



**Definición y validación de un sistema de proyección cartográfico local para  
generar cartografía a escalas grandes, caso de estudio: Islas-Galápagos**

Almeida Guerrero, Andrea Carolina y Cisneros Mosquera, Gabriela Alejandra

Departamento de Ciencias de la Tierra y de la Construcción

Carrera de Ingeniería Geográfica y del Medio Ambiente

Trabajo de titulación, previo a la obtención del título de Ingeniera Geógrafa y del Medio  
Ambiente

Ing. Luna Ludeña, Marco Patricio Ph.D

24 de agosto de 2021



## Document Information

---

**Analyzed document** TESIS\_URKUND\_ALMEIDA\_CISNEROS.docx (D111841869)

**Submitted** 8/30/2021 7:20:00 PM

**Submitted by**

**Submitter email** biblioteca@espe.edu.ec

**Similarity** 4%

**Analysis address** ilbbioteca.GDC@analysis.urkund.com



Firmado electrónicamente por:  
MARCO  
PATRICIO LUNA  
LUDENA



DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y DE LA CONSTRUCCIÓN  
CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE

CERTIFICACIÓN

Certifico que el trabajo de titulación, "**Definición y validación de un sistema de proyección cartográfico local para generar cartografía a escalas grandes, caso de estudio: Islas-Galápagos**" fue realizado por las señoritas **Almeida Guerrero, Andrea Carolina** y **Cisneros Mosquera, Gabriela Alejandra** el cual ha sido revisado y analizado en su totalidad por la herramienta de verificación de similitud de contenido; por lo tanto cumple con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, razón por la cual me permito acreditar y autorizar para que lo sustente públicamente.

Sangolquí, 24 de agosto

Firma:



.....  
Ing. Luna Ludeña, Marco Patricio, PhD.

C.I: 1102596044



DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y DE LA CONSTRUCCIÓN  
CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE

RESPONSABILIDAD DE AUTORÍA

Nosotras, **Almeida Guerrero, Andrea Carolina** y **Cisneros Mosquera, Gabriela Alejandra**, con cédulas de ciudadanía n° 1716632276 y 1719105429 , declaramos que el contenido, ideas y criterios del trabajo de titulación: **Definición y validación de un sistema de proyección cartográfico local para generar cartografía a escalas grandes, caso de estudio: Islas-Galápagos** es de nuestra autoría y responsabilidad, cumpliendo con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos, y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, respetando los derechos intelectuales de terceros y referenciando las citas bibliográficas.

Sangolquí, 24 de agosto de 2021

Andrea Carolina Almeida Guerrero

C.C.:1716632276

Gabriela Alejandra Cisneros Mosquera

C.C.:1719105429



DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y DE LA CONSTRUCCIÓN  
CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE

AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN

Nosotras **Almeida Guerrero, Andrea Carolina y Cisneros Mosquera, Gabriela Alejandra**, con cédulas de ciudadanía n° 1716632276 y 1719105429, autorizamos a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar el trabajo de titulación: **” Definición y validación de un sistema de proyección cartográfico local para generar cartografía a escalas grandes, caso de estudio: Islas-Galápagos”**, en el Repositorio Institucional, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi/nuestra responsabilidad.

Sangolquí, 24 de agosto de 2021

Andrea Carolina Almeida Guerrero

C.C.:1716632276

Gabriela Alejandra Cisneros Mosquera

C.C.:1719105429

### **Dedicatoria**

A Dios, ser incondicional que ha hecho de mi vida un plan perfecto, el que me ha dado calma y fuerza en los momentos más complicados en este proceso de formación.

A mis padres, que con su esfuerzo amor y confianza me han sabido apoyar en todo lo que he necesitado y que con su arduo trabajo me han brindado todas las facilidades para cumplir con este objetivo que tanto he anhelado.

A mi hermana, la persona más valiente y guerrera que me ha dado el mayor ejemplo de lucha.

A Heinz mi mejor amigo y compañero de vida, quien me ha acompañado en este gran trayecto lleno de altibajos, y que siempre ha tenido las palabras adecuadas para equilibrarme y quien ha sido el impulsor para que yo siga mejorando cada día más.

A mis 3 hijos de 4 patas, quienes son parte fundamental de mi día a día, estos seres tan puros e incondicionales que con su amor e inocencia han llenado mi corazón de amor.

A mi compañera y amiga Gaby, quien ha sido el mejor equipo de trabajo, que con sus virtudes e inteligencia hemos logrado culminar con este arduo trabajo.

A mis grandes amigos que la universidad me permitió conocerlos, que con su alegría y apoyo hicieron que esta etapa sea una de mis favoritas, porque todos los momentos con ellos han sido espectaculares y de mucho aprendizaje.

A un angelito que tengo en el cielo, que los recuerdos que me dejó él han sido los mejores sentimientos de pureza para mi alma.

**Andre**

## Dedicatoria

A la vida, por llenarme de bendiciones, enseñanzas y oportunidades. Cada paso que he recorrido a lo largo de esta, me ha enseñado que su plan es perfecto y que, con esfuerzo, constancia y gratitud todo se puede lograr.

A mami y papi, por todo el amor, dedicación y cuidado infinito que me han brindado siempre. Las palabras no me alcanzan para agradecer cada lucha y sacrificio que han realizado para alentarme y apoyarme todos los días de mi vida. Los amo mucho y este triunfo es para ustedes.

A mi hermanita, el gatito más lindo del mundo y mi primera mejor amiga, quien, con sus ocurrencias, maullidos y amor, siempre me ha apoyado incondicionalmente en todo momento.

A mi Sookie y mi Mandy Gordita en el cielo, quienes con su inocencia y amor desinteresado, llenan mis días de mucha felicidad y ternura.

A Dennys, quien ha sido mi calma y refugio durante esta difícil pero gratificante etapa. Su complicidad y admiración mutua han sido uno de los regalos más bonitos que han llegado a mi vida.

A Andre, por acompañarme en esta montaña rusa de emociones llamada tesis. ¡Lo logramos amiguita! Estoy segura que este es solo uno del millón de triunfos que vamos a conseguir.

A mis amigos de Universidad y pronto colegas, con quienes he compartido momentos únicos llenos de alegría, esfuerzo y aprendizaje. Los quiero mucho y siempre pueden contar conmigo.

**Gaby**

## **Agradecimiento**

Un profundo agradecimiento a mis padres quienes hicieron posible que este trabajo se pueda desarrollar con su apoyo incondicional

De manera especial agradezco a Heinz quien fue una parte fundamental para desarrollar la fase de campo de este proyecto que con su compañía y apoyo incondicional hicieron que este trabajo se torne más sencillo.

**Andre**

Millón gracias a mis padres, quienes han sido mi pilar y motivación en cada etapa de mi vida. Su apoyo ha sido siempre mi mayor bendición.

Un agradecimiento especial a Dennys, por sus consejos en todas y cada una de las etapas de este trabajo. Su apoyo y compañía han hecho más gratificante este triunfo.

**Gaby**

Agradecemos al Ing. Marco Luna PhD., por su desinteresada y oportuna guía durante la realización de este trabajo de investigación. Su ejemplo como persona, profesional y docente será siempre un recordatorio de calidad humana.

Agradecemos al Ing. Alexander Robayo MSc., director de la CIGMA, que con sus diligencias y consejos facilitaron la realización de este trabajo.

Agradecemos al Instituto Oceanográfico y Antártico de la Armada del Ecuador, por ser la Institución patrocinadora de este tema de investigación.

**Andre y Gaby**



## Índice de Contenido

Índice de Contenidos .....	9
Índice de Tablas.....	14
Índice de Figuras .....	16
Acrónimos y Siglas .....	19
Resumen.....	21
Abstract .....	22
<b>CAPÍTULO I. PROBLEMA.....</b>	<b>23</b>
Antecedentes .....	23
Planteamiento del Problema .....	26
Justificación e Importancia .....	28
Descripción del Área de Estudio .....	30
Objetivos Generales y Específicos.....	31
<i>Objetivo General</i> .....	31
<i>Objetivos Específicos</i> .....	31
Hipótesis .....	33
Metas.....	33
<b>CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>34</b>
Geodesia.....	34
Superficies de Referencia.....	35
Elipsoide .....	35
Propiedades del Elipsoide .....	36
Geoide .....	37
Relación entre Superficies de Referencia.....	38
Tipos de Distancias.....	39
Sistemas Geodésicos de Referencia .....	39
Sistemas de Referencia Geocéntricos.....	39

	10
Marcos de Referencia Geocéntricos .....	40
Sistemas de Coordenadas .....	41
Coordenadas cartesianas .....	41
Coordenadas geodésicas.....	42
Latitud.....	43
Longitud .....	43
Altura elipsoidal.....	43
Coordenadas planas .....	44
Radios de Curvatura.....	44
Radio de Curvatura en el Meridiano (M) .....	44
Radio de curvatura en el Primer Vertical.....	45
Radio Medio Gaussiano .....	46
Cartografía .....	46
Proyecciones Cartográficas.....	47
Tipos de Proyecciones .....	47
Proyección conforme .....	48
Proyección equivalente.....	48
Proyección equidistante.....	48
Proyección afiláctica .....	48
Perspectivas o planas.....	48
Proyección Estereográfica Ecuatorial.....	49
Proyección Estereográfica Oblicua.....	50
Proyección Cilíndrica .....	52
Mercator en el Elipsoide.....	52
Proyección Normal Secante Isógona .....	54
Proyección Gauss Kruger .....	55
Proyección Universa Transversa de Mercator .....	58

	11
Proyección Modificada Ejidal.....	61
Proyección Oblicua de Mercator.....	61
Deformaciones.....	64
Módulos de Deformación .....	64
Módulo de Deformación Lineal.....	64
Módulo de Deformación Superficial .....	65
Deformación Angular .....	66
Elipse Indicatriz de Tissot.....	66
Teoremas de Apolonio.....	67
Primer Teorema .....	68
Segundo Teorema .....	68
Condiciones de Conformidad.....	69
Resumen de condiciones de conformidad .....	70
CAPÍTULO III. METODOLOGÍA.....	71
Propuesta de Proyecciones Cartográficas.....	72
Análisis Teórico Matemático de las Proyecciones propuestas.....	76
Demostración de conformidad de las proyecciones propuestas.....	76
Proyección acimutal estereográfica ecuatorial.....	77
Proyección acimutal estereográfica oblicua.....	77
Proyección Mercator Elipsoidal .....	78
Proyección Normal Cilíndrica Secante en el Elipsoide.....	79
Definición teórica de Módulos de Deformación Lineal y Superficial .....	79
Definición de Meridiano y Paralelo Central.....	82
Definición de Factor de Escala .....	83
Cálculo de Módulos de Deformación Lineal y Superficial puntuales .....	83
Selección de las cuatro proyecciones con mínimas deformaciones .....	87

Cálculo de estadísticos de Módulos de Deformación Lineal y Superficial Puntuales .....	87
Modelamiento de Módulos de Deformación Lineal y Superficial Puntuales .....	87
Definición de Parámetros Cartográficos y Geodésicos de las proyecciones seleccionadas .....	94
Selección de la Proyección con mínimas deformaciones.....	95
Cálculo de Distancias y Áreas elipsoidales y proyectadas .....	95
Cálculo de Errores en Distancias y Áreas proyectadas .....	97
Cálculo de Módulos de Deformación Lineal y Superficial .....	99
Cálculo de Precisiones Planimétricas.....	102
Definición de Sistema de Proyección Cartográfico Local.....	103
Desarrollo de Red Geodésica .....	103
Planificación de Red Geodésica .....	103
Post-Proceso .....	106
Tratamiento de Archivos de Observación .....	106
Post-Proceso de Red Geodésica .....	107
Parámetros de la Red Geodésica .....	109
Validación de SPCL-Galápagos.....	110
Transformación de Coordenadas de la Red Geodésica a Coordenadas Proyectadas .....	110
Deformación lineal entre vértices de la Red Geodésica.....	110
Deformación superficial del polígono de la Red Geodésica.....	111
Desarrollo de Calculadora de Transformación de Coordenadas y Herramienta para SIG .....	112
<b>CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS .....</b>	<b>114</b>
Análisis estadístico de módulos de deformación lineal y superficial puntuales .....	114
Análisis de cumplimiento de módulos de deformación lineal de proyecciones propuestas para escala 1:1000 y 1:5000 .....	118

Análisis estadístico de deformación lineal para las cuatro proyecciones seleccionadas con datos tomados en campo .....	120
Análisis estadístico de deformación superficial para las cuatro proyecciones seleccionadas con datos tomados en campo .....	124
Análisis estadístico de precisiones para las cuatro proyecciones seleccionadas.....	125
Análisis estadístico de deformación lineal para SPCL Galápagos con datos de Red Geodésica .....	126
Análisis estadístico de deformación superficial para SPCL Galápagos con datos de Red Geodésica .....	128
Análisis estadístico de precisiones planimétricas para SPCL Galápagos con datos de Red Geodésica .....	129
Definición del SPCL Galápagos .....	130
Comprobación de la Hipótesis.....	131
<b>CAPÍTULO V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>132</b>
Conclusiones.....	132
Recomendaciones .....	135
Referencias Bibliográficas .....	137
Anexos .....	140

## Índice de Tablas

<b>Tabla 1.</b> Parámetros del Elipsoide GRS80 .....	37
<b>Tabla 2.</b> Cuadro comparativo con las diferentes proyecciones seleccionadas y sus características .....	73
<b>Tabla 3.</b> Fórmulas de módulos de deformación lineal y superficial para las distintas proyecciones .....	81
<b>Tabla 4.</b> Meridiano y paralelo central para cada proyección .....	82
<b>Tabla 5.</b> Muestra de 12 puntos de cálculos de módulos de deformación lineal para proyecciones .....	85
<b>Tabla 6.</b> Muestra de 12 puntos de cálculos de módulos de deformación superficial para proyecciones .....	86
<b>Tabla 7.</b> Módulos de Deformación Lineal máximo y mínimo según escalas y normas ..	88
<b>Tabla 8.</b> <i>para proyecciones cartográficas seleccionadas</i> .....	95
<b>Tabla 9.</b> Errores en distancias .....	98
<b>Tabla 10.</b> Errores en áreas para las diferentes proyecciones.....	99
<b>Tabla 11.</b> Módulos de Deformación Lineal en función de las distancias .....	100
<b>Tabla 12.</b> Módulos de Deformación Superficial en función de las áreas .....	101
<b>Tabla 13.</b> Precisiones planimétricas de puntos .....	102
<b>Tabla 14.</b> Número de Sesiones y Líneas Independientes.....	105
<b>Tabla 15.</b> Materiales y Equipos de trabajo .....	105
<b>Tabla 16.</b> Configuración de rastreo GNSS .....	106
<b>Tabla 17.</b> Altura de equipos .....	107
<b>Tabla 18.</b> Parámetros Red Geodésica.....	109
<b>Tabla 19.</b> Coordenadas proyectadas de vértices de Red Geodésica.....	110
<b>Tabla 20.</b> Errores y Módulos de Deformación Lineal para Red Geodésica.....	110
<b>Tabla 21.</b> Errores y Módulos de Deformación Superficial en Red Geodésica.....	112
<b>Tabla 22.</b> Reporte estadístico de los módulos de deformación lineal y superficial de las diferentes proyecciones, con respecto a una grilla de puntos equiespaciador.....	114

<b>Tabla 23.</b> Porcentaje de cumplimiento de módulos de deformación lineal para zona de estudio en Escala 1:5000 .....	118
<b>Tabla 24.</b> Porcentaje de cumplimiento de módulos de deformación lineal para zona de estudio en Escala 1:1000 .....	119
<b>Tabla 25.</b> Estadísticos para módulos de deformación lineal y errores en distancias respecto a GLPS.....	121
<b>Tabla 26.</b> Estadísticos para módulos de deformación lineal y errores en distancias respecto a ICEC.....	122
<b>Tabla 27.</b> Estadísticos para Módulos de Deformación Superficial.....	124
<b>Tabla 28.</b> Estadísticos para errores en áreas.....	125
<b>Tabla 29.</b> Precisiones Planimétrica de Proyecciones Seleccionadas.....	125
<b>Tabla 30.</b> Deformación lineal en Red Geodésica .....	126
<b>Tabla 31.</b> Estadísticos de deformación superficial de SPCL para Galápagos en Red Geodésica .....	129
<b>Tabla 32</b> Precisiones planimétricas en vértices de Red Geodésica .....	129
<b>Tabla 33</b> Memoria Técnica de los parámetros y precisión de la SPCL Galápagos .....	130

## Índice de Figuras

<b>Figura 1.</b> Mapa de Ubicación de Área de Estudio.....	31
<b>Figura 2.</b> Elipsoide de Revolución .....	36
<b>Figura 3.</b> Propiedades del elipsoide .....	37
<b>Figura 4.</b> Ondulación Geodal.....	38
<b>Figura 5.</b> Coordenadas cartesianas .....	42
<b>Figura 5.</b> Coordenadas cartesianas .....	42
<b>Figura 6.</b> Coordenadas Geodésicas.....	43
<b>Figura 7.</b> Radio de curvatura del meridiano .....	45
<b>Figura 8.</b> Radio de Curvatura en el Primer Vertical .....	45
<b>Figura 9.</b> Proyección Estereográfica Ecuatorial .....	49
<b>Figura 10.</b> Proyección Estereográfica Oblicua .....	51
<b>Figura 11.</b> Desarrollo geométrico de Mercator en el Elipsoide.....	53
<b>Figura 12.</b> Proyección Mercator en el Elipsoide.....	53
<b>Figura 13.</b> Proyección Normal Secante Isógona.....	54
<b>Figura 14.</b> Proyección Gauss Kruger .....	55
<b>Figura 15.</b> Desarrollo geométrico de Gauss Kruger.....	56
<b>Figura 16.</b> Proyección UTM.....	59
<b>Figura 17.</b> Proyección Oblicua de Mercator .....	62
<b>Figura 18.</b> Elipse de Tissot .....	67
<b>Figura 19.</b> Teoremas de Apolonio .....	68
<b>Figura 20.</b> Metodología de investigación.....	71
<b>Figura 21.</b> <i>Grilla de puntos para cálculo de módulos de deformación</i> .....	84
<b>Figura 22.</b> Módulos de deformación lineal para Mercator a Escala 1:5000 .....	90
<b>Figura 23.</b> Módulos de deformación lineal para Mercator a Escala 1:1000 .....	90
<b>Figura 24.</b> Módulos de deformación lineal para para Estereográfica Ecuatorial a Escala 1:5000 .....	90



<b>Figura 25.</b> Módulos de deformación lineal para para Estereográfica Ecuatorial a Escala 1:1000 .....	90
<b>Figura 26.</b> Módulos de deformación lineal para Estereográfica Oblicua a Escala 1:5000 .....	91
<b>Figura 27.</b> Módulos de deformación lineal para Estereográfica Oblicua a Escala 1:1000 .....	91
<b>Figura 28.</b> Módulos de deformación lineal para Secante Isógona a Escala 1:5000 .....	91
<b>Figura 29.</b> Módulos de deformación lineal para Secante Isógona a Escala 1:1000 .....	91
<b>Figura 30.</b> Módulos de deformación lineal para UTM a escala 1:5000 .....	92
<b>Figura 31.</b> Módulos de deformación lineal para UTM a escala 1:1000 .....	92
<b>Figura 31.</b> Módulos de deformación lineal para UTM a escala 1:1000 .....	92
<b>Figura 32.</b> Módulos de deformación lineal para LTM a escala 1:5000 .....	92
<b>Figura 33.</b> Módulos de deformación lineal para LTM a escala 1:1000 .....	92
<b>Figura 34.</b> Módulos de deformación lineal para Gauss-Kruger a escala 1:5000 .....	93
<b>Figura 35.</b> Módulos de deformación lineal para Gauss-Kruger a escala 1:1000 .....	93
<b>Figura 36.</b> Módulos de deformación lineal para Oblicua de Mercator a escala 1:5000 .	93
<b>Figura 37.</b> Módulos de deformación lineal para Oblicua de Mercator a escala 1:1000 .	93
<b>Figura 38.</b> Módulos de deformación lineal para Ejidal a escala 1:5000 .....	94
<b>Figura 39.</b> Módulos de deformación lineal para Ejidal a escala 1:1000 .....	94
<b>Figura 40.</b> Puntos tomados en campo y puntos REGME .....	96
<b>Figura 41.</b> Polígonos para cálculo de áreas .....	97
<b>Figura 42.</b> Diseño de Red Geodésica Galápagos.....	104
<b>Figura 43.</b> Líneas Base formadas durante rastreo.....	108
<b>Figura 44.</b> Ajuste de Red Geodésica.....	109
<b>Figura 45.</b> Coordenadas Globales de Red Geodésica .....	109
<b>Figura 46.</b> Polígonos de Red Geodésica .....	111
<b>Figura 47.</b> Media para Proyecciones Seleccionadas.....	116
<b>Figura 48.</b> RMSE para Proyecciones Seleccionadas .....	117

<b>Figura 49.</b> Porcentaje de cumplimiento de Módulos de Deformación Lineal para escala 1:5000 .....	119
<b>Figura 50.</b> Porcentaje de cumplimiento de Módulos de Deformación Lineal para escala 1:1000 .....	120
<b>Figura 51.</b> Diagrama de barras de RMSE en Módulos de Deformación lineal con GLPS e ICEC.....	122
<b>Figura 52.</b> Diagrama de barras de RMSE en Errores de distancias con GLPS e ICEC .....	123
<b>Figura 53.</b> Errores lineales producidos en distancias de vértices de Red Geodésica .	128

## **Acrónimos y Siglas**

GLONASS. Global naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema

GNSS. Global Navigation Satellite System

GPS. Global Positioning System

GRS80. Global Reference System 1980

IAG. International Association of Geodesy

ICRS. International Celestial Reference System

IERS. International Earth Rotation and Reference Systems Service

IGM. Instituto Geográfico Militar

INOCAR. Instituto Oceanográfico y Antártico de la Armada del Ecuador

ITRF. International Terrestrial Reference Frame

ITRS. International Terrestrial Reference System

LTM. Local Transversal de Mercator

NEVI. Norma Ecuatoriana Vial

PSAD56. Preliminary South American Datum 1956

REGME. Red GNSS de Monitoreo Continuo del Ecuador

RENAGE. Red Nacional GPS del Ecuador

RMSE. Root Mean Square Error

SIRGAS. Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas

TBC. Trimble Business Center

UNAVCO. University NAVSTAR Consortium

UTM. Universal Transversal de Mercator

WGS84. World Geodetic System 1984

## Resumen

La conservación de Galápagos es un componente prioritario en la política de ordenamiento y administración territorial del país, debido a que es un referente mundial de biodiversidad. En este sentido, es necesario contar con una representación detallada y precisa de este territorio, por lo que se ha evidenciado la falta de un sistema de proyección cartográfico local que aseguren mínimas deformaciones y cumpla con las precisiones requeridas para escalas grandes. El objetivo del presente estudio fue definir y validar un Sistema de Proyección Cartográfico Local para generar cartografía a escalas grandes (1:1000, 1:5000), mediante el cálculo de parámetros cartográficos, geodésicos y topográficos. El presente estudio estuvo conformado por cuatro etapas. La primera, consistió en la selección de nueve proyecciones conformes en donde se analizaron los estadísticos y el modelamiento de los módulos de deformación lineal y superficial para una grilla de 418 puntos. A partir de esto, se seleccionaron cuatro proyecciones que cumplieran con las dos condiciones mencionadas, estas fueron: Proyección normal cilíndrica secante isógona, Transversa modificada Ejidal, Local transversa de Mercator, Gauss Kruger. La segunda etapa, se calcularon los módulos de deformación lineal y superficial, errores en distancias y áreas y precisiones planimétricas, para 60 puntos tomados en campo por terceros, con lo que se determinó que la mejor para escalas 1:1000 y 1:5000 fue Gauss Kruger. En la tercera fase, con el propósito de validar este sistema, se desarrolló una red geodésica de cinco vértices, cuyo ajuste se dio con un valor de cierre de 0.102 mm/km y un factor de referencia de 1.09. Para concluir, se obtuvo que el SPCL Galápagos presentaba un RMSE para los módulos de deformación lineal de 0.000011, y un RMSE en errores de las distancias proyectadas de 0.113899 m/10km. En relación a las superficies, se obtuvo un RMSE para los módulos de deformación superficial de 0.000030 y un RMSE en errores de áreas proyectadas de 0.031348 Km<sup>2</sup>. Finalmente se determinó que en todos los vértices de la red se cumple con las precisiones establecidas presentando una media de 0.055972 m.

### **PALABRAS CLAVE:**

- **SISTEMA DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICO LOCAL**
- **ESCALAS GRANDES**
- **MODULOS DE DEFORMACIÓN**
- **PROYECCIONES CONFORMES**

## Abstract

The conservation of Galapagos is a priority component in the country's land management and administration policy, because the Islands are a world benchmark for biodiversity. In this sense, it is necessary to have a detailed and precise representation of this territory, therefore the lack of a local cartographic projection system that ensures minimum deformations and achieves the required precisions for large scales has been evidenced. The objective of this study was to define and validate a Local Cartographic Projection System to generate cartography at large scales (1: 1000, 1: 5000), through calculation cartographic, geodetic and topographic parameters. The present study consisted of four stages. The first consisted of the selection of nine conformal projections where the statistics and the modeling of the linear and surface deformation modules were analyzed for a grid of 418 points. From this, four projections were selected that achieved the two conditions mentioned, these were: Isogonal secant cylindrical normal projection, Ejjidal modified Transverse, Local transverse Mercator, Gauss Kruger. The second stage, the linear and superficial deformation modules, errors in distances and areas and planimetric precision were calculated for 60 GPS points by third parties, with what Gauss Kruger was determined the best one for scales 1: 1000 and 1: 5000. In the third phase, with the purpose of validating this system, a geodesic network of five vertices was developed, the adjustment of this was given with a closure value of 0.102 mm / km and a reference factor of 1.09. To conclude, the SPCL Galápagos presented for the linear deformation modules an RMSE of 0.000011, and in errors of the projected distances evidenced an RMSE of 0.113899 m / 10km. In relation to the surfaces, for the superficial deformation modules was obtained an RMSE of 0.000030 and in errors of projected areas an RMSE of 0.031348 Km<sup>2</sup>. Finally, it was determined that in all the vertices of the network achieve the required precisions presenting an average of 0.055972 m.

### KEYWORDS:

- **LOCAL CARTOGRAPHIC PROJECTION SYSTEM**
- **LARGE SCALES**
- **DEFORMATION MODULES**
- **CONFORMAL PROJECTION**

## **CAPÍTULO I**

### **PROBLEMA**

#### **Antecedentes**

Una necesidad clave en el desarrollo de las sociedades ha sido el conocimiento del entorno geográfico que lo rodea; donde, una manera de lograrlo es a través de la representación gráfica de la Tierra. Estas representaciones datan desde tiempos muy remotos, donde a pesar de las limitaciones con las que se contaba, los pueblos más primitivos poseían registros cartográficos muy rudimentarios en forma de grabaciones en tablillas de arcilla, papiros, piedra, etc. Con el pasar del tiempo y con el avance de la tecnología, se vio la necesidad de que estas representaciones cuenten con parámetros más rigurosos según la aplicación requerida. Ante esto, surgen definiciones como los Sistemas de Proyección Cartográfica (Millán, Cartografía Náutica, 2006).

En lo concerniente a las proyecciones cartográficas, estas nos permiten mostrar una parte o toda la superficie de la Tierra en un plano a partir de una amplia variedad de escalas. Estas representaciones pueden mostrarse en una hoja de papel o en archivos digitales, que en la actualidad son los más utilizados para la visualización de una porción del territorio.

Al aplicar un sistema de proyección cartográfico, se tendrá como consecuencia la presencia de mínimas o máximas deformaciones, dependiendo de la magnitud física que se desee conservar, ya sea superficie, distancias o ángulos. De esta manera, el cartógrafo debe seleccionar qué magnitud necesita representar con precisión en función del propósito del mapa, teniendo en cuenta que únicamente se podrá conservar una de las magnitudes mencionadas y no todas a la vez.

Cada proyección tiene ventajas y desventajas. La proyección adecuada de un mapa depende de la escala y de los fines para los que se utilizará. Algunas proyecciones son aptas para aplicar en áreas pequeñas, otras son exclusivas para

mapear grandes extensiones con dirección de este a oeste, y gunas para mapear áreas con una gran extensión con una ubicación de norte a sur (Cosarca, Cosarca, & Calin, 2013). De esta manera, varias investigaciones se han centrado en analizar, definir y validar nuevos sistemas de proyección que parten del desarrollo matemático de sistemas convencionales.

En este contexto, la proyección cartográfica que generalmente es utilizada a nivel mundial es la Universal Transversal de Mercator UTM, cuya representación se basa mediante cuadrículas de porciones iguales, con el cual se pueden referenciar puntos sobre la superficie terrestre, abarcando prácticamente toda su extensión excluyendo los polos. A pesar que esta proyección es la más utilizada en todo el mundo, presenta una serie de deformaciones apreciables dependiendo de la escala a la que se esté trabajando.

En el caso de representar cartografía a pequeñas escalas (1:25.000 y menores), las discrepancias son insignificantes ya que al aplicar el criterio del graficismo, ocasiona que estas diferencias, ante el ojo humano, sean despreciables de manera gráfica. De forma contraria sucede en los proyectos de ingeniería que son elaborados a grandes escalas (1:5000 y mayores), donde las discrepancias son perceptibles y resultan incompatibles con las precisiones que se necesitan (Portilla, 2018).

Estos problemas han sido identificados alrededor del mundo, y se han propuesto varios estudios para solventarlos. Tal es el caso del trabajo realizado en Maldova por Chiriac & Vlasenco (2016), donde a pesar de que en el año 2001 ya se implementó un Transversal Mercator para este país (TMM) para proporcionar mapas a escala 1: 500 a 1:10 000, este no logró cumplir con las precisiones para escalas 1: 500 en los extremos de esta proyección. De esta manera, en este trabajo se comparan los resultados del estudio de la Proyección Cartográfica Oblicua de Mercator y la Proyección Estereográfica 1970. Se demostró que la proyección Oblicua de Mercator asegura la



reducción de las deformaciones en el centro y en los extremos de la zona. Así también se demostró que la proyección estereográfica presenta mayores distorsiones lineales que no cumplen con las precisiones requeridas, por lo que no se puede utilizar como una proyección cartográfica única para grandes escalas.

Así también, se destaca un estudio realizado en el continente africano por, Prosper Sainenti Mulenga (2016), denominado “*Establishment of a Unified Country-Wide Plane Coordinate System For Zambia*”. El estudio ideó metodologías para modificar los parámetros UTM, tales como: meridiano central, factor de escala, ancho de zona y falso este. La modificación de estos parámetros dio como resultado el sistema unificado de coordenadas del plano nacional para Zambia. De esta manera, el nuevo sistema de coordenadas del plano estuvo destinado a ser utilizado para proyectos de mapeo de cobertura terrestre, uso de la tierra en todo el país, entre otros.

Regionalmente, uno de los estudios más recientes, data del año 2020, en Colombia, el Instituto Geográfico Agustín Codazzi, desarrolló un nuevo Sistema de Proyección Cartográfico Local denominado como CTM12. En dicha investigación se menciona que, esta propuesta consiste en la determinación de un único huso que cubra la totalidad del territorio continental colombiano, con lo que se facilitaría la representación de los puntos de manera inequívoca, sin las ambigüedades y equivocaciones que subyacen a la utilización de proyecciones cartográficas con múltiples orígenes. El estudio determinó que las deformaciones máximas para las áreas son de aproximadamente 1%. Además, se comprobó que las deformaciones causadas en función de la altura sobre el elipsoide de los puntos, son despreciables.

Otro es el caso, en el que los autores Vallejo & Navarro (2016), muestran el empleo de la proyección Cónica Equivalente de Albers (CEA) con adaptaciones de ciertos parámetros matemáticos para la cartografía mexicana. El estudio demostró de manera satisfactoria la posibilidad de representar el territorio mexicano con la aplicación

de la proyección Equivalente de Albers, y se manifestó su posible empleo a diferentes escalas, lo que posibilita alcanzar una integración de la cartografía nacional, debido a que se mantienen reducidas las deformaciones angulares. Este estudio es una alternativa, especialmente para los trabajos que no requieran emplear la cartografía oficial de México para mostrar sus resultados.

Finalmente, en Ecuador, Portilla (2018), realizó un Sistema de Proyección Cartográfico Local (SPCL) para el territorio continental donde se analizaron los módulos de deformación y en función de ello se determinaron siete zonas con sus respectivos parámetros cartográficos, agrupadas a nivel cantonal, las mismas que consideraron la altura media de las zonas urbanas. Así también, se verificó que las precisiones que se alcancen con este nuevo sistema, sean las requeridas para escalas grandes. Además, se determinó que la deformación media que se presenta en el territorio continental ecuatoriano con la proyección UTM es de 0,267 (m/Km), con lo que se espera que para escalas grandes (1:500) solamente el 27,63% del territorio cumpla con las precisiones requeridas.

### **Planteamiento del Problema**

Desde siglos antes de Cristo, la cartografía se ha definido como la representación a escala de objetos que se encuentran en la superficie terrestre sobre un plano. Desde entonces, los avances tecnológicos que ha experimentado esta ciencia han sido claramente notorios, puesto que el realizar mapas hoy en día está al alcance de la población en general, gracias a los Sistemas de Información Geográfica (SIG). Esta innovación en el desarrollo de cartografía ha permitido la utilización de escalas medianas (1:50000, 1:25000), utilizando como sistema de proyección predilecto el UTM. Pero diversas aplicaciones se tornan más ambiciosas y requieren una mayor precisión, que únicamente se consigue con la aplicación de un Sistema de Proyección Local.

En Ecuador, el Instituto Geográfico Militar es el ente rector en la realización de cartografía básica oficial en todas las regiones nacionales (Continental e Insular). Esta es generada hasta escala 1:50000, y para obtener estos productos es suficiente aplicar el sistema de proyección UTM. Pero para aplicaciones como las catastrales donde son demandadas escalas grandes como la 1:1000, la proyección UTM muestra ciertas deformaciones y, por ende, sus errores son superiores a los permisibles.

