

# Análisis comparativo de la estimación del canal en sistemas de MIMO masivo con desvanecimiento Rician correlacionado y no correlacionado

Arellano Carvajal, Jorge Fernando

Vicerrectorado de Investigación, Innovación y Transferencia de Tecnología

Centro de Posgrados

Maestría de Investigación en Electrónica

Trabajo de titulación, previo a la obtención del título de Magíster en Electrónica mención Telecomunicaciones

Ing. Altamirano Carillo, Carlos Daniel, PhD.

22 de junio de 2023

## Herramienta de verificación de similitud de contenido

9/6/23, 10:18

JORGE FERNANDO ARELLANO CARVAJAL - Jorge Arellano

# Informe de originalidad

NOMBRE DEL CURSO Revision Tesis Maestria 1

NOMBRE DEL ALUMNO JORGE FERNANDO ARELLANO CARVAJAL

NOMBRE DEL ARCHIVO JORGE FERNANDO ARELLANO CARVAJAL - Jorge Arellano

SE HA CREADO EL INFORME 9 jun 2023

#### Resumen

Fragmentos marcados	0	0 %
Fragmentos citados o entrecomillados	0	0 %

**Altamirano Carrillo Carlos Daniel** 

#### Director

## C.C.: 1715060040



# Vicerrectorado de Investigación, Innovación y Transferencia de Tecnología Centro de Posgrados

## Certificación

Certifico que el trabajo de titulación: "Análisis comparativo de la estimación del canal en sistemas de MIMO masivo con desvanecimiento Rician correlacionado y no correlacionado" fue realizado por el señor Arellano Carvajal, Jorge Fernando, el mismo que cumple con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, además fue revisado y analizado en su totalidad por la herramienta de prevención y/o verificación de similitud de contenidos; razón por la cual me permito acreditar y autorizar para que se lo sustente públicamente.

Sangolquí, 22 de junio de 2023

Altamirano Carrillo, Carlos Daniel Director C.C.: 1715060040



# Vicerrectorado de Investigación, Innovación y Transferencia de Tecnología Centro de Posgrados

# Responsabilidad de Autoría

Yo, **Arellano Carvajal**, **Jorge Fernando**, con cédula de ciudadanía nº 1803061041, declaro que el contenido, ideas y criterios del trabajo de titulación: **"Análisis comparativo de la estimación del canal en sistemas de MIMO masivo con desvanecimiento Rician correlacionado y no correlacionado"** es de mí autoría y responsabilidad, cumpliendo con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, respetando los derechos intelectuales de terceros y referenciando las citas bibliográficas.

Sangolquí, 22 de junio de 2023

Arellano Carvajal, Jorge Fernando C.C.: 1803061041



# Vicerrectorado de Investigación, Innovación y Transferencia de Tecnología

## Centro de Posgrados

# Autorización de Publicación

Yo, **Arellano Carvajal**, **Jorge Fernando**, con cédula de ciudadanía nº 1803061041, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar el trabajo de titulación: **"Análisis comparativo de la estimación del canal en sistemas de MIMO masivo con desvanecimiento Rician correlacionado y no correlacionado"** en el Repositorio Institucional, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi responsabilidad.

Sangolquí, 22 de junio de 2023

Arellano Carvajal, Jorge Fernando C.C.: 1803061041

## Dedicatoria

El presente trabajo está dedicado a mis hermosas hijas, quienes con su ternura y ocurrencias llenan de regocijo a todos a su alrededor, las cuales además se han convertido en la fortaleza para soportar el duro trajín de la vida.

También está dedicado para mi hijo, que Dios permita que pronto nos volvamos a ver.

Para mis pequeños, mis más grandes amores, a quienes los llevo presente todos los días en mente y corazón.

### Agradecimiento

Primero quiero agradecer a Dios por todas las bendiciones recibidas y las experiencias vividas, gracias a las cuales hoy he podido cumplir esta meta planteada y tan anhelada.

También quiero agradecer a mis padres, quienes siempre me han brindado su apoyo incondicional para que pueda alcanzar mis sueños y sobre todo porque han estado junto a mí en mis fracasos y éxitos, los amo.

No quiero dejar por alto el agradecimiento a mis hermanos, que Dios los cuide y proteja.

# Tabla de contenido

lerramienta de verificación de similitud de contenido	2
Certificación	3
Responsabilidad de autoría	4
Autorización de publicación	5
Dedicatoria	6
Agradecimiento	7
Fabla de contenido	8
ndice de figuras	11
istado de abreviaturas	12
Resumen	15
Abstract	16
Capítulo I	17
ntroducción	17
Antecedentes	17
Justificación e importancia	26
Alcance del proyecto	27
Objetivos	27
Objetivo General	27
Objetivo Específicos	28

Capítulo II	29
Marco teórico	29
MIMO masivo	29
Geometría del arreglo de antenas en la BS	31
Desvanecimiento a pequeña escala	32
Modelamiento estadístico del desvanecimiento a pequeña escala	33
Desvanecimiento a gran escala	37
Matriz de covarianza del canal	38
Correlación espacial del canal	39
Estimación del canal	41
Secuencias pilotos	43
Capítulo III	44
Evaluación de M-MIMO con un canal sin correlación espacial	44
Introducción	44
Factor de reducción de interferencia	45
Resultados numéricos y discusión	47
Capítulo IV	53
Evaluación de M-MIMO con un canal espacialmente correlacionado	53
Introducción	53
Estimación de canal usando el estimador MMSE	54
Matriz de covarianza del canal con correlación espacial	56

Matriz de covarianza del error de estimación	58
Error cuadrático medio normalizado	61
Resultados numéricos y discusión	63
Capítulo V	69
Conclusiones	69
Recomendaciones	70
Bibliografía	71

# Índice de figuras

Figura 1: UL de un sistema unicelular con M-MIMO30
Figura 2: Geometría del arreglo de antenas en la BS: a) ULA vertical, b) ULA horizontal,
c) UPA y d) UCyIA31
Figura 3: Clasificación de los canales de desvanecimiento
Figura 4: Canal con desvanecimiento de Rician35
Figura 5: ULA horizontal
Figura 6: PDF de Rayleigh versus PDF de Rician37
Figura 7: Propagación bajo un modelo de dispersión local41
Figura 8: UE de interés y UE interferente en un sistema M-MIMO45
Figura 9: IRF inverso versus el número de antenas en la BS en un escenario general .48
Figura 10: IRF inverso versus número de antenas en la BS49
Figura 11: Comportamiento asintótico del IRF inverso52
Figura 12: NMSE en función del número de antenas en la BS y el espaciamiento entre
estas, en un canal con desvanecimiento de Rayleigh correlacionado espacialmente64
Figura 13: NMSE en función de la SNR efectiva de un canal con desvanecimiento de
Rayleigh correlacionado espacialmente65
Figura 14: NMSE en función del espacio entre antenas de la BS de un canal con
desvanecimiento de Rician correlacionado espacialmente66
Figura 15: NMSE en función de la SNR efectiva de un canal con desvanecimiento de
Rician correlacionado espacialmente67

# Listado de abreviaturas

# ABREVIATURA CONNOTACIÓN

ADC	Convertidor análogo a digital, que viene del inglés analog-to-digital-			
	converter.			
AI	Inteligencia artificial, que viene del inglés artificial intelligence			
AOA	Ángulo de arribo, que viene del inglés angle of arrivals.			
ASD	Intervalo angular con desviación estándar, que viene del inglés			
	angular interval with standard deviation.			
AWGN	Ruido aditivo Gaussiano blanco, que viene del inglés additive white			
	Gaussian noise.			
B5G	Más allá de 5G, que viene del inglés beyond-5G.			
BS	Estación base, que viene del inglés base station.			
CSI	Información de estado del canal, que viene del inglés channel state			
	information.			
DAC	Convertidores de digital a analógico, que viene del inglés digital-to-			
	analog converter.			
DFT	Transformada discreta de Fourier, que viene del inglés discrete			
	Fourier transform.			
DI-DNN	Red neuronal profunda de entrada directa, que viene del inglés			
	direct-input deep neural network.			
DL	Enlace de bajada, que viene del inglés downlink.			
EE	Eficiencia energética, que viene del inglés energy efficiency.			
EW-MMSE	Error cuadrático medio mínimo de elementos prudentes, que viene			
	del inglés element-wise minimum mean square error.			

ΗE Eficiencia de hardware, que viene del inglés hardware efficiency. i.i.d. Independientes e idénticamente distribuidas, que viene del inglés independent and identically distributed. IRF Factor de reducción de interferencia, que viene del inglés interference reduction factor. KPI Indicadores clave de rendimiento, que viene del inglés key performance indicators. LOS Línea de vista, que viene del inglés line-of-sight. LS Mínimos cuadrados, que viene del inglés least-square. MF Filtro adaptado, que viene del inglés matched-filter. MIMO Múltiples entradas y múltiples salidas, que viene del inglés multiple-input multiple-output. ML Máxima verosimilitud, que viene del inglés maximum likelihood. MIMO masivo, que viene del inglés massive multiple-input and M-MIMO multiple-output. MMSE Error cuadrático medio mínimo, que viene del inglés minimum mean square error. MSE Error cuadrático medio, que viene del inglés mean-squared error **MU-MIMO** MIMO multiusuario, que viene del inglés multi-user MIMO. NLOS Sin línea de vista, que viene del inglés non-line-of-sight. NMSE Error cuadrático medio normalizado, que viene del inglés normalized mean square error. PC Contaminación del piloto, que viene del inglés pilot contamination. PDF Función de densidad de probabilidad, que viene del inglés probability density function.

SE	Eficiencia espectra	al, que viene del	inglés spectr	al efficiency.
		, ,	<b>J</b>	1

- SIP-DNN Red neuronal profunda de predicción de entrada selectiva, que viene del inglés selective-input prediction deep neural network.
- SNR Relación señal a ruido, que viene del inglés signal-to-noise ratio.
- TDD Duplexación por división de tiempo, que viene del inglés timedivision duplexing.
- UCA Arreglo circular uniforme, que viene del inglés uniform circular array.
- UCylA Arreglo cilíndrico uniforme, que viene del inglés uniform cylindrical array.
- UE Equipos de usuario, que viene del inglés user equipment.

UL Enlace de subida, que viene del inglés uplink.

- ULA Arreglo linealmente uniforme, que viene del inglés uniform linear array.
- UPA Arreglo planar uniforme, que viene del inglés uniform planar array.
- ZF Forzamiento a cero, que viene del inglés zero-forcing.

#### Resumen

MIMO masivo es una tecnología clave en redes celulares 5G y superiores, por las prometedoras mejoras en eficiencia espectral, eficiencia energética, eficiencia de hardware, confiabilidad, seguridad y tasa de transmisión, utilizando además un procesamiento relativamente simple en la recepción. Este trabajo evalúa el enlace ascendente de un sistema MIMO masivo sobre un canal con desvanecimiento Rician no correlacionado espacialmente, derivando expresiones asintóticas y de forma cerrada exacta del factor de reducción de interferencia como un indicadores clave de rendimiento, que son validadas a través de simulaciones de Monte-Carlo para diferentes escenarios representativos y que muestran que el aumento de la potencia del componente especular, limita la capacidad del sistema para reducir la interferencia. Por otro lado, el sistema es evaluado desde el punto de vista de estimación de canal a través del error cuadrático medio normalizado, cuando existe un desvanecimiento con correlación espacial, por lo cual se derivan expresiones de forma cerrada exacta en función del factor de Rician, mostrando los resultados numéricos que a medida que aumenta la potencia del factor de Rician, también se observa que el error cuadrático medio normalizado aumenta, siendo lo contrario cuando aumenta la correlación espacial; asimismo, cuando existe un mayor número de antenas en el receptor o una mayor relación señal a ruido efectiva, se garantiza un error cuadrático medio normalizado menor. Con desvanecimiento de Rayleigh se obtuvieron mejores resultados del factor de reducción de interferencia y del error cuadrático medio normalizado. Por tanto, las expresiones desarrolladas constituyen en una herramienta interesante para el diseño de sistemas MIMO masivo.

*Palabras clave:* MIMO masivo, canal con desvanecimiento Rician correlacionado, factor de reducción de interferencia, error cuadrático medio normalizado.

15

#### Abstract

Massive MIMO is a key technology in 5G and higher cellular networks, due to its promising improvements in spectral efficiency, power efficiency, hardware efficiency, reliability, security, and transmission rate, while also using relatively simple processing on reception. This work evaluates the uplink of a massive MIMO system over a spatially uncorrelated Rician fading channel, deriving exact closed-form and asymptotic expressions of the interference reduction factor as key performance indicators, which are validated through simulations of Monte-Carlo for different representative scenarios and showing that the increase in the power of the specular component limits the ability of the system to reduce interference. On the other hand, the system is evaluated from the channel estimation point of view through the normalized mean square error, when there is fading with spatial correlation, hence exact closed form expressions are derived as a function of the Rician factor, showing the numerical results that as the power of the Rician factor increases, the normalized mean square error also increases, this being the opposite when the spatial correlation increases; likewise, when there is a greater number of antennas in the receiver or a greater effective signal-to-noise ratio, a lower normalized mean square error is guaranteed. With Rayleigh fading, better results are obtained for the interference reduction factor and the normalized mean square error. Therefore, the expressions developed constitute an interesting tool for the design of massive MIMO systems.

