este y que garantice su eliminación. Todo el diseño fue hecho en base de tener como entrada pulsos, con lo cual se cumplirá la condición:

$$z_{eq}[n] = z_{eq}(nT_s) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

Para esto el objetivo será determinar los valores de los coeficientes del ecualizador ($q_0, q_1, \dots, q_{L_{eq}-1}$), lo que forzará que a la salida se tenga el valor de cero en los instantes $n = 1, 2, 3, \dots, L_{eq} - 1$, provocando que la señal obtenida del ecualizador se aproxime a una señal libre de ISI y otros fenómenos. Este proceso requiere resolver un sistema de ecuaciones (2.7) de L_{eq} incógnitas, por lo que se necesitará de L_{eq} ecuaciones generando L_{eq} valores, teniendo la respuesta impulsional global $c[n]$ en $n \in [0, 1, \dots, L_{eq} - 1]$. Para $n = 0$ debe cumplirse que $z_{eq}[n] = 1$ y para $n \neq 0$ se deberá forzar $z_{eq}[n] = 0$. (Rey Micolau & Villares Piera, 2014)

$$\begin{bmatrix} c[0] & c[-1] & \dots & c[-(L_{eq} - 1)] \\ c[1] & c[0] & \dots & c[-(L_{eq} - 2)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c[L_{eq} - 1] & c[L_{eq} - 2] & \dots & c[0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ \vdots \\ q_{L_{eq}-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Con esto se construye la matriz \mathbf{Z} tal que:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} c[0] & c[-1] & \dots & c[-(L_{eq} - 1)] \\ c[1] & c[0] & \dots & c[-(L_{eq} - 2)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c[L_{eq} - 1] & c[L_{eq} - 2] & \dots & c[0] \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ \vdots \\ q_{L_{eq}-1} \end{bmatrix} = \mathbf{z}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

2.2.1.2. Ecuador de mínimo error cuadrático medio (MMSE)

Este Ecuador seguirá la estructura de un ecuador lineal, su diferencia es que tienen en cuenta el término de ruido y como este cambiaría al implementar este ecuador. Se encontrarán los coeficientes que permitan obtener a la salida una señal con el menor error posible. (Giler Ortiz, 2017) (Rey Micolau & Villares Piera, 2014)

Se definirán el error y el error cuadrático medio para poder cuantificar la diferencia entre la señal transmitida y la señal de salida del ecuador.

$$\text{Error: } e[n] = z_{eq}[n] - a_n \quad (2.10)$$

$$\text{Error cuadrático medio: } MSE = E\{|e[n]|^2\} = E\{|z_{eq}[n] - a_n|^2\} \quad (2.11)$$

Desarrollando la ecuación MSE (*Mean Square Error*) se obtienen una función en base a los coeficientes del ecuador (q_k):

$$MSE = \sum_{k=0}^{L_{eq}-1} \sum_{k'=0}^{L_{eq}-1} q_k q_{k'} \mathbf{R}_{zz}(k - k') - 2 \sum_{k=0}^{L_{eq}-1} q_k \mathbf{R}_{za}(k) + E\{a_n^2\} \quad (2.12)$$

Donde $\mathbf{R}_{zz}(k)$ corresponde a la autocorrelación de los datos a la salida del canal y $\mathbf{R}_{za}(k)$ es la correlación cruzada entre los datos de salida del canal y la secuencia de símbolos deseados.

Para obtener los valores óptimos de los coeficientes L_{eq} se tendrá que calcular las L_{eq} derivadas, teniendo así un sistema de ecuaciones con L_{eq} incógnitas y L_{eq} ecuaciones.

$$\begin{bmatrix} R_{zz}[0] & R_{zz}[1] & \dots & R_{zz}[-(L_{eq} - 1)] \\ R_{zz}[1] & R_{zz}[0] & \dots & R_{zz}[-(L_{eq} - 2)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{zz}^*[L_{eq} - 1] & R_{zz}^*[L_{eq} - 2] & \dots & R_{zz}[0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ \vdots \\ q_{L_{eq}-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{za}[0] \\ R_{za}[1] \\ \vdots \\ R_{za}[L_{eq} - 1] \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Teniendo $\mathbf{R}_{zz}[k]$ como la autocorrelación de los datos en la salida y la correlación cruzada entre los datos de salida y los datos deseados $\mathbf{R}_{za}[k]$, y a partir de estas se construye la matriz de correlación \mathbf{R}_{zz} y el vector de correlaciones cruzadas \mathbf{R}_{za} :

$$\mathbf{R}_{zz} = \begin{bmatrix} R_{zz}[0] & R_{zz}[-1] & \dots & R_{zz}[-(L_{eq} - 1)] \\ R_{zz}[1] & R_{zz}[0] & \dots & R_{zz}[-(L_{eq} - 2)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{zz}^*[L_{eq} - 1] & R_{zz}^*[L_{eq} - 2] & \dots & R_{zz}[0] \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{R}_{za} = \begin{bmatrix} R_{za}[0] \\ R_{za}[1] \\ \vdots \\ R_{za}[L_{eq} - 1] \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Invirtiendo \mathbf{R}_{zz} y multiplicando por el vector \mathbf{R}_{za} se obtendrán los coeficientes del ecualizador L_{eq} .

$$\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ \vdots \\ q_{L_{eq}-1} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{zz}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{za} \quad (2.16)$$

2.2.1.3. Ecuador adaptativo

Un ecualizador adaptativo durante la transmisión va adaptando el valor de sus coeficientes de manera que la señal de salida que se obtenga del ecualizador este acorde a la señal que fue transmitida.

Existen diversas soluciones de este tipo de ecualizadores, donde el filtro adaptativo que se utilice estará basado en algoritmos como LMS, NLMS(*Normalized LMS*), RLS, *Affine Project*, que se adaptan a canales variantes en el tiempo pero que a su vez sirven para canales fijos. Todas estas soluciones permiten un diseño en el cual no haya la necesidad de invertir la matriz de correlación, reduciendo la complejidad computacional. (Rey Micolau & Villares Piera, 2014) (Giler Ortiz, 2017)

2.3. Filtraje Adaptativo

2.3.1. Filtro

Filtro se usa para definir hardware o software, que se aplica a un conjunto de información que contiene datos innecesarios(ruido) para extraer los datos deseados o definidos. Este tipo de datos innecesarios aparecen por cualquier tipo de fuente, sin embargo, el filtro a utilizar puede realizar las siguientes tareas:

Filtrado. Durante un tiempo t se extraen datos definidos de una señal que contiene datos no deseados, haciendo que estos sean utilizados para poder actualizar la salida del filtro.

Suavizado. No se dispone de los datos de interés, por lo que se usará los datos obtenidos en tiempos t anteriores, lo que produce un retardo en la salida.

Predicción. Difiere de las tareas anteriores, esto debido a que los datos obtenidos en un tiempo t se guardarán para poder ser utilizados en un tiempo posterior a t .

2.3.2. Filtro Adaptativo

El Filtro Adaptativo modifica sus coeficientes a lo largo del tiempo t , adaptándose a la señal de entrada para poder obtener la señal deseada, es decir cambia su forma de comportarse a partir de un Algoritmo Adaptativo como se ve en la Figura 6. (Diniz, 2008) (Zelaya Chicas, 2013) (Imbaquingo Sarmiento, 2017)

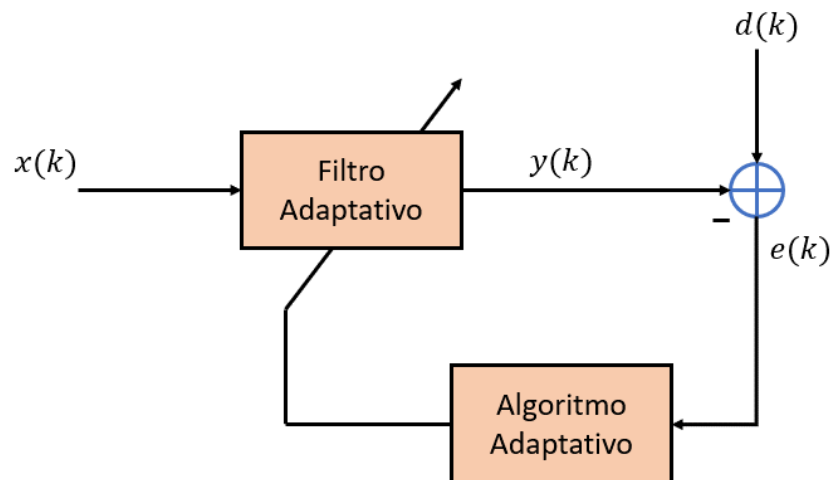


Figura 6. Configuración Filtro Adaptativo

La configuración general define k como el número de iteraciones, $x(k)$ la señal de entrada, $y(k)$ la señal de salida del filtro adaptativo, y $d(k)$ la señal deseada.

$$e(k) = d(k) - y(k) \quad (2.17)$$

La señal de error es utilizada para definir la función objetivo, la cual utiliza el algoritmo de adaptación para actualizar los coeficientes del filtro. La minimización de la función objetivo implica que la señal de salida del filtro adaptativo coincide con la señal deseada. (Diniz, 2008)

Un sistema adaptativo consta de tres parámetros:

Aplicación. El tipo de aplicación se define por el tratamiento que se les da a las señales obtenidas a partir del filtro, sean estas utilizadas como señales de entrada o de salida. Actualmente algunas de las aplicaciones son la cancelación de eco, la ecualización de canales dispersivos, la identificación del sistema, la mejora de la señal, la formación de haces adaptativa, la cancelación de ruido y el control.

Estructura del Filtro Adaptativo. Existen diferentes estructuras que se pueden implementar, pero a su vez estas influenciarán en la complejidad computacional, el procesamiento y el número de iteraciones que tenga que realizar el filtro. Se presentan dos tipos de estructuras como son FIR(*Finite Duration Impulse Response*) y IIR(*Infinite Duration Impulse Response*).

Algoritmo. Es el procedimiento encargado de ajustar los coeficientes para minimizar un criterio prescrito; se determina a partir del algoritmo de minimización, la función objetivo y la naturaleza de la señal de error. La elección del algoritmo determina varios aspectos cruciales del proceso de adaptación global, como la existencia de soluciones subóptimas, soluciones óptimas sesgadas y complejidad computacional. (Diniz, 2008)

2.3.2.1. Algoritmos Adaptativos

El objetivo principal del filtro adaptativo es encontrar el conjunto de coeficientes $\theta(k)$, de tal manera que se minimice la función objetivo F . Esta función se define en base a la señal de entrada, la señal de referencia y a la señal de salida.

$$F = F[x(k), d(k), y(k)] \quad (2.18)$$

Que cumplirá con las propiedades de:

$$\text{No Negatividad: } F[x(k), d(k), y(k)] \geq 0, \forall y(k), x(k) \text{ y } d(k) \quad (2.19)$$

$$\text{Optimización: } F[x(k), d(k), y(k)] = 0 \quad (2.20)$$

El algoritmo adaptativo minimizará la función F de tal manera que $y(k)$ se aproxime a $d(k)$, a su vez $\theta(k)$ se aproximará a θ_0 que es el conjunto de coeficientes más óptimos para poder minimizar la función objetivo. Este compuesto de tres elementos básicos: definición del algoritmo de minimización, definición de la forma de la función objetivo y definición de la señal de error.

2.3.2.1.1. Definición del algoritmo de minimización

La función F requiere de la teoría de optimización, esto debido a los efectos que puede tener con la velocidad de convergencia y la complejidad computacional del proceso adaptativo. Cualquier función en la práctica utilizará esta teoría, y a su vez, será aproximada al punto $\theta(k)$ que será truncado por Serie de Taylor:

$$F[\theta(k) + \Delta\theta(k)] \approx F[\theta(k)] + \mathbf{g}_{\theta}^T\{F[\theta(k)]\}\Delta\theta(k) + \frac{1}{2}\Delta\theta^T(k)\mathbf{H}_{\theta}\{F[\theta(k)]\}\Delta\theta(k) \quad (2.21)$$

Donde $\mathbf{H}_\theta\{F[\boldsymbol{\theta}(k)]\}$ es la Matriz Hessiano (Matriz de segunda derivada de $F[e(k)]$) de la función objetivo, y el vector gradiente es $\mathbf{g}_\theta\{F[\boldsymbol{\theta}(k)]\}$. El objetivo de esta será minimizar la función objetivo en base al conjunto de coeficientes por iteración.

$$\boldsymbol{\theta}(k+1) = \boldsymbol{\theta}(k) + \Delta\boldsymbol{\theta}(k) \quad (2.22)$$

Donde el término de corrección $\Delta\boldsymbol{\theta}(k)$ minimiza la aproximación cuadrática de $F[\boldsymbol{\theta}(k)]$ (Función Objetivo). Para esto se utilizan diversos métodos de optimización como lo son:

$$\text{Método Newton: } \boldsymbol{\theta}(k+1) = \boldsymbol{\theta}(k) - \mu \mathbf{H}_\theta^{-1}\{F[e(k)]\} \mathbf{g}_\theta\{F[e(k)]\}; \quad (2.23)$$

$$\text{Método Cuasi-Newton: } \boldsymbol{\theta}(k+1) = \boldsymbol{\theta}(k) - \mu \mathbf{S}(k) \mathbf{g}_\theta\{F[e(k)]\}; \quad (2.24)$$

$$\text{Método Steepest-Descent: } \boldsymbol{\theta}(k+1) = \boldsymbol{\theta}(k) - \mu \mathbf{g}_\theta\{F[e(k)]\}. \quad (2.25)$$

2.3.2.1.2. Definición de la forma de la función objetivo

Se utilizarán diferentes formas para definir la función objetivo, estas son las más utilizadas dentro de la derivación del algoritmo adaptativo:

$$\text{MSE: } F[e(k)] = E[|e(k)|^2]; \quad (2.26)$$

$$\text{Least Squares (LS): } F[e(k)] = \frac{1}{k+1} \sum_{i=0}^k |e(k-i)|^2; \quad (2.27)$$

$$\text{Weighted Least Squares (WLS): } F[e(k)] = \frac{1}{k+1} \sum_{i=0}^k \lambda^i |e(k-i)|^2; \quad (2.28)$$

$$\text{Instantaneous Squared Value (ISV): } F[e(k)] = |e(k)|^2. \quad (2.29)$$

2.3.2.1.3. Definición de la señal de error

La elección de la señal de error tiene repercusiones en la complejidad computacional, velocidad de convergencia, robustez, ocurrencia y múltiples soluciones.

2.3.2.2. Aplicaciones

2.3.2.2.1. Identificación de Sistemas

Esta aplicación requiere que al filtro adaptativo y al sistema desconocido ingrese una señal de entrada con un ancho de banda grande, de tal manera que el filtro converja hasta hallar el mejor modelo para el sistema desconocido, esto se puede apreciar en la Figura 7. (Douglass, 1999)

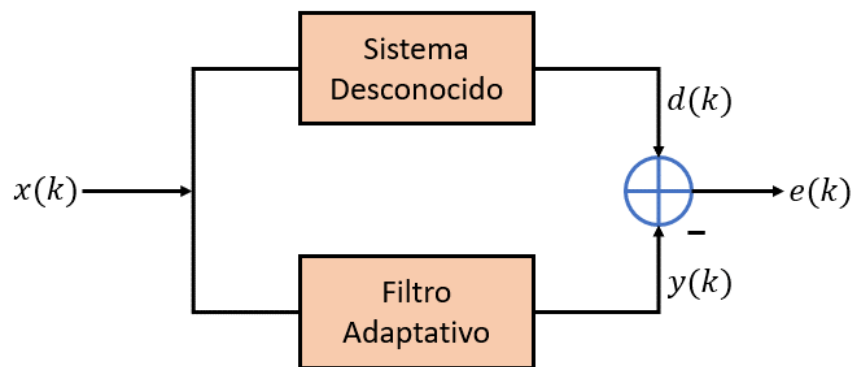


Figura 7. Identificación de Sistemas

2.3.2.2.2. Ecuación de Canal

La Figura 8 muestra que la ecuación de canal consiste en encontrar una función de transferencia capaz de mitigar cualquier efecto provocado por el canal. Introduciendo un sistema en cascada para poder determinar la señal de entrada.

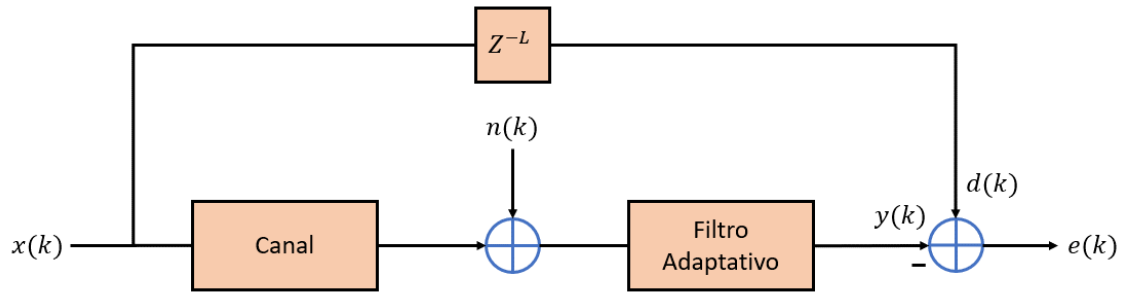


Figura 8. Ecuación de Canal

2.3.2.2.3. Realce de Señales

Consiste en tener como señal deseada a $x(k)$ que está siendo afectada por $n_1(k)$, a su vez la señal de entrada al filtro es $n_2(k)$, que está correlacionada con $n_1(k)$, como se aprecia en la Figura 9. En la práctica este tipo de sistemas se utiliza para la cancelación de eco acústico, cancelación de ruido en hidrófonos y cancelación de interferencia en la línea eléctrica de un electrocardiograma.

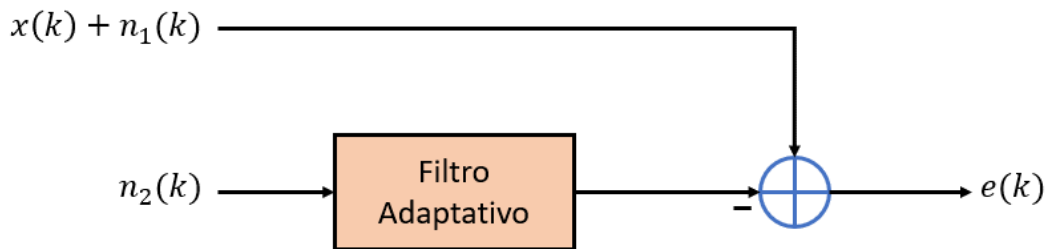


Figura 9. Mejora de Señal

2.3.2.2.4. Predicción de Señal

La predicción de señal consiste (como se observa en la Figura 10) en una señal de entrada, la misma señal de entrada aplicada un *delay* e introducida al filtro adaptativo. Con esto la funcionalidad del sistema estará sujeta al valor de $e(k)$.

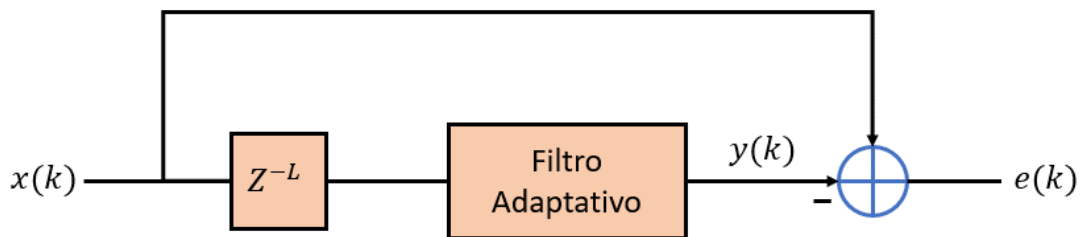


Figura 10. Predicción de Señal

2.3.3. La Matriz de Correlación

Las señales disponibles en cualquier instante k son utilizadas por los filtros adaptativos para actualizar sus ecuaciones. La señal de entrada viene dada por:

$$\mathbf{x}(k) = [x_0(k)x_1(k) \dots x_N(k)]^T \quad (2.30)$$

Con esta señal se podrá definir la matriz de correlación como $\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)]$, donde $\mathbf{x}^H(k)$ es la operación Hermitiana de $\mathbf{x}(k)$.

