



**Diseño e implementación de un algoritmo de control predictivo basado en modelos MPC
para un péndulo invertido QUBE-Servo Rotatorio**

Pichucho Tipanluisa, Katherin Geomara y Tipán Chancúsig, Pablo Andrés

Departamento de Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones

Carrera de Electrónica y Automatización

Trabajo de unidad de integración curricular, previo a la obtención del título de Ingeniero en
Electrónica y Automatización

Ing. Pilatasig Panchi, Marco Antonio, MSc.

05 de marzo del 2024

Latacunga



Plagiarism and AI Content Detection Report

TESIS_TIPAN_PICHUCHO FINAL.pdf

Scan details

Scan time: March 4th, 2024 at 16:22 UTC
Total Pages: 27
Total Words: 6703

Plagiarism Detection



7.7%

Types of plagiarism		Words
Identical	1.3%	86
Minor Changes	5.5%	371
Paraphrased	0.8%	56
Omitted Words	0%	0

AI Content Detection

0%

Text coverage		Words
AI text	0%	0
Human text	100%	6703

[View PDF](#)

Pilatasig Panchi, Marco Antonio, MSc.

Director



Departamento de Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones

Carrera de Electrónica y Automatización

Certificación

Certifico que el trabajo de unidad de integración curricular: **“Diseño e implementación de un algoritmo de control predictivo basado en modelos MPC para un péndulo invertido QUBE-Servo Rotatorio”** fue realizado por el señor **Tipán Chancúsig, Pablo Andrés** y la señorita **Pichucho Tipanluisa, Katherin Geomara**; el mismo que cumple con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, además fue revisado y analizado en su totalidad por la herramienta de prevención y/o verificación de similitud de contenidos; razón por la cual me permito acreditar y autorizar para que se lo sustente públicamente.

Latacunga, 4 de marzo de 2024

Pilatasig Panchi, Marco Antonio, MSc.

C. C.: 0502375876



Departamento de Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones

Carrera de Electrónica y Automatización

Responsabilidad de Autoría

Nosotros, **Tipán Chancúsig, Pablo Andrés**, con cédula de ciudadanía n° 1751206960, y **Pichucho Tipanluisa, Katherin Geomara**, con cédula de ciudadanía n° 0550190110, declaramos que el contenido, ideas y criterios del trabajo de unidad de integración curricular: **“Diseño e implementación de un algoritmo de control predictivo basado en modelos MPC para un péndulo invertido QUBE-Servo Rotatorio”**, es de nuestra autoría y responsabilidad, cumpliendo con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos, y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, respetando los derechos intelectuales de terceros y referenciando las citas bibliográficas.

Latacunga, 4 de marzo de 2024

Tipán Chancúsig, Pablo Andrés

C.C.: 1751206960

Pichucho Tipanluisa, Katherin Geomara

C.C.: 0550190110



Departamento de Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones

Carrera de Electrónica y Automatización

Autorización de Publicación

Nosotros, **Tipán Chancúsig, Pablo Andrés**, con cédula de ciudadanía n° 1751206960, y **Pichucho Tipanluisa, Katherin Geomara**, con cédula de ciudadanía n° 0550190110, autorizamos a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar el trabajo de unidad de integración curricular: **“Diseño e implementación de un algoritmo de control predictivo basado en modelos MPC para un péndulo invertido QUBE-Servo Rotatorio”**, en el Repositorio Institucional, cuyo contenido, ideas y criterios son de nuestra responsabilidad.

Latacunga, 4 de marzo de 2024

Tipán Chancúsig, Pablo Andrés

C.C.: 1751206960

Pichucho Tipanluisa, Katherin Geomara

C.C.: 0550190110

Dedicatoria

Dedicada a mis padres, mami Ofelia y papi Alfredo quienes estuvieron presentes en toda mi vida universitaria, por no dejarme declinar y confiar en mí.

A mis hermanos y hermanas Edison, Omar, Vanessa, Evelin y Nathaly por brindarme esas palabras de motivación cuando el camino parecía no tener salida.

A mis angelitos del cielo, tío Klever y Stalyn Chicaiza, por ser la luz en cada paso, a pesar de no estar físicamente presentes, su amor, enseñanzas y recuerdos han sido mi guía y fortaleza para seguir adelante.

A mis sobrinas y sobrinos, quienes con su sonrisa y abrazos curabas el estrés después de un día devastador en todo este camino

Todo este logro va dedicado por y para ustedes.

Katherin Pichucho

Agradecimiento

Agradezco a Dios por la vida y darme la oportunidad de tener unos padres maravillosos quienes estuvieron presentes en todo momento, brindándome su apoyo moral y económico.

A mi familia Pichucho Tipanluisa quienes me brindaron palabras de motivación durante este largo camino.

A mis docentes y compañeros quienes me brindaron su apoyo y conocimientos. Y finalmente a mis amigos quienes estuvieron presentes y fueron fuente de alegría y distracción en días de estrés.

Katherin Pichucho

Dedicatoria

A mi familia, fuente inagotable de cariño y respaldo. A mis padres, Ramiro y Graciela, quienes son mis cimientos y me han ofrecido su aliento incondicional en cada etapa de este trayecto. A mi querida Kristel, por compartir momentos de risas y lágrimas, y ser mi fuente constante de inspiración.

Pablo Tipán

Agradecimiento

A mis amistades, agradezco las horas de estudio, las conversaciones reconfortantes y la camaradería que aligeraron este recorrido académico.

Expreso mi reconocimiento a la Ingeniera Jacqueline Llanos, mi mentora en este proceso, por su guía experta, paciencia y dedicación. Sus enseñanzas han sido esenciales para mi desarrollo académico y personal.

Agradezco a mi compañera de tesis, Katherin Pichucho, por el trabajo colaborativo, el intercambio de ideas y la camaradería que posibilitaron este logro.

A la Universidad de las Fuerzas Armadas sede Latacunga, agradezco la oportunidad brindada para crecer y aprender, así como los recursos que han facilitado mi formación académica.

Este logro lo dedico a todos aquellos que han formado parte de mi viaje, contribuyendo de manera significativa a mi crecimiento. Gracias por ser mi fuente de inspiración, mi red de apoyo y mis impulsores constantes.

Pablo Tipán

ÍNDICE DE CONTENIDOS

Carátula.....	1
Reporte de Verificación de Contenido	2
Certificación	3
Responsabilidad de Autoría.....	4
Autorización de Publicación	5
Dedicatoria.....	6
Agradecimiento.....	7
Dedicatoria	8
Agradecimiento.....	9
Índice de Contenidos	10
Índice de Figuras	13
Índice de Tablas	16
Resumen	17
Abstract.....	18
Capítulo I: Introducción	19
Antecedentes.....	19
Planteamiento del problema y justificación	23
Objetivos	24
Objetivo general	24
Objetivos específicos	24
Hipótesis.....	24
Capitulo II: Fundamento Teórico.....	25
Péndulo invertido de furuta.....	25
Péndulo invertido QUANSER QUBE - SERVO 3.....	26
Modelamiento matemático	27

<i>Elementos básicos de un modelo matemático</i>	28
Algoritmo de control tradicional	28
<i>PI: control proporcional integral</i>	29
<i>PD: control proporcional derivativa</i>	29
<i>PID: control proporcional integral derivativa</i>	30
Algoritmos de control inteligente	31
<i>Control Neuronal</i>	31
<i>Control Fuzzy</i>	32
<i>Control MPC</i>	34
Algoritmo de control MPC	35
V-REALM Builder	37
Capítulo III: Modelamiento fenomenológico del péndulo invertido	39
Capítulo IV: Diseño del controlador tradicional PD	43
Diseño por simulación	43
<i>Control PD de φ</i>	44
<i>Control PD de θ</i>	44
Diseño implementado	45
Capítulo V: Diseño del controlador MPC	48
Diseño por Simulación	48
Diseño Implementado	53
Capítulo VI: Análisis y discusión de resultados	59
Resultados en implementación	62
Comparación entre resultados simulación e implementados	64
Capítulo VII: Conclusiones y Recomendaciones	68
Conclusiones	68
Recomendaciones	69

Bibliografia..... 70
Anexos 74

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 <i>Péndulo de Furuta 3D</i>	25
Figura 2. <i>Quanser Qube-Servo 3</i>	26
Figura 3 <i>Etapas del modelamiento matemático</i>	27
Figura 4 <i>Control proporcional integral</i>	29
Figura 5 <i>Control proporcional derivativo</i>	30
Figura 6 <i>Control proporcional integral derivativo</i>	31
Figura 7 <i>Estructura Red Neuronal</i>	32
Figura 8 <i>Módulos del control Fuzzy</i>	33
Figura 9 <i>Idea de Control Predictivo</i>	34
Figura 10 <i>Salida del ángulo del péndulo θ - Fuzzy + MPC</i>	36
Figura 11 <i>Salida del ángulo del brazo ϕ - Fuzzy + MPC</i>	37
Figura 12 <i>Entorno virtual del péndulo en 3D</i>	38
Figura 13 <i>Sistemas de coordenadas definido</i>	39
Figura 14 <i>Control PD de ϕ</i>	44
Figura 15 <i>Control PD de θ</i>	44
Figura 16 <i>Diseño del Control PD para el ángulo ϕ y θ</i>	45
Figura 17 <i>Diagrama de bloques del control PD de equilibrio para el péndulo giratorio</i>	46
Figura 18 <i>Subsistema Rotary Pendulum Interface</i>	47
Figura 19 <i>Diseño implementado Controlador PD</i>	47
Figura 20 <i>Modelo en lazo abierto</i>	48
Figura 21 <i>Sistema de adquisición de datos</i>	48
Figura 22 <i>Sistema de identificación de MATLAB</i>	49
Figura 23 <i>Separación de datos el modelamiento y validación</i>	50
Figura 24 <i>Modelamiento en espacio de estados con cinco variables para la planta</i>	50

Figura 25 <i>Comprobación de datos reales y modelo en espacios de estados</i>	51
Figura 26 <i>Valores del tiempo de muestreo, horizonte de predicción y de control</i>	51
Figura 27 <i>Restricciones de entrada y salida</i>	52
Figura 28 <i>Implementación de control en la planta simulada</i>	52
Figura 29 <i>Comparación del modelo real y modelo obtenido</i>	53
Figura 30 <i>Herramienta de identificación de sistemas (System Identification)</i>	54
Figura 31 <i>Estimación de las funciones de transferencia</i> 	54
Figura 32 <i>Porcentaje de similitud al modelo</i>	55
Figura 33 <i>Función de transferencia del modelo aproximado</i>	55
Figura 34 <i>Implementación de la función de transferencia en Simulink</i>	56
Figura 35 <i>Valores del tiempo de muestreo, horizonte de predicción y control</i>	56
Figura 36 <i>Restricciones de entrada y salida</i>	57
Figura 37 <i>Respuesta a la salida del control MPC implementado</i>	57
Figura 38 <i>Implementación de control en la planta real</i>	58
Figura 39 <i>Implementación de control PD Y MPC en la planta simulada</i>	59
Figura 40 <i>Respuesta del controlador PD</i>	60
Figura 41 <i>Respuesta del control PD con perturbación</i>	60
Figura 42 <i>Respuesta del control MPC</i>	61
Figura 43 <i>Respuesta del control MPC con perturbación</i>	61
Figura 44 <i>Respuesta del control PD</i>	62
Figura 45 <i>Respuesta del control PD con perturbación</i>	63
Figura 46 <i>Respuesta del control MPC</i>	63
Figura 47 <i>Respuesta del control MPC ante perturbaciones</i>	64
Figura 48 <i>Análisis de respuesta del control PD Simulado</i>	64
Figura 49 <i>Análisis de respuesta del control PD Implementado</i>	65
Figura 50 <i>Análisis de respuesta del control PD Implementado</i>	65

Figura 51 <i>Análisis de respuesta del control MPC Simulado</i>	66
Figura 52 <i>Análisis de respuesta del control MPC Implementado</i>	66
Figura 53 <i>Análisis de respuesta del control MPC Implementado</i>	67

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 <i>Parámetros de sintonía del MPC</i>	36
Tabla 2 <i>Parámetros obtenidos en las respuestas de los controladores</i>	67

Resumen

El péndulo invertido se destaca como uno de los desafíos más significativos y clásicos en la teoría del control. Su aplicabilidad en la vida cotidiana abarca desde el control de estabilidad en grúas hasta la concepción de vehículos de transporte humano, como el segway. Este desafío se centra en la gestión de un sistema inherentemente inestable y altamente no lineal. Para abordar este desafío, se utiliza el péndulo invertido Quanser QUBE - Servo 3, seguido de la linealización del modelo. Este proceso resulta en un sistema lineal en el espacio de estados alrededor de los valores de los estados en su posición invertida, logrado mediante la matriz jacobiana. Se exploran aspectos cruciales del sistema, como la estabilidad, la controlabilidad y la observabilidad. Una vez obtenido el modelo linealizado, se procede al diseño de varios controladores mediante retroalimentación de estados, estimación de estados y controladores óptimos, incluyendo el Control Predictivo Basado en Modelos (MPC). La implementación de estos controladores se lleva a cabo mediante simulaciones en el toolbox Simulink de MatLab y físicamente en el QUBE. Este péndulo invertido Quanser QUBE - Servo 3 se emplea con frecuencia como ejemplo en entornos académicos. Esto se debe, en parte, a su accesibilidad como sistema de control y, además, permite resaltar las diferencias fundamentales entre el sistema en lazo abierto y su estabilización en lazo cerrado.

Palabras Clave: Péndulo Quanser, Control MPC, Control de Estabilidad, Simulink

Abstract

The inverted pendulum stands out as one of the most significant and classic challenges in control theory. Its applicability in daily life ranges from stability control in cranes to the design of human transport vehicles, such as the Segway. This challenge focuses on managing an inherently unstable and highly nonlinear system. To address this challenge, the Quanser QUBE - Servo 3 inverted pendulum is used, followed by linearization of the model. This process results in a linear system in the state space around the values of the states in their inverted position, achieved by the Jacobian matrix. Crucial aspects of the system, such as stability, controllability, and observability, are explored. Once the linearized model is obtained, several controllers are designed using state feedback, state estimation and optimal controllers, including Model-Based Predictive Control (MPC). The implementation of these controllers is carried out through simulations in the MatLab Simulink toolbox and physically in the QUBE. This Quanser QUBE - Servo 3 inverted pendulum is frequently used as an example in academic settings. This is due, in part, to its accessibility as a control system and, in addition, it allows us to highlight the fundamental differences between the open-loop system and its closed-loop stabilization.

Keywords: Quanser Pendulum, MPC Control, Stability Control, Simulink

Capítulo I

Introducción

Antecedentes

El péndulo es un sistema no lineal sub actuado de dos grados de libertad que se ha convertido en un sistema clásico para la aplicación de teorías de control lineal y no lineal. Su estudio es importante debido a que su modelo tiene aplicación en el control de satélites, estabilización de aviones ante flujo de aire turbulento o estabilización de la cabina de un barco. (Akhtaruzzaman & Shafie, 2010). La fase de control en los péndulos invertidos es una etapa crítica, tomando en cuenta que mediante el control manual o automático se busca la estabilidad del sistema. (Johan Akesson, 2018).

La complejidad de hallar la estabilidad se verá afectada directamente por los parámetros físicos del péndulo, mientras más grados de libertad o mayor peso tenga el sistema, su complejidad aumentará. Para lograr la estabilización automática del sistema se usan dispositivos electrónicos, tales como: sensores, encoders, motores y tarjetas de procesamiento (Olivero & Jimenez, 2016), (Praly, 1977)

Existen propuestas de control tradicional basados en PID como el presentado (Mora, 2020), en donde se presenta la simulación y estudio del control de un péndulo invertido rotatorio, conocido como péndulo de Furuta, un sistema que contiene una dinámica muy rápida cuyo control es muy interesante en el campo de la automática. En la entrada del sistema se suma dos controladores PID, uno aplicado a una de las salidas y el otro PD a la otra salida, de este modo se alcanza la referencia para una de las salidas, pero no para la otra, por lo que se sigue teniendo una señal de entrada al sistema hasta que ambas referencias sean alcanzadas. Pese a que el control PID es altamente implementado para sistemas no lineales, no representan la mejor alternativa para obtener un eficiente desempeño

Varias propuestas de control se presentaron, entre ellas soluciones basadas en Bode, para este problema es denominada la función ideal de Bode de lazo cerrado (Bode's Ideal Transfer Function). El diagrama de Bode de dicha función de transferencia sería una línea horizontal sin desviaciones indicando que la derivada con respecto a la frecuencia es igual a cero (localmente) (Zadhe, 1967).

