



ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO

**CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO
AMBIENTE**

**PROYECTO DE GRADO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:
INGENIERO GEÓGRAFO Y DEL MEDIO AMBIENTE**

**“METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DEL GEOIDE
GRAVIMÉTRICO LOCAL DEL ECUADOR
CONTINENTAL”**

**REALIZADO POR:
MARIO ERNESTO JIJÓN PALMA**

SANGOLQUÍ - ECUADOR

MAYO 2008

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por el Sr. Mario Ernesto Jijón Palma y que ha cumplido con los requerimientos establecidos para un proyecto de Tesis como documento previo a la obtención del Título de Ingeniero Geógrafo y del Medio Ambiente.

Sangolquí, mayo de 2008

Dr. Alfonso Tierra
DIRECTOR

Ing. Alexander Robayo
CODIRECTOR

RESUMEN

El sistema de referencia cartesiano tridimensional geocéntrico proporciona al usuario coordenadas cartesianas (X,Y,Z), pero también vía transformaciones se puede obtener coordenadas geodésicas (latitud, longitud y altura elipsoidal), estas alturas geométricas elipsoidales están referidas a un elipsoide global; en contraste, los métodos clásicos de nivelación, combinados con las reducciones por efectos del campo de gravedad terrestre, proporcionan alturas físicas (ortométricas), las cuales se refieren a una superficie equipotencial de dicho campo (geoide). La combinación de estas alturas es posible si se conoce exactamente la relación entre las superficies verticales de referencia correspondientes, es decir, entre el elipsoide y el geoide.

Esta relación, se denomina altura geoidal (ondulación geoidal) y se determina mediante el modelamiento de mediciones de campo de gravedad terrestre (anomalías gravimétricas). Para el modelamiento antes mencionado se necesitará utilizar la integral de Stokes con el fin de obtener las Ondulaciones Geoidales Residuales, referidas al co-geoide que complementadas con las ondulaciones geoidales del EGM96 y efecto topográfico se determina el Geoide Gravimétrico Local mediante la utilización de la técnica "Remover-Restaurar" a partir de datos dispersos e irregulares.

SUMMARY

The system of Three-dimensional Cartesian Geocentric Reference provides to user Cartesian coordinates (X,Y,Z), but also through transformations can be obtained geodetic coordinates (latitude, longitude and ellipsoidal height), this geometrics ellipsoidal height are referred to an global ellipsoid; in contrast, the classical methods to levelling, combined with the reductions for the terrestrial gravity field effects's, provide physical heights (orthometrics), which are referred to an equipotential surface from this field (geoid). The combination of these heights is possible if you know exactly the relationship between the vertical surfaces of reference, it means, between the ellipsoid and the geoid. This relation is known as geoid height (geoid undulation) and it can be determinate by the modelling of measures from the terrestrial gravity field (gravimetric anomalies). For the modelling before named we need to use the integral Stokes with the purpose to get the Geoidal Undulations Residuals, referred to co-geoid and complement with the geoidals undulations from the EGM96 and the topographic effect, we can determinate the Local Gravimetric Geoid through the use of the technique "Remove-Restore" from dispersed and irregulars data.

DEDICATORIA

El éxito consiste en obtener lo que se desea. La felicidad, en disfrutar lo que se obtiene.

El éxito no se logra sólo con cualidades especiales. Es sobre todo un trabajo de constancia, de método y de organización.

Por medio de la paciencia no hay nada que no se pueda lograr

Tras haber dado un paso más en mi vida académica, quiero dedicar este proyecto con mucha satisfacción, agrado y felicidad:

- A Dios por ser la guía en mi camino, gracias a sus bendiciones he podido cumplir con proyectos y metas que me trazado.

- A mi madre Clara Elena quien con su fuerza, abnegación, entrega, dedicación y sacrificio supo sacar adelante a mi familia, me ha enseñado valores que me han servido en la vida diaria y todos mis éxitos se lo debo a mi madre; por eso le agradezco con todo mi corazón el apoyo que me brinda y toda su comprensión hacia mi. Gracias Dios por darme la oportunidad de ser su hijo y gracias Mami Clari por brindarme tu amor.

- A mi madre abuela Mamá Clarita por ser la persona que me inspira día tras día, por su entrega, empuje, tenacidad y fuerza interior, es la persona que me enseñó a salir adelante ante cualquier obstáculo con el fin de llegar al éxito y la felicidad.

- A mi hermana Fanny Elena por ser la persona con quien puedo contar en las buenas y en las malas, es quien me entrega su amor y a la vez me brinda consejos para el crecimiento personal y espiritual, gracias ñaña por tu paciencia y atención incondicional.

AGRADECIMIENTOS

- A mi tía Inesita quien me entrega mucho amor y cariño, gracias por ser la persona con quien podré contar el resto de mi vida, jamás podré pagarle toda la bondad y sacrificio hacia mi.
- A mi tío Roberto (+) quien fue la persona en la que podía confiar, la que me apoyó y respaldó ante cualquier decisión que tomaba, gracias por ser como eras y recuerda que tu familia es mi familia y siempre estaré pendiente de la tuya.
- A mi abuelitos Fanny y Galo (+), quienes con su cariño y cuidado demostraron el amor hacia mi desde los primeros pasos de mi vida y se que siempre estarán para respaldarme en toda decisión que tome.
- A toda mi familia gracias por su apoyo y por compartir mis momentos felices y tristes, sin su ayuda no seria la persona que soy ahora.
- Al Dr. Tierra director del proyecto quien gracias al seguimiento a lo largo de las diferentes etapas desarrolladas, enseñándome la metodología, me permitió salir adelante en este proyecto de investigación y culminar de forma satisfactoria.
- Al Ing. Robayo co-director del proyecto quien por medio de su paciencia y enseñanzas colaboraron en el desarrollo y culminación de este proyecto.
- Al Ing. Cesar Leiva y al Ing. Patricio Zurita quienes me apoyaron de manera desinteresada en el desarrollo del proyecto de grado.
- Al Ing. Pablo Ordoñez quien fue la persona que me animó a tomar la decisión sobre éste propósito, gracias a su tiempo y colaboración culmine con éxito este proyecto.
- A los panas del barrio Gato, Diego flaco, Diego gordo, gordo Raúl, con quien compartí momentos difíciles y siempre me brindaron su apoyo y jamás me dieron la espalda.
- A los panas para siempre la Yady, Lucy, Mélida, Belenes, Jeaneth, Katia, Cristina, Plinio, Danilo, Julio, José Luis gracias por apoyarme, ser mis amigos y compañeros, pero sobre todo personas con gran calidad humana y generosidad que los destacan como verdaderos amigos.

- A las niñas Shirley, Karen, Karito, Gaby, Alex, Anita y Angélica personas que ocupan un lugar importante en mi corazón, por ser las personas con quien compartí grandes momentos en los últimos niveles de mi carrera universitaria y saben que podrán contar conmigo incondicionalmente.
- A los panas universitarios Claudia Andrea, Catherine, Amanda, César, José Luis, Rubén, Edison, Alonso, Pato, Max compañeros y amigos que conocí en la carrera universitaria, quienes me brindaron su amistad y con los que he compartido farras, cumpleaños, anécdotas, siempre les tengo presente.
- A toda el área verde del Ceinci Dianita, Maria José, Erika, Gaby, Dolores, Majito, Gaby, Dr. Cumbal, por ser mi apoyo y con quien compartí muchas alegrías durante el desarrollo de este proyecto.
- A Sandrita y Miguel quienes me brindaron su amistad y colaboraron en la ejecución de este proyecto.
- A Rosanna y Lore amigas que aprecio y que extrañare el momento de mi partida de la Universidad siempre las recordaré y les deseo muchos éxitos en su vida
- A Diana, Anita, Andrea y Johana con quien compartí felices momentos y a las cuales aprecio, gracias por brindarme su amistad.
- A toda la Unidad de Nomenclatura Ing. Lore, Ing. Andrea Gando, Silvia, Arq. Pérez, Ing. Vilatuña, Frank, Carlitos, Gato, el otro Carlitos, Paco, Pancho y a todas las personas que colaboran en esta unidad por brindarme confianza y apoyo en la ejecución del proyecto de nomenclatura.
- A la Brill y Jessi quienes fueron mi apoyo durante los momentos difíciles en mi etapa laboral.
- Al Carlitos quien fue la persona que me ayudo y colaboró cuando tuve problemas en los equipos informáticos y supo darme solución.
- A todos los profesores, compañeros y demás que me apoyaron en el transcurso de mi carrera y en el desarrollo de este proyecto.

PRÓLOGO

En la actualidad el Ecuador no dispone de un modelo geoidal gravimétrico el cual permita efectuar la transformación de alturas geométricas referidas al elipsoide de referencia y las alturas ortométricas referidas al geoide manteniendo la calidad de las alturas obtenidas con GPS; para lo cual el valor de la Ondulación Geoidal derivada a través de modelos geopotenciales globales no es suficiente para ciertas aplicaciones en ingeniería.

Actualmente, los países de la Comunidad de Naciones Sudamericanas se encuentran realizando tareas para determinar el modelo geoidal en sus respectivos países por lo que el Ecuador también debe hacerlo ya que no dispone de ninguno, es por esta razón que es indispensable realizar estudios respecto a este tema de estudio.

En nuestro país, los datos gravimétricos fueron observados en forma dispersa, irregular y en diferentes épocas, generando áreas sin ninguna información, por lo que se realizará métodos de interpolación para la generación de mallas de anomalías de gravedad.

Para la generación de un modelo geoidal de una región o de un país, usando la integral de Stokes es necesario que se disponga de información gravimétrica de toda la superficie terrestre haciendo esto que sea por el momento imposible de realizarlo. Para evitar este problema, se hará uso de la técnica Remover-Restaurar.

ÍNDICE DE CONTENIDO

CERTIFICACIÓN.....	II
RESUMEN.....	III
SUMMARY	IV
DEDICATORIA	V
AGRADECIMIENTOS.....	VI
PRÓLOGO.....	VIII
ÍNDICE DE CONTENIDO	IX
ÍNDICE DE FIGURAS.....	XII
ÍNDICE DE TABLAS.....	XIII
GLOSARIO.....	XIV

ÍNDICE DE CONTENIDO

CAPÍTULO I

INTRODUCCION	1
--------------	---

CAPÍTULO II

2.1	GEODESIA	5
2.2	GEODESIA FÍSICA	5
	2.2.1 Superficies de Referencia.....	6
	2.2.1.1 Superficie Física de la Tierra	6
	2.2.1.2 El elipsoide de revolución	6
	2.2.1.3 El Geoide.....	9
2.3	TIPOS DE ALTURAS	9
2.4	CAMPO DE GRAVEDAD TERRESTRE	11
2.5	POTENCIAL DE GRAVEDAD	14
2.6	CAMPO DE GRAVEDAD DE LA TIERRA REAL	16
	2.6.1 Geopotencial.....	16
2.7	CAMPO DE GRAVEDAD DE LA TIERRA NORMAL	18
	2.7.1 Esferopotencial	18
2.8	POTENCIAL PERTURBADOR O ANÓMALO	20
2.9	EARTH GRAVITACIONAL MODEL 1996 – EGM96	21
2.10	ANOMALÍAS DE GRAVEDAD	22
	2.10.1 Anomalía de Aire libre.....	23
	2.10.2 Bouguer Completa	26
	2.10.2.1 Lámina de Bouguer	26
	2.10.2.2 Corrección del Terreno.....	28
	2.10.2.2.1 Método de Prismas.....	30
	2.10.3 Isostasia.....	31
	2.10.3.1 Sistema Pratt-Hayford	32
	2.10.4 Segunda Condensación de Helmert	33
2.11	GENERACIÓN DE MALLAS GRAVIMÉTRICAS	35

2.11.1	Kriging.....	35
2.11.2	Mínima Curvatura.....	38
2.12	EFFECTO INDIRECTO DE LA TOPOGRAFÍA.....	41
2.13	FÓRMULA DE STOKES.....	42
2.13.1	Integración Numérica.....	43
2.14	TÉCNICA “REMOVER – RESTAURAR”.....	46
2.14.1	Remover.....	46
2.14.2	Restaurar.....	47
2.15	SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL POR SATELITES (GPS).....	48
2.15.1	Principios Fundamentales.....	48
2.15.2	Principios Básicos del GPS.....	49
2.15.2.1	Principio Básico de Posicionamiento por Satélites.....	49
2.15.2.2	Principio Básico de Posicionamiento con el Sistema NAVSTAR – GPS. ..	50
2.15.2.3	Objetivos Del Sistema.....	51
2.15.3	Segmentos De Sistema.....	52
2.15.3.1	Segmento Espacial.....	52
2.15.3.2	Segmento de Control.....	53
2.15.3.3	Segmento de Usuario.....	54
2.15.4	Señales transmitidas por el satélite.....	54
2.15.4.1	Señales por códigos.....	55
2.15.4.2	Señales de la Portadora.....	55
2.15.4.3	Señales de Mensaje de Navegación.....	55
2.15.5	Método Estático.....	56
2.16	NIVELACIÓN.....	57
2.16.1	Métodos para Determinar Diferencias de Elevación.....	58
2.16.2	Nivelación Geométrica.....	58
2.16.3	Nivelación de gran Precisión.....	59

CAPÍTULO III

3.1	EVALUACIÓN DE LA INFORMACIÓN EXISTENTE.....	60
3.2	METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LA ANOMALÍA RESULTANTE DE LA CONDENSACIÓN DE HELMERT.....	60
3.2.1	METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LA CORRECCIÓN POR TERRENO.....	61
3.2.2	METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LAS ANOMALÍAS DE GRAVEDAD DE AIRE LIBRE.....	62
3.2.3	METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LAS ANOMALÍAS DE GRAVEDAD EFECTO INDIRECTO.....	63
3.3	METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LAS ONDULACIONES GEOIDALES DEBIDO AL EFECTO INDIRECTO.....	63
3.4	METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LAS ANOMALIAS DE GRAVEDAD Y ONDULACIONES GEOIDALES UTILIZANDO EL MODELO GEOPOTENCIAL (EGM96).....	64
3.5	METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LAS ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES.....	65
3.6	METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DEL LAS ONDULACIONES GEOIDALES DEL ECUADOR CONTINENTAL.....	65
3.7	METODOLOGÍA PARA EVALUACIÓN DEL MODELO GEOIDAL.....	66
3.8	METODOLOGÍA PARA LA OBTENCIÓN DE MALLAS GRAVIMETRICAS (MÉTODO KRIGING).....	67

CAPÍTULO IV

4.1 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE	68
4.2 RESULTADOS DE LA CORRECCIÓN POR TERRENO	70
4.3 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS DE GRAVEDAD EFECTO INDIRECTO	72
4.4 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LA ANOMALÍA RESULTANTE DE LA SEGUNDA CONDENSACION DE HELMERT	74
4.5 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LA ANOMALÍAS DE GRAVEDAD Y ONDULACIONES GEOIDALES A PARTIR DEL MODELO GEOPOTENCIAL EGM 96	76
4.6 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS RESIDUALES	79
4.7 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES RESPECTO AL CO-GEOIDE	81
4.8 CÁLCULOS Y RESULTADOS DEL EFECTO INDIRECTO	83
4.9 RESULTADOS DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DEL ECUADOR CONTINENTAL	85
4.10 EVALUACIÓN DEL MODELO GEOIDAL MEDIANTE LA TÉCNICA GPS Y NIVELACIÓN GEOMÉTRICA Y LA TÉCNICA “REMOVER – RESTAURAR”	87

CAPÍTULO V

5.1 CONCLUSIONES.....	91
5.2 RECOMENDACIONES	93

ANEXOS

ANEXO A	95
ANEXO B	97
ANEXO C	99
ANEXO D	101
ANEXO E.....	103
ANEXO F.....	105
ANEXO G	107
ANEXO H	109
ANEXO I.....	111
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	115

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura. 2.1 Ejes de un elipsoide	7
Figura. 2.2 Relación entre las Superficies de Referencia Geodésicas	9
Figura. 2.3 Representación de tipos de alturas	10
Figura. 2.4 Atracción gravitacional entre dos cuerpos	12
Figura. 2.5 Atracción gravitacional de un cuerpo	13
Figura. 2.6 Atracción gravitacional	14
Figura. 2.7 Desviaciones del campo de gravedad de la tierra respecto del campo normal	20
Figura. 2.8 Modelo Geoidal de la Tierra EGM96	21
Figura. 2.9 Anomalía de Gravedad	23
Figura. 2.10 Lámina de Bouguer	26
Figura. 2.11 Efectos isostáticos y topográficos	28
Figura. 2.12 Corrección por terreno	29
Figura. 2.13. Métodos de prismas	30
Figura. 2.14. Modelo de Pratt-Hayford	32
Figura. 2.15. Modelo de condensación de Helmert	34
Figura. 2.16 Representación gráfica del variograma	36
Figura. 2.17 Modelo Mínima Curvatura	38
Figura. 2.18 Métodos de Interpolación	40
Figura. 2.19 Comparación entre el geoide y co-geoide	41
Figura. 2.20 Esquema de la constelación NAVSTAR	48
Figura. 2.21 Principio Básico de Posicionamiento por Satélites	50
Figura. 2.22 Principio Básico de Posicionamiento con el NAVSTAR - GPS	51
Figura. 2.23 Segmento de Control. Estaciones de Seguimiento	54
Figura. 2.24 Nivelación	57
Figura. 2.25 Nivelación Geométrica	59
Figura. 3.1 Radio de las áreas de influencia en la corrección topográfica	61

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla. 2.1 Parámetros de los elipsoides de referencia.....	8
Tabla. 2.2 Parámetros de la Tierra según WGS-84.....	8
Tabla. 2.3 Método Kriging.....	36
Tabla. 2.4 Método Kriging.....	37
Tabla. 2.5 Método Mínima Curvatura.....	39
Tabla. 2.6 Método Mínima Curvatura.....	39
Tabla. 2.7 Comparación Entre Métodos De Interpolación.....	40
Tabla 4.1 VALORES DE ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE MUESTRA 50 PUNTOS (mGal).....	68
Tabla 4.2 RESUMEN ESTADÍSTICO DE ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE (mGal).....	69
Tabla 4.3 VALORES DE CORRECCION POR TERRENO MUESTRA 50 PUNTOS (mGal).....	70
Tabla 4.4 RESUMEN ESTADÍSTICO DE CORRECCION POR TERRENO (mGal).....	71
Tabla 4.5 VALORES DE ANOMALÍAS DE GRAVEDAD DEL EFECTO INDIRECTO MUESTRA 50 PUNTOS (mGal).....	72
Tabla 4.6 RESUMEN ESTADÍSTICO DE ANOMALÍAS DE GRAVEDAD EFECTO INDIRECTO (mGal).....	73
Tabla 4.7 VALORES DE ANOMALÍAS DE GRAVEDAD SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMERT MUESTRA 50 PUNTOS (mGal).....	74
Tabla 4.8 RESUMEN ESTADÍSTICO DE LA ANOMALIA RESULTANTE 2DA CONDENSACIÓN DE HELMERT (mGal).....	75
Tabla 4.9 VALORES DE ANOMALÍAS DE GRAVEDAD Y ONDULACIONES GEOIDALES A PARTIR DEL MODELO GEOPOTENCIAL EGM96 MUESTRA 50 PUNTOS.....	76
Tabla 4.10 RESUMEN ESTADÍSTICO DE ANOMALÍAS DE GRAVEDAD A PARTIR MODELO GEOPOTENCIAL EGM96 (mGal).....	77
Tabla 4.11 RESUMEN ESTADÍSTICO DE ONDULACIONES GEOIDALES A PARTIR MODELO GEOPOTENCIAL EGM96 (m).....	78
Tabla 4.12 VALORES DE ANOMALÍAS RESIDUALES MUESTRA 50 PUNTOS (mGal).....	79
Tabla 4.13 RESUMEN ESTADÍSTICO DE LAS ANOMALÍAS RESIDUALES (mGal).....	80
Tabla 4.14 VALORES DE ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES MUESTRA 50 PUNTOS (m).....	81
Tabla 4.15 RESUMEN ESTADÍSTICO DE ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES RESPECTO AL CO-GEOIDE (m).....	82
Tabla 4.16 VALORES DEL EFECTO INDIRECTO MUESTRA 50 PUNTOS (m).....	83
Tabla 4.17 RESUMEN ESTADÍSTICO DEL EFECTO INDIRECTO (m).....	84
Tabla 4.18 VALORES DEL GEOIDE GRAVIMETRICO LOCAL PARA EL ECUADOR CONTINENTAL MUESTRA 50 PUNTOS (m).....	85
Tabla 4.19 RESUMEN ESTADÍSTICO DEL GEOIDE GRAVIMETRICO LOCAL DEL ECUADOR CONTINENTAL (m).....	86
Tabla 4.20 DATOS TÉCNICA GPS Y NIVELACIÓN GEOMÉTRICA (m).....	87
Tabla 4.21 VALORES DE ONDULACIONES GEOIDALES (m).....	88
Tabla 4.22 CÁLCULOS ESTADÍSTICOS PARA EVALUACIÓN DE MODELOS.....	89
Tabla 4.23 COMPARACION DE MODELOS GEOIDALES (m).....	90

GLOSARIO

Altura Elipsoidal

Medida de la distancia de un punto terrestre a la superficie de un elipsoide referencia.

Altura ortométrica

Medida de la distancia de un punto al geoide según la línea de la plomada.

Block I, II, IIR, IIF

Son distintas generaciones de satélites GPS según reemplazos progresivos. Los últimos corresponden a una clase que operará en el futuro.

Código C/A

Modulado sobre la señal GPS L1. Se trata de una secuencia de 1023 bits generados con una frecuencia de 1,023MHz (millones de bits por segundo), por lo que se repite íntegramente cada milisegundo. En otras palabras, es una serie ordenada de dígitos binarios (0 y 1) modulada sobre la señal según un patrón propio de cada satélite. Esto se traduce en un ruido electrónico con apariencia azarosa, por eso se lo llama Pseudo Random Noise o PRN. Cada satélite tiene el suyo y se lo usa para identificarlo, SV1 al 36. Su función es permitir determinar el tiempo invertido por la señal en recorrer la distancia entre el satélite y el receptor:

$$\text{distancia} = \text{velocidad} * \text{tiempo}$$

Código P

Código preciso o protegido de la señal GPS, usado normalmente por los receptores militares o usuarios autorizados por el DoD. Difundida en 10,23Mhz, se trata de una secuencia binaria muy larga (1014 bits) modulada sobre una portadora GPS, la cual se repite cada 267 días.

Coordenadas cartesianas o rectangulares

Números reales X,Y,Z representativos de la posición de un punto P de la Tierra en relación a tres ejes mutuamente perpendiculares que se intersecan en un punto común u origen. También se las reconoce como las componentes rectangulares del vector que identifica a P.

Coordenadas geodésicas

Un sistema de coordenadas donde la posición de un punto es definida usando los elementos latitud, longitud y altura elipsoidal.

Datum geodésico

Modelo matemático diseñado para el óptimo ajuste de una parte o de todo el geoide. Queda definido por un elipsoide y por la relación entre éste y un punto sobre la superficie topográfica escogido como origen del datum. Dicha relación se define, general pero no necesariamente, mediante seis magnitudes: latitud y longitud geodesicas y altitud ortométrica del origen, las dos componentes de la desviación relativa de la vertical en el origen y el acimut geodésico de una dirección desde el origen a cualquier otro punto. GPS utiliza WGS-84 (v. WGS-84)

Datum global

Un datum geodésico mundial está definido por el tamaño, forma y orientación de un elipsoide y la ubicación del centro de éste con respecto al centro de la Tierra.

EGM96 (Earth Gravitational Model 1996) por sus siglas en inglés; es un modelo geopotencial de la superficie terrestre constituido de la suma de armónicos esféricos de grado y orden de hasta 360.

Elipsoide

Superficie matemática cuyas secciones planas son elipses, la cual es usada para representar la Tierra. En Geodesia se aplica el "elipsoide de revolución aplastado", figura tridimensional generada por una elipse que rota alrededor de su eje menor. Se define por dos cantidades, semieje mayor y aplastamiento: a y $f = (a - b) / a$

Errores aleatorios o accidentales

Errores que no obedecen a un ley matemática o física conocida y tienden a distribuirse en torno a la media simétricamente, con frecuencia creciente en la medida que disminuye su magnitud.

Errores groseros

Errores o yerros que resultan del mal funcionamiento del equipo, condiciones de observación adversas o de una equivocación o distracción del operador. Son fáciles de reconocer y deben excluirse de cualquier procesamiento posterior.

Errores sistemáticos

Errores que siguen una ley determinada que sesga las observaciones porque actúan siempre en mismo sentido. Deben eliminarse determinando su influencia para corregirlos o por una técnica adecuada de medición.

Geocentro

Centro de masa de la Tierra, incluida la atmósfera. Actualmente se acepta que la precisión en su determinación se encuentra en el orden de 1m.

Geodesia

Ciencia que tiene por objeto el estudio y la determinación de la forma, dimensiones y campo de la gravedad de la Tierra y de los cuerpos celestes cercanos a ella. Previamente a la realización del mapa topográfico de un país, son necesarios los trabajos de Geodesia. Permite obtener datos para fijar con exactitud los puntos de control de la triangulación y la nivelación.

Geodesia Física

Es la rama de la Geodesia Superior en la que se considera la teoría física del estudio de la figura de la Tierra y de su campo gravitacional. Como objetivo tiene la determinación de los parámetros del elipsoide terrestre, el estudio de las desviaciones con respecto a su superficie y los cálculos del potencial de la fuerza de gravedad terrestre.

Geoide

Es la superficie de nivel, equipotencial en el campo de la gravedad, que adopta la forma de esferoide irregular tridimensional. Debido a que depende de la distribución de masas en el interior de la Tierra, es imposible de representar matemáticamente. Para ello se utiliza el elipsoide de referencia que más se le aproxime o ajuste. Es coincidente con la superficie del agua en reposo de los océanos, extendida virtualmente por debajo de los continentes, de manera que la

dirección de las líneas de plomada crucen perpendicularmente esta superficie en todos sus puntos.

GLONASS (Global Navigation Satellite System)

Глобальная Навигационная Спутниковая Система: sistema ruso de navegación por satélites de diseño muy similar al GPS.

GPS (Global Positioning System) por sus siglas en inglés; Sistema de Posicionamiento Global que permite determinar en todo el mundo la posición de un objeto, una persona, un vehículo o una nave, con una precisión hasta de centímetros, usando GPS diferencial, aunque lo habitual son unos pocos metros.

GRS80

Sistema de Referencia Geodésica adoptado por la Asamblea General de Asociación Internacional de Geodesia (IAG) del año 1979. Sus principales parámetros son: $a = 6378137m$ $1/f = 298.257222101$

IERS = International Earth Rotation Service

El Servicio Internacional de Rotación de la Tierra, establecido conjuntamente por la International Astronomical Union (IAU) y la International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG) en 1988, tiene por misión proveer al mundo científico y a la comunidad técnica valores de referencia para los parámetros de orientación de la Tierra (EOP) que surgen al considerar el movimiento del polo y las variaciones de la velocidad de rotación de la Tierra. Para ello contribuyen técnicas espaciales geodésicas entre las que se incluye el GPS.

ITRF = IERS Terrestrial Reference Frame

Marco de referencia terrestre internacional definido, materializado y mantenido por el IERS. Sus coordenadas están relacionadas a un sistema con origen en el centro de masa de la Tierra (incluidos los océanos y la atmósfera) y orientación de sus ejes consistentes con las resoluciones emanadas de la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica (IUGG) y la Unión Astronómica Internacional (IAU). El elipsoide de referencia es el mismo que el del WGS84. En la escritura corriente es acompañado por un número que señala el año al cual corresponden las coordenadas, por ej. ITRF96.

Latitud geodésica

Ángulo entre la normal a la superficie del elipsoide que pasa por el punto de interés y el plano del ecuador. Se la mide entre 0° y 90° hacia el Norte (+) y el Sur (-) de este último.

Longitud geodésica

Angulo entre los planos del primer meridiano o meridiano 0 y del meridiano geodésico del punto en cuestión. Usualmente se la trabaja entre 0° y 180° al Este (+) y al Oeste (-) de aquél.