Teniendo la señal de entrada, la matriz \mathbf{R} se definirá como:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} E[|x_0(k)|^2] & E[x_0(k)x_1^*(k)] & \dots & E[x_0(k)x_N^*(k)] \\ E[x_1(k)x_0^*(k)] & E[|x_1(k)|^2] & \dots & E[x_1(k)x_N^*(k)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E[x_N(k)x_0^*(k)] & E[x_N(k)x_1^*(k)] & \dots & E[|x_N(k)|^2] \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)] \quad (2.32)$$

Las propiedades que cumple la matriz \mathbf{R} son:

- Se semidefine positiva la matriz \mathbf{R} :

$$(\text{Mean} - \text{Square})MS[y(k)] = E[|y(k)|^2] = \mathbf{w}^H E[\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)]\mathbf{w} = \mathbf{w}^H \mathbf{R}\mathbf{w} \geq 0 \quad (2.33)$$

- La matriz \mathbf{R} es Hermitiana: $\mathbf{R} = \mathbf{R}^H$.
- Cuando el proceso es estacionario de sentido amplio, la matriz \mathbf{R} se la puede definir como una matriz del tipo Toeplitz.
- Dado que la matriz es Hermitiana y semidefinida positiva sus valores propios son reales.
- Si \mathbf{R} es una matriz hermitiana con diferentes valores propios, los valores propios son ortogonales para cada uno. Donde aparece una matriz \mathbf{Q} que es unitaria, donde $\mathbf{Q}^H \mathbf{Q} = \mathbf{I}$.
- Aparece el coeficiente de Rayleigh como:

$$\mathcal{R} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}\mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{w}} \quad (2.34)$$

2.3.4. Filtro de Wiener

El Filtro de Wiener es un filtro lineal de mínimos cuadrados más óptimo, que puede ser usado para interpolación, estimación y filtrado de señal y ruido. El objetivo principal de este filtro es hallar la respuesta impulsional $h(k)$ a partir del error cuadrático medio minimizándolo con respecto a la respuesta impulsiva como se aprecia en la Figura 11. (Batista Ortiz, 2004)

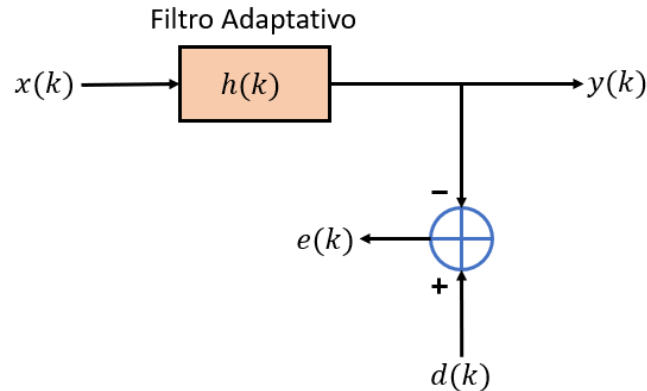


Figura 11. Filtro de Wiener

La estructura del Filtro de Wiener consiste en $\mathbf{x}(k)$ como la señal de entrada, $d(k)$ la señal deseada, y un bloque compuesto por un filtro lineal que tendrá una respuesta impulsional $h(k)$. La definición exacta para poder hallar $h(k)$ es la minimización del valor cuadrático medio de la señal de error $e(k)$,

$$\xi(k) = E[e^2(k)] \quad (2.35)$$

$$\xi(k) = E[d^2(k) - 2d(k)\mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k)\mathbf{w}(k)] \quad (2.36)$$

$$\xi(k) = E[d^2(k)] - 2E[d(k)\mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k)] + E[\mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k)\mathbf{w}(k)] \quad (2.37)$$

Dado que \mathbf{w} no es un valor aleatorio, se lo retira del operador *esperanza*, y se define $\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k)]$ y $\mathbf{p} = E[d(k)\mathbf{x}(k)]$,

$$\xi(k) = E[d^2(k)] - 2\mathbf{w}^T\mathbf{p} + \mathbf{w}^T\mathbf{R}\mathbf{w} \quad (2.38)$$

Se encontrará entonces el valor de \mathbf{w} que minimice la función de costo. A esto se le conoce como gradiente, $\nabla\xi = 0$, Por lo tanto,

$$\nabla \xi = 2\mathbf{R}\mathbf{w} - 2\mathbf{p} = 0 \quad (2.39)$$

Donde \mathbf{w}_0 es el vector de coeficientes que minimiza su función,

$$\mathbf{R}\mathbf{w}_0 = \mathbf{p} \quad (2.40)$$

$$\mathbf{w}_0 = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p} \quad (2.41)$$

Las soluciones de Wiener son importantes, debido a que, los filtros adaptativos convergen asintóticamente en estas soluciones.

2.3.5. Algoritmo LMS

El Algoritmo LMS es el más usado debido a que es un algoritmo robusto, simple de implementar, y de mínimo error cuadrático medio. (Batista Ortiz, 2004) (Diniz, 2008) La solución óptima de Wiener es el punto de partida para el algoritmo LMS,

$$\mathbf{w}_0 = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p} \quad (2.42)$$

A su vez, la matriz \mathbf{R} estará denotada por una estimación, denotada como $\hat{\mathbf{R}}(k)$ y el vector \mathbf{p} será denotado por $\hat{\mathbf{p}}(k)$, con lo que se usa un algoritmo *steepest-descent* para aplicarlo a la solución de Wiener,

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu \hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{w}}(k) \quad (2.43)$$

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + 2\mu(\hat{\mathbf{p}}(k) - \hat{\mathbf{R}}(k)\mathbf{w}(k)) \quad (2.44)$$

Se realizan estimaciones instantáneas para \mathbf{R} y \mathbf{p} como sigue,

$$\hat{\mathbf{R}}(k) = \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k) \quad (2.45)$$

$$\hat{\mathbf{p}}(k) = d(k)\mathbf{x}(k) \quad (2.46)$$

El resultado de la estimación del gradiente es,

$$\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{w}}(k) = -2\mathbf{x}(k)(-d(k) + \mathbf{x}^T(k)\mathbf{w}(k)) \quad (2.47)$$

$$\hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{w}}(k) = -2e(k)\mathbf{x}(k) \quad (2.48)$$

Si se reemplaza el error cuadrado instantáneo $e^2(k)$, en lugar del MSE, la estimación del vector del gradiente se da por,

$$\frac{\partial e^2(k)}{\partial \mathbf{w}} = \left[2e(k) \frac{\partial e(k)}{\partial w_0(k)} \quad 2e(k) \frac{\partial e(k)}{\partial w_1(k)} \quad \dots \quad 2e(k) \frac{\partial e(k)}{\partial w_N(k)} \right]^T \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial e^2(k)}{\partial \mathbf{w}} = -2e(k)\mathbf{x}(k) \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial e^2(k)}{\partial \mathbf{w}} = \hat{\mathbf{g}}_{\mathbf{w}}(k) \quad (2.51)$$

El algoritmo de mínimos cuadrados medios (LMS), tiene una ecuación de actualización que es,

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + 2\mu e(k)\mathbf{x}(k) \quad (2.52)$$

que tiene como factor de convergencia a μ , lo que garantiza la convergencia.

El algoritmo LMS son de baja complejidad computacional, capaces de convergencia en un entorno estacionario, la convergencia imparcial en la media de la solución de Wiener y el comportamiento estable cuando se implementa con aritmética de precisión finita. (Diniz, 2008)

2.3.6. Algoritmo NMLS

El algoritmo LMS Normalizado utiliza un factor de convergencia variable para aumentar la velocidad de convergencia, esto hace que la minimización del error de la salida instantánea sea menor, esto lo hace más robusto. (Diniz, 2008)

La función de actualización utiliza un factor de convergencia variable μ_k para mejorar la tasa de convergencia,

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + 2\mu_k e(k)\mathbf{x}(k) = \mathbf{w}(k) + \Delta\tilde{\mathbf{w}}(k) \quad (2.53)$$

Para escoger el mejor factor de convergencia se reducirá lo que más se pueda el error cuadrático instantáneo, que viene dado por,

$$e^2(k) = d^2(k) + \mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k)\mathbf{w}(k) - 2d(k)\mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k) \quad (2.54)$$

A su vez, si se produce un cambio dado por $\tilde{\mathbf{w}}(k) = \mathbf{w}(k) + \Delta\tilde{\mathbf{w}}(k)$, el error se vera como,

$$\begin{aligned} \tilde{e}^2(k) = e^2(k) + 2\Delta\tilde{\mathbf{w}}^T(k)\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k)\mathbf{w}(k) + \Delta\tilde{\mathbf{w}}^T(k)\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k)\Delta\tilde{\mathbf{w}}(k) \\ - 2d(k)\tilde{\mathbf{w}}^T(k)\mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (2.55)$$

donde,

$$\Delta e^2(k) \triangleq \tilde{e}^2(k) - e^2(k) \quad (2.56)$$

$$\Delta e^2(k) = -2\Delta\tilde{\mathbf{w}}^T(k)\mathbf{x}(k)e(k) + \Delta\tilde{\mathbf{w}}^T(k)\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^T(k)\Delta\tilde{\mathbf{w}}(k) \quad (2.57)$$

Si se reemplaza $\Delta\tilde{\mathbf{w}}(k) = 2\mu_k e(k)\mathbf{x}(k)$ tenemos,

$$\Delta e^2(k) = -4\mu_k e^2(k)\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}(k) + 4\mu_k^2 e^2(k)[\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}(k)]^2 \quad (2.58)$$

Con esto se consigue el valor de convergencia,

$$\mu_k = \frac{1}{2\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}(k)} \quad (2.59)$$

que a su vez se utilizara en la ecuación de actualización del algoritmo LMS, que viene dado

por,

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \frac{e(k)\mathbf{x}(k)}{\mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}(k)} \quad (2.60)$$

A esta se le introduce un factor de convergencia fijo que controle el desajuste y el parámetro γ . Con todos los cambios la ecuación de actualización de coeficientes del algoritmo NLMS está dada por,

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \frac{\mu_n}{\gamma + \mathbf{x}^T(k)\mathbf{x}(k)} e(k)\mathbf{x}(k) \quad (2.61)$$

2.3.7. Algoritmo *Affine Projection*

El algoritmo *Affine Projection* se utiliza para señales altamente correlacionadas, esto debido a su velocidad de convergencia, pues es mayor que otros algoritmos, como pueden ser los de mínimos cuadrados. Sin embargo, tiene desventajas como son su complejidad computacional y su nivel de desajuste, pues los coeficientes obtenidos no son los deseados o los esperados. (Avalos, Mendoza, & Avalos, 2018)

Su desarrollo propone mantener los últimos vectores de la señal de entrada, de tal forma que,

$$\mathbf{X}_{ap}(k) = [\mathbf{x}(k)\mathbf{x}(k-1) \dots \mathbf{x}(k-L)] \quad (2.62)$$

a su vez se definen para cada iteración se presenta la salida del filtro adaptativo, la señal deseada y los vectores de error,

$$\mathbf{y}_{ap}(k) = \mathbf{X}_{ap}(k)\mathbf{w}(k) = \begin{bmatrix} y_{ap,0}(k) \\ y_{ap,1}(k) \\ \vdots \\ y_{ap,L}(k) \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

$$\mathbf{d}_{ap}(k) = \begin{bmatrix} d(k) \\ d(k-1) \\ \vdots \\ d(k-L) \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

$$\mathbf{e}_{ap}(k) = \mathbf{d}_{ap}(k) - \mathbf{y}_{ap}(k) \quad (2.65)$$

El objetivo del algoritmo será minimizar,

$$\frac{1}{2} \|\mathbf{w}(k+1) - \mathbf{w}(k)\|^2 \quad (2.66)$$

sujeto a,

$$\mathbf{d}_{ap}(k) - \mathbf{X}_{ap}^T(k)\mathbf{w}(k+1) = 0 \quad (2.67)$$

El vector de coeficientes $\mathbf{w}(k+1)$ se mantendrá cerca de $\mathbf{w}(k)$ mientras el error sea cero, para convertir la minimización restringida en una no restringida, se la debe minimizar con el método de los multiplicadores de Lagrange,

$$F[\mathbf{w}(k+1)] = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}(k+1) - \mathbf{w}(k)\|^2 + \boldsymbol{\lambda}_{ap}^T(k) [\mathbf{d}(k) - \mathbf{X}_{ap}^T(k)\mathbf{w}(k+1)] \quad (2.68)$$

Donde $\boldsymbol{\lambda}_{ap}^T(k)$ es un vector de los multiplicadores de Lagrange. La ecuación puede escribirse tal que,

$$F[\mathbf{w}(k+1)] = \frac{1}{2} [\mathbf{w}(k+1) - \mathbf{w}(k)]^T [\mathbf{w}(k+1) - \mathbf{w}(k)] + [\mathbf{d}^T(k) - \mathbf{w}^T(k+1)\mathbf{X}_{ap}(k)]\boldsymbol{\lambda}_{ap}(k) \quad (2.69)$$

El gradiente de $F[\mathbf{w}(k+1)]$ con respecto a $\mathbf{w}(k+1)$ está dado por,

$$\mathbf{g}_w\{F[\mathbf{w}(k+1)]\} = \frac{1}{2}[2\mathbf{w}(k+1) - 2\mathbf{w}(k)] - \mathbf{X}_{ap}(k)\boldsymbol{\lambda}_{ap}(k) \quad (2.70)$$

con lo que se obtiene,

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mathbf{X}_{ap}(k)\boldsymbol{\lambda}_{ap}(k) \quad (2.71)$$

Con esto se obtendrá la ecuación de actualización del algoritmo Affine Projection,

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu\mathbf{X}_{ap}(k)(\mathbf{X}_{ap}(k)\mathbf{X}_{ap}(k))^{-1}\mathbf{e}_{ap}(k) \quad (2.72)$$

2.3.8. Algoritmo RLS

El algoritmo RLS se usa cuando el medio es dinámico, esto debido a que el algoritmo es de rápida respuesta y consigue una convergencia mayor que otros. Esto se consigue mediante una búsqueda iterativa de los coeficientes óptimos. De este modo la señal de salida se ajustará a la señal deseada minimizando los mínimos cuadrados durante la transmisión. (Diniz, 2008) (Imbaquingo Sarmiento, 2017) (Espinoza Díaz & Villarroel Gonzáles, 2007)

La función determinística del algoritmo RLS está dada por la ecuación,

$$\xi^d(k) = \sum_{i=0}^k \lambda^{k-i} \varepsilon^2(i) \quad (2.73)$$

$$\xi^d(k) = \sum_{i=0}^k \lambda^{k-i} [d(i) - \mathbf{x}^T(i)\mathbf{w}(k)]^2 \quad (2.74)$$

donde $\mathbf{w}(k)$ es el vector de coeficientes y $\varepsilon(i)$ es el error de salida a posteriori en el instante i . El parámetro λ es el factor de ponderación exponencial en un rango de $0 << \lambda \leq 1$. El algoritmo RLS utiliza $\varepsilon(k)$ para denotar el error a posteriori. (Diniz, 2008)

Teniendo entonces $\mathbf{w}(k)$ se lo diferenciara a $\xi^d(k)$,

$$\frac{\partial \xi^d(k)}{\partial \mathbf{w}(k)} = -2 \sum_{i=0}^k \lambda^{k-i} \mathbf{x}(i) [d(i) - \mathbf{x}^T(i) \mathbf{w}(k)] \quad (2.75)$$

Al igualar el resultado a cero, es posible encontrar el vector óptimo $\mathbf{w}(k)$ que minimiza el error de mínimos cuadrados,

$$-\sum_{i=0}^k \lambda^{k-i} \mathbf{x}(i) \mathbf{x}^T(i) \mathbf{w}(k) + \sum_{i=0}^k \lambda^{k-i} \mathbf{x}(i) d(i) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Con esto se consigue $\mathbf{w}(k)$ que es el vector de coeficiente óptimo,

$$\mathbf{w}(k) = \left[\sum_{i=0}^k \lambda^{k-i} \mathbf{x}(i) \mathbf{x}^T(i) \right]^{-1} \sum_{i=0}^k \lambda^{k-i} \mathbf{x}(i) d(i) \quad (2.77)$$

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{R}_D^{-1}(k) \mathbf{p}_D(k) \quad (2.78)$$

2.4. MIMO

Multiple Input Multiple Output o MIMO utiliza la propagación multicamino como ventaja para el tratamiento de múltiples señales que viajan simultáneamente por un solo canal, haciendo que se incremente la eficiencia espectral del sistema inalámbrico de comunicaciones. (Anguís Horno, 2008) (Cuevas, 2017) (Imbaquingo Sarmiento, 2017)

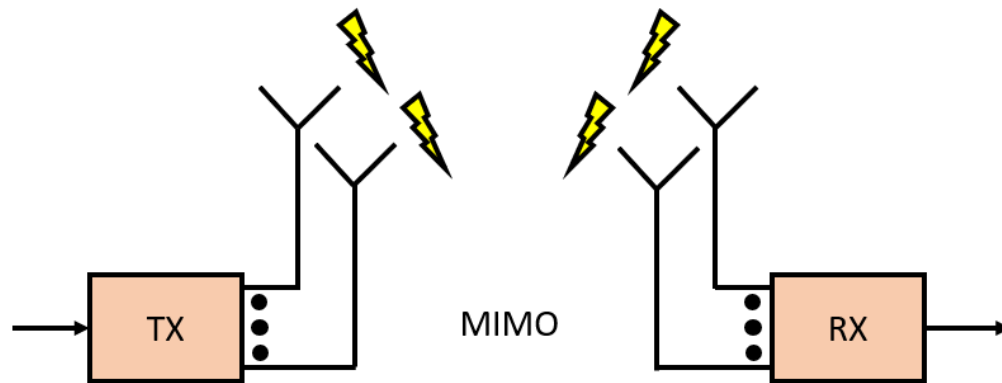


Figura 12 . Sistema MIMO

MIMO aprovecha el multicamino para aumentar las capacidades del canal a través de la diversidad espacial, múltiples de antenas y técnicas en cada extremo de la transmisión, como se ve en la Figura 12. (Cuevas, 2017)

2.4.1. Modelo de canal MIMO

El modelo de canal MIMO trabajará con matrices que representaran la correspondencia entre las antenas del transmisor y receptor,

$$H(\tau, t) = \sum_{i=1}^{N_p} \mathbf{H}_i(t) \delta(\tau - \tau_i) \quad (2.79)$$

siendo N_p el número de retardos τ_i y \mathbf{H} la matriz gaussiana con la que se identificará al canal. La señal recibida entonces se tratará como la convolución entre la señal de entrada con el canal,

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(\tau, t) x(t - \tau) d\tau = \sum_{i=1}^{N_p} H_i(t) x(t - \tau_i) \quad (2.80)$$

Este modelo produce beneficios como el aumento de la capacidad del canal, diversidad espacial y conformación de haz.

2.4.2. Técnicas de MIMO

2.4.2.1. Diversidad de Antenas

Un sistema MIMO usa la diversidad espacial para mejorar su transmisión, pero esto a su vez se consigue con el uso de múltiples antenas en emisor y el transmisor.

2.4.2.1.1. Diversidad de Recepción

Su denominación se debe al uso de n número antenas en el receptor, donde cada una le da un tratamiento independiente a la señal que fue transmitida, para esto deben estar distribuidas espacialmente con una distancia de coherencia. Según el uso que se les dé, se pueden encontrar:

- **Diversidad por Selección:** Se elige una de las antenas según el nivel de potencia, menor SNR, etc. (Ver Figura 13)

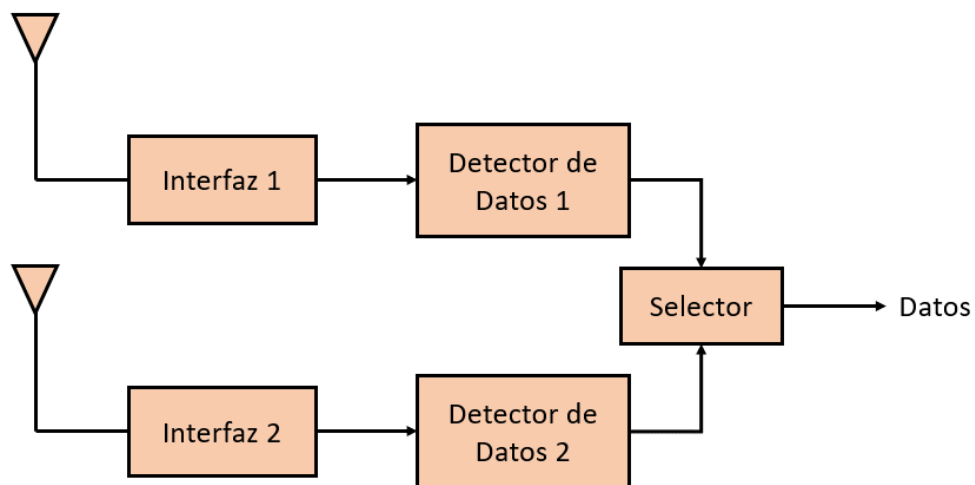


Figura 13. Receptor con diversidad por selección

- **Diversidad por conmutación:** Si no se cumple con un umbral determinado se cambia de antena. (Ver Figura 14)

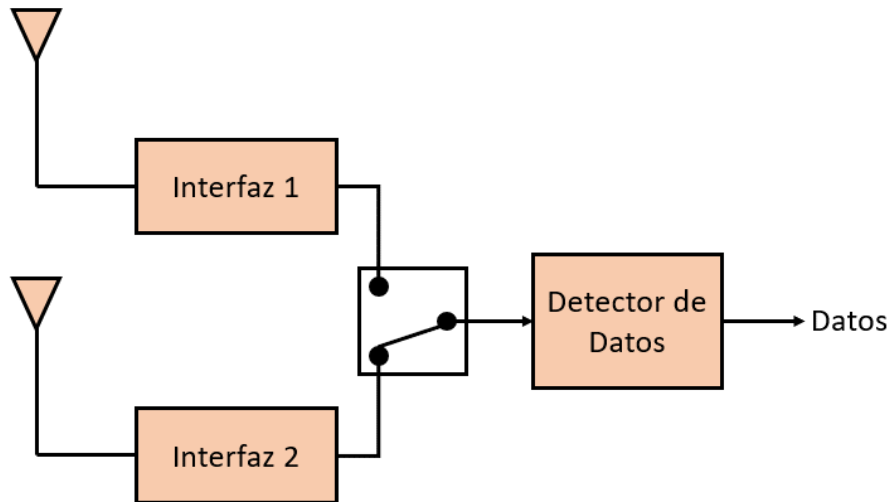


Figura 14. Receptor con diversidad por conmutación

- **Diversidad por combinación:** Realiza una combinación lineal de todas las señales recibidas. (Ver Figura 15)

$$r_1 = A_1 e^{j\phi_1} d + n_1 \quad (2.81)$$

$$r_2 = A_2 e^{j\phi_2} d + n_2 \quad (2.82)$$

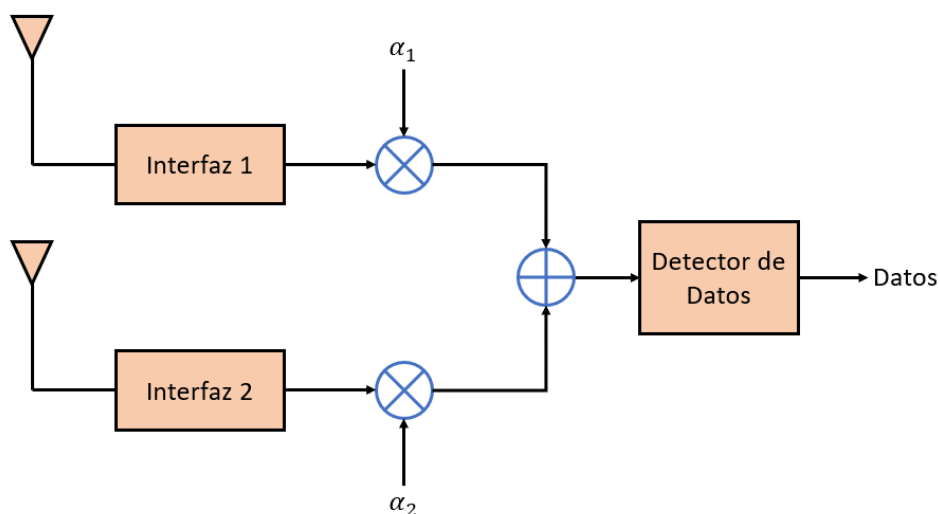


Figura 15. Receptor con Diversidad por combinación

2.4.2.1.2. Diversidad de Transmisión

Se denomina por el uso de n número de antenas en el transmisor. El utilizado en MIMO es de diversidad de código.

