

ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO

DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

**CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA,
AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL**

**PROYECTO DE GRADO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO EN
INGENIERÍA**

**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR CON
REALIMENTACIÓN ESTÁTICA DE ESTADOS USANDO
DESIGUALDADES MATRICIALES PARA EL LEVITADOR
MAGNÉTICO MLS**

ALEXIS DAVID MIRANDA MINA

SANGOLQUÍ – ECUADOR

2010

CERTIFICACIÓN

Certificamos que el presente Proyecto de Grado “Diseño e Implementación de un controlador con realimentación estática de estados usando Desigualdades Matriciales para el Levitador Magnético MLS” fue desarrollado en su totalidad por el Sr. Alexis David Miranda Mina, bajo nuestra dirección, como requerimiento parcial a la obtención del título de INGENIERO ELECTRÓNICO.

Sangolquí, Marzo del 2010.

Ing. Víctor Proaño

DIRECTOR DEL PROYECTO

Ing. Luis Orozco

CODIRECTOR DEL PROYECTO

AGRADECIMIENTO

En primer lugar a Dios por haberme dado la sabiduría para seguir por el camino y cumplir una de mis metas en la vida.

A cada uno de los que son parte de mi familia a mi PADRE quien con su carácter me dio la fortaleza para no rendirme ante las adversidades, mi MADRE quien con sus consejos me guio por buen sendero, a mi HERMANA por mostrarme la alegría de vivir,

A mis abuelitos y a todos mis tíos; por siempre haberme dado su fuerza y apoyo incondicional que me han ayudado y llevado hasta donde estoy ahora.

Por último a mis amigos de aula porque en esta armonía grupal hemos logrado nuestro objetivo y a mi director y codirector de tesis quienes me ayudaron a solucionar todos los problemas que se presentaron en este proyecto.

Alexis David Miranda Mina

DEDICATORIA

Me gustaría dedicar esta Tesis a toda mi familia.

Para mis padres y mi hermana, ya que sin ellos nunca hubiera conseguido cumplir este objetivo en mi vida, por haberme dado su comprensión y ayuda en todo momento. Me han enseñado a encarar las adversidades sin perder la fe. Me han dado todo lo que soy como persona, mis valores, mis principios, mi perseverancia y mi empeño, y todo ello con una dosis de amor y sin pedir nunca nada a cambio.

Para mis abuelitos y tíos, quienes me han apoyado y ayudado en todo momento dándome una mano cuando los he necesitado.

A todos ellos,

Muchas gracias de todo corazón.

Alexis David Miranda Mina

ÍNDICE DE CONTENIDOS

CAPÍTULO 1.....	1
TEORÍA DE DESIGUALDADES MATRICIALES LINEALES Y DESCRIPCIÓN DEL LMI CONTROL TOOLBOX	1
1.1. LAS DESIGUALDADES MATRICIALES LINEALES LMI.....	1
1.2. RELACIÓN DE LAS LMI CON LOS SISTEMAS DINÁMICOS	2
1.3. MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE LMIs. ELIPSOIDE, CORREA SALES, PROYECTIVO	4
1.3.1. Elipsoide	4
1.3.2. Algoritmo de Correa Sales para solución la de LMIs, Ejemplo	7
1.3.3. Proyectivo.....	10
1.4. SOLUCIÓN DE LMIS MEDIANTE CONTROL TOOLBOX. EJEMPLO	11
1.4.1. Setlmis([])	11
1.4.2. Lmivar.....	12
1.4.3. Lmiterm	12
1.4.4. Decnbr	13
1.4.5. Defcx	13
1.4.6. Dec2mat	13
1.4.7. Eig(X)	13
1.4.9. Lmiedit.....	14
1.5. FORMULACIÓN DE PROBLEMAS DE REALIMENTACIÓN DE ESTADO MEDIANTE LMIS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO MÚLTIPLES	18
1.5.1. Norma Cuadrática	18
1.5.2. Norma Infinita.....	19
1.5.3. Ubicación de polos en regiones LMI	20
1.5.4. Formulación de las LMI	25
CAPÍTULO 2.....	29
EL SISTEMA DE LEVITACIÓN MAGNÉTICA MLS.....	29
2.1.1. Sensor	31
2.1.2. Parámetros de característica estática $k_i, c_i, X_{3min}, U_{MIN}$	31
2.1.3. Parámetros de fuerza electromagnética F_{emp1}, F_{emp2}	32

2.1.4. Parámetros de inductancia f_i , f_{ip1} , f_{ip2} , k_i	32
2.2. OBTENCIÓN DEL MODELO LÍNEAL EN EL ESPACIO DE ESTADOS	34
CAPÍTULO 3.....	38
DISEÑO Y SIMULACIÓN DEL CONTROLADOR DE REALIMENTACIÓN DE ESTADOS.....	38
3.1. FUNCIÓN MSFSYN	38
3.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA CUADRÁTICA.....	40
3.3. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE NORMA CUADRÁTICA MEDIANTE LMI CONTROL TOOLBOX	48
3.4. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN.	49
3.5. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA CUADRÁTICA Y UBICACIÓN DE POLOS. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA MEDIANTE LMI CONTROL TOOLBOX.	51
3.6. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN, VELOCIDAD, CORRIENTE Y SEÑAL DE CONTROL.	53
3.7. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA INFINITA.....	54
3.8. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE NORMA INFINITA MEDIANTE LMI CONTROL TOOLBOX	59
3.9. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN.	61
3.10. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA INFINITA Y UBICACIÓN DE POLOS. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA MEDIANTE LMI CONTROL TOOLBOX.	62
3.11. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN.	62
3.12. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA INFINITA Y NORMA CUADRÁTICA.	64
3.13. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE NORMA CUADRÁTICA Y NORMA INFINITA MEDIANTE LMI CONTROL TOOLBOX	66
3.14. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN.	68
3.15. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA INFINITA, NORMA CUADRÁTICA Y UBICACIÓN DE POLOS.	69

3.16. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN.....	69
3.17. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON REALIMENTACIÓN INCOMPLETA DE ESTADOS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA INFINITA Y NORMA CUADRÁTICA.....	71
3.18. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE NORMA CUADRÁTICA Y NORMA INFINITA MEDIANTE LMI CONTROL TOOLBOX.	73
3.19. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN.....	75
3.20. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON REALIMENTACIÓN INCOMPLETA DE ESTADOS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA INFINITA, NORMA CUADRÁTICA Y UBICACIÓN DE POLOS.	76
3.21. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN.....	76
CAPÍTULO 4.....	78
IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR.....	78
4.1. DIAGRAMA DE CONEXIONES DEL EXPERIMENTO EN TIEMPO REAL.	78
4.2. RESULTADOS GRÁFICOS OBTENIDOS DE LA POSICIÓN DEL SISTEMA MLS, MEDIANTE CRITERIO DE NORMA CUADRÁTICA Y UBICACIÓN DE POLOS.	79
4.3. RESULTADOS GRÁFICOS OBTENIDOS DE LA POSICIÓN DEL SISTEMA MLS, MEDIANTE CRITERIO DE NORMA INFINITA Y UBICACIÓN DE POLOS.	81
4.4. RESULTADOS GRÁFICOS OBTENIDOS DE LA POSICIÓN DEL SISTEMA MLS, MEDIANTE CRITERIO DE NORMA CUADRÁTICA, NORMA INFINITA Y UBICACIÓN DE POLOS.....	83
4.5. RESULTADOS GRÁFICOS OBTENIDOS DE LA POSICIÓN DEL SISTEMA MLS, MEDIANTE CRITERIO DE NORMA CUADRÁTICA, NORMA INFINITA Y UBICACIÓN DE POLOS PARA REALIMENTACIÓN INCOMPLETA DE ESTADOS.	85
CAPÍTULO 5.....	87
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	87
5.1. CONCLUSIONES.....	87
5.2 RECOMENDACIONES.....	88
ANEXO.....	91

PRÓLOGO

El presente proyecto de tesis tiene como objetivo principal el análisis, resolución e implementación de las desigualdades matriciales lineales (LMI) en sistemas de control, como método alternativo de las técnicas de control clásico y a la vez demostrar su validez, confiabilidad y robustez frente a perturbaciones externas.

Este proyecto pretende aplicar esta técnica de diseño, para la obtención de controladores eficaces sin necesidad de un análisis profundo de la planta. Para ello se aprovecha la ayuda de herramientas computacionales de diseño de controladores como MATLAB, para facilitar su desarrollo y resolución de una manera más óptima y fiable.

Para la implementación de esta técnica de control se recurrirá al sistema de levitación magnética (MLS) del laboratorio de servomecanismos que presenta las características óptimas para la comprobación de los diferentes controladores elaborados en el proyecto, previa una linealización de su modelo matemático.

Las LMI se basan en criterios de diseño como son la minimización de las normas cuadrática e infinita, las cuales realizarán las operaciones de regulación de variables controladas y minimización del error en la entrada con respecto a la salida, además de la combinación de las normas con la ubicación de polos en una región cónica, tanto para una realimentación completa de las variables posición, velocidad y aceleración; como para una realimentación incompleta de las mismas.

Finalmente se comprobara los resultados en el sistema de levitación magnética, en donde se podrá apreciar si el control mediante desigualdades matriciales lineales es fiable para este tipo de sistemas.

ANTECEDENTES

La Escuela Politécnica del Ejército ha adquirido un sistema de levitación magnética que permite investigar las distintas teorías de control en un ambiente amigable para el alumno. El diseño se realiza en MATLAB y el sistema permite obtener los resultados sin necesidad de que el alumno tenga que diseñar la planta, los sensores o las interfaces de conexión al computador. Esto significa que el alumno puede centrarse exclusivamente en la determinación de los resultados que corresponden a los controladores y no al diseño de la planta en sí, aprovechando esta situación se procederá a la realización de un método de control muy poco difundido como lo son las desigualdades matriciales lineales.

Las ventajas que ofrecen las desigualdades matriciales lineales (LMIs) frente al diseño clásico es que permiten definir de antemano los criterios de desempeño cuadrático H_2 y de robustez, seguimiento y rechazo a perturbaciones. Si bien en la actualidad los sistemas diseñados con estas herramientas no están muy difundidos en el entorno industrial local, estos se perfilan como una herramienta poderosa para el diseño de sistemas de alta complejidad. Las desigualdades matriciales permiten formular los problemas de diseño de sistemas de control de tal forma que se pueden definir múltiples criterios de desempeño.

OBJETIVOS

Objetivo General

Diseñar e implementar un controlador con realimentación estática de estados usando desigualdades matriciales para el levitador magnético MLS.

Objetivos Específicos

- Desarrollar un algoritmo de solución de desigualdades matriciales lineales LMIS a partir de la literatura de control.
- Formular y resolver el problema de control en términos de desigualdades matriciales lineales LMI.
- Implementar el controlador en el sistema de levitación magnética MLS.
- Evaluar los resultados obtenidos.

CAPÍTULO 1

TEORÍA DE DESIGUALDADES MATRICIALES LINEALES Y DESCRIPCIÓN DEL LMI CONTROL TOOLBOX

1.1. LAS DESIGUALDADES MATRICIALES LINEALES LMI

Se puede decir que una LMI es una expresión matemática de la forma:

$$F(x) = F_0 + x_1 F_1 + x_2 F_2 \dots + x_N F_N < 0$$

Donde, x es un vector de escalares desconocidos y F_0, F_1, F_2, F_N son matrices simétricas conocidas, ' <0 ' indica la condición en la cual se determina que el valor de $F(x)$ es negativo.

El término a la izquierda de la desigualdad es una matriz simétrica. Al ser una expresión matricial, la desigualdad expresa la condición de que todos los valores propios de la matriz deben cumplir con ella.

Una LMI representa un problema de convexidad sobre una variable x , que puede ser resuelto mediante algoritmos numéricos garantizando una solución si esta existe.

1.2. RELACIÓN DE LAS LMI CON LOS SISTEMAS DINÁMICOS

Contrariamente a lo que algunos autores sugieren en la actualidad, el estudio de las desigualdades matriciales lineales en el contexto de los sistemas dinámicos y del control se remonta a un largo camino en la historia y probablemente empieza con el fundamental trabajo de Aleksandr Mikhailovich Lyapunov en la estabilidad del movimiento. Lyapunov fue amigo de escuela de Markov (Parámetros de Markov) y luego fue estudiante de Chebyshev. Alrededor de 1890, Lyapunov hizo un estudio sistemático de la expansión local y las propiedades de la contracción de movimiento de sistemas dinámicos. Él trabajó la idea, de que un conjunto invariante de ecuaciones diferenciales es estable en el sentido que este atrae todas las soluciones si uno puede encontrar una función que está limitada desde abajo y decrece a lo largo de todas las soluciones fuera del conjunto invariante.

Aleksandr Mikhailovich Lyapunov nació en mayo 25 de, 1857 y publicó en 1892 su trabajo ‘The General Problem of the Stability of Motion’ en el cual analizó la pregunta de la estabilidad del equilibrio del movimiento de los sistemas mecánicos. Este trabajo sirvió como su tesis doctoral y fue defendido en septiembre de 1892 en la Universidad de Moscú. Como se diría en el argot moderno, él estudio la estabilidad de las ecuaciones diferenciales de la forma mostrada en la ecuación 1.1:

$$\dot{x} = A(x) \quad [Ec. 1.1]$$

Donde $A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ es alguna función analítica y x es un vector de posiciones y \dot{x} velocidades de un material tomando valores en un espacio de estados de dimensión finita $X = \mathbb{R}^n$.

Si la ecuación diferencial de un movimiento con perturbación es tal que es posible encontrar una función definida V de la cual su derivada V' es una función de signo fijo el cual es opuesto a de V , o se reducen idénticamente a cero, el movimiento sin perturbaciones es estable¹.

La simple e intuitiva idea detrás de este resultado, es que la llamada función Lyapunov V puede ser vista de manera general como una función de energía (en el contexto de los sistemas mecánicos de energía cinética y potencial siempre sirven como típicas funciones de Lyapunov). Un sistema es estable si este es disipado en el sentido que la función de Lyapunov decrece. Porque de la importancia de este resultado dependerá la estabilidad de Lyapunov.

Es estable si existe una función de energía V que sea positiva pero que su variación en el tiempo sea negativa, es decir: $V > 0$; $\frac{dV}{dt} < 0$; donde V es la función de energía.

A esta función de energía, en los sistemas lineales e invariantes en el tiempo se les asocia una matriz simétrica definida positiva P .

$$V(x) = x^T(t)Px(t) \quad [Ec. 1.2]$$

$$\frac{d}{dt}V = \dot{x}^T Px + x^T P\dot{x} \quad [Ec. 1.3]$$

Entonces reemplazando la *ecuación 1.1* en la *ecuación 1.3* se tiene:

$$\frac{dV}{dt} = (Ax(t))^T Px + x^T PAx$$

¹ Tomado del Teorema de Lyapunov, Capítulo 1, Sección 16

$$\frac{dV}{dt} = x^T A^T P x + x^T P A x$$

$$\frac{dV}{dt} = x^T [A^T P + P A] x \quad [Ec. 1.4]$$

Como $\frac{dV}{dt} < 0$, entonces $A^T P + P A < 0$, tal que $P > 0$.

1.3. MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE LMIs. ELIPSOIDE, CORREA SALES, PROYECTIVO

1.3.1. Elipsoide

El método del elipsoide es un algoritmo que nos garantiza solucionar problemas estándar, es decir que se obtendrá una solución simple, mas no una solución óptima.

Sea $F: \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{S}^n$ una función afín con $\mathcal{S} \subset \mathbb{R}^m$, recordar que $F(x) < 0$ si y solo si $\lambda_{\max} F(x) < 0$. Definir $f(x) := \lambda_{\max}(F(x))$ y considerar el problema de minimizar f . Si $f(x) < 0$ entonces la LMI $F(x) < 0$ es factible, si $f(x) \geq 0$ la LMI $F(x) < 0$ no es factible.

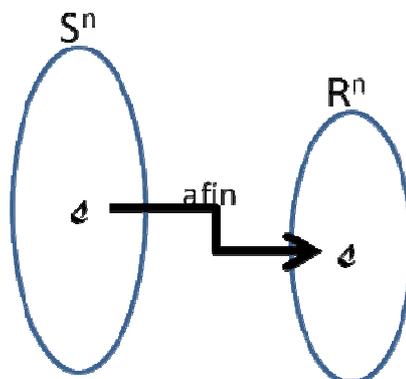


Figura 1.1: Método de la Elipsoide

Hay algunas pequeñas observaciones que hacer para aplicar la proposición anterior. La primera es establecer que f es una función convexa. La segunda, para cualquier x_0 que se necesite determinar una subgradiente g en el punto $(x_0, f(x_0))$ del gráfico de f . Para ello se debe usar el hecho de que:

$$f(x) = \lambda_{\max}(F(x)) = \max_{u^T u = 1} u^T F(x) u \quad [Ec. 1.5]$$

Esto significa que para un $x_0 \in \mathcal{S}$ arbitrario, se puede determinar un vector $u_0^T u_0 = \mathbf{1}$ de tal manera que $\lambda_{\max}(F(x_0)) = u_0^T F(x_0) u_0$. Pero entonces:

$$\begin{aligned} f(x) - f(x_0) &= \max_{u^T u = 1} u^T F(x) u - u_0^T F(x_0) u_0 \\ f(x) - f(x_0) &\geq u_0^T F(x) u_0 - u_0^T F(x_0) u_0 \\ f(x) - f(x_0) &= u_0^T (F(x) - F(x_0)) u_0 \quad [Ec. 1.6] \end{aligned}$$

La última expresión es un afin funcional que se desvanece en x_0 . Esto significa que el lado derecho de esta función puede ser de la forma $g^T(x - x_0)$ para algún vector $g \in \mathbb{R}^m$. Para obtener g , se puede escribir:

$$\begin{aligned} u_0^T F(x) u_0 &= u_0^T F_0 u_0 + \sum_{j=1}^m x_j u_0^T F_j u_0 \\ g_0 &= u_0^T F_0 u_0 \quad y \quad g_j = u_0^T F_j u_0 \\ u_0^T F(x) u_0 &= g_0 + g^T x \quad [Ec. 1.7] \end{aligned}$$

Donde g es el vector con componentes g_1, \dots, g_m . En particular se obtiene que:

$$f(x) - f(x_0) \geq g^T(x - x_0) \quad [\text{Ec. 1.8}]$$

Entonces el algoritmo del elipsoide es como sigue:

Sea $x_0 \in \mathcal{S}$ y $P_0 \in \mathbb{S}^n$ una matriz definida positiva. Definir el elipsoide

$$\varepsilon_0 := \{x \in \mathcal{S} \mid (x - x_0)^T P_0^{-1} (x - x_0) \leq 1\} \quad [\text{Ec. 1.9}]$$

Desde el paso de inicialización del paso del algoritmo de la elipsoide.

Desde $k \in \mathbb{Z}_+$:

- Calcular una subgradiente $g_k \in \mathbb{R}^n$ desde f hasta x_k y poner

$$\mathcal{R}_k := \{x \in \mathcal{S} \mid x \in \varepsilon_k \text{ y } g_k^T(x - x_k) \leq 0\} \quad [\text{Ec. 1.10}]$$

- Calcular $x_{k+1} \in \mathcal{S}$ y $P_{k+1} > 0$ como esta elipsoide

$$\varepsilon_{k+1} := \{x \in \mathbb{R}^n \mid (x - x_{k+1})^T P_{k+1}^{-1} (x - x_{k+1}) \leq 1\} \quad [\text{Ec. 1.11}]$$

Enteramente contiene \mathcal{R}_k . Uno de los x_{k+1} y P_{k+1} están dados por:

$$x_{k+1} := x_k - \frac{P_k g_k}{(m+1)\sqrt{g_k^T P_k g_k}}$$

$$P_{k+1} := \frac{m^2}{m^2 - 1} \left(P_k - \frac{2}{(m+1)g_k^T P_k g_k} P_k g_k g_k^T P_k \right) \quad [Ec. 1.12]$$

- Poner k a $k+1$ y repetir el paso anterior.

Como se notó antes, este esquema recursivo genera una secuencia de elipsoides que garantizan que el contenido de f se minimizará en \mathcal{S} . El algoritmo necesita un paso de inicialización en el cual P_0 y x_0 son determinadas. Notar que este es el único paso que no es automático en el algoritmo. Si \mathcal{S} es un subconjunto limitado en \mathbb{R}^m la más segura elección de la elipsoide inicial \mathcal{E}_0 puede garantizar que $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{E}_0$.

1.3.2. Algoritmo de Correa Sales para solución la de LMIs, Ejemplo

Este método consiste en encontrar soluciones LMI, a través de un problema de optimización alterno.

Este problema de optimización alterno es resuelto a través de una secuencia de problemas cuadráticos con restricción lineal.

Se describe de la siguiente manera:

1. Se parte de un valor de solución aleatorio inicial x_q .

2. Resolver el problema $\min \|x - x_q\|_2^2$ sujeto a $v^T(F_0 + \sum_{i=1}^N x_{qi} F_i)v \leq 0$ donde v es el vector propio maximal de $F_0 + \sum_{i=1}^N x_{qi} F_i$, conforme la metodología indicada, es decir:

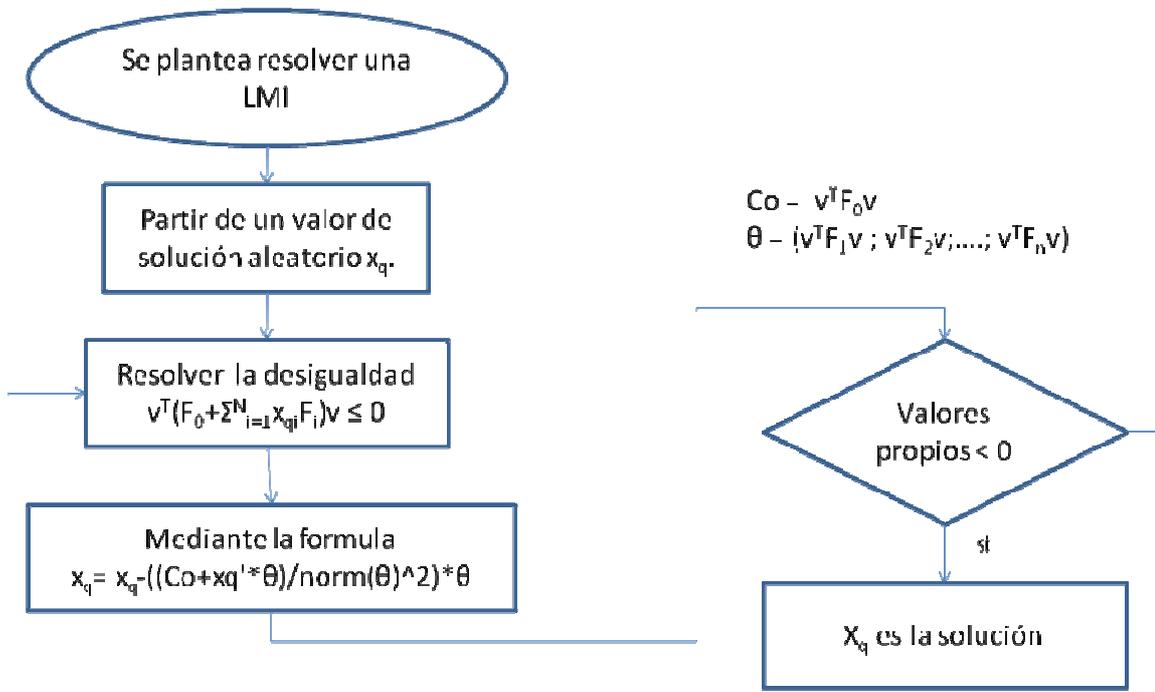
$$x_0 = x_q - \frac{c_0 + (x_q)^T \theta}{\|\theta\|_2^2} \theta \quad [\text{Ec. 1.13}]$$

Donde el escalar $c_0 = v^T(F_0)v$.

La matriz $\theta = (v^T F_1 v; v^T F_2 v; \dots; v^T F_n v)$.

3. Calcular $\lambda_m = \lambda(F_0 + \sum_{i=1}^N x_{vi} F_i)$. Si $\lambda_m \leq 0$ parar. (x_v es una solución).
4. Caso contrario hacer $x_q = x_v$ y volver al paso 1.

Dando como resultado el diagrama de flujo mostrado a continuación:



Aplicando el algoritmo de Correa Sales a continuación se presenta un ejemplo de resolución de una LMI:

Dadas las matrices $F0, F1, F2$ y $F3$.

El algoritmo es:

```
Fq=F0+xq(1)*F1+xq(2)*F2+xq(3)*F3;  
[V,D]=reig(Fq)  
D(3,3);
```

Se repetirá hasta que se cumpla la condición:

```
D(3,3)<1e-6
```

El código empleado en matlab:

```
F0=rand(3,3);  
F1=rand(3,3);  
F2=rand(3,3);  
F3=rand(3,3);  
F0=F0+F0'  
F1=F1+F1'  
F2=F2+F2'  
F3=F3+F3'  
xq=rand(3,1);  
siga=1;  
k=0;  
while siga  
    k=k+1;  
    Fq=F0+xq(1)*F1+xq(2)*F2+xq(3)*F3;
```

```
[V,D]=reig(Fq)
D(3,3);
if D(3,3)<1e-6
    break
end
v=V(:,3)
Co=v'*F0*v;
TET=[v'*F1*v;v'*F2*v;v'*F3*v];
xq=xq-((Co+xq'*TET)/norm(TET)^2)*TET
end
```

Finalmente se obtiene la matriz D en la cual se puede observar el cumplimiento de los objetivos planteados, es decir que los valores propios son todos menores o iguales que cero.

$$D = \begin{bmatrix} -11.3364 & 0 & 0 \\ 0 & -1.6486 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

1.3.3. Proyectivo

El método proyectivo es un método pedagógico que ayuda a entender en forma gráfica los conceptos, llegando al resultado sin necesidad del uso de fórmulas.

Este método consiste en desarrollar la solución de la LMI, mediante la ayuda de un software adecuado, utilizando la herramienta de Matlab denominada “LMI Control Toolbox”, en este caso se utilizará el comando `lmiedit` en el cual se ubicará las ecuaciones a resolver y este programa se encargará de obtener su equivalente en código comprensible para la máquina.

1.4. SOLUCIÓN DE LMIS MEDIANTE CONTROL TOOLBOX. EJEMPLO

EL LMI Control Toolbox de Matlab implementa los métodos del punto anterior, algoritmos considerados clásicos en teoría de optimización convexa.

Estos algoritmos tienen tiempo de resolución polinómico, de orden $MN^3 \log(V/\epsilon)$, siendo M el número de filas del sistema LMI, N el número de variables de decisión, V factor de escala de los datos y ϵ la precisión.

El LMI control Toolbox implementa un algoritmo que no necesita un valor inicial (es decir una solución del sistema LMI).

El Control Toolbox es una herramienta que posee Matlab para resolver problemas de LMIs aplicadas a sistemas de control, entre estas herramientas se puede encontrar funciones como:

1.4.1. Setlmis([])

Esta función inicializa la descripción del sistema de LMIs.

Cuando se crea un nuevo sistema se escribe:

```
setlmis ([])
```

Cuando se quiere añadir a una representación interna LMISO, se escribe:

```
setlmis(LMISO)
```

1.4.2. Lmivar

Esta función sirve para declarar las variables de las matrices una a la vez dependiendo de su estructura, para identificarlas se debe especificar el tipo de matriz en la función como se indica a continuación:

Se debe especificar el tipo de matriz y su estructura:

$$X = \text{lmivar}(\text{type}, \text{struct})$$

El tipo de matriz se define de la siguiente manera:

Es de tipo 1, si la matriz es simétrica.

Es de tipo 2, si la matriz es rectangular.

Es de tipo 3, si la matriz no corresponde a los casos anteriormente señalados.

En la estructura se escribirá las dimensiones de la matriz, por ejemplo:

Si es una matriz del tipo 1, y posee dimensión 3x1 entonces se escribiría de la siguiente manera: $x = \text{lmivar}(1, [3, 1])$.

1.4.3. Lmiterm

Esta función permite especificar el contenido de una LMI y su sintaxis es:

$$\text{lmiterm}(\text{term ID}, A, B, \text{flag})$$

1.4.4. Decnbr

En esta función se toma el número de las variables de decisión, que es el número de escalares libres en un problema.

$$x = \text{decnbr}(\text{lmisys})$$

1.4.5. Defcx

Esta función facilita la derivación de un vector cuando el objetivo es una función afin a las variables de la matriz.

$$[X_j, P_j] = \text{defcx}(\text{LMIsys}, j, X, P)$$

1.4.6. Dec2mat

Esta función convierte la salida de las soluciones en valores de las variables de la matriz y su sintaxis es:

$$\text{val}X = \text{dec2mat}(\text{LMIsys}, \text{decvars}, X)$$

1.4.7. Eig(X)

Con esta función se puede encontrar los valores propios de una matriz cuadrada X.

$$Y = \text{eig}(X)$$

1.4.8. Feasp

Este comando permite mostrar si existe la factibilidad de encontrar soluciones para la LMI propuesta. Su sintaxis es:

$$[tmin, xfeas] = feasp(nombre)$$

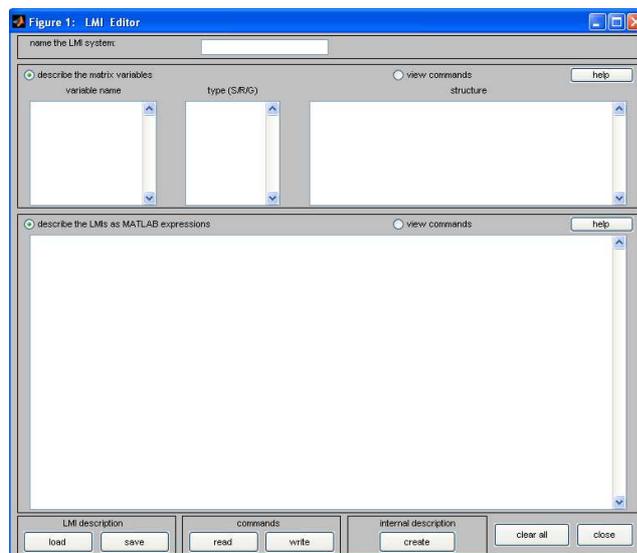
Si existe una solución el valor de tmin será negativo, y en el vector xfeas se almacenarán los valores que hacen posible la solución de la LMI.

1.4.9. Lmiedit

Esta función específica o muestra los sistemas de LMIs como expresiones de Matlab.

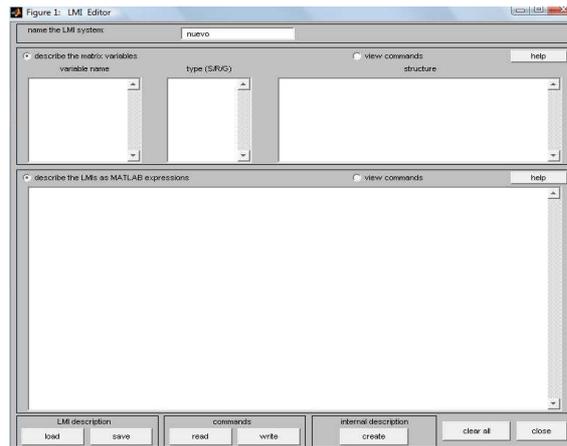
Para llamarla se debe escribir lmiedit en la pantalla de comandos de Matlab.

La función lmiedit es una interfaz gráfica para ayudar al usuario a especificar un problema de LMI. Al escribir lmiedit se llama a una ventana con dos áreas de edición de texto y varios botones.

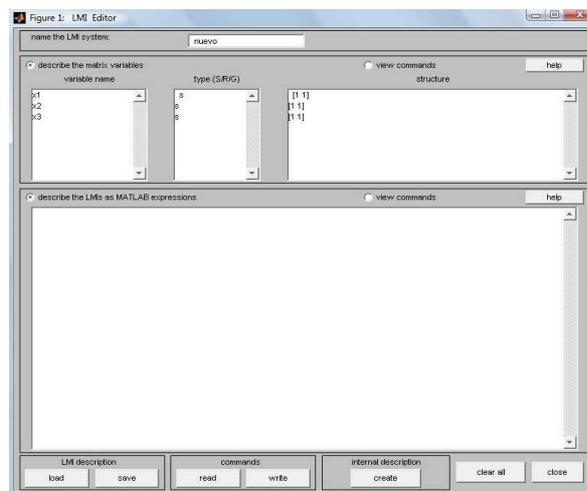


Para especificar un sistema LMI se hace lo siguiente:

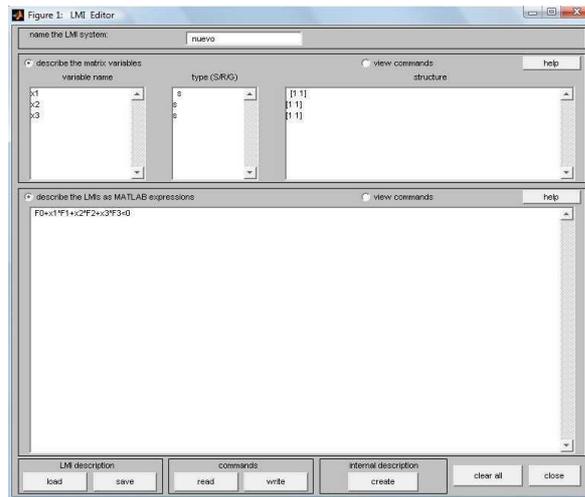
- Dar un nombre al sistema en la parte superior de la ventana.



- Declarar cada variable de la matriz, dando nombre y estructura en la mitad superior de la ventana. La estructura se caracteriza según su tipo, se pone S para un bloque simétrico diagonal, R para bloques no simétricos, G para otras estructuras. Se debe usar una sola línea por cada matriz variable en el área de edición del texto.

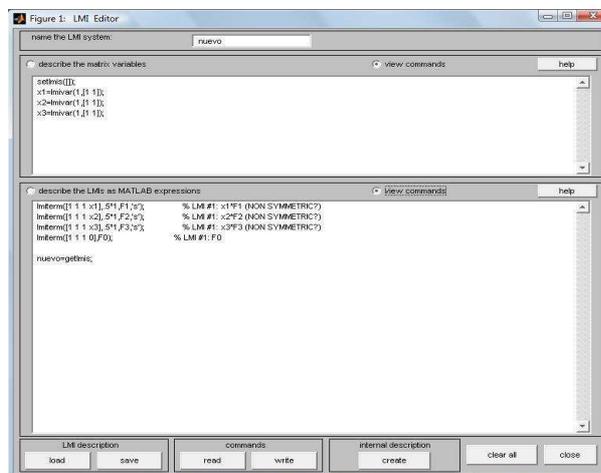


- Especificar los sistemas de LMIs como expresiones de Matlab en la mitad inferior de la ventana. Una LMI puede tener varias líneas, sin embargo no se debe especificar más de una LMI por línea.



Una vez que el sistema de LMI está completamente especificado, se puede realizar las siguientes operaciones presionando los botones correspondientes:

- Visualizar la secuencia de comandos `lmivar/lmiterm` dando clic en el botón `view commands`.



- Se puede mostrar las expresiones simbólicas del sistema de LMI producido por una secuencia particular de comandos `lmivar/lmiterm` dando clic en el check box describe.
- Se puede guardar la expresión simbólica del sistema de LMI en Matlab mediante el botón `write`. Esta descripción puede volver a cargar después mediante el botón `load`.
- Para leer la secuencia de comandos `lmivar/lmiterm` desde un archivo se usa el botón `read`. La expresión de la matriz del sistema de LMI especificado por estos comandos es mostrada entonces dando clic en `describe the LMIs...`

Se realizó un ejemplo con matrices randómicas y siguiendo el procedimiento antes mencionado se obtuvo el siguiente código:

```
% lmiedit para matrices randómicas y demostrar los resultados
F0=rand(3,3);
F1=rand(3,3);
F2=rand(3,3);
F3=rand(3,3);
F0=F0+F0';
F1=F1+F1';
F2=F2+F2';
F3=F3+F3';
%planteamiento de las lmi
setlmis([]);
x1=lmivar(1,[1 1]);
x2=lmivar(1,[1 1]);
x3=lmivar(1,[1 1]);
```

```
lmiterm([1 1 1 x1],.5*1,F1,'s');           % LMI #1: x1*F1 (NON SYMMETRIC?)
lmiterm([1 1 1 x2],.5*1,F2,'s');           % LMI #1: x2*F2 (NON SYMMETRIC?)
lmiterm([1 1 1 x3],.5*1,F3,'s');           % LMI #1: x3*F3 (NON SYMMETRIC?)
lmiterm([1 1 1 0],F0);                       % LMI #1: F0

nuevo=getlmis;

[tmin,xfeas] = feasp(tres)
```

Se obtuvo los resultados deseados es decir los valores propios menores a cero.

```
ans =

1.0e+003 *

-4.0496
-0.0000
-0.0000
```

1.5. FORMULACIÓN DE PROBLEMAS DE REALIMENTACIÓN DE ESTADO MEDIANTE LMIS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO MÚLTIPLES

1.5.1. Norma Cuadrática

La Norma Cuadrática H_2 es el valor rms de una señal (en el capítulo 3 se explicará el tratamiento de esta norma en el sistema de control con LMI para el levitador magnético), cuyo objetivo en el control es regular la energía de los valores de las señales a ser controladas.

1.5.2. Norma Infinita

La Norma Infinita H_∞ es el límite superior del valor máximo singular de la respuesta en frecuencia del sistema (en el capítulo 3 se explicará el tratamiento de esta norma en el sistema de control con LMI para el levitador magnético), cuyo objetivo en el control es minimizar la ganancia rms de las señales controladas con respecto a la señal de entrada.

