



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

Metodología para el Análisis Dinámico del Mecanismo Utilizado en el Sistema de Cierre de una Máquina Inyectora TIANJIAN PL 1200 Mediante la Aplicación de un Método Numérico.

Sacotto Rubio, Edwin Santiago

Departamento de Eléctrica y electrónica

Carrera de Ingeniería en Electromecánica

Proyecto de Titulación Previo a la Obtención del Título de Ingeniero en Electromecánica

Ing. Manjarrés Arias, Felix Javier M. Sc

Latacunga

2020



DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTROMECAÁNICA

CERTIFICACIÓN

Certifico que el trabajo de titulación, "METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO DEL MECANISMO UTILIZADO EN EL SISTEMA DE CIERRE DE UNA MÁQUINA INYECTORA TIANJIAN PL 1200, MEDIANTE LA APLICACIÓN DE UN MÉTODO NUMÉRICO" fue realizado por el señor **Sacotto Rubio, Edwin Santiago** el cual ha sido revisado y analizado en su totalidad por la herramienta de verificación de similitud de contenido; por lo tanto cumple con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, razón por la cual me permito acreditar y autorizar para que lo sustente públicamente.

Latacunga, 17 Agosto del 2020

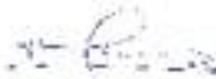
Firma:

ING. MANJARRÉS ARIAS, FELIX JAVIER M. Sc

C. C. 0501987416

DIRECTOR

Document Information

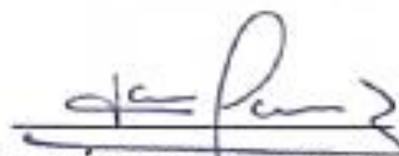
Analyzed document	METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO DEL MECANISMO_SACOTTO_SANTIAGO.docx (D77424638)	
Submitted	8/3/2020 8:20:00 PM	
Submitted by	Manjarres Arias Felix Javier	
Submitter email	fmanjarres@espe.edu.ec	0501987416 L00013633
Similarity	4%	
Analysis address	fmanjarres.espe@analysis.arkund.com	

Sources included in the report

W	URL: https://abunefm.files.wordpress.com/2018/10/teoria-de-maquinas-y-mecanismos-jojoel Fetched: 8/3/2020 9:01:09 AM		1
W	URL: https://wocplayer.es/89393671-1-introduccion-introduccion-4.html Fetched: 12/31/2019 7:23:51 AM		2
W	URL: https://documenta.site/informe-mecanismo-bmc-juguco.html Fetched: 8/3/2020 8:21:00 PM		4
W	URL: https://wocplayer.es/84375963-Apuntes-de-fisica-1-grado-en-estudios-en-arquitectur... Fetched: 11/13/2019 11:50:39 PM		1
EA	1575218113_797__Informe_2_Cordero_Torres.pdf Document 1575218113_797__Informe_2_Cordero_Torres.pdf (D60059965)		1
W	URL: https://scdaac-41538ba4550.jhccontent.com/download/version/2543018248/module/999058 Fetched: 7/25/2020 12:14:59 AM		1
W	URL: http://www3.fmdp.edu.ar/metodos/teorias/MN%20-%202013%20-%202013Dec%20on%20linea Fetched: 8/3/2020 8:21:00 PM		5
EA	1575266445_160__Informe_2_-_Daniel_Campaña.pdf Document 1575266445_160__Informe_2_-_Daniel_Campaña.pdf (D60121373)		1
EA	Universidad de Las Fuerzas Armadas ESPE / Investigacion1_ViscarraJossué.docx Document Investigacion1_ViscarraJossué.docx (D66766618) Submitted by: javiscarra@espe.edu.ec Receiver: kachiusa1.espe@analysis.arkund.com		1
EA	TESIS FINAL.docx Document TESIS FINAL.docx (D48039992)		4
W	URL: https://doi.org/10.3201/9781118152417 Fetched: 8/3/2020 8:21:00 PM		1

1/73

Firma:



ING. MANJARRÉS ARIAS, FELIX JAVIER M. Sc

C. C. 0501987416

RESPONSABILIDAD DE AUTORÍA**DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA****CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTROMECAÁNICA****RESPONSABILIDAD DE AUTORÍA**

Yo, **SACOTTO RUBIO, EDWIN SANTIAGO** con cédula de ciudadanía n° 1804537403, declaro que el contenido, ideas y criterios del trabajo de titulación: **“METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO DEL MECANISMO UTILIZADO EN EL SISTEMA DE CIERRE DE UNA MÁQUINA INYECTORA TIANJIAN PL 1200, MEDIANTE LA APLICACIÓN DE UN MÉTODO NUMÉRICO”** es de mi autoría y responsabilidad, cumpliendo con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos, y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, respetando los derechos intelectuales de terceros y referenciando las citas bibliográficas.

Latacunga, 17 Agosto del 2020

Firma

SACOTTO RUBIO EDWIN SANTIAGO

C.C.: 1804537403



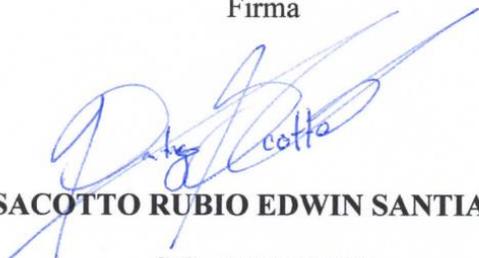
**DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTROMECAÁNICA**

AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN

Yo, **SACOTTO RUBIO, EDWIN SANTIAGO** con cédula de ciudadanía n° 1804537403, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar el trabajo de titulación: **“METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO DEL MECANISMO UTILIZADO EN EL SISTEMA DE CIERRE DE UNA MÁQUINA INYECTORA TIANJIAN PL 1200, MEDIANTE LA APLICACIÓN DE UN MÉTODO NUMÉRICO”** en el Repositorio Institucional, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi responsabilidad.

Latacunga, 17 Agosto del 2020

Firma



SACOTTO RUBIO EDWIN SANTIAGO
C.C.: 1804537403

DEDICATORIA

A ti, que estás leyendo este trabajo, espero te ayude con tus metas.

AGRADECIMIENTO

Primero y por sobre todas las cosas a Dios. A mi familia por su esfuerzo y apoyo. A mi director de tesis, el ingeniero Félix Manjarrés; por su conocimiento, consejos, profesionalidad y confianza. Sabiendo que hay que destacar su honor y rectitud. Por último, al ingeniero Freddy Salazar; por sus palabras en momentos oportunos, pero más importante, por su capacidad de escuchar a quien más lo necesita.

GRACIAS

ÍNDICE DE CONTENIDOS

CERTIFICACIÓN.....	2
REPORTE DE VERIFICACIÓN.....	3
RESPONSABILIDAD DE AUTORÍA.....	4
AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN.....	5
DEDICATORIA.....	6
AGRADECIMIENTO.....	7
ÍNDICE DE CONTENIDOS.....	8
ÍNDICE DE TABLAS.....	12
ÍNDICE DE FIGURAS.....	14
RESUMEN.....	19
ABSTRACT.....	20
CAPÍTULO I	
INTRODUCCIÓN.....	21
1.1. Presentación	21
1.2. Antecedentes	22
1.3. Planteamiento del problema	23
1.4. Justificación.....	24
1.5. Objetivos.....	25
1.5.1. Objetivo General.	25
1.5.2. Objetivos Específicos.....	25
CAPÍTULO II	
FUNDAMENTOS DE LA CIENCIA DE LOS MECANISMOS.....	26
2.1 Teoría de los mecanismos	26

2.2	Clasificación de la ciencia de los mecanismos	26
2.2.1.	Análisis de mecanismos	26
2.2.2.	Síntesis de Mecanismos	27
2.3.	Fundamentos del Estudio de Mecanismos	27
2.3.1.	Definiciones básicas	27
2.3.2.	Pares Cinemáticos	29
2.3.3.	Grados de Libertad (Movilidad).....	32
2.3.4.	Determinación de los Grados de Libertad para un Mecanismo Plano ..	33
2.3.5.	Criterio de Grashof.....	35
2.3.6.	Inversión cinemática	36
2.4.	Fundamentos del Análisis Cinemático de Mecanismos	37
2.4.1.	Cinemática de Cuerpos Rígidos	37
2.4.2.	Coordenadas en el Plano de Cuerpos Rígidos	38
2.4.3.	Velocidad de Cuerpos Rígidos	39
2.4.4.	Aceleración de Cuerpos Rígidos	40
2.4.5.	Ecuaciones de Cierre para Cadenas Cinemáticas Cerradas.....	41
2.5.	Métodos Numéricos para Resolución de Ecuaciones no Lineales.....	43
2.5.1.	Método de Bisección	44
2.5.2.	Método de Regula Falsi	45
2.5.3.	Método de Newton-Raphson	46
2.6.	Fundamentos del Análisis Cinético de Mecanismos.....	47
2.6.1.	Ecuaciones de Movimiento Newtonianas para Cuerpos Rígidos	47
2.6.2.	Ecuaciones de Movimiento Rotacional para Cuerpos Rígidos.....	49
2.6.3.	Ecuación Newton-Euler para Análisis de Sistemas Multicuerpo.	53

CAPÍTULO III

ELABORACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE LA METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO DEL MECANISMO.....54

3.1	Ventajas Del Sistema de Cierre por Rodillas de una Máquina Inyectora	54
3.2	Mecanismo Implementado en el Sistema de Cierre de Máquina Inyectora TianjianPI1200	55
3.3	Elección del Método Numérico para la Resolución de las Ecuaciones de Cierre.....	58
3.4	Metodología para Análisis cinemático del Mecanismo	59
	3.4.1 Aproximación Lineal de una Función Vectorial de Variable Vectorial	59
	3.4.2. Análisis de Posición	63
	3.4.3. Análisis de Velocidad	71
	3.4.4. Análisis de Aceleración.....	75
3.5	Metodología para Análisis Cinético del Mecanismo	78
	3.5.1. Aceleraciones de los Centros de Masa de los Eslabones.	78
	3.5.2. Análisis Dinámico Inverso	82
3.6	Implementación Interfaz Gui	91

CAPÍTULO IV

4.	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	93
4.1.	Análisis del Mecanismo Mediante Software	93
4.2.	Comparación de Resultados Cinemáticos	94
	4.2.1.Eslabón Acoplador	94
	4.2.2.Eslabón Manivela	100

4.2.3. Eslabón Biela.....	106
4.2.4. Placa Móvil.....	112
4.3. Comparación de Resultados Cinéticos	116
4.3.1.Junta Impulsor-Acoplador.....	116
4.3.2.Junta Acoplador-Manivela	119
4.3.3.Junta Manivela-Bancada	122
4.3.4.Junta Manivela-Biela.....	125
4.3.5.Junta Biela-Placa Móvil	128
 CAPÍTULO V	
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	132
5.1. Conclusiones.	132
5.3. Recomendaciones.....	132
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	133
ANEXOS	134

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	Categorización de los mecanismos de 4 barras según el criterio de Grashof	35
Tabla 2	Cuadro comparativo de ventajas y desventajas de los métodos numéricos.....	59
Tabla 3	Masa de un sólido a partir de su geometría	88
Tabla 4	Resultados cinemáticos eslabón acoplador.	96
Tabla 5	Errores relativos del análisis cinemático en eslabón acoplador con respecto a software ANSYS	100
Tabla 6	Resultados cinemáticos eslabón manivela.....	102
Tabla 7	Errores relativos del análisis cinemático en eslabón manivela con respecto a software ANSYS	105
Tabla 8	Resultados cinemáticos eslabón biela.	108
Tabla 9	Errores relativos del análisis cinemático en eslabón manivela con respecto a software ANSYS	111
Tabla 10	Resultados cinemáticos eslabón placa móvil.....	113
Tabla 11	Errores relativos del análisis cinemático en eslabón placa móvil con respecto a software ANSYS.....	115
Tabla 12	Resultados cinéticos junta impulsor-acoplador (a0).....	117
Tabla 13	Errores relativos del análisis dinámico de la junta impulsor-acoplador (a0) con respecto a software ANSYS.....	118
Tabla 14	Resultados cinéticos junta acoplador-manivela (a1).....	120
Tabla 15	Errores relativos del análisis dinámico de la junta acoplador-manivela (a1) con respecto a software ANSYS.....	121
Tabla 16	Resultados cinéticos junta manivela-bancada (a2).	123
Tabla 17	Errores relativos del análisis dinámico de la junta manivela-bancada (a2) con respecto a software ANSYS.....	124

Tabla 18 Resultados cinéticos junta manivela-biela (a3).....	126
Tabla 19 Errores relativos del análisis dinámico de la junta manivela-biela (a3) con respecto a software ANSYS.....	127
Tabla 20 Resultados cinéticos junta biela-placa móvil (a4).....	129
Tabla 21 Errores relativos del análisis dinámico de la junta biela-placa móvil (a4) con respecto a software ANSYS.....	130

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Sistema de cierre hidráulico puro	23
Figura 2: Sistema de cierre hidráulico-mecánico por rodilleras.	24
Figura 3: Ejemplo de eslabones y su diferente orden.	29
Figura 4: Pares cinemáticos o juntas comunes	31
Figura 5: (a) cadena cinemática cerrada, (b) cadena cinemática abierta, y (c) cadena cinemática mixta.....	31
Figura 6: Diferentes pares cinemáticos con sus diferentes parámetros que definen su movilidad.....	34
Figura 7: Grados de libertad de dos eslabones desconectados.....	35
Figura 8: Mecanismos y estructuras con movilidad variable	35
Figura 9: Categoría de mecanismos de cuatro barras.....	36
Figura 10: Inversiones de diferentes mecanismos.....	37
Figura 11: Sistemas de referencia global y local.	38
Figura 12: Coordenadas de un cuerpo rígido.....	39
Figura 13: Componentes de un vector dentro de un cuerpo.....	40
Figura 14: Diagrama de vector velocidad correspondiente al vector s	41
Figura 15: Diagrama de aceleraciones correspondiente al vector s.	42
Figura 16: (a) Cadena cinemática abierta, (b) Cadena cinemática cerrada de un lazo, (c) Cadena cinemática cerrada de varios lazos.....	42
Figura 17: Diferentes arreglos de coordenadas para un mecanismo.....	43
Figura 18: Lazo vectorial de un mecanismo de cuatro barras.....	44
Figura 19: Representación del método de bisección y su algoritmo.....	45
Figura 20: Proceso método Regula Falsi.....	46
Figura 21: Representación de la convergencia del método de Newton-Raphson.....	47

Figura 22: Representación de un cuerpo rígido compuesto por tres puntos de masa.....	48
Figura 23: Representación de un cuerpo rígido compuesto por tres puntos de masa y un punto de origen P arbitrario.	50
Figura 24: Representación de las fuerzas internas y los vectores de posición.....	52
Figura 25: Sistema de cierre máquina inyectora de plástico de marca Tianjian PL1200.....	55
Figura 26: Partes del mecanismo que conforma el sistema de cierre.....	56
Figura 27: Modelo CAD del sistema de cierre de la máquina Tianjian PL1200.....	57
Figura 28: Modelo CAD del sistema de cierre de la máquina Tianjian PL1200.....	57
Figura 29: Mecanismo de análisis en el plano número dos.....	58
Figura 30: Distancias máxima y mínima del empujador.....	58
Figura 31: Representación vectorial del mecanismo.	64
Figura 32: Distancia de recogimiento de las rodillas a partir del sistema de referencia de la bancada.	64
Figura 33: Valores iniciales de posición.....	70
Figura 34: Posiciones angulares de los eslabones durante el proceso de cierre del sistema.	71
Figura 35: Posición de la placa móvil con respecto a la bancada durante el proceso de cierre del sistema.	71
Figura 36: Parámetros del proceso de cierre.....	72
Figura 37: Velocidades angulares de los eslabones durante el proceso de cierre del sistema	75
Figura 38: Velocidad de la placa móvil durante el proceso de cierre del sistema.....	75
Figura 39: Aceleraciones angulares de los eslabones durante el proceso de cierre del sistema.	78

Figura 39: Aceleración de la placa móvil durante el proceso de cierre del sistema.....	78
Figura 40: Vectores de localización de los centros de masa.....	78
Figura 41: Verificación centro de masa acoplador mediante software.....	79
Figura 42: Centro de masa de eslabón ternario.....	80
Figura 43: Centro de masa de eslabón ternario.....	81
Figura 44: Centro de masa de eslabón ternario.....	82
Figura 45: Diagrama de cuerpo libre eslabón manivela.....	82
Figura 46: Diagrama de cuerpo libre de eslabones biela y placa móvil.....	83
Figura 47: Diagrama de cuerpo libre de eslabones impulsor y acoplador.....	84
Figura 48: Momentos de inercia obtenidos mediante software.....	84
Figura 49: Fuerzas dinámicas de reacción en las juntas (eje X).....	90
Figura 50: Fuerzas dinámicas de reacción en las juntas (eje Y).....	91
Figura 51: Fuerzas dinámicas de reacción en las juntas (eje Y).....	91
Figura 52: Fuerzas dinámicas de reacción en las juntas (eje Y).....	93
Figura 53: Análisis del mecanismo en ANSYS.....	93
Figura 54: Velocidad angular acoplador obtenida en ANSYS.....	95
Figura 55: Aceleración angular acoplador obtenida en ANSYS.....	95
Figura 56: Aceleraciones centro de masa acoplador obtenidas en ANSYS.....	96
Figura 57: Comparación velocidad angular acoplador ANSYS vs Metodología.....	98
Figura 58: Comparación aceleración angular acoplador ANSYS vs Metodología.....	98
Figura 59: Comparación aceleración en eje X del centro de masa acoplador ANSYS vs Metodología	99
Figura 60: Comparación aceleración en eje Y del centro de masa acoplador ANSYS vs Metodología.....	99
Figura 61: Velocidad angular manivela obtenida en ANSYS.....	102

Figura 62: Aceleración angular manivela obtenida en ANSYS.....	102
Figura 63: Aceleraciones centro de masa manivela obtenidas en ANSYS.....	104
Figura 64: Comparación velocidad angular manivela ANSYS vs Metodología.....	104
Figura 65: Comparación aceleración angular manivela ANSYS vs Metodología.....	105
Figura 66: Comparación aceleración en eje X del centro de masa acoplador ANSYS vs Metodología.	105
Figura 67: Comparación aceleración en eje Y del centro de masa acoplador ANSYS vs Metodología.	106
Figura 68: Velocidad angular biela obtenida en ANSYS.....	107
Figura 69: Aceleración angular biela obtenida en ANSYS.....	108
Figura 70: Aceleraciones centro de masa biela obtenidas en ANSYS.....	108
Figura 71: Comparación velocidad angular biela ANSYS vs Metodología.....	110
Figura 72: Comparación aceleración angular biela ANSYS vs Metodología.....	110
Figura 73: Comparación aceleración en eje X del centro de masa biela ANSYS vs Metodología.....	111
Figura 74: Comparación aceleración en eje Y del centro de masa biela ANSYS vs Metodología.....	111
Figura 75: Velocidad lineal placa móvil obtenida en ANSYS.....	113
Figura 76: Aceleración lineal placa móvil obtenida en ANSYS.....	113
Figura 77: Comparación velocidad lineal placa móvil ANSYS vs Metodología.....	115
Figura 78: Comparación aceleración lineal placa móvil ANSYS vs Metodología.....	115
Figura 79: Reacción en la junta a0 obtenida en ANSYS.....	117
Figura 80: Comparación fuerza de reacción en la junta a0 ANSYS vs Metodología.....	119
Figura 81: Reacción en la junta a1 obtenida en ANSYSANSYS.....	120
Figura 82: Comparación fuerza de reacción en la junta a1 ANSYS vs Metodología.....	122

Figura 83: Reacción en la junta a2 obtenida en ANSYS.....	122
Figura 84: Comparación fuerza de reacción en la junta a2 ANSYS vs Metodología.....	125
Figura 85: Reacción en la junta a3 obtenida en ANSYS.	125
Figura 86: Comparación fuerza de reacción en la junta a3 ANSYS vs Metodología.....	128
Figura 87: Reacción en la junta a4 obtenida en ANSYS.....	129
Figura 88: Comparación fuerza de reacción en la junta a4 ANSYS vs Metodología.....	131

RESUMEN

Metodologías gráficas para el análisis cinemático de mecanismos presentan muchas desventajas, la principal es el tiempo requerido para hacer alguna modificación durante la síntesis de un mecanismo de acuerdo con una necesidad específica. Esta tesis consiste en proveer una “Metodología para el análisis dinámico del mecanismo utilizado en el sistema de cierre de una máquina inyectora Tianjian PL 1200, mediante la aplicación de un método numérico”. Brindará a estudiantes de ingeniería de diferentes instituciones de educación superior una metodología para análisis de mecanismos planos, en este caso el mecanismo de cierre de una maquina inyectora, utilizando un método numérico; en la industria pretende brindar un método alternativo para el análisis de mecanismos, tomando en cuenta las ventajas que provee el usar un método numérico para el cálculo de parámetros cinemáticos y cinéticos. El proyecto consta de un programa computacional, utilizando programación orientada a objetos mediante software MATLAB, el cual será el medio para la aplicación de la metodología de análisis dinámico del sistema de cierre de la maquina inyectora Tianjian PL 1200; cabe mencionar que el programa contará con una GUI (Graphic User Interface) amigable con el usuario para su respectivo uso en el área de ingeniería mecánica. Para validar la metodología, se realizará un diseño CAD del sistema de cierre en base a las especificaciones de la maquina TIANJIAN PL 1200. Este diseño será analizado mediante Software CAE “Ansys Mechanical”. Los resultados serán comparados con los que arroje la metodología implementada en este proyecto.

Palabras clave:

- **MECANISMOS PLANOS**
- **METODOLOGÍA DE ANÁLISIS**
- **ESTUDIO DINÁMICO**
- **MATLAB**
- **INYECTORA DE PLÁSTICO.**

ABSTRACT

Graphical methodologies, for the kinematic analysis of mechanisms, have many disadvantages; the main one, being the time required to make some modification during the synthesis of a mechanism according to a specified need. This thesis consists of providing a “Methodology for the dynamic analysis of the mechanism used in the closing system of a Tianjian PL 1200 injection machine, by applying a numerical method”. The present project has both educational and industrial purposes: it will provide engineering students from different higher education institutions with a methodology for analyzing flat mechanisms, in this case the closing mechanism of an injection machine, using a numerical method; in the industry it aims to provide an alternative method for the analysis of mechanisms that can be used in the design of machinery, taking into account the advantages provided by using a numerical method to calculate kinematic and kinetic parameters. The project consists of a computer program, using object-oriented programming in MATLAB software, which will be the means for applying the dynamic analysis methodology; It is worth mentioning that the program will have a user friendly GUI (Graphic User Interface) for its respective use in the mechanical engineering area. To validate the methodology, a CAD design of the closure system will be made, based on the specifications of the TIANJIAN PL 1200 machine. This design will be analyzed using CAE “Ansys Mechanical” Software. The results will be compared with those of the methodology implemented in this project.