De esta manera, se ha evidenciado la falta de un sistema de proyección cartográfico local para las Islas Galápagos que asegure las mínimas deformaciones y cumpla con las precisiones requeridas al momento de representar la información geográfica a grandes escalas (1:5000, 1:1000) con fines cartográficos. En consecuencia, las instituciones o autoridades competentes en el ámbito geográfico, como se mencionó con anterioridad, han optado por aplicar el convencional sistema de proyección UTM, mismo que se presta con ciertas limitaciones al estar en los extremos de las zonas 15 y 16 con meridiano central de  $-93^{\circ}$  y  $-87^{\circ}$  respectivamente. Es así que, estas zonas extremas son las que poseen mayor deformación al ser representadas en el plano y por tanto se genera un incumplimiento en las precisiones requeridas en trabajos a grandes escalas.

Por otro lado, existe la problemática que un mismo territorio puede pertenecer a diferentes zonas UTM, dificultando la representación en una misma zona, además del manejo y representación de la geo-información en los SIG. De igual manera, el uso por largo tiempo de esta proyección ha sido adoptado regularmente por investigadores y técnicos, lo que impacta también en la precisión de los datos obtenidos.

En este contexto, si se enfoca la atención en el área de estudio, las Islas Galápagos, en su mayoría, se encuentra en los límites de las zonas 15 y 16, y en los hemisferios norte y sur, por lo que el territorio Insular pertenece a 4 diferentes zonas UTM: 15 S, 15 N y 16 S, 16 N. Así también, la institución responsable no ha definido un

sistema de proyección integrado que coadyuve a la generación de cartografía con fines de ordenamiento territorial, catastro multidisciplinario orientado al turismo, ordenamiento marino costero, estudios de biodiversidad, entre otros; aplicaciones que requieren escalas grandes como 1:5000 y 1:1000.

Ante lo mencionado, en este estudio se plantea la definición y validación de un Sistema de Proyección Cartográfico Local para generar cartografía a escalas grandes (1:5000, 1:1000), tomando como caso de estudio las Islas Galápagos. Para cumplir con este propósito, se seleccionará el sistema que mejor se adapte a la ubicación geográfica del archipiélago, por medio de un análisis teórico de dichas proyecciones, asegurando así mínimas deformaciones en su representación en el plano. A partir de esto, se definirán parámetros cartográficos, geodésicos y topográficos, lo que permitirá asegurar un manejo integrado de la geo-información y a su vez el cumplimiento de precisiones requeridas.

### **Justificación e Importancia**

Los sistemas de proyección cartográfica surgen como respuesta a la necesidad de representar un territorio en función de un propósito específico que pueden ser: navegación, ingeniería, planeación territorial de tipo local o regional, entre otros. A partir del objetivo que se desee alcanzar, las proyecciones determinarán qué tan precisas son estas representaciones en comparación a los datos geográficos obtenidos de mediciones reales (campo). Por lo que la elección de una proyección cartográfica, ya sea para elaborar un mapa o planificar una cartografía local, se vincula directamente con las bases teóricas de la Cartografía, y es una tarea de suma importancia ya que induce la manera en que es visualizada la información.

De tal forma, cuando el fin sea generar cartografía en escalas medianas y pequeñas, la representación más adecuada es la UTM o adaptaciones que surgen de esta (Salvini & Bolívar, 2018). La proyección UTM es empleada a nivel mundial debido a

que sus características geométricas permiten la conservación de ángulos, las distorsiones que sufren no son en grandes magnitudes, facilita la localización y permite abarcar grandes porciones de territorio. En el caso de las Islas Galápagos son necesarias 4 proyecciones para representarla en su totalidad.

En otro sentido, para generar cartografía a escalas grandes, la representación más conveniente es una proyección cartográfica adaptada a las condiciones de la zona, lo que permite una representación más a detalle y con mayor precisión. Por consiguiente, facilitará obtener una información veraz de las características geométricas de los elementos geográficos que son necesarios para el desarrollo de proyectos de ingeniería.

Complementando a lo ya expuesto, una de las ventajas que infiere una proyección local es la homogeneidad en la representación, lo que permitirá que los trabajos relacionados con información georreferenciada puedan ser manejada de una manera efectiva. Esta información al estar referida a un sistema de coordenadas único, contará con una menor complejidad en su base de datos, además de la agilización en las consultas, facilitando así las operaciones y análisis geoespacial. Con todo lo mencionado se garantizará una óptima representación del territorio, que facilite el efectivo manejo del mismo, asegurando la conservación de la biodiversidad presente en las Islas Galápagos.

La importancia de esta propuesta radica en la definición y validación de una proyección local que cubra la totalidad del territorio Insular y asegure las mínimas deformaciones. Como consecuencia, asegurará la disponibilidad de un sistema unificado de coordenadas; evitando así las ambigüedades y equivocaciones que surgen al momento de representar elementos geográficos, tomando como referencia proyecciones cartográficas con múltiples orígenes.

A manera de complemento, las Islas Galápagos son un referente mundial de biodiversidad, debido a que la flora y fauna extraordinaria, sus rasgos geológicos y la gran cantidad de especies únicas han convertido a este parque en un importante centro mundial de investigación científica y turismo de naturaleza, por lo que fue declarado Patrimonio de la Humanidad por la UNESCO en 1978 (MAE, 2015). Por este motivo, la conservación de Galápagos es un componente prioritario en la política de ordenamiento y administración territorial del país; que incluye el control estricto en las áreas terrestres y marinas, regulación y control del turismo, limitación de las obras de infraestructura a lo estrictamente indispensable y con el mínimo impacto ambiental y el uso de energías amigables con el medio ambiente (Tobar, 2017).

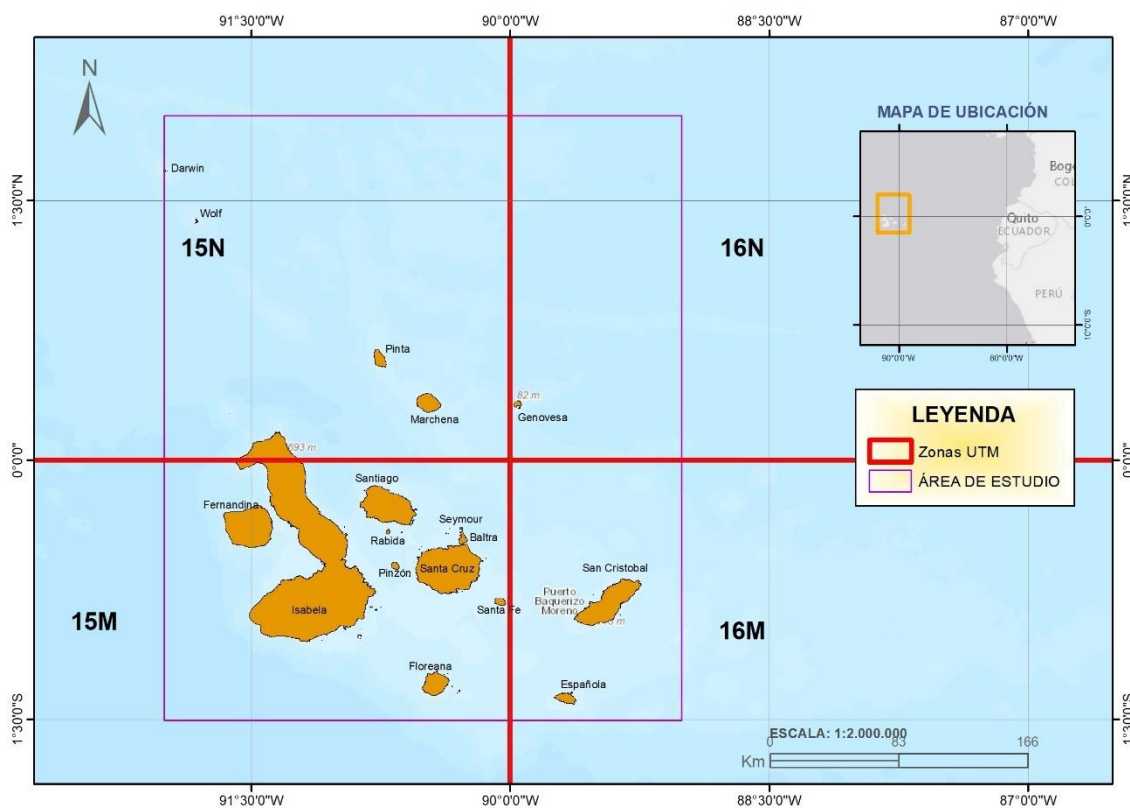
Además, y conscientes de la importancia del desarrollo sostenible, la presente investigación se enlaza directamente con el Objetivo de Desarrollo Sostenible 9, Industria, Innovación e Infraestructura. Puesto que, se ha tomado como referencia el documento titulado “El Futuro que queremos”, donde se menciona que los gobiernos deben reconocer la relevancia de contar con datos basados en tecnologías geoespaciales, el seguimiento in situ y la información geoespacial veraz para la formulación de políticas, la programación y las operaciones de proyectos de desarrollo sostenible (Naciones Unidas, 2015).

### **Descripción del Área de Estudio**

Las Islas Galápagos (Región Insular del Ecuador) se encuentra ubicada a 972 km de distancia de las costas del Ecuador continental. De esta manera, como se puede apreciar en la Figura 1, se consideró a la zona de estudio entre 2°00' de latitud norte y 1°30' de latitud sur, y los 89° y 92° de longitud occidental, alcanzando una superficie aproximada 129500 Km<sup>2</sup>. Esta amplia extensión en latitud se debe a que en los extremos de la zona se encuentran islotes que son de interés para organizaciones públicas y privadas que realizan trabajos de investigación en estas.

**Figura 1**

*Mapa de Ubicación de Área de Estudio*



## **Objetivos Generales y Específicos**

### **Objetivo General**

Definir y validar un Sistema de Proyección Cartográfico Local para generar cartografía a escalas grandes (1:1000, 1:5000), tomando como caso de estudio las Islas Galápagos mediante el cálculo de parámetros cartográficos, geodésicos y topográficos.

### **Objetivos Específicos**

- Determinar nueve proyecciones cartográficas que se adapten a la ubicación geográfica de las Islas Galápagos, mediante revisión bibliográfica de las características proyectivas (conformidad, equivalencia, equidistancia), con el fin de contar con varias alternativas que puedan asegurar una adecuada representación de la zona.

- Analizar las características de las diferentes proyecciones seleccionadas, mediante el desarrollo teórico, matemático y el cálculo de los módulos de deformación, con el propósito de determinar cuáles son las cuatro alternativas idóneas, que aseguren las precisiones requeridas.
- Definir los parámetros cartográficos, geodésicos y topográficos de las proyecciones seleccionadas para las Islas Galápagos, mediante análisis matemático.
- Realizar el análisis estadístico de las precisiones planimétricas en coordenadas, los errores generados por los SPCL para Galápagos y sus módulos de deformación en distancias y superficies, para verificar su cumplimiento en escalas 1:5000 – 1:1000.
- Realizar el posicionamiento y post-procesamiento de una red geodésica, a partir de datos derivados de un rastreo GNSS con equipos de doble frecuencia sobre las placas de la Red Nacional GNSS del Ecuador – RENAGE, para determinar coordenadas de alta precisión en el Marco de Referencia ITRF14 y época 2021.5.
- Validar el Sistema de Proyección Cartográfico Local para Galápagos mediante el cálculo de las precisiones y deformaciones lineales y superficiales obtenidos a partir del elenco de coordenadas de la Red Geodésica.
- Desarrollar una calculadora de conversión de coordenadas y una caja de herramientas (Toolbox) para el software ArcGIS, que permita transformar cualquier tipo de información georreferenciada al nuevo SPCL para Galápagos.



## **Hipótesis**

El Sistema de Proyección Cartográfico Local para las Islas Galápagos permite asegurar que las deformaciones sean mínimas, por lo que se alcanzarán precisiones necesarias para generar cartografía a escalas grandes como 1:1000 y 1:5000.

## **Metas**

- Un cuadro comparativo con las diferentes proyecciones seleccionadas y sus características.
- Reporte estadístico de los módulos de deformación lineal y superficial de las diferentes proyecciones, con respecto a una grilla de puntos equiespaciados.
- Memoria técnica de los parámetros correspondientes a las diferentes proyecciones seleccionadas.
- Memoria técnica de la red geodésica.
- Reporte estadístico de las diferencias resultantes a partir de las comparaciones entre los errores, módulos y precisiones de los distintos sistemas de proyección cartográfica local
- Memoria técnica de los parámetros y precisiones de la proyección cartográfica que presente las mínimas deformaciones y cumpla con las precisiones requeridas.
- Una calculadora de conversión de coordenadas y una caja de herramienta (Toolbox) para el software ArcGIS, que permita la transformación de coordenadas planas referidas al nuevo sistema.

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

#### **Geodesia**

La palabra Geodesia proviene del griego “Geodaisia”, que significa “Dividir la Tierra”. De esta manera, la definición clásica de Geodesia fue dada por F. R. Helmert (1880), quien estableció que, “es la ciencia encargada de estudiar la forma, tamaño y campo gravitacional de la Tierra”. Sin embargo, esta ciencia ha ido adquiriendo nuevos objetivos, que permiten conceptualizar a esta ciencia como, ciencia interdisciplinaria que mide y representa con precisión tres propiedades fundamentales del sistema terrestre: su forma geométrica, su campo de gravedad y su orientación en el espacio

En geodesia, se adopta como superficie de referencia un elipsoide de revolución, debido a que es una superficie de fácil expresión matemática y que se aproxima a la superficie real de la Tierra. Su correspondencia parte de la proyección del punto del terreno sobre el elipsoide, siguiendo la normal que pasa por el punto de interés hacia esta superficie (Millán, 2006).

Esta ciencia también se encarga de estudiar la relación entre los elementos de este elipsoide y el traspaso de coordenadas a la superficie de referencia, por medio del cálculo de ángulos y distancias a partir del concepto del problema directo o inverso de la geodesia, que se efectúan sobre el elipsoide de referencia, donde se aplican ecuaciones matemáticas de gran complejidad (Millán, 2006).

Al cumplir con estos propósitos y al obtener coordenadas de puntos sobre la superficie terrestre, se vuelve necesaria la representación de esta información sobre el plano. En este sentido, la Cartografía cumple un rol esencial, pues permite obtener información gráfica a partir de la proyección del elipsoide sobre el plano (Millán, 2006). Con esto se consigue que el cálculo de ángulos, áreas y distancias se vuelve más sencillo de realizar, a partir del empleo de trigonometría básica.

## Superficies de Referencia

Una superficie de referencia es aquella que permite establecer qué correcciones deben realizarse a las mediciones tomadas en campo, para que estas puedan ser utilizadas en conjunto de forma congruente en sus magnitudes (Cañizarez, 2015).

Las superficies de referencia son imprescindibles para la ubicación de zonas o puntos de interés. Esta determinación se realiza en función de una referencia que tiene que ser considerada de manera global, estableciendo de una forma única la posición de los elementos de interés (Moya & Cedeño, 2017). De esta manera en el presente estudio se ha considerado como superficie de referencia el elipsoide de revolución.

### *Elipsoide*

Si se pudiese aceptar que la superficie terrestre está: constituida por solo un material con densidad uniforme, no tener relieve, la rotación alrededor de su eje menor es completamente regular y ningún cuerpo celeste ejerce atracción en su gravedad, se podría aseverar que la figura geométrica regular cuya forma más se acerca a la Tierra corresponde a un Elipsoide de Revolución (Sánchez & Pereda, 2014).

El elipsoide de revolución necesita contar con dos condiciones para que los cálculos que de este se deriven sean los más precisos posible, es así que: su centro y plano ecuatorial deben coincidir con el centro de masas terrestre y el plano ecuatorial de la Tierra respectivamente (Stang & Borre, 1997). Para definir un elipsoide es necesario emplear dos parámetros básicos: Semieje mayor (a) y Semieje menor (b), como se define en la Ecuación (1) y se evidencia en la Figura 2.

$$\frac{p^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

Donde:

$p$ : Eje de las abscisas

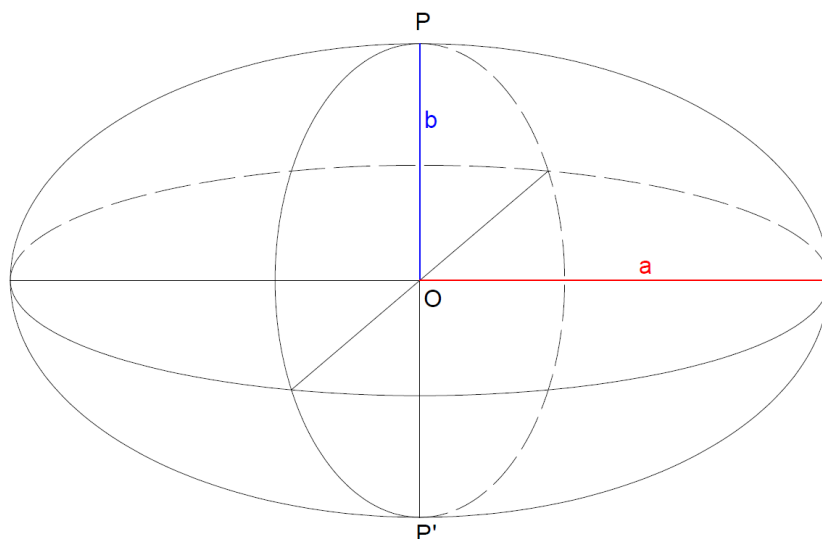
$a$ : Semieje mayor

$z$ : Eje de las ordenadas

$b$ : Semieje menor

## Figura 2

### *Elipsoide de revolución*



*Nota:* Adaptado de *Linear Algebra, Geodesy, and GPS*, por: Stang & Borre, 1997.

### **Propiedades del Elipsoide**

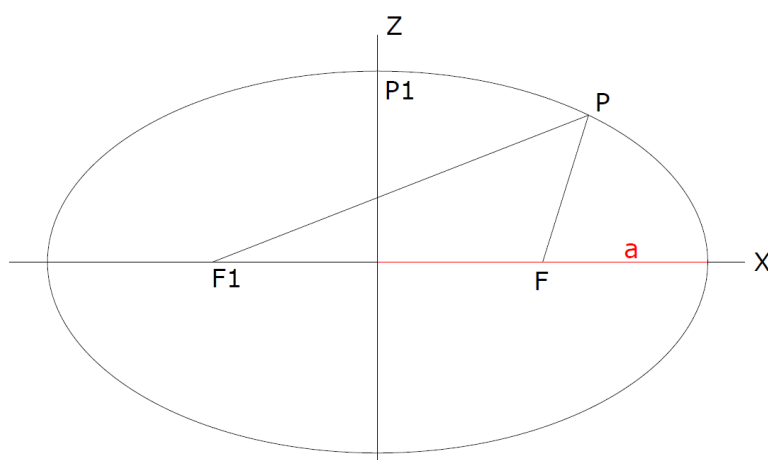
Como se mencionó anteriormente, el elipsoide de revolución está formado mediante la rotación de su semieje menor y representa la figura geométrica que mejor se aproxima al geoide. La geometría del elipsoide se puede definir por ciertos parámetros como: semiejes, achatamiento y excentricidades (Rapp, 2001). Dichos semiejes son necesarios para establecer magnitudes auxiliares, como: aplanamiento y excentricidad. Estas magnitudes son representadas en las Ecuaciones 2 y 3, respectivamente. En la Figura 3, se muestran los parámetros del elipsoide con su correspondiente notación.

$$f = \frac{a - b}{a} \tag{2}$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \tag{3}$$

### Figura 3

#### Propiedades del elipsoide



*Nota:* Adaptado de *Geodesia Geométrica*, por: Rapp, 2001.

De esta manera, en el presente estudio se utilizó el elipsoide de referencia GRS80. Cuyos parámetros se observan en la Tabla 1.

**Tabla 1**

#### Parámetros del elipsoide GRS80

Parámetro	Valor	Unidad
<b>a: Eje mayor</b>	6378137	m
<b>b: Eje menor</b>	6356752,3141	m
<b>f: Achatamiento</b>	1/ 298 257 222 101	-

*Nota:* Recuperado de *Geodetic reference system 1980*, por: Moritz,H (2000)

#### Geoide

Es una superficie equipotencial en el campo de la gravedad terrestre. Su materialización más aproximada es una superficie que envuelve a la Tierra y que resulta de la prolongación de la superficie media de los mares en calma a través de los continentes. Así también, es perpendicular a todas las líneas de fuerza del campo de gravedad. Su determinación y sus variaciones temporales y espaciales, constituyen uno de los objetivos fundamentales de la Geodesia (Sevilla, 2012).

Por otra parte, a las variaciones de altura que se tienen entre el elipsoide y el geoide se las conoce como ondulación geoidal, y estas pueden llegar a variar entre +/- 100 m (Ramilien & Seoane, 2017).

### **Relación entre superficies de referencia**

Se conoce como Ondulación Geoidal o Altura Geoidal a la relación existente entre el Geoide y el Elipsoide. Es así que, se la pueda definir como la separación vertical medida en la normal del elipsoide entre este y el geoide. Esta distancia puede depender del elipsoide y del geoide que se esté empleando, donde de manera aproximada su variabilidad se encuentra en el rango de +/- 100 m. La ondulación geoidal está determinada por la Ecuación 4 y su relación se puede apreciar en la Figura 4.

$$N = h - H \quad (4)$$

Donde:

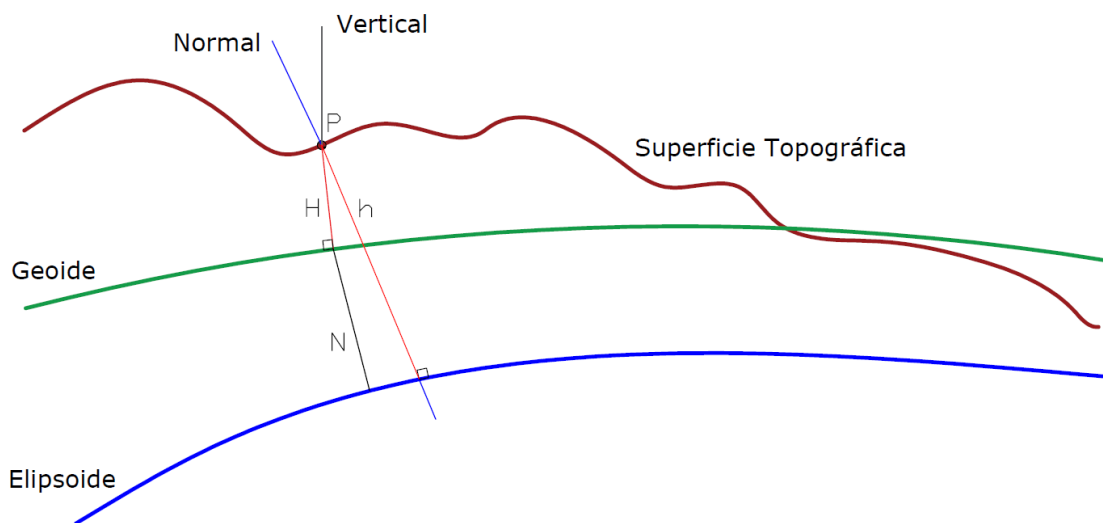
$N$ : Ondulación geoidal

$h$ : Altura elipsoidal

$H$ : Altura ortométrica

### **Figura 4**

*Ondulación geoidal*



*Nota:* Adaptado de *Linear Algebra, Geodesy, and GPS*, por: Stang & Borre, 1997.

## **Tipos de distancias**

Existen diferentes tipos de distancias que están en función a la superficie a la cual están referidas.

La distancia proyectada o también conocida como distancia de cuadrícula, se obtiene a partir de coordenadas planas. Se encuentran proyectadas sobre un plano tangente al elipsoide en un meridiano, y generalmente es mayor a la distancia real conforme se aleja al origen de proyección (Sánchez D. , 2008).

La distancia elipsoidal también conocida como distancia geodésica, se obtiene a partir de dos coordenadas geográficas ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ), cuyo resultado es un vector curvo referido a un elipsoide de referencia. (Sánchez D. , 2008)

## **Sistemas Geodésicos de Referencia**

### ***Sistemas de Referencia Geocéntricos***

Un sistema de referencia consiste en la definición conceptual de teorías, hipótesis, constantes, parámetros y convenciones, que sirven como una base matemática para la representación geométrica de la superficie terrestre y su variación en el tiempo, a través de una terna de ejes coordenados (X, Y, Z) en el espacio, con origen y orientación (Moya & Cedeño, 2016).

Con respecto a un sistema de referencia geocéntrico, en una época determinada, el origen coincide con el centro de masas de la Tierra (geocentro), el eje "Z" coincide con el eje de rotación de la tierra, el eje "X" se sitúa en la dirección del plano meridiano que pasa por Greenwich, y el eje "Y" está contenido en el plano ecuador y es perpendicular al eje X (Barahona, 2016).

Los sistemas de referencia en Geodesia satelital, son globales y geocéntricos, entre los más aplicados y adoptados por el Ecuador, debido a su compatibilidad con las nuevas técnicas de posicionamiento GNSS para elaborar cartografía nacional y el mantenimiento de las redes geodésicas (IGM, 2019), son:

- *International Terrestrial Reference System (ITRS)*: Sistema Internacional de Referencia Terrestre del Servicio Internacional de Rotación Terrestre y Sistemas de Referencia (IERS), establecido para la determinación de los sistemas de referencia celeste (ICRS) y del ITRS, y la relación entre los dos, es decir la orientación y rotación de la Tierra en el espacio. (Drewes, 2014)
- *Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas (SIRGAS)*: Se define de la misma forma que el ITRS, cuyas coordenadas están asociadas a una época específica de referencia y su variación con el tiempo es tomada en cuenta, ya sea por las velocidades individuales de las estaciones SIRGAS o mediante un modelo de velocidades que cubre todo el continente. (IGM, 2019)
- *World Geodetic System 1984 (WGS84)*: Sistema de referencia terrestre global que originalmente fue establecido para determinar las coordenadas de las órbitas de los satélites Doppler (WGS72). Fue adoptado para las órbitas de los satélites NAVSTAR GPS (broadcast ephemerides). WGS84 adoptó el ITRS en 2002. (Drewes, 2014)

### ***Marcos de Referencia Geocéntricos***

El marco de referencia es la materialización física de los conceptos teóricos definidos en un Sistema de Referencia Convencional a través de observaciones, en el que se establece una serie de puntos fiduciales de alta precisión con coordenadas tridimensionales y velocidades acorde al sistema al que estén referidos y que son convenientemente monumentados (Benitez & Luis , 2001).

Un sistema de referencia no tiene valor práctico sin el establecimiento del marco de referencia, el mismo que proporciona los puntos de control que permiten mantener actualizado este sistema. Es así que, conforman la pareja idéntica necesaria para la definición de una plataforma de georreferenciación (Sánchez L. , 2004).



El Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF, por sus siglas en inglés) es la materialización del ITRS. Está compuesto por una serie de estaciones sobre la superficie terrestre, con coordenadas cartesianas tridimensionales y velocidades en una época determinada. Dicha información se obtiene mediante una combinación de diferentes técnicas geodésicas como: GNSS, VLBI, SLR, LLR y DORIS (IGM, 2019).

El primer ITRF fue el ITRF94 y en la actualidad el marco vigente es el ITRF14. Sin embargo, debido a la diversidad y constante actualización de los marcos, es necesario realizar transformaciones, aplicando parámetros de rotación, traslación y diferencia de escala, así también un modelo de velocidades, para conseguir que las coordenadas estén referidas a un marco y época deseadas (Barahona, 2016).

### **Sistemas de Coordenadas**

Según Drewes H., 2014 un sistema de coordenadas permite designar unívocamente la posición de puntos en líneas, superficies, espacios (1D, 2D,3D). Las coordenadas no se miden, ya que son calculadas dentro de un sistema, para lo cual se debe especificar:

- El tipo de coordenadas (rectilíneo, curvilíneo, plano, espacial).
- La ubicación del origen (geocentro) y orientación de los ejes.
- La unidad de medida.

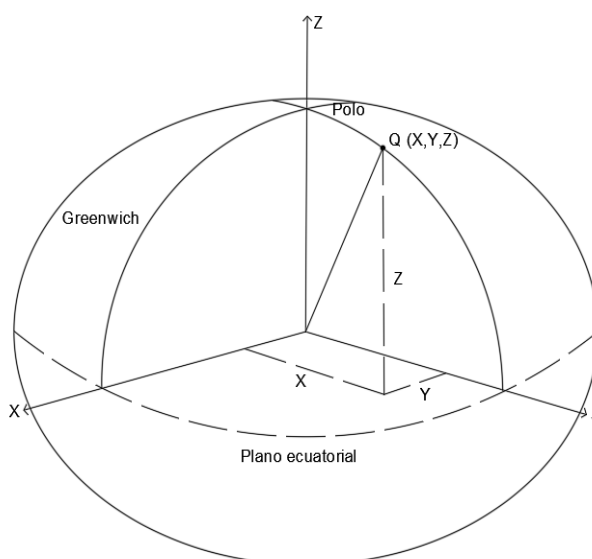
### **Coordenadas Cartesianas**

Un sistema cartesiano en el espacio (Figura 5), está definido por tres ejes rectilíneos ortogonales; por lo que, un punto podrá definirse considerando la distancia que lo separa a cada eje, definiéndose tres coordenadas [XYZ] (Sánchez D. , 2008).

- El sistema tiene su origen en el geocentro.
- El eje Z tiene dirección hacia el polo convencional de rotación.
- El eje X se encuentra sobre el Ecuador en dirección del meridiano de Greenwich.

## Figura 5

### Coordenadas cartesianas



*Nota:* Adaptado de *Corrección de Observables Clásicos en Levantamientos Topográficos Combinados*, por Sánchez D. , 2008.

Estas coordenadas se obtienen primariamente en el posicionamiento GNSS, siendo muy útiles en los cambios de sistemas geodésicos de referencia. Su unidad de medida es métrica (Leiva, 2014).

### Coordenadas Geodésicas

Las coordenadas geodésicas son consideradas como básicas en los sistemas geodésicos clásicos. Son preferibles para aplicaciones prácticas como navegación, cartografía e ingeniería (Leiva, 2014). Su representación se encuentra en la Figura 6, y se caracteriza por:

- El origen del sistema es el centro geométrico del elipsoide.
- El eje Z está en la dirección del polo norte y sobre este se define el semi eje menor del elipsoide (b).
- El eje X se encuentra sobre el plano ecuatorial en dirección al meridiano de referencia y sobre éste se define el semieje mayor del elipsoide (a).

- Las coordenadas derivadas son: latitud ( $\varphi$ ), longitud ( $\lambda$ ), altura elipsoidal ( $h$ ). La latitud.

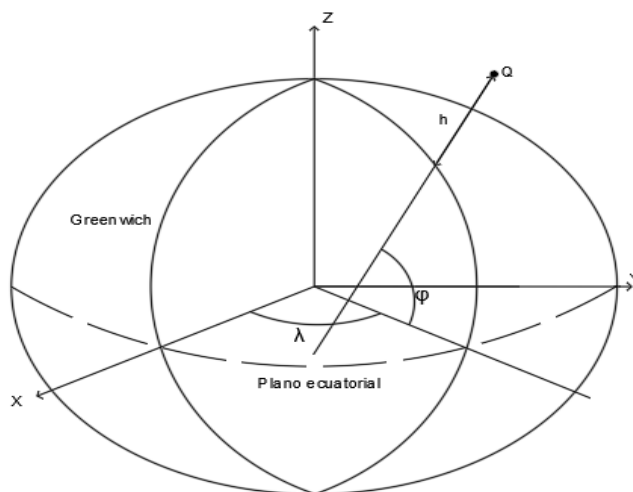
**Latitud.** Es el ángulo formado entre el plano ecuatorial y la normal al punto considerado, siguiendo la dirección de un meridiano. Convencionalmente se relaciona el origen de las latitudes con el eje 'Y'. La latitud geográfica varía de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  en el hemisferio norte y de  $0^\circ$  a  $-90^\circ$  en el hemisferio sur. (Sánchez D. , 2008)

**Longitud.** Es el ángulo formado por un plano meridiano de origen (meridiano de Greenwich) y el plano meridiano del punto considerado. Convencionalmente se relaciona la línea de origen con el eje X=0 del sistema cartesiano. La longitud geográfica varía de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  en el hemisferio oriental y de  $0^\circ$  a  $-180^\circ$  en el hemisferio occidental, es decir, el primero al este y el segundo al oeste. (Sánchez D. , 2008)

**Altura elipsoidal.** La altura elipsoidal, es la distancia entre el punto considerado y la superficie del elipsoide medida a lo largo de la normal al mismo, esta se expresa en metros. (Sánchez D. , 2008)

## Figura 6

### Coordenadas Geodésicas



*Nota: Adaptado de Corrección de Observables Clásicos en Levantamientos Topográficos Combinados, por Sánchez D. , 2008.*

### **Coordenadas Planas**

Los sistemas de coordenadas planas permiten representar la superficie del elipsoide sobre un plano, mediante un sistema bidimensional de coordenadas rectangulares obtenidas a partir de reglas matemáticas o geométricas.

Considerando que la representación al plano no es posible que se lo realice sin presentarse distorsiones, hay que buscar el tipo de proyección que asegure menores distorsiones ya sea en ángulos, distancias y superficies dependiendo del objetivo a representar (Drewes, 2014).