*Keywords:* Massive MIMO, channel with correlated Rician fading, interference reduction factor, normalized root mean square error.

16

#### Capítulo I

#### Introducción

#### Antecedentes

Modelar el comportamiento de un canal inalámbrico, se ha convertido en una herramienta importante en la actualidad para el diseño, planificación y dimensionamiento de sistemas de comunicaciones, permitiendo predecir la intensidad de la señal en el receptor, tomando en consideración el desvanecimiento y otras perturbaciones que se pudieran presentar en el enlace (Cho et al., 2010).

El desvanecimiento es una causa de degradación de la señal transmitida en un canal inalámbrico, que produce una variación de la amplitud de la señal tanto en tiempo como en frecuencia. El desvanecimiento puede ser clasificado en desvanecimiento de gran escala que es lento y que se caracteriza por una pérdida de potencia promedio de la señal entre el transmisor y el receptor debido a la distancia entre estos, así como también por las sombras generadas por grandes objetos que se encuentran en la trayectoria. Por otro lado, está el desvanecimiento a pequeña escala que es causado por una parte por los múltiples trayectos que tiene una señal antes de llegar al receptor debido a la reflexión, difracción y dispersión de la señal en su entorno, pudiendo ser plano o selectivo en frecuencia; por otra parte el desvanecimiento a pequeña escala que se causa puede ser rápido o lento, dependiendo del movimiento y velocidad del receptor que se caracteriza por la dispersión Doppler, generando variación en el tiempo (Cho et al., 2010).

El desvanecimiento por múltiples trayectos produce variaciones rápidas del nivel de la señal en la recepción en periodos pequeños de tiempo, que depende de los objetos que se encuentran en el trayecto del enlace, provocando interferencias constructivas (con la misma fase) y destructivas (con diferente fase). Hay que tomar en cuenta que los multitrayectos causan dispersión de tiempo y dispersión de frecuencia a la vez (Cho et al., 2010).

En la literatura existen diversos modelos estadísticos que permiten modelar el desvanecimiento a pequeña escala considerando las características de los múltiples trayectos. Así en un modelo con múltiples trayectos sin línea de vista (NLOS, que viene del inglés non-line-of-sight), el desvanecimiento puede ser modelado con a una distribución de Rayleigh, pero cuando además existen uno o más componentes más fuertes que los otros trayectos, considerados como trayectos con línea de vista (LOS, que viene del inglés line-of-sight), componente especular o componente determinista, el desvanecimiento puede ser modelado usando una distribución de Rician (Cho et al., 2010; Tse & Viswanath, 2005).

Bajo esta perspectiva, el equivalente en banda base del canal inalámbrico es modelado por una distribución Gaussiana compleja cuyas componentes en fase y cuadratura son independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d., que viene del inglés Independent and identically distributed), donde su amplitud está caracterizada por una distribución Rayleigh o Rician dependiendo un entorno NLOS o LOS, respectivamente, y una fase con distribución uniforme en el intervalo ( $-\pi$ , $\pi$ ] (Ngo, 2015; Ö. Özdogan et al., 2019). Recordemos que un sistema de comunicaciones inalámbrico también es afectado por el ruido aditivo Gaussiano blanco (AWGN, que viene del inglés additive white Gaussian noise), que es modelado por una distribución Gaussiana compleja i.i.d. con media cero y varianza  $\sigma_n^2$  (Cho et al., 2010; Martínez et al., 2017).

Una estrategia para mitigar el efecto del desvanecimiento por múltiples trayectos en canales inalámbricos, es mediante el empleo de sistemas de antenas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO, que viene del inglés multiple-input multiple-output) que proporcionan diversidad espacial, ya que se valen de conjuntos o arreglos de antenas en el receptor, con una separación lo suficientemente grande entre antenas para obtener la independencia del desvanecimiento o no correlación espacial entre antenas, siendo estas separaciones superiores a la mitad de la longitud de onda (Barry et al., 2004).

El modelo del canal inalámbrico se caracteriza por su respectiva distribución (Rayleigh o Rician) e independencia/dependencia estadística (no correlación/correlación de canales espaciales) (Björnson et al., 2017), por lo que tomando como base un sistema MIMO multiusuario (MU-MIMO, que viene del inglés multi-user MIMO), específicamente un canal de acceso múltiple conocido también como canal multipunto a punto, donde existen varios transmisores en diversos puntos que tienen poca o ninguna coordinación, y un receptor como detector multiusuario centralizado cuyo objetivo es detectar todas las entradas, hace referencia al enlace de subida (UL, que viene del inglés uplink) de un sistema celular de celda única (unicelular), en donde los transmisores son los equipos de usuario (UE, que viene del inglés user equipment) con una sola antena y el receptor es la estación base (BS, que viene del inglés base station) (Barry et al., 2004), que cuando el número de antenas en la BS es mucho mayor que la

cantidad de UE, se lo conoce como un sistema MIMO masivo (M-MIMO, que viene del inglés massive multiple-input and multiple-output) (Ngo, 2015). En sistemas M-MIMO la correlación espacial de canales es importante y beneficiosa por su buena resolución espacial en comparación con el número de grupos de dispersión (multitrayectos), determinando el rendimiento de la red a través de la colección de todas las matrices de correlación de los UE, cuando estas matrices son lo suficientemente diferentes (Björnson et al., 2017).

En la práctica los canales están espacialmente correlacionados, lo cual es conocido también como desvanecimiento selectivo en el espacio (Paulraj & Papadias, 1997). Y de acuerdo a lo establecido por (Björnson et al., 2017), esta correlación depende principalmente de la geometría del arreglo de antenas (apertura, espaciado de antenas) y de la dispersión angular; y esta correlación no existe cuando la ganancia y la dirección del canal son variables aleatorias independientes, además cuando esta dirección está distribuida uniformemente sobre la esfera unitaria del conjunto de vectores de valores complejos, caso contrario, esta correlación si existe.

Puesto que la señal recibida por la BS suele estar distorsionada por los efectos del canal, para poder recuperar los bits transmitidos por los UE, la BS primero necesita realizar la estimación del canal, que es una operación crítica para la detección coherente de las señales en el UL y precodificar las señales en el enlace de bajada (DL, que viene del inglés downlink), permitiendo hacer una compensación en el receptor, para lo cual cada UE mediante un preámbulo o una secuencia piloto ortogonal previamente asignada, que generalmente proporciona un buen rendimiento y que es conocida tanto por el transmisor como por el receptor, permite a la BS obtener la

información de estado del canal (CSI, que viene del inglés cannel state information) en el UL (Cho et al., 2010; Ngo, 2015).

Cuando existen símbolos de entrenamiento, en lo que respecta a teoría de la estimación, se suelen utilizar técnicas de estimadores lineales para la estimación de los coeficientes del canal que no son perfectos e introducen un error, como: los mínimos cuadrados (LS, que viene del inglés least-square), método que por su simplicidad es muy utilizado; el de error cuadrático medio mínimo (MMSE, que viene del inglés minimum mean square error), que encuentra una mejor estimación lineal en términos de una matriz de pesos W (Cho et al., 2010), de tal manera que se minimiza el error cuadrático medio normalizado (NMSE, que viene del inglés normalized mean square error) en comparación con el primero, ya que aprovecha al máximo la correlación de canales espaciales; y el de error cuadrático medio mínimo de elementos prudentes (EW-MMSE, que viene del inglés element-wise minimum mean square error), de menor complejidad computacional que MMSE, que proporciona un buen rendimiento de estimación, equivalente al estimador de canal MMSE de un canal no correlacionado, acercándose al rendimiento de MMSE cuando la relación señal a ruido (SNR, que viene del inglés signal-to-noise ratio) es baja, pero que se degrada bastante al aumentar el SNR, aproximándose bastante al rendimiento de LS en función del NMSE. Entiéndase que NMSE es una herramienta que permite comparar la calidad de los diferentes esquemas de estimación de canal en diferentes escenarios (Björnson et al., 2017).

El NMSE con el estimador de canal MMSE se reduce a medida que se añaden más antenas como en MIMO masivo, debido a la propiedad de correlación de canales espaciales, por lo que es más factible estimar canales correlacionados espacialmente debido al comportamiento de sus estadísticas, y así mismo implica que la ganancia promedio del canal estimado sea mayor cuando aumenta la correlación espacial y viceversa, esto es conocido como el impacto de la correlación espacial en la estimación de canales (Björnson et al., 2017).

Existen también, estimadores no lineales y prácticos como el estimador de canal de máxima verosimilitud (ML, que viene del inglés maximum Likelihood), siendo su rendimiento óptimo y asintóticamente eficiente para registros de datos suficientemente grandes, por lo que puede ser implementado para problemas de destino complicados cuando la varianza del ruido es conocido (Kay, 1993).

Algo muy importante de tener en cuenta, pero que no va a ser analizado en esta propuesta de investigación, es que una vez estimado el canal, el siguiente paso es detectar las señales deseadas usando los coeficientes de canal estimado, siendo óptimo el detector de ML, pero en el contexto de M-MIMO no es práctico por lo que se recurre a alternativas subóptimas con complejidad reducida, como los detectores lineales, que son simples detectores para canales MIMO sin memoria, siendo preferidos para ciertas aplicaciones por su facilidad de implementación y robustez para no idealidades, teniendo los siguientes: forzamiento a cero (ZF, que viene del inglés zeroforcing), que es llamado detector de no correlación en MU-MIMO, que forza la interferencia a cero, desechando la fracción de la señal que se encuentra en el subespacio de interferencia, por lo que el ruido es amplificado, así mismo, este detector es óptimo cuando el alfabeto es binario y el receptor conoce el canal de los usuarios, pero no tiene conocimiento a priori de las amplitudes recibidas de la señal como en ML; MMSE, que logra un equilibrio óptimo de mejora de ruido y supresión de interferencia; y filtro adaptado (MF, que viene del inglés matched-filter), que esencialmente ignora la

interferencia volviéndolo susceptible al problema cercano-lejano en MU-MIMO, adicionalmente tiene una amplificación de ruido insignificante (Barry et al., 2004).

Los efectos de la contaminación del piloto (PC, que viene del inglés pilot contamination) en el UL de un sistema M-MIMO multicelular con duplexación por división de tiempo (TDD, que viene del inglés time-division duplexing) afectado por un desvanecimiento tipo Rician, considerando la utilización de los estimadores de canal LS y MMSE, es estudiado por (Zhao et al., 2016), con la derivación de aproximaciones de forma cerrada de la NMSE para estos estimadores constata que el factor de Rician es irrelevante en este escenario, seguidamente muestra que el aumento del número de antenas en la BS disminuye significativamente el NMSE con MMSE, pero con LS se mantiene constante. En el mismo contexto del sistema (Wu et al., 2017) propone un nuevo esquema para la estimación del canal en el UL que se vale del ángulo de arribo (AOA, que viene del inglés angle of arrivals) del componente de LOS de los pilotos iguales de los UE que se encuentran en diferentes celdas, y mediante el NMSE muestra como reduce el impacto de la PC cuando el número de antenas en la BS es grande y siendo eficiente para canales con desvanecimiento Rician fuerte.

Por las mejoras prometedoras en eficiencia espectral (SE, que viene del inglés spectral efficiency), eficiencia energética (EE, que viene del inglés energy efficiency) y eficiencia de hardware (HE, que viene del inglés hardware efficiency), que proporcionan los sistemas M-MIMO, los han convertido en una tecnología a ser tomada muy en cuenta para redes inalámbricas de nueva generación, específicamente redes celulares, por lo que (Björnson et al., 2017) presenta definiciones y herramientas matemáticas necesarias, que han sido tratadas de forma sistemática para la comprensión y análisis de los sistemas en mención desde el punto de vista de canales con desvanecimiento

23

tipo Rayleigh correlacionado, por lo que en cierta parte por medio del NMSE realiza una comparativa entre los estimadores de canal LS, MMSE y EW-MMSE, demostrando que el estimador MMSE presenta el mejor desempeño entre los tres, igualmente que el desvanecimiento Rayleigh correlacionado y el aumento del número de antenas en la BS mejora el desempeño de este estimador. Así mismo, deriva una expresión matemática para el cálculo del error cuadrático medio (MSE, que viene del inglés mean-squared error) de MMSE y señala que es más eficiente la estimación del canal con el empleo de TDD que utiliza reciprocidad de canal, ya que solo se requieren señales piloto en el UL sin ninguna retroalimentación.