L1 y L2

Señales radiadas por cada satélite de la constelación GPS. L1 a 1575,42Mhz está modulada con los códigos C/A y P, a los que se le suma el mensaje de navegación. L2 en 1227,60MHz, sólo porta el código P y el mensaje de navegación.

Método Estático

Método de medición caracterizado por la ocupación simultánea de dos o más puntos durante un período suficientemente prolongado de tiempo mientras los receptores se mantienen estacionarios en tanto registran los datos. Es la técnica de mejor precisión.

NAVSTAR GPS NAVigation System With Time And Ranging y Global Positioning System.

Ondulación del geoide = separación geoide-elipsoide

Diferencia entre la altura elipsóidica y la altura ortométrica de un punto de la superficie terrestre. Suele también usarse la denominación altura del geoide.

Segmento de control

Una red mundial de estaciones GPS que se ocupan del monitoreo y control de los satélites para asegurar la exactitud de sus posiciones y buen funcionamiento de sus relojes.

Segmento del usuario

El conjunto de elementos constituido por todos los equipos, software y tecnología utilizados para la recepción de las señales provenientes de los satélites que permiten el posicionamiento y la determinación del tiempo

Segmento espacial

Parte del Sistema GPS localizada en el espacio, es decir, los satélites y sus componentes.

SIRGAS

Acónimo de Sistema de Referencia Geocéntrico para América del Sur, fue creado con el objetivo de definir un sistema de referencia para Sudamérica, establecer y mantener una red de referencia y establecer un dato geocéntrico, Dicha red está integrada por unas 57 estaciones diseminadas por el continente, de las cuales 10 en territorio argentino, 6 de ellas pertenecientes a la Red POSGAR y otras 2 vinculadas a la misma. El sistema de referencia SIRGAS es ITRF y a él se ha asimilado el sistema POSGAR 98.

SRTM (Shuttle Radar Topography Mission)

Proyecto conjunto entre NIMA ahora NGA (National Geospatial Intelligence Agency) con las agencias espaciales de Alemania e Italia, consiste en un sistema de radar especialmente modificado que vuela a bordo de la nave Shuttle Endeavour. Utilizó la técnica de interferometría radar, en la cual 2 imágenes radar son tomadas de un mismo sitio desde dos posiciones diferentes.

WGS 84 = World Geodetic System 1984

Es el sistema mundial de uso más extendido. Definido y mantenido por la Defense Mapping Agency (DMA) de los Estados Unidos, es el datum al cual se relaciona toda la información del posicionamiento GPS por utilizarlo justamente para sus mensajes de navegación. La materialización del mismo es un catálogo de coordenadas de más de 1500 estaciones geodésicas distribuidas por todo el mundo.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN:

El desarrollo de las nuevas tecnologías apoyadas en satélites para la determinación de coordenadas ha revolucionado no solamente en los procedimientos de observación de campo, sino también los métodos de procesamiento y las bases teóricas de la Geodesia; en especial, los sistemas de referencia. En general, las órbitas de los satélites son calculadas sobre un sistema de coordenadas cartesiano tridimensional geocéntrico; de allí, las posiciones de los puntos determinados a partir de posicionamiento satelital, se obtienen en dicho sistema.

La vinculación de la componente horizontal (latitud, y longitud) de estos nuevos puntos a los datums geodésicos clásicos (no geocéntricos), es efectiva mediante una transformación geométrica; mientras que, su componente vertical (la altura) requiere de la formulación de relaciones físicas que ofrezcan la consistencia necesaria para combinar las alturas niveladas (afectadas por el campo de gravedad terrestre) y las proporcionadas por los nuevos métodos (como el GPS), las cuales son cantidades netamente geométricas (independientes del campo de gravedad).

El sistema de referencia cartesiano tridimensional geocéntrico proporciona al usuario coordenadas cartesianas (X,Y,Z), pero también vía transformaciones se puede obtener coordenadas geodésicas (latitud, longitud y altura elipsoidal), estas alturas geométricas elipsoidales están referidas a un elipsoide global; en contraste, los métodos clásicos de nivelación, combinados con las reducciones por efectos del campo de gravedad terrestre, proporcionan alturas físicas (ortométricas), las cuales se refieren a una superficie equipotencial de dicho campo (geoide). La combinación de estas alturas es posible si se conoce exactamente la relación entre las superficies verticales de referencia correspondientes, es decir, entre el elipsoide y el geoide.

Esta relación, se denomina altura geoidal (ondulación geoidal) y se determina mediante el modelamiento de mediciones de campo de gravedad terrestre (anomalías gravimétricas). Para el modelamiento antes mencionado se necesitará utilizar la integral de Stokes con el fin de obtener las Ondulaciones Geoidales Residuales, que complementadas con las ondulaciones geoidales del EGM96 y las ondulaciones geoidales debidas al efecto topográfico se determina el Geoide Gravimétrico Local.

Para la obtención de las anomalías residuales se uso la segunda condensación de Helmert, considerando las anomalías de aire libre, correcciones de terreno y la remoción de las longitudes de onda larga del campo de gravedad usando el modelo geopotencial EGM96.

Por lo antes mencionado para la ejecución del proyecto se usó 11017 puntos (latitud, longitud, altura nivelada y lecturas de gravedad) que se las obtuvo a lo largo del Ecuador Continental; insumos necesarios para la determinación de Geoide Gravimétrico Local que vinculados con los modelos digitales MDE del SRTM, los valores de densidad media que permitieron presentar el procedimiento del cálculo de un geoide gravimétrico local, a través de la aplicación de la técnica de “remover-restaurar” para poder calcular ondulaciones geoidales.

ANTECEDENTES

La determinación de alturas ortométricas para una región mediante las observaciones GPS y determinación gravimétrica del geoide, es una línea de investigación clásica en Geofísica, y más concretamente en Geodesia. Esta línea de investigación ha dado siempre excelentes resultados a la hora de caracterizar las ondulaciones del geoide terrestre, permitiendo con ello, obtener alturas ortométricas con gran precisión. En consecuencia, son beneficiarios de estos estudios, la comunidad de usuarios de GPS, tanto científicos como técnicos; interesados en una localización más precisa de alturas ortométricas sin nivelación. Usando únicamente medidas con el sistema GPS, sólo se obtiene una precisión suficiente en planimetría. Para obtener una similar precisión en altura, es necesario disponer de un modelo de geoide cuya ondulación sea precisa, de esta forma se podrán realizar medidas de alturas ortométricas, sin nivelación.

Por esta razón a través de este proyecto se quiere presentar el procedimiento del cálculo de un geoide gravimétrico local, a través de la aplicación de la técnica de “remover-restaurar” para poder calcular ondulaciones geoidales.

JUSTIFICACIÓN

En la actualidad el Ecuador no dispone de un modelo geoidal gravimétrico el cual permita efectuar la transformación de alturas geométricas referidas al elipsoide de referencia y las alturas ortométricas referidas al geoide manteniendo la calidad de las alturas obtenidas con GPS; para lo cual el valor de la Ondulación Geoidal derivada a través de modelos geopotenciales globales no es suficiente para ciertas aplicaciones en ingeniería.

Actualmente, los países de la Comunidad de Naciones Sudamericanas se encuentran realizando tareas para determinar el modelo geoidal en sus respectivos países por lo que el Ecuador también debe hacerlo ya que no dispone de ninguno, es por esta razón que es indispensable realizar estudios respecto a este tema de estudio.

En nuestro país, los datos gravimétricos fueron observados en forma dispersa, irregular y en diferentes épocas, generando áreas sin ninguna información, por lo que se realizará métodos de interpolación para la generación de mallas de anomalías de gravedad.

Para la generación de un modelo geoidal de una región o de un país, usando la integral de Stokes es necesario que se disponga de información gravimétrica de toda la superficie terrestre haciendo esto que sea por el momento imposible de realizarlo. Para evitar este problema, se hará uso de la técnica Remover-Restaurar.

De esta manera, se presentan a continuación los objetivos y metas planteadas en este proyecto:

OBJETIVO GENERAL

- Calcular el geoide gravimétrico local para el Ecuador Continental mediante la utilización de la técnica “Remover-Restaurar” a partir de datos dispersos e irregulares.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Calcular las ondulaciones geoidales residuales respecto al co-geoide mediante la integración de Stokes.
- Calcular las ondulaciones geoidales a partir de un modelo neopotencial EGM96
- Calcular las ondulaciones geoidales, a partir de las ondulaciones geoidales respecto al EGM96 y las ondulaciones geoidales residuales
- Calcular las ondulaciones geoidales debido al efecto indirecto (efecto topográfico)
- Evaluar el modelo geoidal del Ecuador.

METAS DEL PROYECTO

- Generar el mapa de las ondulaciones geoidales mediante el uso del EGM96 (Earth Geopotential Model).
- Realizar el mapa de las ondulaciones geoidales debido a los efectos topográficos.
- Restaurar los efectos del modelo geopotencial y del efecto indirecto.
- Evaluación del modelo geoidal local mediante el uso de datos de GPS y nivelación.
- Generar un mapa preliminar de ondulaciones geoidales para el Ecuador Continental.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1 GEODESIA

La Geodesia es la ciencia que estudia la forma y las dimensiones de la Tierra, así como el campo de gravedad y sus variaciones temporales (Gemael, 1999).

Con el desarrollo tecnológico la geodesia a experimentado grandes avances gracias a las innovaciones en tecnología espacial, particularmente en el desarrollo satelital, como es el caso de la aparición de los sistemas de navegación global por satélites (GNSS) y el sistema de posicionamiento global (GPS), lo que permite determinar la posición de cualquier punto sobre la superficie terrestre.

Nuevos campos de acción pasaran a formar parte del objeto de la Geodesia, pudiéndose citar, entre otros, la determinación de los parámetros definidores de los campos de gravedad, así mismo como las variaciones temporales de la grandes medidas, visto que, considerando la rigidez del planeta las deformaciones provenientes de la atracción de fuerzas externas hacen las coordenadas de un punto variables con el tiempo.

Innovaciones como estas, representan importantes avances para los sistemas de referencia geodésicos en la obtención de posiciones planimétricas y altimétricas de gran precisión.

2.2 GEODESIA FÍSICA

El área de la geodesia que se preocupa del estudio de la gravedad y sus aplicaciones geodésicas se llama Geodesia Física, ésta estudia el campo gravitatorio de la tierra, partiendo de las mediciones del mismo (mediante estaciones gravimétricas).

Antes de desarrollar este tema se debe tomar en cuenta las superficies de referencia, ya que éstas se relacionan con la gravedad y sus aplicaciones.

2.2.1 Superficies de Referencia

2.2.1.1 Superficie Física de la Tierra

La superficie física de la tierra esta constituida por la topografía y el fondo oceánico, es aquí sobre esta superficie donde se realizan las observaciones geodésicas y topográficas. Sin embargo, debido a su forma irregular no es adecuada para cálculos matemáticos exactos.

La superficie física de la tierra o también llamada superficie topográfica es mas objetiva por su variedad de formas geomorfológicas e hidrográficas.

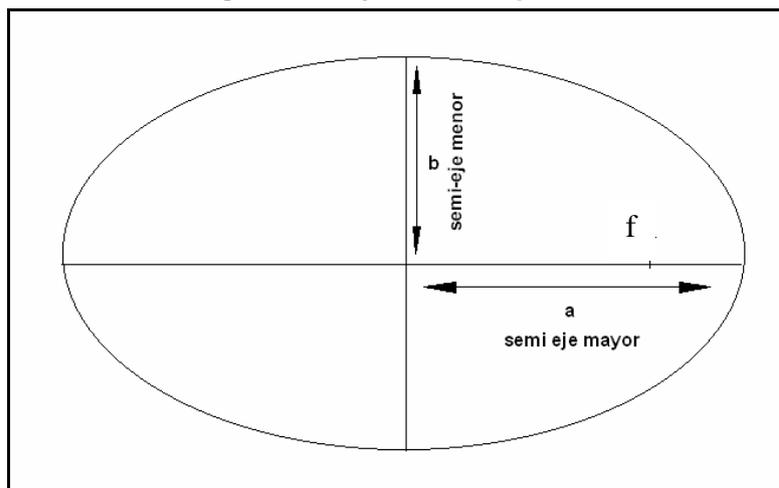
2.2.1.2 El elipsoide de revolución

El elipsoide es una superficie matemática simple que mejor se aproxima a la forma de la Tierra. Dado que es una superficie matemática más que física la mayor parte de los cálculos geodésicos se realizan sobre la base de un elipsoide.

Existen diferentes modelos de elipsoides utilizados en geodesia, denominados *elipsoides de referencia*. Las diferencias entre éstos vienen dadas por los valores asignados a sus parámetros más importantes: (ver Figura. 2.1)

- *Semieje ecuatorial* o *Semieje mayor* (a): Longitud del semieje correspondiente al Ecuador, desde el centro de masas de la Tierra hasta la superficie terrestre.
- *Semieje polar* o *Semieje menor* (b): Longitud del semieje desde el centro de masas de la Tierra hasta uno de los polos. Alrededor de este eje se realiza la rotación de la elipse base.

Figura. 2.1 Ejes de un elipsoide



Debido a que la tierra es ligeramente aplastada en los polos y algo abultada en el Ecuador, la figura geométrica que se le asemeja es un elipsoide de revolución de dos ejes. Dicho elipsoide se logra haciéndolo girar a este alrededor de su eje menor.

A partir de las dimensiones de los semi-ejes a y b se definen los siguientes parámetros:

$$\text{Achatamiento:} \quad f = \frac{a - b}{a} \quad (2.1)$$

$$\text{Primera excentricidad:} \quad e_1^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (2.2)$$

$$\text{Segunda excentricidad:} \quad e_2^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad (2.3)$$

Alterando los valores de los coeficientes a y b se obtienen diferentes elipsoides. Se han propuesto diversos elipsoides de referencia, generalmente se conocen con el nombre de su creador. La razón de tener diferentes elipsoides es que ninguno de ellos puede adaptarse completamente a todas las irregularidades del Geoide, aunque cada uno de ellos se adapta razonablemente bien a una zona concreta de la superficie terrestre. Por tanto en cada país se utilizará el más conveniente en función de la zona del planeta en que se encuentre ya que el

objetivo fundamental de un elipsoide es asignar a cada punto de la superficie del país donde se utiliza.

Los valores de estos parámetros para algunos elipsoides de referencia importantes se presentan en la Tabla. 2.1

Tabla. 2.1 Parámetros de los elipsoides de referencia

Nombre	a (m)	b (m)	1/f
<i>Australian National</i>	6378160	6356774.72	298.25
<i>Bessel 1841</i>	6377397.16	6356078.96	299.15281
<i>Clarke 1866</i>	6378206.4	6356583.8	294.9787
<i>Clarke 1880</i>	6378249.15	6356514.87	293.465
<i>Everest 1956</i>	6377301.24	6356100.23	300.8017
<i>Fischer 1968</i>	6378150	6356768.34	298.3
<i>GRS 1980</i>	6378137	6356752.3141403558	298.257222101
<i>International 1924 (Hayford)</i>	6378388	6356911.95	297
<i>SGS 85</i>	6378136	6356751.3	298.257
<i>South American 1969</i>	6378160	6356774.72	298.25
<i>WGS 72</i>	6378135	6356750.52	298.26
<i>WGS 84</i>	6378137	6356752.312451795	298.257223563

Fuente: <http://nacc.upc.es/>

Uno de los elipsoides de referencia más utilizados actualmente es el descrito en el sistema denominado *World Geodetic System 84* (WGS-84), desarrollado por el Departamento de Defensa de los EEUU, y que tiene como origen el centro de masas de la Tierra. Su popularidad se debe a que es el utilizado por el sistema de posicionamiento global por satélite GPS.

El *elipsoide WGS-84* define los parámetros geométricos para la Tierra indicados en la Tabla. 2.2

Tabla. 2.2 Parámetros de la Tierra según WGS-84

Nombre	Símbolo	Valor
<i>Semieje mayor de la elipse</i>	a	6378,137000 km
<i>Semieje menor de la elipse</i>	b	6356,752314 km
<i>Factor de achatamiento</i>	$f = \frac{a-b}{a}$	1/298,257223563

Fuente: <http://nacc.upc.es/>

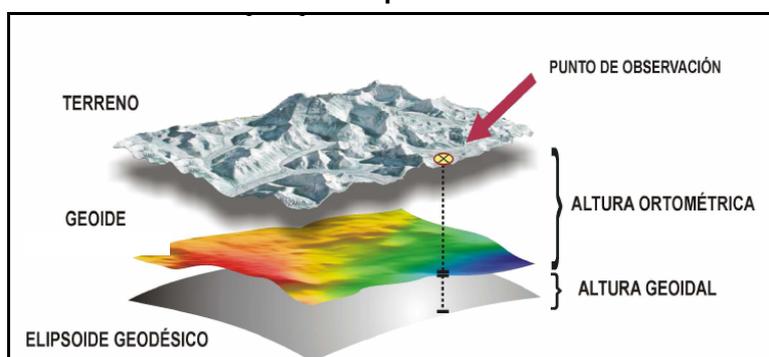
2.2.1.3 El Geoide

Es una superficie de nivel que se aproxima al nivel medio del mar sin perturbaciones, la cual se prolonga por debajo de los continentes y cubre la Tierra en su totalidad. Puede ser imaginada como la superficie del mar libre de los efectos de rotación de la Tierra y mareas, siendo en todo punto perpendicular a la línea de plomada o dirección de la gravedad. Entonces el geoide es un modelo físico que busca representar la verdadera forma de la Tierra calculándola como una superficie de potencial de gravedad constante.

Es importante señalar que debido a los efectos de variación en la densidad y distribución de masas de la Tierra, la forma del geoide es irregular; obedece de manera directa a los cambios en el campo de gravedad.

La relación existente entre la superficie física de la tierra, el geoide y el elipsoide de referencia esta expresada en la Figura. 2.2

Figura. 2.2 Relación entre las Superficies de Referencia Geodésicas



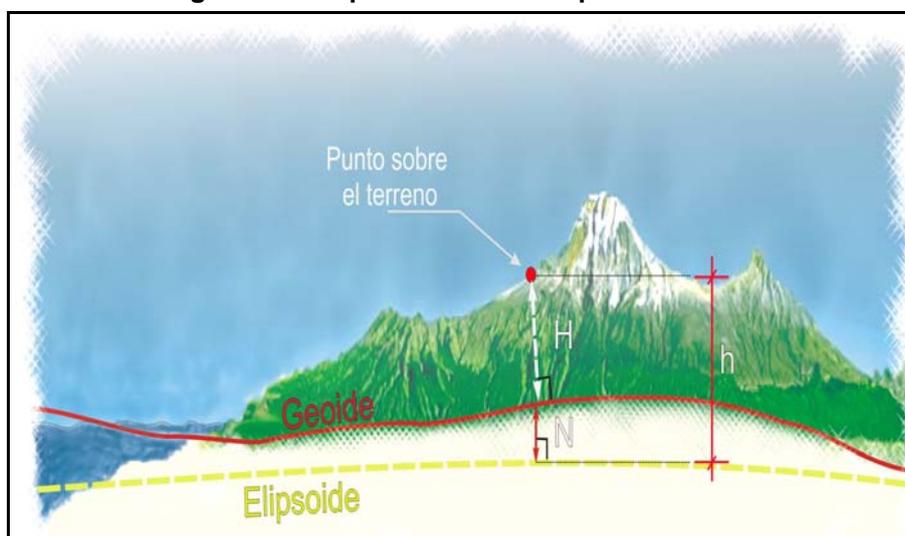
Fuente: INEGI México 2007

2.3 TIPOS DE ALTURAS

Después de realizar el análisis y comprensión de las superficies de referencia, es importante conocer las distancias que existen entre estas, estas distancias se las conoce como alturas y existen diferentes tipos de alturas, pero las que nos interesa en este estudio se las presenta a continuación: (ver Figura. 2.3)

- **Altura Elipsoidal (h):** Es la distancia entre la superficie del elipsoide y la superficie física de la Tierra. La magnitud y la dirección de este vector dependen del elipsoide de referencia, en este caso si se utiliza las orbitas del sistema NAVSTAR GPS, este es el WGS84.
- **Altura Ortométrica (H):** se define como la distancia vertical entre la superficie física de la Tierra y la superficie del geode. Esta distancia se mide a lo largo de la línea de plomada, la cual es la curva que es tangencial a la dirección de la gravedad en cualquier punto. La línea de plomada no es una línea recta, ya que tiene una leve curvatura y giro, ya que la dirección de la gravedad varia dependiendo de las características de densidad local. En muchos casos prácticos las alturas ortométricas son también consideradas alturas sobre el nivel medio del mar.
- **Altura Geoidal (N):** Conocida también como ondulación geoidal, es la distancia que separa al elipsoide del geode.

Figura. 2.3 Representación de tipos de alturas



Fuente: INEGI México

Existen tres métodos para la determinación de las ondulaciones geoidales:

- **1er Método:** Se denomina método gravimétrico el cual utiliza la fórmula de Stokes, el geode que se obtiene se denomina geode gravimétrico, a través de las anomalías de gravedad.

- **2do Método:** Utiliza el desvío de la vertical, obtenido por la comparación de las coordenadas astronómicas y las geodésicas, el geoide que se obtiene se le denomina geoide astro-geodésico utilizando las fórmulas de Vening-Meinesz a través de las anomalías de gravedad.
- **3er Método:** utiliza los datos obtenidos de las observaciones de los satélites artificiales a los cuales geodésicamente se los puede clasificar en satélites para aplicaciones geométricas y satélites para aplicaciones dinámicas.

2.4 CAMPO DE GRAVEDAD TERRESTRE

El geoide como superficie de referencia fundamental, es una superficie cuya forma refleja la distribución de masas en la Tierra, entonces, hay que recordar cuál es la fuerza gravitatoria producida por una cierta distribución de masa, y su potencial asociado.

De esta forma, la gravedad o fuerza de gravedad, para un punto de la superficie terrestre, es el vector resultante entre el vector de la fuerza de atracción gravitacional ejercida por las masas terrestres (atracción newtoniana) y el vector de la fuerza centrífuga (causada por el movimiento de rotación), que actúan sobre la unidad de masa situada en este punto. El módulo del vector de la fuerza de gravedad será la aceleración de la gravedad para un punto determinado.

Dado el concepto anterior, se analiza la ley de gravitación universal que fue formulada por Newton, como base de las leyes de Kepler. La cual nos dice: “la fuerza que ejerce una partícula puntual con masa M sobre otra con masa m es directamente proporcional al producto de las masas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia d que las separa.”

$$F = G \frac{Mm}{d^2} \quad (2.4)$$

Donde:

F = Fuerza de atracción gravitacional

G = Constante de gravitación universal = $6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 = 66.7 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3\text{g}^{-1}\text{seg}^{-2}$

M, m = Masas atrayentes (kg.)

d = Distancias entre los centros de masa de cada cuerpo. (m)

La fuerza ejercida por las partículas es conocida como fuerza gravitacional, también conocida como fuerza de atracción gravitacional o fuerza de atracción de Newton.

Vectorialmente, la fuerza ejercida por dos cuerpos M y m de dimensiones desconocidas, será: (ver Figura. 2.4)

$$\vec{F} = G \frac{Mm}{|r_B - r_A|} (\vec{r}_B - \vec{r}_A) \quad (2.5)$$

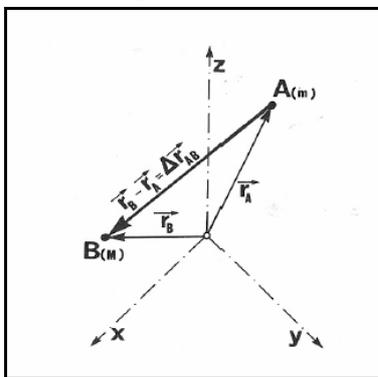
Donde:

\vec{r}_B Vector que va desde el centro de masas hacia el punto B

\vec{r}_A Vector que va desde el centro de masas hacia el punto A

$\vec{r}_B - \vec{r}_A = \Delta\vec{r}_{AB} = d$ Distancia entre los dos cuerpos.

Figura. 2.4 Atracción gravitacional entre dos cuerpos

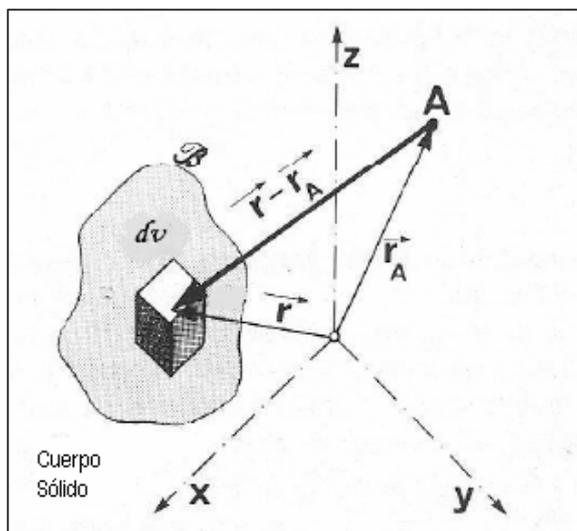


Fuente: Catalao J., 2000

De esta manera, se toma en cuenta que **B**, no puede ser considerada como despreciable, esto será el caso de un pequeño cuerpo **A** y la Tierra **B**, entonces puede ser tomado como si estuviera compuesto por un número de pequeños elementos de volumen dv , y la atracción de cada uno de estos elementos en A puede ser considerada en separado (Figura. 2.5). Si la variable independiente está designada por r , la densidad de masa en el interior del cuerpo por $\rho(r)$, y

dv es escogido suficientemente pequeño, de modo que ρ en dv puede ser considerado constante, obteniéndose la siguiente relación:

Figura. 2.5 Atracción gravitacional de un cuerpo.



Fuente: Catalao J., 2000

Donde d que es similar a la diferencia de $\vec{r} - \vec{r}_A$; es la distancia entre A y el elemento infinitesimal dv de coordenadas r y densidad $\rho(r)$. Demostrando que la fuerza ejercida por A (de acuerdo a la ecuación 2.6), es la planteada por:

$$F(A) = F(x, y, z) = Gm \iiint_T \frac{1}{d^3} \rho(r) dv \quad (2.6)$$

Las fuerzas gravitacionales son aditivas. Esto significa que la suma de las fuerzas producidas por los elementos dv es igual a la fuerza ejercida por todo el cuerpo B. Considerando los volúmenes dv infinitamente pequeños, la ecuación final está obtenida por la integración sobre el cuerpo B.

Esta ecuación (2.6) puede ser usada en el estudio de la fuerza gravitacional de la Tierra sobre cuerpos cuya dimensión puede ser considerada despreciable con respecto a la Tierra. Ante todo para poder estudiar la gravitación es necesario conocer la distribución de densidad $\rho(r)$ en el interior de la Tierra.

El campo gravitacional está representado de forma global por la definición de un sistema de referencia rectangular geocéntrico, fijo a la Tierra, cuyo origen coincide con el centro de masa de la Tierra llamado geocentro, el eje **Z** coincide con el eje medio de rotación de la Tierra, el eje **X** normal al eje **Z** y está contenido en el plano meridiano medio de Greenwich, el eje **Y** es normal al plano **XZ** y con una dirección tal que el sistema **xyz** sea directo. El plano **xy** se lo define como el plano ecuatorial. (Ordoñez, 2007)

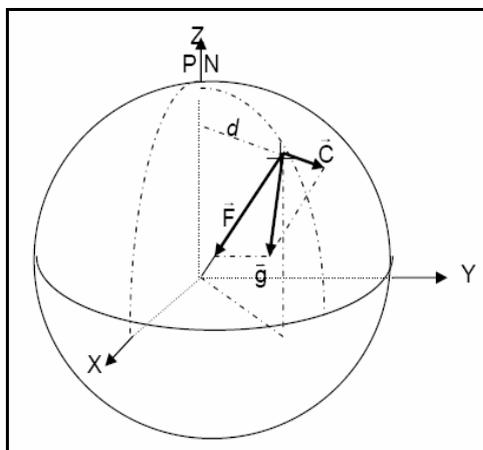
2.5 POTENCIAL DE GRAVEDAD

La atracción gravitacional producida por un cuerpo de masa M para puntos exteriores del mismo, es derivada de un potencial armónico. Para la aplicación de atracción gravitacional en el estudio de campo de gravedad terrestre y sus relaciones con la forma de la Tierra van a ser necesarias algunas consideraciones adicionales.