### **Radios de Curvatura**

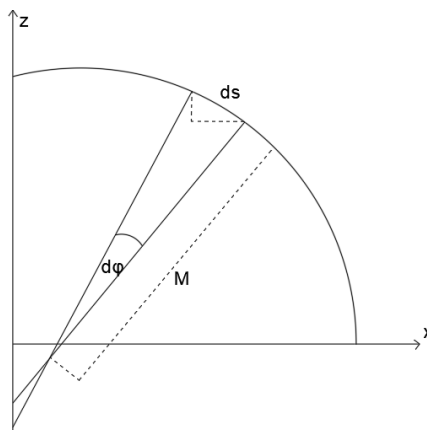
Sobre la superficie de un elipsoide se pueden representar una diversidad de planos, mediante puntos sobre la superficie que contiene la normal de ese punto. A estos planos se los conoce como “Planos Normales”, y sus curvas de intersección son llamadas “Secciones Normales”. En cada punto se presentan dos secciones normales perpendiculares entre sí, que presentan curvaturas máximas y mínimas y estas son denominadas “secciones normales principales”. Estas secciones son del Meridiano y del Primer Vertical, cuyos radios de curvatura son denotados por M y N respectivamente. (Krakiwsky & Thomson, 1974)

**Radio de Curvatura en el Meridiano (M).** En la Figura 7, se puede observar que el radio de curvatura aumenta del ecuador al polo y se expresa a partir de la Ecuación 5.

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}} \quad (5)$$

## Figura 7

*Radio de curvatura del meridiano*



*Nota:* Adaptado de *Geodesia Geométrica*, por Rapp, 2001.

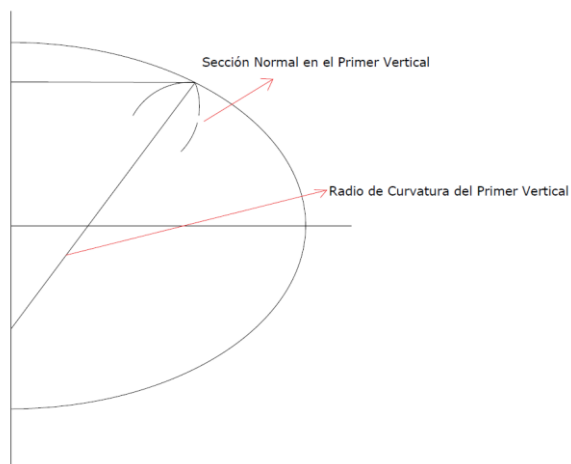
**Radio de Curvatura en el Primer Vertical (N):** Lo mismo sucede en el primer vertical el radio de curvatura aumenta del ecuador al polo y se puede expresar a partir de la Ecuación 6. La Figura 8 demuestra una representación gráfica de este radio de curvatura.

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

(6)

## Figura 8

*Radio de curvatura en el Primer Vertical*



*Nota:* Adaptado de *Geodesia Geométrica*, por Rapp, 2001.

**Radio Medio Gaussiano.** En ciertas aplicaciones es preferible considerar a la Tierra como una esfera en lugar de un elipsoide, por lo que es necesario entonces determinar un radio adecuado  $R$  de la esfera, a partir de la Ecuación 7.

$$R = \sqrt{M * N} \quad (7)$$

## **Cartografía**

La Asociación Cartográfica Internacional (ACI) define a la cartografía como “un conjunto de estudios y operaciones científicas, técnicas y artísticas que teniendo por base los resultados de las observaciones directas o el análisis de documentación, se vuelcan para la elaboración de mapas, cartas y otras formas de expresión o representación de objetos, elementos o fenómenos y ambientes físicos y socioeconómicos, así como su utilización” (Asociación Cartográfica Internacional, 1966).

Así también, la Cartografía es definida como la ciencia que estudia los diferentes métodos o sistemas con el fin de representar una parte o la totalidad de la superficie terrestre sobre un plano, por lo que se pretende que las deformaciones que se generan sean conocidas y se mantengan dentro de límites o condiciones establecidas según el propósito de la representación.

Estos métodos de representación necesitan de otras ciencias como la Topografía y la Geodesia que permiten determinar la posición de los puntos de la superficie terrestre en un determinado Sistema de Referencia (Santamaría, 2001).

La representación de la superficie terrestre en su tamaño real, no sería posible sin la aplicación de la escala, esta permite la relación entre una distancia sobre el mapa y su correspondiente sobre la superficie terrestre, solucionando así el problema de las dimensiones. Por otro parte, para enfrentar el problema de la forma de la Tierra se utilizan métodos de proyección cartográfica (IGN de España, 2014).

## **Proyecciones Cartográficas**

La representación de la superficie terrestre sobre el plano, se resuelve mediante la aplicación de proyecciones cartográficas que es definida como “una correspondencia biunívoca entre los puntos de la superficie terrestre y sus transformados en el plano llamado plano de proyección” (IGN de España, 2014).

Sin embargo, las proyecciones no aseguran totalmente la inexistencia de distorsiones, que según cómo se proyectan pueden influir en la forma, área, distancias o ángulos de los elementos geográficos que se representan. Es por eso que, en función del propósito de la representación se decide qué tipo de proyección se va a utilizar para minimizar esas distorsiones (IGN de España, 2014).

Para determinar la forma de la superficie terrestre en las proyecciones cartográficas es necesario definir una adecuada superficie de referencia de acuerdo con la precisión que exige los mapas. Se considera una superficie esférica cuando se abarcan grandes extensiones como países y continentes; mientras que, se considera un elipsoide de revolución cuando se quiere representar regiones de pequeña extensión, especialmente cuando se requieren representar a escalas grandes. (Snyder, 1987)

Para la presente investigación, debido a la corta extensión de la zona de estudio y con el propósito de asegurar las mínimas deformaciones, se tomará al elipsoide como la superficie de referencia para el desarrollo de las proyecciones cartográficas.

### ***Tipos de Proyecciones***

Las proyecciones admiten diversas clasificaciones dependiendo de sus cualidades, fundamentos, propiedades. Para fines prácticos, se explicará la clasificación de las proyecciones en función de las cualidades métricas y en función de las cualidades proyectivas, debido a su importancia en la presente investigación.

En función de sus cualidades métricas:

**Proyección conforme.** Una proyección es conforme cuando se conservan los ángulos formados por dos líneas cualesquiera en la superficie terrestre. En este tipo de proyecciones los meridianos y paralelos se cortan entre sí ortogonalmente. Sin embargo, al mantener esta propiedad de isogonía, deriva a un aumento en la deformación de las superficies y distancias (Miretti, Cerati, & Coronel, 2020)

**Proyección equivalente.** Una proyección es equivalente o autálica, cuando las áreas sobre la superficie terrestre, sea esta una esfera o un elipsoide, son iguales a las áreas proyectadas sobre el mapa, considerando siempre la escala. Lógicamente traerá consigo un aumento en deformaciones en ángulos y distancias. (Miretti, Cerati, & Coronel, 2020)

**Proyección equidistante.** Una proyección es equidistante o automecoica, cuando las distancias entre puntos específicos se conservan sin deformación. Esta propiedad no es válida para todos los puntos de la extensión del mapa, es decir esta proyección se presenta de forma parcial en la representación. (Gómez, 2003)

**Proyección afiláctica.** Posee un equilibrio entre las deformaciones angulares, lineales y superficiales. No conserva ninguna propiedad, pero compensa favorable y parcialmente las distintas deformaciones (Miretti, Cerati, & Coronel, 2020).

En función de las cualidades proyectivas

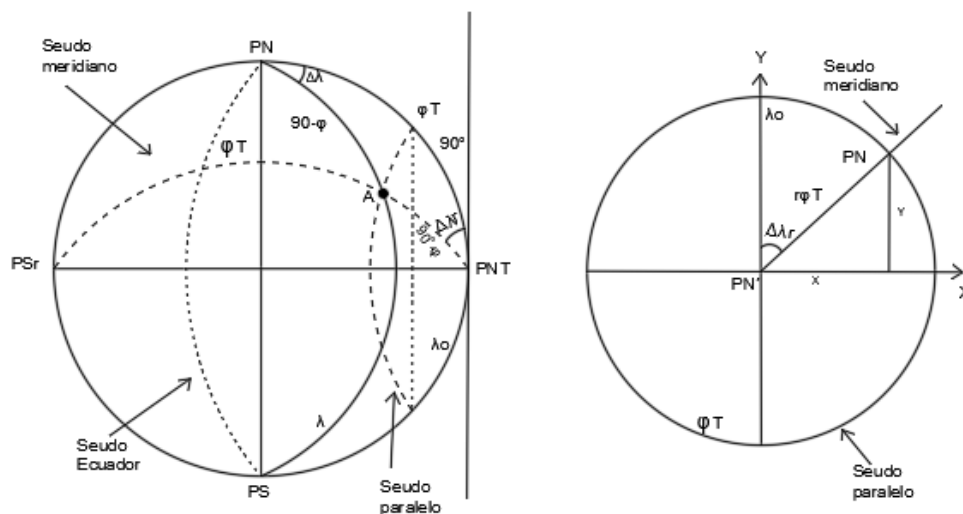
**Perspectivas o planas.** La superficie terrestre se proyecta desde un punto llamado vértice de proyección en un plano tangente a este, donde se conservan las propiedades geométricas y las deformaciones aumentan a medida que se alejan de dicho centro (IGN de España, 2014). Dicho vértice puede estar situado en el centro de la superficie de referencia (proyección gnomónica), sobre dicha superficie (proyección estereográfica), en el exterior a una distancia infinita (proyección ortográfica) y a una distancia finita (proyección escenográfica) (IGN de España, 2014).



**Estereográfica Ecuatorial.** El vértice de proyección es un punto cualquiera en el ecuador, y su plano de proyección es ortogonal al diámetro que pasa por dicho punto. Es decir, es tangente en el punto de intersección del ecuador con un meridiano (Miretti, Cerati, & Coronel, 2020). Su representación se aprecia en la Figura 9.

**Figura 9**

*Proyección Estereográfica Ecuatorial*



*Nota:* Tomado de *Fundamentos para Cartografía Náutica*, por: Millán, 2006.

La Ecuación 8 y sus diferentes variaciones determinan el cálculo de coordenadas para esta proyección.

-Fórmulas de Correspondencia en la Esfera

$$x = \frac{2R * \cos \varphi \sin \Delta\lambda}{1 + \cos \varphi \cos \Delta\lambda} \quad (8.1)$$

$$y = \frac{2R * \sin \varphi}{1 + \cos \varphi \cos \Delta\lambda} \quad (8.2)$$

-Fórmulas de Correspondencia en el Elipsoide

$$x = \frac{2a * k_0 * \cos(\chi) * \text{sen}(\Delta\lambda)}{1 + \cos(\chi) * \cos(\Delta\lambda)} \quad (8.3)$$

$$y = \frac{2a * k_0 * \text{sen}(\chi)}{1 + \cos(\chi) * \cos(\Delta\lambda)} \quad (8.4)$$

En donde:

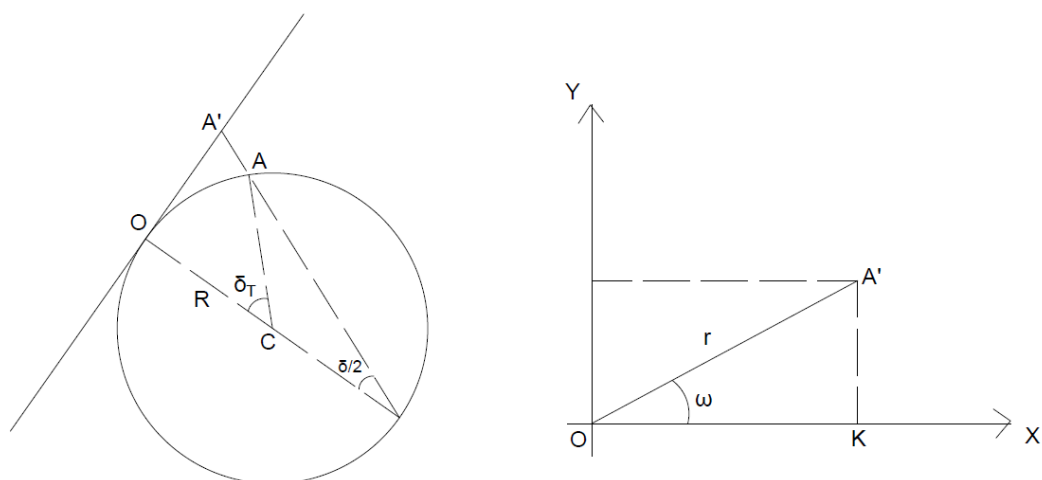
$$\chi = 2 \arctan \left[ \tan \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right) * \left( \frac{1 - e \sin \varphi}{1 + e \sin \varphi} \right)^{e/2} \right] - 90 \quad (8.5)$$

$$k_0 = \frac{A * \cos \chi}{a * m} \quad (8.6)$$

$$A = \frac{2 * a * m}{\cos \chi * (1 + \cos \chi * \cos \Delta\lambda)} \quad (8.7)$$

$$m = \frac{\cos \varphi}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} \quad (8.8)$$

**Estereográfica Oblicua.** Se desarrolla sobre un plano paralelo al del horizonte de un lugar específico, por lo que se tendrá una latitud central  $\varphi_0$ . Los meridianos y paralelos están representados por circunferencias que se van separando entre sí si se alejan del centro de proyección. Su representación se observa en la Figura 10.

**Figura 10***Proyección Estereográfica Oblicua*

*Nota:* Adaptado de *Fundamentos para Cartografía Náutica*, por: Millán, 2006.

La Ecuación 9 y sus diferentes componentes indican la forma de realizar los cálculos directos e inversos de esta proyección.

-Fórmulas de Correspondencia en la Esfera

$$x = \frac{2R * \cos \varphi \sin \Delta\lambda}{1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cos \Delta\lambda} \quad (9.1)$$

$$y = \frac{2R * (\sin \varphi \cos \varphi_0 - \sin \varphi_0 \cos \varphi \cos \Delta\lambda)}{1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cos \Delta\lambda} \quad (9.2)$$

-Fórmulas de Correspondencia en el Elipsoide

$$x = \frac{2a * m * k_0 * \cos \chi \sin \Delta\lambda}{1 + \sin \chi \sin \chi_0 + \cos \chi_0 \cos \varphi \cos \Delta\lambda} \quad (9.3)$$

$$y = \frac{2a * m * k_0 (\sin \chi \cos \chi_0 - \sin \chi_0 \cos \varphi \cos \Delta\lambda)}{1 + \sin \chi \sin \chi_0 + \cos \chi_0 \cos \varphi \cos \Delta\lambda} \quad (9.4)$$

$$k_0 = \frac{A1 * \cos \chi}{a * m1} \quad (9.5)$$

$A1$  y  $m1$  se encuentran en función del paralelo central.

En función de su desarrollo:

Estas proyecciones se refieren a una figura geométrica auxiliar, donde las más utilizadas son el cono y cilindro. Estas pueden ser tangentes o secantes a la superficie de referencia con el propósito de convertirle después en un plano, dicho de otra manera, que sea desarrollable. (IGN de España, 2014)

### **Proyección cilíndrica**

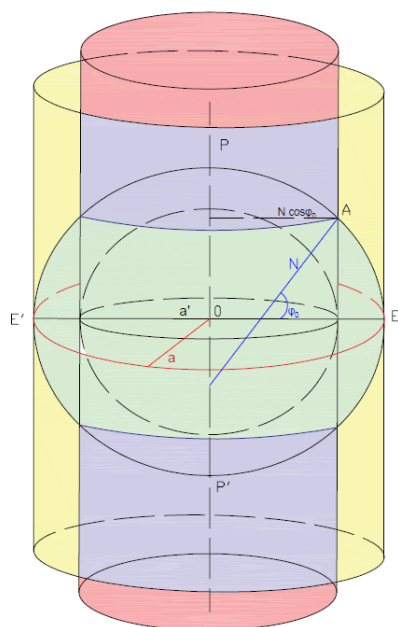
***Mercator en elipsoide.*** En la proyección de Mercator los meridianos son líneas verticales paralelas igualmente espaciadas, cortadas en ángulos ortogonales por paralelos rectos horizontales, que están cada vez más espaciados hacia cada polo para que exista la conformidad. El espaciamiento de los paralelos en una latitud dada en la superficie de referencia es proporcional a la secante de la latitud (Miretti, Cerati, & Coronel, 2020). La Figura 11 y 12 permiten observar la representación de esta proyección.

La gran distorsión del área en la proyección de Mercator de la Tierra conduce a tener percepciones equivocadas de las dimensiones de un territorio. Es por ello que en los últimos 50 años se ha dado un mayor énfasis en el uso de otras proyecciones para mapas del mundo en atlas publicados (Miretti, Cerati, & Coronel, 2020).

Sin embargo, la proyección de Mercator es fundamental en el desarrollo de proyecciones cartográficas, especialmente aquellas que son conformes. Sigue siendo una herramienta de navegación estándar. También es especialmente adecuado para mapas conformes de regiones ecuatoriales (Miretti, Cerati, & Coronel, 2020).

### Figura 11

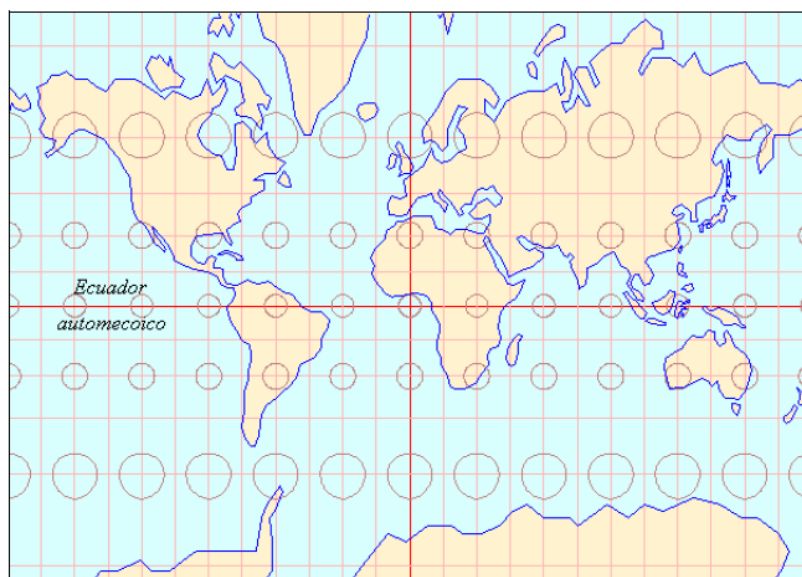
*Desarrollo geométrico de proyección de Mercator en el Elipsoide*



*Nota: Adaptado de Fundamentos para Cartografía Náutica, por: Millán, 2006.*

### Figura 12

*Proyección de Mercator en el Elipsoide*



*Nota: Tomado de Fundamentos para Cartografía Náutica, por: Millán, 2006.*

La Ecuación 10 permite determinar la relación de correspondencia de esta proyección.

-Fórmulas de Correspondencia Directa

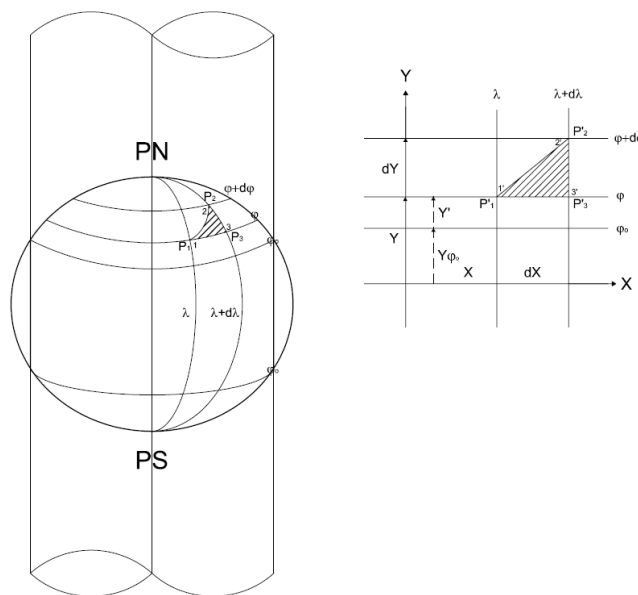
$$x = a * \lambda \tag{10.1}$$

$$y = a * \ln \left[ \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) * \left( \frac{1 - e \sin \varphi}{1 + e \sin \varphi} \right)^{\frac{e}{2}} \right] \tag{10.2}$$

**Normal secante isógona.** En esta proyección, se representa al ecuador por medio de rectas cuya longitud es igual a la de los paralelos base. Los meridianos son representados por medio de líneas paralelas cuya longitud es infinita, equiespaciadas entre sí y son perpendiculares al Ecuador, como se presenta en la Figura 13. El espaciamiento entre los paralelos es proporcional a la separación de estos con el ecuador (Miretti, Cerati, & Coronel, 2020). La Ecuación 11 y sus componentes permiten establecer las fórmulas de correspondencia para esta proyección.

**Figura 13**

*Proyección Normal Secante Isógona*



*Nota:* Adaptado de *Cartografía Matemática*, por Miretti, Cerati, & Coronel, 2020.

-Fórmulas de correspondencia en el elipsoide

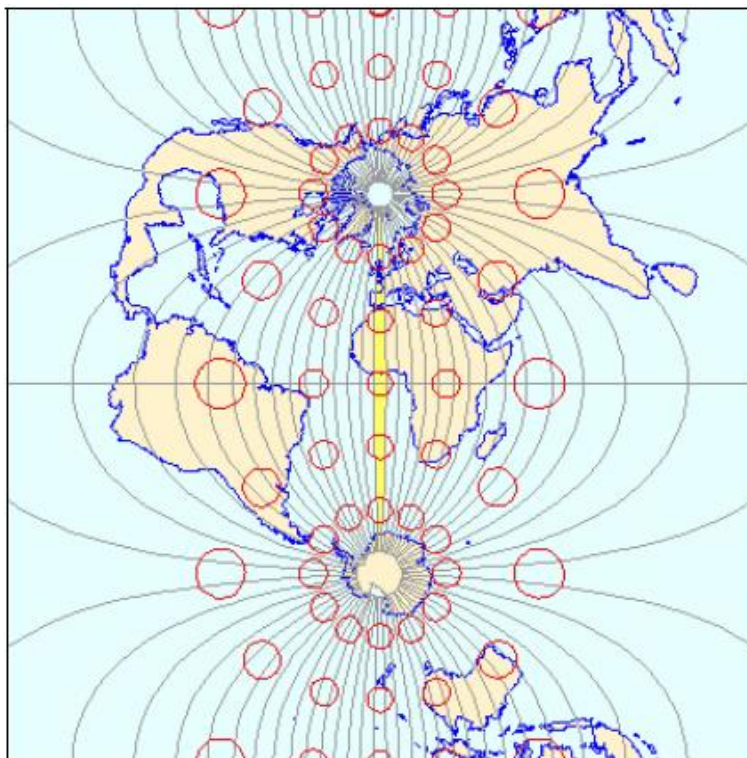
$$x = N_0 * \cos \varphi_0 * (\lambda - \lambda_0) \quad (11.1)$$

$$y = N_0 * \cos \varphi_0 * \left[ \ln \operatorname{tg}\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right) + \frac{e}{2} * \ln \frac{1 - e * \sin \varphi}{1 + e * \sin \varphi} \right] - N_0 * \cos \varphi_0 * \left[ \ln \operatorname{tg}\left(45 + \frac{\varphi_0}{2}\right) + \frac{e}{2} * \ln \frac{1 - e * \sin \varphi_0}{1 + e * \sin \varphi_0} \right] \quad (11.2)$$

**Proyección Gauss-Kruger.** La proyección de Gauss Kruger es un mapeo conforme de un elipsoide de referencia de la tierra en un plano donde el ecuador y el meridiano central permanecen como líneas rectas y la escala a lo largo del meridiano central es constante (Miretti, Cerati, & Coronel, 2020). Todos los demás meridianos y paralelos son curvas complejas, como se puede apreciar en la Figura 14.

#### Figura 14

*Proyección Gauss-Kruger*

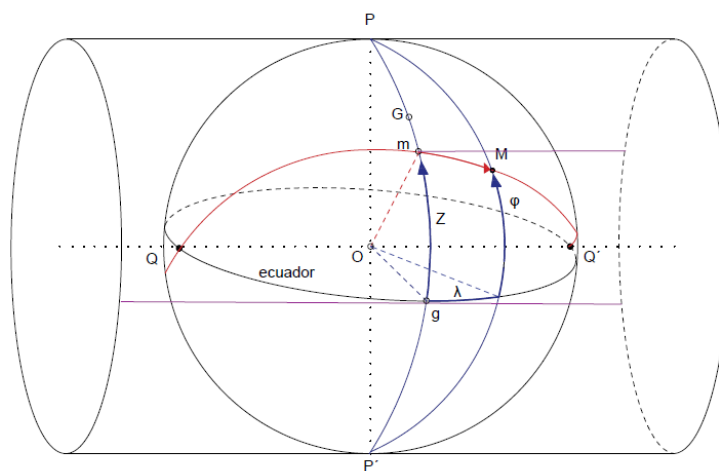


*Nota:* Tomado de *Fundamentos para Cartografía Náutica*, por: Millán, 2006.

Esta proyección pertenece a una familia de proyecciones transversales de Mercator cuya forma esférica fue desarrollada originalmente por Johann Heinrich Lambert. Años después, Friedrich Gauss desarrolló esta proyección a un modelo de Tierra basado en un elipsoide de revolución, como se aprecia en la Figura 15, y posteriormente presento las fórmulas adecuadas para el elipsoide, donde se adaptaron procedimientos puramente analíticos, quedando desvinculados conceptos geométricos. Debido a esto, esta proyección también se le denomina Transversa de Mercator (Deakin, Hunter, & Karney, 2010). Su desarrollo matemático se presenta en la Ecuación 12 y sus derivados.

### Figura 15

*Desarrollo geométrico de proyección Gauss-Kruger*



*Nota:* Adaptado de *Cartografía Matemática*, por Miretti, Cerati, & Coronel, 2020.

-Fórmulas de correspondencia:

$$Y(\Phi, \lambda) = f(\Phi) - \frac{f''(\Phi)}{2!} \Delta\lambda^2 + \frac{f^{IV}(\Phi)}{4!} \Delta\lambda^4 + \dots \quad (12.1)$$

$$X(\Phi, \lambda) = f'(\Phi) \Delta\lambda - \frac{f'''(\Phi)}{3!} \Delta\lambda^3 + \frac{f^V(\Phi)}{5!} \Delta\lambda^5 + \dots \quad (12.2)$$



Donde:

$$f(\Phi) = \beta = a (1 - e^2) \left[ C_0 \varphi - \frac{C_2}{2} \sin 2\varphi + \frac{C_4}{4} \sin 4\varphi - \frac{C_6}{6} \sin 6\varphi + \frac{C_8}{8} \sin 8\varphi - \dots \right]$$

Los coeficientes  $C_0, C_2, C_4, C_6, C_8$  son desarrollados a partir de la primera excentricidad del elipsoide:

$$C_0 = 1 + \frac{3}{4} e^2 + \frac{45}{64} e^4 + \frac{175}{256} e^6 + \frac{11025}{16384} e^8 + \frac{43659}{65536} e^{10} + \dots$$

$$C_2 = \frac{3}{4} e^2 + \frac{15}{16} e^4 + \frac{525}{512} e^6 + \frac{2205}{2048} e^8 + \frac{72765}{65536} e^{10} + \dots$$

$$C_4 = \frac{15}{64} e^4 + \frac{105}{256} e^6 + \frac{2205}{4096} e^8 + \frac{10395}{16384} e^{10} + \dots$$

$$C_6 = \frac{35}{512} e^6 + \frac{315}{2048} e^8 + \frac{31185}{131072} e^{10} + \dots$$

$$C_8 = \frac{315}{16384} e^8 + \frac{3465}{65536} e^{10} + \dots$$

Ahora las derivadas de la función  $f(\Phi)$  son:

$$a_1 = N \cos \varphi$$

$$a_2 = -\frac{1}{2!} N \sin \varphi \cos \varphi$$

$$a_3 = -\frac{1}{3!} N \cos^3 \varphi (1 - t^2 + \eta^2)$$

$$a_4 = \frac{1}{4!} N \sin \varphi \cos^3 \varphi (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4t^4)$$

$$a_5 = \frac{1}{5!} N \cos^5 \varphi (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t^2 + \dots)$$

$$a_6 = -\frac{1}{6!} N \sin \varphi \cos^5 \varphi (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330\eta^2 t^2 + \dots)$$

Donde:

$$t = \tan \varphi \tag{12.3}$$

$$\eta = \cos \varphi \sqrt{e^2/(1 - e^2)} \tag{12.4}$$

De esta manera, se tiene que:

$$Y(\Phi, \lambda) = \beta - a_2\Delta\lambda^2 + a_4\Delta\lambda^4 - a_6\Delta\lambda^6 + \dots \quad (12.5)$$

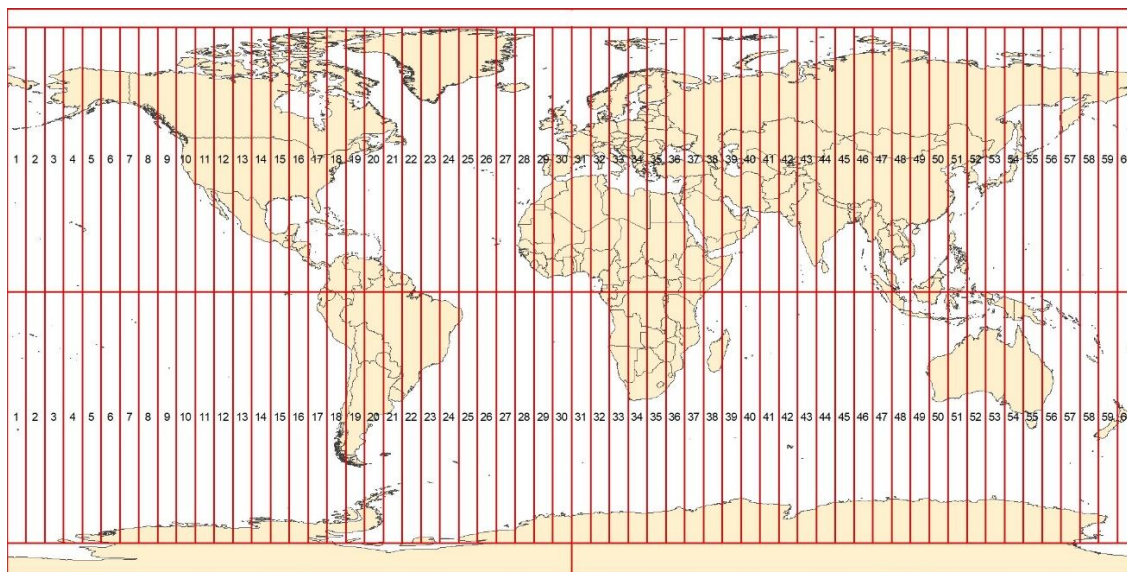
$$X(\Phi, \lambda) = a_1\Delta\lambda - a_3\Delta\lambda^3 + a_5\Delta\lambda^5 + \dots \quad (12.6)$$

**Proyección Universal Trasversa de Mercator (UTM).** Fue adoptadas por el Ejército de los EE. UU, para designar coordenadas rectangulares en mapas militares a gran escala de todo el mundo. La UTM es la proyección de Mercator elipsoidal en el que se ha definido parámetros específicos como los meridianos centrales (Snyder, 1987).

Esta proyección UTM recurre al artificio de dividir la superficie terrestre en 60 husos iguales de 6° de amplitud, generándose en cada huso un meridiano central equidistante 3° de longitud de los extremos de cada huso. Las zonas están numeradas hacia el Este a partir del meridiano 180°, extendiéndose de la latitud 84° Norte a 80° Sur, como se evidencia en la Figura 16. De esta manera, al Ecuador le corresponden las zonas 17 y 18 en el territorio continental y zonas 15 y 16 en el territorio insular. Lo que respecta a los modelos matemáticos son similares a la de la proyección Gauss Krüger (Cosarca, Cosarca, & Calin, 2013).

La proyección UTM es la más aplicada en todo el mundo, siendo el 80% de las áreas continentales que poseen cartografía basada en los modelos elipsoidales de la UTM (Snyder, 1987). Su desarrollo matemático se encuentra en la Ecuación 13 y sus parámetros son:

- Falso Este: 500.000 metros.
- Falso Norte: 10.000.000 metros.
- Factor de escala 0.9996
- La zona 1 cubre de la longitud 180° Oeste a 174° Oeste, y se incrementa hasta llegar a la zona 60 que abarca de la longitud 174° Este a 180° Este.

**Figura 16***Proyección UTM*

-Fórmulas de correspondencia:

Si  $\varphi > 0$ :

$$Y(\varphi, \lambda) = 0.9996 * (\beta - a_2\Delta\lambda^2 + a_4\Delta\lambda^4 - a_6\Delta\lambda^6 + \dots) \quad (13.1)$$

$$X(\varphi, \lambda) = 0.9996 * (a_1\Delta\lambda - a_3\Delta\lambda^3 + a_5\Delta\lambda^5 + \dots) + FN \quad (13.2)$$

Si  $\varphi < 0$ :

$$Y(\varphi, \lambda) = 0.9996 * (\beta - a_2\Delta\lambda^2 + a_4\Delta\lambda^4 - a_6\Delta\lambda^6 + \dots) + FE \quad (13.3)$$

$$X(\varphi, \lambda) = 0.9996 * (a_1\Delta\lambda - a_3\Delta\lambda^3 + a_5\Delta\lambda^5 + \dots) + FN \quad (13.4)$$

Donde el meridiano central se calcula con las siguientes ecuaciones:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 \quad (13.5)$$

$$\lambda_0 = zona * 6 - 183 \quad (13.6)$$

$$zona = entero \left( \frac{\lambda}{6} + 31 \right) \quad (13.7)$$

**¡Error! Marcador no definido. *Proyección Local Transversa de Mercator***

**(LTM).** La proyección Local Transversa de Mercator es adecuada para la representación de una zona reducida de la Tierra, consiguiendo así minimizar las discrepancias entre ángulos y distancias medidas en el terreno y su representación en el plano. Con este propósito, se determina convenientemente el meridiano central local, que de ser posible se encuentre al centro del área de estudio o lo más cercano a este. Así también es necesario aplicar un elipsoide global o local adecuado y un plano de referencia altimétrica, donde se emplea la altura media elipsoidal del terreno (Miretti, Cerati, & Coronel, 2020).