Debido a la formación de haces y a la multiplexación espacial, M-MIMO es clave para acrecentar la SE para nuevas generaciones de redes celulares, por lo que (Ö. Özdogan et al., 2019) obtiene expresiones rigurosas de forma cerrada de la SE del UL y DL, para sistemas MIMO masivo multicelulares TDD sobre canales con desvanecimiento Rayleigh y Rician correlacionados espacialmente, con la utilización de estimadores de canal MMSE, EW-MMSE y LS. Posterior al análisis concluye que la correlación espacial y la existencia de un componente de LOS mejora la SE, aumentando también el desempeño al existir un mayor número de antenas. Obtiene mejores resultados con el estimador MMSE.

El aprendizaje profundo es un área más evolucionada de la inteligencia artificial (AI, que viene del inglés artificial intelligence), que predice eventos futuros modelando abstracciones de alto nivel a partir de datos anteriores, motivo por el cual está siendo muy estudiada para implementaciones dentro del campo de las telecomunicaciones; en este sentido (Gao et al., 2019) propone dos esquemas de estimación de canal basados en aprendizaje profundo, el de red neuronal profunda de entrada directa (DI-DNN, que

viene del inglés direct-input deep neural network) y el de red neuronal profunda de predicción de entrada selectiva (SIP-DNN, que viene del inglés selective-input prediction deep neural network) para el UL de sistemas M-MIMO con convertidor análogo a digital (ADC, que viene del inglés analog-to-digital-converter) mixto sobre un canal que sufre un desvanecimiento Rician correlacionado espacialmente, determinando a través del NMSE que la combinación de estos enfoques son bastante sólidos y superiores a métodos tradicionales.

La tendencia y futuro para redes celulares es el empleo de sistemas M-MIMO por las llamativas prestaciones que ofrece en lo que respecta al aumento de la capacidad teórica (Hoydis et al., 2013), reducción de las potencias de transmisión (eficiencia energética) en el UL y DL con combinación coherente y una mayor apertura de la antena (Ngo et al., 2013), y mejora del rendimiento de los detectores lineales cuando el número de antenas en las BS aumenta y es mucho mayor que el número de UE, conllevando a que el ruido térmico, la interferencia y los errores de estimación del canal sean despreciables bajo un contexto de desvanecimiento Rayleigh (Marzetta, 2010). Esta última condición también permite el empleo de convertidores de digital a analógico (DAC, que viene del inglés digital-to-analog converter) y de ADC de baja resolución con un rendimiento aceptable (Azizzadeh et al., 2017; Jedda et al., 2016).

Además, considerando que los canales usados en M-MIMO son aquellos que pueden sufrir un desvanecimiento tipo Rician, y que han sido menos caracterizados, estudiados y analizados que aquellos que sufren un desvanecimiento tipo Rayleigh, ya sean espacialmente correlacionados y no correlacionados (Ö. Özdogan et al., 2019), siendo tanto así que, (Björnson et al., 2017) presenta en una guía completa para el

25

entendimiento y análisis de sistemas M-MIMO sobre un desvanecimiento Rayleigh correlacionado.

Por todo lo expuesto, se ha visto prudente en este proyecto establecer un análisis comparativo a través de simulación y utilizando expresiones matemáticas para el modelamiento del canal y la estimación imperfecta del canal en el UL de un sistema M-MIMO unicelular con TDD, en escenarios con desvanecimiento tipo Rayleigh y Rician, con y sin correlación de canales espaciales, a fin de visualizar los efectos y calidad a través del NMSE de los diferentes estimadores de canal lineales en los escenarios propuestos.

#### Justificación e importancia

El modelamiento o caracterización del canal de un sistema inalámbrico permite diseñar, planificar, dimensionar y analizar el comportamiento del mismo, y por el alta relevancia y grandes prestaciones que brindan los sistemas M-MIMO a las redes celulares de nueva generación, en lo que respecta a SE, EE y HE, se han caracterizado, estudiado y analizado más aquellos que sufren un desvanecimiento tipo Rayleigh, ya sean espacialmente correlacionados o no correlacionados, que aquellos que sufren un desvanecimiento tipo Rician.

Por lo que se vuelve interesante y necesario a nivel científico, realizar un análisis comparativo a través de simulación y utilizando expresiones matemáticas para el modelamiento del canal y la estimación imperfecta del canal en el UL de un sistema M-MIMO unicelular con TDD, en escenarios con desvanecimiento tipo Rayleigh y Rician, con y sin correlación de canales espaciales, a fin de visualizar los efectos y calidad a

26

través del NMSE de los diferentes estimadores de canal lineales en los escenarios propuestos, puesto que bajo mi mejor entendimiento no existen investigaciones precedentes iguales a esta propuesta.

#### Alcance del proyecto

Análisis comparativo a través de simulación y utilizando expresiones matemáticas para el modelamiento del canal y la estimación imperfecta del canal en el UL de un sistema M-MIMO unicelular con TDD, en escenarios con desvanecimiento tipo Rayleigh y Rician, con y sin correlación espacial de los coeficientes de canal, a fin de visualizar los efectos y calidad a través del NMSE de los diferentes estimadores de canal lineales en los escenarios propuestos.

### Objetivos

### **Objetivo General**

Analizar la estimación de canal a través del NMSE de los diferentes esquemas de estimación imperfecta del canal en el UL de un sistema M-MIMO unicelular con TDD, en escenarios con desvanecimiento tipo Rayleigh y Rician, con y sin correlación espacial de los coeficientes de canal.

### **Objetivo Específicos**

- Establecer las definiciones necesarias para entender el comportamiento de la estimación imperfecta del canal en el UL de un sistema M-MIMO unicelular con TDD, en escenarios con desvanecimiento tipo Rayleigh y Rician, con y sin correlación de canales espaciales.
- Establecer las expresiones matemáticas necesarias para realizar la estimación imperfecta del canal en el UL de un sistema M-MIMO unicelular con TDD, en escenarios con desvanecimiento tipo Rayleigh y Rician, con y sin correlación espacial de los coeficientes de canal.
- Simular la estimación imperfecta del canal en el UL de un sistema M-MIMO unicelular con TDD, bajo escenarios con desvanecimiento tipo Rayleigh y Rician, con y sin correlación de canales espaciales, a partir de las expresiones matemáticas establecidas.
- Realizar el análisis comparativo de los estimadores de canal imperfectos mediante el NMSE en los escenarios planteados.

#### Capítulo II

#### Marco teórico

#### **MIMO** masivo

MIMO masivo (M-MIMO, que viene del inglés massive multiple-input and multiple-output) es una tecnología clave en la implementación de redes inalámbricas 5G y más allá de 5G (B5G, que viene del inglés beyond-5G), así como también para futuras tecnologías de comunicaciones inalámbricas, por las prometedoras mejoras que brinda en capacidad o eficiencia espectral (SE, que viene del inglés spectral efficiency), eficiencia energética (EE, que viene del inglés energy efficiency), eficiencia de hardware (HE, que viene del inglés hardware efficiency) (Azizzadeh et al., 2017; Björnson et al., 2017), confiabilidad, seguridad y tasas de transmisión (Carvajal et al., 2022), utilizando un procesamiento relativamente simple en la recepción de la señal (Lu et al., 2014). M-MIMO en sistemas celulares mejora el rendimiento por el aumento de la diversidad, además reduce los efectos indeseables provocados por la interferencia (Cho et al., 2010).

Tomando como base un sistema MIMO multiusuario (MU-MIMO, que viene del inglés multi-user MIMO), que hace referencia al enlace de subida (UL, que viene del inglés uplink) de un sistema unicelular MIMO, el cual se encuentra conformado por una estación base (BS, que viene del inglés base station) con un número de antenas muy grande *M*, que recibe simultáneamente las señales transmitidas por un gran número de equipos de usuario (UE, que viene del inglés user equipments) *K* con una antena,

uniformemente distribuidos en la celda con poca o ninguna coordinación, en el mismo recurso de radio (Barry et al., 2004; Lu et al., 2014), como se observa en la Figura 1; es importante señalar que, el número de antenas en la BS es mucho mayor que los UEs, por lo que a esta técnica se la conoce como M-MIMO (Ngo, 2015).

# Figura 1



UL de un sistema unicelular con M-MIMO (Arellano et al., 2022).

Además, para limitar la sobrecarga de adquisición de la información del estado del canal (CSI, que viene del inglés channel state information), M-MIMO opera en modo de duplexación por división de tiempo (TDD, que viene del inglés time-division duplexing), con el propósito de no depender de modelos de canales parametrizables (Björnson et al., 2017).

### Geometría del arreglo de antenas en la BS

El patrón de radiación de la BS depende de la geometría del arreglo de sus antenas y del patrón de radiación de cada antena que lo conforma. Existen varios tipos de arreglos de antenas en la BS dependiendo su geometría, como se observa en la Figura 2, siendo los más populares: el arreglo linealmente uniforme (ULA, que viene del inglés uniform linear array) y el arreglo planar uniforme (UPA, que viene del inglés uniform planar array), que son estudiados a profundidad en (Altamirano Carrillo & others, 2021); también existen el arreglo circular uniforme (UCA, que viene del inglés uniform circular array) y arreglo cilíndrico uniforme (UCyIA, que viene del inglés uniform cylindrical array), entre otros. En esta investigación nos basaremos en un ULA horizontal.

## Figura 2

Geometría del arreglo de antenas en la BS: a) ULA vertical, b) ULA horizontal, c) UPA y d) UCyIA.



#### Desvanecimiento a pequeña escala

El desvanecimiento a pequeña escala se refiere a la degradación o variación rápida de los niveles de la señal en la recepción en periodos pequeños de tiempo por los múltiples caminos que toma la señal para llegar al receptor, causando interferencias constructivas (con la misma fase) y destructivas (con diferente fase). Los múltiples trayectos de la señal son causados por la reflexión, difracción y dispersión de esta en su entorno, y dependiendo de la extensión relativa de los múltiples trayectos de la señal transmitida, el desvanecimiento puede ser plano o selectivo en frecuencia (Cho et al., 2010), en la Figura 3 se muestra un esquema de su clasificación.

### Figura 3

Clasificación de los canales de desvanecimiento (Cho et al., 2010).



Un canal inalámbrico con desvanecimiento a pequeña escala por múltiples trayectos, puede ser representado matemáticamente como una matriz **H** de tamaño  $M \times K$  de coeficientes o ganancias del canal, como se establece a continuación:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & \dots & h_{1,K} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & \cdots & h_{2,K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M,1} & h_{M,2} & \cdots & h_{M,K} \end{bmatrix}.$$
 (1)

Por lo tanto, en un modelo de entrada y salida, el vector columna y de señales recibidas y de dimensión M, matemáticamente puede ser expresado de la siguiente manera:

$$\mathbf{y} = \sqrt{P}\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n},\tag{2}$$

Donde,  $\sqrt{P}$  denota la potencia en la recepción, **x** el vector columna de dimensión *K* de señales transmitidas y **n** el vector columna de dimensión *M* del ruido aditivo Gaussiano blanco (AWGN, que viene del inglés additive white Gaussian noise), que puede ser modelado por una variable aleatoria compleja Gaussiana con media igual a cero y varianza  $\sigma_n^2$ , es decir,  $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_n^2)$  (Li et al., 2019).

#### Modelamiento estadístico del desvanecimiento a pequeña escala

Refiriéndonos a un desvanecimiento a pequeña escala en donde los múltiples trayectos llegan al receptor sin línea de vista (NLOS, que viene del inglés non-line-of-sight), debido a la reflexión, difracción y dispersión del entorno, se lo conoce como desvanecimiento de Rayleigh y el equivalente en banda base de la (m, k)-ésima entrada del canal inalámbrico puede ser modelado mediante una distribución Gaussiana compleja de media cero y varianza  $\sigma_k^2$ , cuyas componentes en fase y cuadratura son independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d., que viene del inglés independent and identically distributed), de la siguiente manera:

$$\rho_{m,k} = g_{m,k,1} + jg_{m,k,2},\tag{3}$$

Donde, 
$$g_{m,k,1} \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{\sigma_k^2}{2}\right)$$
 y  $g_{m,k,2} \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{\sigma_k^2}{2}\right)$ , entonces  $\rho_{m,k} \sim \mathcal{CN}\left(0, \sigma_k^2\right)$ . También (3)

puede ser representada de la siguiente forma:

$$\rho_{m,k} = \omega_{m,k} \exp(j\vartheta_{m,k}), \tag{4}$$

Donde, su fase  $\vartheta_{m,k}$  está caracterizada por una distribución uniforme en el intervalo  $(-\pi,\pi]$  (Ngo, 2015; Ö. Özdogan et al., 2019) y su amplitud  $\omega_{m,k} = |\rho_{m,k}|$  por una distribución Rayleigh, cuya función de densidad de probabilidad (PDF, que viene del inglés probability density function) está dada en (Proakis & Salehi, 2008), y es:

$$PDF(\omega_k) = \frac{\omega_k}{\sigma_k^2} \exp\left(-\frac{\omega_k^2}{2\sigma_k^2}\right), \qquad \omega_k \ge 0.$$
(5)

Cuando además de los varios componentes NLOS, existe un componente especular o de línea de vista (LOS, que viene del inglés line-of-sight), como se muestra en la Figura 4, al desvanecimiento se lo conoce como tipo Rician y el equivalente en banda base de la (m, k)-ésima entrada del canal inalámbrico, puede ser modelado como sigue:

$$h_{m,k} = \sqrt{\frac{\mathcal{K}_k}{\mathcal{K}_k + 1}} \varrho_{m,k} + \sqrt{\frac{1}{\mathcal{K}_k + 1}} \rho_{m,k} = \alpha_{m,k} \exp(j\delta_{m,k}), \tag{6}$$

Donde,  $\mathcal{K}_k$  es el factor de Rician del *k*-ésimo UE, que está definido por la relación entre la potencia del componente LOS  $s_k^2$  y la potencia de los componentes NLOS  $\sigma_k^2$ , es

decir, 
$$\mathcal{K}_k = \frac{s_k^2}{\sigma_k^2}$$
.