Las técnicas STC (*Space Time Coding*) transmiten copias codificadas de una trama de datos, es decir transmite información redundante, a lo largo del tiempo por medio de las n antenas, esperando que al menos una de las tramas llegue intacta y sea decodificada. (Ver Figura 16)

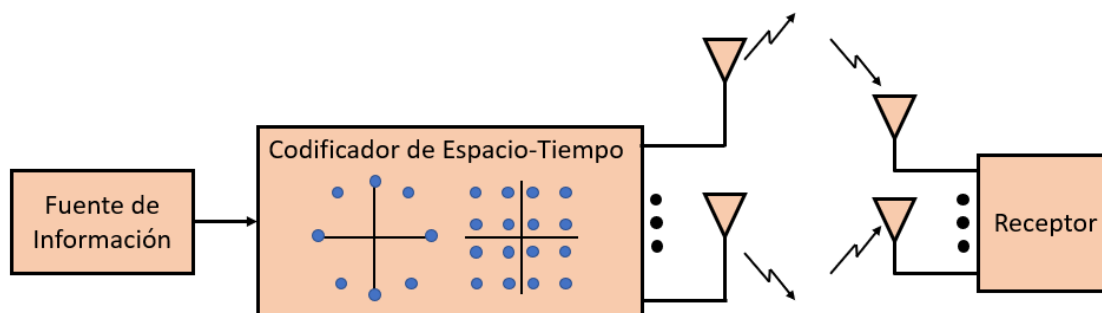


Figura 16. Sistema de transmisión con STC

2.4.2.2. Multiplexación Espacial

La multiplexación espacial consiste en la combinación de señales para generar una señal con un ancho de banda superior a la que tendrían las señales utilizadas, tanto en el emisor como en el receptor, con esto se aprovecha la propagación multicamino haciendo que se aumente las características de la transmisión como son la tasa de transmisión y SNR, y disminuyendo efectos negativos como el BER. (Cuevas, 2017)

A su vez se tiene la demultiplexación espacial que es el proceso contrario, consiste en dividir una señal en varias señales con un ancho de banda menor. Ambas técnicas son utilizadas en MIMO, y estarán restringidos por el número de antenas que se utilicen, haciendo que la eficiencia espectral aumente o disminuya, como se ve en la Figura 17.

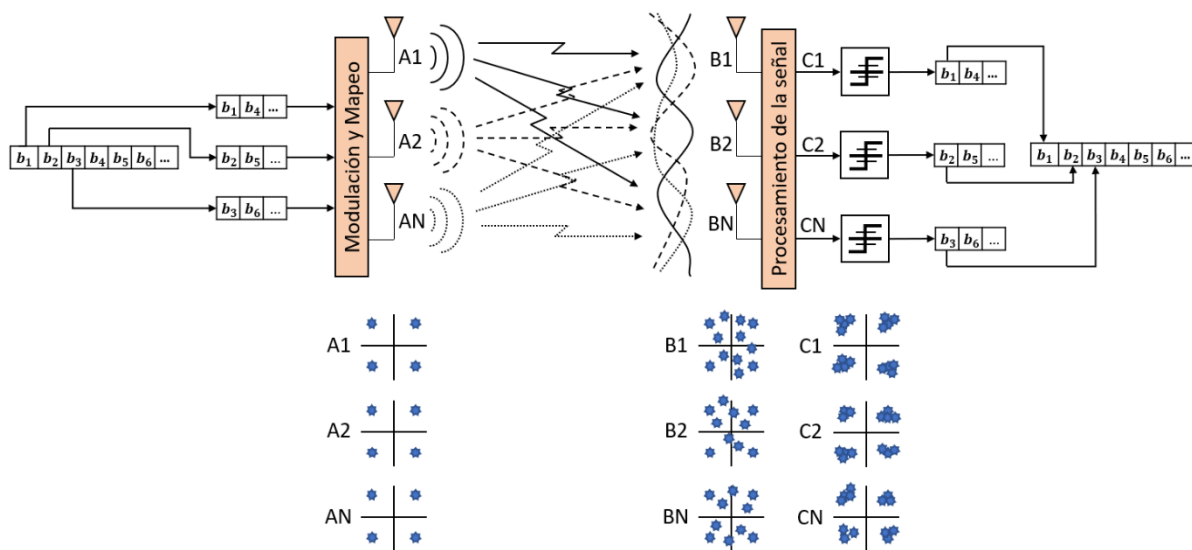


Figura 17. Multiplexación y Demultiplexación Espacial

2.4.2.3. *Beamforming*

Es una técnica espacial de filtrado de señales usada para controlar el patrón de radiación de una antena, cambiando la forma de haz aumentando la directividad, durante la transmisión para reforzar la señal en una dirección dada, donde existen interferencias y ruido, reduciéndola en las demás direcciones, se la puede aplicar tanto en el transmisor como en el receptor.

2.4.3. Funcionamiento de MIMO

Cuando existe una comunicación básica, tendremos un transmisor en el punto A y un receptor en el punto B, con línea vista y un camino directo para la señal a transmitirse, sin embargo, en la práctica existen puntos dentro de este camino que producen numerosas reflexiones y/o refracciones, generando que las señales a transmitirse tomen múltiples caminos hacia el receptor. Esta característica se puede observar en la Figura 18 y está presente en todos los sistemas de comunicaciones inalámbricos y se le llama propagación multicamino o multitrayecto.

Al tener una ruta diferente (camino no primario) para cada señal, estas llegarán al receptor más tarde, teniendo tiempos diferentes, es decir existe un desfase entre la señal original y las señales generadas por la propagación multicamino. Con este desfase la señal original sufrirá de interferencia constructiva o destructiva.

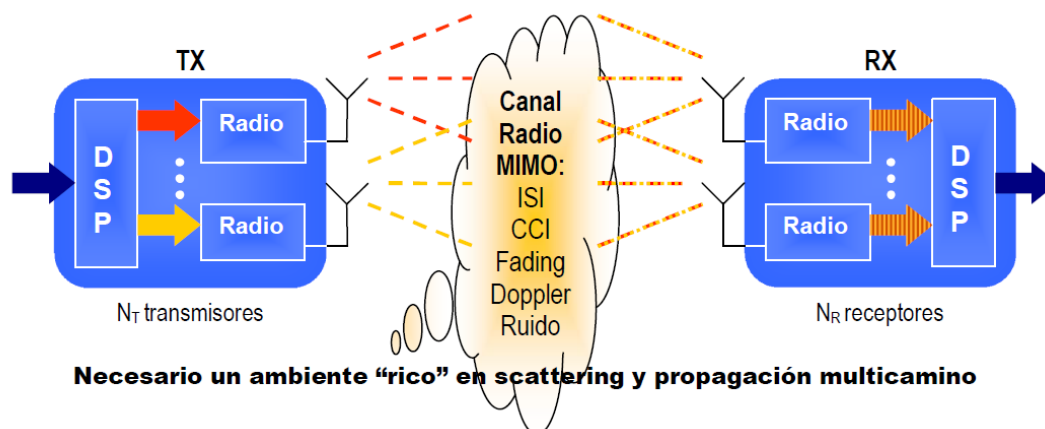


Figura 18. Sistema MIMO

Se tratará como un canal diferente a cada ruta multicamino generada, que junto con las n antenas separadas espacialmente se transmitirá más datos aumentando el *throughput*. La tasa máxima crecerá linealmente con el número de datos transmitidos en el mismo canal.

CAPITULO III

3. MATERIALES Y MÉTODOS

3.1. Proceso de Transmisión

Para el proceso de transmisión se utilizó el estándar LTE y LTE-Advanced, OFDM, MIMO y Codificación de canal, los cuales se detallan a continuación.

3.1.1. LTE y LTE-Advanced

Los estándares LTE y LTE-Advanced son desarrollados por 3GPP (*3rd Generation Partnership Project*) como una evolución de las tecnologías UMTS (*Universal Mobile Telecommunications System*) y HSPA (*High-Speed Packet Access*). La primera versión de estos estándares (*3GPP Release 8*) fue lanzada en 2008, este a su vez evoluciono en Release 9 con ciertas mejoras con respecto al Release 8, para luego recaer al Release 10, también conocida como LTE-Advanced. En cuanto a las velocidades de datos máximas ofrecidas por estos estándares, el estándar LTE proporcionar una velocidad de datos máxima de 300 Mbps y LTE-Advanced presenta una velocidad de datos máxima de 1 Gbps (Ver *Tabla 1*). (Varghese George, Mathews, & Pillai, 2015) (Zarrinkoub, 2014)

Tabla 1

Tasas de Datos Pico de Varios Estándares Inalámbricos

Tecnología	Pico teórico de velocidad de datos
GSM	9.6 kbps
IS-95	14.4 kbps
GPRS	171.2 kbps
EDGE	473 kbps
CDMA-2000 (1XRTT)	307 kbps
WCDMA (UMTS)	1.92 Mbps
HSDPA (Release 5)	14 Mbps
CDMA-2000 (1xEV-DO)	3.1 Mbps
HSPA + (Release 6)	84 Mbps

CONTINÚA

WiMAX (802.16e)	26 Mbps
LTE (Release 8)	300 Mbps
WiMAX (802.16m)	303 Mbps
LTE-Advanced (Release 10)	1 Gbps

Fuente: (Zarrinkoub, 2014)

3.1.1.1. Proceso *Downlink*

El procesamiento de señales realizadas en el transmisor se puede resumir como la combinación del procesamiento del bloque de transporte (DLSCH (*Downlink Shared Channel Processing*)) y el procesamiento del canal físico (PDSCH (*Physical Downlink Shared Channel*)). El procesamiento se especifica por completo en los documentos 3GPP que describen la multiplexación de los canales mencionados anteriormente, así como la modulación, a su vez se puede observar en la Figura 19 dicho proceso. (Varghese George, Mathews, & Pillai, 2015) (Zarrinkoub, 2014)

3.1.1.2. Proceso *Uplink*

El proceso de *Uplink* es una combinación de ULSCCH (*Uplink Shared Channel Processing*) y PUSCH (*Physical Uplink Shared Channel*) como se observa en la Figura 20.

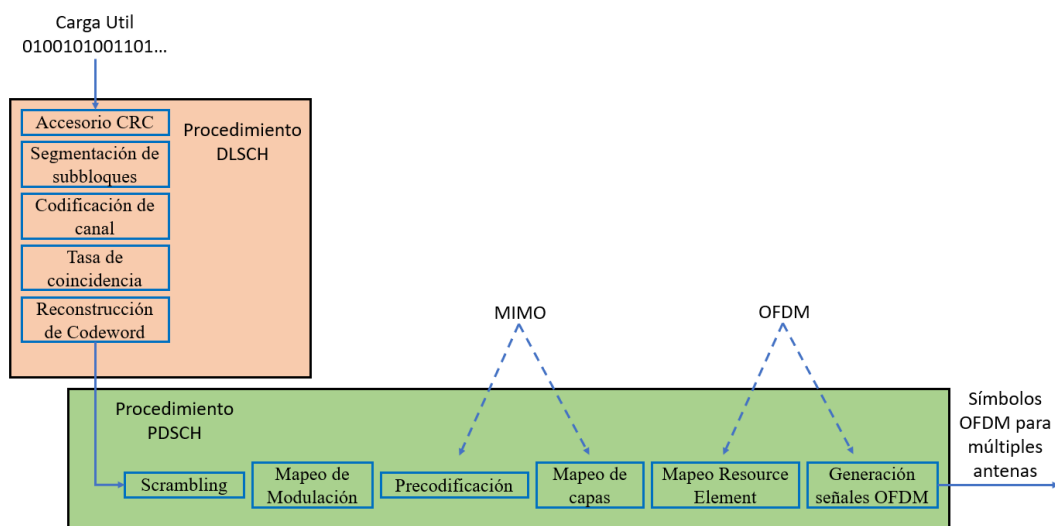


Figura 19. Modelo de transmisor LTE *Downlink*

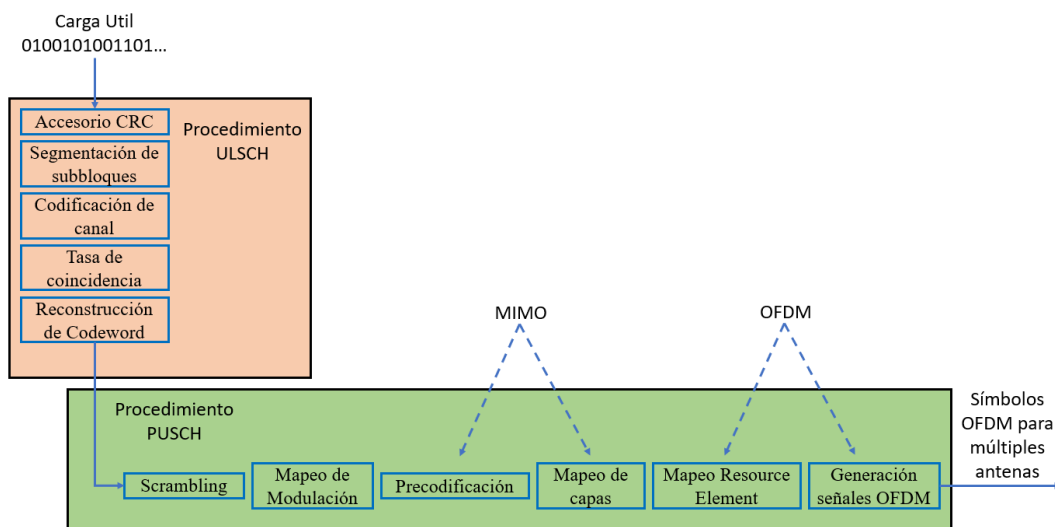


Figura 20. Modelo de transmisor LTE *Uplink*

3.1.1.3. OFDM

OFDM o modulación por división ortogonal de frecuencia en español, consiste en enviar un conjunto de datos modulados previamente en QAM o PSK mediante portadoras (*subcarrier*) a diferentes frecuencias (Ver Figura 21). Es utilizada en sistemas de comunicación de banda ancha,

ya que evita el ISI, dado que las portadoras son ortogonales entre sí, teniendo una eficiencia espectral elevada, haciéndola robusta ante el multitrayecto y desvanecimiento. (Yáñez Mora, 2016)

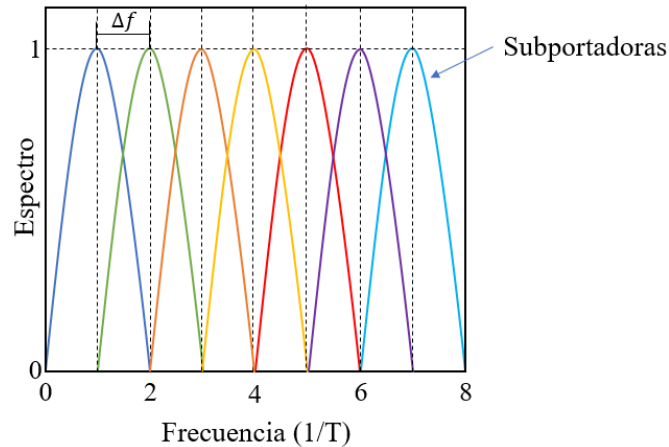


Figura 21. Subportadoras de OFDM

En este caso se utilizó 12 subportadoras, cada una con una separación de 15 kHz. A su vez se utilizó 14 símbolos OFDM, con un CP (Prefijo cíclico) normal.

3.1.1.4. MIMO

El estándar LTE y LTE-Advanced tienen requisitos altos en torno a la tasa de datos y el *throughput*, y para esto las técnicas MIMO aportan ventajas debido al uso de múltiples antenas, las cuales mejoran la comunicación móvil de dos maneras: aumentando la confiabilidad del enlace y las velocidades de datos generales. Los algoritmos MIMO pueden dividirse en cuatro categorías: diversidad de recepción, diversidad de transmisión, formación de haces y multiplexación espacial. (Zarrinkoub, 2014)

En el presente trabajo se utilizó la diversidad de transmisión, dado que la información será redundante en cada una de las antenas utilizadas, teniendo un sistema más robusto con respecto a

otras técnicas que se podrían haber utilizado, a su vez el canal MIMO que se implementó permite que la velocidad aumente conforme aumente el número de antenas, teniendo como configuración base un arreglo de 8x8 como se puede observar en la Figura 22, que nos servirá para poder construir un sistema con un mayor número de antenas.

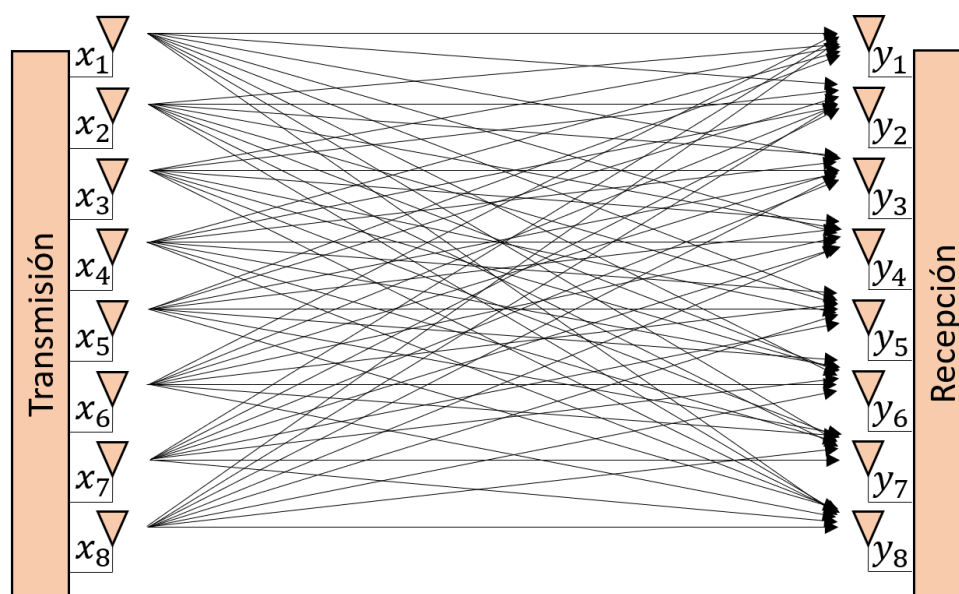


Figura 22. Sistema MIMO 8x8, emisor, transmisor y canal.

La diversidad de transmisión debido a la utilización de múltiples antenas utiliza códigos espacio-temporales capaces de proveer de un orden de diversidad igual al producto del número de antenas transmisoras y receptoras. SFBC (*Space-Frequency Block Coding*) es la técnica de diversidad de transmisión utilizada en el estándar LTE.

En LTE y LTE-Advanced cuando se tiene dos antenas transmisoras, la diversidad de transmisión está basada en SFBC (Ver Figura 24), que está estrechamente relacionada con STBC (*Space-Time Block Coding*), que utiliza el código Alamouti como se puede observar en la Figura 23.

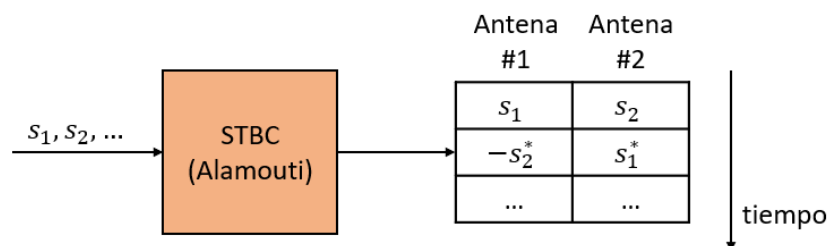


Figura 23. STBC: Código Alamouti

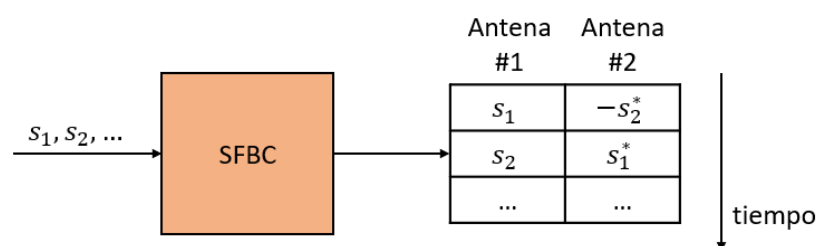


Figura 24. SFBC

En LTE al utilizarse cuatro antenas transmisoras, se combina SFBC con FSTD (*Frequency-Switched Transmit Diversity*) como se muestra en la Figura 25.

