

ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO

DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

**CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA,
AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL**

**PROYECTO DE GRADO PARA LA OBTENCIÓN DEL
TÍTULO EN INGENIERÍA**

**“ANÁLISIS DE DESEMPEÑO DE CONTROLADORES
ADAPTATIVOS DISCRETOS EN EL ESPACIO DE
ESTADOS”**

Juan Carlos Calderón Montiel

SANGOLQUÍ – ECUADOR

2008

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente Proyecto de Grado fue realizado en su totalidad por el **Sr. Juan Carlos Calderón Montiel** bajo nuestra dirección, como requisito previo para la obtención del título en Ingeniería Electrónica.

Sr. Ing. Rodolfo Gordillo

DIRECTOR DE TESIS

Sr. Ing. Edwin Aguilar

CODIRECTOR DE TESIS

AGRADECIMIENTO

Quisiera agradecer primeramente a Dios que con sus bendiciones me ha permitido culminar mi carrera profesional.

A mi familia y amigos que siempre me han brindado su apoyo y comprensión en los momentos más difíciles.

A todos los profesores de la Escuela Politécnica del Ejército que han compartido sus conocimientos y han sido una guía a lo largo de la carrera. En especial al Sr. Ing. Rodolfo Gordillo quien me brindó su apoyo y con sus grandes conocimientos colaboró al desarrollo de este proyecto de grado, y al Sr. Ing. Edwin Aguilar de quien obtuve apoyo incondicional.

DEDICATORIA

Dedico el presente proyecto a mis padres quienes con su sacrificio, comprensión y cariño me han apoyado para conseguir una de mis metas. Espero que todo el esfuerzo y dedicación que he puesto en este proyecto y a lo largo de la carrera haya correspondido de alguna manera a todo lo que me han brindado en tantos años de estudio.

También dedico este proyecto a todas las personas que de alguna manera me ayudaron en los momentos difíciles.

PRÓLOGO

El control adaptativo se presenta como una de las alternativas más eficientes para realizar control automático de procesos industriales. Y la teoría de control tiene un método moderno como es el control en el espacio de estados para controlar plantas más complejas que demandan más exigencia a los controladores. Este proyecto presenta el diseño y análisis de desempeño de controladores que fusionan las dos teorías, denominados Controladores Adaptativos Discretos en el Espacio de Estados.

Antes del desarrollo del controlador, se procederá a exponer ciertas nociones preliminares de la teoría de control adaptativo, control en el espacio de estados, identificación de procesos y el algoritmo de identificación utilizado.

A continuación, se analiza el esquema del sistema con sus respectivos lazos de identificación y control; y las ecuaciones de la teoría de control que se van a utilizar para diseñar el controlador con seguimiento a referencia.

Una vez diseñado el controlador se lo aplica a tres casos de estudio para poder establecer las características de su desempeño en base al tiempo de establecimiento, sobreimpulso y error en estado estacionario. Para posteriormente compararlo con un controlador no adaptativo para analizar las ventajas y desventajas del controlador diseñado.

Y por último, de las experiencias adquiridas durante todo el trabajo se elaborarán las conclusiones correspondientes.

ÍNDICE

Contenido	Pág.
Capítulo 1: Introducción	
1.1 Introducción a los Sistemas de Control en el Espacio de Estados.....	1
1.2 Conceptos Generales.....	4
1.3 Formulación del Problema.....	15
Capítulo 2: Identificación	
2.1 Introducción de la Identificación de Procesos	16
2.2 Métodos de Identificación de Procesos.....	17
2.3 Método de los Mínimos Cuadrados Recursivos	19
2.4 Identificación de Modelos Descritos en el Espacio de Estados.....	22
Capítulo 3: Controladores Adaptativos Discretos	
3.1 Control Discreto en el Espacio de Estados	25
3.2 Esquemas de Control Adaptativo	31
3.2.1 Control Adaptativo Indirecto	32
3.2.2 Control Adaptativo Directo	32
3.3 Control Adaptativo Discreto en el Espacio de Estados	
3.3.1 Esquema de Control Adaptativo Continuo con Realimentación de Estados	33
3.3.2 Esquema de Control Adaptativo Continuo con Estimador y Realimentación de Estados	34
3.4 Selección del Esquema a Utilizar	37

Capítulo 4: Diseño del Controlador Adaptativo

4.1	Introducción.....	39
4.2	Descripción de los Casos de Estudio	40
4.3	Ecuaciones para el Diseño del Controlador	51
4.3.1	Control Continuo en el Espacio de Estados con Seguimiento a Referencia.....	51
4.3.2	Control Discreto en el Espacio de Estados con Seguimiento a Referencia.....	54
4.3.3	Control Adaptativo Discreto en el Espacio de Estados con Seguimiento a Referencia.....	58
4.4	Diseño del Controlador Adaptativo	60

Capítulo 5: Resultados de Simulación

5.1	Esquema de Simulación.....	66
5.2	Análisis de Desempeño.....	68
5.2.1	Caso de Estudio 1	68
5.2.2	Caso de Estudio 2	71
5.2.3	Caso de Estudio 3.....	74
5.3	Contraste de Resultados con un Controlador por Realimentación de Estados	77
5.3.1	Caso de Estudio 1.....	77
5.3.2	Caso de Estudio 2.....	79
5.3.3	Caso de Estudio 3.....	80

Capítulo 6: Conclusiones y Recomendaciones

6.1	Conclusiones.....	83
6.2	Recomendaciones.....	85
	Referencias Bibliográficas.....	86
	Anexos.....	88
	Índice de Figuras.....	99

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS DE CONTROL EN EL ESPACIO DE ESTADOS

La teoría clásica de control posee muchas limitaciones, debido a que en ésta se consideran sistemas dinámicos lineales de parámetros invariantes en el tiempo, en los cuales se realiza el modelamiento del controlador en base a la relación entre una entrada y una salida.

El mejor ejemplo de desarrollo de la teoría clásica de control son los controladores PID, que son muy usados en las estructuras de control en la práctica. En éstos controladores el proceso de sintonización es manual y muy largo, aunque existen disponibles sintonizadores que ayudan en este aspecto pero que aún necesitan muchas mejoras.[13]

Entonces, se desarrolla la teoría de control moderna para resolver algunos de los problemas de la teoría clásica, y al compararlas se puede notar que el control moderno nos ofrece más ventajas como son : controlar a sistemas multivariables en los hay un alto grado de interacción entre las variables del sistema; controlar a sistemas con relaciones no lineales entre las variables involucradas en su dinámica y cuyo comportamiento no puede ser aproximado por un modelo lineal; aplicar control a sistemas en los que sus parámetros varían en el tiempo a velocidades comparables con la evolución de sus variables;

controlar sistemas complejos en los que existe un gran número de variables internas que condicionan el comportamiento futuro de la salida.[2]

El método del espacio de estado forma parte de la teoría moderna de control, e indica que la conducta actual de un sistema está bajo la influencia de su historia previa. Por lo que es necesario un conjunto extra de variables que deben poseer información del comportamiento pasado del sistema. Éstas variables son las denominadas variables de estado, las cuales contienen una mínima cantidad información que resume todo el pasado dinámico del sistema, y es lo que se necesita saber para predecir su evolución futura frente a cualquier señal de entrada.

En la teoría del espacio de estados existen dos esquemas básicos para realizar un sistema de control. Uno de ellos es por la realimentación de estados como se puede ver en la figura 1.1; y el otro es mediante la realimentación de estados con un estimador también denominado observador que se puede ver en la figura 1.2.

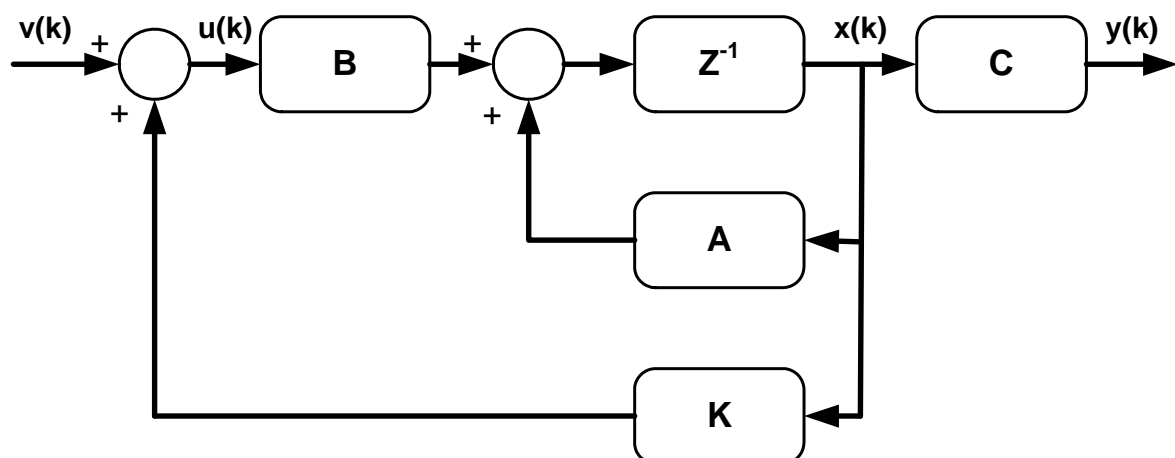


Figura 1.1. Sistema de control discreto con realimentación de estado

En el esquema de realimentación de estados suponemos que se sabe en todo momento el valor de cada uno de los estados de la planta a controlar, y se determina la señal de control como la combinación lineal de los estados. [7] Donde A es la matriz del sistema o planta de orden $n \times n$ donde n es el número de

variables de estado; B es la matriz de entrada y es de orden $n \times m$ donde m es el número de entradas; C es la matriz de salida de dimensión $p \times n$ donde p es el número de salidas; y K es la matriz de realimentación constante de modo que el sistema total cumpla los objetivos de diseño planteados. El objetivo al utilizar este esquema es diseñar la matriz de realimentación de manera que el sistema total cumpla con las condiciones de diseño.

El otro esquema denominado sistema de control con estimador y realimentación de estado está enfocado a sistemas en donde no se tienen variables de estado medibles para efectuar la realimentación de los estados, por lo que es necesario diseñar estructuras denominadas estimadores u observadores, que permiten estimar el verdadero valor de las variables de estado a partir del conocimiento de las variables de entrada y de salida del sistema.[2]

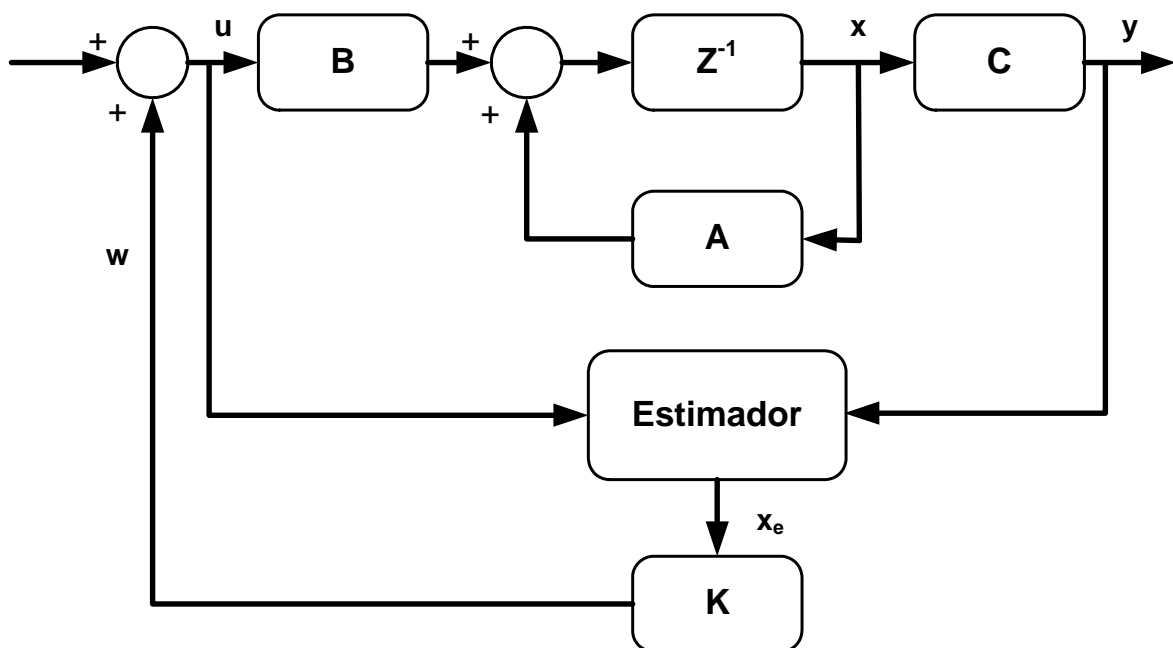


Figura 1.2. Sistema de control con estimador y realimentación de estado

La utilización del método del espacio de estados nos brinda ventajas como que logra un control más robusto, óptimo, eficiente etc. , razón por la cual se lo puede utilizar para el control de sistemas más complejos. Pero hay que tomar en cuenta que también tiene desventajas como es la necesidad de un manejo

matemático muy complejo, sus esquemas presentan mayor dificultad, en el orden práctico presenta problemas en la identificación, dificultades para estimar las variables de estado, y el diseño del controlador requiere mayores recursos y conocimientos pues se realiza la combinación lineal de las variables de estado.[1]

1.2 CONCEPTOS GENERALES

Es necesario conocer ciertos conceptos generales que son fundamentales para comprender las bases del control adaptativo, la teoría de control moderna, y el método del espacio de estado.

Sistemas Variantes

Son sistemas que tienen parámetros que varían en el tiempo, y su respuesta cambia ante una señal de entrada dada en función del tiempo.

Control Realimentado

Es una alternativa de control que en presencia de perturbaciones que alteran el comportamiento del sistema, tiende a reducir la diferencia entre la señal de referencia y la salida del sistema.

Control Adaptativo

Es un esquema de control avanzado en el cual los parámetros del controlador se ajustan automáticamente ante cambios de la planta, de tal forma que su comportamiento en lazo cerrado conserva las características deseadas de diseño. Este tipo de sistema de control se aplica a plantas en las cuales existe variación de parámetros en el tiempo.

Existen tres enfoques de control adaptativos que son:

- Control Adaptativo de Ganancia Planificable

Muchos procesos controlados están influidos por variables que afectan en la ubicación de polos o ceros del modelo. Como consecuencia, la alteración del valor de una de estas variables afecta la dinámica de tales procesos. La compensación de tal dinámica resulta inadecuada ante la variación de ciertas variables si los parámetros del controlador se mantienen constantes, por lo que el control adaptativo de ganancia planificable ajusta los valores del controlador dependiendo de las variaciones de estas variables.

- Control Adaptativo por Modelo de Referencia (MRAC).

Este esquema de control adaptativo es aquel en el que la adaptación de los parámetros no se hace del modelo sino directamente del controlador. Para este esquema se define un modelo con una dinámica o desempeño que debería de tener el sistema denominado modelo de referencia. Existen dos lazos de control, uno de control por realimentación y otro que ajusta los parámetros de control minimizando la diferencia entre la salida real y la del modelo de referencia. Este sistema se puede ver en la figura 1.3.

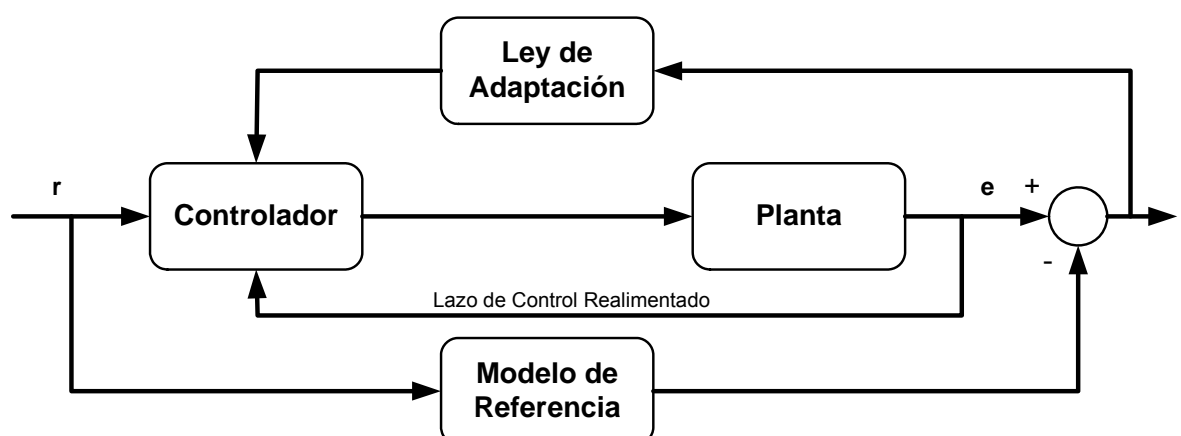


Figura 1.3. Esquema de Control Adaptativo por Modelo de Referencia

- Control Autosintonizado (STR).

Este esquema de control adaptativo tiene la identificación de la planta en línea, lo cual permite la obtención de un modelo matemático de la planta en la actualización en cada período de muestreo. Son más utilizados en los problemas de regulación de variables a referencia constante.[1]

Tiene un bloque de estimación de los parámetros de un modelo de la planta que se diseña mediante el uso de los métodos de identificación y luego se realiza el ajuste de parámetros del modelo para que tenga el desempeño deseado en el diseño. Este esquema se visualiza en la figura 1.4.

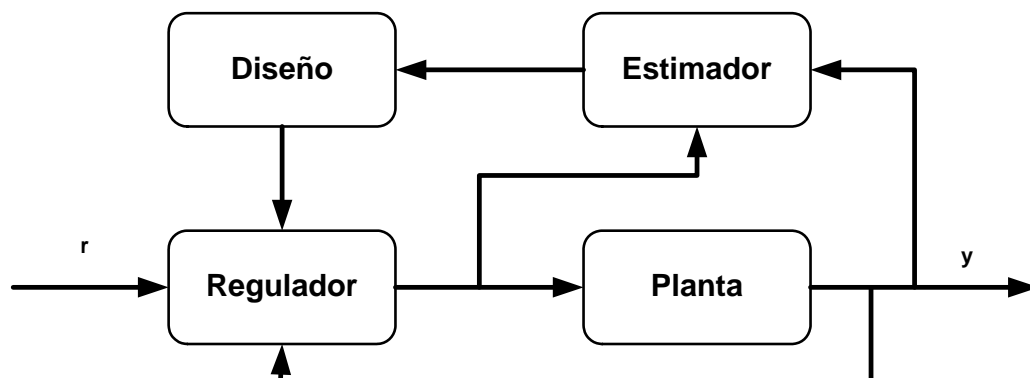


Figura 1.4. Esquema de Control Adaptativo Autosintonizado

Se analizará los enfoques del control adaptativo por modelo de referencia y el control autosintonizado, pues estos se ajustan de mejor manera a las necesidades para realizar el sistema de control de los casos de estudio que se van a plantear.

Identificación de Procesos

Es un conjunto de métodos y algoritmos que nos permiten obtener los parámetros dinámicos del modelo matemático de una planta.

La identificación se puede realizar mediante la elaboración y tratamiento de datos ó a partir de datos experimentales de las entradas y salidas del sistema que se actualizan en un período de muestreo. Es por esto que la identificación es parte integrante de los sistemas de control adaptativo y esencial para el diseño del controlador.

Reguladores o Autosintonizadores

Son algoritmos que actualizan automáticamente los parámetros del modelo a medida que éste lo requiera, con lo cual se logra que el desempeño del sistema este de acuerdo con lo diseñado. Existen varios tipos de reguladores como son: PID autoajustables, reguladores de mínima varianza, reguladores autoajustables multivariable, entre otros; que son muy utilizados para realizar el control adaptativo autosintonizado.

Modelo ARX

Es un modelo que ayuda en el diagnóstico de fallas, el modelo ARX (Auto-Regressive and Exogeneous Variable) se visualiza en la figura 1.5.

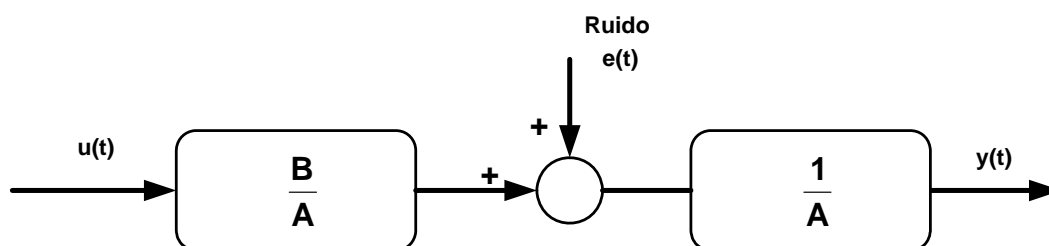


Figura 1.5 Estructura del modelo ARX

Este modelo se lo escribe mediante la siguiente ecuación:

$$y(t) = \sum_{j=1}^n A_j y(t-j) + \sum_{j=0}^n B_j u(t-j) + e(t) \quad \text{Ec.(1.1)}$$

Este modelo consta de tres partes fundamentales que son: una auto regresión de los valores anteriores de la salida , una suma de valores previos de la entrada y una componente estocástica exógena. La componente estocástica exógena es un proceso estocástico que desde el punto de vista estadístico se lo interpreta como el residuo o efecto no considerado en el modelo; y desde el punto de vista de los sistemas de control se lo asocia como ruido o indeterminación presente en la planta.[1]

El hecho de suponer la presencia de ruido hace que la identificación del proceso sea más acorde a la realidad, pues abarca todos los factores externos que hacen al modelo impreciso como son: la no linealidad, la imprecisión de mediciones y perturbaciones no consideradas que afectan a la salida del sistema.

Modelo ARMAX

El modelo ARMAX (Auto Regressive with Moving Average and Exogenous Input) muestra la parte autorregresiva que representa la componente determinística del modelo, y el ruido que lo afecta viene expresado como un ruido blanco bajo la acción de un filtro de promedio móvil.[1]

La estructura de este modelo se visualiza en la figura 1.6.