Las limitaciones del LTM están en función de la distancia al meridiano central y del relieve del terreno. En el primer caso, la zona de estudio no debe extenderse más allá de los 30 minutos de longitud, para el segundo caso el relieve no debería exceder de  $\pm 150$  m respecto a la altura. Requiere de un factor de escala propio para la zona de estudio, que estará en función de la altura media elipsoidal. Su desarrollo matemático se presenta en la Ecuación 14 (Gómez, 2003).

$$kh = \frac{R + H_{ptl}}{R} \quad (14.1)$$

Donde:

$R$ : Radio medio Gaussiano

$H_{ptl}$ : Altura media elipsoidal

-Fórmulas de correspondencia:

$$Y(\varphi, \lambda) = Kh * (\beta - a_2 \Delta \lambda^2 + a_4 \Delta \lambda^4 - a_6 \Delta \lambda^6 + \dots) + FE \quad (14.2)$$

$$X(\varphi, \lambda) = Kh * (a_1 \Delta \lambda - a_3 \Delta \lambda^3 + a_5 \Delta \lambda^5 + \dots) + FN \quad (14.3)$$

**Transversa Modificada Ejidal.** Es una variación de la proyección UTM, que se estableció para obtener menores distorsiones en las características geométricas de equivalencia y equidistancia. Esta proyección toma como fundamento la definición de un polígono ejidal que cubra toda el área de estudio, estableciendo el meridiano central como el promedio de las longitudes de cada uno de los vértices perimetrales del polígono ejidal (Gómez, 2003). Su fórmula de correspondencia se presenta en la Ecuación 15.

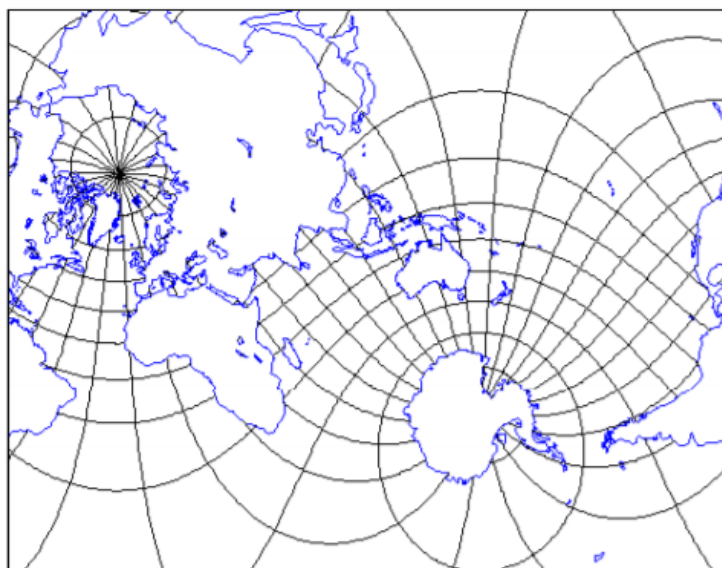
-Fórmulas de correspondencia:

$$Y(\varphi, \lambda) = (\beta - a_2\Delta\lambda^2 + a_4\Delta\lambda^4 - a_6\Delta\lambda^6 + \dots) + FE \quad (15.1)$$

$$X(\varphi, \lambda) = (a_1\Delta\lambda - a_3\Delta\lambda^3 + a_5\Delta\lambda^5 + \dots) + FN \quad (15.2)$$

**Oblicua de Mercator.** Es una variación de la proyección de Mercator, donde en lugar de hacer el cilindro transversal, se envuelve a la superficie terrestre oblicuamente, por lo que es recomendable para zonas geográficas que no siguen ni un meridiano ni un paralelo es decir no se extienden ni de norte a sur ni de este a oeste. Su representación se puede evidenciar en la Figura 17 (Snyder, 1987).

Para su forma elipsoidal, los parámetros para esta proyección se pueden definir de varias maneras, si la extensión de la zona de estudio es pequeña, se pueden seleccionar dos puntos en los límites de la región que determinen la línea central. Una segunda opción es elegir un punto y un acimut, que pasando por dicho punto defina la línea central. En el caso de zonas más grandes se considera a la superficie terrestre como una esfera, por lo que la elección del punto será considerada como el polo de esta esfera cuyo ecuador sea la línea central (Santamaría, 2001). Para la presente investigación, debido a la extensión de la zona de estudio, se ha considerado el primer criterio. Sus fórmulas de correspondencia se presentan en la Ecuación 16.

**Figura 17***Proyección Oblicua de Mercator*

*Nota:* Tomado de *La Cartografía y Proyecciones Cartográficas* por: Santamaría, 2001.

-Fórmulas de Correspondencia:

$$X = v \cos \alpha_c + u \sin \alpha_c + FE \quad (16.1)$$

$$Y = u \cos \alpha_c - v \sin \alpha_c + FN \quad (16.2)$$

Donde:

$$B = \left[ 1 + \frac{e^2 \cos^4 \varphi_0}{(1 - e^2)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$A = \alpha B k_0 (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} (1 - e^2 \sin^2 \varphi_0)$$

$$t_0 = \tan \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_0}{2} \right) / \left[ \frac{1 - e \sin \varphi_0}{1 + e \sin \varphi_0} \right]^{\frac{e}{2}}$$

$$t_1 = \tan \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_1}{2} \right) / \left[ \frac{1 - e \sin \varphi_1}{1 + e \sin \varphi_1} \right]^{\frac{e}{2}}$$

$$t_2 = \tan \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_2}{2} \right) / \left[ \frac{1 - e \sin \varphi_2}{1 + e \sin \varphi_2} \right]^{\frac{e}{2}}$$

$$t = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) / \left[\frac{1 - e \sin \varphi}{1 + e \sin \varphi}\right]^{\frac{e}{2}}$$

$$D = B(1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \left[ \cos \varphi_0 (1 - e^2 \sin^2 \varphi_0)^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$E = \left[ D \pm (D^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \right] t_0^B$$

$$H = t_1^B$$

$$L = t_2^B$$

$$F = \frac{E}{H}$$

$$G = \frac{F - \frac{1}{F}}{2}$$

$$J = \left[ D \pm (D^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \right] t_0^B$$

$$P = \frac{L - H}{L + H}$$

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} - \operatorname{atan} \frac{\left[ J \tan \frac{\left[ \frac{B(\lambda_1 - \lambda_2)}{2} \right]}{P} \right]}{B}$$

$$\gamma_0 = \operatorname{atan}[\sin[B(\lambda_1 - \lambda_0)]/G]$$

$$\alpha_c = \operatorname{asin}[D \sin \gamma_0]$$

$$Q = \frac{E}{t^B}$$

$$S = \frac{Q - \frac{1}{Q}}{2}$$

$$T = \frac{Q + \frac{1}{Q}}{2}$$

$$V = \sin[B(\lambda - \lambda_0)]$$

$$U = \frac{-V \cos \gamma_0 + S \sin \gamma_0}{T}$$

$$v = A \ln \frac{[1 - U]}{[1 + U]} \frac{1}{2B}$$

$$u = A \operatorname{atan} \frac{\left[ \frac{S \cos \gamma_0 + V \sin \gamma_0}{\cos[B(\lambda - \lambda_0)]} \right]}{B}$$

## Deformaciones

### **Módulos de deformación**

Debido a que el elipsoide no es una superficie desarrollable no es posible representarla sobre un plano sin que sufra ningún tipo de deformaciones. Es por esto que, la relación que exista entre los elementos calculados sobre el elipsoide, así como sus correspondientes en la proyección, se los denomina como “módulos de deformación”. Estos se constituyen como indicadores que establecen las distorsiones generadas en magnitudes lineales, superficiales y angulares; así también, establecen las condiciones que debe cumplir una proyección para conservar dichas magnitudes (Millán, 2006). Existen dos módulos y una diferencia:

**Módulo de deformación lineal.** Este módulo se calcula a partir de la relación que existe entre la longitud de cualquier línea sobre una superficie subjetiva (la proyección  $\Delta s'$ ), y su correspondiente sobre una superficie objetiva (el elipsoide  $\Delta s$ ). También se lo conoce como factor de escala y anamorfosis lineal.

Este módulo puede tomar valores, mayor, menor o igual a la unidad, permaneciendo constante en ciertos puntos. Si este módulo ( $L$ ) es igual a 1 significa que es una proyección que conserva sus distancias tanto en el mapa como en el elipsoide, por lo que es una proyección automecica (Millán, 2006). Esta relación se expresa en la Ecuación 17.

$$L = \frac{\Delta s'}{\Delta s} \cong \frac{\text{distancia en proyección}}{\text{distancia en terreno}} \quad (17)$$



Es conveniente determinar los módulos de deformación lineal a lo largo de los meridianos y paralelos se indican en las Ecuaciones 18 y 19, respectivamente.

$$h = \frac{\sqrt{E}}{M} \quad (18)$$

$$E = \left(\frac{\partial x}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varphi}\right)^2 \quad (19)$$

Donde M para el elipsoide se presenta en la Ecuación 20, y para la esfera en la Ecuación 21.

$$M = \frac{a * (1 - e^2)}{(1 - e^2 * \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}} \quad (20)$$

$$M = R \quad (21)$$

$$k = \frac{\sqrt{G}}{r} \quad (22)$$

$$G = \left(\frac{\partial x}{\partial \lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \lambda}\right)^2 \quad (23)$$

Donde r para el elipsoide se presenta en la Ecuación 24, y para la esfera en la Ecuación 25.

$$r = N \cos \varphi \quad (24)$$

$$r = R \cos \varphi \quad (25)$$

**Módulo de deformación superficial.** Es la relación existente entre el área de cualquier polígono sobre la superficie subjetiva (proyección) y su correspondiente en una superficie objetiva (elipsoide). Si es igual a 1 se determina que el valor de dicha magnitud es la misma tanto en el elipsoide como en el mapa, por lo cual se trata de una proyección equivalente (Millán, 2006). Esta relación se expresa en la Ecuación 26.

$$S = \frac{\Delta S'}{\Delta S} \cong \frac{\text{área en proyección}}{\text{área en terreno}} \quad (26)$$

**Deformación angular.** Es la diferencia entre el ángulo formado por dos elementos diferenciales tanto en la superficie subjetiva (proyección  $\alpha'$ ) y su correspondiente en la superficie objetiva (elipsoide  $\alpha$ ). Si es igual a 0 se determina que no existe diferencia en dicha magnitud en el elipsoide y en el mapa, por lo cual se trata de una proyección conforme (Millán, 2006). Su relación se indica en la Ecuación 27.

$$A = \alpha' - \alpha \quad (27)$$

Es importante mencionar que, debido a que los módulos de deformación son adimensionales, su interpretación no resulta tan sencilla. Es por eso que, se recurre a unidades de deformación como son los m/Km, que indican la cantidad de metros de error por cada Km de levantamiento realizado, como se indica en la Ecuación 28, tomado de Portilla,2018.

$$m/km = (1 - K) * 1000 \quad (28)$$

Donde:

K es el módulo de deformación

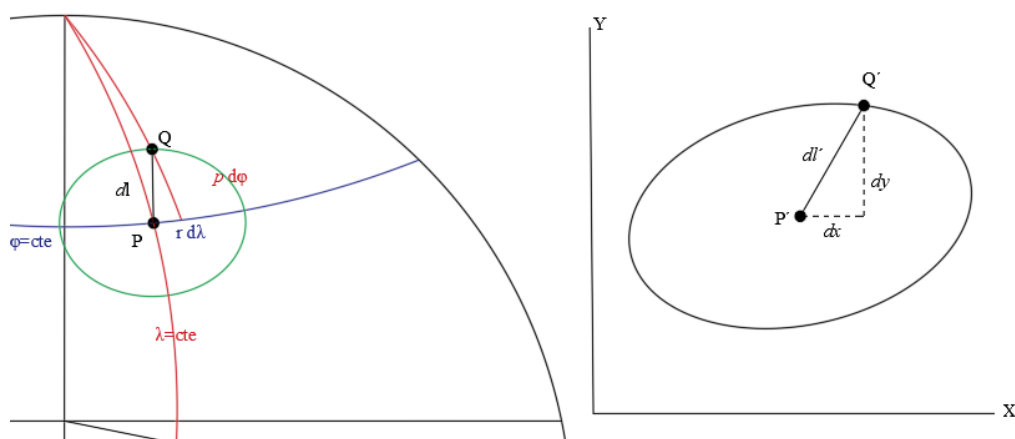
### ***Elipse indicatriz de Tissot***

En casi todos los puntos de la Tierra, la intersección de dos líneas cualesquiera en esta superficie, se representa en el mapa con el mismo o diferente ángulo de intersección formados en la superficie de referencia. Esto dependerá si la proyección presenta la propiedad geométrica de conformidad. La mayor desviación del ángulo correcto se llama  $w$ , la deformación angular máxima. Para un mapa conforme,  $w$  es cero (Santamaría, 2001).

Tissot mostró esta relación gráficamente con una elipse especial de distorsión llamada indicatriz, como se puede observar en la Figura 18. Un círculo infinitamente pequeño en la Tierra se proyecta como una elipse infinitesimal, pero perfecta, en cualquier proyección de mapa. Si la proyección es conforme, la elipse es un círculo, con excentricidad cero. De lo contrario, la elipse tiene un eje mayor y eje menor que están directamente relacionados con la distorsión de escala y con la deformación angular máxima (Snyder, 1987).

### Figura 18

#### *Elipse de Tissot*

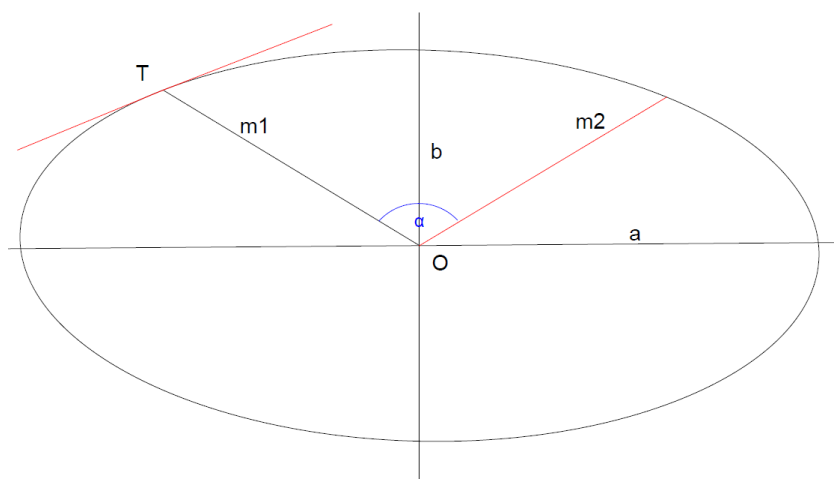


*Nota:* Adaptado de *Fundamentos para Cartografía Náutica*, por: Millán, 2006.

**Teoremas de Apolonio.** Este teorema es utilizado para calcular las longitudes  $a$  y  $b$  correspondientes a los semiejes de la elipse de Tissot, y las alteraciones angulares. En la Figura 19, se presenta los semidiámetros  $m_1$  y  $m_2$  correspondientes a los diámetros conjugados de la elipse.

## Figura 19

### Teoremas de Apolonio



*Nota:* Adaptado de *Fundamentos para Cartografía Náutica*, por: Millán, 2006.

**Primer teorema:** “La suma de los cuadrados de los semidiámetros conjugados es constante. Esta constante es igual a la suma de los cuadrados de los semiejes de la elipse” (Millán, 2006). Este teorema se expresa con la Ecuación 29

$$m_1^2 + m_2^2 = cte = a^2 + b^2 \quad (29)$$

**Segundo Teorema:** “El área del paralelogramo construido sobre los semidiámetros conjugados es constante. Esta constante es igual al producto de los semiejes de la elipse” (Millán, 2006). Este teorema se expresa con la Ecuación 30.

$$m_1 m_2 \sin \alpha = cte = ab \quad (30)$$

A partir de los teoremas antes mencionados, se puede deducir el siguiente sistema de ecuaciones que nos permitirán encontrar los parámetros a y b, a partir de las Ecuaciones 31 y 32.

$$h^2 + k^2 = a^2 + b^2 \quad (31)$$

$$S = ab \quad (32)$$

### Condiciones de conformidad

A partir de la Ecuación 33 que define la relación existente entre los ángulos  $u$  sobre el elipsoide, y los ángulos  $u'$  sobre el plano con los valores de los semiejes de la Elipse de Tissot y verificando a su vez la igualdad  $u=u'$  como es en el caso de las representaciones conformes, se verifica la igualdad de la Ecuación 34.

$$L = \sqrt{a^2 \cos^2 u + b^2 \sin^2 u} \quad (33)$$

$$a = b \quad (34)$$

Con el propósito de obtener otra condición de conformidad, se establece que:

$$L = \frac{dl'}{dl} = \sqrt{\frac{E}{M^2} \sin^2 \theta + 2 \frac{F}{Mr} \sin \theta \cos \theta + \frac{G}{r^2} \cos^2 \theta} \quad (35)$$

De la Ecuación 35, se puede deducir que una representación es conforme si el módulo de deformación lineal es independiente del ángulo que marca la dirección  $\theta$ . Es decir, si el valor de L se mantiene constante sin importar la variación de  $\theta$ . De esta manera, una condición fundamental para la conformidad podrá ser obtenida de:

$$\frac{\partial L^2}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial L^2}{\partial \theta} = \left( \frac{E}{M^2} - \frac{G}{r^2} \right) \sin 2\theta + \frac{2F}{Mr} \cos 2\theta = 0$$

De donde se deduce, la Ecuación 36 y 37.

$$F = 0 \quad y \quad \frac{E}{M^2} = \frac{G}{r^2} \quad (36)$$

$$h = k \quad y \quad F = 0 \quad (37)$$

Donde  $F$  es un elemento Gaussiano, dado por la Ecuación 38.

$$F = \frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial x}{\partial \lambda} + \frac{\partial y}{\partial \varphi} \frac{\partial y}{\partial \lambda} \quad (38)$$

Las ecuaciones de Cauchy-Riemann son otras expresiones que también establecen las condiciones de conformidad. De manera general, estas ecuaciones parten del hecho de verificar que los semiejes de la elipse de Tissot han de ser iguales.

Se parte del siguiente sistema de ecuaciones:

$$h^2 + k^2 = a^2 + b^2$$

$$2S = 2ab$$

Resolviendo el anterior sistema y sustituyendo los valores de  $h$  y  $k$  de las Ecuaciones 18 y 22, se llega a obtener las siguientes expresiones.

$$\frac{1}{M} \frac{\partial x}{\partial y} = -\frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial \lambda} \quad (39.1)$$

$$\frac{1}{M} \frac{\partial y}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial x}{\partial \lambda} \quad (39.2)$$

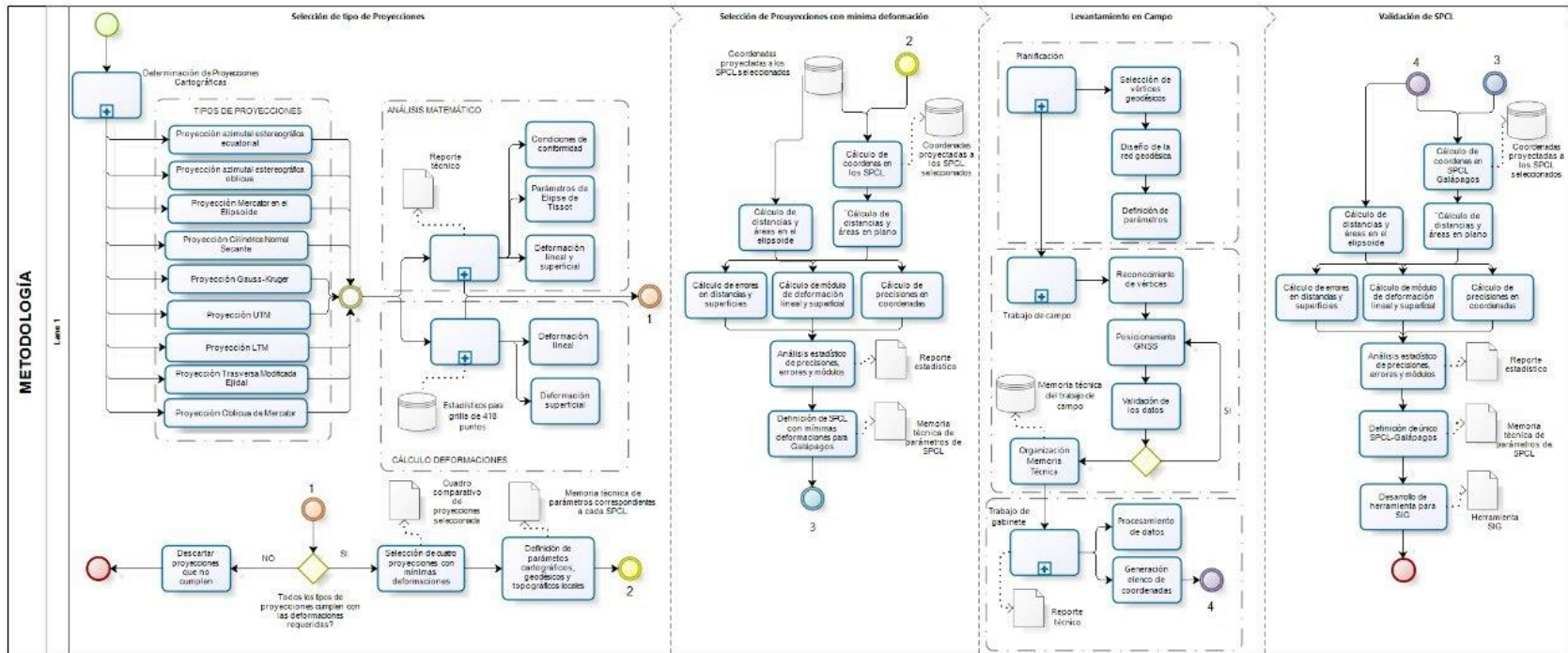
### Resumen de las condiciones de conformidad

1.  $a = b$
2.  $h = k \quad y \quad F = 0$
3.  $\frac{1}{M} \frac{\partial x}{\partial y} = -\frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial \lambda} \quad \frac{1}{M} \frac{\partial y}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial x}{\partial \lambda}$

## CAPÍTULO III METODOLOGÍA

En la Figura 20 se detalla el diagrama de flujo que sigue la metodología propuesta para la presente investigación, con el fin de cumplir los objetivos planteados.

**Figura 20**  
*Metodología de investigación*



### **Selección de tipo de proyecciones cartográficas**

Si se parte del hecho de que ninguna proyección está exenta de presentar errores en su representación, pues ninguna logra conservar ángulos, distancias y superficies simultáneamente, para la determinación de las proyecciones cartográficas estudiadas en la presente investigación, se estableció que la conservación de la propiedad angular sería fundamental para la selección de dichas proyecciones. Se ha considerado mantener dicha propiedad, debido a que es más sencillo corregir distancias y superficies a través del empleo de artificios.

De esta manera, se realizó una exhaustiva revisión bibliográfica para determinar qué proyecciones presentan la propiedad de conformidad. Una vez que se establecieron estas proyecciones, se analizaron las características (orientación del territorio, extensión de área, escala de representación, relieve, entre otros) como se aprecia en la Tabla 2, y sus aplicaciones en regiones con particularidades similares a la zona de estudio, determinando así cuales serían las más idóneas para las Islas Galápagos.

Otro aspecto fundamental que se consideró fue la definición de la superficie de referencia para las proyecciones cartográficas. De esta manera para la presente investigación, se adoptó como superficie a un elipsoide de revolución, que según el organismo rector de cartografía en el país (IGM) es el elipsoide GRS80 (IGM, 2019).



**Tabla 2**

*Cuadro comparativo con las diferentes proyecciones seleccionadas y sus características.*

PROYECCIÓN	CARACTERÍSTICAS
<p><b>Proyección Mercator</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conforme</li> <li>• Cilíndrica tangente en el Ecuador.</li> <li>• Meridianos son líneas rectas igualmente espaciadas, cortadas por los paralelos ortogonalmente.</li> <li>• Paralelos son líneas rectas desigualmente espaciadas conforme se van alejando del Ecuador.</li> <li>• La escala es verdadera en el Ecuador, y se mantiene constante a lo largo de dos paralelos equidistantes desde el Ecuador.</li> <li>• Las líneas loxodrómicas son líneas rectas.</li> <li>• No es perspectiva.</li> <li>• Polos son infinitos. Se tiene gran distorsión en estas áreas.</li> <li>• Se ideó exclusivamente para navegación, por su naturaleza de conformidad.</li> <li>• No requiere paralelo ni meridiano central.</li> <li>• Es apropiado para regiones ecuatoriales que se extienden de Este a Oeste.</li> </ul>
<p><b>Proyección acimutal estereográfica ecuatorial</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conforme</li> <li>• Requiere de un meridiano central, que se proyecta como una línea recta, con una longitud mayor a la real y el Ecuador se proyecta como una línea recta, con una longitud mayor a la real.</li> <li>• Los paralelos se muestran como arcos de circunferencia de longitudes mayores a las reales.</li> <li>• Los meridianos se presentan como arcos de circunferencia.</li> <li>• La escala aumenta al alejarse del centro de la proyección.</li> <li>• Por su conformidad, se utiliza para mapas marinos y aeronáuticos.</li> <li>• Su uso puede ser diverso, siempre que no sea una zona muy alejada del centro de proyección.</li> </ul>

---

<b>Proyección acimutal estereográfica oblicua</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Conforme</li><li>• Requiere de un meridiano y paralelo central. Son los únicos en proyectarse como una recta.</li><li>• Los paralelos se proyectan según arcos de circunferencia que se van alejando entre sí levemente al dirigirse del centro de la proyección, donde las longitudes son mayores a las reales.</li><li>• Los meridianos se proyectan como arcos de circunferencias que se van alejando entre sí, levemente, a partir del meridiano central, donde las longitudes son mayores a las reales.</li><li>• Por su conformidad, se utiliza para mapas marinos y aeronáuticos.</li><li>• Se puede usar para zonas reducidas cercanas al centro de proyección.</li></ul>
<b>Proyección cilíndrica secante isógona</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Conforme.</li><li>• Necesita de un paralelo y meridiano central.</li><li>• El Ecuador está representado por una recta de longitud igual a la de los paralelos base.</li><li>• Los meridianos son rectas paralelas de longitud infinita equiespaciadas perpendiculares al Ecuador y separadas entre en función de su separación con el meridiano central.</li><li>• Por su conformidad, se utiliza para mapas marinos y aeronáuticos.</li></ul>
<b>Proyección UTM</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Conforme</li><li>• Requiere de un meridiano central.</li><li>• La superficie terrestre está cubierta por franjas de 6° en longitud, con un meridiano central a cada 3°, partiendo desde el meridiano 180°.</li><li>• Falso Este 500.000 m. y Falso Norte: 10.000.000</li><li>• En el meridiano central el factor de escala es constante e igual a 0.9996</li><li>• En el meridiano central, la convergencia es constante.</li><li>• Es una proyección cilíndrica transversa secante.</li><li>• Presenta mayores deformaciones en los extremos de cada zona.</li><li>• Su uso se puede aplicar a nivel mundial, a excepción de la región polar.</li></ul>

---

---

<b>Proyección Gauss-Kruger</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Conforme.</li><li>• Requiere de un meridiano central.</li><li>• Utiliza un cilindro transverso tangente en el meridiano de origen.</li><li>• El Ecuador y el meridiano central se presentan como líneas rectas.</li><li>• La escala a lo largo del meridiano central se presenta constante.</li><li>• Los demás paralelos y meridianos son curvas complejas.</li><li>• Se ajusta mejor para regiones con extensión Norte-Sur.</li></ul>
<b>Proyección LTM</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Variación de la proyección UTM.</li><li>• Conforme.</li><li>• Requiere de meridiano central.</li><li>• Falso Norte: 10.000.000 m. Falso Este: 200.000 m.</li><li>• El factor de escala está en función de la cota media de la zona de estudio. Para esta investigación, se utilizó un factor de escala= 1.00001113.</li><li>• Se utiliza para representar superficies terrestres de no mucha extensión, donde se realicen trabajos de ingeniería que requieran altas precisiones.</li></ul>
<b>Proyección Ejidal</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Conforme.</li><li>• Esta es otra variación de la proyección UTM para buscar mejores características de equivalencia y equidistancia.</li><li>• El área de estudio cubre un polígono ejidal, definiéndose el meridiano central como el promedio de las longitudes de cada uno de los vértices perimetales del polígono ejidal.</li><li>• Cada meridiano central tiene como Falso Este 500.000.</li><li>• En el meridiano central el factor de escala es igual a 1.00.</li><li>• El origen de las ordenadas es el Ecuador con valor 0.</li><li>• En el meridiano central, la convergencia es constante.</li><li>• Se utiliza para representar superficies terrestres de no mucha extensión, donde se realicen trabajos de ingeniería que requieran altas precisiones.</li></ul>
<b>Proyección oblicua de Mercator</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Consiste en la rotación oblicua del cilindro de Mercator.</li><li>• Es conforme.</li></ul>

---

- 
- Hay dos meridianos separados  $180^\circ$  que son líneas rectas y
  - Los otros paralelos y meridianos son curvas complejas.
  - En su forma esférica se conserva la escala a lo largo de la línea central, y en su forma elipsoidal es similar.
  - La escala se hace infinito a  $90^\circ$  de la línea central.
  - Es ideal para zonas donde el área de interés se encuentra de forma oblicua con respecto a los meridianos y paralelos.
- 

### **Análisis Teórico Matemático de las Proyecciones Propuestas**

Para este apartado, se utilizaron las condiciones de conformidad, los parámetros de la elipse de Tissot para determinar los módulos de deformación lineal y superficial.

#### ***Demostración de conformidad de las proyecciones propuestas***

La demostración de conformidad de las proyecciones se basó en la aplicación de su segunda condición. Para esto, fue necesario el uso de los Elementos Gaussianos E, F, G, que se establecen a partir de las derivadas parciales de las fórmulas de correspondencia directa de las distintas proyecciones.

Para dicha demostración, se utilizó como superficie de referencia al elipsoide, a excepción de las proyecciones acimutales estereográficas debido a que la fórmula elipsoidal de esta proyección no es perspectiva con el propósito de conservar su conformidad. Por tal razón, las fórmulas de correspondencia sobre elipsoide resultan de reemplazar la latitud geodésica de la esfera con la latitud conforme, seguido por un pequeño ajuste de escala en el centro de la proyección (Snyder, 1987).

Es importante mencionar que esta demostración solo se realizó para cuatro proyecciones: proyección acimutal estereográfica ecuatorial, proyección acimutal estereográfica oblicua, Mercator en elipsoide y la proyección normal cilíndrica secante isógona en el elipsoide. Esto debido a que, las demás proyecciones se establecieron

por procedimientos puramente analíticos, con el propósito de demostrar su conformidad por lo que se desvincula cualquier procedimiento geométrico.

A continuación, se presentan las demostraciones de conformidad donde se indica la igualdad del módulo de deformación lineal en el paralelo y meridiano. En la Ecuación 40 se presenta el Módulo de Deformación Lineal para la Proyección Acimutal Estereográfica Ecuatorial, en la Ecuación 41 para la Proyección Acimutal Estereográfica Oblicua, en la Ecuación 42 para la Proyección Mercator en el elipsoide y en la Ecuación 43 para la Proyección normal cilíndrica secante en el elipsoide.