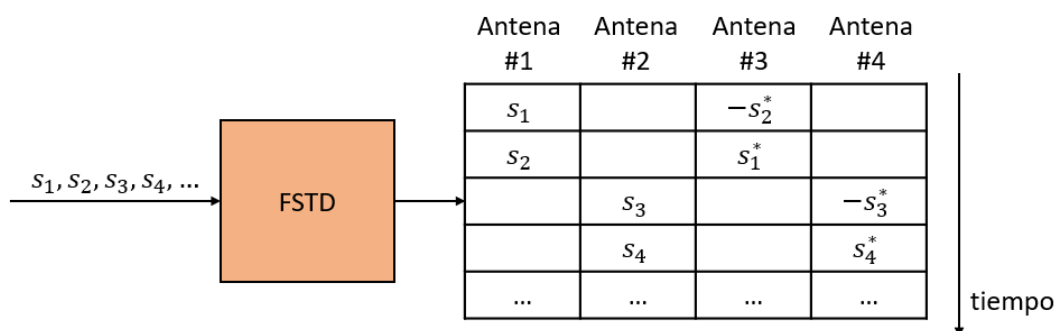


Figura 25. SFBC combinado con FSTD

Dado que la base es un sistema de 8 antenas transmisoras, se utilizó el mismo tipo de códigos utilizados en LTE, para lo cual se han diseñado dos tipos de configuraciones como se puede observar en las Figura 26 y Figura 27.

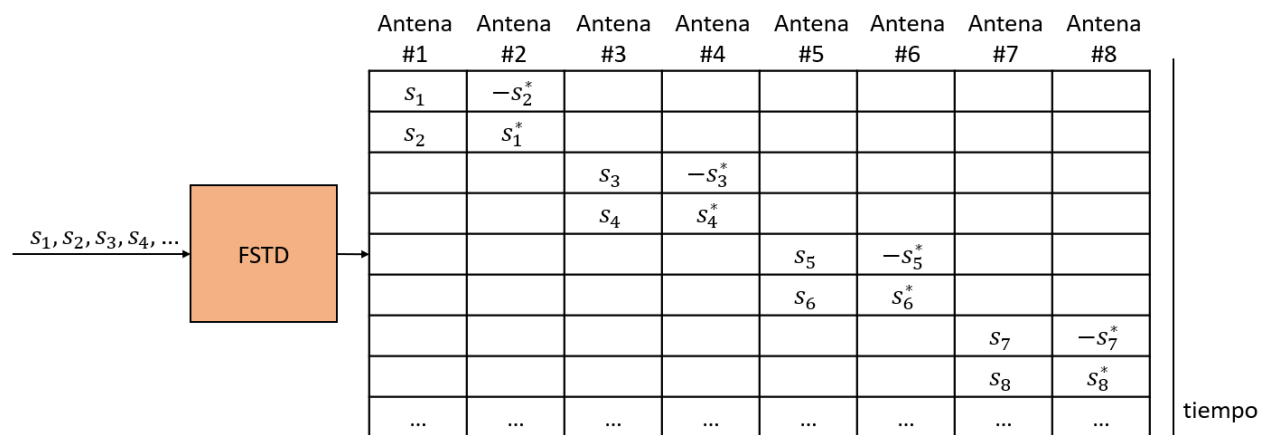


Figura 26. Primera configuración utilizando FSTD

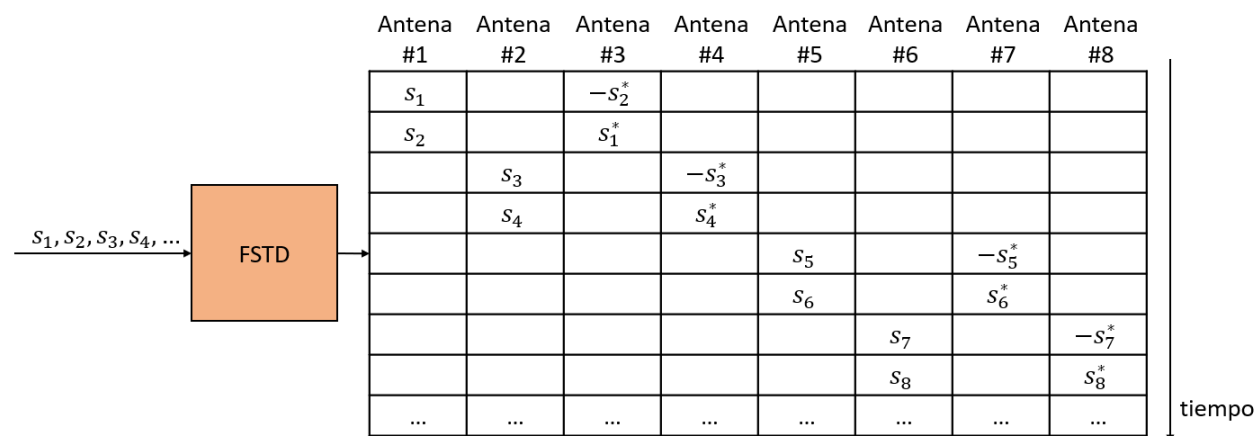


Figura 27. Segunda configuración utilizando FSTD

En el momento de la implementación se ha escogido la configuración de la Figura 27, ya que provee de mayor robustez al sistema, esto debido a que las señales transmitidas son redundantes entre sí.

3.1.1.4.1. Estructura de cuadrícula de recursos (*Resource Grid*) MIMO

Los estándares LTE y LTE-Advanced pueden combinar la estructura de transmisión OFDM con las técnicas MIMO perfectamente, alcanzando velocidades muy altas, teniendo así un sistema

MIMO-OFDM. Para esto se especifica una estructura o *Resource Grid* (Los cuales se detallarán a seguir en el texto) LTE en tiempo y frecuencia, que se adapte a estas dos tecnologías, para esto se utiliza una representación en 2D que nos ayudará a entender la ubicación de todos los datos necesarios, como se puede observar en la Figura 28.

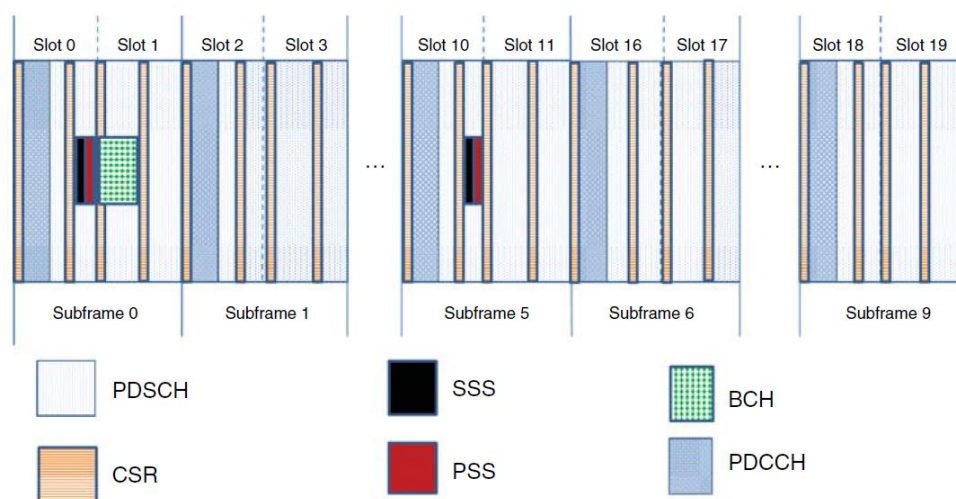


Figura 28. Estructura LTE(MIMO-OFDM)

Fuente: (Zarrinkoub, 2014)

En LTE cada *frame*(trama) con una duración de 10ms está dividida en 10 *subframes*(subtramas) de 1ms de duración. Cada *subframe* está dividido en dos *slots* de 0.5 ms de duración, los cuales contendrán 7 símbolos OFDM cada uno, haciendo un total de 14 símbolos OFDM por *subframe*, los cuales fueron especificados con anterioridad. La estructura LTE en su eje x tiene los símbolos OFDM y en el eje y las subportadoras, con esto la ubicación de todos los datos ya modulados se hará más sencillo. Los datos existentes en la estructura LTE son: datos de usuario o PDSCH(*Physical Downlink Shared Channel*), CSR(*Cell-Specific Reference*) que son propios de cada antena, datos de control del enlace descendente o PDCCH(*Physical Downlink Control Channel*), SSS(*Secondary Synchronization Signal*) y PSS(*Primary Synchronization*

Signal) que sirven para la sincronización que únicamente están presentes en el *subframe* 0 y 5, y el canal de difusión necesario para acceder a la red o BCH(*Broadcast Channel*) presenta solo en el subframe 0. BCH, PSS y SSS únicamente están presentes en 72 subportadoras del centro de la estructura (Resource Grid). La estructura LTE a su vez está compuesta por bloques de recurso o *Resource Block*(Ver Figura 29).

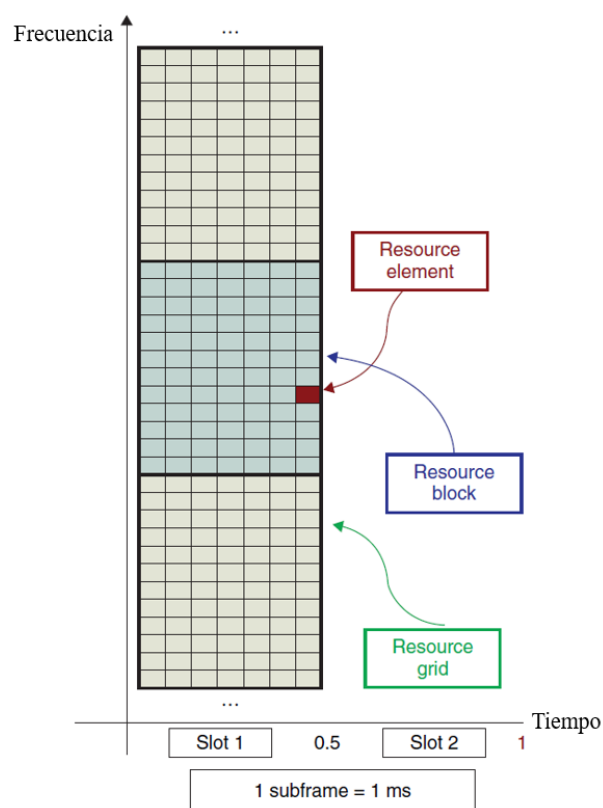


Figura 29. *Resource Grid, Resource Block y Resource Element.*

En el caso base que se utiliza, teniendo 8 antenas transmisoras, se debe rediseñar la estructura LTE, partiendo del *Resource Block*. Se debe mapear cada tipo de dato de tal manera que no existe dos datos en un mismo *Resource Element* o en cada casilla de recurso.

Cada antena tiene su CSR con posiciones ya definidas en Release 10, así tenemos los CSR de las cuatro primeras antenas como: *Antenna Port 0*, *Antenna Port 1*, *Antenna Port 2* y *Antenna Port 3*, para las cuatro primeras antenas como se puede observar en las Figura 30, Figura 31, Figura 32 y Figura 33.

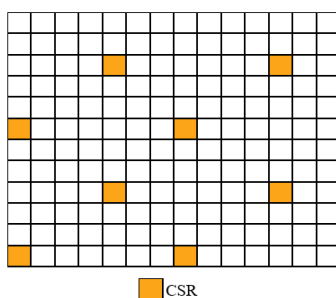


Figura 30. *Resource Block: CSR Primera Antena*

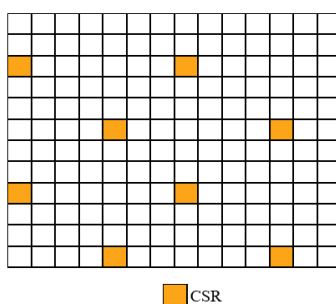


Figura 31. *Resource Block: CSR Segunda Antena*

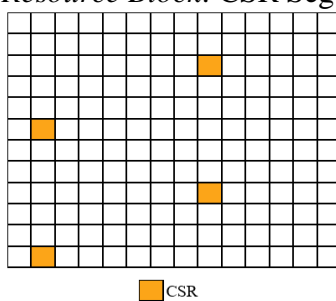


Figura 32. *Resource Block: CSR Tercera Antena*

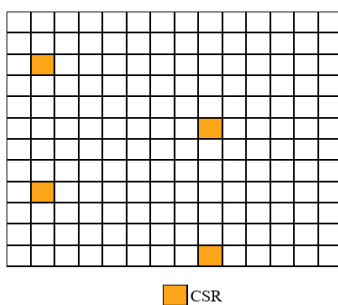


Figura 33. Resource Block: CSR Cuarta Antena

Para las restantes 4 antenas se toman los CSR de: *Antenna Port 7*, *Antenna Port 9*, *Antenna Port 15* y *Antenna Port 17*, definidos en *Release 10*, estas se han escogido debido a que las posiciones no interfieren con los CSR de las primeras 4 antenas, los datos de control y sincronización. A continuación, en las Figura 34, Figura 35, Figura 36 y Figura 37 se muestra el mapeo de los CSR de las ultimas 4 antenas.

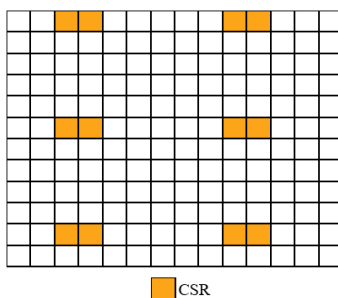


Figura 34. Resource Block: CSR Quinta Antena

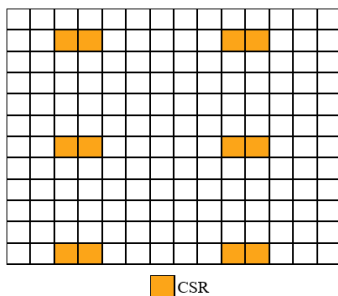


Figura 35. Resource Block: CSR Sexta Antena

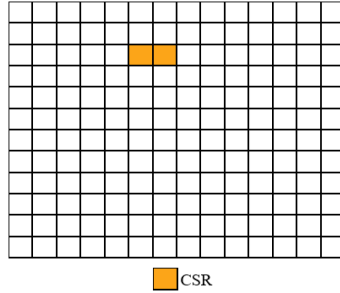


Figura 36. Resource Block: CSR Séptima Antena

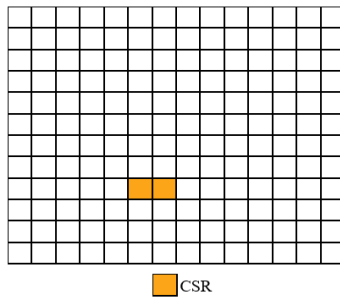


Figura 37. Resource Block: CSR Octava Antena

Con la posición de los CSR de las 8 antenas, se construyó el *Resource Block* que se utilizó en la simulación del sistema MIMO. En la se Figura 38 muestra el *Resource Block* del subframe 0, la Figura 39 muestra el *Resource Block* del subframe 5, y la Figura 40 muestra el *Resource Block* de los demás subframe. Hay que tener en cuenta que los símbolos dedicados para los datos de control (PDCCH) pueden ser 1, 2 o 3, con lo que se optó que sean 2 símbolos, así se tendrá mayor número de espacio para los datos del usuario.

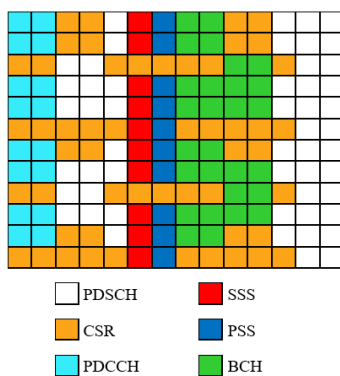


Figura 38. Resource Block (Subframe 0)

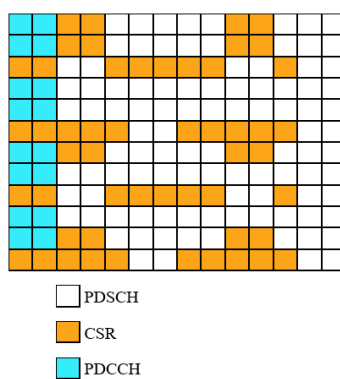


Figura 39. Resource Block (Subframe 1,2,3,4,6,7,8,9)

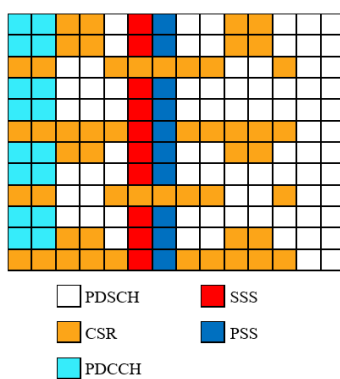


Figura 40. Resource Block (Subframe 5)

3.1.1.4.2. Canales MIMO

Los Canales MIMO están definidos por las relaciones que existen entre las múltiples antenas transmisoras y múltiples antenas receptoras. Los enlaces de conexión serán definidos por

el producto entre las antenas de transmisión (Tx) y recepción (Rx). Al tener un escenario con desvanecimiento plano se tendrá una relación entre Tx y Rx, la cual viene dada por la ganancia de los enlaces que tiene cada antena. Esas ganancias definirán la matriz de canal \mathbf{H} , cuya dimensión es igual a (número de Tx, número de Rx). El escenario que se definirá será de desvanecimiento por trayectos múltiples, con presencia del efecto dopler y AWGN (*Additive White Gaussian Noise*).

El estándar LTE a su vez permite anchos de banda de canal que van de 1.4 a 20 MHz en pasos de 180 kHz, dado que se tienen 12 subportadoras que están separadas 15 kHz, lo que permite que los *Resource Blocks* ocupen alrededor del 90% del ancho de banda del canal (Ver *Tabla 2*)

Tabla 2

Ancho de banda de canal especificado en LTE

Ancho de Banda del Canal (MHz)	Número de <i>Resource Blocks</i>
1.4	6
3	15
5	25
10	50
15	75
20	100

Fuente: (Zarrinkoub, 2014)

3.1.1.5. Codificación de Canal

Anteriores estándares como 3G, UMTS y HSPA utilizaban la codificación convolucional para mejorar el rendimiento del canal, sin embargo, una evolución a este tipo de codificación es la codificación turbo de canal, que permite mejorar el proceso de transmisión cuando se tiene un gran número de datos.

LTE utiliza como único mecanismo de codificación, la codificación turbo, para procesar los datos de usuario, dado su rendimiento casi óptimo, esto debido a la introducción de un CRC(*Cyclic Redundancy Check*) en su entrada, esto mejora considerablemente el número de

iteraciones, ya que la verificación del código es más temprana cuando el CRC indica que no se han detectado errores. Al mismo tiempo esto beneficia el rendimiento del BER.

Cabe destacar que existen otros parámetros que deben tomarse en cuenta en el proceso de transmisión como son: Tipo de Modulación (16QAM), Tasa de Codificación (1/3), el SNR (0dB a 16dB) y la carga útil (datos de usuario).

El proceso de transmisión utilizado en la simulación se resume en el siguiente diagrama de bloques (Ver Figura 41).

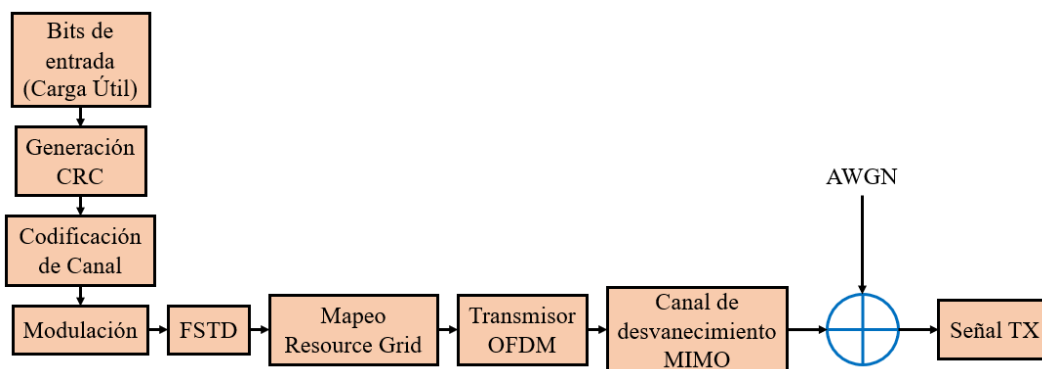


Figura 41. Proceso de Transmisión

3.2. Proceso de Ecuación de Canal

Para el proceso de ecuación se utilizó algoritmos adaptativos, encontrando los coeficientes del ecuador, permitiendo obtener el mínimo MSE es decir que estos algoritmos se irán adaptando en base al error en el instante actual, dado que se trabaja en tiempo real.

Se utilizarán los algoritmos: LMS (Ver *Tabla 3*), NLMS (Ver *Tabla 4*) basado en LMS, RLS (Ver *Tabla 5*) y *Affine Projection* (Ver *Tabla 6*) igualmente basado en el algoritmo LMS.