El vector gravedad, en un punto de la superficie terrestre es la fuerza resultante de la fuerza de atracción gravitacional \vec{F} y la fuerza centrífuga \vec{C} . Estas dos fuerzas actúan sobre un cuerpo (ver Figura. 2.6) donde la gravedad \vec{g} se expresa como la suma vectorial de ambas (\vec{F} y \vec{C}), conforme la ecuación 2.7

$$\vec{g} = \vec{F} + \vec{C} \quad (2.7)$$

Figura. 2.6 Atracción gravitacional



Fuente: Arana J., 2005

La fuerza que se da por la rotación de la Tierra se denomina fuerza centrífuga y su dirección es siempre perpendicular al eje de rotación. La fuerza centrífuga esta dada por: (ecuación 2.8)

$$\vec{C} = \omega^2 * \vec{d} \quad (2.8)$$

Donde:

ω Representa la velocidad angular de rotación de la Tierra

\vec{d} Es el vector definido por la separación entre el punto y el eje de rotación

Esta dado que en el Ecuador la fuerza centrífuga es de 3392 cm. seg⁻², además se puede acotar que en los polos la fuerza centrífuga es nula. (Catalao J., 2000)

El potencial de gravedad (W) o geopotencial esta expresado por la suma del potencial de atracción (V) y el potencial centrífugo (Φ), conforme a la ecuación 2.9.

$$W = V + \Phi \quad (2.9)$$

El campo de gravedad, siendo un campo vectorial, posee magnitud, dirección y sentido. La magnitud puede ser obtenida a través de determinaciones relativas o absolutas mediante el uso de gravímetros. La unidad de medida de gravedades el **Gal.**, y que esta determinado por la relación:

$$1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm/s}^2$$

2.6 CAMPO DE GRAVEDAD DE LA TIERRA REAL

Como parte del campo de gravedad terrestre hay que referirse sobre algunas definiciones fundamentales y entre ellos esta el geopotencial (campo de gravedad de la Tierra Real), esta definición representa la base esencial para mayor comprensión acerca de la forma de la tierra, así como también sobre el análisis de mediciones gravimétricas y su significado.

La Tierra es un planeta dinámico debido a que los materiales de las diferentes esferas de la Tierra, están en movimiento constante. En las capas envolventes externas, atmósfera e hidrosfera, en estado de gas y líquido, el movimiento de la materia parece obvio, pero no así en las capas internas de la Tierra sólida (núcleo - manto – astenósfera - litosfera), dónde su estudio es más complejo. La densidad de las masas para un sistema cartesiano se expresa a partir de:

$$\rho = \rho(x,y,z) \quad (2.10)$$

2.6.1 Geopotencial

El geopotencial (W) es el potencial de la tierra real o verdadera y es proveniente de las masas terrestres y de la rotación del planeta.

El geopotencial en cualquier punto en coordenadas cartesianas geocéntricas en la rotación de la Tierra verdadera se expresa de la siguiente forma: (Heiskanen & Moritz, 1985)

$$W(x; y; z) = V(x; y; z) + \Phi(x; y; 0) \quad (2.11)$$

V está dado por:

$$V(X, Y, Z) = G \iiint \frac{\rho_{(x',y',z')} dx' dy' dz'}{l} \quad (2.12)$$

Donde:

l es la distancia entre el elemento de masa atraída y el punto atraído;

$dx'dy'dz' = dv$ que es el elemento de volumen de masa atraída;

ρ es la densidad de la masa atraída;
 G es la constante gravitacional universal.

Y Φ , dado por:

$$\Phi(X, Y, 0) = \frac{1}{2} \omega^2 (X^2 + Y^2) \quad (2.13)$$

Donde:

ω es la velocidad angular de rotación de la Tierra.

Aplicando el operador gradiente de la ecuación (2.13), se obtiene el vector de gravedad, esto es:

$$\vec{g} = \text{grad} (W) \quad (2.14)$$

En el sistema cartesiano se tiene:

$$\vec{g} = \frac{\partial W}{\partial X} i + \frac{\partial W}{\partial Y} j + \frac{\partial W}{\partial Z} k \quad (2.15)$$

Aplicando el operador De Laplace (Δ) al potencial gravitacional V (ecuación 2.12) en el exterior de la superficie terrestre, se cumple que: $\Delta V = 0$, esto es, V es una función armónica, y expresado en el punto P mediante coordenadas polares por la distancia geocéntrica r , co-latitud geocéntrica θ , y longitud λ (RAPP, 1994) (Tierra A., 2003) por:

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=-n}^n C_{nm} Y_{nm}(\theta, \lambda) \right] \quad (2.16)$$

Donde:

GM es la constante gravitacional geocéntrica;
 a es el semieje mayor del elipsoide de referencia;
 C_{nm} son los coeficientes plenamente normalizados de grado n y orden m , del potencial gravitacional desenvuelto en armónicos esféricos;

Y_{nm} son los armónicos esféricos de superficie plenamente normalizados.

De forma similar o potencial centrífugo es:

$$\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \text{sen}^2 \theta \quad (2.17)$$

2.7 CAMPO DE GRAVEDAD DE LA TIERRA NORMAL

La denominación de la Tierra Normal esta dada por la figura geométrica llamada elipsoide de revolución, cuyo centro coincide con el geocentro y el semieje menor con el eje de rotación terrestre, además posee la misma masa de la Tierra Real o Verdadera con distribución homogénea, incluido la masa de la atmósfera y misma velocidad de rotación.

Vinculado con la Tierra Normal esta el potencial de gravedad de Tierra Normal o Esferopotencial (U), el cual esta dado por la suma de los potenciales de atracción de la Tierra normal (Z) y el potencial centrífuga (Φ):

$$U = Z + \Phi \quad (2.18)$$

Donde:

Z es el potencial gravitacional del elipsoide

Φ es el potencial de rotación o centrífugo y es igual a la ecuación (2.17)

2.7.1 Esferopotencial

Como se dijo anteriormente el esferopotencial (U) es el potencial de la Tierra Normal; el valor de U en cada punto depende de las dimensiones del elipsoide que se tome como referencia (que aparecen en la expresión de U en los límites de integración y en el radio del paralelo r).

$$U = G \int \int \int_{elips} \rho \frac{dv}{l} + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \quad (2.19)$$

Como el potencial gravitacional (Z) (expresado en la ecuación 2.18) en el exterior de las masas, cumple con la ecuación de Laplace $\Delta Z = 0$, entonces se lo puede representar al esferopotencial (U) de la forma:

$$U = \left(\frac{GM}{r} \right) \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n} \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} P_{2n}(\theta) \right] + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \text{sen}^2 \theta \quad (2.20)$$

J_{2n} son los coeficientes zonales pares igual a:

$$J_{2n} = (-1)^{n+1} \left[1 - n + \frac{5n(C-A)}{Mc^2} \right] \frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \quad (2.21)$$

Siendo:

- c es la semidistancia focal;
- e es la excentricidad principal;
- A, C son los momentos de inercia de la Tierra en relación a los ejes X y Z, respectivamente;
- M es la masa de la Tierra (incluida la masa atmosférica).

Aplicando el operador gradiente a U (ecuación 2.18), se tiene el vector gravedad normal

$$\vec{\gamma} = \text{grad}(U) \quad (2.22)$$

La magnitud de este vector se denomina como gravedad normal (γ), y puede ser calculada por la denominada fórmula de Somigliana:

$$\gamma = \gamma_e \frac{1 + k \text{sen}^2 \phi}{\sqrt{1 - e^2 \text{sen}^2 \phi}} \quad (2.23)$$

Con:

$$k = \frac{b \gamma_p}{a \gamma_e} - 1 \quad (2.24)$$

Considerando los parámetros de acuerdo al sistema WGS84 con los siguientes valores:

γ_p	978032.53359 mgal, es la gravedad normal en el polo.
γ_e	983218.49378 mgal, es la gravedad normal en el Ecuador.
e^2	es el valor de la primera excentricidad.
a, b	son los semiejes del elipsoide;
ϕ	es la latitud del punto sobre el elipsoide.

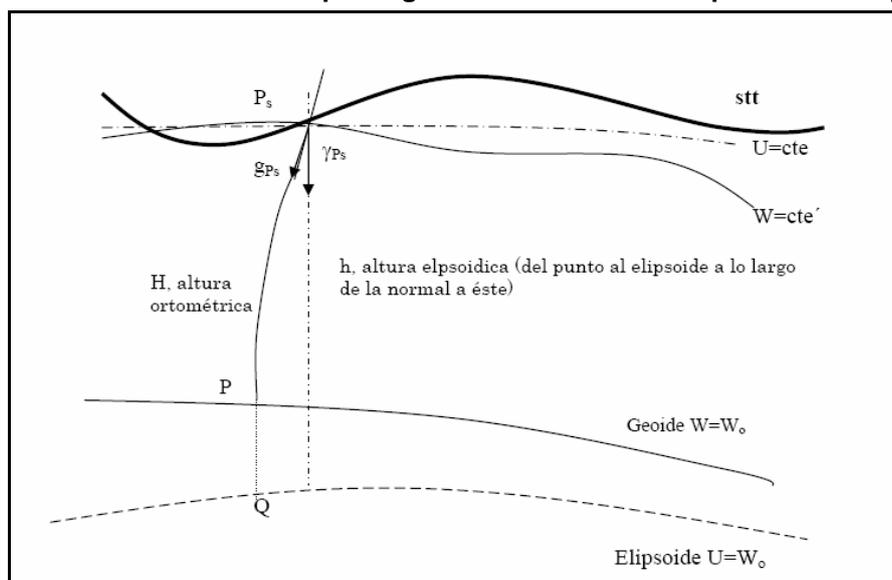
2.8 POTENCIAL PERTURBADOR O ANÓMALO

El Potencial perturbador o potencial anómalo, (T) es la diferencia entre el potencial W de la gravedad real y U de gravedad normal en el mismo punto.

$$T(x, y, z) = W(x, y, z) - U(x, y, z) \quad (2.25)$$

Matemáticamente, este potencial puede ser considerado como el potencial generado por las “masas anómalas”, estas masas transforman a la Tierra Normal en Tierra Verdadera. La suma de masas anómalas, positivas y negativas es nula; pues se admite que la tierra normal y la verdadera poseen masas iguales.

Figura. 2.7 Desviaciones del campo de gravedad de la tierra respecto del campo normal



Fuente: Catalao J., 2000

Tanto el geopotencial (W) cuanto el esferopotencial (U) tiene el mismo potencial centrífugo (Φ), por lo que T (potencial anómalo) es también la diferencia entre los potenciales gravitacionales, según la forma:

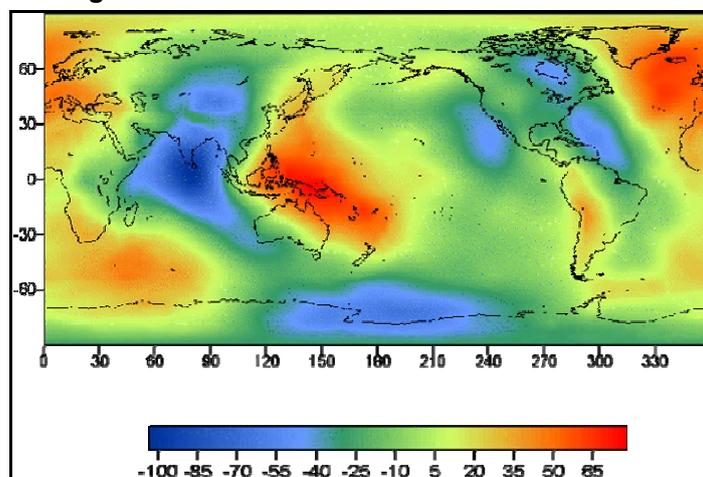
$$T_P = V_P - Z_P \quad (2.26)$$

2.9 EARTH GRAVITACIONAL MODEL 1996 – EGM96

Es un modelo geopotencial de la Tierra que consta de la suma de los coeficientes armónicos esféricos de orden y grado 360. Se trata de una solución compuesta, que consta de:

- Una solución combinada de orden y grado 70,
- Una solución diagonal en bloque de grado 71 a 359, y
- La solución de cuadratura en grado 360.

Figura. 2.8 Modelo Geoidal de la Tierra EGM96



Fuente: <http://images.astronet.ru/pubd/2005/01/22/0001202457/img1186.gif>

Este modelo es el resultado de la colaboración de la NASA (National Aeronautics and Space Administration) a través del Centro de Vuelo Espacial Goddard Space Flight Center (GSFC), la Agencia Nacional de Mapeo e Imágenes (NIMA y hoy llamada NGA Nacional Geospatial Intelligence Agency), la Universidad Estatal de Ohio y la Universidad de Texas.

Para la obtención de este proyecto se utilizaron datos de gravedad de diferentes regiones del mundo, como de Groenlandia, partes del Ártico y la Antártida, investigadas por el Laboratorio de Investigación Naval (NRL), estos esfuerzos han mejorado la recolección de datos sobre varias áreas terrestres del mundo, incluida África, Canadá, partes de América del Sur y África, el sudeste de Asia, Europa Oriental y la antigua Unión Soviética.

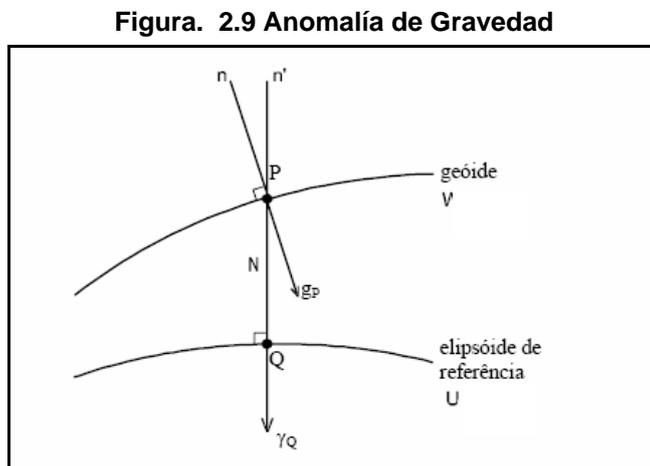
Otros datos que contribuyeron para la elaboración del EGM96 fueron observaciones láser a satélites (TOPEX/POSEIDON, Stella, Starlette, SEASAT, Peole, LAGEOS, etc.), observaciones Doppler a satélites (SEASAT, RADCAL., OSCAR-14, Nova-1, HILAT, GEOSAT, etc.), altimetría de satélite (TOPEX/POSEIDON, GEOSAT y ERS-1), observaciones GPS (TOPEX/POSEIDON, GPS/MET y ELJVE), observaciones TDRSS (Tracking and Data Relay Satellite System) al satélite E17VE, observaciones SST Doppler (Satellite to Satellite Tracking) entre los satélites GEOS-3 y ATS-6, observaciones DORIS (Doppler Orbit determination and Radiopositioning Integrated on Satellite) a los satélites TOPEX/POSEIDON y SPOT-2 y, observaciones ópticas a satélites (GEOS-1, GEOS-2, Midas-4, BE-C, DI-D, Echo-IRB, etc.).

Además, como parte de este esfuerzo se generó la nueva base de datos topográficos que fueron implantados de todas las fuentes disponibles a fin de reducir la gravedad de datos en bruto que existía de la superficie terrestre. Además se disponía de la altimetría media 30' x 30' derivadas de las anomalías de gravedad. Esta base de datos también se utilizó para calcular la isostasia en valores en aproximadamente el 3 por ciento de la superficie del planeta, donde la gravedad no se disponía de datos. La extensión geográfica y la disponibilidad de datos es una gran mejora con respecto a la superficie gravedad datos disponibles para la Universidad del Estado de Ohio (OSU).

2.10 ANOMALÍAS DE GRAVEDAD

La anomalía de gravedad (Δg) es definida como la diferencia entre la gravedad real (g) (observada) en el punto P (sobre el Geoide) y la gravedad normal (γ) (teórica) calculada en el punto Q (sobre el elipsoide de referencia),

como se puede observar en Figura. 2.9. Además podemos definir que la distancia que existe entre el geóide y el elipsoide se llama altitud del geóide u ondulación geoidal (N).



Fuente: Catalao J., 2000

La expresión que se utiliza para definir la anomalía de gravedad se la representa mediante la siguiente fórmula:

$$\Delta g = g_P - \gamma_Q \quad (2.27)$$

2.10.1 Anomalía de Aire libre

La anomalía de aire libre (Δg_{AL}) es la resultante obtenida después de la aplicación de la corrección de aire libre (C_{AL}), al valor de gravedad (g) para poder reducirla al geóide, la cual se expresa mediante la siguiente fórmula:

$$\Delta g_{AL} = g + C_{AL} - \gamma \quad (2.28)$$

La reducción de aire libre considera solamente el efecto de la diferencia de altitud entre el punto de observación en el geóide y no hace ninguna consideración respecto a la densidad de masas entre ellas.

En la expresión (2.28) la anomalía de aire libre esta dada por:

g es el valor de la gravedad ya corregida por corrección atmosférica en la superficie terrestre (mGal),

C_{AL} es la corrección de aire libre

γ es la gravedad normal

El valor de gravedad (g) se calcula mediante la siguiente expresión:

$$g = g^{obs} + \delta g_A \quad (2.29)$$

Donde:

g^{obs} es el valor de la gravedad observada sobre la superficie terrestre,

δg_A es la corrección atmosférica

La corrección atmosférica esta dada por la siguiente expresión:

$$\delta g_A = 0.87 * e^{-0.116 Hn^{1.047}} \quad (2.30)$$

Donde:

Hn es la altura nivelada (en m) de un punto de observación respecto al nivel medio de los mares.

La corrección atmosférica evalúa el efecto de atracción gravitatoria producido por la masa de aire situada sobre el instrumento. Esta corrección es máxima para el nivel del mar ($Hn = 0$) (en metros). y disminuye, exponencialmente, según la elevación del punto.

La variable C_{AL} es la reducción o corrección de aire libre, consiste en la reducción de la estación de la superficie topográfica (valores receptados por gravímetro) al geoide, usando un gradiente teórico de gravedad, sin considerar el efecto gravitacional de las masas entre las dos superficies. Considerando de esta manera solamente el efecto de la diferencia de altura entre el punto de observación y el Geoide. De acuerdo a la expresión según Heiskanen & Moritz (1985) se tiene:

$$C_{AL} = -\frac{\partial g}{\partial H} H \quad (2.31)$$

Siendo $\partial g/\partial H$ el gradiente vertical de gravedad; debido a su no conocimiento, para muchos fines se puede utilizar el gradiente de gravedad normal ($\partial\gamma/\partial h$), y en vez de H la altura nivelada Hn (en metros), obteniendo C_{AL} en mGal de la siguiente forma:

$$C_{AL} \cong -\left[\left(\frac{\partial\gamma}{\partial h} \right) Hn + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2\gamma}{\partial h^2} \right) Hn^2 \right] \quad (2.32)$$

Donde:

Hn es la altura nivelada que se da en metros,

$\frac{\partial\gamma}{\partial h}$ es el gradiente de gravedad normal

El gradiente de gravedad normal se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\frac{\partial\gamma}{\partial h} = -\frac{2\gamma}{a} \left(1 + f - 2f \operatorname{sen}^2 \phi + \frac{3}{2} f^2 - 2f^2 \operatorname{sen}^2 \phi + \frac{1}{2} f^2 \operatorname{sen}^4 \phi \right) - 2\omega^2 \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial^2\gamma}{\partial h^2} = \frac{6\gamma}{a^2 (1 - f \operatorname{sen}^2 \phi)^2} \quad (2.34)$$

Siendo:

γ la gravedad normal calculada en mGal,

f es el achatamiento del elipsoide de referencia,

ϕ es la latitud del punto sobre el elipsoide.

a es el semieje mayor del elipsoide de referencia.

ω velocidad angular de rotación de la Tierra ($0.72921151 \cdot 10^{-4} \operatorname{seg}^{-1}$)

Para el Ecuador el valor aproximado para este cálculo se desprende de la siguiente expresión:

$$C_{AL} \cong 0.307716 Hn - 7.21 \cdot 10^{-8} Hn^2 \quad (2.35)$$

Como se mencionó en la expresión (2.28), en la anomalía de aire libre se necesita el valor de γ (gravedad normal), la cual se puede calcular mediante la fórmula Somigliana, de acuerdo a las expresiones; (2.23).

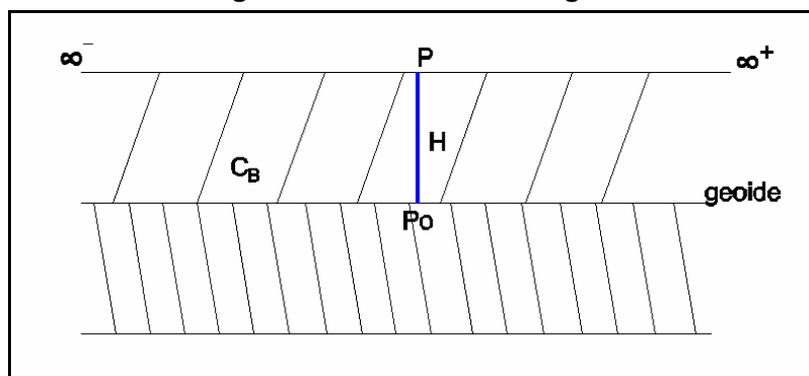
2.10.2 Bouguer Completa

El objetivo principal de la reducción de Bouguer de la gravedad es la eliminación completa de las masas topográficas, es decir, de las masas que se encuentran encima del geoide o exteriores a este.

2.10.2.1 Lámina de Bouguer

Para determinar ésta corrección se calcula suponiendo que la acción de las masas citadas equivale a la de una columna horizontal y que se extiende en todas las direcciones hasta el infinito, de espesor igual a la altura de punto de observación sobre el nivel del mar y con una densidad media constante.

Figura. 2.10 Lámina de Bouguer



Fuente: Heiskanen & Moritz, 1985; modificado por el autor

Hay que suponer que el área de la estación gravimétrica P es completamente plana y horizontal (Figura. 2.10), y que las masas entre el geoide y la superficie de la Tierra tiene una densidad constante ($\bar{\rho}$). Entonces, la atracción C_B de la lámina Bouguer se obtiene haciendo que C_B tienda al infinito. Mediante las reglas de cálculo se obtiene: (Heiskanen & Moritz, 1985)

$$C_B = 2\pi G \bar{\rho} H n \quad (2.36)$$

Donde:

C_B es la corrección de la lámina de Bouguer en mGal.

G es la constante de gravedad universal = $6.672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{Kg s}^2$

$\bar{\rho}$ es la densidad de las rocas de la capa intermedia (Kg/m^3) entre geoide y punto observado

Hn es la altura nivelada del punto P respecto al nivel medio de los mares en (metros).

El quitar la lámina equivale a restar su atracción (2.36) de la gravedad observada. Esto se llama reducción Bouguer incompleta. (Heiskanen & Moritz, 1985)

Para completar la reducción de Bouguer se debe eliminar las masas topográficas entre el punto y el Geoide, o sea se debe bajar la estación gravimétrica P al geoide, a Po. Esto se lo puede hacer aplicando la reducción de aire libre.

El proceso combinado de quitar las masas topográficas respecto a la lámina de Bouguer y aplicando la reducción de aire libre se llama reducción de Bouguer simple.

Para estimar plenamente todas las masas topográficas, hay que introducir una nueva corrección por la diferencia de forma entre dichas masas y la capa horizontal denominada lámina de Bouguer; esta corrección se conoce como corrección del terreno o topográfica. (Heiskanen & Moritz, 1985)

Entonces la anomalía de Bouguer (Δg_B) es la resultante obtenida después de la aplicación de la corrección de Bouguer y el valor de la anomalía de aire libre, esta dada por la siguiente expresión:

$$\Delta g_B = \Delta g_{AL} - 2\pi G \bar{\rho} Hn - B + C_T \quad (2.37)$$

Donde:

Δg_{AL} es la anomalía de aire libre

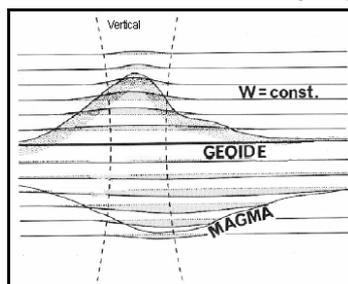
- $2\pi G \bar{\rho} Hn$ es la componente vertical de atracción (corrección de Bouguer) ejercida por la lámina horizontal extendida al infinito
- B es la corrección debido a la curvatura terrestre en la lámina de Bouguer para una capa de la misma espesura, hasta una distancia de 166.735 Km.
- C_T es la corrección de terreno (efecto directo de la topografía), en relación de la capa hasta una distancia de 166.735 Km. (Tierra A. 2003)

2.10.2.2 Corrección del Terreno

Esta corrección debe ser aplicada a las anomalías gravimétricas. También es conocida como corrección por relieve, toma en cuenta las irregularidades de la topografía. Así como la corrección atmosférica, esta corrección se aplica a fin de satisfacer las condiciones del problema del valor del contorno.

Como se sabe, la corteza terrestre está en un estado de equilibrio isostático en casi toda la superficie terrestre. Esto significa que el geoide, siendo una superficie equipotencial no deberá tener en su forma una afección considerable por la presencia de una superficie topográfica irregular, el efecto de las masas redundantes sobre el geoide está compensado por la menor densidad de las masas que se encuentran subyacentes. Una situación inversa ocurre en los océanos, donde la deficiencia de las masas superficiales está compensada por una mayor densidad de las masas sobre el geoide. La forma de las superficies equipotenciales y las líneas de plomada se muestran en la siguiente figura. (Figura. 2.11) (Ordoñez, 2007).

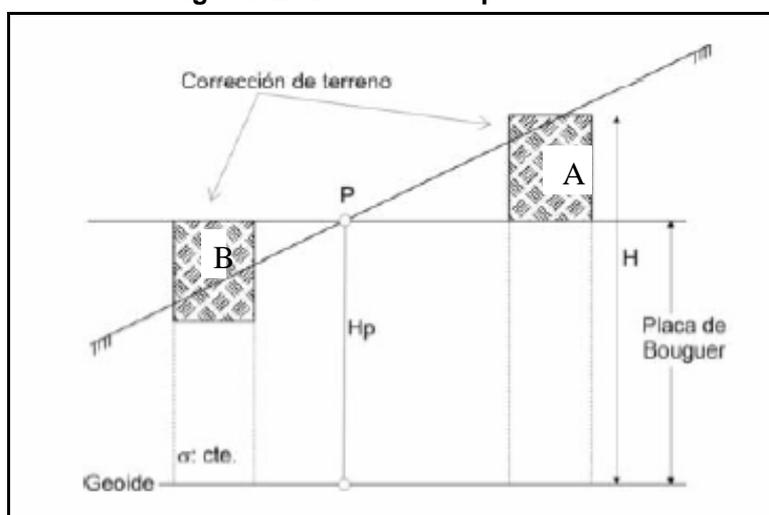
Figura. 2.11 Efectos isostáticos y topográficos



Fuente: Catalao J., 2000

Debido a que sobre la superficie terrestre las observaciones gravimétricas son perturbadas de forma directa por la topografía siendo su efecto mayor cuanto mayor sea la distancia al geode (altura de la estación). Mediante la Figura. 2.12 se puede indicar el descenso y ascenso de relieve debido al insuficiencia y exceso de masas respectivamente sobre el punto P, donde en A la masa sobrante que atrae hacia arriba es eliminada, produciendo en P un incremento de gravedad (g), en cambio en B la masa deficiente es añadida produciendo en P también un aumento de gravedad (g), por esta razón la corrección por terreno siempre es positiva. Teniendo en cuenta que en áreas plana el valor es pequeño.