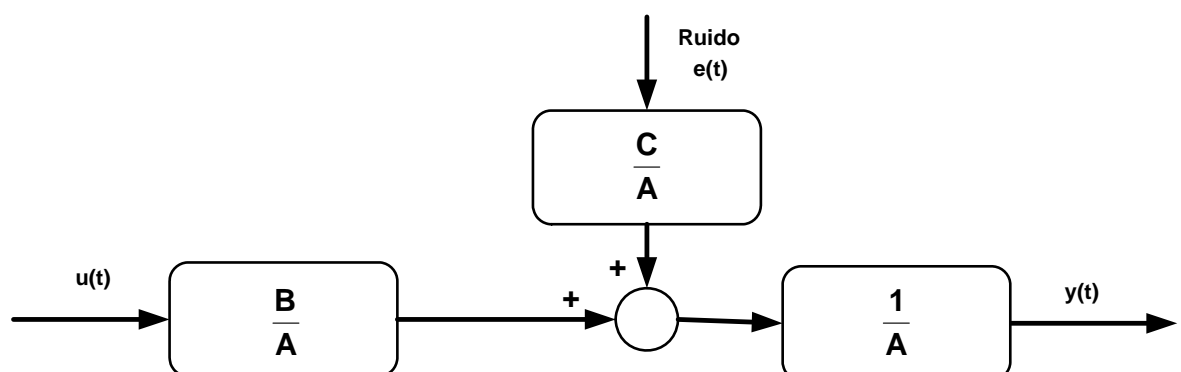


Figura 1.6 Estructura del Modelo ARMAX

Este modelo se lo escribe mediante la siguiente ecuación:

$$y(t) = \sum_{i=1}^n A_i y(t-i) + \sum_{i=0}^n B_i u(t-i) + \sum_{i=1}^n C_i e(t-i) + e(t) \quad \text{Ec.(1.2)}$$

Para la realización del control por realimentación de estados es necesario conocer los siguientes conceptos:

Estado

“Se define estado de un sistema como la mínima cantidad de información necesaria en un instante para que, conociendo la entrada a partir de ese instante, se puede determinar la salida en cualquier instante posterior”. [2]

Su representación matemática es la siguiente:

$$x(t) = \Psi(t, t_0, x(t_0), u(\tau)), \quad t_0 \leq \tau < t$$

Como ejemplo, se tiene la evolución del desplazamiento $y(t)$, de una masa M con constante elástica K y coeficiente viscoso f , ante una fuerza de desplazamiento $F(t)$. Como se muestra en la figura 1.7.

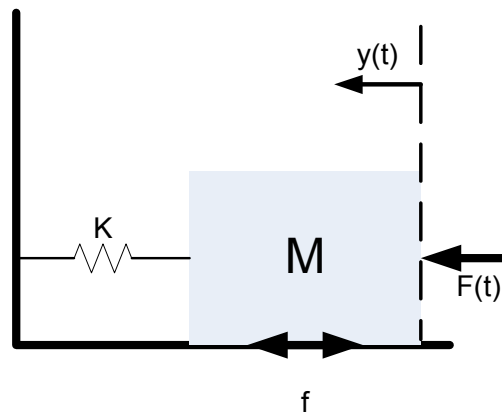


Figura 1.7 Sistema de Ejemplo

Nos da un sistema en el espacio de estados de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{f}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u(t)$$

En este ejemplo un estado es un valor que tome x_1 y x_2 en el transcurso del tiempo.

Variables de Estado

Conjunto mínimo de valores que expresan el estado dinámico del sistema. Cabe recalcar que las variables de estado no son necesariamente valores medibles u observables físicamente, pero si es necesario escogerlas adecuadamente siempre que sea posible, pues las leyes de control requieren que éstas variables puedan realimentarse con una ponderación conveniente.

La representación matemática de una variable de estado:

$$x(t) = \Psi(t, t_0, x(t_0), u(\tau)), \quad t_0 \leq \tau < t$$

En el ejemplo de la figura 1.7., las variables de estado serían x_1 y x_2

Vector de Estado

El vector de estado es el conjunto de n variables de estado necesarias para describir por completo el comportamiento de un sistema, y por lo tanto el que al tener una señal de entrada determina el estado del sistema para cualquier tiempo.[3]

Un vector de estado se lo expresa de la siguiente manera:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}$$

Igualmente, en el ejemplo de la figura antes mencionado , el vector de estado sería $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

Espacio de Estados

Es el espacio vectorial n – dimensional en el que sus ejes son las n variables de estado y en el cual todo estado se representa como un punto en el espacio de estado.[3]

Un sistema en el espacio de estados se lo representa matemáticamente de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t) \end{aligned}$$

En el ejemplo anterior el modelo en el espacio de estados es:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{f}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0]u(t) \end{aligned}$$

Controlabilidad

“La controlabilidad es una característica de un sistema, la cual determina los puntos del espacio de estados que pueden ser alcanzados por el sistema

actuando sobre las entradas de éste. Estos puntos son los que determinan los estados controlables”.[2]

Las condiciones de controlabilidad determinan si es o no factible realizar el diseño de un sistema de control, en el caso de no ser factible el sistema se lo denominará como no controlable.

Dado un sistema con una ecuación de estado:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$$

es controlable en $[t_0, t_1]$ si y sólo si la matriz $W(t_1, t_0)$ definida por:

$$W(t_1, t_0) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_1, \tau) B(\tau) B^T(\tau) \Phi^T(t_1, \tau) d\tau \quad \text{Ec.(1.3)}$$

es no singular.

Por ejemplo, se tiene un sistema cuya ecuación de estado es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

y se desea llevarlo de $x=[1 \ 1]^T$ en $t=0$, a $x=[1 \ 1]^T$ en $t=2s$.

Primero es necesario calcular los valores propios de la matriz A y la matriz de transformación que nos dan los siguientes resultados:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \quad T^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \text{ y } B = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

con lo cual la matriz $\Phi(t, t_0)$ es la siguiente:

$$\Phi(t, t_0) = \begin{bmatrix} e^{-2t} & 0 \\ 0 & e^{-3t} \end{bmatrix}$$

La matriz de controlabilidad se la forma aplicando la ecuación 1.3.

$$W = \int_0^2 \begin{bmatrix} e^{-2(2-\tau)} & 0 \\ 0 & e^{-3(2-\tau)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-2(2-\tau)} & 0 \\ 0 & e^{-3(2-\tau)} \end{bmatrix} d\tau$$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{9}{4}(1-e^{-8}) & -\frac{6}{5}(1-e^{-10}) \\ -\frac{6}{5}(1-e^{-10}) & \frac{2}{3}(1-e^{-12}) \end{bmatrix}$$

Observabilidad

“La observabilidad es la posibilidad de conocer el valor del estado de un sistema a partir del conocimiento de la evolución de la entrada y de la salida que genera. Una vez que se conoce el estado en un instante inicial, se puede determinar el estado en cualquier otro instante.”[2]

Dado un sistema de dimensión n definido por las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t) \end{aligned}$$

es observable si y sólo si la matriz de observabilidad $V(t_1, t_0)$ definida como:

$$V(t_1, t_0) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi^T(\tau, t_0) C^T(\tau) C(\tau) \Phi(\tau, t_0) d\tau \quad \text{Ec.(1.4)}$$

es no singular.

Por ejemplo, se tiene un sistema definido por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

se desea obtener la matriz de observabilidad en un intervalo de tiempo de 2seg.

Primero es necesario calcular los valores propios de la matriz A y la matriz de transformación que nos dan los siguientes resultados:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \quad T^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \quad C = [-2 \quad -3]$$

con lo cual la matriz $\Phi(t, t_0)$ es la siguiente:

$$\Phi(t, t_0) = \begin{bmatrix} e^{-2t} & 0 \\ 0 & e^{-3t} \end{bmatrix}$$

La matriz de observabilidad se obtiene mediante la ecuación 1.4

$$V = \int_0^2 \begin{bmatrix} e^{-2(2-\tau)} & 0 \\ 0 & e^{-3(2-\tau)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} [-2 \quad -3] \begin{bmatrix} e^{-2(2-\tau)} & 0 \\ 0 & e^{-3(2-\tau)} \end{bmatrix} d\tau$$

$$V = \begin{bmatrix} (1 - e^{-8}) & \frac{6}{5}(1 - e^{-10}) \\ \frac{6}{5}(1 - e^{-10}) & \frac{3}{2}(1 - e^{-12}) \end{bmatrix}$$

La observabilidad y la controlabilidad son 2 conceptos complementarios ya que la controlabilidad estudia la relación entrada estado y la observabilidad analiza la relación estado salida.[2] La mayoría de los sistemas físicos son controlables y observables pero es necesario analizar si el sistema posee estas 2 características.

1.3 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

El estudio del control automático, y en particular del control adaptativo se presenta como una de las alternativas más eficientes para realizar control automático de procesos industriales.

Y la teoría de control presenta un método moderno como es el Espacio de Estado para realizar control en plantas más complejas que demandan más exigencia a los controladores.

Lo que se quiere es fusionar estas dos teorías en un solo sistema de control que se denominará Controladores Adaptativos Discretos en el Espacio de Estados. Con esta teoría se realiza el diseño del controlador, lazo de identificación, lazo de control y su simulación de desempeño cuya dinámica se encuentra descrita en plantas con parámetros variantes en el tiempo.

Con esto, se puede analizar el desempeño del esquema de control adaptativo basándose en el método de la teoría de control moderna, que servirá de base para poder comparar con otros métodos de control no adaptativos, para ver la ventajas y desventajas que éste nos ofrece.

CAPÍTULO 2

IDENTIFICACIÓN

2.1. INTRODUCCIÓN DE LA IDENTIFICACIÓN DE PROCESOS

La identificación de procesos es un conjunto de algoritmos y teorías mediante las cuales se construye un modelo matemático de un sistema dinámico a partir de datos obtenidos del propio sistema.[14] Es decir permite obtener la estructura y los parámetros de un modelo matemático que reproduce las variables de salida del proceso ante un conjunto de variables de entrada.[1]

La identificación de procesos sirve para realizar un estudio preliminar de un proceso tecnológico ya que hace una estimación inicial aproximada de algunos parámetros del regulador, también facilita el ajuste de los parámetros del regulador cuando el sistema de control está en funcionamiento, y en ocasiones forma parte del algoritmo de control haciendo las veces de predictor de salidas futuras.[1]

En ocasiones los sistemas que se excitan con la misma señal de entrada pero en instantes de tiempo diferentes no producen las mismas respuestas, por lo que aparece la necesidad de considerar la presencia de sistemas de parámetros variables en el tiempo, para esto existen dos variantes de identificación de procesos que son: la identificación en línea y la identificación fuera de línea.[14]

La identificación fuera de línea se utiliza cuando se tiene la seguridad de que no habrá variaciones en el tiempo de la estructura del proceso ni en sus

características dinámicas. También se lo utiliza cuando es un modelo simple que reproduce con fidelidad las características esenciales del proceso.[1]

En cambio, la identificación en línea se utiliza cuando se desea obtener o reproducir de manera más exacta el comportamiento del proceso pues los datos se procesan en cada período de muestreo.[1] Es decir, cuando existan variaciones en el tiempo, el algoritmo de identificación las detectará y cambiarán los coeficientes que este algoritmo entrega.

La identificación no debe ser muy larga, de lo contrario se pueden producir otras variaciones de los parámetros de la planta. El periodo de identificación, debe ser suficientemente breve en comparación con las modificaciones ambientales. Al limitar el tiempo de identificación es imposible identificar la planta en forma completa; lo mejor que se puede esperar, es solo una identificación parcial.

2.2 MÉTODOS DE IDENTIFICACIÓN DE PROCESOS

Existen varios métodos de identificación de procesos como son:

Identificación Analítica o de Primeros Principios

“Este método consiste en desarrollar un modelo basado en las relaciones físico químicas del proceso a identificar, planteando ecuaciones cinemáticas, dinámicas, de balance de masa, de energía, de cinemática química, etc. Este enfoque conduce generalmente a modelos complejos y no lineales que deben ser sometidos a un proceso de simplificación y linealización. El inconveniente principal de este enfoque consiste en que se requiere un conocimiento muy especializado sobre la tecnología del proceso, no siempre disponible.”[1]

Identificación Experimental Mediante Señales Especiales

Este método es más directo y rápido de realizar que los demás. Para efectuar la identificación experimental de un sistema hay que efectuar una medición y analizar los resultados, la medición se realiza mediante el uso de señal de prueba, como pueden ser la señales senoidales de pequeña magnitud o diversas señales estocásticas de baja amplitud. Las entradas normales son señales de prueba ideales como señal escalón, impulso o rampas; ya que no producen dificultades en cuanto a salidas indeseadas, o entradas que produzcan confusión. Sin embargo, la identificación con entradas normales, sólo es posible cuando tienen característica de señal adecuadas para su correcta identificación.

En algunas plantas, las señales de prueba estocásticas son muy convenientes, pues utilizando técnicas de correlación cruzadas se puede analizar la salida como función de la entrada estocástica, se puede distribuir la energía de excitación sobre una banda de frecuencias, haciendo tolerable su efecto.

La restricción más importante de esta solución es que se necesita introducir señales de prueba que perturben o afecten de manera indeseable al proceso. Además con este método se obtienen exclusivamente modelos determinísticos, sin considerar modelos de perturbación.[1]

Identificación Paramétrica

El método más común de identificación paramétrica es el de minimización del error de predicción basado en el método de los mínimos cuadrados. La adaptación de esta teoría a la identificación de procesos se basa en que el proceso puede ser representado por un modelo de estructura fija de naturaleza discreta. La aplicación del algoritmo puede realizarse fuera de línea o no recursiva, mediante el uso de la información disponible de entrada y salida del proceso para determinar un modelo invariante en el tiempo. Pero también se puede realizar de forma recursiva, de modo que partiendo de una estimación inicial de los parámetros del modelo se va actualizando y mejorando a medida

que se actualiza la información de las señales de entrada y salida obtenida, con lo que se tiene una estimación de parámetros variantes con el tiempo.[1]

Con la identificación paramétrica en línea se logra caracterizar de forma más ajustada a los modelos , pues incorporan en su estructura modelos de perturbación, que los hacen ideales para emplear estrategias de control más complejas. [1]

2.3 MÉTODO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

Este método es una variante del algoritmo de los mínimos cuadrados y por lo tanto está sujeta a las mismas restricciones que su homólogo iterativo, es decir conocer previamente la estructura del modelo.

Esto significa que la estimación $\theta(t)$ se calcula como una modificación de la estimación $\theta(t-1)$ utilizando las nuevas medidas de $u(t)$ y $y(t)$. Los métodos recursivos para la estimación de parámetros han sido desarrollados para aplicaciones de la identificación en tiempo real y su mayor campo de aplicación son sistema de control adaptativos y diagnostico de fallos. Ello es debido a que estas aplicaciones requieren que las acciones y evaluaciones utilizadas utilicen el modelo mas actualizado del sistema.[9]

Los métodos de identificación recursivos tienen las siguientes características generales:

- Los modelos estimados con estos métodos se adaptan fácilmente a los sistemas variantes en el tiempo. Estos permiten que el modelo siga los cambios de parámetros del sistema o cambios debidos a condiciones de operación en el caso de sistemas no lineales.[9]
- Los requerimientos de memoria son reducidos y no aumentan en el tiempo, debido a que no se almacenan todos los datos.[9]

El algoritmo de los mínimos cuadrados recursivos se puede resumir matemáticamente en las siguientes fórmulas:

$$P_{k+1} = \left[P_k - \frac{P_k (x_{k+1})(x_{k+1})^T P_k}{1 + (x_{k+1})^T P_k (x_{k+1})} \right] \quad \text{Ec.(2.1)}$$

$$K_{k+1} = \left[\frac{P_k}{1 + (x_{k+1})^T P_k (x_{k+1})} \right] \quad \text{Ec.(2.2)}$$

$$e_{k+1} = y_{k+1} - (x_{k+1})^T \theta_k \quad \text{Ec(2.3)}$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k + K_{k+1} x_{k+1} e_{k+1} \quad \text{Ec.(2.4)}$$

Donde:

θ_{k+1} :denota el vector de parámetros estimados en un instante

θ_k :denota el vector de parámetros estimados en el instante anterior

K_{k+1} :es una matriz de ganancias

x_{k+1} :es el vector de regresión en ese instante

e_{k+1} :es el error de predicción

Así pues, dadas las fórmulas expuestas anteriormente, los pasos a seguir para la utilización de este algoritmo se describen a continuación:

1. Definir los valores iniciales del vector θ y de la matriz P
2. Tomar medidas de las señales de entrada y salida
3. Formar el vector de regresión x
4. Calcular la matriz de ganancias K
5. Calcular el error de predicción e
6. Calcular los parámetros estimados
7. Calcular la matriz P para el instante siguiente
8. Volver al punto 2 en el siguiente muestreo

Como se puede observar, se necesita dar un valor inicial a la matriz P y al vector de parámetros estimados. El problema que presenta este algoritmo es el

apagado del mismo a lo largo del tiempo debido a que la traza de la matriz P se hace muy pequeña. Esto se puede solucionar empleando el algoritmo de Mínimos Cuadrados Recursivo con Factor de Olvido.[16]

Este algoritmo introduce un factor de olvido, λ , de forma que se pondera más a las muestras más recientes, permitiendo así detectar un posible cambio de parámetros cuando el algoritmo lleva un tiempo considerable funcionando y la traza de la matriz P es muy pequeña.[16]

Matemáticamente, dicho algoritmo se puede resumir en las siguientes fórmulas, siendo su procedimiento de aplicación el mismo que en el caso anterior:

$$P_{k+1} = \frac{1}{\lambda} \left[P_k - \frac{P_k (x_{k+1})(x_{k+1})^T P_k}{\lambda + (x_{k+1})^T P_k (x_{k+1})} \right] \quad \text{Ec.(2.5)}$$

$$K_{k+1} = \left[\frac{P_k}{\lambda + (x_{k+1})^T P_k (x_{k+1})} \right] \quad \text{Ec.(2.6)}$$

$$e_{k+1} = y_{k+1} - (x_{k+1})^T \theta_k \quad \text{Ec.(2.7)}$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k + K_{k+1} x_{k+1} e_{k+1} \quad \text{Ec.(2.8)}$$

Dependiendo del valor de λ , $0 < \lambda < 1$, se obtienen los siguientes comportamientos:

- λ pequeño: Se descartan datos pasados demasiado pronto, los elementos de las matrices P y K se hacen grandes, lo cual supone la posibilidad de detección de posibles cambios en parámetros.[16]
- λ grande: (cercano a la unidad) se presentan problemas a la hora de detectar cambios de parámetros.[16]

Normalmente se suele elegir λ entre 0.9 y 0.98 pero la elección depende bastante de los valores asociados a los parámetros del sistema.[16]

2.4 IDENTIFICACIÓN DE MODELOS DESCRITOS EN EL ESPACIO DE ESTADOS

Para realizar la identificación de modelos descritos en el espacio de estados es muy importante la forma canónica controlable, también llamada forma de programación canónica en la programación de filtros digitales.[5]

La forma canónica controlable nos ayuda a conformar el sistema en el espacio de estados discreto, asignando una variable de estado a la salida de cada retardo y tomando en cuenta una matriz de transformación para que sea controlable.[5]

Se toma en cuenta un sistema con la siguiente ecuación a diferencias:

$$y(k) + a_1y(k-1) + a_2y(k-2) + \dots + a_ny(k-n) = b_0u(k) + b_1u(k-1) + b_2u(k-2) + \dots + b_nu(k-n)$$

donde $u(k)$ es la entrada del sistema y $y(k)$ es la salida del sistema. Aplicando la transformada Z obtenemos la siguiente función de transferencia:

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0z^n + b_1z^{n-1} + b_2z^{n-2} + \dots + b_n}{z^n + a_1z^{n-1} + a_2z^{n-2} + \dots + a_n} \quad \text{Ec.(2.9)}$$

Y aplicando la forma canónica controlable tenemos las siguientes ecuaciones :

$$x_1(k+1) = x_2(k)$$

$$x_2(k+1) = x_3(k)$$

$$x_n(k+1) = -a_nx_1(k) - a_{n-1}x_2(k) - \dots - a_2x_{n-1}(k) - a_1x_n + u(k)$$

$$y(k) = (b_n - a_nb_0)x_1(k) + (b_{n-1} - a_{n-1}b_0)x_2(k) + \dots + (b_2 - a_2b_0)x_{n-1}(k) + (b_1 - a_1b_0)x_n(k) + b_0u(k)$$

Mediante estas ecuaciones podemos formar nuestro sistema en el espacio de estados que es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ \dots \\ x_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_n & -a_{n-1} & \dots & \dots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \dots \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

Ec.(2.10)

$$y(k) = [b_n \quad b_{n-1} \quad \dots \quad b_1] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \dots \\ x_n(k) \end{bmatrix}$$

Como se puede visualizar en el modelo de la ecuación 2.10, tenemos matrices y vectores en el formato:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(k)x(k) + B(k)u(k) \\ y(k) &= C(k)x(k) \end{aligned}$$

Y como se puede notar en la ecuación 2.9, los valores de los coeficientes de la planta discreta, son los mismos que en la denotación en el espacio de estados discreta en la ecuación 2.10. Los polos se encuentran en la matriz A y los ceros en la matriz C; con lo que tenemos identificados los parámetros de la planta.

Por ejemplo, tenemos la siguiente ecuación a diferencias:

$$y(k) = 0.368u(k-1) + 0.264u(k-2) + 1.368y(k-1) - 0.368y(k-2)$$

Aplicando la transformada Z, obtenemos la siguiente función de transferencia discreta:

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0.368z + 0.264}{z^2 - 1.368z + 0.368}$$

Con lo cual se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}x_1(k+1) &= x_2(k) \\x_2(k+1) &= -0.368x_1(k) + 1.368x_2(k) + u(k) \\y(k) &= 0.264x_1(k) + 0.368x_2(k)\end{aligned}$$

Y con estas ecuaciones obtenemos el modelo en el espacio de estados:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.368 & 1.368 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 0.264 & 0.368 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Con lo cual se comprueba que se obtienen los parámetros de la planta en el espacio de estados.

CAPÍTULO 3

CONTROLADORES ADAPTATIVOS DISCRETOS

3.1 CONTROL DISCRETO EN EL ESPACIO DE ESTADOS

Este capítulo tiene por objetivo analizar la teoría de control discreto en el espacio de estados y la forma en que esta se fusiona con la teoría de control adaptativo, conformando los esquemas de control adaptativo discreto en el espacio de estados.