Keywords:

- **PLANAR MECHANISM**
- **ANALYSIS METHODOLOGY**
- **DYNAMIC STUDY**
- **MATLAB**
- **PLASTIC INJECTION MACHINE.**

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1. Presentación

En el presente proyecto se desarrolla una metodología para el análisis dinámico del mecanismo utilizado en el sistema de cierre de una máquina inyectora Tianjian PL 1200, mediante un programa computacional para su aplicación.

En el Capítulo I se establece el planteamiento del problema, antecedentes, objetivos generales y específicos, además de la justificación del proyecto.

El Capítulo II se presenta los fundamentos teóricos de la ciencia de los mecanismos, así también los diferentes métodos numéricos que se pueden utilizar para el análisis del mecanismo.

En el Capítulo III se hace una pequeña introducción al sistema de cierre de la máquina inyectora de plástico Tianjian PL 1200. Después, se detallan los análisis cinemático y cinético del mecanismo de cierre, utilizando el método numérico adecuado, esto comprende la obtención de desplazamientos, velocidades y aceleraciones de los eslabones que forman el mecanismo, así como las fuerzas que reaccionan en los mismos.

El Capítulo IV presenta la comparación de los resultados de la metodología propuesta con los resultados que arroja el análisis CAE.

El Capítulo V se muestra las conclusiones que se obtiene una vez finalizado el proyecto, y las recomendaciones que surgen para la utilización del proyecto en futuros trabajos de investigación.

Finalmente, se incluyen referencias bibliográficas que se necesitaron para realizar este proyecto y los anexos correspondientes.

1.2. Antecedentes

El ser humano a lo largo de su historia ha creado toda clase de dispositivos que en unos casos facilitan y en otros habilitan o posibilitan la realización de un trabajo. Estos dispositivos son conocidos como máquinas.

Según Budynas (2014): “Una maquina es una combinación de mecanismos de tal manera que, por medio de ellos, las fuerzas mecánicas de la naturaleza se pueden ser utilizadas para realizar un trabajo acompañado de movimientos determinados; y un mecanismo es un conjunto de cuerpos combinados, resistentes, conectados por medio de articulaciones móviles que forman una cadena cinemática cerrada con un eslabón fijo, que tiene como propósito el transformar movimiento”.

Por lo tanto, se puede afirmar que una máquina puede estar compuesta por uno o varios mecanismos, con el fin de realizar las funciones para las cuales fue creada. Es por esto que la teoría de mecanismos es importante para el diseño de máquinas en el ámbito de la ingeniería mecánica.

De acuerdo a Martija (2006): “La clasificación de la ciencia de los mecanismos se divide en dos tópicos: análisis; que es la evaluación de un mecanismo ya existente o propuesto para determinar los parámetros de diseño y hacer el cálculo de resistencia de sus elementos y síntesis; que es el proceso de crear o idear un patrón para que cumpla un fin descrito, la síntesis está relacionada con el diseño es decir es establecer formas, tamaños, materiales y disposición de las piezas para que cumplan el fin predeterminado”.

La ciencia de los mecanismos ayuda a la ingeniería a resolver problemas industriales al proveer soluciones factibles y confiables a la hora de construir máquinas que cumplan una determinada función que satisfaga necesidades en ámbitos, entre otros, como el manufacturero.

1.3. Planteamiento del problema

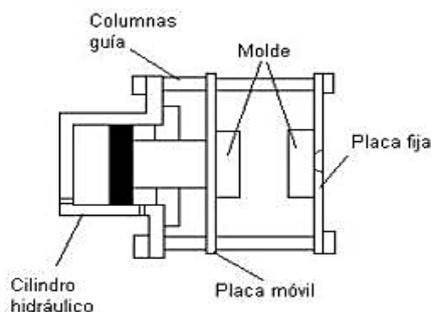
El crecimiento de la industria en la actualidad obliga a investigadores e ingenieros a adoptar nuevas metodologías para el análisis y diseño de máquinas y mecanismos, con el fin de proveer nuevas tecnologías y satisfacer las necesidades de las empresas, en los estrictos sentidos de calidad y economía que rigen el mercado actual.

Metodologías gráficas para el análisis de mecanismos presentan muchas desventajas, entre las principales se mencionan: El tiempo requerido para hacer alguna modificación durante el diseño de un mecanismo de acuerdo a una necesidad específica y que la precisión de los resultados depende de la habilidad de dibujo de la persona a cargo (Cuadrado, 2018).

Muchas máquinas inyectoras de plástico cuentan con sistemas de cierre hidráulicos puros, véase en la Figura 1, que no garantizan un cierre efectivo ya que toda la fuerza la ejerce la capacidad del pistón, teniendo problemas con piezas de mayor tamaño al dificultar el cierre del molde (Molina, 2009).

Figura 1.

Sistema de cierre hidráulico puro.

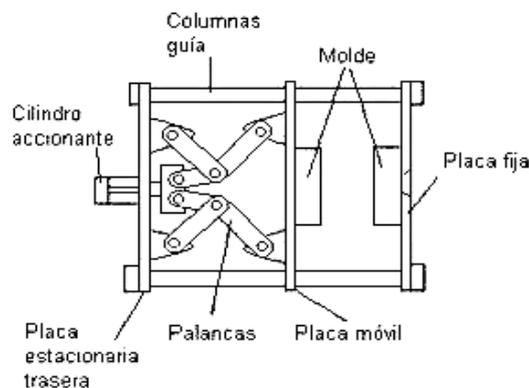


Nota: (Çengel & Ortega, 2014).

Por otro lado, las máquinas que cuentan con sistema de cierre hidráulico con palancas acodadas, resultan más efectivas en la transmisión de fuerza y velocidad de cierre, aun así, su robustez y aumento de partes presentan un problema a la hora de programar y realizar su respectivo mantenimiento (Molina, 2009).

Figura 2.

Sistema de cierre hidráulico-mecánico por rodilleras.



Nota: (Çengel & Ortega, 2014).

1.4. Justificación

En la industria ecuatoriana trabajan una gran variedad de máquinas, todas ellas requieren de procesos de mantenimiento, que en algunos casos es tan extremo, que requiere del recambio de partes o sistemas; de allí se ha visto la necesidad de identificar e implementar un adecuado método de análisis o síntesis de mecanismos, asistido computacionalmente y mediante la aplicación de los métodos numéricos para que, se asegure el proceso de fabricación de las partes o sistemas de reposición de manera eficiente para que las máquinas continúen cumpliendo con su función.

Precisamente el presente proyecto, pretende determinar un método alternativo para el análisis dinámico de mecanismos planos, en este caso aplicado al sistema de cierre de una maquina inyectora de plástico, utilizando un método numérico que permita obtener resultados eficientes, es importante recalcar que el uso de los métodos numéricos no es el de mayor aplicación debido a su complejidad, pero provee ventajas como: la modificación rápida de parámetros para un posible rediseño en base a necesidades específicas, como las que se mencionó anteriormente en casos de mantenimiento.

En la industria aún existen máquinas inyectoras con sistemas de cierre hidráulicos puros, las empresas que tienen estos equipos podrían utilizar la metodología que se generará en este proyecto para el análisis dinámico de estos mecanismos, con ello y de ser necesario, (por ejemplo cuando los componentes no existen en stock de repuestos) realizar el diseño o rediseño de los sistemas de cierre antes mencionados, teniendo la posibilidad de igualar e incluso incrementar la calidad del producto y reducir costos de producción.

1.5. Objetivos.

1.5.1. Objetivo General.

Generar una metodología para el análisis dinámico del mecanismo del sistema de cierre en una máquina inyectora TIANJIAN PL 1200.

1.5.2. Objetivos Específicos

- Determinar el método numérico adecuado para la resolución de las ecuaciones no lineales del sistema.
- Realizar una programación en el software MATLAB, que disponga de una interfaz amigable con el usuario (GUI) con el fin de implementar la metodología de análisis dinámico.
- Comparar los resultados de la metodología del presente proyecto, con los resultados del software ANSYS (estudio CAE), para su validación.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS DE LA CIENCIA DE LOS MECANISMOS

2.1 Teoría de los mecanismos

Una de las ramas de la ingeniería mecánica que se asocia con el diseño de máquinas es la ciencia de los mecanismos, esta se encarga del análisis y diseño de los mecanismos que forman las máquinas (Martija, 2006).

Existen dos definiciones de la teoría de los mecanismos:

- Es la ciencia que estudia la correlación entre los movimientos y la geometría de los elementos de un mecanismo además las fuerzas y reacciones que producen estos movimientos.
- Es la parte del diseño de máquinas que se interesa en el diseño de sistemas de eslabones; en base a los requerimientos del movimiento.

2.2 Clasificación de la ciencia de los mecanismos

2.2.1. *Análisis de mecanismos*

Es la determinación de los parámetros de diseño de un mecanismo ya existente o propuesto y la realización del cálculo de resistencia de sus elementos (Martija, 2006).

En otras palabras, es realizar el análisis de:

- Posición de eslabones
- Velocidad de los elementos
- Aceleración de los elementos
- Fuerzas Elásticas
- Fuerzas Dinámicas

2.2.2. Síntesis de Mecanismos

Es el proceso de idear crear un modelo que cumpla un fin específico, la síntesis se relaciona con el diseño, es decir, establece formas, dimensiones, materiales y eslabonamiento de las piezas para que cumplan la función predeterminada. La síntesis es una actividad pura de ingeniería y el análisis una evaluación matemática del mecanismo a diseñar.

2.3. Fundamentos del Estudio de Mecanismos

2.3.1. Definiciones básicas

Dentro del área de ingeniería se encuentran conceptos básicos que son necesarios para el estudio de los mecanismos como los siguientes:

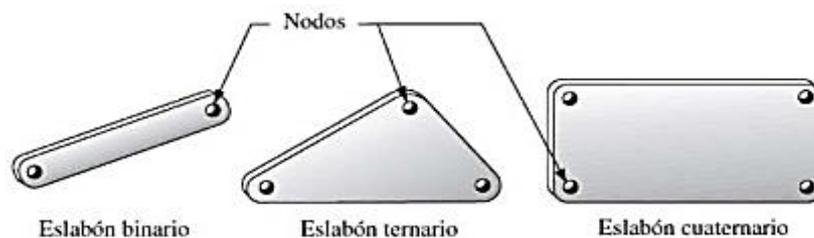
Cinemática. - Es la parte de la mecánica que estudia del movimiento de los cuerpos que conforman un mecanismo, para determinar su posición, velocidad y aceleración mediante métodos gráficos y analíticos, sin tomar en cuenta las causas que generan el movimiento.

Cinética. - Parte de mecánica que estudia las fuerzas que originan el movimiento de los cuerpos y las reacciones de estos.

Eslabón. - Es un cuerpo de características sólidas, rígidas y que tienen como mínimo dos puntos de unión llamados nodos. Se los clasifica según el número de nodos que se encuentren en el eslabón. Se puede tener un eslabón binario (dos nodos), ternario (tres nodos), cuaternario (cuatro nodos) como se muestra en la Figura 3.

Figura 3.

Ejemplo de eslabones y su diferente orden



Nota: (Norton, 2009)

Manivela. - Es un elemento mecánico que tiene movimiento rotatorio referido a un elemento fijo (bancada), con centro en uno de sus nodos y en el cual usualmente se desarrolla un torque utilizado para generar el funcionamiento a un mecanismo.

Balancín. - Es un elemento mecánico (eslabón) que tiene movimiento oscilatorio con centro en uno de sus nodos referido a un elemento fijo (bancada).

Biela (o acoplador). - Es un elemento el cual tiene como función el enlace de otros elementos para transmitir movimiento rotatorio-traslación con respecto a un sistema de referencia, y este sistema puede estar en movimiento o no.

La Bancada (anclaje). - Se define como el eslabón que se encuentra fijo con respecto al sistema de referencia, el sistema de referencia se puede encontrar en movimiento.

Par cinemático. - También conocido como junta, es el punto de acoplamiento, que permiten la generación de movimiento, entre varios eslabones por medio de sus nodos.

Cadena cinemática. - Composición de interconexiones entre eslabones por medio de pares cinemáticos para que estos produzcan movimientos controlados por medio de un movimiento proporcionado o generador.

Mecanismo. - Definido como una cadena cinemática misma que se encuentra vinculada y fija a un sistema o punto de referencia por medio de uno de sus eslabones.

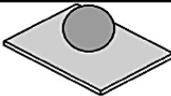
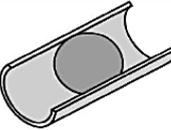
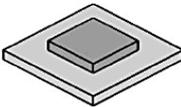
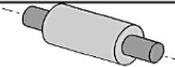
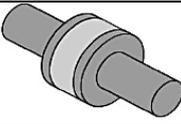
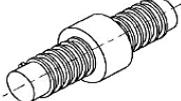
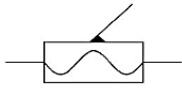
Máquina. - Agrupación combinada de piezas y mecanismos que aprovechan fuerzas motrices o energía para transformarlas en movimientos definidos, para cumplir una o varias funciones preestablecidas.

2.3.2. Pares Cinemáticos

Las conexiones entre eslabones que permiten un movimiento restringido relativo se denominan articulaciones, juntas o pares cinemáticos; la unión entre una manivela y una biela, por ejemplo, se conoce como una revoluta (junta giratoria) o una articulación de pasador (Wilson, 2014).

Un par cinemático tipo revoluta tiene un grado de libertad, dado esto, si un uno de los eslabones es fijo, la articulación giratoria permite que el otro solo gire en un plano. Esto es debido a que este tipo de junta tiene un grado de libertad. Una junta tipo esfera (articulación esférica) tiene tres grados de libertad, lo que permite un movimiento relativo en tres direcciones angulares, los grados de libertad se explican de mejor manera en la sección 2.3.3. En la Figura 4. se muestran tipos de articulaciones comunes.

Figura 4.*Pares cinemáticos o juntas comunes*

Clase del par	Condiciones de enlace	Grados de Libertad	Nombre	Dibujo	Representación Esquemática
I	1	5	Esfera - plano		
II	2	4	Esfera - cilindro		
III	3	3	Esférica o rótula		
III	3	3	Plana		
IV	4	2	Cilíndrica		
IV	4	2	Rótula con pasador		
V	5	1	Prismático		
V	5	1	Rotación		
V	5	1	Helicoidal		

Nota:(Myszka, 2012).

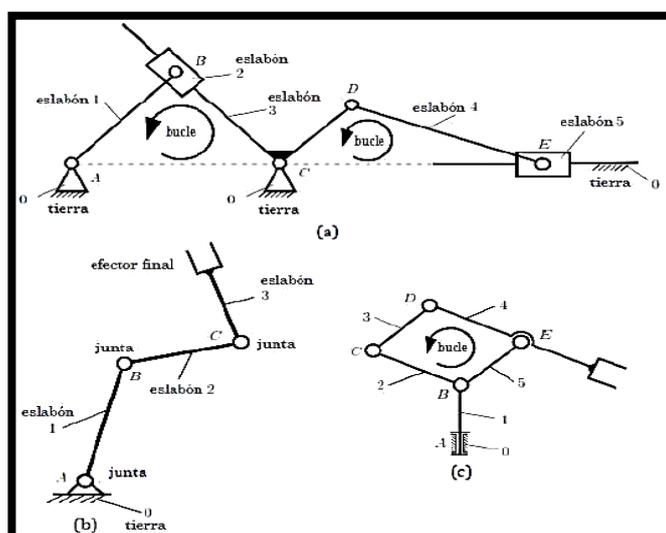
Las conexiones entre cuerpos rígidos consisten en pares de elementos inferiores y superiores. Teóricamente, los dos eslabones de un par inferior están en contacto superficial entre sí, mientras que los dos elementos de un par superior están en contacto de punto o línea (si no tenemos en cuenta las desviaciones). Los pares inferiores que incluyen revolutas

pueden ser un eje y un rodamiento o el pasador de muñeca que une un pistón y una biela (Wilson, 2014).

Se puede considerar que ambos elementos unidos por el pasador tienen el mismo movimiento en el centro del pasador. Otros pares inferiores básicos incluyen las juntas esféricas, cilíndricas, prismáticas, la hélice y plano, ver figura 4. Los ejemplos de pares superiores incluyen engranajes o una cámara de leva y seguidor. Desde el punto de vista del diseño, los pares inferiores son los más adecuados, ya que tanto la carga en la junta y el desgaste resultante se extienden sobre la superficie de contacto. Los eslabones unidos por pares cinemáticos forman una cadena cinemática, en la figura 5. se muestran diferentes tipos de cadenas cinemáticas.

Figura 5.

(a) cadena cinemática cerrada, (b) cadena cinemática abierta, y (c) cadena cinemática mixta



Nota: Dan B. Marghitu. (2009).

Un lazo o bucle es una configuración de eslabones conectados por pares cinemáticos, descrita por un polígono, Figura 5. La presencia de lazos en un mecanismo puede ser usada para definir los siguientes tipos de cadenas:

- **Las cadenas cinemáticas cerradas** contienen uno o más lazos de manera que cada eslabón y cada par cinemático están pertenecen al menos uno de los lazos, Figura 5 (a).

- **Las cadenas cinemáticas abiertas** no incluyen lazos cerrados, Figura 5 (b). Ejemplos de una cadena cinemática abierta son los robots industriales.

- **Las cadenas cinemáticas mixtas** son un conjunto de cadenas cinemáticas abiertas y cerradas. La Figura 5 (c) muestra un manipulador robótico con un mecanismo articulado en paralelogramo.

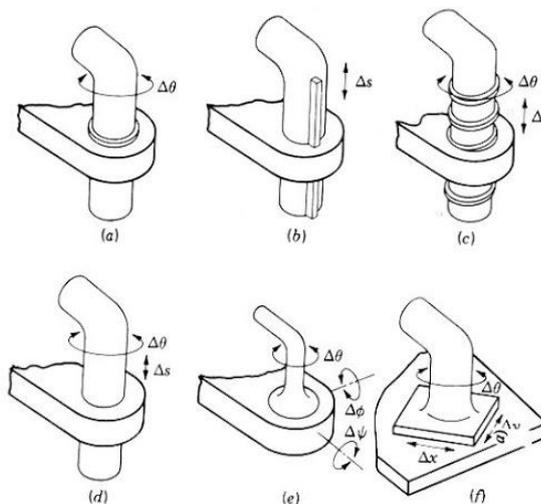
2.3.3. *Grados de Libertad (Movilidad)*

El número de grados de libertad de un mecanismo es el número de parámetros independientes que se deben especificar para determinar la posición de cada eslabón en relación con un marco de referencia o eslabón fijo, también se puede llamar movilidad del mecanismo. Si la configuración instantánea de un sistema mecánico se puede definir completamente especificando una variable independiente, ese sistema tiene un grado de libertad (Wilson, 2014).

Son necesarios seis parámetros para determinar el lugar de un cuerpo rígido libre en un espacio tridimensional (3D). Las variables referenciales que podrían manejar son tres longitudes en los ejes x , y , z en un sistema de coordenadas cartesiano, con tres ángulos (θ_x , θ_y , θ_z). Cualquier cuerpo rígido libre en el espacio tridimensional tiene seis grados de libertad (Norton, 2009).

Figura 6.

Diferentes pares cinemáticos con sus diferentes parámetros que definen su movilidad



Nota: Çengel, Y. A., Palm, W. J., & Ortega, S. M. S, (2014).

En el presente proyecto se puede analizar el sistema de cierre como un mecanismo plano, es decir, un caso bidimensional.

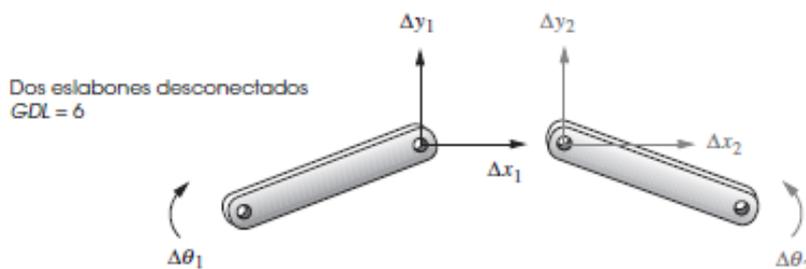
2.3.4. Determinación de los Grados de Libertad para un Mecanismo Plano

Para la determinación de los grados de libertad de cualquier mecanismo plano es necesario saber el número de eslabones presentes, las juntas presentes y su tipo además de las interacciones entre estos elementos.

Todo eslabón en un plano tiene tres grados de libertad. Por consiguiente, un sistema de n eslabones que no se encuentran interconectados en el mismo plano tendrá tres veces n grados de libertad, como se muestra en la figura 7, donde los dos eslabones no conectados tienen un total de seis grados de libertad (Norton, 2009).

Figura 7.

Grados de libertad de dos eslabones desconectados



Nota: (Norton, 2009)

Los grados de libertad para mecanismos planos conectados mediante juntas comunes se calculan mediante la ecuación de Gruebler.

$$M = 3(n - 1) - 2j_p - j_h \quad \text{Ec. 0.1}$$

En donde:

n : Número total de eslabones del mecanismo.

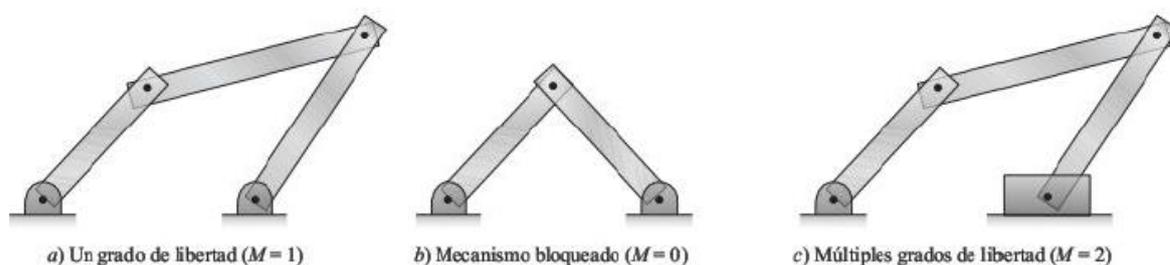
j_p : Número total de juntas principales (juntas de pernos o correderas)

j_h : Número total de juntas superiores (levas o engranajes)

Los mecanismos de con grados de libertad iguales a cero o negativos son eslabonamientos conocidos como mecanismos bloqueados, estos no tienen ningún movimiento y forman estructuras (armaduras) (Myszka, 2012). Esto se muestra en la figura 8.

Figura 8.

Mecanismos y estructuras con movilidad variable



Nota: (Myszka, D,2012).

Los mecanismos con más de un grado de libertad ofrecen una mayor precisión al posicionar los eslabones.

2.3.5. Criterio de Grashof

El criterio de Grashof se utiliza para determinar el comportamiento de rotación o la rotabilidad de los eslabones en mecanismos de cuatro barras. El criterio se fundamenta en la relación de las longitudes de la manivela, el acoplador, el seguidor, y enlaces a tierra. La Tabla 1 incluye todas las clasificaciones de mecanismos Grashof, para las relaciones de longitud de eslabones. Las variables S y L son las longitudes de los eslabones más corto y largo del mecanismo respectivamente, y los dos eslabones restantes son las variables P y Q.