Por otro lado, técnicas de control avanzadas se han aplicado a péndulos invertidos como en (Lorandi & Hermida, 2011), en donde se aplica la lógica difusa para diseñar el controlador a partir del conocimiento que los operarios tienen sobre la dinámica del sistema, evitando así, el modelado dinámico del mismo. El diseño se implementa sobre el modelo no lineal del sistema y se aplican diferentes perturbaciones para evaluar las capacidades del controlador. Los resultados muestran que los controladores basados en lógica difusa tienen una buena respuesta ante distintos tipos de perturbaciones que afectan la operación de los sistemas. Los conjuntos difusos son divididos en tres grupos Positivo, Negativo y Cero. Todos estos trabajos han aprovechado el manejo de las incertezas basadas en lógica difusa que fue propuesta inicialmente por el profesor Lotfi Zadeh, matemático de la Universidad de California, Berkeley, en 1965 cuando publicó un documento titulado "Fuzzy Sets" en la revista *Information and Control*. Esta teoría sobre conjuntos difusos partió de observaciones realizadas por Zadeh para el modelado de sistemas y la limitante que en repetidas ocasiones se tenía para describir ciertos fenómenos mediante expresiones matemáticas. Esta estrategia resulta muy útil en aquellas situaciones en que los datos y sus relaciones no pueden escribirse en términos matemáticos precisos. Los conjuntos difusos son una generalización de la lógica clásica y contienen objetos que pertenecen de forma imprecisa o gradual al conjunto (Ogata, 1987).

La ley de control es simplemente la retroalimentación de una combinación lineal del vector de estado, aunque a veces la base de estado elegida no tiene significado físico. Además, mediante el uso de esta estrategia se puede obtener fácilmente una solución explícita simple (Giraldo, 2010).

Otras estrategias de control aplicado a un péndulo invertido son basadas en algoritmos de modo deslizante como el reportado en (Ogata, 2010), en donde se procedió a identificar el modelo a través de un algoritmo de mínimos cuadrados para luego acoplarlo con el diseño del controlador por la técnica de planos deslizantes adaptativos. Se realizaron pruebas y simulaciones al péndulo rotacional general para luego ser aplicadas al sistema de péndulo invertido. El software implementado para la identificación y posterior control de la planta física fue Labview.

Controles avanzados como MPC que son altamente utilizados en procesos no lineales como el control de plantas ciclo combinadas (Kelhofer, 1991), plantas de desalinización (Abbas, 2006). Sistemas multivariables como separadores trifásicos (Mendes & Plucenio, 2012), reactores químicos (Oravec, 2012), procesos acoplados (Benitez, 1994), e incluso en procesos con variables estocásticas como colectores solares (Ponce, 2014). De igual forma el control MPC ha tenido aplicabilidad en péndulos invertidos es así que en (Pauloe, 2021), se reporta un controlador MPC que consiste en el hallazgo de una trayectoria futura donde la estrategia de control del MPC consiste en fijar un horizonte de predicción N , para el cual se van a predecir en cada instante K_i las salidas futuras. Esto se logra utilizando un modelo de predicción que describe el comportamiento de las variables del proceso a controlar, el cual reside en el controlador. Se puede notar que el MPC gracias a que cuenta con un modelo predictor puede anteponerse a una perturbación mostrándose aplicable a péndulos invertidos con perturbaciones constantes.

Los trabajos (Zadhe, 1967), (Lorandi & Hermida, 2011), (Zadhe, 2008), reportan resultados simulados. Mientras que en (Pauloe, 2021), muestran aplicaciones de control en una planta real. En (Palacio & Ruge, 2015), se implementa algoritmos de control de modo deslizante a un péndulo invertido Quanser QUBE - Servo 3. Construido el sistema, se procedió a identificar el modelo a través de un algoritmo de mínimos cuadrados para luego acoplarlo con el diseño del controlador por la técnica de planos deslizantes adaptativos. Se realizaron

pruebas y simulaciones al péndulo rotacional general, para luego ser aplicadas al sistema de péndulo invertido, con resultados coherentes. El software implementado para la identificación y posterior control de la planta física fue Labview.

En este trabajo de investigación se diseñará estrategias de control inteligente como Fuzzy Logic, MPC, PID aplicado a un péndulo. Para esto se detalla el proceso de creación del controlador PID, el modelo simulado en MATLAB del péndulo invertido. Así mismo, se realizará comparaciones de desempeño de los tres controladores (PID, Fuzzy y MPC), en su proceso transitorio en donde se mide que tanto mejora el sobrepaso máximo, tiempo de establecimiento y error de estado estacionario. Por último, se verificará el desempeño de los controladores y se describirán las principales observaciones de cada uno (Guarnizo, 2022) .

Actualmente en la nueva malla curricular de la carrera de Electrónica y Automatización, cuanta con asignaturas como control inteligente, con contenidos relacionados a control avanzado, actualmente no se cuenta con equipamiento no lineal, ni multivariable, por lo tanto, tener el péndulo invertido aporta significativamente al proceso de enseñanza aprendizaje en forma práctica.

Etapas: i) Modelación fenomenológica del péndulo invertido QUBE-Servo rotatorio, ii) Diseñar e implementar por simulación una estrategia de control tradicional para el péndulo invertido. iii) Diseñar e implementar por simulación un algoritmo de control predictivo basado en modelos MPC para el péndulo invertido, iii) Implementar y validar las estrategias de control propuestas por simulación, iv) Implementar y validar en la planta real las estrategias de control propuestas, v) Comparar las estrategias de control propuestas por simulación vi) Comparar en la planta real las estrategias de control propuestas.

Planteamiento del problema y justificación

El péndulo invertido a más de ser un dispositivo muy popular para el análisis de control lineal, no-lineal y para propósitos educativos posee aplicaciones en el control de satélites, estabilización de aviones ante flujo de aire turbulento, estabilización de la cabina de un barco, control de cohetes, control de scooters, control de estabilidad de grúas, construcción de vehículos de desplazamiento para humanos, aplicaciones fundamentales en la robótica, para proporcionar equilibrio para los robots. Sin embargo, por poseer características no lineales y de inestabilidad en lazo abierto su control se convierte en un reto, en donde las estrategias de control tradicional no son completamente eficientes.

Por otro lado, existen varios resultados de aprendizaje de la Carrera de Electrónica y Automatización alineados al control, como por ejemplo; “Diseña, simula e implementa sistemas automatizados de servicios integrando técnicas y estrategias de control avanzado, hardware electrónico y software especializado, demostrando en su accionar valores universales y propios de la profesión” , con el objetivo de cumplir se requiere de una etapa de implementación con la necesidad de equipamiento para prácticas experimentales que direccionen a su cumplimiento, actualmente no se dispone de plantas con dinámicas especiales para este tipo de aplicaciones por lo que la ejecución de este trabajo permitirá dar cumplimiento al perfil de egresado.

Es importante realizar el presente trabajo de investigación, ya que permitirá cumplir el perfil de egresados y sobre todo brindar soluciones aplicables en proyectos futuros de la sociedad. El control MPC tiene la capacidad para lograr un control preciso y robusto del sistema. Al utilizar un modelo matemático del sistema, el control MPC puede predecir el comportamiento futuro y optimizar las acciones de control en función de los objetivos deseados.

En el presente trabajo de investigación únicamente se diseñará el controlador PID y MPC para realizar la comparación mediante simulación e implementación y de tal forma validar el controlador que muestre mejores resultados.

Objetivos

Objetivo general

- Diseñar e implementar un algoritmo de control predictivo basado en modelos MPC para un péndulo invertido QUBE-Servo Rotatorio.

Objetivos específicos

- Modelar y simular el péndulo invertido QUBE-Servo rotatorio.
- Diseñar y validar una interfaz de monitoreo de la dinámica del péndulo invertido.
- Diseñar e implementar por simulación una estrategia de control tradicional para el péndulo invertido.
- Implementar, validar y comparar las estrategias de control propuestas

Hipótesis

¿El controlador MPC presentará mejor desempeño que el PD, al momento de controlar el péndulo invertido?

CAPÍTULO II

Fundamento Teórico

En este capítulo se describe los fundamentos teóricos y conceptos utilizados para el desarrollo del trabajo, consideran investigaciones y publicaciones más relevantes en la literatura y de autores en el tema.

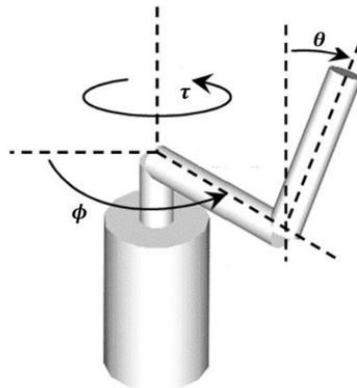
Péndulo invertido de furuta

El Dr. K. Furuta del Instituto de Tecnología de Tokio, Japón, creó el sistema Péndulo de Furuta, que consiste en un sistema sub actuado con dos grados de libertad rotacionales: el brazo y el péndulo. El brazo se mueve en un plano horizontal alrededor de un eje perpendicular al plano, mientras que el péndulo, ubicado en un extremo del brazo, gira en un plano perpendicular al del brazo, con su eje de giro alineado con el eje axial del brazo.

La Figura 1 muestra lo que es un péndulo de Furuta. El presente trabajo de investigación se basará en la figura antes mencionada para su desarrollo físico. (Umeki, 2002).

Figura 1

Péndulo de Furuta 3D



Nota. El péndulo de Furuta se considera un tipo de robot sub actuado, ya que, al igual que un robot convencional, está compuesto por elementos mecánicos, electrónicos y otros componentes que requieren manipulación. Tomado de (Unknown, 2018)

Por lo tanto, es fundamental que los ingenieros en sistemas electrónicos industriales posean conocimientos en control y diseño para asegurar un rendimiento óptimo del sistema. (Reyes, 2015)

Péndulo invertido QUANSER QUBE - SERVO 3

El Quanser Qube-Servo 3 que se muestra en la Figura 2, es una plataforma de servomotor portátil y totalmente integrada diseñada específicamente para enseñar conceptos de control a nivel universitario.

Figura 2

Quanser Qube-Servo 3



Nota. En la gráfica se muestra un sistema está equipado con un motor CC con escobillas de accionamiento directo de alta calidad, dos codificadores, un sistema interno de adquisición de datos y un amplificador. Tomado de (Quanser, 2023b)

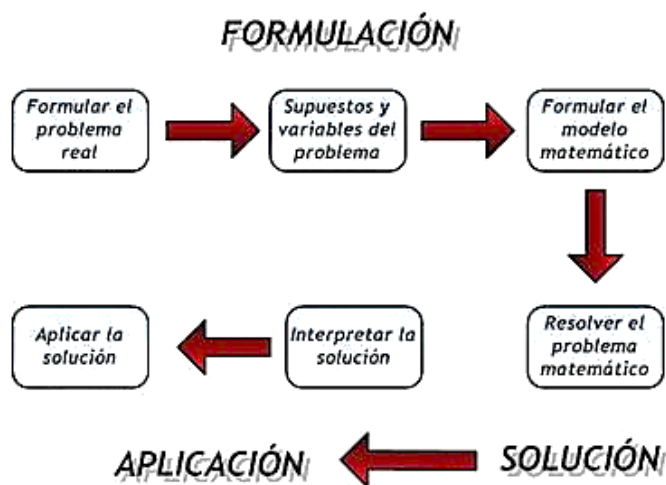
Durante 30 años, Quanser ha sido líder mundial en tecnología innovadora para la educación y la investigación en ingeniería. Con raíces en el control, la mecatrónica, y robótica, Quanser ha avanzado a la vanguardia del movimiento global en la transformación de la educación en ingeniería frente a desafíos sin precedentes. Oportunidades y desafíos generados por la robótica autónoma, IoT, Industria 4.0 y sistemas ciber físicos. (Quanser, 2023a)

Modelamiento matemático

Se puede describir el proceso de la modelización matemática a través de sus principales etapas: Estudio de la situación real, Elaboración del modelo matemático, Solución del modelo, Validación del modelo, como se presenta en el organizador gráfico de la Figura 3

Figura 3

Etapas del modelamiento matemático



Nota. En la gráfica se muestra la formulación, solución y aplicación para la modelación matemática donde argumenta como deben tomarse en cuenta ciertos fundamentos de la educación matemática, para centrar el diseño de experiencias didácticas. Tomado de (Cruz, 2010)

Los modelos matemáticos son utilizados para analizar la relación entre dos o más variables. Pueden ser utilizados para entender fenómenos naturales, sociales, físicos, etc. Dependiendo del objetivo buscado y del diseño del mismo modelo pueden servir para predecir el valor de las variables en el futuro, hacer hipótesis, evaluar los efectos de una determinada política o actividad, entre otros objetivos. (Arasa, 2000).

Elementos básicos de un modelo matemático

Variabes: Son los conceptos u objetos que se busca entender o analizar. Sobre todo, con respecto a su relación con otras variables. Así, por ejemplo, una variable puede ser el salario de los trabajadores y lo que se quiere analizar son sus principales determinantes (por ejemplo: años de estudio, educación de los padres, lugar de nacimientos, etc.).

Parámetros: Se trata de valores conocidos o controlables del modelo.

Restricciones: Son determinados límites que indican que los resultados del análisis son razonables. Así, por ejemplo, si una de las variables es el número de hijos de una familia, una restricción natural es que este valor no puede ser negativo.

Relaciones entre las variables: El modelo establece una determinada relación entre las variables apoyándose en teorías económicas, físicas, químicas, etc.

Representaciones simplificadas: Una de las características esenciales de un modelo matemáticos es la representación de las relaciones entre las variables estudiadas a través de elementos de las matemáticas tales como: funciones, ecuaciones, fórmulas. (Malacara, 1965).

Algoritmo de control tradicional

La expresión matemática que determina la relación entre la variable de entrada y la variable de salida de un controlador se conoce como algoritmo de control tradicional. Este algoritmo se encarga de calcular la modificación necesaria en la variable manipulada con el fin de eliminar el error detectado en la variable controlada.

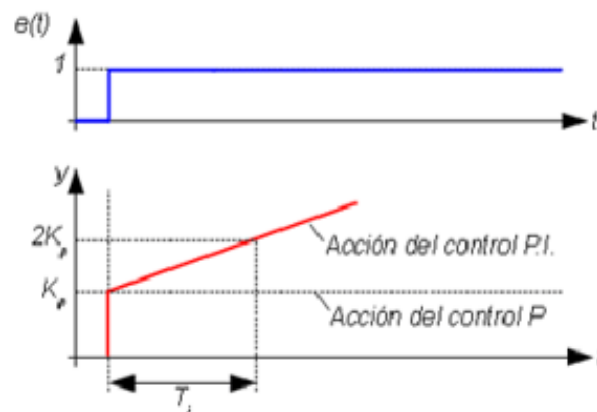
PI: control proporcional integral.

Con acción integral, un error pequeño positivo siempre dará una acción de control creciente, y si fuera negativo la señal de control será decreciente. Este razonamiento sencillo muestra que el error en régimen permanente será siempre cero. (Mazzone, 2010)

Muchos controladores industriales tienen solo acción PI. Algunas de las aplicaciones es mantener la temperatura en un cierto rango deseado, control de velocidad de motores etc. En la Figura 4 se puede observar la representación del control PI.

Figura 4

Control proporcional integral



Nota. Representación del control proporcional integral. Donde K_p representa la ganancia proporcional y el T_i es el tiempo de acción integral. Tomado de (Martínez, 2017)

PD: control proporcional derivativa.

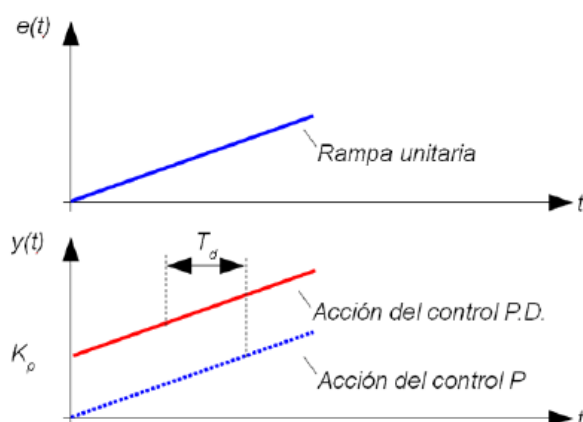
Esta acción tiene carácter de previsión, lo que hace más rápida la acción de control, aunque tiene la desventaja importante que amplifica las señales de ruido y puede provocar saturación en el actuador. La acción de control derivativa nunca se utiliza por sí sola, debido a que solo es eficaz durante periodos transitorios. (Mazzone, 2010)

Una aplicación son los sistemas donde se requiere un posicionamiento preciso, como

en máquinas herramienta o brazos robóticos, el controlador PD puede contribuir a una respuesta más rápida y estable. En la Figura 5 se puede observar la representación del control PD.

Figura 5

Control proporcional derivativo.