Figura. 2.12 Corrección por terreno



Fuente: Introcaso A.,2006

Según Forsberg R. (Tierra A., 2003), la corrección de terreno se calcula considerando la irregularidad de las masas topográficas para coordenadas cartesianas de la siguiente forma:

$$C_T = G\bar{\rho} \int_{\tau} \int_{z=Hn_{(p)}}^{z=Hn} \frac{(z - Hn_{(p)})}{\left[(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2 + (Hn_{(p)} - z)^2 \right]^{3/2}} dx dy dz \quad (2.38)$$

Donde:

- τ indica el área de integración,
- $Hn_{(p)}$ es la altura del punto P donde se realiza el cálculo de C_T ,
- Hn es la altura del punto móvil (punto que se traslada a lo largo de τ)

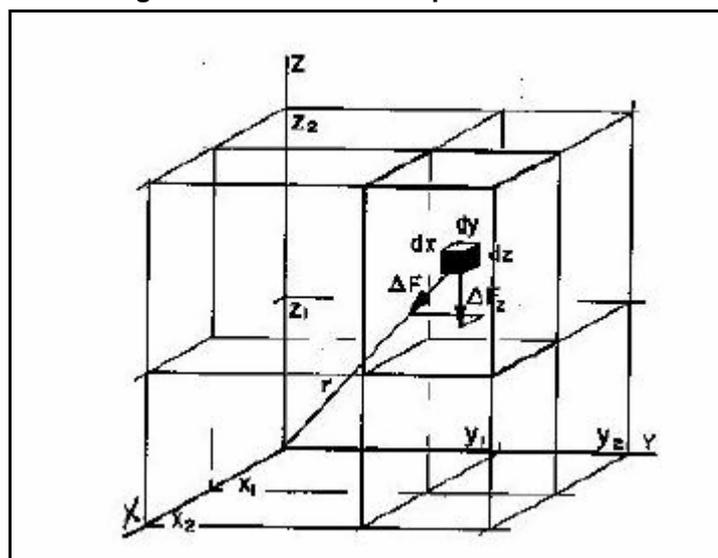
- $\bar{\rho}$ valor medio de densidad,
 x, y, z son las coordenadas del punto móvil,
 x_p, y_p son las coordenadas del punto P .

Para la evaluación acerca de la influencia del terreno en las observaciones gravimétricas existen varios métodos como el de plantillas o el de prismas; en este estudio se plantea la utilización de integración de prismas en la corrección generada por Forsberg.

2.10.2.2.1 Método de Prismas

Con la aparición de los Modelos Digitales de Elevaciones matriciales de amplias zonas del territorio, comenzaron a surgir métodos basados en la descomposición del terreno en prismas rectangulares; éste consiste en el cálculo de la corrección topográfica con computadora, el cual se digitaliza el relieve en forma de una rejilla ortogonal (Figura. 2.13), se calcula la gravedad de cada uno de las prismas, y se suman todos los efectos de los prismas. Usando este método, no se tiene que determinar las alturas medias de nuevo para cada estación.

Figura. 2.13. Métodos de prismas



Fuente: Palomo M., 2006

El método que se va a utilizar para determinar la corrección por terreno es el utilizado por Forsberg en su programa TC (Topographic Correction), el cual consiste en la integración de prismas por McMillan, el cual será presentado a continuación:

Método de McMillan: basado en el desarrollo en serie de potencias del potencial del prisma. Se trata de un método aproximado, pero que proporciona resultados satisfactorios al tiempo que necesita unos tiempos relativamente cortos de cálculo. La expresión que se deduce es: (Ordoñez P., 2007)

$$C_T = \frac{\Delta z}{r} G \rho \Delta x \Delta y \Delta z \left\{ \frac{1}{r^2} + \frac{5}{24r^6} \left[(2\Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2)x^2 + (-\Delta x^2 + 2\Delta y^2 - \Delta z^2)y^2 + (-\Delta x^2 - \Delta y^2 + 2\Delta z^2)z^2 \right] + \dots \right\} \quad (2.39)$$

2.10.3 Isostasia

La isostasia postula la existencia de un estado de equilibrio de la litosfera con relación a las acciones derivadas de la gravedad. Este estado de equilibrio son los excesos de masas (ejemplificando las montañas) y las deficiencias de masas (los océanos) en relación al geoide, que corresponden a las masas internas de compensación.

Al estudiar con más detenimiento, calculadas las anomalías de Bouguer en numerosas estaciones del planeta, se comprobó que en general difieren de cero, salvo en regiones costeras, además se aprecia que éstas están distribuidas de forma que existe un déficit de masa en las zonas continentales, montañosas, con relación a las cuencas oceánicas, lo cual sólo puede interpretarse, teniendo en cuenta su mayor volumen, en el sentido de que los materiales que forman los macizos montañosos, deben ser menos densos que los situados en el fondo de los océanos, por lo que los océanos y zonas costeras son positivas y las zonas montañosas son negativas.

Para estudiar de una manera más detallada esta compensación se desarrollaron dos teorías en 1855, en donde J.H. Pratt y G. Airy propusieron hipótesis (ambas diferentes) que justificaban esta deficiencia de masa en los continentes. Según Pratt las montañas han surgido del subsuelo al igual que una masa de pan en fermentación. Según Airy, las montañas están flotando sobre

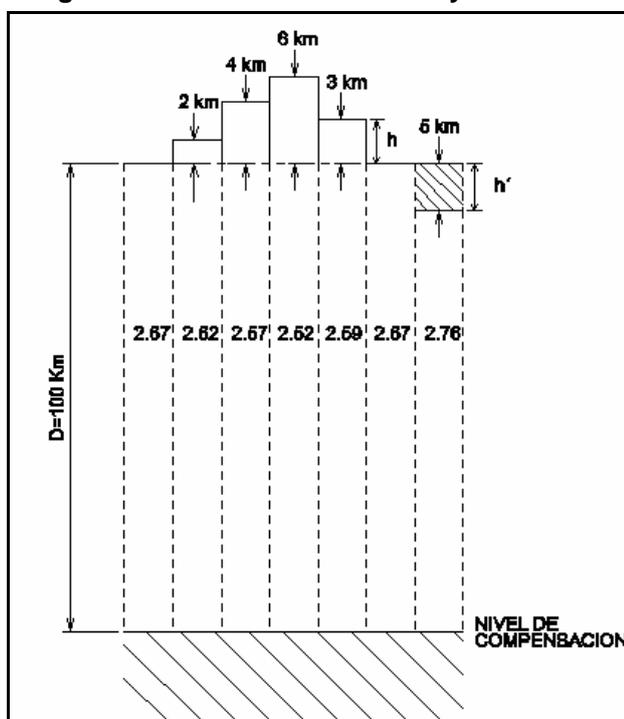
una lava fluida de mayor densidad, de manera que las montañas mas altas están más hundidas. (Heiskanen & Moritz, 1985)

2.10.3.1 Sistema Pratt-Hayford

En la teoría de Pratt-Hayford existe un nivel de compensación situado a una profundidad D desde el Geoide en torno a los 100 Km, a partir de la cual todos los puntos sufren la misma tensión (isostasia).

Este principio se ilustra en la figura 2.14. Por debajo del nivel de compensación la densidad es uniforme. Por encima las masas de cada columna de igual sección son iguales. Sea D la profundidad del nivel de compensación, medida desde el nivel del mar, y sea σ_0 la densidad de una columna de altura D . entonces, la densidad σ de una columna de altura $D+h$ (siendo h la altitud de la topografía) satisface la ecuación:

Figura. 2.14. Modelo de Pratt-Hayford



Fuente: Heiskanen & Moritz, 1985, adaptado por el autor

$$(D + h)\rho = D\rho_0 \tag{2.40}$$

Donde se puede adoptar:

$$\rho_0 = 2.67 \text{ g/cm}^3$$

De acuerdo a (2.40), la densidad real ρ es ligeramente menor que este valor normal ρ_0 , en consecuencia existe una deficiencia de masa que, según (2.40), viene dada por:

$$\Delta\rho = \rho_0 - \rho = \frac{h}{D+h} \rho_0 \quad (2.41)$$

en los océanos la condición de igualdad de masas se expresa por:

$$(D+h')\rho + h' \rho_w = D\rho_0 \quad (2.42)$$

donde:

$$\rho_w = 1.027 \text{ g/cm}^3$$

ρ_w es la densidad del océano y h' su profundidad. Por lo tanto hay un exceso de masa de una columna suboceánica dada por:

$$\rho - \rho_0 = \frac{h'}{D-h'} (\rho_0 - \rho_w) \quad (2.43)$$

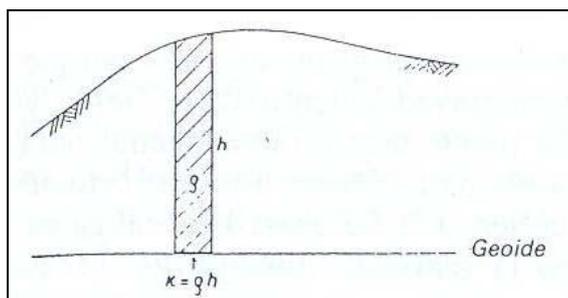
2.10.4 Segunda Condensación de Helmert

La reducción o condensación de Helmert, no elimina las masas topográficas, sino que las condensadas de modo que forman una capa superficial sobre el geoide, llamada co-geoide con densidad:

$$k = \rho h \quad (2.44)$$

de tal modo que la masa total permanezca invariable, además se conoce que la condensación de masas origina efectos indirectos muy pequeños. De nuevo, la masa es transportada a lo largo de la vertical local. (Figura. 2.15)

Figura. 2.15. Modelo de condensación de Helmert



Fuente: Heiskanen & Moritz, 1985

Se puede considerar que la condensación de Helmert es un caso límite de una reducción isostática según el sistema Pratt-Hayford cuando la profundidad de compensación D se hace cero. (Heiskanen & Moritz, 1985)

Matemáticamente la anomalía de gravedad resultante de la condensación de Helmert obtenida sobre el co-geoide se puede expresar:

$$\Delta g_H = \Delta g_{AL} + C_T + \delta g \tag{2.45}$$

Donde:

- Δg_{AL} anomalías de aire libre
- C_T corrección del terreno
- δg efecto indirecto sobre la gravedad

El método de condensación de Helmert consiste en las siguientes etapas: (Tierra A., 2003):

- Remoción de las masas sobre el Geoide $-2\pi G \bar{\rho} Hn$
- Reducción al Geoide vía corrección de aire libre C_{AL}
- Corrección del terreno C_T
- Restaurar las masas condensadas $2\pi G \bar{\rho} Hn$

2.11 GENERACIÓN DE MALLAS GRAVIMÉTRICAS

Para la generación de mallas gravimétricas se utilizará métodos de interpolación los cuales tienen por objetivo el pasar de una red de observaciones irregularmente distribuida a una grilla (grid) regular de forma que éste mantenga las características de las observaciones.

Entre los métodos de interpolación se pueden nombrar:

2.11.1 Kriging

Kriging está basado en el promedio de las ponderaciones para el cálculo de las estimaciones. Utiliza datos vectoriales de entrada y produce salida raster.

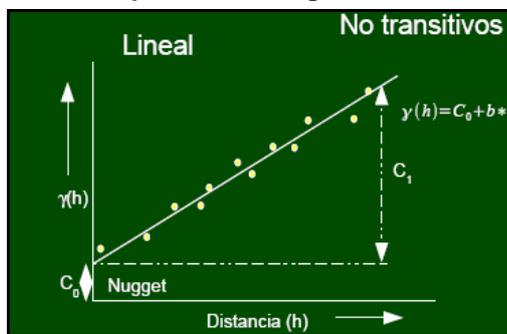
Kriging es básicamente un método geoestadístico que permite generar una grilla de datos a partir de un conjunto de observaciones, partiendo de la premisa que la variabilidad de un conjunto espacialmente distribuido representa una muestra que no es completamente aleatoria ni totalmente determinística. Al generar un modelo continuo de la muestra esto significa que el valor de un punto desconocido puede ser estimado a partir de puntos vecinos, pero que los valores de ese punto desconocido no son necesariamente del todo dependientes de los valores de los puntos datos. La variabilidad de la componente Z de un grupo de datos es función de la distancia y la dirección; en general puntos muy cercanos tienden a mostrar menor variabilidad que puntos distantes y en muchos casos, puntos a lo largo de direcciones determinadas muestran menor variabilidad que puntos equidistantes a lo largo de direcciones diferentes. Este proceso involucra, en una primera etapa, el cálculo del variograma observado.

La forma del variograma es fundamental para estimar la variación espacial de los datos y es la base en la decisión posterior de interpolación. Las formas más usuales son:

- Esférico
- Exponencial
- Gaussiano
- Lineal

El variograma representa gráficamente la variabilidad o cambio de los puntos datos a lo largo de una distancia y dirección predeterminada. Figura. 2.16

Figura. 2.16 Representación gráfica del variograma



Fuente: Sanz M., 2008

En el siguiente cuadro comparativo se indica las ventajas y desventajas sobre el método de interpolación Kriging (ver Tabla. 2.3), aquí se detalla los beneficios e inconvenientes de utilizar éste método (ver Tabla. 2.4).

Tabla. 2.3 Método Kriging

VENTAJAS	DESVENTAJAS
<ul style="list-style-type: none"> • Las estimaciones se basan en un variograma, si esto se da nos proporciona la siguiente información: <ul style="list-style-type: none"> • Parámetros de muestreo apropiados: números de muestra, distribución y densidad • Parámetros de búsqueda apropiados: tamaño del área de búsqueda, forma (circular o elipsoide) y si es elipsoide orientación del eje principal • Parámetros de las mallas: tamaño de las celdas, forma y orientación • Naturaleza de distribución espacial de la variable investigada: uniformidad de distribución, importancia relativa de influencia espacial • Previsibilidad de la variación espacial de la variable evaluada • Si el variograma es apropiado el kriging tiene los siguientes beneficios: 	<ul style="list-style-type: none"> • El usuario puede no comprender el uso de los controladores matemáticos, a pesar de que estos resultados son siempre obtenidos • Es necesario tener tiempo para la elaboración del variograma, además del entendimiento de geoestadística • Puede no ser posible la construcción de un variograma adecuado debido a la naturaleza de la variación espacial de la variable analizada. Esto puede ocurrir debido a la magnitud del muestreo y por los errores analíticos • Requiere largo tiempo de cálculo de grandes grupos de datos y complejos. • Necesidad de un software específico

<ul style="list-style-type: none"> • Evita la ponderación arbitraria de los puntos de muestreo • Permite la determinación de las mejores estimaciones, o sea el mejor estimador es el que produce la mejor precisión (menos varianza) • Permite el establecimiento de límites de confianza, indicando si los resultados son aceptables o si la estrategia de muestreo debe ser modificada • Precisión, contornos suaves y no la formas extrañas indeseables en los bordes del mapa • Es un interpolador exacto, los valores estimados para las celdas son exactamente igual al valor mostrado en esa posición • Estima mas allá de los límites máximo y mínimo de los valores de los puntos de muestreo • Modela tanto tendencias regionales cuanto anomalías locales • Calcula varianzas de los puntos estimados (errores), que pueden ser utilizadas para: <ul style="list-style-type: none"> • Cuantificar un intervalo de valores (\pm) para los puntos estimados, definiendo estimativas realistas • calcular intervalos de confianza para verificar la probabilidad de los valores que ocurren dentro de un intervalo de ± 2 unidades de la desviación estándar de la media; varianzas pueden indicar lugares para densidad del muestreo 	
---	--

Fuente: Barbosa P., 2000

Tabla. 2.4 Método Kriging

CUANDO USAR	CUANDO NO USAR
<ul style="list-style-type: none"> • Que tuvieran presentes tendencias regionales o en anomalías locales • La anomalía local no se presenta en toda el área. Por ejemplo: el ambiente fluvial 	<ul style="list-style-type: none"> • Se disponga de menos de 30 puntos de muestra: número insuficiente de pares para modelar el variograma • Valores discrepantes (desiguales) de Z: los remueve anticipadamente

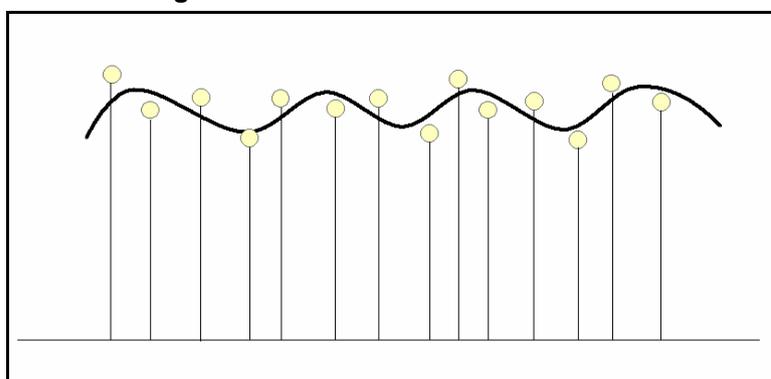
<ul style="list-style-type: none"> • Se quiere estimar con base en una media global • Tuvieran datos irregulares muestreados o agrupados 	<ul style="list-style-type: none"> • Errores grandes e inexplicables • Muestras de poblaciones diversas
--	---

Fuente: Barbosa P., 2000

2.11.2 Mínima Curvatura

Mínima Curvatura se utiliza ampliamente en las ciencias de la Tierra. La superficie de interpolación generada por mínima curvatura es aquella que pasa entre los valores de la variable con la mínima curvatura posible y estableciendo un valor residual mínimo entre los datos. (Ver Figura. 2.17).

Figura. 2.17 Modelo Mínima Curvatura



Mínima Curvatura genera una superficie que sea lo más suave posible al tratar de respetar sus datos lo más cerca posible. Mínima Curvatura no es un interpolador exacto, esto significa que sus datos no siempre son honrados exactamente.

El método de Mínima Curvatura está inspirado por el principio de las reglas flexibles (*thin plates*) en las cuales la presión ejercida en un punto dado produce una reacción (deformación) que afecta un ambiente local determinado por ciertos puntos fijos o fronteras.

Se puede mencionar que la mínima curvatura es una solución de interpolación que tiene como finalidad estimar el conjunto de los valores Z para los nodos de una grilla regular, de manera que la estimación para el punto de grilla se acerca al valor observado Z cuando la posición del punto de observación se acerca a la posición del punto de grilla. Este enfoque de interpolación nos

obliga a conocer de manera explícita la función continua en el espacio 3D que reproduce la superficie real. En el primer caso, la interpolación está hecha a partir de una solución numérica por diferencias finitas, mientras que en el último, se debe encontrar una solución analítica a través del cálculo diferencial.

En el cuadro comparativo se presenta las ventajas y desventajas sobre el método de interpolación Mínima Curvatura (ver Tabla. 2.5), así como los beneficios e inconvenientes al momento de utilizar éste método. Y cuando usar y cuando no usar este método. (ver Tabla. 2.6).

Tabla. 2.5 Método Mínima Curvatura

VENTAJAS	DESVENTAJAS
<ul style="list-style-type: none"> • La superficie estimada es independiente de la distribución de datos y de la presencia del ruido • La superficie estimada es mas suave entre las generadas por otros algoritmos que se ajustan a las superficies de los datos de la muestra • La superficie es absolutamente fiel a los datos originales si hay un valor de la muestra por celda • Menor numero de formas extrañas, con excepción de los bordes y el interior de las celdas sin muestreo • Capaz de estimar los valores máximos y mínimos de los datos de una muestra 	<ul style="list-style-type: none"> • Genera una superficie suave (lisa), esta se produce si realmente existiera o no. • Habiendo datos próximos a los bordes puede generarse depresiones o picos en los bordes del mapa • Formas extrañas pueden surgir en el centro de las celdas que no contienen puntos del muestreo

Fuente: Barbosa P., 2000

Tabla. 2.6 Método Mínima Curvatura

CUANDO USAR	CUANDO NO USAR
<ul style="list-style-type: none"> • Para suavizar datos altamente anómalos • Para obtener una solución única • Contornos fieles a los datos originales 	<ul style="list-style-type: none"> • Cuando la superficie a ser modelada posee quiebres bruscos, como por ejemplo quebradas o montañas y pendientes. • Discontinuidades como fallas e inconformidades que estuvieran presentes <ul style="list-style-type: none"> • Estas formas pueden ser modeladas por mínima curvatura desde que se han establecido los controles adecuados: muchas interacciones y pequeñas convergencias; estas

	especificaciones resultan en un tiempo largo para su calculo.
--	---

Fuente: Barbosa P., 2000

Para determinar la validez de los métodos de interpolación se presenta la Tabla. 2.7.

Tabla. 2.7 Comparación Entre Métodos De Interpolación

METODO INTERPOLACION	FIDELIDAD DE LOS DATOS ORIGINALES	SUAVIDAD DE CURVAS	VELOCIDAD DE CALCULO	PRECISION EN GENERAL
MINIMA CURVATURA	4	2	4	3
KRIGING	2	3	5	1

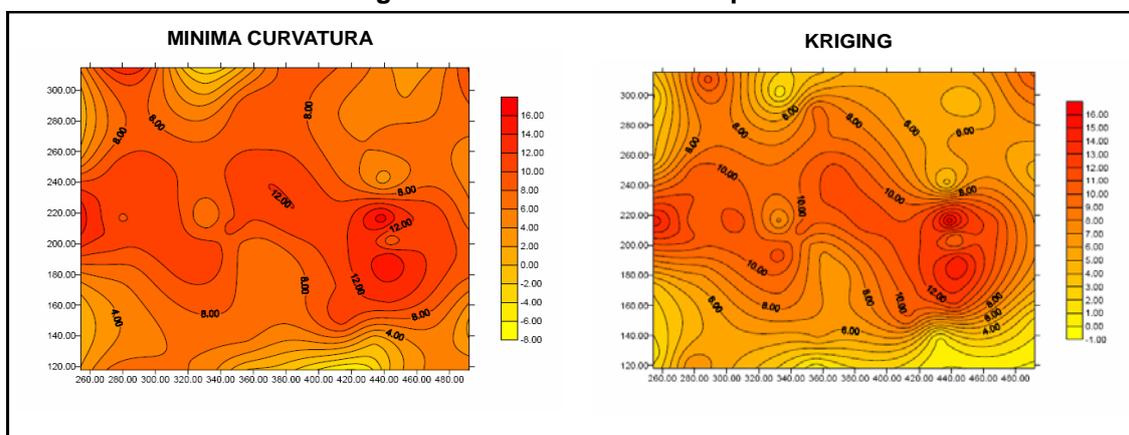
Fuente: Krajewski & Gibbs, 1966

Donde:

- 1 = excelente**
- 2 = muy bueno**
- 3 = bueno**
- 4 = regular**
- 5 = malo**

En el siguiente esquema se puede observar la diferencia que existe al momento de obtener el resultado final (Figura. 2.18), es decir la imagen raster después de haber procesado los datos para el método de Kriging y el de Mínima Curvatura.

Figura. 2.18 Métodos de Interpolación

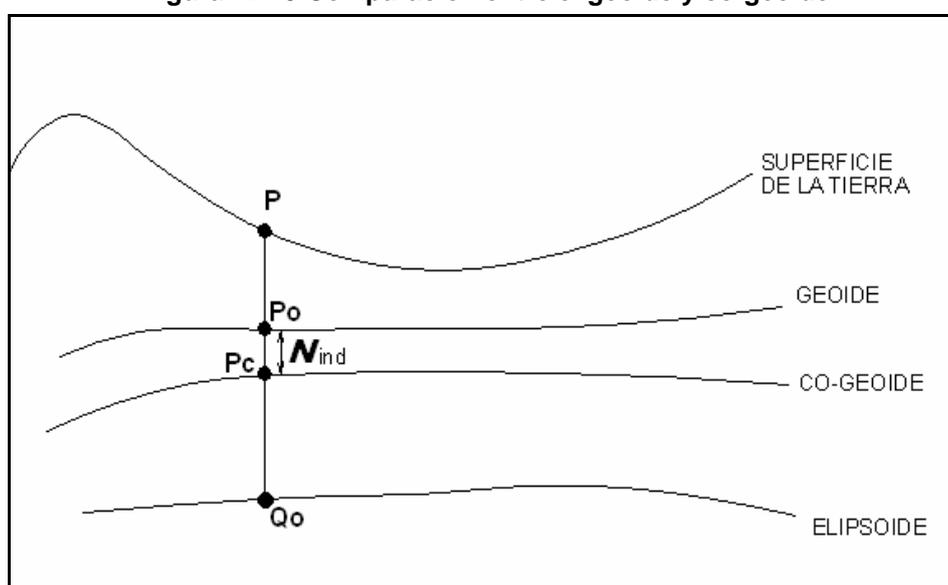


Fuente: Barbosa P., 2007

2.12 EFECTO INDIRECTO DE LA TOPOGRAFÍA

La remoción y distribución de masas que conllevan las reducciones de la gravedad hacen variar el potencial de gravedad y por tanto el geoide. Esta variación del geoide es un efecto indirecto de las reducciones gravimétricas. De esta manera, la superficie calculada por la formula de Stokes (ver sección 2.13) a partir de las anomalías isostáticas, no es el geoide mismo sino es una superficie un poco diferente denominada co-geoide. (Figura. 2.19). Para cada reducción de gravedad se obtiene un co-geoide diferente.

Figura. 2.19 Comparación entre el geoide y co-geoide



Como se puede observar (Figura. 2.19), la separación entre el geoide y el co-geoide se denomina efecto indirecto (N_{ind}) y esta dada por la aplicación de la fórmula de Bruns a la diferencia del potencial δW .

$$N_{ind} = \frac{\delta W}{\gamma} \quad (2.46)$$

Mas allá, la variación sufrida por el potencial implica una alteración en el valor de la gravedad reducida al geoide, por lo que, antes de aplicación de la formula de Stokes, las anomalías deben ser reducidas al co-geoide mediante la siguiente fórmula:(Tierra A., 2003)

$$\delta g = \frac{\partial g}{\partial h} N_{ind} \quad (2.47)$$

Donde:

δg conocida como efecto indirecto sobre la gravedad y sus valores en general son de orden de pocos mGal.

El efecto indirecto del terreno en el Geoide debido a la segunda condensación de Helmert está dado por la siguiente expresión:

$$N_{ind} = -\frac{\pi G \bar{\rho} H n_{(P)}^2}{\gamma} - \frac{G \bar{\rho}}{6\gamma} \iint_{\sigma} \frac{Hn^3 - Hn_{(P)}^3}{l_0^3} dx dy \quad (2.48)$$

Debido a que el segundo término de la expresión (2.48) es muy bajo, no será tomado en cuenta por efectos mínimos en el desarrollo final, entonces la ecuación queda de la siguiente forma. (Tierra A., 2003)

$$N_{ind} = -\frac{\pi G \bar{\rho} H n_{(P)}^2}{\gamma} \quad (2.49)$$

Donde:

$Hn_{(P)}$ es la altura del punto de cálculo en cm,
 π valor de PI=3.14151692654
 G constante de gravitación universal $6.672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{Kg}^1 \text{s}^2$
 $\bar{\rho}$ densidad media de capa punto en unidades (kg/m³)
 γ es el valor de la gravedad normal en mGals.

2.13 FÓRMULA DE STOKES

Casi todas las observaciones de tipo geodésico dependen del campo de gravedad y de otros parámetros e incógnitas entre las cuales se encuentran normalmente la posición del punto donde se efectúa la medición. Cuando estas observaciones se realizan de forma exhaustiva, con una distancia tan pequeña

entre ellas que se pueda tomar datos discretos en vez de continuos, entonces se puede resolver el problema que se plantea en este proyecto. O sea, un problema en el que las incógnitas son el campo de la gravedad y de contorno (superficie física de la tierra). Por eso se dice que el objeto de la Geodesia Física es la determinación de la superficie física de la Tierra y su campo gravítico exterior.

Para que esta determinación sea posible, la superficie física de la Tierra deberá ser una superficie estable (eventualmente sujeta a variaciones de ciclos) próxima a la superficie topográfica y del tal forma que sobre ella se conozca el campo de gravedad pudiéndose conocer completamente este campo exterior.

La imposición de proximidad entre la superficie física y la superficie topográfica, es entendida como tal, que las oscilaciones entre ambas, en el espacio y en tiempo, son tales que producen sobre la superficie física variaciones de campo menores que los errores de observación; o más pequeño que la precisión con que se pretenda conocer el campo de gravedad, de tal modo que las hipótesis de que el campo no tiene masas en el exterior de la superficie física o sea estacionario, sea físicamente aceptables. Se verifica que casi todos estos supuestos, son observados por el geoide, como la diferencia única de que las masas externas al geoide no son despreciables, ni tampoco, las observaciones de gravedad son realizadas sobre el geoide.

Una solución posible para este problema consiste en la remoción de masas externas al geoide. Esta es la solución clásica es conocida como la solución de Stokes.