Tabla 1.

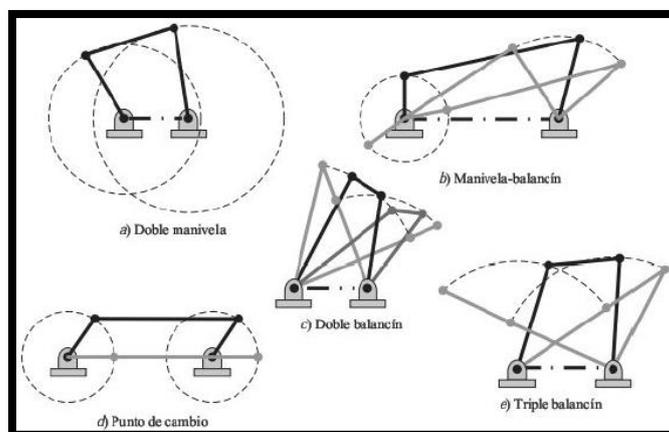
Categorización de los mecanismos de 4 barras según el criterio de Grashof

Caso	Criterios	Eslabón más corto	Categoría
1	$S+L < P+Q$	Eslabón de tierra o fijo	Doble manivela
2	$S+L < P+Q$	Acoplador	Doble balancín
3	$S+L < P+Q$	Manivela	Manivela-Balancín
4	$S+L = P+Q$	Cualquiera	Punto de cambio
5	$S+L > P+Q$	Cualquiera	Triple balancín

Fuente: (Myszka, 2012)

Figura 9.

Categoría de mecanismos de cuatro barras



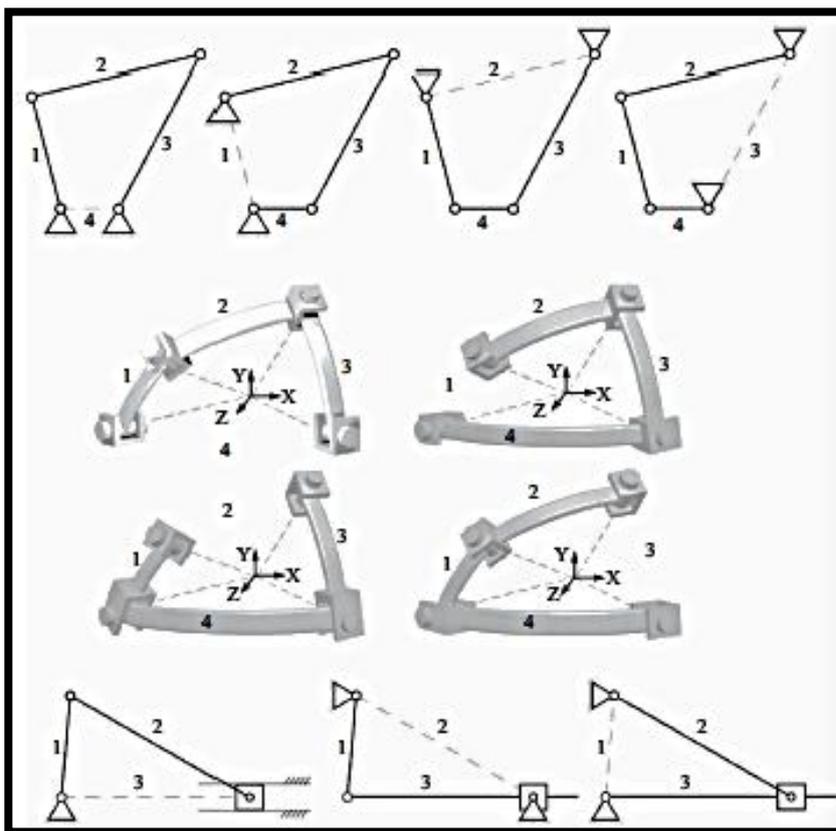
Nota: (Myszka, D,2012)

2.3.6. Inversión cinemática

El movimiento de los eslabones de un mecanismo puede variar dependiendo de que eslabón de este está fijado a tierra. En la figura 10. se muestran mecanismos idénticos en términos de las longitudes de sus eslabones, pero su eslabón fijo cambia, a estos se los conoce como inversiones de un mecanismo.

Figura 10.

Inversiones de diferentes mecanismos



Nota: (Nikravesh, 2018)

2.4. Fundamentos del Análisis Cinemático de Mecanismos

2.4.1. Cinemática de Cuerpos Rígidos

Se define como cuerpo rígido al conjunto o sistema de partículas para el cual las distancias entre partículas permanecen invariables. Si alguna de estas partículas es posicionada mediante vector fijado en el cuerpo, el vector no varía su posición con respecto al cuerpo, incluso cuando el cuerpo está en movimiento (Nikravesh, 2018).

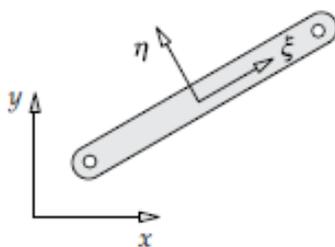
En la realidad, todos los materiales modifican su forma en cierta medida de acuerdo con las fuerzas que se apliquen en ellos. Sin embargo, si el movimiento relacionado con los cambios de forma es pequeño a comparación con el movimiento general del cuerpo, entonces el concepto de rigidez es válido.

Para el estudio de la cinemática de un cuerpo se necesita definir un marco de referencia inmóvil. En este proyecto el marco será el plano $x - y$, que será el marco de referencia global o inercial.

Se puede reservar $\xi - \eta$ para denotar un marco móvil, también llamado sistema de referencia local o fijo del cuerpo, se puede tener cualquier cantidad de sistemas de referencia locales dependiendo del número de cuerpos que conformen el mecanismo (Nikravesh, 2018).

Figura 11.

Sistemas de referencia global y local.



Nota: (Nikravesh, 2018)

Un cuerpo libre puede moverse en los ejes x o y , a esto se lo conoce como movimiento traslacional, además este cuerpo puede rotar en un eje perpendicular al plano, a esto se lo conoce como movimiento rotacional.

2.4.2. Coordenadas en el Plano de Cuerpos Rígidos

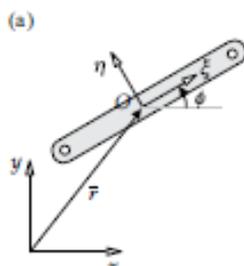
Para especificar la posición de un cuerpo en un plano inercial se tiene que definir tres coordenadas: posición a lo largo del eje x , posición a lo largo del eje y , además de la orientación rotacional en el eje perpendicular al plano (Nikraves, 2018).

En la figura 12 se denota el vector \vec{r} , que es utilizado para localizar el punto O (origen) del sistema de referencia local del cuerpo, las componentes en x - y de este vector son las coordenadas traslacionales del cuerpo.

Si se adhiere un sistema de referencia local $\xi - \eta$ en el cuerpo, entonces el ángulo que forma el eje ξ con respecto al eje x será la coordenada rotacional del cuerpo. En la figura 2.10 se denota mediante ϕ .

Figura 12.

Coordenadas de un cuerpo rígido

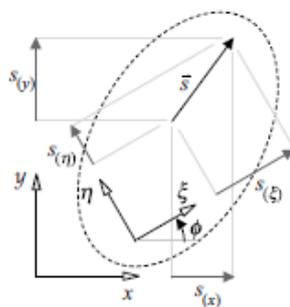


Nota: (Nikraves, 2018)

La figura 13 muestra que se pueden definir vectores dentro del sistema referencial local de un cuerpo, en este caso el vector \vec{s} ; este vector puede ser una representación del cuerpo o puede servir para señalar un punto específico del cuerpo.

Figura 13.

Componentes de un vector dentro de un cuerpo



Nota: (Nikravesh, 2018)

Este vector tiene sus correspondientes componentes locales, además, el vector puede ser proyectado en el sistema de coordenadas global, mostrando así su posición en el sistema inercial propuesto. Sus componentes se muestran en las siguientes ecuaciones:

$$S_x = S_{\xi} \cos \phi - S_{\eta} \sin \phi \quad \text{Ec. 0.2}$$

$$S_y = S_{\xi} \sin \phi + S_{\eta} \cos \phi \quad \text{Ec. 0.3}$$

2.4.3. Velocidad de Cuerpos Rígidos

Las velocidades traslacionales y rotacionales de un cuerpo son descritas por la primera derivada de su posición con respecto al tiempo. Por lo tanto, el arreglo de velocidades de un cuerpo tomando como referencia a la figura 2.10 sería $\dot{r} = \{\dot{x} \dot{y}\}$ así como $\dot{\theta}$, respectivamente.

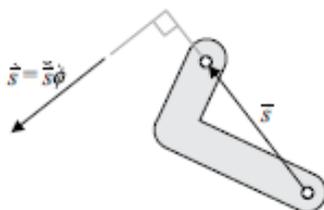
Las ecuaciones para la velocidad de un vector fijo en cuerpo se obtienen derivando con respecto al tiempo Ec. 2.2 y Ec. 2.3:

$$\dot{S}_x = -(S_\xi \sin \phi + S_\eta \cos \phi) \dot{\phi} \quad \text{Ec. 0.4}$$

$$\dot{S}_y = (S_\xi \cos \phi - S_\eta \sin \phi) \dot{\phi} \quad \text{Ec. 0.5}$$

Figura 14.

Diagrama de vector velocidad correspondiente al vector s



Nota: (Nikravesh, 2018)

2.4.4. Aceleración de Cuerpos Rígidos

Las aceleraciones traslacionales y rotacionales de un cuerpo son descritas por la segunda derivada de su posición con respecto al tiempo. Por lo tanto, el arreglo de aceleraciones de un cuerpo tomando como referencia a la figura 2.12 sería $\ddot{r} = \{\ddot{x} \ \ddot{y}\}$ así como $\ddot{\phi}$, respectivamente.

Las ecuaciones para la velocidad de un vector fijo en cuerpo se obtienen derivando con respecto al tiempo Ec. 2.4 y Ec. 2.5:

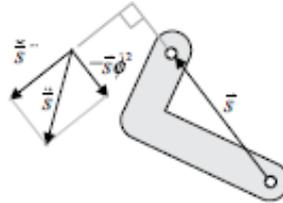
$$\ddot{S}_x = -(S_\xi \sin \phi + S_\eta \cos \phi) \ddot{\phi} - (S_\xi \cos \phi - S_\eta \sin \phi) \dot{\phi}^2 \quad \text{Ec. 0.6}$$

$$\text{Ec. 0.7}$$

$$\ddot{S}_y = (S_\xi \cos \phi - S_\eta \sin \phi) \ddot{\phi} - (S_\xi \sin \phi + S_\eta \cos \phi) \dot{\phi}^2$$

Figura 15.

Diagrama de aceleraciones correspondiente al vector s



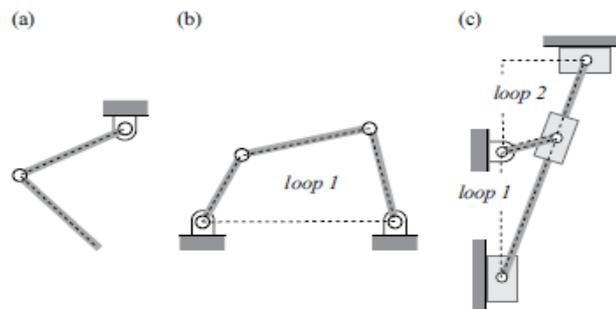
Nota: (Nikravesh, 2018)

2.4.5. Ecuaciones de Cierre para Cadenas Cinemáticas Cerradas

En el análisis cinemático de mecanismos se utilizan vectores para definir las posiciones de los eslabones en un sistema de referencia. Los vectores de posición pueden describir una cadena cinemática cerrada en forma de lazos vectoriales que están definidos por ecuaciones que representan la suma de los diferentes vectores que representan a cada eslabón.

Figura 16.

(a) Cadena cinemática abierta, (b) Cadena cinemática cerrada de un lazo, (c) Cadena cinemática cerrada de varios lazos.



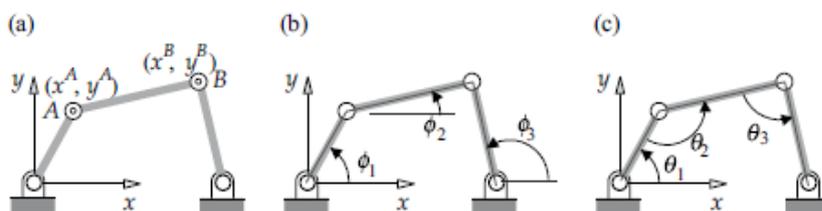
Nota: (Nikravesh, 2018)

Previo al análisis de un mecanismo se define un arreglo de coordenadas, sabiendo que las coordenadas son el conjunto de parámetros que pueden especificar la posición de todos los eslabones de un mecanismo (Nikravesh, 2018).

En la figura 17 se pueden observar diferentes arreglos de coordenadas para un mismo eslabón; la figura (a) muestra un arreglo de coordenadas cartesianas para los eslabones del mecanismo, la figura (b) muestra un arreglo de coordenadas angulares para definir la posición de los eslabones con respecto al eje x, la figura (c) muestra un arreglo de coordenadas angulares para definir la posición de los eslabones con respecto al eje al sistema de coordenadas local del eslabón de enlace previo.

Figura 17:

Diferentes arreglos de coordenadas para un mecanismo

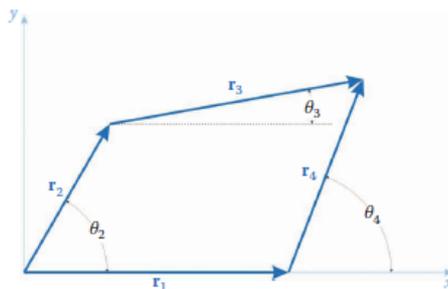


Nota: (Nikravesh, 2018)

Después de definir el arreglo de coordenadas que se desea, se asocian los vectores requeridos para definir los eslabones del mecanismo y así crear los lazos necesarios para analizar la cadena cinemática. La figura 18. muestra el arreglo de vectores para un mecanismo de cuatro barras.

Figura 18.

Lazo vectorial de un mecanismo de cuatro barras



Nota: (Russell, 2019)

De acuerdo con las reglas de adición de vectores, la ecuación de cierre que describe la posición de los eslabones para la cadena cinemática de la figura 2.16 es la siguiente:

$$r_2 + r_3 - r_4 - r_1 = 0 \quad \text{Ec. 0.8}$$

Recordando que la ecuación tiene dos componentes, uno para el eje X y otro para el eje Y, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones no lineales para definir por completo el mecanismo:

$$r_{2x} + r_{3x} - r_{4x} - r_{1x} = 0 \quad \text{Ec. 0.9}$$

$$r_{2y} + r_{3y} - r_{4y} - r_{1y} = 0$$

2.5. Métodos Numéricos para Resolución de Ecuaciones no Lineales

Existen ecuaciones no lineales para las cuales resulta complejo el encontrar sus raíces por métodos tradicionales, es en estos casos donde se utilizan los métodos numéricos pues proporcionan soluciones dentro de un margen de tolerancia (Conde, 2009).

Un número cualquiera α es la raíz o solución de una ecuación $f(x)$ si la función es

continúa alrededor de α y se cumple que:

$$f(\alpha) = 0 \quad \text{Ec. 0.10}$$

Son métodos iterativos que generan una sucesión $\{X_n\}$, donde $n=1,2,3$, tal que el límite $\lim_{n \rightarrow \infty} X_n = \alpha$.

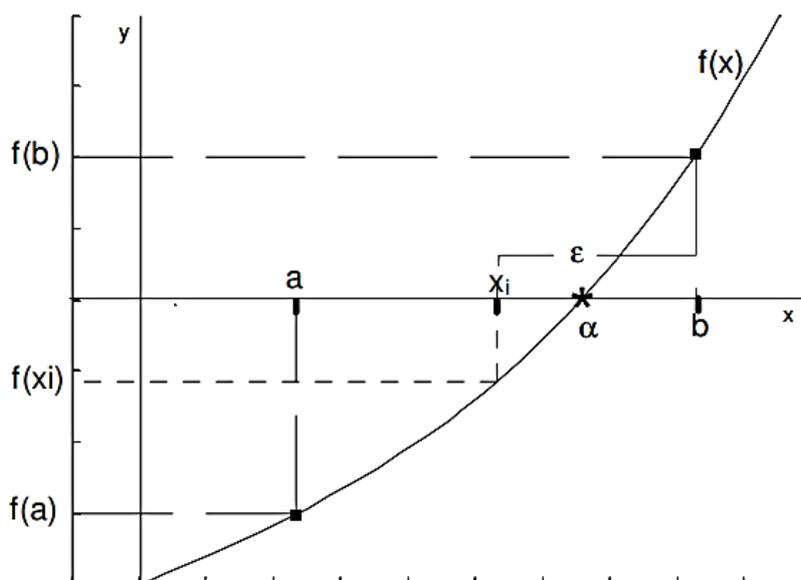
2.5.1. Método de Bisección

Este método está basado en el teorema de Bolzano que asegura el encontrar la raíz de una función dentro de un intervalo $[a, b] \rightarrow R$, bajo la condición que $f(a)f(b) < 0$, dividiendo el intervalo original en dos intervalos iguales eligiendo en el que $f(x)$ cambia de signo (Conde, 2009).

El proceso se repite hasta que la longitud del intervalo que contiene a la raíz sea menor a una tolerancia especificada.

Figura 19.

Representación del método de bisección y su algoritmo



Nota: (Conde, 2009)

2.5.2. Método de Regula Falsi

Es una simplificación del método de bisección, en la cual se elige la aproximación a distancias de a y b proporcionales a $f(a)$ y $f(b)$ (Dai, 2013).

La ecuación de la recta que pasa por los puntos $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$ es:

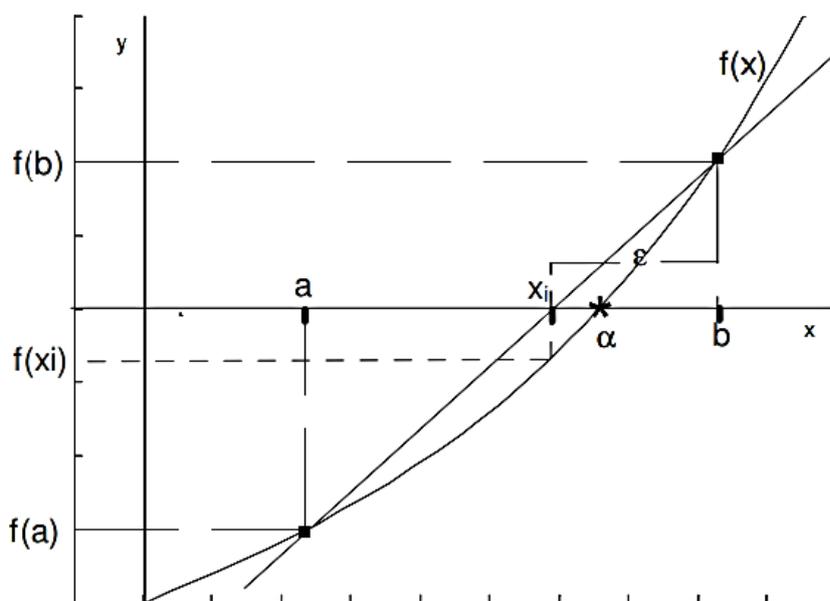
$$\frac{y - f(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{x - a}{b - a} \quad \text{Ec. 0.11}$$

Se encuentra el corte con el eje de las abscisas haciendo $y = 0$ y despejando x se obtiene:

$$m = \frac{af(b) - bf(a)}{f(b) - f(a)} \quad \text{Ec. 0.11}$$

Figura 20.

Proceso método Regula Falsi



Nota: (Conde, 2009)

2.5.3. Método de Newton-Raphson

Se parte de un punto x_0 cercano a la raíz, y para cada iteración n , se considera una recta tangente a $f(x)$ en $(x_n, f(x_n))$ y para la cual se toma como siguiente aproximación x_{n+1} la intersección de dicha tangente con el eje de las abscisas (Dai, 2013).

Entonces, teniendo en cuenta que la ecuación de la recta tangente es:

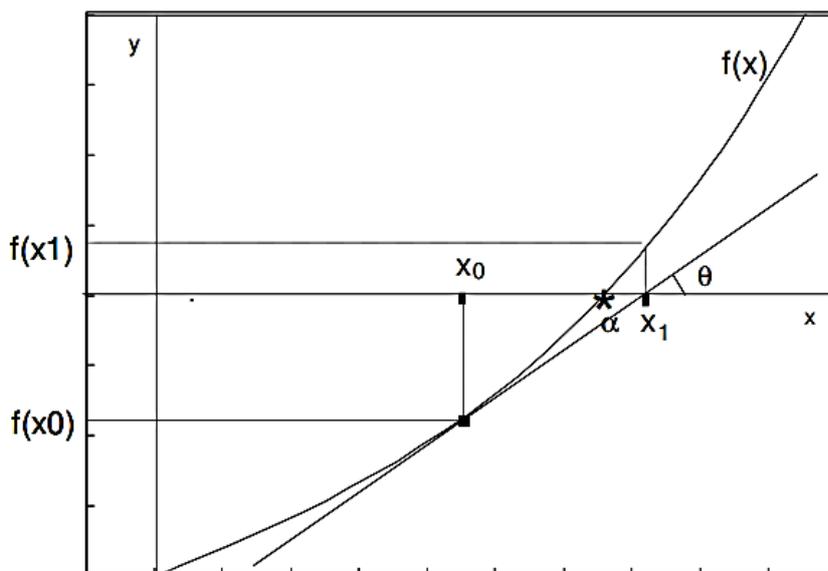
$$y - f(x_n) = f'(x_n)(x - x_n) \quad \text{Ec. 0.12}$$

De donde se tiene que:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad \text{Ec. 0.13}$$

Figura 21.

Representación de la convergencia del método de Newton-Raphson



Nota: (Conde, 2009)

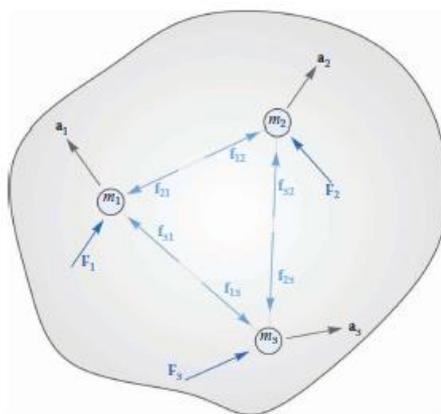
2.6. Fundamentos del Análisis Cinético de Mecanismos

2.6.1. Ecuaciones de Movimiento Newtonianas para Cuerpos Rígidos

Para este análisis se asume que un cuerpo rígido está compuesto por infinitos puntos de masa infinitesimalmente pequeños. Por la definición de cuerpo rígido, las distancias relativas entre estas partículas permanecen fijas, y las fuerzas internas que actúan dentro del mismo son las fuerzas interatómicas que mantienen al cuerpo unido (Constans, 2019).