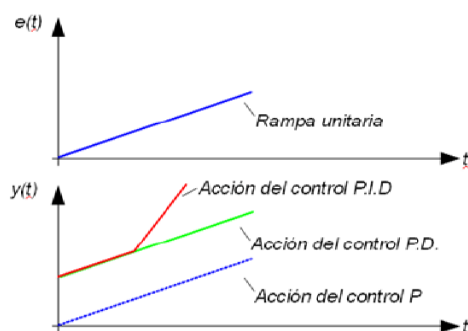
Nota. Representación del control proporcional derivativo. Donde K_p representa la ganancia proporcional y el T_d se denomina la duración predicha o tiempo derivativo. Tomado de (Martínez, 2017).

PID: control proporcional integral derivativa.

El algoritmo más empleado en la industria desde su aparición en la década de los 40 es el denominado PID: Proporcional, Integral y Derivativo, dando un buen resultado en el 95% de las ocasiones. Es un algoritmo que se aplica a lazo de control de una única variable (SISO, según las siglas de las iniciales inglesas -single input, single output-). Pese a que en su forma más completa realiza las tres acciones, muchas veces no es necesario y se tienen controladores que emplean sólo “una parte” del algoritmo, son controladores Proporcionales (P) y controladores Proporcionales Integrales (PI). (Berenguer, 2007) En la Figura 6 se puede observar la representación del control PID en comparación de los otros.

Figura 6

Control proporcional integral derivativo



Nota. Representación del control proporcional integral derivativo. Donde se observar la comparación de los dos anteriores controladores. Tomado de (Martínez, 2017).

Algoritmos de control inteligente

Los controladores avanzados son idóneos para aplicaciones de complejidad media y alta, donde se requieren gran número de señales, memoria o alta velocidad de procesamiento, que las aplicaciones básicas no logran alcanzar. Ejemplos de ello se encuentra en la industria del automóvil, alimentación y bebida o fabricantes de maquinaria, entre otros. (Sanz, 2021)

Control Neuronal

Un controlador neuronal realiza una forma de control adaptativo en la cual el controlador es una red no lineal de neuronas dispuestas en varias capas, y los parámetros adaptables son los pesos de las interconexiones entre las neuronas. (Soler, 1993)

Este tipo de controladores posee las siguientes características fundamentales: capacidad de procesamiento colectivo, adaptación e inmunidad al ruido, y da lugar a un control más eficiente cuando se presentan incertezas, complejidad y no linealidades.

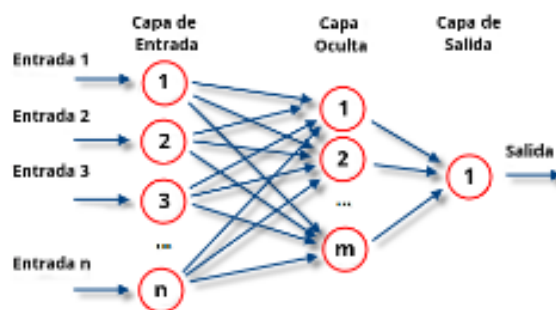
Como funciona el control neuronal

El funcionamiento de las redes es similar al cerebro humano. Reciben valores de entrada que llegan a un nodo o neurona. Estas neuronas, agrupadas en capas, forman la red neuronal. Cada neurona tiene un peso que modifica la entrada recibida, y estos nuevos valores

continúan su camino por la red. Una vez que se ha alcanzado el final de la red se obtiene una salida que será la predicción calculada por la red. Este funcionamiento puede observarse de forma esquemática en la Figura 7.

Figura 7

Estructura Red Neuronal



Nota. Estructura de la red neuronal donde n representa la capa de entrada, m es la capa oculta. Cuantas más capas posea la red y más compleja sea, también serán más complejas las funciones que pueda realizar. Tomado de (Techtalks, 2019)

Control Fuzzy

Los controladores fuzzy, igual que otros controladores, toman el valor de las variables de entrada, procesan, y actúan sobre sus salidas a fin de controlar la planta.

En fuzzy control se utilizan sistemas basados en reglas, que emplean fuzzy logic, como elemento central. Dado su estado, y los valores de las variables de entrada, estos sistemas evalúan la veracidad de cada regla, y así, toman decisión sobre los cambios a realizar en las variables de salida. (Gómez, 2021)

Una vez actualizadas las mismas, estas producirán un cambio sobre la planta, luego se vuelven a obtener los valores de las variables de entrada, comenzando un nuevo ciclo.

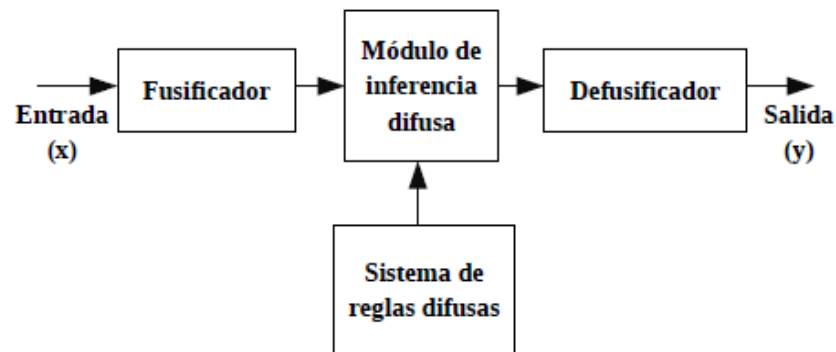
Sistema de control Difuso

En la Figura 8 se expone un diagrama típico de estos sistemas. Los procesos de fusificación y defusificación tienen como función transformar las entradas y salidas del sistema, de tal forma que valores de entrada no difusos puedan ser procesados bajo la lógica difusa, y

los valores de salida puedan ser interpretados en valores cuantificables, que sean de interés al problema real. Los principales métodos de inferencia usados en sistemas difusos son: tipo Mamdani y tipo Takagi-Sugeno- Kang. (Salazar & García, 2017)

Figura 8

Módulos del control Fuzzy



Nota. Los sistemas de control Difuso están constituidos de cuatro módulos. Tomado de (Salazar & García, 2017)

Modulo de fuzificación (Difusor)

Consiste en recibir unos valores numéricos y asociarles predicados vagos por medio de unos conjuntos borrosos.

Modulo de base de reglas

Es una base de datos generada por experiencia, sentido común o intuición y es utilizada para gobernar el comportamiento del sistema, son de la forma SI – ENTONCES.

Modulo de inferencia

Evalúa que regla (o reglas) del sistema se activará ante determinado valor de entrada.

Modulo de defuzificación (Concesor)

Consiste en obtener un valor numérico para cada una de las salidas del sistema a partir de los conjuntos borrosos a los que pertenece.

Control MPC

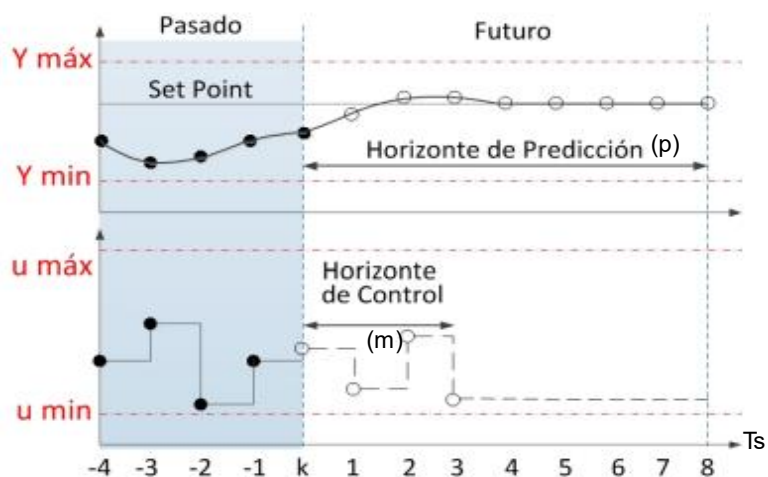
La idea genérica de MPC fue introducida a través de la industria petroquímica a finales de los 70 y presentada como control predictivo heurístico basado en modelo MPHC. (Richalet et al., 1978)

El concepto de control predictivo hace referencia a un conjunto de técnicas de control que mediante el uso del modelo del proceso predice las salidas futuras optimizando de esta manera las acciones de control. Para ello hace uso de los errores entre la referencia y las variables a controlar en los instantes tanto anteriores como futuros. (Camacho & Bordons, 2018)

En la Figura 9 se puede observar la realización de esta técnica de control donde se utilizan los siguientes parámetros;

Figura 9

Idea de Control Predictivo



Nota. Para la realización de esta técnica de control se utilizan los siguientes parámetros.

Horizonte de predicción (p)

Es el número de instantes futuros que se tienen en cuenta a la hora de calcular las acciones de control. Debe cubrir la dinámica significativa del sistema.

Horizonte de control (m)

Es la acción de control en cada instante de tiempo. Cuanto más pequeño sea su valor menor son los cálculos a realizar, y cuanto mayor sea mejores son las predicciones proporcionadas, a costa de aumentar la complejidad.

Tiempo de muestreo (Ts)

Es la velocidad a la que el controlador ejecutará el algoritmo de control, no debe tener un valor demasiado alto porque si no el controlador no podrá hacer frente a las posibles perturbaciones sin embargo si es extremadamente pequeño supone una carga computacional excesiva.

Características del control MPC

- Maneja problemas de control multivariable con distinto número de CV y MV.
- Compensa perturbaciones medibles.
- Permite trabajar con procesos de dinámica compleja: retardos, respuesta inversa.
- Permite trabajar con restricciones en las variables manipuladas o controladas.
- Fácil de entender.
- Abre las puertas a la optimización económica del proceso.

Algoritmo de control MPC

Para el control del péndulo de Furuta mencionada en (Fontanet & Ortiz, 2016), que el diseño del MPC, que es usado para mantener al péndulo inestable, se utiliza el modelo lineal del PF, se escogieron además como variable manipulada el voltaje aplicado al motor (v), y como variables controladas el ángulo del péndulo (θ) y ángulo del brazo (φ). El controlador predictivo se programó mediante el Toolbox MPC de Matlab. La acción de control calculada por el controlador predictivo en cada instante de tiempo, se obtiene resolviendo el problema de optimización dado por el funcional de costo. Se emplean los parámetros de sintonía del controlador mostrados en la Tabla 1.

Tabla 1

Parámetros de sintonía del MPC

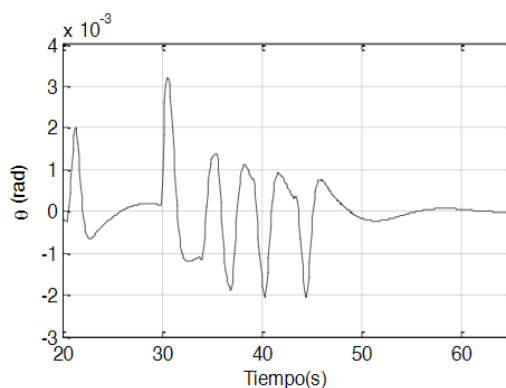
Parámetro	Valor
P	11
M	10
Tiempo de muestreo Ts	0.1 seg
α para v	1
β para θ ---- β para φ	0 ---- 0.115
Restricciones	$-2V \leq v \leq 2V$ $0.1rad \leq \theta \leq 0.1rad$

Nota. Para las aplicaciones que se implementen en un sistema embebido, deben tenerse en cuenta las características de hardware y software de este, a fin de seleccionar parámetros de sintonía del MPC acorde a las características del mismo. Tomado de (Sanz, 2021)

En la Figura 10 se observa el resultado, donde se limita a mostrar el comportamiento de θ ante a un cambio de referencia en forma de escalón de φ , lo que evidencia la interacción presente entre ambas variables.

Figura 10

Salida del ángulo del péndulo θ - Fuzzy + MPC

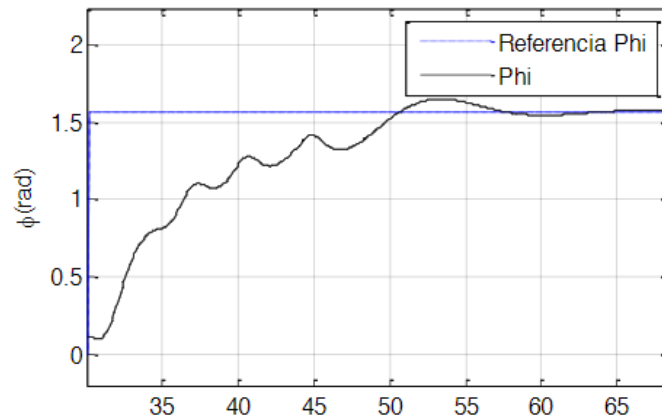


Nota. Puede observarse que la variación del ángulo del péndulo θ es aproximadamente de 3×10^{-3} rad. Tomado de (Fontanet & Ortiz, 2016)

La Figura 11 muestra el comportamiento del ángulo brazo ϕ ante un cambio de $\pi/2 \text{ rad}$ en su referencia.

Figura 11

Salida del ángulo del brazo ϕ - Fuzzy + MPC



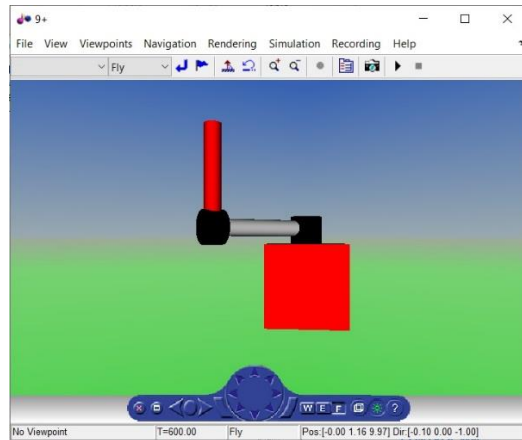
Nota. El hecho de que en esta alternativa el ángulo del brazo demore más en alcanzar la referencia deseada radica en la prioridad del MPC de cumplir las restricciones en θ . Tomado de (Fontanet & Ortiz, 2016)

V-REALM Builder

El Virtual Reality Modeling Language es un lenguaje de modelado de mundos virtuales en tres dimensiones. Igual que el HTML sirve para maquetar páginas web, VRML sirve para crear mundos en tres dimensiones a los que accede utilizando un navegador, igual que si visitara una página web cualquiera, permite ver todo tipo de objetos y construcciones en 3D. (Álvarez, 2019) Para empezar la navegación se desarrolla de una manera mucho más intuitiva, dado que la forma de actuar dentro del mundo virtual es similar a la de la vida real como se puede observar en la Figura 12.

Figura 12

Entorno virtual del péndulo en 3D.



Nota. Se puede desarrollar el modelo mediante la incorporación de bloques con diversas formas, como cubos, cilindros o esferas, entre otras opciones. Cuando un nuevo bloque se conecta o se integra con un bloque previo, se añade como un "children" dentro de dicho bloque en un diagrama de árbol que se va estructurando. Tomado de (Cervantes, 2015)

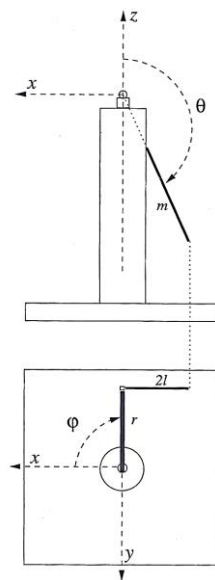
Capítulo III

Modelamiento fenomenológico del péndulo invertido

Considerando el péndulo, y llamando φ al ángulo que existe entre el brazo del motor, de longitud r y el eje x y llamando θ al ángulo que forma la barra del péndulo, de longitud $2l$ y masa m , con dirección paralela al eje z , ambos son definidos en sentido horario. (Aström, 1996)

Figura 13

Sistemas de coordenadas definido.



Nota. En la gráfica se muestra el esquema cartesiano del péndulo invertido donde describe cada una de las características físicas consideradas para el modelamiento. Tomado de (Regalo Núñez, 2016).