2.13.1 Integración Numérica

El método de Stokes consiste en la determinación del potencial perturbador T sobre y fuera de una esfera de radio $R = r$ (radio medio de la tierra), sobre el cual se conocen los valores de anomalía de gravedad Δg , suponiendo que T es una función armónica $\Delta T = 0$ fuera de esta esfera, con la condición de contorno para T sobre ésta, según la expresión:

$$\Delta T = 0$$

$$-\Delta g = \frac{2T}{r} + \frac{\partial T}{\partial r} \quad (2.50)$$

Como R está dado por el radio medio de la Tierra. Esta ecuación pertenece a los valores de la frontera, y puede ser usada, en conjunto con ($\Delta T = 0$), como un problema del valor de la frontera del tipo mixto envuelto en la función T y en su derivada $\delta T/\delta H$, ambas referidas al geoide; entonces el potencial perturbador $T(R, \theta, \lambda)$ es calculado por:

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g S(\Psi) d\sigma \quad (2.51)$$

La fórmula de Burns, la cual relaciona la ondulación geoidal (N) con el potencial perturbador (T), a través de la gravedad normal (γ), está dada por: (Heiskanen & Moritz, 1985)

$$N = \frac{T}{\gamma} \quad (2.52)$$

De esta manera, la fórmula de Stokes que calcula la ondulación geoidal con base en las anomalías de gravedad debe ser escrita de la siguiente forma, aplicando la ecuación (2.52):

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g S(\Psi) d\sigma \quad (2.53)$$

Donde:

- σ indica el área de integración;
- R es el radio medio de la Tierra
- γ es el valor de la gravedad normal;
- Δg son los valores de las anomalías residuales medidas al igual que la gravedad normal en miliGals;
- (Ψ) distancia esférica entre el punto dado de la anomalía de gravedad y el punto a ser calculado
- $S(\Psi)$ es la conocida función de Stokes

Siendo la función de Stokes $S(\Psi)$ conocida mediante la siguiente expresión:

$$S(\Psi) = \frac{1}{\operatorname{sen} \frac{\Psi}{2}} - 6 \operatorname{sen} \frac{\Psi}{2} + 1 - 5 \cos \Psi - 3 \cos \Psi \ln \left(\operatorname{sen} \frac{\Psi}{2} + \operatorname{sen}^2 \frac{\Psi}{2} \right) \quad (2.54)$$

Tanto la ecuación (2.51) cuanto la (2.53) son conocida como fórmulas de Stokes. La fórmula (2.53), permite calcular la ondulación del geode a partir de datos gravimétricos.

Como T (potencial perturbador) es armónico fuera de la superficie del geode, significa que todas las masas encima del geode deben ser removidas, eliminadas o condensadas mediante reducciones gravimétricas. La integración se debe realizar en toda la superficie de la Tierra. Por tanto, se debe disponer de informaciones gravimétricas con distribución adecuada en todo el planeta.

La determinación de Stokes elimina los términos armónicos de grado cero y en un T (potencial perturbador) y N (ondulación geoidal) debido al hecho que se asume que es esferopotencial sobre el elipsoide y numéricamente igual al geopotencial sobre el geode, que las masas son iguales y que el centro coincide con el centro de las masas de la Tierra.

Con la utilización de las coordenadas geodésicas ϕ, λ la ecuación (2.53) es calculada por:

$$N(\phi, \lambda) = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \Delta g'(\phi', \lambda') S(\Psi) \cos \phi' d\phi' d\lambda' \quad (2.55)$$

Siendo (ϕ', λ') son las coordenadas del elemento del área asociado a la anomalía $\Delta g'$.

Esta fórmula fue publicada por George Gabriel Stokes en 1849; por eso se llama fórmula de Stokes o integral de Stokes. Es considerada la fórmula más importante de la Geodesia Física ya que hace posible determinar el geode con datos gravimétricos. (Heiskanen & Moritz, 1985)

2.14 TÉCNICA “REMOVER – RESTAURAR”

El cálculo del modelo Geoidal se basa en la técnica remover-restaurar, también conocida como Técnica de “Descomposición de Altura Geoidal”:

2.14.1 Remover

Este proceso consiste en remover la contribución del modelo geopotencial y la anomalía resultante de la condensación de Helmert, obteniendo la anomalía de gravedad residual (Δg_{res}), mediante la formula:

$$\Delta g_{res} = \Delta g_{AL} + C_T + \delta g - \Delta g_{MG} \quad (2.56)$$

Donde:

Δg_{AL}	anomalías de aire libre
C_T	corrección de terreno
δg	anomalías de gravedad (efecto indirecto)
Δg_{MG}	anomalías gravimétricas del modelo geopotencial global

Para la realización de este proceso de remoción, debemos calcular las anomalías gravimétricas a partir de un modelo global de armónicos esféricos del geoide, esto es, el modelo geopotencial global, para esto se debe calcular las anomalías gravimétricas (Δg_{MG}) y alturas geoidales (ondulaciones geoidales) (N_{MG}), para cada punto P (ϕ, λ).

También se debe determinar las anomalías gravimétricas de Helmert que son calculadas a partir de las observaciones gravimétricas locales y de los datos digitales de elevación (MDE). Las anomalías resultantes de la 2da condensación de Helmert (Δg_H) se la obtiene mediante las anomalías de aire libre con la corrección de terreno y las anomalías debido al efecto indirecto de topografía, mediante la ecuación (2.45)

De esta forma como ya se mencionó antes las anomalías gravimétricas residuales (Δg_{res}) son obtenidas.

El siguiente proceso consiste en calcular la ondulación residual del co-geoide a través de la función de Stokes para cada punto P (ϕ, λ) ecuación (2.55), usando como datos de entrada las anomalías gravimétricas residuales (Δg_{res}), ya mencionadas en la ecuación (2.56).

2.14.2 Restaurar

La continuación de la técnica remover-restaurar, esta dado por restaurar las contribuciones de altura geoidal tanto del modelo geopotencial cuanto del efecto indirecto del terreno.

Restaurar el campo de ondulación geoidal proporcionado por un modelo global de armónicos esféricos del geoide, o sea, un modelo potencial global (N_{MG}), la ondulación residual del co-geoide y la secuencia de la aplicación del efecto indirecto de topografía (N_{ind}), este proceso del efecto indirecto de topografía lo aplicamos en el co-geoide, pero los resultados obtenido se dan ya en el geoide; formando así la ondulación final de este.

Este proceso, conocido como restauración es expresado en la fórmula:

$$N = N_{MG} + N_{res}^C + N_{ind} \quad (2.57)$$

El resultado final que se obtiene mediante la ecuación (2.57), es el principal objetivo de este proyecto, calculo del geoide gravimétrico local para el Ecuador Continental, mediante el cual se puede calcular las alturas ortométricas: (ver Figura. 2.2)

$$N = h_{elip} - h_{ort} \quad (2.58)$$

Donde:

N	Ondulaciones geoidales ecuación (2.57)
h_{elip}	alturas elipsoidales dada por el GPS
h_{ort}	alturas ortométricas

2.15 SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL POR SATELITES – GPS

2.15.1 Principios Fundamentales

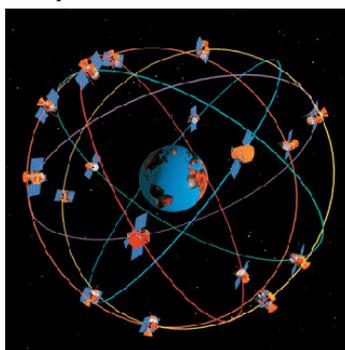
Se debe mencionar que el primer sistema que se desarrolló en el año de 1967 fue el “Navy Navigational Satellite System” (NNSS), también llamado sistema TRANSIT, el principal problema de este sistema era el tiempo que necesitaba para obtener observaciones suficientes para la determinación de la posición, y también su baja precisión especialmente para fines de geodesia.

Posteriormente desarrollado el GPS (Global Positioning System, o Sistema de Posicionamiento Global), el cual fue elaborado para remplazar al sistema TRANSIT, este sistema fue diseñado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos (DoD) como un sistema de navegación de precisión, con fines militares.

A partir de 1973 se comenzó el desarrollo de lo que sería la actual constelación NAVSTAR (NAVigation System With Time And Ranging, o (Navegación por satélite con medición de tiempo y distancia), se lanzó el primer satélite de que formaría parte de la misma, el día 22 de Febrero de 1978. El propósito era lograr un sistema con precisiones 10 veces superiores a las del sistema TRANSIT.

Actualmente la constelación NAVSTAR está formada por 28 satélites (24 principales y 4 de reserva), que dan un alto grado de disponibilidad al sistema GPS en todo momento del día y en cualquier lugar. Figura. 2.20

Figura. 2.20 Esquema de la constelación NAVSTAR



Fuente: http://www.aero.org/publications/.../01_01.gif

Sin embargo, no debe olvidarse que se trata de un sistema cuyo objetivo principal es servir como sistema de navegación para operaciones militares, razón por la cual el DoD puede alterar su funcionamiento en caso de considerarlo necesario.

Actualmente se están empleando con éxito las técnicas GPS en Topografía y Geodesia, de manera que en muchas ocasiones resulta mucho más rentable que los procedimientos convencionales (baste con el ejemplo de que mediante GPS puede realizarse la batimetría de un embalse con rendimientos próximos a los 3.000 puntos diarios, superando de forma contundente a lo que podría obtenerse mediante una moderna estación total y permitiendo realizar complejos trabajos en plazos de tiempo antes inimaginables). Además, no sólo es un sistema rápido a la hora de captar la información, sino que diversos añadidos (colectores de datos, software específico, etc.) permiten automatizar todo el proceso de toma y tratamiento de datos. Si se combina con un ordenador personal y el software adecuado, los resultados son sorprendentes.

Quiere todo esto decir que cada vez es frecuente el uso de receptores GPS en el ejercicio de la actividad ingenieril.

El funcionamiento del sistema GPS a nivel básico es bastante sencillo, aunque encierra un sinfín de complejidades técnicas que, sin embargo, no se debería preocupar excesivamente, pues los modernos receptores están muy avanzados y permiten su utilización por personal no especialmente calificado.

La complejidad está dentro, igual que en otros muchos aparatos que normalmente se usa (como los teléfonos móviles GSM), aunque no se de cuenta de su existencia.

2.15.2 Principios Básicos del GPS

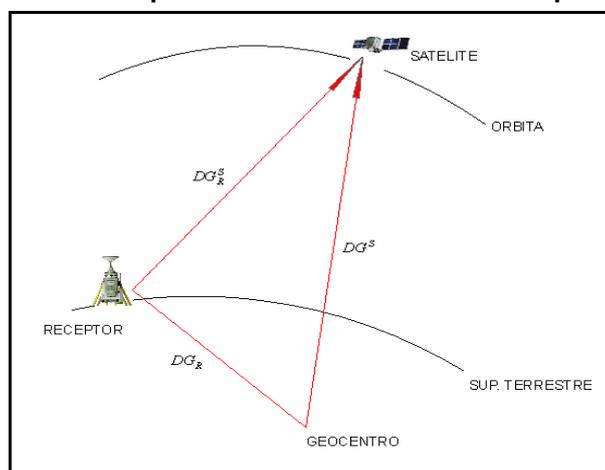
2.15.2.1 Principio Básico de Posicionamiento por Satélites

La posición de un objeto puede ser determinado por diferentes técnicas y usando diferentes instrumentos. La posición esta relacionada a un sistema de

referencia, en posicionamiento por satélites este sistema generalmente es geocéntrico.

Las coordenadas del satélite con respecto al geocentro pueden ser calculadas mediante el uso de las efemérides que son transmitidas por el satélite, por lo tanto se puede conocer la distancia DG^S . Mediante el rastreo al satélite por el receptor, se determina la distancia “verdadera” DG_R^S ; por lo que quedaría como incógnita la distancia DG_R entre geocentro y receptor, ver figura 2.21. (Tierra A. 1995)

Figura. 2.21 Principio Básico de Posicionamiento por Satélites



Fuente: Tierra A. 1995 Modificado por el autor

Usándose esta técnica y con el rastreo de solamente 3 satélites se puede determinar la posición del receptor (e.g. latitud, longitud y altura) mediante 3 ecuaciones de distancia dada por:

$$DG_R^S = \|DG^S - DG_R\| \quad (2.59)$$

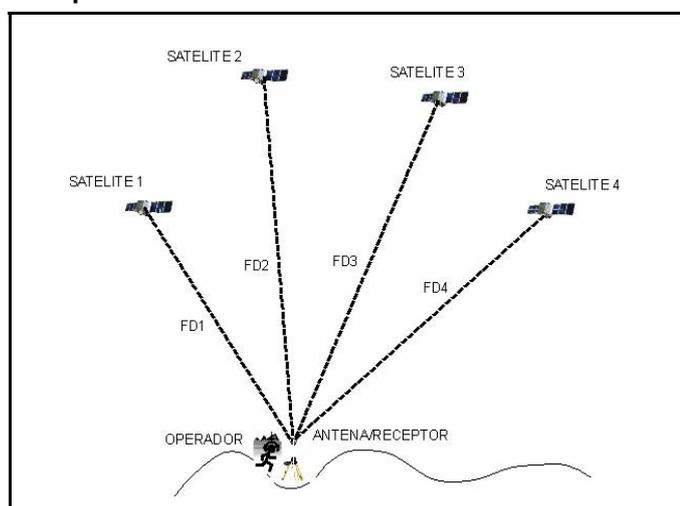
2.15.2.2 Principio Básico de Posicionamiento con el Sistema NAVSTAR – GPS.

Los satélites del GPS están configurados básicamente para proveer al usuario la capacidad de determinar su posición mediante el proceso de

intersección de 3 esferas con radio igual a la distancia entre el receptor y el satélite.

Por lo general, los receptores no disponen de un reloj de gran estabilidad, por lo que da un valor de tiempo aproximado al del sistema de tiempo GPS, es decir, existe un error de sincronización, por lo que se hace necesario el rastreo de por lo menos 4 satélites para poder resolver las incógnitas que en este caso vendrían a ser cuatro (e.g. 3 coordenadas, 1 de tiempo), Figura. 2.22 debido a este error de sincronización la distancia entre receptor - satélite sufre una variación, siendo ligeramente mas grande o más pequeña que la distancia “verdadera”, motivo por el cual es llamado de Falsa – Distancia – FD (Pseudorange).

Figura. 2.22 Principio Básico de Posicionamiento con el NAVSTAR - GPS



Fuente: Tierra A. 1995 Modificado por el autor

2.15.2.3 Objetivos Del Sistema

Este sistema fue desarrollado bajo la dirección del Departamento de Defensa (DoD), básicamente sobre el establecimiento de las necesidades unánimes reconocidas por las partes interesadas. Los objetivos iniciales fueron:

- 1) Precisión del orden del centímetro para posicionamiento,
- 2) Exacta determinación de velocidad y tiempo,
- 3) Disponibilidad continua de datos de navegación,
- 4) Base para el establecimiento de un referencial global,
- 5) Cobertura global y regional,

- 6) Observación simultánea de por lo menos 4 satélites visibles encima del horizonte en cualquier región y en cualquier momento e.
- 7) Independencia de las condiciones meteorológicas.

2.15.3 Segmentos De Sistema

El sistema NAVSTAR-GPS, consta de tres segmentos, entre los cuales tenemos:

- Segmento Espacial: que envuelve a los satélites
- Segmento de Control: responsable de las estaciones terrestres o sea el monitoreo, generación, corrección y evaluación de todo el sistema.
- Segmento de usuarios: que envuelve a los receptores.

2.15.3.1 Segmento Espacial

Está constituido por los satélites de la constelación NAVSTAR, y está formada por un total de 28 satélites, de los cuales 4 son de reserva y los otros 24 están distribuidos en 6 planos orbitales (cada uno de ellos con 4 satélites en una órbita prácticamente circular, a 20.180 Km de altitud. Figura. 32). Estos 6 planos están igualmente espaciados entre sí en 60° y forman un ángulo de unos 55° con el plano definido por el Ecuador.

La constelación NAVSTAR fue desarrollado mediante los siguientes bloques: el bloque 1 experimental o de desarrollo fuera de servicio, el bloque II y el II R.

Once satélites del Bloque 1, NAVSTAR 1 hasta 11, fueron puestos en dos planos orbitales con 63° de inclinación, entre los años 1978 y 1985. Uno de ellos estaba todavía en funcionamiento en junio de 1994.

El primer satélite de producción del bloque II fue lanzado en febrero de 1989.

A partir de noviembre de 1989 se empezó a utilizar una versión ligeramente modificada del bloque IIA que se compone de satélites más pesados con sistemas redundantes.

La vida útil proyectada de los satélites operacionales del bloque II es de 7.5 años.

En los próximos años, la señal GPS va a padecer cambios significativos que van a dotar al sistema de una mayor robustez y precisión, así como adecuarlo para aquellas aplicaciones civiles que por sus requerimientos no tienen suficiente con las actuales prestaciones del sistema GPS.

El primero de estos cambios se produjo el 26 de septiembre del 2005, cuando fue lanzado el primer satélite del bloque IIR-M. Este satélite ya está equipado para emitir el nuevo código M, un código para exclusivo uso militar muy robusto a las interferencias y a las intromisiones, que va modulado sobre las portadoras L1 y L2. La siguiente novedad será la adición de una nueva señal, L2C.

La última de las novedades por el momento conocidas, acompañará al lanzamiento del siguiente bloque satelitario, el IIF, y consistirá en una nueva señal para uso civil que irá modulada sobre la nueva portadora L5. Esta nueva señal está especialmente pensada para satisfacer las necesidades de la aviación actual, y por ello se ubicará en la frecuencia 1176,45 Mhz, dentro de la banda asignada a los servicios aeronáuticos de radionavegación (ARNS – Aeronautical Radio Navigation Services). Sus principales características serán la emisión a una potencia mucho mayor que las señales civiles actuales, la disposición de un mayor ancho de banda y una mayor robustez ante interferencias.

2.15.3.2 Segmento de Control

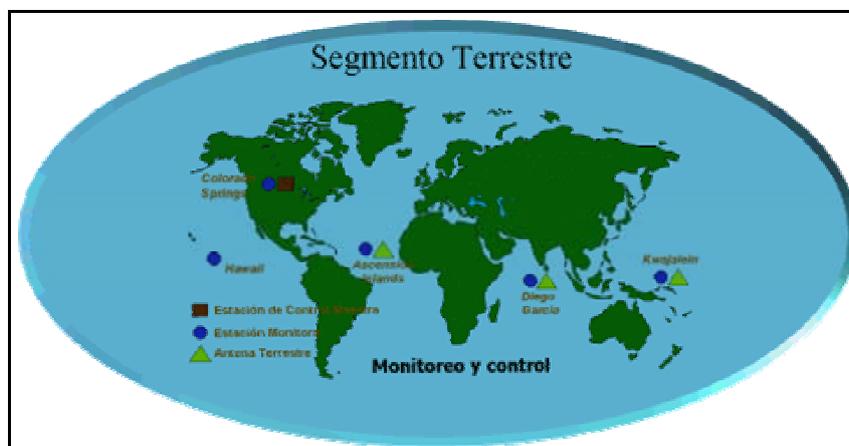
El segmento de control tiene la función de:

- Supervisar y controlar continuamente el sistema de satélites.
- Determinar el tiempo del sistema GPS.
- Predecir las efemérides de los satélites y el comportamiento de los osciladores en los mismos.
- Actualizar periódicamente la información de navegación para cada satélite en particular.

Este segmento está constituido por 5 estaciones de control esparcidas por los continentes. Una de estas es la Estación Principal de Control (EPC), localizada en Colorado Springs (USA); 3 antenas y Estaciones de Monitoreo (EM),

localizados en Kwajalein, Ascensión y Diego García; 2 (EM) en Hawai y Colorado Springs. Ver Figura. 2.23

Figura. 2.23 Segmento de Control. Estaciones de Seguimiento



Fuente: INEGI, México 2006

Las estaciones monitoreo reciben todas las señales satélites y basándose en estos datos la estación master control precomputa las efemérides de los satélites y el comportamiento de los relojes en los satélites, formulando los datos de navegación (mensaje).

2.15.3.3 Segmento de Usuario

Está formado por los instrumentos que nosotros, los usuarios, necesitamos para utilizar el sistema GPS de cara a la navegación, posicionamiento, control preciso de tiempos, etc.

Básicamente, un equipo GPS está compuesto por un receptor o sensor con antena que se comunica con los satélites, y por una unidad de control que permite la interoperatividad con el usuario. Adicionalmente, cada vez se incluyen mayor número de accesorios con diversas funcionalidades.

2.15.4 Señales transmitidas por el satélite

Existen tres tipos de señales que son transmitidas por los satélites y que son utilizadas por los GPS, estas son las siguientes:

2.15.4.1 Señales por códigos

Para esta determinada señal existen dos tipos de códigos que son utilizados:

- **Código P:** Este es el código restringido, de precisión y solo personas autorizadas lo pueden disponer. Este código es único para todos los satélites.
- **Código C/A:** Conocido como el código de libre acceso y este código es único para cada satélite.

2.15.4.2 Señales de la Portadora

Esta permite la determinación de los efectos debido a la refracción ionosférica en la propagación de las ondas. A continuación los diferentes tipos de señales:

- **L1** es modulada en fase por los códigos P y C/A y se recomienda utilizar equipos con portadora L1 hasta distancias de 10 Km. entre base y móvil.
- **L2** es modulada en fase solo por el código P
- **L2C** modulada sobre la portadora L2, proporcionará una señal para uso civil mucho más robusta que la actual, permitiendo correcciones ionosféricas, proporcionando redundancia en el canal y una mayor protección ante la correlación cruzada, que duplicará la protección proporcionada por la actual señal C/A.
- **L5** señal civil que servirá para apoyar a la aviación civil y otros usos, mejora la estructura de la señal para mejorar su rendimiento, es superior a la energía de transmisión L1/L2, estará dentro de la banda asignada a los servicios aeronáuticos de radionavegación

2.15.4.3 Señales de Mensaje de Navegación

Esta señal se compone de un cuadro de datos con una duración de 30 s, cada cuadro se compone de 5 subcuadros en el que se detalla:

- En el subcuadro 1, contiene los parámetros para la corrección del reloj del satélite, el número de semana GPS, el número y el estado de salud del satélite.
- En los subcuadros 2 y 3, contienen las efemérides de los satélites y los parámetros de actualización de estas efemérides.
- En el subcuadro 4, contiene mensajes para la corrección de la refracción ionosférica.
- En el subcuadro 5, contiene almanaque GPS.

2.15.5 Método Estático

Consiste en la utilización de un receptor base sobre un punto de coordenadas conocidas y otro receptor sobre el punto a medir. Ninguno de los dos receptores se mueve durante los prolongados tiempos de medición.

Es un método utilizado en geodesia para medir a largas distancias y es hoy por hoy la manera más precisa de obtener coordenadas por GPS. Su precisión depende de los tiempos de medición y sobre todo el tipo de receptor empleado. Recordamos que este método se puede aplicar con receptores de fase de portadora L1 o con receptores de fase de portadoras en bifrecuencia (L1+L2).

Las coordenadas medidas no son obtenidas por el usuario en el campo, sino que son calculadas en gabinete utilizando el software apropiado. Dicho software pone en relación las series de la estación (o estaciones de referencia) con las series de los receptores de medida. Como la estación de referencia ha estado ubicada en un punto de coordenadas conocidas, se puede saber en cada momento de la medición qué error aproximado produce la señal de los satélites; dicho error es compensado sobre la serie del receptor medidor.

La idea principal de este método es que las señales que han llegado hasta la estación base han recorrido prácticamente la misma región atmosférica que las señales que han llegado hasta el receptor medidor, con lo cual ambas señales han estado sometidas al mismo tipo de degradaciones (sobre todo por efecto de la ionosfera).

Los receptores de dos portadoras (L1 y L2) al utilizar dos frecuencias distintas permiten resolver mejor las ambigüedades y dar mayor precisión; ello es así porque los retardos atmosféricos son función de la frecuencia de la señal, luego si utilizamos dos frecuencias distintas podemos tener más información acerca de qué retardos y degradaciones ha tenido la señal en su camino hasta nuestro receptor.

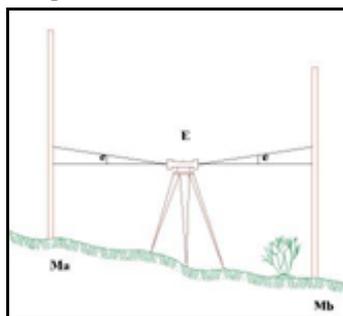
El tiempo medio de observación va desde decenas de minutos hasta algunas horas dependiendo de varios factores como: distancia entre dos puntos, (línea base), números de satélites rastreados, geometría entre satélites, observaciones utilizando una o dos frecuencias, precisión deseada, entre otros. (Tierra A.1995)

Como se dijo anteriormente este método es el más utilizado con fines geodésicos por los que uno de sus usos es la medición de puntos fijos para redes de apoyo.

2.16 NIVELACIÓN

Nivelación es un término genérico que se aplica a cualquiera de los diversos procedimientos a través de los cuales se determinan elevaciones o diferencias entre las mismas (Figura. 2.24). La elevación o altitud es la distancia vertical medida desde la superficie de referencia hasta el punto considerado. La distancia vertical debe ser medida a lo largo de una línea vertical definida como la línea que sigue la dirección de la gravedad o dirección de la plomada. A través de ésta nos permite obtener los datos necesarios para la elaboración de mapas o planos de configuración y en proyectos de obras de ingeniería y de construcción.

Figura. 2.24 Nivelación



Fuente: www.danotario.com 2007

2.16.1 Métodos para Determinar Diferencias de Elevación

La determinación de las diferencias de nivel se las puede realizar por tres métodos diferentes, dando origen respectivamente a tres tipos de nivelación:

Método trigonométrico o indirecto	→ Nivelación Trigonométrica
Método geométrico o directo	→ Nivelación Geométrica o Diferencial
Método barométrico	→ Nivelación Barométrica

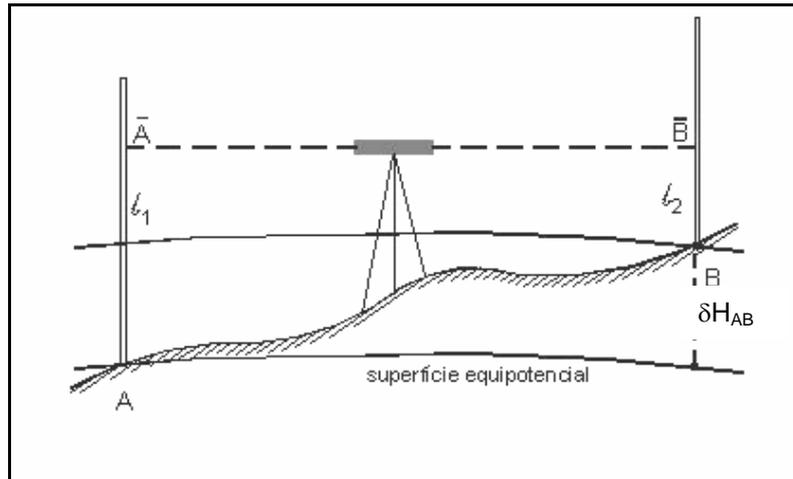
2.16.2 Nivelación Geométrica

En principio, el procedimiento de *nivelación geométrica* es bien conocido por los topógrafos, consiste en medir la diferencia de altura entre dos puntos A y B, como los representados en la figura 2.25, mediante la observación de la diferencia de lecturas sobre dos miras verticales situadas en los puntos considerados. La diferencia de altura entre los dos puntos resulta ser entonces, la diferencia de las lecturas l_1 y l_2 , observadas con el nivel (instrumento de nivelación), es decir,

$$\delta H_{AB} = l_1 - l_2 = A \bar{A} - B \bar{B} \quad (2.60)$$

Siendo δH_{AB} la diferencia de altura geométrica entre los puntos A y B. Cuando este procedimiento se repite una y otra vez, siguiendo un *circuito de nivelación*, es decir, una línea de nivelación cerrada, la suma algebraica de los incrementos de nivelación o diferencias de altitud medidas, no es exactamente cero, como cabría esperar si realizamos estas medidas con gran precisión. Este error, que se conoce como *error de cierre* de un circuito de nivelación, nos indica que el procedimiento de nivelación exacto, es algo más complicado que la simple determinación de las diferencias de altura.