Figura 22.

Representación de un cuerpo rígido compuesto por tres puntos de masa



Nota: (Russell, 2019)

De acuerdo con la tercera ley de Newton, la relación que tienen de las fuerzas internas de un cuerpo entre sí es la siguiente:

$$f_{ij} = -f_{ji} \quad \text{Ec. 0.14}$$

Por lo tanto, la sumatoria de fuerzas internas de un cuerpo es cero.

Para obtener la aceleración de la masa 1 de la figura 2.20, aplicamos la segunda ley de Newton y se obtiene:

Ec. 0.15

$$F_1 + f_{21} + f_{31} = m_1 a_1$$

Se pueden obtener ecuaciones similares para el resto de los puntos de masa del cuerpo rígido de la figura 2.20, esta a su vez se suman entre si para obtener la ecuación de movimiento del cuerpo rígido. Teniendo en cuenta que la sumatoria de las fuerzas internas de un cuerpo es igual a cero, se tiene:

$$F_1 + F_2 + F_3 = m_1 a_1 + m_2 a_2 + m_3 a_3 \quad \text{Ec. 0.16}$$

Ec. 0.17

$$\sum_i F_i = \sum_i m_i a_i$$

La aceleración se define como la segunda derivada del vector posición, por lo tanto:

$$\sum_i F_i = \sum_i m_i \frac{d^2}{dt^2} r_i \quad \text{Ec. 0.18}$$

La masa de cada partícula permanece constante, entonces:

$$\sum_i F_i = \frac{d^2}{dt^2} \sum_i m_i r_i \quad \text{Ec. 0.19}$$

Al sumar las masas de cada partícula, se tiene la masa total del cuerpo rígido

$$m = \sum_i m_i \quad \text{Ec. 0.20}$$

Por definición la ecuación del centro de masa de un cuerpo es:

$$r_g = \frac{1}{m} \sum_i m_i r_i \quad \text{Ec. 0.21}$$

Así la ecuación 2.19 se simplifica a:

$$\sum_i F_i = \frac{d^2}{dt^2} (mr_g) \quad \text{Ec. 0.22}$$

$$\sum_i F_i = (ma_G) \quad \text{Ec. 0.23}$$

Donde a_G es la aceleración del centro de masa de un cuerpo, y es por esto que se puede tratar a un cuerpo rígido como un punto de masa.

2.6.2. Ecuaciones de Movimiento Rotacional para Cuerpos Rígidos

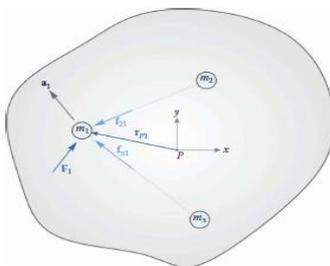
La mayor diferencia entre un cuerpo rígido y un punto de masa es que un cuerpo puede rotar. Las fuerzas y los momentos aplicados a un cuerpo causaran un movimiento traslacional y un movimiento rotacional (Constans, 2019).

En la figura 23. se encuentra adherido el origen a un punto P arbitrario, el efecto rotacional que provocan las fuerzas sobre el cuerpo se puede determinar calculando los momentos de las fuerzas con respecto al punto P.

Se define como momento de una fuerza al producto cruz del vector que parte desde el punto P hacia el punto de aplicación de la fuerza con la fuerza misma (Norton, 2009).

Figura 23.

Representación de un cuerpo rígido compuesto por tres puntos de masa y un punto de origen P arbitrario



Nota: (Russell, 2019)

El sistema de ecuaciones 2.24 muestra los momentos causados por cada una de las fuerzas en la figura 2.21

$$r_{p1} \times (F_1 + f_{21} + f_{31}) = r_{p1} \times m_1 a_1$$

Ec. 0.24

$$r_{p2} \times (F_2 + f_{32} + f_{12}) = r_{p2} \times m_2 a_2$$

$$r_{p3} \times (F_3 + f_{13} + f_{23}) = r_{p3} \times m_3 a_3$$

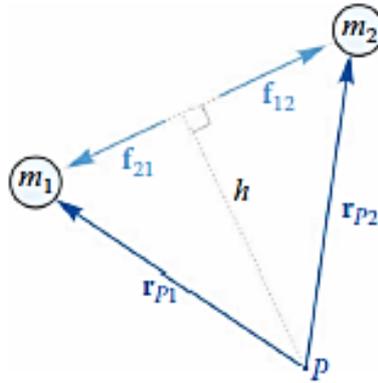
Cuando se suma el sistema de ecuaciones 2.24 se obtiene que la suma de los momentos provocados por las fuerzas internas es cero, debido a que las fuerzas $f_{21}-f_{12}$, $f_{32}-f_{23}$, $f_{13}-f_{31}$ tienen la misma línea de acción, igual magnitud pero sentido opuesto, por lo tanto se anulan, teniendo como resultado:

$$\sum_i r_{pi} \times F_i = \sum_i r_{pi} \times m_i a_i$$

Ec. 0.25

Figura 24.

Representación de las fuerzas internas y los vectores de posición



Nota: (Russell, 2019)

La parte izquierda de la ecuación 2.25 es la sumatoria de momentos creados por las fuerzas externas, entonces se tiene que la ecuación de movimiento rotacional se vuelve:

$$M_p = \sum_i r_{pi} \times m_i a_i \quad \text{Ec. 0.26}$$

Reescribiendo en forma de vector unitario los vectores desde P hasta cada uno de los puntos de masa, donde r_{pi} se convierte en la magnitud del vector y e_{pi} es el vector unitario que representa la dirección del vector obtenemos que la ecuación 2.26 se convierte en:

$$M_p = \sum_i r_{pi} e_{pi} \times m_i a_i \quad \text{Ec. 0.27}$$

Utilizando la fórmula de aceleración relativa para reescribir la aceleración de cada punto de masa se tiene:

$$M_p = \sum_i m_i r_{pi} e_{pi} \times (a_p + r_{pi} n_{pi} \alpha - r_{pi} e_{pi} \omega^2) \quad \text{Ec. 0.28}$$

Sabiendo que $e_{pi} \times e_{pi} = 0$ y que $e_{pi} \times n_{pi} = \hat{k}$ la ecuación 2.28 se reduce a:

$$M_p = \left(\sum_i m_i r_{pi} e_{pi} \right) \times a_p + \alpha \sum_i m_i r_{pi}^2 \hat{k} \quad \text{Ec. 0.29}$$

Utilizando la definición de centro de masa dada en la ecuación 2.21, teniendo en cuenta que $r_{pi}^2 = x_{pi}^2 + y_{pi}^2$ y transformando la sumatoria de la ecuación 2.29 a una integral de masas diferenciales se tiene

$$M_p = m r_g \times a_p + \alpha k \int (x_p^2 + y_p^2) dm \quad \text{Ec. 0.31}$$

Donde r_g es el vector desde el punto P hasta el centro de masa, a_p es la aceleración del punto P que se mantiene uniforme a lo largo del cuerpo. La integral formada es la definición de momento de inercia, por lo tanto:

$$M_p = m r_g \times a_p + I_p \alpha \quad \text{Ec. 0.32}$$

Eligiendo la localización del punto P justo en el centro de masa del cuerpo se tiene que $r_g = 0$, entonces la ecuación de movimiento rotacional se reduce a su forma más básica que es la sumatoria de momentos de inercia con respecto al centro de masa de un cuerpo rígido:

$$M_g = I_g \alpha \quad \text{Ec. 0.33}$$

Donde:

- M_g : Es la suma de los momentos generados por la aplicación de las fuerzas externas.
- α : Es la aceleración angular del cuerpo rígido.
- I_g : El momento de inercia del cuerpo con respecto a su centro de masa.

2.6.3. Ecuación Newton-Euler para Análisis de Sistemas Multicuerpo.

Para un sistema de cualquier número de cuerpos rígidos, restringidos por juntas cinemáticas o cualquier forma de condiciones en sus coordenadas, se puede describir el comportamiento dinámico del sistema mediante una ecuación de arreglos matriciales (Nikravesh, 2018) :

$$M\ddot{c} = h_a + D'\lambda \quad \text{Ec. 0.34}$$

Donde:

- M : Contiene la matriz de masas y momentos de inercia.
- \ddot{c} : Es el arreglo matricial de aceleraciones de los centros de masa y aceleraciones angulares.
- h_a : Es el arreglo matricial de las fuerzas aplicadas.
- D' : Es la transpuesta de la matriz jacobiana que define los parámetros cinemáticos del mecanismo.
- λ : Se conoce como multiplicadores de Lagrange, son un arreglo que contiene las componentes de las fuerzas de reacción y torques de los eslabones.

CAPÍTULO III

ELABORACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE LA METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO DEL MECANISMO

3.1 Ventajas Del Sistema de Cierre por Rodillas de una Máquina Inyectora

El sistema de cierre por rodilleras está formado por un conjunto de eslabones que gracias al principio de varillaje y la actuación de un cilindro hidráulico, permite multiplicar la fuerza que ha sido aplicada, ofreciendo un notable ahorro energético. Cuando se consideran las variables características del sistema como la fuerza nominal de cierre requerida, el recorrido del plato móvil y las distancias entre columnas, la relación entre la energía aplicada y la fuerza de cierre final se puede encontrar entre 1/20 hasta 1/24 (Cadena & Meza, 2006).

El ajuste y mantenimiento del sistema de cierre de una maquina inyectora es sumamente importante. Programar y establecer velocidades de arranque, aceleraciones, desaceleraciones, fuerza de cierre, protección y extracción del molde son parámetros que influyen en la calidad de la pieza, desempeño del ciclo y costo de operación (Bozzelli, 2019).

Como ejemplo de lo anteriormente mencionado, un exceso en el tiempo de cerrado del molde podría provocar un exceso de material en los bordes (rebaba), además el tiempo de ciclo aumenta por lo tanto aumenta el consumo energético.

Figura 25.

Sistema de cierre máquina inyectora de plástico de marca Tianjian PL1200



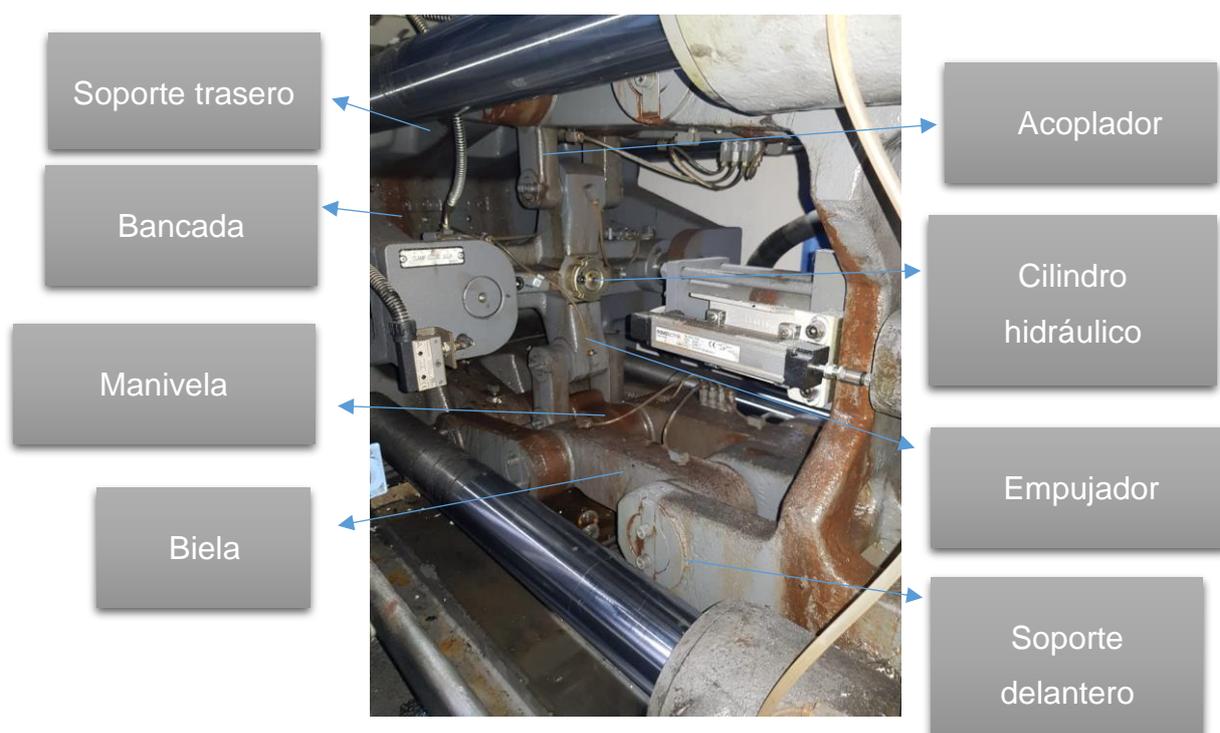
3.2 Mecanismo Implementado en el Sistema de Cierre de Máquina Inyectora Tianjian PI1200

Como se introdujo en la sección anterior, el sistema de cierre está conformado por dos mecanismos simétricos, por lo tanto, el mecanismo para el cual se desarrollará la metodología a lo largo de este proyecto de titulación es el conformado por un solo grupo de rodillas.

En la figura 3.2 se muestran las partes que componen un conjunto de rodillas del sistema de cierre de la inyectora de plástico Tianjian PL 1200.

Figura 26.

Partes del mecanismo que conforma el sistema de cierre

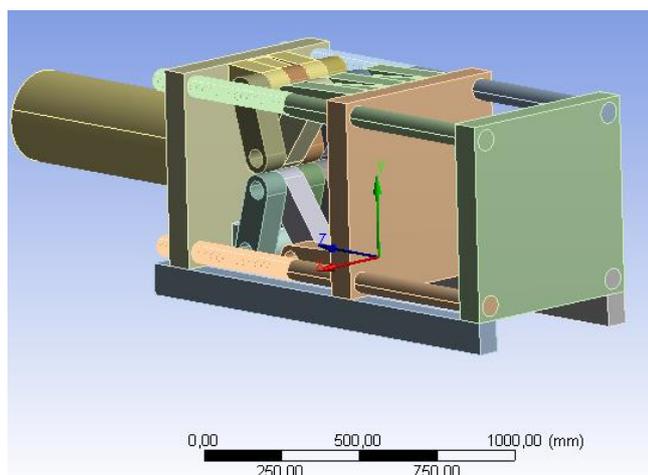


Es necesario conocer las dimensiones del mecanismo previo al desarrollo de la metodología, para ello, se realizaron medidas in situ del sistema de cierre de una máquina inyectora de plástico Tianjian PL1200 perteneciente a la empresa AUPLATEC S.A, ubicada en la ciudad de Ambato. El anexo 1 muestra evidencia fotográfica de dicha máquina. Las

dimensiones recolectadas además del catálogo oficial de máquinas inyectoras de marca Tianjian, anexo 2, permitieron la realización de un modelo CAD del sistema de cierre, utilizando el software Ansys, como se muestra en la figura 3.3. Del modelo se extrajeron planos mecánicos que se muestran en el anexo 3.

Figura 27.

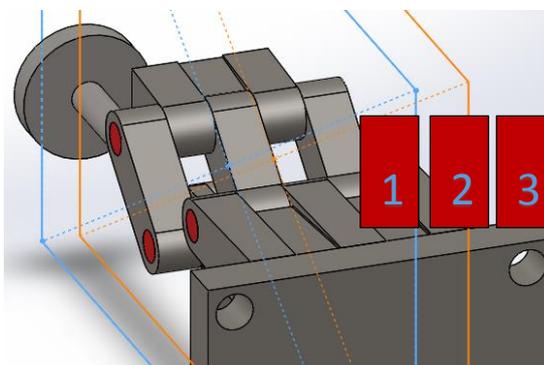
Modelo CAD del sistema de cierre de la máquina Tianjian PL1200



En este proyecto, se idealiza la composición de un grupo de rodilleras mediante tres planos que representan conjuntos de eslabones como se muestra en la figura 28.

Figura 28.

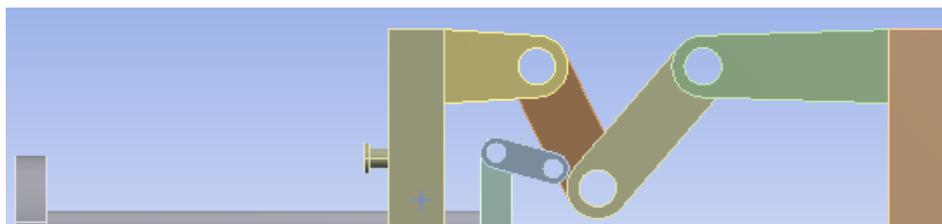
Modelo CAD del sistema de cierre de la máquina Tianjian PL1200



En el plano número dos se muestra el sistema en el cual se enfoca la realización de este proyecto.

Figura 29.

Mecanismo de análisis en el plano número dos



La figura 30. son los datos de cierre provistos por sistema HMI de la maquina; aquí se muestran las posiciones mínima y máxima del empujador con respecto al punto de partida del vástago.

Figura 30.

Distancias máxima y mínima del empujador

	#5	#4	#3	#2	#1
Posici	150.0	90.0	75.0	35.0	3.0
Presión	30	30	30	30	55
Velocida	30	20	25	25	30

MIN: 90.0 MAX: 343.1

Por lo tanto, la distancia que recorre el empujador desde que las rodillas están completamente recogidas hasta que se encuentran en su máxima extensión, resulta ser la diferencia entre estos dos valores, obteniendo un total de 250 mm de recorrido del empujador. Cabe recalcar que este recorrido es configurable dependiendo de los requerimientos del operador.

3.3 Elección del Método Numérico para la Resolución de las Ecuaciones de Cierre

Debido a lo expuesto en el capítulo 1, además, sabiendo que por lo tratado en la sección 2.4 las ecuaciones que describen al mecanismo serán no lineales; este proyecto de titulación pretende proveer una metodología que utilice un método numérico adecuado para la resolución de las ecuaciones de cierre del mecanismo, para lo cual, las ventajas y desventajas de los métodos tratados en la sección 2.5 se describen la tabla 2.

Tabla 2.

Cuadro comparativo de ventajas y desventajas de los métodos numéricos

Método	Ventajas	Desventajas
Bisección	<ul style="list-style-type: none"> El error se acota fácilmente Siempre converge. Es conveniente para delimitar el intervalo en el cual está la raíz. 	<ul style="list-style-type: none"> No tiene en cuenta la magnitud de los valores de la función en las aproximaciones calculadas, lo que hace que aproximaciones intermedias pasen desapercibidas. Su convergencia es muy lenta.
Regula Falsi	<ul style="list-style-type: none"> Los mismos que la bisección. Converge más rápido que la bisección. 	<ul style="list-style-type: none"> La longitud del subintervalo en el que se encuentra la raíz en general no tiende a cero, lo que hace que solo uno de los extremos se aproxime a la raíz, evitando aproximaciones intermedias que pueden surgir en aproximaciones desde el otro extremo. No se puede prever el número de iteraciones
Newton-Raphson	<ul style="list-style-type: none"> Se necesita de un solo valor inicial. El método converge cuadráticamente para raíces simples y linealmente para raíces múltiples. 	<ul style="list-style-type: none"> Es necesario calcular la derivada de la función Nos e puede prever el número de iteraciones. La convergencia no es asegurada si el valor inicial está muy alejado de la raíz

Fuente: (Conde, 2009; Dai, 2013)

Analizadas las ventajas y desventajas de cada método se llega a la conclusión que el método numérico de Newton-Raphson es el más indicado para la realización de este proyecto.

Las razones de la elección se listan a continuación:

- Es el método que converge más rápido, esto se traduce en una menor cantidad de iteraciones lo cual produce una mayor velocidad en el análisis y una reducción en el uso de recursos de un computador.
- La metodología tiene que ser efectiva, por lo tanto, no se puede obviar ninguna raíz, lo cual no es garantizado por los otros métodos.
- El cálculo de la derivada de la función no es una desventaja en este caso, pues para la resolución de las velocidades de los eslabones es necesario encontrar dicha derivada.
- Debido que se necesita encontrar la posición de los eslabones en intervalos específicos, resulta mucho más conveniente el necesitar de un solo valor inicial para comenzar las iteraciones a comparación de tener que encontrar un rango, en otras palabras, dos valores iniciales, en el cual se encuentre cada posición (raíz).

3.4 Metodología para Análisis cinemático del Mecanismo

3.4.1 Aproximación Lineal de una Función Vectorial de Variable Vectorial

Teniendo como finalidad elaborar la metodología adecuada para el análisis cinemático del mecanismo hay que tener en cuenta que las ecuaciones vectoriales de cierre de los lazos de un mecanismo generan la solución de las posiciones de los eslabones, esto, a partir de la descomposición de dichas ecuaciones en ecuaciones escalares. Las ecuaciones escalares que permiten el análisis de posición se pueden representar de la siguiente manera:

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \text{Ec. 3.1}$$

Le ecuación 3.1 describe funciones reales de variable vectorial, y esta a su vez puede escribirse en forma de vector de la siguiente manera:

$$\vec{f}(\vec{x}) \quad \text{Ec. 3.2}$$

Donde \vec{f} es una representación de una función vectorial real compuesta por n número de componentes (ecuaciones escalares de un mecanismo); que se evalúa en \vec{x} , el cual es un vector que contiene tanto las variables de entrada, así como las variables de posición desconocidas de un mecanismo.

El método de Newton-Raphson expuesto en la sección 2.5.3, encuentra la aproximación lineal de una función real, que evalúa una variable real, para encontrar la raíz de dicha función. Por lo tanto, para poder aplicarlo en este proyecto, es necesario encontrar la aproximación lineal de una función real de variable vectorial, para ello, es necesario el descomponer la función mediante series de Taylor.