# Figura 4

Canal con desvanecimiento de Rician.



Si consideramos un ULA horizontal con antenas omnidireccionales en la BS (Ö. Özdogan et al., 2019; J. Zhang et al., 2016, 2017), como se puede observar en la Figura 5,  $\rho_{m,k}$ , que es el componente de LOS del (*m*, *k*)-ésimo coeficiente de canal, está definido por:

$$\varrho_{m,k} = \exp\left(\frac{-j2\pi d(m-1)\sin\theta_k}{\lambda}\right) = 1,$$
(7)

Donde,  $\lambda$  es la longitud de onda de la frecuencia a la que se transmite la señal, d es la distancia entre las antenas de la BS en longitud de onda,  $\theta_k$  es el ángulo de arribo

(AOA, que viene del inglés angle of arrival) de la BS al *k*-ésimo UE, el cual está uniformemente distribuido entre  $[-\pi/2, \pi/2)$ . Además, retomando (6),  $\alpha_{m,k} = |h_{m,k}|$  es la amplitud que está caracterizada por una distribución Rician con una PDF dada en (Proakis & Salehi, 2008), como se muestra en (8); mientras que  $\delta_{m,k}$  es la fase que está definida en (Carvajal et al., 2022).

## Figura 5

ULA horizontal.



$$PDF(\alpha_k) = \frac{\alpha_k^2}{\sigma_k^2} \exp\left(-\frac{\alpha_k^2 + s_k^2}{2}\right) \mathbf{I}_0\left(\frac{s_k \alpha_k}{\sigma_k^2}\right), \alpha_k \ge 0,$$
(8)

Donde,  $I_0(x)$  es la función de Bessel modificada de primer tipo y orden cero, que está definida en la ecuación (9.1.10) de (Abramowitz, 1964), de la siguiente manera:

$$\mathbf{I}_{0}(x) = \begin{cases} 1, & x = 0\\ \sum_{l=0}^{\infty} (l!)^{-2} \left(\frac{x}{2}\right)^{2l}, & x > 0. \end{cases}$$
(9)
En la Figura 6 podemos apreciar una comparativa de las PDF de las variables aleatorias de Rayleigh y Rician, cuando para esta última variable se varía el valor del factor de Rician; además, para facilidades de entendimiento se ha establecido que la varianza de las variables sea igual a uno, es decir,  $\sigma_k^2 = 1$ , visualizando que cuando la variable aleatoria de Rician tiene un factor de Rician muy pequeño, ésta variable se asemeja a una variable aleatoria Rayleigh, mientras que cuando es muy alto se asemeja a una variable aleatoria Gaussiana con media diferente a cero.

## Figura 6



PDF de Rayleigh versus PDF de Rician (Arellano et al., 2022).

## Desvanecimiento a gran escala

El canal también puede ser afectado por un desvanecimiento a gran escala  $\Omega$ , que es una degradación o variación lenta de los niveles de la señal en la recepción, que además describe la afectación conjunta entre la pérdida o atenuación del trayecto, que es producido por la distancia existente entre el transmisor y el receptor, y el sombreado, que se produce por el bloqueo físico por grandes obstáculos. Este desvanecimiento puede ser representado como sigue:

$$\mathbf{y} = \sqrt{P} \mathbf{H} \mathbf{\Omega} \mathbf{x} + \mathbf{n}. \tag{10}$$

El desvanecimiento a gran escala puede ser modelado con una matriz diagonal  $K \times K$  de coeficientes de canal iguales a  $\Omega_{k,k} = \sqrt{\beta_k}$ , es decir, diag $(\sqrt{\beta_1}, \sqrt{\beta_2}, ..., \sqrt{\beta_K})$ ; cabe señalar que, para esta investigación se asumió un mecanismo perfecto de control de potencia transmitida por cada UE, de modo que la señal recibida en la BS llega con la misma potencia,  $\beta_k = 1$ , puesto que la investigación solo se va a centrar en la afectación del desvanecimiento a pequeña escala por múltiple trayectos, pero para futuras investigaciones podría ser estudiado más a profundidad en (Björnson et al., 2017; T. Liu et al., 2019).

## Matriz de covarianza del canal

Conforme a (1) y (6), la matriz de covarianza del canal H, puede ser obtenida de la siguiente manera:

$$\operatorname{Cov}(\mathbf{H}\mathbf{H}^{H}) = \operatorname{Cov}(\mathbf{H}) = E\{\mathbf{H}\mathbf{H}^{H}\} - E\{\mathbf{H}\}^{2}, \qquad (11)$$

Donde, (.)<sup>*H*</sup> denota el operador Hermitáneo. Es necesario saber cómo se obtiene la matriz de covarianza del canal, puesto que esta fórmula será utilizada más adelante para un canal con correlación espacial.

Para un canal con desvanecimiento Rician, cuando se considera un mismo factor de Rician  $\mathcal{K}$  y la misma potencia de los componentes NLOS  $\sigma^2$  para cada UE, la matriz de covarianza es:

$$Cov(\mathbf{H}) = \frac{K\sigma^2}{\mathcal{K}+1} \mathbf{I}_M, \tag{12}$$

Donde,  $\mathbf{I}_M$  es una matriz identidad de tamaño  $M \times M$ . Con base a todo lo expuesto tenemos que  $h_{m,k} \sim \mathcal{NC}\left(\sqrt{\frac{\mathcal{K}_k}{\mathcal{K}_k+1}} \varrho_{m,k}, \frac{\sigma_k^2}{\mathcal{K}_k+1}\right)$ .

Para un canal con desvanecimiento Rayleigh, donde  $K_k = 0$ , la matriz de covarianza del canal en (12), se simplifica:

$$Cov(\mathbf{H}) = K\sigma^2 \mathbf{I}_M. \tag{13}$$

## Correlación espacial del canal

En escenarios prácticos, en los canales de sistemas M-MIMO existe correlación espacial, debido a: el entorno donde se produce la propagación, que puede producir mayor o menor número de múltiples trayectos de la señal; la geometría del arreglo de antenas en la BS; y por el patrón de radiación y la variación de la polarización de las antenas en la BS. Esto se traduce a que la correlación espacial varía en cada escenario. En M-MINO 2.0, teóricamente hablando los límites estrictos de capacidad asintótica causados por la contaminación del piloto (PC, que viene del inglés pilot contamination), pueden ser resueltos con la explotación de la correlación espacial y la utilización de

algoritmos de supresión de interferencia intracelular e intercelular, pero aún existen varias limitantes en la parte práctica (Sanguinetti et al., 2019).

En (Björnson et al., 2017), se establece un método para introducir correlación espacial en el canal **H**, de la siguiente manera:

$$\overline{\mathbf{H}} = \mathbf{R}^{\frac{1}{2}}\mathbf{H},\tag{14}$$

Donde, **R** es la matriz de correlación espacial, la cual describe los efectos macroscópicos de la propagación, incluyendo los patrones de radiación y ganancias de las antenas; además, introduce dispersión local en diferentes ángulos, mediante distribuciones angulares: Gaussianas, Laplacianas o Uniformes. Cuando no existe correlación espacial  $\mathbf{R} = \mathbf{I}_M$ . Por lo tanto (2) podría ser reescrita de la siguiente manera:

$$\mathbf{y} = \sqrt{P}\mathbf{\overline{H}}\mathbf{x} + \mathbf{n}$$
$$= \sqrt{P}\mathbf{R}^{\frac{1}{2}}\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}.$$
(15)

En esta investigación se considera una distribución angular Gaussiana, en la cual cada uno de los componentes de los múltiples trayectos da como resultado una onda plana que llega al arreglo de antenas en la BS desde un ángulo particular  $\bar{\varphi}_n = \varphi + \zeta$ , en donde,  $\varphi$  es un ángulo nominal determinístico y  $\zeta$  es una desviación aleatoria del ángulo nominal, con un intervalo angular con desviación estándar (ASD, que viene del inglés angular interval with standard deviation)  $\sigma_{\varphi}$ , como se muestra en la Figura 7.

**R** puede ser modelada con una matriz Toeplitz de dimensión  $M \times M$ , cuya (l, m)ésima entrada puede ser escrita de la siguiente forma:

$$r_{l,m} = \exp(j2\pi d(l-m)\sin(\varphi))\exp\left(-\frac{\sigma_{\varphi}^2}{2}(2\pi d(l-m)\cos(\varphi))^2\right).$$
 (16)

# Figura 7

Propagación bajo un modelo de dispersión local.



## Estimación del canal

La señal recibida por la BS en el UL suele estar distorsionada por los efectos del canal, y para que se realice la detección del símbolo en el enlace de bajada (DL, que viene del inglés downlink), la BS primero necesita conocer la CSI o matriz H mediante la estimación del canal (Bai & Choi, 2012). La estimación de canal es una operación crítica

para la detección coherente de las señales en el UL, para lo cual cada UE por medio de un preámbulo o una secuencia piloto ortogonal previamente asignada, la cual conoce la BS, generalmente proporciona buen rendimiento para la obtención de la CSI (Cho et al., 2010; Ngo, 2015).

Se suelen utilizar estimadores lineales para la estimación de los coeficientes del canal que no son perfectos e introducen un error, siendo los más estudiados últimamente en sistemas M-MIMO con canales con correlación espacial y desvanecimiento tipo Rayleigh y Rician: mínimos cuadrados (LS, que viene del inglés least-square), que es un método simple; error cuadrático medio mínimo (MMSE, que viene del inglés minimum mean square error), que es un método de mayor complejidad computacional que el primero, el cual brinda un mejor rendimiento en términos de error cuadrático medio normalizado (NMSE, que viene del inglés normalized mean square error) (Björnson et al., 2017), y SE (O. Özdogan et al., 2018; Ö. Özdogan et al., 2019; Wang et al., 2020); y error cuadrático medio mínimo de elementos prudentes (EW-MMSE, que viene del inglés element-wise minimum mean square error), que es un método de menor complejidad computacional y rendimiento que MMSE pero mayor que LS.

En esta investigación el estimador MMSE será considerado para evaluar un sistema M-MIMO con desvanecimiento Rician correlacionado espacialmente, las expresiones matemáticas de este estimador serán presentadas en el capítulo donde se evalúa un sistema M-MIMO con correlación espacial.

#### Secuencias pilotos

Dentro del proceso de estimación de canal, cada UE transmite una secuencia piloto de un conjunto o libro de pilotos  $\Phi$ , que es una matriz de tamaño  $\tau \times K$ , de la siguiente manera:

$$\mathbf{\Phi} = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_K]$$

$$= \begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \dots & \phi_{1,K} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & \cdots & \phi_{2,K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{\tau,1} & \phi_{\tau,2} & \cdots & \phi_{\tau,K} \end{bmatrix},$$
(17)

Donde, en la *K*-ésima secuencia piloto  $\Phi_k$  del libro de pilotos, existe *K* número de secuencias piloto de tamaño  $\tau$  que son ortogonales entre sí, es decir, cada secuencia piloto tiene una duración de  $\tau$  intervalos de símbolo. Cada elemento del libro de pilotos cumple la condición de  $|\phi_{l,k}| = 1$  para cuando  $l = 1, 2, ..., \tau$  y k = 1, 2, ..., K, además que,  $\Phi^H \Phi = \tau \mathbf{I}_{\tau}$  y que el cuadrado de la norma Euclidiana del libro de pilotos es igual al tamaño de la secuencia del piloto,  $\|\Phi\|_2^2 = \tau$ .

Es importante señalar que  $\tau$  está limitado por el tiempo de coherencia y su valor puede ser igual a *K* o mayor, con el propósito de evitar una interferencia conocida como contaminación del piloto (Björnson et al., 2017; Ö. Özdogan et al., 2019; J. Zhang et al., 2020). El libro de pilotos puede ser generado mediante matrices de Walsh-Hadamard o de transformada discreta de Fourier (DFT, que viene del inglés discrete Fourier transform), para cuando se requiere un  $\tau = n^2$  (Baumert & Hall, 1965; Wallis, 1976), o de dimensión arbitraria (Biguesh & Gershman, 2004), respectivamente.