Figura. 2.25 Nivelación Geométrica



Fuente: Heiskanen & Moritz, 1985

2.16.3 Nivelación de gran Precisión

Las condiciones que se detalla a continuación son las que se debería seguir si existe la necesidad de realización de nivelación de gran precisión:

- Visual hasta 50 metros
- Lecturas estimadas al milímetro y décimas de milímetro.
- Distancia atrás y adelante
- Mira con niveleta y milimétrica
- Condiciones ambientales óptimas
- Error máximo tolerable $\Rightarrow T = 0.005 \sqrt{L}$ mts. (L en kilómetros)

Se leerá rápidamente adelante y atrás, de manera que el tiempo no influya en el cambio ambiental

Instrumento perfectamente corregido.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

3.1 EVALUACIÓN DE LA INFORMACIÓN EXISTENTE

Para la realización de éste proyecto la metodología planteada de acuerdo al anexo A utilizó insumos importantes como son los datos gravimétricos, se recolectaron 11017 puntos que están representados en el mapa de puntos de gravedad del Ecuador Continental (ver anexo B), estos datos servirán para el cumplimiento del objetivo principal del proyecto, además se obtuvieron 41 puntos (ver anexo C) que ayudan para la evaluación del modelo geoidal desarrollado.

La fuente de estas observaciones gravimétricas en la superficie terrestre ha sido la Subcomisión de Gravedad y Geoide para América del Sur a través del Dr. Denizar Blitzkow de la Universidad de Sao Paulo por medio de la colaboración directa del Dr. Ing. Alfonso Tierra.

3.2 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LA ANOMALÍA RESULTANTE DE LA CONDENSACIÓN DE HELMERT

Como se mencionó en la sección [2.10.4] la reducción de la condensación de Helmert no elimina las masas topográficas, sino las condensa sobre el geoide formando una superficie material denominada co-geoide, de esta manera la masa total de la tierra no sufre alteración.

Para determinar la anomalía resultante de la condensación de Helmert se utiliza la ecuación (2.45).

Entonces según la ecuación (2.45) se necesita de otras anomalías para la obtención de la condensación de Helmert las cuales se presentaran a continuación:

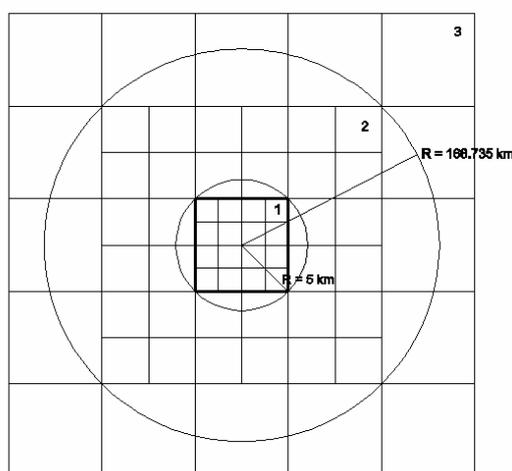
3.2.1 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LA CORRECCIÓN POR TERRENO

La corrección por terreno considera las irregularidades de las masas topográficas relativas a la lámina de Bouguer. El cálculo de la corrección está en función de las coordenadas cartesianas mediante la ecuación (2.38).

La topografía en su mayoría es irregular, y su efecto no puede ser expresado de una forma analítica, por esto es necesario recurrir a la integración numérica sobre la superficie de la Tierra, de esta manera, a la superficie de la Tierra se la divide en compartimentos, la contribución de la topografía en el interior de cada célula es adherido individualmente, y entonces las contribuciones de todos los compartimentos son sumados para dar el efecto total.

Los efectos del modelo de terreno se calculan integrando prismas rectangulares, utilizando el MDE_1 hasta una cierta distancia R_0 (5km), y a partir de este hasta una distancia R_1 (167.735 km) con el modelo MDE_2 (ver Fig. 3.1 y 3.2). La utilización de un MDE con menos resolución a partir de una cierta distancia, tiene como objetivo la disminución de tiempo de cálculo. (Catalao J., 2000). Estos modelos digitales de elevación (MDE_1 , MDE_2) serán mencionados en detalle posteriormente.

Figura. 3.1 Radio de las áreas de influencia en la corrección topográfica



Para el cálculo de la corrección por terreno, la metodología aplicada es aquella que utiliza Forsberg, la cual, mediante la integración numérica por prismas

a través de su programa TC (Topographic Correction) procesan los datos mediante el lenguaje Fortran, considerando el efecto topográfico directo de todas las masas sobre el nivel del mar, la reducción topográfica/isostática y la corrección del terreno respecto a la irregularidades topográficas encima de la lámina de Bouguer (Kirby, 2007)

Para realizar el cálculo de la corrección por terreno hay ingresar al programa TC los siguientes insumos, según las necesidades del programa:

- 3 MDEs generados por medio del uso del programa también diseñado por Forsberg; SELECTE (el desarrollo del programa SELECTE se siguió de acuerdo a Kirby, 2007).
 - modelo digital de elevación detallado (MDE_1)
 - modelo digital menos detallado (MDE_2)
 - modelo de referencia (MDE_{REF}).
- Archivo de entrada con extensión *.txt, el cual debe tener en sus columnas: numero del punto, latitud, longitud y altura nivelada.

El proceso para la utilización y ejecución del programa TC en donde se detallan variables y códigos que permiten calcular los efectos del terreno en el campo de gravedad se desarrolló de acuerdo a Kirby, 2007.

3.2.2 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LAS ANOMALÍAS DE GRAVEDAD DE AIRE LIBRE

Esta anomalía es obtenida con la aplicación de la corrección de aire libre, que considera la variación de gravedad entre la superficie de observación y el geoide, sin considerar el efecto gravitacional de las masas entre las dos superficies. Es positiva esta anomalía si se encuentra encima del geoide y negativa debajo de este. (Barboza, 2005)

En el proceso para la obtención de las anomalías de aire libre requiere conocer los valores de la latitud de cada punto o estación, la altura nivelada y valores de gravedad observada, con estos insumos se procesa y mediante

cálculos se obtienen los valores de gravedad normal, la corrección atmosférica, la gravedad de la corrección atmosférica y la corrección de aire libre para cada punto dentro del área de estudio. La anomalía de aire libre al igual que sus variables son obtenidas en mGals.

Para la obtención de la anomalía de aire libre se aplica la ecuación (2.28), siguiendo el proceso dado a continuación:

- Cálculo de la corrección de aire libre, aplicadas la ecuación (2.35)
- Para obtener los valores de gravedad normal se aplicó la ecuación (2.23)

3.2.3 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LAS ANOMALÍAS DE GRAVEDAD EFECTO INDIRECTO

Para determinar las anomalías de gravedad efecto indirecto mediante la fórmula (2.45) según la condensación de Helmert, éstas se obtienen mediante la ecuación (2.47).

La unidad de medida de las anomalías de gravedad efecto indirecto esta dado en mGal y esta en el orden de pocos mGals.

3.3 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LAS ONDULACIONES GEOIDALES DEBIDO AL EFECTO INDIRECTO

El supuesto de no existir masas fuera del geoide, conduce a que las mismas deban ser eliminadas matemáticamente con algún tipo de reducción. Esto implica que al ser aplicada la integral de Stokes, no sea obtenida la ondulación geoidal respecto al geoide sino una superficie muy próxima a este, denominada co-geoide. De esta manera, es claro que el co-geoide no coincide con el geoide, puesto que el potencial ha cambiado.

La separación que existe entre ambas superficies de nivel se le llama efecto indirecto sobre el geoide, siendo calculable mediante el teorema de Bruns según la ecuación (2.46)

A la metodología aplicada para obtener la altura geoidal se tiene que restaurar el efecto indirecto en la altura geoidal causada por la reducción gravimétrica a través de la ecuación (2.48) y (2.49).

Aunque los valores del efecto indirecto sean negativos, éste debe siempre ser adicionado a las otras dos contribuciones según la ecuación (2.57) expuesto en la sección 2.14.2, esto representa un reposicionamiento del geoide que había sido alterado por la condensación de masas.

3.4 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LAS ANOMALIAS DE GRAVEDAD Y ONDULACIONES GEOIDALES UTILIZANDO EL MODELO GEOPOTENCIAL EGM96

Los modelos de alto grado pueden ser usados para una variedad de aplicaciones como: cálculo de la predicción de las órbitas de satélites, uso en estudios simulados que envuelven cantidades gravimétricas y cálculo de ondulaciones geoidales; entre los principales, el uso más frecuente es éste último, en razón de facilidad proporcionada por el GPS en las determinaciones de alturas elipsoidales y consecuentemente a la necesidad de conocer la altura geoidal.

Por esta razón para el cálculo de las contribuciones de la anomalía de gravedad a partir de un modelo geopotencial mediante la expresión en armónicos esféricos para orden y grado de 360 se usa en este proyecto el modelo geopotencial EGM 96.

En lo que tiene que ver con la metodología para el cálculo del geoide gravimétrico local se requiere adicionar las anomalías de gravedad debido al modelo geopotencial EGM96 con la anomalías de la condensación de Helmert para obtener las anomalías residuales, además se debe adicionar las ondulaciones geoidales EGM96 a las ondulaciones geoidales residuales respecto al co-geoide para obtener las ondulaciones geoidales antes de restaurar el efecto topográfico.

En este proyecto para determinar las anomalías de gravedad (en mGal) y las ondulaciones geoidales (en metros) se utilizó el programa GAVTGME.exe que se encuentra en lenguaje fortran. Para el cálculo de estas variaciones se debe ingresar dos archivos: el primero consta de un modelo con coeficientes del geopotencial con grado y orden 360 del modelo geopotencial EGM96; y el segundo que consta el archivo de puntos de los cuales se van a calcular las anomalías, en éste debe constar latitud, longitud y altura. (La metodología utilizada está detallada en Ordoñez, 2007.)

3.5 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LAS ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES

La metodología para calcular las ondulaciones geoidales residuales respecto al co-geoide se la realiza a través de la función de Stokes para cada punto $P(\phi, \lambda)$ según la ecuación (2.55), usando como datos de entrada las anomalías gravimétricas residuales.

La fórmula de Stokes calcula la ondulación geoidal con base en las anomalías de gravedad a partir de datos gravimétricos. Se utilizó el programa stokes.exe que se encuentra en lenguaje fortran (ver anexo I), cuyo creador es Forsberg, los principales insumos para la ejecución del programa son los siguientes:

- 1 MDE que se generó por medio del uso del programa diseñado por Forsberg; Select, ya indicado antes
- 1 archivo de puntos, debe contener los puntos del sitio a evaluar con el siguiente formato: punto, latitud, longitud, altura nivelada.

3.6 METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LAS ONDULACIONES GEOIDALES DEL ECUADOR CONTINENTAL

Para el cálculo de las ondulaciones geoidales del Ecuador Continental en este proyecto se adoptó la técnica remover-restaurar mencionada en la sección [2.14] que consiste en remover la contribución del modelo geopotencial y la

anomalía resultante de la condensación de Helmert, obteniendo la anomalía de gravedad residual mediante la fórmula (2.56), calcular la ondulación residual del co-geoide mediante la fórmula de Stokes; y restaurar el campo de ondulación geoidal proporcionado por un modelo global de armónicos esféricos del geoide, o sea, un modelo potencial global, la ondulación residual del co-geoide y la secuencia de la aplicación del efecto indirecto de topografía, este proceso del efecto indirecto de topografía se aplica en el co-geoide, pero los resultados obtenidos se dan ya en el geoide a través de la fórmula (2.57).

3.7 METODOLOGÍA PARA EVALUACIÓN DEL MODELO GEOIDAL

La metodología que se utilizó para la evaluación del modelo geoidal se explicará a continuación:

Datos Disponibles

- 41 puntos tomados mediante la técnica GPS y nivelación geométrica distribuidos a lo largo del Ecuador continental (tabla 4.20), con lo cual se calculó la ondulación geoidal para los 41 puntos mediante la fórmula 2.58, a los cuales llamaremos N_1 .

Datos Calculados

- Se obtuvieron tres modelos de ondulaciones geoidales residuales mediante la fórmula de Stokes para los ángulos internos y externos entre 0° y 2° , entre 0.045° y 2° , y entre 0.090° y 2° ; y mediante la técnica remover-restaurar se calculó la ondulación geoidal para el Ecuador continental los cuales a través de la interpolación mediante el método Kriging se obtuvo la ondulación geoidal para los 41 puntos mediante ésta técnica, los cuales serán N_2 .

Se realizó el cálculo del error absoluto entre los datos N_1 y N_2 (para los tres modelos) mediante la fórmula (3.1), y se determinó el modelo de mejor precisión entre los resultados obtenidos del error absoluto mediante cálculos estadísticos.

$$Error\ Absoluto = N_1 - N_2 \quad (3.1)$$

3.8 METODOLOGÍA PARA LA OBTENCIÓN DE MALLAS GRAVIMÉTRICAS (MÉTODO KRIGING)

Para generar las mallas gravimétricas de ondulaciones geoidales se utilizó el método de interpolación Kriging mencionado en la sección [2.11.1], el objetivo de crear las mallas gravimétricas es pasar de una red de observaciones irregularmente distribuida a una grilla (grid) regular de forma que éste mantenga las características de las observaciones.

La obtención de las mallas gravimétricas mediante el método Kriging se realizó en el software ArcGis 9.2 en el cual se debe crear una base de datos con los siguientes parámetros: N° punto, latitud, longitud, anomalía residual (estos datos deben ser de Ecuador, Colombia, Perú y el Océano Pacífico).

Estos datos (base de datos) se deben ingresar al programa ArcGis y generar una nube de puntos, la cual se interpolará mediante el método antes mencionado cada 5 Km, el resultado de esta interpolación es una imagen raster a la cual hay que volver a convertir a un archivo de puntos (shapefile point).

El resultado de esta conversión es un archivo de puntos con distancia de 5 km. entre punto y punto o sea, entre filas y columnas.

CAPÍTULO 4

CÁLCULOS Y RESULTADOS

4.1 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE

Para calcular la anomalía de aire libre se aplica la ecuación (2.28), que toma en cuenta la gravedad ya corregida por corrección atmosférica en la superficie terrestre, la corrección de aire libre y la gravedad normal; estas variables ya han sido calculadas anteriormente.

En la tabla 4.1 se presenta el cálculo de las anomalías de aire libre para 50 puntos como una muestra de la totalidad de datos con los se que se trabajó para este proyecto.

Tabla 4.1 VALORES DE ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE MUESTRA 50 PUNTOS (mGal)							
ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALT NIVEL (m)	GRAV_NORM (mGal)	GRAV_CORR _AT (mGal)	COR_AIRE_LIBRE (mGal)	ANOM_AIRE_LIB RE (mGal)
	ϕ	λ	H_n	γ	g	C_{AL}	Δg_{AL}
1	0.842	-79.919	8	978033.648	978065.889	2.347	34.587
2	0.859	-79.874	4	978033.694	978064.595	1.301	32.202
3	0.884	-79.809	10	978033.762	978046.423	2.945	15.606
4	0.881	-79.745	174	978033.755	978006.630	53.535	26.410
5	0.927	-79.692	184	978033.885	978041.768	5.593	13.475
6	0.893	-79.664	45	978033.789	978038.182	13.857	18.250
7	0.919	-79.641	9	978033.863	978049.539	2.721	18.397
8	0.974	-79.624	8	978034.026	978050.513	2.531	19.019
9	0.994	-79.563	18	978034.086	978054.300	5.532	25.746
10	1.030	-79.483	9	978034.202	978059.967	2.657	28.422
11	1.070	-79.412	7	978034.333	978059.894	2.113	27.674
12	1.059	-79.363	36	978034.297	978065.406	11.077	42.187
13	1.039	-79.292	82	978034.231	978034.800	25.298	25.867
14	1.053	-79.234	16	978034.276	978037.996	4.912	8.632
15	1.083	-79.171	16	978034.377	978029.266	4.900	-0.211
16	1.135	-79.107	3	978034.560	978029.725	1.036	-3.799
17	1.210	-79.045	2	978034.836	978023.817	0.715	-10.304
18	1.051	-79.086	24	978034.271	978028.033	7.485	1.247
19	-0.219	-80.273	15	978032.609	978044.454	4.547	16.392
20	-0.194	-80.254	10	978032.593	978047.732	3.144	18.283

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALT NIVEL (m)	GRAV_NORM (mGal)	GRAV_CORR _AT (mGal)	COR_AIRE_LIBRE (mGal)	ANOM_AIRE_LIB RE (mGal)
	ϕ	λ	H_n	γ	g	C_{AL}	Δg_{AL}
21	-0.137	-80.226	19	978032.563	978065.265	5.980	38.682
22	-0.109	-80.201	20	978032.552	978068.297	6.283	42.027
23	-0.168	-80.239	41	978032.578	978052.133	12.683	32.238
24	-0.081	-80.167	22	978032.544	978075.425	6.816	49.696
25	-0.055	-80.138	10	978032.538	978078.044	3.128	48.633
26	0.860	-77.962	3349	978033.696	977198.100	1029.732	194.136
27	0.860	-77.925	3768	978033.696	977108.000	1158.327	232.632
28	0.858	-77.958	3380	978033.692	977190.600	1039.410	196.318
29	0.858	-77.921	388	978033.690	977078.800	1193.313	238.423
30	0.858	-77.967	3316	978033.690	977202.600	1019.593	188.503
31	0.857	-77.953	3435	978033.689	977179.100	1056.400	201.811
32	0.855	-77.927	3701	978033.684	977119.300	1137.961	223.578
33	0.855	-77.970	3268	978033.683	977209.500	1004.723	180.540
34	0.854	-77.918	3890	978033.681	977072.300	1195.894	234.513
35	0.854	-77.941	3533	978033.680	977156.700	1086.384	209.404
36	0.853	-77.932	3652	978033.679	977128.900	1122.817	218.038
37	0.852	-77.914	3814	978033.674	977086.700	1172.641	225.667
38	0.851	-77.936	3581	978033.673	977144.400	1101.129	211.857
39	0.849	-77.911	3777	978033.668	977091.400	1161.092	218.824
40	0.848	-77.905	3735	978033.664	977097.000	1148.406	211.742
41	0.845	-77.902	3706	978033.657	977101.400	1139.497	207.240
42	0.843	-77.898	3666	978033.650	977107.300	1127.179	200.829
43	0.831	-77.766	2975	978033.621	977234.700	914.817	115.896
44	0.831	-77.757	2921	978033.620	977246.700	898.285	111.365
45	0.831	-77.748	2959	978033.620	977238.800	909.839	115.019
46	0.830	-77.775	3081	978033.618	977210.800	947.235	124.417
47	0.830	-77.675	2918	978033.617	977244.200	897.178	107.761
48	0.827	-77.707	2966	978033.608	977238.200	912.051	116.643
49	0.827	-77.688	2896	978033.608	977248.100	890.418	104.910
50	0.825	-77.681	2864	978033.604	977255.200	880.769	102.365

El resumen de los resultados estadísticos de la anomalía de aire libre se presenta en la tabla 4.2.

Tabla 4.2 RESUMEN ESTADÍSTICO DE ANOMALÍAS DE AIRE LIBRE (mGal)	
Media (mGal)	12.899
Desviación estándar (mGal)	65.761
Varianza de la muestra (mGal²)	4324.520
Mínimo (mGal)	-173.304
Máximo (mGal)	262.893
Suma (mGal)	142107.779
Cuenta	11017

4.2 RESULTADOS DE LA CORRECCIÓN POR TERRENO

El cálculo de la corrección por terreno se realizó con el programa TC (Topographic Correction), que requiere del ingreso de 3 grillas de diferente densificación, la primera grilla es la de referencia, la segunda grilla es una densificación de 2 minutos y la tercera grilla con densificación de 1 minuto. El programa da como resultado la corrección por terreno del área de estudio, en este caso del Ecuador continental, y esta representada en la tabla 4.3.

Tabla 4.3 VALORES DE CORRECCION POR TERRENO MUESTRA 50 PUNTOS (mGal)				
ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALT NIVEL (m)	CORR. TERR (mGal)
	ϕ	λ	H_n	C_T
1	0.842	-79.919	8	0.326
2	0.859	-79.874	4	0.267
3	0.884	-79.809	10	1.500
4	0.881	-79.745	174	3.308
5	0.927	-79.692	184	0.509
6	0.893	-79.664	45	3.236
7	0.919	-79.641	9	0.277
8	0.974	-79.624	8	0.808
9	0.994	-79.563	18	1.881
10	1.030	-79.483	9	7.789
11	1.070	-79.412	7	0.666
12	1.059	-79.363	36	2.653
13	1.039	-79.292	82	6.635
14	1.053	-79.234	16	1.116
15	1.083	-79.171	16	1.550
16	1.135	-79.107	3	0.072
17	1.210	-79.045	2	0.176
18	1.051	-79.086	24	1.265
19	-0.219	-80.273	15	1.349
20	-0.194	-80.254	10	1.418
21	-0.137	-80.226	19	3.249
22	-0.109	-80.201	20	6.110
23	-0.168	-80.239	41	1.826
24	-0.081	-80.167	22	4.763
25	-0.055	-80.138	10	5.946
26	0.860	-77.962	3349	56.986
27	0.860	-77.925	3768	44.292
28	0.858	-77.958	3380	62.081
29	0.858	-77.921	388	33.760
30	0.858	-77.967	3316	57.320
31	0.857	-77.953	3435	66.552
32	0.855	-77.927	3701	58.295
33	0.855	-77.970	3268	60.599

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALT NIVEL (m)	CORR_TERR (mGal)
	ϕ	λ	H_n	C_T
34	0.854	-77.918	3890	33.070
35	0.854	-77.941	3533	74.593
36	0.853	-77.932	3652	67.726
37	0.852	-77.914	3814	33.498
38	0.851	-77.936	3581	76.923
39	0.849	-77.911	3777	31.555
40	0.848	-77.905	3735	25.521
41	0.845	-77.902	3706	21.835
42	0.843	-77.898	3666	16.906
43	0.831	-77.766	2975	7.507
44	0.831	-77.757	2921	7.450
45	0.831	-77.748	2959	7.483
46	0.830	-77.775	3081	17.748
47	0.830	-77.675	2918	8.415
48	0.827	-77.707	2966	11.776
49	0.827	-77.688	2896	5.729
50	0.825	-77.681	2864	6.674

En la tabla 4.4 se presenta un cuadro estadístico de la corrección por terreno para los 11017 puntos evaluados.

Tabla 4.4 RESUMEN ESTADÍSTICO DE CORRECCION POR TERRENO (mGal)	
Media (mGal)	10.687
Desviación estándar (mGal)	13.080
Varianza de la muestra (mGal²)	171.090
Mínimo (mGal)	-0.116
Máximo (mGal)	139.302
Suma (mGal)	117733.445
Cuenta	11017

4.3 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS DE GRAVEDAD EFECTO INDIRECTO

El cálculo de las anomalías de gravedad del efecto indirecto debido a la segunda condensación de Helmert obtiene los resultados que se presentan en la tabla 4.5, cabe destacar que la altura nivelada para este cálculo debe estar en cm.

Tabla 4.5 VALORES DE ANOMALÍAS DE GRAVEDAD DEL EFECTO INDIRECTO MUESTRA 50 PUNTOS (mGal)						
ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALT NIVEL (cm)	DENS MEDIA (g/cm ³)	EFECTO INDIRECTO (cm)	ANOM_GRAV_EFEC_IND (mGal)
	ϕ	λ	H_n	ρ	N_{ind}	δg
1	0.842	-79.919	763	2.67	-0.000333	-1.0245E-06
2	0.859	-79.874	423	2.67	-0.000102	-3.14584E-07
3	0.884	-79.809	957	2.67	-0.000524	-1.61257E-06
4	0.881	-79.745	17398	2.67	-0.173213	-0.000533003
5	0.927	-79.692	1817	2.67	-0.001890	-5.81638E-06
6	0.893	-79.664	4503	2.67	-0.011604	-3.57066E-05
7	0.919	-79.641	884	2.67	-0.000447	-1.37637E-06
8	0.974	-79.624	823	2.67	-0.000387	-1.19169E-06
9	0.994	-79.563	1798	2.67	-0.001850	-5.69179E-06
10	1.030	-79.483	863	2.67	-0.000427	-1.31268E-06
11	1.070	-79.412	687	2.67	-0.000270	-8.30517E-07
12	1.059	-79.363	3599	2.67	-0.007416	-2.28192E-05
13	1.039	-79.292	8221	2.67	-0.038678	-0.000119018
14	1.053	-79.234	1596	2.67	-0.001458	-4.48753E-06
15	1.083	-79.171	1592	2.67	-0.001451	-4.46468E-06
16	1.135	-79.107	336	2.67	-0.000065	-1.99547E-07
17	1.210	-79.045	232	2.67	-0.000031	-9.49865E-08
18	1.051	-79.086	2432	2.67	-0.003386	-1.04184E-05
19	-0.219	-80.273	1478	2.67	-0.001249	-3.84424E-06
20	-0.194	-80.254	1021	2.67	-0.000597	-1.83803E-06
21	-0.137	-80.226	1943	2.67	-0.002161	-6.6495E-06
22	-0.109	-80.201	2041	2.67	-0.002385	-7.34017E-06
23	-0.168	-80.239	4121	2.67	-0.009721	-2.99122E-05
24	-0.081	-80.167	2214	2.67	-0.002807	-8.63872E-06
25	-0.055	-80.138	1016	2.67	-0.000591	-1.81901E-06
26	0.860	-77.962	334900	2.62	-62.977248	-0.193791068
27	0.860	-77.925	376760	2.62	-79.704522	-0.245263566
28	0.858	-77.958	338050	2.62	-64.167522	-0.197453731
29	0.858	-77.921	388150	2.62	-84.596534	-0.260317069
30	0.858	-77.967	331600	2.62	-61.742247	-0.189990773
31	0.857	-77.953	343580	2.62	-66.284066	-0.203966675
32	0.855	-77.927	370130	2.62	-76.924019	-0.236707513
33	0.855	-77.970	326760	2.62	-59.953034	-0.184485077
34	0.854	-77.918	388990	2.62	-84.963083	-0.261445001
35	0.854	-77.941	353340	2.62	-70.103387	-0.215719338

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALT NIVEL (cm)	DENS MEDIA (g/cm ³)	EFECTO INDIRECTO (cm)	ANOM_GRAV_EFEC_IND (mGal)
	ϕ	λ	H_n	ρ	N_{ind}	δg
36	0.853	-77.932	365200	2.62	-74.888465	-0.230443789
37	0.852	-77.914	381420	2.62	-81.688386	-0.251368235
38	0.851	-77.936	358140	2.62	-72.020984	-0.221620092
39	0.849	-77.911	377660	2.62	-80.085773	-0.246436738
40	0.848	-77.905	373530	2.62	-78.343753	-0.241076264
41	0.845	-77.902	370630	2.62	-77.131991	-0.237347477
42	0.843	-77.898	366620	2.62	-75.471974	-0.23223934
43	0.831	-77.766	297500	2.62	-49.696678	-0.152924629
44	0.831	-77.757	292120	2.62	-47.915497	-0.147443652
45	0.831	-77.748	295880	2.62	-49.156917	-0.151263699
46	0.830	-77.775	308050	2.62	-53.283880	-0.163963025
47	0.830	-77.675	291760	2.62	-47.797471	-0.147080466
48	0.827	-77.707	296600	2.62	-49.396447	-0.152000772
49	0.827	-77.688	289560	2.62	-47.079361	-0.144870726
50	0.825	-77.681	286420	2.62	-46.063836	-0.141745795

A través de la tabla 4.6 se presenta un cuadro estadístico de la principal medida de tendencia central y de dispersión las cuales como la desviación estándar nos indica cuanto tienden a alejarse los valores del promedio.

Tabla 4.6 RESUMEN ESTADÍSTICO DE ANOMALÍAS DE GRAVEDAD EFECTO INDIRECTO (mGal)	
Media (mGal)	-0.032
Desviación estándar (mGal)	0.065
Varianza de la muestra (mGal²)	0.004
Mínimo (mGal)	-0.357
Máximo (mGal)	0.000
Suma (mGal)	-348.703
Cuenta	11017

4.4 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LA ANOMALÍA RESULTANTE DE LA SEGUNDA CONDENSACION DE HELMERT

La determinación de la anomalía resultante de la segunda condensación de Helmert obtenida sobre el co-geoide se la realiza mediante el cálculo de la corrección por terreno, anomalías de aire libre y anomalías de gravedad debido al efecto indirecto, en la tabla 4.7 se presentan los valores de esta anomalía.