El control discreto en el espacio de estados mediante la realimentación de sus variables de estado, está definido por sus matrices A, B, C y K como se muestra en la figura 1.1. El objetivo de este esquema de control es diseñar la matriz de realimentación constante K de modo que el sistema total cumpla los objetivos de diseño planteados.[2]

Para realizar el cálculo de la matriz de realimentación K se utiliza el método denominado diseño por ubicación de polos, el cual es basado en los sistemas en el espacio de estados [5]. En este método se considera un sistema discreto como el siguiente:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cu(k)\end{aligned}\tag{Ec.(3.1)}$$

en el cual, sus polos en lazo abierto se los obtiene mediante la ecuación 3.2.

$$\det(zI - A) = 0 \quad \text{Ec.(3.2)}$$

En el control por realimentación de estados es posible mover los polos a voluntad por lo que se va a diseñar la matriz de realimentación de manera que los polos en lazo cerrado se encuentren en posiciones fijas deseadas. Estas posiciones fijas deseadas dependen de los parámetros de desempeño que se impongan para el sistema. Las ubicaciones de los polos deseados se los define mediante la ecuación 3.3 también llamada ecuación característica de los polos:

$$\alpha_c(z) = z^n + \alpha_1 z^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} z + \alpha_n = 0 \quad \text{Ec.(3.3)}$$

En el diseño por ubicación de polos, la ley de control está descrita por la ecuación 3.4 :

$$u(k) = -Kx(k) \quad \text{Ec.(3.4)}$$

donde K , es un vector de orden $1 \times n$ que contiene las constantes de ganancia y $x(k)$ es el vector de estados $x(k) = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$. Consecuentemente esta ley de control, permite ubicar todos los polos del sistema en lazo cerrado en las ubicaciones deseadas.

$$u(k) = -K_1 x_1(k) - K_2 x_2(k) - \dots - K_n x_n(k) \quad \text{Ec.(3.5)}$$

Reemplazando la ecuación 3.4 en la ecuación 3.1 se obtiene el siguiente sistema :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (A - BK)x(k) \\ y(k) &= Cu(k) \end{aligned} \quad \text{Ec.(3.6)}$$

en el cual sus polos se los ubica mediante la ecuación 3.7.

$$\det(zI - (A - B * K)) = 0 \quad \text{Ec.(3.7)}$$

Al igualar la ecuación 3.7 y la ecuación 3.3 se puede obtener los valores del vector de ganancias K , como se muestra en la ecuación 3.8. El vector K contiene tantos elementos como polos tenga el sistema. Esto significa que se puede ubicar los polos en lazo cerrado en cualquier lugar donde el sistema sea controlable.

$$\det(zI - (A - B * K)) = \alpha_c(z) \quad \text{Ec.(3.8)}$$

Como ejemplo se tiene el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 1.5 & -0.5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= [0 \quad 1] u(k) \end{aligned} \quad T=0.2s$$

y se quiere diseñar el controlador en lazo cerrado de manera que sus polos se encuentren en :

$$s_{CL} = -\sigma \pm \omega j = -2 \pm 2j$$

Para realizar el diseño de este controlador primero se obtiene el valor de z en lazo cerrado:

$$z_{CL} = e^{s_{CL}T} = e^{-\sigma T} (\cos(\omega T) \pm j \sin(\omega T)) = 0.62 + j0.26$$

$$\alpha_c(z) = (z - 0.62)^2 + (0.26)^2 = z^2 - 1.24z + 0.45$$

Por lo que aplicando la ecuación 3.8 se obtiene:

$$\det(zI - (A - BK)) = \alpha_c(z)$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1.5 & -0.5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix}\right) = z^2 - 1.24z + 0.45$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} z - 1.5 + K_1 & 0.5K_2 \\ -1 & z \end{bmatrix}\right) = z^2 - 1.24z + 0.45$$

$$z^2 + (-1.5 + K_1)z + (0.5 + K_2) = \alpha_c(z) = z^2 - 1.24z + 0.45$$

$$K_1 = 0.26$$

$$K_2 = -0.05$$

$$K = [0.26 \quad -0.05]$$

En ocasiones existe el problema del no disponer en cada instante de tiempo con todas las variables de estado x para determinar la acción de control, y una solución para esto es la construcción de un estimador también llamado observador, como se ve en la figura 1.2. [7]

Un observador se encarga, en cada instante de tiempo, de “estimar” el valor de las variables de estado x en base a la medición de la salida de la planta y a la entrada de la misma. El resultado del observador se lo llamará variable de estado estimada x_e como se visualiza en el esquema con estimador en la figura 3.1. [7]

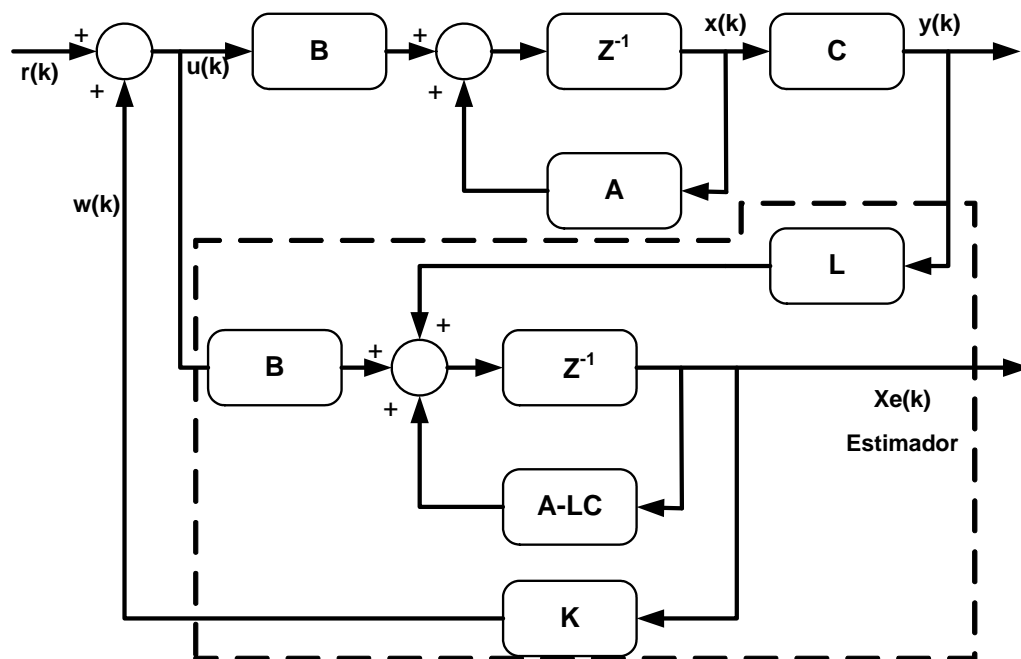


Figura 3.1 Sistema con Observador y Realimentación de Estado

A continuación se detalla el procedimiento para realizar el diseño del estimador discreto:

Sea un sistema discreto en el espacio de estados de la siguiente forma:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

La ecuación general del estimador discreto es la siguiente:

$$x_e(k+1) = Ax_e(k) + Bu(k) + L(y(k) - Cx_e(k)) \quad \text{Ec.(3.9)}$$

donde $x_e(k)$ es el vector de estados estimado y L el estimador de ganancia de realimentación. El error de estimación de estados se define por:

$$\tilde{x}(k) = x(k) - x_e(k) \quad \text{Ec.(3.10)}$$

Entonces:

$$\begin{aligned}\tilde{x}(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) - Ax_e(k) - Bu(k) - L(y(k) - Cx_e(k)) \\ \tilde{x}(k+1) &= (A - LC)\tilde{x}(k)\end{aligned}\quad \text{Ec. (3.11)}$$

Esta última ecuación define los errores de la estimación dinámica de estados, Por lo tanto, si no hay error de modelado, el error de estimación convergerá con una dinámica que estará dada por la ecuación característica:

$$\det(zI - (A - LC)) = 0 \quad \text{Ec. (3.12)}$$

En la práctica, se puede comprobar que aún habiendo pequeños errores en el modelado, se pueden conseguir errores pequeños de estimación dada una adecuada elección del vector L . [7]

Por lo tanto, eligiendo la posición de n polos que definirán la dinámica de convergencia del error de estimación, podemos determinar el valor de las n componentes del vector L . El problema es similar al de determinación del vector K para la ley de control. Entonces teniendo la ecuación característica deseada del estimador:

$$\alpha_e(z) = z^n + \alpha_1 z^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} z - \alpha_n \quad \text{Ec. (3.13)}$$

Igualando los coeficientes correspondientes de esta ecuación con la ecuación 3.12, determinamos los valores de los elementos del vector L , y por ende se tendría el estimador de estados. [7]

Por ejemplo, se tiene el siguiente sistema descrito en el espacio de estados:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1.5 & -0.5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

y se requiere diseñar un estimador que ubique los polos en $z^2=0$.

Entonces, la ecuación característica deseada será:

$$\alpha_e(z) = z^2$$

Por lo tanto:

$$\det(zI - A + LC) = \det\left(\begin{bmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1.5 & -0.5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\right)$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} z-1.5 & -0.5+L_1 \\ -1 & z+L_2 \end{bmatrix}\right) = z^2 + (L_2 - 1.5)z + (0.5 + L_1 - 1.5L_2)$$

Igualando los coeficientes correspondientes, en este caso se obtiene que:

$$L_1 = 1.75$$

$$L_2 = 1.5$$

Finalmente, de lo anterior se llega a la ecuación del estimador:

$$x_e(k+1) = \begin{bmatrix} 1.5 & -0.5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x_e + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 1.75 \\ 1.5 \end{bmatrix} (y - \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x_e)$$

3.2 ESQUEMAS DE CONTROL ADAPTATIVO

El control adaptativo es una estrategia que en forma continua y automática mide las características dinámicas del sistema, detectando variaciones debidas a perturbaciones; de modo que se mantenga el desempeño deseado para el sistema ante cualquier eventualidad o modificaciones ambientales que se puedan presentar.

Existen 2 esquemas de control adaptativo que son: control adaptativo indirecto y control adaptativo directo.

3.2.1 Control Adaptativo Indirecto

El control adaptativo indirecto es aquel en el que se realiza la identificación de los parámetros de la planta y a partir de estos valores identificados se calcula la señal de control pertinente para que el sistema tenga el desempeño deseado. Cabe resaltar, que tanto la identificación de parámetros como el cálculo de la señal de control se realizan y ajustan en línea. En este tipo de control adaptativo están considerados los controladores adaptativos autosintonizados también denominados STR (Self-Tuning Regulator). El control adaptativo indirecto ha sido más utilizado para resolver problemas de control industrial.[1]

3.2.2 Control Adaptativo Directo

El esquema de control adaptativo directo es aquel en el cual no se hace la adaptación de los parámetros de la planta sino directamente los del controlador, éste tipo de controladores son también llamados Controladores por Modelo a Referencia ó MRAS (Model Referente Adaptive Systems). Como su nombre indica estos controladores utilizan un modelo previamente fijado que reproduce el comportamiento dinámico deseado para la planta controlada en bucle cerrado, y a partir del error o diferencia entre la salida del modelo de referencia y la de la planta, se establece un mecanismo de adaptación de los parámetros del controlador. Este tipo de controladores han sido utilizados en problemas de seguimiento o servosistemas, por ejemplo, en el control de manipuladores y robots.[1]

3.3 CONTROL ADAPTATIVO DISCRETO EN EL ESPACIO DE ESTADOS

Existen dos esquemas de control adaptativo en el espacio de estados que van a ser analizados. El primero es el esquema de control adaptativo con

realimentación de estados y el segundo es el esquema de control adaptativo con estimador y realimentación de estados.

3.3.1 Esquema de Control Adaptativo Continuo con Realimentación de Estados

En el esquema de control adaptativo con realimentación de estados, el proceso de identificación en línea se realiza en paralelo al sistema en el espacio de estados continuo, como se ve en la figura 3.2;. El proceso de identificación se lo realiza obteniendo los valores de la entrada y salida, y a su vez estos se envían al algoritmo de identificación con lo cual se obtiene los valores de los parámetros de la planta.

Una vez obtenidos los parámetros de la planta, se realiza el cálculo del vector de realimentación K , con la cual se logra controlar el sistema en base a las condiciones de diseño.

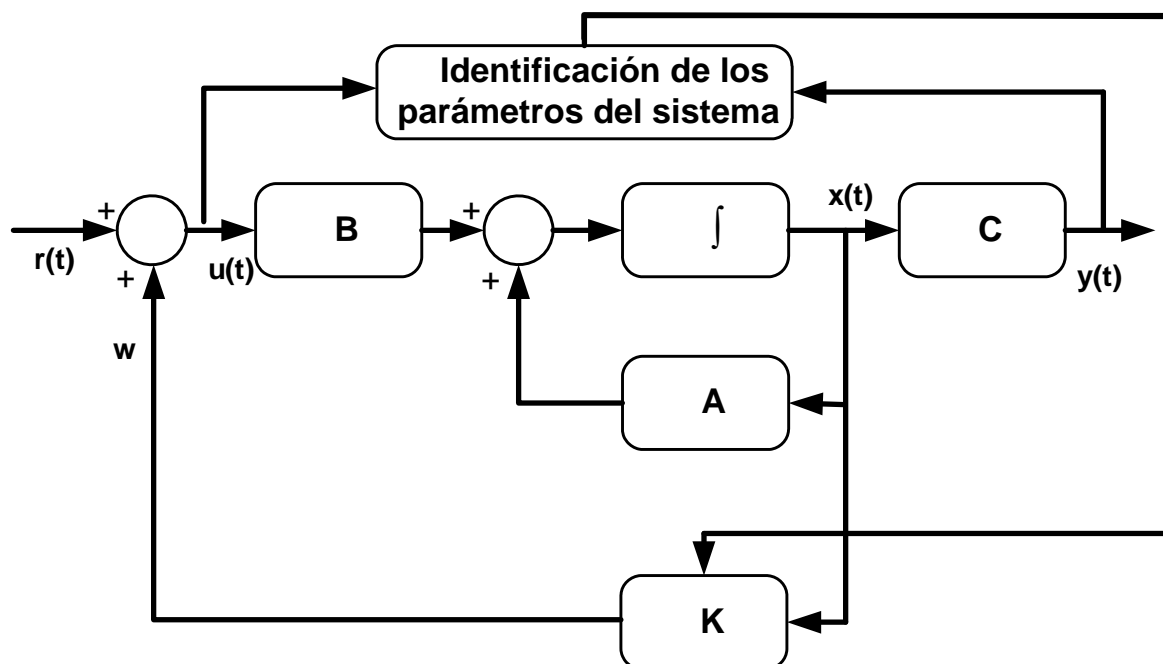


Figura 3.2 Esquema de Control Adaptativo con Realimentación de Estados

Este esquema tiene el enfoque adaptativo, pues al existir perturbaciones que afecten al sistema en el tiempo, el algoritmo de identificación las detectará y

cambiará los parámetros de la planta, y por ende se recalculará el vector K para ejercer la acción de control.

3.3.2 Esquema de Control Adaptativo Continuo con Estimador y Realimentación de Estados

El esquema de control adaptativo con estimador y realimentación de estados que se visualiza en la figura 3.3 tiene una variación, debido a que como antes se explicó, es habitual no contar con los valores de los estados de la planta para realizar la realimentación de estados.

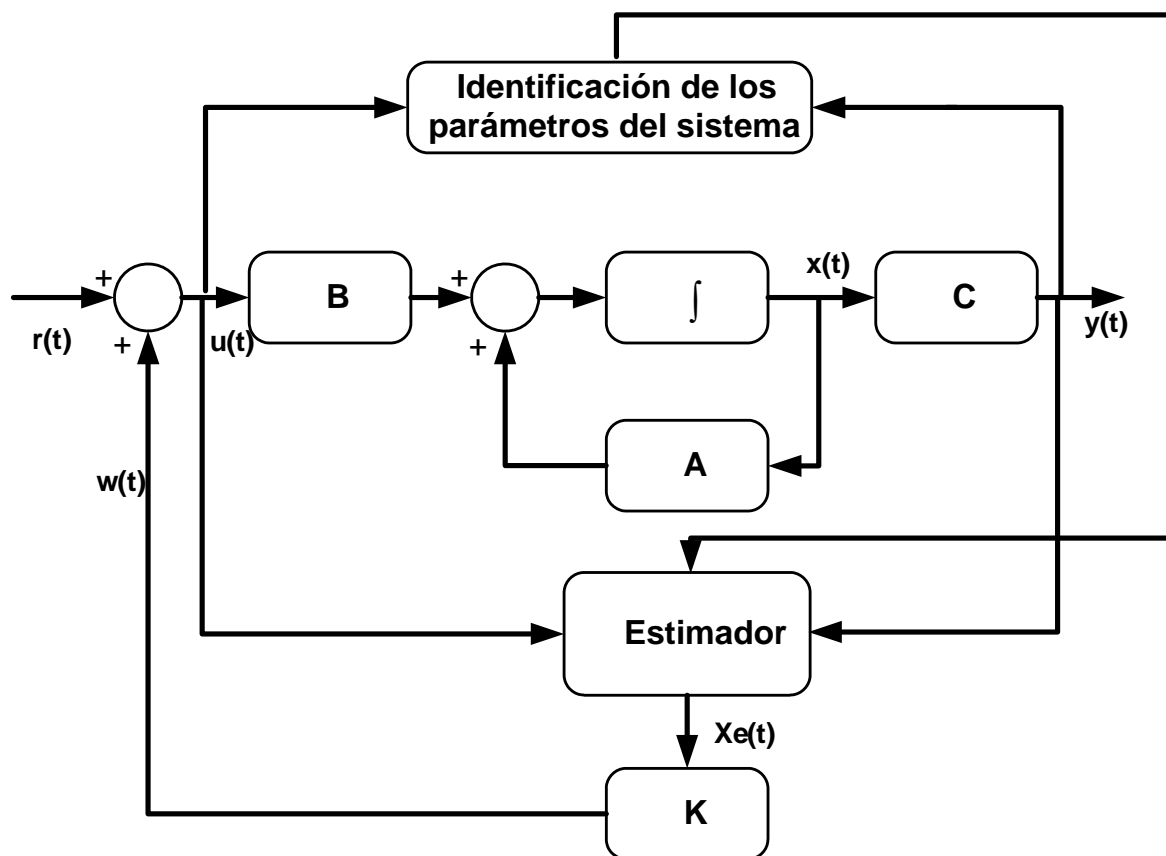


Figura 3.3 Esquema de Control Adaptativo con Estimador y Realimentación de Estados

La identificación de los parámetros de la planta se realiza en base a las mediciones de la entradas y salidas del sistema continuo, de manera similar al esquema de control adaptativo antes mencionado.

Una vez identificados los parámetros de la planta se realiza el cálculo del estimador y el vector de realimentación K , con lo cual se controla el sistema con un enfoque adaptativo.

3.3.3 Esquemas de Control Adaptativo Discreto en el Espacio de Estados

El control adaptativo discreto en el espacio de estados se lo realiza en base a los esquemas de control adaptativo basados en el espacio de estados antes mencionados y fusionados con la teoría de control discreto en el espacio de estados.

De igual manera, existen dos esquemas de control adaptativo discreto en el espacio de estados, uno que se lo realiza mediante únicamente la realimentación de estados que se ve en la figura 3.4. Y el otro para el cual se utiliza un estimador como se lo ve en la figura 3.5.

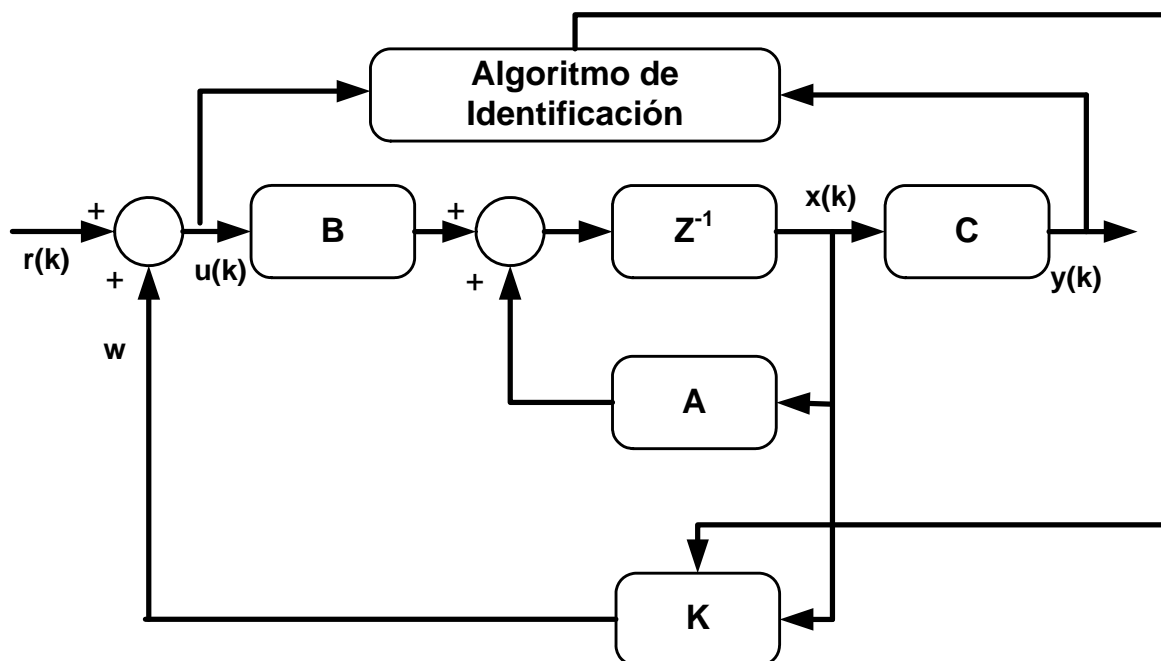


Figura 3.4 Esquema de Control Adaptativo Discreto Mediante Realimentación de Estados

El esquema de control adaptativo discreto en el espacio de estados funciona de la siguiente manera: tenemos el sistema original descrito en el espacio de estados, a este se le somete a una señal de entrada discreta con lo cual se obtendrá un valor a la salida. Estas mediciones de las entradas y salidas entran al algoritmo de identificación (algoritmo de los mínimos cuadrados recursivos). El algoritmo de identificación nos entrega los valores de los coeficientes de la función de transferencia de la planta en cada período de muestreo, de manera que si existen cambios en la planta debido a perturbaciones los valores que entregue el algoritmo de identificación serán los actualizados en cada período de muestreo.

Mediante la forma canónica controlable obtenemos el modelo discreto del sistema descrito en el espacio de estados, de manera que en cada período de muestreo se actualizan los valores de las matrices A , B y C , con lo que se realizará el cálculo de los valores de la matriz de realimentación con la cual se realiza el control del sistema.

El esquema de control adaptativo discreto con estimador y realimentación de estados es parecido al esquema que tiene únicamente realimentación de estados, ya que la identificación de parámetros se realiza de la misma manera excepto que en vez de realizar el cálculo K , se debe primero realizar el cálculo del estimador y después la matriz de realimentación K .