#### Capítulo III

#### Evaluación de M-MIMO con un canal sin correlación espacial

#### Introducción

Varios trabajos se centran en evaluar el UL de sistemas M-MIMO unicelulares con canales con desvanecimiento Rician sin correlación espacial en diferentes escenarios, por ejemplo, en (Ding et al., 2020; J. Zhang et al., 2017; Y. Zhang et al., 2021) evalúan citado sistema desde el punto de vista de la tasa alcanzable; mientras que, en (T. Liu et al., 2019, 2020; J. Zhang et al., 2016; Y. Zhang et al., 2019), lo evalúan por medio de la SE y la EE como indicadores clave de rendimiento (KPI, que viene del inglés key performance indicators), investigando la influencia del factor de Rician. Sin embargo, una forma más sencilla de evaluar el rendimiento de estos sistemas es empleando el factor de reducción de interferencia (IRF, que viene del inglés interference reduction factor), que fue presentado por (Teshima & de Almeida, 2000) y evaluado en (Altamirano Carrillo & others, 2021) bajo un canal con desvanecimiento Rayleigh sin correlación espacial, señalando que a medida que se reduce el IRF, aumenta la capacidad de M-MIMO para reducir la interferencia entre usuarios (Andrews et al., 2011, 2016).

El IRF en sistemas M-MIMO con canales con desvanecimiento de Rician, es analizado en este capítulo, en el cual se deriva una expresión de forma cerrada exacta para evaluar el IRF en el UL de este sistema dentro de un bloque coherente, el cual puede ser mejor estudiado en (Altamirano Carrillo & others, 2021; Björnson et al., 2017). Cabe destacar que, los resultados numéricos se validaron mediante simulaciones de Monte-Carlo.

## Factor de reducción de interferencia

El IRF es un KPI que permite evaluar el rendimiento de sistemas M-MIMO, puesto indica el número de veces que la interferencia se reduce debido al número de antenas en el receptor.

# Figura 8

UE de interés y UE interferente en un sistema M-MIMO (Arellano et al., 2022).



Para entender de mejor manera el IRF  $\Upsilon$  en un sistema M-MIMO, debemos fijarnos en la Figura 8, donde se puede apreciar a un UE de interés UE<sub>i</sub>, el cual está siendo afectado por un UE interferente UE<sub>J</sub>, y el IRF calcula cuantas veces se reduce la interferencia del UE<sub>I</sub> al UE<sub>i</sub>, con la siguiente expresión matemática:

$$Y = E \left\{ \frac{\left| \mathbf{h}_{i}^{H} \mathbf{h}_{j} \right|^{2}}{\left| \mathbf{h}_{i}^{H} \mathbf{h}_{i} \right|^{2}} \right\},$$
(18)

Donde, E{.} denota la esperanza matemática,  $\mathbf{h}_i$  es el vector de canal del usuario de interés o la *i*-ésima columna de **H** y  $\mathbf{h}_j$  es el vector de canal del usuario interferente o la *j*-ésima columna de **H**, para cuando  $i \neq j$ .

Conforme a lo investigado previamente en la literatura sobre el IRF, existe la posibilidad de analizar este concepto en el UL de sistemas M-MIMO con canales con desvanecimiento Rician sin correlación espacial dentro de un escenario 2-D, donde la BS tiene un ULA horizontal; para lo cual, tomando como referencia (1) y (6), y sin pérdida de generalidad, en la obtención del IRF se ha considerado que  $\varrho_{m,k} = 1$  y que  $\sqrt{P} = 1$ . Así mismo, como un escenario más general, donde el usuario de interés y usuario interferente tienen diferentes condiciones de canal, es decir,  $\mathcal{K}_i \neq \mathcal{K}_j$  y  $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$ , se deriva la siguiente expresión:

$$\Upsilon = \frac{(\mathcal{K}_i + 1)(\mathcal{K}_i + \sigma_i^2)(\mathcal{K}_j + \sigma_j^2) + (M - 1)(\mathcal{K}_i + 1)\mathcal{K}_i\mathcal{K}_j}{M(\mathcal{K}_i + \sigma_i^2)^2(\mathcal{K}_j + 1)}.$$
 (19)

(19) fue obtenida con base a (18), para lo cual tenemos que:

$$E\left\{\left|\mathbf{h}_{i}^{H}\mathbf{h}_{j}\right|^{2}\right\} = E\left\{\mathbf{h}_{i}^{H}\mathbf{h}_{j}\mathbf{h}_{j}^{H}\mathbf{h}_{i}\right\}$$
$$= M\left(\frac{\mathcal{K}_{i}+\sigma_{i}^{2}}{\mathcal{K}_{i}+1}\right)\left(\frac{\mathcal{K}_{j}+\sigma_{j}^{2}}{\mathcal{K}_{j}}\right) + M(M-1)\left(\frac{\mathcal{K}_{i}}{\mathcal{K}_{i}+1}\right)\left(\frac{\mathcal{K}_{j}}{\mathcal{K}_{j}+1}\right).$$
(20)

Además, que:

$$E\left\{\left|\mathbf{h}_{i}^{H}\mathbf{h}_{i}\right|^{2}\right\} = E\left\{\mathbf{h}_{i}^{H}\mathbf{h}_{i}\mathbf{h}_{i}^{H}\mathbf{h}_{i}\right\}$$
$$= M^{2}\left(\frac{\mathcal{K}_{i} + \sigma_{i}^{2}}{\mathcal{K}_{i} + 1}\right)^{2}.$$
(21)

## Resultados numéricos y discusión

En la Figura 9, se puede apreciar el IRF inverso  $\Upsilon^{-1}$  versus el número de antenas en la BS, considerando por simplicidad de entendimiento que  $\sigma_i^2 = \sigma_j^2 = 1$  y que el IRF para un canal con desvanecimiento Rayleigh es  $\gamma = \frac{1}{M}$ , el cual fue definido en (Altamirano Carrillo & others, 2021); además, los resultados numéricos se validaron mediante simulaciones de Monte-Carlo.

Los resultados obtenidos indican que mejor reducción de interferencia se consigue cuando el número de antenas en la BS aumenta y existe un desvanecimiento Rayleigh, siendo proporcional a *M*, teniendo una relación uno a uno; pero cuando el componente de factor de Rician en un desvanecimiento Rician es fuerte, la reducción de interferencia disminuye; así mismo, se constata que no existe diferencia cuando  $\mathcal{K}_i =$ 0.1 y  $\mathcal{K}_j = 0.3$ , que cuando  $\mathcal{K}_i = 0.3$  y  $\mathcal{K}_j = 0.1$  (línea roja y verde se sobreponen en la Figura 9).

# Figura 9

IRF inverso versus el número de antenas en la BS en un escenario general (Arellano et al., 2022).



Como otro escenario, en (19) se considera que  $K_i = K_j = K$  y  $\sigma_i^2 = \sigma_j^2 = \sigma^2$ , por lo que tenemos que:

$$\Upsilon = \frac{1}{M} \left( 1 + (M - 1) \frac{\mathcal{K}^2}{(\mathcal{K} + \sigma^2)^2} \right).$$
(22)

En la Figura 10, se considera  $\sigma^2 = 1$  y se puede apreciar de mejor manera que cuando existe un factor de Rician muy débil en un desvanecimiento Rician, el IRF inverso se asemeja bastante cuando existe un desvanecimiento Raleigh, mientras que cuando el componente de LOS incrementa se limita drásticamente la reducción de interferencia, esto ocurre porque el factor de Rician tanto del UE de interés como del UE

que interfiere se vuelve dominante. Así mismo, los resultados numéricos se validaron mediante simulaciones de Monte-Carlo.

## Figura 10

IRF inverso versus número de antenas en la BS (Arellano et al., 2022).



Si se plantea un escenario para analizar el comportamiento asintótico del IRF para cuando  $M \rightarrow \infty$  o tiene un valor muy alto, se obtiene la siguiente aproximación a partir de (19):

$$\Upsilon_{M \to \infty} = \frac{\mathcal{K}_i \mathcal{K}_j (\mathcal{K}_i + 1)}{\left(\mathcal{K}_i + \sigma_i^2\right)^2 (\mathcal{K}_j + 1)}.$$
(23)

En (23), se puede observar que cuando existe un desvanecimiento Rayleigh, es decir, para cuando  $\mathcal{K}_i = \mathcal{K}_j = 0$ , el IRF es igual a cero, en consecuencia, la técnica M-

MIMO permite eliminar completamente la interferencia en los canales con desvanecimiento Rayleigh, lo que concuerda con  $\gamma = \frac{1}{M}$ .

Mientras que, para el caso de un canal con desvanecimiento Rician, es decir, cuando  $\mathcal{K}_i > 0$  y  $\mathcal{K}_j > 0$ , el nivel de cancelación o de reducción de interferencia depende de los entornos de propagación del UE de interés y del UE interferente, lo cual es un resultado novedoso en la literatura.

Por otro lado, el comportamiento asintótico tomando como base (19) para cuando  $\mathcal{K}_i \rightarrow \infty$ , tenemos que:

$$\Upsilon_{\mathcal{K}_i \to \infty} = \frac{\left(\mathcal{K}_j + \sigma_j^2\right) + (M-1)\mathcal{K}_j}{M\left(\mathcal{K}_j + 1\right)}.$$
(24)

Y para cuando  $\mathcal{K}_j \rightarrow \infty$ , tenemos que:

$$\Upsilon_{\mathcal{K}_j \to \infty} = \frac{(\mathcal{K}_i + 1)(\mathcal{K}_i + \sigma_i^2) + (M - 1)(\mathcal{K}_i + 1)\mathcal{K}_i}{M(\mathcal{K}_i + \sigma_i^2)^2}.$$
 (25)

Pero, para cuando el UE de interés y el UE interferente tienen las mismas condiciones, es decir,  $\mathcal{K}_i = \mathcal{K}_j = \mathcal{K}$  y  $\mathcal{K} \to \infty$ , se obtiene la siguiente expresión:

$$\Upsilon_{\mathcal{K}\to\infty} = 1. \tag{26}$$

En la Figura 11, se logra apreciar de mejor manera los resultados analíticos y el comportamiento asintótico del IRF inverso para este último escenario planteado cuando existe un desvanecimiento Rician, en el cual, en primer lugar se estableció que  $\mathcal{K}_i$  tiene valores constantes y  $\mathcal{K}_j$  varía (de cero a diez), es decir, cuando  $\mathcal{K}_j \rightarrow \infty$ , además se consideró que  $\mathcal{K}_i \neq \mathcal{K}_j$ ,  $\sigma_i^2 = \sigma_j^2 = 1$  y M = 100, obteniendo un buen resultado en la reducción de interferencia cuando  $\mathcal{K}_i$  es muy pequeño (cuando  $\mathcal{K}_i \rightarrow 0$ ), pero es mucho mejor cuando también  $\mathcal{K}_j \rightarrow 0$ , lo cual se traduce en que M-MIMO sobre canales con desvanecimiento Rician tiene mejor capacidad de reducción de interferencia cuando los factores de Rician del UE de interés y del UE interferente tienden a cero, siendo el mayor valor del IRF inverso el valor de M, por lo que existe una relación inversamente proporcional entre los factores de Rician y el IRF inverso. Según lo observado, se constató el comportamiento asintótico conforme a la expresión matemática establecida (24).

En la Figura 11 también se establece el escenario cuando  $\mathcal{K}_i = \mathcal{K}_j$ , teniendo muy baja reducción de interferencia cuando estos tienen valores altos, tendiendo el valor del IRF inverso a uno, lo cual concuerda con (26); pero cuando  $\mathcal{K}_i$  y  $\mathcal{K}_j$  tienden a cero tienen el mejor IRF inverso posible para este ejemplo, igual a *M*.

En todos los escenarios establecidos se pudo evidenciar que cuando existe un desvanecimiento Rayleigh, la reducción de interferencia es mejor que cuando existe un desvanecimiento Rician, y sobre todo cuando el factor de Rician es muy alto, limita en gran manera al IRF en sistemas M-MIMO, a pesar de que el número de antenas en la BS sea muy grande.

# Figura 11



Comportamiento asintótico del IRF inverso (Arellano et al., 2022).

#### **Capítulo IV**

#### Evaluación de M-MIMO con un canal espacialmente correlacionado

#### Introducción

En (Björnson et al., 2017) se presenta un método para generar correlación espacial en sistemas M-MIMO, y por medio de diferentes estimadores de canal evalúa este sistema desde el punto de vista de la SE, EE, HE y NMSE, cuando existe un desvanecimiento de Rayleigh, obteniendo mejores resultados del NMSE con el estimador de canal MMSE en comparación con los estimadores EW-MMSE y LS, puesto que aprovecha al máximo la correlación espacial del canal. La correlación espacial del canal es particularmente importante para arreglos de antenas grandes como en M-MIMO.