Tabla 3
Algoritmo LMS

LMS
Inicialización: $x(0) = w(0) = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ Para $k \geq 0$, $e(k) = d(k) - x^T(k)w(k)$ $w(k+1) = w(k) + 2\mu e(k)x(k)$

Fuente: (Diniz, 2008)

Tabla 4
Algoritmo LMS Normalizado

LMS Normalizado
Inicialización: $x(0) = \hat{w}(0) = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ Elija μ_n en el rango $0 < \mu_n \leq 2$ Para $k \geq 0$, $e(k) = d(k) - x^T(k)w(k)$ $w(k+1) = w(k) + \frac{\mu_n}{\gamma + x^T(k)x(k)} e(k)x(k)$

Fuente: (Diniz, 2008)

Tabla 5
Algoritmo RLS

RLS
Inicialización: $S_D(-1) = \delta I$ $p_D(-1) = x(-1) = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ Para $k \geq 0$, $S_D(k) = \frac{1}{\lambda} \left[S_D(k-1) - \frac{S_D(k-1)x(k)x^T(k)S_D(k-1)}{\lambda + x^T(k)S_D(k-1)x(k)} \right]$ $p_D(k) = \lambda p_D(k-1) + d(k)x(k)$ $w(k) = S_D(k)p_D(k)$

Fuente: (Diniz, 2008)

Tabla 6
Algoritmo Affine Projection

Affine Projection
Inicialización: $x(0) = w(0) = [0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ Elija μ_n en el rango $0 < \mu_n \leq 2$ Para $k \geq 0$, $e_{ap}(k) = d_{ap}(k) - X_{ap}^T(k)w(k)$ $w(k+1) = w(k) + \mu X_{ap}(k) \left(X_{ap}^T(k)X_{ap}(k) + \gamma I \right)^{-1} e_{ap}(k)$

Fuente: (Diniz, 2008)

Estos algoritmos funcionan teniendo una señal de referencia, en este caso será la señal antes de pasar por el Canal MIMO, una señal de entrada, que será la señal después del Canal MIMO, los coeficientes iniciales que son siempre 0; con esto se obtendrán los coeficientes que minimicen el error en cada uno de los 4 algoritmos que se utilizó.

Cuando se está ante un escenario real, la señal que se quiere obtener o los datos que fueron transmitidos no son conocidos, por tanto es innecesario trabajar con todos los datos obtenidos después del canal, por tanto se trabajaran con datos ya conocidos tanto por el transmisor como por el receptor, se habla entonces de las señales piloto de cada antena (CSR), dado que ya están definidas con anterioridad, y estas no deberían cambiar a lo largo de todo el proceso, se tendrá entonces como señal de entrada todos los CSR después del canal, y como señal desea todos los CSR antes del Canal MIMO.

Al tener un Sistema de 8×8 , cada antena enviará sus CSR, por tanto, se tendrá que ecualizar 8 canales independientes, teniendo así 8 vectores de coeficientes para cada uno de los canales.

Para esto se realizará primero una comparación entre los 4 algoritmos ya mencionados con anterioridad, teniendo en cuenta el MSE, convergencia, número de muestras de la señal de entrada y de la señal de referencia, número de coeficientes, como se muestra en la Figura 42.

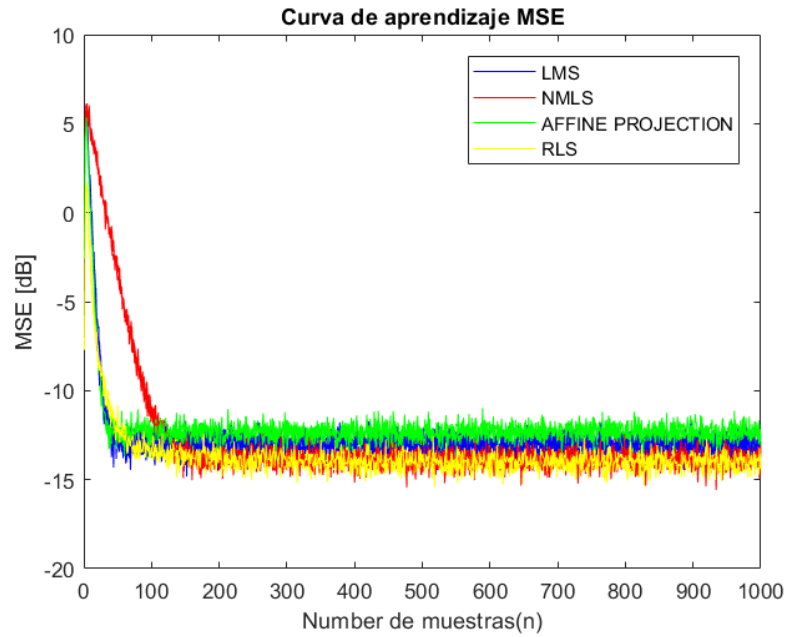


Figura 42. Comparación MSE varios algoritmos

La convergencia de los algoritmos que se utilizó, evidencia el error que se encontrará al momento de encontrar los coeficientes que minimicen el error.

Teniendo en cuenta que los algoritmos necesitan de un número específico de iteraciones para lograr una velocidad de convergencia mayor, al tener un escenario en tiempo real, se deberá realizar una única iteración, teniendo una respuesta del MSE más parecida a como se puede observar en la Figura 43.

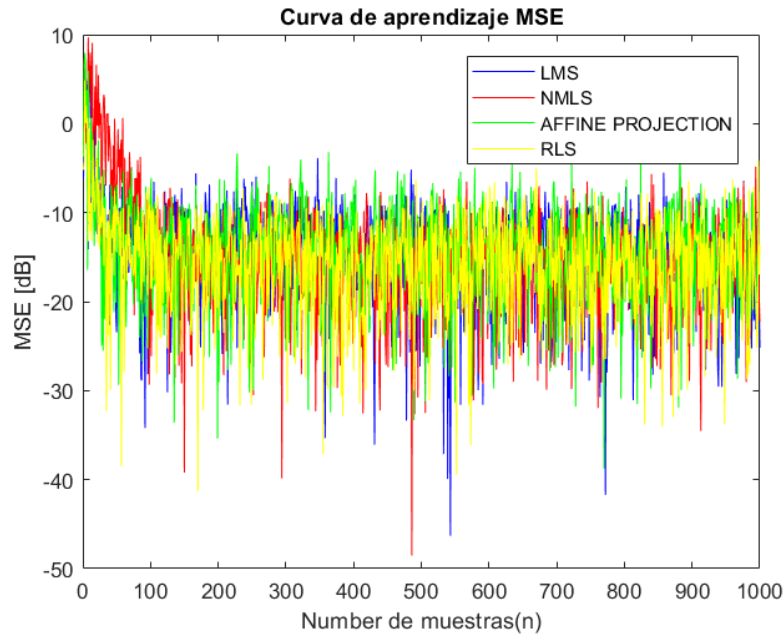


Figura 43. Comparación MSE carios algoritmos

Se deben conocer varios parámetros (Ver Tabla 7), que serán fijos o podrán ir cambiando acorde mejoren el MSE, esto será un procedimiento “Prueba y Error” hasta encontrar el valor de los parámetros que disminuya el error.

Tabla 7

Parámetros Algoritmos Adaptativos

Parámetros	Definición
μ	Factor de convergencia ($0 < \mu < 1$)
γ	Constante para evitar la singularidad
L	Factor de reutilización de datos ($L=0$ para LMS, $L=1$ para NLMS, $L=2$ en adelante Affine Projection)
δ	Constante positiva (utilizada para inicializar la estimación de la matriz inversa de autocorrelación)
λ	Factor de olvido

Fuente: (Zarrinkoub, 2014)

3.3. Proceso de Recepción

En el receptor se realizaron las operaciones inversas del transmisor, aunque LTE y muchos otros estándares no definen que operaciones se realizan. El receptor OFDM invierte las operaciones de generación de las señales OFDM. Luego se calculan los elementos del *Resource Grid*, esto se consigue al combinar las señales recibidas, estimando el canal y aplicando el OSTBC (*Orthogonal Space-Time Block Coding*).

OSTBC combina las señales de entrada y la estimación de canal, eliminando restos de ISI o cualquier otra interferencia, teniendo a la salida una única señal modulada. El proceso de Ecuación y Recepción de la señal se muestra en la Figura 44.

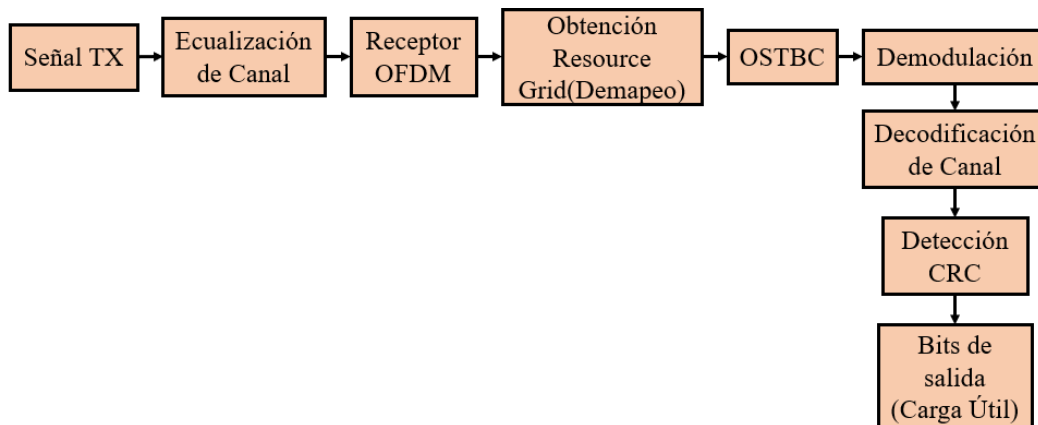


Figura 44. Proceso de Ecuación y Recepción

CAPITULO IV

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Teniendo el proceso de transmisión, ecualización y recepción del sistema MIMO Masivo, se procede al análisis de resultados.

4.1. Sistema Sin Ecualización

En primera instancia se tendrá un sistema, con los procesos de Transmisión y Recepción, obviando la Ecualización de canal. Se desea obtener las gráficas del BER en función del SNR, este variará de 0 a 16[dB], donde se esperan resultados óptimos, ya que el proceso de transmisión utiliza diversidad de transmisión, que le da mayor robustez a la transmisión y disminuyendo el número de bits erróneos.

La Figura 45, muestra la gráfica del BER vs SNR en el sistema 8x8 sin ecualización, esta se acerca considerablemente al valor teórico del BER cuando se utiliza una modulación 16QAM, pero al estar en un ambiente real los resultados obtenidos son los esperados, también se realizaron pruebas con los sistemas 16x16 y 32x32 sin ecualización y se obtuvo un gráfica del BER vs SNR como se muestra en la Figura 46.

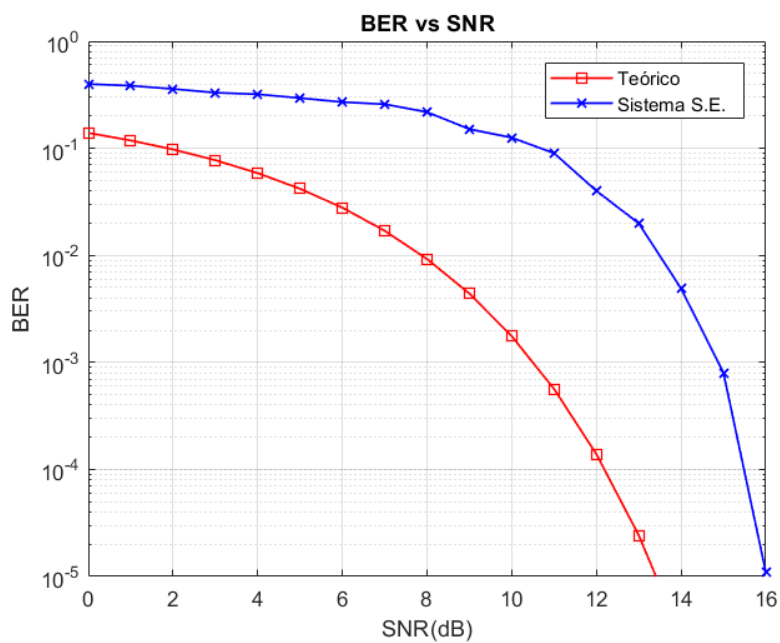


Figura 45. BER vs SNR (Sistema 8x8 Sin Ecuación)

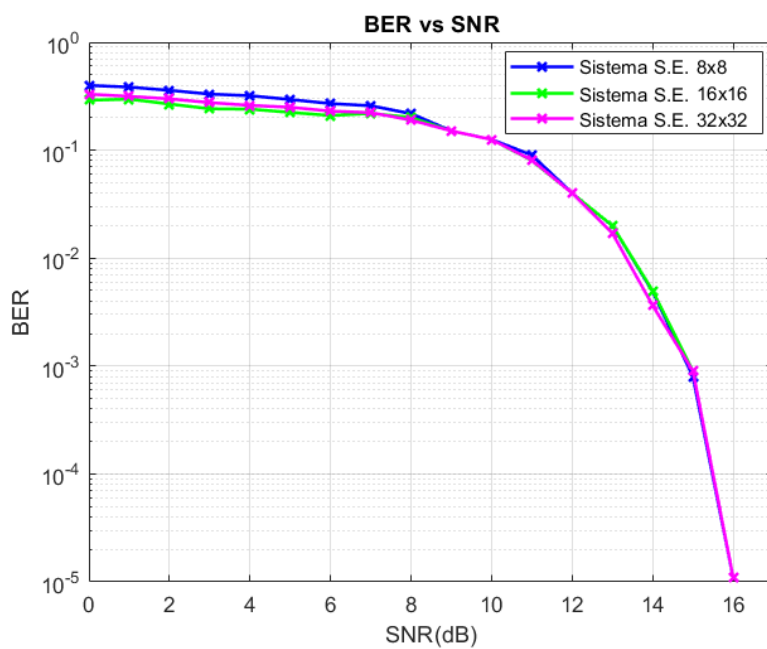


Figura 46. BER vs SNR (Sistema 8x8,16x16,32x32 Sin Ecuación)

Se realizaron varias simulaciones, con un sistema sin ecualización, obteniendo los resultados de la *Tabla 8*, donde el BER se aproxima a cero cuanto más alto sea el SNR.

Tabla 8
Pruebas Sistema Sin Ecualización

	Simulación 1	Simulación 2	Simulación 3	Simulación 4	Simulación 5
SNR	BER	BER	BER	BER	BER
0	0.3983	0.3983	0.3975	0.3977	0.3967
1	0.3843	0.3840	0.3857	0.3847	0.3834
2	0.3585	0.3575	0.3587	0.3584	0.3583
3	0.3309	0.3308	0.3300	0.3304	0.33
4	0.3196	0.3208	0.3201	0.3193	0.3199
5	0.2948	0.2944	0.2952	0.2943	0.2958
6	0.2703	0.2692	0.2706	0.2703	0.2707
7	0.2582	0.2589	0.2585	0.2577	0.2572
8	0.2180	0.2182	0.2205	0.2189	0.2185
9	0.1509	0.1476	0.1475	0.1528	0.1501
10	0.1257	0.1264	0.1266	0.1262	0.1189
11	0.1166	0.1167	0.1158	0.1159	0.1045
12	0.1010	0.1019	0.1012	0.1019	0.0763
13	0.0869	0.0864	0.0864	0.0833	0.0801
14	0.0389	0.0393	0.0403	0.0403	0.0405
15	0.00021	0.00011	0.00127	0.00228	0.00247
16	1.1e-04	3e-04	1.5e-04	3e-05	6e-04

4.2. Ecualización

Los algoritmos utilizados arrojan datos de cada una de las antenas de recepción, se especificó los valores de los parámetros necesarios para cada uno de estos (Ver *Tabla 9*), y así obtener la curva MSE como se puede observar en las Figura 47, Figura 48, Figura 49 y Figura 50, al realizar la ecualización.

Tabla 9
Parámetros utilizados en los algoritmos adaptativos

Parámetros	Valor
μ	1e-06
γ	1e-12
L	3
δ	0.3
λ	0.9998
N	1,2,4,6,8,10

Siendo N el número de coeficientes que entregue el algoritmo, cabe mencionar que los valores que se mencionan anteriormente se obtuvieron después de varias pruebas, y fueron los que mejor resultado dieron al momento encontrar los coeficientes.