De acuerdo a Rico (2013), la aproximación mediante series de Taylor de una función real de variable vectorial $f(\vec{x})$ en un punto \vec{x} cercano a \vec{x}_0 es la siguiente:

$$\begin{aligned} f(\vec{x}) \approx & a_0 + b_1(x_1 - x_{0-1}) + b_2(x_2 - x_{0-2}) + \dots + b_n(x_n - x_{0-n}) + \\ & c_{11}(x_1 - x_{0-1})^2 + c_{12}(x_1 - x_{0-1})(x_2 - x_{0-2}) + \dots + c_{1n}(x_1 - x_{0-1})(x_n - x_{0-n}) + \\ & c_{21}(x_2 - x_{0-2})(x_1 - x_{0-1}) + c_{22}(x_2 - x_{0-2})^2 + \dots + c_{2n}(x_2 - x_{0-2})(x_n - x_{0-n}) + \dots \\ & c_{n1}(x_n - x_{0-n})(x_1 - x_{0-1}) + c_{n2}(x_n - x_{0-n})(x_2 - x_{0-2}) + \dots + c_{nn}(x_n - x_{0-n})^2 + \dots \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.3}$$

La aproximación lineal se completa al determinar los coeficientes a_0, b_1, \dots, b_n ; para determinar los coeficientes se realizan los siguientes pasos:

- El coeficiente a_0 se determina sustituyendo $\vec{x} = \vec{x}_0$ en la aproximación lineal de la ecuación 3.3

$$f(\vec{x}_0) = a_0 + b_1(x_{0-1} - x_{0-1}) + b_2(x_{0-2} - x_{0-2}) + \dots + b_n(x_{n-0} - x_{n-0}) = a_0 \quad \text{Ec. 3.4}$$

- El coeficiente b_i se determina derivando la aproximación respecto a x_i

$$\frac{\partial}{\partial x_i} f(\vec{x}) = b_i + \dots \quad \text{Ec. 3.5}$$

- Sustituyendo $\vec{x} = \vec{x}_0$ en la aproximación lineal de la ecuación 3.5.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} f(\vec{x}_0) = b_i \quad \text{Ec. 3.6}$$

La aproximación lineal de $f(\vec{x})$ se representa en la ecuación 3.7

$$f(\vec{x}) = f(\vec{x}_0) + \frac{\partial}{\partial x_1} f(\vec{x}_0)(x_1 - x_{0-1}) + \frac{\partial}{\partial x_2} f(\vec{x}_0)(x_2 - x_{0-2}) + \dots + \frac{\partial}{\partial x_n} f(\vec{x}_0)(x_n - x_{n-0}) \quad \text{Ec. 3.7}$$

Que su forma matricial se muestra en la ecuación 3.9

$$f(\vec{x}) = f(\vec{x}_0) + \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} f(\vec{x}_0) & \frac{\partial}{\partial x_2} f(\vec{x}_0) & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n} f(\vec{x}_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 - x_{0-1} \\ x_2 - x_{0-2} \\ \vdots \\ x_n - x_{n-0} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.8}$$

$$f(\vec{x}) = f(\vec{x}_0) + \nabla f(\vec{x}_0)^T (\vec{x} - \vec{x}_0) \quad \text{Ec. 3.9}$$

Donde $\nabla f(\vec{x}_0)$ es la matriz que representa la gradiente de la función evaluada en el valor inicial. Se transpone la matriz para representar esa parte de la ecuación como producto punto.

Al inicio de esta sección se propuso representar el sistema de ecuaciones que representan a un mecanismo como una función vectorial de variable vectorial, lo tanto es necesario

encontrar su aproximación lineal, para ello la función se representa de acuerdo con la ecuación 3.9:

$$\vec{f}(\vec{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\vec{x}) \\ f_2(\vec{x}) \\ \vdots \\ f_n(\vec{x}) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.10}$$

Dado que cada una de las componentes de la función vectorial es una función real de variable vectorial, se reemplaza la ecuación 3.8 en las componentes y se obtiene:

$$\vec{f}(\vec{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\vec{x}_0) + \nabla f_1(\vec{x}_0)^T (\vec{x} - \vec{x}_0) \\ f_2(\vec{x}_0) + \nabla f_2(\vec{x}_0)^T (\vec{x} - \vec{x}_0) \\ \vdots \\ f_n(\vec{x}_0) + \nabla f_n(\vec{x}_0)^T (\vec{x} - \vec{x}_0) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.11}$$

Realizando operaciones matriciales se obtiene:

$$\vec{f}(\vec{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\vec{x}_0) \\ f_2(\vec{x}_0) \\ \vdots \\ f_n(\vec{x}_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nabla f_1(\vec{x}_0)^T (\vec{x} - \vec{x}_0) \\ \nabla f_2(\vec{x}_0)^T (\vec{x} - \vec{x}_0) \\ \vdots \\ \nabla f_n(\vec{x}_0)^T (\vec{x} - \vec{x}_0) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.12}$$

$$\vec{f}(\vec{x}) = \vec{f}(\vec{x}_0) + \begin{bmatrix} \nabla f_1(\vec{x}_0)^T \\ \nabla f_2(\vec{x}_0)^T \\ \vdots \\ \nabla f_n(\vec{x}_0)^T \end{bmatrix} (\vec{x} - \vec{x}_0) \quad \text{Ec. 3.13}$$

En este punto, la matriz de gradientes de las n funciones reales que componen a la función vectorial se identifica como la matriz jacobiana del sistema, que en su forma extendida se expresa de la siguiente manera:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} f_1(\vec{x}_0) & \frac{\partial}{\partial x_2} f_1(\vec{x}_0) & \cdots & \frac{\partial}{\partial x_n} f_1(\vec{x}_0) \\ \frac{\partial}{\partial x_1} f_2(\vec{x}_0) & \frac{\partial}{\partial x_2} f_2(\vec{x}_0) & \cdots & \frac{\partial}{\partial x_n} f_2(\vec{x}_0) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial}{\partial x_1} f_n(\vec{x}_0) & \frac{\partial}{\partial x_2} f_n(\vec{x}_0) & \cdots & \frac{\partial}{\partial x_n} f_n(\vec{x}_0) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.14}$$

Como resultado, la aproximación lineal de una función vectorial de variable vectorial se define mediante la ecuación 3.14.

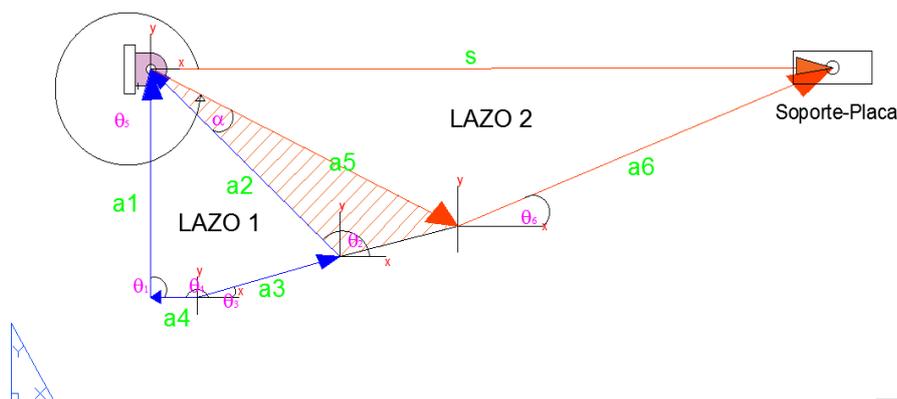
$$\vec{f}(\vec{x}) = \vec{f}(\vec{x}_0) + J(\vec{x}_0)(\vec{x} - \vec{x}_0) \quad \text{Ec. 3.15}$$

3.4.2. Análisis de Posición

Para encontrar las ecuaciones vectoriales que describen al sistema se procede a identificar los diferentes lazos vectoriales que componen al mecanismo. La figura 3.7 muestra la representación vectorial de los eslabones del mecanismo y los lazos que lo conforman.

Figura 31.

Representación vectorial del mecanismo



Cabe resaltar que los vectores \vec{a}_2 y \vec{a}_5 pertenecen a un mismo eslabón y están relacionados mediante el ángulo α , esto se debe a que el eslabón manivela es un eslabón ternario como se observa en el anexo 3.

El lazo 1 se identifica como un mecanismo de cuatro barras conformado por los vectores $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4$ donde:

- \vec{a}_1 : Es el vector que representa la bancada del mecanismo.
- \vec{a}_2 : Es el vector conducido que representa al eslabón manivela en el lazo 1.
- \vec{a}_3 : Es el vector que representa al eslabón acoplador.
- \vec{a}_4 : Es el vector posición del conjunto empujador-cilindro, que conforman un solo eslabón que en este proyecto se denomina impulsor, con respecto a la bancada.

La particularidad de esta conformación del mecanismo de 4 barras es que el eslabón motriz está representado por el vector \vec{a}_4 , y que el movimiento será traslacional (lineal).

En el lazo 2 se puede observar un mecanismo biela-manivela-corredera conformado por los vectores $\vec{a}_5, \vec{a}_6, \vec{s}$ donde:

- \vec{a}_5 : Es el vector que representa al eslabón manivela en el lazo 2.
- \vec{a}_6 : Es el vector que representa al eslabón biela.
- \vec{s} : Es el vector que representa la posición del conjunto soporte-placa móvil con respecto a la bancada.

Las ecuaciones vectoriales de cierre pertenecientes a cada lazo se formulan a continuación:

$$\vec{a}_2 + \vec{a}_3 = \vec{a}_1 + \vec{a}_4 \quad \text{Ec. 3.16}$$

$$\vec{a}_5 + \vec{a}_6 = \vec{s} \quad \text{Ec. 3.17}$$

Las ecuaciones escalares que representan las componentes en los ejes x y y de las ecuaciones vectoriales están dadas por:

$$a_2 \cos(\theta_2) + a_3 \cos(\theta_3) = a_1 \cos(\theta_1) + a_4 \cos(\theta_4) \quad \text{Ec. 3.18}$$

$$a_2 \sin(\theta_2) + a_3 \sin(\theta_3) = a_1 \sin(\theta_1) + a_4 \sin(\theta_4) \quad \text{Ec. 3.19}$$

$$a_5 \cos(\theta_5) + a_6 \cos(\theta_6) = s \quad \text{Ec. 3.20}$$

$$a_5 \sin(\theta_5) + a_6 \sin(\theta_6) = 0 \quad \text{Ec. 3.21}$$

Siendo $\vec{a1}, \vec{a2}, \vec{a3}, \vec{a4}, \vec{a5}, \vec{a6}, \theta_1, \theta_4$ los parámetros de entrada para del mecanismo. De acuerdo con el arreglo del lazo vectorial número uno, los valores de θ_1 y θ_4 son $\pi/2$ y π , respectivamente. Las variables $\theta_2, \theta_3, \theta_6$ y el vector posición \vec{s} son las incógnitas de posición a encontrar para poder describir por completo el sistema. El ángulo de posición del vector $\vec{a5}$ se obtiene realizando operaciones de geometría plana básica, donde $\theta_5 = \theta_2 + \alpha + \pi$.

Mediante la ecuación 3.1 podemos formar las componentes de la función vectorial que definirá al mecanismo:

$$f_1\left(\vec{x}\right) = a_2 \cos(\theta_2) + a_3 \cos(\theta_3) - a_1 \cos(\theta_1) - a_4 \cos(\theta_4) = 0 \quad \text{Ec. 3.22}$$

$$f_2\left(\vec{x}\right) = a_2 \sin(\theta_2) + a_3 \sin(\theta_3) - a_1 \sin(\theta_1) - a_4 \sin(\theta_4) = 0 \quad \text{Ec. 3.23}$$

$$f_3\left(\vec{x}\right) = a_5 \cos(\theta_5) + a_6 \cos(\theta_6) - s \quad \text{Ec. 3.24}$$

$$f_4\left(\vec{x}\right) = a_5 \sin(\theta_5) + a_6 \sin(\theta_6) \quad \text{Ec. 3.25}$$

Donde $\vec{x} = (\theta_2, \theta_3, \theta_6, \vec{s})$; por lo tanto, utilizando la ecuación 3.10, la función vectorial que describe queda representada por:

$$\vec{f}(\vec{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\vec{x}) \\ f_2(\vec{x}) \\ f_3(\vec{x}) \\ f_4(\vec{x}) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.26}$$

La evaluación de la variable \vec{x} en la función vectorial del sistema debe satisfacer la igualdad a cero.

$$\vec{f}(\vec{x}) = 0 \quad \text{Ec. 3.27}$$

Sustituyendo la ecuación 3.27 en la ecuación 3.15, y despejando \vec{x} se obtiene:

$$0 = \vec{f}(\vec{x}_0) + J(\vec{x}_0)(\vec{x} - \vec{x}_0) \quad \text{Ec. 3.28}$$

$$\vec{x} = \vec{x}_0 - J(\vec{x}_0)^{-1} \vec{f}(\vec{x}_0) \quad \text{Ec. 3.29}$$

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + J(\vec{x}_0)^{-1} [-\vec{f}(\vec{x}_0)] \quad \text{Ec. 3.30}$$

La ecuación 3.30 representa la primera aproximación del proceso iterativo que efectúa el método de Newton-Raphson. Generalizando el método para una función vectorial se obtiene:

$$\vec{x}_{n+1} = \vec{x}_n + J(\vec{x}_n)^{-1} [-\vec{f}(\vec{x}_n)] \quad \text{Ec. 3.31}$$

Donde \vec{x}_n representa la aproximación previa a la respuesta y \vec{x}_{n+1} la siguiente aproximación.

La matriz jacobiana del sistema de ecuaciones se obtiene mediante la ecuación 3.14:

$$J = \begin{bmatrix} -a_2 \sin(\theta_2) & -a_3 \sin(\theta_3) & 0 & 0 \\ a_2 \cos(\theta_2) & a_3 \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ -a_5 \sin(\theta_2 + \alpha + \pi) & 0 & -a_6 \sin(\theta_6) & 1 \\ a_5 \cos(\theta_2 + \alpha + \pi) & 0 & a_6 \cos(\theta_6) & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.32}$$

El proceso iterativo termina cuando la magnitud del vector corrección se igual o menor que el un valor de error deseado. El criterio de finalización se representa mediante la ecuación 3.33.

$$\left| \vec{x}_{n+1} - \vec{x}_n \right| \leq \epsilon \quad \text{Ec. 3.33}$$

Resolución del análisis de posición mediante MATLAB.

Se ha implementado, en un programa de MATLAB, el proceso iterativo que utiliza el método de Newton-Raphson para la resolución del problema de posición. Para ello, de acuerdo con lo expuesto en la sección 3.2, los parámetros del mecanismo son los siguientes:

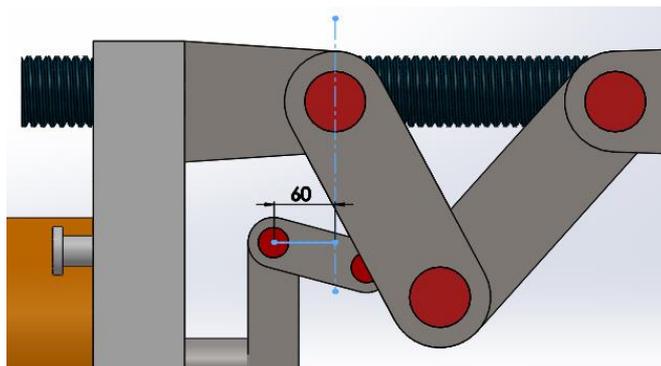
- Bancada: $a_1 = 140 \text{ mm}$
- Conducido: $a_2 = 167.63 \text{ mm}$
- Acoplador: $a_3 = 95 \text{ mm}$
- Recorrido del impulsor: $a_4 = (-60, \dots, 190) \text{ mm}$
- Manivela: $a_5 = 220 \text{ mm}$
- Biela: $a_6 = 260 \text{ mm}$
- Ángulo $\theta_1 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$
- Ángulo $\theta_4 = \pi \text{ rad}$

La razón por la cual el recorrido del impulsor comienza desde menos sesenta es que la magnitud del vector \vec{a}_4 tiende a cero al aproximarse a la bancada (sistema de referencia local móvil), y esta se encuentra definida en el extremo del soporte fijo trasero del sistema como se muestra en la figura 3.7; por lo tanto, la distancia a partir de ese punto para lograr que las rodillas

se recojan completamente se muestra en la figura 3.8. El recorrido del impulsor, que es el eslabón motriz, se tomara en pasos de un milímetro para el análisis; lo cual supone la obtención de doscientos cincuenta resultados de posición para cada variable desconocía.

Figura 32.

Distancia de recogimiento de las rodillas a partir del sistema de referencia de la bancada.

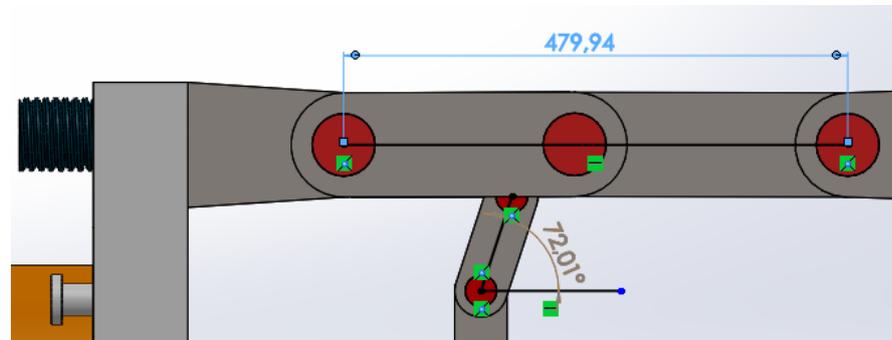


Es necesario proveer los parámetros de inicialización y finalización del proceso, los cuales son el vector \vec{x}_0 y el error permisible respectivamente.

El error permisible dependerá de la magnitud del vector corrección de cada sistema, pero, usualmente al implementar MATLAB como recurso de operación de métodos numéricos, se suelen elegir errores de entre $1e^{-8}$ y $1e^{-12}$ esto con el fin de evitar el uso excesivo de recursos en el computador y obtener una cantidad significativa de decimales en las respuestas. (Esfandiari, 2017)

Para este proyecto se escoge un valor de error de $1e^{-8}$.

El vector de aproximación inicial se define como $\vec{x}_0 = [\theta_{0-2}, \theta_{0-3}, \theta_{0-6}, s_0]$ que representa las aproximaciones iniciales de las posiciones desconocidas del mecanismo. Para encontrar dichos valores se realizó una interpretación gráfica de la última posición esperada de cada vector de posición, que, en este caso de estudio, es la posición de las rodilleras extendidas.

Figura 33.*Valores iniciales de posición*

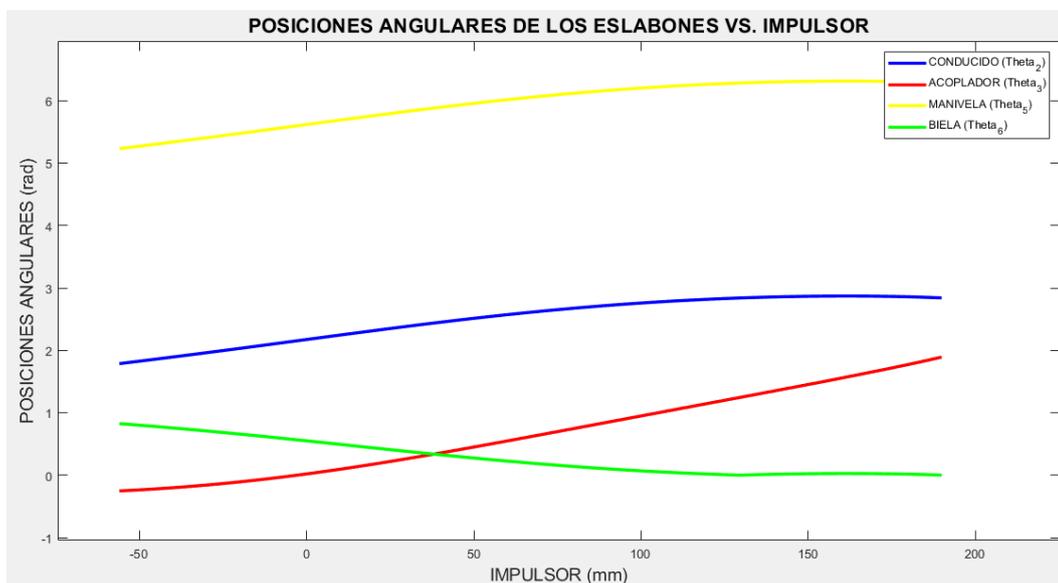
De la figura 33 se infiere que: los valores de los ángulos θ_2 y θ_6 se aproximan a cero; el valor de θ_3 se aproxima a setenta y dos grados y s se aproxima a cuatrocientos ochenta milímetros. Todos los valores de ángulos son especificados en radianes. Tomando esto en cuenta, se escogen valores cercanos a los de la figura 3.9 para conformar el vector aproximación inicial. El vector con sus componentes se muestra a continuación:

$$\vec{x}_0 = [30 * \text{pi}/180; \text{pi}; 30 * \text{pi}/180; 480]$$

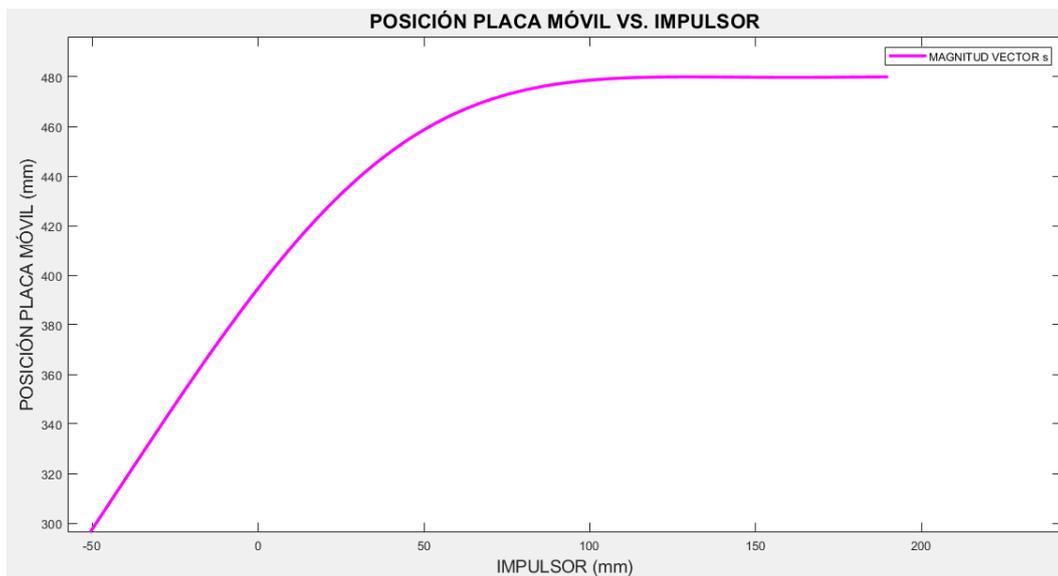
La programación del código que implementa el proceso iterativo se muestra en el anexo 4. En el anexo 5 se pueden observar los resultados de posición del mecanismo. Utilizando estos datos, se obtienen las curvas que describen la posición de cada eslabón con respecto al eslabón motriz, estas se muestran a continuación:

Figura 34.