La función `msfsyn` (que será explicada con detalle más adelante) realiza la síntesis de realimentación de estados multi – objetivo con criterios de ubicación de polos. Por simplicidad, se describe el problema subyacente en el caso de un simple modelo LTI. La estructura de control es descrita por la Figura 1.1.

La planta $P(s)$ es un sistema LTI dado y se asume una medida del vector de estado x .

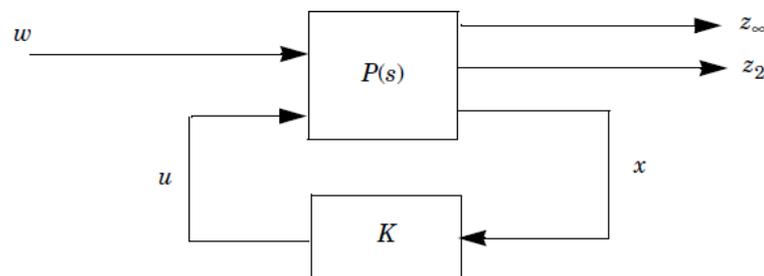


Figura 1.2: Diagrama de Control

Nótese por $T_\infty(s)$ y $T_2(s)$ las funciones de transferencia del lazo cerrado desde w a z_∞ y z_2 , respectivamente, nuestra meta es diseñar un controlador por realimentación de estados $u = Kx$ tal que:

- Mantenga la norma H_∞ de $T_\infty(s)$, bajo algún valor prescrito $\gamma_0 > 0$.
- Mantenga la norma H_2 de $T_2(s)$, bajo algún valor prescrito $v_0 > 0$.
- Minimice un criterio de relación H_2 / H_∞ de la forma:

$$\alpha \|T_{\infty}\|_{\infty}^2 + \|T_2\|_2^2$$

- Ubique los polos en lazo cerrado en una región D en el semiplano izquierdo.

Esta formulación abstracta abarca diversas situaciones prácticas. Por ejemplo considere un problema de regulación con perturbación d y medida de ruido blanco n , y que e sea el error. Colocando:

$$w = \begin{pmatrix} d \\ n \end{pmatrix}, \quad z_{\infty} = e, \quad z_2 = \begin{pmatrix} x \\ u \end{pmatrix}$$

El criterio mixto H_2/H_{∞} tiene en cuenta ambos aspectos el rechazo a perturbaciones (Norma H_{∞} : ganancia RMS de d hacia e) y aspectos LQG (norma H_2 de n hacia z_2). En adición, los polos en lazo cerrado pueden ser forzados a algún sector de estabilidad del semiplano izquierdo para obtener mejores tiempos de estabilización y mejor amortiguamiento.

1.5.3. Ubicación de polos en regiones LMI

Las regiones LMI son conjuntos convexos D del plano complejo caracterizado por:

$$D = \{z \in \mathbb{C} : L + Mz + M\bar{z}^T < 0\} \quad [Ec. 1.14]$$

Donde M y $L = L_T$ son matrices reales fijas. La función de la matriz de valores

$$f_D(z) := L + Mz + M\bar{z}^T \quad [Ec. 1.15]$$

Es llamada la función característica de la región D. Las regiones LMI incluyen regiones relevantes como son discos, cónicas, tiras, etc..., también cualquier intersección de las anteriores.

Otra capacidad de las regiones LMI es la disponibilidad del “Teorema de Lyapunov” para estas regiones. Específicamente, si $\{\lambda_{ij}\}_{1 \leq i,j \leq m}$ y $\{\mu_{ij}\}_{1 \leq i,j \leq m}$ son los valores de las entradas de las matrices L y M, una matriz A tendrá todos sus valores propios en D si y solo si existe una matriz definida positiva P tal que:

$$[\lambda_{ij}P + \mu_{ij}AP + \mu_{ji}PA^T]_{1 \leq i,j \leq m} < 0 \quad [Ec. 1.16]$$

Con la notación:

$$[S_{ij}]_{1 \leq i,j \leq m} := \begin{pmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m1} & \cdots & S_{mm} \end{pmatrix} \quad [Ec. 1.17]$$

Note que esta condición es una LMI en P y que el Teorema clásico de Lyapunov corresponde al caso especial:

$$f_D(z) = z + \bar{z} \quad [Ec. 1.18]$$

A continuación se mostraran unos pocos ejemplos de regiones LMI generalmente usadas con sus funciones características f_D :

- Disco con centro en $(-q,0)$ y radio r :

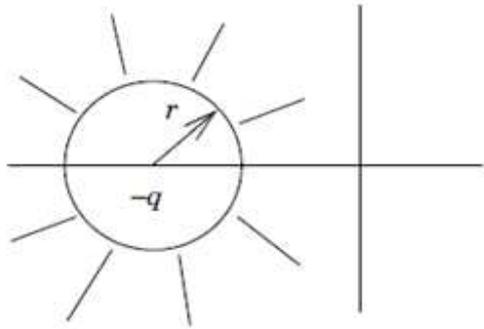


Figura 1.3: Disco con centro en $(-q,0)$, radio r .

$$f_D(s) = \begin{vmatrix} -r & q+s \\ q+\bar{s} & -r \end{vmatrix} \quad [\text{Ec. 1.19}]$$

Ejemplo:

$$s = x + jy$$

$$\bar{s} = x - jy$$

$$f_D(s) = \begin{vmatrix} -r & q+s \\ q+\bar{s} & -r \end{vmatrix} = r^2 - (q+s)(q+\bar{s})$$

$$r^2 - (q^2 + q(s+\bar{s}) + s\bar{s})$$

$$s + \bar{s} = x + jy + x - jy = 2x$$

$$s\bar{s} = (x + jy)(x - jy) = x^2 + y^2$$

$$q^2 + 2xq + y^2 + x^2 = r^2$$

$$(x + q)^2 + y^2 = r^2$$

- Sector cónico centrado en el origen y con ángulo interno θ :

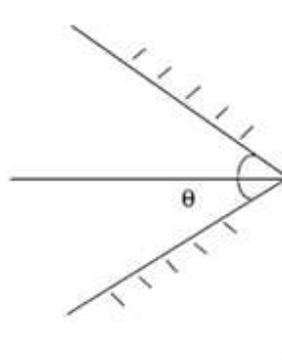


Figura 1.4: Área Cónica con ángulo interno θ

$$f_D(s) = \begin{vmatrix} \sin \frac{\theta}{2} (s + \bar{s}) & \cos \frac{\theta}{2} (s - \bar{s}) \\ \cos \frac{\theta}{2} (\bar{s} - s) & \sin \frac{\theta}{2} (s + \bar{s}) \end{vmatrix} \quad [Ec. 1.20]$$

Ejemplo:

$$\theta = 2\phi$$

$$(s + \bar{s})^2 \sin^2 \phi - \cos^2 \phi (s - \bar{s})(\bar{s} - s) = 0$$

$$(s + \bar{s})^2 \sin^2 \phi + \cos^2 \phi (s - \bar{s})^2 = 0$$

$$(s^2 + 2s\bar{s} + \bar{s}^2) \sin^2 \phi + (s^2 - 2s\bar{s} + \bar{s}^2) \cos^2 \phi = 0$$

$$s^2 (\sin^2 \phi + \cos^2 \phi) + 2s\bar{s} (\sin^2 \phi - \cos^2 \phi) + \bar{s}^2 (\sin^2 \phi + \cos^2 \phi) = 0$$

$$s^2 - 2s\bar{s} (\cos 2\phi) + \bar{s}^2 = 0$$

$$s = x + jy$$

$$s^2 = x^2 + 2jxy + j^2y^2$$

$$\bar{s} = x - jy$$

$$\bar{s}^2 = x^2 - 2jxy + j^2y^2$$

$$s\bar{s} = x^2 + y^2$$

$$x^2 + 2jxy - y^2 - 2x^2 \cos 2\theta - 2y^2 \cos 2\theta + x^2 - 2jxy - y^2 = 0$$

$$2x^2(1 - \cos 2\theta) - 2y^2(\cos 2\theta + 1) = 0$$

$$x^2 - x^2 \cos 2\theta - y^2 \cos 2\theta - y^2 = 0$$

$$x^2 - y^2 - \cos 2\theta(x^2 + y^2) = 0$$

$$\cos 2\theta = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$$\cos \theta = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$$2\cos^2\theta - 1 = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \xi$$

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

- Tira vertical $h_1 < x < h_2$:

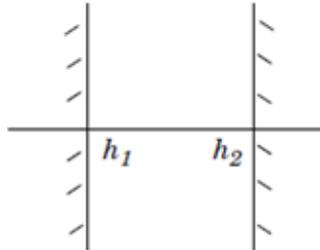


Figura 1.5: Tira Vertical

$$f_D(s) = \begin{vmatrix} 2h_1 - (s + \bar{s}) & 0 \\ 0 & (s + \bar{s} - 2h_2) \end{vmatrix} \quad [Ec. 1.21]$$

1.5.4. Formulación de las LMI

Dada la realización de espacio de estados:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z_\infty = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ z_2 = C_2 x + D_{22} u \end{cases} \quad [Ec. 1.22]$$

De la planta P, el sistema en lazo cerrado está dado en espacio de estados formado por:

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + B_2 K) x + B_1 w \\ z_\infty = (C_1 + D_{12} K) x + D_{11} w \\ z_2 = (C_2 + D_{22} K) x \end{cases} \quad [Ec. 1.23]$$

Tomando separadamente, los tres objetivos de diseños se tiene la siguiente formulación LMI:

- Desempeño de H_{∞} : La ganancia RMS del lazo cerrado desde w a z_{∞} sin exceder γ si y solo si existe una matriz simétrica X_{∞} como esta:

$$\begin{pmatrix} (A + B_2K)X_{\infty} + X_{\infty}(A + B_2K)^T & B_1 & X_{\infty}(C_1 + D_{12}K)^T \\ B_1^T & -I & D_{11}^T \\ (C_1 + D_{12}K)X_{\infty} & D_{11} & -\gamma^2 I \end{pmatrix} < 0 \quad [Ec. 1.24]$$

- Desempeño de H_2 : La norma H_2 de lazo cerrado de T_2 no debe exceder ν si existen dos matrices simétricas X_2 y Q como estas:

$$\begin{pmatrix} (A + B_2K)X_2 + X_2(A + B_2K)^T & B_1 \\ B_1^T & -I \end{pmatrix} < 0 \quad [Ec. 1.25]$$

$$\begin{pmatrix} Q & (C_2 + D_{22}K)X_2 \\ X_2(C_2 + D_{22}K)^T & X_2 \end{pmatrix} > 0 \quad [Ec. 1.26]$$

$$\text{Traza}(Q) < \nu^2.$$

- Ubicación de polos: Los polos en lazo cerrado en una región LMI consisten en:

$$D = \{z \in \mathbb{C} : L + Mz + M_z^T < 0\}$$

Donde:

$$L = L^T = \{\lambda_{ij}\}_{1 \leq i, j \leq m}$$

$$M = \{\mu_{ij}\}_{1 \leq i, j \leq m}$$

Si y solo si existe una matriz X_{pol} que satisfaga:

$$[\lambda_{ij}X_{pol} + \mu_{ij}(A + B_2K)X_{pol} + \mu_{ij}X_{pol} + \mu_{ji}X_{pol} + \mu_{ji}X_{pol}(A + B_2K)^T]_{1 \leq i, j \leq m} < 0$$

$$X_{pol} > 0$$

Estos tres grupos de condiciones se suman al problema de optimización no convexa con las variables Q, K, X_∞, X_2 y X_{pol} . Para mejor entendimiento en el campo de las LMI, se pondrá como una matriz de Lyapunov simple.

$$X := X_\infty = X_2 = X_{pol}$$

Que cumple los tres objetivos. Con el cambio de la variable $Y := KX$, esto conducirá a la siguiente formulación LMI suboptima del problema de la síntesis de realimentación de estados multi objetivo.

Minimizar $\alpha\gamma^2 + \beta$, Traza de Q sobre Y,X,Q y γ^2 satisfaciendo:

$$\begin{pmatrix} AX + XA^T + B_2Y + Y^T B_2^T & B_1 & XC_1^T + Y^T D_{12}^T \\ B_1^T & -I & D_{11}^T \\ C_1X + D_{12}Y & D_{11} & -\gamma^{2I} \end{pmatrix} < 0$$

$$\begin{pmatrix} Q & C_2X + D_{22}Y \\ XC_2^T + Y^T D_{22}^T & X \end{pmatrix} > 0$$

$$[\lambda_{ij} + \mu_{ij}(AX + B_2Y)X_{pol} + \mu_{ji}(XA^T + Y^T B_2^T)]_{1 \leq i, j \leq m} < 0$$

$$\text{Traza}(Q) < v_0^2$$

$$\gamma^2 < \gamma_0^2$$

Nombrando la solución óptima por $(X^*, Y^*, Q^*, \gamma^*)$, la ganancia correspondiente en la realimentación de estados estará dada por

$$K^* = Y^*(X^*)^{-1}$$

Y esta ganancia garantiza los desempeños en el peor caso:

$$\|T_{oc}\|_{\infty} \leq \gamma^*,$$

$$\|T_2\|_2 \leq \sqrt{\text{Traza}(Q^*)}$$

CAPÍTULO 2

EL SISTEMA DE LEVITACIÓN MAGNÉTICA MLS

2.1. MODELO NO LINEAL EN EL ESPACIO DE ESTADO DEL SISTEMA DE LEVITACIÓN MAGNÉTICA.

El principio básico de operación del MLS es aplicar un voltaje a un electroimán para mantener un objeto ferromagnético levitando. La posición del objeto es determinada a través de un sensor (ver grafica 2.1).

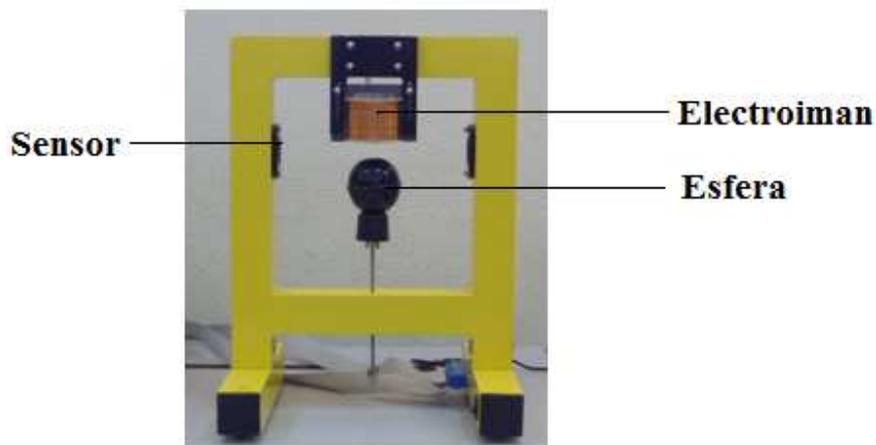


Figura 2.1: Levitador Magnético ESPE

La descripción del modelo matemático del levitador magnético MLS del laboratorio de servomecanismos de la ESPE, es mostrado en el manual de usuario incluido en la sección de Anexos y esta especificado mediante las siguientes ecuaciones:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad [Ec. 2.1]$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{Fem}{m} + g \quad [Ec. 2.2]$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{f_i(x_1)} (k_i u + c_i - x_3) \quad [Ec. 2.3]$$

$$Fem = x_3^2 \frac{Fem_{p1}}{Fem_{p2}} \exp\left(-\frac{x_1}{Fem_{p2}}\right) \quad [Ec. 2.4]$$

$$f_i(x_1) = \frac{f_i P_1}{f_i P_2} \exp\left(-\frac{x_1}{f_i P_2}\right) \quad [Ec. 2.5]$$

x_1 Representa la posición, x_2 la velocidad, x_3 la corriente.

$f_i x_1$ Es la inductancia del electroimán, en función de la distancia x_1 .

Donde:

$$x_1 \in [0, 0.016], \quad x_2 \in R, \quad x_3 \in [x_{3MIN}, 2.38]$$

Los parámetros a determinar para definir el modelo matemático son:

- k_i , c_i que determinan la característica estática de la corriente (i) versus la señal de control (u)
- F_{emP1} , F_{emP2} constantes que determinan la Fem (fuerza electromagnética)

- f_{iP1} , f_{iP2} constantes para determinar la inductancia f_{x1} .
- u representa la señal de control.

2.1.1. Sensor

El levitador magnético posee un sensor fotoeléctrico que convierte la posición medida desde la base del electroimán hasta la esfera en voltaje, la relación entre el voltaje y la posición es no lineal. Para determinar las características del sensor se realizan mediciones a distintas distancias.

2.1.2. Parámetros de característica estática k_i , c_i , X_{3min} , U_{MIN} ,

La característica estática relaciona la corriente del actuador con la señal de control aplicada. La señal de control en el sistema levitador magnético controla el porcentaje de salida de un generador de voltaje PWM. Al aplicar esta tensión al electroimán se produce una corriente.

Realizando este procedimiento se obtuvo los resultados mostrados en la Tabla 2.1 ²:

U_{MIN}	0.0119
X_{3MIN}	-0.0127
k_i	2.5577
c_i	-0.0326

Tabla 2.1 Parámetros de Característica Estática

² Tabla tomada de la tesis del Ing. Freddy Checa

2.1.3. Parámetros de fuerza electromagnética F_{emP1} , F_{emP2}

Para determinar estos parámetros se examinará el control mínimo necesario para provocar una fuerza de atracción sobre la esfera sujeta al soporte de la estructura.

Realizando este procedimiento se obtuvo los resultados mostrados en la Tabla 2.2³:

$X_I(\text{posición})$	F_{emP1}	F_{emP2}
0.00390		
0.00590	0.02625	0.00274
0.00810	0.01956	0.00938
0.01030	0.01972	0.00673
0.01230	0.01889	0.00738
Promedio	0.02110	0.00656

Tabla 2.2 Parámetros de Fuerza Electromagnética

2.1.4. Parámetros de inductancia f_i f_{iP1} , f_{iP2} , k_i

En este experimento se analizarán las características del actuador en modo dinámico. Esto significa que al mover la esfera se genera una fuerza electromotriz (EMF) la misma que provoca una disminución en la corriente de la bobina del electroimán. El objetivo es determinar los parámetros f_{iP1} , f_{iP2} en la expresión de la inductancia $f_i X_I$.

³ Tabla tomada de la tesis del Ing. Freddy Checa

Realizando este procedimiento se obtuvo los resultados mostrados en la Tabla 2.3⁴:

$X_1(\text{posición})$	\bar{f}_{p1}	\bar{f}_{p2}
0.00400		
0.00600	0.00141	0.04583
0.00800	0.00255	0.08866
0.01000	0.00250	0.08666
0.01200	0.00464	0.17033
Promedio	0.00277	0.09787

Tabla 2.3 Parámetros de Inductancia

Con estos valores obtenidos ya se puede tener una tabla completa (Tabla 2.4) con todos los datos necesarios para la experimentación:

Parámetros	Valores	Unidades
M	0.0448	[Kg]
G	9.81	[m/s ²]
Fem	0.9501	[N]
F _{emP1}	0.02110	[H]
F _{emP2}	0.00656	[m]
\bar{f}_{p1}	0.00277	[m.s]
\bar{f}_{p2}	0.09787	[m]
Ci	-0.0326	[A]
Ki	2.5081	[A]
X_{3MIN}	-0.0127	[A]
U_{MIN}	0.0119	

Tabla 2.4 Datos necesarios para la experimentación

⁴ Tabla tomada de la tesis del Ing. Freddy Checa

2.2. OBTENCIÓN DEL MODELO LÍNEAL EN EL ESPACIO DE ESTADOS

El levitador magnético es un modelo no lineal, este puede ser aproximado a un modelo lineal alrededor de un punto de equilibrio o estado estacionario descrito por:

$$P_s = [x_{1_0} \ x_{2_0} \ x_{3_0}] \quad [Ec. 2.5]$$

Se define a las ecuaciones del modelo no lineal como:

$$f_1 = \dot{x}_1 = x_2 \quad [Ec. 2.7]$$

$$f_2 = \dot{x}_2 = -\frac{Fem}{m} + g \quad [Ec. 2.8]$$

$$f_3 = \dot{x}_3 = \frac{1}{f_i(x_1)}(k_i u + c_i - x_3) \quad [Ec. 2.9]$$

$$Fem = x_3^2 \frac{Fem_{P1}}{Fem_{P2}} \exp\left(-\frac{x_1}{Fem_{P2}}\right) \quad [Ec. 2.10]$$

$$f_i(x_1) = \frac{f_{iP1}}{f_{iP2}} \exp\left(-\frac{x_1}{f_{iP2}}\right) \quad [Ec. 2.11]$$

Donde:

$x_1 = \text{posición}$

$x_2 = \text{velocidad}$

$x_3 = \text{corriente}$

La descripción del levitador magnético en el espacio de estados esta dado por las ecuaciones 2.12 y 2.13:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad [Ec. 2.12]$$

$$y = Cx \quad [Ec. 2.13]$$

Se puede escribir las matrices A y B como una aproximación lineal mediante las siguientes aproximaciones:

$$A = \begin{bmatrix} \left(\frac{\delta f_1}{\delta x_1}\right)_{PS} & \left(\frac{\delta f_1}{\delta x_2}\right)_{PS} & \left(\frac{\delta f_1}{\delta x_3}\right)_{PS} \\ \left(\frac{\delta f_2}{\delta x_1}\right)_{PS} & \left(\frac{\delta f_2}{\delta x_2}\right)_{PS} & \left(\frac{\delta f_2}{\delta x_3}\right)_{PS} \\ \left(\frac{\delta f_3}{\delta x_1}\right)_{PS} & \left(\frac{\delta f_3}{\delta x_2}\right)_{PS} & \left(\frac{\delta f_3}{\delta x_3}\right)_{PS} \end{bmatrix} \quad [Ec. 2.14]$$

$$B = \begin{bmatrix} \left(\frac{\delta f_1}{\delta x_1}\right)_{PS} \\ \left(\frac{\delta f_2}{\delta x_1}\right)_{PS} \\ \left(\frac{\delta f_3}{\delta x_1}\right)_{PS} \end{bmatrix} \quad [Ec. 2.15]$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{2,1} & 0 & a_{2,3} \\ a_{3,1} & 0 & a_{3,3} \end{bmatrix} \quad [Ec. 2.16]$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad [Ec. 2.17]$$

$$C = [1 \ 0 \ 0] \quad [Ec. 2.18]$$

Los elementos de la matriz A serán calculados acorde lo que indica la ecuación 2.19:

$$A = \begin{bmatrix} \left(\frac{\delta f_1}{\delta x_1}\right)_{PS} & \left(\frac{\delta f_1}{\delta x_2}\right)_{PS} & \left(\frac{\delta f_1}{\delta x_3}\right)_{PS} \\ \left(\frac{\delta f_2}{\delta x_1}\right)_{PS} & \left(\frac{\delta f_2}{\delta x_2}\right)_{PS} & \left(\frac{\delta f_2}{\delta x_3}\right)_{PS} \\ \left(\frac{\delta f_3}{\delta x_1}\right)_{PS} & \left(\frac{\delta f_3}{\delta x_2}\right)_{PS} & \left(\frac{\delta f_3}{\delta x_3}\right)_{PS} \end{bmatrix} \quad [Ec. 2.19]$$

Y se obtendrá los siguientes resultados:

$$a_{2,1} = \left(\frac{\delta f_2}{\delta x_1}\right)_{PS} = -\frac{1}{m} \left(x_3^2 * \frac{Fem_{P1}}{Fem_{P2}}\right) e^{-\frac{x_{10}}{Fem_{P1}}} + g|_{PS}$$

$$a_{2,1} = \frac{x_{30}^2 Fem_{P1}}{m Fem_{P2}^2} e^{-\frac{x_{10}}{Fem_{P1}}}$$

$$a_{2,3} = -\frac{2x_{30} Fem_{P1}}{m Fem_{P2}} e^{-\frac{x_{10}}{Fem_{P1}}}$$

$$a_{3,1} = -(k_i u + c_i - x_{30}) \left(-\frac{f_{iP1}}{f_{iP2}^2} e^{-\frac{x_{10}}{f_{iP1}}}\right)^2$$

$$a_{3,3} = -f_i^{-1}(x_{10})$$

$$b_3 = k_i f_i^{-1}(x_{10})$$

En donde los valores de x_{10}, x_{20}, x_{30} , corresponden a la posición, velocidad y corriente en el punto de operación. La posición de escoge en 8 mm con ello la velocidad de la ecuación 2.1, es cero.

De la ecuación 2.8.

Se determina que la corriente es: 0.6802.

En la ecuación 2.9.

Se encuentra que $u = 0.2842$.

Por lo que las ecuaciones linealizadas del espacio de estados quedan acorde a lo que muestran las ecuaciones 2.23 y 2.24:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1.4961 \times 10^3 & 0 & -28.8446 \\ 0 & 0 & -38.2760 \end{bmatrix} \quad [Ec. 2.20]$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 96.005 \end{bmatrix} \quad [Ec. 2.21]$$

$$C = [1 \ 0 \ 0] \quad [Ec. 2.22]$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1.4961 \times 10^3 & 0 & -28.8446 \\ 0 & 0 & -38.2760 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 96.005 \end{bmatrix} u \quad [Ec. 2.23]$$

$$y = [1 \ 0 \ 0]x \quad [Ec. 2.24]$$

Para llegar a la función de transferencia mostrada en la ecuación 2.25:

$$G(s) = \frac{-2769}{s^3 + 38.28s^2 - 1496s - 5.726 \times 10^4} \quad [Ec. 2.25]$$

CAPÍTULO 3

DISEÑO Y SIMULACIÓN DEL CONTROLADOR DE REALIMENTACIÓN DE ESTADOS

3.1. FUNCIÓN MSFSYN

Esta función implementa el enfoque LMI, a la mencionada síntesis del modelamiento múltiple H_2/H_∞ . Los objetivos de la ubicación de polos son expresados en términos de regiones LMI.

$$\mathcal{D} = \{z \in \mathbb{C} : L + Mz + M\bar{z} < 0\} \quad [\text{Ec. 3.1}]$$

Caracterizado por las dos matrices L y M. Las regiones LMI son especificadas interactivamente con la función `lmireg`.

Indicando la función de transferencia en lazo cerrado desde w a z_∞ y z_2 por T_∞ y T_2 , `msfsyn` calcula una solución subóptima para el problema:

Minimizar $\alpha \|T_\infty\|_0^2 + \beta \|T_2\|_2^2$ sujeta a

- $\|T_\infty\|_\infty < \gamma_0$
- $\|T_2\|_2 < \nu_0$

- Los polos en lazo cerrado se posicionan en \mathcal{D} .

La sintaxis es:

$$[gopt, h2opt, K, Pcl] = msfsyn (P, r, obj, region)$$

Donde:

- P es la planta del sistema en su modo simple, o la descripción politópica/paramétrica dependiente de la planta en el caso de modelo múltiple. Las dimensiones de la matriz D_{22} son especificadas por r .
- $obj = [\gamma_0, \nu_0, \alpha, \beta]$ son cuatro entradas que especifican el criterio de H_2 / H_∞ .
- $region$ especifica la región LMI a ser usado por la ubicación de polos, por defecto será el plano izquierdo. Utilice `lmireg` para generar la región de la matriz.

En la salida, `gopt` y `h2opt` son la garantía del rendimiento de H_∞ y H_2 , K es la ganancia de la realimentación de estados, y `Pcl` es el sistema en lazo cerrado, en espacio de estados o formato de modelo politópico.

En el cuadro se muestra las diferentes configuraciones del vector `obj`.

<code>obj</code>	Corresponding Design
[0 0 0 0]	pole placement only
[0 0 1 0]	H_∞ -optimal design
[0 0 0 1]	H_2 -optimal design
[g 0 0 1]	minimize $\ T_2\ _2$ subject to $\ T_\infty\ _\infty < g$
[0 h 1 0]	minimize $\ T_\infty\ _\infty$ subject to $\ T_2\ _2 < h$
[0 0 a b]	minimize $a\ T_\infty\ _\infty^2 + b\ T_2\ _2^2$

3.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA CUADRÁTICA

Partiendo del esquema de dos puertos se procede a identificar las ecuaciones en espacio de estados.

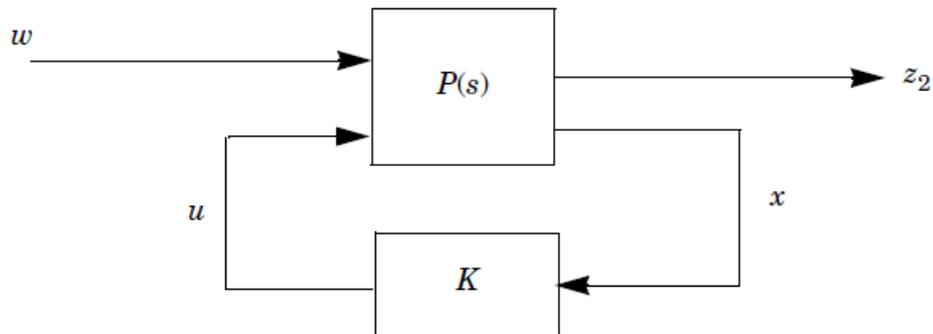


Figura 3.1: Esquema de dos puertos

El problema que se plantea resolver, es minimizar la norma cuadrática del vector formado por el error, la velocidad y la corriente, esto conduce al esquema mostrado en la figura 3.2:

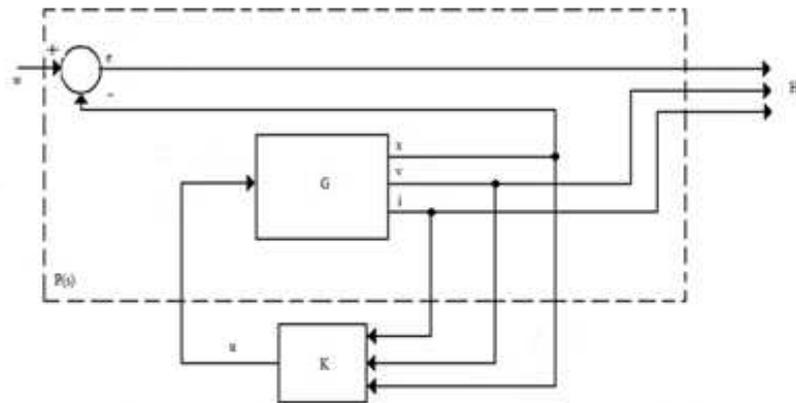


Figura 3.2: Diagrama de Control mediante minimización de norma cuadrática.

Donde G es la descripción en el espacio de estados del sistema levitador magnético $G \sim (A, B, C, D)$ con:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Del análisis del gráfico de dos puntos se tiene que la matriz $P(s)$ esta descrito por las siguientes matrices en el espacio de estados $P \sim (A_p, B_p, C_p, D_p)$ con:

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ a_{31} & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad C_p = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D_p = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

El problema de diseño es minimizar la traza de CPC^T (norma H_2) para ello hay que tomar en cuenta que:

El sistema en lazo cerrado (G,K) es:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B(w - Kx) \\ \dot{x} = (A - BK)x + Bw \end{cases} \quad [Ec. 3.2]$$

$$y = Cx$$

Dónde: K es la matriz que controlará la planta, (A,B y C) son las matrices de la planta (levitador magnético), x son los estados, w son las perturbaciones.

Problema en términos de desigualdades matriciales $\min tr(CPC^T)$ sujeto a

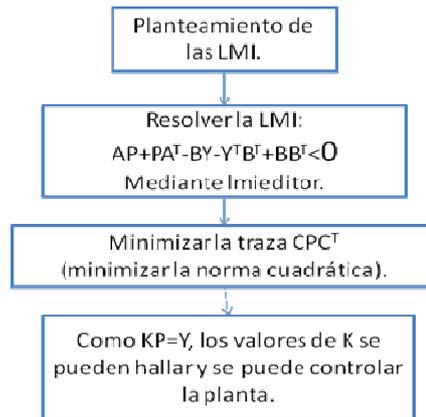
$$\begin{cases} (A - BK)P + P(A - BK)^T + BB^T < 0 \\ P > 0 \end{cases}$$

Introduciendo el cambio de variable $KP = Y$ se llega a $\min tr(CPC^T)$ sujeto a

$$\begin{cases} AP + PA^T - BY - Y^T B^T + BB^T < 0 \\ P > 0 \end{cases},$$

que es una LMI en variables P y Y.

Quedando el siguiente diagrama de flujo para la solución del problema:



El código en MATLAB para resolver el problema es:

```

% solucion del problema h2, para el levitador magnético con mincx y
% lmiedit
% obtencion del modelo lineal
m=0.04481;
g=9.81
% femp1=0.02697;
% femp2=0.004587
femp1=0.0222;
femp2=0.0067
fip1=0.0032
fip2=0.1146;
ci=-0.043;
ki=2.6;
% x10=10e-3;%para que la posicion inicial no sea la final
x10=0.0085
Fem0=(femp1/femp2)*exp(-x10/femp2)
x30=sqrt((m*g)/Fem0);
% u0=0
u0=(x30-ci)/ki
x20=0
a21=x30^2*femp1*exp(-x10/femp2)/(m*femp2^2);
a23=-2*x30*femp1*exp(-x10/femp2)/(m*femp2);
a31=-(ki*u0+ci-x30)/fip1*exp(-x10/fip2);
fi_x10=fip1/fip2*exp(-x10/fip2)
a33=-1/fi_x10
A=[0 1 0;a21 0 a23;a31 0 a33];
b3=ki*1/fi_x10;
B=[0;0;b3];
C=[-1 0 0;0 1 0;0 0 1];
% fin de obtencion de modelo lineal
D=[1 0 0];% se considera la salida es el error r-y

%planteamiento de las lmi
  
```

```

setlmis([]);
P=lmivar(1,[3,1]);
Y=lmivar(2,[1,3]);
  lmiterm([1 1 1 P],A,1,'s');           % LMI #1: A*P+P*A'
  lmiterm([1 1 1 Y],B,-1,'s');         % LMI #1: -B*Y-Y'*B'
  lmiterm([1 1 1 0],B*B');             % LMI #1: B*B'

  lmiterm([-2 1 1 P],1,1);             % LMI #2: P

alexis1=getlmis;

n = decnbr(alexis1)
c = zeros(n,1)
for j=1:n,
[Pj,Yj] = defcx(alexis1,j,P,Y)
c(j) = trace(C*Pj*C')
end

[copt,xop]=mincx(alexis1,c,[])

Y = dec2mat(alexis1,xop,Y)
P = dec2mat(alexis1,xop,P)

K=Y*inv(P)
Y

```

Del código mostrado, se obtuvo los valores de P y Y.

P =

```

1.0e-011 *
    0.0001    -0.0030    0.0009
   -0.0030    0.1106    0.0094
    0.0009    0.0094    0.1150

```

Y =

```

1.0e+007 *
   -0.0000   -0.0000    1.7145

```

K =

```

1.0e+021 *
   -2.6347   -0.0740    0.0407

```

Los valores de K son valores del controlador y van a ser usados en el levitador, para una posición final de $8mm$ (velocidad de $0m/s$).

La figura 3.3, muestra el diagrama de simulación mediante el cual se representará al controlador en simulink para desarrollar las pruebas.

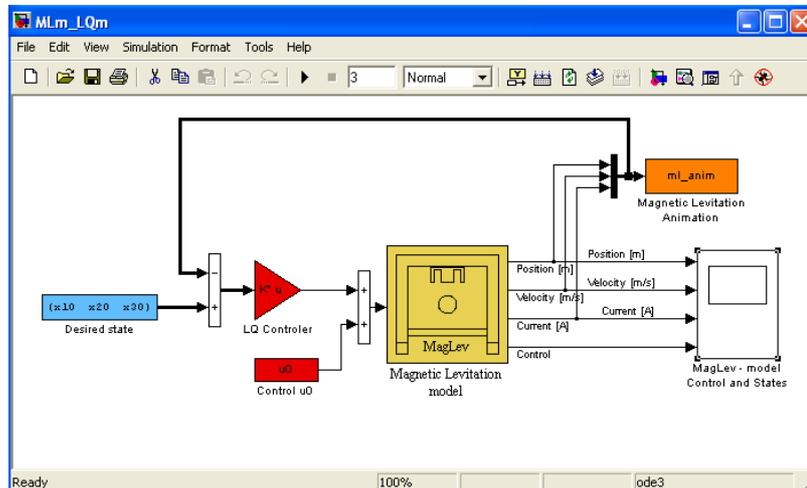


Figura 3.3: Diagrama de Simulación

En la figura 3.4 y 3.5, se puede ver que el controlador no alcanza el objetivo propuesto de $8mm$ en la posición, esto se confirma en el gráfico de la posición en donde se alcanza una posición de $7mm$.

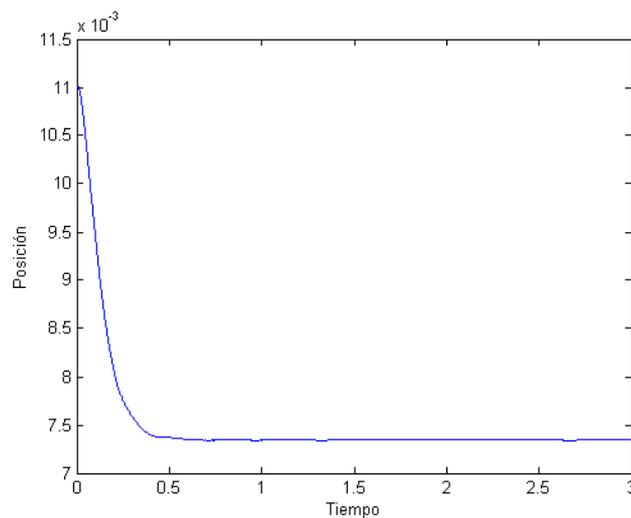


Figura 3.4: Gráfico Posición vs Tiempo

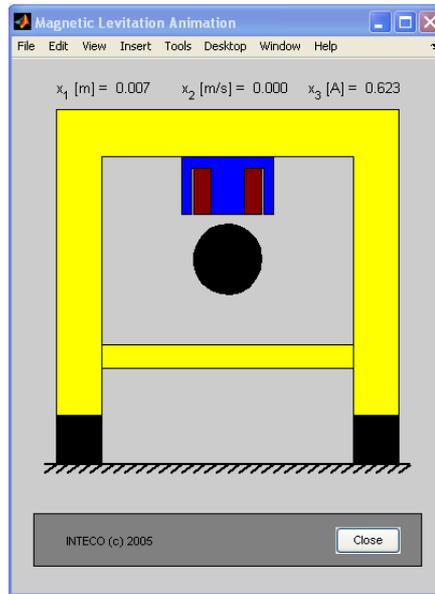


Figura 3.5: Simulación del Levitador

El problema de utilizar este análisis es que existirán casos en los cuales no se cumpla que $P \succ 0$, por lo que no se podrá cumplir con los objetivos del control, por esa razón se utiliza la función *mincx*.