Las coordenadas del centro de masa son:

$$x_G = r \cos \varphi - l \sin \theta \sin \varphi \quad (1)$$

$$y_G = r \sin \varphi + l \sin \theta \cos \varphi \quad (2)$$

$$z_G = l \cos \theta \quad (3)$$

Calculando las derivadas obtenemos que:

$$\dot{x}_G = -r \dot{\varphi} \sin \varphi - l \dot{\varphi} \cos \varphi \sin \theta - l \dot{\theta} \sin \varphi \cos \theta \quad (4)$$

$$\dot{y}_G = r \dot{\varphi} \cos \varphi - l \dot{\varphi} \sin \varphi \sin \theta + l \dot{\theta} \cos \varphi \cos \theta \quad (5)$$

$$\dot{z}_G = -l \dot{\theta} \sin \theta \quad (6)$$

Por lo tanto, la velocidad del centro de masa es:

$$v^2 = r^2 \dot{\varphi}^2 + l^2 \dot{\varphi}^2 (\sin \theta)^2 + 2rl \dot{\varphi} \dot{\theta} \cos \theta + l^2 \dot{\theta}^2 \quad (7)$$

Considerando que la suma de los momentos de inercia del brazo y del motor es $J_a = J_{motor} + J_{brazo}$ y el momento de inercia del péndulo es $J_p = \frac{4}{3} ml^2$, la energía cinética del péndulo será:

$$2T = mv^2 + J_a \dot{\varphi}^2 + J_p (\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 (\sin \theta)^2) \quad (8)$$

$$= (J_a + mr^2 + (J_p + ml^2) (\sin \theta)^2) \dot{\varphi}^2 + 2mrl \dot{\varphi} \dot{\theta} \cos \theta + (J_p + ml^2) \dot{\theta}^2 \quad (9)$$

Y la energía potencial es:

$$V = mgl(\cos \theta - 1) \quad (10)$$

El Lagrangiano es $L = T - V$, realizando las ecuaciones de Euler-Lagrange:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} - \frac{\partial L}{\partial \phi} = F \end{cases} \quad (11)$$

Y considerando que F es el par externo aplicado, llego a las siguientes ecuaciones del movimiento.

$$\begin{cases} (J_p + ml^2)(\ddot{\theta} - \dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta) + mrl\ddot{\phi} \cos \theta - mgl \sin \theta = 0 \\ mrl\ddot{\theta} \cos \theta - mrl\dot{\theta}^2 \sin \theta + 2(J_p + ml^2)\dot{\theta}\dot{\phi} \sin \theta \cos \theta + (J_a + mr^2 + (J_p + ml^2)\sin^2 \theta)\ddot{\phi} = F \end{cases} \quad (12)$$

Normalizar las ecuaciones, es decir, hacer que el coeficiente de la derivada mayor sea uno definiendo:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{\frac{mgl}{J_p + ml^2}} = \sqrt{\frac{3g}{7l}} \\ \alpha &= \frac{mrl}{J_p + ml^2} = \frac{3r}{7l} \\ \beta &= \frac{J_a + mr^2}{J_p + ml^2} \\ \tau &= \omega_0 t \end{aligned} \quad (13)$$

Las ecuaciones de movimiento pueden entonces ser escritas como:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} - \dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta + \alpha \ddot{\phi} \cos \theta - \sin \theta = 0 \\ \alpha \ddot{\theta} \cos \theta - \alpha \dot{\theta}^2 \sin \theta + 2\dot{\theta}\dot{\phi} \sin \theta \cos \theta + (\beta + \sin^2 \theta)\ddot{\phi} = \gamma u \end{cases} \quad (14)$$

Donde $\gamma = \frac{k_m}{mgl}$, donde k_m es la ganancia equivalente de los subsistemas motor y servo amplificador de potencia y u la acción de control. Estas ecuaciones pueden ser reescritas en forma matricial como:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & \alpha \cos \theta \\ \alpha \cos \theta & \beta + \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\varphi} \sin \theta \cos \theta \\ -\alpha \dot{\theta} \sin \theta + \dot{\varphi} \sin \theta \cos \theta & \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} \\ & = \begin{bmatrix} 0 \\ \gamma u \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

Premultiplicando la ecuación anterior por:

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha \cos \theta \\ \alpha \cos \theta & \beta + \sin^2 \theta \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \beta + \sin^2 \theta & -\alpha \cos \theta \\ -\alpha \cos \theta & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Donde $\Delta = \beta + \sin^2 \theta - \alpha^2 \cos^2 \theta$, se obtiene:

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{\theta} &= -\alpha^2 \dot{\theta}^2 \sin \theta \cos \theta + (\beta + \sin^2 \theta) \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta + 2\alpha \dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \theta \cos^2 \theta + \beta \sin \theta + \sin^3 \theta - \gamma u \alpha \cos \theta \\ \Delta \ddot{\varphi} &= \alpha \dot{\theta}^2 - \alpha \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos^2 \theta - 2\dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \theta \cos \theta - \alpha \sin \theta \cos \theta + \gamma u \end{aligned} \quad (17)$$

Este sistema de cuarto orden es el modelo del péndulo sin considerar los términos disipativos, se trata de un sistema de cuarto orden $x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, x_3 = \varphi$ y $x_4 = \dot{\varphi}$. Si se consideran los efectos disipativos se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{\theta} &= -\alpha^2 \dot{\theta}^2 \sin \theta \cos \theta + (\beta + \sin^2 \theta) \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta + 2\alpha \dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \theta \cos^2 \theta + \beta \sin \theta + \sin^3 \theta - \gamma u \alpha \cos \theta - c_p \dot{\theta} \\ \Delta \ddot{\varphi} &= \alpha \dot{\theta}^2 \sin \theta - \alpha \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos^2 \theta - 2\dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \theta \cos \theta - \alpha \sin \theta \cos \theta + \gamma u - c_a \dot{\varphi} \end{aligned} \quad (18)$$

Donde c_p y c_a son los parámetros.

Capítulo IV

Diseño del controlador tradicional PD

Diseño por simulación.

Se conoce que el péndulo invertido es un sistema multivariable lo que quiere decir que con un solo controlador PD, no es factible regular dos salidas, por lo tanto, la entrada al sistema será la combinación de dos controladores PD; uno aplicado para la salida de φ y el otro para la salida de θ . De esta manera, se logra alcanzar la referencia para una de las salidas, pero no para la otra, de tal forma se sigue teniendo una señal de entrada al sistema hasta que ambas referencias sean alcanzadas.

La función de transferencia dada; $Tf(s) = \frac{150s}{s+150}$, representa un filtro de paso alto (HP)

de primer orden.

La función de transferencia de un filtro de paso alto de primer orden tiene la forma:

$$Tf(s) = \frac{K*s}{s+\omega_c} \quad (19)$$

Donde:

K , es la ganancia del filtro.

ω_c , es la frecuencia de corte del filtro.

En la función de transferencia proporcionada, la ganancia es $K = 150$ y la frecuencia de corte es de $\omega_c = 150 \frac{rad}{seg}$.

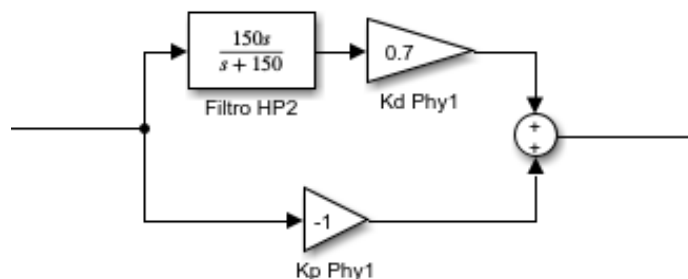
La presencia de S en el numerador y el denominador indica que es un filtro de paso alto, ya que permite el paso de señales de frecuencias más altas que la frecuencia de corte ω_c , mientras atenúa las señales de frecuencias más bajas.

Control PD de φ .

Se aplica a la posición del ángulo del brazo del péndulo, contiene un término proporcional K_p con valor -1 y un término derivativo K_d con valor 0.7, previa a la ganancia derivativa se puede ver un filtro HP.

Figura 14

Control PD de φ



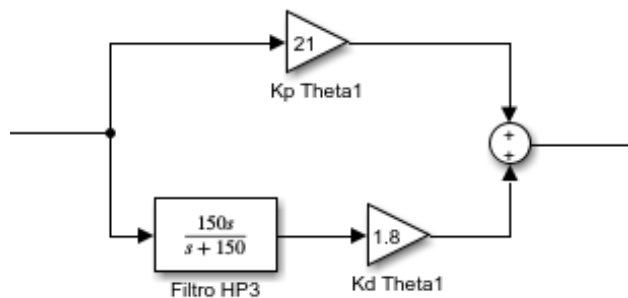
Nota. El filtro HP elimina perturbaciones de baja frecuencia que interfieren en el funcionamiento del controlador PD.

Control PD de θ .

La ganancia proporcional del control PD del ángulo del péndulo es K_p con valor 21 y la ganancia del término derivativo es K_d con valor 1.8, previa a la ganancia derivativa se puede ver un filtro HP.

Figura 15

Control PD de θ



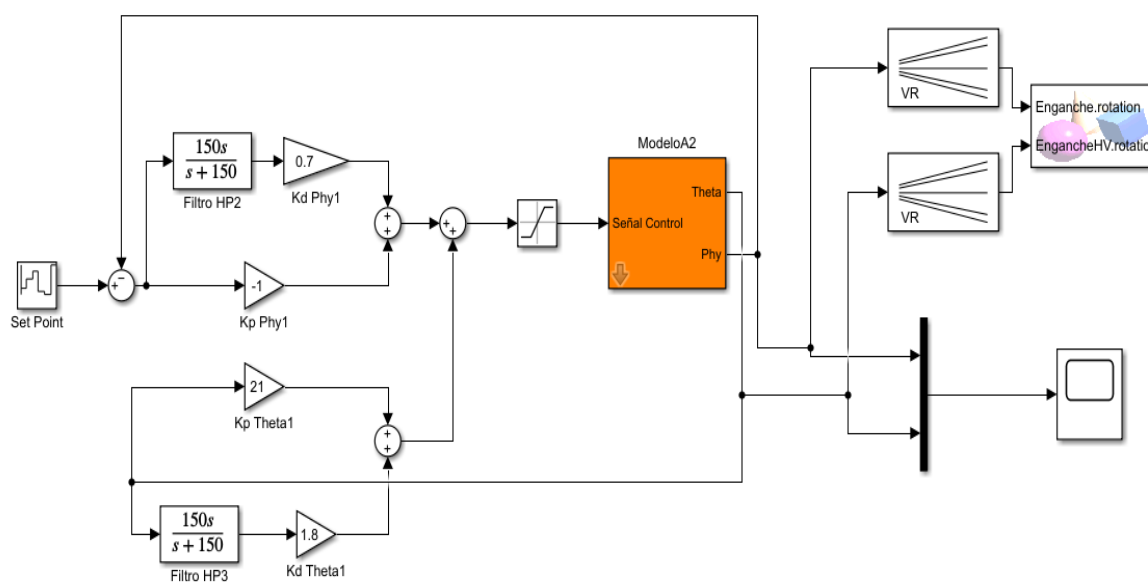
Nota. El filtro HP permite que el controlador se enfoque en las señales de alta frecuencia relevantes para el control del ángulo θ del péndulo.

Los valores de K_p y K_d para ambos controladores PD se han determinado mediante experimentación hasta alcanzar valores considerados aceptables.

En la gráfica a continuación se muestra el diseño completo del Control PD para ambos ángulos. Para que la simulación sea más interactiva se agrega el entorno virtual V-Realm Builder, donde se mostrará los movimientos a tiempo real del péndulo invertido.

Figura 16

Diseño del Control PD para el ángulo φ y θ .



Nota. El controlador PD tiene una señal de entrada para el sistema que es el resultado de sumar un término proporcional y otro derivado del error.

Diseño implementado.

En la implementación se desea que la estrategia de control equilibre el péndulo en posición vertical manteniendo una posición deseada del brazo. Dicha descripción se puede lograr con un controlador PD. Para mantener el brazo en una posición requerida se introducirá un bucle de realimentación a partir de la posición del brazo. La ley de control se puede expresar como:

$$\mu = k_{p,\theta}(\theta_r - \theta) - k_{p,\varphi} \varphi - k_{d,\theta} \dot{\theta} - k_{d,\varphi} \dot{\varphi} \quad (20)$$

Donde:

$k_{p,\theta}$, es la ganancia proporcional del ángulo del brazo.

$k_{p,\varphi}$, es la ganancia proporcional del ángulo del péndulo.

$k_{d,\theta}$, es la ganancia derivativa de ángulo del brazo.

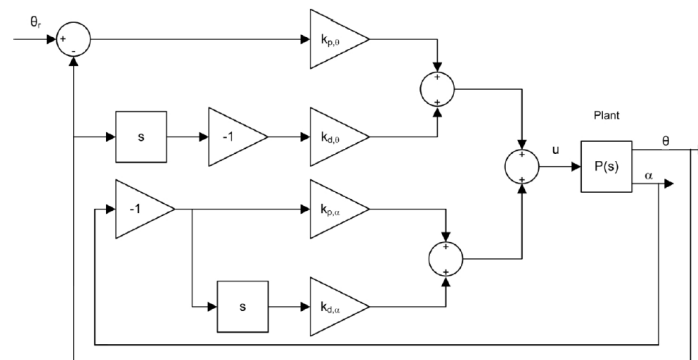
$k_{d,\varphi}$, es la ganancia derivativa de ángulo del péndulo.

θ_r , es el ángulo de referencia del brazo giratorio.

En la Figura 17 se muestra el diagrama de bloques del control PD para el péndulo giratorio muestra cómo el controlador interpreta la señal de error, calcula una acción de control basada en la proporción, la derivada de esta señal, y luego aplica esta acción al sistema físico para mantener el péndulo en equilibrio.

Figura 17

Diagrama de bloques del control PD de equilibrio para el péndulo giratorio.



Nota. La referencia para el ángulo de péndulo es cero, es decir se mantendrá en posición vertical, mientras que el ángulo del brazo se mantendrá en movimiento de una posición deseada. Tomado de (Govind, 2020).

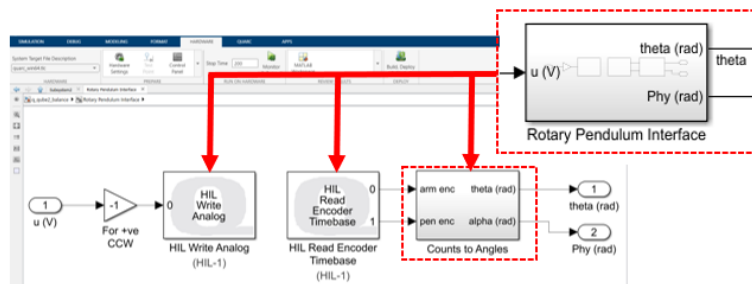
El control debe activarse cuando el péndulo se encuentra dentro del siguiente rango:

$$|\varphi| \leq 10^\circ$$

En la Figura 18, se observa el subsistema Rotary Pendulum Interface, donde se incluyen los bloques del QUARC HIL, para interactuar a modo real con los encoders y el motor del sistema del péndulo invertido.

Figura 18

Subsistema Rotary Pendulum Interface

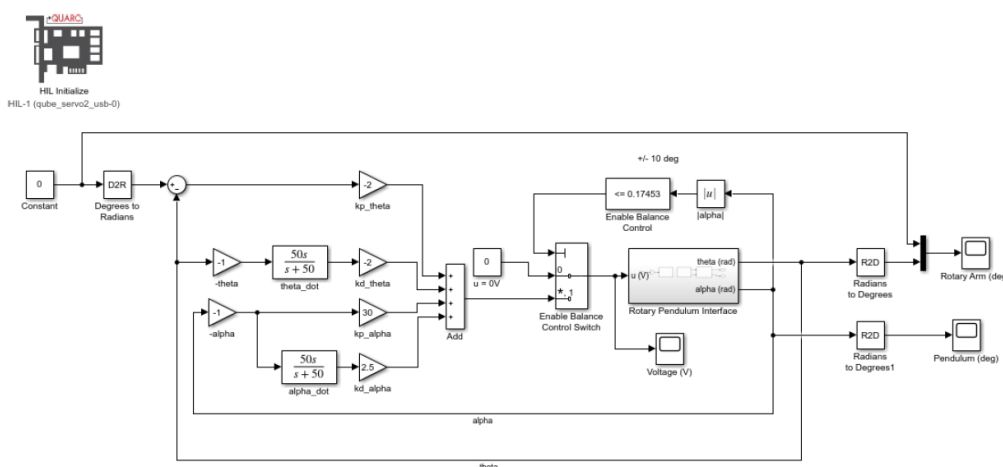


Nota. El bloque HIL Write Analog escribe los canales analógicos especificados cada vez que se ejecuta el bloque. Mientras que el bloque HIL Read Encoder Timebase lee los canales del codificador especificados a la frecuencia de muestreo del modelo y actúa como base de tiempo para el modelo. A su vez el subsistema Counts to Angles contiene bloques para convertir los conteos del encoder en radines. Tomado de (Control, 2019)

Dado que el péndulo comienza en posición vertical descendente, es necesario llevarlo manualmente a su posición vertical ascendente. Una vez que el péndulo está dentro de $\pm 10^\circ$, se activa el controlador, permanece en modo de equilibrio hasta que el péndulo supera $\pm 10^\circ$.

Figura 19

Diseño implementado Controlador PD



Nota. En la grafica se observa la simulacion del controlador PD conjuntamente con la parte fisica de pendulo invertido.