Tabla 4.7 VALORES DE ANOMALÍAS DE GRAVEDAD SEGUNDA CONDENSACIÓN DE HELMERT MUESTRA 50 PUNTOS (mGal)							
ID	LAT (°)	LON (°)	ALT NIVEL (m)	ANOM_AIR_LIB (mGal)	CORR_TERR (mGal)	ANOM_GR_EFEC_IND (mGal)	2DA COND_HELMERT (mGal)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{AL}	C_T	δg	Δg_H
1	0.842	-79.919	8	34.587	0.326	-1.025E-06	34.914
2	0.859	-79.874	4	32.202	0.267	-3.146E-07	32.469
3	0.884	-79.809	10	15.606	1.500	-1.613E-06	17.105
4	0.881	-79.745	174	26.410	3.308	-5.330E-04	29.718
5	0.927	-79.692	184	13.475	0.509	-5.816E-06	13.984
6	0.893	-79.664	45	18.250	3.236	-3.571E-05	21.486
7	0.919	-79.641	9	18.397	0.277	-1.376E-06	18.674
8	0.974	-79.624	8	19.019	0.808	-1.192E-06	19.827
9	0.994	-79.563	18	25.746	1.881	-5.692E-06	27.627
10	1.030	-79.483	9	28.422	7.789	-1.313E-06	36.211
11	1.070	-79.412	7	27.674	0.666	-8.305E-07	28.340
12	1.059	-79.363	36	42.187	2.653	-2.282E-05	44.840
13	1.039	-79.292	82	25.867	6.635	-1.190E-04	32.502
14	1.053	-79.234	16	8.632	1.116	-4.488E-06	9.748
15	1.083	-79.171	16	-0.211	1.550	-4.465E-06	1.338
16	1.135	-79.107	3	-3.799	0.072	-1.995E-07	-3.727
17	1.210	-79.045	2	-10.304	0.176	-9.499E-08	-10.128
18	1.051	-79.086	24	1.247	1.265	-1.042E-05	2.512
19	-0.219	-80.273	15	16.392	1.349	-3.844E-06	17.741
20	-0.194	-80.254	10	18.283	1.418	-1.838E-06	19.701
21	-0.137	-80.226	19	38.682	3.249	-6.650E-06	41.931
22	-0.109	-80.201	20	42.027	6.110	-7.340E-06	48.137
23	-0.168	-80.239	41	32.238	1.826	-2.991E-05	34.063
24	-0.081	-80.167	22	49.696	4.763	-8.639E-06	54.459
25	-0.055	-80.138	10	48.633	5.946	-1.819E-06	54.579
26	0.860	-77.962	3349	194.136	56.986	-1.938E-01	250.928
27	0.860	-77.925	3768	232.632	44.292	-2.453E-01	276.679
28	0.858	-77.958	3380	196.318	62.081	-1.975E-01	258.201
29	0.858	-77.921	388	238.423	33.760	-2.603E-01	271.923
30	0.858	-77.967	3316	188.503	57.320	-1.900E-01	245.634
31	0.857	-77.953	3435	201.811	66.552	-2.040E-01	268.159
32	0.855	-77.927	3701	223.578	58.295	-2.367E-01	281.636
33	0.855	-77.970	3268	180.540	60.599	-1.845E-01	240.955
34	0.854	-77.918	3890	234.513	33.070	-2.614E-01	267.322

ID	LAT (°)	LON (°)	ALT NIVEL (m)	ANOM_AIR_LIB (mGal)	CORR_TERR (mGal)	ANOM_GR_EFEC_IND (mGal)	2DA COND_ HELMERT (mGal)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{AL}	C_T	δg	Δg_H
35	0.854	-77.941	3533	209.404	74.593	-2.157E-01	283.780
36	0.853	-77.932	3652	218.038	67.726	-2.304E-01	285.534
37	0.852	-77.914	3814	225.667	33.498	-2.514E-01	258.914
38	0.851	-77.936	3581	211.857	76.923	-2.216E-01	288.558
39	0.849	-77.911	3777	218.824	31.555	-2.464E-01	250.132
40	0.848	-77.905	3735	211.742	25.521	-2.411E-01	237.022
41	0.845	-77.902	3706	207.240	21.835	-2.373E-01	228.838
42	0.843	-77.898	3666	200.829	16.906	-2.322E-01	217.503
43	0.831	-77.766	2975	115.896	7.507	-1.529E-01	123.250
44	0.831	-77.757	2921	111.365	7.450	-1.474E-01	118.667
45	0.831	-77.748	2959	115.019	7.483	-1.513E-01	122.351
46	0.830	-77.775	3081	124.417	17.748	-1.640E-01	142.001
47	0.830	-77.675	2918	107.761	8.415	-1.471E-01	116.030
48	0.827	-77.707	2966	116.643	11.776	-1.520E-01	128.267
49	0.827	-77.688	2896	104.910	5.729	-1.449E-01	110.494
50	0.825	-77.681	2864	102.365	6.674	-1.417E-01	108.897

Mediante el cuadro presentado a continuación a través de la tabla 4.8 se representa el resumen estadístico de la anomalía resultante de la segunda condensación de Helmert para los 11017 puntos utilizados para este proyecto.

Tabla 4.8 RESUMEN ESTADÍSTICO DE LA ANOMALIA RESULTANTE 2DA CONDENSACIÓN DE HELMERT (mGal)	
Media (mGal)	23.554
Desviación estándar (mGal)	69.808
Varianza de la muestra (mGal²)	4873.162
Mínimo (mGal)	-159.510
Máximo (mGal)	364.332
Suma (mGal)	259492.521
Cuenta	11017

4.5 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LA ANOMALÍAS DE GRAVEDAD Y ONDULACIONES GEOIDALES A PARTIR DEL MODELO GEOPOTENCIAL EGM 96

En los cálculos correspondientes a las anomalías de gravedad y ondulaciones geoidales a partir del modelo geopotencial EGM 96 se seleccionó el orden y grado de 360, debido a que en investigaciones anteriores concluyeron que 360 tiene mejor precisión.

En la tabla 4.9, se presenta los resultados obtenidos a través del programa GRAVTGME.EXE.

Tabla 4.9 VALORES DE ANOMALÍAS DE GRAVEDAD Y ONDULACIONES GEOIDALES A PARTIR DEL MODELO GEOPOTENCIAL EGM96 MUESTRA 50 PUNTOS					
ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALT NIVEL (m)	ONDUL_GEOIDALES_EGM96 (m)	ANOM_GRAV_EGM96 (mGal) 360°
	ϕ	λ	H_n	N_{EGM96}	dg
1	0.842	-79.919	8	14.010	23.771
2	0.859	-79.874	4	14.251	26.314
3	0.884	-79.809	10	14.561	28.412
4	0.881	-79.745	174	14.965	31.412
5	0.927	-79.692	184	15.009	27.618
6	0.893	-79.664	45	15.352	31.457
7	0.919	-79.641	9	15.314	28.502
8	0.974	-79.624	8	15.063	21.949
9	0.994	-79.563	18	15.217	18.198
10	1.030	-79.483	9	15.316	10.621
11	1.070	-79.412	7	15.333	2.376
12	1.059	-79.363	36	15.611	1.390
13	1.039	-79.292	82	16.072	0.986
14	1.053	-79.234	16	16.263	-2.319
15	1.083	-79.171	16	16.388	-6.575
16	1.135	-79.107	3	16.396	-11.805
17	1.210	-79.045	2	16.274	-17.498
18	1.051	-79.086	24	17.159	-1.259
19	-0.219	-80.273	15	13.307	-6.432
20	-0.194	-80.254	10	13.372	-6.415
21	-0.137	-80.226	19	13.443	-6.314
22	-0.109	-80.201	20	13.567	-5.273
23	-0.168	-80.239	41	13.421	-6.335
24	-0.081	-80.167	22	13.764	-3.398
25	-0.055	-80.138	10	13.937	-1.519
26	0.860	-77.962	3349	28.522	185.465

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALT NIVEL (m)	ONDUL_GEOIDALES_EGM96 (m)	ANOM_GRAV_EGM96 (mGal) 360°
	ϕ	λ	H_n	N_{EGM96}	dg
27	0.860	-77.925	3768	28.600	187.783
28	0.858	-77.958	3380	28.534	185.716
29	0.858	-77.921	3882	28.590	187.573
30	0.858	-77.967	3316	28.505	184.884
31	0.857	-77.953	3436	28.547	186.009
32	0.855	-77.927	3701	28.601	187.544
33	0.855	-77.970	3268	28.496	184.460
34	0.854	-77.918	3890	28.595	187.551
35	0.854	-77.941	3533	28.574	186.626
36	0.853	-77.932	3652	28.588	187.098
37	0.852	-77.914	3814	28.622	188.030
38	0.851	-77.936	3581	28.580	186.707
39	0.849	-77.911	3777	28.637	188.263
40	0.848	-77.905	3735	28.659	188.707
41	0.845	-77.902	3706	28.670	188.840
42	0.843	-77.898	3666	28.686	189.117
43	0.831	-77.766	2975	28.990	196.361
44	0.831	-77.757	2921	28.998	196.570
45	0.831	-77.748	2959	28.986	196.353
46	0.830	-77.775	3081	28.966	195.740
47	0.830	-77.675	2918	28.884	194.099
48	0.827	-77.707	2966	28.921	194.847
49	0.827	-77.688	2896	28.902	194.399
50	0.825	-77.681	2864	28.884	193.923

El resumen estadístico de las anomalías de gravedad y ondulaciones geoidales a partir del modelo geopotencial EGM 96 se presentada en las tablas 4.10 y 4.11 desplegadas a continuación:

Tabla 4.10 RESUMEN ESTADÍSTICO DE ANOMALÍAS DE GRAVEDAD A PARTIR MODELO GEOPOTENCIAL EGM96 (mGal)	
Media (mGal)	26.666
Desviación estándar (mGal)	72.942
Varianza de la muestra (mGal²)	5320.555
Mínimo (mGal)	-91.291
Máximo (mGal)	216.677
Suma (mGal)	293774.744
Cuenta	11017

Tabla 4.11 RESUMEN ESTADÍSTICO DE ONDULACIONES GEOIDALES A PARTIR MODELO GEOPOTENCIAL EGM96 (m)	
Media (m)	19.006
Desviación estándar (m)	4.218
Varianza de la muestra (m²)	17.796
Mínimo (m)	9.946
Máximo (m)	29.172
Suma (m)	209390.350
Cuenta	11017

La representación gráfica de las ondulaciones geoidales del Ecuador continental a partir de un modelo geopotencial EGM 96 por medio del interpolador Kriging se podrá observar a través de un mapa. (ver anexo D)

4.6 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ANOMALÍAS RESIDUALES

Uno de los principales insumos para lograr el objetivo de este proyecto son las anomalías residuales, la cual utiliza datos calculados anteriormente como son la segunda condensación de Helmert y la anomalías de gravedad a partir del modelo geopotencial EGM 96.

Los datos calculados de las anomalías residuales se presentan a continuación a través de la tabla 4.12.

Tabla 4.12 VALORES DE ANOMALÍAS RESIDUALES MUESTRA 50 PUNTOS (mGal)						
ID	LAT (°)	LON (°)	ALT NIVEL (m)	2DA COND_HELMERT (mGal)	ANOM_GRAV_EGM96 (mGal) 360°	ANOM_RESID (mGal)
	ϕ	λ	H_n	Δg_H	dg	Δg_{res}
1	0.842	-79.919	8	34.914	23.771	11.143
2	0.859	-79.874	4	32.469	26.314	6.155
3	0.884	-79.809	10	17.105	28.412	-11.307
4	0.881	-79.745	174	29.718	31.412	-1.694
5	0.927	-79.692	184	13.984	27.618	-13.634
6	0.893	-79.664	45	21.486	31.457	-9.971
7	0.919	-79.641	9	18.674	28.502	-9.828
8	0.974	-79.624	8	19.827	21.949	-2.122
9	0.994	-79.563	18	27.627	18.198	9.429
10	1.030	-79.483	9	36.211	10.621	25.590
11	1.070	-79.412	7	28.340	2.376	25.964
12	1.059	-79.363	36	44.840	1.390	43.450
13	1.039	-79.292	82	32.502	0.986	31.516
14	1.053	-79.234	16	9.748	-2.319	12.067
15	1.083	-79.171	16	1.338	-6.575	7.913
16	1.135	-79.107	3	-3.727	-11.805	8.078
17	1.210	-79.045	2	-10.128	-17.498	7.370
18	1.051	-79.086	24	2.512	-1.259	3.771
19	-0.219	-80.273	15	17.741	-6.432	24.173
20	-0.194	-80.254	10	19.701	-6.415	26.116
21	-0.137	-80.226	19	41.931	-6.314	48.245
22	-0.109	-80.201	20	48.137	-5.273	53.410
23	-0.168	-80.239	41	34.063	-6.335	40.398
24	-0.081	-80.167	22	54.459	-3.398	57.857
25	-0.055	-80.138	10	54.579	-1.519	56.098
26	0.860	-77.962	3349	250.928	185.465	65.463
27	0.860	-77.925	3768	276.679	187.783	88.896
28	0.858	-77.958	3380	258.201	185.716	72.485
29	0.858	-77.921	3882	271.923	187.573	84.350
30	0.858	-77.967	3316	245.634	184.884	60.750

ID	LAT (°)	LON (°)	ALT NIVEL (m)	2DA COND_HELMERT (mGal)	ANOM_GRAV_EGM96 (mGal) 360°	ANOM_RESID (mGal)
	ϕ	λ	H_n	Δg_H	dg	Δg_{res}
31	0.857	-77.953	3436	268.159	186.009	82.150
32	0.855	-77.927	3701	281.636	187.544	94.092
33	0.855	-77.970	3268	240.955	184.460	56.495
34	0.854	-77.918	3890	267.322	187.551	79.771
35	0.854	-77.941	3533	283.780	186.626	97.154
36	0.853	-77.932	3652	285.534	187.098	98.436
37	0.852	-77.914	3814	258.914	188.030	70.884
38	0.851	-77.936	3581	288.558	186.707	101.851
39	0.849	-77.911	3777	250.132	188.263	61.869
40	0.848	-77.905	3735	237.022	188.707	48.315
41	0.845	-77.902	3706	228.838	188.840	39.998
42	0.843	-77.898	3666	217.503	189.117	28.386
43	0.831	-77.766	2975	123.250	196.361	-73.111
44	0.831	-77.757	2921	118.667	196.570	-77.903
45	0.831	-77.748	2959	122.351	196.353	-74.002
46	0.830	-77.775	3081	142.001	195.740	-53.739
47	0.830	-77.675	2918	116.030	194.099	-78.069
48	0.827	-77.707	2966	128.267	194.847	-66.580
49	0.827	-77.688	2896	110.494	194.399	-83.905
50	0.825	-77.681	2864	108.897	193.923	-85.026

En la tabla 4.13 se representa el resumen estadístico de las anomalías residuales para los 11017 datos dispersos a lo largo del Ecuador continental.

Tabla 4.13 RESUMEN ESTADÍSTICO DE LAS ANOMALÍAS RESIDUALES (mGal)	
Media (mGal)	-3.112
Desviación estándar (mGal)	39.794
Varianza de la muestra (mGal²)	1583.600
Mínimo (mGal)	-199.762
Máximo (mGal)	204.474
Suma (mGal)	-34282.223
Cuenta	11017

4.7 CÁLCULOS Y RESULTADOS DE LAS ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES RESPECTO AL CO-GEOIDE

Las ondulaciones geoidales residuales respecto al co-geoide, se calcula a través de la función de Stokes utilizando como datos de entrada las anomalías gravimétricas residuales. Se utiliza el programa stokes.exe.

La presentación del cálculo de las ondulaciones geoidales residuales respecto al co-geoide esta en la tabla 4.14.

Tabla 4.14 VALORES DE ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES MUESTRA 50 PUNTOS (m)					
ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALT NIVEL (m)	ANOM. RESID (mGal)	OND. RESID CO-GEOIDE (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res}	N^C
1	0.842	-79.919	8	11.143	2.794
2	0.859	-79.874	4	6.155	2.772
3	0.884	-79.809	10	-11.307	2.826
4	0.881	-79.745	174	-1.694	2.765
5	0.927	-79.692	184	-13.634	2.776
6	0.893	-79.664	45	-9.971	2.600
7	0.919	-79.641	9	-9.828	2.650
8	0.974	-79.624	8	-2.122	2.729
9	0.994	-79.563	18	9.429	2.665
10	1.030	-79.483	9	25.590	2.624
11	1.070	-79.412	7	25.964	2.493
12	1.059	-79.363	36	43.450	2.399
13	1.039	-79.292	82	31.516	2.204
14	1.053	-79.234	16	12.067	2.120
15	1.083	-79.171	16	7.913	2.035
16	1.135	-79.107	3	8.078	1.964
17	1.210	-79.045	2	7.370	1.909
18	1.051	-79.086	24	3.771	1.827
19	-0.219	-80.273	15	24.173	3.130
20	-0.194	-80.254	10	26.116	3.108
21	-0.137	-80.226	19	48.245	3.102
22	-0.109	-80.201	20	53.410	3.059
23	-0.168	-80.239	41	40.398	3.130
24	-0.081	-80.167	22	57.857	3.013
25	-0.055	-80.138	10	56.098	2.931
26	0.860	-77.962	3349	65.463	-1.921
27	0.860	-77.925	3768	88.896	-1.930
28	0.858	-77.958	3380	72.485	-1.894
29	0.858	-77.921	3882	84.350	-1.889
30	0.858	-77.967	3316	60.750	-1.914
31	0.857	-77.953	3436	82.150	-1.984

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALT NIVEL (m)	ANOM_RESID (mGal)	OND_RESID_CO-GEOIDE (m)
	ϕ	λ	H_n	Δg_{res}	N^C
32	0.855	-77.927	3701	94.092	-1.942
33	0.855	-77.970	3268	56.495	-1.964
34	0.854	-77.918	3890	79.771	-1.910
35	0.854	-77.941	3533	97.154	-1.945
36	0.853	-77.932	3652	98.436	-1.947
37	0.852	-77.914	3814	70.884	-1.982
38	0.851	-77.936	3581	101.851	-1.966
39	0.849	-77.911	3777	61.869	-2.002
40	0.848	-77.905	3735	48.315	-2.027
41	0.845	-77.902	3706	39.998	-1.958
42	0.843	-77.898	3666	28.386	-2.006
43	0.831	-77.766	2975	-73.111	-1.885
44	0.831	-77.757	2921	-77.903	-2.057
45	0.831	-77.748	2959	-74.002	-2.039
46	0.830	-77.775	3081	-53.739	-1.914
47	0.830	-77.675	2918	-78.069	-2.112
48	0.827	-77.707	2966	-66.580	-2.137
49	0.827	-77.688	2896	-83.905	-2.151
50	0.825	-77.681	2864	-85.026	-2.121

El resumen estadístico de las ondulaciones geoidales residuales respecto al co-geoide están detalladas en la tabla 4.15; y para mejor detalle visual se la ha representada a través del mapa de ondulaciones residuales del Ecuador continental (ver anexo E) en el cual se representan las ondulaciones geoidales residuales respecto al co-geoide del Ecuador Continental.

Tabla 4.15 RESUMEN ESTADÍSTICO DE ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES RESPECTO AL CO-GEOIDE (m)	
Media (m)	-1.033
Desviación estándar (m)	2.032
Varianza de la muestra (m²)	4.131
Mínimo (m)	-8.566
Máximo (m)	3.308
Suma (m)	-11375.890
Cuenta	11017

4.8 CÁLCULOS Y RESULTADOS DEL EFECTO INDIRECTO

En la tabla 4.16 se presenta los resultados del efecto indirecto, cabe mencionar que son importantes los valores obtenidos, ya que estos son los que se van restaurar sobre el co-geoide a fin de obtener el Geoide Gravimétrico Local según la técnica remover-restaurar.

Tabla 4.16 VALORES DEL EFECTO INDIRECTO MUESTRA 50 PUNTOS (m)					
ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALT NIVEL (cm)	DENS MEDIA (g/cm ³)	EFECTO INDIRECTO (m)
	ϕ	λ	H_n	ρ	N_{ind}
1	0.842	-79.919	762	2.67	-3.3294E-06
2	0.859	-79.874	422	2.67	-1.0223E-06
3	0.884	-79.809	956	2.67	-5.2405E-06
4	0.881	-79.745	17398	2.67	-1.7321E-03
5	0.927	-79.692	1817	2.67	-1.8902E-05
6	0.893	-79.664	4503	2.67	-1.1604E-04
7	0.919	-79.641	884	2.67	-4.4729E-06
8	0.974	-79.624	822	2.67	-3.8727E-06
9	0.994	-79.563	1797	2.67	-1.8497E-05
10	1.030	-79.483	863	2.67	-4.2659E-06
11	1.070	-79.412	686	2.67	-2.6990E-06
12	1.059	-79.363	3599	2.67	-7.4157E-05
13	1.039	-79.292	8221	2.67	-3.8678E-04
14	1.053	-79.234	1596	2.67	-1.4583E-05
15	1.083	-79.171	1592	2.67	-1.4509E-05
16	1.135	-79.107	336	2.67	-6.4848E-07
17	1.210	-79.045	232	2.67	-3.0868E-07
18	1.051	-79.086	2432	2.67	-3.3857E-05
19	-0.219	-80.273	1477	2.67	-1.2493E-05
20	-0.194	-80.254	1021	2.67	-5.9731E-06
21	-0.137	-80.226	1943	2.67	-2.1609E-05
22	-0.109	-80.201	2041	2.67	-2.3854E-05
23	-0.168	-80.239	4121	2.67	-9.7207E-05
24	-0.081	-80.167	2214	2.67	-2.8074E-05
25	-0.055	-80.138	1016	2.67	-5.9113E-06
26	0.860	-77.962	334900	2.62	-6.2977E-01
27	0.860	-77.925	376760	2.62	-7.9705E-01
28	0.858	-77.958	338050	2.62	-6.4168E-01
29	0.858	-77.921	388150	2.62	-8.4597E-01
30	0.858	-77.967	3316000	2.62	-6.1742E-01
31	0.857	-77.953	343580	2.62	-6.6284E-01
32	0.855	-77.927	370130	2.62	-7.6924E-01
33	0.855	-77.970	326760	2.62	-5.9953E-01
34	0.854	-77.918	388990	2.62	-8.4963E-01

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALT NIVEL (cm)	DENS MEDIA (g/cm ³)	EFECTO INDIRECTO (m)
	ϕ	λ	H_n	ρ	N_{ind}
35	0.854	-77.941	353340	2.62	-7.0103E-01
36	0.853	-77.932	365200	2.62	-7.4888E-01
37	0.852	-77.914	381420	2.62	-8.1688E-01
38	0.851	-77.936	358140	2.62	-7.2021E-01
39	0.849	-77.911	377660	2.62	-8.0086E-01
40	0.848	-77.905	373530	2.62	-7.8344E-01
41	0.845	-77.902	370630	2.62	-7.7132E-01
42	0.843	-77.898	366620	2.62	-7.5472E-01
43	0.831	-77.766	297500	2.62	-4.9697E-01
44	0.831	-77.757	292120	2.62	-4.7915E-01
45	0.831	-77.748	295880	2.62	-4.9157E-01
46	0.830	-77.775	308050	2.62	-5.3284E-01
47	0.830	-77.675	291760	2.62	-4.7797E-01
48	0.827	-77.707	296600	2.62	-4.9396E-01
49	0.827	-77.688	289560	2.62	-4.7079E-01
50	0.825	-77.681	286420	2.62	-4.6064E-01

El cuadro estadístico (tabla 4.17) presentado a continuación nos indica un resumen de las medidas de tendencia central y dispersión que nos ayudan a evaluar el cálculo del efecto indirecto.

Tabla 4.17 RESUMEN ESTADÍSTICO DEL EFECTO INDIRECTO (m)	
Media (m)	-0.103
Desviación estándar (m)	0.211
Varianza de la muestra (m²)	0.045
Mínimo (m)	-1.162
Máximo (m)	0.000
Suma (m)	-1133.199
Cuenta	11017

La representación gráfica de estas ondulaciones se observarán de forma detallada en el anexo F.

4.9 RESULTADOS DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DEL ECUADOR CONTINENTAL

El objetivo principal de este proyecto es calcular el geoid gravimétrico local para el Ecuador Continental mediante la utilización de la técnica “Remover-Restaurar” a partir de datos dispersos e irregulares, los resultados se presentan a continuación en la tabla 4.18.

Tabla 4.18 VALORES DEL GEOIDE GRAVIMETRICO LOCAL PARA EL ECUADOR CONTINENTAL MUESTRA 50 PUNTOS (m)							
ID	LAT (°)	LONG (°)	ALT NIVEL (m)	ONDUL GEOID _EGM96 (m)	OND_RESIDU ALES CO-GEOIDE (m)	EFECTO INDIRECTO (m)	OND_GEOID_GR AV_LOCAL (m)
	ϕ	λ	H_n	N_{EGM96}	N^C	N_{ind}	N
1	0.842	-79.919	8	14.010	2.794	-3.329E-06	16.804
2	0.859	-79.874	4	14.251	2.772	-1.022E-06	17.023
3	0.884	-79.809	10	14.561	2.826	-5.240E-06	17.387
4	0.881	-79.745	174	14.965	2.765	-1.732E-03	17.728
5	0.927	-79.692	184	15.009	2.776	-1.890E-05	17.785
6	0.893	-79.664	45	15.352	2.600	-1.160E-04	17.952
7	0.919	-79.641	9	15.314	2.650	-4.473E-06	17.964
8	0.974	-79.624	8	15.063	2.729	-3.873E-06	17.792
9	0.994	-79.563	18	15.217	2.665	-1.850E-05	17.882
10	1.030	-79.483	9	15.316	2.624	-4.266E-06	17.940
11	1.070	-79.412	7	15.333	2.493	-2.699E-06	17.826
12	1.059	-79.363	36	15.611	2.399	-7.416E-05	18.010
13	1.039	-79.292	82	16.072	2.204	-3.868E-04	18.276
14	1.053	-79.234	16	16.263	2.120	-1.458E-05	18.383
15	1.083	-79.171	16	16.388	2.035	-1.451E-05	18.423
16	1.135	-79.107	3	16.396	1.964	-6.485E-07	18.360
17	1.210	-79.045	2	16.274	1.909	-3.087E-07	18.183
18	1.051	-79.086	24	17.159	1.827	-3.386E-05	18.986
19	-0.219	-80.273	15	13.307	3.130	-1.249E-05	16.437
20	-0.194	-80.254	10	13.372	3.108	-5.973E-06	16.480
21	-0.137	-80.226	19	13.443	3.102	-2.161E-05	16.545
22	-0.109	-80.201	20	13.567	3.059	-2.385E-05	16.626
23	-0.168	-80.239	41	13.421	3.130	-9.721E-05	16.551
24	-0.081	-80.167	22	13.764	3.013	-2.807E-05	16.777
25	-0.055	-80.138	10	13.937	2.931	-5.911E-06	16.868
26	0.860	-77.962	3349	28.522	-1.921	-6.298E-01	25.971
27	0.860	-77.925	3768	28.600	-1.930	-7.970E-01	25.873
28	0.858	-77.958	3380	28.534	-1.894	-6.417E-01	25.998
29	0.858	-77.921	3882	28.590	-1.889	-8.460E-01	25.855
30	0.858	-77.967	3316	28.505	-1.914	-6.174E-01	25.974
31	0.857	-77.953	3436	28.547	-1.984	-6.628E-01	25.900
32	0.855	-77.927	3701	28.601	-1.942	-7.692E-01	25.890

ID	LAT (°)	LONG (°)	ALT NIVEL (m)	ONDUL_GEOID _EGM96 (m)	OND_RESIDU ALES CO- GEOIDE (m)	EFECTO INDIRECTO (m)	OND_GEOID_GR AV_LOCAL (m)
	ϕ	λ	H_n	N_{EGM96}	N^C	N_{ind}	N
33	0.855	-77.970	3268	28.496	-1.964	-5.995E-01	25.932
34	0.854	-77.918	3890	28.595	-1.910	-8.496E-01	25.835
35	0.854	-77.941	3533	28.574	-1.945	-7.010E-01	25.928
36	0.853	-77.932	3652	28.588	-1.947	-7.489E-01	25.892
37	0.852	-77.914	3814	28.622	-1.982	-8.169E-01	25.823
38	0.851	-77.936	3581	28.580	-1.966	-7.202E-01	25.894
39	0.849	-77.911	3777	28.637	-2.002	-8.009E-01	25.834
40	0.848	-77.905	3735	28.659	-2.027	-7.834E-01	25.849
41	0.845	-77.902	3706	28.670	-1.958	-7.713E-01	25.941
42	0.843	-77.898	3666	28.686	-2.006	-7.547E-01	25.925
43	0.831	-77.766	2975	28.990	-1.885	-4.970E-01	26.608
44	0.831	-77.757	2921	28.998	-2.057	-4.792E-01	26.462
45	0.831	-77.748	2959	28.986	-2.039	-4.916E-01	26.455
46	0.830	-77.775	3081	28.966	-1.914	-5.328E-01	26.519
47	0.830	-77.675	2918	28.884	-2.112	-4.780E-01	26.294
48	0.827	-77.707	2966	28.921	-2.137	-4.940E-01	26.290
49	0.827	-77.688	2896	28.902	-2.151	-4.708E-01	26.280
50	0.825	-77.681	2864	28.884	-2.121	-4.606E-01	26.302

El resumen estadístico para los valores de las ondulaciones geoidales para el Ecuador continental, esta detallado en la tabla 4.19, este cuadro representa las estadísticas para los 11017 puntos con lecturas gravimétricas que se usaron para representar el modelo en este proyecto.