Ahora se puede tomar el sistema de control mostrado en la figura 3.6, donde w, u, z y y son los vectores de las señales a ser evaluados.

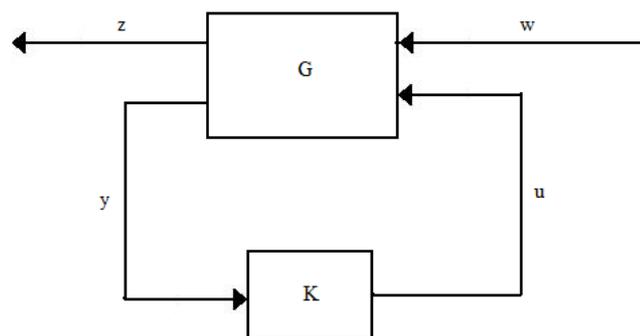


Figura 3.6: Diagrama de dos puertos

En la figura 3.6 se puede notar que w son entradas exógenas, que consisten típicamente de perturbaciones y ruido inducido en los sensores; u es la señal de control; z es la salida a ser

controlada, estas suelen tener errores de seguimiento, filtrados de las señales del actuador; y es la salida medida.

Existen dos entradas exógenas w , una perturbación d , y una inducción de ruido n a la salida de la planta.

$$w = \begin{bmatrix} d \\ n \end{bmatrix}$$

Se redefine la función G de la siguiente manera:

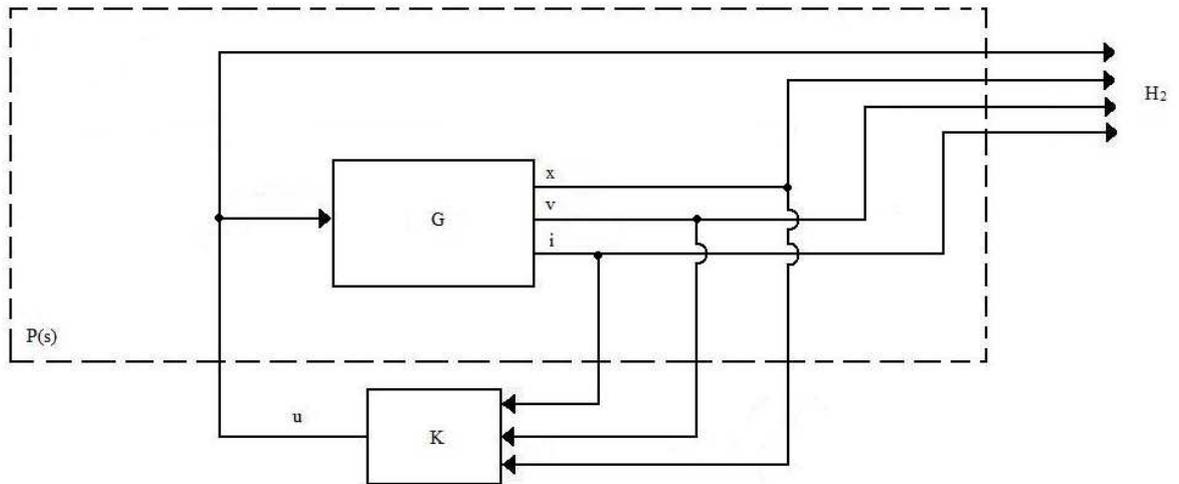
$$G(s) = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right]$$

Las entradas y salidas de G son divididas como:

$$[B_1 \quad B_2], \quad \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}$$

Así G tiene la forma:

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right]$$

Figura 3.7: Diagrama de control para norma H_2

La ecuación en espacio de estados será:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z_2 = C_2 x + D_{22} u \end{cases} \quad [Ec. 3.3]$$

En donde:

$$B_2 = B$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ ya que se considera el ingreso de perturbación.}$$

$C_1 = [1 \ 0 \ 0]$, se considera norma H_∞ solo para el primer estado.

$D_{11} = 1$, se considera una entrada de perturbación en primer estado.

$D_{12} = 1$, se considera la entrada de control.

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ esta es la matriz de pesos para la norma } H_2.$$

$$D_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ para que la norma } H_2 \text{ sea finita.}$$

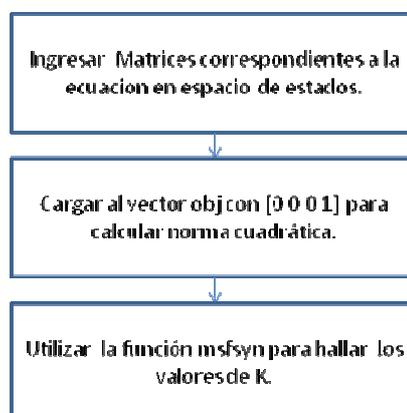
$$D_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \text{ para minimizar el control.}$$

3.3. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE NORMA CUADRÁTICA MEDIANTE LMI CONTROL TOOLBOX

Una vez analizadas las ecuaciones correspondientes se procedió a realizar el código para el control utilizando el control toolbox.

Como se requiere realizar un control por norma cuadrática en el vector *obj* de la función *msfsyn* se colocan los siguientes valores: $obj = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$.

Por lo que el diagrama de flujo del sistema será:



```

% diseño de controlador óptimo h2 para levitador magnético de lab.

% servomecanismos

B2=B

B1=[1;0;0] % se considera el ingreso de perturbación en posición

C1=[1 0 0] % se considera norma h inf solo para primer estado

D11=1      % se considera una entrada de perturbación en primer estado

D12=1      % se considera la entrada de control

C2=[1 0 0;0 1 0; 0 0 1;0 0 0] % este es la matriz de pesos para norma h2

D21=[0;0;0;0] % para que norma h2 sea finita

D22=[0;0;0;1] % para minimizar el control

C=[C1;C2];D=[D11 D12;D21 D22]

B= [B1 B2]

P=ltisys(A,B,C,D)

r=[4 1]

obj=[0 0 0 1]; % se desea optimizar la norma h2

region=[]; % no se toma en cuenta la ubicación de polos

[gopt,h2opt,K,Pcl] = msfsyn(P,r,obj,region)

% el valor de K obtenido debe cambiarse de signo para usarse en la
% simulación

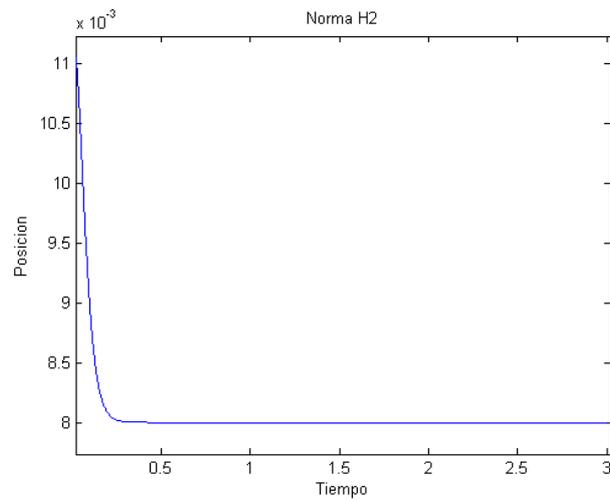
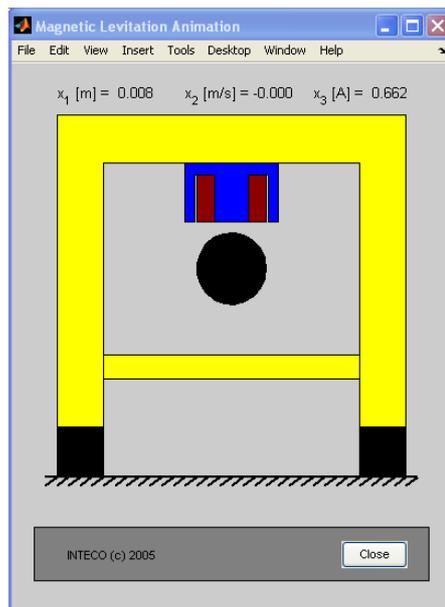
K=-K

```

3.4. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN.

Para la simulación del control se utilizó el diagrama mostrado en la figura 3.3.

Y se obtuvo resultados mostrados en las figuras 3.8 y 3.9, para una posición de $8mm$.

**Figura 3.8: Gráfico Posición vs Tiempo****Figura 3.9: Simulación del Levitador**

Se obtuvo la posición deseada es decir $8mm$, por lo que se puede decir que el controlador cumple con los requerimientos planteados.

3.5. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA CUADRÁTICA Y UBICACIÓN DE POLOS. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA MEDIANTE LMI CONTROL TOOLBOX.

Luego se procede a realizar el control con norma cuadrática y ubicación de polos, estos se ubicarán en una región cónica con un ángulo de 30° .

Para ello se debe modificar en el código anterior lo siguiente:

```
region=lmiereg;
```

Aparecerá en la pantalla principal un menú del cual se seleccionará la opción *c) conic sector* y luego la *posición* de la abscisa y el *ángulo* de la región que deberá ser ingresado en radianes.

Al utilizar la función *lmiereg*, se crea una matriz que se almacenará en la variable *región*; en la que constarán los polos que se van a utilizar bajo el criterio:

$$\alpha = \xi * \omega_n$$

$$\omega = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

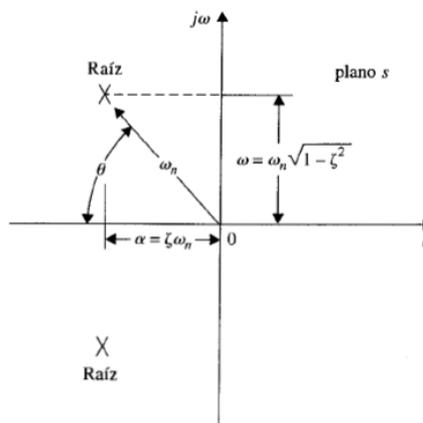


Figura 3.10. Ubicación de Polos

$$\xi = \cos \frac{\theta}{2}$$

Para un $\theta = 30^\circ$ o $\theta = 0.524$ [rad] el vector *región* se calculará de la siguiente manera:

$$\theta = 0.524$$

$$\xi = \cos \left(\frac{0.524}{2} \right) = 0.9654$$

Para $\theta = 30^\circ$, la función *lmireg* mantiene constante un $w_n = 0.536$, por ello:

$$\alpha = w_n * \xi$$

$$\alpha = 0.536 * 0.9659 = 0.518$$

Entonces la matriz *región*, quedará definida como se muestra en la ecuación 3.4:

$$region = \begin{pmatrix} abscisa * \alpha + 2i & 0 & \sin \frac{\theta}{2} & -\cos \frac{\theta}{2} \\ 0 & abscisa * \alpha & \cos \frac{\theta}{2} & \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad [Ec. 3.4]$$

Para una *abscisa* = -2 y $\theta = 30^\circ$

$$region = \begin{pmatrix} 1.0361 + 2i & 0 & 0.259 & -0.9659 \\ 0 & 1.0361 & 0.9659 & 0.259 \end{pmatrix}$$

3.6. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN, VELOCIDAD, CORRIENTE Y SEÑAL DE CONTROL.

Para la simulación del controlador se utilizó el diagrama de simulación mostrado en la figura 3.3.

Se obtuvo los resultados en las gráficas 3.11 y 3.12, para una posición de $8mm$ y una velocidad de $0m/s$.

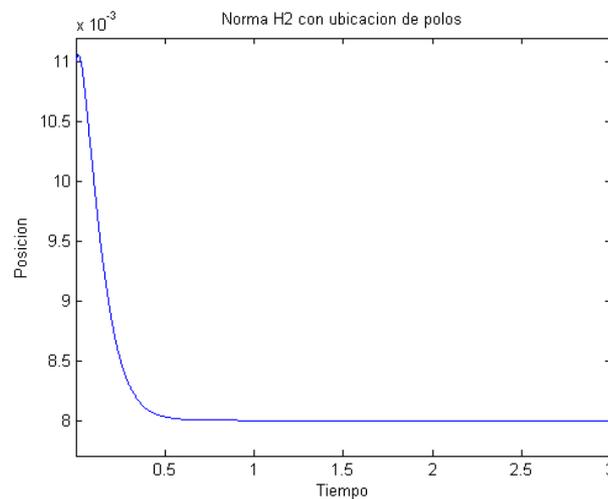


Figura 3.11: Gráfico Posición vs Tiempo

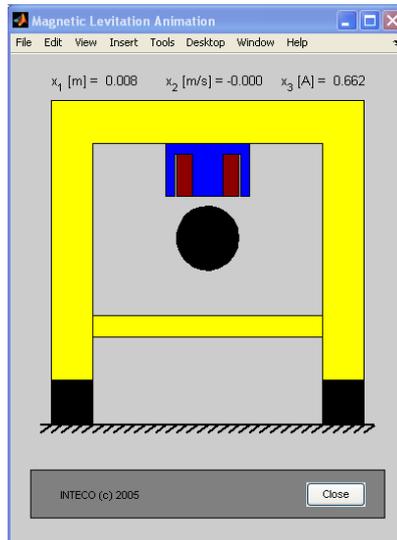


Figura 3.12: Simulación del Levitador

Se puede observar en este gráfico que se alcanzó la posición deseada $8mm$.

Se puede apreciar en las gráficas 3.11 y 3.12 que se cumple con los objetivos del control, pero en este caso el tiempo de establecimiento es superior al caso anterior.

3.7. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA INFINITA

Una medición confiable del desempeño de un sistema lineal estable invariante en el tiempo, es la utilización de la Norma H_{∞} en la función de transferencia del sistema. Si se tiene el sistema lineal:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + D\end{aligned}$$

Su función de transferencia es:

$$G(s) = C(Is - A)^{-1}B + D$$

Donde $s \in \mathbb{C}$, asumiendo que el sistema es estable, $G(s)$ es limitado para todo $s \in \mathbb{C}$ con parte real positiva. Esto quiere decir que el mayor valor singular $\sigma_{\max}(G(s))$ es finito para todo $s \in \mathbb{C}$ con $\Re s > 0$. El espacio H_{∞} consiste de todas las funciones complejas evaluadas que son analíticas en $\Re s > 0$, de modo que:

$$\|G\|_{\infty} = \sup \sigma_{\max}(G(s)) < \infty$$

El lado izquierdo de esta expresión satisface y define la norma H_{∞} de G . Por esto se puede notar que cada función en H_{∞} , tiene una extensión única para el eje imaginario, y este factor de la norma H_{∞} , es dado por:

$$\|G\|_{\infty} = \sup \sigma_{\max}(G(j\omega))$$

En otras palabras, la norma H_{∞} de la función de transferencia, es el límite superior del valor máximo singular de la respuesta en frecuencia del sistema.

Varias representaciones gráficas de la respuesta en frecuencia del sistema, como el diagrama de Bode, ilustran de mejor manera las propiedades del sistema como Ancho de Banda, Ganancia, etc.

Probablemente la más importante es el trazado de los valores singulares $\sigma_i(G(j\omega)) (i = 1, \dots, \min(m, p))$, vistos en función de la frecuencia $\omega \in \mathcal{R}$. Para sistemas que tienen una entrada y salida simples, existe un solo valor singular y $(G(j\omega)) = |G(j\omega)|$. Por lo tanto, la norma H_∞ de la función de transferencia es entonces nada más que el valor pico más alto de la ganancia, que se puede ver en el diagrama de Bode de $G(j\omega)$.

Si se tiene que $G \in H_\infty$ es la Función de Transferencia del siguiente sistema asintóticamente estable:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

Entonces la norma H_∞ de la Función de Transferencia $G(s)$ es la mayor ganancia RMS de las entradas/salidas.

$$\|G\|_\infty = \sup_{u \in L_2} \frac{\|y\|_2}{\|u\|_2}$$

Donde L_2 es el espacio de las señales con energía finita y $y(t)$ es la salida del sistema G para una entrada dada $u(t)$.

La formulación de un problema de control usando la norma H_∞ , implica un rechazo a las perturbaciones. Específicamente, esto consiste en la minimización de la ganancia RMS de lazo cerrado de w a z en el lazo de control que se muestra en la figura 3.13:

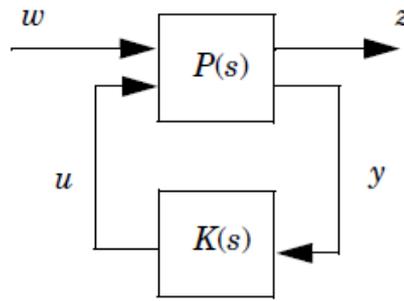


Figura 3.13: Modelo de dos Puertos

Esto puede ser interpretado como la minimización del efecto del peor caso de perturbaciones w que pueden actuar sobre la salida z .

Se sabe que G tiene la forma:

$$G(s) = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}$$

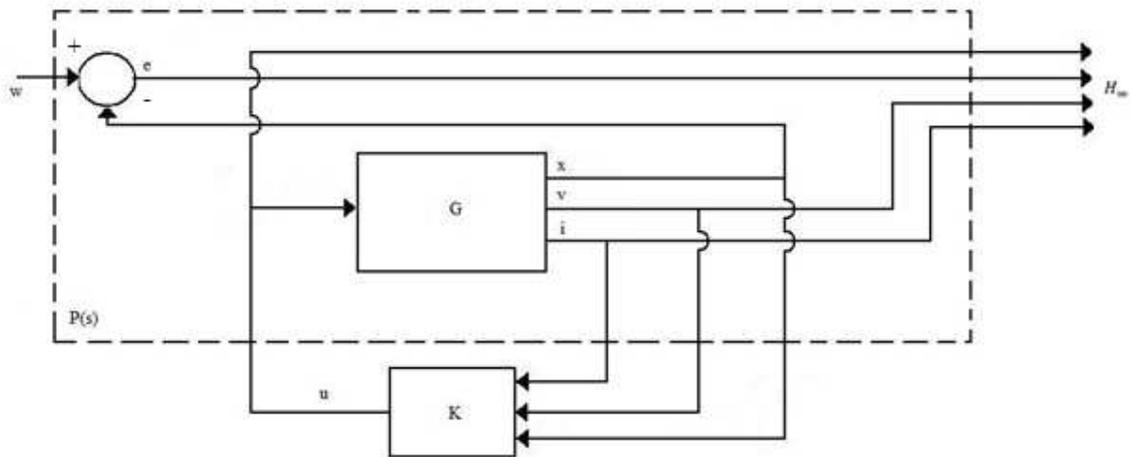


Figura 3.14: Diagrama de Control para la Norma Infinita.

La ecuación en espacio de estados será como se muestra en la ecuación 3.5:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z_\infty = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \end{cases} \quad [Ec. 3.5]$$

$$z_\infty = \begin{bmatrix} u \\ e \\ v \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [w] + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [u] \quad [Ec. 3.6]$$

En donde:

$$B_2 = B$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ esto multiplica a la entrada } w = [r]$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ se considera norma } H_\infty.$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ se considera una entrada de perturbación en primer estado.}$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ se considera la entrada de control.}$$

$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, esta es la matriz de pesos para la norma H_2 .

$D_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, esto multiplica a la entrada exógena.

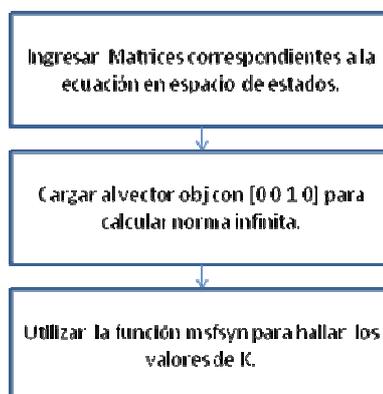
$D_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, esto multiplica a la señal de control u .

3.8. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE NORMA INFINITA MEDIANTE LMI CONTROL TOOLBOX

Una vez analizadas las ecuaciones correspondientes se procedió a realizar el código para el control utilizando el control toolbox.

Como se requiere realizar un control por norma infinita en el vector obj de la función $msfsyn$ se colocan los siguientes valores: $obj = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$.

Entonces la solución al problema es:



```

% diseño de controlador óptimo hinf optimo para levitador magnético de lab.
% servomecanismos

b1=[0;0;0]; % esto multiplica a la entrada w = [r]
b2=b

c1=[0 0 0;-1 0 0;0 1 0;0 0 1]
d11=[0 1 0 0]'
d12=[1 0 0 0]'
c2=[0 0 0;0 0 0]
d21=[0;0];% esto multiplica a la entrada exógena
d22=[0;0], % esto multiplica a la señal de control u

e=eye(3)
at=a
bt=[b1 b2]
ct=[c1;c2]
dt=[d11 d12;d21 d22]

P = ltisys(at,bt,ct,dt,e)

region =lmireg
%region = []
% [0 0 0 0] pole placement only
% [0 0 1 0] H $\infty$ -optimal design
% [0 0 0 1] H2-optimal design
% [g 0 0 1] minimize ||T $_2$ || $_2$  subject to ||T $_?$ || $_?$  < g
% [0 h 1 0] minimize ||T $_?$ || $_?$  subject to ||T $_2$ || $_2$  < h
% [0 0 a b] minimize a T $_?$  ?

[gop,h2op,K,Pc1]=msfsyn(P,[2 1],[0 0 1 0],region)

K=-K

```

3.9. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN.

Para la simulación del controlador se utilizó el diagrama mostrado en la figura 3.3.

Se obtuvo los resultados mostrados en las figuras 3.15 y 3.16 para una posición de $8mm$ y una velocidad de $0m/s$.

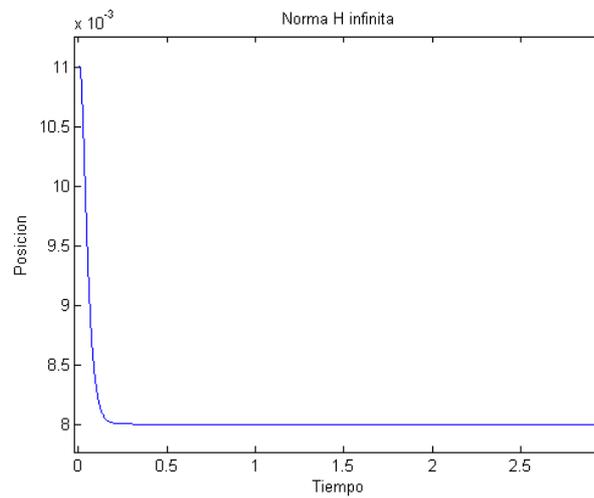


Figura 3.15: Gráfico Posición vs Tiempo

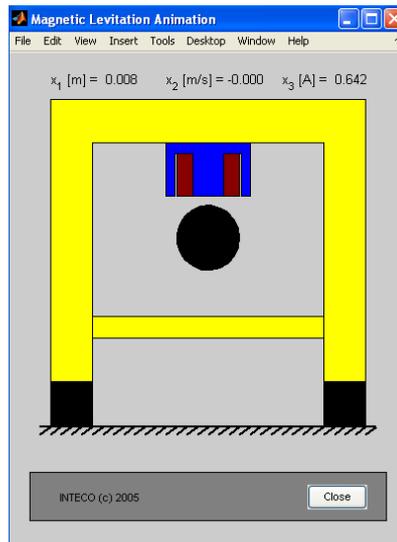


Figura 3.16: Simulación del Levitador

3.10. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA INFINITA Y UBICACIÓN DE POLOS. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA MEDIANTE LMI CONTROL TOOLBOX.

Luego se procede a realizar el control con norma cuadrática y ubicación de polos, estos se ubicarán en una región cónica con un ángulo de 30° .

Para ello se debe seguir el procedimiento mostrado en el control con ubicación de polos para la norma cuadrática mostrado en el punto 3.5:

3.11. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN.

Para la simulación de este controlador se utilizó el diagrama mostrado en la figura 3.3.

Se obtuvo los resultados mostrados en las figuras 3.17 Y 3.18 para una posición de $8mm$ y una velocidad de $0m/s$.

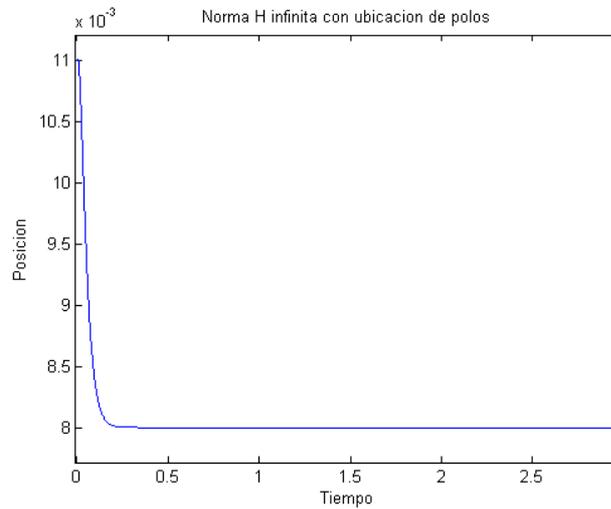


Figura 3.17: Gráfico Posición vs Tiempo

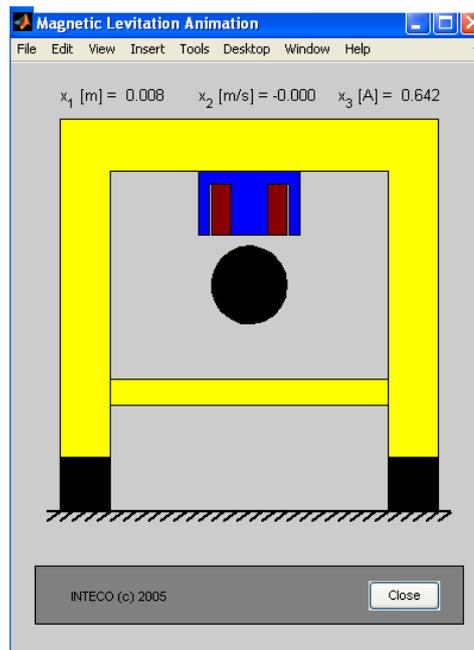


Figura 3.18: Simulación del Levitador

3.12. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA INFINITA Y NORMA CUADRÁTICA.

Para este control el objetivo será unir las propiedades de regulación de la norma H_2 con el rechazo a las perturbaciones de la norma H_∞ .

Para el diseño se partirá del esquema de dos puertos de la figura 3.19 para identificar las ecuaciones en espacio de estados:

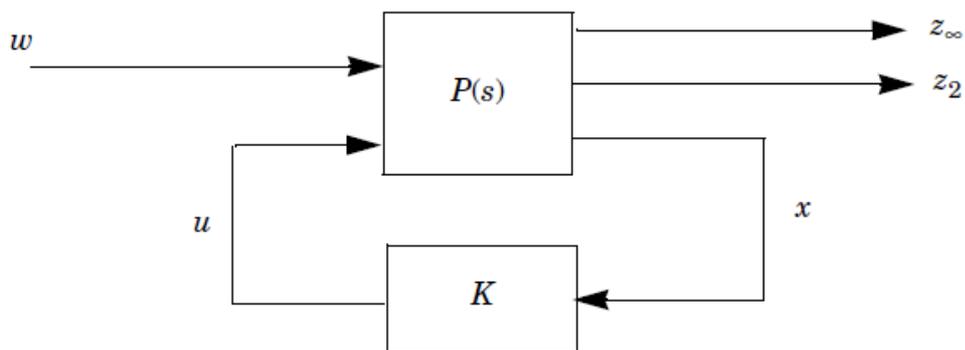


Figura 3.19: Modelo de dos Puertos

El problema que se plantea resolver es minimizar la norma cuadrática del vector formado por el error, la velocidad, la corriente, y la señal de control en función del límite de la norma infinita esto conduce al esquema mostrado en la figura 3.20:

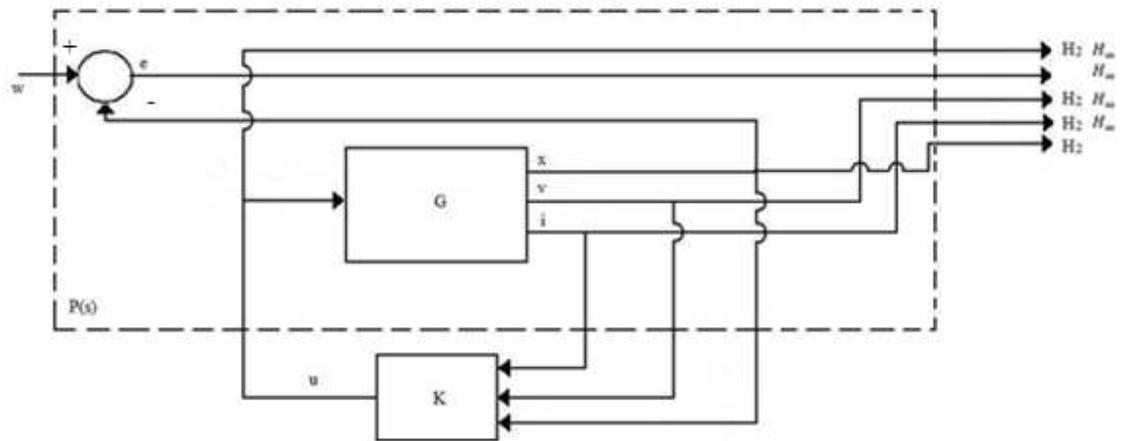


Figura 3.20: Diagrama de Control para Norma H_2 y Norma H_∞ .

Sabiendo que la ecuación en espacio de estados es:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z_\infty = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ z_2 = C_2 x + D_{22} u \end{cases} \quad [Ec. 3.7]$$

Las matrices obtenidas para el controlador serán:

$$B_2 = B$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ ya que se considera el ingreso de perturbación.}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ se considera norma } H_\infty.$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ se considera una entrada de perturbación en primer estado.}$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ se considera la entrada de control.}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ esta es la matriz de pesos para la norma } H_2.$$

$$D_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ para la norma } H_2 \text{ sea finita.}$$

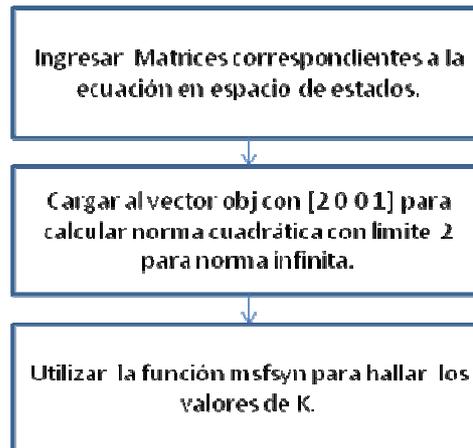
$$D_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \text{ esto multiplica a la señal de control } u.$$

3.13. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE NORMA CUADRÁTICA Y NORMA INFINITA MEDIANTE LMI CONTROL TOOLBOX

Una vez analizadas las ecuaciones correspondientes se procedió a realizar el código para el control utilizando el control toolbox.

Como se requiere realizar un control por norma cuadrática y con límite en la norma infinita en el vector *obj* de la función *msfsyn* se colocan los siguientes valores: $obj=[2\ 0\ 0\ 1]$.

Resultando el siguiente diagrama de flujo:



```

% diseño de controlador óptimo h2 con límite en norma hinf
% para levitador magnético de lab.
% servomecanismos

B2=B

B1=[1;0;0] % se considera el ingreso de perturbación en posición
C1=[0 0 0;-1 0 0;0 1 0;0 0 1] % se cconsidera norma h inf solo para primer estado
D11=[0;1;0;0] % se considera una entrada de perturbación a la posición
D12=[1;0;0;0] % se considera la entrada de control
C2=[1 0 0;0 1 0; 0 0 1;0 0 0] % este es la matriz de pesos para norma h2
D21=[0;0;0;0] % para que norma h2 sea finita
D22=[0;0;0;1] % para minimizar el control

C=[C1;C2];D=[D11 D12;D21 D22]

B= [B1 B2]

P=ltisys(A,B,C,D)

r=[5 1]
  
```

```
obj=[2 0 0 1]; % se desea optimizar la norma h2 y el limite para hinf es 2
```

```
region=[] % no se toma en cuenta la ubicación de polos
```

```
[gopt,h2opt,K,Pcl] = msfsyn(P,r,obj,region)
```

```
K=-K
```

3.14. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN.

Para simular este control se utilizó el diagrama mostrado en la figura 3.3.

Y se obtuvo resultados mostrados en las figuras 3.21 Y 3.22 para una posición de $8mm$ y una velocidad de $0m/s$.

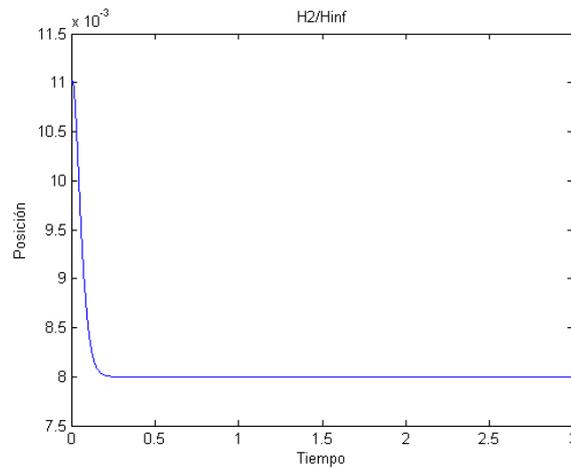


Figura 3.21: Gráfico Posición vs Tiempo

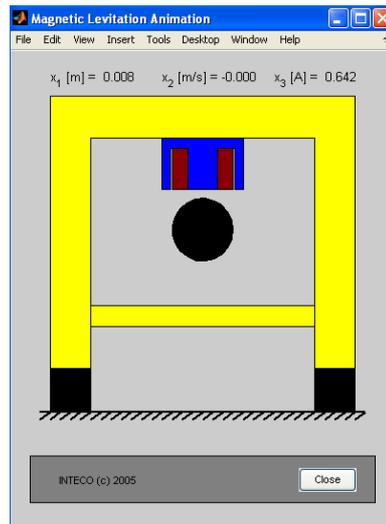


Figura 3.22: Simulación del Levitador

3.15. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA INFINITA, NORMA CUADRÁTICA Y UBICACIÓN DE POLOS.

Luego se procede a realizar el control con ubicación de polos, estos se ubicarán en una región cónica con un ángulo de 30° .

Para ello se debe seguir el procedimiento mostrado en el control con ubicación de polos para la norma cuadrática mostrado en el punto 3.5:

3.16. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN.

Para la simulación se utilizó el diagrama mostrado en la figura 3.3.

Se obtuvo los resultados mostrados en las figuras 3.23 y 3.24 para una posición de 8mm y una velocidad de 0m/s .

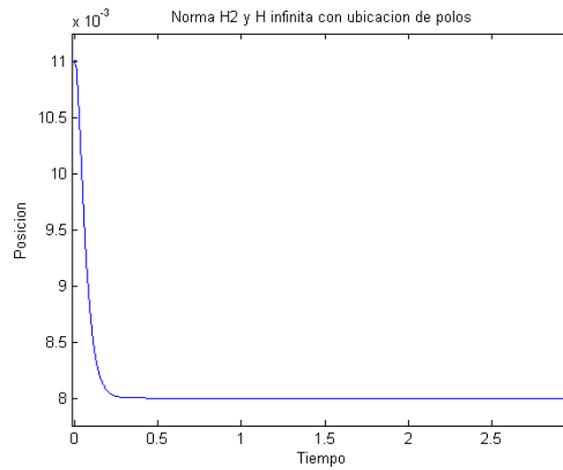


Figura 3.23: Gráfico Posición vs Tiempo

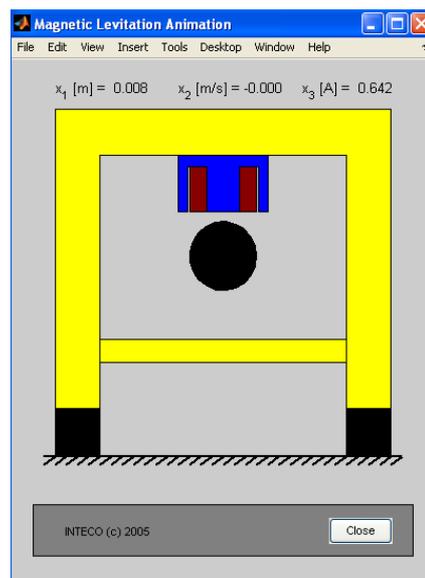


Figura 3.24: Simulación del Levitador

3.17. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON REALIMENTACIÓN INCOMPLETA DE ESTADOS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA INFINITA Y NORMA CUADRÁTICA.