Capítulo V

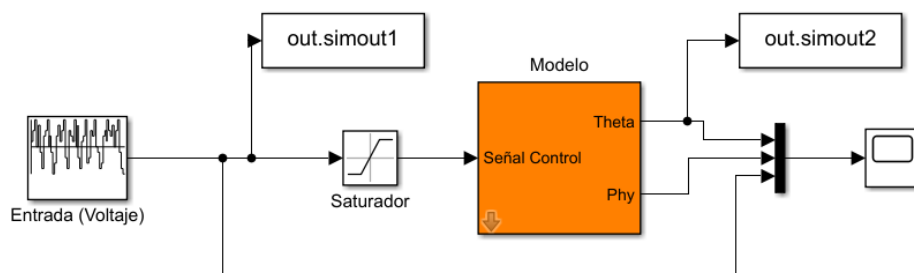
Diseño del controlador MPC

Diseño por Simulación

Utilizando la ecuación no lineal en lazo abierto se registran los datos del comportamiento de la planta dando diferentes valores de voltaje de ingreso y se registra su salida, con la herramienta 'To workspace' se puede guardar estos datos en una variable definida, e indicar el tiempo de muestreo para registrarlos, para este caso se ha definido a 0.1 segundos.

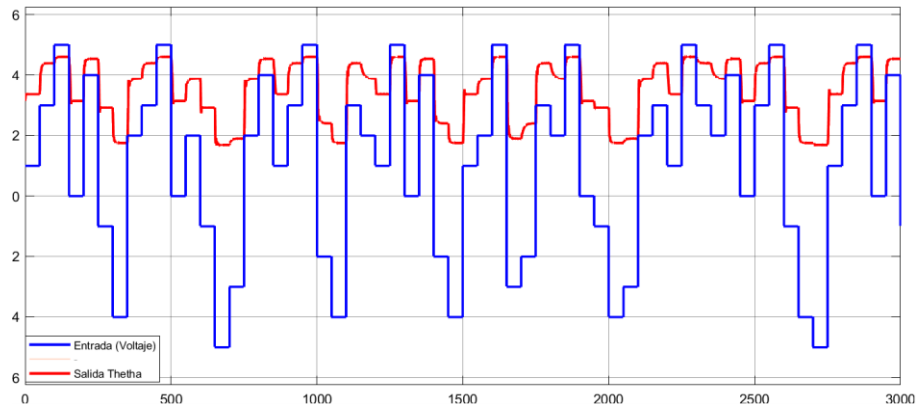
Figura 20

Modelo en lazo abierto



Nota. En la entrada del sistema de lazo abierto se ingresan valores de voltaje para obtener un ángulo θ deseado.

Figura 21 Sistema de adquisición de datos



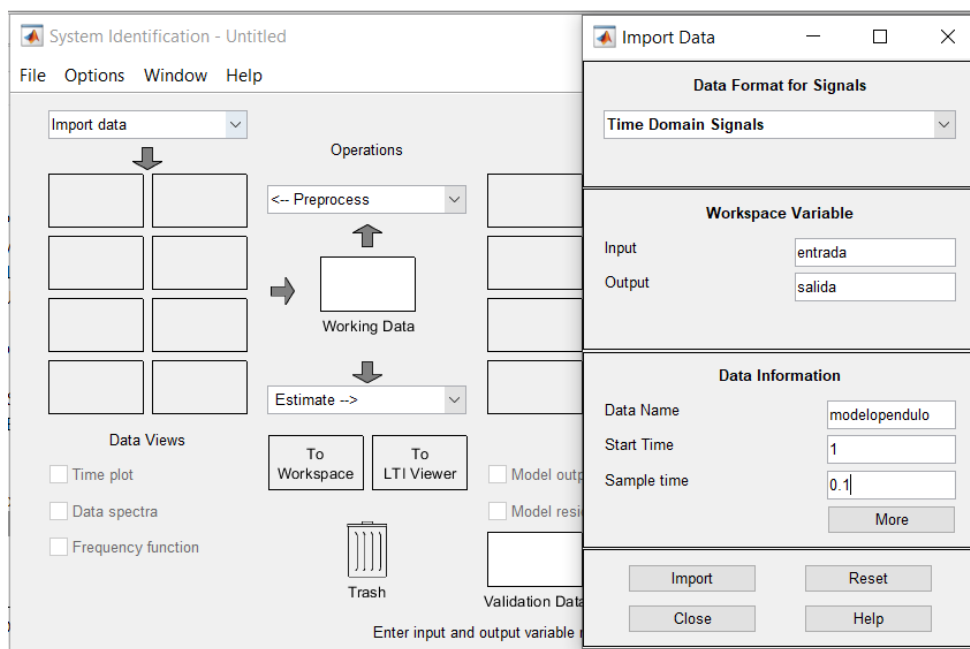
Nota. Para la adquisición de datos del sistema se considera que la salida llegue a estabilizarse en un intervalo de tiempo determinado.

Los datos se encuentran en el Workspace de MATLAB y se cargan utilizando el comando: $entrada=simout.data(:,1)$ para la entrada (voltaje) y $salida=simout.data(:,1)$ para la salida (θ).

Para poder realizar el control predictivo se necesita del modelo de la planta en espacio de estados, con la ayuda del toolbox de identificación de sistemas que ofrece MATLAB “systemIdentification”, se puede determinar el modelo partir de los datos adquiridos anteriormente.

Figura 22

Sistema de identificación de MATLAB

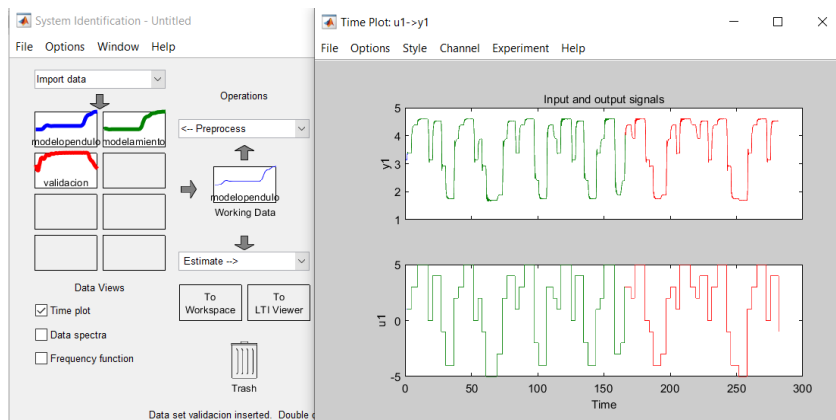


Nota. Pantalla principal del sistema de identificación para ingresar los datos de entrada y salida.

Una manera de validar el modelo obtenido, es contar con dos conjuntos de datos, los cuales contienen diferentes entradas y, por ende, diferentes respuestas del sistema, uno de ellos se utiliza para la obtención del modelo y el otro para la validación, si el modelo coincide al ser comparado, se puede concluir que el modelo representa una estimación adecuada del proceso. Por lo cual se realiza una selección de datos para modelar y validar.

Figura 23

Separación de datos el modelamiento y validación

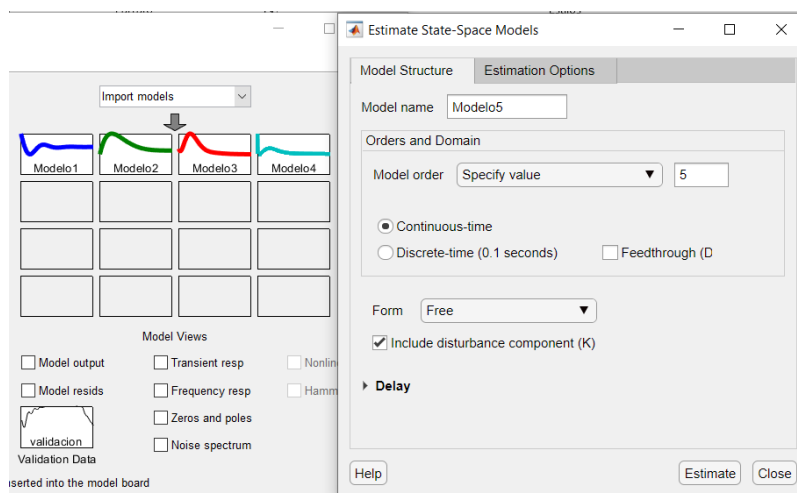


Nota. En la gráfica, la señal de color verde representa los datos tomados para el modelamiento del sistema mientras que las datos de color rojo representa los datos tomados para la validación.

Se estima cada uno de los modelos con la función *Estimate State – Space Models* tomando en cuenta el orden del modelo, para este caso se obtuvieron 4 modelos. Dando un porcentaje de 82.58% como mejor modelo estimado el *Modelo4*.

Figura 24

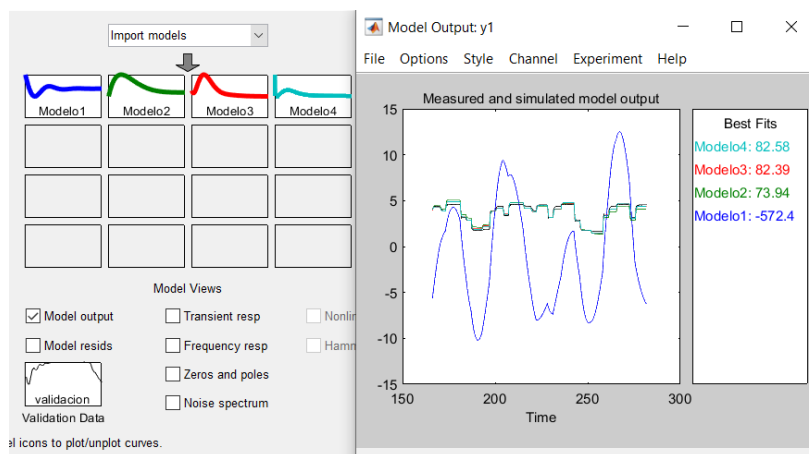
Modelamiento en espacio de estados con cinco variables para la planta.



Nota. Se obtienen los modelos en espacio de estados dependiendo el número de variable.

Figura 25

Comprobación de datos reales y modelo en espacios de estados.

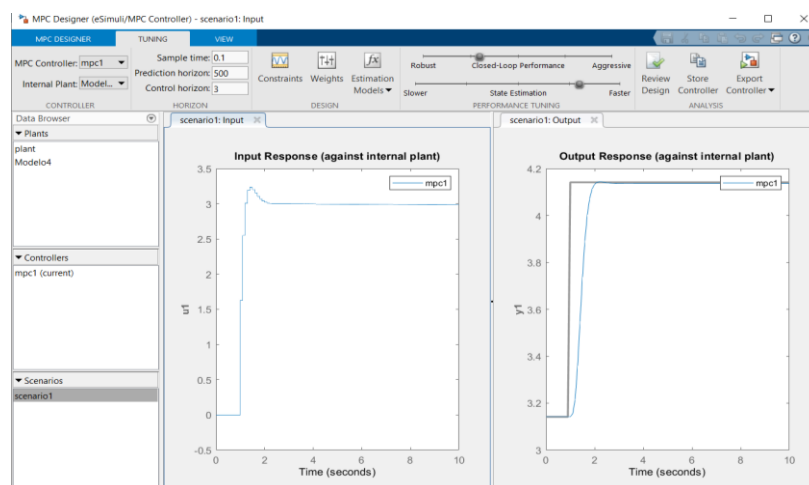


Nota. En la gráfica se observa la estimación, donde se considera el mejor modelo con un porcentaje de 82.58%.

Después de haber obtenido el modelo en espacio de estado se procede a diseñar el control MPC. Se debe especificar el tiempo de muestreo que debe coincidir con el tiempo que se especificó anteriormente (0.1 segundos) para obtener los datos, el horizonte de control, horizonte de predicción el cual debe ser por mucho mayor al horizonte de control.

Figura 26

Valores del tiempo de muestreo, horizonte de predicción y horizonte de control

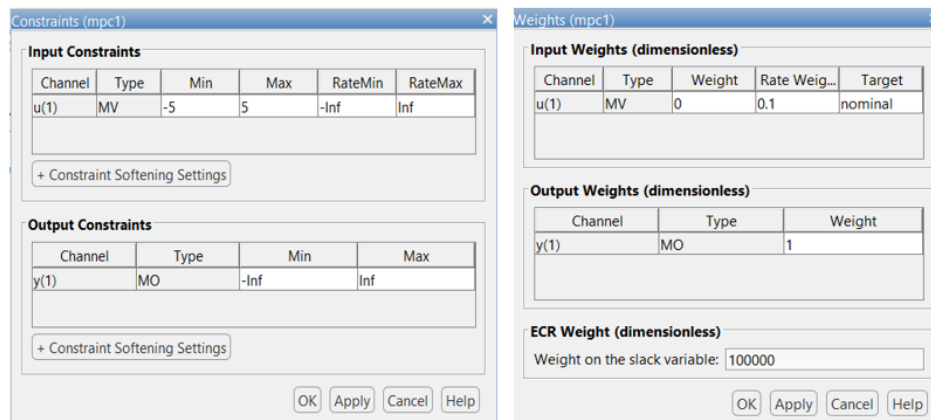


Nota. Para el diseño del MPC se ingresa el modelo obtenido en espacio de estados, donde se observa el comportamiento de la salida y entrada del sistema.

Las limitaciones de la planta son valores que puede tomar las entradas y las salidas, pesos para dar prioridad a la señal de control o al error de estado estable, robustez y la rapidez del control.

Figura 27

Restricciones de entrada y salida. Pesos para priorizar el error en estado estable y la señal de control.

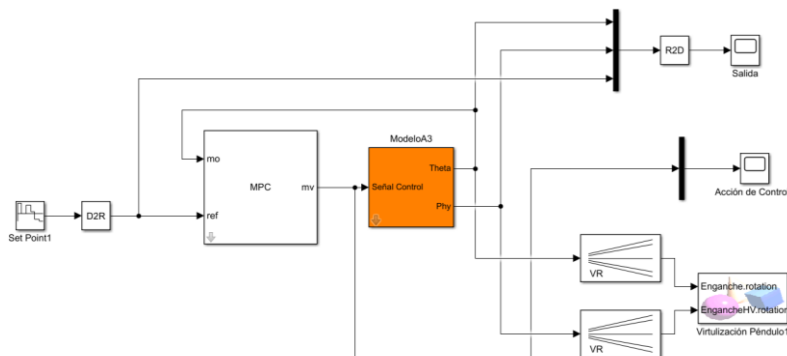


Nota. Se ingresan las restricciones, de acuerdo al comportamiento de la planta.

Se configura el escenario para poder observar el comportamiento del control MPC y de esta manera poder cambiar todos los parámetros antes mencionados hasta obtener el control que se desea.

Figura 28

Implementación de control en la planta simulada.



Nota. Representación en simulink del control predictivo basado en modelos para el control de los ángulos theta y phy.

Diseño Implementado

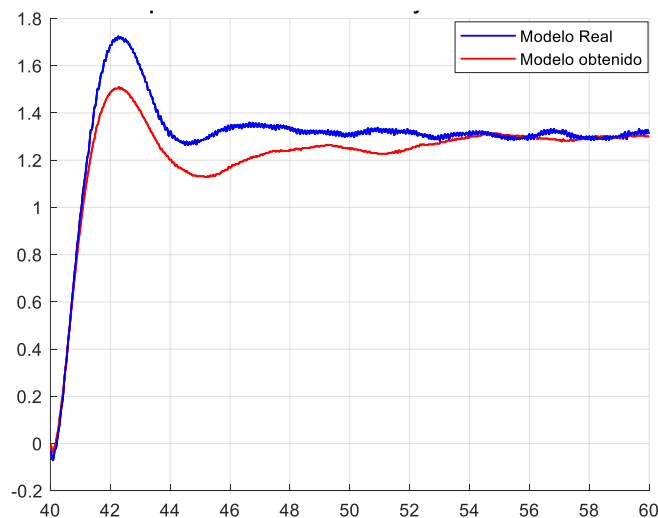
Para implementar el control MPC en la planta real es necesario obtener un modelo exacto de la misma, que podrá basarse en los parámetros nominales. Sin embargo, si el modelo se basa en los parámetros del motor de la hoja de especificaciones (por ejemplo, resistencia del motor, constante de contrafem), es posible que esos parámetros no sean 100% precisos y exista un margen de error. Esa es una fuente común que causa discrepancia en el modelo.