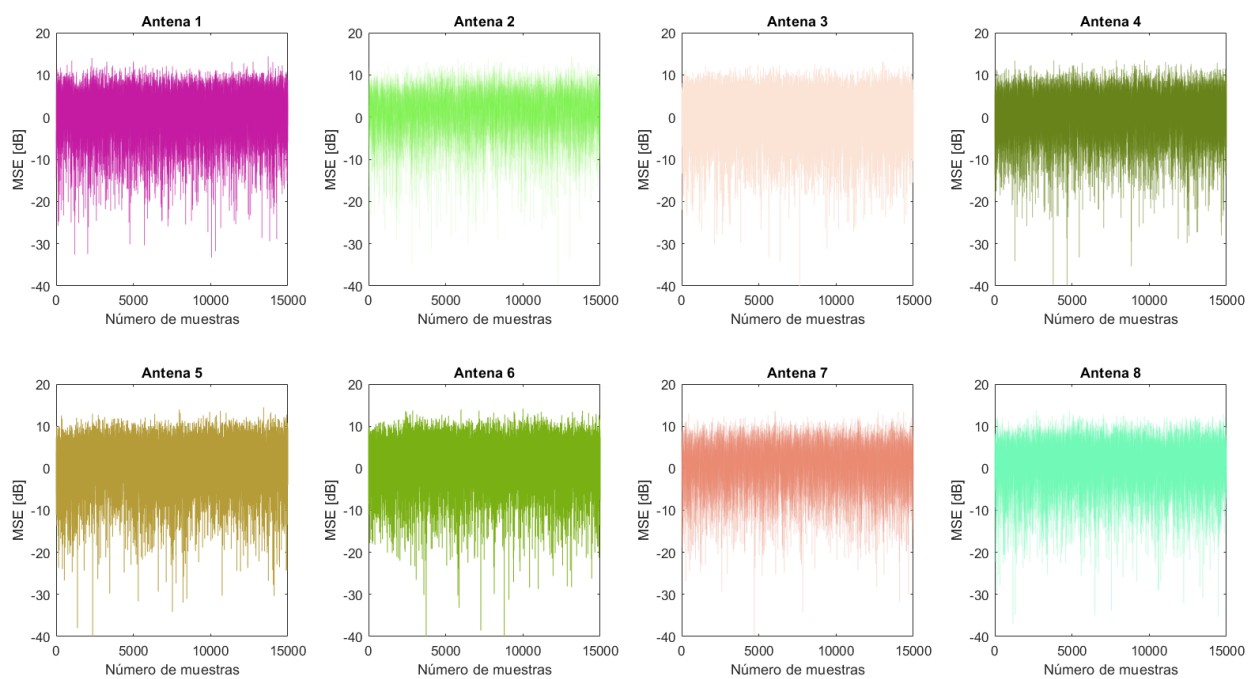


Figura 47. Curva de aprendizaje MSE (LMS), $N=2$, $SNR=0$

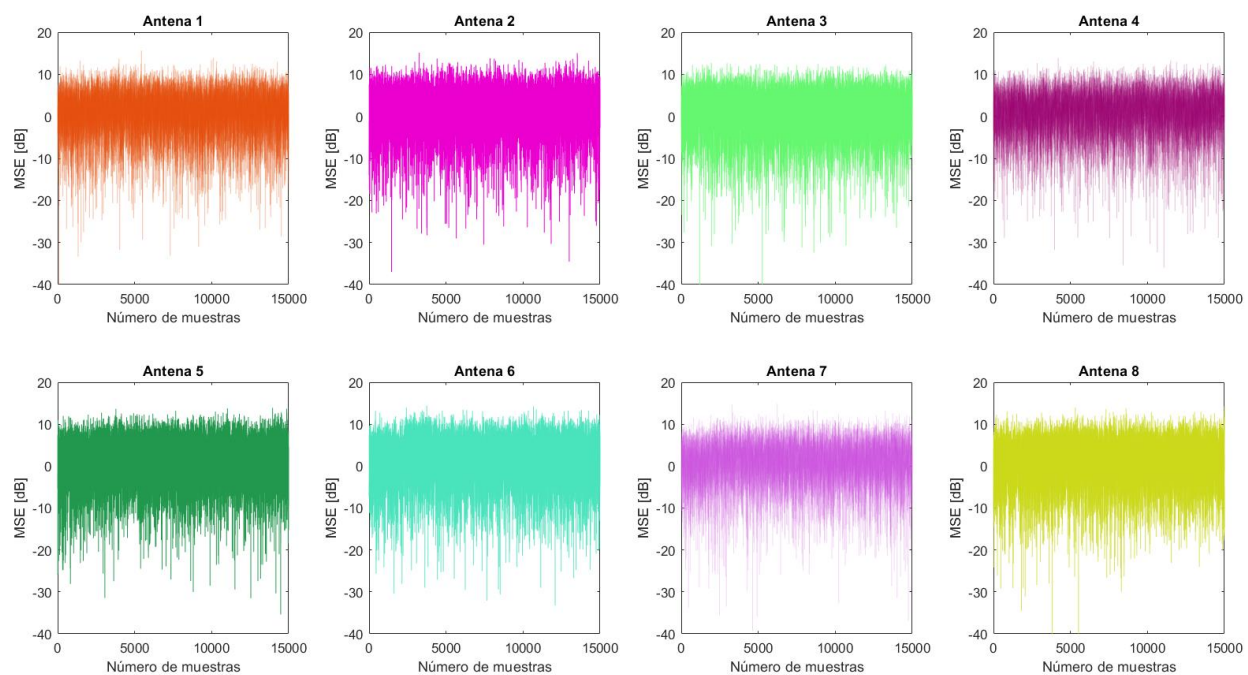


Figura 48. Curva de aprendizaje MSE(NLMS), $N=2$, $SNR=0$

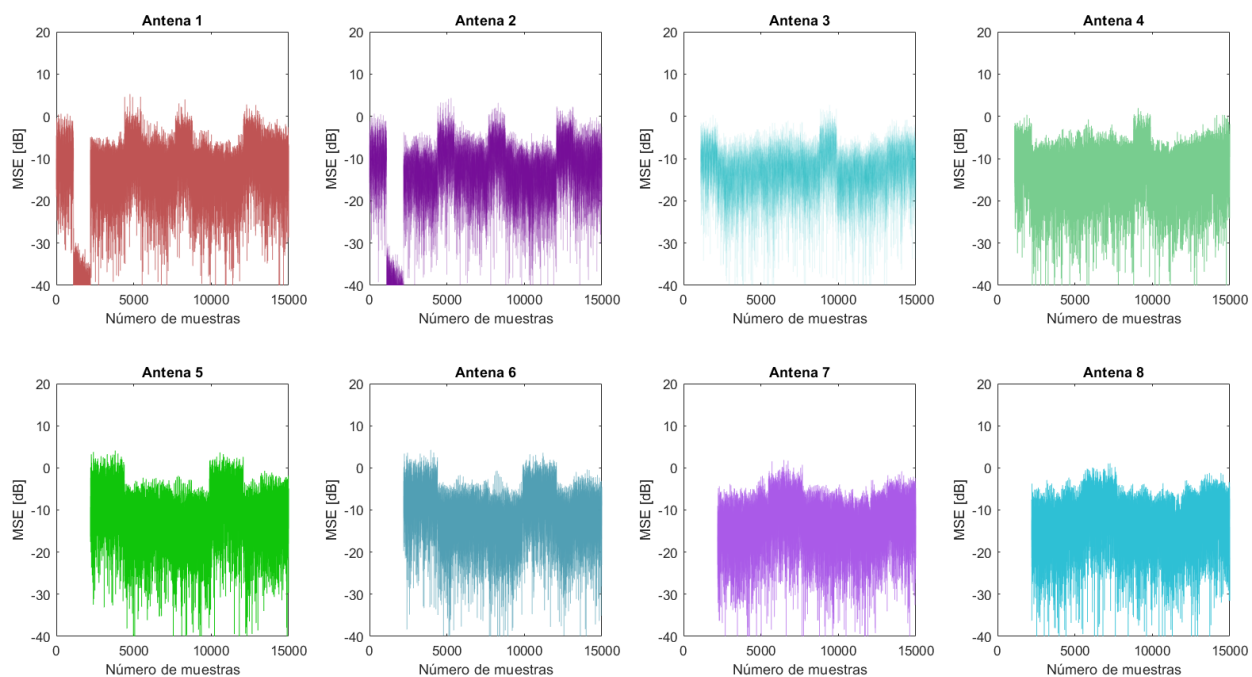


Figura 49. Curva de aprendizaje MSE(RLS), $N=2$, $SNR=0$

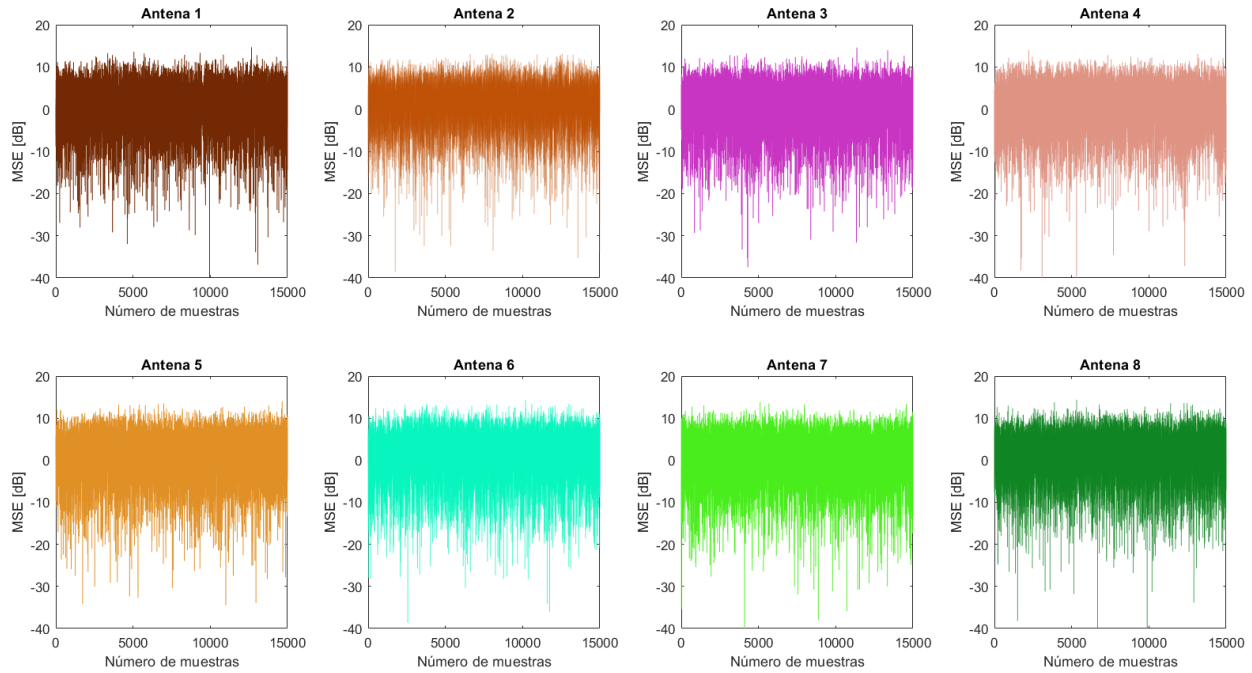


Figura 50. Curva de aprendizaje $MSE(AP), N=2, SNR=0$

Los algoritmos LMS, NLMS y *Affine Projection* tienen una curva MSE que converge de la manera esperada, sin embargo con el algoritmo RLS como se observa en la Figura 49, la curva MSE le toma un número mayor de muestras converger, teniendo picos donde su comportamiento es errático, con lo cual se realizaron varias pruebas y así obtener una media del MSE, detalladas en la Tabla 10, Tabla 11, Tabla 12 y Tabla 13.

Tabla 10

Valores MSE: Algoritmo LMS

MSE: LMS								
N								
SNR	1	2	3	4	6	8	10	
0	0.9360	1.1060	1.4060	2.0068	3.6068	7.2068	10.5584	
1	0.1572	0.3272	0.6272	1.6380	2.8280	6.4280	9.2592	
2	-0.8097	-0.6397	-0.3397	0.5611	1.8611	5.4611	8.6667	
3	-1.0076	-0.8376	-0.5376	-0.2368	1.6632	5.2632	8.2046	
4	-1.6598	-1.4898	-1.1898	-0.6890	1.0110	4.6110	7.9209	
5	-1.9971	-1.8271	-1.5271	-1.0263	0.6737	4.2737	7.1056	
6	-2.9497	-2.7797	-2.4797	-1.9789	-0.2789	3.3211	6.9005	
7	-3.3478	-3.1778	-2.8778	-2.3770	-0.6770	2.9230	6.1380	

CONTINÚA

8	-3.6640	-3.4940	-3.1940	-2.6932	-0.9932	2.6068	5.6422
9	-4.3907	-4.2207	-3.9207	-3.4199	-1.7199	1.8801	5.3667
10	-4.6930	-4.5230	-4.2230	-3.7222	-2.0222	1.5778	5.0970
11	-4.8919	-4.7219	-4.4219	-3.9211	-2.2211	1.3789	5.0899
12	-5.1711	-5.0011	-4.7011	-4.2003	-2.5003	1.0997	4.9301
13	-5.4040	-5.2340	-4.9340	-4.4332	-2.7332	0.8668	4.5102
14	-5.7568	-5.5868	-5.2868	-4.7860	-3.0860	0.5140	4.5344
15	-5.9972	-5.8272	-5.5272	-5.0264	-3.3264	0.2736	3.9032
16	-6.1958	-6.0258	-5.7258	-5.2250	-3.5250	0.0750	3.7104

Tabla 11*Valores MSE: Algoritmo NLMS*

MSE: NLMS							
N							
SNR	1	2	3	4	6	8	10
0	0.9345	1.0209	1.1320	1.9580	5.6130	9.3077	10.4863
1	-0.0769	0.2421	0.3532	1.1792	4.1647	9.2877	10.1402
2	-0.5176	-0.7248	-0.6137	0.2123	4.0249	8.0605	9.4815
3	-1.3554	-0.9227	-0.8116	0.0144	3.3579	7.3830	8.8873
4	-1.7972	-1.5749	-1.4638	-0.6378	2.4274	6.9122	7.9138
5	-2.1661	-1.9122	-1.8011	-0.9751	1.9144	6.3775	7.3595
6	-2.8752	-2.8648	-2.7537	-1.9277	1.2169	5.7871	6.9704
7	-3.4043	-3.2629	-3.1518	-2.3258	0.7507	4.8747	6.2975
8	-3.8031	-3.5791	-3.4680	-2.6420	0.5628	4.7553	5.8252
9	-4.3380	-4.3058	-4.1947	-3.3687	0.1091	4.9912	5.5826
10	-4.6982	-4.6081	-4.4970	-3.6710	0.0100	4.2639	4.8592
11	-5.0730	-4.8070	-4.6959	-3.8699	0.0687	4.0194	5.4106
12	-5.2550	-5.0862	-4.9751	-4.1491	-0.0825	4.3200	4.8029
13	-5.4468	-5.3191	-5.2080	-4.3820	-0.6510	4.0083	4.6581
14	-5.8138	-5.6719	-5.5608	-4.7348	-0.6989	3.3636	4.3521
15	-6.1889	-5.9123	-5.8012	-4.9752	-1.1602	3.0577	4.1389
16	-6.2689	-6.1109	-5.9998	-5.1738	-1.4771	2.6660	3.5236

Tabla 12*Valores MSE: Algoritmo RLS*

MSE: RLS							
N							
SNR	1	2	3	4	6	8	10
0	-9.1227	-9.1263	-9.1172	9.1225	9.1402	9.1314	9.1339
1	-9.1236	9.1247	9.1264	9.1347	9.1247	9.1236	9.1418
2	9.1271	9.1285	9.1205	9.1315	9.1285	9.1387	9.1404
3	9.1292	9.1227	9.1204	9.1162	9.1402	9.1404	9.1453
4	9.1218	9.1350	9.1200	9.1284	9.1318	9.1340	9.1316
5	9.1320	9.1295	9.1307	9.1273	9.1347	9.1260	9.1236
6	9.1265	9.1340	9.1293	9.1335	9.1164	9.1294	9.1340
7	9.1306	9.1260	9.1272	9.1164	9.1174	9.1289	9.1260

CONTINÚA

8	9.1287	9.1286	9.1302	9.1276	9.1200	9.1418	9.1247
9	9.1294	9.1267	9.1267	9.1252	9.1299	9.1339	9.1285
10	9.1305	9.1319	9.1323	9.1218	9.1236	9.1327	9.1345
11	9.1294	9.1273	9.1318	9.1320	9.1314	9.1306	9.1287
12	9.1289	9.1335	9.1353	9.1302	9.1345	9.1247	9.1327
13	9.1318	9.1362	9.1384	9.1295	9.1316	9.1285	9.1200
14	9.1347	9.1400	9.1410	9.1340	9.1418	9.1404	9.1294
15	9.1315	9.1414	9.1318	9.1285	9.1353	9.1289	9.1289
16	9.1403	9.1440	9.1353	9.1280	9.1384	9.1318	9.1299

El algoritmo RLS en las condiciones presentadas no logra una convergencia adecuada, no disminuye el error con el número de muestras, y se mantiene constante con valor medio de 9.12[dB], demostrando que los coeficientes obtenidos con este algoritmo no son óptimos, más adelante se podrá notar con las gráficas del BER que este algoritmo es poco eficiente.

Tabla 13
Valores MSE: Algoritmo Affine Projection

MSE: Affine Projection							
N							
SNR	1	2	3	4	6	8	10
0	0.8360	0.8063	0.8933	0.9403	0.9803	1.0967	1.3017
1	0.1372	0.0302	0.1172	0.1642	0.2042	0.3206	0.5256
2	-0.9021	-0.7921	-0.7051	-0.6581	-0.6181	-0.5017	-0.2967
3	-1.1235	-1.3726	-1.2856	-1.2386	-1.1986	-1.0822	-0.8772
4	-1.4592	-1.9816	-1.8946	-1.8476	-1.8076	-1.6912	-1.4862
5	-2.0001	-2.5783	-2.4913	-2.4443	-2.4043	-2.2879	-2.0829
6	-2.9592	-3.0851	-2.9981	-2.9511	-2.9111	-2.7947	-2.5897
7	-3.2415	-3.6790	-3.5920	-3.5450	-3.5050	-3.3886	-3.1836
8	-3.76	-3.8804	-3.7934	-3.7464	-3.7064	-3.5900	-3.3850
9	-4.2481	-4.2493	-4.1623	-4.1153	-4.0753	-3.9589	-3.7539
10	-4.6781	-4.6016	-4.5146	-4.4676	-4.4276	-4.3112	-4.1062
11	-4.7841	-4.6206	-4.5336	-4.4866	-4.4466	-4.3302	-4.1252
12	-5.2410	-4.7020	-4.6150	-4.5680	-4.5280	-4.4116	-4.2066
13	-5.2438	-5.0151	-4.9281	-4.8811	-4.8411	-4.7247	-4.5197
14	-5.4521	-5.3044	-5.2174	-5.1704	-5.1304	-5.0140	-4.8090
15	-6.0072	-5.5022	-5.4152	-5.3682	-5.3282	-5.2118	-5.0068
16	-6.2571	-5.8997	-5.8127	-5.7657	-5.7257	-5.6093	-4.4043

El algoritmo *Affine Projection*, es el que presenta mejores resultados con respecto al MSE, con cada uno de los coeficientes; más adelante con las gráficas del BER se notara la mejora que presenta este algoritmo.

Los algoritmos LMS y NLMS a su vez tienen un MSE que disminuye con el aumento del SNR, pero no con todos los coeficientes, pues su rango estaría definido entre $1 \leq N \leq 4$.

4.3. Sistema Ecuado

Una vez aplicado cada uno de los algoritmos, se obtienen las gráficas del BER vs SNR con los sistemas 8x8, 16x16 y 32x32, como se muestra a continuación.

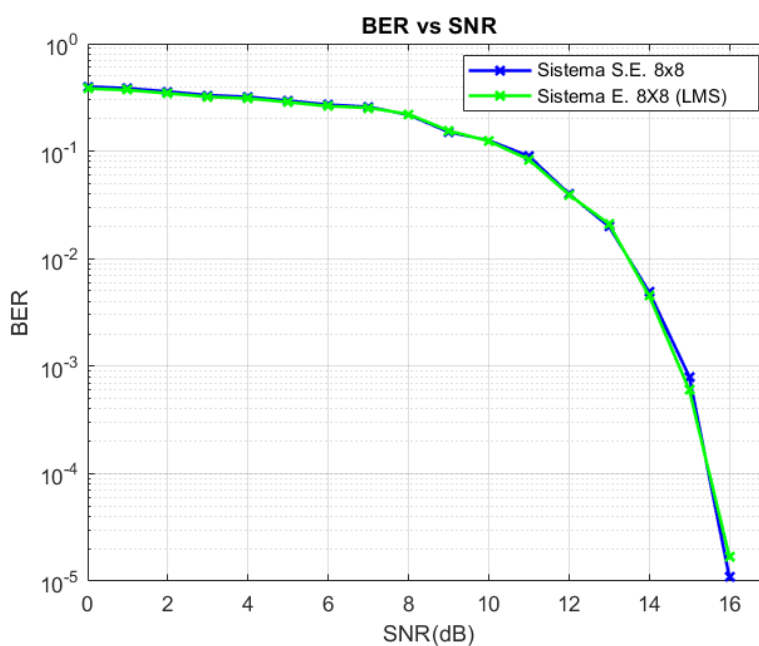


Figura 51. Sistema 8x8 Ecuado (LMS)

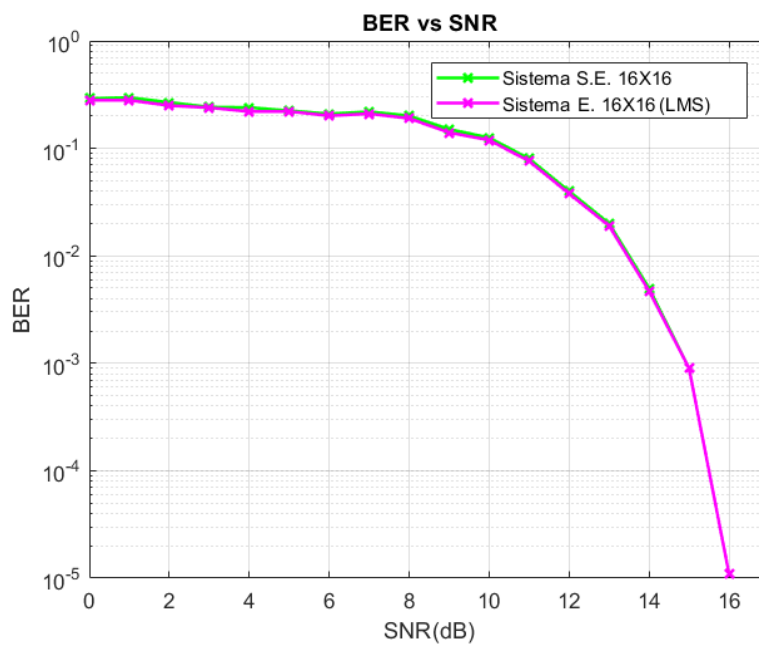


Figura 52. Sistema 16x16 Ecuado (LMS)

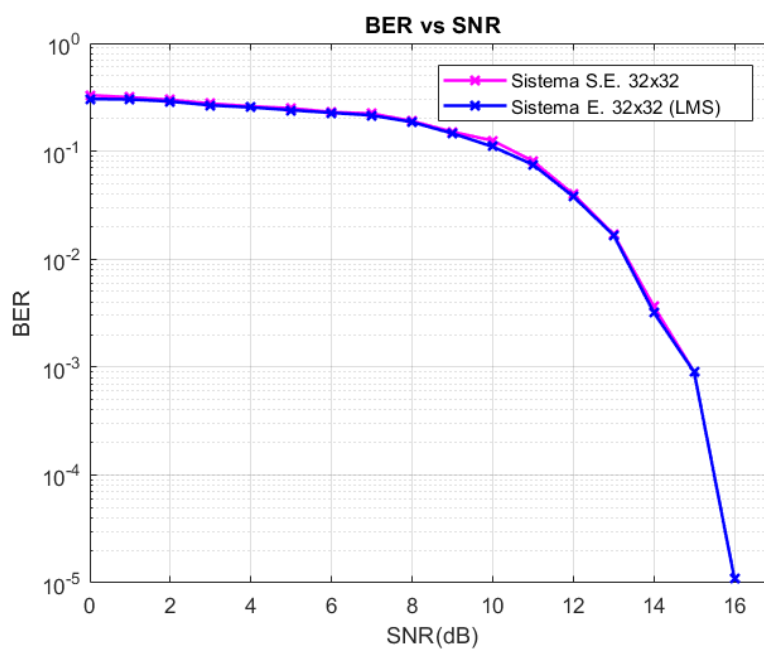


Figura 53. Sistema 32x32 Ecuado (LMS)

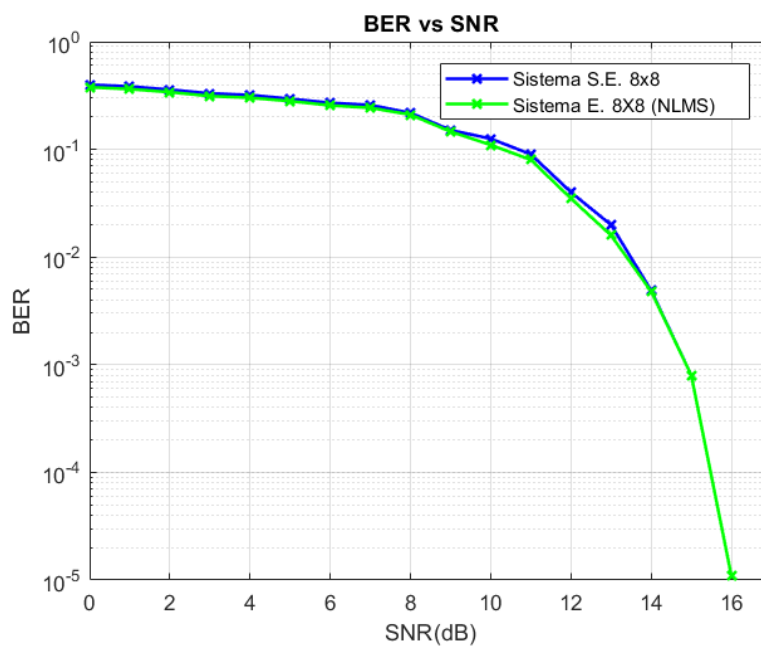


Figura 54. Sistema 8x8 Ecuado (NLMS)

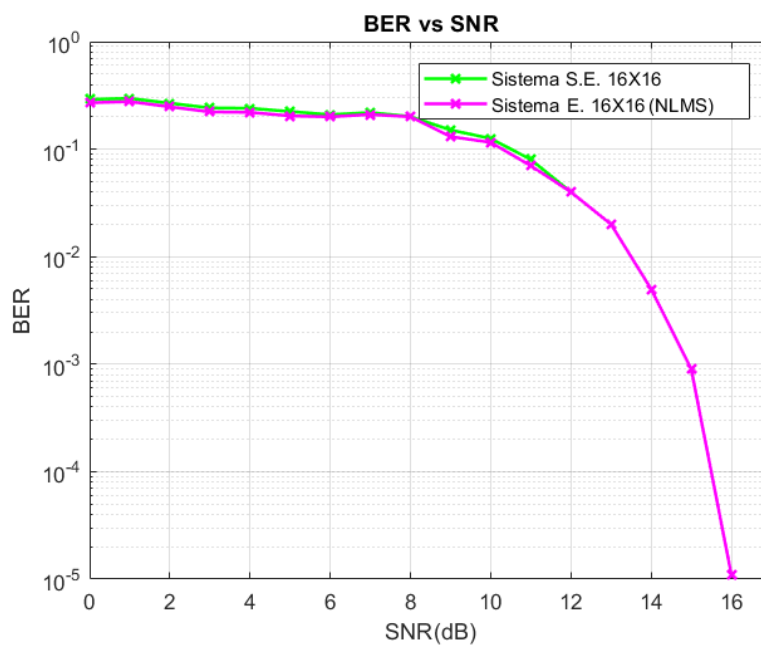


Figura 55. Sistema 16x16 Ecuado (NLMS)