Posiciones angulares de los eslabones durante el proceso de cierre del sistema

**Figura 35.**

Posición de la placa móvil con respecto a la bancada durante el proceso de cierre del sistema



3.4.3. Análisis de Velocidad

Una vez obtenidos los resultados del análisis de posición, se procede a derivar con respecto al tiempo las ecuaciones 3.22, 3.23, 3.24, 3.25; obteniendo así las ecuaciones pertenecientes al análisis de velocidad. Estas ecuaciones están dadas por:

$$g_1(\omega_2, \omega_3, \omega_6, v_s) = -a_2 \omega_2 \sin(\theta_2) - a_3 \omega_3 \sin(\theta_3) + a_4 v_4 \sin(\theta_4) = 0 \quad \text{Ec. 3.34}$$

$$g_2(\omega_2, \omega_3, \omega_6, v_s) = a_2 \omega_2 \cos(\theta_2) + a_3 \omega_3 \cos(\theta_3) - a_4 v_4 \cos(\theta_4) = 0 \quad \text{Ec. 3.35}$$

$$g_3(\omega_2, \omega_3, \omega_6, v_s) = -a_5 \omega_5 \sin(\theta_5) - a_6 \omega_6 \sin(\theta_6) - v_s = 0 \quad \text{Ec. 3.36}$$

$$g_4(\omega_2, \omega_3, \omega_6, v_s) = a_5 \omega_5 \cos(\theta_5) + a_6 \omega_6 \cos(\theta_6) = 0 \quad \text{Ec. 3.37}$$

Donde v_4 es la velocidad del eslabón motriz y es un parámetro de entrada; debido a que los vectores $\vec{a_2}$ y $\vec{a_5}$ pertenecen a un mismo eslabón, sus velocidades angulares serán, las mismas donde $\omega_2 = \omega_5$; la variable ω_3 representa la velocidad angular del eslabón acoplador, así mismo velocidad angular del eslabón biela se representa mediante la variable ω_6 y v_s representa la velocidad de la placa móvil. Por lo tanto, se observa que es un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, el cual representado en forma matricial se muestra como:

$$\begin{bmatrix} -a_2 \sin(\theta_2) & -a_3 \sin(\theta_3) & 0 & 0 \\ a_2 \cos(\theta_2) & a_3 \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ -a_5 \sin(\theta_2 + \alpha + \pi) & 0 & -a_6 \sin(\theta_6) & 1 \\ a_5 \cos(\theta_2 + \alpha + \pi) & 0 & a_6 \cos(\theta_6) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_6 \\ v_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_4 v_4 \sin(\theta_4) \\ a_4 v_4 \cos(\theta_4) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.38}$$

$$\begin{bmatrix} \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_6 \\ v_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_2 \sin(\theta_2) & -a_3 \sin(\theta_3) & 0 & 0 \\ a_2 \cos(\theta_2) & a_3 \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ -a_5 \sin(\theta_2 + \alpha + \pi) & 0 & -a_6 \sin(\theta_6) & 1 \\ a_5 \cos(\theta_2 + \alpha + \pi) & 0 & a_6 \cos(\theta_6) & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -a_4 v_4 \sin(\theta_4) \\ a_4 v_4 \cos(\theta_4) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.39}$$

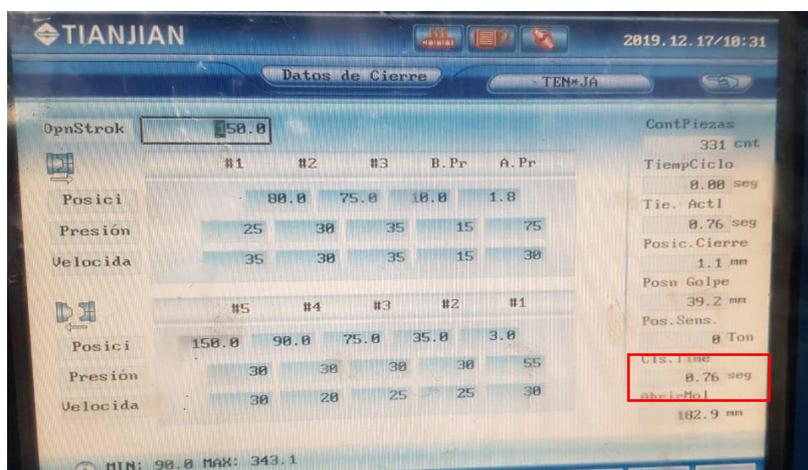
Se puede notar que la matriz de coeficientes de la ecuación 3.38 es la misma matriz Jacobiana del sistema de ecuaciones no lineales que describe los parámetros de posición del mecanismo. Por lo tanto, si existe solución en el análisis de posición para los diferentes valores del parámetro motriz de entrada, también existirá solución en el análisis de velocidad.

Resolución del análisis de velocidad mediante MATLAB.

Se ha implementado, en un programa de MATLAB, la resolución del sistema de ecuaciones que describe el análisis de velocidad del mecanismo. El parámetro de entrada es la velocidad del eslabón motriz; como se especifica en la sección 3.2, el recorrido del impulsor es de 250 mm y el tiempo en el cual se efectúa el proceso de cierre del molde se muestra en la figura 36.

Figura 36.

Parámetros del proceso de cierre.



La obtención de la velocidad del impulsor se hace mediante un análisis de movimiento rectilíneo uniforme representado por la ecuación 3.40. Esto debido a que el pistón alcanza su velocidad de empuje en un tiempo depreciable y esta permanece constante durante todo el proceso de cierre.

$$v = \frac{d}{t} \quad \text{Ec. 3.40}$$

Donde:

v : Es la velocidad de un cuerpo o partícula.

d : Es la distancia recorrida de un cuerpo o partícula.

t : Es el tiempo en el cual recorrió dicha distancia.

Reemplazando los valores en la ecuación 3.40 se obtiene la velocidad del impulsor.

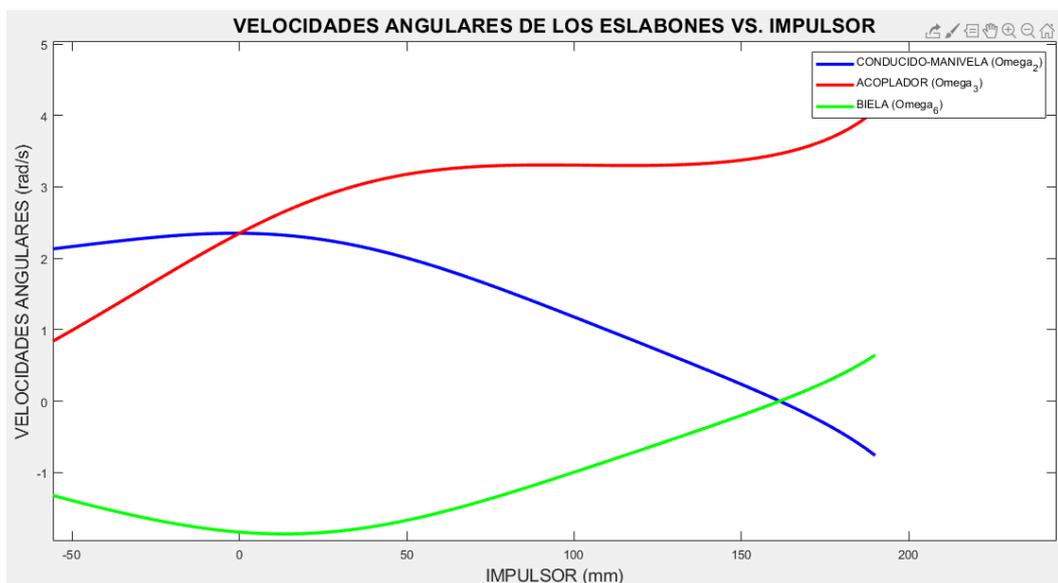
$$v_4 = \frac{250 \text{ mm}}{0.76 \text{ s}}$$

$$v_4 = 328.9474 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

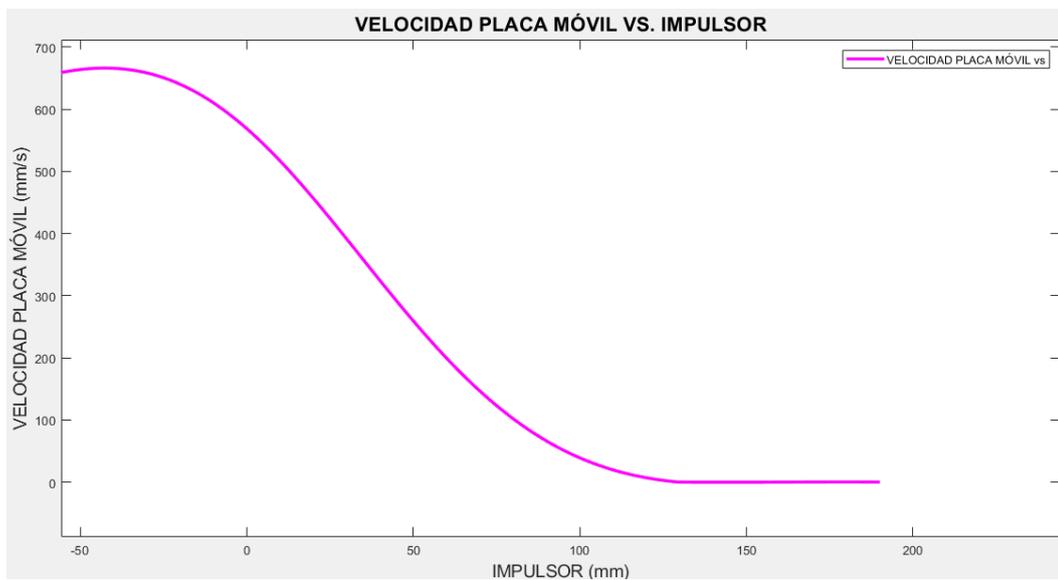
La programación del código que implementa el proceso iterativo se muestra en el anexo 4. En el anexo 6 se pueden observar los resultados de velocidad del mecanismo. Utilizando estos datos, se obtienen las curvas que describen la velocidad de cada eslabón con respecto al eslabón motriz, estas se muestran a continuación:

Figura 37.

Velocidades angulares de los eslabones durante el proceso de cierre del sistema

**Figura 38.**

Velocidad de la placa móvil durante el proceso de cierre del sistema



3.4.4. Análisis de Aceleración

El análisis de aceleración se efectúa derivando con respecto al tiempo las ecuaciones 3.34, 3.35, 3.36, 3.37. Obteniendo como resultado:

$$\begin{aligned} h_1(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_6, \dot{v}_s) &= -a_2 \sin(\theta_2) \alpha_2 - a_2 \omega_2^2 \cos(\theta_2) - a_3 \sin(\theta_3) \alpha_3 \\ &\quad - a_3 \omega_3^2 \cos(\theta_3) + a_4 \sin(\theta_4) \dot{v}_4 + a_4 v_4^2 \cos(\theta_4) = 0 \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.41}$$

$$\begin{aligned} h_2(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_6, \dot{v}_s) &= a_2 \cos(\theta_2) \alpha_2 - a_2 \omega_2^2 \sin(\theta_2) + a_3 \cos(\theta_3) \alpha_3 \\ &\quad - a_3 \omega_3^2 \sin(\theta_3) - a_4 \cos(\theta_4) \dot{v}_4 + a_4 v_4^2 \sin(\theta_4) = 0 \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.42}$$

$$\begin{aligned} h_3(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_6, \dot{v}_s) &= -a_5 \sin(\theta_5) \alpha_5 - a_5 \omega_5^2 \cos(\theta_5) - a_6 \sin(\theta_6) \alpha_6 \\ &\quad - a_6 \omega_6^2 \cos(\theta_6) - \dot{v}_s = 0 \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.43}$$

$$\begin{aligned} h_4(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_6, \dot{v}_s) &= a_5 \cos(\theta_5) \alpha_5 - a_5 \omega_5^2 \sin(\theta_5) + a_6 \cos(\theta_6) \alpha_6 \\ &\quad - a_6 \omega_6^2 \sin(\theta_6) = 0 \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.44}$$

Las aceleraciones α_2 y α_5 serán iguales debido a lo expuesto en la sección 3.4.3. El parámetro de entrada es la aceleración del impulsor denominada \dot{v}_4 , las aceleraciones del acoplador, biela y placa móvil son: α_3, α_6 y \dot{v}_s respectivamente. Se obtiene nuevamente un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, el cual aplicando la igualdad $\omega_2 = \omega_5$ y representando en forma matricial se muestra como:

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} -a_2 \sin(\theta_2) & -a_3 \sin(\theta_3) & 0 & 0 \\ a_2 \cos(\theta_2) & a_3 \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ -a_5 \sin(\theta_2 + \alpha + \pi) & 0 & -a_6 \sin(\theta_6) & 1 \\ a_5 \cos(\theta_2 + \alpha + \pi) & 0 & a_6 \cos(\theta_6) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_6 \\ \dot{v}_s \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} a_2 \omega_2^2 \cos(\theta_2) + a_3 \omega_3^2 \cos(\theta_3) - a_4 v_4^2 \cos(\theta_4) - a_4 \sin(\theta_4) \dot{v}_4 \\ a_2 \omega_2^2 \sin(\theta_2) + a_3 \omega_3^2 \sin(\theta_3) - a_4 v_4^2 \sin(\theta_4) + a_4 \cos(\theta_4) \dot{v}_4 \\ a_5 \omega_2^2 \cos(\theta_2 + \alpha + \pi) + a_6 \omega_6^2 \cos(\theta_6) \\ a_5 \omega_2^2 \sin(\theta_2 + \alpha + \pi) + a_6 \omega_6^2 \sin(\theta_6) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.45}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_6 \\ \dot{v}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_2 \sin(\theta_2) & -a_3 \sin(\theta_3) & 0 & 0 \\ a_2 \cos(\theta_2) & a_3 \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ -a_5 \sin(\theta_2 + \alpha + \pi) & 0 & -a_6 \sin(\theta_6) & 1 \\ a_5 \cos(\theta_2 + \alpha + \pi) & 0 & a_6 \cos(\theta_6) & 0 \end{bmatrix}^{-1} \quad \text{Ec. 3.46}$$

$$\times \begin{bmatrix} a_2 \omega_2^2 \cos(\theta_2) + a_3 \omega_3^2 \cos(\theta_3) - a_4 v_4^2 \cos(\theta_4) - a_4 \sin(\theta_4) \dot{v}_4 \\ a_2 \omega_2^2 \sin(\theta_2) + a_3 \omega_3^2 \sin(\theta_3) - a_4 v_4^2 \sin(\theta_4) + a_4 \cos(\theta_4) \dot{v}_4 \\ a_5 \omega_2^2 \cos(\theta_2 + \alpha + \pi) + a_6 \omega_6^2 \cos(\theta_6) \\ a_5 \omega_2^2 \sin(\theta_2 + \alpha + \pi) + a_6 \omega_6^2 \sin(\theta_6) \end{bmatrix}$$

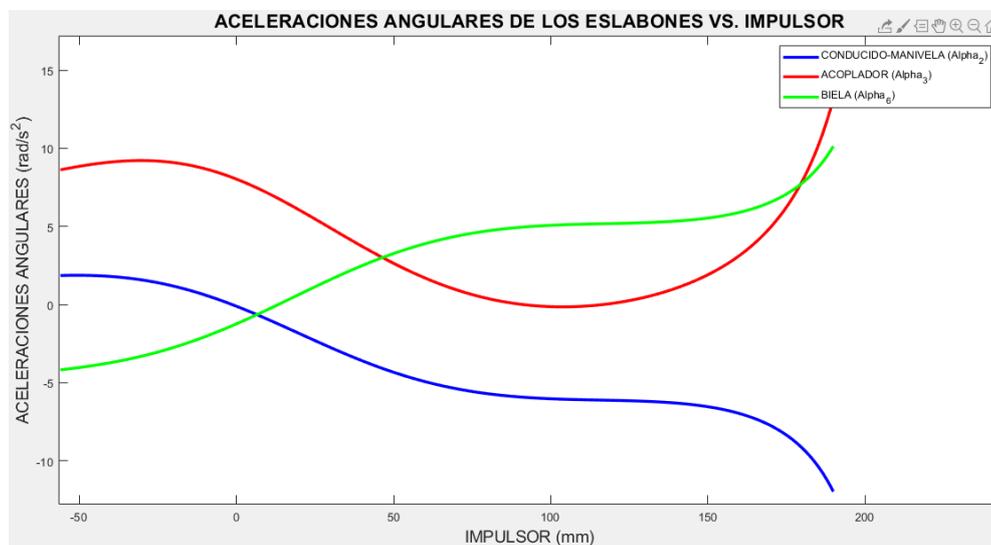
Se puede apreciar nuevamente que la matriz de coeficientes de la ecuación 3.45 es la misma matriz Jacobiana del sistema de ecuaciones no lineales que describe los parámetros de posición del mecanismo. Por lo tanto, si existe solución en el análisis de posición para los diferentes valores del parámetro motriz de entrada, también existirá solución en el análisis de aceleración.

Resolución del análisis de aceleración mediante MATLAB.

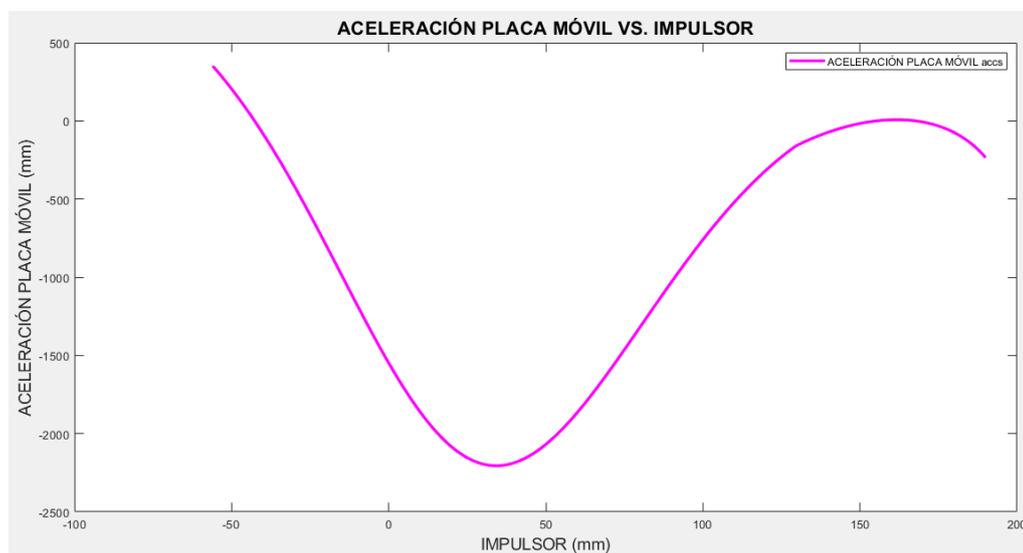
Se ha implementado, en un programa de MATLAB, la resolución del sistema de ecuaciones que describe el análisis de aceleraciones del mecanismo. El parámetro de entrada es la aceleración del eslabón motriz; debido a que en la sección 3.4.3 se analizó el movimiento motriz como rectilíneo uniforme, la aceleración del impulsor toma el valor de cero. La programación del código que implementa el proceso iterativo se muestra en el anexo 4. En el anexo 7 se pueden observar los resultados de aceleración del mecanismo. A partir de estos datos, se obtienen las curvas que describen la aceleración de cada eslabón con respecto al eslabón motriz, estas se muestran a continuación:

Figura 39.

Aceleraciones angulares de los eslabones durante el proceso de cierre del sistema

**Figura 40.**

Aceleración de la placa móvil durante el proceso de cierre del sistema



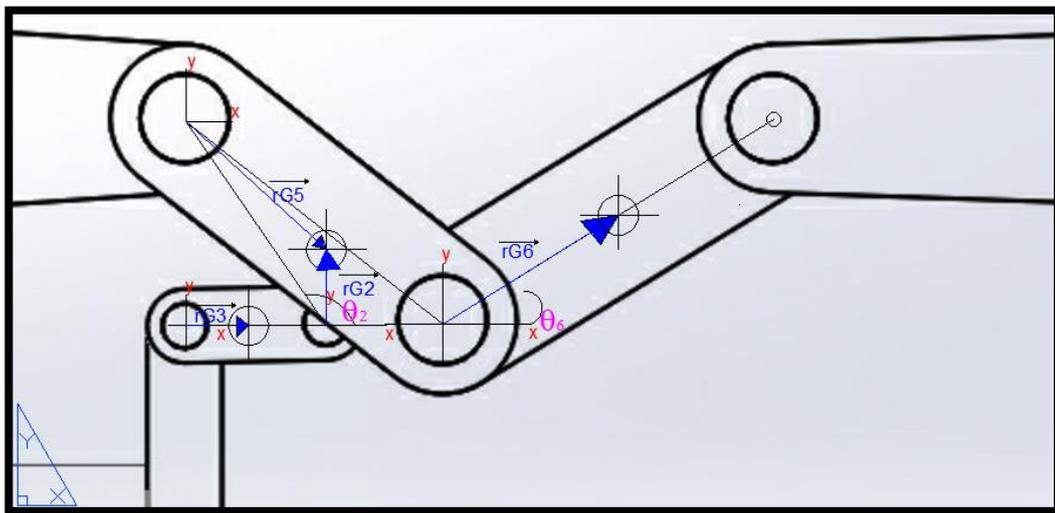
3.5 Metodología para Análisis Cinético del Mecanismo

3.5.1. Aceleraciones de los Centros de Masa de los Eslabones.

Para la resolución de las variables cinéticas del mecanismo es necesario obtener las aceleraciones de los centros de masa de los eslabones. La figura 3.17 muestra los vectores que representan las posiciones de los centros de masa de los eslabones en los cuales se desconoce dichas aceleraciones.

Figura 41.

Vectores de localización de los centros de masa



Las ecuaciones de las aceleraciones de los centros de masa de los eslabones del mecanismo son:

$$\vec{a}_{CG3} = \alpha_3 \times \vec{r}_{G3} - \omega_3^2 \vec{r}_{G3} \quad \text{Ec. 3.47}$$

$$\vec{a}_{CG4} = 0 \quad \text{Ec. 3.48}$$

$$\vec{a}_{CG5} = \alpha_5 \times \vec{r}_{G5} - \omega_5^2 \vec{r}_{G5} \quad \text{Ec. 3.49}$$

$$\vec{a}_{CG6} = 2\vec{a}_{CG5} + \alpha_6 \times \vec{r}_{G6} - \omega_6^2 \vec{r}_{G6} \quad \text{Ec. 3.50}$$

$$\vec{a}_{CGs} = \dot{v}_s \quad \text{Ec. 3.51}$$

Donde:

$$\vec{r}_{G3} = r_{G3x} \hat{i} + r_{G3y} \hat{j} = \frac{a_3}{2} [\cos(\theta_3) \hat{i} + \sin(\theta_3) \hat{j}] \quad \text{Ec. 3.52}$$

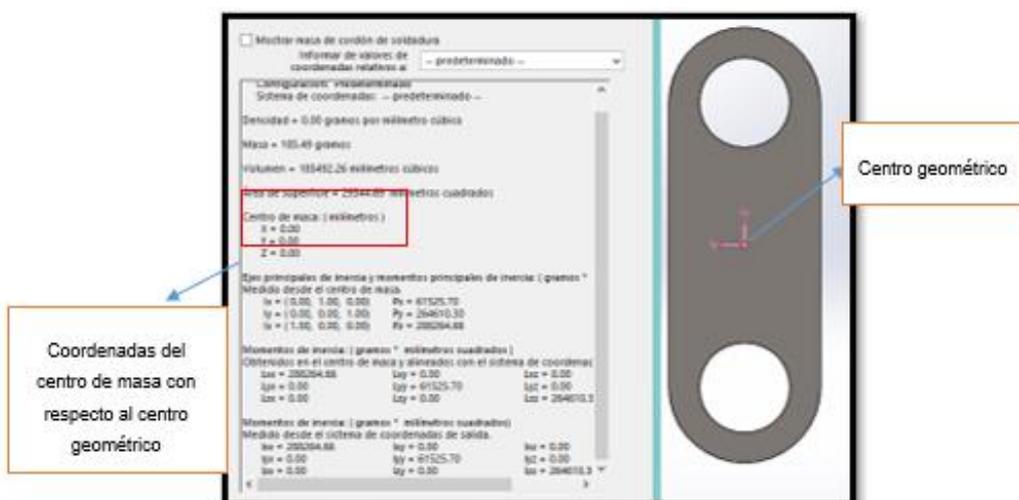
$$\vec{r}_{G5} = r_{G5x} \hat{i} + r_{G5y} \hat{j} = \frac{a_5}{2} [\cos(\theta_5) \hat{i} + \sin(\theta_5) \hat{j}] \quad \text{Ec. 3.53}$$

$$\vec{r}_{G6} = r_{G6x} \hat{i} + r_{G6y} \hat{j} = \frac{a_6}{2} [\cos(\theta_6) \hat{i} + \sin(\theta_6) \hat{j}] \quad \text{Ec. 3.54}$$

Debido a la geometría de los eslabones acoplador y biela, la localización de sus centros de masa es coincidente con la de su centro geométrico o centroide, por lo tanto, las magnitudes de los vectores \vec{r}_{G3} y \vec{r}_{G6} , son $\frac{a_3}{2}$ y $\frac{a_6}{2}$, respectivamente.