Con lo mencionado se procede a obtener el modelo matemático que más se aproxime al real, sin embargo, el modelo más cercano que se logró obtener es el que se presenta en la *Figura 29*, cuya aproximación con el modelo real presenta un error de aproximadamente el 7%, el mismo que fue obtenido tomando los puntos de respuesta de ambos modelos en un intervalo de tiempo y calculando el error porcentual de cada punto respectivamente, utilizando la fórmula:

$$\% \text{ error} = \left| \frac{\text{Modelo real} - \text{Modelo Obtenido}}{\text{Modelo Real}} \right| \times 100\%$$

Figura 29

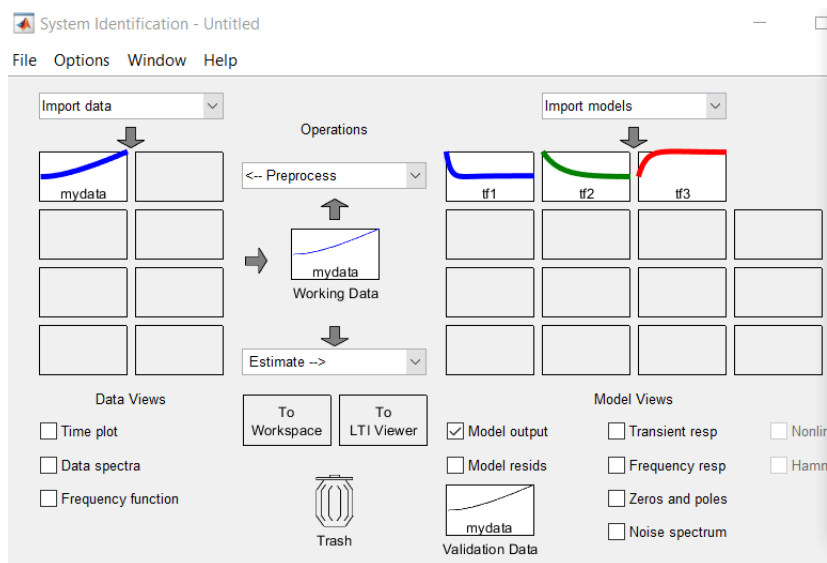
Comparación del modelo real y modelo obtenido



Nota. El modelo real y el modelo obtenido tiene una similitud del 93%.

El modelo representativo de la planta se lo obtiene en forma de una función de transferencia, para lo cual se utiliza la herramienta *System Identification* de *Matlab* y se estiman las funciones dependiendo el número de polos y número de ceros.

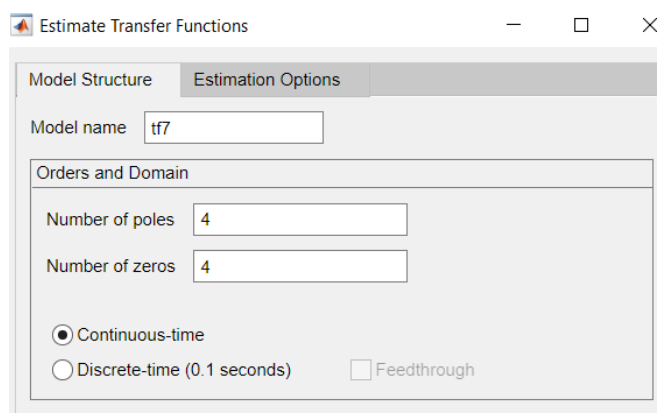
Figura 30 Herramienta de identificación de sistemas (*System Identification*)



Nota. En la gráfica se observa la obtención de tres funciones de transferencia del cual se tomara el que menos error se obtenga.

Figura 31

Estimación de las funciones de transferencia dependiendo el número de polos y ceros

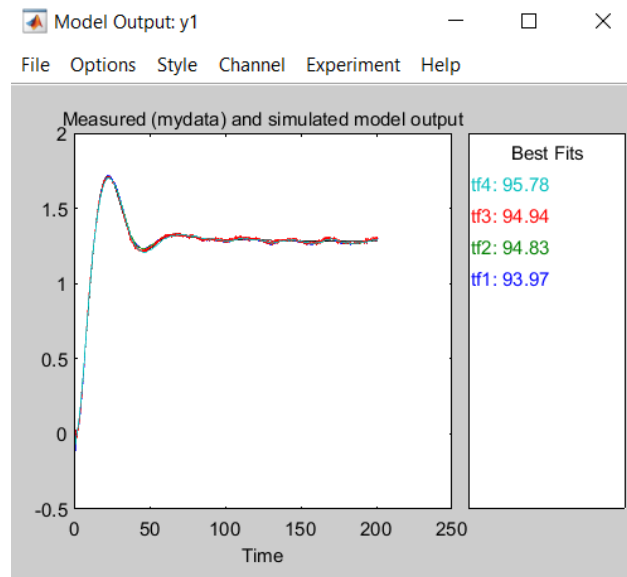


Nota. Se estiman las funciones de transferencia de acuerdo al numero de polos y ceros que entreguen una función de tranferencia que represente al modelo.

Para elegir la función de transferencia que más se asemeja al modelo, se toma la que tiene un porcentaje mas cercano al 100%. Para este caso la función *tf4* presenta un mejor porcentaje y es el que se selecciona para obtener la función de transferencia.

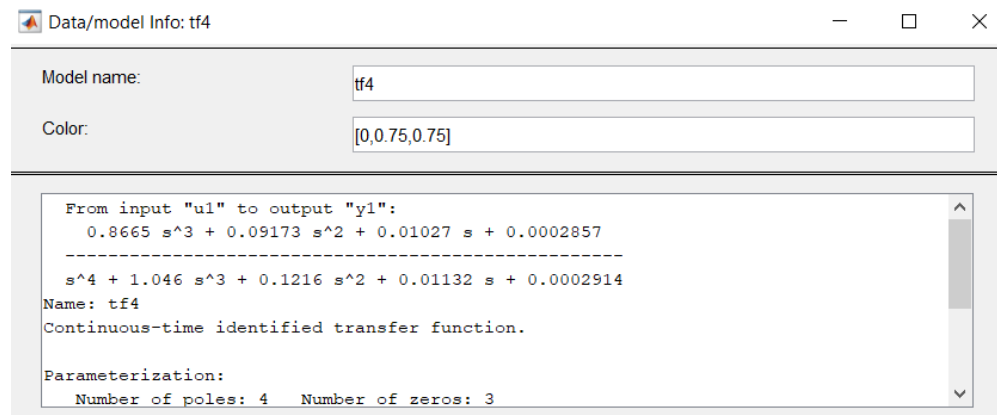
Figura 32

Porcentaje de similitud al modelo



Nota. La mejor función obtenida será la que mayor porcentaje tenga.

Figura 33 Función de transferencia del modelo aproximado

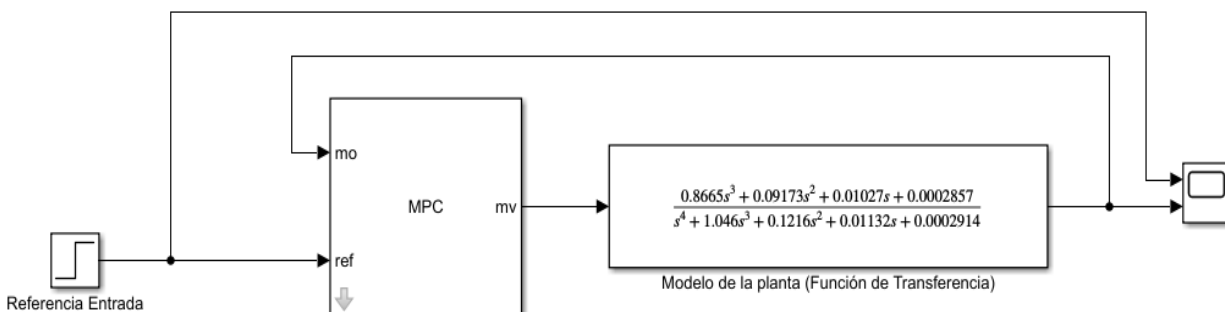


Nota. La función de transferencia representa el comportamiento mas cercano a la planta.

La función de transferencia obtenida se implementa en *Simulink* junto con el bloque MPC para posteriormente realizar la respectiva configuración, como se muestra en la siguiente figura.

Figura 34

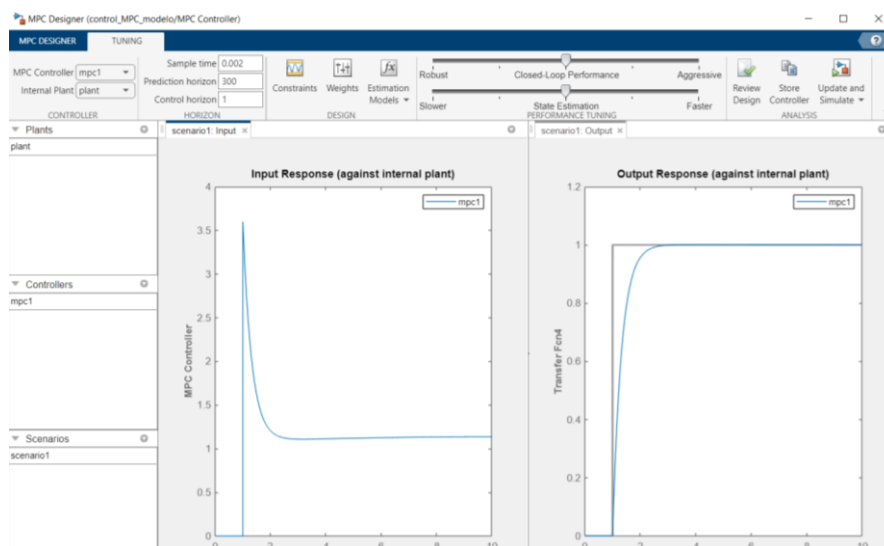
Implementación de la función de transferencia en Simulink



Nota. Representación del control MPC para la configuración de parámetros en base al comportamiento de la planta.

Después de haber obtenido el modelo en espacio de estado se procede a diseñar el control MPC. Se debe especificar el tiempo de muestreo que debe coincidir con el tiempo de muestreo de (0.002 segundos) propio de la planta, el horizonte de control, horizonte de predicción el cual debe ser por mucho mayor al horizonte de control.

Figura 35 Valores del tiempo de muestreo, horizonte de predicción y horizonte de control

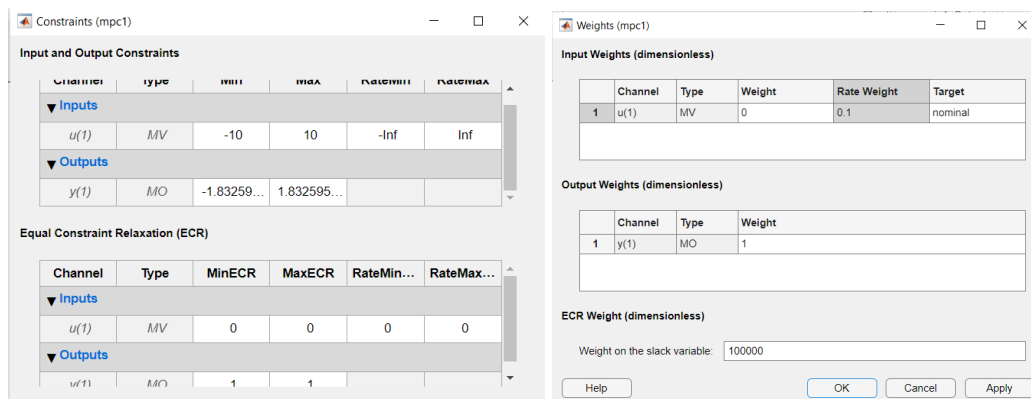


Nota. El tiempo de muestreo para configurar el control MPC debe coincidir con el de la planta, caso contrario existen errores al compilar.

Las limitaciones de la planta son valores que puede tomar las entradas y las salidas, pesos para dar prioridad a la señal de control o al error de estado estable, robustez y la rapidez del control.

Figura 36

Restricciones de entrada y salida. Pesos para priorizar el error en estado estable y la señal de control.

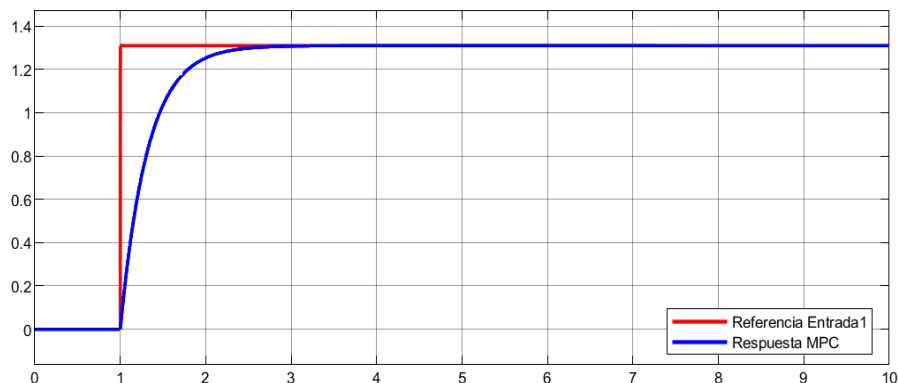


Nota. Se ingresan las restricciones, de acuerdo al comportamiento de la planta.

Se configura el escenario para poder observar el comportamiento del control MPC y de esta manera poder cambiar todos los parámetros antes mencionados hasta obtener la mejor respuesta del control. Se obtiene la siguiente respuesta que muestra un control óptimo.

Figura 37

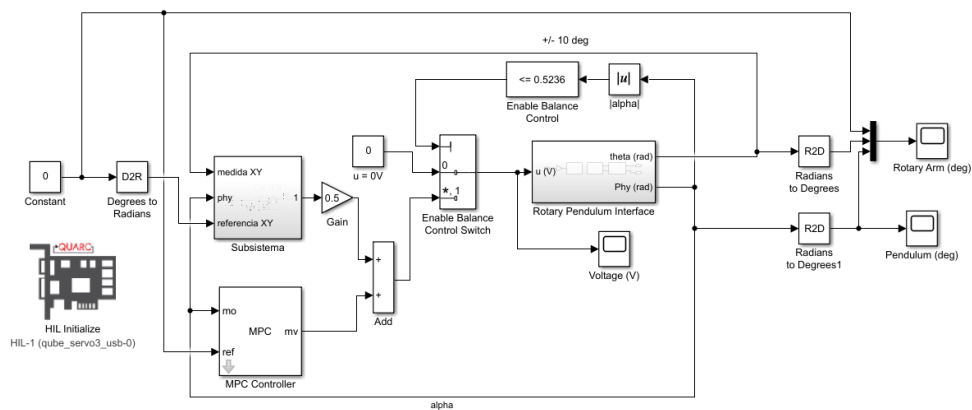
Respuesta a la salida del control MPC implementado.



Nota. Respuesta a la salida del control MPC tomando la función de transferencia que describe el modelo mas cercano a la planta.

Figura 38

Implementación de control en la planta real



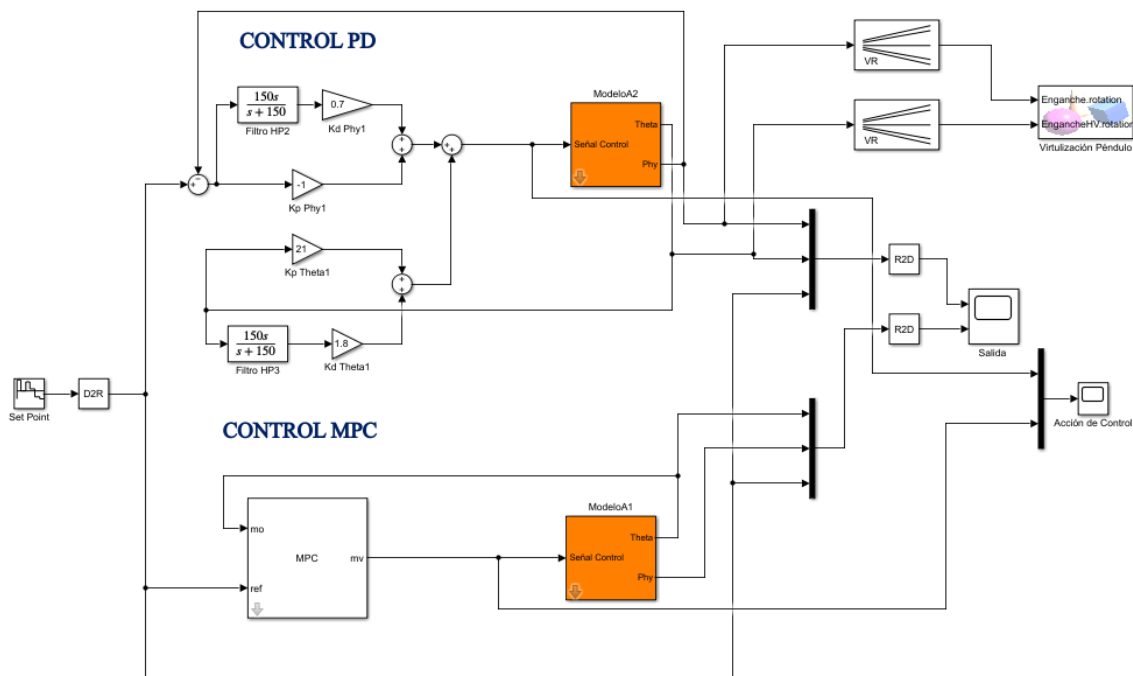
Nota. Representación del control predictivo basado en modelos para el control de los ángulos theta y phy en la planta real.