#### Proyección acimutal estereográfica ecuatorial.

$$x = \frac{2R * \cos \varphi \sin \Delta\lambda}{1 + \cos \varphi \cos \Delta\lambda}$$

$$y = \frac{2R * \sin \varphi}{1 + \cos \varphi \cos \Delta\lambda}$$

$$\frac{\partial x}{\partial \Delta\lambda} = \frac{2R * \cos \varphi (\cos \varphi + \cos \Delta\lambda)}{(1 + \cos \varphi \cos \Delta\lambda)^2}$$

$$\frac{\partial x}{\partial \varphi} = \frac{-2R * \sin \varphi \sin \Delta\lambda}{(1 + \cos \varphi * \cos \Delta\lambda)^2}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \Delta\lambda} = \frac{\sin \varphi \sin \Delta\lambda \cos \varphi}{(1 + \cos \varphi * \cos \Delta\lambda)^2}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \varphi} = \frac{2R * (\cos \varphi + \cos \Delta\lambda)}{(1 + \cos \varphi * \cos \Delta\lambda)^2}$$

$$E = \frac{4R^2 * (\sin^2 \varphi \sin^2 \Delta\lambda + (\cos \varphi + \cos \Delta\lambda)^2)}{(1 + \cos \varphi * \cos \Delta\lambda)^4}$$

$$F = 0$$

$$G = \frac{4R^2 \cos^2 \varphi * (\sin^2 \varphi \sin^2 \Delta\lambda + (\cos \varphi + \cos \Delta\lambda)^2)}{(1 + \cos \varphi * \cos \Delta\lambda)^4}$$

$$h = k = \frac{2 \sqrt{\sin^2 \varphi \sin^2 \Delta\lambda + (\cos \varphi + \cos \Delta\lambda)^2}}{(1 + \cos \varphi * \cos \Delta\lambda)^2}$$

(40)

#### Proyección acimutal estereográfica oblicua.

$$x = \frac{2R * \cos \varphi \sin \Delta\lambda}{1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cos \Delta\lambda}$$

$$y = \frac{2R * \sin \varphi}{1 + \cos \varphi \cos \Delta\lambda}$$

$$\frac{\partial x}{\partial \Delta\lambda} = \frac{2R * \cos \varphi (\cos \varphi \cos \varphi_0 + \cos \Delta\lambda + \sin \varphi \sin \varphi_0 \cos \Delta\lambda)}{(1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cos \Delta\lambda)^2}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \Delta\lambda} = \frac{2R * \sin \Delta\lambda \cos \varphi * (\sin \varphi + \sin \varphi_0)}{(1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cos \Delta\lambda)^2}$$

$$\frac{\partial x}{\partial \varphi} = \frac{-2R * (\sin \varphi + \sin \varphi_0)}{(1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cos \Delta\lambda)^2}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \varphi} = \frac{2R * (\cos \varphi \cos \varphi_0 + \cos \Delta\lambda + \sin \varphi \sin \varphi_0 \cos \Delta\lambda)}{(1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cos \Delta\lambda)^2}$$

$$E = \frac{4 R^2 * [\sin^2 \Delta\lambda (\sin \varphi + \sin \varphi_0)^2 + (\cos \varphi \cos \varphi_0 + \cos \Delta\lambda + \sin \varphi \sin \varphi_0 \cos \Delta\lambda)^2]}{(1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cos \Delta\lambda)^4}$$

$$F = 0$$

$$G = \frac{4 R^2 \cos^2 \varphi * [\sin^2 \Delta\lambda (\sin \varphi + \sin \varphi_0)^2 + (\cos \varphi \cos \varphi_0 + \cos \Delta\lambda + \sin \varphi \sin \varphi_0 \cos \Delta\lambda)^2]}{(1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cos \Delta\lambda)^4}$$

$$h = k = \frac{2 \sqrt{\sin^2 \Delta\lambda (\sin \varphi + \sin \varphi_0)^2 + (\cos \varphi \cos \varphi_0 + \cos \Delta\lambda + \sin \varphi \sin \varphi_0 \cos \Delta\lambda)^2}}{(1 + \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cos \Delta\lambda)^2}$$

(41)

### Proyección Mercator elipsoidal

$$x = a * \lambda$$

$$y = a * \ln \left[ \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) * \left( \frac{1 - e \sin \varphi}{1 + e \sin \varphi} \right)^{\frac{e}{2}} \right]$$

$$\frac{\partial x}{\partial \lambda} = a$$

$$\frac{\partial x}{\partial \varphi} = 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial \lambda} = 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial \varphi} = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi) \cos \varphi}$$

$$E = \frac{a^2(1 - e^2)^2}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^2 \cos^2 \varphi}$$

$$F=0$$

$$G = a^2$$

$$h = k = \frac{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}{\cos \varphi}$$
(42)

**Proyección normal cilíndrica secante en el elipsoide.**

$$x = N_0 * \cos \varphi_0 * (\lambda - \lambda_0)$$

$$y = N_0 * \cos \varphi_0 * \left[ \ln \operatorname{tg}\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right) + \frac{e}{2} * \ln \frac{1 - e * \sin \varphi}{1 + e * \sin \varphi} \right] - N_0 * \cos \varphi_0$$

$$* \left[ \ln \operatorname{tg}\left(45 + \frac{\varphi_0}{2}\right) + \frac{e}{2} * \ln \frac{1 - e * \sin \varphi_0}{1 + e * \sin \varphi_0} \right]$$

$$\frac{\partial x}{\partial \lambda} = N_0 * \cos \varphi_0$$

$$\frac{\partial y}{\partial \lambda} = 0$$

$$\frac{\partial x}{\partial \varphi} = 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial \varphi} = N_0 * \cos \varphi_0 * \left[ \frac{1 - e^2}{\cos \varphi * (1 - e^2 * \sin^2 \varphi)} \right]$$

$$E = N_0^2 * \cos^2 \varphi_0 * \left[ \frac{1 - e^2}{\cos \varphi * (1 - e^2 * \sin^2 \varphi)} \right]^2$$

$$F = 0$$

$$G = N_0^2 * \cos^2 \varphi_0$$

$$h = k = \frac{\cos \varphi_0 * \sqrt{1 - e^2 * \sin^2 \varphi}}{\cos \varphi * \sqrt{1 - e^2 * \sin^2 \varphi_0}}$$

(43)

**Definición teórica de módulos de deformación lineal y superficial.**

Partiendo de los conceptos de la elipse de Tissot, del teorema de Apolonio y aplicando las Ecuaciones 33 y 34, en donde se establece el módulo de deformación lineal en función de las direcciones principales. De esta manera, se tiene que:

$$L = \sqrt{a^2 \cos^2 u + b^2 \sin^2 u}$$

$$a = b$$

$$L = \sqrt{a^2 \cos^2 u + a^2 \sin^2 u}$$

$$L = \sqrt{a^2 (\cos^2 u + \sin^2 u)}$$

$$L = \sqrt{a^2}$$

$$L = a$$

De acuerdo al teorema de Apolonio, se tiene que:

$$a = h = k$$

Por lo que, queda definido el módulo de deformación lineal, en la Ecuación 44.

$$L = h = k$$

(44)

Por otra parte, para el módulo de deformación superficial se utiliza la Ecuación 35, por lo que dicho módulo estará establecido en función del módulo de deformación lineal, como se muestra en la Ecuación 45.

$$S = L^2$$

(45)

De esta manera, en la Tabla 3 se determinan los siguientes módulos de deformación lineal para las distintas proyecciones.



Tabla 3

*Fórmulas de módulos de deformación lineal y superficial para las distintas proyecciones*

PROYECCIÓN	MÓDULO DE DEFORMACIÓN LINEAL	MÓDULO DE DEFORMACIÓN SUPERFICIAL
<b>Proyección Mercator</b>	$L = \frac{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}{\cos \varphi}$	$S = L^2$
<b>Proyección estereográfica ecuatorial</b>	$L = \frac{2 \sqrt{\sin^2 \chi \sin^2 \Delta\lambda_1 + (\cos \chi + \cos \Delta\lambda_1)^2}}{(1 + \cos \chi * \cos \Delta\lambda_1)^2}$	$S = L^2$
<b>Proyección estereográfica oblicua</b>	$L = \frac{2}{1 + \sin \chi \sin \varphi_0 + \cos \chi_0 \cos \chi \cos \Delta\lambda_1}$	$S = L^2$
<b>Proyección cilíndrica secante</b>	$L = \frac{\cos \varphi_0 * \sqrt{1 - e^2 * \sin^2 \varphi}}{\cos \varphi * \sqrt{1 - e^2 * \sin^2 \varphi_0}}$	$S = L^2$
<b>Proyección UTM</b>	$L = 0.9996 * \left[ 1 + \frac{\Delta\lambda^2}{2} * \cos^2 \varphi (1 + \eta^2) + \frac{\Delta\lambda^4}{24} * \cos^4 \varphi (5 - 4 t^2) \right]$	$S = L^2$
<b>Proyección Gauss-Kruger</b>	$L = \left[ 1 + \frac{\Delta\lambda_1^2}{2} * \cos^2 \varphi (1 + \eta^2) + \frac{\Delta\lambda_1^4}{24} * \cos^4 \varphi (5 - 4 t^2) \right]$	$S = L^2$
<b>Proyección LTM</b>	$L = 1.00001113 * \left[ 1 + \frac{\Delta\lambda_1^2}{2} * \cos^2 \varphi (1 + \eta^2) + \frac{\Delta\lambda_1^4}{24} * \cos^4 \varphi (5 - 4 t^2) \right]$	$S = L^2$
<b>Proyección Ejidal</b>	$L = \left[ 1 + \frac{\Delta\lambda_2^2}{2} * \cos^2 \varphi (1 + \eta^2) + \frac{\Delta\lambda_2^4}{24} * \cos^4 \varphi (5 - 4 t^2) \right]$	$S = L^2$

<b>Proyección oblicua de Mercator</b>	$L = \frac{A * \cos(Bx/A) * \sin \theta'}{a * \cos \varphi * \cos(B * \Delta\lambda_1)}$	$S = L^2$
---	--	-----------

### ***Definición de meridiano y paralelo central***

Se definieron los meridianos y paralelos centrales en función de los parámetros establecidos en cada proyección. De esta manera, para la proyección UTM se requiere de un meridiano central que se calculó a partir de las Ecuaciones 13.5, 13.6 y 13.7. En el caso de la proyección LTM, se definió un meridiano y paralelo central, los mismos que fueron calculados como el promedio de las latitudes y longitudes de los límites de la zona de estudio. Mientras que, para la Proyección Modificada Ejidal, el meridiano y paralelo central se estableció mediante el promedio de los vértices extremos del polígono ejidal que cubre la zona de estudio. Por último, para las proyecciones restantes se estableció un punto de origen a conveniencia, siendo céntrico a las principales islas del archipiélago, pues es donde se requiere que las deformaciones sean mínimas. Estos parámetros se indican en la Tabla 4.

**Tabla 4**

*Meridiano y paralelo central para cada proyección*

<b>Proyección</b>	<b>Meridiano Central</b>	<b>Paralelo Central</b>
<b>UTM</b>	-93 -87	-
<b>LTM</b>	-90.5	0.25
<b>Modificada Ejidal</b>	-90.749937	-0.496987
<b>Oblicua de Mercator</b>	-90.283333	-0.466667
<b>Mercator en el Elipsoide</b>	-	-
<b>Estereográfica Ecuatorial</b>	-90.283333	-0.466667
<b>Estereográfica Oblicua</b>	-90.283333	-0.466667
<b>Cilíndrica Secante</b>	-90.283333	-0.466667
<b>Gauss Kruger Modificado</b>	-90.283333	-0.466667

### ***Definición de Factor de Escala***

Para la definición del Factor de escala, fue necesario considerar los parámetros que componen a cada proyección. Como ya se conoce para la proyección UTM se aplicó su factor de escala ya establecido. Mientras que, para las proyecciones estereográficas acimutales se calculó su factor de escala con las fórmulas propias de dichas proyecciones Ecuaciones 8.6 y 9.5. De igual manera, para la proyección LTM, se calculó un factor de escala en función altura media de la zona de estudio, como se establece en la Ecuación 14.1. Finalmente, para las proyecciones restantes se aplicó la Ecuación 46.

$$K_0 = 1 - \frac{\varepsilon}{2} \quad (46)$$

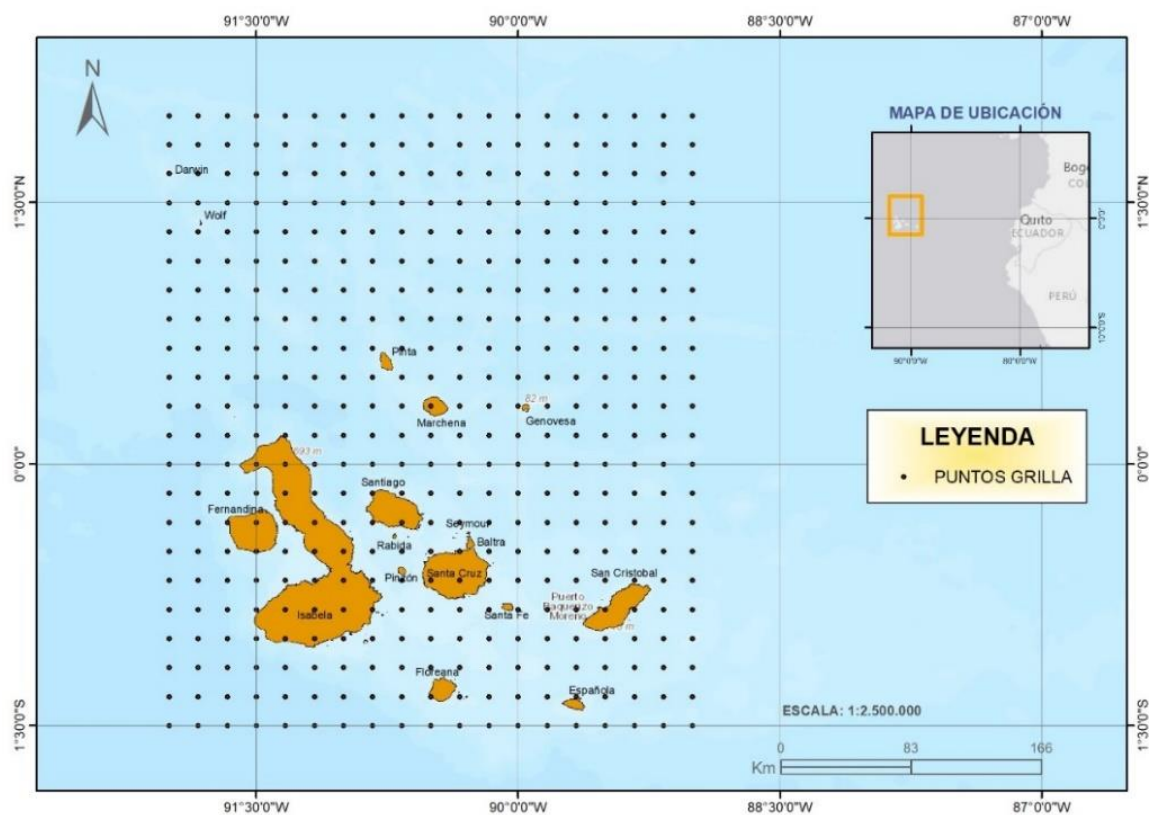
En el que el valor estimado de épsilon ( $\varepsilon$ ) se relacionó con el concepto de graficismo, determinando así el máximo valor de deformación que se requiere alcanzar, en donde para la escala de trabajo de la presente investigación, es de 0.00003. De esta manera, el valor establecido para el Factor de Escala fue  $K_0 = 0.999985$ .

### ***Cálculo de módulos de deformación lineal y superficial puntuales***

Para el cálculo de los módulos de deformación lineal y superficial se estableció una grilla de 418 puntos distribuida cada 10 minutos en latitud y longitud en los límites comprendidos de la zona de estudio, como se puede apreciar en la Figura 21. Es importante mencionar que la amplitud de la grilla se debe a que en la latitud 1°30 N se encuentran puntos de interés de organizaciones públicas y privadas.

**Figura 21**

*Grilla de puntos para cálculo de módulos de deformación*



Para este cálculo, se consideraron a las fórmulas establecidas en la Tabla 3.

Con el propósito de agilizar los cálculos para la grilla de puntos, dichas fórmulas fueron programadas en el software Matlab. En la Tabla 5 y Tabla 6 se presenta una muestra de 12 puntos para el cálculo de los módulos de deformación lineal y superficial.

Tabla 5

Muestra de 12 puntos de cálculos de módulos de deformación lineal para proyecciones

Coordenadas		Módulos de deformación lineal								
Lat.	Long	Mercator Elipsoidal	Estereográfi ca Ecuatorial	Estereográfi ca Oblicua	Cilíndrica Secante	UTM	LTM	Gauss- Kruger Modificado	Oblicua de Mercator	Ejidal
-1.5000	-92	1.0003255	1.0007767	1.0002691	1.0002419	0.9997532	1.0003560	1.0004261	1.0009417	1.0002245
-1.3333	-91.5	1.0002540	1.0004852	1.0000861	1.0001705	0.9999448	1.0001644	1.0002044	1.0006433	1.0000712
-1.1667	-91	1.0001910	1.0002784	0.9999792	1.0001074	1.0002131	1.0000495	1.0000593	1.0003950	0.9999946
-1.0000	-90	1.0001363	1.0001643	0.9999566	1.0000528	1.0009806	1.0000495	0.9999991	1.0001435	1.0000712
-0.8333	-91.5	1.0000901	1.0003224	1.0001978	1.0000065	0.9999449	1.0001645	1.0002044	1.0002383	1.0000713
-0.6667	-89.5	1.0000522	1.0001652	1.0001154	0.9999687	1.0005586	1.0001645	1.0000840	0.9999507	1.0002246
-0.5000	-89	1.0000228	1.0002965	1.0003131	0.9999393	1.0002134	1.0003562	1.0002456	0.9999028	1.0004547
-0.1667	-92	0.9999892	1.0004426	1.0005671	0.9999057	0.9997533	1.0003562	1.0004264	0.9998439	1.0002247
0.3333	-90	1.0000018	1.0000307	1.0002544	0.9999183	1.0009810	1.0000495	0.9999991	0.9995558	1.0000712
0.5000	-91	1.0000228	1.0001114	1.0003515	0.9999393	1.0002134	1.0000495	1.0000593	0.9994332	0.9999946
1.1667	-91.5	1.0001910	1.0004226	1.0006447	1.0001074	0.9999448	1.0001644	1.0002044	0.9991671	1.0000712
2.0000	-89.5	1.0005905	1.0006997	1.0007111	1.0005069	1.0005575	1.0001643	1.0000839	0.9995400	1.0002243

Tabla 6

Muestra de 12 puntos de cálculos de módulos de deformación superficial para proyecciones

Coordenadas		Módulos de deformación superficial									
Lat.	Long	Mercator	Elipsoidal	Estereográfica Ecuatorial	Estereográfica Oblicua	Cilíndrica Secante	UTM	LTM	Gauss-Kruger Modificado	Oblicua de Mercator	Ejidal
<b>-1.5000</b>	-92	1.0006511	1.0015539	1.0005382	1.0004840	0.9995064	1.0007121	1.0008523	1.0018844	1.0004490	
<b>-1.3333</b>	-91.5	1.0005081	1.0009707	1.0001722	1.0003410	0.9998896	1.0003288	1.0004088	1.0012870	1.0001425	
<b>-1.1667</b>	-91	1.0003819	1.0005569	0.9999584	1.0002149	1.0004263	1.0000989	1.0001186	1.0007901	0.9999892	
<b>-1.0000</b>	-90	1.0002726	1.0003287	0.9999133	1.0001056	1.0019622	1.0000989	0.9999983	1.0002869	1.0001424	
<b>-0.8333</b>	-91.5	1.0001801	1.0006449	1.0003956	1.0000131	0.9998898	1.0003289	1.0004089	1.0004767	1.0001425	
<b>-0.6667</b>	-89.5	1.0001045	1.0003304	1.0002308	0.9999374	1.0011175	1.0003290	1.0001681	0.9999014	1.0004492	
<b>-0.5000</b>	-89	1.0000456	1.0005930	1.0006264	0.9998786	1.0004268	1.0007126	1.0004913	0.9998056	1.0009096	
<b>-0.1667</b>	-92	0.9999784	1.0008853	1.0011346	0.9998114	0.9995066	1.0007126	1.0008529	0.9996879	1.0004494	
<b>0.3333</b>	-90	1.0000036	1.0000615	1.0005089	0.9998366	1.0019629	1.0000989	0.9999983	0.9991119	1.0001425	
<b>0.5000</b>	-91	1.0000456	1.0002229	1.0007031	0.9998786	1.0004268	1.0000989	1.0001187	0.9988667	0.9999892	
<b>1.1667</b>	-91.5	1.0003819	1.0008454	1.0012897	1.0002149	0.9998896	1.0003289	1.0004088	0.9983348	1.0001425	
<b>2.0000</b>	-89.5	1.0011813	1.0014000	1.0014228	1.0010140	1.0011154	1.0003286	1.0001678	0.9990802	1.0004487	

### **Selección de las cuatro proyecciones con mínimas deformaciones**

Para la selección de las proyecciones se establecieron dos condiciones. La primera parte consistió en obtener los estadísticos de los módulos de deformación lineal calculados para la grilla. El análisis estadístico se realizó únicamente a los módulos de deformación lineal, debido a que los valores de las deformaciones superficiales son dependientes de los lineales. Para la segunda condición, se analizó que los módulos de deformación lineales estén dentro de los límites establecidos para escalas 1:1000 y 1:5000, a partir del modelamiento de estos en la zona de estudio.

### ***Cálculo de los estadísticos de módulos de deformación lineal y superficial puntuales***

Se determinaron algunos estadísticos de tendencia central, como: la media, desviación estándar, mínimo y máximo. Así también, se consideró el cálculo del error cuadrático medio (RMSE), tomando como referencia a un valor de 1, ya que este indicaría que no existe deformación en las distancias proyectadas.

Es importante mencionar que el RMSE fue el estadístico que tuvo una mayor influencia en la decisión de la selección de las proyecciones con mínimas deformaciones, debido a que este valor representa como varían los datos con respecto a un valor de referencia considerado ideal.

### ***Modelamiento de módulos de deformación lineal puntuales***

Para la determinación del cumplimiento de la escala, se utilizaron dos criterios para establecer el valor de las precisiones. Como primer criterio, se utilizó la norma IGM, en donde se menciona que, para obtener dicha tolerancia es necesario multiplicar el módulo de la escala por 1/3 de mm, que es la mínima distancia que puede apreciar el ojo humano con un nivel de confiabilidad del 90%. De esta manera, se determinó que para escala 1:1000 la precisión sería de 0.3 m y para 1:5000 se establece una precisión de 1.5 m (IGM, 2006).

Como un segundo criterio menos riguroso, se aplicó la norma INEN en el que establecen el valor de 0.5 con un nivel de confianza del 65%, es así que para escala 1:1000 la precisión sería 0.5m y para 1:5000 un valor de 2.5m. (INEN, 2009)

A partir de estos dos criterios, se determinaron los módulos de deformación lineal mínimo y máximo. Para ello se determinó que las precisiones anteriormente calculadas, sería el máximo error admisible en las deformaciones para distancias que alcanzan hasta 10000m, debido a que la forma de los mapas es trapezoidal, muy aproximadamente igual al de un cuadrado de 10000m de largo.

$$\text{Factor de deformación} = \frac{0.3m}{10000m} = 0.00003$$

$$\text{Módulo máx} = 1 + 0.00003 = 1.00003$$

$$\text{Módulo min} = 1 - 0.00003 = 0.99997$$

Con lo anteriormente definido, se calcularon los módulos de deformación lineal máximos y mínimos para cada escala en función de las normas establecidas. Estos valores se pueden observar en la Tabla 7.

**Tabla 7**

*Módulos de Deformación Lineal máximo y mínimo según escalas y normas*

<b>Norma</b>	<b>Escala</b>	<b>I Máximo</b>	<b>I Mínimo</b>
	1:1000	1.00003	0.99997
<b>IGM</b>	1:5000	1.00015	0.99985
	1:1000	1.00005	0.99995
<b>INEN</b>	1:5000	1.00025	0.99975



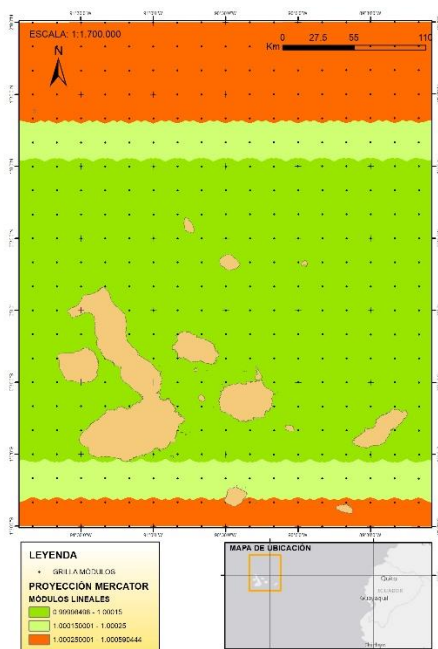
Posteriormente, para conocer el comportamiento de los módulos de deformación lineal y su cumplimiento en cada proyección, los 418 puntos se interpolaron mediante el método IDW (Ponderación de distancia inversa) en el software ArcGIS. Este método de interpolación calcula los valores para cada punto desconocido, en donde los puntos muestreados son ponderados en la interpolación, de modo que parte del supuesto que, los valores más cercanos son similares, por lo tanto, tienen más peso e influencia sobre el punto a estimar. De esta manera, la variable a interpolar debe ser dependiente de la ubicación. Así también, este método ha evidenciado la generación de resultados confiables para datos con una alta densidad con distribución espacial regular (Londoño, Garzón , & Jimenez, 2019).

En relación a lo ya mencionado, se puede deducir que este método de interpolación se adapta al propósito de esta investigación, ya que la determinación de los módulos de deformación lineal y superficial depende exclusivamente de la ubicación de cada punto en latitud y longitud, además de que se trabajó con datos fijos que no requiere de precisiones en sus valores estimados. Asimismo, se cuenta con puntos altamente densificados y con distribución regular, pues la grilla de puntos posee una separación constante de 10 minutos.

En los siguientes mapas, de la Figura 22 a la Figura 39, se puede evidenciar el cumplimiento de la precisión de cada proyección, para escala 1:1000 y 1:5000.