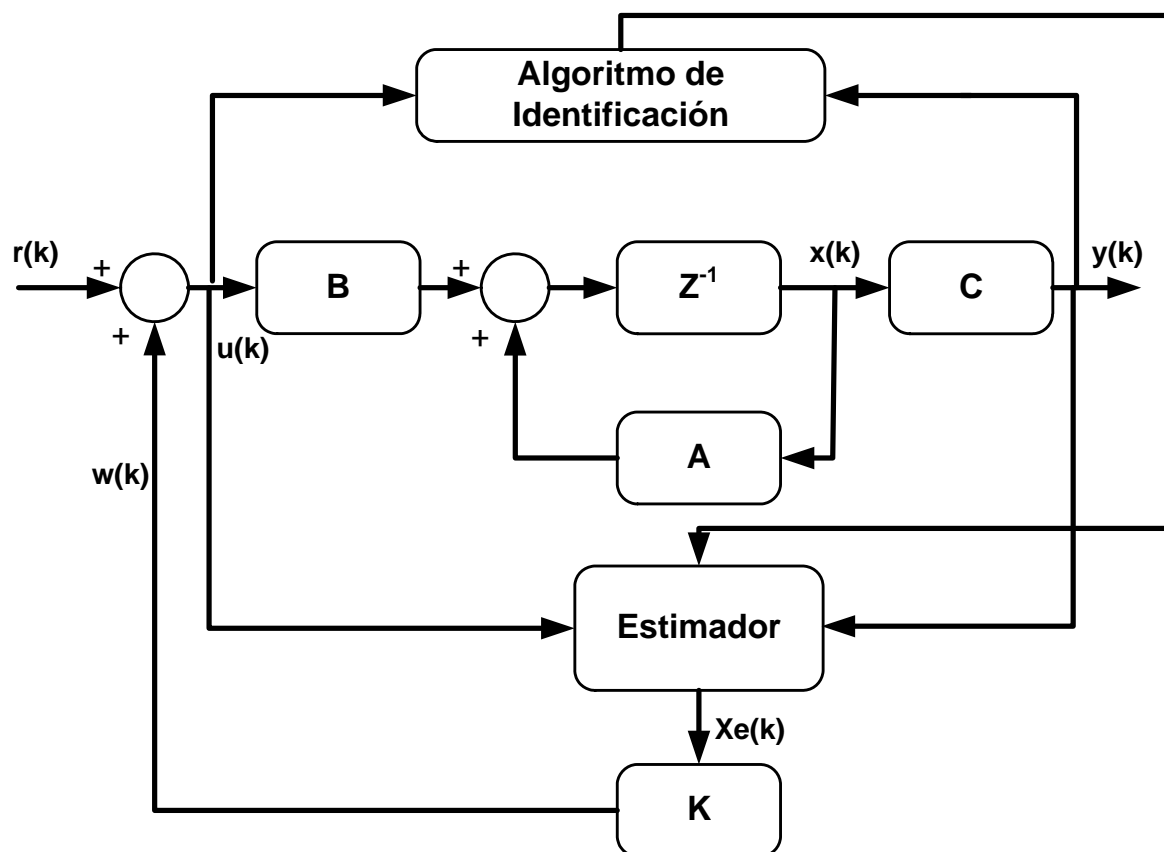


Figura 3.5 Esquema de Control Adaptativo Discreto con Estimador y Realimentación de Estados

3.4 SELECCIÓN DEL ESQUEMA A UTILIZAR

El análisis de desempeño de los controladores adaptativos en el espacio de estados se lo realizará de la siguiente manera:

La identificación de los parámetros de la planta se realizará mediante el algoritmo de los mínimos cuadrados recursivos, ya que es un método de poca complejidad y que ofrece confiabilidad en los resultados que entrega. Además, es ideal para este tipo de controladores pues provee directamente los coeficientes de la planta discreta con lo cuales se forma la matriz canónica controlable, que es fundamental para la obtención de los valores del vector de ganancias de realimentación K .

En otras palabras, se utilizará el esquema de control adaptativo indirecto, pues primero se procedería a identificar los parámetros de la planta y en base a éstos se calculará el vector de ganancias K para ejercer la acción de control.

Dentro del control adaptativo discreto se utilizará el esquema de control adaptativo discreto con realimentación de estados. Se elige este esquema debido a que en los casos de estudio a considerarse, las variables de estado pueden ser medidas directamente por lo que no es necesario el uso de un estimador.

CAPÍTULO 4

DISEÑO DEL CONTROLADOR ADAPTATIVO

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se realiza la descripción de los casos de estudio en los que se va a emplear el controlador adaptativo discreto en el espacio de estados. Además se describe el procedimiento y las ecuaciones necesarias para diseñar este tipo de controladores.

En el diseño del controlador adaptativo es fundamental la identificación de los parámetros de la planta, pues en base a estos parámetros se realiza el cálculo de las ganancias para realizar el control de un sistema.

El vector de ganancias se obtiene mediante la teoría del control discreto en el espacio de estados, utilizando el método de ubicación de polos ya antes explicado.

El número de elementos que contiene el vector de ganancias K es igual al número de variables de estado e igual al número de polos que tiene el sistema; por lo que, no se puede utilizar un controlador diseñado para un sistema de dos variables de estado en un sistema que tiene tres o cuatro variables de estado. Para cada sistema es necesario diseñar el controlador adecuado que permita cumplir con las especificaciones de diseño definidas.

Además para realizar un mejor análisis del desempeño de los controladores adaptativos en el espacio de estados hay que tomar en cuenta que el sistema debe realizar el seguimiento a una señal de referencia. Es decir, que se establezca un valor denominado set point, en el cual el sistema debe estabilizarse con error en estado estacionario igual a cero.

4.2 DESCRIPCION DE LOS CASOS DE ESTUDIO

En cada caso de estudio se va a aplicar una incertidumbre de parámetros para poner a prueba la adaptabilidad del controlador. Para realizar esta incertidumbre se usará la Simulación de Montecarlo, que es una aplicación que permite variar y aproximar el nivel de incertidumbre en uno o más parámetros a través de una distribución de probabilidad conocida, que en los casos de estudio que se va a analizar es la distribución gaussiana.[4]

Con esta distribución se tiene un rango de variación parámetros dentro del cual se encuentra el valor real. Para ello se debe conocer conceptos como la media (valor esperado del parámetro) y la desviación estándar (valores alejados de la media). [4]

La función de densidad normal es simétrica respecto del punto $x=\mu$, y tiene dos puntos de inflexión que se encuentran en $x=\mu-\sigma$ y en $x= \mu+\sigma$.

Se cumplen las siguientes relaciones:

Probabilidad que x se encuentre entre $\mu-\sigma$ y $\mu+\sigma$ es del 68%.

Probabilidad que x se encuentre entre $\mu-2\sigma$ y $\mu+2\sigma$ es del 95%.

Probabilidad que x se encuentre entre $\mu-3\sigma$ y $\mu+3\sigma$ es del 99.7%.

Para los tres casos de estudio se va a utilizar la probabilidad de que los valores se encuentren entre $\mu-3\sigma$ y $\mu+3\sigma$.

A continuación se procede a describir los casos de estudio, en los cuales se va a emplear la teoría del control adaptativo en el espacio de estados.

4.2.1 CASO 1.- Control de Velocidad para un Motor de Corriente Continua

Un actuador muy común en los sistemas de control es el motor de corriente continua (CC). El motor proporciona de forma directa movimiento rotatorio y junto con volantes y transmisiones movimiento de traslación. El circuito eléctrico de la armadura y el diagrama de fuerzas del cuerpo libre del rotor se muestran en la siguiente figura:[17]

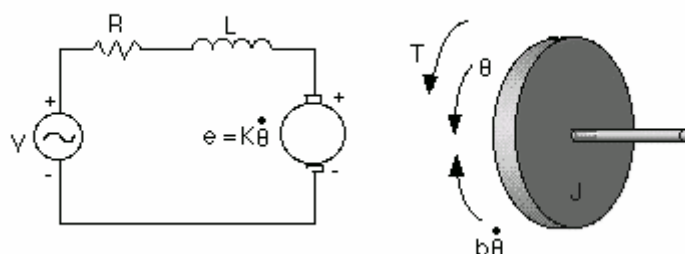


Figura 4.1. Circuito Eléctrico y Diagrama de Fuerzas del Motor

Para este ejemplo, se considerarán los siguientes valores para los parámetros físicos.

- Momento de Inercia del Rotor: $J = 0.01 \frac{\text{Kg.} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$
- Razón de Amortiguamiento del Sistema Mecánico: $b = 0.1 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$
- Constante de la Fuerza Electromotriz: $K=K_e=K_t = 0.01 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{Amp}}$
- Resistencia Eléctrica: $R = 1 \text{ ohm.}$
- Inductancia Eléctrica: $L = 0.5 \text{ H.}$
- Entrada: $V = \text{Fuente de Tensión}$
- Salida: $\theta = \text{posición del eje}$
- El rotor y el eje se consideran cuerpos rígidos

El par del motor, T , está relacionado con la corriente en la armadura, i , por un factor constante K_t . La fuerza contraelectromotriz, e , está relacionada con la velocidad de giro según la siguiente ecuación:[17]

$$T = K_t * i$$

$$e = K_e \dot{\theta}$$

K_t (la constante de la armadura) es igual a K_e (constante del motor).

De la figura 4.1 se puede escribir las siguientes ecuaciones basadas en las leyes de Newton y las leyes de Kirchhoff:

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = K * i$$

$$L \frac{di}{dt} + R * i = V - K\dot{\theta}$$

En la forma de espacio de estado, las ecuaciones anteriores pueden expresarse eligiendo la velocidad de rotación ($\dot{\theta}$) y la corriente eléctrica como variables de estado y la tensión como entrada. La salida será la velocidad de rotación.[17]

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b}{J} & \frac{K}{J} \\ -\frac{K}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} V$$

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix}$$

Reemplazando los valores el sistema queda de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 \\ -0.01 & -1 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} V$$

$$\dot{\theta} = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix}$$

En este sistema se va a aplicar una incertidumbre de parámetros en la inductancia eléctrica, debido a la estimación aproximada del valor de ésta, o a defectos de fabricación de la bobina con lo cual cambiaría el valor de este parámetro.

Esta incertidumbre genera pequeños cambios en los parámetros, para poner a prueba la adaptabilidad del controlador, por lo que se va a considerar una desviación del 30%.

Con lo cual,

$$L_{\min} = 0.05 \text{ H y } L_{\max} = 0.95 \text{ H} \quad \text{Ec. (4.1)}$$

Con lo cual, el sistema con la incertidumbre en el valor mínimo es:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 \\ -0.01 & -1 \\ 0.05 & 0.05 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0.05 \end{bmatrix} V$$

$$\dot{\theta} = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix}$$

Y el sistema con la incertidumbre en el valor máximo es:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.01 \\ 0.01 & 1 \\ -0.95 & -0.95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0.95 \end{bmatrix} V$$

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix}$$

Estos son los sistemas descritos en el espacio de estados a los que se les aplicará el concepto de controlador adaptativo para al final analizar su desempeño.

4.2.2 CASO 2.- Control de Caudal de Salida de Líquido

Es muy común encontrar en sistemas industriales, la necesidad de controlar la salida de caudal de líquidos que se encuentran almacenados en depósitos.

En este caso el sistema consta, como se visualiza en la figura 4.2, de dos depósitos de agua de sección constante A_1 y A_2 respectivamente. Ambos depósitos están alimentados por un caudal $q_e(t)$. En cada depósito el caudal de salida es proporcional con una constante B a la altura del líquido $h(t)$, y ambos vierten a una misma tubería.[2]

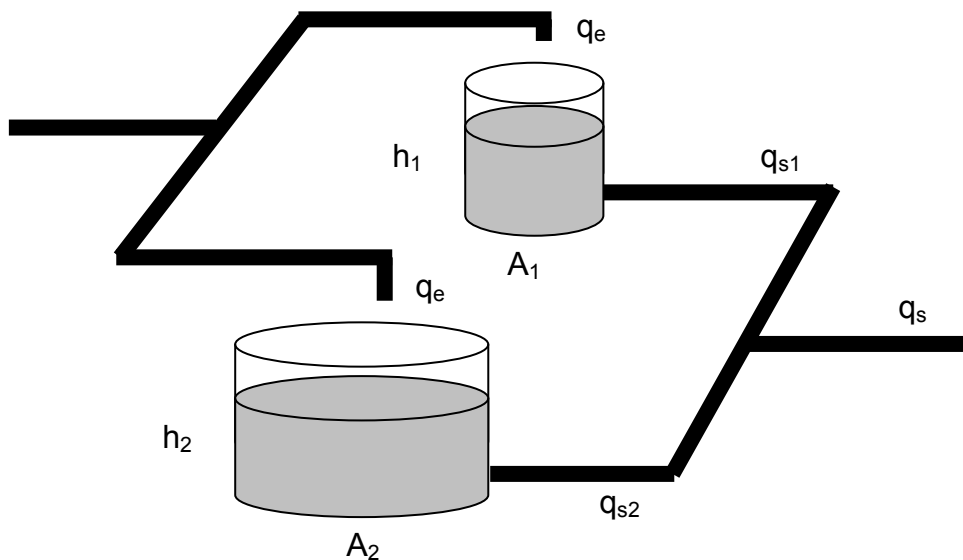


Figura 4.2. Sistema de Depósitos de Agua

Para este ejemplo, se considerarán los siguientes valores para los parámetros físicos.

- Constante proporcional a la altura del líquido en el depósito: $B=4$
- Sección del depósito 1: $A_1=3.1416 \text{ m}^2$
- Sección del depósito 2: $A_2=12.5663 \text{ m}^2$

Las ecuaciones físicas del sistema para los dos depósitos son las siguientes:

$$q_e - q_{s1} = A_1 \dot{h}_1$$

$$q_{s1} = B h_1$$

$$q_s = q_{s1} + q_{s2}$$

Se escogen como variables de estado los caudales de salida:

$$x_1 = q_{s1}$$

$$x_2 = q_{s2}$$

Con lo cual:

$$q_e = A_1 \dot{h}_1 + x_1 = \frac{A_1}{B} \dot{x}_1 + x_1 \quad \Rightarrow \quad \dot{x}_1 = -\frac{B}{A_1} x_1 + \frac{B}{A_1} q_e$$

$$q_e = A_2 \dot{h}_2 + x_2 = \frac{A_2}{B} \dot{x}_2 + x_2 \quad \Rightarrow \quad \dot{x}_2 = -\frac{B}{A_2} x_2 + \frac{B}{A_2} q_e$$

$$y = q_{s1} + q_{s2} \quad \Rightarrow \quad y = x_1 + x_2$$

Y escrito de forma matricial se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B}{A_1} & 0 \\ 0 & -\frac{B}{A_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{B}{A_1} \\ \frac{B}{A_2} \end{bmatrix} q_e$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Reemplazando los valores de los parámetros físicos se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{3.1416} & 0 \\ 0 & -\frac{4}{12.56} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{4}{3.1416} \\ \frac{4}{12.56} \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

En este sistema también va a someterse a incertidumbre paramétrica en la constante de proporcionalidad debido a que el proceso puede requerir que se cambie este parámetro de acuerdo a las necesidades del usuario y el controlador debe responder automáticamente a estos cambios.

A este sistema también se lo someterá a una desviación del 30%.

$$B_{\min} = 0.4 \text{ y } B_{\max} = 7.6 \quad \text{Ec. (4.2)}$$

Con lo cual, el sistema con la incertidumbre en el valor mínimo es:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{0.4}{3.1416} & 0 \\ 0 & -\frac{0.4}{12.56} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{0.4}{3.1416} \\ \frac{0.4}{12.56} \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

El sistema con la incertidumbre en el valor máximo es de:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{7.6}{3.1416} & 0 \\ 0 & -\frac{7.6}{12.56} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{7.6}{3.1416} \\ \frac{7.6}{12.56} \end{bmatrix}$$

$$y = [1 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

A este sistema descrito en el espacio de estados, al igual que en el caso anterior se le aplicará la teoría de control adaptativo al que se le aplicará el controlador adaptativo, se analizará su desempeño y finalmente se lo comparará con otra estrategia de control.

4.2.3 CASO 3.- Control de un Sistema de Traslación Mecánico

Este sistema consta de dos masas suspendidas, dos muelles y un amortiguador como se puede ver en la figura 4.3.[6]

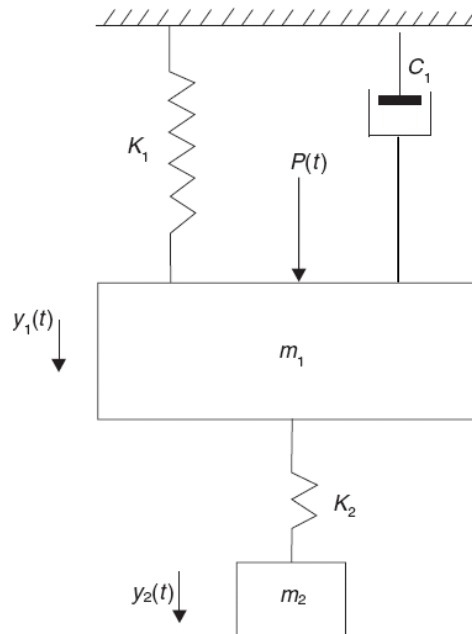


Figura 4.3. Sistema de Traslación Mecánico

Los parámetros físicos del sistema son:

- Masa del cuerpo 1: $m_1 = 250 \text{ Kg}$.
- Masa del cuerpo 2: $m_2 = 32 \text{ Kg}$.
- Constante del muelle 1: $K_1 = 80 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.
- Constante del muelle 2: $K_2 = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.
- Constante de amortiguamiento: $C_1 = 350 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}}$.

Al efectuar el análisis de las fuerzas que se ejercen en las 2 masas, se obtiene las ecuaciones del sistema total. Los diagramas de cuerpo libre se observan en la figura 4.4.

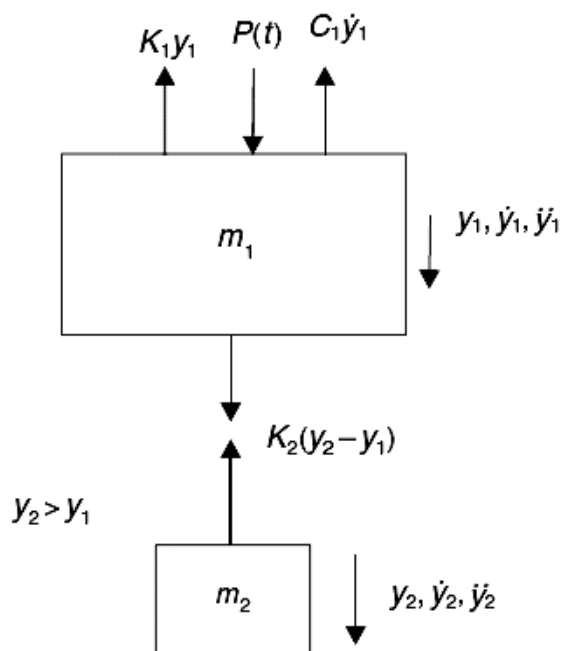


Figura 4.4. Diagramas del Cuerpo Libre de las Masas del Sistema

Las variables de estado del sistema son la posición y velocidad de cada masa:

$$x_1 = y_1$$

$$x_2 = \dot{y}_1$$

$$x_3 = y_2$$

$$x_4 = \dot{y}_2$$

La ecuación para la masa 1 es:

$$\sum F_y = m_1 \ddot{y}_1$$

$$K_2(y_2 - y_1) - K_1 y_1 + P(t) - C_1 \dot{y}_1 = m_1 \ddot{y}_1$$

La ecuación para la masa 2 es:

$$\sum F_y = m_2 \ddot{y}_2$$

$$-K_2(y_2 - y_1) = m_2 \ddot{y}_2$$

De lo anterior, finalmente el sistema queda descrito por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\left(\frac{K_1 + K_2}{m_1}\right)x_1 - \frac{C_1}{m_1}x_2 + \frac{K_2}{m_1}x_3 + \frac{1}{m_1}u$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{K_2}{m_2}x_1 - \frac{K_2}{m_2}x_3$$

Que escrito en forma matricial resulta:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\left[\frac{K_1+K_2}{m_1}\right] & -\frac{C_1}{m_1} & \frac{K_2}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_2}{m_2} & 0 & -\frac{K_2}{m_2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

Por último, reemplazando los parámetros físicos por sus respectivos valores, el sistema descrito es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{200+80}{250} & -\frac{350}{250} & \frac{80}{250} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{80}{32} & 0 & -\frac{80}{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

En este sistema también va a someterse a incertidumbre paramétrica en la masa 1 debido a que puede existir una variación a causa de un cambio de piezas o elementos que conforman esta masa.

A este sistema también se lo someterá a una desviación del 30%, con lo cual:

$$m_{1 \text{ mín}} = 25 \text{ Kg} \text{ y } m_{1 \text{ máx}} = 475 \text{ Kg} \quad \text{Ec. (4.3)}$$

Con lo cual el sistema con la incertidumbre en el valor mínimo queda de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{200+80}{25} & -\frac{350}{25} & \frac{80}{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{80}{32} & 0 & -\frac{80}{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

Y con el valor máximo de incertidumbre el sistema es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{200+80}{475} & -\frac{350}{475} & \frac{80}{475} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{80}{32} & 0 & -\frac{80}{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

4.3 ECUACIONES PARA EL DISEÑO DEL CONTROLADOR

A continuación se detalla el procedimiento y las ecuaciones necesarias para realizar el diseño de la matriz de realimentación K que permite controlar el sistema.