Para el diseño se partirá del esquema (figura 3.25) de dos puertos para identificar las ecuaciones en espacio de estados:

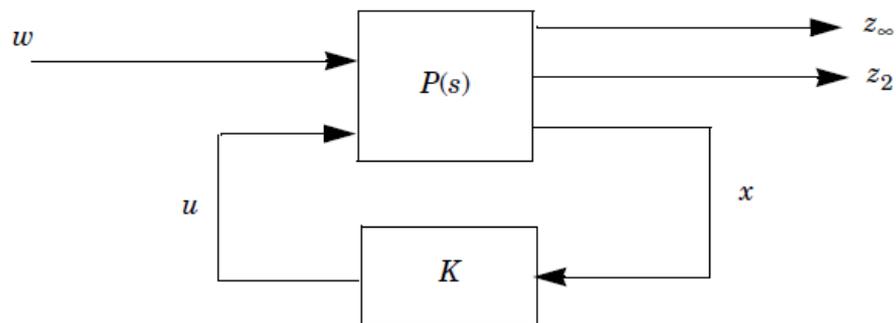


Figura 3.25: Diagrama de dos puertos

El problema que se plantea resolver es minimizar la norma cuadrática del vector formado por la posición, la velocidad y la señal de control en función del límite de la norma infinita esto conduce al siguiente esquema:

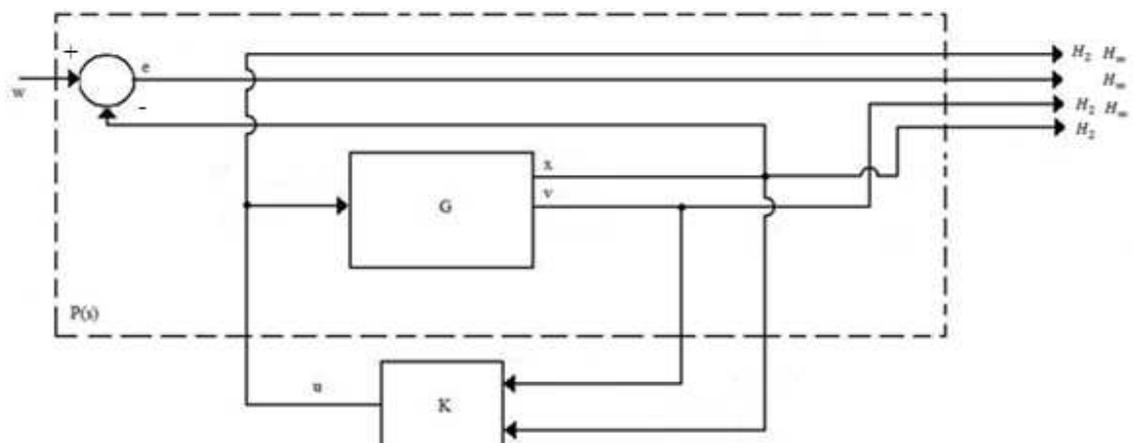


Figura 3.26: Diagrama de Control

Sabiendo que la ecuación en espacio de estados es:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z_{\infty} = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ z_2 = C_2 x + D_{22} u \end{cases} \quad [Ec. 3.8]$$

Las matrices obtenidas para el controlador serán:

$$B_2 = B$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ ya que se considera el ingreso de perturbación.}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \text{ se considera norma } H_{\infty}.$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ se considera una entrada de perturbación en primer estado.}$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ se considera la entrada de control.}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ esta es la matriz de pesos para la norma } H_2.$$

$D_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, para la norma H_2 sea finita.

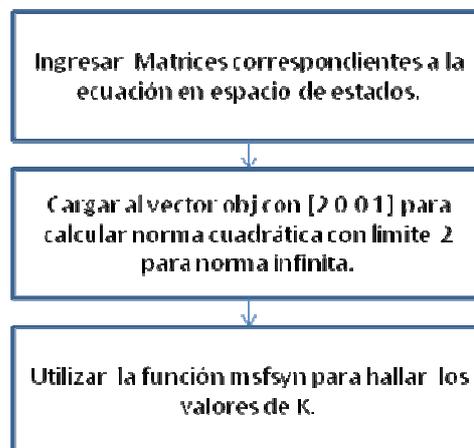
$D_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, esto multiplica a la señal de control u .

3.18. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON CRITERIO DE NORMA CUADRÁTICA Y NORMA INFINITA MEDIANTE LMI CONTROL TOOLBOX.

Una vez analizadas las ecuaciones correspondientes se procedió a realizar el código para el control utilizando el control toolbox.

Como se requiere realizar un control por norma cuadrática y con límite en la norma infinita en el vector obj de la función $msfsyn$ se colocan los siguientes valores: $obj=[2 \ 0 \ 0 \ 1]$.

Resultando el siguiente diagrama de flujo:



```
% diseño de controlador óptimo h2 con límite en norma hinf
% para levitador magnético de lab.
% servomecanismos

B2=B

B1=[1;0;0] % se considera el ingreso de perturbación en posición
C1=[0 0 0;-1 0 0;0 1 0] % se considera norma h inf solo para primer estado
D11=[0;1;0] % se considera una entrada de perturbación a la posición
D12=[1;0;0] % se considera la entrada de control
C2=[1 0 0;0 1 0; 0 0 1] % este es la matriz de pesos para norma h2
D21=[0;0;0] % para que norma h2 sea finita
D22=[0;0;1] % para minimizar el control

C=[C1;C2];D=[D11 D12;D21 D22]

B= [B1 B2]

P=ltisys(A,B,C,D)

r=[4 1]

obj=[2 0 0 1]; % se desea optimizar la norma h2 y el limite para hinf es 2

region=[];

[gopt,h2opt,K,Pcl] = msfsyn(P,r,obj,region)

% el valor de K obtenido debe cambiarse de signo para usarse en la
% simulación

K=-K
```

3.19. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN.

La simulación del controlador se realizó mediante el diagrama mostrado en la figura 3.3.

Se obtuvo los resultados mostrados en las figuras 3.27 y 3.28 para una posición de 8mm y una velocidad de 0m/s .

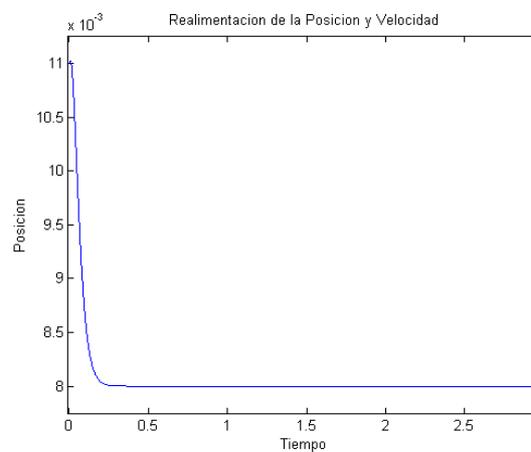


Figura 3.27: Gráfico Posición vs Tiempo

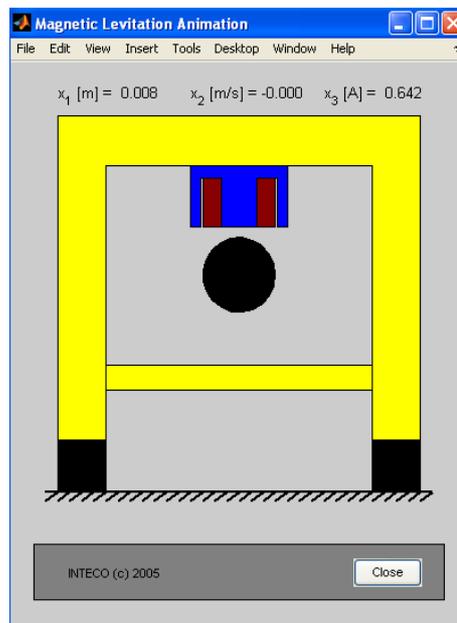


Figura 3.28: Simulación del Levitador

3.20. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO CON REALIMENTACIÓN INCOMPLETA DE ESTADOS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO DE NORMA INFINITA, NORMA CUADRÁTICA Y UBICACIÓN DE POLOS.

Luego se procede a realizar el control con ubicación de polos, estos se ubicarán en una región cónica con un ángulo de 30° .

Para ello se debe seguir el procedimiento mostrado en el control con ubicación de polos para la norma cuadrática mostrado en el punto 3.5:

3.21. DIAGRAMA DE SIMULACIÓN DEL SISTEMA CON CONTROLADOR. RESULTADOS GRÁFICOS DE POSICIÓN.

Para la simulación del controlador se utilizó el diagrama mostrado en la figura 3.3.

Se obtuvo los resultados mostrados en las figuras 3.29 y 3.30 para una posición de 8mm y una velocidad de 0m/s .

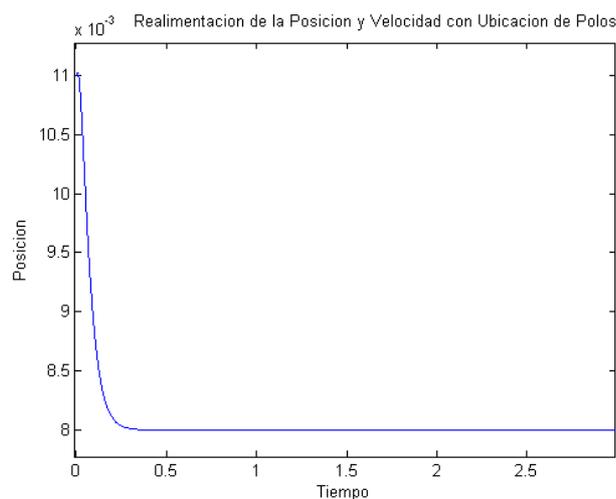


Figura 3.29: Gráfico Posición vs Tiempo

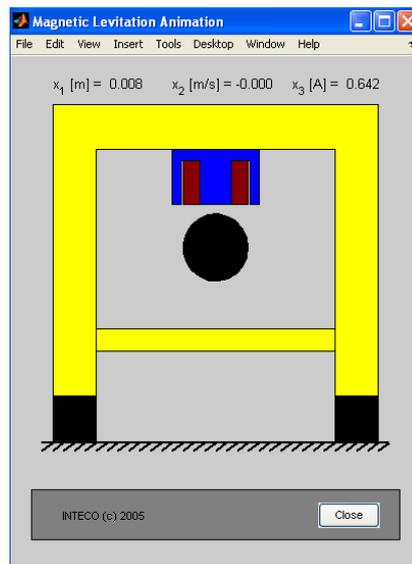


Figura 3.30: Simulación del Levitador

CAPÍTULO 4

IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR

4.1. DIAGRAMA DE CONEXIONES DEL EXPERIMENTO EN TIEMPO REAL.

Para la implementación del controlador en el laboratorio se utilizó el bloque de simulink del levitador magnético para controladores mediante el regulador cuadrático lineal LQ mostrado en la figura 4.1.

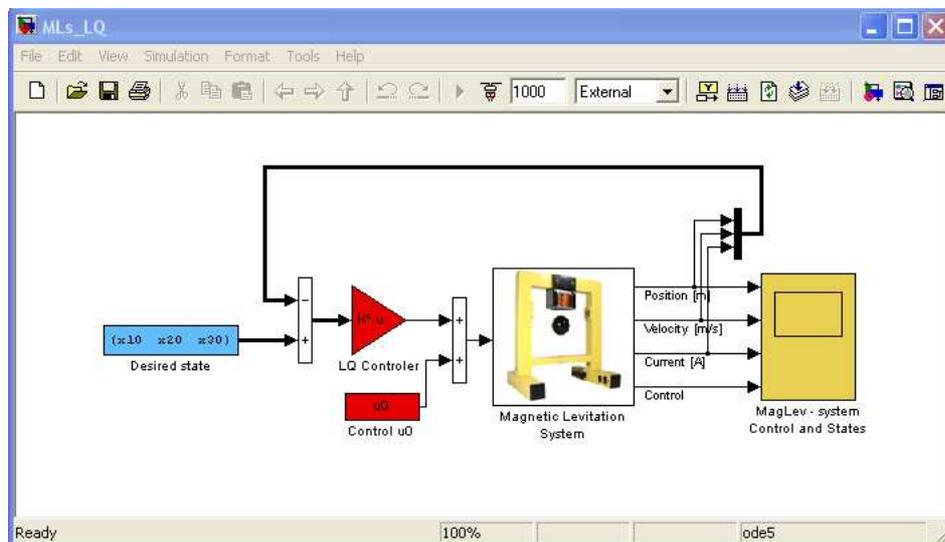


Figura 4.1: Diagrama de Experimentación

Además se utilizó el código de MATLAB en el cual se realizó la simulación del controlador mediante el código correspondiente al controlador.

4.2. RESULTADOS GRÁFICOS OBTENIDOS DE LA POSICIÓN DEL SISTEMA MLS, MEDIANTE CRITERIO DE NORMA CUADRÁTICA Y UBICACIÓN DE POLOS.

Para el control con norma H_2 y sin ubicación de polos especificado en el capítulo 3. Para una posición de 8 mm, se obtuvo la gráfica de la posición vs el tiempo mostrada en la figura 4.2.

Se obtuvo la matriz de control K .

$$K = -145 \quad -3.92 \quad 1.48$$

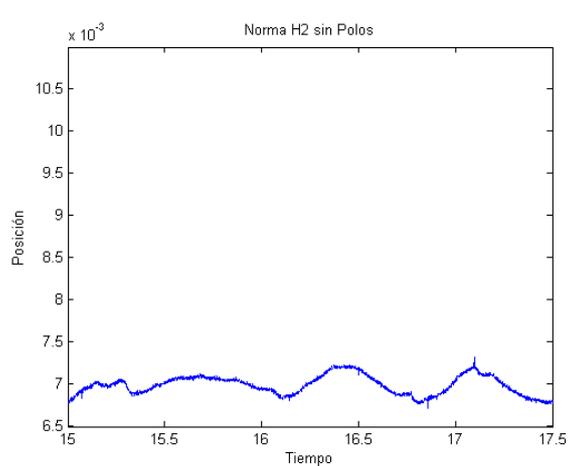


Figura 4.2: Gráfica Posición vs Tiempo Implementación

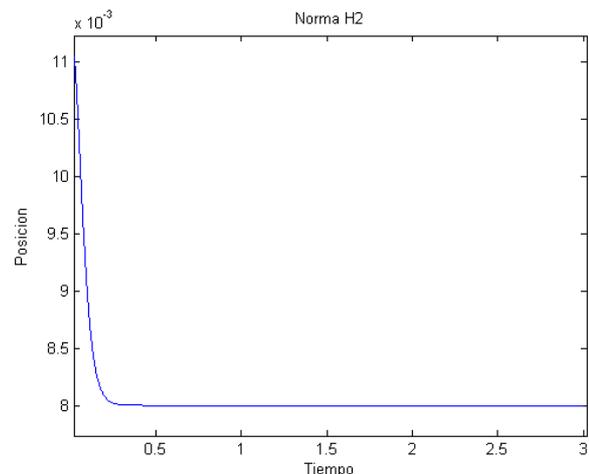


Figura 4.3: Gráfica Posición vs Tiempo Simulación

Se puede observar que en la implementación se consiguió la estabilización de la esfera en una posición de 6.8 mm con un nivel de rizo de $\pm 0.3 \text{ mm}$, mientras que en la simulación se consiguió una estabilización en 8 mm , por lo que se logró los objetivos deseados con un error de 1.2 mm .

Para el control con norma H_2 y con ubicación de polos especificado en el capítulo 3. Para una posición de 8 mm, obtuvo la gráfica de la posición vs el tiempo mostrada en la figura 4.4.

Se obtuvo la matriz de control K .

$$K = -221 \quad -6.3 \quad 3.02$$

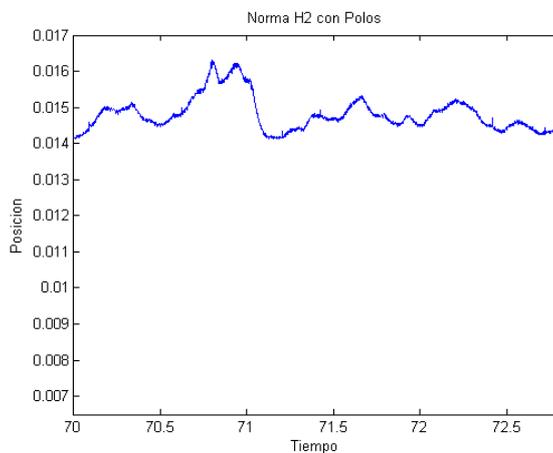


Figura 4.4: Gráfica Posición vs Tiempo Implementación

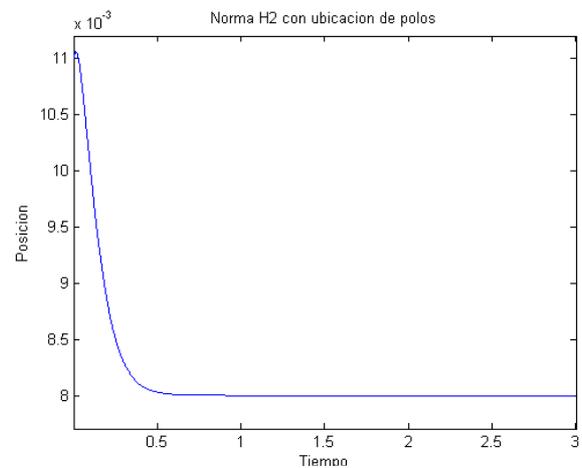


Figura 4.5: Gráfica Posición vs Tiempo Simulación

Se puede observar que en la implementación se consiguió la estabilización de la esfera en una posición de 14.6 mm con un nivel de rizo de $+0.9 \text{ mm}$ y -0.5 mm , mientras que en la simulación se consiguió una estabilización en 8 mm , por lo que se logró los objetivos deseados con un error de 6 mm por lo que se puede decir que este controlador no se estabiliza en el punto deseado.

4.3. RESULTADOS GRÁFICOS OBTENIDOS DE LA POSICIÓN DEL SISTEMA MLS, MEDIANTE CRITERIO DE NORMA INFINITA Y UBICACIÓN DE POLOS.

Para el control con norma H_∞ y sin ubicación de polos especificado en el capítulo 3. Para una posición de 8 mm, se obtuvo la gráfica de la posición vs el tiempo mostrada en la figura 4.6.

Se obtuvo la matriz de control K .

$$K = -364 \quad -9.66 \quad 3.1$$

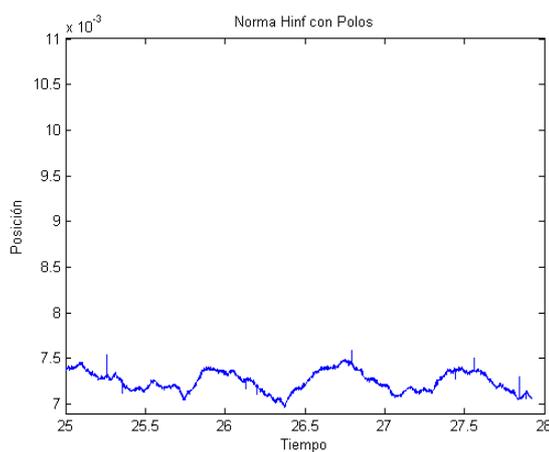


Figura 4.6: Gráfica Posición vs Tiempo Implementación

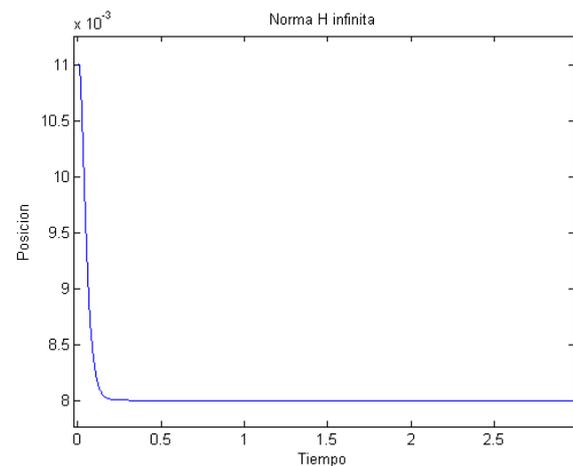


Figura 4.7: Gráfica Posición vs Tiempo Simulación

Se puede observar que en la implementación se consiguió la estabilización de la esfera en una posición de 7.475 mm con un nivel de rizo de $\pm 0.175 \text{ mm}$, mientras que en la simulación se consiguió una estabilización en 8 mm , por lo que se logró los objetivos deseados con un error de 0.525 mm .

Para el control con norma H_∞ y con ubicación de polos especificado en el capítulo 3. Para una posición de 8 mm, se obtuvo la gráfica de la posición vs el tiempo mostrada en la figura 4.8.

Se obtuvo la matriz de control K .

$$K = 1.0e+003 * (-1.07 \quad -0.03 \quad 0.01)$$

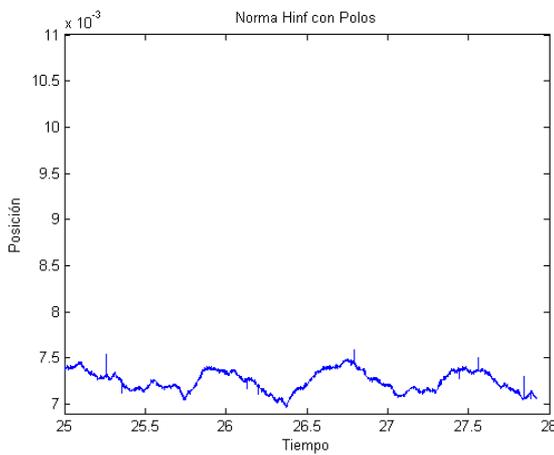


Figura 4.8: Gráfica Posición vs Tiempo Implementación

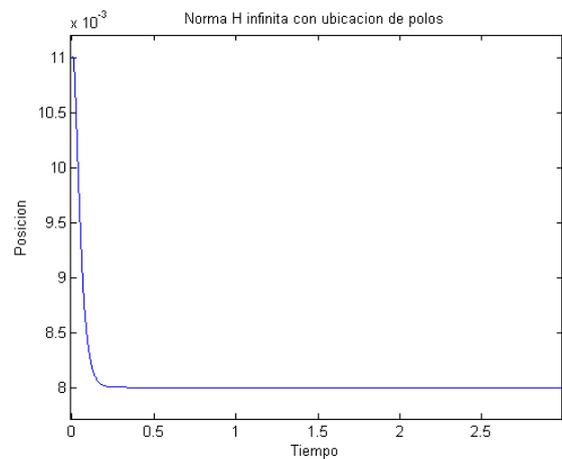


Figura 4.9: Gráfica Posición vs Tiempo Simulación

Se puede observar que en la implementación se consiguió la estabilización de la esfera en una posición de 7.25 mm con un nivel de rizo de $\pm 0.25 \text{ mm}$, mientras que en la simulación se consiguió una estabilización en 8 mm , por lo que se logró los objetivos deseados con un error de 0.75 mm .

4.4. RESULTADOS GRÁFICOS OBTENIDOS DE LA POSICIÓN DEL SISTEMA MLS, MEDIANTE CRITERIO DE NORMA CUADRÁTICA, NORMA INFINITA Y UBICACIÓN DE POLOS.

Para el control con norma H_2/H_∞ y sin ubicación de polos especificado en el capítulo 3. Para una posición de 8 mm, se obtuvo la gráfica de la posición vs el tiempo mostrada en la figura 4.10.

Se obtuvo la matriz de control K .

$$K = -281 \quad -7.2 \quad 2.81$$

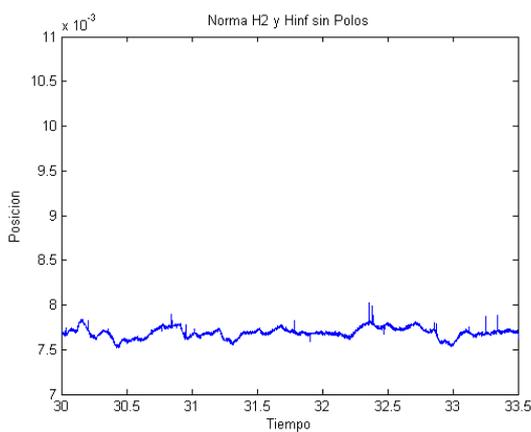


Figura 4.11: Gráfica Posición vs Tiempo Implementación

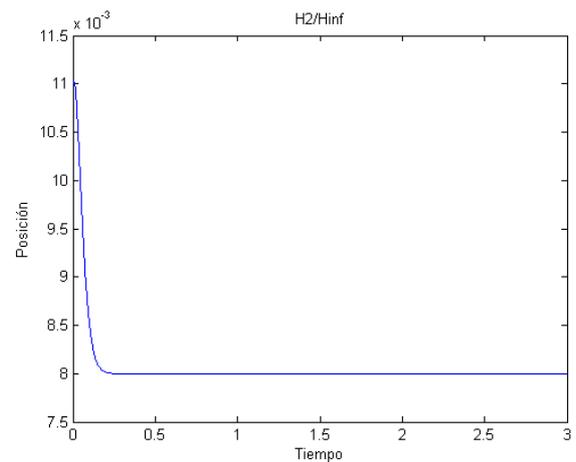


Figura 4.10: Gráfica Posición vs Tiempo Implementación

Se puede observar que en la implementación se consiguió la estabilización de la esfera en una posición de 7.7mm con un nivel de rizo de $\pm 0.4\text{mm}$, mientras que en la simulación se consiguió una estabilización en 8mm , por lo que se logró los objetivos deseados con un error de 0.3mm .

Para el control con norma H_2/H_∞ y con ubicación de polos especificado en el capítulo 3. Para una posición de 8 mm, se obtuvo la gráfica de la posición vs el tiempo mostrada en la figura 4.12.

Se obtuvo la matriz de control K .

$$K = -572 \quad -15.3 \quad 4.6$$

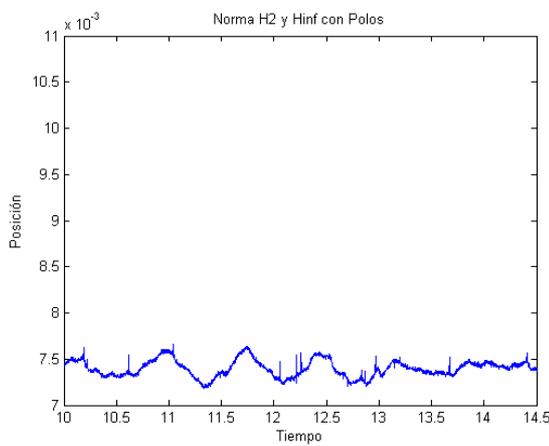


Figura 4.12: Gráfica Posición vs Tiempo Implementación

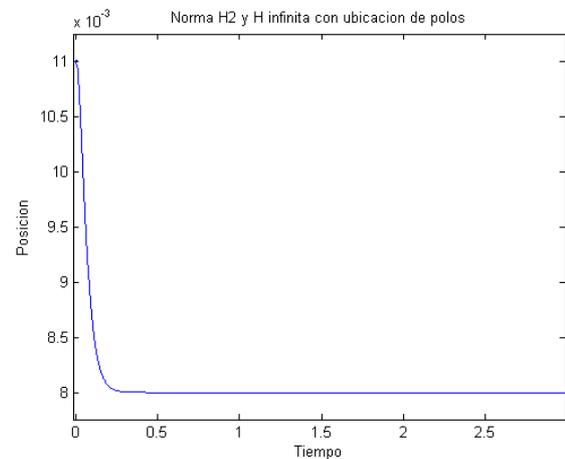


Figura 4.13: Gráfica Posición vs Tiempo Simulación

Se puede observar que en la implementación se consiguió la estabilización de la esfera en una posición de 7.4 mm con un nivel de rizo de $\pm 0.2 \text{ mm}$, mientras que en la simulación se consiguió una estabilización en 8 mm , por lo que se logró los objetivos deseados con un error de 0.6 mm .

4.5. RESULTADOS GRÁFICOS OBTENIDOS DE LA POSICIÓN DEL SISTEMA MLS, MEDIANTE CRITERIO DE NORMA CUADRÁTICA, NORMA INFINITA Y UBICACIÓN DE POLOS PARA REALIMENTACIÓN INCOMPLETA DE ESTADOS.

Para el control con realimentación incompleta de estados con norma H_2/H_∞ y sin ubicación de polos especificado en el capítulo 3. Para una posición de 8 mm, se obtuvo la gráfica de la posición vs el tiempo mostrada en la figura 4.14.

Se obtuvo la matriz de control K .

$$K = -260 \quad -6.96 \quad 2.64$$

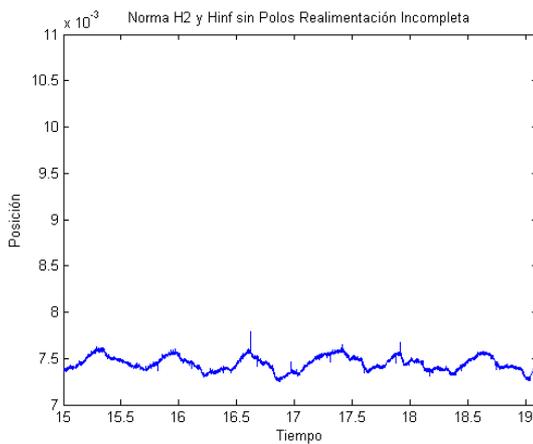


Figura 4.15: Gráfica Posición vs Tiempo Implementación

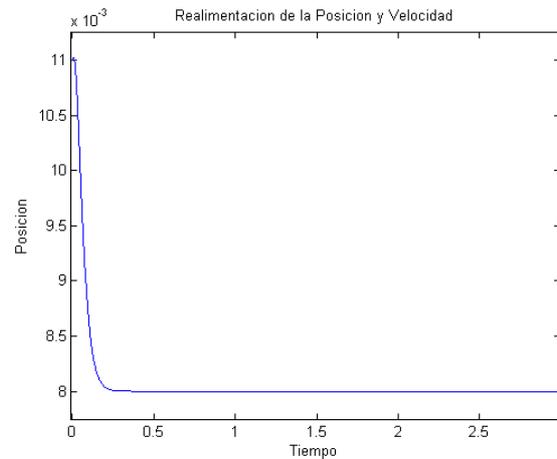


Figura 4.14: Gráfica Posición vs Tiempo Implementación

Se puede observar que en la implementación se consiguió la estabilización de la esfera en una posición de 7.4 mm con un nivel de rizo de $\pm 0.35 \text{ mm}$, mientras que en la simulación se consiguió una estabilización en 8 mm , por lo que se logró los objetivos deseados con un error de 0.6 mm .

Para el control con realimentación incompleta de estados con norma H_2/H_∞ y con ubicación de polos especificado en el capítulo 3. Para una posición de 8 mm se obtuvo la gráfica de la posición vs el tiempo mostrada en la figura 4.16.

Se obtuvo la matriz de control K .

$$K = -300 \quad -8.71 \quad 3.18$$

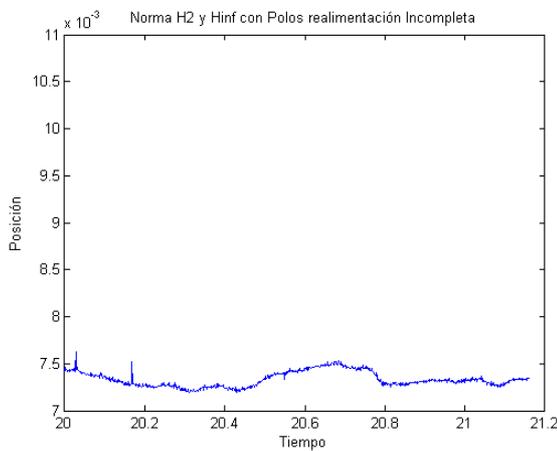


Figura 4.16: Gráfica Posición vs Tiempo Implementación

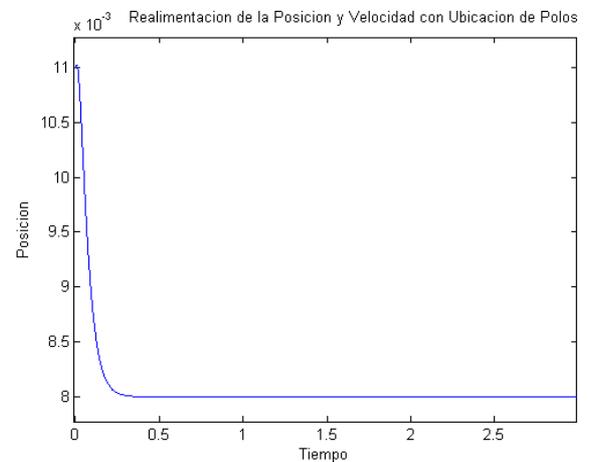


Figura 4.17: Gráfica Posición vs Tiempo Implementación

Se puede observar que en la implementación se consiguió la estabilización de la esfera en una posición de 7.4 mm con un nivel de rizo de $\pm 0.2\text{ mm}$, mientras que en la simulación se consiguió una estabilización en 8 mm , por lo que se logró los objetivos deseados con un error de 0.6 mm .

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. CONCLUSIONES

Mediante el algoritmo de Correa Sales se puede resolver LMI's de manera numérica, pudiendo encontrar soluciones para cualquier tipo de matrices simétricas.

Siguiendo el procedimiento para la solución de norma cuadrática mediante LMI's sin utilizar la función `msfsyn` se obtuvo el control exitoso de la planta en la simulación con un error de 1mm en la posición deseada de la esfera.

El problema de control H_2 para el sistema de levitación magnética para minimizar la norma cuadrática del vector formado por la posición, la velocidad, la corriente y la señal de control con el fin de que la LMI minimice la energía de las señales que forman el vector consiguiendo un control con un error de 1.2mm que no responde ante las perturbaciones.

El problema de minimización de la norma infinita del vector formado por las señales del error en la posición, control, velocidad y corriente, tiene por objetivo minimizar la ganancia rms de estas señales con respecto a la señal de entrada, consiguiendo un control muy aceptable con un error de 0.5 mm y resistente a las perturbaciones.

La ubicación de polos en regiones LMI tiene el fin de asegurar que los polos del sistema en lazo cerrado se coloquen en una región estable, mediante la experimentación no se pudo conseguir una unión entre el control de norma cuadrática con ubicación de polos ya que al mezclarlos el sistema se estabilizó lejos de la posición deseada con un error de 7mm.

Al realizar la implementación de los controladores, se observó que el desempeño del control con norma cuadrática y norma infinita cumplió de excelente manera con el objetivo trazado mediante el vector $K = (-281 \ -7.2 \ 2.81)$, que ubicó a la esfera en una posición de 7.7 mm con un error de 0.3 mm de la posición deseada.

El control mediante LMI's y con la utilización de las normas cuadrática e infinita consigue una inmediata estabilización del sistema siempre y cuando el modelo matemático de la planta sea correcto, a diferencia de otros tipos de controladores como es el caso del control por el lugar geométrico de las raíces en el cual se llegará a un punto donde se tiene que realizar un ajuste fino de las raíces para conseguir la estabilización.

5.2 RECOMENDACIONES

Si los controladores óptimos no funcionan en el levitador magnético MLS, se debe revisar el modelamiento de la planta ya que estos controles dependen de la exactitud en la que se ha identificado la planta.

Al utilizar la ubicación de polos se debe tomar en cuenta que estos deben estar ubicados a la izquierda del plano y considerar la relación de la ubicación de polos con la forma de la respuesta en el tiempo.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

GAHINET Pascal, NEMIROVSKI Arkadi, LAUB Alan, CHALALI Mahmoud, **LMI Control Toolbox**, Manuales de MATLAB, User's Guide Version 1, Math Works Inc. 1995.

AGUILAR Edwin, **Diseño de un controlador del grado de inclinación para un avión, mediante LMIs**, tesis para la obtención del título de Ingeniero en Automatización y Control, Escuela Politécnica del Ejército, Sangolquí-Ecuador 2005.

SHERER Carsten and WEILAND Siep. **Lecture Notes DISC Course on Linear Matrix Inequalities in Control**, Versión 2.0, Abril 1999.

BURBANO Fernando, **Técnica Loopshaping al Diseño de controladores Robustos**, tesis para la obtención del título de Ingeniero en Automatización y Control, Escuela Politécnica del Ejército, Sangolquí-Ecuador 2007.

BOYD Stephen, EL GHAOUI Laurent, FERON Eric, BALAKRISHNAN Venkataramanan, **Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory**, 1994.

INTECO, **Magnetic Levitation System User's Manual**, 2005

ANEXOS

ANEXO

MANUAL DE USUARIO DEL LEVITADOR MAGNÉTICO MLS

INTRODUCCIÓN

El sistema de levitación magnética MLS es un sistema completo de laboratorio de control para experimentos. Es una herramienta ideal para la demostración del fenómeno de levitación. Este es un problema de control clásico que suele ser usado en algunas aplicaciones prácticas como en los trenes, usando ambas soluciones la analógica y la digital para mantener una esfera metálica en un campo magnético. El MLS consiste de un electromagneto, una esfera de acero, sensores de posición, tarjeta de interface con el computador, una unidad de acondicionamiento para la señal, cables de conexión, herramientas para el control en tiempo real y un manual para laboratorio. Este es un sistema simple con libertad para la enseñanza de sistemas de control; análisis de señales, aplicaciones de control en tiempo real desde MATLAB. MLS es un sistema no lineal, inestable en lazo abierto y variante dinámico en el tiempo. El principio básico de operación del MLS es aplicar voltaje a un electromagneto para mantener un objeto ferromagnético levitando. La posición del objeto es determinada a través de un sensor. Adicionalmente la corriente es medida para identificarla y controlarla mediante estrategias de control. Para la levitación de una esfera un controlador en tiempo real es requerido. El equilibrio se logra por dos fuerzas (la gravitacional y la electromagnética) y se consigue por el controlador que mantendrá la esfera en una distancia deseada desde el imán. Cuando dos electroimanes son usados el inferior puede ser usado para una excitación externa o una unidad de contracción. Esta opción se extiende a la aplicación del MLS y es usada en el diseño de controladores robustos. La posición de la esfera puede ser ajustada usando el set-point del controlador y la estabilidad puede ser variada usando la ganancia del controlador. Se incluyen dos esferas de diferente diámetro. El ancho de banda de la compensación en adelanto pueden ser cambiados y la estabilidad y respuesta en el tiempo investigadas. Usar controles análogos definidos para probarlos.