Tabla 4.19 RESUMEN ESTADÍSTICO DEL GEOIDE GRAVIMETRICO LOCAL DEL ECUADOR CONTINENTAL (m)	
Media (m)	17.871
Desviación estándar (m)	3.771
Varianza de la muestra (m²)	14.223
Mínimo (m)	7.258
Máximo (m)	26.608
Suma (m)	196881.261
Cuenta	11017

Los resultados del Geoide Gravimétrico Local del Ecuador Continental se representan en el anexo G a través de un mapa de ondulaciones geoidales del Ecuador continental el cual ayudará para mejorar la visualización de los valores máximos y mínimos en el Ecuador. Además en el anexo H se representa el modelo tridimensional del Geoide Gravimétrico Local para el Ecuador continental.

4.10 EVALUACIÓN DEL MODELO GEOIDAL MEDIANTE LA TÉCNICA GPS Y NIVELACIÓN GEOMÉTRICA Y LA TÉCNICA “REMOVER – RESTAURAR”

Para la evaluación del modelo geoidal propuesto se calculo el error absoluto (formula 3.1) entre las ondulaciones geoidales (N_1) de los 41 puntos tomados mediante la técnica GPS y nivelación geométrica distribuidos a lo largo del Ecuador continental (tabla 4.20) y las ondulaciones geoidales (N_{2-1} , N_{2-2} , N_{2-3}) calculadas mediante la técnica remover-restaurar (tabla 4.21).

Tabla 4.20 DATOS TÉCNICA GPS Y NIVELACIÓN GEOMÉTRICA (m)					
ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALT_ELIP (m)	ALT_NIV (m)	OND_GEOID (m)
	ϕ	λ	h	H_n	N₁
1	-2.330	-80.895	66	55	11.289
2	-0.037	-78.480	3541	3515	26.747
3	0.000	-78.428	2663	2636	27.263
4	0.753	-77.974	4248	4218	30.105
5	-0.244	-78.541	2952	2924	27.817
6	-0.215	-78.494	2920	2893	27.591
7	-0.263	-78.419	3216	3189	27.491
8	-0.814	-78.626	2941	2914	27.668
9	-0.073	-78.507	3140	3112	27.505
10	0.125	-78.998	943	922	20.963
11	-0.963	-80.279	567	551	15.960
12	-0.270	-78.509	3211	3184	27.343
13	-1.438	-78.543	3904	3878	26.647
14	-3.141	-79.536	3924	3906	17.189
15	-0.229	-78.518	3043	3015	27.811
16	-0.460	-77.310	725	708	17.018
17	0.304	-78.046	3863	3836	27.505
18	-0.326	-76.913	346	327	18.259
19	-0.237	-78.557	3598	3569	27.992
20	-2.691	-78.731	3658	3634	23.971
21	-1.908	-78.611	3728	3700	27.620
22	-0.937	-80.671	36	22	14.117
23	-3.989	-79.199	2135	2117	18.204
24	-1.367	-79.909	56	38	18.571
25	-1.040	-79.924	316	298	18.580
26	-2.359	-79.533	170	153	17.111
27	0.008	-77.322	1086	1064	22.160
28	-0.080	-78.209	4103	4076	27.637
29	-2.086	-79.132	2518	2494	23.872
30	-1.439	-78.035	1425	1402	22.683
33	-3.182	-79.028	3511	3488	22.383
34	-2.156	-79.888	40	22	17.823

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALT_ELIP (m)	ALT_NIV (m)	OND_GEOID (m)
	ϕ	λ	h	H_n	N₁
35	-1.779	-79.464	94	75	19.012
36	0.956	-79.674	282	267	15.059
37	-0.435	-80.181	695	678	17.065
38	-0.327	-79.696	370	353	16.977
39	-1.941	-80.681	152	136	15.143
40	-2.475	-80.468	439	427	11.431
41	-2.221	-80.931	64	52	11.544

El procedimiento de obtención de ondulaciones geoidales residuales mediante la fórmula de Stokes se realizó para los ángulos internos y externos entre 0° y 2° , entre 0.045° y 2° , y entre 0.090° y 2° , de esta manera se obtuvo 3 modelos de ondulaciones geoidales residuales respecto al co-geoide y por ende 3 modelos de ondulaciones geoidales del Ecuador continental respecto al geoide, por lo que se realizará la evaluación de los tres modelos.

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	OND_GEOID GPS- NIV_GEOM (m)	OND_GEOID 1 MODELO (m)	OND_GEOID 2 MODELO (m)	OND_GEOID 3 MODELO (m)	ERROR ABSOLUTO (m)
	ϕ	λ	N_{GPS-NIV}	N₂₋₁ MODELO	N₂₋₂ MODELO	N₂₋₃ MODELO	N_{GPS-NIV} - N₂₋₃ MODELO
1	-2.330	-80.895	11.289	14.371	14.278	14.151	-2.862
2	-0.037	-78.480	26.747	24.744	24.708	25.065	1.682
3	0.000	-78.428	27.263	24.394	24.659	25.187	2.076
4	0.753	-77.974	30.105	25.361	25.097	25.696	4.409
5	-0.244	-78.541	27.817	24.823	24.779	25.324	2.493
6	-0.215	-78.494	27.591	24.532	24.759	25.352	2.239
7	-0.263	-78.419	27.491	24.358	24.840	25.553	1.938
8	-0.814	-78.626	27.668	24.559	25.187	26.192	1.476
9	-0.073	-78.507	27.505	25.121	24.601	25.034	2.471
10	0.125	-78.998	20.963	22.611	22.649	22.709	-1.746
11	-0.963	-80.279	15.960	18.420	18.377	18.299	-2.339
12	-0.270	-78.509	27.343	24.768	24.843	25.365	1.978
13	-1.438	-78.543	26.647	23.445	23.767	24.525	2.122
14	-3.141	-79.536	17.189	12.891	13.256	13.551	3.638
15	-0.229	-78.518	27.811	24.761	24.807	25.313	2.498
16	-0.460	-77.310	17.018	16.440	16.527	16.612	0.406
17	0.304	-78.046	27.505	23.357	23.576	24.189	3.316
18	-0.326	-76.913	18.259	16.574	16.602	16.640	1.619
19	-0.237	-78.557	27.992	24.823	24.779	25.324	2.668
20	-2.691	-78.731	23.971	18.923	19.190	19.740	4.231
21	-1.908	-78.611	27.620	23.606	23.732	24.467	3.153
22	-0.937	-80.671	14.117	16.733	16.581	16.400	-2.283

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	OND_GEOID GPS-NIV_GEOM (m)	OND_GEOID 1 MODELO (m)	OND_GEOID 2 MODELO (m)	OND_GEOID 3 MODELO (m)	ERROR ABSOLUTO (m)
	ϕ	λ	$N_{GPS-NIV}$	N_{2-1} MODELO	N_{2-2} MODELO	N_{2-3} MODELO	$N_{GPS-NIV} - N_{2-3} \text{ MODELO}$
23	-3.989	-79.199	18.204	14.471	14.443	14.679	3.524
24	-1.367	-79.909	18.571	19.336	19.330	19.321	-0.750
25	-1.040	-79.924	18.580	19.131	18.911	18.710	-0.130
26	-2.359	-79.533	17.111	16.478	16.423	16.378	0.733
27	0.008	-77.322	22.160	18.114	18.133	18.128	4.032
28	-0.080	-78.209	27.637	23.694	23.924	24.556	3.081
29	-2.086	-79.132	23.872	19.148	19.445	19.769	4.103
30	-1.439	-78.035	22.683	18.290	18.286	18.208	4.475
31	-1.172	-77.817	19.789	16.524	16.642	16.781	3.008
32	-3.259	-79.959	10.660	11.291	11.283	11.294	-0.635
33	-3.182	-79.028	22.383	17.785	17.516	18.131	4.252
34	-2.156	-79.888	17.823	18.028	17.855	17.687	0.136
35	-1.779	-79.464	19.012	19.104	19.096	19.107	-0.094
36	0.956	-79.674	15.059	17.611	17.649	17.646	-2.587
37	-0.435	-80.181	17.065	17.646	17.628	17.620	-0.555
38	-0.327	-79.696	16.977	18.727	18.778	18.833	-1.856
39	-1.941	-80.681	15.143	16.840	17.044	17.243	-2.100
40	-2.475	-80.468	11.431	13.756	13.810	13.843	-2.412
41	-2.221	-80.931	11.544	14.088	13.923	13.763	-2.218

Las ondulaciones geoidales entre los 41 datos obtenidos tomados mediante la técnica GPS y nivelación geométrica y los modelos obtenidos mediante la técnica remover-restaurar esta expresada en la tabla 4.21, además se presenta el calculo del error absoluto de estas dos técnicas.

Cálculos estadísticos respecto al error absoluto de los 3 modelos (tabla 4.22) indican que el tercer modelo obtenido (N_{2-3}) mediante la técnica remover – restaurar tiene mejor precisión puesto que los datos obtenidos no tienden a alejarse del promedio y que existe una distribución más homogénea.

Tabla 4.22 CÁLCULOS ESTADÍSTICOS PARA EVALUACIÓN DE MODELOS			
	N_{2-1} MODELO	N_{2-2} MODELO	N_{2-3} MODELO
Media (m)	1.510	1.460	1.200
Desviación estándar (m)	2.609	2.551	2.338
Varianza de la muestra (m ²)	6.807	6.509	5.467
Mínimo (m)	-3.082	-2.989	-2.862
Máximo (m)	5.048	5.009	4.475
Suma (m)	61.898	59.861	49.189
Cuenta	1.510	1.460	1.200

Los resultados que se obtuvieron del modelo con la aplicación de la metodología “remove – restaurar” a partir de datos gravimétricos dispersos, según los datos estadísticos, nos indican que la desviación estándar es de 3.7 metros y tiene un máximo valor de 27 metros aproximadamente a lo largo del Ecuador Continental.

Además, se realizó una comparación entre los modelos obtenidos por métodos GPS y nivelación geométrica y el modelo generado mediante la técnica remove-restaurar escogido, mediante la evaluación (tabla 4.23), es evidente que este modelo tiene mejor precisión ya que presenta una menor desviación estándar.

Tabla 4.23 COMPARACION DE MODELOS GEOIDALES (m)			
MODEL_GEOIDAL GPS_NIVELACIÓN		MODEL_GEOIDAL TÉC_REMOVE - RESTAURAR	
Media (m)	21.258	Media (m)	20.058
Desviación estándar (m)	5.78008468	Desviación estándar (m)	4.374353617
Varianza de la muestra (m²)	33.40937891	Varianza de la muestra (m²)	19.13496957
Mínimo (m)	10.660	Mínimo (m)	11.294
Máximo (m)	30.105	Máximo (m)	26.192
Suma (m)	871.573	Suma (m)	822.384
Cuenta	41	Cuenta	41

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES:

- 5.1.1 La fórmula o integral de Stokes es la más importante de la Geodesia Física ya que permite determinar el geoide con datos gravimétricos.
- 5.1.2 La superficie calculada por la fórmula de Stokes a partir de las anomalías residuales no es el geoide mismo sino una superficie diferente denominada co-geoide.
- 5.1.3 En el área sur del Ecuador específicamente en Loja no se cuenta con información gravimétrica, por lo que no se obtuvieron datos de ondulaciones geoidales.
- 5.1.4 En la determinación del modelo geoidal se utilizó la técnica remove - restaurar pues se pretendió que este trabajo sirva también como base para la comparación con otras técnicas de trazado geoidal que deberán ser investigadas.
- 5.1.5 Conociendo el geoide gravimétrico local del Ecuador continental se puede disponer de las alturas ortométricas, esto es importante ya que estas alturas tienen varias aplicaciones en Cartografía, Proyectos de Ingeniería, Ecología, Ordenamiento territorial, generación de modelos digitales de elevación del terreno, geofísica como base de partida para la investigación del comportamiento de la densidad terrestre.
- 5.1.6 La aplicación del modelo geoidal para el Ecuador continental es importante en la utilización de datos GPS, permitiendo la obtención de alturas ortométricas sin necesidad de procesos de nivelación.
- 5.1.7 Cuando se requiere conocer con precisión la altura ortométrica en un lugar específico, es necesario llevar hasta allí una línea de nivelación, que suele ser costosa y consumidora de tiempo. Tener un modelo geoidal remedia éste y muchos otros problemas.

5.1.8 Los resultados obtenidos con la aplicación de la metodología “remove – restaurar” a partir de datos gravimétricos dispersos, nos indican según los datos estadísticos que la desviación estándar es de 3.7 metros y tiene un máximo valor de 27 metros aproximadamente a lo largo del Ecuador Continental.

5.2 RECOMENDACIONES:

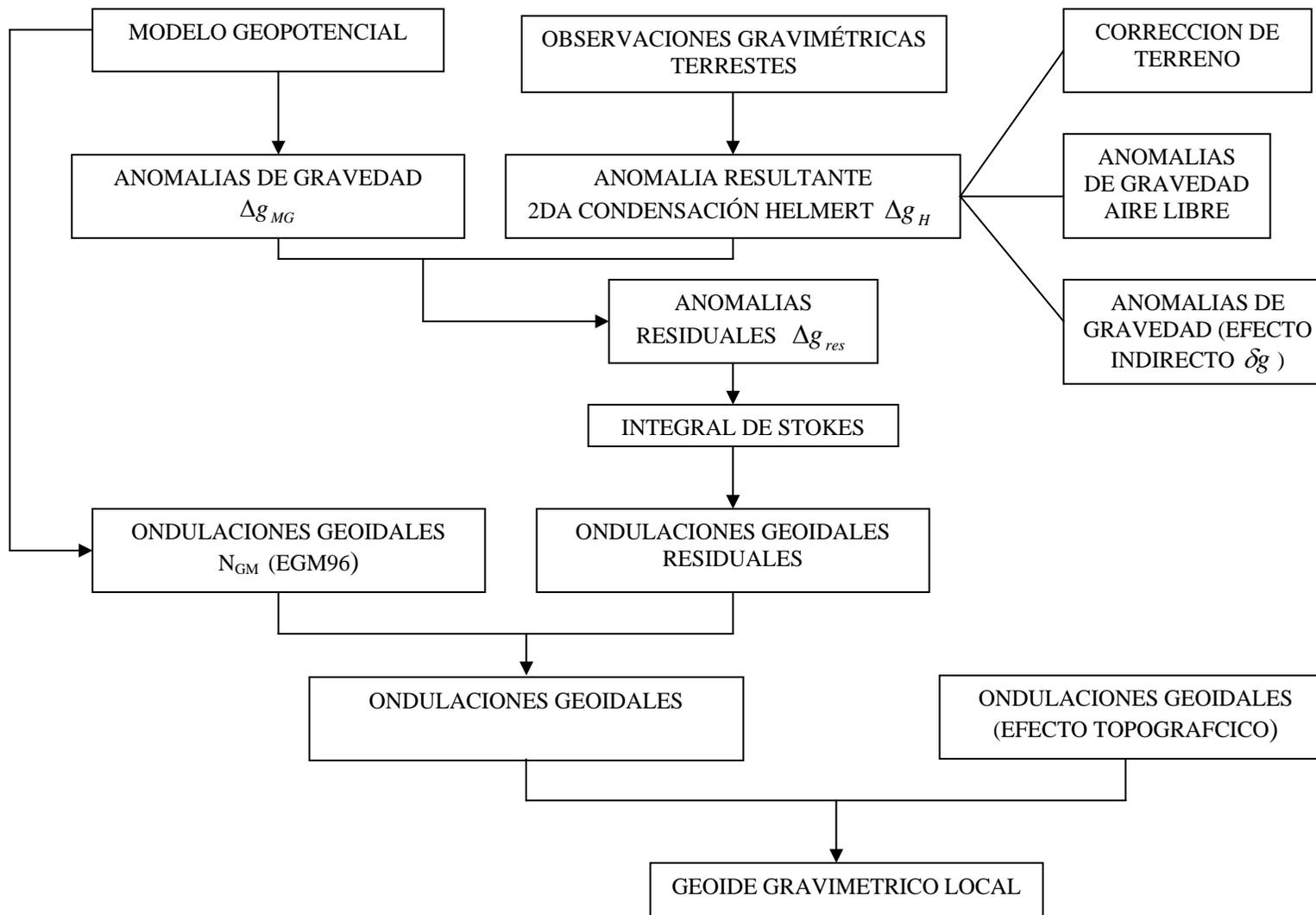
- 5.2.1** La precisión del cálculo del geoide para el Ecuador va a mejorar cuando se disponga de un modelo digital batimétrico, por lo que se recomienda que se calcule otra vez el geoide una vez que se disponga éste modelo.
- 5.2.2** Se recomienda adquirir datos de Colombia, Perú y el Océano Pacífico ya que al aplicar la fórmula de Stokes a un espacio físico o un territorio se requieren los datos de 2º a partir punto gravimétrico a calcular del sitio de estudio.
- 5.2.3** Para evaluar el modelo geoidal obtenido se recomienda obtener mayor cantidad de puntos (en este caso 41) debido a que se puede mejorar la evaluación.
- 5.2.4** Se recomienda obtener más datos de la línea de costa del Ecuador para mejorar la interpolación del modelo geoidal generado.
- 5.2.5** Se recomienda adquirir datos KMS2002, que consideran a datos de anomalías de aire libre pero para los océanos.
- 5.2.6** En lo que tiene que ver con el procesamiento de datos para la obtención de la corrección de terreno por medio del programa TC se necesitan MDE con mayor y menor detalle en este proyecto se utilizó cada 2 minutos y 1 minuto, se disponía de un MDE cada 30 segundos pero la capacidad de las máquinas de procesamiento no eran las adecuadas, por lo que se recomienda mejorar las características técnicas de los equipos.
- 5.2.7** Para mejorar la precisión del modelo se recomienda generar el modelo digital de densidades variables del terreno actualizado y no utilizar una media para todo el Ecuador, esto ayudará a disminuir el error debido a la corrección de terreno.
- 5.2.8** En este proyecto se utilizaron datos dispersos, por esta razón se recomienda investigar nuevos modelos de interpolación de datos gravimétricos.

ANEXOS

ANEXO A

METODOLOGÍA

METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DEL ECUADOR CONTINENTAL



ANEXO B

MAPA

PUNTOS DE GRAVEDAD DEL ECUADOR CONTINENTAL Y ÁREA DE INFLUENCIA

ANEXO C

MAPA

**PUNTOS GPS-NIVELACION PARA EVALUACIÓN DEL MODELO GEOIDAL
DEL ECUADOR CONTINENTAL**

ANEXO D

MAPA

**ONDULACIONES GEOIDALES MODELO GEOPOTENCIAL EGM 96 DEL
ECUADOR CONTINENTAL**

ANEXO E

MAPA

ONDULACIONES GEOIDALES RESIDUALES DEL ECUADOR CONTINENTAL

ANEXO F

MAPA

EFFECTO INDIRECTO DEL ECUADOR CONTINENTAL

ANEXO G

MAPA

ONDULACIONES GEOIDALES DEL ECUADOR CONTINENTAL

ANEXO H

MODELO

MODELO TRIDIMENSIONAL DEL GEOIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL DEL ECUADOR CONTINENTAL

ANEXO I

PROCEDIMIENTO PARA LAS ONDUALCIONES GEOIDALES RESIDUALES UTILIZANDO EL PROGRAMA STOKES

El programa STOKES diseñado por Forsberg en lenguaje fortran que permite la obtención de las ondulaciones residuales respecto al co-geoide, requiere como datos de entrada las anomalías gravimétricas residuales.

La obtención de anomalías residuales respecto al co-geoide se lo ejecuta a través de los siguientes pasos:

El programa necesitara el ingreso de dos archivos de entrada y uno de salida:

Archivos de entrada

1. **gridfile**, que es el archivo grilla con extensión *.txt generado por el programa SELECT (metodología en base a Kirby E.), el cual cubre el área para la integración de Stokes.
2. **stationfile**, archivo de entrada de datos con extensión *.txt cuyo formato es el siguiente punto, latitud, longitud, altura nivelada. Este archivo de entrada la latitud y longitud esta en grados sexagesimales y la altura nivelada en m. La figura e.1 indica el formato de ingreso de los datos:

Fig. e.1 archivo de entrada

1	0.841944444	-79.91916667	7.6278
2	0.858888889	-79.87444444	4.2268
3	0.883888889	-79.80916667	9.5698
4	0.881388889	-79.745	173.9835
5	0.926944444	-79.69166667	18.1748
6	0.893333333	-79.66388889	45.0316
7	0.919444444	-79.64138889	8.8412
8	0.974166667	-79.62416667	8.2267

Archivo de Salida

outfile, consiste en dar el nombre al archivo de salida

La ejecución del programa STOKES.EXE presenta la siguiente pantalla (Fig. e.2)

Fig. e.2 archivo de entrada

```

C:\VRESPAL - 1\Datos\MARIO_- 1\stokese\STOKESE.EXE
+-----+
| 32-bit Power for Lahey Computer Systems |
| Phar Lap's 386!DOS-Extender(tm) Version 8.02 |
| Copyright (C) 1986-96 Phar Lap Software, Inc. |
| Available Memory = 15356 Kb |
+-----+
input file names <gfile/sfile/ofile>:

```

A través de esta pantalla en la que se ingresan los dos archivos de entrada y el archivo de salida.

Después el programa pide el modo de cálculo de geoides, que puede ser (ver Fig. e.3)

mode = 1: stokes integration

2: vening-meinesz

lmean: significa que hay que poner true si vamos a calcular los datos de gravedad removidos y false si es en caso contrario.

psi1 es el ángulo que se ingresa para mejorar la precisión (grados sexagesimales)

psi2 es el ángulo que es necesario para cubrir el área de estudio, en este caso para Stokes se necesita 2° a partir del área de estudio. (grados sexagesimales)

Fig. e.3 datos de ingreso

```

C:\RESPAL - 1\Datos\MARIO_ - 1\stokese\STOKESE.EXE

+-----+
| 32-bit Power for Lahey Computer Systems |
| Phar Lap's 386 iDOS-Extender(tm) Version 8.02 |
| Copyright (C) 1986-96 Phar Lap Software, Inc. |
| Available Memory = 15356 Kb |
+-----+

input file names <gfile/sfile/ofile>:onre10_2.txt
altniv.txt
salida.txt

input: mode <1:stoke, 2:vm>, lmean, psi1, psi2

```

Para el proyecto se requiere calcular las ondulaciones geoidales residuales respecto al co-geoide, por lo que se ingresa los siguientes valores:

1,	mode
f,	lmean
0.045,	psi1
2	psi2

Finalmente, se ejecuta el programa mediante un enter y procesa los datos, el archivo de salida se creará en la carpeta donde se encuentra el programa STOKES.EXE.

Los resultados finales del proceso presentan las ondulaciones geoidales residuales en metros.

ID	LATITUD (°)	LONGITUD (°)	ALT NIVEL (m)	OND_RESID_CO-GEOIDE (m)
1	0.842	-79.919	7.628	2.794
2	0.859	-79.874	4.227	2.772
3	0.884	-79.809	9.570	2.826
4	0.881	-79.745	173.984	2.765
5	0.927	-79.692	18.175	2.776
6	0.893	-79.664	45.032	2.600
7	0.919	-79.641	8.841	2.650
8	0.974	-79.624	8.227	2.729
9	0.994	-79.563	17.979	2.665
10	1.030	-79.483	8.634	2.624
11	1.070	-79.412	6.868	2.493
12	1.059	-79.363	35.999	2.399
13	1.039	-79.292	82.215	2.204
14	1.053	-79.234	15.964	2.120
15	1.083	-79.171	15.924	2.035
16	1.135	-79.107	3.366	1.964
17	1.210	-79.045	2.323	1.909
18	1.051	-79.086	24.325	1.827
19	-0.219	-80.273	14.776	3.130
20	-0.194	-80.254	10.217	3.108
21	-0.137	-80.226	19.433	3.102
22	-0.109	-80.201	20.417	3.059
23	-0.168	-80.239	41.216	3.130
24	-0.081	-80.167	22.150	3.013
25	-0.055	-80.138	10.164	2.931
26	0.860	-77.962	3349.000	-1.921
27	0.860	-77.925	3767.600	-1.930
28	0.858	-77.958	3380.500	-1.894
29	0.858	-77.921	3881.500	-1.889
30	0.858	-77.967	3316.000	-1.914

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- Arana J., **Geodesia Física**, Departamento de Cartografía de la Facultad de Ciencias y Tecnología de la Unesp – Campus de Presidente Prudente, Sao Paulo, Brasil, 2005
- Barbosa P, **Introdução aos métodos de estimação espacial para confecção de mapas**, Unesp – Campus Rio Claro, Brasil, 2000
- Barboza M, **Determinação das alturas do Geoide no Brasil**, Sao Paulo, Brasil, 2005
- Catalao J., **Geodesia Física**, Lisboa, Portugal, 2000.
- Heiskanen, W; Moritz, H., **Geodesia Física**, Madrid, España, 1985.
- INEGI (Instituto Nacional de Estadística Geografía y Sistemas), **Modelo Geoidal en México y sus Aplicaciones**, México D.F. 2007
- INEGI (Instituto Nacional de Estadística Geografía y Sistemas), **Técnica para la solución geoidal para el área mexicana**, México D.F. 2006
- Introcaso A. **Geodesia Física**, Boletín del Instituto de Fisiográfica y Geología, Rosario, Argentina, 2006
- Kirby E., **Metodología para el cálculo de las anomalías de Bouguer completa**: Tesis de Grado, Sangolquí, Quito, Ecuador, ESPE, 13 de Febrero 2007
- Krajewski S.A. & Gibbs B.L., **Understanding Contouring: A practical Guide to Spatial Estimation and Contouring Using a Computer and Basics of Using Variograms**: Gibbs Associates, (1966)
- Masson M.R. & Czajkowski S., **Métodos de interpolação para modelagem de superfícies: Seminário em “Geociências e Meio Ambiente”**, PósGraduação em Geociências, I.G.C.E., Unesp, Rio Claro, Brasil, 1999
- Ordoñez P., **Determinación de Anomalías Residuales para el Ecuador Continental**: Tesis de Grado, Sangolquí, Quito, Ecuador, ESPE, 20 de Julio 2007
- Palomo M., **Estudio de los Métodos de Cálculo de la Corrección Topográfica Aplicada al Cálculo de Geoides Locales Precisos**, Madrid, España, 2006

- Sanz M. **Sistemas de Información Geográfica**, Modelos digitales de Terreno – MDE, 2008.
- Tierra A., **Sistema de Posicionamiento Global por Satélites – GPS**, Sangolquí, Quito, Ecuador 1995
- Tierra A., **Cap2conceitos**, Quito, Ecuador, 2003
- Wolf P.; Brinker R., **Topografía**, Bogotá, Colombia 2001
- <http://nacc.upc.es/>, 2007
- <http://images.astronet.ru/pubd/2005/01/22/0001202457/img1186.gif>, 2007
- http://www.aero.org/publications/.../01_01.gif, 2007
- www.danotario.com 2007