4.3.1 Control Continuo en el Espacio de Estados con Seguimiento a Referencia

Una importante especificación para algunos sistemas de control es que la salida del sistema pueda llegar a un valor constante especificado con error en estado

estacionario igual a cero. Para cumplir con esta especificación se diseña el sistema de control utilizando la ley de realimentación de estados más control integral que presenta la siguiente estructura:

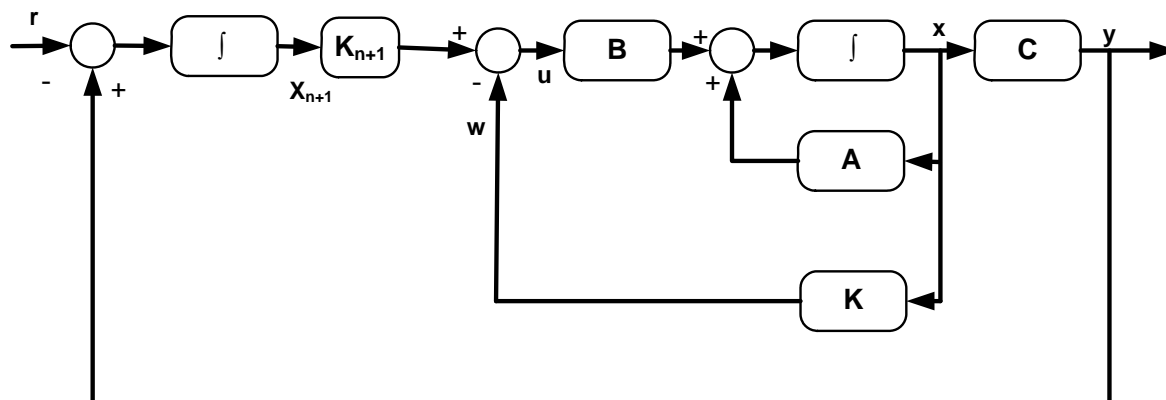


Figura 4.5 Esquema de Control Continuo por Realimentación de Estados más Control Integral

Este esquema tiene la ventaja de poder garantizar una condición de desempeño ante perturbaciones estacionarias, en el cual el sistema puede realizar un seguimiento de la señal de referencia sin error, lo que representa una condición más interesante que la que se obtiene por realimentación simple de estados.[4]

Al aumentar el control integral al sistema se produce un incremento del orden del sistema en 1; por ejemplo si la planta original es de orden n , el esquema con el integrador será de orden $n+1$. El nuevo estado que resulta de la incorporación el integrador es asociado a la señal de error resultante de la diferencia entre la referencia y el valor de la salida del sistema, con lo que se pretende asegurar el seguimiento de la señal de referencia. Pero al aumentar el número de estados del sistema también se crea otra variable de estado para la cual se tiene que hallar un valor de ganancia K_{n+1} para que el integrador cumpla con su objetivo.[4]

Para realizar el cálculo de las ganancias de realimentación K se procede de la siguiente manera. Dado el sistema descrito en el espacio de estados:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) = [1 \ 0 \ \dots \ 0]x_1(t)$$

La ecuación para la entrada del integrador agregado es:

$$\dot{x}_{n+1}(t) = Cx(t) - r(t) = x_1(t) - r(t)$$

Y la señal de entrada a la planta está descrita por:

$$u(t) = -Kx(t) - K_{n+1}x_{n+1}(t)$$

Entonces se añade el estado $x_{n+1}(t)$ a $x(t)$, para formar el vector de estados del sistema realimentado denominado $x_a(t)$.

$$\dot{x}_a(t) = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_{n+1}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} BK & BK_{n+1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_{n+1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} r(t)$$

donde:

$$A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix};$$

$$B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$K_a = [K \ K_{n+1}]$$

Para el cálculo de los valores de K se utiliza el método de la ubicación de polos, en donde la ecuación característica del sistema se iguala a la ecuación $\alpha_c(s)$ que contiene el valor de los polos deseados.

$$|sI - A_a + B_a K_a| = s^{n+1} + \alpha_n s^n + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0$$

Como resultado se obtienen los valores de K para cada variable de estado incluida la ganancia correspondiente para la parte integral.

4.3.2 Control Discreto en el Espacio de Estados con Seguimiento a Referencia

El control discreto con seguimiento a referencia se lo realiza de manera similar al control continuo en el espacio de estados con seguimiento a referencia antes mencionado. Su esquema se muestra en la figura 4.6.

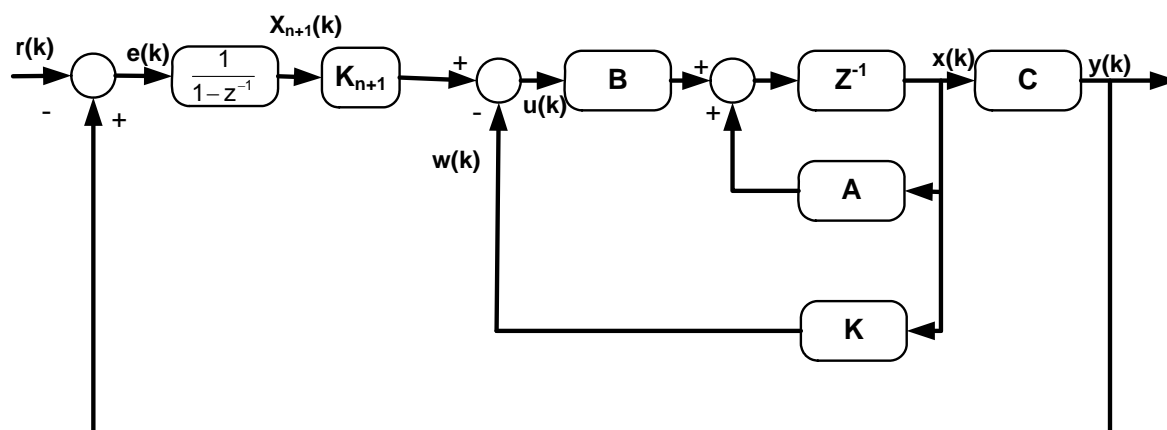


Figura 4.6 Esquema de Control Discreto por Realimentación de Estados más Control Integral

La diferencia radica en que el integrador a ser añadido es discreto:

$$F(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}$$

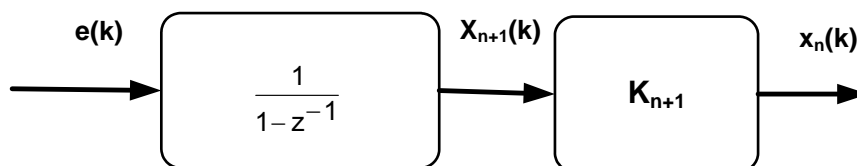


Figura 4.7 Acción Integral para Seguimiento a Referencia

Como se visualiza en la figura 4.7, tenemos una señal $e(k)$ la cual entra al integrador discreto para obtener la nueva variable de estado necesaria para el seguimiento a referencia.

$$\begin{aligned}\frac{X_{n+1}(z)}{E(z)} &= \frac{1}{1-z^{-1}} \\ X_{n+1}(z) - z^{-1} * X_{n+1}(z) &= E(z) \\ X_{n+1}(z) &= z^{-1} * X_{n+1}(z) + *E(z) \\ X_{n+1}(z) &= z^{-1} * X_{n+1}(z) + (X_1(z) - R(z)) \\ X_{n+1}(z) &= X_1(z) + z^{-1} * X_{n+1}(z) - R(z)\end{aligned}$$

De donde se sabe que:

$$x_{n+1}(k) = x_1(k) + x_{n+1}(k-1) - r(k)$$

Como puede visualizarse al utilizar el integrador se obtiene un sistema no causal, por lo que no se puede realizar el seguimiento a referencia ya que es necesario que el integrador proporcione un sistema causal.

Debido a este inconveniente se va a utilizar la aproximación de Euler con la cual se obtiene un sistema causal y que permite que la señal de salida tenga seguimiento a referencia.

La aproximación de Euler en función de la transformada Z es la siguiente:

$$M(z) = \frac{T}{z-1}$$

El esquema con la aproximación de Euler sería el siguiente:

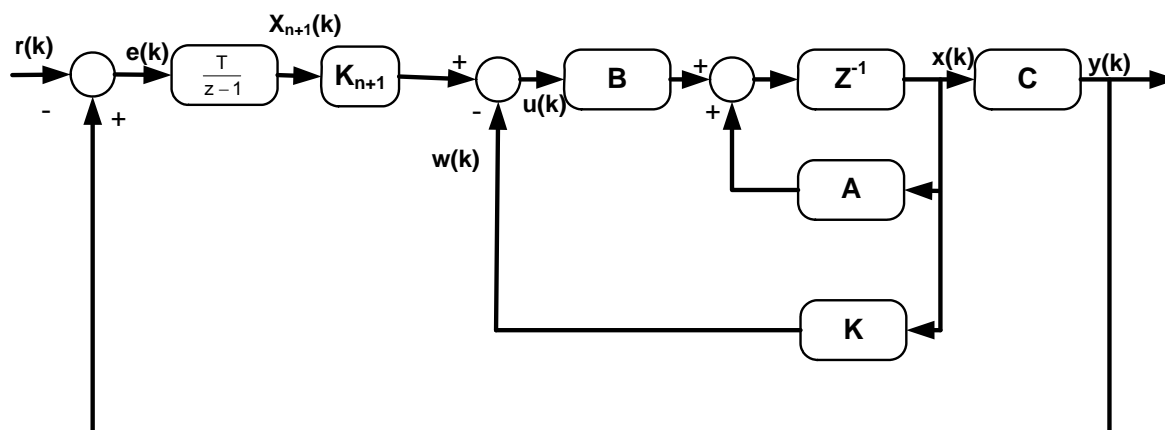


Figura 4.8 Esquema de Control Discreto por Realimentación de Estados más Control Integral con Aproximación de Euler

Para obtener los valores de la matriz de realimentación K se debe ampliar la matriz de la siguiente manera:

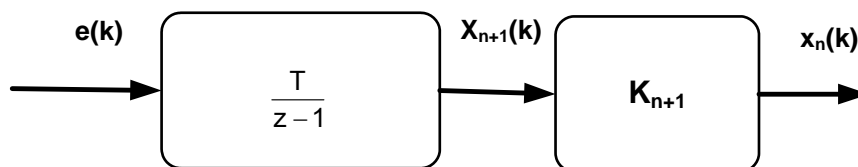


Figura 4.9 Acción Integral mediante la Aproximación de Euler

Como se visualiza en la figura 4.9, tenemos una señal $e(k)$ la cual es el error entre el valor de la salida $x_1(k)$ y la referencia $r(k)$. Al aplicar la aproximación de Euler esta señal de error $e(k)$ se obtendrá la nueva variable de estado que servirá para el seguimiento a referencia. Entonces se procede de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \frac{X_{n+1}(z)}{E(z)} &= \frac{T}{z-1} \\ z^* X_{n+1}(z) - X_{n+1}(z) &= T^* E(z) \\ z^* X_{n+1}(z) &= X_{n+1}(z) + T^* E(z) && \text{Ec.(4.4)} \\ z^* X_{n+1}(z) &= X_{n+1}(z) + T(X_1(z) - R(z)) \\ z^* X_{n+1}(z) &= T^* X_1(z) + X_{n+1}(z) - T^* R(z) \end{aligned}$$

De donde se sabe que:

$$x_{n+1}(k+1) = T^* x_1(k) + x_{n+1}(k) - T^* r(k) \quad \text{Ec.(4.5)}$$

La matriz ampliada quedaría conformada de la siguiente manera:

$$x_a(k+1) = \begin{bmatrix} A & 0 \\ T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_{n+1}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} BK & BK_{n+1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_{n+1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -T \end{bmatrix} r(t) \quad \text{Ec.(4.6)}$$

donde

$$\begin{aligned} A_a &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ T & 1 \end{bmatrix} \\ B_a &= \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \\ K_a &= [K \quad K_{n+1}] \end{aligned} \quad \text{Ec.(4.7)}$$

De manera similar al control continuo, para el cálculo de los valores de K se utiliza el método de ubicación de polos; así:

$$|zI - A_a + B_a K_a| = z^{n+1} + \alpha_n z^n + \dots + \alpha_1 z + \alpha_0$$

Obteniéndose, de la resolución de dicha igualdad los valores de K y K_{n+1} .

4.3.3 Control Adaptativo Discreto en el Espacio de Estados con Seguimiento a Referencia

Para el control adaptativo discreto en el espacio de estados con seguimiento a referencia vamos a fusionar la teoría de control adaptativo discreto en el espacio de estados y la teoría del control discreto con seguimiento a referencia. El esquema se lo visualiza en la figura 4.10.

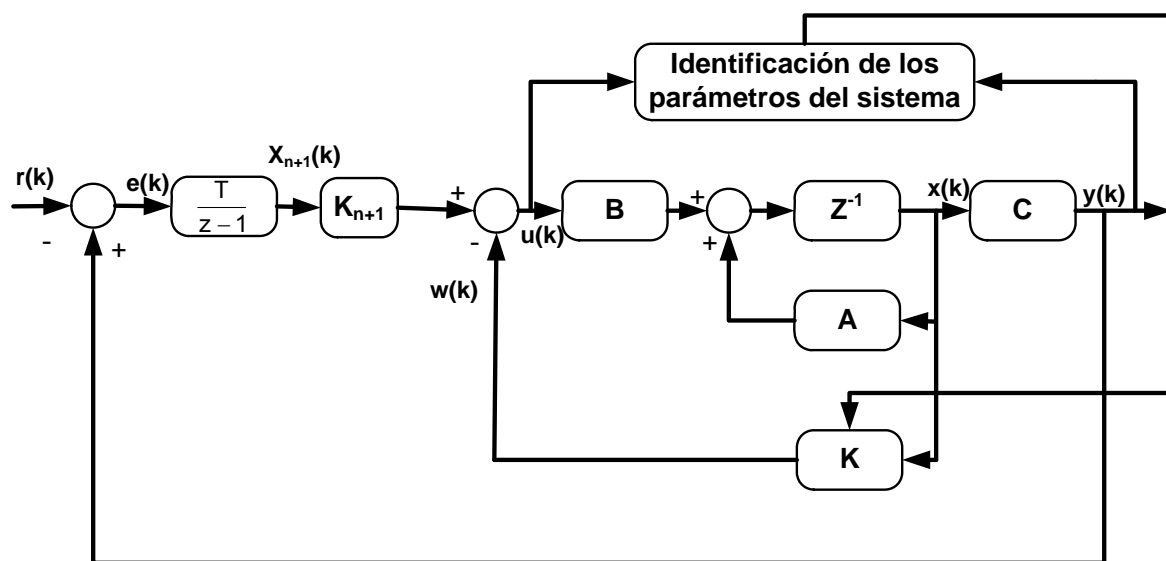


Figura 4.10 Esquema de Control Adaptativo Discreto por Realimentación de Estados más Control Integral con Aproximación de Euler para Seguimiento a Referencia

En este esquema se identifican los parámetros de la planta mediante el algoritmo de identificación, con el cual se obtiene una matriz de la forma canónica, a la cual se le aplica el control discreto por realimentación de estados con seguimiento a referencia, donde el principal objetivo es encontrar los valores de la matriz de realimentación K .

Por ejemplo se realiza la identificación de la planta de segundo grado mediante el algoritmo de los mínimos cuadrados y se obtiene:

$$A = \begin{bmatrix} \text{iden1} & \text{iden2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} ; \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = [\text{iden3} \quad \text{iden4}]$$

donde; iden1, iden2, iden3 e iden4 son los coeficientes identificados por el algoritmo de los mínimos cuadrados.

Para realizar el seguimiento a referencia hay que formar la matriz ampliada, y esto se lo realiza como se muestra en la ecuación 4.4, por lo que las matrices ampliadas quedan de la siguiente forma:

$$A_a = \begin{bmatrix} \text{iden1} & \text{iden2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ T & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_a = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$K_a = [k1 \quad k2 \quad k3]$$

Una vez que se tiene las matrices ampliadas hay que calcular la ecuación característica del sistema mediante la siguiente expresión:

$$|zI - A + BK|$$

Hay que notar que se va a obtener una ecuación característica en función de las ganancias k1, k2 y k3. Y por último, se emplea el método de la ubicación de polos para determinar los valores de las ganancias de realimentación, pues se iguala la ecuación característica a la ecuación formada por las ubicaciones de los polos deseados.

$$|zI - A_a + B_a K_a| = z^{n+1} + \alpha_n z^n + \dots + \alpha_1 z + \alpha_0$$

Finalmente cabe señalar que en cada período de muestreo el algoritmo de identificación cambiará los valores de los coeficientes de la matriz canónica ya sea por existencia de perturbaciones u otros factores externos, con lo cual se recalcularán los valores de las ganancias, logrando controlar el sistema bajo un enfoque adaptativo.

4.4 DISEÑO DEL CONTROLADOR ADAPTATIVO

Para un mejor entendimiento se parte del diseño del controlador adaptativo para sistemas de segundo orden, con lo cual se podrá extender dicho diseño a sistemas en general. El procedimiento de diseño es el siguiente:

- ✓ Al ser un sistema de segundo orden el algoritmo de los mínimos cuadrados recursivos va a entregar cuatro valores, correspondientes a los coeficientes de la matriz A y C en la forma canónica. Por lo que se obtendrá lo siguiente:

$$A = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [W_3 \quad W_4]$$

Donde, W_1 , W_2 , W_3 y W_4 son los valores que entrega el algoritmo de identificación de los mínimos cuadrados recursivos.

- ✓ Como se necesita que el controlador realice el seguimiento a referencia se incrementa una variable de estado al sistema, por lo que es necesario formar la matriz ampliada mediante la ecuación 4.7. Por tanto, el sistema ampliado queda de la siguiente manera:

$$A_a = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ T & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B_a = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_a = [W_3 \quad W_4 \quad 0]$$

Donde, T es el período de muestreo del sistema.

- ✓ Se obtiene a continuación la ecuación característica del sistema, este paso se lo realiza empleando la ecuación 3.7, lo que da como resultado:

$$\det \left(z^* \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ T & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} * [K_1 \quad K_2 \quad K_3] \right)$$

$$= \det \left(\begin{bmatrix} z & 0 & 0 \\ 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ T & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \det \left(\begin{bmatrix} z - W_1 + K_1 & -W_2 + K_2 & K_3 \\ -1 & z & 0 \\ -T & 0 & z - 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= z^3 + (-1 - W_1 + K_1)z^2 + (W_1 - K_1 + K_3T - W_2 + K_2)z + (W_2 - K_2)$$

- ✓ Ya que se utiliza el método de ubicación de polos para determinar los valores de las ganancias, se debe especificar el valor de los polos deseados conforme a las especificaciones de diseño planteadas para el sistema. En este caso, de forma particular, al ubicar un polo triple en el plano z, y utilizando la ecuación 3.3, se obtiene:

$$(z - p)^3 = z^3 - 3pz^2 + 3p^2z - p^3$$

Donde p es el valor en el plano z donde se ubicarán los polos.

- ✓ Aplicando la ecuación 3.8, en la que se iguala la ecuación característica del sistema ampliado a la ecuación característica deseada, se obtienen los valores de la matriz K, con los cuales se logrará controlar el sistema.

$$z^3 + (-1 - W_1 + K_1)z^2 + (W_1 - K_1 + K_3T - W_2 + K_2)z + (W_2 - K_2) = z^3 - 3pz^2 + 3p^2z - p^3$$

Igualando los coeficientes correspondientes en cada ecuación se obtiene que:

$$-1 - W_1 + K_1 = -3p \quad \Rightarrow \quad K_1 = -3p + W_1 + 1$$

$$W_2 - K_2 = -p^3 \quad \Rightarrow \quad K_2 = W_2 + p^3$$

$$W_1 - K_1 + K_3T - W_2 + K_2 = 3p^2 \quad \Rightarrow \quad K_3 = \frac{3p^2 + K_1 - K_2 - W_1 + W_2}{T}$$

Cada valor de ganancia K_i obtenido depende directamente de los valores del algoritmo de identificación, con lo cual, si existe una perturbación en la planta el algoritmo de identificación cambia los valores identificados y se recalcula el vector de ganancias K , de esta manera se llega a obtener un sistema con característica adaptativa.

Este controlador se empleará en los dos primeros casos de estudio debido a que son sistemas de segundo orden.

Todo el procedimiento hasta aquí descrito puede ser extendido a sistemas de orden general. Con la finalidad de afianzar la aplicación de control adaptativo, hasta aquí expuesto, se tomará como ejemplo a continuación un sistema de cuarto orden

- ✓ Debido a que es una planta de cuarto orden el algoritmo de los mínimos cuadrados recursivos va entregar ocho valores, correspondientes a los coeficientes de la matriz A y C en la forma canónica.

$$A = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [W_5 \quad W_6 \quad W_7 \quad W_8]$$

donde, W_1, W_2, \dots, W_8 son los valores que entrega el algoritmo de identificación.

- ✓ Como es necesario que el sistema realice seguimiento a referencia, se procede a ampliar la matriz. La matriz queda de la siguiente manera:

$$A_a = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B_a = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_a = [W_5 \quad W_6 \quad W_7 \quad W_8 \quad 0]$$

donde T, es el período de muestreo del sistema.

- ✓ Se calcula la ecuación característica del sistema usando las matrices ampliadas:

$$\det \left(z^* \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} * [K_1 \quad K_2 \quad K_3 \quad K_4 \quad K_5] \right)$$

$$= \det \left(z^* \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 & K_4 & K_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \det \begin{bmatrix} z - W_1 + K_1 & -W_2 + K_2 & -W_3 + K_3 & -W_4 + K_4 & K_5 \\ -1 & z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & z & 0 \\ -T & 0 & 0 & 0 & z - 1 \end{bmatrix}$$

$$= z^5 + z^4(-1 - W_1 + K_1) + z^3(W_1 - K_1 - W_2 + K_2 + TK_5) + z^2(W_2 - K_2 - W_3 + K_3) + z(W_3 - K_3 - W_4 + K_4) + (W_4 - K_4)$$

- ✓ Ya que se utiliza el método de ubicación de polos para determinar los valores de las ganancias, hay que especificar en que valor se quiere ubicar los polos. Para este diseño se va a ubicar en un polo quintuple en el plano z.

$$(z - p)^5 = z^5 - 5pz^4 + 10p^2z^3 - 10p^3z^2 + 5p^4z - p^5$$

Donde p es el valor en el plano z donde se ubicarán los polos

- ✓ Se iguala la ecuación del polo a la ecuación característica y se obtiene:

$$z^5 + z^4(-1 - W_1 + K_1) + z^3(W_1 - K_1 - W_2 + K_2 + TK_5) + z^2(W_2 - K_2 - W_3 + K_3) + z(W_3 - K_3 - W_4 + K_4) + (W_4 - K_4) = z^5 - 5pz^4 + 10p^2z^3 - 10p^3z^2 + 5p^4z - p^5$$

Igualando coeficiente por coeficiente se obtiene:

$$-1 - W_1 + K_1 = -5p \Rightarrow K_1 = -5p + W_1 + 1$$

$$W_2 - K_2 - W_3 + K_3 = -10p^3 \Rightarrow K_2 = W_2 - W_3 + K_3 + 10p^3$$

$$W_3 - K_3 - W_4 + K_4 = 5p^4 \Rightarrow K_3 = W_3 - W_4 + K_4 - 5p^4$$

$$W_4 - K_4 = -p^5 \Rightarrow K_4 = W_4 + p^5$$

$$W_1 - K_1 - W_2 + K_2 + TK_5 = 10p^2 \Rightarrow K_5 = \frac{W_1 - K_1 - W_2 + K_2 - 10p^2}{-T}$$

Empleando estas fórmulas se obtendrá los valores de las ganancias de realimentación K que controlará el sistema. Este diseño corresponde a un sistema de cuarto orden que se lo empleará en el tercer caso de estudio antes detallado.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS DE SIMULACIÓN

5.1 ESQUEMA DE SIMULACIÓN

Este capítulo muestra el esquema de simulación y los resultados de desempeño al utilizar el control adaptativo discreto en el espacio de estados en los tres casos de estudio descritos en el capítulo anterior. Más adelante se realiza la comparación con un controlador no adaptativo para ver las ventajas del control adaptativo.

Para analizar el desempeño de los controladores adaptativos en el espacio de estados es necesaria una simulación que muestre el comportamiento del controlador aplicado a los casos de estudio antes mencionados.