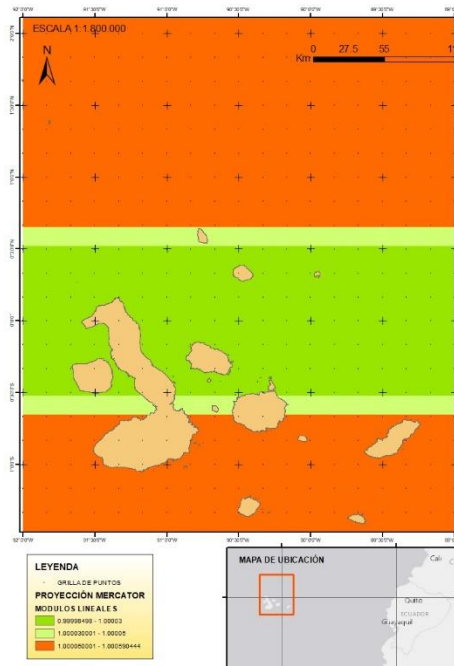
**Figura 22**

*Módulos de deformación lineal para Mercator a Escala 1:5000.*



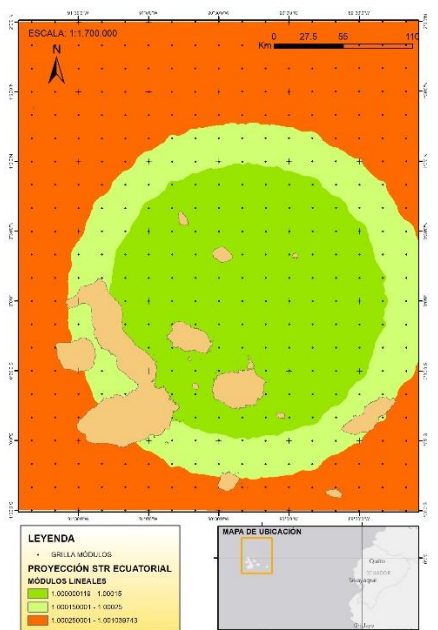
**Figura 23**

*Módulos de deformación lineal para Mercator a Escala 1:1000.*



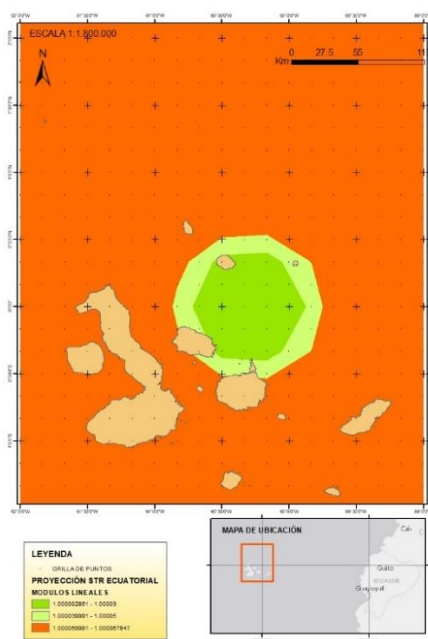
**Figura 24**

*Mód. de Def. lineal para Estereográfica Ecuatorial a Escala 1:5000.*



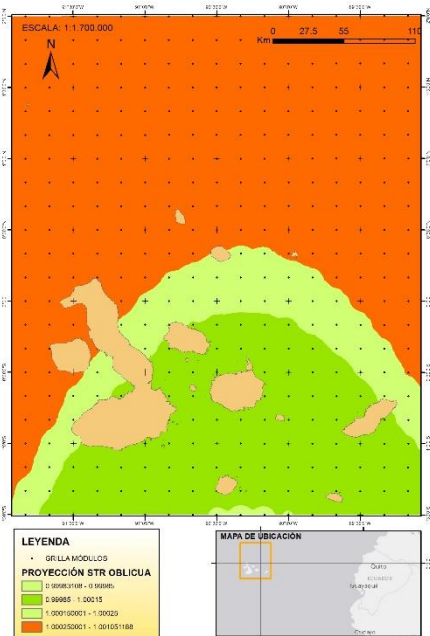
**Figura 25**

*Mód de Def. lineal para Estereográfica Ecuatorial a Escala 1:1000.*



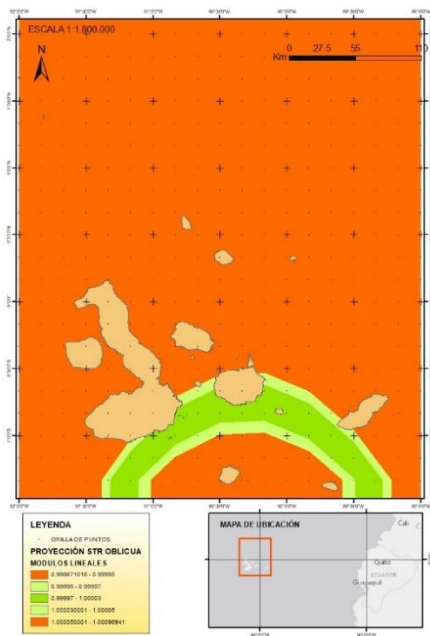
**Figura 26**

*Módulos de deformación lineal para Estereográfica Oblicua a Escala 1:5000.*



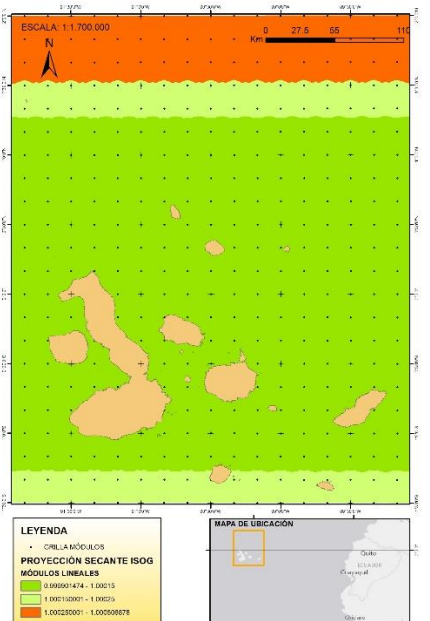
**Figura 27**

*Módulos de deformación lineal para Estereográfica Oblicua a Escala 1:1000.*



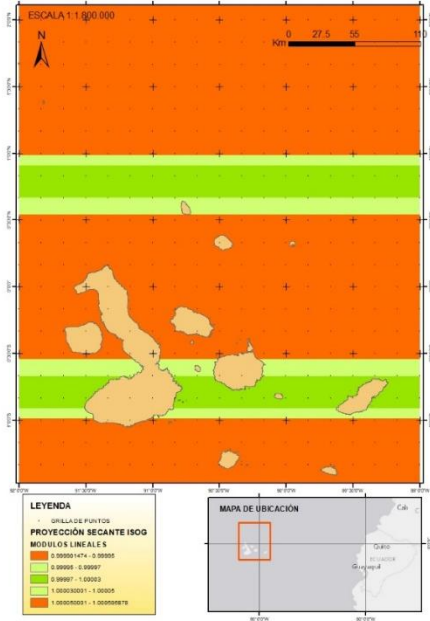
**Figura 28**

*Módulos de deformación lineal para Secante Isógona a Escala 1:5000.*



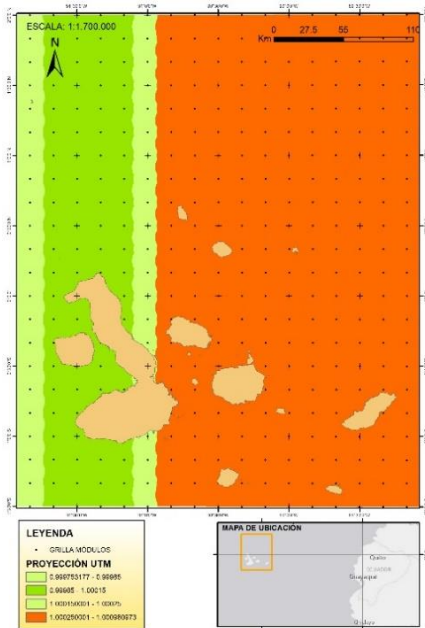
**Figura 29**

*Módulos de deformación lineal para Secante Isógona a Escala 1:1000.*



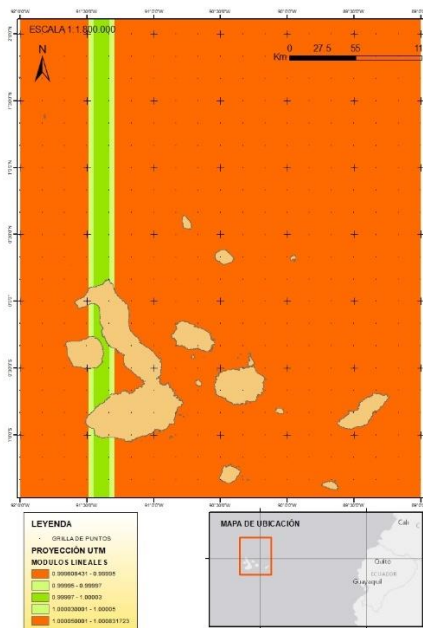
**Figura 30**

*Módulos de deformación lineal para UTM a Escala 1:5000.*



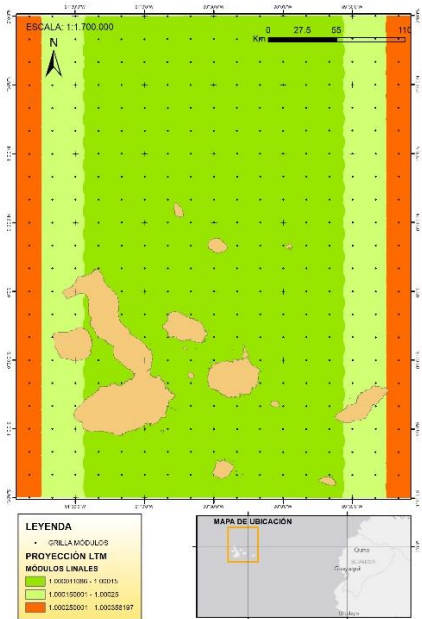
**Figura 31**

*Módulos de deformación lineal para UTM a Escala 1:1000.*



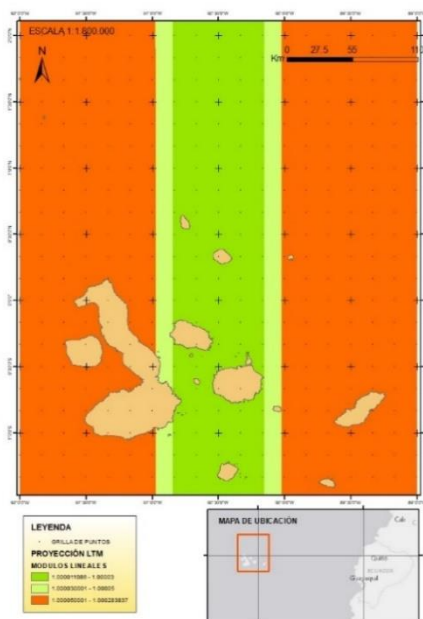
**Figura 32**

*Módulos de deformación lineal para LTM a Escala 1:5000.*



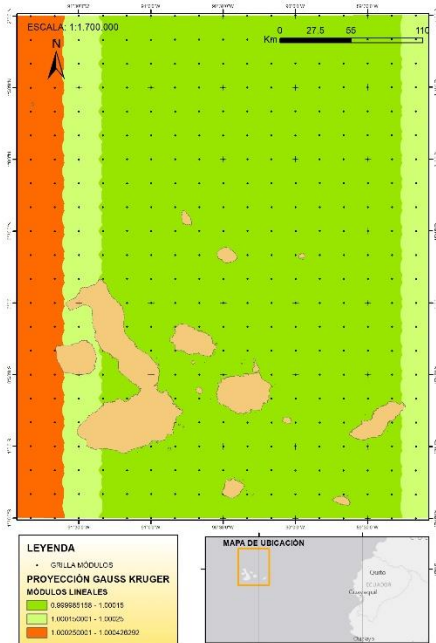
**Figura 33**

*Módulos de deformación lineal para LTM a Escala 1:1000.*



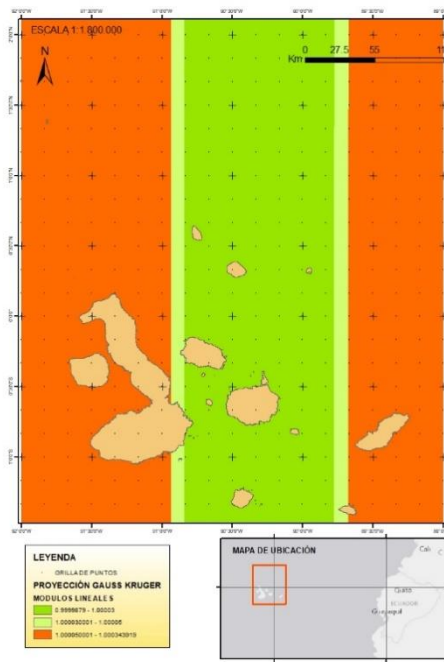
**Figura 34**

*Mód de deformación lineal para Gauss-Kruger Modificado a Escala 1:5000.*



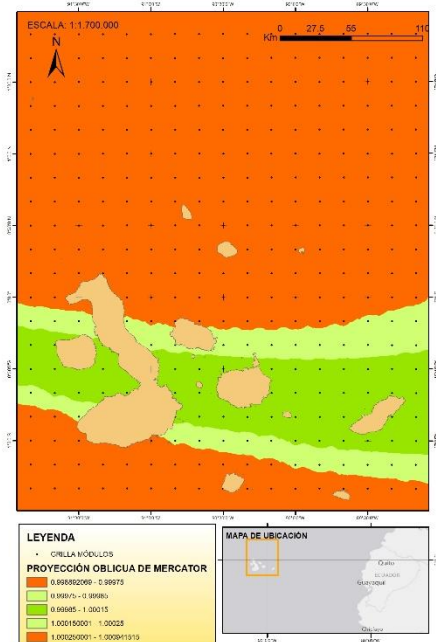
**Figura 35**

*Mód de deformación lineal para Gauss-Kruger Modificado a Escala 1:1000.*



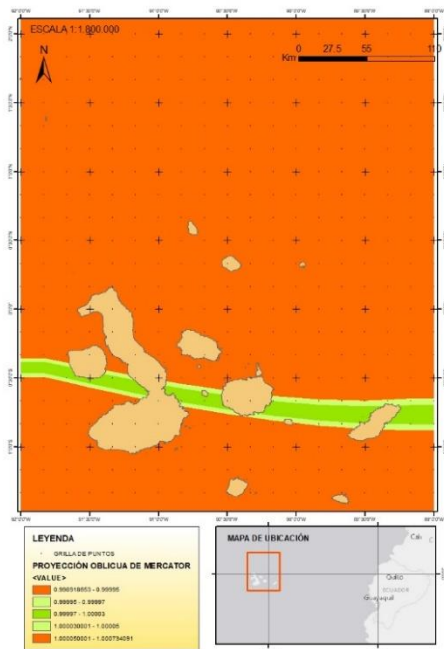
**Figura 36**

*Módulos de deformación lineal para Oblicua de Mercator a Escala 1:5000.*



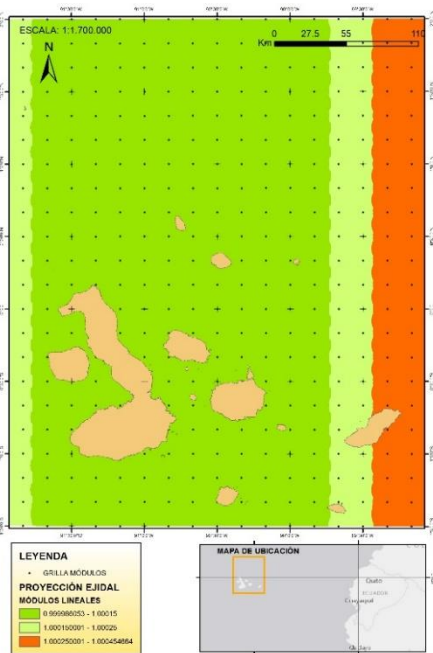
**Figura 37**

*Módulos de deformación lineal para Oblicua de Mercator a Escala 1:1000.*

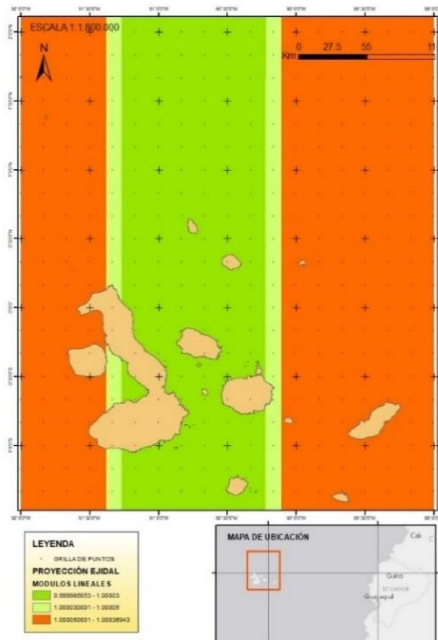


**Figura 38**

Módulos de deformación lineal para  
Ejidal a Escala 1:5000.

**Figura 39**

Módulos de deformación lineal para  
Ejidal a Escala 1:1000



### Definición de parámetros cartográficos y geodésicos de las proyecciones seleccionadas

De acuerdo a los apartados anteriores, se seleccionaron cuatro proyecciones que cumplieran con las dos condiciones antes mencionadas. Estas son: Proyección normal cilíndrica secante isógona, Proyección Local transversa de Mercator, Proyección Gauss Kruger Modificado, Proyección transversa modificada Ejidal.

Los parámetros que se definieron para las cuatro proyecciones son: falso este, falso norte, factor de escala, meridiano y/o paralelo central. Es necesario mencionar que, los parámetros Falsos Este y Falso Norte fueron determinados a partir de la extensión de la zona de estudio. De esta manera, se definió el mismo Falso Este y Falso Norte para las cuatro proyecciones. En la Tabla 8 se pueden observar los parámetros cartográficos establecidos para las cuatro proyecciones seleccionadas.

**Tabla 8***Parámetros para proyecciones cartográficas seleccionadas*

<b>Proyección</b>	<b>FE (m)</b>	<b>FN (m)</b>	<b>K0</b>	$\lambda_0$	$\varphi_0$
<b><i>Cilíndrica Secante</i></b>	350.000	400.000	0.999985	-90.303667	-0.742998
<b><i>Isógona</i></b>					
<b><i>Local Transversa de Mercator</i></b>	350.000	400.000	1.00001113	-90.5	0.25
<b><i>Gauss Kruger Modificado</i></b>	350.000	400.000	0.999985	-90.303667	-0.742998
<b><i>Modificada Ejidal</i></b>	350.000	400.000	0.999985	-90.749937	-0.496987

**Selección de la Proyección con mínimas deformaciones**

Para determinar qué proyección se ajusta mejor a la zona de estudio, en esta fase se trabajaron con datos tomados en campo por terceros, con el propósito de determinar módulos de deformación lineal y superficial, errores en distancias y superficies proyectadas y su cumplimiento para escalas 1:1000 y 1:5000.

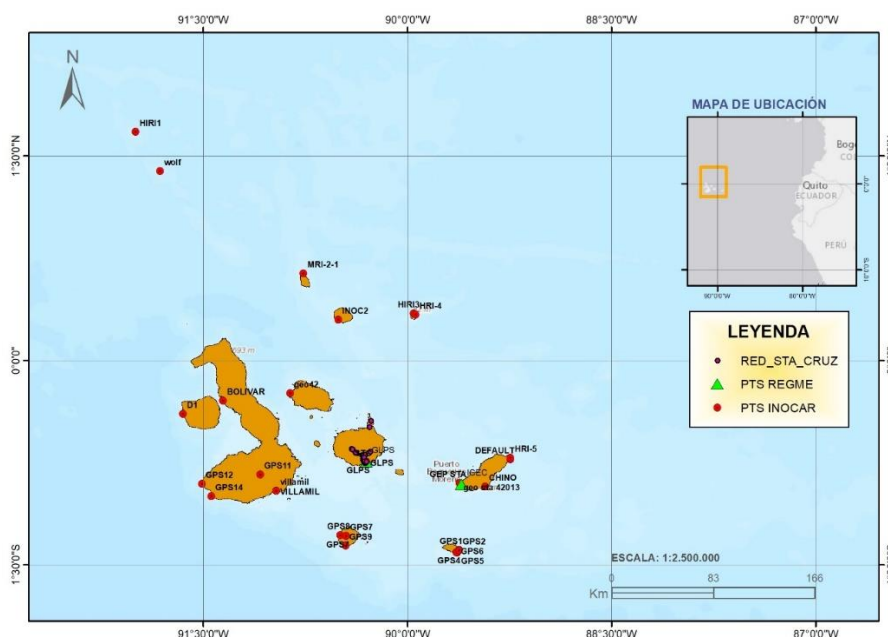
***Cálculo de distancias y áreas elipsoidales y proyectadas***

Con respecto a las distancias, estas se definieron con 60 puntos levantados por instituciones gubernamentales con dos estaciones de monitoreo continuo de la REGME (ICEC y GLPS), como se puede apreciar en la Figura 40. De este conjunto de coordenadas, 30 puntos fueron tomados en campo en el año 2018 y 2019 por parte del Instituto Oceanográfico y Antártico de la Armada (INOCAR); mientras que, los 30 puntos restantes pertenecen a la Red Local del GAD Cantonal del cantón de Santa Cruz. Es así que, se obtuvo un conjunto de 120 distancias proyectadas y elipsoidales.

Para este apartado, se utilizó únicamente la norma IGM, que como ya se mencionó anteriormente, permite un error de 0.3 m por cada 10 Km para escala 1:1000 y 1.5 m por cada 10 Km para escala 1:5000.

**Figura 40**

*Puntos tomados en campo y puntos REGME*



Para el cálculo de las distancias elipsoidales se utilizaron las coordenadas geográficas de los puntos ya mencionados y se aplicó el problema inverso con el método de Bowring, ya que las distancias entre los puntos no sobrepasaban los 150 km.

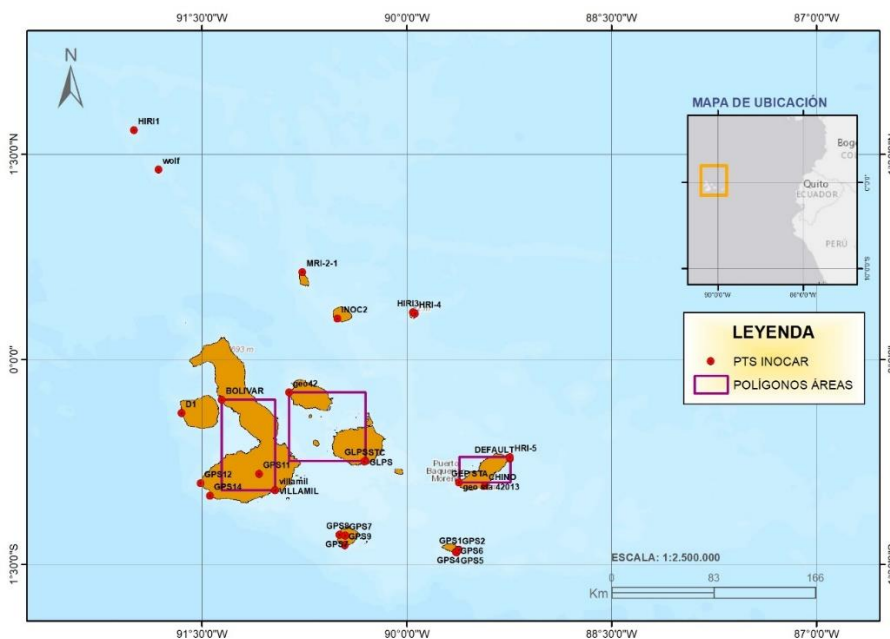
En relación a las distancias proyectadas, con los parámetros definidos anteriormente en las cuatro proyecciones seleccionadas y con sus respectivas fórmulas de correspondencia directa, se transformaron a coordenadas proyectadas las coordenadas de los puntos establecidos. Finalmente, a partir de estas, se calcularon las respectivas distancias euclidianas. Todos estos cálculos se realizaron a partir de su programación en el Software Matlab.

Por otra parte, como se puede observar en la Figura 41, las áreas de los polígonos se definieron a partir de dos puntos extremos que cubrían la mayor parte del territorio de las islas pobladas, los mismos que forman parte de los datos ya mencionados. De esta manera, las áreas fueron establecidas entre las coordenadas: Bolívar- Villamil, GEO42-GLPS, HRI-5-GEO STA 4203.



**Figura 41**

*Polígonos para cálculo de áreas*



Para el cálculo de las áreas sobre el elipsoide se aplicó las ecuaciones correspondientes. Mientras que, para las áreas proyectadas se utilizó la fórmula del área de Gauss.

***Cálculo de errores en distancias y áreas***

Para la determinación de los errores presentados en las distancias, se calculó la diferencia entre las distancias elipsoidales con las distancias planas para las cuatro proyecciones seleccionadas. A su vez, para contar con una mejor percepción de estos y considerando a las tolerancias establecidas de 0.3 m por el IGM, se ajustó el error cometido por cada 10 km a lo largo de la distancia total de cada par de coordenadas, a partir de una regla de tres simple, como se evidencia en la Ecuación 47.

$$error = \frac{|distproyectada - distelipsoidal| * 10000}{distelipsoidal}$$

(47)

En la Tabla 9 se presenta una muestra de los errores obtenidos para cada proyección en las distancias entre los puntos ICEC y GLPS.

**Tabla 9**

*Errores en distancias*

COORDENADAS		ERRORES (m/10 Km)							
		CILÍNDRICA SECANTE		GAUSS KRUGER MODIFICADO		LTM		EJIDAL	
Phi	Lamb	GLPS	ICEC	GLPS	ICEC	GLPS	ICEC	GLPS	ICEC
-0.8375	-91.0826	0.2635	0.1476	0.1600	0.1317	0.2460	0.4283	0.0675	0.3829
-0.9056	-91.5117	0.3549	0.1520	0.5958	0.4140	0.5526	0.5814	0.0746	0.3715
-0.9975	-91.4423	0.4742	0.1854	0.5125	0.3556	0.4902	0.5439	0.0388	0.3606
-1.2881	-90.4505	0.4973	0.3279	0.1390	0.0587	0.1373	0.5456	0.0659	0.7423
-1.2823	-90.4931	0.4181	0.2680	0.1317	0.0508	0.1318	0.5249	0.0441	0.7053
-1.3594	-90.4543	0.6220	0.4449	0.1384	0.0579	0.1367	0.5436	0.0638	0.7389
-1.4072	-89.6385	0.2770	1.2345	0.0760	0.5640	0.5966	1.2952	0.8362	1.8030
-1.4107	-89.6334	0.2809	1.2181	0.0795	0.5693	0.6016	1.3020	0.8432	1.8118
-1.4113	-89.6369	0.2745	1.2340	0.0771	0.5657	0.5982	1.2975	0.8385	1.8059
-1.3924	-89.6196	0.3250	1.1233	0.0890	0.5838	0.6153	1.3207	0.8622	1.8358

En el caso de los errores de las áreas, se calculó la diferencia absoluta entre las áreas elipsoidales con las áreas proyectadas, como se puede apreciar en la Tabla 10.

**Tabla 10***Errores en áreas para las diferentes proyecciones*

COORDENADAS			ERRORES (m2)			
PHI	LAMB	POLÍGONO	CILÍNDRICA SECANTE	GAUSS- KRUGER MODIFICADO	LTM	EJIDAL
-0.24084	-90.8620	STA CRUZ	334596.74	47120.87	58046.37	100043.84
-0.7429	-90.8620					
-0.7429	-90.3036					
-0.24084	-90.3036					
-0.29447	-91.3559	ISABELA	190533.75	611637.03	486965.07	58558.76
-0.95771	-91.3559					
-0.95771	-90.9654					
-0.29447	-90.9654					
-0.71388	-89.6165	SAN	118351.95	313382.27	459354.73	572302.32
-0.90047	-89.6165	CRISTÓBAL				
-0.90047	-89.2414					
-0.71388	-89.2414					

***Cálculo de módulos de deformación lineal y superficial***

Con respecto a la determinación del módulo de deformación lineal, en función de las distancias elipsoidales y planas para las cuatro proyecciones seleccionadas, se empleó la Ecuación 17. Los resultados se pueden apreciar en la Tabla 11.

Mientras que, para el cálculo de los módulos de deformación superficial, en función de las áreas elipsoidales y planas para las cuatro proyecciones seleccionadas, se aplicó la Ecuación 26. Los resultados se pueden apreciar en la Tabla 12.

**Tabla 11***Módulos de Deformación Lineal en función de las distancias*

COORDENADAS		SECANTE_ISOG		GAUSS KRUGER MODIFICADO		LTM		EJIDAL	
Phi	Lam	LICEC	LGLPS	LGLPS	LICEC	LGLPS	LICEC	LGLPS	LICEC
-0.83748632	-91.0825818	0.99998524	0.99997365	1.000016	1.00001317	1.0000246	1.00004283	0.99999325	1.00003829
-0.90557061	-91.5116996	0.9999848	0.99996451	1.00005958	1.0000414	1.00005526	1.00005814	1.00000746	1.00003715
-0.99752625	-91.4423065	0.99998146	0.99995258	1.00005125	1.00003556	1.00004902	1.00005439	1.00000388	1.00003606
-1.28814385	-90.4504541	1.00003279	1.00004973	0.9999861	1.00000587	1.00001373	1.00005456	1.00000659	1.00007423
-1.28226085	-90.493063	1.0000268	1.00004181	0.99998683	1.00000508	1.00001318	1.00005249	1.00000441	1.00007053
-1.35940121	-90.4543074	1.00004449	1.0000622	0.99998616	1.00000579	1.00001367	1.00005436	1.00000638	1.00007389
-1.40718932	-89.6385305	1.00012345	0.9999723	1.0000076	1.0000564	1.00005966	1.00012952	1.00008362	1.0001803
-1.41069524	-89.6334397	1.00012181	0.99997191	1.00000795	1.00005693	1.00006016	1.0001302	1.00008432	1.00018118
-1.41132281	-89.6368586	1.0001234	0.99997255	1.00000771	1.00005657	1.00005982	1.00012975	1.00008385	1.00018059
-1.39240775	-89.6196349	1.00011233	0.9999675	1.0000089	1.00005838	1.00006153	1.00013207	1.00008622	1.00018358
-1.39476719	-89.6203851	1.0001131	0.99996789	1.00000885	1.0000583	1.00006146	1.00013197	1.00008612	1.00018345
-0.92672362	-89.4293661	0.99996111	0.99996258	1.00002406	1.00008034	1.00008243	1.00015977	1.00011442	1.00021859
-0.72454758	-89.2435284	1.00007627	0.99998707	1.00004244	1.00010537	1.0001064	1.0001904	1.00014553	1.00025635

**Tabla 12**

*Módulos de Deformación Superficial en función de las áreas.*

COORDENADAS		POLÍGONO	SECANTE_ISOGONA	GAUSS_KRUGER	LTM	EJIDAL
Phi	Lam		S	MODIFICADO	S	S
-0.240849	-90.862001	Santa Cruz	0.999903041	0.99998635	1.00001682	0.99997101
-0.74299	-90.862001					
-0.74299	-90.30367					
-0.240849	-90.30367	Isabela	0.999940226	1.00019188	1.00015277	1.00001837
-0.294472	-91.355946					
-0.957714	-91.355946					
-0.957714	-90.965474					
-0.294472	-90.965474					
-0.713886	-89.616546	San Cristóbal	1.000664477	1.00013741	1.00036386	1.00053334
-0.900479	-89.616546					
-0.900479	-89.241458					
-0.713886	-89.241458					

### ***Cálculo de precisiones planimétricas***

Para obtener el valor de la precisión, se multiplicó el valor absoluto de la deformación lineal expresada en m/km por un factor cuyo valor es de 1.8, debido a que corresponde a la máxima distancia en kilómetros que se puede medir en un levantamiento topográfico a escala 1:1000 (Comisión Nacional de Riego , 2015). Es así que, se asegura la transformación de unidad de deformación (m/Km) a una unidad de longitud (m), con la cual se puede interpretar el cumplimiento de la precisión establecida por el IGM, que es de 0.30 m. Los resultados se pueden apreciar en la Tabla 13.

**Tabla 13**

*Precisiones planimétricas de puntos*

COORDENADAS		PRECISIONES			
Phi	Lamb	SECANTE_ISOG	GAUSS_KRUGER	LTM	EJIDAL
		MODIFICADO			
-0.83748632	-91.0825818	0.01367008	0.14042779	0.11370369	0.00353388
-0.90557061	-91.5116996	0.045990727	0.37575023	0.30251076	0.13312889
-0.99752625	-91.4423065	0.093653259	0.33078222	0.26507304	0.10527489
-1.28814385	-90.4504541	0.274587063	0.0210562	0.02072002	0.00225795
-1.28226085	-90.493063	0.270467794	0.01710462	0.0200561	0.00879743
-1.35940121	-90.4543074	0.325980133	0.02074041	0.02061875	0.00289193
-1.40718932	-89.6385305	0.361997668	0.09503652	0.22477015	0.31376697
-1.41069524	-89.6334397	0.364689097	0.09691148	0.22719655	0.31689533
-1.41132281	-89.6368586	0.365171578	0.09565041	0.22556493	0.31479194
-1.39240775	-89.6196349	0.350723865	0.10207085	0.2338533	0.32545896
-1.39476719	-89.6203851	0.352515403	0.10178761	0.23348859	0.32499045
-0.92672362	-89.4293661	0.056546686	0.18393914	0.3363795	0.45429612
-0.72454758	-89.2435284	0.034373857	0.28318783	0.45579649	0.59939417
-0.90047879	-89.6165461	0.043486174	0.10328427	0.23543092	0.32751089
-0.71388588	-89.2414579	0.038550343	0.28440225	0.45723612	0.60112068

### ***Definición de Sistema de Proyección Cartográfico Local***

Para definir el sistema de proyección cartográfica local, se establecieron tres criterios de análisis. El primero consistió en analizar los estadísticos de los módulos de deformación lineal, en donde se consideró que la media se encuentre dentro de los límites definidos para las escalas ya mencionadas (0.99997-1.00003,0.99985-1.00015) y que presente valores mínimos en el RMSE. El segundo criterio fue determinar que la proyección seleccionada cuente con los valores mínimos en el RMSE respecto a los errores producidos en las distancias proyectadas y que a su vez cumpla con los límites ya definidos. Finalmente, el tercer criterio a considerar fue que dicha proyección cumpla con las mejores precisiones planimétricas para escalas 1:1000 y 1:5000.

### **Desarrollo de Red Geodésica**

#### ***Planificación de Red Geodésica***

Para la planificación de la red geodésica en las Islas Galápagos fue necesario definir el número de puntos de rastreo y su ubicación, diseño de la red geodésica, el método de posicionamiento, y el tiempo de rastreo.

En relación a la selección de los puntos de rastreo, se consideraron a los puntos materializados por el IGM, los mismos que forman parte del proyecto RENAGE y Villamil, en donde se consideraron los siguientes criterios: fácil acceso a las Islas, debido a la limitación de transporte entre Islas y ubicación de puntos en lugares estratégicos con el propósito de asegurar un adecuado acceso en la etapa de rastreo.

De esta manera, se determinaron tres puntos en las Islas: Isabela (Capitanía Puerto Villamil), Santa Cruz (GAD Parroquial Santa Rosa), Baltra (Base Aérea Galápagos). Al ser necesario que estos proyectos se encuentren enlazados a las Red GNSS de Monitoreo Continuo del Ecuador (REGME), estos puntos se enlazaron a dos estaciones de la REGME, las cuales fueron GLPS e ICEC. Es así que, se definió una red de cinco vértices.

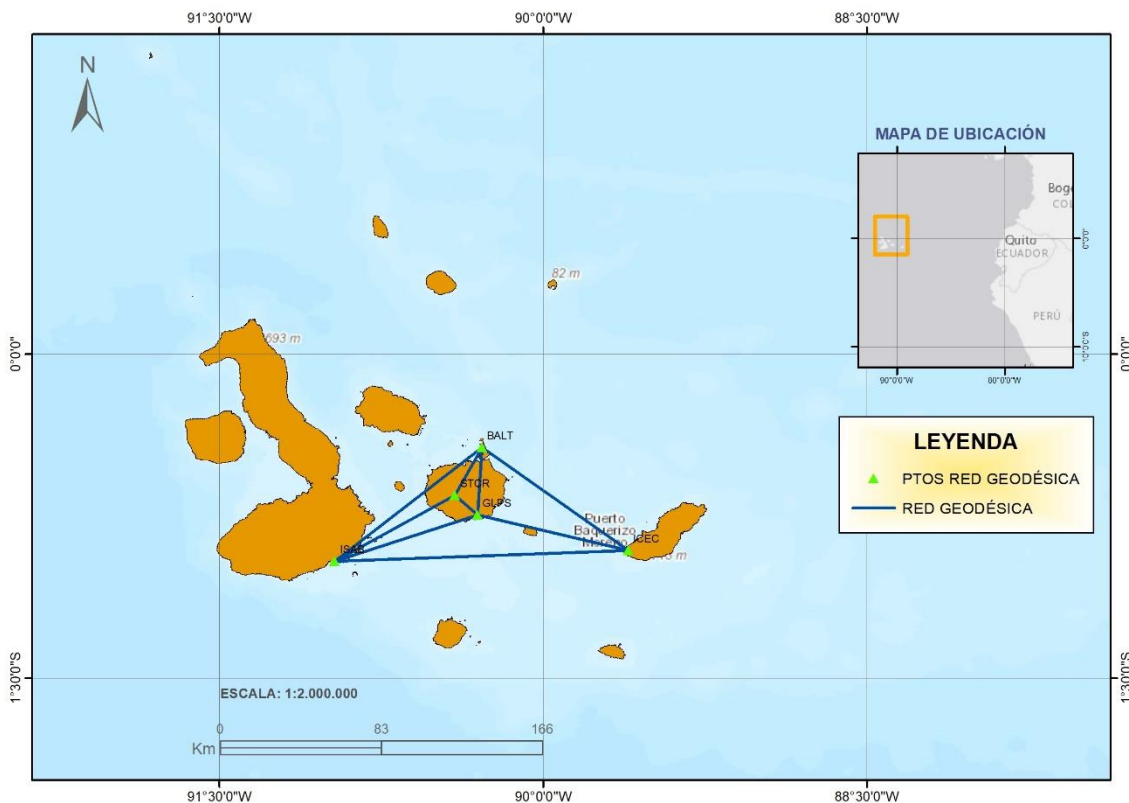
El criterio técnico usado para el diseño de la red geodésica en Galápagos cumple con los siguientes criterios:

- Cada vértice está directamente enlazado mediante observaciones simultáneas con al menos otros dos vértices de la red.
- Los vértices están conectados entre sí por medio de la figura más básica (triángulos) que debe tener la mayor fuerza de figura.
- Las estaciones adyacentes deben estar directamente conectadas
- Cada punto debe ser rastreado mínimo dos veces.
- Cada sesión GPS debe tener al menos un vector en común entre puntos de rastreo y estos no deben cruzarse entre sí

De esta manera, el diseño de dicha red se puede apreciar en la Figura 42.

**Figura 42**

*Diseño Red Geodésica Galápagos*





Para la ejecución de la red geodésica en las Islas Galápagos se contó con dos receptores y el tiempo de rastreo fue establecido según la Norma para Estudios y Diseños Viales (NEVI) (2013), siendo el tiempo de observación de 4 horas para cada sesión, por lo que el método de posicionamiento fue Estático (Ministerio de Transporte y Obras Públicas, 2013). Por otra parte, para la definición de las líneas independientes en cada sesión, se usó la Ecuación 48 dada por la NEVI (2013). En la Tabla 14 se observa el número de líneas independientes, vértices, número de receptores y sesiones

$$NL = NR - 1 \quad (48)$$

Donde:

NL : Número de líneas independientes en una sesión

NR : Número de receptores que rastrean simultáneamente

**Tabla 14**

*Número de Sesiones y Líneas Independientes*

<b>Vértices o Puntos</b>	<b>Número de Receptores</b>	<b>Líneas Independientes</b>	<b>Número de Sesiones</b>
5	4	3	4

Se consideraron los materiales y equipos detallados en la Tabla 15.

**Tabla 15**

*Materiales y Equipos de trabajo*

<b>Descripción Equipo</b>	<b>Marca</b>	<b>Cant</b>	<b>Descripción Equipo</b>	<b>Marca</b>	<b>Cant</b>
Antenas Gps R8-S	Trimble	02	Cargadores baterías	Trimble	02
Base Nivelante	Trimble	02	Maletas transporte	Trimble	02
Baterías Internas	Trimble	04	Cinta métrica	-	02
Colectora Gps	Trimble	01	Hojas de Campo	-	06

El rastreo se realizó con la configuración indicada en la Tabla 16.

**Tabla 16**

*Configuración de rastreo GNSS*

<b>Método de medición</b>	Estático
<b>Intervalo de registro</b>	5 seg
<b>Ángulo de enmascaramiento</b>	15°
<b>Máscara de Satélites</b>	GPS y GLONASS
<b>Advertancia de PDOP</b>	≤4
<b>Medición de la altura</b>	Centro del tope protector

***Post-Proceso***

**Tratamiento de archivos de observación**

Se necesitó contar con los archivos de observación generados durante el rastreo GNSS, los cuales tienen un formato “.T02”. A su vez, se requirieron las efemérides precisas, que fueron descargadas del portal de CDDIS para los días en que se realizó el posicionamiento, estos archivos tienen una extensión .sp3.

Así también, fue mandatorio el uso de los datos de observación de las estaciones de monitoreo continuo, de los días en los que se realizaron las observaciones. Para la estación GLPS, los datos fueron descargados del Geoportal del IGM; mientras que, para la estación ICEC, se utilizó la plataforma de UNAVCO.

Al haber sido realizado el rastreo de la segunda sesión durante el cambio de día GPS, que para Galápagos es a las 06:00 pm hora local, fue necesario la unión de estos archivos de observación. Para asegurar un mejor Post-Proceso, a estos últimos archivos se dividieron para el tiempo de rastreo de cada sesión, con lo que se obtuvieron tres archivos de observación para ICEC y GLPS. Con este propósito, se utilizó la herramienta TEQC.

### Post-Proceso de Red Geodésica

Para realizar esta fase se utilizó el Software Trimble Business Center (TBC), en su versión 2.5. Como primera parte, se estableció la Configuración del Proyecto, en donde se definió el Sistema de Coordenadas, Cálculos (Tolerancia en Puntos), Procesamientos de Líneas Base (Tipo de Solución, Frecuencia, Generar residuales, Intervalo de Procesamiento, Calidad y Satélites), Ajuste de Red y Errores Estándar por Defecto (GNSS).

Una vez configurada la plantilla de trabajo, se procedió a cargar los archivos de observación antes mencionados con sus respectivas características. Así también, se ingresaron las características del equipo utilizado y su altura de rastreo, en la Tabla 17 se presentan estos valores.

**Tabla 17**

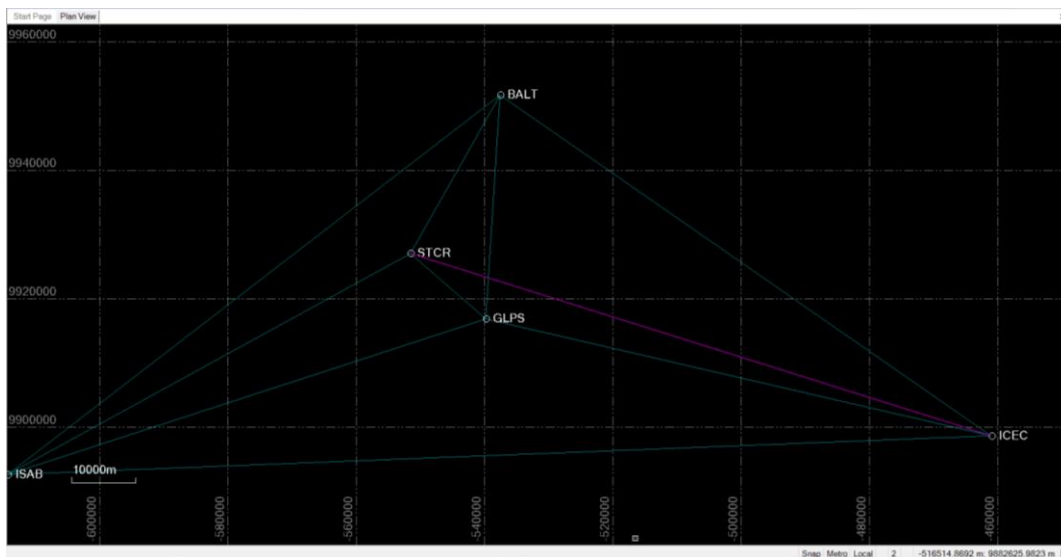
*Altura de equipos*

ID Punto	Nombre archivo	Altura de rastreo (m)
ISAB	02321891	1.681
ISAB	02321892	1.629
BALT	03161891	1.41
BALT	03161900	1.444
STCR	03161892	1.682
STCR	02321900	1.412

Una vez importados estos datos, se pudo observar todas las líneas bases formadas durante el rastreo. Por lo que, se procedió a eliminar las líneas bases que no formaban parte del diseño de la red antes establecido, como se puede apreciar en la Figura 43.