En (O. Özdogan et al., 2018; Ö. Özdogan et al., 2019), analizan las propiedades estadísticas de los estimadores de canal MMSE, EW-MMSE y LS en un sistema M-MIMO de múltiples celdas, donde el canal tiene un desvanecimiento de Rician correlacionado espacialmente, para lo cual derivan expresiones de forma cerrada para evaluar el SE. Sucede algo similar en (Wang et al., 2020), pero considerando un sistema M-MIMO de celda libre. Todos estos trabajos utilizan el método de (Björnson et al., 2017) para generar correlación espacial, y tienen los mejores resultados con el estimador MMSE. Por otro lado, en (Li et al., 2019) se investiga el rendimiento en el DL de un sistema M-MIMO de una sola celda sobre un canal con desvanecimiento de Rician espacialmente correlacionado, empleando el modelo de dispersión de anillo de (Adhikary et al., 2013) para emular la correlación espacial, proponiendo y analizando un

algoritmo de formación de haz subóptimo utilizando la tasa ergódica de cada usuario. Para este KPI, se derivan aproximaciones simples de forma cerrada.

El desempeño del estimador de canal MMSE en sistemas M-MIMO de una sola celda sobre canales con desvanecimiento de Rician con correlación espacial, en términos del NMSE; se evalúa en el presente capítulo, considerando que los ángulos aleatorios en el modelo de correlación siguen una distribución Gaussiana, para lo cual se derivan expresiones exactas para evaluar por medio del NMSE, al estimador de canal MMSE.

#### Estimación de canal usando el estimador MMSE

La estimación del canal a través de pilotos es el método principal para obtener CSI; por lo tanto, las secuencias piloto ortogonales de todos los UE son conocidas por la BS (Kotecha & Sayeed, 2004; Y. Liu et al., 2007). En este contexto, a partir de (15) y (17), la matriz de señal recibida  $\overline{\mathbf{Y}}$  de tamaño  $M \times \tau$ , para realizar la estimación del canal se puede escribir como:

$$\overline{\mathbf{Y}} = \sum_{k=1}^{K} \sqrt{P} \overline{\mathbf{h}}_k \Phi_k^T + \mathbf{N}.$$
 (27)

Donde,  $(.)^T$  denota la transpuesta,  $\mathbf{\bar{h}}_k$  el *k*-ésimo vector columna de la matriz de canal  $\mathbf{\bar{H}}$ ,  $\Phi_k$  la *k*-ésima secuencia piloto del libro de pilotos, y **N** es una matriz  $M \times \tau$  que contiene las muestras AWGN. Considerando la ortogonalidad entre las secuencias piloto, la estimación de canal es afectada solo por el ruido, más no por la interferencia; por tal razón, el análisis de la estimación de canal puede ser simplificado en (27), ya que

se puede emplear un único y arbitrario valor de *k* con fines analíticos, tal que  $k = \in \{1, 2, ..., K\}$ , puesto que también se cuenta con la estadística suficiente para este fin.

Si la BS quiere estimar el canal  $\bar{\mathbf{h}}_k$ , entonces debe multiplicar/correlacionar  $\overline{\mathbf{Y}}$  de (27), con la secuencia piloto conjugada  $\Phi_k^*$ , lo que conduce a que la señal piloto recibida procesada sea:

$$\tilde{\mathbf{y}}_{k} = \mathbf{Y} \Phi_{k}^{*}$$
$$= \sum_{k=1}^{K} \tau \sqrt{P} \bar{\mathbf{h}}_{k} + \mathbf{N} \Phi_{k}^{*}, \qquad (28)$$

Donde,  $\tilde{\mathbf{y}}_k$  tiene una dimensión  $M \times 1$ , además se empleó que  $\Phi_k^T \Phi_k^* = \tau$ . La estimación de  $\bar{\mathbf{h}}_k$  por medio del estimador MMSE es el vector  $\hat{\mathbf{h}}_k$ , lo cual minimiza  $\mathbb{E}\left\{ \left\| \bar{\mathbf{h}}_k - \hat{\mathbf{h}}_k \right\|^2 \right\}$ .  $\hat{\mathbf{h}}_k$  puede ser calculado:

$$\mathbf{\hat{h}}_{k} = \operatorname{Cov}\{\mathbf{\bar{h}}_{k}\mathbf{\tilde{y}}_{k}^{H}\}\operatorname{Cov}\{\mathbf{\tilde{y}}_{k}\mathbf{\tilde{y}}_{k}^{H}\}^{-1}\mathbf{\tilde{y}}_{k}.$$
(29)

Resolviendo (29) y considerando (34), (35),  $\operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_k\bar{\mathbf{h}}_k^H\} = \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{y}}_k\}, \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{y}}_k\bar{\mathbf{y}}_k^H\} = \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{y}}_k\} \text{ y } \mathbf{N}\Phi_k^* \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}_M, \tau\sigma_n^2\mathbf{I}_M), \text{ entonces tenemos que:}$ 

$$\operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\tilde{\mathbf{y}}_{k}^{H}\} = \operatorname{E}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\tilde{\mathbf{y}}_{k}^{H}\} - \operatorname{E}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}\operatorname{E}\{\tilde{\mathbf{y}}_{k}^{H}\}$$
$$= \operatorname{E}\{\tau\sqrt{P}\bar{\mathbf{h}}_{k}\bar{\mathbf{h}}_{k}^{H} + \bar{\mathbf{h}}_{k}\Phi_{k}^{T}\mathbf{N}^{H}\} - \tau\sqrt{P}\operatorname{E}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}\operatorname{E}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}^{H}\}$$
$$= \tau\sqrt{P}\operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}.$$
(30)

Y, que:

$$\operatorname{Cov}\{\tilde{\mathbf{y}}_{k}\}^{-1} = \left(\operatorname{E}\{\tilde{\mathbf{y}}_{k}\tilde{\mathbf{y}}_{k}^{H}\} - \operatorname{E}\{\tilde{\mathbf{y}}_{k}\}\operatorname{E}\{\tilde{\mathbf{y}}_{k}^{H}\}\right)^{-1}$$
$$= \left(\tau^{2}P\operatorname{E}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\bar{\mathbf{h}}_{k}^{H}\} - \tau^{2}P\operatorname{E}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}^{H}\}^{2} + \operatorname{E}\{\mathbf{N}\Phi_{k}^{*}\Phi_{k}^{T}\mathbf{N}^{H}\}\right)^{-1}$$
$$= \left(\tau^{2}P\operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\} - \tau\sigma_{n}^{2}\mathbf{I}_{M}\right)^{-1}.$$
(31)

Por lo que, utilizando (30) y (31), (29) puede ser reescrita como sigue:

$$\hat{\mathbf{h}}_{k} = \sqrt{P} \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\} \Psi \tilde{\mathbf{y}}_{k}, \qquad (32)$$

Donde:

$$\Psi = \left(\tau P \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_k\} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M\right)^{-1}.$$
(33)

## Matriz de covarianza del canal con correlación espacial

La matriz de covarianza del canal  $Cov{\bar{\mathbf{h}}_k}$ , puede ser obtenida con base a (14) y (27), como sigue:

$$\operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_k\} = \operatorname{E}\{\bar{\mathbf{h}}_k\bar{\mathbf{h}}_k^H\} - \operatorname{E}\{\bar{\mathbf{h}}_k\}\operatorname{E}\{\bar{\mathbf{h}}_k^H\}, \qquad (34)$$

Donde,  $E{\{\bar{\mathbf{h}}_k\}}E{\{\bar{\mathbf{h}}_k^H\}} = E{\{\bar{\mathbf{h}}_k\}}^2$ , entonces (34) puede ser reescrita de la siguiente manera:

$$\operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_k\} = \operatorname{E}\{\bar{\mathbf{h}}_k\bar{\mathbf{h}}_k^H\} - \operatorname{E}\{\bar{\mathbf{h}}_k\}^2, \qquad (35)$$

Con esto se comprueba lo establecido en (32); además, resolviendo (35) tomando en consideración que  $\bar{\mathbf{h}}_k = \mathbf{R}^{\frac{1}{2}}\mathbf{h}_k$ ,  $\mathrm{E}\{h_k\} = \mathrm{E}\{h_k^*\} = \left(\frac{\kappa_k}{\kappa_{k+1}}\right)^{\frac{1}{2}}$  y

$$\mathbf{E}\{h_a h_b^*\} = \begin{cases} \frac{\sigma_k^2 + \mathcal{K}_k}{\mathcal{K}_k + 1}, & a = b\\ \frac{K_k}{\mathcal{K}_k + 1}, & a \neq b, \end{cases}$$
(36)

Para cuando el canal tiene un desvanecimiento de Rician, tenemos que:

$$\operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_k\} = \mathbf{R}^{\frac{1}{2}} \mathrm{E}\{\mathbf{h}_k \mathbf{h}_k^H\} \left(\mathbf{R}^{\frac{1}{2}}\right)^H - \mathbf{R}^{\frac{1}{2}} \mathrm{E}\{\mathbf{h}_k\} \mathrm{E}\{\mathbf{h}_k^H\} \left(\mathbf{R}^{\frac{1}{2}}\right)^H.$$
(37)

$$E\{\mathbf{h}_{k}\mathbf{h}_{k}^{H}\} = E\left\{ \begin{bmatrix} h_{1}h_{1}^{*} & h_{1}h_{2}^{*} & \dots & h_{1}h_{m}^{*} \\ h_{2}h_{1}^{*} & h_{2}h_{2}^{*} & \dots & h_{2}h_{m}^{*} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M}h_{1}^{*} & h_{M}h_{2}^{*} & \dots & h_{M}h_{m}^{*} \end{bmatrix} \right\}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\sigma_{k}^{2} + \mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k} + 1} & \frac{\mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k} + 1} & \dots & \frac{\mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k} + 1} \\ \frac{\mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k} + 1} & \frac{\sigma_{k}^{2} + \mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k} + 1} & \dots & \frac{\mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k} + 1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k} + 1} & \frac{\mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k} + 1} & \dots & \frac{\sigma_{k}^{2} + \mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k} + 1} \end{bmatrix}.$$

$$(38)$$

$$E\{\mathbf{h}_{k}\}E\{\mathbf{h}_{k}^{H}\} = \begin{bmatrix} E\{h_{1}\}E\{h_{1}^{*}\} & E\{h_{1}\}E\{h_{2}^{*}\} & \dots & E\{h_{1}\}E\{h_{M}^{*}\} \\ E\{h_{2}\}E\{h_{1}^{*}\} & E\{h_{2}\}E\{h_{2}^{*}\} & \dots & E\{h_{2}\}E\{h_{2}^{*}\} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E\{h_{M}\}E\{h_{1}^{*}\} & E\{h_{M}\}E\{h_{2}^{*}\} & \dots & E\{h_{M}\}E\{h_{M}^{*}\} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k}+1} & \frac{\mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k}+1} & \dots & \frac{\mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k}+1} \\ \frac{\mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k}+1} & \frac{\mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k}+1} & \dots & \frac{\mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k}+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k}+1} & \frac{\mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k}+1} & \dots & \frac{\mathcal{K}_{k}}{\mathcal{K}_{k}+1} \end{bmatrix}.$$

$$(39)$$

Finalmente, con base a (37) y a los resultados obtenidos en (38) y (39), tenemos que:

$$\operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_k\} = \frac{\sigma_k^2}{\mathcal{K}_k + 1} \mathbf{R}.$$
 (40)

Pero, para un canal con desvanecimiento Rayleigh espacialmente

correlacionado, cuando  $\mathcal{K}_k = 0$ , la matriz de covarianza del canal se reduce a :

$$\operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_k\} = \sigma_k^2 \mathbf{R}.$$
 (41)

## Matriz de covarianza del error de estimación

El vector que contiene el error de estimación del canal, se puede escribir de la siguiente manera:

$$\mathbf{e} = \bar{\mathbf{h}}_k - \hat{\mathbf{h}}_k. \tag{42}$$

Debido al principio de ortogonalidad de (Kay, 1993),  $\mathbf{\bar{h}}_k$  y  $\mathbf{\hat{h}}_k$  son no correlacionados, entonces la matriz de covarianza del error de estimación, se puede encontrar como sigue:

$$Cov\{\mathbf{e}\} = E\left\{\left(\bar{\mathbf{h}}_{k} - \hat{\mathbf{h}}_{k}\right)\left(\bar{\mathbf{h}}_{k} - \hat{\mathbf{h}}_{k}\right)^{H}\right\} - E\left\{\bar{\mathbf{h}}_{k} - \hat{\mathbf{h}}_{k}\right\}E\left\{\left(\bar{\mathbf{h}}_{k} - \hat{\mathbf{h}}_{k}\right)^{H}\right\}$$
$$= E\left\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\bar{\mathbf{h}}_{k}^{H}\right\} - E\left\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\hat{\mathbf{h}}_{k}^{H}\right\} - E\left\{\hat{\mathbf{h}}_{k}\bar{\mathbf{h}}_{k}^{H}\right\} + E\left\{\hat{\mathbf{h}}_{k}\hat{\mathbf{h}}_{k}^{H}\right\}$$
$$-E\left\{\bar{\mathbf{h}}_{k} - \hat{\mathbf{h}}_{k}\right\}E\left\{\left(\bar{\mathbf{h}}_{k} - \hat{\mathbf{h}}_{k}\right)^{H}\right\}.$$
(43)