El esquema general de simulación se muestra en la figura 5.1. Este esquema consta de:

- ✓ Modelo Continuo en el Espacio de Estados: Este bloque contiene el modelo en el espacio de estados continuo del caso de estudio que se va a analizar.
- ✓ Bloques de Muestreo y Retención: Estos bloques permiten obtener una señal discreta a partir de una señal análoga.
- ✓ Set Point: Es el valor de referencia al cual el sistema debe realizar el seguimiento por medio del controlador.

- ✓ Algoritmo de Identificación y Cálculo de las Ganancias para la Realimentación de Estados: Este bloque contiene el algoritmo de identificación de los mínimos cuadrados y el algoritmo para el cálculo de las ganancias de realimentación con seguimiento a referencia. En otras palabras consta del controlador del sistema y el identificador de la planta.
- ✓ Señal de Reloj: Esta señal es utilizada para el algoritmo de identificación y para insertar la perturbación en el modelo continuo en el espacio de estados.
- ✓ Visualización de la Salida: En este bloque se puede ver el comportamiento de la salida del sistema mediante una gráfica que muestra el valor de la salida vs. tiempo.
- ✓ Retardo: Retarda la señal de entrada un período de muestreo.

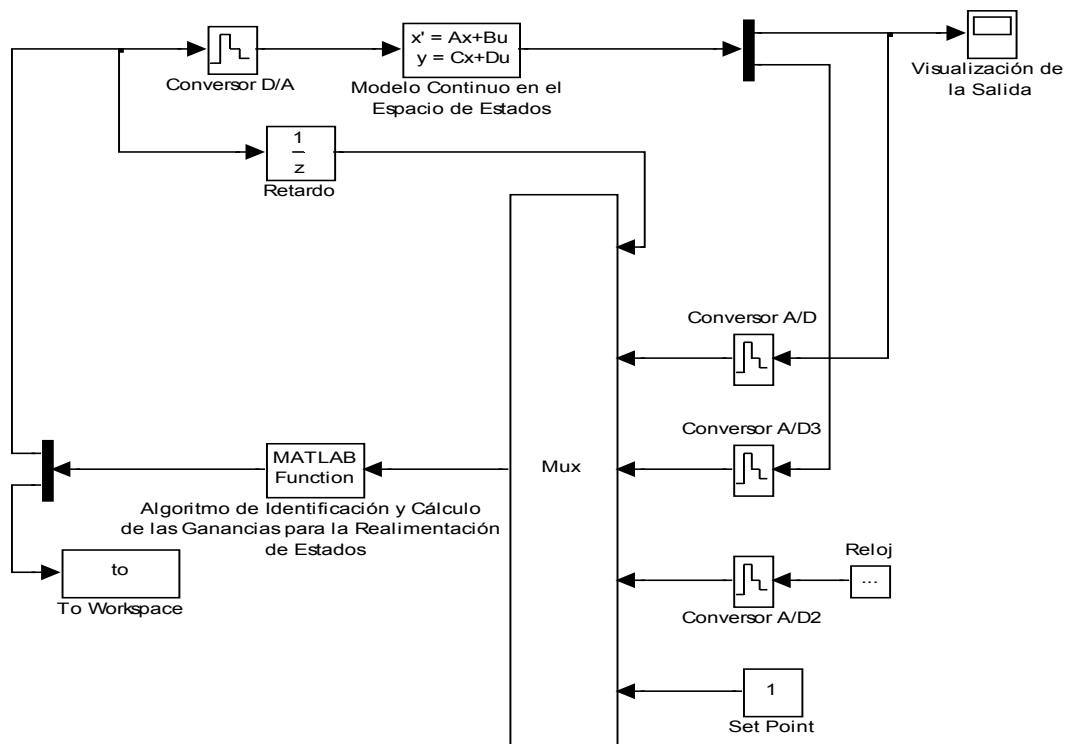


Figura 5.1 Esquema de Simulación

5.2 ANÁLISIS DE DESEMPEÑO

Utilizando el esquema de simulación antes mencionado se realizará el análisis de desempeño del controlador adaptativo discreto en el espacio de estados mediante la gráfica del valor de salida vs. tiempo.

5.2.1 Caso de Estudio 1

El objetivo de este caso de estudio es controlar la velocidad de un motor DC y las especificaciones de diseño impuestas son las siguientes:

$$\text{Porcentaje de Sobreimpulso } M_p = 5\% \Rightarrow \xi = 0.7$$

$$\text{Tiempo de Crecimiento } t_r \leq 1.8 \text{ seg.} \Rightarrow \omega_n = 1 \frac{\text{rad}}{\text{seg.}}$$

$$\text{Tiempo de Estabilización } t_e \leq 7 \text{ seg.}$$

Se sabe que los polos en el plano S se encuentran mediante la ecuación:

$$S = -\xi \cdot \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

Con las condiciones de diseño antes expuestas los polos son:

$$S = -0.7 \pm j 0.7$$

Transformándolos al plano Z los polos son:

$$Z = 0.86 \pm 0.12 j$$

$$Z = 0$$

Con lo cual la ecuación característica del sistema es la siguiente:

$$\alpha_c = z^3 - 1.72 z^2 + 0.754 z$$

En el esquema de simulación se utilizó un set point de valor 1m/s. y la respuesta del sistema sin incertidumbre de parámetros físicos aplicando el controlador adaptativo discreto en el espacio de estados se visualiza en la figura 5.2.

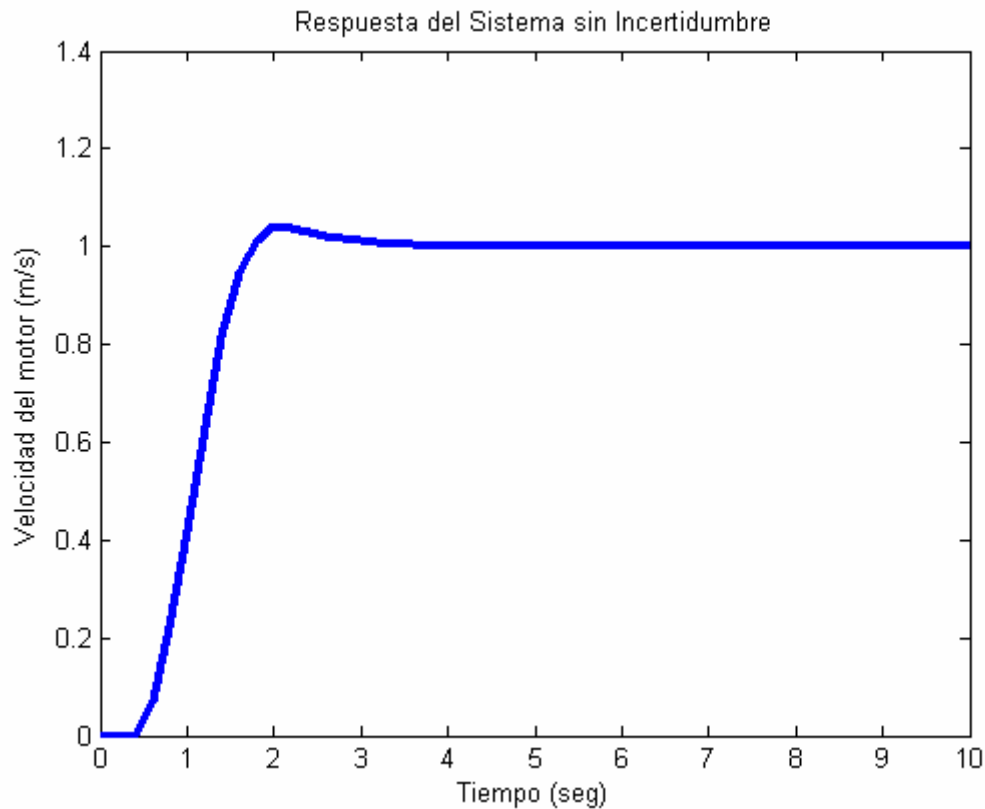


Figura 5.2 Respuesta del Sistema de Control de Velocidad de un motor DC sin Incertidumbre

El sobreimpulso del sistema es de 4%, el tiempo de establecimiento es de 3.2 segundos y el error en estado estacionario es de 0%, con lo cual se demuestra que el controlador diseñado cumple con las especificaciones impuestas.

En las siguientes figuras se puede ver el desempeño del controlador diseñado para controlar la velocidad del motor pero esta vez si existe una incertidumbre de parámetros con valor mínimo y máximo dado por la ecuación 4.1. Con lo cual se pone a prueba la adaptabilidad del controlador.

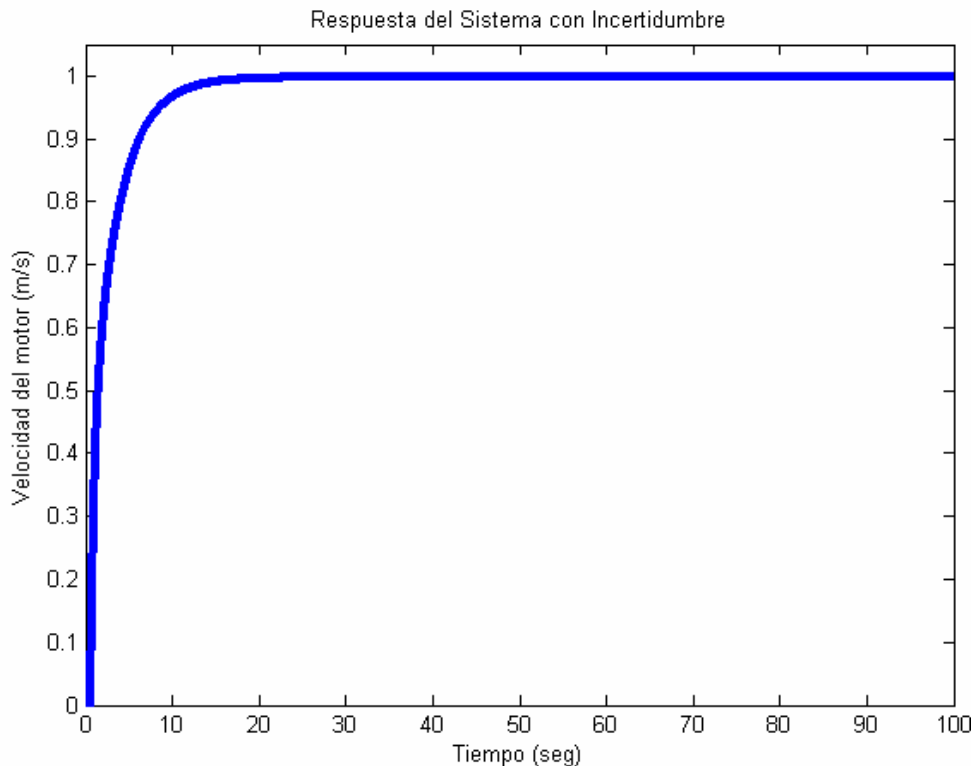


Figura 5.3 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor L_{\min} aplicando el Controlador Adaptativo Discreto en el Espacio de Estados en el Caso 1.

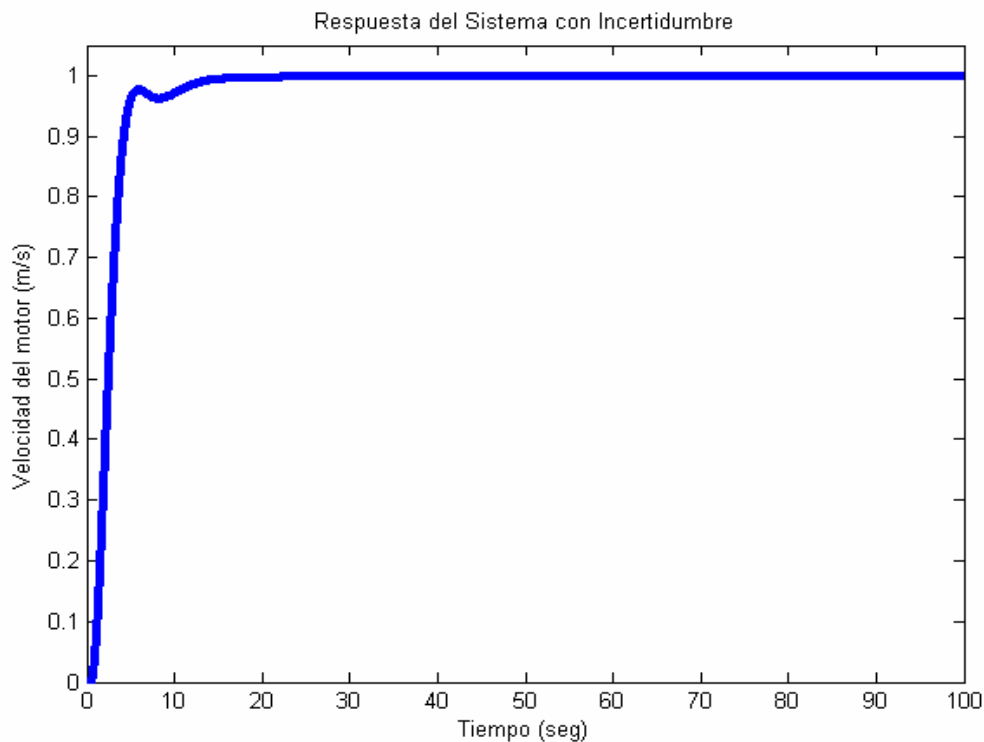


Figura 5.4 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor L_{\max} aplicando el Controlador Adaptativo Discreto en el Espacio de Estados en el Caso 1.

Como se puede observar en la figura, el sobreimpulso del sistema es del 0%, el tiempo de establecimiento es de 18 segundos y el error en estado estacionario es de 0%.

De acuerdo a los resultados obtenidos el controlador ha demostrado ser robusto y confiable puesto que responde eficientemente ante la presencia de incertidumbre en el sistema.

5.2.2 Caso de Estudio 2

El objetivo de este caso de estudio es controlar el caudal de salida de dos tanques.

Las especificaciones de diseño son las siguientes:

$$\text{Porcentaje de Sobreimpulso } M_p = 5\% \Rightarrow \xi = 0.7$$

$$\text{Tiempo de Crecimiento } t_r \leq 3.6 \text{ seg.} \Rightarrow \omega_n = 0.5 \frac{\text{rad}}{\text{seg.}}$$

$$\text{Tiempo de Estabilización } t_e \leq 10 \text{ seg.}$$

En base a estas condiciones de diseño se escogió los polos de manera similar al caso de estudio 1. Con lo cual los polos en el plano Z son los siguientes:

$$Z = 0.35 \pm 0.12 j$$

$$Z = 0$$

En el esquema de simulación se utilizó un set point de valor $1\text{m}^3/\text{s}$. y el comportamiento de la salida aplicando el controlador diseñado al sistema sin incertidumbre de parámetros se visualiza en la figura 5.5.

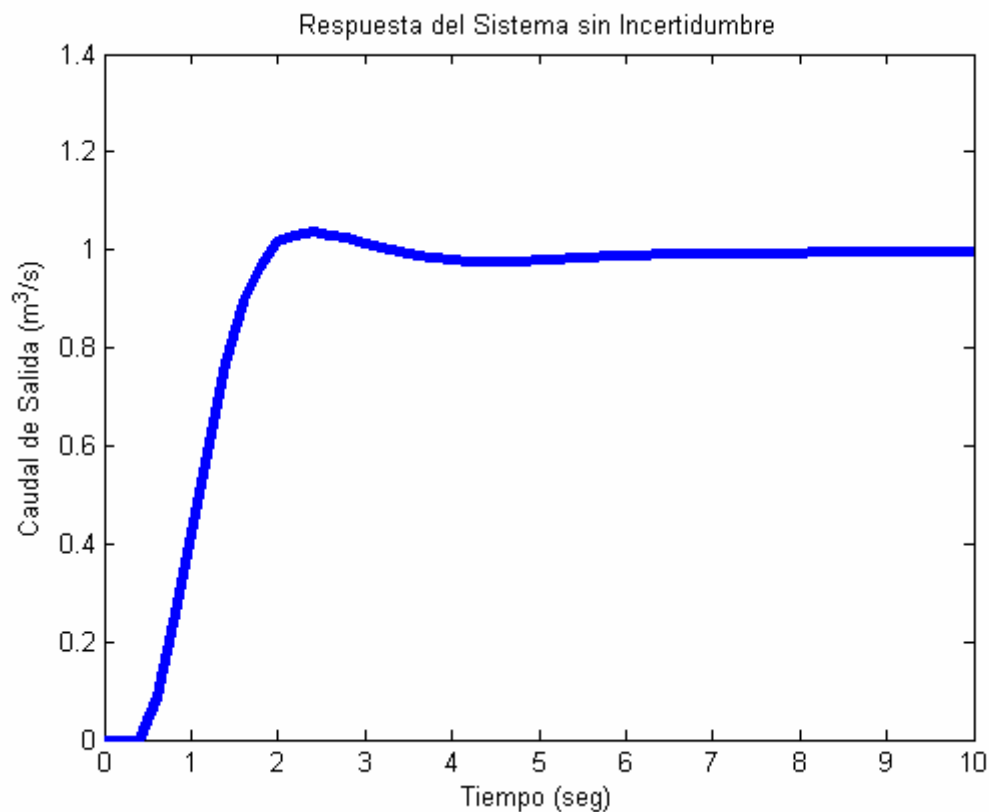


Figura 5.5 Respuesta del Sistema de Control de Caudal de Salida de Líquido sin Incertidumbre

El sobreimpulso del sistema es de 3.8%, el tiempo de establecimiento es de 6 segundos y el error en estado estacionario es de 0%. Como se visualiza el controlador diseñado cumple con las condiciones antes expuestas.

En las figuras que se presentan a continuación se puede ver el desempeño del controlador diseñado para el caudal de salida pero esta vez si existe una incertidumbre que tiene un valor máximo y un mínimo dados por la ecuación 4.2. Con lo cual, como en el caso anterior se busca comprobar la adaptabilidad del controlador diseñado.

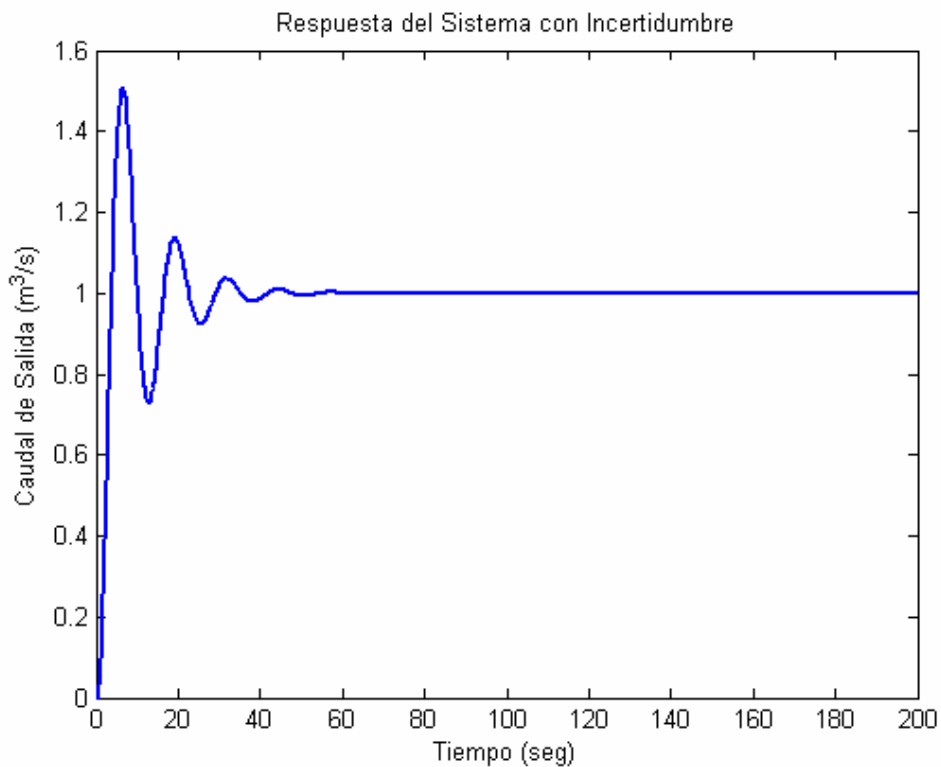


Figura 5.6 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor B_{\min} aplicando el Controlador Adaptativo Discreto en el Espacio de Estados en el Caso 2.

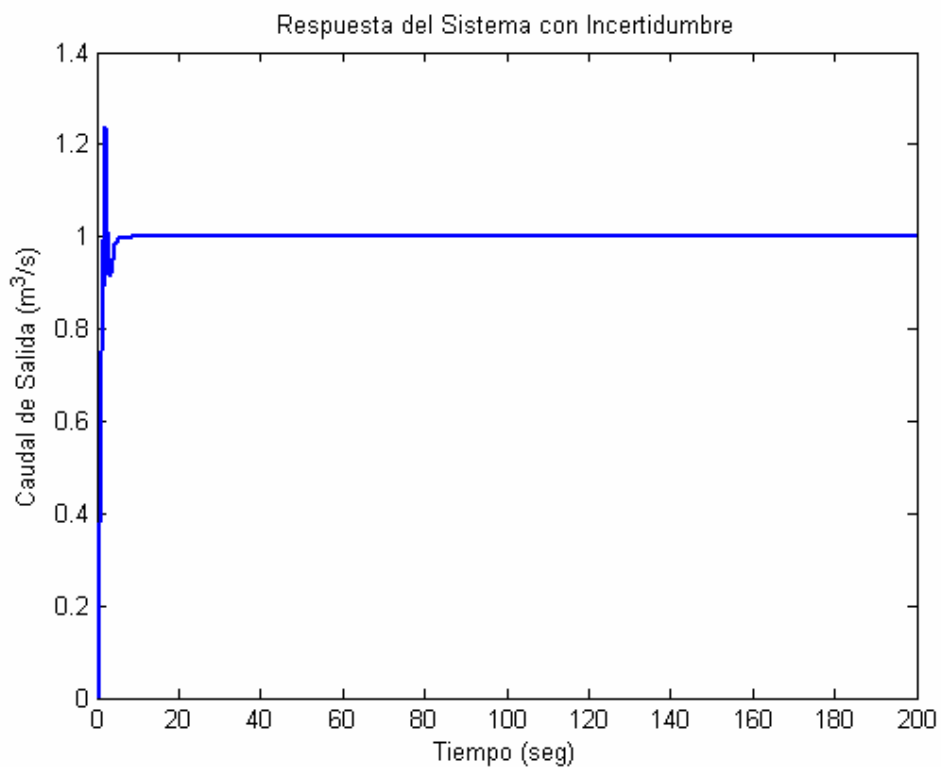


Figura 5.7 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor B_{\max} aplicando el Controlador Adaptativo Discreto en el Espacio de Estados en el Caso 2.