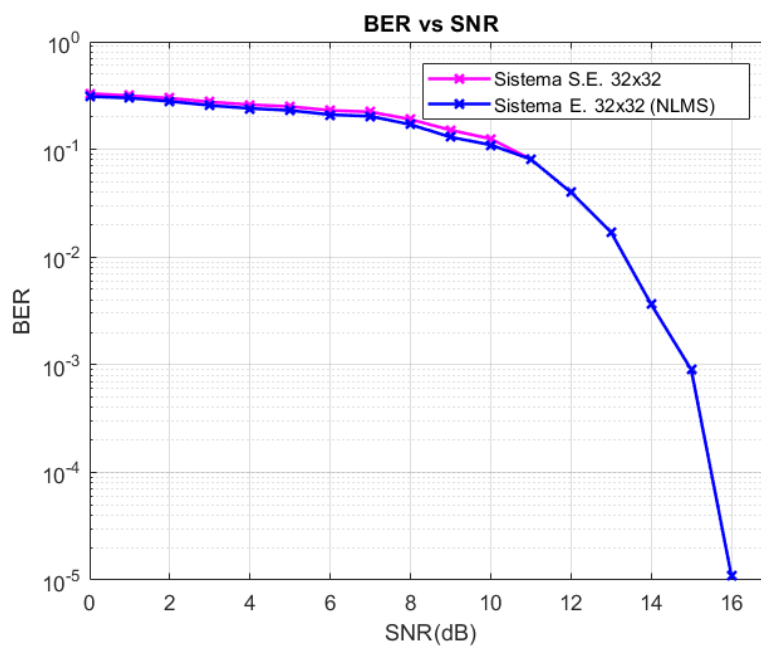


Figura 56. Sistema 32x32 Ecuilizado (NLMS)

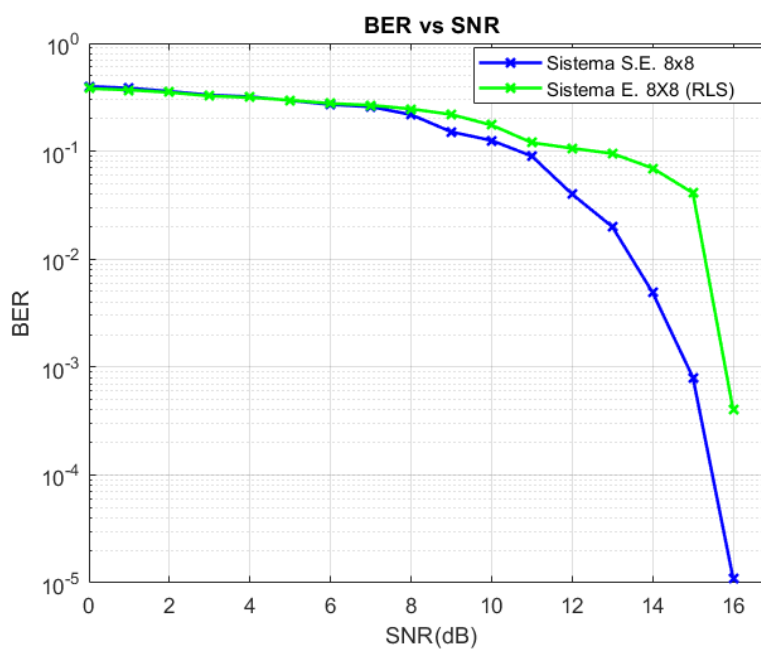


Figura 57. Sistema 8x8 Ecuilizado (RLS)

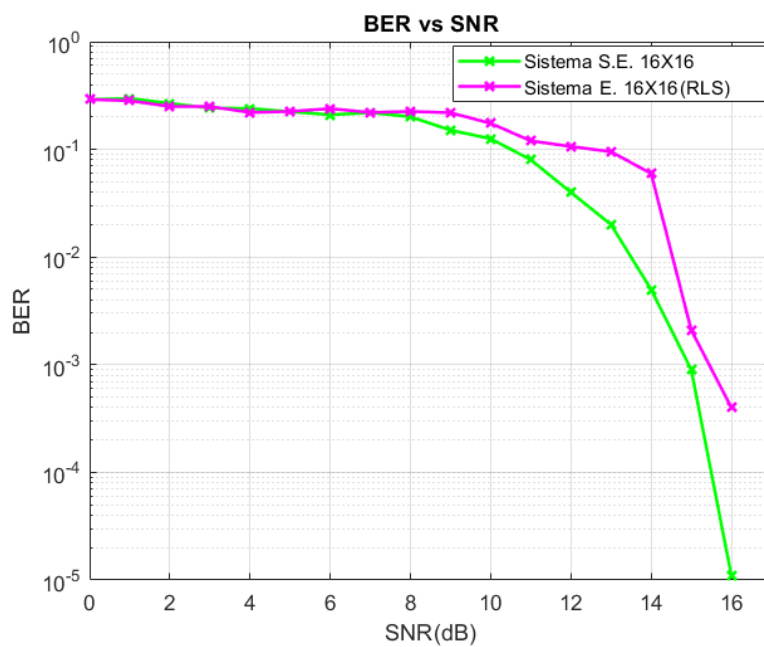


Figura 58. Sistema 16x16 Ecuilizado (RLS)

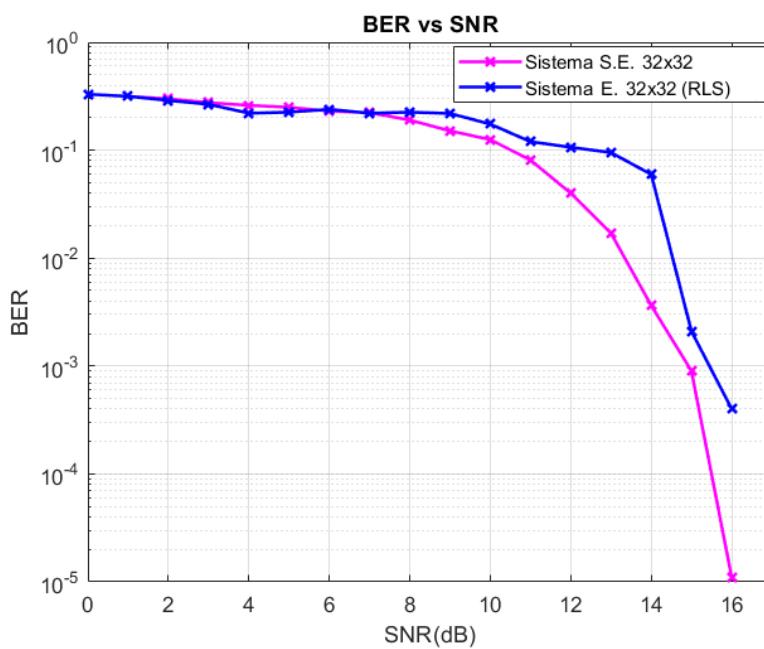


Figura 59. Sistema 32x32 Ecuilizado (RLS)

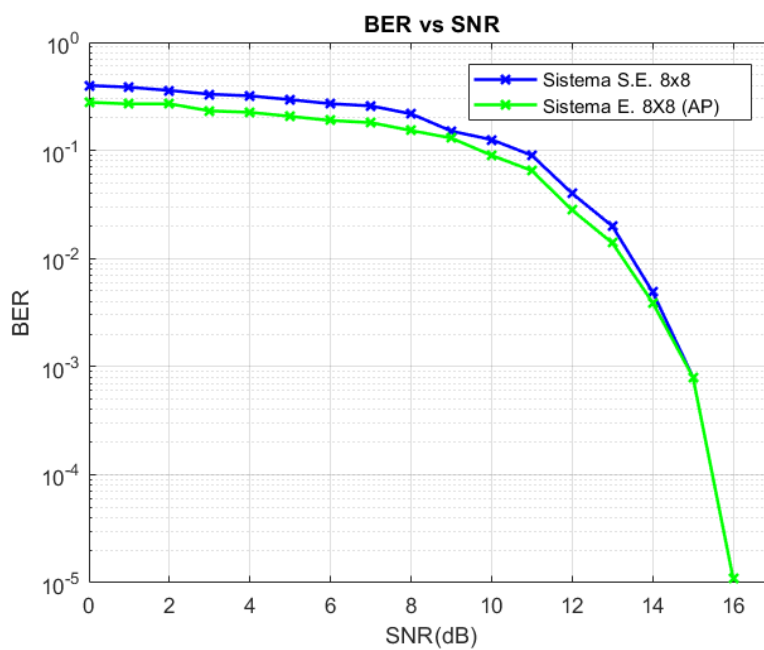


Figura 60. Sistema 8x8 Ecuilizado (AP)

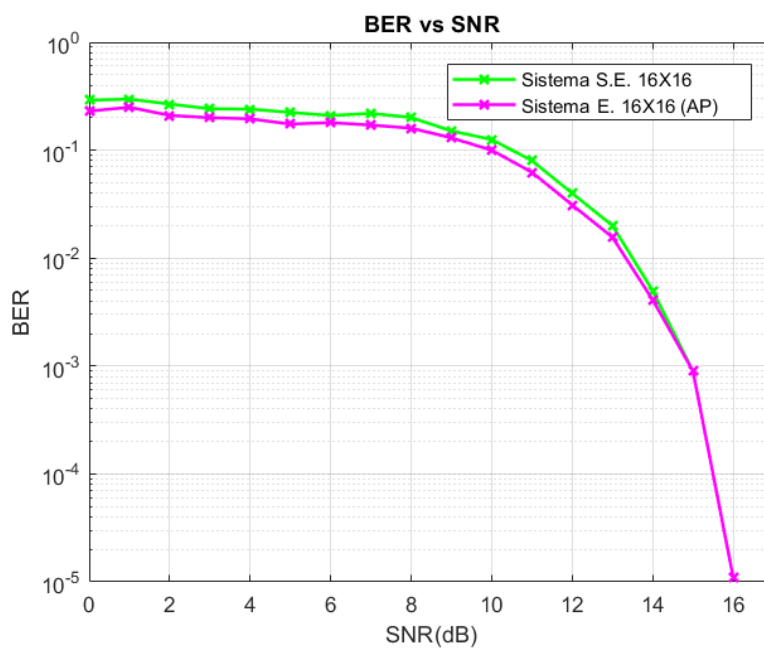


Figura 61. Sistema 16x16 Ecuilizado (AP)

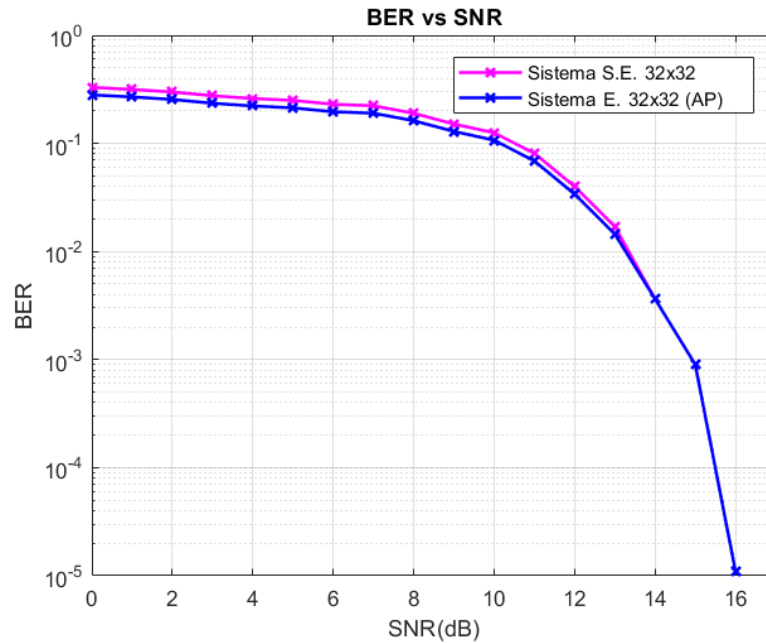


Figura 62. Sistema 32x32 Ecuilizado (AP)

Las Tabla 14, Tabla 15, Tabla 16 y Tabla 17 muestran los resultados obtenidos tras varias pruebas con un sistema 8x8.

Tabla 14

BER Sistema 8x8 (LMS)

BER VS SNR: LMS								
SNR	S.E.	N						
		1	2	3	4	6	8	10
0	0.3983	0.3825	0.3831	0.3748	0.3923	0.3958	0.4037	0.4241
1	0.3843	0.3700	0.3702	0.3625	0.3818	0.3828	0.3905	0.4196
2	0.3585	0.3449	0.3448	0.3379	0.3418	0.3569	0.3641	0.4005
3	0.3309	0.3201	0.3202	0.3136	0.3250	0.3312	0.3378	0.3716
4	0.3196	0.3094	0.3093	0.3032	0.3135	0.3202	0.3266	0.3592
5	0.2948	0.2856	0.2855	0.2798	0.2928	0.2955	0.3014	0.3315
6	0.2703	0.2622	0.2621	0.2569	0.2726	0.2713	0.2767	0.3044
7	0.2582	0.2532	0.2531	0.2481	0.2529	0.3950	0.3591	0.3519
8	0.2180	0.2209	0.2209	0.2164	0.2180	0.3446	0.3133	0.3070
9	0.1599	0.1550	0.1542	0.1519	0.1571	0.2418	0.2198	0.2154
10	0.1257	0.1240	0.1225	0.1215	0.1237	0.1934	0.1759	0.1723
11	0.0900	0.0836	0.0837	0.0819	0.0900	0.1304	0.1186	0.1162
12	0.0400	0.0394	0.0394	0.0386	0.0401	0.0615	0.0559	0.0548
13	0.0199	0.1110	0.0108	0.0106	0.0176	0.0410	0.0311	0.0452
14	0.0049	0.0045	0.0046	0.0044	0.0049	0.0075	0.0045	0.0058
15	0.0008	0.0006	0.0006	0.0006	0.00071	0.0076	0.00543	0.00729
16	1.1e-05	1e-05	1e-05	1e-05	1e-05	4e-05	5e-05	3.1e-05

Tabla 15
BER Sistema 8x8 (NLMS)

BER VS SNR: NLMS								
SNR	S.E.	N						
		1	2	3	4	6	8	10
0	0.3983	0.3791	0.3792	0.37105	0.4081	0.3918	0.4037	0.3996
1	0.3843	0.3667	0.3664	0.3588	0.3948	0.3789	0.3905	0.3865
2	0.3585	0.3418	0.3413	0.3345	0.3680	0.3533	0.3641	0.3604
3	0.3309	0.3172	0.3169	0.3104	0.3415	0.3278	0.3378	0.3344
4	0.3196	0.3066	0.3062	0.3001	0.3302	0.3169	0.3266	0.3233
5	0.2948	0.2830	0.2826	0.277	0.3047	0.2925	0.3014	0.2983
6	0.2703	0.2598	0.2594	0.2543	0.2797	0.2685	0.2767	0.2739
7	0.2582	0.2509	0.2505	0.24561	0.2701	0.3910	0.3591	0.3554
8	0.2180	0.2189	0.2186	0.2142	0.2357	0.3411	0.3133	0.3101
9	0.1599	0.1506	0.1526	0.1503	0.1554	0.2393	0.2198	0.2176
10	0.1257	0.1229	0.1212	0.12028	0.1226	0.1914	0.1759	0.1741
11	0.0900	0.0828	0.082	0.0810	0.0891	0.1290	0.1186	0.1174
12	0.0400	0.0390	0.0390	0.0381	0.0400	0.0608	0.0559	0.0553
13	0.0199	0.0108	0.0105	0.0139	0.0123	0.0405	0.0311	0.0308
14	0.0049	0.0045	0.0039	0.0043	0.0048	0.3914	0.0045	0.3966
15	0.0008	0.0006	0.0005	0.0006	0.0007	0.0076	0.0053	0.0072
16	1.1e-05	1e-05	1.e-05	1e-05	1e-05	1e-05	1e-05	2e-05

Tabla 16
BER Sistema 8x8 (RLS)

BER VS SNR: RLS								
SNR	S.E.	N						
		1	2	3	4	6	8	10
0	0.3983	0.3891	0.3852	0.4237	0.4110	0.4029	0.3949	0.3751
1	0.3843	0.3867	0.3828	0.4211	0.4085	0.4004	0.3924	0.3728
2	0.3585	0.3578	0.3542	0.3896	0.3780	0.3705	0.3631	0.3449
3	0.3309	0.3472	0.3437	0.3781	0.3668	0.3595	0.3523	0.3347
4	0.3196	0.3466	0.3431	0.3774	0.3661	0.3589	0.3517	0.3341
5	0.2948	0.3530	0.3495	0.3844	0.3729	0.3655	0.3582	0.3403
6	0.2703	0.3398	0.3364	0.3700	0.3589	0.3519	0.3448	0.3276
7	0.2582	0.3309	0.3276	0.3604	0.3495	0.3426	0.3358	0.3190
8	0.2180	0.3289	0.3256	0.3582	0.3474	0.3406	0.3338	0.3171
9	0.1599	0.3706	0.3669	0.4036	0.3915	0.3838	0.3761	0.3573
10	0.1257	0.3429	0.3395	0.3734	0.3622	0.3551	0.3480	0.3306
11	0.0900	0.2828	0.2800	0.3080	0.2987	0.2928	0.2870	0.2726
12	0.0400	0.2190	0.2168	0.2385	0.2313	0.2268	0.2222	0.2111
13	0.0199	0.0358	0.0354	0.0390	0.0378	0.0371	0.0363	0.0345
14	0.0049	0.0062	0.0068	0.0068	0.0065	0.0064	0.0063	0.0060
15	0.0008	0.0025	0.0047	0.0054	0.024	0.0065	0.0012	0.0143
16	1.1e-05	9e-05	1e-04	7e-04	2.4e-03	1e-05	7.5e-05	1e-05

Tabla 17
BER Sistema 8x8 (AP)

BER VS SNR: AP								
SNR	S.E.	N						
		1	2	3	4	6	8	10
0	0.3983	0.2788	0.3067	0.3036	0.2884	0.3173	0.3490	0.3420
1	0.3843	0.2690	0.2959	0.2929	0.2783	0.3061	0.3367	0.3300
2	0.3585	0.2724	0.2996	0.2966	0.2818	0.3100	0.3410	0.3342
3	0.3309	0.2324	0.2556	0.2531	0.2404	0.2645	0.2909	0.2851
4	0.3196	0.2256	0.2482	0.2457	0.2334	0.2567	0.2824	0.2768
5	0.2948	0.2064	0.2270	0.2248	0.2135	0.2349	0.2584	0.2532
6	0.2703	0.1892	0.2081	0.2060	0.1957	0.2153	0.2368	0.2321
7	0.2582	0.1807	0.1988	0.1968	0.1869	0.2056	0.2262	0.2217
8	0.2180	0.1526	0.1679	0.1662	0.1579	0.1737	0.1910	0.1872
9	0.1599	0.1312	0.1443	0.1429	0.1357	0.1493	0.1642	0.1610
10	0.1257	0.0987	0.1086	0.1075	0.1021	0.1123	0.1236	0.1211
11	0.0900	0.0650	0.0715	0.0708	0.0672	0.0740	0.0814	0.0797
12	0.0400	0.0283	0.0311	0.0308	0.0293	0.0322	0.0354	0.0347
13	0.0199	0.0108	0.0119	0.0118	0.0112	0.0123	0.0135	0.0132
14	0.0049	0.0039	0.0040	0.0042	0.0040	0.0048	0.0049	0.0048
15	0.0008	0.0008	0.0007	0.0008	0.0007	0.0008	0.0008	0.0007
16	1.1e-05	1e-05	2e-05	1.1e-05	1.5e-05	2e-05	1e-05	3e-05

La respuesta del BER vs SNR en un sistema 8x8 cuando este es ecualizado mediante los algoritmos LMS y NMLS (Ver Tabla 14, Tabla 15), tiene una mejora en la señal, obteniendo un BER menor al sistema sin ecualización, pero no con todos los coeficientes propuestos pues únicamente se obtienen mejores resultados con N=1, 2, 3 y 4, sin embargo con el algoritmo RLS (Ver Tabla 16) se obtuvo la respuesta ya esperada, teniendo en cuenta que el valor medio del MSE era 9.12[dB] (Ver Tabla 12), el BER aumenta, con una mayor numero de errores, siendo ineficiente, muy al contrario del Algoritmo Affine Projection, que reduce el BER con todos los coeficientes propuestos (Ver Tabla 17). Se muestra a continuación los resultados de los sistemas 16x16 y 32x32, teniendo respuestas similares.