Resolviendo (43) por términos, tomando como base a (35), tenemos que el primer término es:

$$\mathrm{E}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\bar{\mathbf{h}}_{k}^{H}\}=\mathrm{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}+\mathrm{E}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}^{2}.$$
(44)

Considerando (32), tenemos que el segundo término de (43) es:

$$E\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\hat{\mathbf{h}}_{k}^{H}\} = E\{\bar{\mathbf{h}}_{k}(\tau P \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}\Psi\bar{\mathbf{h}}_{k})^{H}\} + E\{\bar{\mathbf{h}}_{k}(\sqrt{P} \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}\Psi\mathbf{N}\Phi_{k}^{*})^{H}\}$$
$$= \tau P\left(\operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\} + E\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}^{2}\right)\Psi^{H}\operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}^{H}, \qquad (45)$$

Ya que **R** es una matriz Toeplitz, se tiene que  $\Psi^{H} = \Psi$  y Cov $\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}^{H} = \text{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}$ , por lo tanto (45) puede ser reescrita de la siguiente manera:

$$\mathrm{E}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\hat{\mathbf{h}}_{k}^{H}\} = \tau P\left(\mathrm{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\} + \mathrm{E}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}^{2}\right)\Psi\mathrm{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}.$$
(46)

De igual manera procedemos con el tercer, cuarto y quinto término de (43), teniendo lo siguiente:

$$E\{\hat{\mathbf{h}}_{k}\hat{\mathbf{h}}_{k}^{H}\} = E\{\sqrt{P} \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}\Psi\tilde{\mathbf{y}}_{k}\bar{\mathbf{h}}_{k}^{H}\}$$
$$= \tau P \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}\Psi\left(\operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\} + E\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}^{2}\right).$$
(47)

$$E\{\hat{\mathbf{h}}_{k}\hat{\mathbf{h}}_{k}^{H}\} = E\{PCov\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}\Psi\tilde{\mathbf{y}}_{k}\tilde{\mathbf{y}}_{k}^{H}\Psi^{H}Cov\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}^{H}\}$$

$$= E\{\tau^{2}P^{2}Cov\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}\Psi\bar{\mathbf{h}}_{k}\bar{\mathbf{h}}_{k}^{H}\Psi^{H}Cov\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}^{H}$$

$$+ PCov\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}\Psi\mathbf{N}\Phi_{k}^{*}\Phi_{k}^{T}\mathbf{N}^{H}\Psi^{H}Cov\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}^{H}\}$$

$$= \tau^{2}P^{2}Cov\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}\Psi\left(Cov\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\} + E\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}^{2}\right)\PsiCov\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}$$

$$+ \tau PCov\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}\Psi\sigma_{n}^{2}\mathbf{I}_{M}\PsiCov\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}. \qquad (48)$$

$$E\{\bar{\mathbf{h}}_{k} - \hat{\mathbf{h}}_{k}\}E\{(\bar{\mathbf{h}}_{k} - \hat{\mathbf{h}}_{k})^{H}\}$$

$$= (E\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\} - \tau P \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}\Psi E\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}) (E\{\bar{\mathbf{h}}_{k}^{H}\} - \tau P E\{\bar{\mathbf{h}}_{k}^{H}\}\Psi^{H} \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}^{H})$$

$$= E\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}^{2} - \tau P E\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}^{2}\Psi \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\} - \tau P \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}\Psi E\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}^{2}$$

$$+ \tau^{2} P^{2} \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}\Psi E\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}^{2}\Psi \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_{k}\}.$$
(49)

Luego, usando de (44) a (49), tenemos que (43) se puede simplificar de la siguiente forma:

$$\operatorname{Cov}\{\mathbf{e}\} = \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_k\} - \tau P \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_k\} \Psi \operatorname{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_k\}, \qquad (50)$$

## Error cuadrático medio normalizado

En este capítulo se va a calcular el NMSE de un sistema M-MIMO de una sola celda sobre canales con desvanecimiento de Rician correlacionados espacialmente, cuando se utiliza el estimador de canal MMSE. Entiéndase que el NMSE es un KPI que permite comparar la calidad de los diferentes esquemas de estimación de canal en diferentes escenarios (Björnson et al., 2017). El NMSE está definido por:

$$\text{NMSE} = \frac{\text{tr}(\text{Cov}\{\mathbf{e}\})}{\text{tr}(\text{Cov}\{\bar{\mathbf{h}}_k\})},$$
 (51)

Donde, tr(.) denota la traza de una matriz. Además, cuando el canal tiene un desvanecimiento de Rician, utilizando (40) y (50), (51) puede ser reescrita de la siguiente manera:

NMSE = 
$$\frac{\operatorname{tr}\left(\mathbf{R} - \nu \frac{\sigma_{k}^{2}}{\mathcal{K}_{k}+1} \mathbf{R}\left(\nu \frac{\sigma_{k}^{2}}{\mathcal{K}_{k}+1} \mathbf{R} + \mathbf{I}_{M}\right)^{-1} \mathbf{R}\right)}{\operatorname{tr}(\mathbf{R})},$$
(52)

Donde,  $\nu$  es la relación señal a ruido (SNR, que viene del inglés signal-to-noise ratio) efectiva, que está dada por:

$$\nu = \frac{\tau P}{\sigma_n^2}.$$
 (53)

Conforme a la expresión obtenida en (52), las medias de  $\mathbf{\bar{h}}_k$  y e no juegan ningún papel en el cálculo del NMSE. Adicionalmente, la tr( $\mathbf{R}$ ) puede ser obtenida de la siguiente forma:

$$\operatorname{tr}(\mathbf{R}) = \sum_{m=1}^{M} \exp\left(j2\pi d(m-m)\sin(\varphi)\right) \exp\left(-\frac{\sigma_{\varphi}^{2}}{2}\left(2\pi d(m-m)\cos(\varphi)\right)^{2}\right)$$
$$= M.$$
(54)

Con este resultado, (52) puede ser reescrita como sigue:

NMSE = 
$$1 - \frac{\nu}{M} \frac{\sigma_k^2}{\mathcal{K}_k + 1} \operatorname{tr} \left( \mathbf{R}^2 \left( \nu \frac{\sigma_k^2}{\mathcal{K}_k + 1} \mathbf{R} + \mathbf{I}_M \right)^{-1} \right),$$
 (55)

Donde, se tuvo que utilizar que tr(A - B) = tr(A) - tr(B), tr(cA) = c tr(A) y el hecho de que la traza es invariante bajo desplazamientos circulares, es decir, tr(ABC) = tr(BCA) = tr(CAB).

Es importante notar que cuando  $\mathcal{K}_k \to \infty$ , el segundo término de (55) tiende a cero y consecutivamente el NMSE tiende a uno, es decir, este resultado nos sugiere que cuando la potencia del factor de Rician es grande en relación con la potencia de las componentes NLOS, mayor será el error en la estimación del canal. Por lo señalado, para un número determinado de antenas en la BS y una SNR dada, el error de estimación de canal más bajo se puede obtener para los canales con desvanecimiento de Rayleigh, donde  $\mathcal{K}_k \to 0$ , por lo cual (52) se puede simplificar como sigue:

$$\text{NMSE} = \frac{\text{tr}(\mathbf{R} - \nu \mathbf{R}(\nu \mathbf{R} + \mathbf{I}_M)^{-1}\mathbf{R})}{\text{tr}(\mathbf{R})}.$$
 (56)

Ahora, validando (55) cuando se considera un valor alto de la SNR, tenemos que:

NMSE = 
$$1 - \frac{\nu}{M} \frac{\sigma_k^2}{\mathcal{K}_k + 1} \operatorname{tr} \left( \mathbf{R}^2 \left( \nu \frac{\sigma_k^2}{\mathcal{K}_k + 1} \mathbf{R} \right)^{-1} \right)$$
  

$$\stackrel{(a)}{\approx} 1 - \frac{1}{M} \operatorname{tr}(\mathbf{R})$$

$$\stackrel{(1)}{\approx} 0, \qquad (57)$$

Donde, para el paso (a) es usado  $AA^{-1} = I$ ,  $(cA)^{-1} = c^{-1}A^{-1}$  y tr(cA) = c tr(A); en cambio, para el paso (b) se utiliza el resultado obtenido en (54). Por lo tanto, los resultados obtenidos en (57) muestran que, para que el error de estimación sea bajo, es necesario garantizar una SNR efectiva alta, lo que constituye un resultado esperado, validando de esta manera la modelación matemática realizada en el presente capítulo.

#### Resultados numéricos y discusión

En este apartado se presentan los resultados numéricos obtenidos a partir de las ecuaciones matemáticas derivadas en este capítulo, las mismas que son válidas por simulación para canales con desvanecimiento de Rayleigh y Rician, para lo cual se ha considerado una matriz de correlación espacial **R** con una distribución angular Gaussiana, con un ángulo nominal  $\varphi$  en el intervalo que va desde –  $\pi$  a  $\pi$ , ya que la distribución Gaussiana se puede truncar y escalar a este intervalo para mantener una

PDF con un área bajo la curva igual a 1; además, se considera un intervalo angular con desviación estándar adecuado para ambientes urbanos,  $\sigma_{\varphi} = 10^{\circ}$  (Björnson et al., 2017), para diferentes escenarios donde se varía la SNR efectiva, el número de antenas en la BS y la distancia entre estas en longitudes de onda. Para fines de simulación y sin pérdida de generalidad, también se ha considerado que todos los caminos de radio se ven afectados por el desvanecimiento de los canales con los mismos parámetros, es decir,  $\mathcal{K}_1 = \mathcal{K}_2 = \cdots = \mathcal{K} \text{ y } \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = 1/\sqrt{2}.$ 

## Figura 12

NMSE en función del número de antenas en la BS y el espaciamiento entre estas, en un canal con desvanecimiento de Rayleigh correlacionado espacialmente.



La Figura 12 muestra el NMSE promedio en función del número de antenas en la BS, que varía de 0 a 300 y el espaciamiento entre las antenas de la BS, en el intervalo de  $0\lambda$ a  $\lambda$ , para el UL de un sistema M-MIMO sobre un canal con desvanecimiento Rayleigh espacialmente correlacionado ( $\mathcal{K}=0$ ), cuando la SNR efectiva es de 30 dB. Es importante destacar que cuando el número de antenas en la BS aumenta, el NMSE promedio tiende a cero; mientras que, cuando aumenta el espaciamiento entre las antenas de la BS, también aumenta el NMSE promedio, lo cual es un resultado interesante en el sentido de que un mayor número de antenas en la BS garantiza un error bajo en la estimación del canal; sin embargo, el NMSE promedio no varía mucho cuando la BS supera las cien antenas en su arreglo. Es importante señalar que, en aspectos de implementación no sería práctico tener un gran número de antenas en la BS.

## Figura 13

NMSE en función de la SNR efectiva de un canal con desvanecimiento de Rayleigh correlacionado espacialmente.



En la Figura 13, se muestra el NMSE promedio en función de la SNR efectiva, cuyos valores van de -10 a 40 dB, del UL de un sistema M-MIMO con desvanecimiento de Rayleigh correlacionado espacialmente ( $\mathcal{K}=0$ ), cuando el sistema tiene un ULA horizontal de 100 antenas en la BS, siendo parametrizado para diferentes valores de distancia entre antenas en términos de  $\lambda$ . Los resultados muestran que mientras más pequeña es la distancia entre las antenas de la BS, menor es el NMSE promedio, debido a que la correlación aumenta, permitiendo al estimador MMSE tener menor error en la estimación del canal; razón por la cual, se obtiene un NMSE promedio más alto cuando no existe correlación espacial. También se puede apreciar que a medida que aumenta la SNR efectiva, el NMSE promedio disminuye, lo cual permite que la estimación del canal se puede realizar con menos errores.

# Figura 14

NMSE en función del espacio entre antenas de la BS de un canal con desvanecimiento de Rician correlacionado espacialmente.



En la Figura 14 se muestra el NMSE promedio en función del espaciamiento entre las antenas de la BS, normalizado en términos de  $\lambda$  que varía de  $0\lambda$  a  $5\lambda$ , considerando una SNR efectiva de 10 dB y un número de antenas en la BS igual a 100, para el UL de un sistema M-MIMO sobre un canal con desvanecimiento Rician correlacionado espacialmente, donde los resultados están parametrizados por el factor Rician. Se observa que, el NMSE promedio es directamente proporcional al espaciado entre las antenas de las BS, es así que, cuando el NMSE promedio tiene su valor más bajo, el espaciamiento entre las antenas de la BS tiende a cero y viceversa, lo cual es congruente con los resultados presentados en las Figuras 12 y 13. Sin embargo, es menester señalar que, en un escenario práctico siempre existe separación entre las antenas; de hecho, esta separación asegura la diversidad en la recepción. En sí, este resultado indica que cuando la potencia del factor de Rician incrementa, el error en la estimación del canal también aumenta, si el valor de la SNR efectiva se mantiene constante.

### Figura 15

NMSE en función de la SNR efectiva de un canal con desvanecimiento de Rician correlacionado espacialmente.