Como se puede observar en las figuras anteriores, los parámetros para evaluar el desempeño variaron debido a la incertidumbre paramétrica, pero el controlador sigue cumpliendo su función con pese a la gran variación existente con lo cual se demuestra su adaptabilidad.

5.2.3 Caso de Estudio 3

El objetivo de este caso de estudio es controlar la traslación de un sistema mecánico.

Las especificaciones de diseño son las siguientes:

$$\text{Porcentaje de Sobreimpulso } M_p = 10\% \Rightarrow \xi = 0.6$$

$$\text{Tiempo de Crecimiento } t_r \leq 7.2 \text{ seg.} \Rightarrow \omega_n = 0.25 \frac{\text{rad}}{\text{seg.}}$$

$$\text{Tiempo de Estabilización } t_e \leq 30 \text{ seg.}$$

En base a estas condiciones de diseño se escogió los polos de manera similar a los casos anteriores. Con lo cual se escogió los siguientes polos en el plano Z:

$$Z = (0.15 \pm 0.48j)^2$$

$$Z = 0$$

En este caso de estudio se utilizó un set point de valor igual a 1m. En la figura 5.8 se visualiza el desempeño del sistema sin incertidumbre con el controlador diseñado.

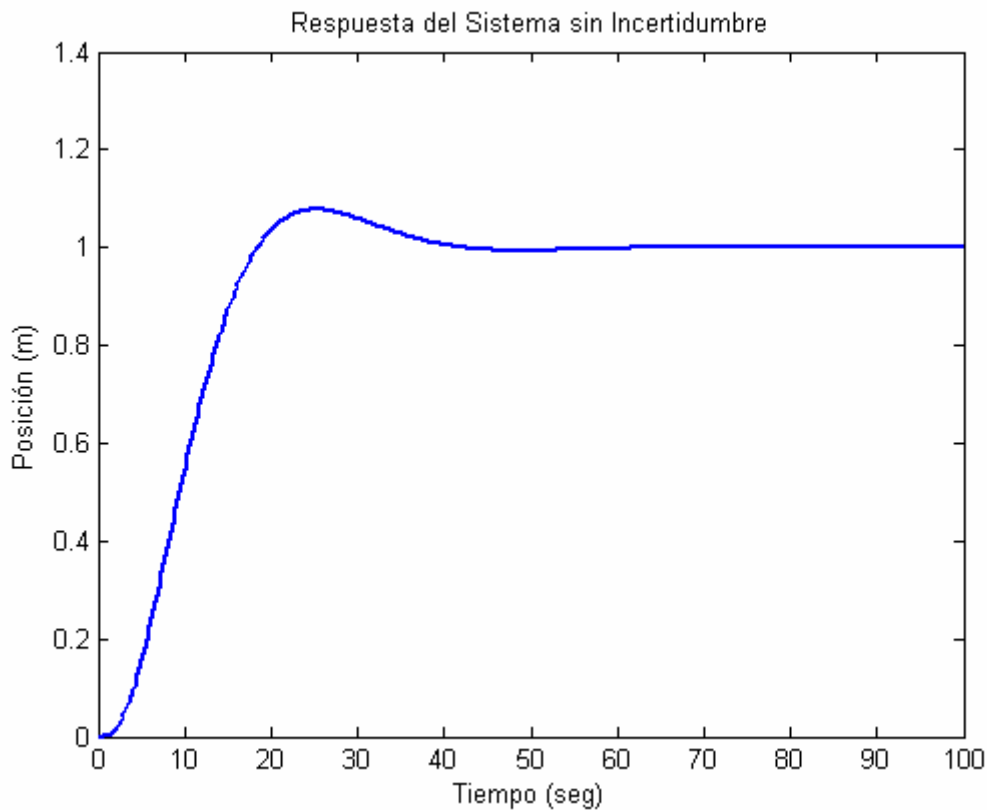


Figura 5.8 Respuesta del Sistema de Traslación Mecánico sin Incertidumbre

Como se puede ver el comportamiento del sistema muestra un sobreimpulso del 7.8%, el tiempo de establecimiento es de 40 segundos y el error en estado estacionario es de 0%. El controlador tiene un tiempo de estabilización más alto debido al algoritmo de identificación, que demora en determinar los valores de la matriz canónica controlable.

Ahora sometiendo el sistema a una incertidumbre cuyos límites están dados en la ecuación 4.3 el comportamiento del sistema con el controlador es el que se visualiza en las siguientes figuras:

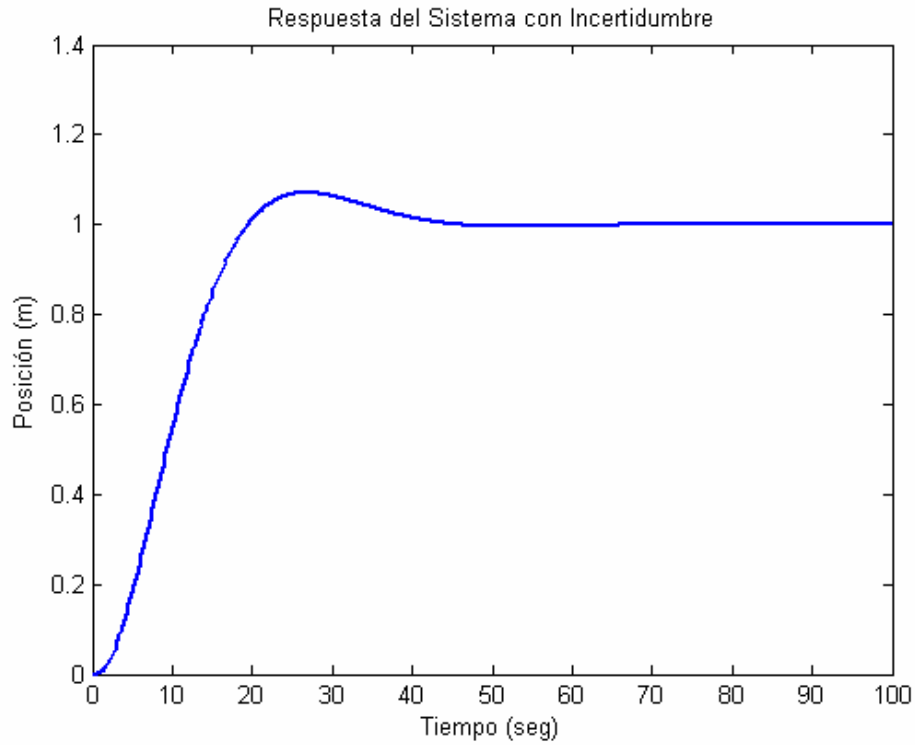


Figura 5.9 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor $M1_{\min}$ aplicando el Controlador Adaptativo Discreto en el Espacio de Estados en el Caso 3.

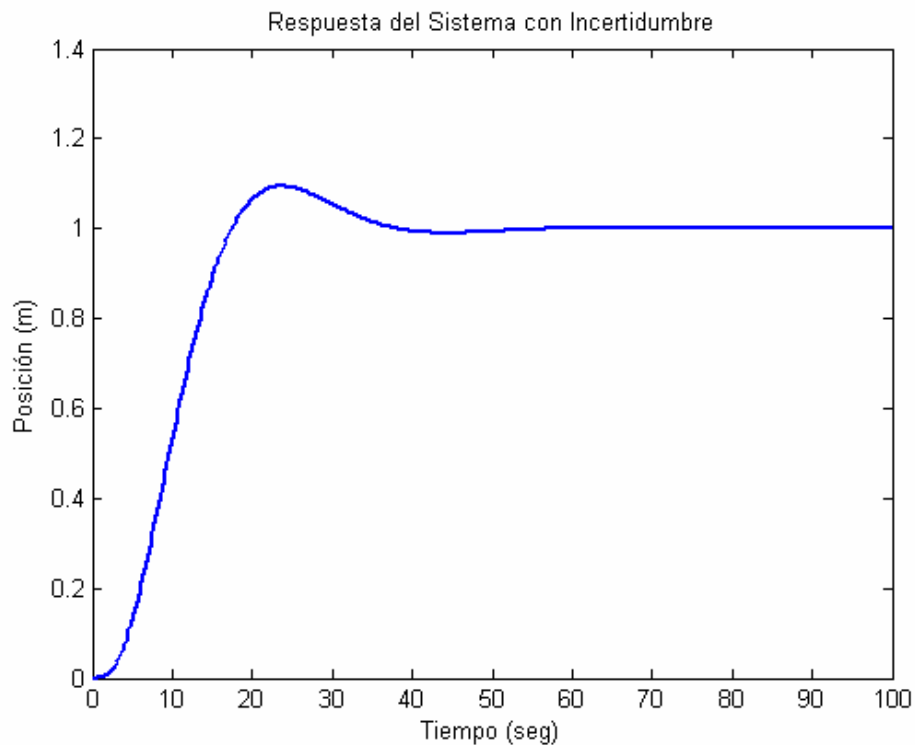


Figura 5.10 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor $M1_{\max}$ aplicando el Controlador Adaptativo Discreto en el Espacio de Estados en el Caso 3.

Con la variación de parámetros existe un sobreimpulso de 9.4%, el tiempo de establecimiento es de 50 segundos y el error en estado estacionario es de 0%

Pese a la incertidumbre presente el controlador cumple su función demostrando robustez y adaptabilidad.

5.3 CONTRASTE DE RESULTADOS CON UN CONTROLADOR POR REALIMENTACIÓN DE ESTADOS

A continuación la aplicación del controlador por realimentación de estados no adaptativo correspondiente a cada caso de estudio bajo la presencia de incertidumbre. Esto con el fin de establecer una comparación entre estos controladores frente a los controladores adaptativos anteriormente diseñados para así poder sacar conclusiones objetivas sobre los mismos.

El control por realimentación de estados se lo realizó programando una rutina en Matlab que se la puede ver en el anexo 2.

5.3.1 Caso de Estudio 1

Al aplicar el control por realimentación de estados no adaptativo a este caso de estudio con la incertidumbre paramétrica con límites dados por la ecuación 4.1, se obtiene el comportamiento mostrado en las siguientes figura:.

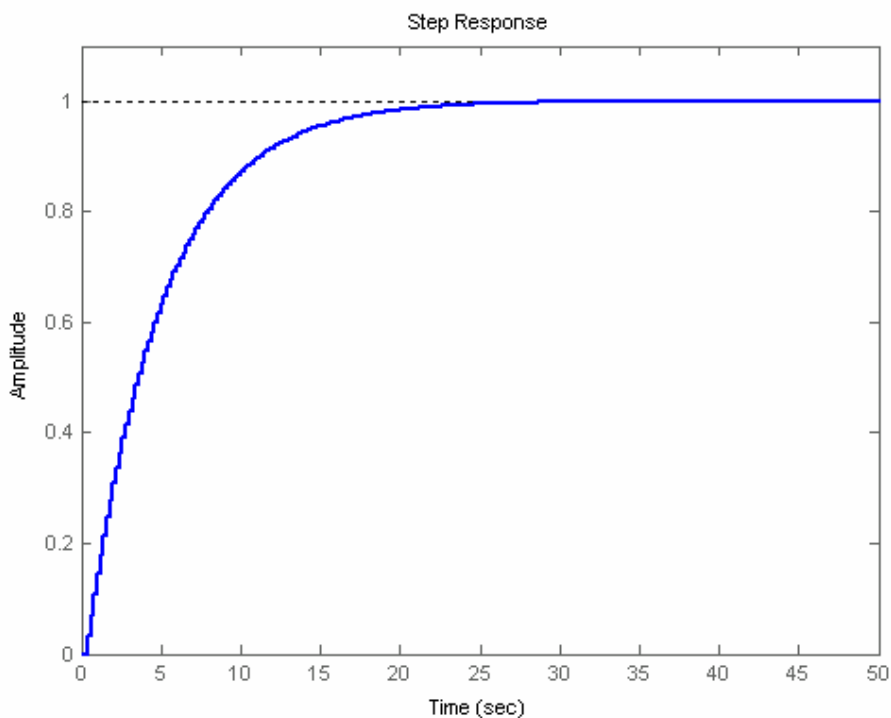


Figura 5.11 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor L_{\min} aplicando el Controlador por Realimentación de Estados en el Caso 1.

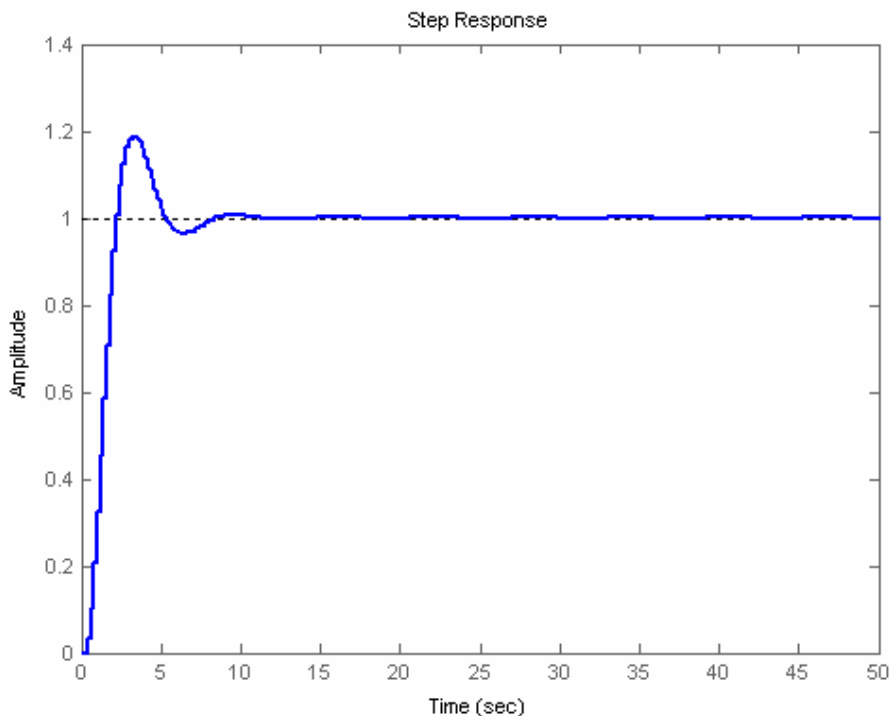


Figura 5.12 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor L_{\max} aplicando el Controlador por Realimentación de Estados en el Caso 1.

Como se visualiza en las figuras, el controlador por realimentación de estados discreto controla al sistema pero con parámetros de desempeño más grandes que los del controlador adaptativo. El sistema con la incertidumbre en el valor mínimo tiene un tiempo de estabilización muy grande, mientras que con el valor máximo de incertidumbre controla pero con un porcentaje de sobreimpulso demasiado alto. En cambio, con el controlador adaptativo discreto se obtiene un mejor desempeño.

5.3.2 Caso de Estudio 2

En este caso de estudio nuevamente se empleó el control por realimentación de estados y se obtuvo el desempeño que se muestra en las siguientes figuras

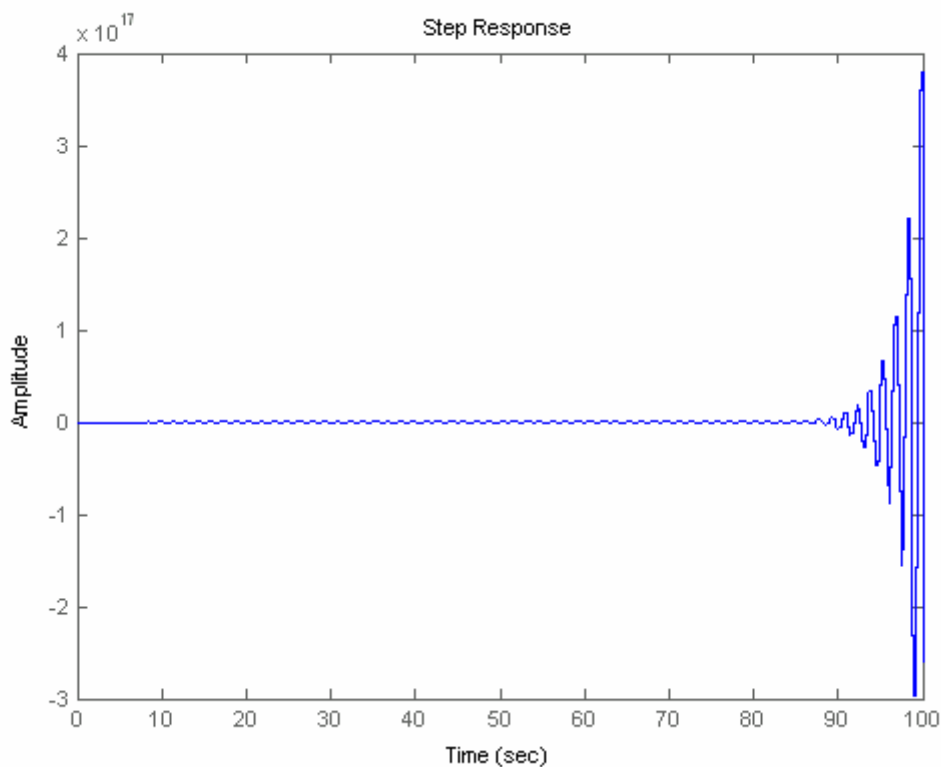


Figura 5.13 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor B_{\min} aplicando el Controlador por Realimentación de Estados en el Caso 2.

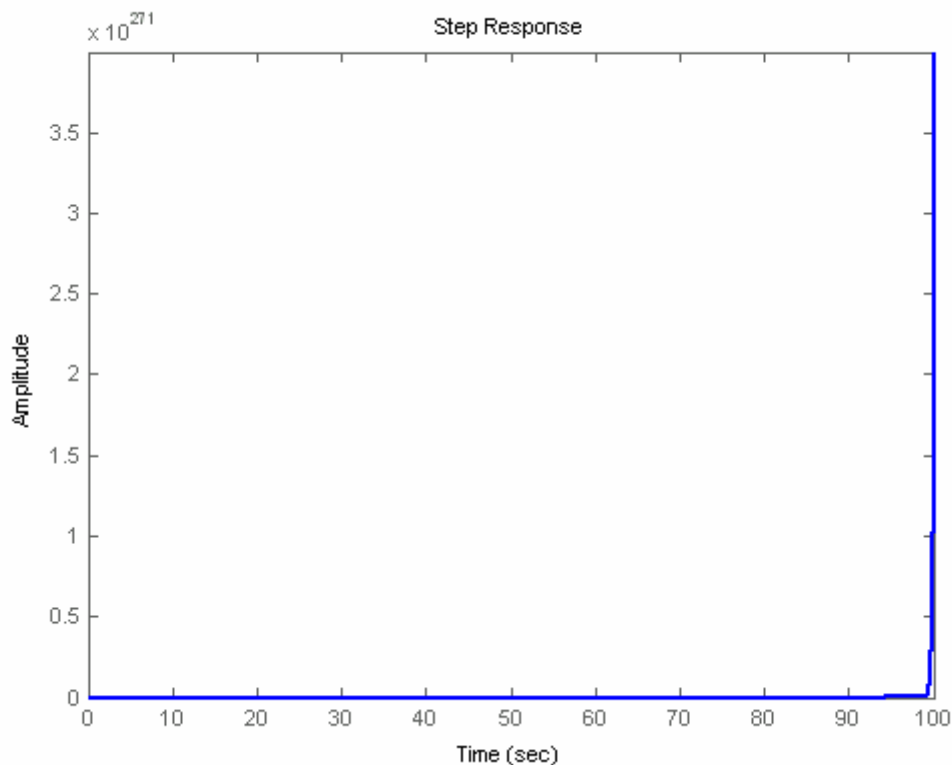


Figura 5.14 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor B_{\max} aplicando el Controlador por Realimentación de Estados en el Caso 2.

En este caso de estudio el control por realimentación de estados no adaptativo no logra controlar al sistema con incertidumbre. Con la incertidumbre en valor mínimo y máximo las gráficas muestran que el sistema se vuelve inestable desempeño diferente al del controlador adaptativo que aunque con parámetros de desempeño altos pero controla al sistema.

5.3.3 Caso de Estudio 3

Al aplicar el control por realimentación de estados no adaptativo a este caso de estudio se obtuvo el desempeño siguientes figuras:

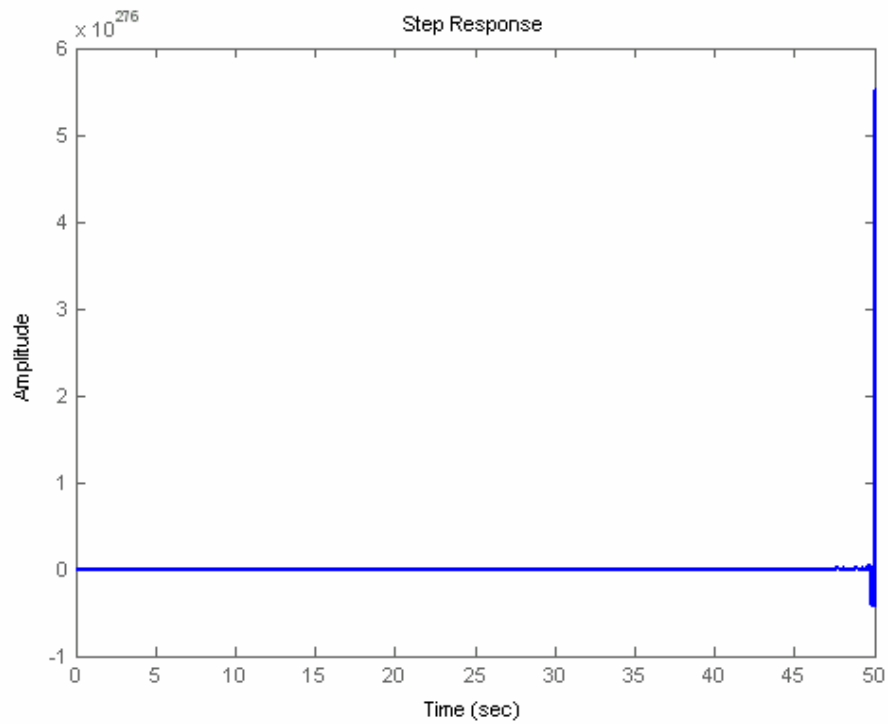


Figura 5.15 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor $m1_{\min}$ aplicando el Controlador por Realimentación de Estados en el Caso 3.