Tabla 18
BER Sistema 16x16 (LMS)

BER VS SNR: LMS								
SNR	S.E.	N						
		1	2	3	4	6	8	10
0	0.2904	0.2875	0.2899	0.2870	0.2784	0.2840	0.3124	0.3124
1	0.2971	0.2941	0.2966	0.2936	0.2848	0.2905	0.3196	0.3195
2	0.2676	0.2649	0.2672	0.2645	0.2565	0.2617	0.2879	0.2879
3	0.2420	0.2396	0.2416	0.2392	0.2320	0.2366	0.2603	0.2603
4	0.2416	0.2392	0.2412	0.2388	0.2316	0.2363	0.2599	0.2599
5	0.2239	0.2217	0.2235	0.2213	0.2147	0.2189	0.2408	0.2408
6	0.2094	0.2073	0.2091	0.2070	0.2008	0.2048	0.2253	0.2253
7	0.2190	0.2168	0.2186	0.2164	0.2100	0.2142	0.2356	0.2356
8	0.2010	0.1990	0.2007	0.1987	0.1927	0.2120	0.2332	0.2332
9	0.1507	0.1492	0.1504	0.1489	0.1445	0.1725	0.1898	0.1897
10	0.1256	0.1243	0.1254	0.1241	0.1204	0.1524	0.1676	0.1676
11	0.0812	0.0804	0.0811	0.0803	0.0778	0.1013	0.1114	0.1114
12	0.0399	0.0395	0.0398	0.0394	0.0383	0.0512	0.0563	0.0563
13	0.0223	0.0221	0.0223	0.0220	0.0214	0.0224	0.0246	0.0246
14	0.0049	0.0049	0.0047	0.0045	0.0048	0.0501	0.0551	0.0551
15	0.0009	0.0008	0.0008	0.0009	0.0008	0.0009	0.0007	0.0009
16	1.1e-05	1e-05	2e-05	2e-05	1e-05	1e-05	1.8e-04	2e-04

Tabla 19
BER Sistema 16x16 (NLMS)

BER VS SNR: NLMS								
SNR	S.E.	N						
		1	2	3	4	6	8	10
0	0.2904	0.2846	0.2870	0.2888	0.2776	0.3053	0.3206	0.3174
1	0.2971	0.2912	0.2936	0.2941	0.2839	0.3123	0.3280	0.3247
2	0.2676	0.2623	0.2645	0.2652	0.2557	0.2813	0.2954	0.2924
3	0.2420	0.2372	0.2392	0.2354	0.2313	0.2544	0.2672	0.2645
4	0.2416	0.2368	0.2388	0.2351	0.2309	0.2540	0.2667	0.2640
5	0.2239	0.2195	0.2213	0.2221	0.2141	0.2355	0.2472	0.2448
6	0.2094	0.2052	0.2070	0.2065	0.2002	0.2202	0.2312	0.2289
7	0.2190	0.2146	0.2164	0.2187	0.2094	0.2303	0.2418	0.2394
8	0.2010	0.1970	0.1987	0.1927	0.1921	0.2113	0.2219	0.2197
9	0.1507	0.1477	0.1489	0.1415	0.1441	0.1585	0.1664	0.1647
10	0.1256	0.1231	0.1241	0.1238	0.1200	0.1320	0.1386	0.1373
11	0.0812	0.0796	0.0803	0.0814	0.0776	0.0853	0.0896	0.0887
12	0.0399	0.0391	0.0394	0.0357	0.0382	0.0420	0.0441	0.0437
13	0.0223	0.0219	0.0221	0.0254	0.0213	0.0235	0.0246	0.0244
14	0.0049	0.0049	0.0048	0.0045	0.0049	0.0511	0.0574	0.0520
15	0.0009	0.0008	0.0009	0.0007	0.0008	0.0009	0.0007	0.0011
16	1.1e-05	1e-05	2e-05	2e-05	1e-05	1e-05	1.8e-04	2e-04

Tabla 20
BER Sistema 16x16 (RLS)

BER VS SNR: RLS								
SNR	S.E.	N						
		1	2	3	4	6	8	10
0	0.2904	0.2852	0.3137	0.3074	0.3044	0.2908	0.3199	0.3167
1	0.2971	0.2828	0.3111	0.3049	0.3018	0.2884	0.3172	0.3140
2	0.2676	0.2542	0.2796	0.2740	0.2713	0.2592	0.2851	0.2823
3	0.2420	0.2437	0.2681	0.2627	0.2601	0.2485	0.2734	0.2706
4	0.2416	0.2431	0.2674	0.2621	0.2594	0.2479	0.2727	0.2700
5	0.2239	0.2495	0.2745	0.2690	0.2663	0.2544	0.2799	0.2771
6	0.2094	0.2364	0.2600	0.2548	0.2523	0.2411	0.2652	0.2625
7	0.2190	0.2276	0.2504	0.2454	0.2429	0.2321	0.2553	0.2528
8	0.2010	0.2256	0.2482	0.2432	0.2408	0.2301	0.2531	0.2505
9	0.1507	0.2669	0.2936	0.2877	0.2848	0.2722	0.2994	0.2964
10	0.1256	0.2395	0.2635	0.2582	0.2556	0.2442	0.2687	0.2660
11	0.0812	0.2800	0.3080	0.3018	0.2988	0.2855	0.3141	0.3109
12	0.0399	0.2168	0.2385	0.2337	0.2314	0.2211	0.2432	0.2408
13	0.0223	0.0354	0.0389	0.0382	0.0378	0.0361	0.0397	0.0393
14	0.0049	0.0061	0.0067	0.0066	0.0065	0.0062	0.0068	0.0068
15	0.0009	0.0027	0.0030	0.0029	0.0029	0.0028	0.0030	0.0030
16	1.1e-05	9e-05	1e-04	7e-04	2.4e-03	1e-05	7.5e-05	1e-05

Tabla 21
BER Sistema 16x16 (AP)

BER VS SNR: AP								
SNR	S.E.	N						
		1	2	3	4	6	8	10
0	0.2904	0.2323	0.2277	0.2481	0.2457	0.2407	0.2383	0.2265
1	0.2971	0.2377	0.2329	0.2539	0.2514	0.2463	0.2439	0.2317
2	0.2676	0.2141	0.2098	0.2287	0.2264	0.2219	0.2197	0.2087
3	0.2420	0.1936	0.1897	0.2068	0.2047	0.2006	0.1986	0.1888
4	0.2416	0.1933	0.1894	0.2065	0.2044	0.2003	0.1983	0.1885
5	0.2239	0.1791	0.1755	0.1913	0.1894	0.1856	0.1838	0.1746
6	0.2094	0.1675	0.1642	0.1789	0.1771	0.1736	0.1719	0.1633
7	0.2190	0.1752	0.1717	0.1871	0.1853	0.1816	0.1798	0.1708
8	0.2010	0.1608	0.1576	0.1718	0.1700	0.1666	0.1650	0.1568
9	0.1507	0.1206	0.1182	0.1288	0.1275	0.1250	0.1237	0.1176
10	0.1256	0.1005	0.0985	0.1074	0.1063	0.1042	0.1031	0.0980
11	0.0812	0.0650	0.0637	0.0694	0.0687	0.0674	0.0667	0.0634
12	0.0399	0.0319	0.0313	0.0341	0.0337	0.0331	0.0327	0.0311
13	0.0223	0.0178	0.0174	0.0190	0.0188	0.0184	0.0183	0.0174
14	0.0049	0.0039	0.0038	0.0042	0.0041	0.0040	0.0040	0.0038
15	0.0009	0.0007	0.0008	0.0009	0.0008	0.0009	0.0009	0.0007
16	1.1e-05	1e-05	5e-06	1e-05	2e-05	1e-06	5e-05	1e-05

Tabla 22
BER Sistema 32x32 (LMS)

BER VS SNR: LMS								
SNR	S.E.	N						
		1	2	3	4	6	8	10
0	0.3299	0.3266	0.3201	0.3280	0.3247	0.3215	0.3375	0.3308
1	0.3154	0.3122	0.3060	0.3135	0.3104	0.3073	0.3227	0.3162
2	0.2990	0.2960	0.2901	0.2972	0.2943	0.2914	0.3059	0.2998
3	0.2760	0.2732	0.2678	0.2744	0.2716	0.2689	0.2823	0.2767
4	0.2600	0.2574	0.2523	0.2585	0.2559	0.2533	0.2660	0.2607
5	0.2499	0.2474	0.2425	0.2484	0.2459	0.2434	0.2556	0.2505
6	0.2300	0.2277	0.2231	0.2286	0.2264	0.2241	0.2353	0.2306
7	0.2230	0.2208	0.2164	0.2217	0.2195	0.2173	0.2282	0.2236
8	0.1900	0.1881	0.1843	0.1889	0.1870	0.2057	0.2160	0.2592
9	0.1510	0.1495	0.1465	0.1501	0.1486	0.1635	0.1717	0.2060
10	0.1253	0.1240	0.1216	0.1246	0.1233	0.1356	0.1424	0.1709
11	0.0810	0.0802	0.0786	0.0805	0.0797	0.0877	0.0921	0.1105
12	0.0399	0.0395	0.0387	0.0397	0.0393	0.0432	0.0454	0.0544
13	0.0170	0.0168	0.0165	0.0169	0.0167	0.0184	0.0193	0.0232
14	0.0036	0.0035	0.0036	0.003	0.003	0.0089	0.0045	0.0254
15	0.0008	0.0008	0.0009	0.0009	0.0008	0.0014	0.0012	0.0021
16	1.1e-05	1e-05	2e-05	1e-05	1.1e-05	1.1e-04	1e-05	1.1e-04

Tabla 23
BER Sistema 32x32 (NLMS)

BER VS SNR: NLMS								
SNR	S.E.	N						
		1	2	3	4	6	8	10
0	0.3299	0.3227	0.3194	0.3130	0.3146	0.3183	0.3151	0.3466
1	0.3154	0.3084	0.3054	0.2992	0.3007	0.3042	0.3012	0.3313
2	0.2990	0.2924	0.2895	0.2837	0.2851	0.2885	0.2856	0.3142
3	0.2760	0.2699	0.2672	0.2619	0.2632	0.2662	0.2635	0.2899
4	0.2600	0.2543	0.2518	0.2467	0.2480	0.2508	0.2483	0.2731
5	0.2499	0.2444	0.2420	0.2371	0.2383	0.2410	0.2386	0.2624
6	0.2300	0.2250	0.2227	0.2183	0.2193	0.2219	0.2196	0.2416
7	0.2230	0.2181	0.2160	0.2116	0.2127	0.2151	0.2130	0.2343
8	0.1900	0.1858	0.1840	0.1803	0.1812	0.2036	0.2016	0.2218
9	0.1510	0.1477	0.1462	0.1433	0.1440	0.1619	0.1602	0.1763
10	0.1253	0.1225	0.1213	0.1189	0.1194	0.1342	0.1329	0.1462
11	0.0810	0.0792	0.0784	0.0769	0.0773	0.0868	0.0860	0.0946
12	0.0399	0.0390	0.0386	0.0379	0.0381	0.0428	0.0423	0.0466
13	0.0170	0.0166	0.0164	0.0161	0.0162	0.0182	0.0180	0.0198
14	0.0036	0.0035	0.0034	0.0034	0.0034	0.0088	0.0087	0.0096
15	0.0008	0.0008	0.0009	0.0009	0.0008	0.0014	0.0012	0.0021
16	1.1e-05	1e-05	2e-05	1e-05	1.1e-05	1.1e-04	1e-05	1.1e-04

Tabla 24
BER Sistema 32x32 (RLS)

BER VS SNR: RLS								
SNR	S.E.	N						
		1	2	3	4	6	8	10
0	0.3299	0.3273	0.3437	0.3335	0.3302	0.3269	0.3432	0.3364
1	0.3154	0.3128	0.3285	0.3187	0.3155	0.3123	0.3280	0.3214
2	0.2990	0.2966	0.3114	0.3022	0.2992	0.2962	0.3110	0.3048
3	0.2760	0.2839	0.2981	0.2893	0.2864	0.2835	0.2977	0.2918
4	0.2600	0.2580	0.2709	0.2628	0.2602	0.2576	0.2705	0.2651
5	0.2499	0.2581	0.2710	0.2629	0.2603	0.2577	0.2706	0.2652
6	0.2300	0.2384	0.2503	0.2429	0.2404	0.2380	0.2499	0.2449
7	0.2230	0.2517	0.2643	0.2564	0.2538	0.2792	0.2931	0.3078
8	0.1900	0.2088	0.2192	0.2127	0.2106	0.2317	0.2432	0.2554
9	0.1510	0.1600	0.1680	0.1630	0.1613	0.1774	0.1863	0.1956
10	0.1253	0.1648	0.1731	0.1679	0.1663	0.1829	0.1921	0.2017
11	0.0810	0.0905	0.0950	0.0922	0.0913	0.1004	0.1055	0.1107
12	0.0399	0.0417	0.0438	0.0425	0.0421	0.0463	0.0486	0.0511
13	0.0170	0.0168	0.0177	0.0172	0.0170	0.0187	0.0196	0.0206
14	0.0036	0.0052	0.0054	0.0053	0.0087	0.0955	0.0999	0.9842
15	0.0008	0.0009	0.0011	0.0012	0.0008	0.0025	0.0047	0.0075
16	1.1e-05	1e-05	1e-05	2e-05	1e-04	5e-05	2e-04	7e-04

Tabla 25
BER Sistema 32x32 (AP)

BER VS SNR: AP								
SNR	S.E.	N						
		1	2	3	4	6	8	10
0	0.3299	0.2833	0.2830	0.2774	0.2912	0.2941	0.2912	0.3116
1	0.3154	0.2708	0.2706	0.2652	0.2784	0.2812	0.2784	0.2979
2	0.2990	0.2568	0.2565	0.2514	0.2639	0.2666	0.2639	0.2824
3	0.2760	0.2370	0.2368	0.2320	0.2436	0.2461	0.2436	0.2607
4	0.2600	0.2233	0.2230	0.2186	0.2295	0.2318	0.2295	0.2456
5	0.2499	0.2146	0.2144	0.2101	0.2206	0.2228	0.2206	0.2360
6	0.2300	0.1975	0.1973	0.1934	0.2030	0.2051	0.2030	0.2172
7	0.2230	0.1915	0.1913	0.1875	0.1969	0.1988	0.1968	0.2106
8	0.1900	0.1632	0.1630	0.1597	0.1677	0.1694	0.1677	0.1794
9	0.1510	0.1297	0.1295	0.1269	0.1333	0.1346	0.1333	0.1426
10	0.1253	0.1076	0.1075	0.1053	0.1106	0.1117	0.1106	0.1183
11	0.0810	0.0696	0.0695	0.0681	0.0715	0.0722	0.0715	0.0765
12	0.0399	0.0343	0.0342	0.0335	0.0352	0.0356	0.0352	0.0377
13	0.0170	0.0146	0.0146	0.0143	0.0150	0.0152	0.0150	0.0161
14	0.0036	0.0031	0.0031	0.0033	0.0032	0.0032	0.0029	0.0034
15	0.0008	0.0006	0.0007	0.0008	0.0009	0.0008	0.0009	0.0007
16	1.1e-05	3e-05	2e-05	1e-05	1e-05	1e-06	1.1e-05	1e-04

El algoritmo que mejores resultados presento fue Affine Projection, sin embargo lo que se requiere es conocer con cuantos coeficientes es más óptimo, para esto se trazó una gráfica de

MSEvsN(Número de Coeficientes) con un SNR=8[dB], se escogió ese valor por ser un valor central, tendremos entonces la Figura 63.

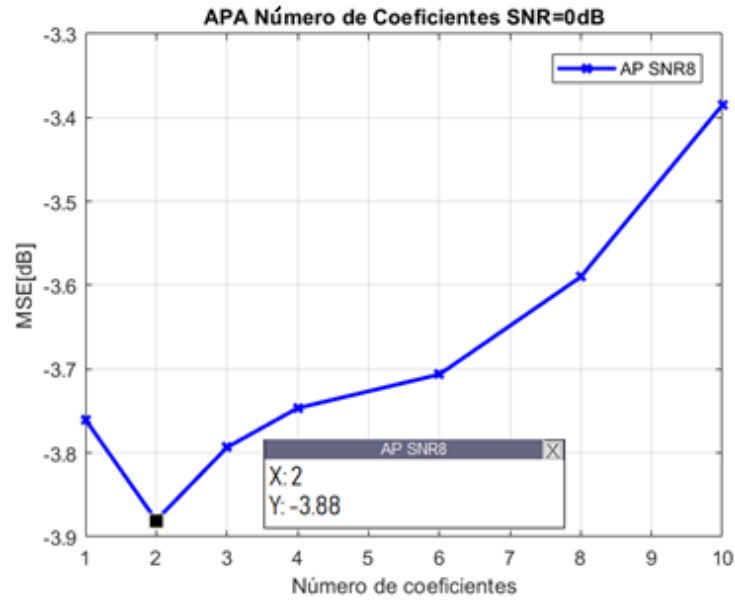


Figura 63. MSE vs N: Algoritmo *Affine Projection*

Así tenemos entonces que el Algoritmo *Affine Projection*, tendrá una mejor respuesta cuando se tengan dos coeficientes.

CAPITULO V

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

- La implementación de los algoritmos adaptativos en la ecualización de canal MIMO mejoró el desempeño del sistema MIMO 8x8 en un 4%, 16x16 en un 6% y 32x32 en un 5% como se evidencio al momento de obtener las gráficas del BER.
- El algoritmo *Affine Projection* presenta ventajas sobre los algoritmos LMS, NLMS y RLS debido a que los valores del MSE y BER al momento de la ecualización disminuyen con todos los coeficientes ($N = 1, 2, \dots, 10$) propuestos en el trabajo.
- El algoritmo RLS mostro desventajas al momento de la implementación, dado que el valor medio del MSE con todos los coeficientes fue de 9.12 [dB], aumentando el valor del BER y empeorando el desempeño del sistema.
- Los sistemas 16x16 y 32x32 tienen un valor del BER menor con respecto al sistema 8x8 debido al mayor número de antenas, que provee a los sistemas de mayor robustez y confiabilidad.
- Los sistemas MIMO utilizados en el presente trabajo tienen un rendimiento óptimo antes de ser ecualizados, mitigando la mayoría de efectos creados por el canal, con lo cual la ecualización mediante filtros adaptativos es más sencilla de implementar.

5.2. Recomendaciones

- Se recomienda utilizar algoritmos de la familia QR, lo que permitirá compararlos con los utilizados en este trabajo y verificar si estos son igual de eficientes para el sistema de comunicaciones o varían en sus resultados.
- Se recomienda en trabajos futuros la implementación de sistemas con un mayor número de antenas (32 en adelante) con lo que se podrá determinar si tienen un desempeño igual o más óptimo que los utilizados en el presente trabajo.

BLIBLIOGRAFÍA

- Agredo, G., Jojoa, P., & Almenar, V. (2015). Sistemas MIMO con un elevado número de antenas: clave para la 5G inalámbrica. *Entramado*, 250-261.
- Aminjavaheri, A., & Farhang-Boroujeny, B. (2018). Filter Bank Multicarrier in Massive MIMO: Analysis and Channel Equalization. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 3987-4000.
- Anguís Horno, J. (Marzo de 2008). *Redes de Área Local Inalámbricas: Diseño de la WLAN de Wheelers Lane Technology College*. Obtenido de Biblioteca de la Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla: <http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/11579>
- Avalos, J., Mendoza, F., & Avalos, G. (2018). Set-Membership Affine Projection-Like Algorithm with Evolving Order. *IEEE Latin America Transactions*, 770-776.
- Batista Ortiz, E. L. (2004). *Filtro volterra adaptativo: análise estatística e algoritmos simplificados*. Obtenido de Repositório Institucional da Universidade Federal de Santa Catarina: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/87841>
- Cabrera Bean, M., Rey Micolau, F., & Tarrés Ruiz, F. (Febrero de 2013). *Sistemas de comunicación I*. Obtenido de Universidad Abierta de Cataluña: Repositorio Institucional: <http://hdl.handle.net/10609/69406>
- Cerquides Bueno, J. R. (15 de Mayo de 2013). *Ecualización de canal*. Obtenido de SlideShare: <https://es.slideshare.net/cerquides/tema-3-ecualizacion-decanal>

- Cuevas, H. (15 de Febrero de 2017). *Propuesta de aplicación de la tecnología MIMO masivo a las comunicaciones móviles 5G*. Obtenido de Repositorio Digital de la Universidad Politécnica de Madrid: <http://oa.upm.es/44669/>
- Diniz, P. (2008). *Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation*. New York: Springer.
- Douglass, S. (1999). Adaptive Filtering. En V. Madisetti, & D. Williams, *Digital Signal Processing* (págs. 7-12). CRC Press LLC.
- Espinoza Díaz, P., & Villarroel Gonzáles, C. (2007). Proposición y Simulación de un Algoritmo Adaptativo para Sistemas de Antenas Inteligentes. *Revista Chilena de Ingeniería*, 344-350.
- Giler Ortiz, V. M. (10 de Febrero de 2017). *Diseño e implementación de esquemas de ecualización lineal de un sistema inalámbrico de una sola portadora para la transmisión de imágenes bajo canales multitrayectoria*. Obtenido de Universidad Politécnica del Litoral: Repositorio: <http://www.dspace.espol.edu.ec/xmlui/handle/123456789/37312>
- Imbaquingo Sarmiento, D. V. (2017). *Análisis del desempeño de un sistema mimo en un canal no lineal complejo dividido en subbandas con series de volterra*. Obtenido de Repositorio Institucional de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE: <http://repositorio.espe.edu.ec/handle/21000/13402>
- Restrepo, J. (2007). Estructura básica y general de los sistemas de comunicaciones. En J. Restrepo, *Análisis de los procesos básicos de un sistema de comunicaciones* (págs. 9-10). Medellín: Lemoine.

Rey Micolau, F., & Villares Piera, N. J. (Febrero de 2014). *Sistemas de comunicación II*. Obtenido de Universidad Abierta de Cataluña:Repositorio Institucional: <http://hdl.handle.net/10609/77305>

Ruiz Lantero, G. (Junio de 2010). *Modelado estadístico de canales enfocado a sistemas profesionales de microfonía inalámbrica*. Obtenido de Universidad Politécnica de Cartagena: Repositorio Digital: <http://hdl.handle.net/10317/1957>

Varghese George, S., Mathews, L., & Pillai, S. S. (2015). Physical Layer Frame Structure in 4G LTE/LTE-A Downlink. *IOSR Journal of Electronics and Communication Engineering*, 12-16.

Yáñez Mora, E. M. (2016). *Modulación OFDM y Sistemas Ópticos*. Quito: Universidad San Francisco de Quito.

Zarrinkoub, H. (2014). *Understanding LTE with MATLAB*. Wiley.

Zelaya Chicas, W. L. (7 de Agosto de 2013). *Diseño de un filtro digital adaptativo como cancelador de ruido basado en el algoritmo LMS*. Obtenido de Repositorio Institucional de la Universidad de El Salvador: <http://ri.ues.edu.sv/id/eprint/3898>