Finalmente, en la Figura 15 se aprecia el NMSE promedio en función de la SNR efectiva cuando varía entre -10 y 40 dB, el cual está parametrizado por el factor Rician, cuando la separación entre antenas de la BS es igual  $\lambda/2$ , el número de antenas en la BS es 100 y el ASD tiene valores fijos de 1° y 20°. Se observa que cuando la potencia del factor Rician incrementa, también aumenta el NMSE, produciendo mayor error en la estimación del canal, lo cual puede ser corregido de cierta manera aumentando la SNR efectiva. Además, se aprecia que para cuando el ASD tiene un valor alto, esto implica que la señal en la recepción compuesta por múltiples trayectos tiende a variar más, lo que hace más compleja la estimación del canal; por lo tanto, el error en la estimación tiende a aumentar, lo cual también se puede superar aumentando la SNR efectiva. En todos los escenarios se observa que a medida que aumenta la SNR efectiva, disminuye el NMSE promedio.

#### Capítulo V

## Conclusiones

En primera instancia se derivaron expresiones asintóticas y de forma cerrada exacta para evaluar el IRF en el UL de sistemas M-MIMO sobre canales con desvanecimiento de Rician sin correlación espacial, considerando un UE de interés y un UE interferente, siendo las expresiones de forma cerrada exacta validadas mediante simulaciones de Monte-Carlo para algunos escenarios representativos. Los resultados demostraron que al aumentar el factor de Rician, la potencia del componente de LOS es mucho mayor que la potencia media de los componentes NLOS, es así que cuando, el factor de Rician tiende a infinito, las señales transmitidas llegan al receptor sólo por el componente LOS, es decir, llegan altos niveles de interferencia al receptor M-MIMO, que no pueden ser reducidos, independientemente del número de antenas en el arreglo de la BS. Además, hay que señalar que se obtuvieron mejores resultados del IRF cuando existe un desvanecimiento Rayleigh.

Por otro lado, en este trabajo también se analizó el NMSE del UL de sistemas M-MIMO sobre canales con desvanecimiento de Rician, pero con correlación espacial. El modelo de canal correlacionado espacialmente se implementó considerando una matriz de correlación que introduce dispersión local sobre diferentes ángulos de llegada de las señales, mediante una distribución angular Gaussiana. Para este caso se derivaron expresiones de forma cerrada para evaluar el NMSE, en función del factor Rician, el número de antenas receptoras, la distancia entre ellas en términos de  $\lambda$ , el ASD y la SNR efectiva. Los resultados numéricos muestran que a medida que aumenta la potencia del factor de Rician, también aumenta el NMSE promedio, siendo lo contrario cuando aumenta la correlación espacial o reduce la separación entre antenas en la BS. Asimismo, los resultados revelan que cuando existe un mayor número de antenas en la BS o una mayor SNR, se garantiza un NMSE promedio menor. Con un desvanecimiento de Rayleigh se obtuvieron mejores resultados del NMSE promedio. Por tanto, las expresiones desarrolladas para el NMSE constituyen en una herramienta interesante para el diseño de sistemas M-MIMO de forma que se pueda garantizar un adecuado equilibrio entre los costes de implementación y el error en la estimación del canal, lo que se traduce directamente en el rendimiento del sistema.

#### Recomendaciones

Una alternativa para trabajos futuros es analizar el IRF en un escenario en el que exista correlación espacial en los desvanecimientos que afectan a las diferentes antenas de la BS, pudiendo también analizar de forma más profunda la afectación del desvanecimiento a gran escala. Además, trabajos recientes han demostrado que distribuciones estadísticas generalizadas como  $\alpha - \kappa - \eta - \mu$  (Marins et al., 2019) y  $\kappa - \eta \circ \eta - \mu$  (Sánchez et al., 2021), son alternativas interesantes para emular el comportamiento del desvanecimiento en ondas milimétricas, por lo que podrían ser evaluadas desde el punto de vista del IRF y el NMSE. Así mismo, se pueden usar otras distribuciones estadísticas para generar los ángulos aleatorios que emulan la dispersión local en el canal correlacionado.

#### Bibliografía

- Abramowitz, M. (1964). Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables, nbs. *Applied Math. Series*, *55*, 232.
- Adhikary, A., Nam, J., Ahn, J.-Y., & Caire, G. (2013). Joint spatial division and multiplexing—The large-scale array regime. *IEEE Transactions on Information Theory*, *59*(10), 6441–6463.
- Altamirano Carrillo, C. D., & others. (2021). Performance of massive MIMO under interference reduction and imperfect channel estimation: Avaliação de desempenho de sistemas MIMO massivos com redução de interferência e estimação de canal imperfeita. [sn].
- Andrews, J. G., Baccelli, F., & Ganti, R. K. (2011). A tractable approach to coverage and rate in cellular networks. *IEEE Transactions on Communications*, *59*(11), 3122–3134.
- Andrews, J. G., Zhang, X., Durgin, G. D., & Gupta, A. K. (2016). Are we approaching the fundamental limits of wireless network densification? *IEEE Communications Magazine*, *54*(10), 184–190.
- Arellano, J., Altamirano, C. D., & Mora, H. R. C. (2022). On the Interference Reduction Factor in Massive MIMO System over Rician Fading Channels. 2022 IEEE Sixth Ecuador Technical Chapters Meeting (ETCM), 1–5.
- Azizzadeh, A., Mohammadkhani, R., & Makki, S. V. A.-D. (2017). BER performance of uplink massive MIMO with low-resolution ADCs. 2017 7th International Conference on Computer and Knowledge Engineering (ICCKE), 298–302.
- Bai, L., & Choi, J. (2012). Low complexity MIMO detection. Springer Science \& Business Media.
- Barry, J. R., Lee, E. A., & Messerschmitt, D. G. (2004). Digital communication. Springer

Science \& Business Media.

- Baumert, L. D., & Hall, M. (1965). Hadamard matrices of the Williamson type. *Mathematics* of Computation, 19(91), 442–447.
- Biguesh, M., & Gershman, A. B. (2004). Downlink channel estimation in cellular systems with antenna arrays at base stations using channel probing with feedback. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2004(9), 1330–1339.
- Björnson, E., Hoydis, J., & Sanguinetti, L. (2017). Massive MIMO networks: Spectral, energy, and hardware efficiency. *Foundations and Trends in Signal Processing*, *11*(3–4).
- Carvajal, H., Orozco, N., Cacuango, S., Salazar, P., Rosero, E., & Almeida, F. (2022). A Scheduling Scheme for Improving the Performance and Security of MU-MIMO Systems. *Sensors*, *22*(14), 5369.
- Cho, Y. S., Kim, J., Yang, W. Y., & Kang, C. G. (2010). *MIMO-OFDM wireless* communications with MATLAB. John Wiley \& Sons.
- Ding, Q., Lian, Y., & Jing, Y. (2020). Performance analysis of full-duplex massive MIMO systems with low-resolution ADCs/DACs over Rician fading channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 69(7), 7389–7403.
- Gao, S., Dong, P., Pan, Z., & Li, G. Y. (2019). Deep learning based channel estimation for massive MIMO with mixed-resolution ADCs. *IEEE Communications Letters*, 23(11), 1989–1993.
- Hoydis, J., Ten Brink, S., & Debbah, M. (2013). Massive MIMO in the UL/DL of cellular networks: How many antennas do we need? *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, *31*(2), 160–171.
- Jedda, H., Nossek, J. A., & Mezghani, A. (2016). Minimum BER precoding in 1-bit massive MIMO systems. 2016 IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM), 1–5.
- Kay, S. M. (1993). *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Prentice Hall PTR.
- Kotecha, J. H., & Sayeed, A. M. (2004). Transmit signal design for optimal estimation of correlated MIMO channels. *IEEE Transactions on Signal Processing*, *52*(2), 546– 557.
- Li, X., Yu, X., Sun, T., Guo, J., & Zhang, J. (2019). Joint scheduling and deep learningbased beamforming for FD-MIMO systems over correlated Rician fading. *IEEE Access*, 7, 118297–118309.
- Liu, T., Tong, J., Guo, Q., Xi, J., Yu, Y., & Xiao, Z. (2019). On the Performance of Massive MIMO Systems With Low-Resolution ADCs Over Rician Fading Channels. *ArXiv Preprint ArXiv:1906.09841*.
- Liu, T., Tong, J., Guo, Q., Xi, J., Yu, Y., & Xiao, Z. (2020). On the performance of massive MIMO systems with low-resolution ADCs and MRC receivers over Rician fading channels. *IEEE Systems Journal*, *15*(3), 4514–4524.
- Liu, Y., Wong, T. F., & Hager, W. W. (2007). Training signal design for estimation of correlated MIMO channels with colored interference. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 55(4), 1486–1497.
- Lu, L., Li, G. Y., Swindlehurst, A. L., Ashikhmin, A., & Zhang, R. (2014). An overview of massive MIMO: Benefits and challenges. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 8(5), 742–758.
- Marins, T. R. R., Dos Anjos, A. A., Peñarrocha, V. M. R., Rubio, L., Reig, J., de Souza, R.
  A. A., & Yacoub, M. D. (2019). Fading evaluation in the mm-Wave band. *IEEE Transactions on Communications*, *67*(12), 8725–8738.
- Martínez, R., Olmedo, G., & Paredes, N. (2017). Analytical performance of digital terrestrial television transmitter stations for mobile broadcasting using ISDB-T standard over AWGN and fading channel. 2017 IEEE Colombian Conference on

- Marzetta, T. L. (2010). Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, *9*(11), 3590–3600.
- Ngo, H. Q. (2015). *Massive MIMO: Fundamentals and system designs* (Vol. 1642). Linköping University Electronic Press.
- Ngo, H. Q., Larsson, E. G., & Marzetta, T. L. (2013). Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems. *IEEE Transactions on Communications*, *61*(4), 1436–1449.
- Ozdogan, O., Bjornson, E., & Larsson, E. G. (2018). Uplink spectral efficiency of massive MIMO with spatially correlated Rician fading. *2018 IEEE 19th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*, 1–5.
- Özdogan, Ö., Björnson, E., & Larsson, E. G. (2019). Massive MIMO with spatially correlated Rician fading channels. *IEEE Transactions on Communications*, 67(5), 3234–3250.
- Paulraj, A. J., & Papadias, C. B. (1997). Space-time processing for wireless communications. *IEEE Signal Processing Magazine*, 14(6), 49–83.
- Proakis, J., & Salehi, M. (2008). Digital Communications (5th ed.). McGraw-Hill.
- Sánchez, J. D. V., Urquiza-Aguiar, L., & Paredes Paredes, M. C. (2021). Fading channel models for mm-wave communications. *Electronics*, *10*(7), 798.
- Sanguinetti, L., Björnson, E., & Hoydis, J. (2019). Toward massive MIMO 2.0:
   Understanding spatial correlation, interference suppression, and pilot contamination.
   *IEEE Transactions on Communications*, 68(1), 232–257.
- Teshima, S. K., & de Almeida, C. (2000). Lower bound on normalised interference mean and standard deviation for CDMA systems using antenna arrays. *Electronics Letters*, *36*(21), 1761–1763.

- Tse, D., & Viswanath, P. (2005). *Fundamentals of wireless communication*. Cambridge university press.
- Wallis, J. S. (1976). On the existence of Hadamard matrices. *Journal of Combinatorial Theory, Series A*, *21*(2), 188–195.
- Wang, Z., Zhang, J., Björnson, E., & Ai, B. (2020). Uplink performance of cell-free massive
   MIMO over spatially correlated Rician fading channels. *IEEE Communications Letters*, 25(4), 1348–1352.
- Wu, L., Zhang, Z., Dang, J., Wang, J., Liu, H., & Wu, Y. (2017). Channel estimation for multicell multiuser massive MIMO uplink over Rician fading channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 66(10), 8872–8882.
- Zhang, J., Dai, L., He, Z., Jin, S., & Li, X. (2017). Performance analysis of mixed-ADC massive MIMO systems over Rician fading channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, *35*(6), 1327–1338.
- Zhang, J., Dai, L., Sun, S., & Wang, Z. (2016). On the spectral efficiency of massive MIMO systems with low-resolution ADCs. *IEEE Communications Letters*, *20*(5), 842–845.
- Zhang, J., Fan, J., Ai, B., & Ng, D. W. K. (2020). NOMA-based cell-free massive MIMO over spatially correlated Rician fading channels. *ICC 2020-2020 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, 1–6.
- Zhang, Y., Yang, L., & Zhu, H. (2021). Cell-free massive MIMO systems with lowresolution ADCs: The Rician fading case. *IEEE Systems Journal*.
- Zhang, Y., Zhou, M., Cao, H., Yang, L., & Zhu, H. (2019). On the performance of cell-free massive MIMO with mixed-ADC under Rician fading channels. *IEEE Communications Letters*, 24(1), 43–47.
- Zhao, L., Yang, T., Geraci, G., & Yuan, J. (2016). Downlink multiuser massive MIMO in Rician channels under pilot contamination. *2016 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, 1–6.