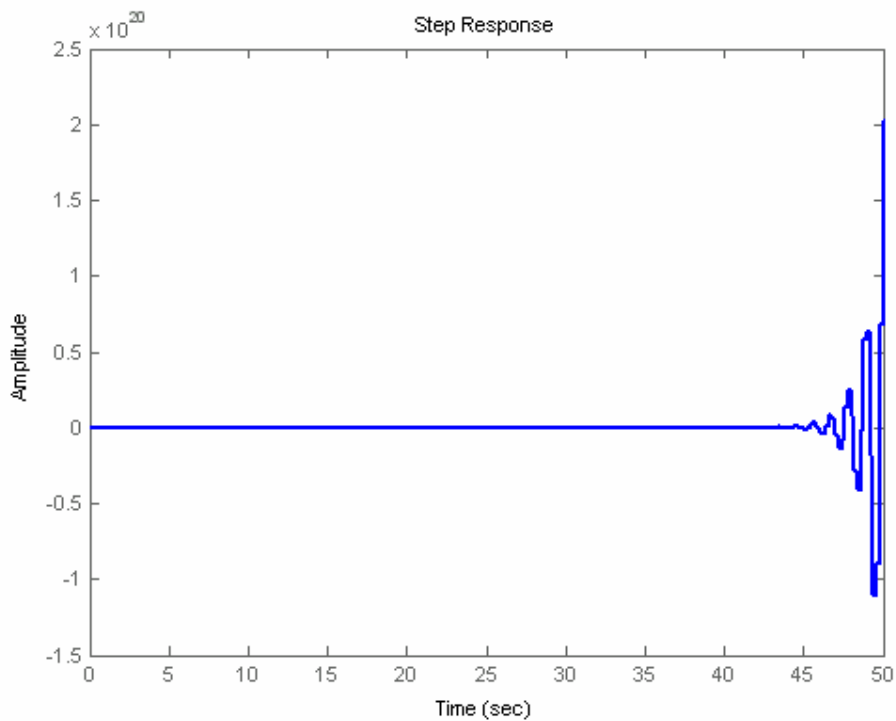


Figura 5.16 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor $m1_{\max}$ aplicando el Controlador por Realimentación de Estados en el Caso 3.

En este caso de estudio al igual que en el anterior, el controlador por realimentación de estados no adaptativo no logra controlar al sistema debido a la incertidumbre paramétrica existente en la planta, el desempeño del sistema muestra inestabilidad puesto que las oscilaciones del sistema crecen con respecto al tiempo.

En cambio, el controlador adaptativo si controla a los sistemas de los 3 casos de estudio con incertidumbre. Este controlador ofrece flexibilidad robustez y buenos parámetros de desempeño.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 CONCLUSIONES

- ✓ El esquema de control adaptativo discreto en el espacio de estados depende directamente del algoritmo de identificación utilizado. Por lo que, el tiempo de estabilización del sistema controlado depende del tiempo que utilice el algoritmo de identificación en determinar los valores de los coeficientes de la matriz canónica controlable.
- ✓ Si el algoritmo de identificación utilizado no puede determinar los valores de los coeficientes de la matriz canónica controlable de alguna planta, no se puede emplear el control adaptativo en el espacio de estados en ese sistema. Generalmente el algoritmo de identificación trabaja de mejor manera en plantas estables.
- ✓ El diseño del controlador adaptativo discreto es sencillo y fácil de entender pues se basa en la teoría de control en el espacio de estados discreto y en la teoría de identificación y control adaptativo.
- ✓ La ubicación de los polos discretos es muy importante en el diseño del controlador, pues los parámetros de desempeño del sistema depende directamente de la ubicación escogida.

- ✓ El seguimiento a referencia del controlador adaptativo diseñado, permite que la respuesta del sistema siempre llegue a un error en estado estacionario del 0%, por lo que, esta estrategia de control se puede emplear en plantas complejas en las que se necesite mucha precisión.
- ✓ El controlador adaptativo discreto en el espacio de estados es robusto y eficiente, pues al someterlo a incertidumbre paramétrica grande el controlador responde favorablemente controlando al sistema. Este tipo de controladores se pueden implementar en plantas industriales en las cuales casi siempre existe incertidumbre paramétrica o existencia de perturbaciones.
- ✓ El control adaptativo discreto en el espacio de estados ofrece ventajas en robustez y precisión comparándolo con el control por realimentación de estados no adaptativo.
- ✓ Tanto el algoritmo de identificación como el algoritmo de control utilizados pueden ser programados en un microcontrolador con un número de módulos de conversión análogo digital mayor al número de variables de estado del sistema. Además se necesita un módulo de conversión digital análoga y capacidades de memoria básicas.

6.2 RECOMENDACIONES

- ✓ Antes de emplear el controlador adaptativo discreto en el espacio de estados se debe realizar un análisis del comportamiento de la planta a controlar, pues esta estrategia de control no es aplicable a todo tipo de sistemas. Lo más importante es determinar si el algoritmo de identificación puede determinar los coeficientes de la matriz canónica controlable.
- ✓ Para no tener problemas al utilizar este tipo de controlador es necesario realizar un estudio de las variaciones o perturbaciones máximas que podrían existir en la planta. Y a su vez, analizar si la planta cambia de comportamiento al tener estas variaciones.
- ✓ Para mejorar el desempeño de este tipo de controlador se deberían realizar modificaciones en el algoritmo de identificación que podría ser un tema de investigación futuro para perfeccionar este tipo de controlador.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Libros

1. AGUADO, Alberto; MARTÍNEZ, Miguel, **Identificación y Control Adaptativo**, Prentice Hall, 2003.
2. DOMINGUEZ, Sergio; CAMPOY, Pascual; SEBASTIÁN, José; JIMÉNEZ, Agustín, **Control en el Espacio de Estado**, Prentice Hall, 2003.
3. OGATA, Katsuhiko, **Ingeniería de Control Moderna**, Tercera Edición, Prentice Hall.
4. AGUILAR, Edwin, **Diseño de un controlador del grado de inclinación para un avión, mediante LMI's**, Proyecto para la obtención del título en Ingeniería Electrónica, Julio, 2005.
5. PHILLIPS, Charles; HARBOR, Royce, **Feedback Control Systems**, Tercera Edición, Prentice Hall, 1996.
6. BURNS, Roland, **Advanced Control Engineering**, Primera Edición, Butterworth Heinemann, 2001.

Internet

7. <http://www.ib.cnea.gov.ar/~dsc/capitulo8/Capitulo8.htm>, Diseño en el Espacio de Estados.

8. <http://staff.ee.sun.ac.za/ikpeddle/files/Modules%20Presented/Control%20Systems%20414/Notes/DiscreteStateSpace.pdf>, Discrete State Space Control.
9. <http://www-eupm.upc.es/~esaii/assign/ident/Tema%203.pdf>, Métodos de Estimación Paramétricos y Selección del Modelo.
10. <http://www.elprisma.com> , Control Adaptable
11. http://www.uam.es/personal_pas/patricio/documentos_descargar/documentos/control_avanzado_practico.ppt, Control Avanzado Práctico.
12. http://www.controlsistemas.net/educacion/info/proy_tesismaestria_adapt_pendulo.pdf, Control Adaptativo aplicado a un Péndulo Invertido.
13. <http://www.mde.iteso.mx/titulacion/estudio%20de%20caso/ejemplos/marco%20teorico%20en%20progreso.pdf>, Control Clásico / Moderno y Control Inteligente.
14. http://ciruelo.uninorte.edu.co/pdf/ingenieria_desarrollo/2/identificacion_parametrica_de_sistemas_dinamicos.pdf, Identificación Paramétrica de Sistemas Dinámicos.
15. http://www.control-systems.net/educacion/info/control_adaptativo.pdf, Control Adaptativo.
16. <http://isa.umh.es/asignaturas/mis/ident2.pdf>,
17. http://ib.cnea.gov.ar/~control2/Links/Tutorial_Matlab_esp/motor.html, Velocidad del Motor de CC: Modelación.

ANEXOS

ANEXO A

ALGORITMO DE IDENTIFICACIÓN Y CONTROL PROGRAMADO EN MATLAB

BLOQUE DE ALGORITMO DE IDENTIFICACIÓN Y CONTROL PARA LOS CASOS DE ESTUDIO 1 Y 2

```

function w=final(vv)
global wRLS M lambda x d delta a d2 k2 K u k3
global k t N X ek vectork kappa invR Ts k1 sp x3k_1 eek eek_1 x3k

%%%%%%%%%%%%%      LECTURA DE PARÁMETROS %%%%%%%%%%%%%%
    x=vv(1);        % señal de entrada u
    d=vv(2);        %valor de la variable de estado x1
    d2=vv(3);       %valor de la variable de estado x2
    lambda=0.99;    %valor del factor de olvido
    M=4             %número de parámetros a identificar
    delta=0.004;
    delta=1/delta;
    t=vv(4);        % Read time
    aux=0.3;        %ubicación de los polos;
    sp=vv(5);       %set point
    N = M/2;

%%%%%%%%%%%%%      INICIALIZACIÓN DE VARIABLES %%%%%%%%%%%%%%
    if t==0
        x3k_1=0;
        eek_1=0;
        wRLS=zeros(1,M);
        X=zeros(M,1);           %
        N=M/2;
        k=0;
        invR=delta * eye(M);
        w=[0 t];

    end

```

```
%%% IDENTIFICACION DE PARÁMETROS POR ALGORITMO RLS %%%%
```

```
if t>0
    ek=d-wRLS*X;
    vectork=invR*X;
    kappa=vectork/(lambda+X'*vectork);
    invR=(1/lambda)*(invR-kappa*vectork');
    wRLS=wRLS+ek*kappa';
    X=[d;X(1:N-1);x;X(N+1:M-1)];
    k=k+1;
```

```
%%%%%%%% CÁLCULO DE LAS GANANCIAS DE REALIMENTACIÓN %%%%%%%%%
```

```
k1=-3*aux+wRLS(1)+1;
k2=wRLS(2)+(aux)^3;
k3=(-k2+3*(aux)^2-wRLS(1)+k1+wRLS(2))/0.2;
```

```
%%%%%%%% USO DE LA APROXIMACIÓN DE EULER PARA SEGUIMIENTO A
REFERENCIA %%%%%%%%%%
```

```
eek=-sp+d;
x3k=x3k_1+k3*0.2*eek_1;
u=-k1*d-k2*d2-x3k;
x3k_1=x3k;;
eek_1=eek;
w=[u t];
```

```
end
```

BLOQUE DE ALGORITMO DE IDENTIFICACIÓN Y CONTROL PARA EL CASO DE ESTUDIO 3

```

function w=masfin(vv)
global wRLS M lambda x d delta a d2 k2 K G u k3
global k t N X ek vectork kappa invR Ts k1 sp he dk_1 eek eek_1 dk

%%%%%%%%%%%%% LECTURA DE DATOS INICIALES %%%%%%%%%%%%%%
    x=vv(1);      % Señal Ingreso
    d=vv(2);      % Señal X1
    d2=vv(3);     % Señal X2
    d3=vv(4);     % Señal X3
    d4=vv(5);     % Señal X4
    M=8;
    delta=0.004;
    delta=1/delta;
    t=vv(6);      % Read time
    aux=0.3;      %ubicación de los polos;
    sp=vv(7);     %set point
    N = M/2;
%%%%%%%%%%%%% INICIALIZACIÓN DE VARIABLES %%%%%%%%%%%%%%
    if t==0
        dk_1=0;
        eek_1=0;
        wRLS=zeros(1,M);
        X=zeros(M,1);
        k=0;
        invR=eye(M);
        w=[0 t];

    end

```

%%% IDENTIFICACION RLS DE LOS PARAMETROS DE LA PLANTA %%%%

if t>0

```

ek=d-wRLS*X;
vectork=invR*X;
kappa=vectork/(lambda+X'*vectork);
invR=(1/lambda)*(invR-kappa*vectork');
wRLS=wRLS+ek*kappa';
X=[d;X(1:N-1);x;X(N+1:M-1)];
k=k+1;

```

%%% CALCULO DE LAS GANANCIAS DE REALIMENTACION K %%%

```

k1=-5*aux+wRLS(1)+1;
k4=wRLS(4)+aux^5;
k3=wRLS(3)-wRLS(4)+k4-5*aux^4;
k2=wRLS(2)-wRLS(3)+k3+10*aux^3;
k5=(wRLS(1)-k1-wRLS(2)+k2-10*aux^2)/-0.2;

```

%%%%%%%%% SEGUIMIENTO A REFERENCIA %%%%%%%%%%

```

eek=-sp+d;
dk=dk_1+k5*0.2*eek_1;
u=-k1*d-k2*d2-k3*d3-k4*d4-dk;
dk_1=dk;
eek_1=eek;
w=[u t];

```

end

ANEXO B

ALGORITMO PARA OBTENCIÓN DE DESEMPEÑO DEL CONTROLADOR POR REALIMENTACIÓN DE ESTADOS NO ADAPTATIVO CON INCERTIDUMBRE

CASO DE ESTUDIO N°1

%Sistema sin Incertidumbre

$$A=[-10 \ 1;-0.01/(0.5) \ -1/(0.5)];$$

$$B=[0;1/(0.5)]$$

$$C=[1 \ 1];$$

$$D=0;$$

$$gs=ss(A,B,C,D);$$

%Sistemas con Incertidumbre en valor mínimo y máximo

$$A2=[-10 \ 1;-0.01/(0.95) \ -1/(0.95)];$$

$$B2=[0;1/(0.95)]$$

$$gs2=ss(A2,B2,C,D)$$

$$A3=[-10 \ 1;-0.01/(0.05) \ -1/(0.05)];$$

$$B3=[0;1/(0.05)]$$

$$gs3=ss(A3,B3,C,D);$$

% Discretización de los sistemas con y sin incertidumbre

$$T=0.2;$$

$$gz=c2d(gs,T)$$

$$gz2=c2d(gs2,T)$$

$$gz3=c2d(gs3,T)$$

% Realización del Seguimiento a Referencia y obtención de la gráfica de desempeño

$$Ad=[gz.a \ [0;0];T \ 0 \ 1]$$

$$Bd=[gz.b;0]$$

$$Ad2=[gz2.a \ [0;0];T \ 0 \ 1]$$

$$Bd2=[gz2.b;0]$$

$$Ad3=[gz3.a \ [0;0];T \ 0 \ 1]$$

```

Bd3=[gz3.b;0]
polos=[0.82+0.12*i 0.82-0.12*i 0]
Kd=acker(Ad,Bd,polos)           % Cálculo de Ganancias
Adf=Ad2-Bd*Kd
Bdf=[0;0;-T]
Cdf=[1 0 0]
sysd=ss(Adf,Bdf,Cdf,D,T)
figure(1)
step(sysd,50,t)
Adf=Ad3-Bd3*Kd
sysd=ss(Adf,Bdf,Cdf,D,T)
figure(2)
step(sysd,50,t)

```

CASO DE ESTUDIO N°2

%Sistema sin Incertidumbre

```

A=[(-4)/3.1416 0;0 (-4)/12.56];
B=[[4)/3.1416;(4)/12.56];
C=[1 1];
D=0;
gs=ss(A,B,C,D);

```

%Sistemas con Incertidumbre en valor mínimo y máximo

```

A2=[(-7.6)/3.1416 0;0 (-7.6)/12.56];
B2=[[7.6)/3.1416;(7.6)/12.56]
gs2=ss(A2,B2,C,D)
A3=[(-0.4)/3.1416 0;0 (-0.4)/12.56];
B3=[[0.4)/3.1416;(0.4)/12.56]
gs3=ss(A3,B3,C,D);

```

% Discretización de los sistemas con y sin incertidumbre

```

T=0.2;
gz=c2d(gs,T)

```

$$gz2=c2d(gs2,T)$$

$$gz3=c2d(gs3,T)$$

% Realización del Seguimiento a Referencia y obtención de la gráfica de desempeño

$$Ad=[gz.a \ [0;0];T \ 0 \ 1]$$

$$Bd=[gz.b;0]$$

$$Ad2=[gz2.a \ [0;0];T \ 0 \ 1]$$

$$Bd2=[gz2.b;0]$$

$$Ad3=[gz3.a \ [0;0];T \ 0 \ 1]$$

$$Bd3=[gz3.b;0]$$

$$polos=[0.35+0.12*i \ 0.35-0.12*i \ 0]$$

$$Kd=acker(Ad,Bd,polos)$$

% Cálculo de Ganancias

$$Adf=Ad2-Bd2*Kd$$

$$Bdf=[0;0;-T]$$

$$Cdf=[1 \ 0 \ 0]$$

$$sysd=ss(Adf,Bdf,Cdf,D,T)$$

figure(1)

step(sysd,100,t)

$$Adf=Ad3-Bd3*Kd$$

$$sysd=ss(Adf,Bdf,Cdf,D,T)$$

figure(2)

step(sysd,50,t)

CASO DE ESTUDIO N°3

%Sistema sin Incertidumbre

$$A=[0 \ 1 \ 0 \ 0;-(200+80)/250 \ -350/250 \ 80/250 \ 0;0 \ 0 \ 0 \ 1;80/32 \ 0 \ -80/32 \ 0];$$

$$B=[0;1/250;0;0];$$

$$C=[1 \ 0 \ 0 \ 0];$$

$$D=0;$$

$$gs=ss(A,B,C,D);$$

%Sistemas con Incertidumbre en valor mínimo y máximo

$$A2=[0 \ 1 \ 0 \ 0;-(200+80)/25 \ -350/25 \ 80/25 \ 0;0 \ 0 \ 0 \ 1;80/32 \ 0 \ -80/32 \ 0];$$


```

B2=[0;1/25;0;0];
gs2=ss(A2,B2,C,D);
A3=[0 1 0 0;-(200+80)/475 -350/475 80/475 0;0 0 0 1;80/32 0 -80/32 0];
B3=[0;1/475;0;0];
gs3=ss(A3,B3,C,D);

```

% Discretización de los sistemas con y sin incertidumbre

```

T=0.2;
gz=c2d(gs,T)
gz2=c2d(gs2,T)
gz3=c2d(gs3,T)

```

% Realización del Seguimiento a Referencia y obtención de la gráfica de desempeño

```

Ad=[gz.a [0;0;0;0];T 0 0 0 1]
Bd=[gz.b;0]
Ad2=[gz2.a [0;0;0;0];T 0 0 0 1]
Bd2=[gz2.b;0]
Ad3=[gz3.a [0;0;0;0];T 0 0 0 1]
Bd3=[gz3.b;0]
polos=[0.35+0.12*i 0.35-0.12*i 0.35+0.12*i 0.35-0.12*i 0]
Kd=acker(Ad,Bd,polos) % Cálculo de Ganancias
Adf=Ad2-Bd2*Kd
Bdf=[0;0;0;0;-T]
Cdf=[1 0 0 0 0]
sysd=ss(Adf,Bdf,Cdf,D,T)
figure(1)
step(sysd,50,t)
Adf=Ad3-Bd3*Kd
sysd=ss(Adf,Bdf,Cdf,D,T)
figure(2)
step(sysd,50,t)

```

ÍNDICE DE FIGURAS

Capítulo 1: Introducción

Figura 1.1. Sistema de control discreto con realimentación de estado.....	2
Figura 1.2. Sistema de control con estimador y realimentación de estado.....	3
Figura 1.3. Esquema de Control Adaptativo por Modelo de Referencia.....	5
Figura 1.4. Esquema de Control Adaptativo Autosintonizado.....	6
Figura 1.5. Estructura del modelo ARX.....	7
Figura 1.6. Estructura del Modelo ARMAX.....	8
Figura 1.7. Sistema de Ejemplo.....	9

Capítulo 2: Identificación

Capítulo 3: Controladores Adaptativos Discretos

Figura 3.1. Sistema con Observador y Realimentación de Estado.....	29
Figura 3.2. Esquema de Control Adaptativo con Realimentación de Estados.....	33
Figura 3.3. Esquema de Control Adaptativo con Estimador y Realimentación de Estados.....	34
Figura 3.4. Esquema de Control Adaptativo Discreto Mediante Realimentación de Estados.....	35
Figura 3.5. Esquema de Control Adaptativo Discreto con Estimador y Realimentación de Estados	37

Capítulo 4: Diseño del Controlador

Figura 4.1. Circuito Eléctrico y Diagrama de Fuerzas del Motor.....	41
Figura 4.2. Sistema de Depósitos de Agua.....	44
Figura 4.3. Sistema de Traslación Mecánico.....	47

Figura 4.4. Diagramas del Cuerpo Libre de las Masas del Sistema.....	48
Figura 4.5. Esquema de Control Continuo por Realimentación de Estados más Control Integral.....	52
Figura 4.6. Esquema de Control Discreto por Realimentación de Estados más Control Integral.....	54
Figura 4.7. Acción Integral para Seguimiento a Referencia.....	54
Figura 4.8. Esquema de Control Discreto por Realimentación de Estados más Control Integral con Aproximación de Euler.....	56
Figura 4.9. Acción Integral mediante la Aproximación de Euler.....	56
Figura 4.10. Esquema de Control Adaptativo Discreto por Realimentación de Estados más Control Integral con Aproximación de Euler para Seguimiento a Referencia.....	58

Capítulo 5: Resultados de Simulación

Figura 5.1. Esquema de Simulación.....	67
Figura 5.2. Respuesta del Sistema de Control de Velocidad de un motor DC Sin Incertidumbre.....	69
Figura 5.3 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor L_{min} aplicando el controlador adaptativo discreto en el espacio de estados en el caso 1.....	70
Figura 5.4 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor L_{max} aplicando el controlador adaptativo discreto en el espacio de estados en el caso 1.....	70
Figura 5.5 Respuesta del Sistema de control de caudal de salida de líquido sin incertidumbre.....	72
Figura 5.6 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor B_{min} aplicando el controlador adaptativo discreto en el espacio de estados en el caso 2.....	73
Figura 5.7 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor B_{max} aplicando el controlador adaptativo discreto en el espacio de estados en el caso 2.....	73
Figura 5.8 Respuesta del Sistema de Traslación Mecánico sin	

Incertidumbre.....	75
Figura 5.9 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor $M1_{min}$ aplicando el controlador adaptativo discreto en el espacio de estados en el caso 3.....	76
Figura 5.10 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor $M1_{max}$ aplicando el controlador adaptativo discreto en el espacio de estados en el caso 3.....	76
Figura 5.11 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor L_{min} aplicando el controlador por realimentación de estados en el caso 1.....	78
Figura 5.12 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor L_{max} aplicando el controlador por realimentación de estados en el caso 1.....	78
Figura 5.13 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor B_{min} aplicando el controlador por realimentación de estados en el caso 2.....	79
Figura 5.14 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor B_{max} aplicando el controlador por realimentación de estados en el caso 2.....	80
Figura 5.15 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor $M1_{min}$ aplicando el controlador por realimentación de estados en el caso 3.....	81
Figura 5.16 Respuesta del Sistema con Incertidumbre con valor $M1_{max}$ aplicando el controlador por realimentación de estados en el caso 3.....	81

4 de Abril del 2008

Ing. Victor Proaño

COORDINADOR DE LA CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA,
AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL

Juan Carlos Calderón Montiel

AUTOR