Figura 42.

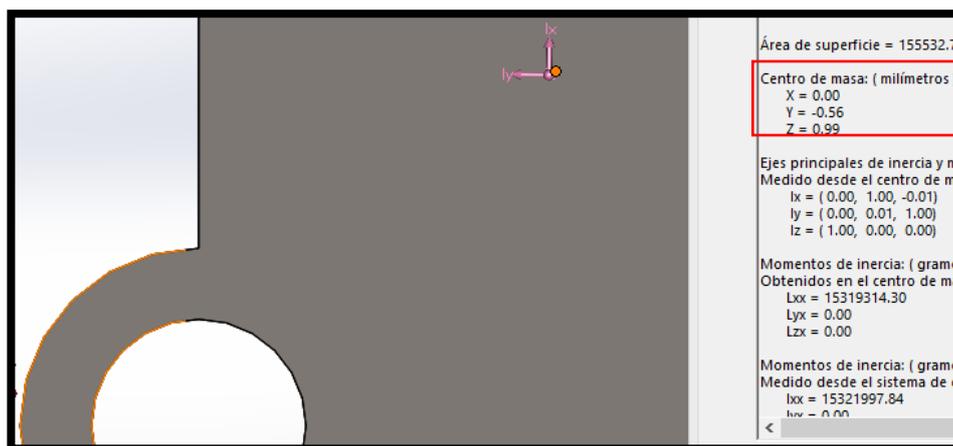
Verificación centro de masa acoplador mediante software



La figura 43 muestra la ubicación del centro de masa del eslabón ternario (manivela), con respecto al centro geométrico de la representación CAD.

Figura 43.

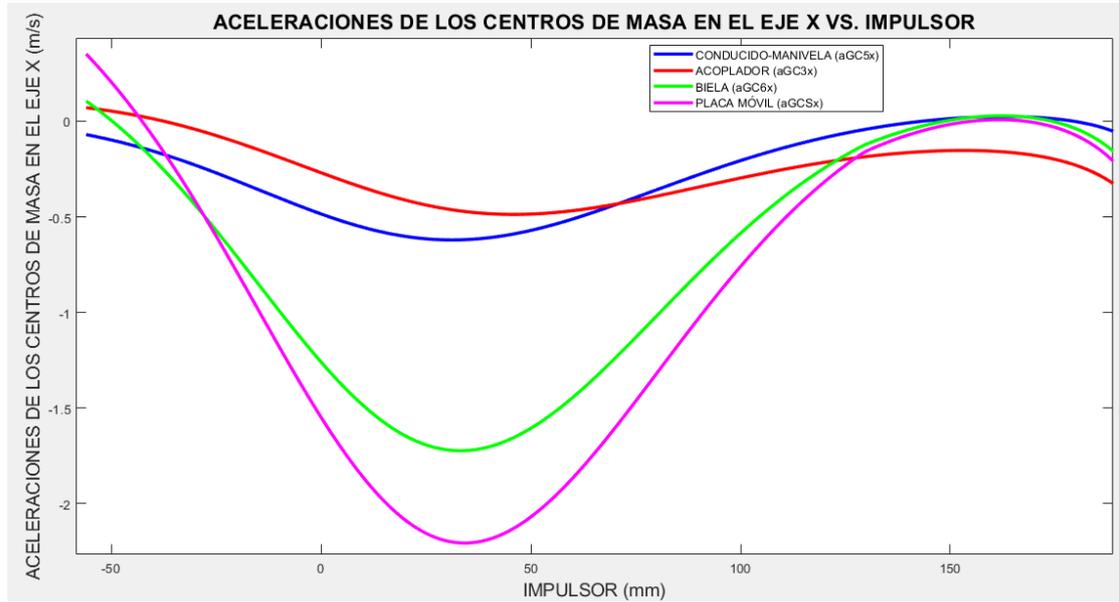
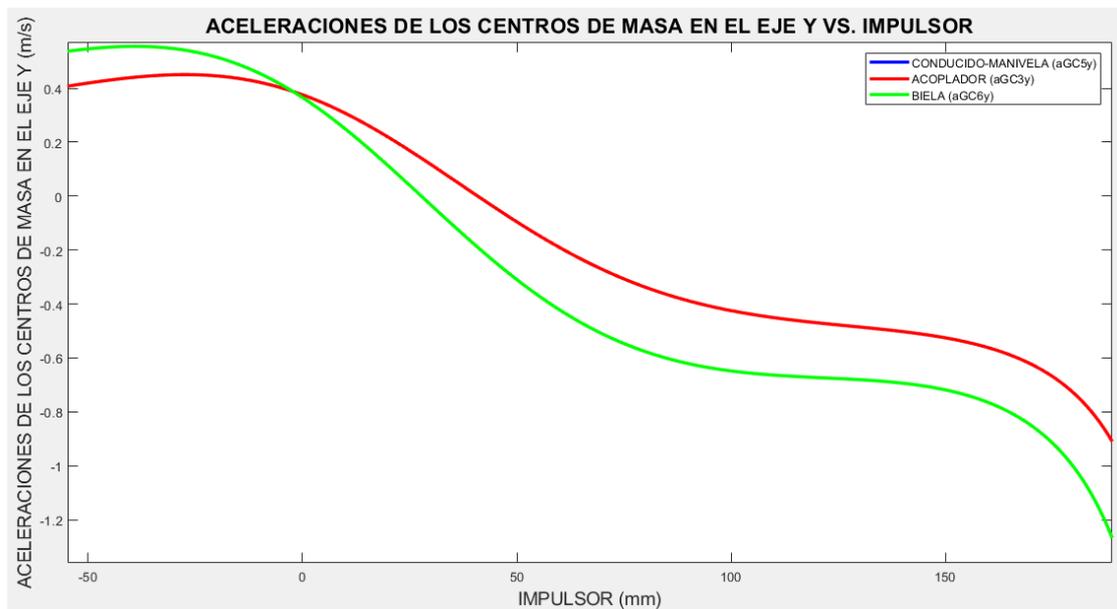
Centro de masa de eslabón ternario



Para una simplificación de cálculo, en este proyecto, se supondrá que el centro de masa es coincidente con el centro geométrico de la representación CAD; por lo tanto, la magnitud de vector \vec{r}_{G5} será $\frac{a_5}{2}$, como resultado, se representa el vector localización del centro de masa en la ecuación 3.53.

Calculó de aceleraciones de centros de masa mediante MATLAB.

Se implementan en el código mostrado en el anexo 4, las ecuaciones obtenidas previamente mediante programación en MATLAB. El anexo 8 muestra los resultados obtenidos de las aceleraciones de centro de masa de los eslabones correspondientes, a partir de estos resultados se pueden obtener las gráficas de aceleraciones de centro de masa correspondientes:

Figura 44.*Centro de masa de eslabón ternario***Figura 45.***Centro de masa de eslabón ternario*

Los resultados muestran que las velocidades de los centros de masa en el eje Y de los eslabones manivela y biela son iguales.

3.5.2. Análisis Dinámico Inverso

El procedimiento que determina las fuerzas de reacción, torques de motores o fuerzas de actuadores en un mecanismo, conociendo de antemano las posiciones, velocidades y aceleraciones de cada eslabón, se conoce como análisis dinámico inverso; los resultados forman los datos iniciales para un análisis de esfuerzos en los eslabones y para la selección de cojinetes a instalar en las juntas revolutas. (Russell, 2019)

Para realizar el análisis dinámico inverso en el mecanismo tratado en este proyecto, es necesario construir las ecuaciones de movimiento a partir de los diagramas de cuerpo libre de los eslabones del mecanismo mostrados en las figuras 44,45,46.

Figura 46.

Diagrama de cuerpo libre eslabón manivela

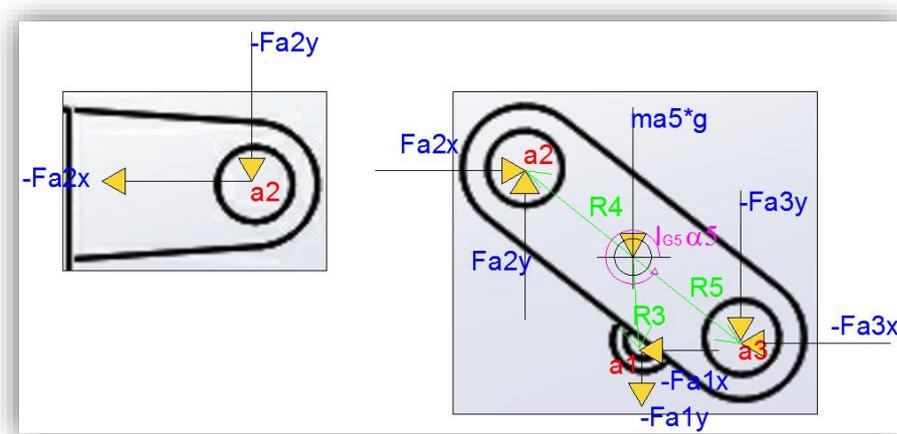


Figura 47.

Diagrama de cuerpo libre de eslabones biela y placa móvil

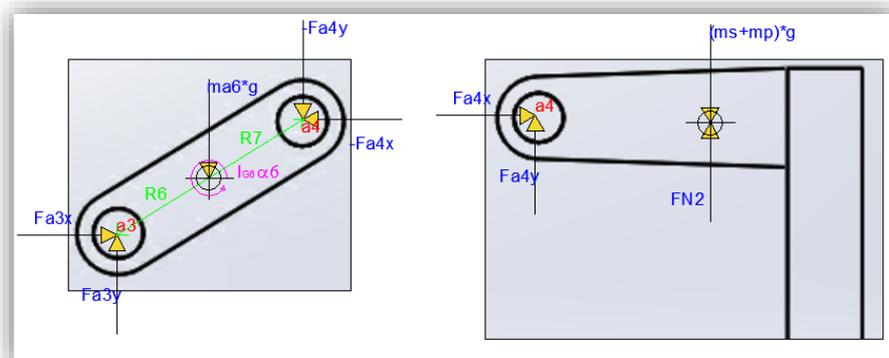
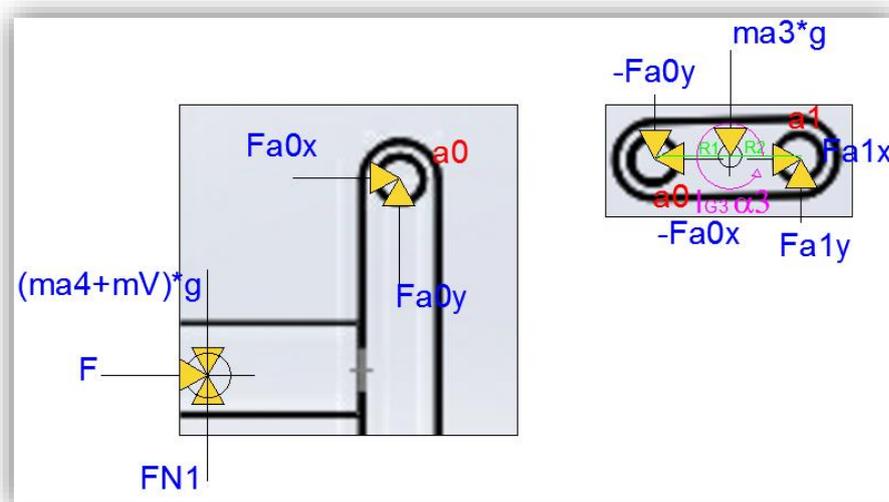


Figura 48.

Diagrama de cuerpo libre de eslabones impulsor y acoplador



Los diagramas de cuerpo libre se realizan aplicando la tercera ley de Newton para representar las reacciones de cada junta cinemática (a_0 , a_1 , a_2 , a_3 y a_4), así como las fuerzas normales respectivas (FN_1 , FN_2).

Es necesario tomar en cuenta las masas de los eslabones, donde:

- ma_3 : Es la masa perteneciente al eslabón acoplador.
- ma_4 : Es la masa perteneciente a la pieza empujador que forma parte del eslabón impulsor.
- ma_5 : Es la masa perteneciente al eslabón ternario (manivela).
- ma_6 : Es la masa perteneciente al eslabón biela.
- mV : Es la masa perteneciente al vástago del cilindro hidráulico que forma parte del eslabón impulsor.
- mS : Es la masa perteneciente al soporte fijo en la placa móvil.
- mP : Es la masa perteneciente a la placa móvil.

El peso de cada eslabón (acción de la gravedad $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$), sus respectivos momentos de inercia y la fuerza F que representa la fuerza que debe aplicar el pistón para lograr mover el mecanismo, también son representados en los diagramas. En este proyecto, se supondrá que los centros de masa de los eslabones impulsor y placa móvil coinciden con las juntas de revolución a_0 y a_4 respectivamente, esto, con el objetivo de simplificar el proceso de solución.

Las ecuaciones de movimiento para cada eslabón se definen de la siguiente manera:

Impulsor:

$$\sum F_x = (m_{a_4} + mV) a_{CG4x} \quad \text{Ec. 3.55}$$

$$F_{a_0x} + F = (m_{a_4} + mV) a_{CG4x} \quad \text{Ec. 3.56}$$

$$\sum F_x = (m_{a_4} + mV) a_{CG4y} \quad \text{Ec. 3.57}$$

$$F_{a0y} - (m_{a4} + mV)g + F_{N1} = 0 \quad \text{Ec. 3.58}$$

$$F_{a0y} + F_{N1} = (m_{a4} + mV)g \quad \text{Ec. 3.59}$$

Acoplador:

$$\sum F_x = m_{a3} \cdot a_{CG3x} \quad \text{Ec. 3.60}$$

$$-F_{a0x} + F_{a1x} = m_{a3} \cdot a_{CG3x} \quad \text{Ec. 3.61}$$

$$\sum F_y = m_{a3} \cdot a_{CG3y} \quad \text{Ec. 3.62}$$

$$-F_{a0y} + F_{a1y} - m_{a3} \cdot g = m_{a3} \cdot a_{CG3y} \quad \text{Ec. 3.63}$$

$$-F_{a0y} + F_{a1y} = m_{a3} \cdot a_{CG3y} + m_{a3} \cdot g \quad \text{Ec. 3.64}$$

$$\sum M = I_{G3} \cdot \alpha_3 \quad \text{Ec. 3.65}$$

$$F_{a0y} \cdot R_{1x} - F_{a0x} \cdot R_{1y} + F_{a1y} \cdot R_{2x} - F_{a1x} \cdot R_{2y} = I_{G3} \cdot \alpha_3 \quad \text{Ec. 3.66}$$

Manivela:

$$\sum F_x = m_{a5} \cdot a_{CG5x} \quad \text{Ec. 3.67}$$

$$F_{a2x} - F_{a3x} - F_{a1x} = m_{a5} \cdot a_{CG5x} \quad \text{Ec. 3.68}$$

$$\sum F_y = m_{a5} \cdot a_{CG5y} \quad \text{Ec. 3.69}$$

$$F_{a2y} - F_{a3y} - F_{a1y} - m_{a5} \cdot g = m_{a5} \cdot a_{CG5y} \quad \text{Ec. 3.70}$$

$$F_{a2y} - F_{a3y} - F_{a1y} = m_{a5} \cdot a_{CG5y} + m_{a5} \cdot g \quad \text{Ec. 3.71}$$

$$\sum M = I_{G5} \cdot \alpha_5 \quad \text{Ec. 3.72}$$

$$-F_{a2y} \cdot R_{4x} - F_{a2x} \cdot R_{4y} - F_{a3y} \cdot R_{5x} - F_{a3x} \cdot R_{5y} - F_{a1y} \cdot R_{3x} - F_{a1x} \cdot R_{3y} = I_{G5} \cdot \alpha_5 \quad \text{Ec. 3.73}$$

Biela:

$$\sum F_x = m_{a6} \cdot a_{CG6x} \quad \text{Ec. 3.74}$$

$$F_{a3x} - F_{a4x} = m_{a6} \cdot a_{CG6x} \quad \text{Ec. 3.75}$$

$$\sum F_y = m_{a6} \cdot a_{CG6y} \quad \text{Ec. 3.76}$$

$$F_{a3y} - F_{a4y} - m_{a6} \cdot g = m_{a6} \cdot a_{CG6y} \quad \text{Ec. 3.77}$$

$$F_{a3y} - F_{a4y} = m_{a6} \cdot a_{CG6y} + m_{a6} \cdot g \quad \text{Ec. 3.78}$$

$$\sum M = I_{G6} \cdot \alpha_6 \quad \text{Ec. 3.79}$$

$$-F_{a3y} \cdot R_{6x} + F_{a3x} \cdot R_{6y} - F_{a4y} \cdot R_{7x} + F_{a4x} \cdot R_{7y} = I_{G6} \cdot \alpha_6 \quad \text{Ec. 3.80}$$

Placa móvil:

$$\sum F_x = (m_s + m_p) \cdot a_{CGsx} \quad \text{Ec. 3.81}$$

$$F_{a4x} = (m_s + m_p) \cdot a_{CGsx} \quad \text{Ec. 3.82}$$

$$\sum F_y = (m_s + m_p) \cdot a_{CGsy} \quad \text{Ec. 3.83}$$

$$F_{a4y} + F_{N2} - (m_s + m_p) \cdot g = 0 \quad \text{Ec. 3.84}$$

$$F_{a4y} + F_{N2} = (m_s + m_p) \cdot g \quad \text{Ec. 3.85}$$

Cabe resaltar que no se representan ecuaciones de movimiento rotacional de los eslabones impulsor y placa móvil debido a la suposición previamente mencionada.

Agrupando y expresando los sistemas de ecuaciones de movimiento en una sola ecuación matricial, se puede obtener, de forma simplificada, la ecuación de Newton-Euler para análisis de sistemas multicuerpo, como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_{7y} & -R_{7x} & R_{6y} & -R_{6x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_{5y} & -R_{5x} & -R_{4y} & -R_{4x} & -R_{3y} & -R_{3x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{2y} & R_{2x} & -R_{1y} & R_{1x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{a4x} \\ F_{a4y} \\ F_{a3x} \\ F_{a3y} \\ F_{a2x} \\ F_{a2y} \\ F_{a1x} \\ F_{a1y} \\ F_{a0x} \\ F_{a0y} \\ F_{N1} \\ F_{N2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (m_s + m_p) \cdot a_{CGsx} \\ (m_s + m_p) \cdot g \\ m_{a6} \cdot a_{CG6x} \\ m_{a6} \cdot a_{CG6y} + m_{a6} \cdot g \\ I_{G6} \cdot \alpha_6 \\ m_{a5} \cdot a_{CG5x} \\ m_{a5} \cdot a_{CG5y} + m_{a5} \cdot g \\ I_{G5} \cdot \alpha_5 \\ m_{a3} \cdot a_{CG3x} \\ m_{a3} \cdot a_{CG3y} + m_{a3} \cdot g \\ I_{G3} \cdot \alpha_3 \\ (m_{a4} + mV) a_{CG4x} - F \\ (m_{a4} + mV)g \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.86}$$

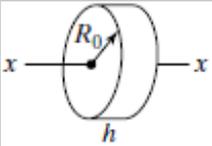
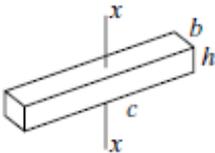
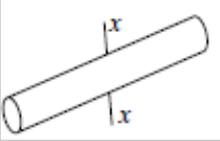
La ecuación 3.86 muestra un sistema lineal de doce incógnitas ($F_{a4x}, F_{a4y}, F_{a3x}, F_{a3y}, F_{a2x}, F_{a2y}, F_{a1x}, F_{a1y}, F_{a0x}, F_{a0y}, F_{N1}, F_{N2}$), y permite realizar el análisis dinámico del sistema.

Resolución del análisis dinámico mediante MATLAB.

Se ha implementado la resolución del sistema de ecuaciones que describe el análisis dinámico del mecanismo mediante programación en MATLAB, como se muestra en el anexo 4. Para automatizar el proceso de resolución, en el código se calculan las masas de los eslabones mediante las fórmulas provistas en la tabla 3, utilizando las dimensiones de los eslabones previamente conocidas.

Tabla 3.

Masa de un sólido a partir de su geometría

Dimensiones del cuerpo	Masa: m en kg, para la densidad de masa γ en kg/m^3
<ul style="list-style-type: none"> • Radio R_0 • Grosor h 	$\gamma \pi R_0^2 h$
<ul style="list-style-type: none"> • Longitud c • Ancho b, Grosor h • $b \ll c$ • $h \ll c$ 	$\gamma b c h$
<ul style="list-style-type: none"> • Radio a, longitud c 	$\gamma \pi a^2 c$

Fuente: (Wilson, 2014).

Para efectos prácticos, se asume que el material de los eslabones es acero estructural de densidad $\gamma = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, dado que este material es de uso general y se encuentra en el software

ANSYS. Los resultados del cálculo de masas se muestran a continuación:

- $m_{a3} = 1.3051 \text{ kg}$
- $m_{a4} = 10.0088 \text{ kg}$
- $m_{a5} = 16.1475 \text{ kg}$
- $m_{a6} = 18.7364 \text{ kg}$
- $m_V = 33.2930 \text{ kg}$

- $mS = 97.4437 \text{ kg}$
- $mP = 298.4963 \text{ kg}$

Los momentos de inercia de los eslabones se obtienen mediante el análisis del modelo CAD en software ANSYS, como se muestra en la figura 47:

Figura 49.