**Figura 43**

*Líneas Base formadas durante rastreo*



Posteriormente, se procedió a añadir las coordenadas geodésicas de los puntos de Control de Calidad, para este caso fueron las estaciones de monitoreo continuo GLPS e ICEC. Para obtener un adecuado ajuste, estas coordenadas fueron obtenidas de las soluciones semanales de SIRGAS, que están referidas al marco IGB14. Es importante mencionar que, estas coordenadas se presentan en forma cartesiana, por lo que fue necesario su transformación a coordenadas geodésicas.

Seguidamente, se procesaron las 14 líneas base que conformaban a esta red. Una vez conseguida una solución fija entre estas líneas, se procedió a descargar su informe, para determinar qué satélites necesitan ser tratados en función de sus residuales.

Una vez eliminados los lapsos de tiempo que presentan problemas, se volvió a procesar las líneas base. Para lograr un adecuado ajuste de la red, se procedió a eliminar las líneas bases que entre vértices presentaban menores precisiones. Así también, se consideró el criterio de independencia lineal para la selección de los vectores que conformarían la red.

A continuación, se procedió a realizar el Ajuste de la Red. Para esto, se fijaron las coordenadas, tanto en su componente horizontal, como en vertical. Posteriormente, se verificaron en los resultados el paso de la red con un Factor de Referencia de 1.09, como se puede apreciar en la Figura 44.

**Figura 44**

*Ajuste de Red Geodésica*

Fixed Coordinates	Weighting	Results
Reference factor:	1.09	
Chi Square test (95	Passed	
Degrees of freedom	16	

Finalmente, se generaron los reportes de: Ajuste de Red, Cierre de Ciclo, Elenco de Coordenadas (Figura 45) y Líneas Base.

**Figura 45**

*Coordenadas Globales de Red Geodésica*

ID	Latitude (Global)	Longitude (Global)	Height (Global) (Meter)
BALT	S0°25'53.41436"	O90°17'00.29464"	14.0893
GLPS	S0°44'34.79210"	O90°18'13.19290"	1.7695
ICEC	S0°54'26.41670"	O89°36'14.22510"	51.5627
ISAB	S0°57'27.76547"	O90°57'55.68882"	-2.6417
STCR	S0°39'06.13221"	O90°24'27.66032"	412.7592

### ***Parámetros de la Red Geodésica***

En la Tabla 18 se presentan los parámetros de la Red Geodésica.

**Tabla 18**

*Parámetros Red Geodésica*

<b>Elipsoide</b>	GRS-80
<b>Sistema de Referencia</b>	SIRGAS
<b>Marco de Referencia</b>	ITRF-14
<b>Época</b>	2021.5
<b>Semana GPS</b>	2165

### Validación de SPCL-Galápagos

A partir del elenco de coordenadas geodésicas generado en el ajuste de red, se procedió a calcular las coordenadas proyectadas de estos puntos y a realizar el cálculo de las distancias entre sus vértices y su área.

### ***Transformación de Coordenadas de la Red Geodésica a coordenadas proyectadas***

Con los parámetros ya definidos para el SPCL de Galápagos, se calcularon sus coordenadas proyectadas, módulos de deformación lineal en el punto y sus precisiones, como se puede evidenciar en la Tabla 19.

**Tabla 19**

*Coordenadas proyectadas de vértices de Red Geodésica*

ID	PHI	LAMB	E	N	MOD. LINEAL	PREC.
<b>BALT</b>	-0.43150	-90.28341	352254.32526	352287.46256	0.999985	0.026887
<b>GLPS</b>	-0.74299	-90.30367	350000.25663	317844.74182	0.999985	0.027000
<b>ICEC</b>	-0.90734	-89.60395	427883.06093	299665.65044	1.000060	0.108104
<b>ISAB</b>	-0.95771	-90.96547	276338.20495	294095.99798	1.000052	0.093855
<b>STCR</b>	-0.65170	-90.40768	338421.85612	327939.29960	0.999987	0.024014

### ***Deformación lineal entre los vértices de la red geodésica***

Para la determinación de los errores presentados en las distancias de los vértices de la red, se calculó la diferencia entre las distancias elipsoidales y las distancias proyectadas con el SPCL para Galápagos. Así también, para contar con una mejor percepción de estos, nuevamente se ajustó el error cometido para una relación de 0.3 m por cada 10 km.

Con respecto a la determinación del módulo de deformación lineal, en función de las mismas distancias, se empleó la Ecuación 17. Los resultados se pueden apreciar en la Tabla 20.

**Tabla 20**

### *Errores y Módulos de Deformación Lineal para Red Geodésica*

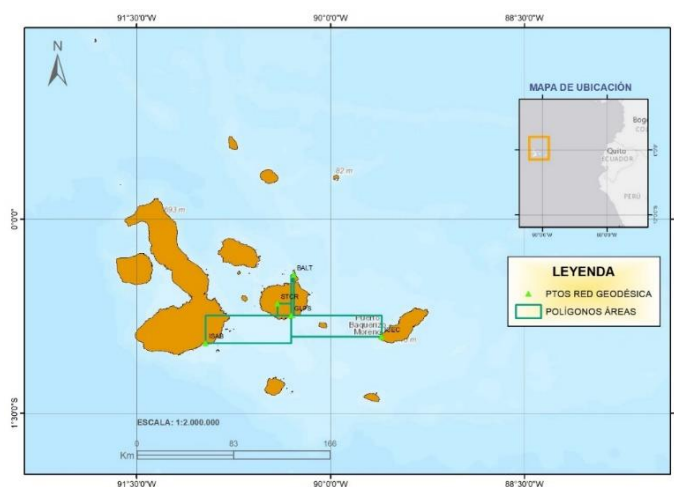
<b>TRAMOS</b>	<b>DISTANCIA PROYECTADA</b>	<b>DISTANCIA ELIP</b>	<b>ERROR (m/10Km)</b>	<b>MODULOS</b>
<b>BALT-ISAB</b>	95653.03902	95652.39659	0.067163134	1.000006716
<b>BALT-STCR</b>	28003.03987	28003.44686	0.145337684	0.999985466
<b>BALT-GLPS</b>	34516.39954	34516.91657	0.149790241	0.999985021
<b>BALT-ICEC</b>	92134.47112	92133.4794	0.107639361	1.000010764
<b>STCR-ISAB</b>	70708.9019	70708.09223	0.114509445	1.000011451
<b>STCR-GLPS</b>	15360.97181	15361.19374	0.144471159	0.999985553
<b>GLPS-ISAB</b>	77395.74079	77395.1696	0.073800985	1.00000738
<b>GLPS-ICEC</b>	79976.31255	79975.51129	0.100187564	1.000010019
<b>ISAB-ICEC</b>	151647.1708	151645.846	0.087361423	1.000008736

### *Deformación superficial del polígono de la red geodésica*

Para la determinación de las deformaciones superficiales presentadas para la red geodésica, como se puede observar en la Figura 46, se formaron cuatro diferentes polígonos entre el punto de GLPS y los puntos restantes. Se tomó como referencia dichas coordenadas debido a que este es el punto de origen del SPCL para Galápagos.

**Figura 46**

*Polígonos de Red Geodésica*



Para determinar los errores en superficies, se calcularon las diferencias entre las áreas elipsoidales y las proyectadas con el SPCL para Galápagos. Además, se realizó el cálculo del estadístico error cuadrático medio (RMSE), siendo el valor de referencia el área en el elipsoide. Con respecto a la determinación del módulo de deformación superficial, en función de las mismas áreas, se empleó la Ecuación 26, donde los resultados se pueden apreciar en la Tabla 21.

**Tabla 21**

*Errores y Módulos de Deformación Superficial en Red Geodésica*

<b>POLÍGONO</b>	<b>AREA PROYECTADA (Km2)</b>	<b>AREA ELIPSOIDAL (Km2)</b>	<b>ERROR (Km2)</b>	<b>MOD. SUPERFICIAL</b>
<b>BALT-GLPS</b>	77.634117	77.636632	0.002515	0.99996761
<b>ICEC-GLPS</b>	1415.334233	1415.289136	0.045097	1.00003186
<b>ISAB-GLPS</b>	1748.921077	1748.964427	0.043350	0.99997521
<b>STCR-GLPS</b>	116.879188	116.882557	0.003369	0.99997117

### **Desarrollo de calculadora de transformación de coordenadas y Herramienta para SIG**

En relación a la calculadora de transformación de coordenadas al SPCL-Galápagos, este fue desarrollado en el software Matlab. Esta calculadora consta de un menú de dos opciones para brindarle al usuario dos posibilidades de entrada de datos, la primera opción pide el ingreso de una coordenada y la segunda opción es la entrada de una base de datos en formato xls. Seguidamente se despliega un submenú de tres opciones de transformación: coordenadas geodésicas a coordenadas SPCL-Galápagos, coordenadas UTM a SPCL-Galápagos, coordenadas SPCL a coordenadas geodésicas. Para la utilización de esta calculadora, se desarrolló un manual en el que se detalla el procedimiento a seguir para su correcto funcionamiento.

En cuanto a la herramienta Toolbox para ArcGIS, fue necesario crear la nueva proyección en ArcGIS, ingresando todos los parámetros ya definidos de la SPCL-



Galápagos y posteriormente se exportó en formato .prj, con el fin de que este archivo sea leído en el código de programación. Posteriormente se desarrolló el código de transformación en el que se utilizó el lenguaje de programación de Python. A partir de esto, se generaron dos códigos, donde el primer código permite transformar cualquier sistema de coordenadas a SPCL-Galápagos y otro código que facilitaría la conversión de coordenadas proyectadas con este último sistema a cualquier otro.

**CAPITULO IV**  
**ANÁLISIS DE RESULTADOS**

**Análisis estadístico de módulos de deformación lineal y superficial puntuales**

**Tabla 22**

*Reporte estadístico de módulos de deformación lineal y superficial de proyecciones con respecto a grilla de puntos equiespaciados*

ESTADÍSTICOS	PROYECCIONES								
	MÓDULOS DE DEFORMACIÓN LINEAL								
	M_ELIP	STR_ECU	STR_OBL	SEC_ISO	UTM	LTM	GAUSS	OBLI_MER	EJIDAL
	MODIFICADO								
<b>MEDIA</b>	1.000164	1.000310	1.000355	1.000080	1.000347	1.000139	1.000119	0.999707	1.000122
<b>DESV STDR</b>	0.000171	0.000211	0.000268	0.000171	0.000358	0.000114	0.000127	0.000441	0.000134
<b>MIN</b>	0.999985	1.000000	0.999831	0.999901	0.999753	1.000011	0.999985	0.998892	0.999986
<b>MAX</b>	1.000590	1.001040	1.001051	1.000507	1.000981	1.000356	1.000426	1.000942	1.000455
<b>RMSE</b>	0.000237	0.000375	0.000444	0.000189	0.000499	0.000180	0.000173	0.000529	0.000181
	MÓDULOS DE DEFORMACIÓN SUPERFICIAL								
<b>MEDIA</b>	1.000327	1.000621	1.000709	1.000190	1.000695	1.000278	1.000237	0.999414	1.000245
<b>DESV STDR</b>	0.000342	0.000423	0.000536	0.000342	0.000717	0.000228	0.000253	0.000882	0.000268
<b>MIN</b>	0.999970	1.000000	0.999662	0.999833	0.999506	1.000022	0.999970	0.997785	0.999972
<b>MAX</b>	1.001181	1.002081	1.002104	1.001044	1.001963	1.000713	1.000853	1.001884	1.000910
<b>RMSE</b>	0.000473	0.000751	0.000889	0.000391	0.000998	0.000359	0.000347	0.001058	0.000362

Es importante mencionar que, el factor de escala fue una variable determinante al momento de reducir las deformaciones lineales y superficiales en las nueve proyecciones. En un primer escenario se definió un factor de escala de 1 con lo que se conservaban las propiedades de tangencia de las proyecciones; sin embargo, las deformaciones calculadas obtuvieron valores considerables.

Para resolver lo antes mencionado, se tomó como referencia al estudio realizado en Colombia en año 2018, en el que se define una proyección cartográfica única para este país, en donde en la proyección Gauss Kruger, a pesar de ser tangente, se modifica su factor de escala con un valor menor a 1, volviéndola así secante. En este sentido, adaptando este criterio a la presente investigación, a las proyecciones que presentaban un factor de escala 1, se les definió su propio factor de escala en relación a la máxima deformación generada en cada una de estas, pero los resultados no fueron favorables.

Seguidamente se definió un único factor de escala en función de la máxima deformación permisible, con este se lograron conseguir resultados óptimos para las distintas proyecciones y a su vez se logró que este valor esté referido a un valor normado por el ente rector de cartografía del país.

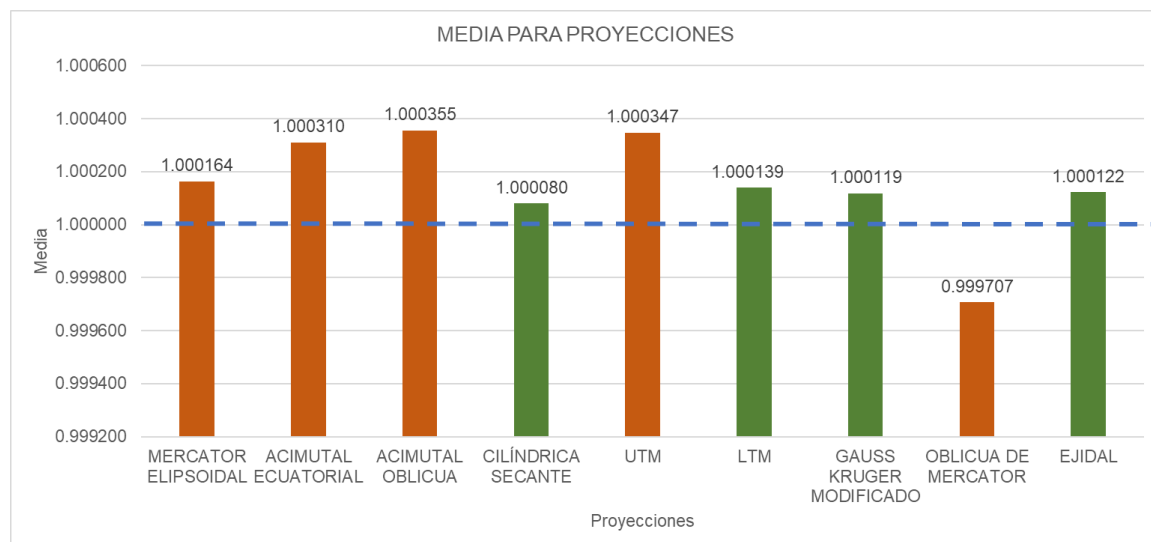
Como se pudo observar en la Tabla 22, y según su media se determinó que las proyecciones que presentan mayores deformaciones lineales y superficiales son: la UTM, Estereográfica Oblicua y la Oblicua de Mercator. Además, se evidenció que, los valores más altos con respecto a la desviación estándar corresponden a dichas proyecciones, lo que permite inferir que existe una mayor dispersión en estos valores con respecto a la media. Por el contrario, las proyecciones que presentan valores más adecuados en relación a la media y desviación estándar según el orden establecido son: Cilíndrica Secante Isógona, Gauss Kruger Modificado, Modificada Ejidal y LTM. Un esquema de esta información se puede apreciar en la Figura 47.

Los resultados obtenidos para la proyección UTM permiten demostrar que en los bordes de sus zonas es donde se presentan mayores distorsiones que no son admisibles para escalas grandes. Millar (2003) ratifica esta premisa con los resultados de su investigación, en donde demostró que para los extremos de la zona 18 se alcanzaron deformaciones lineales de hasta 8.63 m/km. En este contexto, se asevera que la proyección UTM no es adecuada para el archipiélago de Galápagos, ya que alcanzan errores lineales máximos de 0.98 m/km.

Por otra parte, se pudo inferir que los resultados obtenidos para la proyección Oblicua de Mercator no fueron óptimos, a pesar de que las zonas pobladas de las Islas Galápagos disponen de una orientación oblicua. Esto se debe a que la totalidad del área de estudio posee una orientación este-oeste, por lo que esta proyección no se adapta completamente a la configuración de la presente zona. Esto se puede contrastar con los resultados obtenido por Ibarra (2014) en el que determinó que la mejor proyección para Lima fue la Proyección Oblicua de Mercator, presentando una diferencia horizontal máxima de 0.087 m/km.

### Figura 47

#### *Media para Proyecciones Seleccionadas*

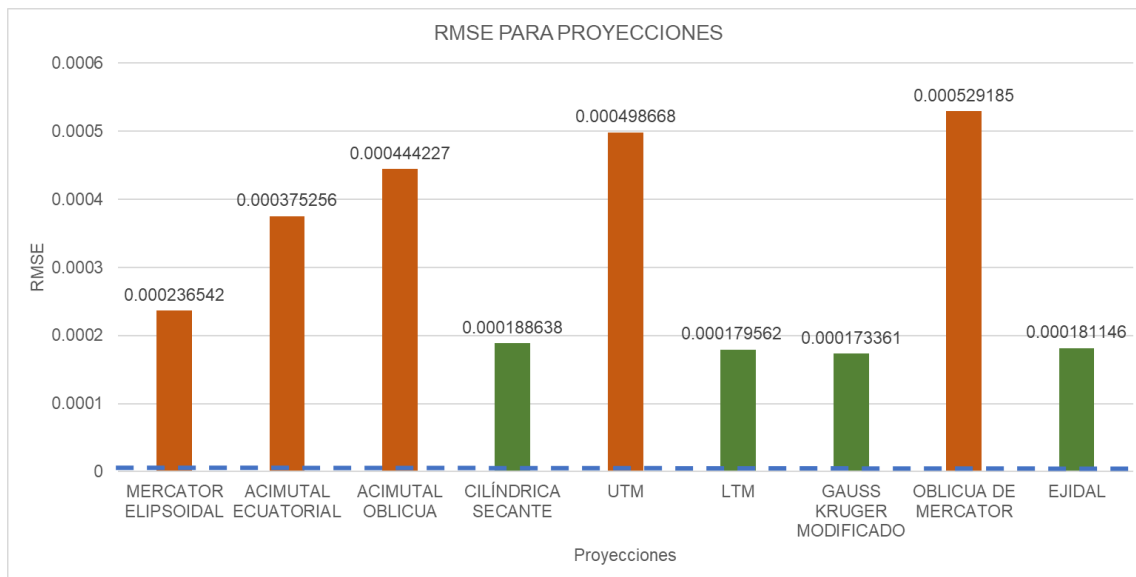


Sin embargo, estos estadísticos no indican de una manera concisa como varían estos módulos con respecto a un valor de referencia, que para este caso fue un valor de 1, pues esto indica una inexistencia de deformación al momento de representar objetos en el plano. De esta manera, tuvo más relevancia el estadístico RMSE, que permite conocer la dispersión de los datos con respecto a un valor de referencia.

Con respecto a lo ya expuesto, en la Tabla 23 se evidenció que los valores más cercanos a cero de RMSE corresponden a las proyecciones: Gauss Kruger Modificado, LTM, Ejidal y Cilíndrica Secante Isógona, respectivamente en el orden indicado. No obstante, las proyecciones que alcanzan los valores más altos son: Oblicua de Mercator, UTM, y las proyecciones Estereográficas azimutales. Esto se puede apreciar en la Figura 48.

**Figura 48**

*RMSE para Proyecciones Seleccionadas*



Cabe mencionar que este análisis permitió tener una perspectiva previa de cómo se comportan las nueve proyecciones establecidas, con lo que se pudo determinar de manera preliminar que las proyecciones que mejor se adaptan al área de estudio son: Gauss Kruger Modificado, Cilíndrica Secante Isógona, LTM y Modificada Ejidal.

### **Análisis de cumplimiento de módulos de deformación lineal de proyecciones propuestas para escala 1:1000 y 1:5000**

La zona de estudio presenta un área total de 129469.77 Km<sup>2</sup>. A partir de la interpolación de los módulos de deformación lineal para cada proyección, se determinó el porcentaje de área cumplimiento en la zona para la Norma INEN e IGM, como se puede evidenciar en la Tabla 23 y en la Tabla 24. A partir de esto, se determinó que las proyecciones con mayor porcentaje de cumplimiento a escala 1:5000, tanto para la norma INEN como para la norma IGM son: Gauss Kruger Modificado, Cilíndrica Isógona, Ejdal y LTM con un porcentaje de cumplimiento de 86.9%,86.4%,85.45% y 82.97% respectivamente. No obstante, las proyecciones con menor porcentaje de cumplimiento son: Oblicua de Mercator y UTM, y las proyecciones Estereográficas, teniendo un porcentaje de: 74.07% y 63.3% respectivamente. Este análisis lo podemos observar en la Figura 49.

**Tabla 23**

*Porcentaje de cumplimiento de módulos de deformación lineal para zona de estudio en Escala 1:5000*

PROYECCIÓN	Escala 1:5000		
	Norma INEN (%)	Norma IGM (%)	No cumple (%)
<b>Mercator Elipsoidal</b>	74.85	59.86	25.15
<b>Estereográfica Ecuatorial</b>	48.96	19.99	51.04
<b>Estereográfica Oblicua</b>	38.17	25.67	61.83
<b>Cilíndrica Sec. Isógona</b>	86.44	72.54	13.56
<b>UTM</b>	36.67	20.96	63.33
<b>LTM</b>	82.97	62.52	17.03
<b>Gauss-Kruger Modificado</b>	86.9	69.27	13.10
<b>Oblicua de Mercator</b>	25.93	15.36	74.07
<b>Ejdal</b>	85.45	68.25	14.55

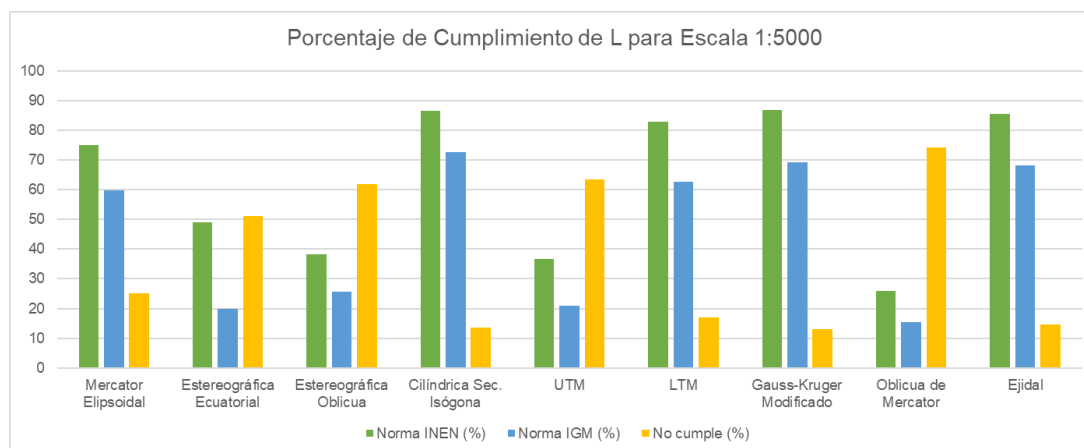
**Tabla 24**

*Porcentaje de cumplimiento de módulos de deformación lineal para zona de estudio en Escala 1:1000*

PROYECCIÓN	Escala 1:1000		
	Norma INEN (%)	Norma IGM (%)	No cumple (%)
<b>Mercator Elipsoidal</b>	36.38	31.18	63.62
<b>Estereográfica Ecuatorial</b>	9.32	5.28	90.68
<b>Estereográfica Oblicua</b>	5.45	5.44	91.21
<b>Cilíndrica Sec. Isógona</b>	23.73	13.75	76.28
<b>UTM</b>	6.65	4.13	93.5
<b>LTM</b>	26.95	23.29	66.77
<b>Gauss-Kruger</b>	31.63	35.90	57.02
<b>Oblicua de Mercator</b>	5.11	2.94	94.74
<b>Ejidal</b>	43.03	34.8	56.97

**Figura 49**

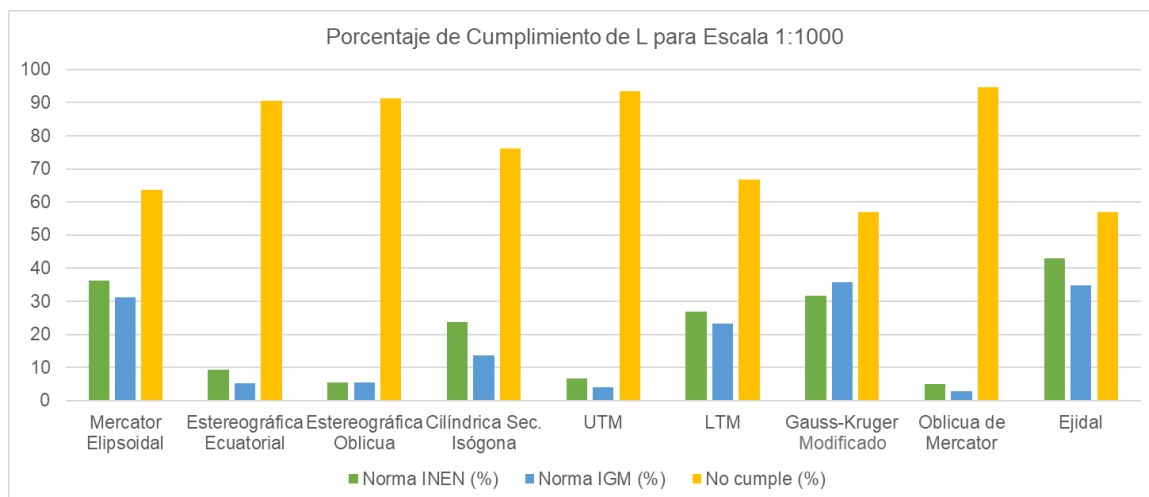
*Porcentaje de cumplimiento de Módulos de Deformación Lineal para escala 1:5000*



Con respecto al cumplimiento a escala 1:1000, en la Figura 50 se muestra que las proyecciones con mayor porcentaje de cumplimiento tanto en la norma INEN como IGM son: Modificada Ejidal, Gauss Kruger Modificado, LTM y Cilíndrica Secante Isógona presentando porcentajes de: 43.03%,31.63%,26.95% y 23.73% respectivamente.

**Figura 50**

*Porcentaje de cumplimiento de Módulos de Deformación Lineal para escala 1:1000*



Cabe mencionar que, al no ser estos porcentajes mayores al 50%, fue necesario considerar que las deformaciones estén dentro de los límites ya establecidos (0.99997-1.00003) para las zonas pobladas del archipiélago, ya que en estas áreas es donde se requieren mejores precisiones.

A partir del análisis de los mapas ya presentados y de los resultados del apartado anterior y considerando estas últimas observaciones, se determinó que las mejores opciones para un segundo análisis más riguroso son las proyecciones: Gauss Kruger Modificado, Cilíndrica Secante Isógona, LTM y Modificada Ejidal.

#### **Análisis estadístico de deformación lineal para las cuatro proyecciones seleccionadas con datos tomados en campo**

Tomando en cuenta el análisis estadístico realizado a los módulos de deformación lineal, con respecto a la media y estableciendo como única norma de control a la indicada por el IGM, se determinó que para escala 1:5000 las cuatro proyecciones se ajustan a este criterio, tomando en consideración a las distancias entre los puntos levantados en campo y las estaciones de la REGME: GLPS e ICEC. Mientras que para escala 1:1000, las proyecciones que cumplen de una manera óptima con las



deformaciones permisibles son: Cilíndrica Secante Isógona y Gauss Kruger Modificado cuyos valores son: 0.999979 y 1.000001 para GLPS, y con respecto a ICEC son: 0.999981 y 1.000024, respectivamente. Estos estadísticos se pueden apreciar en la Tabla 25 y 26. Como una segunda consideración, a partir de la media de los errores en distancias proyectadas, se estableció que la proyección de Gauss Kruger Modificado posee el valor más bajo de 0.21 m/10 km para distancias con GLPS y 0.24 m/10km para ICEC.

Para complementar, al conocer que el estadístico de mayor relevancia es el RMSE, a partir de este se pudo reafirmar que la proyección adecuada para el archipiélago es Gauss Kruger Modificado presentando un valor de 0.00003 y 0.30 m/10km para GLPS y 0.000036 y 0.36 m/10km para ICEC, el módulo de deformación lineal y error en distancias, respectivamente. Así mismo es necesario indicar que esta proyección puede alcanzar un error máximo de 1.3 m/10Km para una distancia aproximada de 300 Km.

**Tabla 25**

*Estadísticos para módulos de deformación lineal y errores en distancias respecto a GLPS*

ESTADÍS.	MÓDULOS DE DEFORMACIÓN LINEAL Y ERRORES-GLPS							
	SECANTE ISÓGONA		GAUSS-KRUGER MODIFICADO		LTM		EJIDAL	
	L	ERROR m/10km	L	ERROR m/10km	L	ERROR m/10km	L	ERROR m/10km
<b>MEDIA</b>	0.999979	0.285496	1.000001	0.206374	1.000032	0.315275	1.000028	0.285917
<b>DSV STDR</b>	0.000029	0.219698	0.000031	0.224640	0.000027	0.267330	0.000036	0.349739
<b>MIN</b>	0.999894	0.048296	0.999985	0.009334	1.000013	0.130337	0.999993	0.001263
<b>MAX</b>	1.000062	1.059776	1.000132	1.319323	1.000113	1.129380	1.000146	1.458933
<b>RMSE</b>	0.000036	0.359125	0.000030	0.303664	0.000041	0.411913	0.000045	0.449475

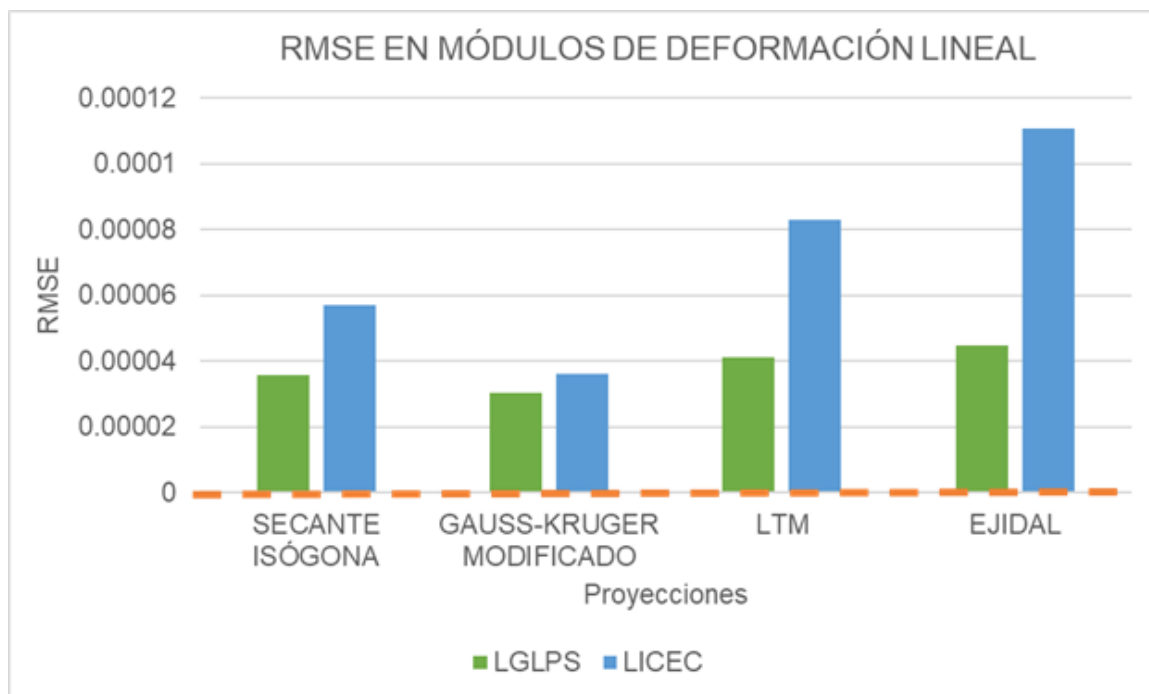
Tabla 26

*Estadísticos para módulos de deformación lineal y errores en distancias respecto a ICEC*

ESTADÍST	MÓDULOS DE DEFORMACIÓN LINEAL Y ERRORES-ICEC							
	SECANTE ISOGONA		GAUSS-KRUGER MODIFICADO		LTM		EJIDAL	
	L	ERROR m/10km	L	ERROR m/10km	L	ERROR m/10km	L	ERROR m/10km
<b>MEDIA</b>	0.999981	0.489044	1.000024	0.241634	1.000075	0.754722	1.000098	0.984850
<b>DSV STDR</b>	0.000054	0.298734	0.000027	0.271629	0.000035	0.347305	0.000051	0.514064
<b>MIN</b>	0.999889	0.070117	1.000004	0.043858	1.000042	0.419229	1.000035	0.353902
<b>MAX</b>	1.000123	1.234492	1.000106	1.056694	1.000191	1.907645	1.000257	2.567919
<b>RMSE</b>	0.000057	0.571768	0.000036	0.361856	0.000083	0.829587	0.000111	1.108957

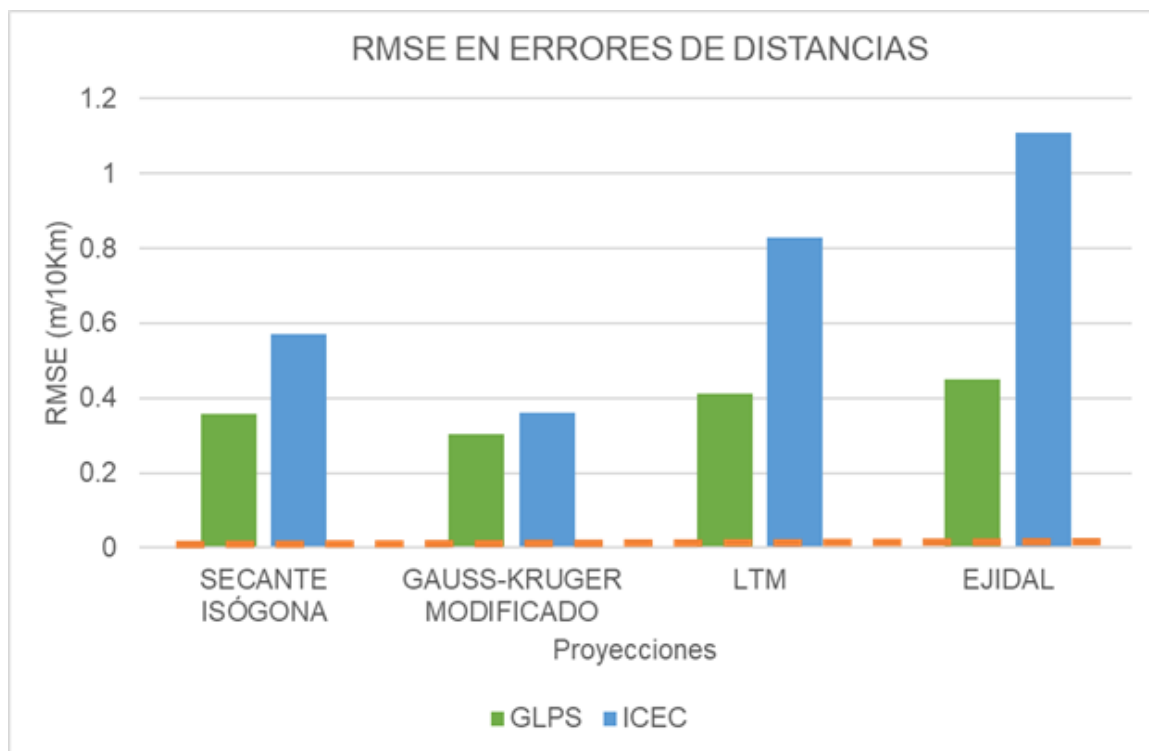
Figura 51

*Diagrama de barras de RMSE en Módulos de Deformación lineal con GLPS e ICEC*



**Figura 52**

Diagrama de barras de RMSE en Errores de distancias con GLPS e ICEC



Los diagramas de barras de las Figuras 51 y 52, indican una mejor perspectiva de los errores cuadráticos medios en cada proyección, en donde se observa de manera evidente que la proyección de Gauss Kruger Modificado posee los valores más bajos tanto en módulos de deformación lineal como en los errores en distancias. Sin embargo, cabe mencionar que los resultados con respecto a ICEC alcanzan valores más altos debido a que con este punto se forman distancias más largas debido a su ubicación. De manera general, se establece que mientras las distancias sean más largas, los errores aumentarán en la representación de las mismas. Esto se puede ratificar con el estudio realizado por Ibarra (2014), en donde sus resultados demuestran que las distancias elipsoidales más largas presentaron mayores deformaciones en sus proyecciones, evidenciando valores máximos de 0.087 m en una distancia de aproximadamente 2Km.