Capítulo VI

Análisis y discusión de resultados

En el presente capítulo se presenta gráficas y un análisis completo del controlador clásico PD en comparación con un controlador avanzado MPC.

Figura 39 Implementación de control PD Y MPC en la planta simulada.

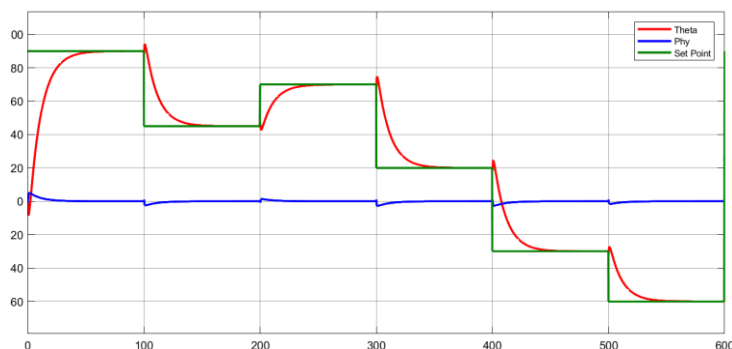


Nota. Implementación del control tradicional y avanzado en simulink.

Con el control PD se puede visualizar que el ángulo Theta tiene un tiempo de establecimiento considerablemente grande, sin embargo, logra llegar a la referencia. Se puede apreciar también que existen pequeños sobre impulsos en cada cambio del valor de referencia. En cuanto al ángulo phy no tiene ningún cambio agresivo, manteniéndose siempre en la referencia 0 es decir que el péndulo se mantiene a 90° . Con esto se concluye que el control PD tiene un tiempo de respuesta lento sin embargo logra eliminar los errores en el estado estacionario.

Figura 40

Respuesta del controlador PD

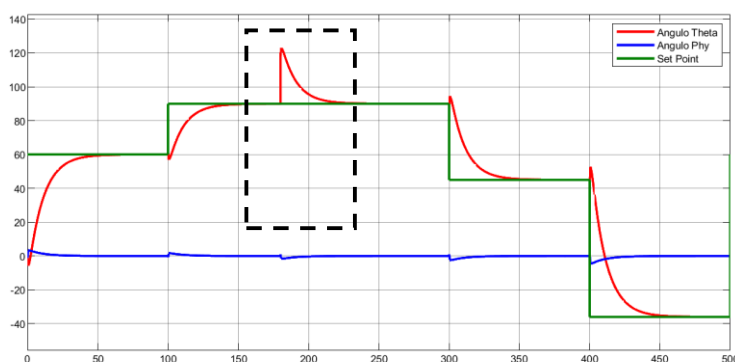


Nota. El control PD puede considerarse como una buena opción para ser implementado en la simulación.

Se realiza la simulación de una perturbación afectando el ángulo ϕ durante un cierto intervalo de tiempo y se tiene como resultado la estabilización de los ángulos θ y ϕ , por lo cual se determina que el control PD es robusto ante perturbaciones, sin embargo, tiene un tiempo de estabilización lento para el ángulo θ .

Figura 41

Respuesta del control PD con perturbación.



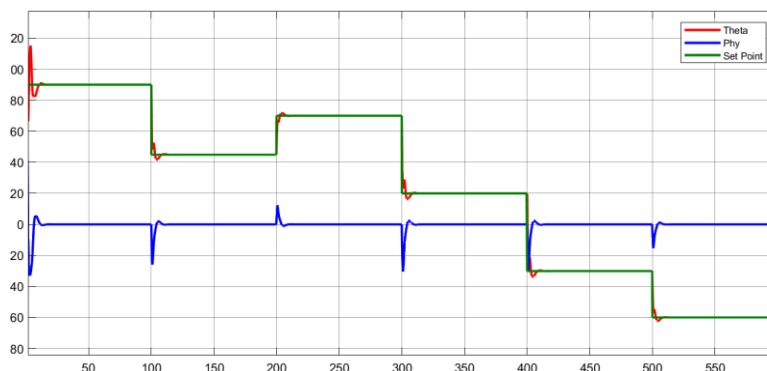
Nota. El control PD es robusto ante las perturbaciones logrando mantener el ángulo θ en el set point propuesto

Con el control MPC se puede visualizar que el ángulo θ tiene un tiempo de establecimiento muy pequeño a comparación del control PD. Se puede apreciar también que

existen pequeños sobre impulsos (Overshoot), en cada cambio de valor de la referencia que afectan tanto al ángulo Phy como al ángulo $Theta$.

Figura 42

Respuesta del control MPC

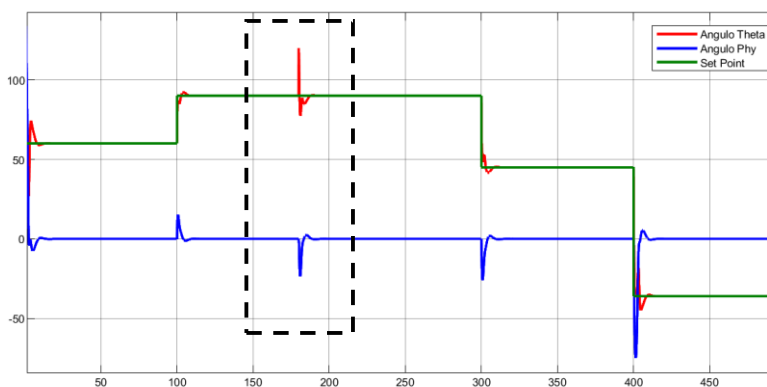


Nota. El control MPC provoca sobre impulsos en ambos ángulos, cada vez que existe un cambio de consigna.

Se realiza la simulación de una perturbación afectando el ángulo phy durante un cierto intervalo de tiempo y se tiene como resultado la estabilización de ambos ángulos, por lo cual se determina que el control MPC es robusto ante perturbaciones, tomando en cuenta que el tiempo de estabilización es más rápido que en el controlador PD.

Figura 43

Respuesta del control MPC con perturbación



Nota. El control MPC tiene un tiempo de respuesta rápido ante una perturbación generada, y logra controlar la salida.

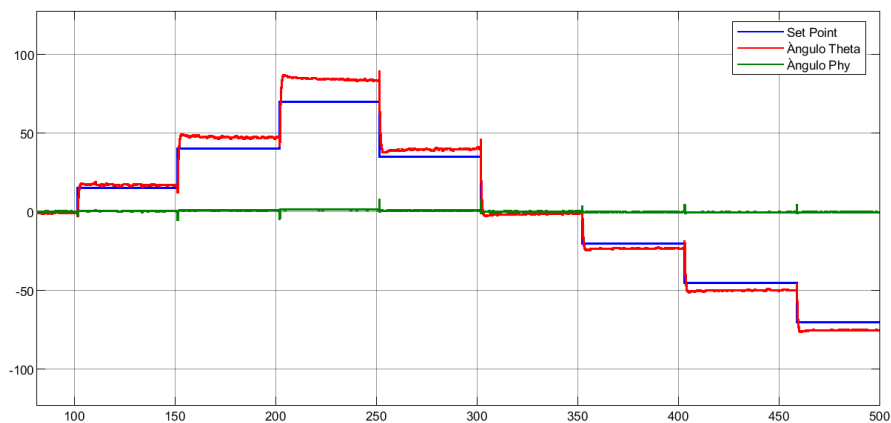
Resultados en implementación

Se presenta la implementación del controlador PD y MPC en la planta real. La entrada en ambos controladores se ingresa en grados y se obtiene una visualización del comportamiento de los ángulos *Theta* y *Phy* respectivamente.

Con el control PD se puede visualizar que el ángulo Theta tiene un tiempo de establecimiento casi nulo, sin embargo, no logra llegar a la referencia. A medida que se aleja de la referencia de 0° , el error aumenta. Se puede apreciar también que existen pequeñas vibraciones, que son propias de la planta. En cuanto al ángulo phy no tiene ningún cambio agresivo, manteniéndose siempre en la referencia es decir que el péndulo se mantiene a 90° .

Figura 44

Respuesta del control PD

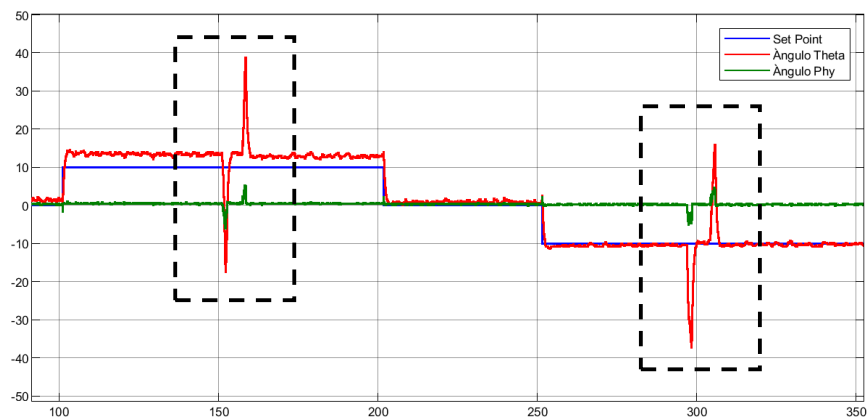


Nota. El control PD no logra corregir el error entre el valor de referencia (Set Point), y la salida (Ángulo Theta).

Se genera una perturbación afectando el ángulo phy durante un cierto intervalo de tiempo y se tiene como resultado la estabilización de los ángulos phy y theta, aunque el error entre el valor de referencia y la salida se mantienen.

Figura 45

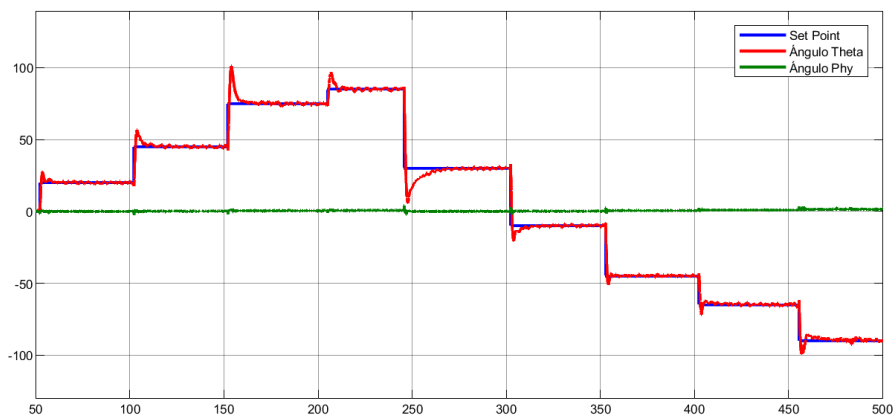
Respuesta del control PD con perturbación



Nota. El control PD no es tan robusto ante una fuerte perturbación aplicada al ángulo *phy*, e incluso llega a perder la estabilización de ambos ángulos.

Con la implementación del control MPC en la planta real, se puede visualizar que el ángulo *Theta* tiene un tiempo de establecimiento muy pequeño a comparación del control PD. Se puede apreciar también que existen sobre impulsos (Overshoot), en cada cambio de valor de la referencia, que afectan tanto al ángulo *Phy* como al ángulo *Theta*.

Figura 46 Respuesta del control MPC

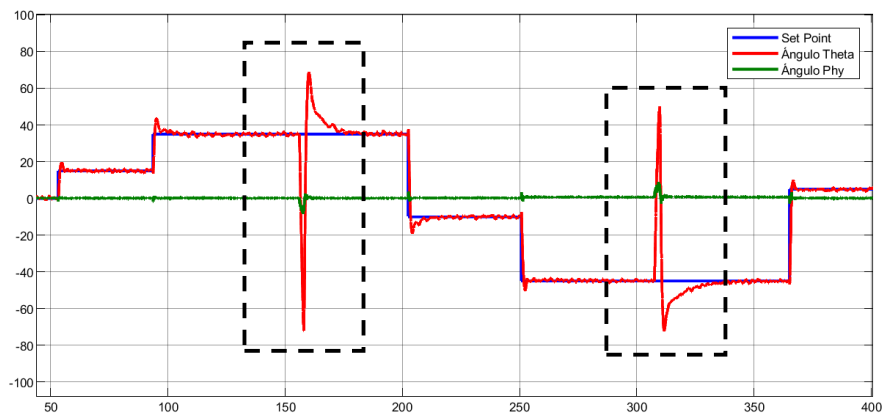


Nota. Debido a que el modelo de la planta obtenido no es exactamente el real, se producen vibraciones en ambos ángulos.

Se genera una perturbación afectando el ángulo phy durante un cierto intervalo de tiempo y se tiene como resultado la estabilización de ambos ángulos, por lo cual se determina que el control MPC es robusto ante perturbaciones, tomando en cuenta que el tiempo de estabilización es rápido al igual que el control PD.

Figura 47

Respuesta del control MPC ante perturbaciones



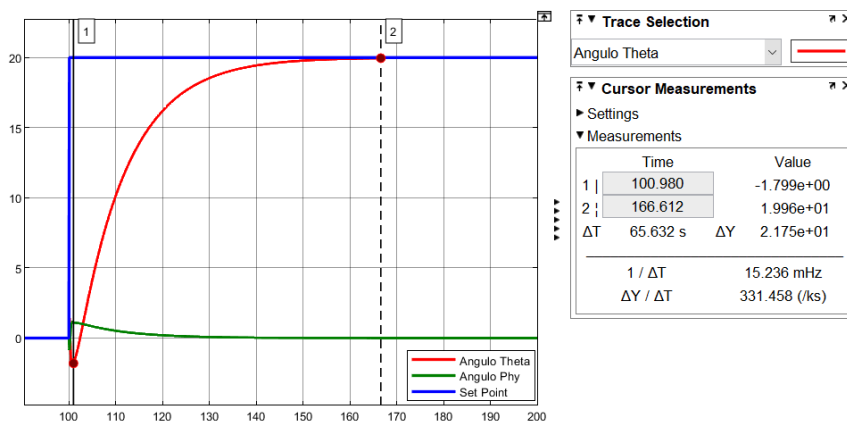
Nota. El control MPC muestra mayor robustez ante una perturbación aplicada al ángulo phy, a comparación del control PD.

Comparación entre resultados simulación e implementados.

Se presentan las respuestas y el análisis de los parámetros para los controladores PD y MPC en la simulación e implementación en la planta real.

Figura 48

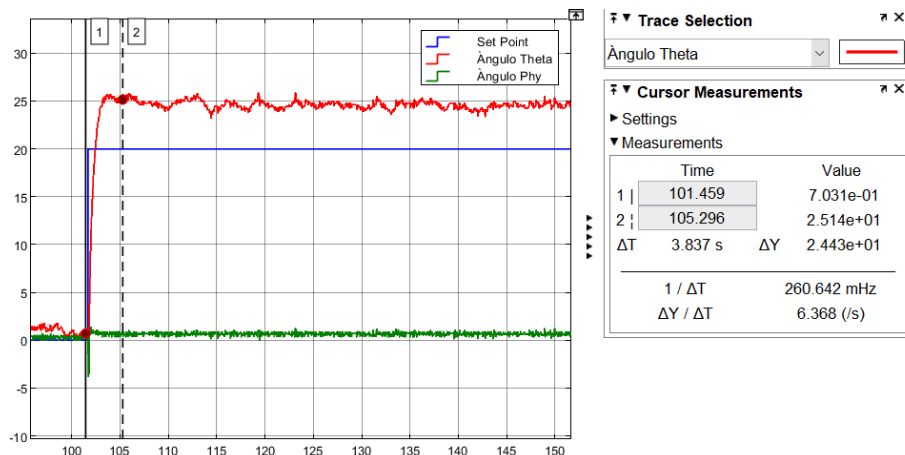
Análisis de respuesta del control PD Simulado



Nota. Con la respuesta obtenida se pueden obtener los parámetros del porcentaje del sobre impulso, tiempo de establecimiento, error.