Componentes del Laboratorio.

Un diagrama esquemático del laboratorio se muestra en la figura A1.

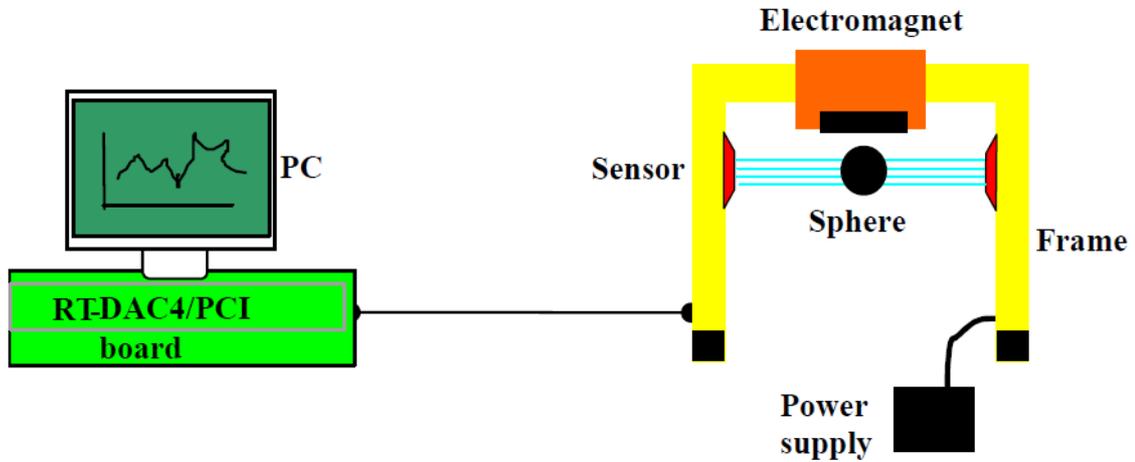


Figura A1: Componentes

La figura A1 muestra la unidad mecánica con la fuente de poder y la interface al PC y la tarjeta RTDAC4/PCI I/O configurada en tecnología Xilinx. El software opera en tiempo real bajo MS Windows 98/NT/XP usando MATLAB 6.5.

Los experimentos de control son programados y ejecutados en tiempo real en ambiente MATLAB/Simulink. Esto es lo mas recomendado para familiarizarse con RTW y RTWT toolboxes. Se tiene que tener un conocimiento para unir bloques para crear modelos propios.

El software para el control del MLS está incluido en el MLS toolbox. Este toolbox es usado en el RTWT y RTW toolbox de MATLAB.

El MLS toolbox es una colección de funciones .m, modelos MDL y código en C mediante archivos DLL que extienden el ambiente de MATLAB para resolver cualquier diseño de control y modelamiento para el MLS. El software integrado soporta todas las fases del desarrollo de un sistema de control como son:

-
- Identificación del proceso en línea.
 - Modelamiento, diseño y simulación del sistema de control.
 - Implementación de algoritmos de control en tiempo real.

El MLS toolbox está destinado a proporcionar al usuario con una variedad de herramientas de software que permiten:

- El flujo de información en línea entre el proceso y el entorno de MATLAB.
- Experimentos de control en tiempo real usando algoritmos de demostración.
- Desarrollo, simulación y aplicación de algoritmos de control definidos por el usuario.

El MLS toolbox es distribuido en un CD-ROM. Este contiene el software y el manual de usuario para imprimir.

Requerimientos del Hardware y del Software

Hardware

Este consiste de:

- Electroimán.
- Objetos ferromagnéticos
- Sensor de posición.
- Sensor de corriente.
- Interfaz de poder.

-
- Tarjeta de control I/O
 - Computador Pentium o AMD

Software

Para el desarrollo del proyecto y construcción automática se requiere real time.

El siguiente software será el que se deba instalar en el PC.

- Windows 2000 o Window XP. MATLAB version 6.5 con simulink 5. Herramienta para el procesamiento de señales y el control toolbox del MathWorks Inc. Para el funcionamiento del proyecto.
- Real Time Workshop para generar el código.
- Real Time Windows Target toolbox.
- El MLS toolbox el cual incluirá los drivers especializados para el sistema MLS, estos drivers son los responsables de la comunicación entre MATLAB y la tarjeta RTDAC4/PCI.
- MS Visual C++ para compilar el código generado.

Opciones del MLS

- Construido en aluminio
- Dos esferas ferromagnéticas con diferente peso.
- Foto detector para sensar la posición del objeto.
- Sensor de corriente.

-
- Un sistema ideal altamente no lineal para ilustrar los algoritmos de control complejos.
 - Sistema sin efectos de fricción.
 - El conjunto es completamente integrable con MATLAB/Simulink y opera en tiempo real en Windows 98/2000/XP.
 - El software incluye los modelos dinámicos completos.

Enseñanza de las aplicaciones típicas:

- Identificación del sistema.
- Diseño de controles SISO, MISO, BIBO
- Control Inteligente/Adaptativo.
- Análisis de frecuencia.
- Control no lineal.
- Hardware en el lazo.
- Control en tiempo real
- Control PID en lazo cerrado.

Instalación del Software

Inserte el CD de instalación y siga los pasos que se muestran:

ML MAIN WINDOW

El usuario tendrá un acceso rápido a todas las funciones básicas del sistema MLS desde la ventana *MLS Control Window*. En pantalla de comandos de Matlab se debe escribir:

ML_Main

Y aparecerá la ventana principal del levitador magnético mostrado en la figura A2.

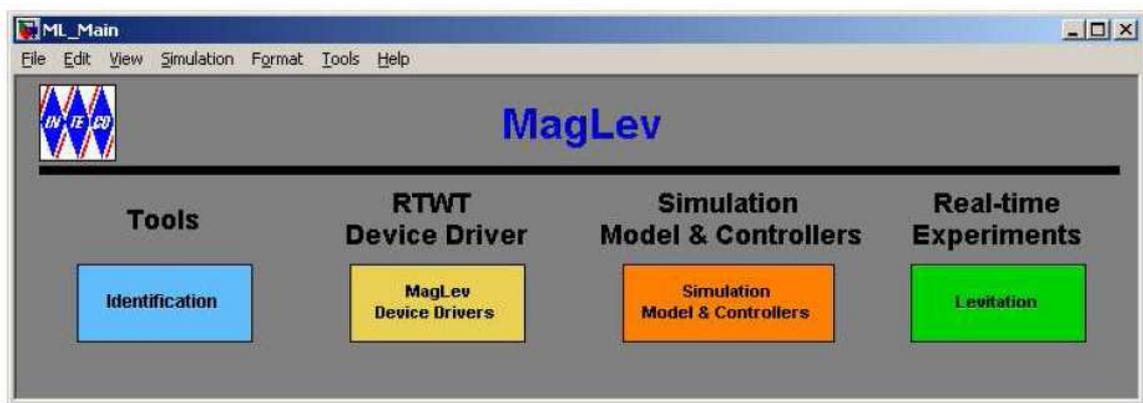


Figura A2: Ventana Principal

En la ventana *ML_Main* se puede encontrar: herramientas de prueba, drivers, modelos y demostraciones de aplicaciones. Se puede ver algunos botones listos para usar.

La ventana *ML_Main* contiene un menú con cuatro grupos de temas:

- Identificación de herramientas.
- RTWT Device Driver – MagLev device driver.
- Simulación de modelos y controladores.
- Experimentos en tiempo real – levitación.

Sección 2 está dividida en cuatro subsecciones. Bajo cada botón en la ventana *ML_Main* se puede encontrar la respectiva porción de software correspondiente al problema anunciado por el nombre del botón. Estos problemas son descritos luego en 4 subsecciones consecutivas.

Identificación

Si se pulsa sobre el botón *identification* aparecerá una ventana, en la cual están definidos los valores predeterminados por el constructor. Sin embargo, el usuario está equipado con una serie de instrumentos de identificación. El puede realizar los procedimientos de identificación y si es necesario modificar las características estáticas y dinámicas del MLS.

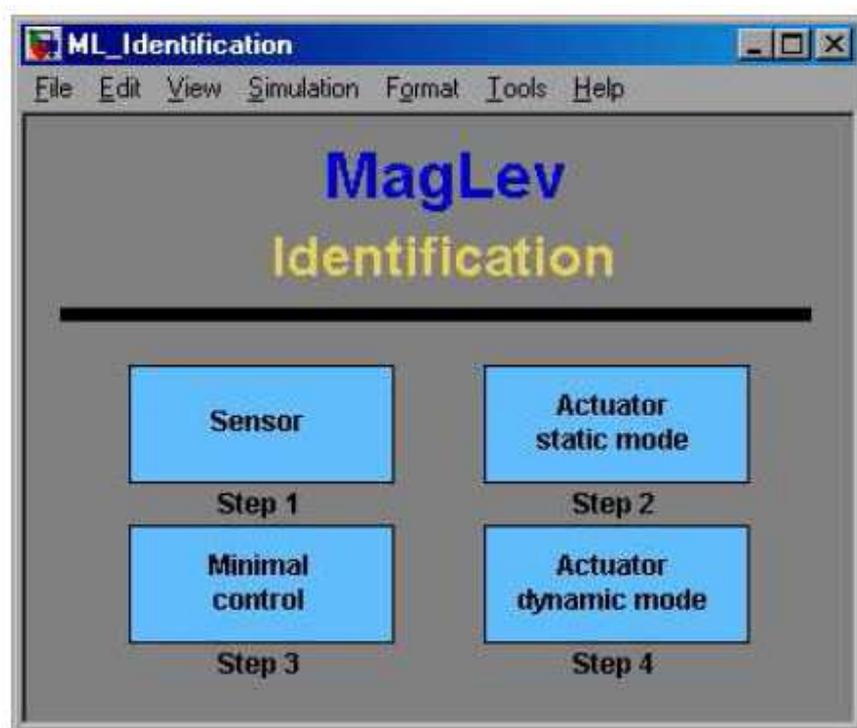


Figura A3: Ventana de Identificación

Cuatro pasos de identificación han sido preprogramados. Estos son descritos abajo.

Sensor

En esta apartado son identificadas las características del sensor.

Si se pulsa sobre el botón *Sensor* se abrirá la ventana mostrada en la figura A4.

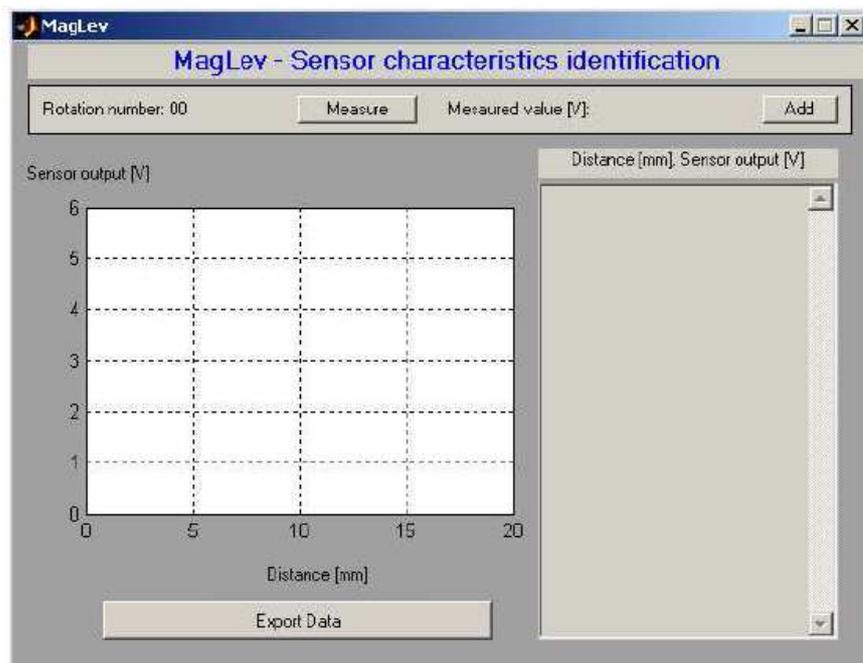


Figura A4: Identificación del Sensor

Se requiere el siguiente procedimiento para identificar las características:

- Atornille el tornillo de rosca en el asiento.

- Atorníllelo en la esfera negra y bloquéela con la tuerca de mariposa. Note, que la esfera se ajusta al marco.
- Gire el tornillo de modo que la esfera este en contacto con la parte inferior del electroimán.
- Encienda la fuente de poder y la fuente de luz.
- Inicie la medición y el proceso de registro. Mediante los siguientes pasos:
- Al presionar el botón *Measure*, el voltaje del sensor de posición es guardado y mostrado como un valor medido [V]. Este puede ser corregido midiéndolo otra vez.
- Al presionar el botón *Add* el valor medido es sumado a la lista. Y se podrá ver su correspondiente extensión en la figura A5.

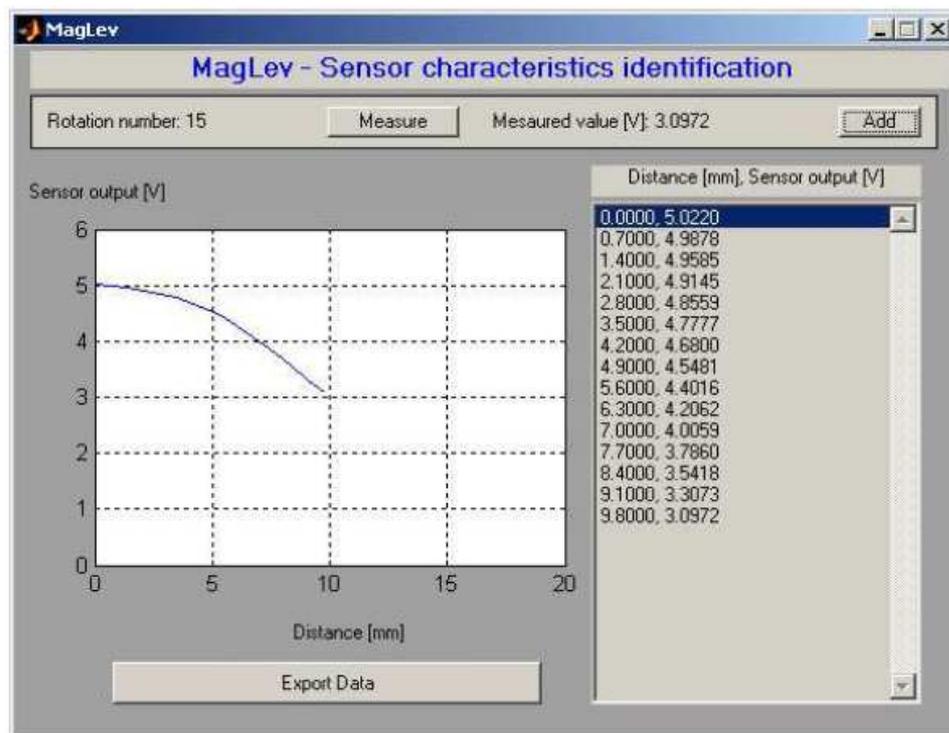


Figura A5: Identificación de las Características del sensor

- Manualmente hacer una rotación completa de la rosca.
- Repetir los tres últimos pasos muchas veces hasta que no se vea cambios en las características del voltaje vs la posición.

- Presionar el botón *Export Data* el dato es escrito al disco. Los datos son guardados en archivo *ML_Sensor.mat* como una estructura *SensorData* con las siguientes señales: *Distance_mm*, *Distance_m* y *Sensor_V*.

En los real-time models de Simulink las características anteriores se las utiliza como un modelo Look-Up-Table. El bloque llamado *Position scaling* es localizado dentro del driver block del MLS. Notar, que las características mostradas metros vs volts, se mostraron como volts vs metros. Esto es evidente ya que necesitamos las características inversas, porque tenemos que definir la salida como la posición en metros.

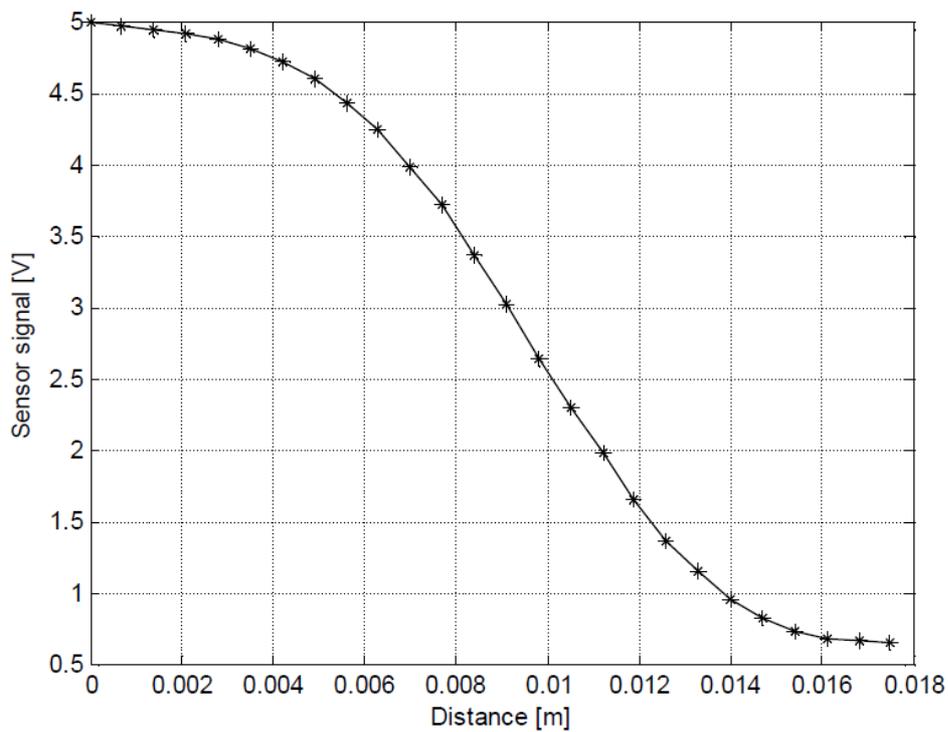


Figura A6: Gráfica característica del Sensor

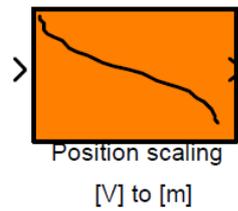


Figura A7: Bloque Scaling Position

Si se pulsa en este bloque de la figura A7 la ventana de la figura A6 se abre. Cuando desee modificar las características del sensor se puede introducir nuevos datos en relación con el voltaje medido por el sensor. La tensión corresponde a la distancia de la esfera, fijado por el usuario mientras se realiza el procedimiento de identificación. Las características del sensor son cargadas desde el archivo *ML_sensor.dat* el cual tendrá que ser creado durante el proceso de identificación. Si la curva del bloque *Position scaling* no es visible por favor cargar el archivo con data.

Las características pueden ser aproximadas por un polinomio de un orden dado. Por ejemplo, se puede usar un polinomio de quinto orden.

$$P(x) = p_5 x^5 + \dots + p_0$$

$$p_5 = -25697073504.59, \quad p_4 = 1245050011.25, \quad p_3 = -18773635.92,$$

$$p_2 = 79330.24, \quad p_1 = -150.21 \quad y \quad p_0 = 5.015$$

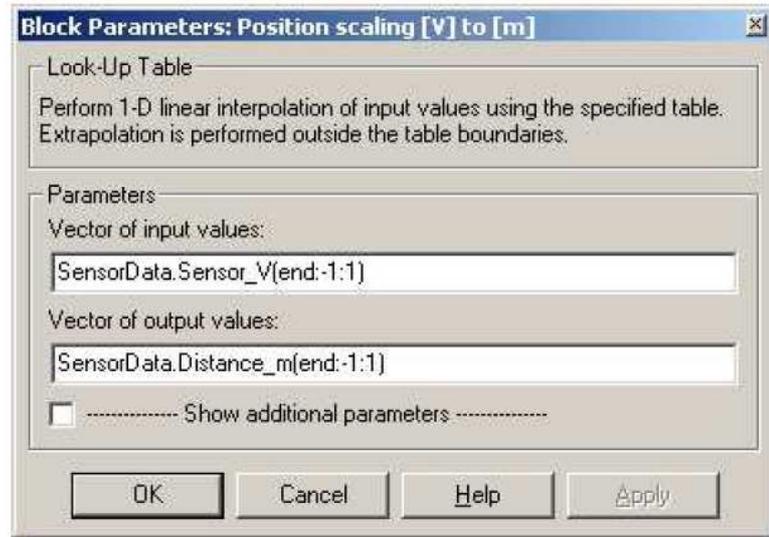


Figura A8: Parámetros de la Escala de la Posición

La aproximación polinómica (en línea roja) mostrada en la figura A9. La aproximación polinómica no será usada en este manual debido a que el modelo está escrito en simulink. Por lo tanto se recomienda el modelo de características como un bloque *Look-Up Table*.

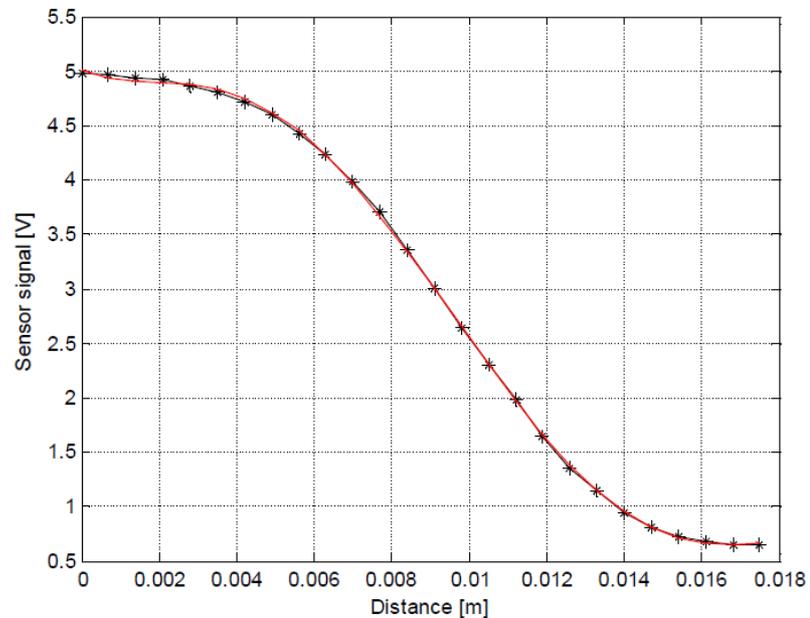


Figura A9: Aproximación Polinómica

Actuador en modo estático (Actuator static mode)

En esta apartado se examinarán opciones estáticas del actuador por ejemplo el electroimán. Notar que la esfera no está presente!

Pulsar el botón *Actuator static mode* y aparecerá la figura A10:

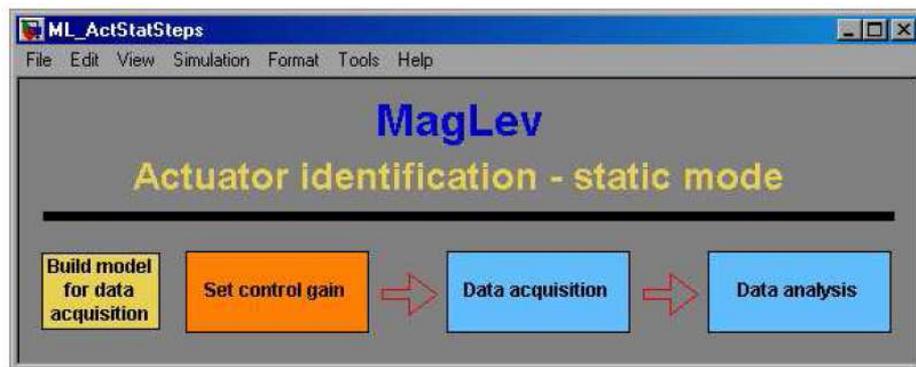


Figura A10: Ventana del Actuador

Ahora podemos realizar botón por botón las operaciones mostradas en la *figura A10*. Empezaremos por el *Build model* del botón *data acquisition*. La ventana de la tarea en tiempo real se muestra en la *figura A11* se abre y el *RTW build command* se ejecuta (el código ejecutable se crea).

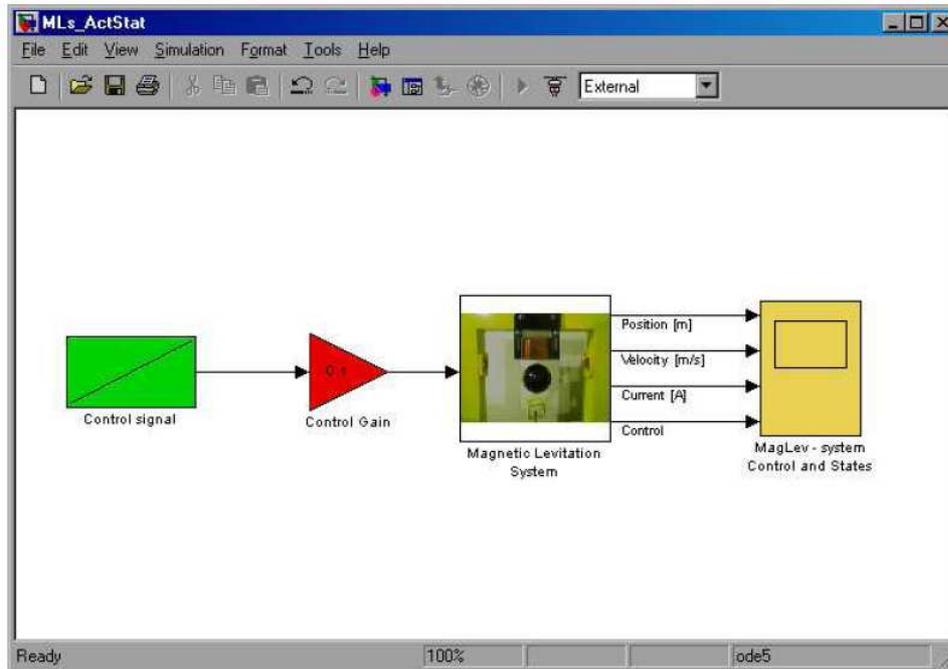


Figura A11: Ventana del Actuador en Simulink

Pulsar el botón *Set control gain*. Esto resultará en la activación de la ventana del modelo y el mensaje de la figura A12 será mostrado:



Figura A12: Mensaje de Selección de Ganancia de Control

En la figura A11 se puede nota el bloque *Control signal*. En resumen la señal de control se incrementa linealmente. Nosotros podemos modificar la pendiente de esta señal cambiando el valor de la ganancia de control.

Pulsar el botón *Data acquisition*. Después de 10 segundos el dato es adquirido y guardado en el workspace.

Pulsar el botón *Data analysis*. Los valores colectados de la bobina son mostrados en la figura A13.

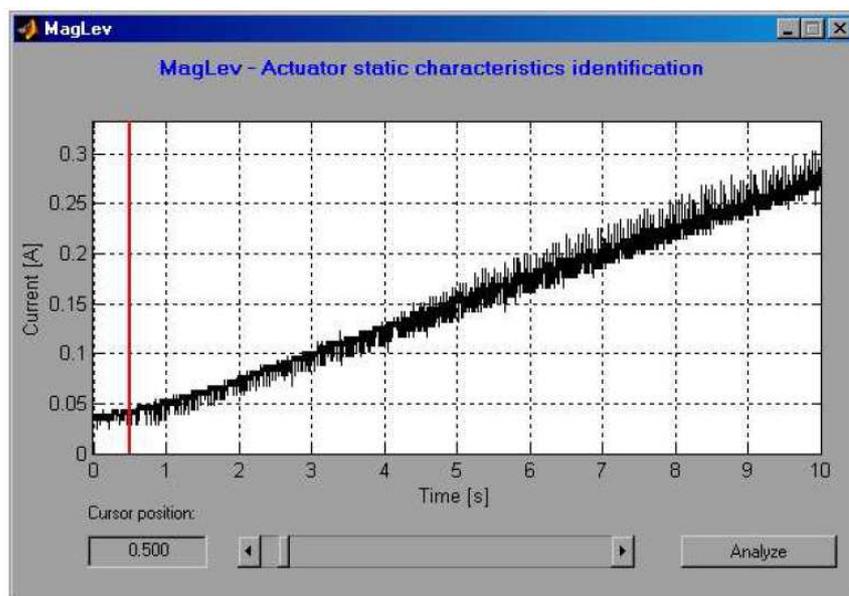


Figura A13: Identificación de las características del Actuador

Las características son lineales salvo un pequeño intervalo en el principio. Podemos ubicar el cursor en el punto donde la pendiente se inicia y mover la línea (ver la línea roja). Podemos mover el cursor de dos formas: escribiendo un valor en la ventana de edición o mediante la barra de desplazamiento. De esta manera, las características actuales están listas para ser analizadas en el siguiente paso. La línea se divide en dos intervalos: el primero desde el inicio de las mediciones hasta el cursor y el segundo desde el cursor hasta el final de las mediciones.

Después de establecer la posición del cursor, pulsar el botón *Analyze*. El siguiente mensaje aparecerá (ver figura A14). Se obtendrán los valores de la zona muerta correspondientes al control y corriente. Las constantes a y b de la parte lineal son los parámetros de la ecuación de la recta: $i(u) = au + b$.

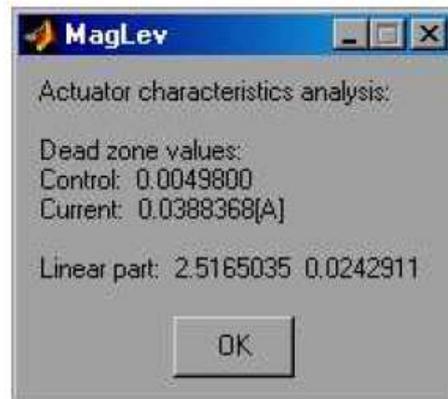


Figura A14: Valores del Actuador

Los parámetros nominales: $w_{MIN} = 0.00498$, $x_{3MIN} = 0.03884$, $k_t = 2.5165$ y $c_t = 0.0243$ serán usados en el modelo de la simulación (ver los parámetros de las ecuaciones diferenciales).

Para obtener una familia de características estáticas de los controles lineales con diferentes vertientes se tiene que repetir el siguiente experimento. Aplicamos una señal de voltaje PWM en el intervalo de tiempo desde 0 a 10s. Los ciclos de servicio PWM para los siguientes diez experimentos son linealmente variable en los rangos: $[0,0.1]$, $[0,0.2], \dots, [0,1.0]$ (ver figura A13).

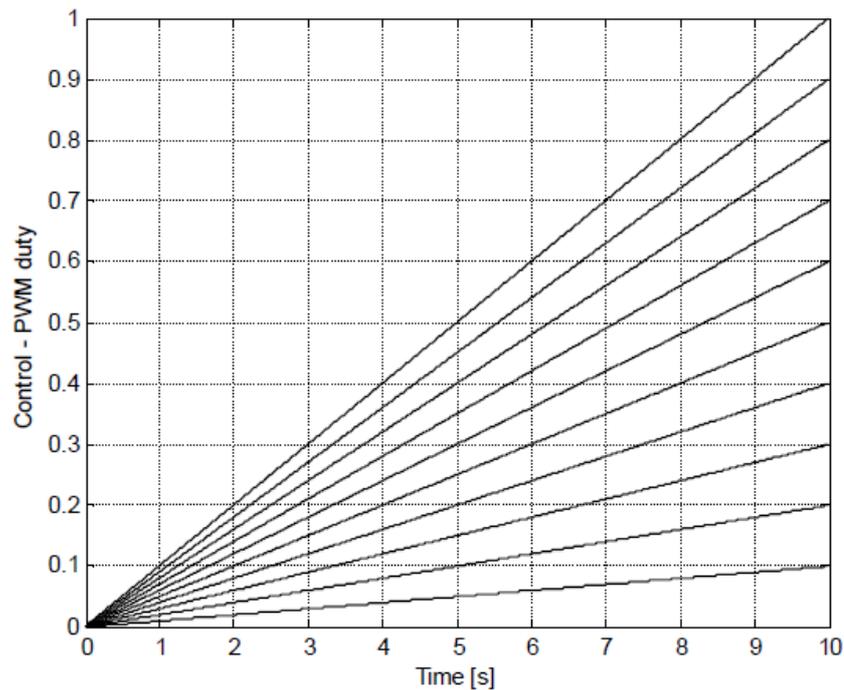


Figura A15: Gráfica PWM vs Tiempo

En consecuencia, se obtienen los diagramas de las corrientes correspondientes a diez experimentos (ver figura A15). Cada una de las características se aproxima por un polinomio de primer orden. Por último, la totalidad de corriente vs la relación PWM por ciclo de trabajo se representa (puntos negro) en la figura A16. La línea roja representa la aproximación lineal de las mediciones. Se obtienen los valores numéricos de las características lineales siguientes:

$$i(u) = k_i + c_i; \quad a = 2.60798876298869, \quad b = -0.1077522109792$$

La constante C se obtiene para $u = 0$. La familia de características lineal se utiliza para obtener los coeficientes k_i vs U . de control.

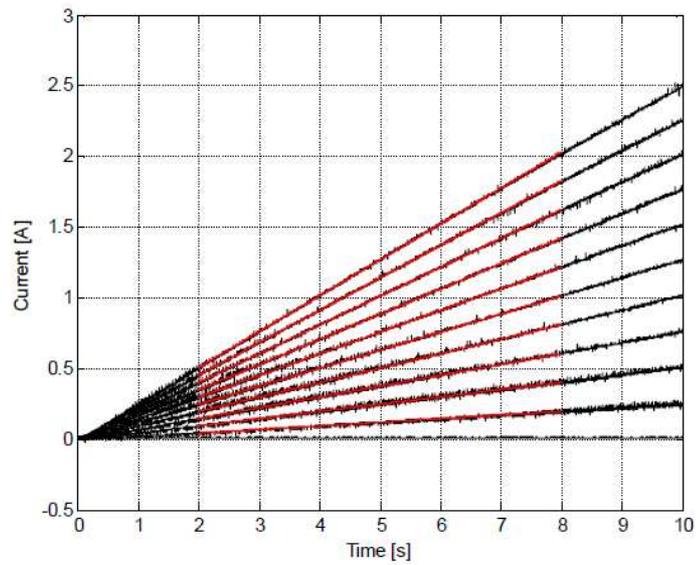


Figura A16: Familia de Rectas de la Corriente vs Tiempo

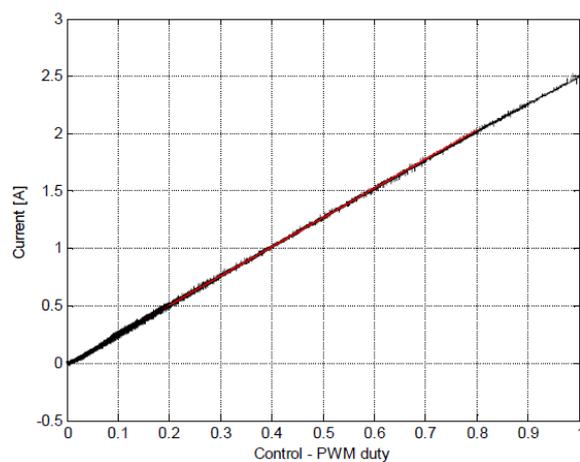


Figura A17: Gráfica Corriente vs. PWM

Control Mínimo

En este apartado se examina el control mínimo para provocar un movimiento forzado de la esfera de la estructura de apoyo (comprimido) hacia el electroimán en contra de la fuerza de gravedad. Notar, que en este experimento *¡la esfera no esta levitando!* Se mantiene cerca del electroimán por la estructura de soporte.

Pulsar el botón Minimal control y aparecerá la ventana mostrada en la figura A18:

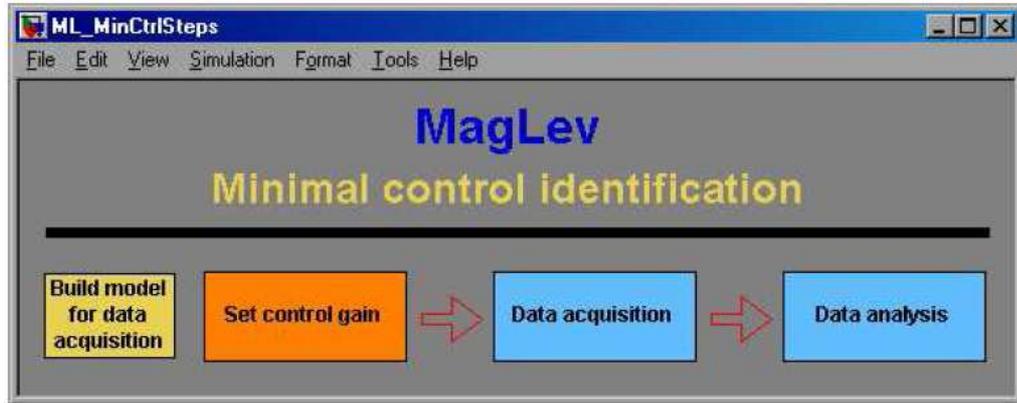


Figura A18: Ventana de Identificación del Control Mínimo

Ahora, vamos a proceder botón por botón las operaciones representadas en la figura A18 de manera similar al procedimiento descrito en el párrafo anterior. Comenzamos a partir del modelo de generación para el botón de adquisición de datos. La ventana de la tarea en tiempo real se abre como se muestra en la figura A19.