**Análisis estadístico de deformación superficial para las cuatro proyecciones seleccionadas con datos tomados en campo.**

Como ya se estableció anteriormente, al ser los módulos de deformación superficial dependientes de los módulos lineales, se puede inferir que los resultados son los mismos que del apartado anterior referente a la selección de la proyección idónea para Galápagos. En donde se puede apreciar que la proyección de Gauss-Kruger Modificado tiene una media 1.000105 y un RMSE de 0.000136. Estos estadísticos se pueden observar en la Tabla 27.

Por otra parte, en relación a los errores en áreas proyectadas, las proyecciones que presentan una menor discrepancia son: Cilíndrica Secante Isógona, Modificada Ejidal, cuyos valores en su media son: 0.21 y 0.24 km<sup>2</sup> y un RMSE de 0.23 y 0.34, respectivamente, como se indica en la Tabla 28.

**Tabla 27**

*Estadísticos para Módulos de Deformación Superficial*

POLÍGONO	MÓDULOS DEFORMACIÓN SUPERFICIAL			
	SECANTE ISÓGONA	GAUSS KRUGGER MODIFICADO	LTM	EJIDAL
<b>SANTA CRUZ</b>	0.999903	0.999986	1.000017	0.999971
<b>ISABELA</b>	0.999940	1.000192	1.000153	1.000018
<b>SAN CRISTOBAL</b>	1.000664	1.000137	1.000364	1.000533
<b>MEDIA</b>	1.000169	1.000105	1.000178	1.000174
<b>DESV STDR</b>	0.000429	0.000106	0.000175	0.000312
<b>RMSE</b>	0.000389	0.000136	0.000228	0.000309

**Tabla 28***Estadísticos para errores en áreas*

POLÍGONO	ERROR EN ÁREAS (Km <sup>2</sup> )			
	SECANTE ISÓGONA	GAUSS KRUGGER MODIFICADO	LTM	EJIDAL
SANTA CRUZ	0.334597	0.047121	0.058046	0.100044
ISABELA	0.190534	0.611637	0.486965	0.058559
SAN CRISTOBAL	0.118352	0.313382	0.459355	0.572302
MEDIA	0.214494	0.324047	0.334789	0.243635
DESV STDR	0.110096	0.282409	0.240063	0.285389
RMSE	0.232569	0.397714	0.387948	0.337129

**Análisis estadístico de precisiones para las cuatro proyecciones seleccionadas**

En la Tabla 29, se observa que las precisiones planimétricas de las cuatro proyecciones cumplen con los valores requeridos por la norma IGM para escala 1:1000 (0.3 m) y 1:5000 (1.5 m). Sin embargo, la proyección que tiene valores idóneos es Gauss Kruger Modificado, con un valor en su media de 9 cm. Así también, se observa que esta proyección tiene un valor máximo de 0.76 m y un mínimo de 0.0067 m.

**Tabla 29***Precisiones Planimétrica de Proyecciones Seleccionadas*

ESTADÍSTICOS	PRECISIONES PLANIMÉTRICAS			
	SECANTE ISÓGONA	GAUSS KRUGGER MODIFICADO	LTM	EJIDAL
MEDIA	0.111440	0.093237	0.112129	0.104218
DSV STDR	0.126424	0.149106	0.145300	0.153257
MIN	0.013670	0.006666	0.020056	0.002258
MAX	0.591584	0.766449	0.640385	0.601121

### **Análisis estadístico de deformación lineal para SPCL Galápagos (Gauss Kruger modificado para Galápagos) con datos de Red Geodésica**

En la Tabla 30 se evidencia que, en las nueve distancias formadas entre los vértices de la red geodésica, todos los tramos cumplen con la tolerancia establecida por la norma IGM en sus módulos de deformación lineal y en los errores m/10km.

De esta manera, a partir del análisis estadístico realizado a estos valores, se determinó que el SPCL para Galápagos sí cumple con las precisiones lineales requeridas para escala 1:1000 y 1:5000, pues en su media tiene un valor de 0.11 m/10Km y 1.000001 para el error en distancias y módulos de deformación lineal. Así también, en relación al RMSE, para los errores lineales se tiene un valor de 0.1140 m/10Km y para los módulos de deformación lineal se presentó un valor de 0.000011.

**Tabla 30**

*Deformación lineal en Red Geodésica*

<b>TRAMOS</b>	<b>DISTANCIA ELIPSOIDAL (Km)</b>	<b>ERROR ABSOLUTO</b>	<b>ERROR (m/10Km)</b>	<b>MÓDULOS</b>
<b>BALT-ISAB</b>	95.6524	0.642431	0.067163	1.000007
<b>BALT-STCR</b>	28.0034	0.406996	0.145338	0.999985
<b>BALT-GLPS</b>	34.5169	0.517030	0.149790	0.999985
<b>BALT-ICEC</b>	92.1335	0.991719	0.107639	1.000011
<b>STCR-ISAB</b>	70.7081	0.809673	0.114509	1.000011
<b>STCR-GLPS</b>	15.3612	0.221925	0.144471	0.999986
<b>GLPS-ISAB</b>	77.3952	0.571184	0.073801	1.000007
<b>GLPS-ICEC</b>	79.9755	0.801255	0.100188	1.000010
<b>ISAB-ICEC</b>	151.6458	1.324800	0.087361	1.000009
<b>PROMEDIO</b>		0.698557	0.110029	1.000001
<b>DSV STDR</b>		0.328924	0.031226	0.000012
<b>MIN</b>		0.221925	0.067163	0.999985
<b>MAX</b>		1.324800	0.149790	1.000011
<b>RMSE</b>		0.764298	0.113899	0.000011

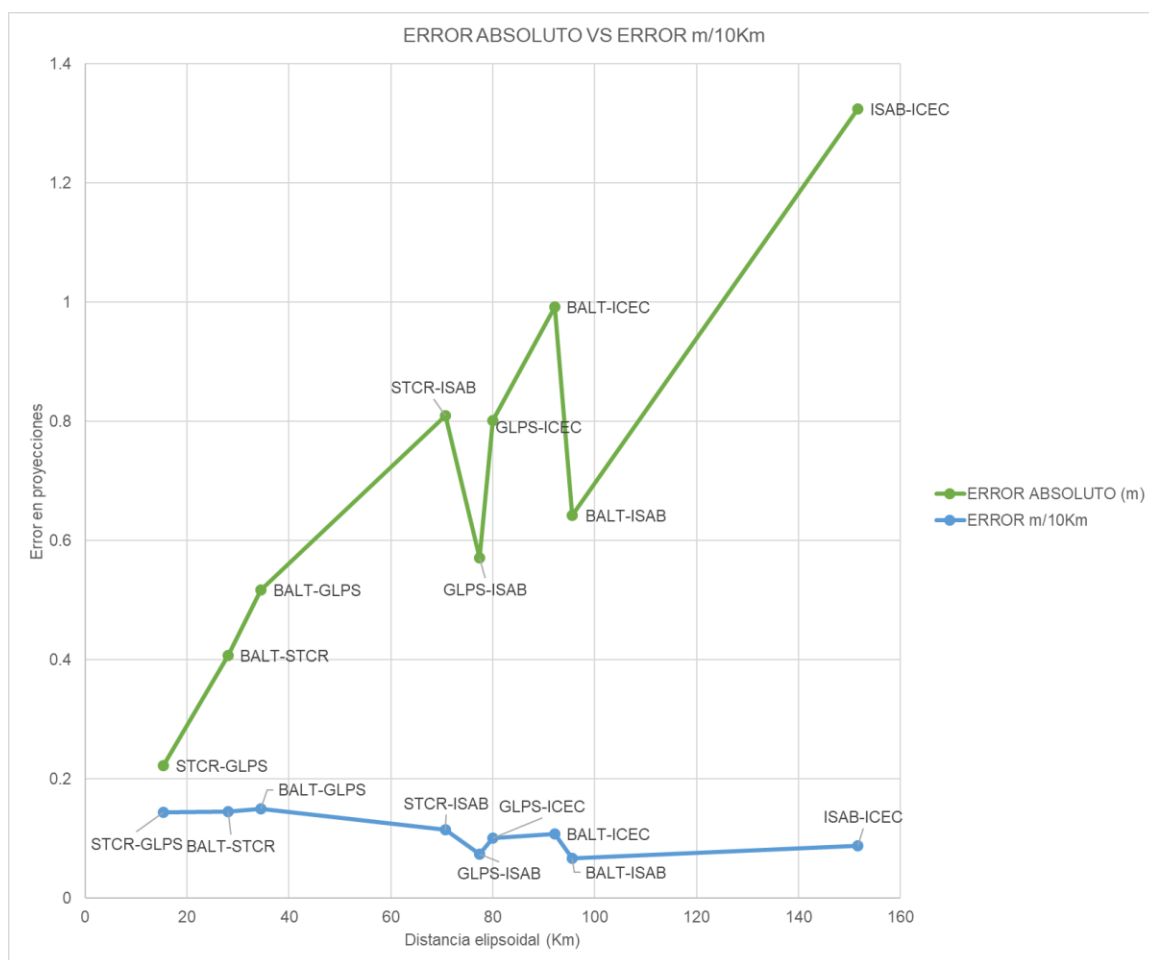
Por otra parte, en la Figura 53, se puede evidenciar que el máximo error absoluto producido fue de 1.32 m en una distancia de 151.65 Km; mientras que, el mínimo error calculado fue de 0.22 m en 15.36 Km. Esto reitera lo ya establecido que, en distancias más largas aumenta el error en la proyección de las mismas.

No obstante, en relación al error expresado m/10Km, que brinda una mejor percepción del cumplimiento de precisiones lineales en los tramos que conforma esta red, se pudo evidenciar que, si bien todos cumplen con dichas precisiones, estos no dependen únicamente de la magnitud de las distancias. Tal es así, que el valor más alto fue de 0.149790 m/10Km para una distancia de 34.51 Km y una menor deformación de 0.0672 m/10Km para una distancia de 95.65 Km.

Estos resultados permiten determinar que existen factores que no han sido considerados, que afectan a las deformaciones en las distancias, por lo que se podría asumir que una variable a tomar en cuenta sería la variabilidad de altitud en la zona de estudio, debido a que las alturas elipsoidales obtenidas de la red geodésica alcanzan valores desde -2.6417 m y hasta 412.6592 m. Esta premisa se puede basar en el estudio realizado por Portilla (2014), en donde ratifica que las grandes variaciones de altura comprometen al valor de las deformaciones.

**Figura 53**

*Errores lineales producidos en distancias de vértices de Red Geodésica*



### **Análisis estadístico de deformación superficial para SPCL Galápagos con datos de Red Geodésica**

A partir de los cuatro polígonos formados entre los diferentes vértices de la Red Geodésica, en la Tabla 31 se puede observar que, en su RMSE se obtuvo un valor en el error en las áreas proyectadas de  $0.031348 \text{ Km}^2$  y un módulo de deformación superficial de  $0.000030$ . Así mismo, el máximo valor en el error en la proyección de estas áreas fue de  $0.045097 \text{ Km}^2$  referido a un área elipsoidal de  $1748.9644 \text{ Km}^2$  y un mínimo valor de  $0.002515 \text{ Km}^2$  para un área de  $77.636632 \text{ Km}^2$ .



**Tabla 31**

*Estadísticos de deformación superficial de SPCL para Galápagos en Red Geodésica*

<b>POLÍGONO</b>	<b>AREA ELIPSOIDAL</b>	<b>ERROR (Km2)</b>	<b>S</b>
<b>BALT</b>	77.636632	0.002515	0.999968
<b>ICEC</b>	1415.289136	0.045097	1.000032
<b>ISAB</b>	1748.964427	0.043350	0.999975
<b>STCR</b>	116.882558	0.003369	0.999971
	<b>MEDIA</b>	0.023583	0.999986
	<b>DSV STDR</b>	0.023847	0.000030
	<b>MIN</b>	0.002515	0.999968
	<b>MAX</b>	0.045097	1.000032
	<b>RMSE</b>	0.031348	0.000030

**Análisis estadístico de precisiones planimétricas para SPCL Galápagos con datos de Red Geodésica**

Con las coordenadas proyectadas obtenidas de la Red Geodésica, como se observa en la Tabla 32, se determinó que en todos sus vértices se cumplen con las precisiones requeridas por el IGM para escala 1:1000 (0.3 m) y 1:5000 (1.5 m). Así también, a partir de su análisis estadístico se pudo validar que el SPCL para Galápagos sí cumple con las precisiones planimétricas requeridas, con una media de 0.056 m, donde la mejor precisión es de 0.0204 m y la más baja es de 0.1081 m.

**Tabla 32**

*Precisiones planimétricas en vértices de Red Geodésica*

<b>ID</b>	<b>PRECISIONES PLANIMÉTRICAS (m)</b>
<b>BALT</b>	0.026887
<b>GLPS</b>	0.027000
<b>ICEC</b>	0.108104
<b>ISAB</b>	0.093855

<b>STCR</b>	0.024014
<b>MEDIA</b>	0.055972
<b>DESV STDR</b>	0.037039
<b>MIN</b>	0.024014
<b>MAX</b>	0.108104

### **Definición del SPCL Galápagos**

Una vez realizados los cálculos correspondientes, se determinó que, la proyección que presenta menores deformaciones y con ello precisiones que cumplen con la norma establecida para escalas mayores (1:5000, 1:1000) es la Proyección de Gauss-Kruger Modificado. Se considera importante mencionar que, a pesar que dicha proyección no presentó los valores más bajos en cuanto a la deformación superficial, si fue idónea en relación a precisiones y deformaciones lineales, gracias a sus bajos valores en la media y RMSE. La selección de esta proyección se puede ratificar con la definida en Colombia como CTM12, en donde se aplica la misma proyección con sus respectivos parámetros cartográficos. En este sentido, el uso de esta proyección para ambos casos, corrobora la idónea aplicación de esta a zonas que se encuentran cerca o sobre la línea del Ecuador. Los parámetros de SPCL Galápagos se encuentran en la Tabla 33.

### **Tabla 33**

*Memoria Técnica de los parámetros y precisión de la SPCL Galápagos*

<b>SPCL GALÁPAGOS</b>	
Meridiano Central	-90.303667
Paralelo de Origen	-0.742998
Factor de Escala	0.999985
Falso Este	350.000
Falso Norte	400.000
Precisión Planimétrica	0.055972 m
Máximo Modulo de Deformación Lineal	1.000011

### **Comprobación de la Hipótesis**

Para comprobar la hipótesis de que un único sistema de Proyección Cartográfico Local permite asegurar deformaciones permisibles y a su vez alcanzar precisiones a escalas 1:1000 y 1:5000. Se realizaron comparaciones de módulos de deformación lineal y superficial entre nueve proyecciones conformes como lo indica la Tabla 22. A partir de este primer filtro se seleccionaron las cuatro proyecciones más idóneas que cumplieran con las condiciones ya mencionadas para un posterior análisis más riguroso, en el que se aplicaron coordenadas GPS y se calcularon distancias respecto a dos puntos estratégicos. De allí se compararon los módulos lineales y superficiales, en el que se determinó que las cuatro proyecciones ya presentaban mínimas deformaciones que cumplan con las precisiones requeridas en un rango de 0.0622 - 0.2568 m/km

No obstante, fue necesario una segunda comparación de los errores en las distancias proyectadas, como resultado de esto se obtuvo que la proyección con menor error y que entraba en los límites permisibles (0.99997-1.00003,0.99985-1.00015) fue Gauss Kruger Modificado presentando un valor medio de 0.33 m/10km, así mismo obtuvo valores más altos en la precisión con 0.093237 m.

Finalmente, se realizó a una validación de este Sistema de Proyección con puntos de alta precisión obtenidos de una red geodésica, en el que ratificaron que la Proyección Gauss Kruger Modificado para las Islas Galápagos asegura mínimas deformaciones presentando un valor de deformación de 0.11 m/10km y una precisión media de 0.06m.

Con todo lo expuesto, se determina que se acepta la hipótesis planteada, la cual asevera que el Sistema de Proyección Cartográfico Local para las Islas Galápagos permite asegurar que las deformaciones sean mínimas, por lo que se alcanzarán precisiones necesarias para generar cartografía a escalas grandes como 1:1000 y 1:5000.

## CAPÍTULO V

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### Conclusiones

Es conveniente conservar la conformidad en una proyección debido a que es más sencillo corregir distancias y superficies a través del empleo de artificios. De esta manera, se propusieron nueve proyecciones isógonas que podían adaptarse a la configuración de las Islas Galápagos, las cuales fueron: Proyección Mercator, Proyección acimutal estereográfica ecuatorial, Proyección acimutal estereográfica oblicua, Proyección cilíndrica secante isógona, Proyección UTM, Proyección Gauss-Kruger, Proyección LTM, Proyección Ejidal, Proyección oblicua de Mercator.

El análisis teórico matemático permitió demostrar la conformidad de estas proyecciones y a partir de ello se obtuvieron las fórmulas para el cálculo de deformaciones lineales y superficiales, en donde esta última es dependiente de la lineal, por lo que el análisis de las deformaciones se enfocó mayoritariamente en esta deformación. Estas ecuaciones se aplicaron a una grilla de 418 puntos distribuidos uniformemente en la zona de estudio, en el que de acuerdo al RMSE las proyecciones que presentaron los valores más bajos en los módulos de deformación lineal fueron: Gauss Kruger Modificado, LTM, Cilíndrica Secante Isógona y Modificada Ejidal con 0.000179, 0.000180, 0.000181 y 0.000189 respectivamente.

Como un segundo criterio se modelaron los módulos de deformación lineal con el método IDW, en donde se ratificó que estas proyecciones cumplen con las deformaciones permitidas para las escalas ya mencionadas (1:1000 y 1:5000) en un mayor porcentaje del área de estudio, cuyos valores para escala 1:5000 son: 69.27%, 62.52%, 72.54 y 68.25%, y para escala 1:1000: 35.90%, 23.29%, 13.75% y 34.8% respectivamente. Para esta última escala, a pesar de que el porcentaje de cumplimiento no supera el 50%, estas proyecciones sí abarcan las zonas pobladas de

estas Islas, las mismas que son de mayor interés para la realización de trabajos de ingeniería para grandes escalas. Finalmente se determinó que la aplicación de la proyección UTM no es adecuada para la zona de estudio ya que presenta mayores deformaciones de alrededor de 0.98 m/km, la misma que no cumple con las normas establecidas; esto sumado a que, se necesitan cuatro zonas UTM para la representación de la totalidad de las Islas Galápagos.

En relación a los parámetros cartográficos, para todas las proyecciones exceptuando la LTM, el meridiano central se estableció en un punto estratégico de las Islas Galápagos, siendo este la estación de monitoreo continuo GLPS de la REGME. En cuanto al factor de escala, se definió un valor de 0.999985 en función de la máxima deformación permisible, debido a que con este se consiguieron menores deformaciones y a su vez se logró que este factor esté referido a un valor normado por el IGM. De modo que, el empleo de este factor de escala hace que las proyecciones seleccionadas se vuelvan secantes a la superficie de referencia.

A partir de las distancias y los polígonos formados entre puntos tomados en campo y las estaciones de la REGME, se determinó que según la Norma IGM las cuatro proyecciones cumplen con las precisiones requeridas para escalas 1:5000 y 1:1000; sin embargo, la proyección que presenta una alta precisión es Gauss Kruger con una media de 0.093237 m. En relación a los errores producidos en las distancias proyectadas, la única proyección que presentaba un error admisible era Gauss Kruger Modificado con un valor en el RMSE de 0.303664 m/10km para los errores y un RMSE de 0.000036 en su módulo de deformación lineal para las distancias con GLPS. Mientras que, en relación a las áreas, dicha proyección presenta un RMSE de 0.000136 Km<sup>2</sup> en módulos superficiales; no obstante, el mejor RMSE para los errores en las áreas proyectadas fue para la proyección Secante Isógona con un valor de 0.232569 Km<sup>2</sup>. En definitiva, la proyección Gauss Kruger Modificado es la mejor opción para el archipiélago de

Galápagos, pues presenta las menores deformaciones y cumple con las precisiones establecidas.

Se realizó una red geodésica conformada por cinco vértices en donde dos de estos pertenecen a la REGME, dentro del Marco de Referencia ITRF14 y época 2021.5. El ajuste se realizó a partir de 9 líneas base independientes, obteniendo un factor de referencia de red de 1.09 y un error de cierre de 0.102 mm/km, pasando la prueba chi cuadrado con un nivel de confianza del 95%.

A partir del elenco de coordenadas obtenidas de la red geodésica y de las distancias calculadas entre sus vértices, se determinó un RMSE para los módulos de deformación lineal de 0.000011, y un RMSE en errores de las distancias proyectadas de 0.113899 m/10km. En relación a las superficies, se obtuvo un RMSE para los módulos de deformación superficial de 0.000030 y un RMSE en errores de áreas proyectadas de 0.031348 Km<sup>2</sup>. Así mismo se determinó que en todos los vértices de la red se cumple con las precisiones establecidas presentando una media de 0.055972 m.

Finalmente, con los estadísticos obtenidos de la validación del SPCL Galápagos, se concluye que la Proyección Gauss Kruger modificado para las Islas Galápagos cumple con las deformaciones y precisiones requeridas para escalas 1:1000 y 1:5000, por lo que se establece a esta como idónea para la representación de las Islas.

## Recomendaciones

Se recomienda el uso de proyecciones cartográficas conformes, cuando no se requiera conservar una propiedad geométrica específica, pues al asegurar que los ángulos proyectados no presentarán ninguna deformación, se vuelve más sencillo la corrección de distancias y áreas proyectadas a partir de artificios como el factor de escala.

Es importante señalar que la aplicación de la proyección UTM debería quedar totalmente descartada para proyectos realizados a escalas grandes en las Islas Galápagos, debido a que las deformaciones calculadas en el presente estudio demuestran que no cumplen con las tolerancias requeridas a escalas 1:1000 y 1:5000.

Se recomienda una adecuada selección del punto de origen dependiendo de las zonas donde se desea obtener mínimos valores en las deformaciones, así también sería conveniente que dicho punto se encuentre materializado. Por otra parte, es indispensable definir un adecuado factor de escala, pues de este también depende que las geometrías proyectadas no sufran mayores deformaciones.

Para un posterior estudio, sería importante desarrollar una red geodésica más densificada, donde se puedan contar con al menos un punto en las islas más alejadas, con el propósito de determinar de mejor manera las deformaciones causadas por la proyección en la totalidad de la zona de estudio. A su vez sería ideal que se cuenten con varios vértices en las zonas pobladas de las Islas Galápagos, debido a que es en donde se ejecutan mayor cantidad de proyectos que necesitan de una adecuada georreferenciación.

Debido a que en este estudio no se consideró la influencia de la altitud en las deformaciones causadas por la proyección, se recomienda aplicar un PTL en donde se

considere un factor de escala de acuerdo a la altitud media de la zona, con el fin de conocer el grado de afectación del relieve en la proyección.

Finalmente se recomienda la adopción y aplicación de la proyección definida en este estudio ya que se demuestra que posee las mínimas deformaciones y alcanzan las precisiones normadas a escalas grandes (1:1000 y 1:5000), logrando así un manejo integrado de la geo información. De esta manera, sería indispensable el uso de esta proyección por parte de entidades gubernamentales y privadas dedicadas a proyectos donde se requieran datos geoespaciales, donde su aplicación se facilita por medio de la calculadora de transformación de coordenadas y de la herramienta SIG que permite proyectar y/o reproyectar la información geográfica.



### Referencias Bibliográficas

- Barahona, C. (2016). *Metodología para la determinación del Cuasigeoide para el Ecuador Continental aplicando la Teoría de Molodensky*. Sangolquí: Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE.
- Benitez, E., & Luis, A. (2001). *Sistemas de Referencia*. Obtenido de [http://www.catastro.meh.es/documentos/publicaciones/ct/ct42/ct42\\_4.pdf](http://www.catastro.meh.es/documentos/publicaciones/ct/ct42/ct42_4.pdf)
- Cañizarez, C. (2015). *Universidad de las Fuerzas Armadas "ESPE"*. Obtenido de <http://repositorio.espe.edu.ec/bitstream/21000/11017/1/T-ESPE-049089.pdf>
- Comisión Nacional de Riego. (2015). *Manual de Procedimientos Geodésicos y Topográficos*. Santiago de Chile: Comisión Nacional de Riego.
- Cosarca, O., Cosarca, C., & Calin, A. (2013). *Projections and Reference Local Systems in Engineering Survey*. Obtenido de <http://www.wseas.us/e-library/conferences/2013/Antalya/GENG/GENG-01.pdf>
- Deakin, R., Hunter, M., & Karney, F. (2010). THE GAUSS–KRÜGER PROJECTION. *MyGeodsy*, 1-20.
- Drewes, H. (2014). *Sistemas de Referencia*. Quito: Instituto Geográfico Militar.
- Gómez, R. (2003). *Guía de Proyecciones cartográficas*. Aguas Calientes: INEGI.
- IAG. (04 de 2010). *The International Association of Geodesy*. Obtenido de [https://www.iag-aig.org/templates\\_img/iagbooklet.pdf](https://www.iag-aig.org/templates_img/iagbooklet.pdf)
- Ibarra, J. (2014). Proyección Hotine Oblicua Mercator Lima: Propuesta de solución para la cartografía urbana de la ciudad de Lima y zona conurbada. *Revista de Topografía Azimut*, 19-33.
- IGM. (2006). *ESPECIFICACIONES TÉCNICAS GENERALES PARA LA REALIZACIÓN DE CARTOGRAFÍA TOPOGRÁFICA A CUALQUIER ESCALA*. Quito: IGM.
- IGM. (2019). *Informe técnico sobre la adopción del Marco de Referencia Geodésico Nacional SIRGAS-ECUADOR y oficialización de los 7 parámetros de transformación entre los sistemas PSAD56 y SIRGAS*. Quito: IGM.
- IGN de España. (2014). *Conceptos Cartográficos*. Obtenido de [https://www.ign.es/web/resources/cartografiaEnsenanza/conceptosCarto/descargas/Conceptos\\_Cartograficos\\_def.pdf](https://www.ign.es/web/resources/cartografiaEnsenanza/conceptosCarto/descargas/Conceptos_Cartograficos_def.pdf)
- INEN. (2009). *NORMA INEN 2859-1*. Quito: INEN.
- Krakiwsky, E., & Thomson, D. (1974). *Cálculos de Posicionamiento Geodésico*. México : INEGI.

- Leiva, C. (2014). *Determinación de modelos de predicción espacial de la variable ondulación geoidal, para la zona urbana del cantón Quito y la zona rural del cantón Guayaquil, utilizando técnicas geoestadísticas*. Quito: Escuela Politécnica Nacional.
- Londoño, D., Garzón, J., & Jimenez, G. (2019). Influencia de interpoladores y modelos matemáticos de cálculo en la exactitud de volúmenes de tierra. *Espacios*, 295-311.
- MAE. (2015). *Parque Nacional Galápagos*. Obtenido de <http://areasprotegidas.ambiente.gob.ec/es/areas-protegidas/parque-nacional-gal%C3%A1pagos>
- Millán, J. (2006). *Cartografía Náutica*. Cádiz: Escuela de Hidrografía de la Armada .
- Millán, J. (2006). *Fundamentos para Cartografía Náutica*. Cádiz: Instituto Hidrográfico de la Marina.
- Millar, F. (2003). *EVALUACION DE LA APLICACIÓN DE UN HUSO TM PARA CHILE CONTINENTAL, APLICABLE A CARTOGRAFÍA DEL MINISTERIO DE BIENES NACIONALES*. Santiago de Chile : Universidad de Santiago de Chile.
- Ministerio de Transporte y Obras Públicas. (2013). *Volumen N°2-Libro A -Norma para estudios y diseños viales*. Quito.
- Miretti, R., Cerati, E., & Coronel, L. (2020). *Cartografía Matemática*. Santa Fe: UNL.
- Moritz, H. (1980). Geodetic reference system . *Journal of Geodesy* , 128-133.
- Moya, J., & Cedeño, B. (2016). CONCEPTOS BÁSICOS EN GEODESIA COMO INSUMO PARA UN TRATAMIENTO ADECUADO DE LA INFORMACIÓN GEOESPACIAL. *Revista Geográfica de América Central* , 51-78.
- Moya, J., & Cedeño, B. (2017). CONCEPTOS BÁSICOS EN GEODESIA COMO INSUMO PARA UN TRATAMIENTO ADECUADO DE LA INFORMACIÓN GEOESPACIAL. *Revista Geográfica de América Central*, 51-78.
- Naciones Unidas. (2015). *Marco de Referencia Geodésico para el Desarrollo Sostenible*. Informe del Consejo Económico y Social.
- Portilla, O. (2018). *DESARROLLO DE UN SISTEMA DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA LOCAL, EN EL ECUADOR CONTINENTAL, ORIENTADO A LA GENERACIÓN DE CARTOGRAFÍA A ESCALAS GRANDES*. Obtenido de <http://repositorio.espe.edu.ec/handle/21000/13950>
- Ramilién, F., & Seoane, L. (2017). Space Gravimetry Using GRACE Satellite Mission: Basic Concepts. *Microwave Remote Sensing of Land Surfaces.*, 285-302.
- Rapp, R. (2001). *Geodesia Geométrica* . Concepción: Instituto Geográfico Militar-Chile.
- Sánchez, D. (2008). *Corrección de Observables Clásicos en Levantamientos Topográficos Combinados*. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba.

- Sánchez, J., & Pereda, R. (2014). *Topografía y Geodesia*. Obtenido de [https://ocw.unican.es/pluginfile.php/713/course/section/736/Topografia\\_cartografia\\_geodesia.pdf](https://ocw.unican.es/pluginfile.php/713/course/section/736/Topografia_cartografia_geodesia.pdf)
- Sánchez, L. (2004). *Adopción del Marco Geocéntrico Nacional de Referencia MAGNA-SIRGAS como Datum Oficial de Colombia*. Obtenido de <https://www.igac.gov.co/sites/igac.gov.co/files/adopcion.pdf>
- Santamaría, J. (2001). *Cartografía y Proyecciones Cartográficas*. Logroño: Universidad de la Rioja .
- Sevilla, M. (2012). Obtenido de <https://www.ineter.gob.ni/documentos/Historia%20Geodesica.pdf>
- Snyder, J. (1987). *Map Projections A Working Manual*. Washington: U.S Geological Survey.
- Stang, G., & Borre, K. (1997). *Linear Algebra, Geodesy, and GPS*. Wellesley: Wellesley-Cambridge Press.
- Tobar, O. (2017). Galápagos:tesoro natural del Ecuador . *América Latina en movimiento*.

## Anexos