Figura 49

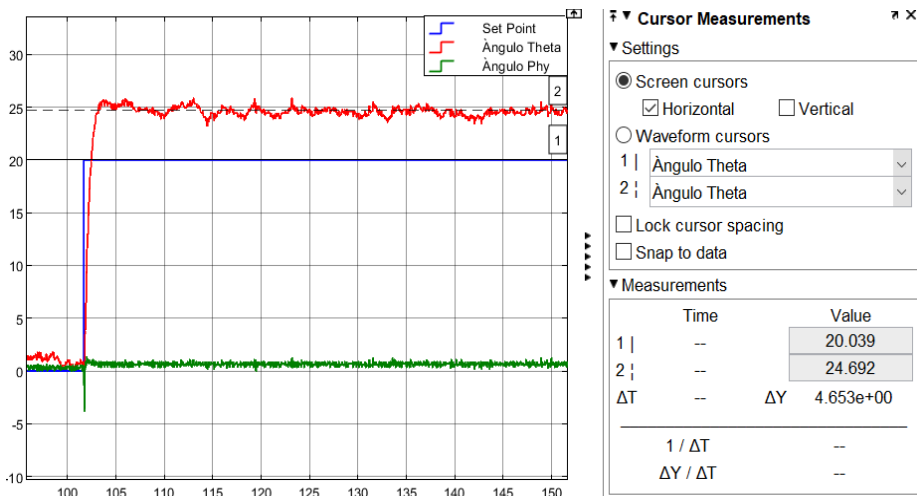
Análisis de respuesta del control PD Implementado



Nota. Con la respuesta obtenida se pueden obtener los parámetros del porcentaje del sobre impulso, tiempo de establecimiento, error.

Figura 50

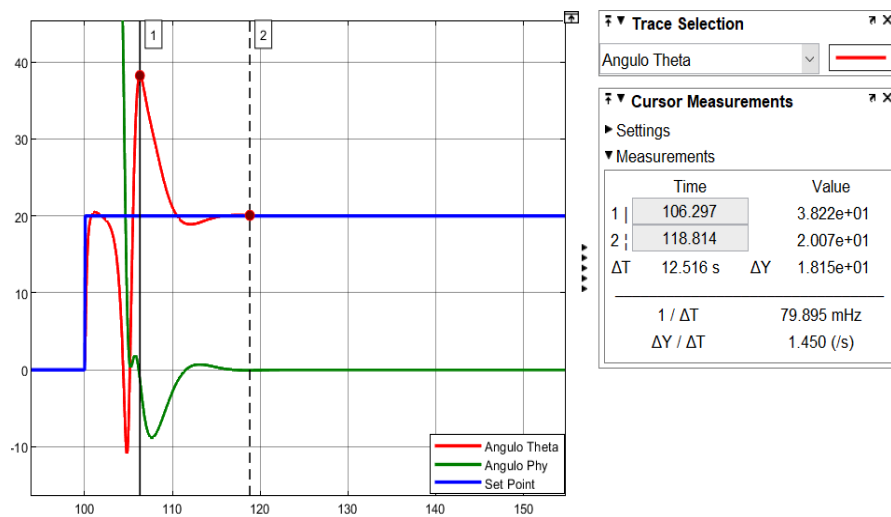
Análisis de respuesta del control PD Implementado



Nota. Con la respuesta obtenida se pueden obtener los parámetros del porcentaje del sobre impulso, tiempo de establecimiento, error.

Figura 51

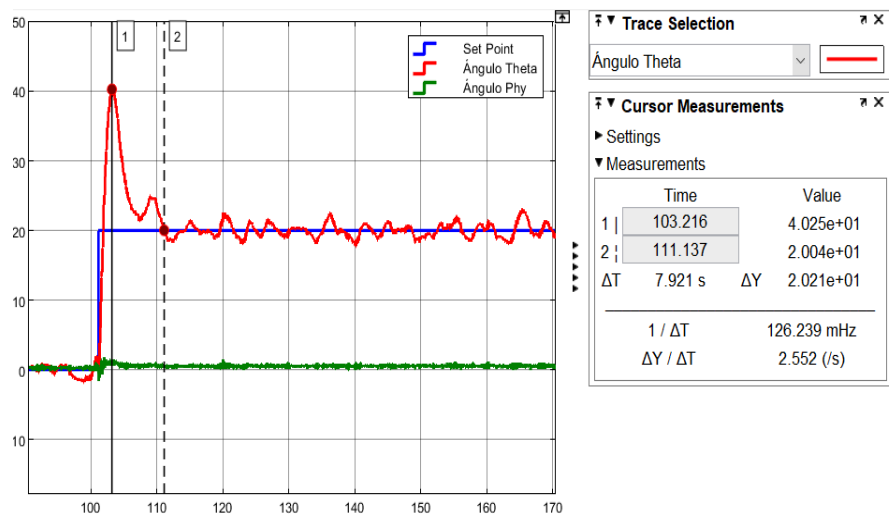
Análisis de respuesta del control MPC Simulado



Nota. Con la respuesta obtenida se pueden obtener los parámetros del porcentaje del sobre impulso, tiempo de establecimiento, error.

Figura 52

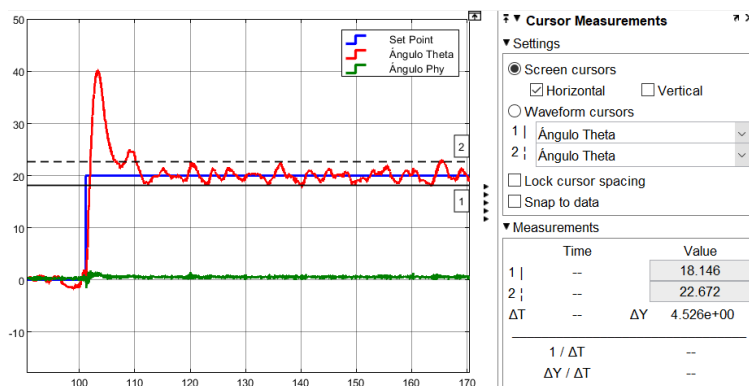
Análisis de respuesta del control MPC Implementado



Nota. Con la respuesta obtenida se pueden obtener los parámetros del porcentaje del sobre impulso, tiempo de establecimiento, error.

Figura 53

Análisis de respuesta del control MPC Implementado



Nota. Con la respuesta obtenida se pueden obtener los parámetros del porcentaje del sobre impulso, tiempo de establecimiento, error.

Tabla 2

Parámetros obtenidos en las respuestas de los controladores

Controlador	% Sobre impulso	Tiempo de asentamiento	Error %	Tiempo de subida
PD Simulado	-	66.61 seg	-	40 seg
PD Implementado	-	5.29 seg	4.69 %	2 seg
MPC Simulado	18.22%	18.81 seg	-	7 seg
MPC Implementado	20.25%	11.13 seg	-	2.5 seg

Nota. Se registran y calculan los parámetros de las respuestas.

De acuerdo a los parámetros obtenidos se puede apreciar que el control PD implementado presenta un error de 4,69%, considerado como una desventaja ya que no llega a alcanzar el Set Point. Este error no se aprecia en la simulación, sin embargo, se presenta un mayor tiempo de establecimiento en la simulación que en la implementación. En cuanto al control MPC simulado e implementado no presentan en error en el estado estacionario, sin embargo, tienen un sobre impulso con un porcentaje aproximado al 20%. Este control implementado se podría llegar a mejorar si el modelo de la planta obtenido fuera más exacto, es decir sea más cercano al real.

Capítulo VII

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

La modelación de sistemas es una parte esencial, que puede llegar a ser muy compleja, en la ingeniería de control. En este trabajo se modeló mediante estrategias matemáticas obteniendo un 93% de similitud. El péndulo de Furuta es un sistema altamente no lineal, que representa de una manera coherente el comportamiento del péndulo Qube Servo – 3.

Se desarrolló un modelo tridimensional detallado del péndulo, el cual, al ser integrado con el software Simulink, ofrece una herramienta visual fundamental para comprender de manera más completa y detallada el comportamiento del sistema.

Se realizó la simulación del control PD tradicional y MPC. La respuesta del control PD presentó un tiempo de subida de 40 seg, tiempo de asentamiento de 66.61 seg, y no presenta porcentaje de error estacionario y de sobre impulso. La respuesta del control MPC presentó un tiempo de subida de 7 seg, tiempo de asentamiento de 18.81 seg, sobre impulso del 18.22% y no presenta error estacionario.

Se realizó la implementación del control PD tradicional y MPC. La respuesta del control PD presentó un tiempo de subida de 2 seg, tiempo de asentamiento de 5.29 seg, error estacionario del 4.69% y no presenta sobre impulso. La respuesta del control MPC presentó un tiempo de subida de 2.5 seg, tiempo de asentamiento de 11.13 seg, sobre impulso del 20.25% y no presenta error estacionario.

El control PD y MPC logran cumplir con el objetivo de control propuesto, sin embargo, en la implementación del control MPC existen vibraciones de los dos ángulos debido a que el modelo obtenido tiene un error del 7%. Además, se pudo constatar que el control MPC es más robusto ante perturbaciones a comparación del control PD.

Recomendaciones

La implementación del control MPC debe tener un buen modelo matemático de la planta. En la práctica se necesita un conocimiento detallado tanto del comportamiento de la planta como de la estructura del algoritmo. Esto resalta la importancia de tener una buena comprensión de los principios de operación del péndulo invertido quanser cube servo – 3.

Se recomienda la implementación de un controlador híbrido para el control del péndulo invertido quanser cube servo – 3, debido a que combina características de sistemas de control continuos y discretos para manejar sistemas dinámicos complejos, como el mencionado. Estos sistemas pueden involucrar tanto variables continuas como eventos discretos, y el controlador se adapta las dos situaciones de manera integrada.

La inclusión de restricciones en el control MPC desempeña un papel fundamental en asegurar que el sistema permanezca dentro de límites seguros, evitando así comportamientos indeseados. La validación del modelo mediante datos experimentales constituye un pilar robusto para la implementación efectiva. Se aconseja adoptar un enfoque gradual, iniciando con simulaciones y pruebas controladas, antes de llevar a cabo la aplicación del MPC en el entorno del sistema real. La consideración cuidadosa del manejo de perturbaciones y eventos inesperados es esencial para fortalecer la capacidad del controlador ante situaciones imprevistas.

Bibliografía

- Abbas, A. (2006). *Model predictive control of a reverse osmosis desalination unit*. Desalination.
- Akhtaruzzaman, M., & Shafie, A. A. (2010). *Modeling and control of a rotary inverted pendulum using various methods, comparative assessment and result analysis*. 1342-1347. <https://doi.org/10.1109/ICMA.2010.5589450>
- Alvarez, M. (2019). *Qué es VRML*. DesarrolloWeb.com. <https://desarrolloweb.com/articulos/356.php>
- Arasa, J. (2000). *Simple method for improving the sampling in profile measurements by use of the Ronchi test* *Applied Optics*.
- Aström, J. (1996). *[PDF] Swinging up a pendulum by energy control* | Semantic Scholar. <https://www.semanticscholar.org/paper/Swinging-up-a-pendulum-by-energy-control-%C3%85str%C3%B6m-Furuta/8a259e547088912d0323b0d4fa7d0dafde50e4ee>
- Benitez, D. (1994). *Diseño y construcción de un Sistema de control de nivel de líquidos*.
- Berenguer, B. E. P. (2007). *INTRODUCCION A LOS SISTEMAS DE CONTROL*.
- Camacho, E. F., & Bordons, C. (s. f.). *CONTROL PREDICTIVO: PASADO, PRESENTE Y FUTURO*.
- Cervantes, J. (2015). *Modelo en 3D esarrollado en V-Realm Builder*. ResearchGate. https://www.researchgate.net/figure/Figura-6-Modelo-en-3D-del-brazo-robot-desarrollado-en-V-Realm-Builder_fig4_308411558
- Control, T. (2019). *Control Tutorials for MATLAB and Simulink—Inverted Pendulum: System Modeling*. <https://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=InvertedPendulum§ion=SystemModeling>
- Cruz, C. (2010). La enseñanza de la modelación matemática en ingeniería. *Revista de la Facultad de Ingeniería Universidad Central de Venezuela*, 25(3), 39-46.

Fontanet, J. G. G., & Ortiz, I. B. (2016). Alternativas de control para un Péndulo de Furuta. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 13(4), Article 4.

<https://doi.org/10.1016/j.riai.2016.05.008>

Giraldo, B. (2010). *“Teoría de Control Análogo”*. Universidad Tecnológica de Pereira.

Govind, A. (2020). *A Comparative Study of Controllers for QUANSER QUBE Servo 2 Rotary Inverted Pendulum System*. Springerprofessional.De.

<https://www.springerprofessional.de/en/a-comparative-study-of-controllers-for-quanser-qube-servo-2-rotal/18356132>

Guarnizo, W. (2022). *“Implementación de un algoritmo de aprendizaje de máquina para la sintonización de un controlador aplicado a un péndulo invertido”*.

Johan Akesson. (2018). *Safe Manual Control of Unstable Systems*.

<https://core.ac.uk/reader/289940800>

Juan Gomez Control Fuzzy. (s. f.). Recuperado 26 de noviembre de 2023, de <https://www.frba.utn.edu.ar/wp-content/uploads/2021/02/Fuzzy-Control.pdf>

Kelhofer, R. (1991). *Combined-cycle gas and steam power plants*. The Fairmont Press Inc.

Lorandi, P., & Hemida, G. (2011). *Controladores PID y Controladores Difusos*. *Revista de la Ingeniería Industrial*.

Malacara, H. (1965). *“Geometrical Ronchi Test of Aspherical ´ Mirrors”* *Applied Optics*.

Martínez, X. (2017). 2.3. *Controlador de acción proporcional e integral (PI)*. *Sistemas automáticos: Tipos de control*. https://www.cienciasfera.com/materiales/tecnologia/tecno02/tema14/23_controlador_de_accin_proporcional_e_integral_pi.html

Mendes, C., & Plucenio, A. (2012). *Disturbance estimator based nonlinear MPC of a three phase separator* (Vol. 45). IFAC. <https://doi.org/10.3182/20120710-4-SG-2026.00060>.

- Mora, M. (2020). "Estudio comparativo entre el control PID clásico y el control pid fraccionario aplicado al sistema del péndulo invertido" (Pereira). Cra.27 10-02.
- Ogata, K. (1987). *Dinámica de Sistemas* (Prentice Hall).
- Ogata, K. (2010). *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación.
- Olivero, C., & Jimenez, N. (2016). *Modelos de péndulos inveridos*.
- Oravec, J. (2012). *MPC based robust stabilization of a chemical reactor*.
- Palacio, S., & Ruge, S. (2015). "Control por planos deslizantes adaptativos de un módulo de un péndulo invertido de rotación". Proyecto de grado.
- Pauloe, N. (2021). *Discrete time model predictive control aproach for inverted pendulum ytem with input constraint*, *International Journal of Electrical and Electronic Engineering (IJEEE) ISSN (PRINT)*.
- Ponce, C. (2014). *Fuzzy Predictive Control Strategy For a Distributed Solar Collector Plant*. IEEE Latin America Transactions.
- Quanser. (2023a). *Qube—Servo 3—Quanser*. <https://www.quanser.com/products/qube-servo-3/>
- Quanser, I. E. (2023b). *Qube-Servo 3*. Quanser. <https://www.quanser.com/products/qube-servo-3/>
- Regalo Núñez, C. (2016). *Control y simulación del Péndulo de Furuta*. <https://idus.us.es/handle/11441/45247>
- Reyes, F. (2015). *Robótica. Control de robots manipuladores*. Alfaomega grupo editor S.A.
- Richalet, J., Rault, A., Testud, J. L., & Papon, J. (1978). Model predictive heuristic control: Applications to industrial processes. *Automatica*, 14(5), 413-428. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(78\)90001-8](https://doi.org/10.1016/0005-1098(78)90001-8)

Salazar, M., & García, Y. (2017). Modelo difuso para optimizar la asignación de nuevos cargos docentes en la Escuela de Sistemas de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes en Venezuela. *Ciencia e Ingeniería*, 38(2), 197-206.

Sanz, J. (2021, mayo 6). *Controladores para la nueva revolución industrial*.
<https://www.automaticaeinstrumentacion.com/texto-diario/mostrar/2871420/controladores-nueva-revolucion-industrial>

Soler, M. (1993). *Control Neuronal*. 1.

Techtalks. (2019, octubre 22). Qué son las redes neuronales y sus funciones. *ATRIA Innovation*. <https://www.atriainnovation.com/que-son-las-redes-neuronales-y-sus-funciones/>

Umeki, H. (2002). *The geometry package*.

Unknown, J. (2018). Tecnoblogph: Robótica. *Tecnoblogph*.
<https://tecnoblogph.blogspot.com/2018/02/robotica.html>

Virginia Mazzone. (s. f.). Recuperado 25 de noviembre de 2023, de
<https://www.eng.newcastle.edu.au/~jhb519/teaching/caut1/Apuntes/PID.pdf>

W., & Praly, L. (1977). "Control of underactuated mechanical systems using switching and saturation,".

Zadhe, L. (1967). "Diagram of Bode" *Information and control*.

Zadhe, L. (2008). "Is there a need for fuzzy logic,".

ANEXOS