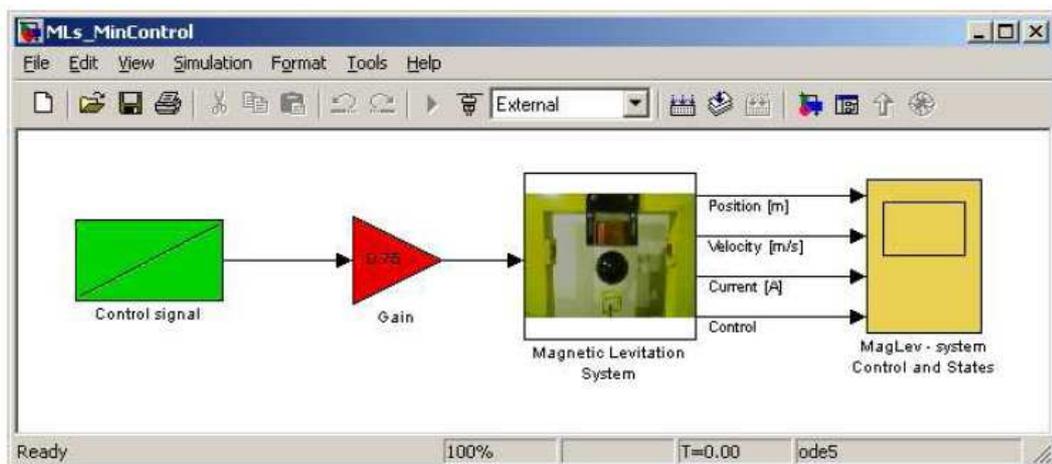


Figura A19: Ventana de Identificación del Control Mínimo (Simulink)

Pulsar el botón *Set control gain*. El resultado es la activación de la ventana del modelo y aparecerá el mensaje mostrado en la figura A20:

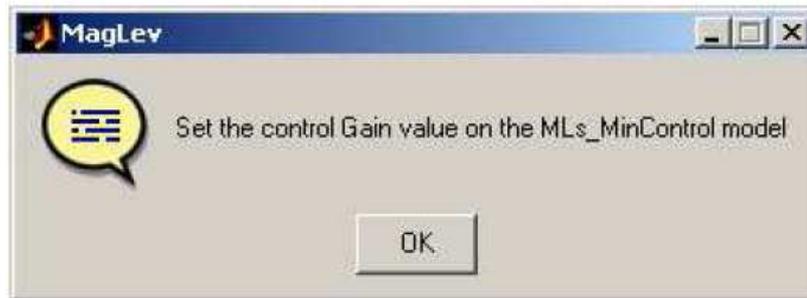


Figura A20: Mensaje de Selección de la Ganancia de Control

Esto significa que se puede establecer un ciclo de trabajo de la señal de control PWM. La esfera es ubicada en el soporte y el experimento empieza. Pulsar el botón *Data acquisition*. Comienza un movimiento forzado de la pelota hacia el electroimán.

Pulsar el botón *Data analysis*. Los valores colectados de la posición son mostrados en la figura A21.

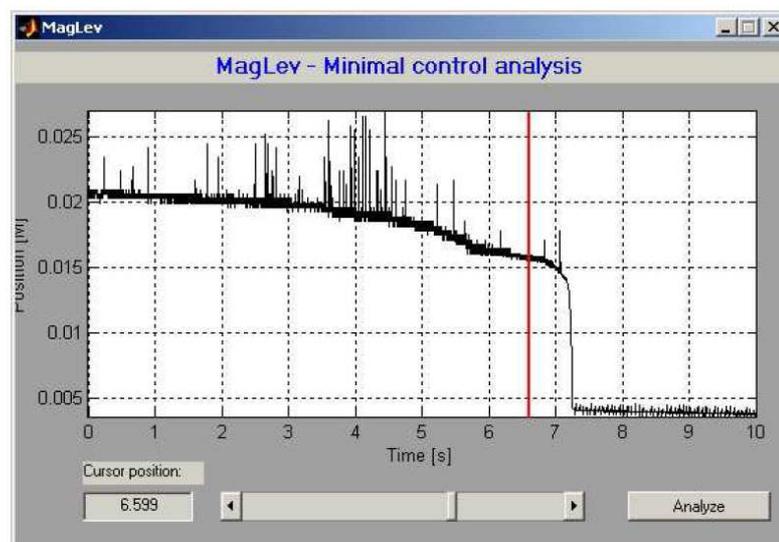


Figura A21: Gráfico de la Posición vs Tiempo

El movimiento de la esfera es visible. Podemos ubicar el cursor un poco antes de donde se produce un salto de posición (véase la línea roja en la imagen A21). Podemos mover el cursor en dos formas: escribiendo un valor en la ventana de edición o moviendo la barra de desplazamiento. De esta manera, los datos adquiridos se preparan para ser analizadas en el próximo paso.

Después de establecer la posición del cursor, haga clic en el botón *Analyze*. El siguiente mensaje (ver fig. A22) aparece. Esta información significa que la esfera situada 15,82 mm del electroimán comienza a moverse hacia él cuando el control PWM cruza el valor de 0,49485.



Figura A22: Valores del Análisis del Control Mínimo

Modo de accionamiento dinámico

En este apartado se examinará las opciones dinámicas del actuador. Esto significa que el movimiento de la esfera genera una fuerza electromotriz (EMF). EMF disminuye la corriente de la bobina. Al pulsar el botón *Actuator static mode* y se abrirá la ventana mostrada en la figura A23.

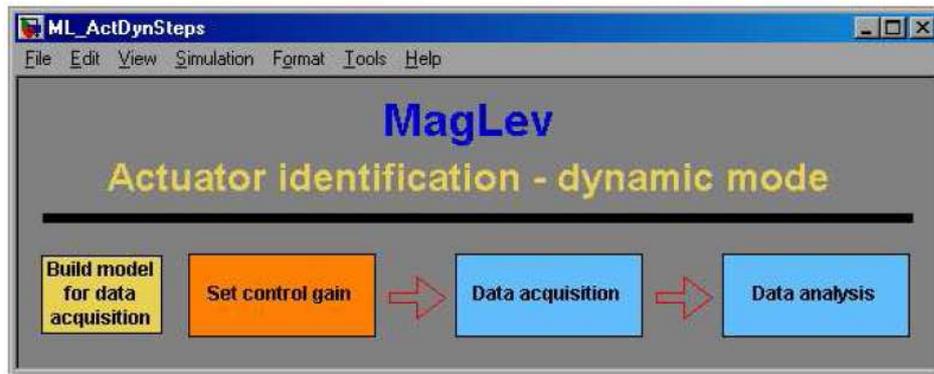


Figura A23: Ventana del Modo de Accionamiento Dinámico

Un usuario debe realizar tres experimentos: sin la esfera (sin bola), con la esfera en la estructura de apoyo (bola en la tabla) y con la esfera fija al tornillo rígido (bola fija).

Comenzamos a partir del botón *Build model for data acquisition*. La ventana de la tarea en tiempo real se muestra en la figura A24 se abre. Tenemos que establecer el control de ganancia. Si vamos a modificar la magnitud de control entonces establecer la ganancia por defecto a 1 y los ciclos de trabajo posterior a: 0,25, 0,5, 0,75 y 1. Haga clic en el botón de adquisición de datos y guardar los datos bajo un nombre de archivo dado.

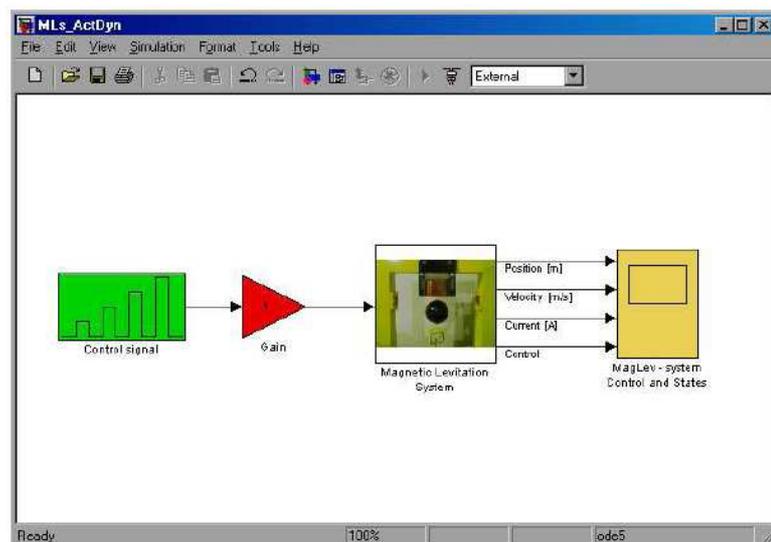


Figura A24: Ventana del Modo de Accionamiento Dinámico (Simulink)

Al pulsar el botón *Data analysis*. Se llamará al archivo *ml_find_curr_dyn.m*. Se abrirá la siguiente ventana (ver figura A25). El procedimiento de optimización empezará. La rutina de optimización está basada en el modelo *mlm_current.mdl*.

Cuando *ml_find_curr_dyn.m* corre la función de optimización *fminsearch* es ejecutada. *Fminsearch* usa el archivo *ml_opt_current.m*.

Los parámetros k_i y f_i son cambiados iterativamente durante el procedimiento de optimización. La curva de la corriente es equipada cuatro veces. Esto se debe a la forma de la señal de control.

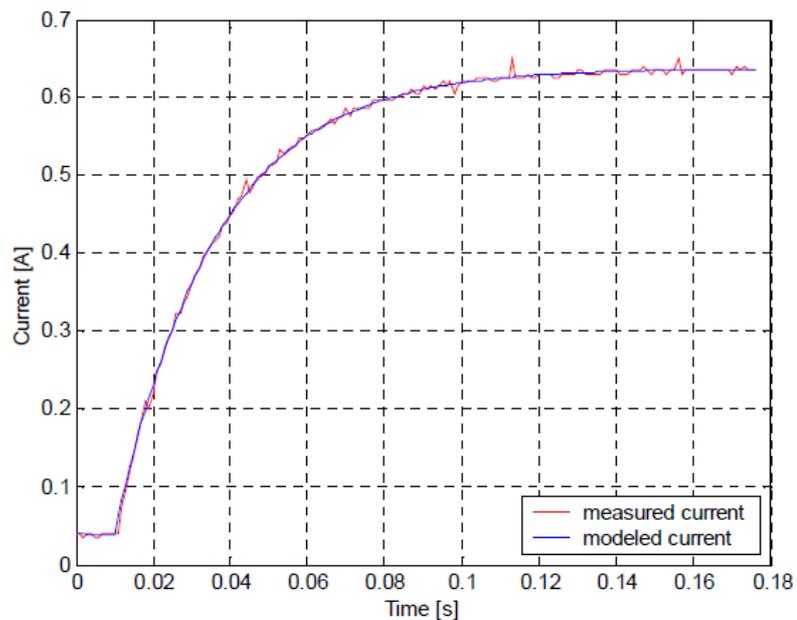


Figura A25: Gráfico de la Corriente vs. Tiempo

Finalmente la información sobre los valores principales es mostrada (ver figura A26). El usuario avanzado puede utilizar el código de funciones para realizar un análisis detallado.

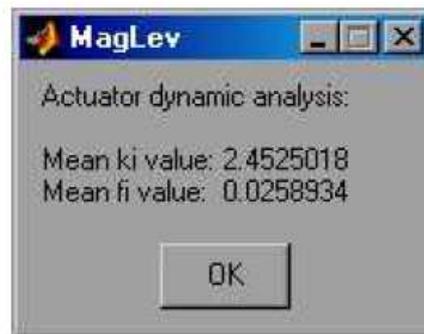


Figura A26: Valores de Análisis Dinámico del Actuador

Los controladores del Maglev

El controlador es un software intermediario entre el entorno en tiempo real de MATLAB y la tarjeta de adquisición RT-DAC4/PCI. El control y las medidas son impulsados. Haga clic en el botón *RTWT Device Drivers* en la ventana principal de la interfaz del levitador magnético. Se abrirá la siguiente ventana (ver figura A27).

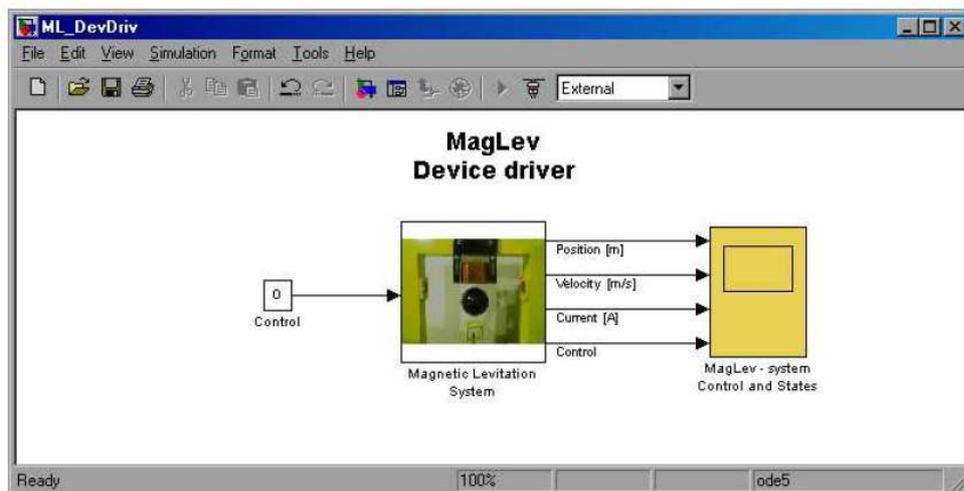


Figura A27: Interfaz del Levitador Magnético

Observe que el bloque del osciloscopio escribe datos en la variable *MLExpData* definida como una estructura con el tiempo. La estructura se compone de las siguientes señales: *[Posición m]*, *[velocidad m / s]*, *corriente [A]*, *control [PWM debe ser 0 ÷ 1]*. El interior

del bloque de *levitación magnética del sistema*, significa que el interior del bloque del controlador se muestra en la figura A28.

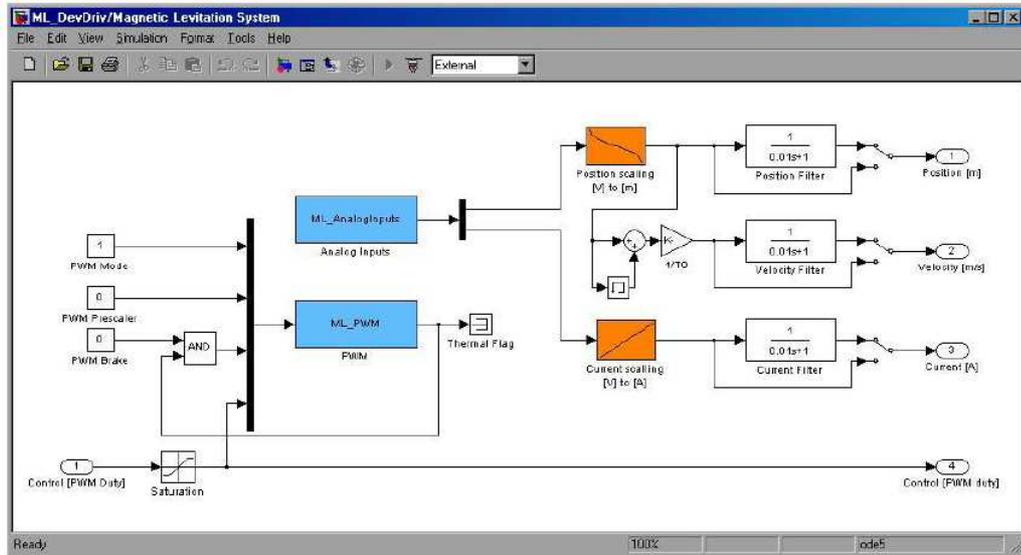


Figura A28: Interior del Bloque de Levitación Magnética

De hecho, hay dos dispositivos: *ML_AnalogInputs* y *ML_PWM*. También hay dos características: *la posición de la bola [m] vs la tensión del sensor de posición [V]* y *la corriente de la bobina vs la tensión actual del sensor [V]*. El controlador utiliza las funciones con las cuales se comunica directamente con una lógica almacenada en la tarjeta *RT-DAC4/PCI*. Cuando uno quiere construir su propia aplicación puede copiar este controlador a un nuevo modelo.

El bloque de Simulink llamado *Position scaling* (ver figura A7) representa las características del sensor de posición que ya ha sido descrito. Ahora vamos a presentar el segundo modelo de Simulink con el nombre de *Current scaling* (ver figura A29).

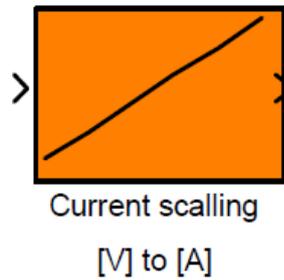


Figura A29: Bloque de Escalamiento de Corriente

Para construir las características antes mencionadas, es necesario medir la corriente de la bobina del electroimán. El algoritmo en el ordenador es la fuente del valor deseado de control en la forma de tensión de la señal PWM. Esta PWM es la tensión de entrada de señal transferida al chip LMD18200 de la interfaz de energía. Debido a la alta frecuencia de la señal PWM los valores actuales de medición corresponden al valor promedio actual en la bobina. Esta característica ha sido construida por el fabricante. No se recomienda repetir las mediciones por el usuario, ya que para ello hay que desoldar los cables de entrada del electroimán. Sobre la base de datos que figuran en el cuadro siguiente se puede generar sus propias características. Para una frecuencia PWM fija y un ciclo de intensidad variable, la bobina se mide. Los datos medidos se indican a continuación en la tabla.

PWM duty cycle	amperage [A]	voltage [V]
0	0	0.374811
0.1	0.25	0.262899
0.2	0.51	0.510896
0.3	0.77	0.752465
0.4	1.02	0.993620
0.5	1.28	1.229133
0.6	1.52	1.459294
0.7	1.74	1.651424
0.8	1.99	1.875539
0.9	2.21	2.076814
1	2.43	2.269865

Las características de la corriente [A] vs. El voltaje [V] se muestran en la figura A30.

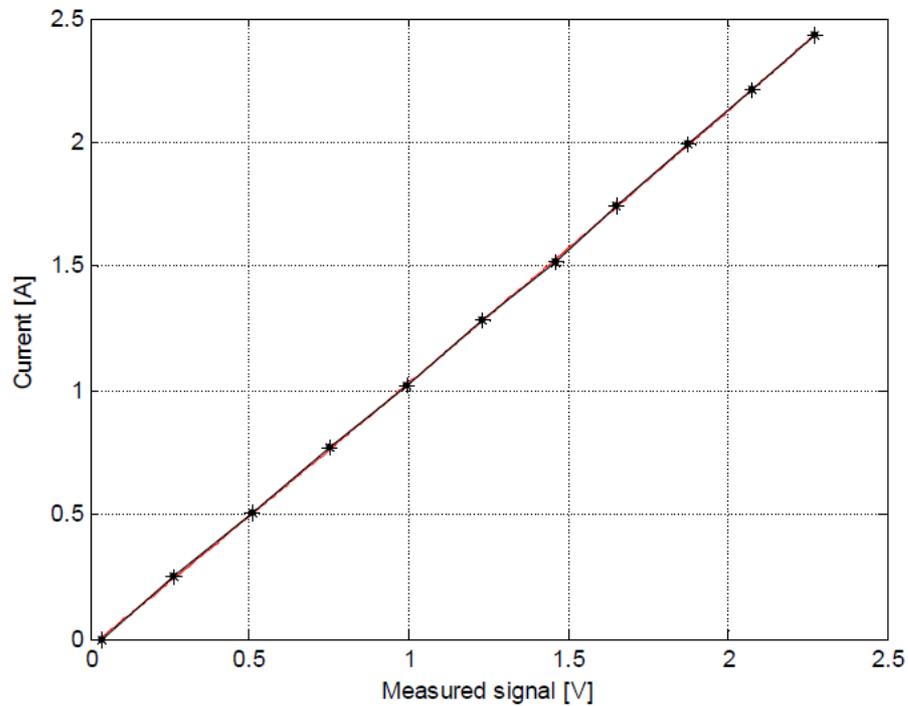


Figura A30: Gráfica Corriente vs. Señal Medida

Las características pueden ser aproximadas por un polinomio de segundo orden:

$$I(U) = a_2 U^2 + a_1 U + a_0$$

Donde:

I corriente

U voltaje del convertor A/D.

a_0, a_1, a_2 ,parámetros identificadores del polinomio

$$a_2 = 0.0168$$

$$a_1 = 1.0451$$

$$a_0 = -0.0317$$

Modelos de Simulación y Controladores

Pulsar el botón *Simulation Model & Controllers* en la ventana principal del levitador magnético. Se abrirá la ventana mostrada en la figura A31.



Figura A31: Ventana de los Modelos de Controladores

Lazo Abierto

Modelo de Simulink

A continuación, se presionará el primer botón *Open Loop*. Se abrirá la siguiente ventana (ver figura A32). Notar que el bloque del osciloscopio escribe los datos en la variable *MLSimData* definida como una estructura en el tiempo. La estructura consiste de las siguientes señales: *Posición [m]*, *velocidad [m/s]*, *corriente [A]*, *control [PWM]*.

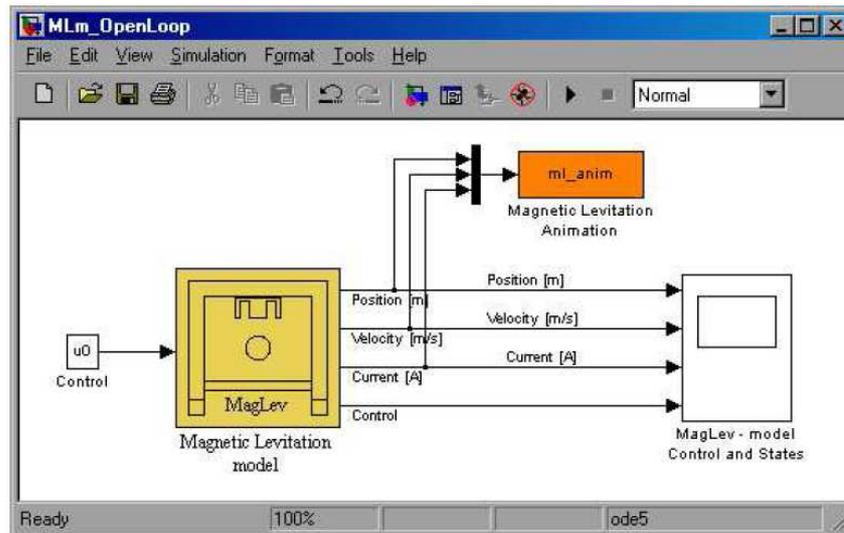


Figura A32: Control en Lazo Abierto

Si se pulsa el bloque *Magnetic Levitation model* se abrirá la siguiente máscara (ver figura A33).

Block Parameters: Magnetic Levitation model

Magnetic levitation - model (mask)

Nonlinear model of the Magnetic Levitation
(c) InTeCo 2005

Parameters

Initial state (position [m], velocity [m/s], current [A]):
[x10 x20 x30]

Ball mass [kg]
0.0571

Gravity constant [m/s²]
9.81

EM Force parameters (FemP1 [H], FemP2 [m]):
[1.7521e-2, 5.8231e-3]

Actuator parameters (ki [A], ci[A]):
[2.5165, 0.0243]

Actuator parameters fi (fiP1 [m*s], fiP2 [m]):
[1.4142e-4, 4.5626e-3]

Constraints (umin, umax, x3min, x3max):
[0.00498, 1, 0.03884, 2.38]

OK Cancel Help Apply

Figura A33: Parámetros del Sistema de Levitación Magnética

Si en la figura A32 se entra en la opción *File* y se selecciona *Look under mask*. El interior del modelo de levitación magnética que se muestra en la figura A34 se abre.

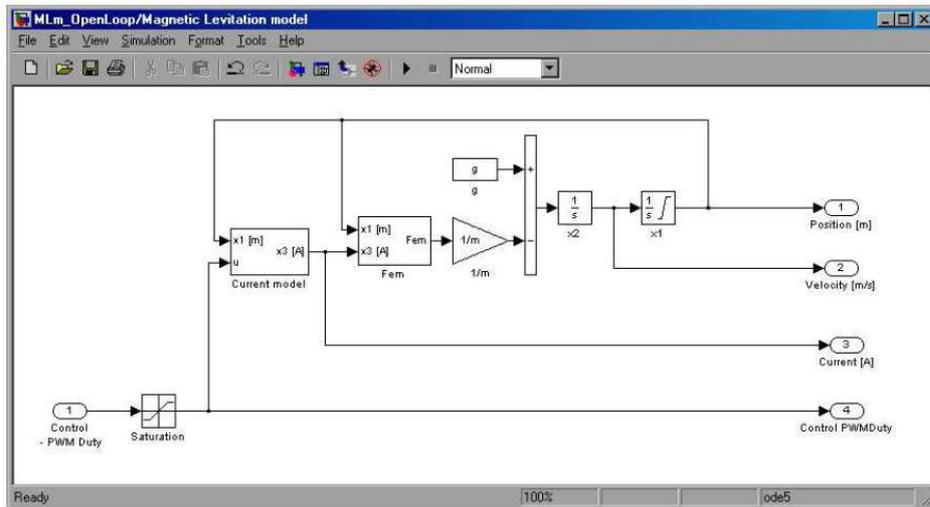


Figura A34: Interior del Modelo de Levitación Magnética

Notar que existen dos bloques integradores en la figura A34. De hecho, nos enfrentamos con el sistema de tercer orden dinámico. El tercer integrador está relacionado con la corriente de la bobina y es visible en la figura A35.

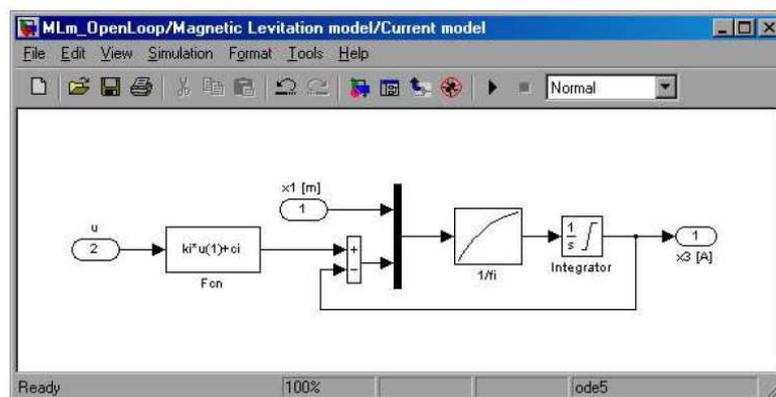


Figura A35: Integrador Relacionado con la Corriente en la Bobina

El modelo de Simulink también está equipado con el bloque de animación. Cuando se inicia una simulación abre la siguiente ventana (ver figura A36). La pantalla de animación se actualiza en cada intervalo de la muestra. Todas las variables de estado: la posición de la esfera y la velocidad, y también la corriente de bobina son animados.

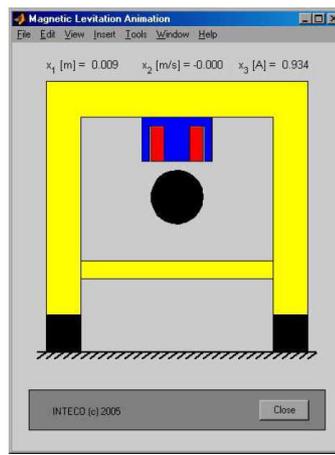


Figura A36: Simulador del Levitador Magnético

Modelo Matemático

El modelo de simulink consiste en el siguiente modelo matemático no lineal.

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{Fem}{m} + g$$

$$\ddot{x}_3 = \frac{1}{f_i(x_1)} (k_i u + c_i - x_3)$$

$$Fem = x_3^2 \frac{Fem_{p1}}{Fem_{p2}} \exp\left(-\frac{x_1}{Fem_{p2}}\right)$$

$$f_i(x_1) = \frac{f_i P_1}{f_i P_2} \exp\left(-\frac{x_1}{f_i P_2}\right)$$

Donde:

$$x_1 \in [0, 0.016], \quad x_2 \in R, \quad x_3 \in [X_{3MIN}, 2.38]$$

Los parámetros de las ecuaciones mencionadas están dados por la siguiente tabla:

Parameters	Values	Units
m	0.0571 (big ball)	[kg]
g	9.81	[m/s ²]
F_{em}	function of x_1 and x_3	[N]
F_{emP1}	$1.7521 \cdot 10^{-2}$	[H]
F_{emP2}	$5.8231 \cdot 10^{-3}$	[m]
$f_i(x_1)$	function of x_1	[1/s]
f_{iP1}	$1.4142 \cdot 10^{-4}$	[m·s]
f_{iP2}	$4.5626 \cdot 10^{-3}$	[m]
c_i	0.0243	[A]
k_i	2.5165	[A]
x_{3MIN}	0.03884	[A]
u_{MIN}	0.00498	

El diagrama de la fuerza electromagnética vs posición se muestra en la figura A37 y el diagrama de la fuerza electromagnética vs bobina se muestra en la figura A38, respectivamente.

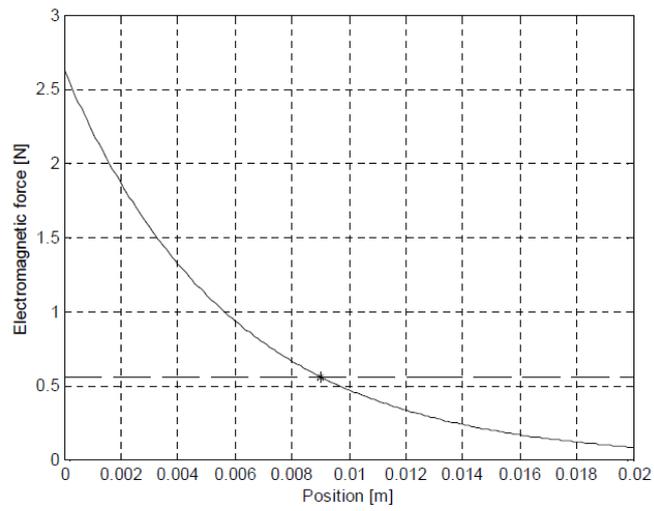


Figura A37: Gráfica de la Fuerza Electromagnética vs. Posición

La fuerza electromagnética vs. posición. La fuerza de gravedad de la pelota grande (línea horizontal) es el cruce de la curva a la distancia de 0,009 m del electroimán.

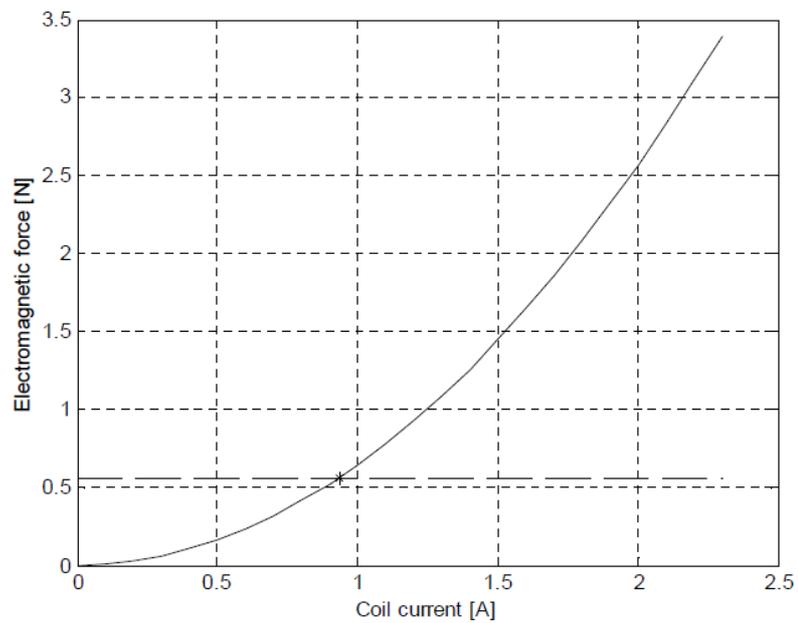


Figura A38: Gráfica de la Fuerza Electromagnética vs. Corriente

La fuerza electromagnética depende de dos variables: la distancia de la esfera al electroimán y la corriente en la bobina. Esto se muestra en las figuras A37 y A38. Se puede mostrar estas dependencias en el espacio tridimensional (ver figura A39). La esfera es estabilizada en $[x_1, x_2, x_3] = \text{col}(9 \cdot 10^{-3}, 0, 9.345 \cdot 10^{-1})$. Esto significa que la velocidad de la esfera sigue siendo igual a cero. La esfera se mantuvo levitando a 9mm de distancia del electroimán. La corriente 0.9345 A fluyó a través de la bobina con el valor apropiado para balancear la fuerza de gravedad de la esfera.

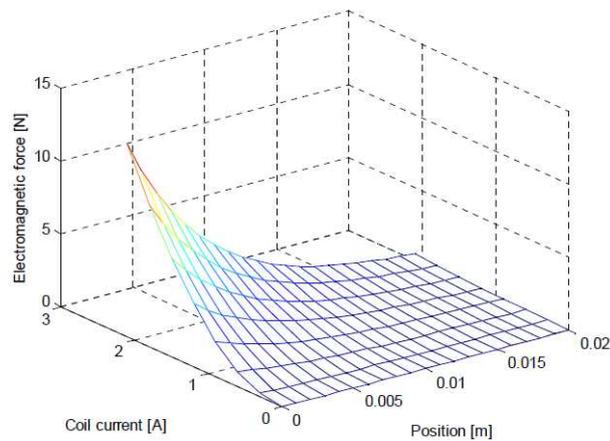


Figura A39: Gráfica de la Fuerza Electromagnética vs. Posición (Tridimensional)

En la figura A40 se muestra el diagrama de $f_i(x_1)$:

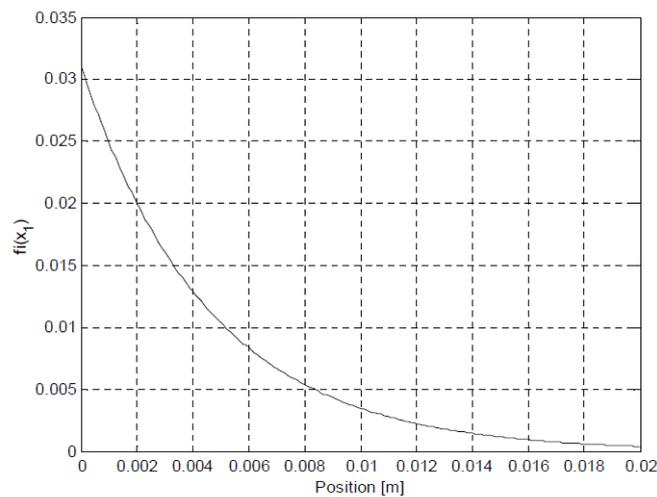


Figura A40: Diagrama de $f_i(x_1)$

Modelo Continuo Lineal

El sistema MLS es un modelo no lineal. Este puede ser aproximado en un punto de equilibrio por un modelo lineal. El modelo lineal puede ser descrito por tres ecuaciones diferenciales lineales de primer orden de la forma:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{2,1} & 0 & a_{2,3} \\ a_{3,1} & 0 & a_{3,3} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Los elementos de la matriz A son expresados por parámetros del modelo no lineal en la siguiente forma:

$$a_{2,1} = \frac{x_{30}^2}{m} \frac{Fem_{P1}}{F_{emP2}^2} e^{-\frac{x_{10}}{Fem_{P2}}}$$

$$a_{2,3} = -\frac{2x_{30}}{m} \frac{Fem_{P1}}{Fem_{P2}} e^{-\frac{x_{10}}{Fem_{P2}}}$$

$$a_{3,1} = -(k_i u + c_i - x_{30}) \left(-\frac{f_{iP1}}{f_{iP2}^2} e^{-\frac{x_{10}}{f_{iP2}}} \right)^2$$

$$a_{3,3} = -f_i^{-1}(x_{10})$$

$$b_3 = k_i f_i^{-1}(x_{10})$$

Los elementos del vector C corresponden a la aplicación del controlador. Por ejemplo, el controlador PID requiere un vector C de la forma:

$$C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

PID

Si se presiona el botón PID se abrirá la siguiente ventana (*ver figura A41*). El interior del bloque de levitación magnética es mostrado en la figura A41. El controlador PID está construido de la forma:

$$u(t) = K_p * e(t) + K_i \int e(t) dt + K_D \frac{d}{dt} e(t)$$

$$e(t) = x(t) - x_0(t)$$

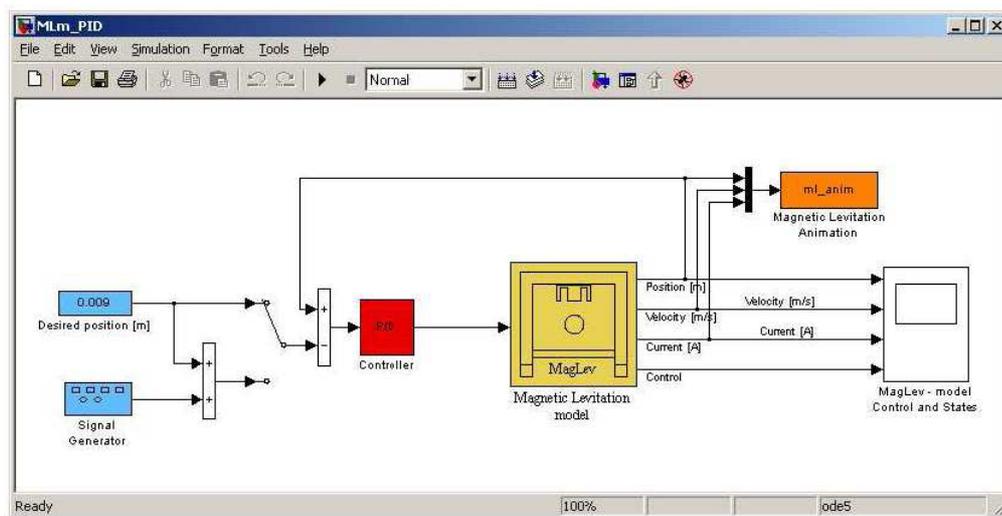
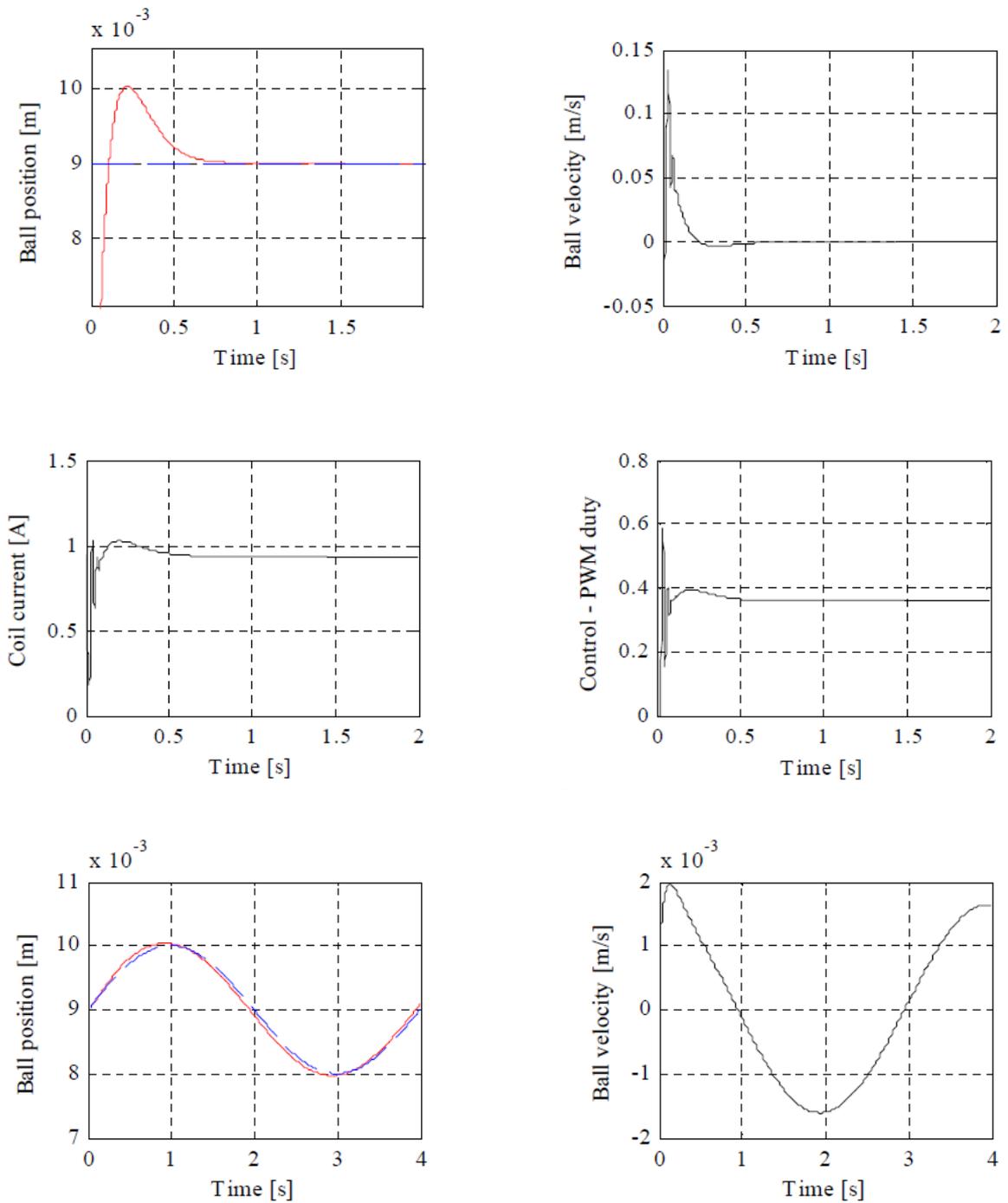


Figura A41: Diagrama de Simulación PID

Los siguientes parámetros son utilizados en el controlador PID.

K_P	K_I	K_D
130	500	6

Los resultados de la estabilización son mostrados en la figura A42.



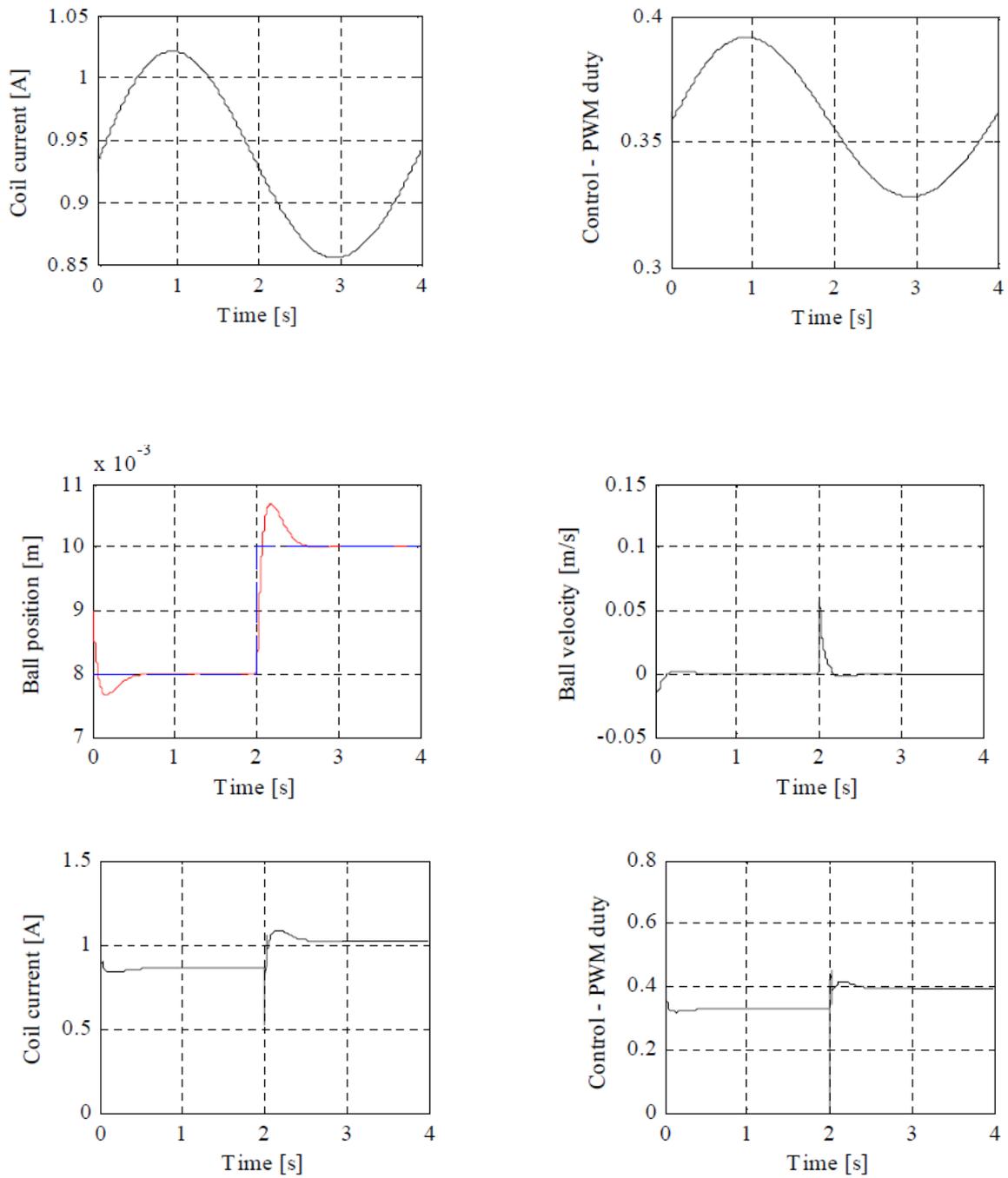


Figura A42: Respuesta del Controlador PID

LQ

Si se pulsa sobre el botón LQ, aparecerá la siguiente ventana (ver figura A43).

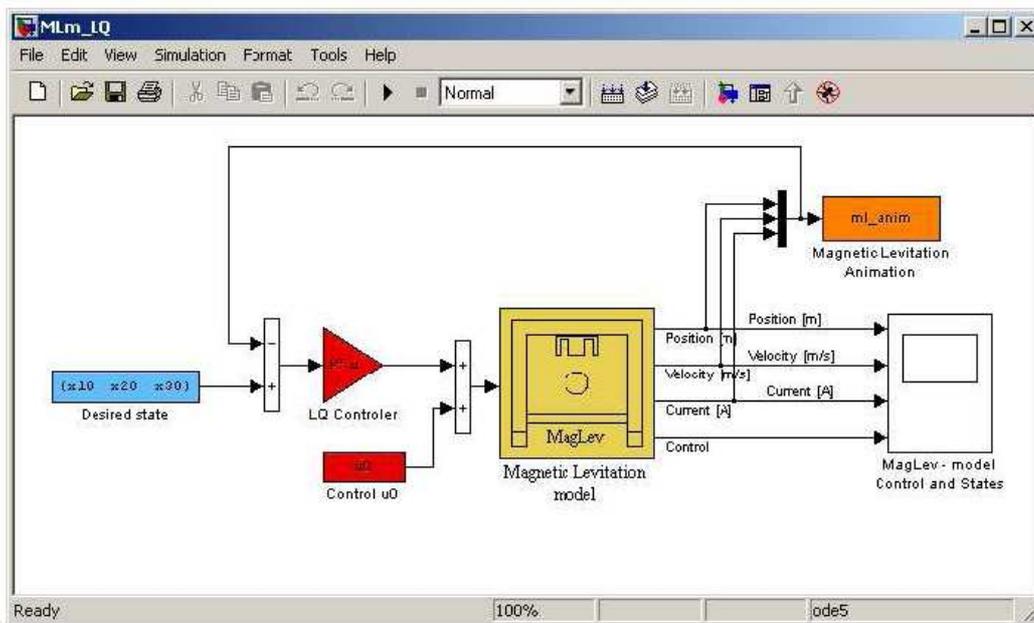


Figura A43: Diagrama de Simulación Mediante Regulador LQ

El regulador continuo LQ es representado en el modelo *ml_model4lq.mdl* (ver figura A44):

El usuario puede usar dos archivos:

- *ML_calc_steady_state.m*
- *ML_calc_lq.m*

El primero calcula el punto de equilibrio del sistema. El segundo calcula los parámetros usando *linmod* y *lqr.linmod* obteniendo los modelos lineales desde los sistemas de las

ecuaciones diferenciales ordinarias. En el archivo *ML_calc_lq.m* se encuentra el siguiente comando:

```
[A,B,C,D]=linmod('ml_model4lq');
```

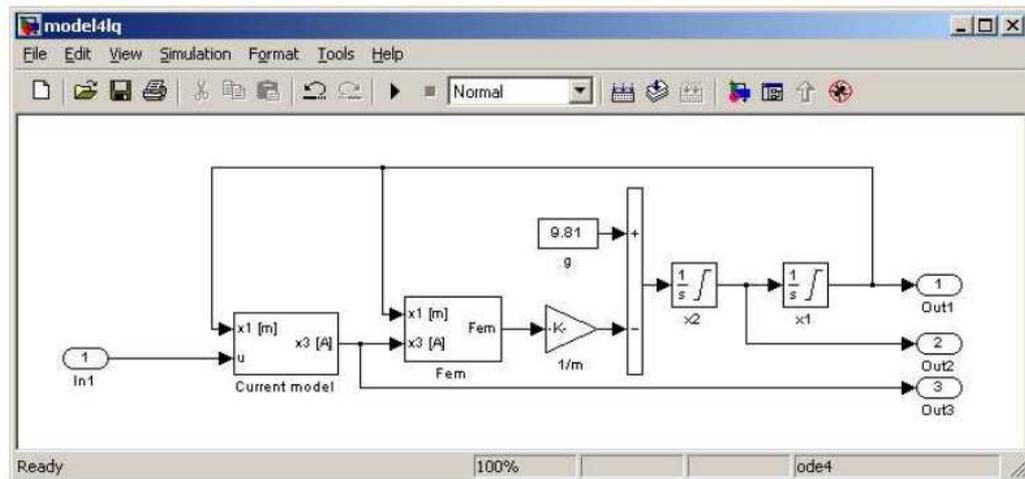


Figura A44: Regulador Continuo LQ

El modelo lineal en espacio de estados del sistema de ecuaciones diferenciales descritas en el diagrama de bloques '*model4lq*' es regresado en la forma de matrices A, B, C, D . Las variables de estado y las entradas se establecen los valores por defecto especificados en el diagrama de bloques. Habiendo obtenido el modelo lineal calculado en el punto de equilibrio x_{10}, x_{20}, x_{30} para un valor asumido u_0 de control se empieza a calcular la ganancia K del control LQ . Solo se necesita asumir las matrices Q y R . Desde el archivo *ML_calc_lq.m* se tiene.

$$Q = \text{eye}(3,3); \quad Q(1,1) = 300; \quad Q(2,2) = 00.001; \quad Q(3,3) = 10; \quad R = 10.5;$$

Los siguientes supuestos corresponden a la ponderación de las matrices Q y R y tienen que satisfacer:

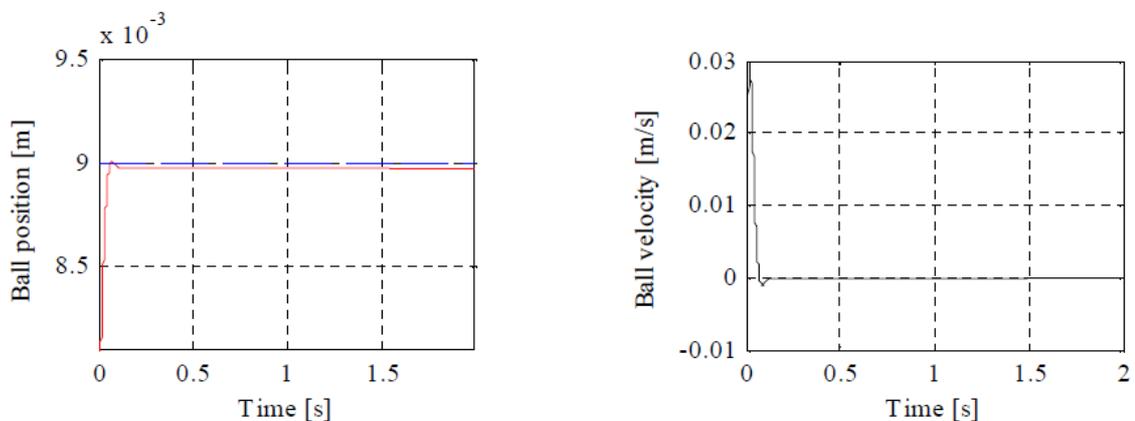
$$Q \succeq 0 \quad R \succ 0$$

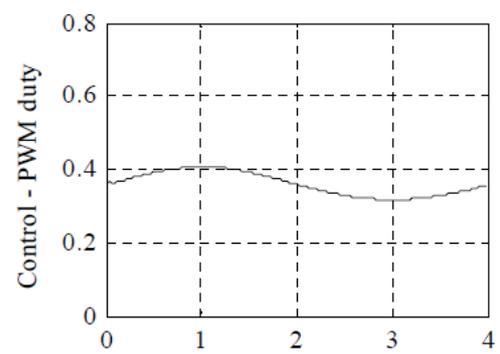
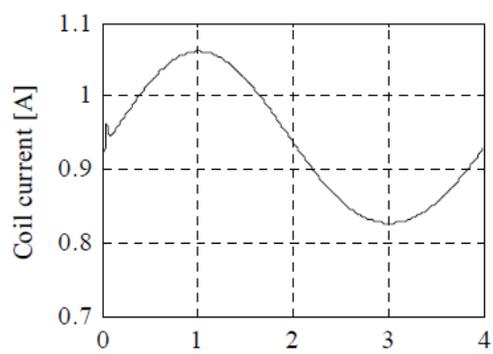
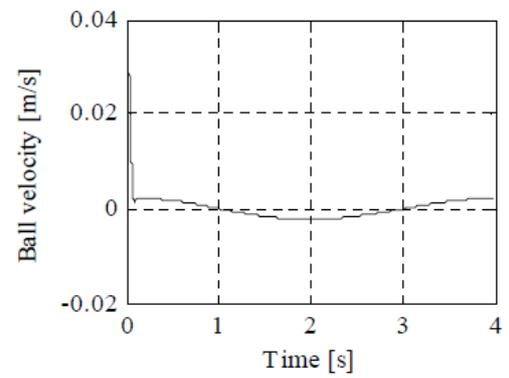
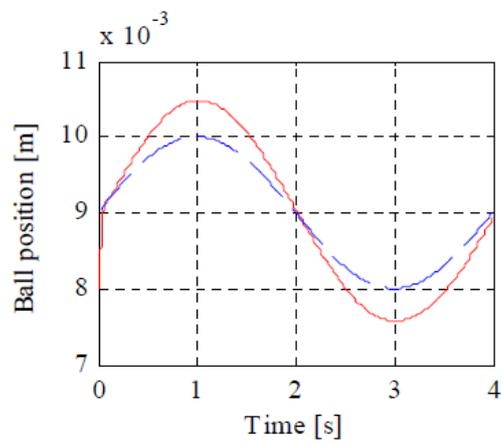
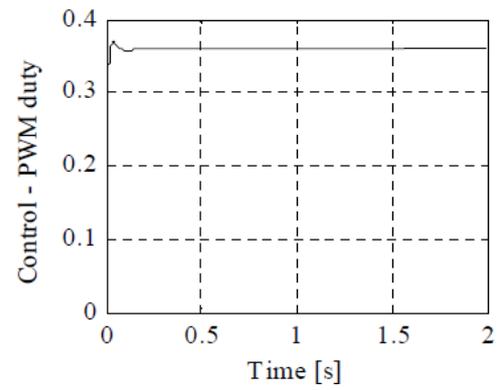
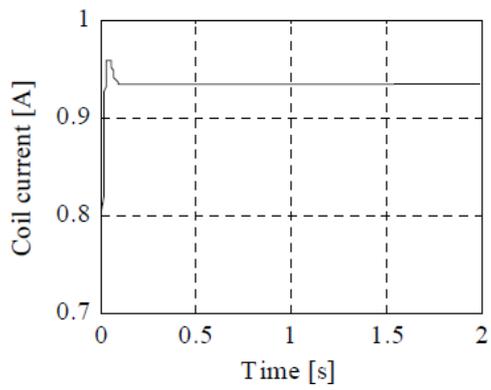
El siguiente comando del archivo *ML_calc_lq.m*:

$$[K, S, E] = \text{lqr}(A, B, Q, R)$$

Calcular la matriz de ganancia óptima K tal que la ley de realimentación de estados $u = -Kx$ minimizará la función costo $\int (x'Qx + u'Ru)dt$ sujeto a los estados dinámicos $\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$.

Ahora, el vector de ganancia K puede ser usado como una realimentación óptima (ver el diagrama de simulink de la figura A44). Empezamos la simulación LQ de un valor constante deseado y de la posición asumida en una onda senoidal. Se obtiene los resultados mostrados en la figura A45.





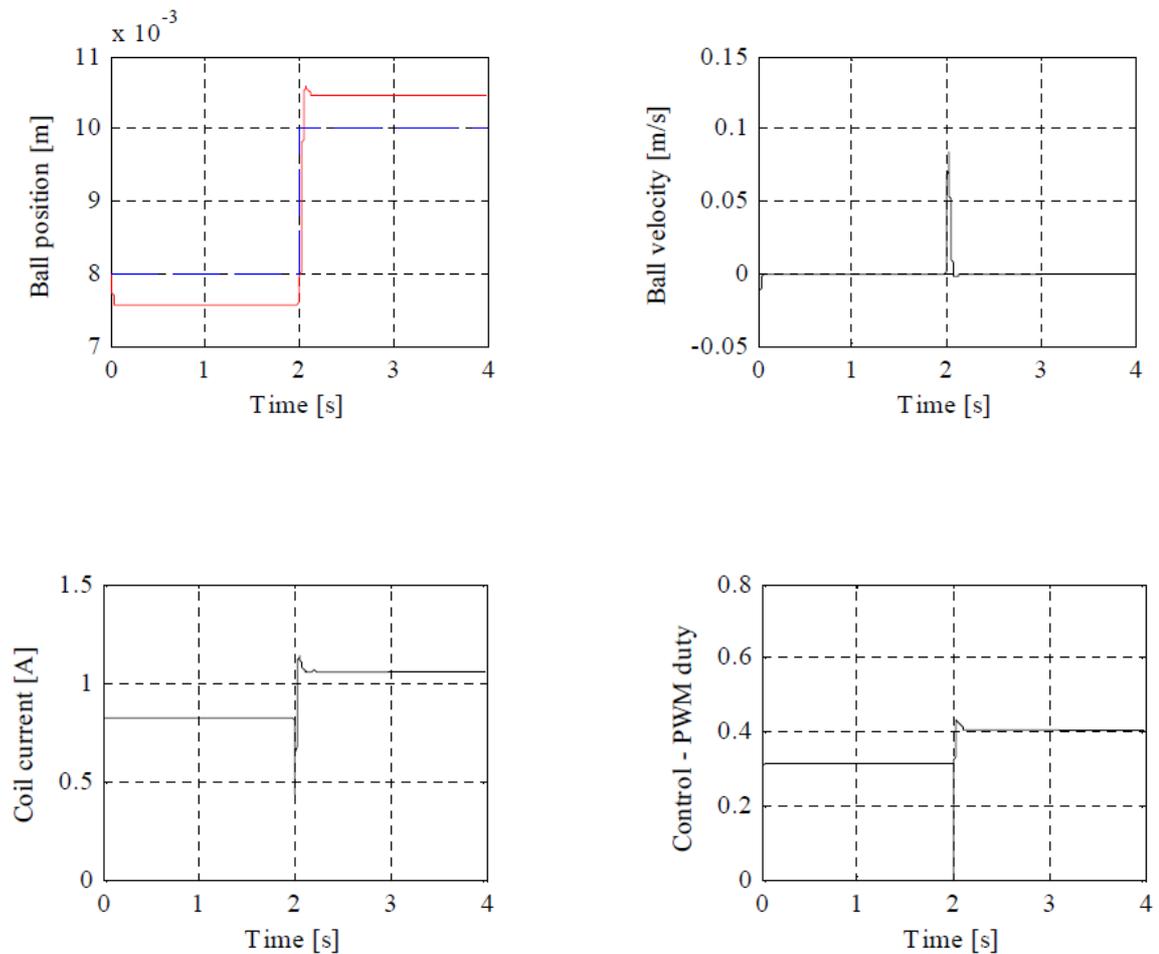


Figura A45: Respuesta del Controlador PID

Asimismo, llevamos a cabo la simulación de HQ para la posición deseada asumiendo una forma de onda cuadrada. Los resultados de la simulación, se muestra en la *figura A45*.

Rastreo LQ

Si se pulsa sobre el botón *LQ traqing* la siguiente ventana se abrirá (*ver figura A46*). Debemos recordar que la política del control LQ ha sido calculada desde un punto de equilibrio dado. Para mejorar la acción del control LQ se ingresará la política de

seguimiento de LQ. Para cada nuevo valor de la posición de la esfera, la velocidad de la esfera, corriente de la bobina y el control son recalculados en base a las ecuaciones dinámicas no lineales del ML (*la función `ML_GetStState` es usada*). De hecho se puede ingresar un LQ no estacionario esto significa resolver la ecuación de Riccati para cada nuevo punto de equilibrio para obtener un nuevo valor de ganancia K .

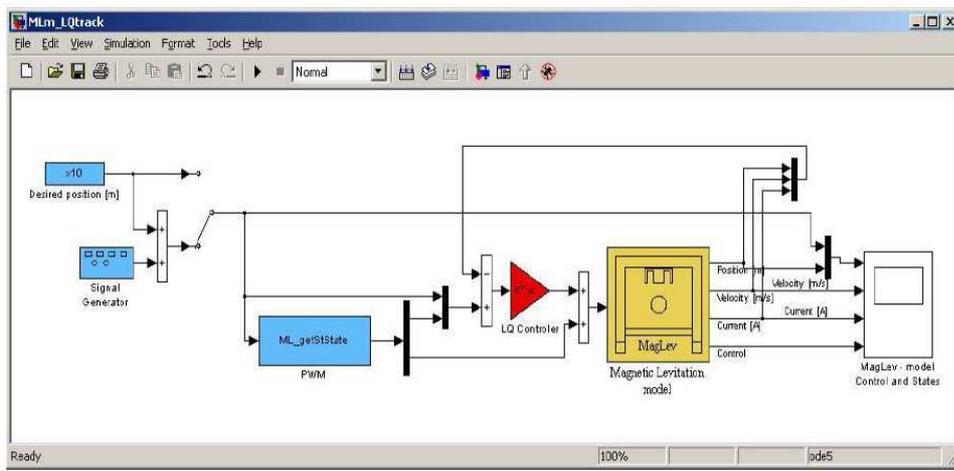
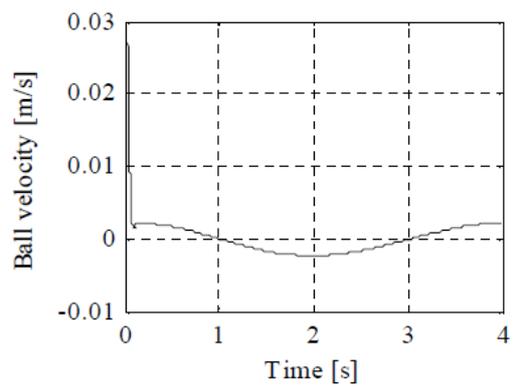
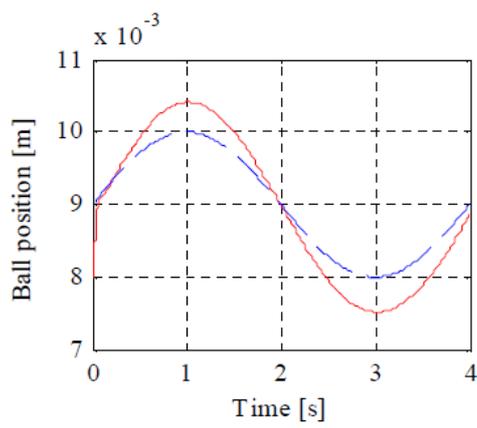
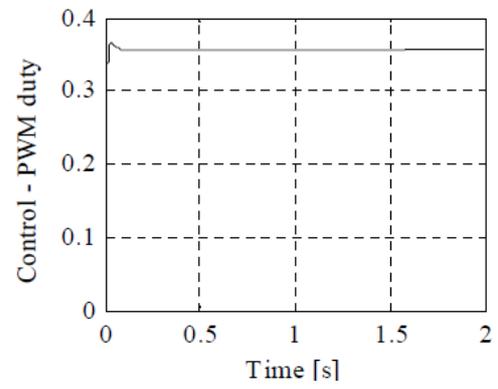
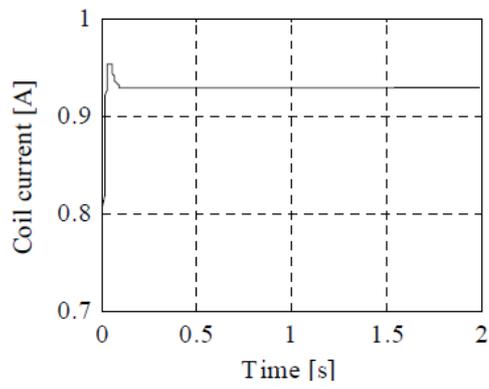
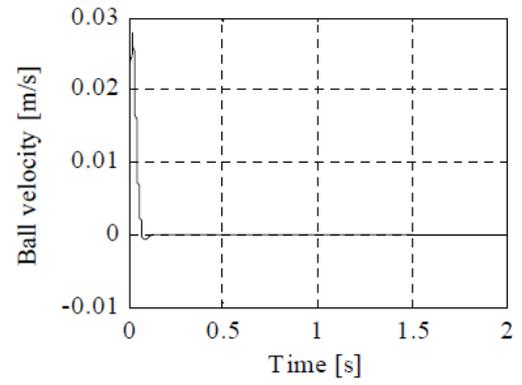
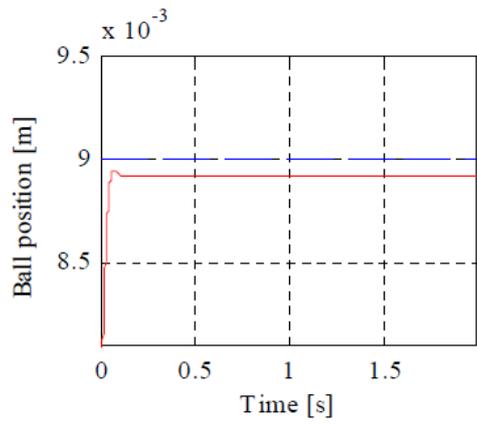
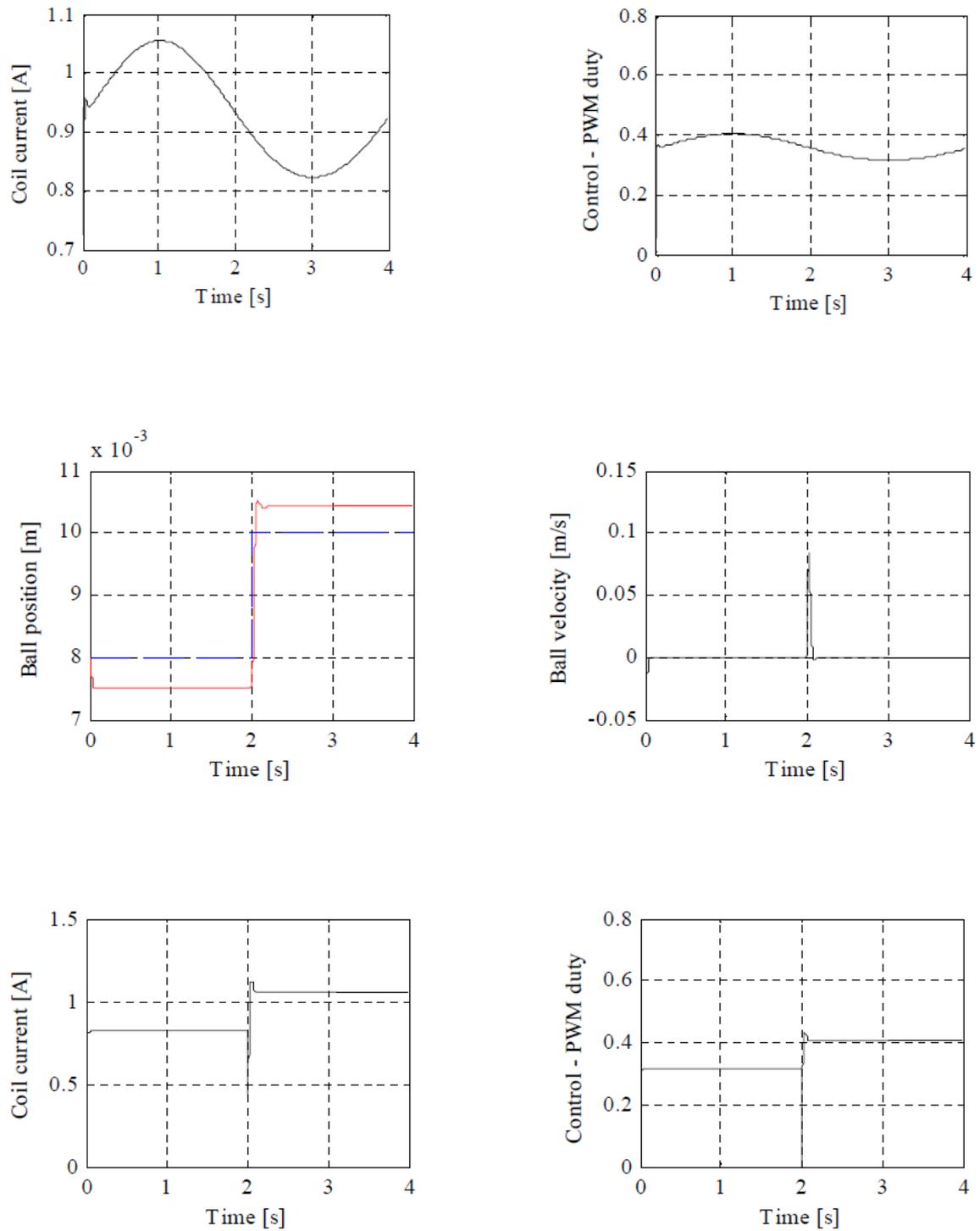


Figura A46: Diagrama del Controlador LQ

Ahora, el vector de ganancia K se puede utilizar como la retroalimentación óptima (véase el diagrama de Simulink en la figura A46). Comenzamos la simulación de seguimiento de LQ, por un valor constante y de una posición deseada en las formas de onda senoidal y cuadrada. Obtenemos los resultados mostrados en la figura A47.



**Figura A47: Respuesta del Controlador LQ**

Levitación

Todos los experimentos pueden ser repetidos como experimentos en tiempo real. De esta forma se puede verificar la exactitud del modelo. Si se hace doble click en el botón *levitation* en la ventana principal se abrirá la siguiente ventana (ver figura A48).



Figura A48. Ventana para Elegir Controladores

Ahora se puede escoger el controlador que se desee, empezaremos por el control PID.

PID

Al hacer doble click en el botón PID. El controlador PID en tiempo real se abrirá (ver figura A49). Los resultados del experimento en tiempo real se muestran en la figura A50.

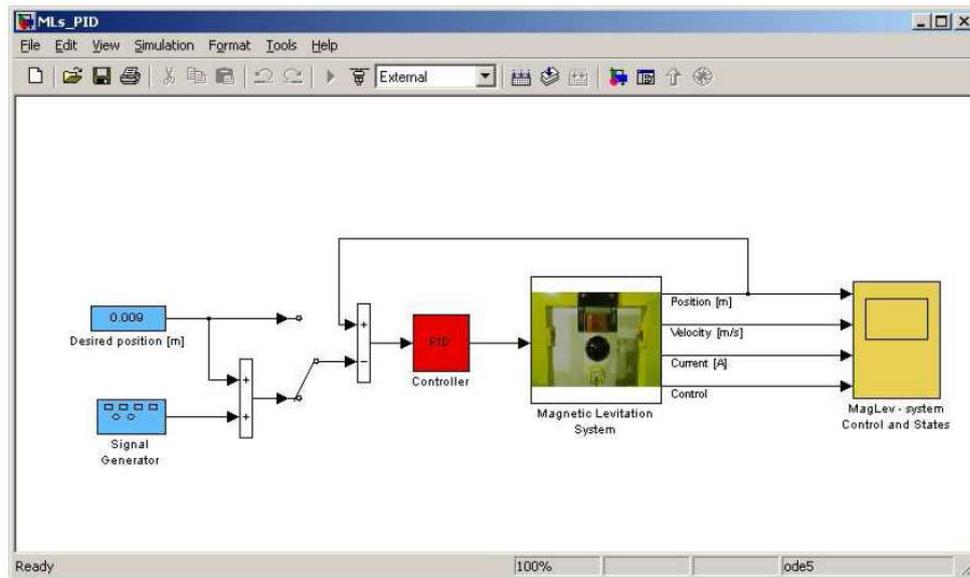
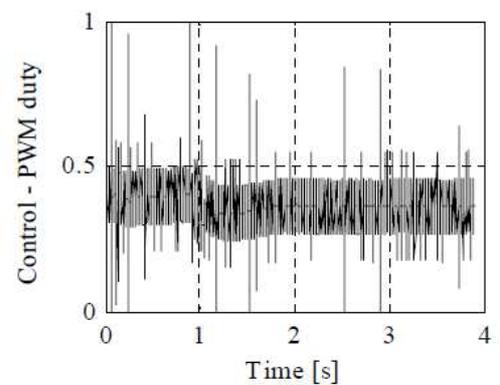
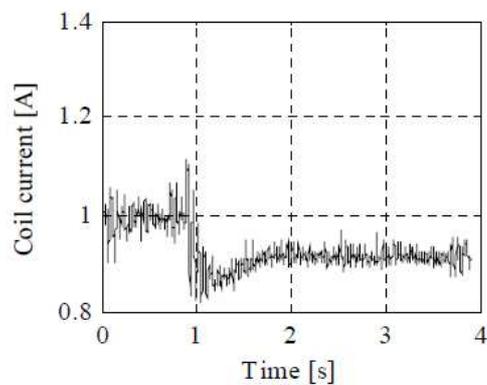
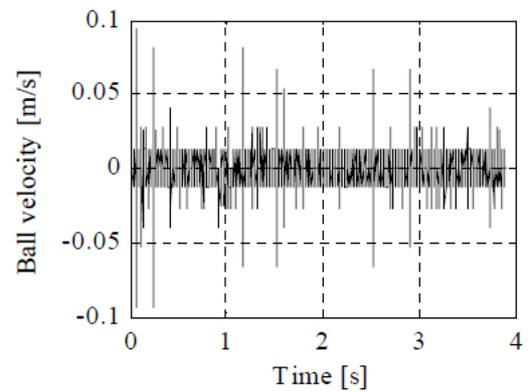
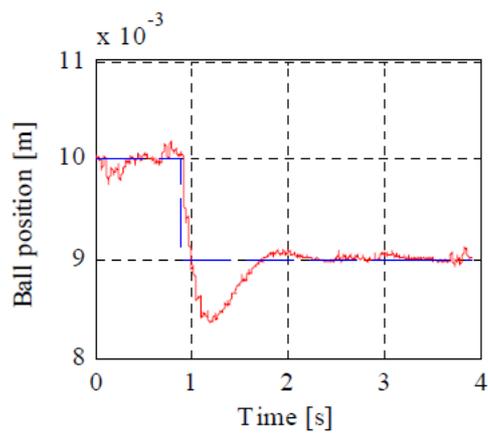
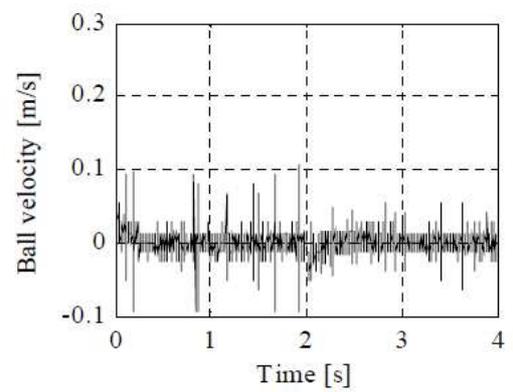
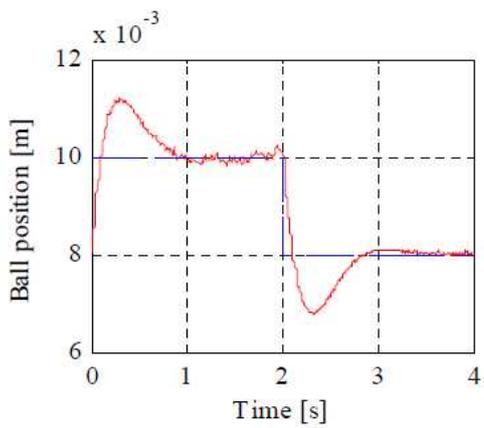
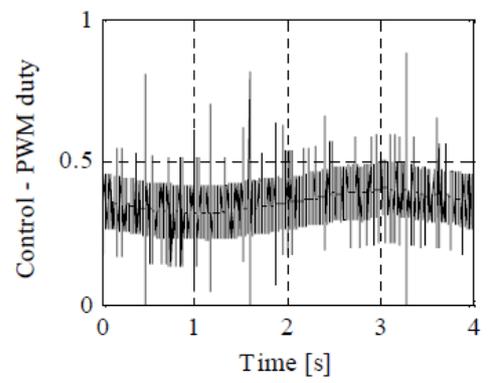
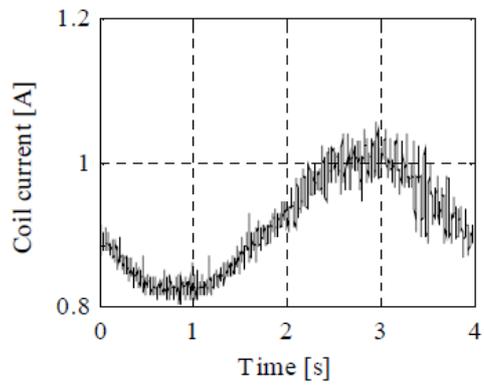
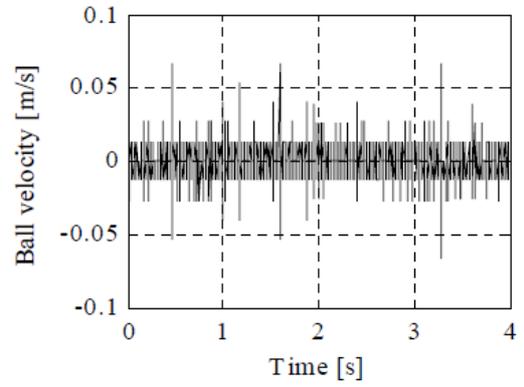
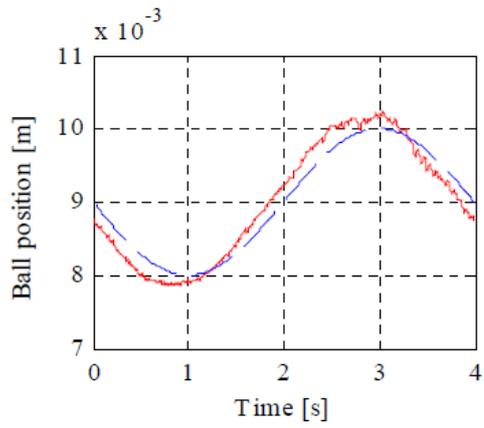


Figura A49: Diagrama de Implementación





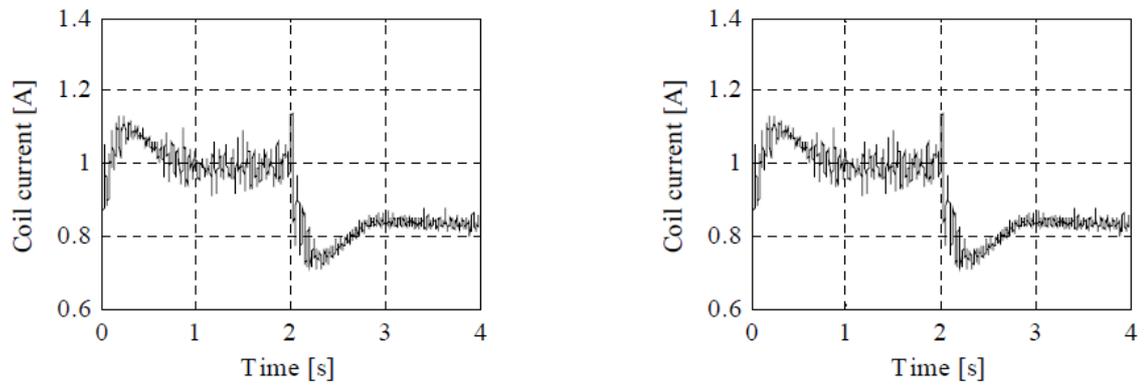


Figura A50: Respuesta del Controlador PID

LQ

Al hacer doble click en el botón LQ. El controlador LQ en tiempo real se abre (ver figura A51). El resultado del experimento en tiempo real se muestra en la figura A52.

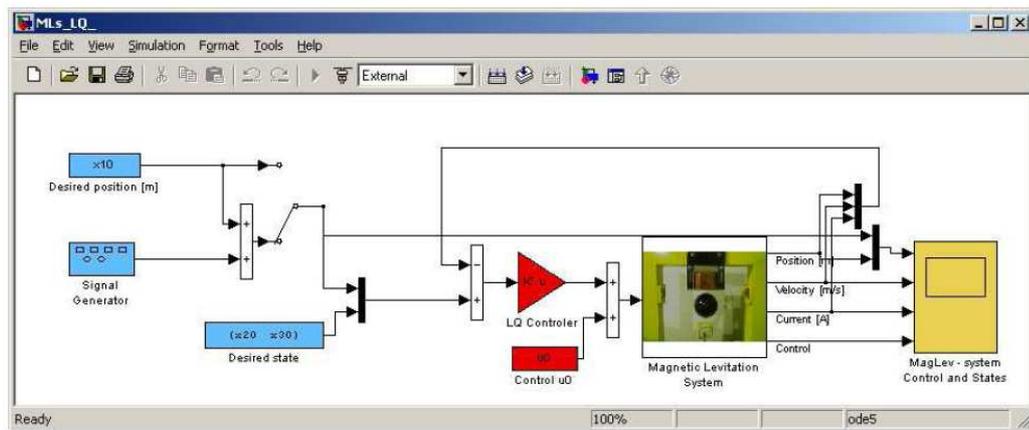
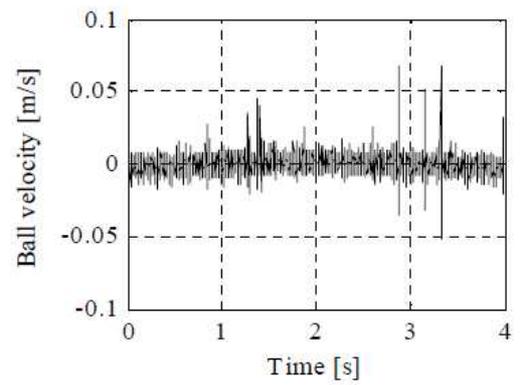
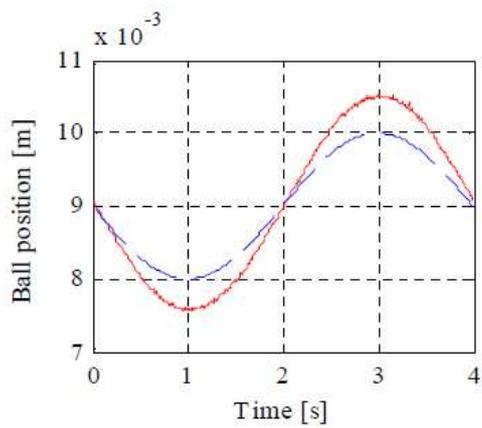
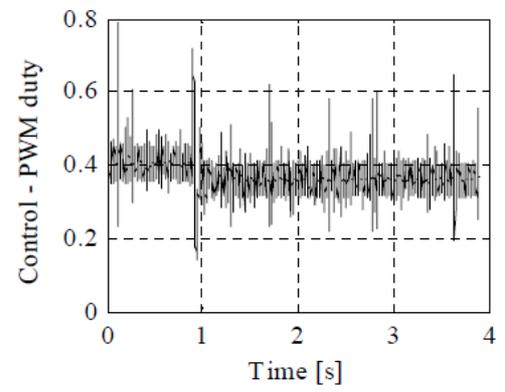
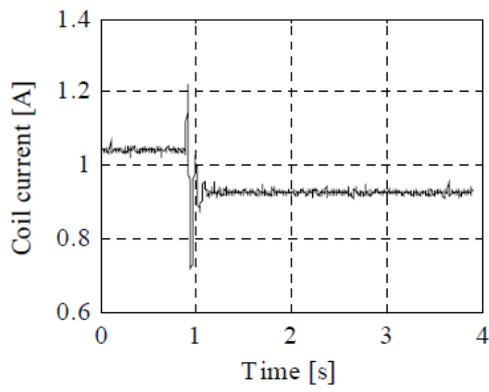
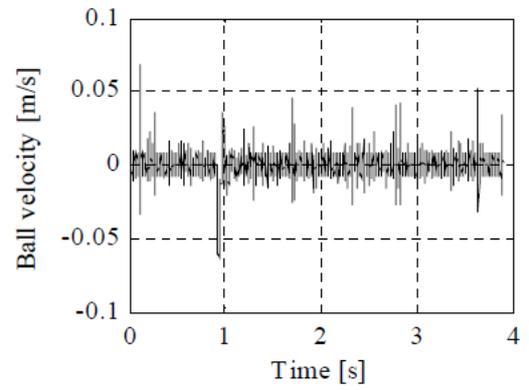
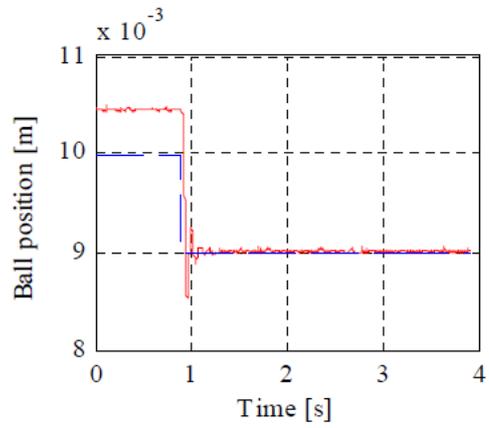


Figura A51: Diagrama de Implementación del Controlador LQ



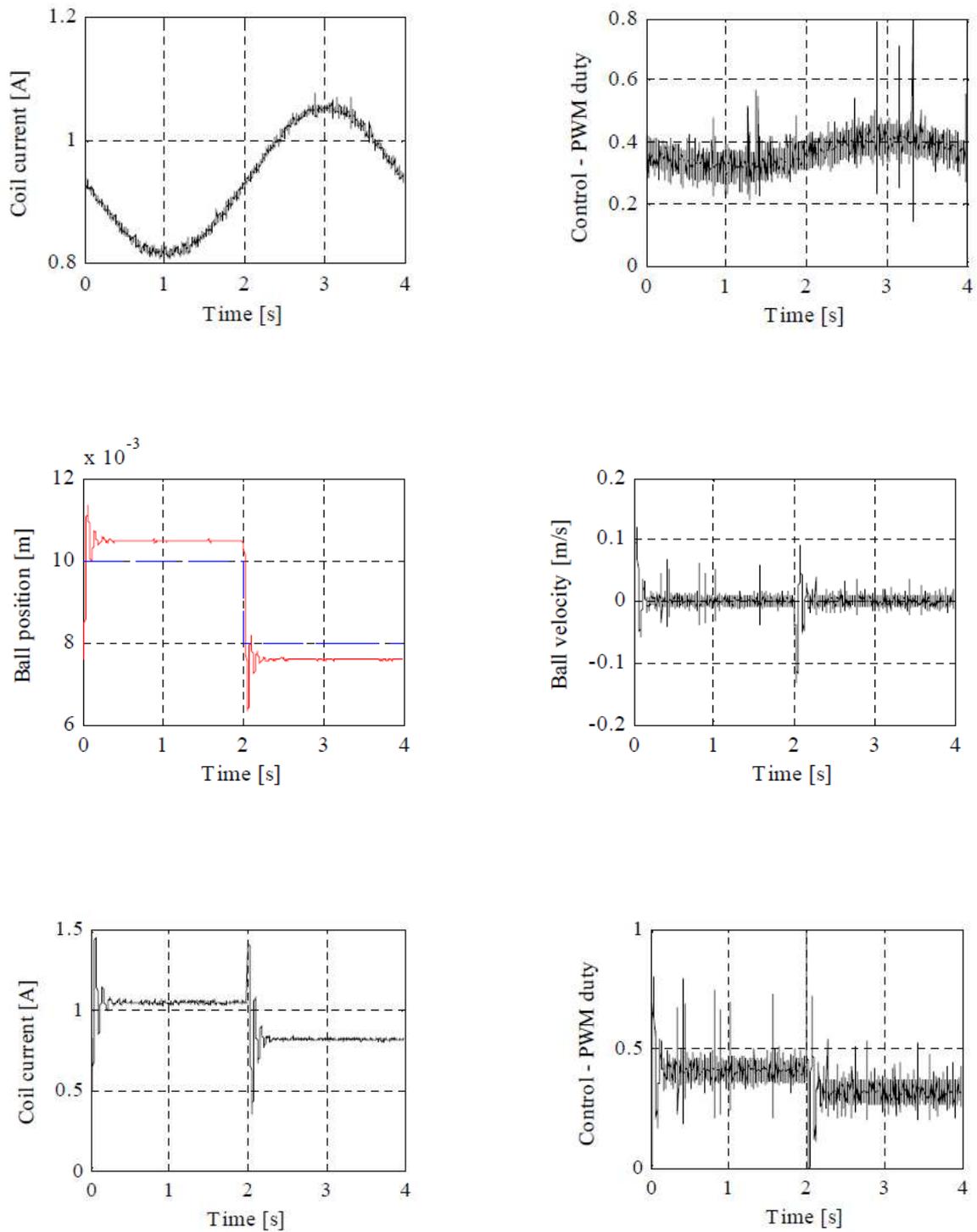


Figura A52: Respuesta del Controlador LQ

Seguimiento de LQ

Hacer doble clic en el botón de seguimiento de LQ. Se abrirá el controlador de seguimiento LQ en tiempo real (ver figura A53). Los resultados del experimento en tiempo real se muestran en la figura A54.

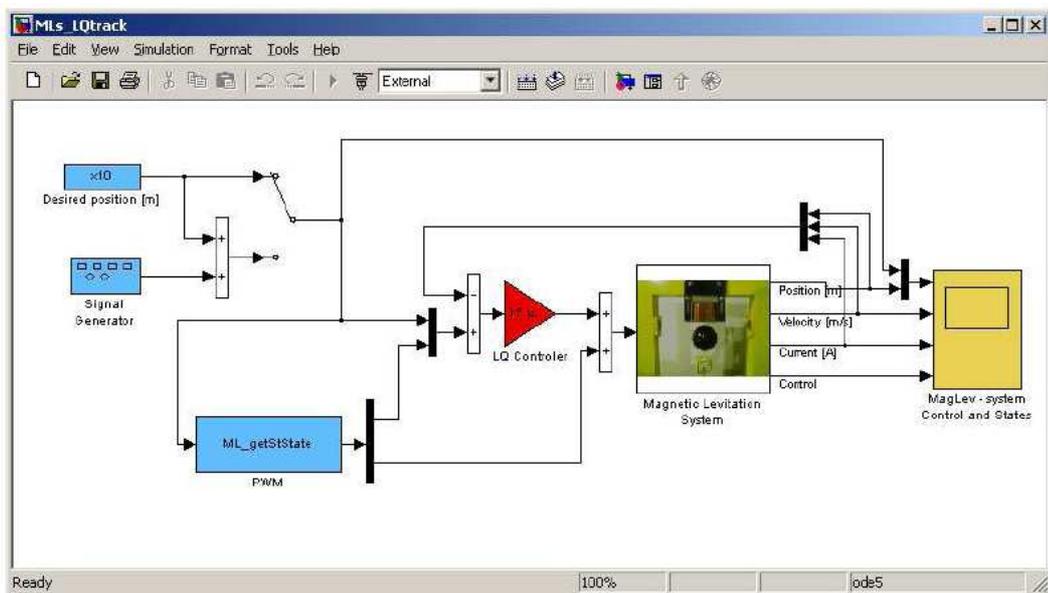
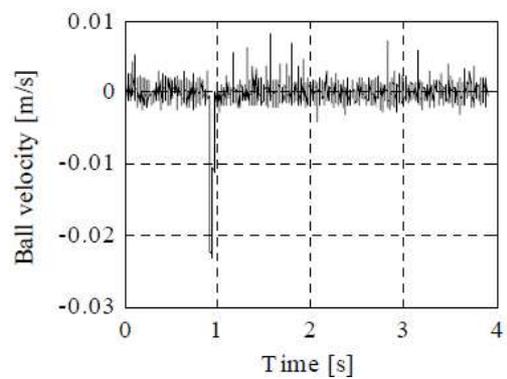
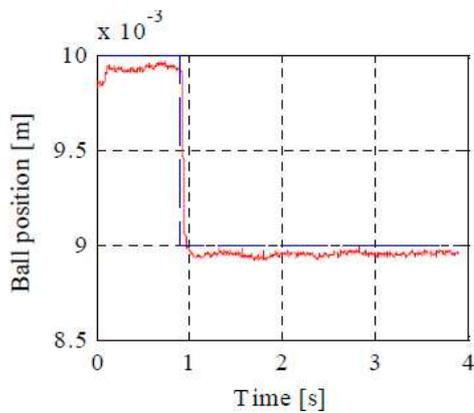
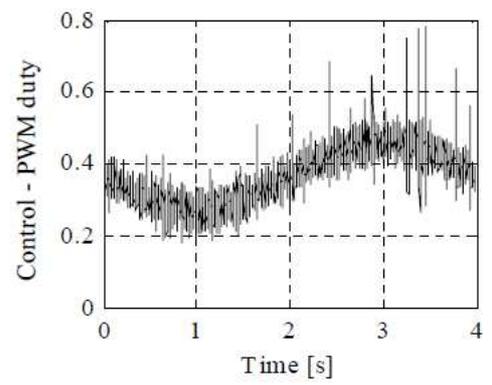
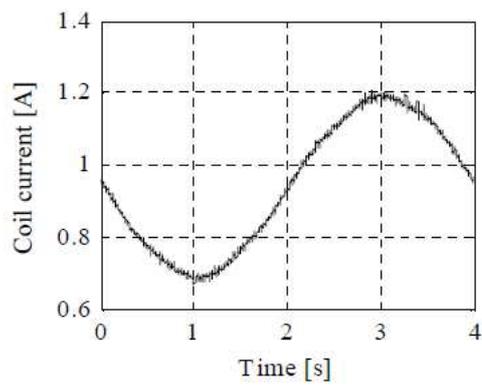
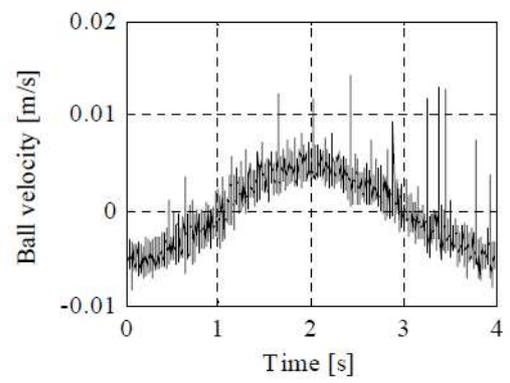
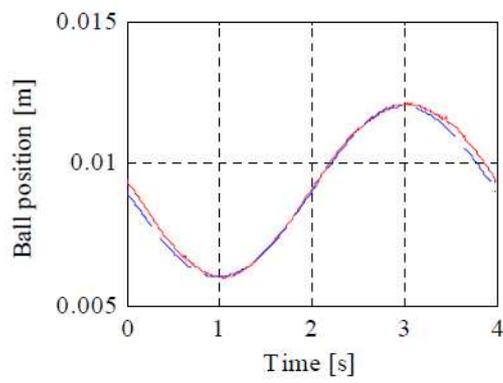
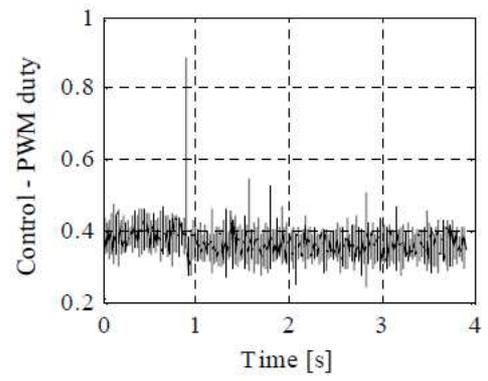
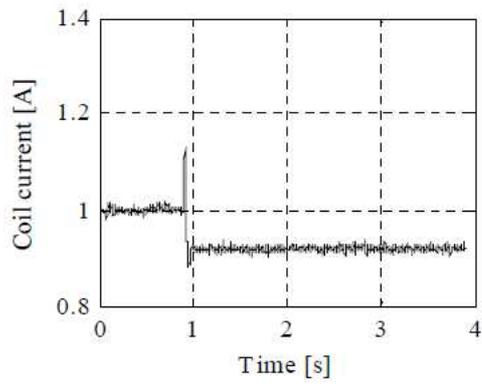


Figura A53: Diagrama de Implementación del Controlador LQ





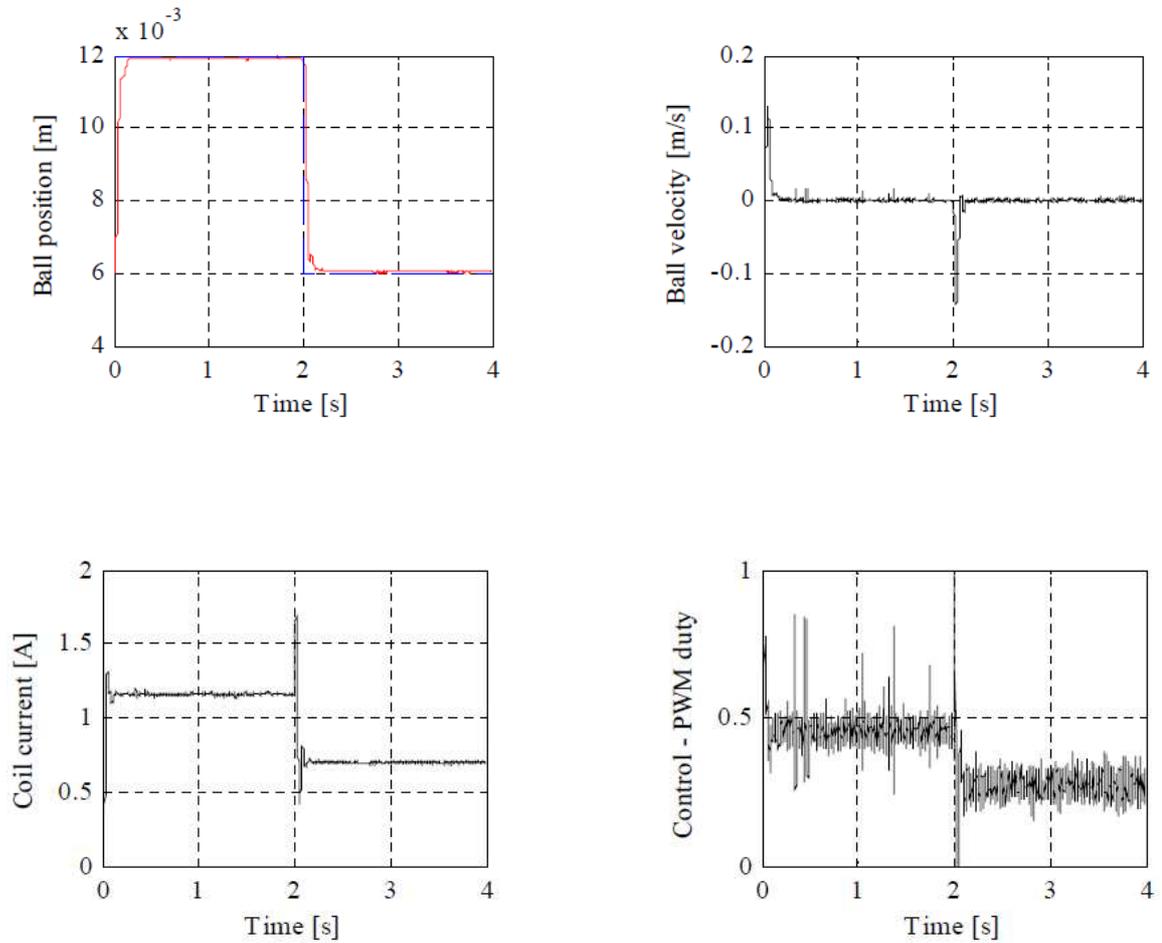


Figura A54: Respuesta del Controlador LQ

Descripción de las propiedades de las clases del levitador magnético

El *MagLev* es una clase de MATLAB, el cual da el acceso a todas las opciones soportadas por la tarjeta *RT-DAC4/PCI* con la lógica del modelo del MLS. La tarjeta *RT-DAC4/PCI* es una interface entre el software de control ejecutado por un PC y la interfaz electrónica del modelo modular. La lógica de la interfaz contiene los siguientes bloques:

-
- Bloque generador de PWM, genera un pulso en la señal modulada de salida. Simultáneamente la señal de dirección y la señal del freno son generadas al modulo de interfaz del control.
 - Estado de la interfaz de energía térmica, el estado térmico se puede utilizar para deshabilitar el funcionamiento del actuador de la unidad de sobrecalentamiento;
 - Interfaz al convertidor análogo a digital. El convertidor A / D se aplica para medir la posición de la esfera (sensor de luz) y para medir la corriente de bobina del actuador.

Todos los parámetros y las variables medidas desde el *RT-DAC4/PCI* son accesibles por las apropiadas propiedades de la clase *MagLev*.

En el ambiente de MATLAB el objeto de la clase *MagLev* es creado por el comando *object_name=MagLev;*

Por ejemplo *ml=maglev;*

El método *get* es llamado para leer el valor de la propiedad del objeto:

Property_value=get(object_name,'property_name');

El método *set* es llamado para establecer un nuevo valor de la propiedad dada:

Set(object_name,'property_name',new_property_value);

El método *display* es aplicado para mostrar las propiedades de los valores cuando el nombre del objeto es ingresado en la ventana de comandos de MATLAB.

Esta sección describe todas las propiedades de la clase *MagLev*. La descripción consiste de los siguientes campos:

Purpose	Provee una pequeña descripción de las propiedades
Synopsis	Muestra el formato de la llamada del método
Description	Describe las restricciones sujetas a una propiedad
Arguments	Describe argumentos para el método <i>set</i>
See	Se refiere a otras propiedades relacionadas
Examples	Provee ejemplos de cómo se pueden usar las propiedades

BaseAddress

Propiedades: Lee la dirección de la base del RT-DAC4/PCI.

Sinopsis: *BaseAddress = get(ml, 'BaseAddress');*

Descripción: La dirección del RT-DAC4/PCI es determinado por computador. Cada objeto CML puede ser reconocida su dirección base. Cuando a un CML es creado la dirección base es detectada automáticamente.

Ejemplo: Crear un objeto *MagLev*:

```
ml = MagLev;
```

Mostrar sus propiedades escribiendo el comando: *ml*

Type: InTeCo ML object

BaseAddress: 54272 / D400 Hex

Bitstream ver.: x901

Input voltage: [0.8451 0.0244][V]

PWM: [0]

PWM Prescaler: [0]

Thermal status: [0]

Time: 0.00 [sec]

Read the base address:

BA = get(ml, 'BaseAddress');

BitstreamVersion

Propósito: Lee la version de la lógica almacenada en RT-DAC4/PCI.

Sinopsis: *Version = get(ml, 'BitstreamVersion');*

Descripción: Esta propiedad determina la version de la lógica de diseño de RT-DAC4/PCI. Los modelos de levitación magnética pueden variar y este comando permite ver si la versión es compatible con el modelo físico.

PWM

Propósito: Ajusta el ciclo de trabajo de la onda PWM.

Sinopsis: *PWM = get(ml, 'PWM');*

set(ml, 'PWM', NewPWM);

Descripción: Determina el ciclo de trabajo y dirección de la onda PWM. La onda de PWM se utiliza para controlar el electroimán, de hecho, esta propiedad es responsable de la señal de control electroimán. La variable *NewPWM* es un escalar en el rango de 0 a 1. El valor de 1 significa que el control máximo, 0.0 significa cero control.

PWMPrescaler

Purpose: Determina la frecuencia de la onda PWM.

Sinopsis: $Prescaler = get(ml, 'PWMPrescaler');$
 $set(ml, 'PWMPrescaler', NewPrescaler);$

Descripción: El valor de prescaler puede variar de 0 a 16. El valor 0 genera la frecuencia PWM máxima. El valor 16 genera la frecuencia mínima. La frecuencia de la onda PWM está dado por la fórmula:
 $PWMfrequency = 40MHz / 4095 * (Prescaler + 1)$

Stop

Propósito: Envía la señal de control a cero.

Sinopsis: $set(ml, 'Stop');$

Description: Esta propiedad puede ser llamada sólo por el método *set*. Se fija el cero de control del electroimán y es equivalente a $set(ml, 'PWM', 0)$.

Voltage

Propósito: Lee dos valores de voltaje.

Sinopsis: $Volt = get(ml, 'Voltage');$

Description: Devuelve la tensión de dos entradas analógicas. Normalmente las entradas analógicas se aplican para medir la posición de la esfera y la corriente de la bobina.

ThermStatus

Propósito: Lee el estado de la bandera térmica del amplificador de poder.

Sinopsis: $ThermSt = get(ml, 'ThermStatus');$

Descripción: Devuelve la marca térmica del amplificador de potencia. Cuando la temperatura de un amplificador de potencia es muy alta la bandera se pone a 1.

Time

Propósito: Retorna la información del tiempo.

Sinopsis: $T = get(ml, 'Time');$

Descripción: MagLev contiene el contador de tiempo. Cuando un objeto MagLev se crea el contador de tiempo está establecido en cero. Cada referencia a las actualizaciones de la propiedad Tiempo de su valor. El valor es igual al número de milisegundos transcurridos desde que se creó el objeto.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1: Método de la Elipsoide	4
Figura 1.2: Diagrama de Control	19
Figura 1.3: Disco con centro en $(-q,0)$, radio r	22
Figura 1.4: Área Cónica con ángulo interno θ	23
Figura 1.5: Tira Vertical	25
Figura 2.1: Levitador Magnético ESPE	29
Figura 3.1: Esquema de dos puertos	40
Figura 3.2: Diagrama de Control mediante minimización de norma cuadrática.	40
Figura 3.3: Diagrama de Simulación	44
Figura 3.4: Gráfico Posición vs Tiempo	44
Figura 3.5: Simulación del Levitador	45
Figura 3.6: Diagrama de dos puertos	45
Figura 3.7: Diagrama de control para norma H_2	47
Figura 3.8: Gráfico Posición vs Tiempo	50
Figura 3.9: Simulación del Levitador	50
Figura 3.10. Ubicación de Polos	51
Figura 3.11: Gráfico Posición vs Tiempo	53
Figura 3.12: Simulación del Levitador	54
Figura 3.13: Modelo de dos Puertos	57

Figura 3.14: Diagrama de Control para la Norma Infinita	57
Figura 3.15: Gráfico Posición vs Tiempo	61
Figura 3.16: Simulación del Levitador	62
Figura 3.17: Gráfico Posición vs Tiempo	63
Figura 3.18: Simulación del Levitador	63
Figura 3.19: Modelo de dos Puertos	64
Figura 3.20: Diagrama de Control para Norma H_2 y Norma H_∞	65
Figura 3.21: Gráfico Posición vs Tiempo	68
Figura 3.22: Simulación del Levitador	69
Figura 3.23: Gráfico Posición vs Tiempo	70
Figura 3.24: Simulación del Levitador	70
Figura 3.25: Diagrama de dos puertos	71
Figura 3.26: Diagrama de Control	71
Figura 3.27: Gráfico Posición vs Tiempo	75
Figura 3.28: Simulación del Levitador	75
Figura 3.29: Gráfico Posición vs Tiempo	76
Figura 3.30: Simulación del Levitador	77
Figura 4.1: Diagrama de Experimentación	78
Figura 4.2: Gráfica Posición vs Velocidad Implementación	79
Figura 4.3: Gráfica Posición vs Velocidad Simulación	79
Figura 4.4: Gráfica Posición vs Velocidad Implementación	80

Figura 4.5: Gráfica Posición vs Velocidad Simulación	80
Figura 4.6: Gráfica Posición vs Velocidad Implementación	81
Figura 4.7: Gráfica Posición vs Velocidad Simulación	81
Figura 4.8: Gráfica Posición vs Velocidad Implementación	82
Figura 4.9: Gráfica Posición vs Velocidad Simulación	82
Figura 4.10: Gráfica Posición vs Velocidad Implementación	83
Figura 4.11: Gráfica Posición vs Velocidad Implementación	83
Figura 4.12: Gráfica Posición vs Velocidad Implementación	84
Figura 4.13: Gráfica Posición vs Velocidad Simulación	84
Figura 4.14: Gráfica Posición vs Velocidad Implementación	85
Figura 4.15: Gráfica Posición vs Velocidad Implementación	85
Figura 4.16: Gráfica Posición vs Velocidad Implementación	86
Figura 4.17: Gráfica Posición vs Velocidad Implementación	86
Figura A1: Componentes	93
Figura A2: Ventana Principal	97
Figura A3: Ventana de Identificación	98
Figura A4: Identificación del Sensor	99
Figura A5: Identificación de las Características del sensor	100
Figura A6: Gráfica característica del Sensor	101
Figura A7: Bloque Scaling Position	102
Figura A8: Parámetros de la Escala de la Posición	103

Figura A9: Aproximación Polinómica	103
Figura A10: Ventana del Actuador	104
Figura A11: Ventana del Actuador en Simulink	105
Figura A12: Mensaje de Selección de Ganancia de Control	105
Figura A13: Identificación de las características del Actuador	106
Figura A14: Valores del Actuador	107
Figura A15: Gráfica PWM vs Tiempo	108
Figura A16: Familia de Rectas de la Corriente vs Tiempo	109
Figura A17: Gráfica Corriente vs. PWM	109
Figura A18: Ventana de Identificación del Control Mínimo	110
Figura A19: Ventana de Identificación del Control Mínimo (Simulink)	110
Figura A20: Mensaje de Selección de la Ganancia de Control	111
Figura A21: Gráfico de la Posición vs Tiempo	111
Figura A22: Valores del Análisis del Control Mínimo	112
Figura A23: Ventana del Modo de Accionamiento Dinámico	113
Figura A24: Ventana del Modo de Accionamiento Dinámico (Simulink)	113
Figura A25: Gráfico de la Corriente vs. Tiempo	114
Figura A26: Valores de Análisis Dinámico del Actuador	115
Figura A27: Interfaz del Levitador Magnético	115
Figura A28: Interior del Bloque de Levitación Magnética	116
Figura A29: Bloque de Escalamiento de Corriente	117

Figura A30: Gráfica Corriente vs. Señal Medida	118
Figura A31: Ventana de los Modelos de Controladores	119
Figura A32: Control en Lazo Abierto	120
Figura A33: Parámetros del Sistema de Levitación Magnética	120
Figura A34: Interior del Modelo de Levitación Magnética	121
Figura A35: Integrador Relacionado con la Corriente en la Bobina	121
Figura A36: Simulador del Levitador Magnético	122
Figura A37: Gráfica de la Fuerza Electromagnética vs. Posición	124
Figura A38: Gráfica de la Fuerza Electromagnética vs. Corriente	124
Figura A39: Gráfica de la Fuerza Electromagnética vs. Posición (Tridimensional)	125
Figura A40: Diagrama de $f_i(x_1)$	125
Figura A41: Diagrama de Simulación PID	127
Figura A42: Respuesta del Controlador PID	129
Figura A43: Diagrama de Simulación Mediante Regulador LQ	130
Figura A44: Regulador Continuo LQ	131
Figura A45: Respuesta del Controlador PID	134
Figura A46: Diagrama del Controlador LQ	135
Figura A47: Respuesta del Controlador LQ	137
Figura A48. Ventana para Elegir Controladores	138
Figura A49: Diagrama de Implementación	139
Figura A50: Respuesta del Controlador PID	141

Figura A51: Diagrama de Implementación del Controlador LQ	141
Figura A52: Respuesta del Controlador LQ	143
Figura A53: Diagrama de Implementación del Controlador LQ	144
Figura A54: Respuesta del Controlador LQ	146

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1	Parámetros de Característica Estática	31
Tabla 2.2	Parámetros de Fuerza Electromagnética	32
Tabla 2.3	Parámetros de Inductancia	33
Tabla 2.4	Datos necesarios para la experimentación	33

Fecha de Entrega: _____

Alexis David Miranda Mina

AUTOR

Ing. Victor Proaño

**DIRECTOR DE LA CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL**