Momentos de inercia obtenidos mediante software

Geometry										
Name	Assignment	Volume (mm ³)	Mass (kg)	Nodes	Elements	Status	Nonlinear Effects	Stiffness Behavior	Mass Moment of Inertia X (kg·mm ²)	Mass M
pasador	Structural Steel	1,2043e+006	9,4552	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	4138,6	1,4344
elebador	Structural Steel	1,8549e+005	1,4561	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	2246,9	481,39
elebador	Structural Steel	1,8549e+005	1,4561	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	2246,9	481,39
elebador	Structural Steel	1,8549e+005	1,4561	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	2246,9	481,39
elebador	Structural Steel	1,8549e+005	1,4561	1	1	Not suppressed	N/A	Rigid	2246,9	481,39
soporte trasero fijo	Structural Steel	1,2412e+007	97,436	1	1	Not suppressed	N/A	Rigid	8,6445e+005	2,3574
soporte trasero fijo	Structural Steel	1,2412e+007	97,436	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	8,6445e+005	2,3574
soporte delantero fijo	Structural Steel	3,8502e+006	30,224	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	1,0773e+005	2,6315
soporte delantero fijo	Structural Steel	3,8502e+006	30,224	1	1	Not suppressed	N/A	Rigid	1,0773e+005	2,6315
rodillera trasera	Structural Steel	2,3969e+006	18,816	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	1,6998e+005	1,6446
rodillera trasera	Structural Steel	2,3969e+006	18,816	1	1	Not suppressed	N/A	Rigid	1,6998e+005	1,6446
rodillera trasera	Structural Steel	2,3969e+006	18,816	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	1,6998e+005	1,6446
rodillera trasera	Structural Steel	2,3969e+006	18,816	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	1,6998e+005	1,6446
rodillera recta	Structural Steel	2,0803e+006	16,33	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	1,1951e+005	25619
rodillera recta	Structural Steel	2,0803e+006	16,33	1	1	Not suppressed	N/A	Rigid	1,1951e+005	25619
rodillera recta	Structural Steel	2,0569e+006	16,147	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	1,1779e+005	24316
rodillera recta	Structural Steel	2,0569e+006	16,147	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	1,1779e+005	24316
rodillera recta	Structural Steel	2,0569e+006	16,147	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	1,1779e+005	24316
rodillera recta	Structural Steel	2,0569e+006	16,147	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	1,1779e+005	24316
patines	Structural Steel	1,1813e+007	92,728	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	1,7472e+007	1,743e
patines	Structural Steel	1,1813e+007	92,728	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	1,7472e+007	1,743e
base delantera	Structural Steel	3,664e+007	287,62	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	9,8874e+006	9,8874
base delantera	Structural Steel	3,664e+007	287,62	1	1	Not suppressed	N/A	Rigid	9,8874e+006	9,8874
empujador	Structural Steel	1,1092e+006	8,7075	1	1	Not suppressed	N/A	Rigid	54557	7126,
cilindro	Structural Steel	2,375e+007	186,44	0	0	Suppressed	N/A	Rigid	1,4872e+007	1,4872
bastaoq	Structural Steel	4,2412e+006	33,293	1	1	Not suppressed	N/A	Rigid	1,8487e+006	1,8487
base trasera	Structural Steel	3,5779e+007	280,86	1	1	Not suppressed	N/A	Rigid	9,9009e+006	9,9012

Nota: Fuente propia

En el anexo 9 se pueden observar los resultados de las diferentes reacciones de las juntas del mecanismo. Utilizando estos datos, se obtienen las curvas que describen el comportamiento dinámico con respecto al movimiento del eslabón impulsor:

Figura 50.

Fuerzas dinámicas de reacción en las juntas (eje X)

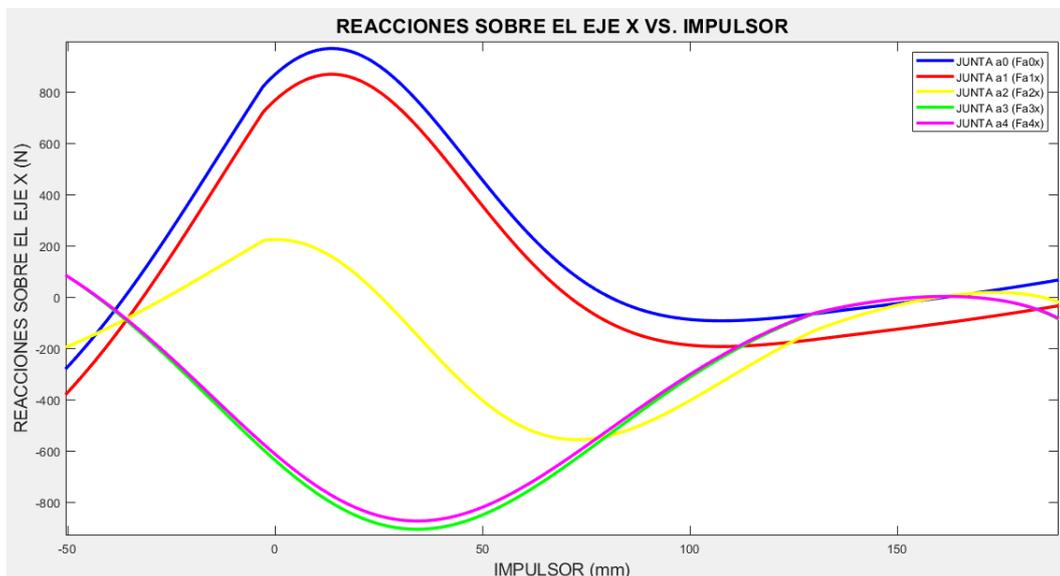
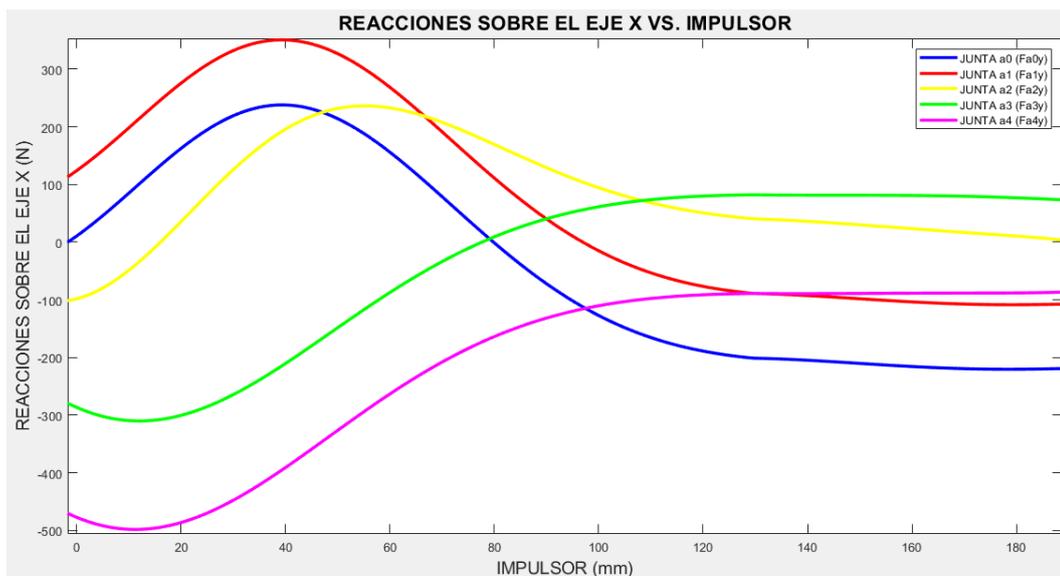


Figura 51.

Fuerzas dinámicas de reacción en las juntas (eje Y)



3.6 Implementación Interfaz Gui

La interfaz GUI (Graphic User Interface) en el programa, permite al usuario ingresar los datos necesarios para el análisis dinámico del mecanismo, ejecutar la metodología, para finalmente mostrar los resultados del comportamiento cinemático y cinético del sistema, a través de un diseño estructurado e intuitivo; La figura 3.28 muestra la composición general de la aplicación como:

- a. **Botón inicio:** Inicia la aplicación en la portada.
- b. **Ingreso de datos:** Ingresa los parámetros iniciales necesarios para efectuar el análisis.
- c. **Esquema:** Muestra el mecanismo y se referencia las juntas cinemáticas.
- d. **Recorrido del impulsor:** Ingresa los rangos positivo y negativo del recorrido del impulsor.
- e. **Selección de análisis:** Selecciona el tipo de análisis que se efectuara en el sistema.
- f. **Tipo de gráficas:** Selecciona entre mostrar los resultados de manera individual o colectiva.
- g. **Verificar:** Verifica los datos ingresados e inicia el programa.
- h. **Graficar:** Grafica el resultado del análisis dependiendo lo elegido en la selección de análisis.
- i. **Comportamiento del sistema:** Muestra el comportamiento del mecanismo mediante la gráfica correspondiente.

j. **Sección análisis:** Muestra los últimos datos obtenidos del analisis cinemático del mecanismo

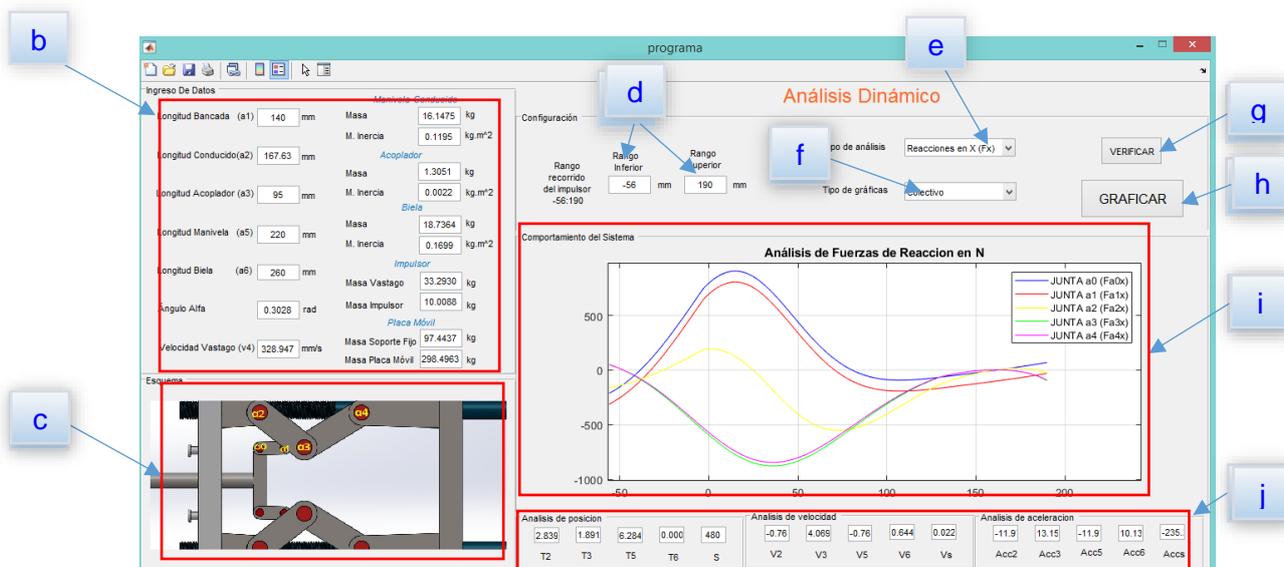
Figura 52.

Fuerzas dinámicas de reacción en las juntas (eje Y)



Figura 53.

Fuerzas dinámicas de reacción en las juntas (eje Y)



CAPÍTULO IV

ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1. Análisis del Mecanismo Mediante Software

Para corroborar los resultados obtenidos del análisis dinámico del mecanismo, utilizando la metodología tratada en este proyecto; se analiza el mecanismo mediante software ANSYS MECHANICAL.

ANSYS MECHANICAL, es un software de análisis por elementos finitos, el cual es utilizado para simular modelos computarizados de estructuras y elementos de máquinas con el fin de analizar fuerzas, tenacidad, elasticidad, distribución térmica, electromagnetismo, flujo de fluidos, entre otros atributos. El software utiliza un ambiente dinámico, el cual contiene un rango completo de herramientas de análisis; desde la preparación de la geometría de los elementos hasta la conexión de físicas adicionales en el modelo (ANSYS Inc., 2014).

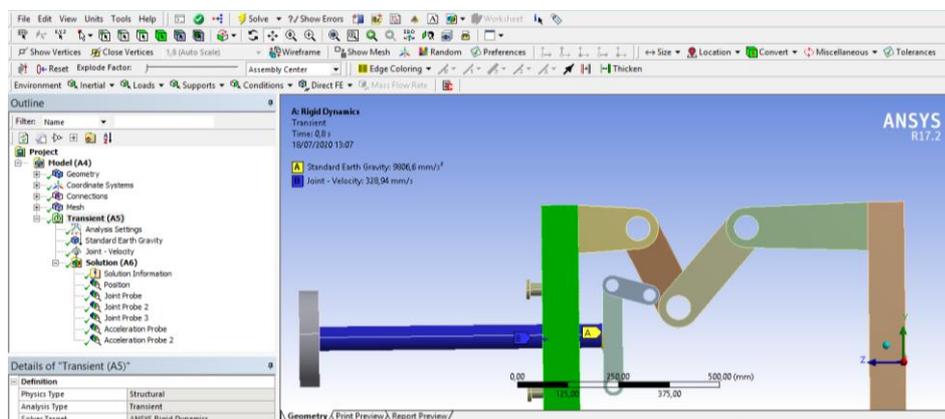
En programas integrados de análisis estructurales y dinámicos de máquinas, como ANSYS, la fase de resolución de los análisis cinemáticos, cinéticos, estáticos, etc, no es apreciable por el usuario, en otras palabras, el usuario no tiene control en el proceso de resolución y no percibe los cálculos que se realizan.

La figura 54. muestra el mecanismo implementado y configurado en el software previamente mencionado.

El análisis del mecanismo se realizó durante 0,8 segundos, con intervalos mínimos de 0,0000001 segundos y máximos de 0,03 segundos, teniendo como variables de entrada los valores de velocidad lineal de impulsor (328,94 metros por segundo) y el predeterminado de ANSYS con respecto al efecto de la gravedad en la tierra (9.806 metros por segundo cuadrado).

Figura 54.

Análisis del mecanismo en ANSYS



4.2. Comparación de Resultados Cinemáticos

4.2.1. Eslabón Acoplador

Las figuras 4.2 y 4.3 muestran los resultados del análisis cinemático del mecanismo, mediante software ANSYS, con respecto a la velocidad y aceleración pertenecientes al eslabón acoplador.

Figura 55.

Velocidad angular acoplador obtenida en ANSYS

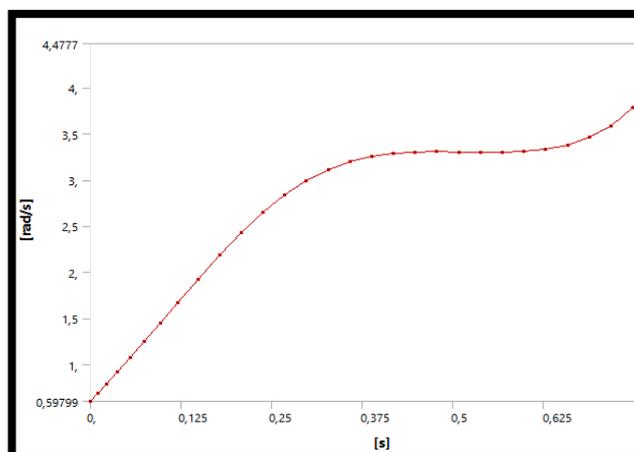
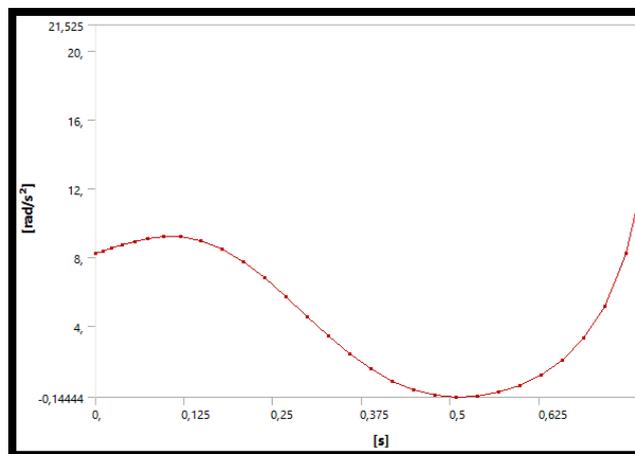


Figura 56.

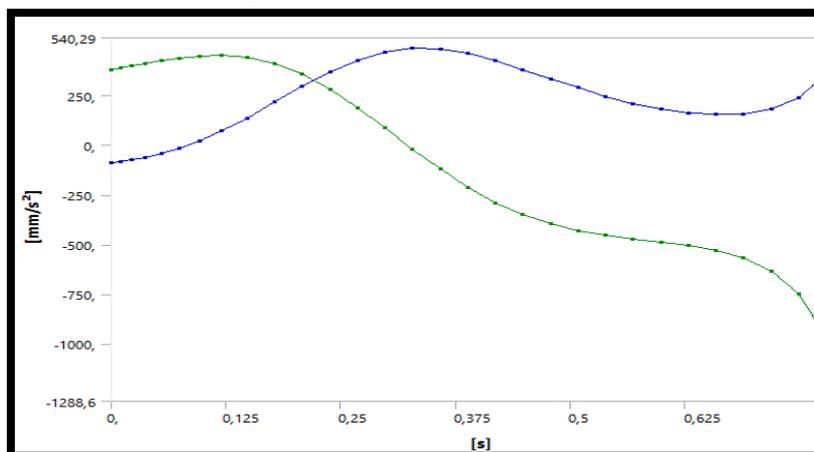
Aceleración angular acoplador obtenida en ANSYS



La figura 56 muestra las aceleraciones de centro de masa pertenecientes al eslabón en los ejes X y Y, gráficas en azul y verde respectivamente.

Figura 57.

Aceleraciones centro de masa acoplador obtenidas en ANSYS



La tabla 4 contiene los datos cinemáticos pertenecientes al eslabón acoplador obtenidos tanto del análisis de software ANSYS, como de la metodología elaborada en el presente

proyecto. Debido a la gran cantidad de datos que arroja la implementación de la metodología, tan solo se comparan aquellos aproximados con los datos exportados de ANSYS.

Tabla 4.

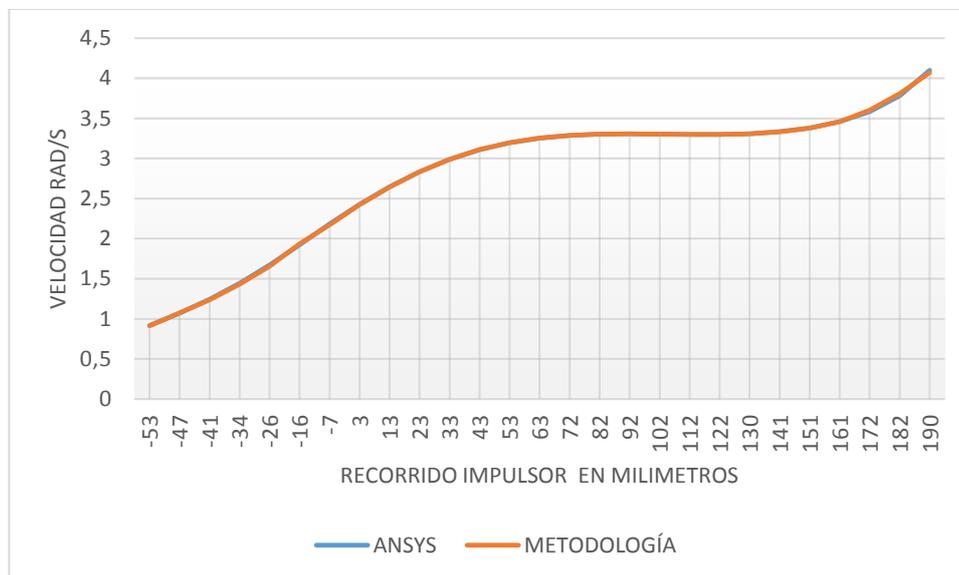
Resultados cinemáticos eslabón acoplador.

Recorrido o impulsor con respecto a la bancada	ω_3 ANSYS $\frac{rad}{s}$	ω_3 Metodología $\frac{rad}{s}$	α_3 ANSYS $\frac{rad}{s^2}$	α_3 Metodología $\frac{rad}{s^2}$	Acc. C.D.M en eje x ANSYS $\frac{m}{s^2}$	Acc. C.D.M en eje x Metodología $\frac{m}{s^2}$	Acc. C.D.M en eje y ANSYS $\frac{m}{s^2}$	Acc. C.D.M en eje y Metodología $\frac{m}{s^2}$
-53	0,91774	0,9125	8,7441	8,7370	-0,0615	-0,0620	0,4127	0,4122
-47	1,0685	1,0738	8,9347	8,9409	-0,0426	-0,0419	0,4257	0,4262
-41	1,2433	1,2384	9,1002	9,0968	-0,0159	-0,0167	0,4382	0,4379
-34	1,4436	1,4332	9,203	9,2005	0,0213	0,0192	0,4477	0,4474
-26	1,67	1,6572	9,187	9,1924	0,0717	0,0686	0,4504	0,4505
-16	1,9205	1,9337	8,9762	8,9591	0,1373	0,1410	0,4400	0,4390
-7	2,1832	2,1733	8,4951	8,5191	0,2159	0,2128	0,4092	0,4109
3	2,4276	2,4217	7,7592	7,7812	0,2957	0,2937	0,3561	0,3577
13	2,6466	2,6442	6,8084	6,8213	0,3689	0,3681	0,2814	0,2824
23	2,8347	2,8349	5,7112	5,7101	0,4283	0,4284	0,1893	0,1891
33	2,9887	2,9907	4,5524	4,5357	0,4683	0,4688	0,0862	0,0847
43	3,1081	3,1110	3,4178	3,3874	0,4863	0,4865	-0,0198	-0,0228
53	3,1947	3,1977	2,3813	2,3416	0,4828	0,4823	-0,1213	-0,1253
63	3,2525	3,2549	1,4966	1,4535	0,4609	0,4593	-0,2123	-0,2169
72	3,2864	3,2856	0,79549	0,8158	0,4255	0,4268	-0,2891	-0,2868
82	3,3021	3,3020	0,29025	0,2985	0,3817	0,3827	-0,3504	-0,3493
92	3,3057	3,3058	-2,03E-02	-0,0188	0,3346	0,3350	-0,3968	-0,3966
102	3,3028	3,3028	-0,14444	-0,1446	0,2883	0,2880	-0,4306	-0,4308
112	3,2988	3,2988	-9,14E-02	-0,0885	0,2460	0,2452	-0,4547	-0,4551
122	3,299	3,2993	0,13485	0,1455	0,2098	0,2087	-0,4726	-0,4731
130	3,3087	3,3064	0,5411	0,4652	0,1813	0,1852	-0,4881	-0,4857
141	3,3336	3,3322	1,1534	1,1236	0,1619	0,1625	-0,5054	-0,5046
151	3,3805	3,3789	2,0301	2,0014	0,1533	0,1534	-0,5296	-0,5288
161	3,4592	3,4578	3,2893	3,2677	0,1582	0,1581	-0,5678	-0,5671
172	3,584	3,6004	5,171	5,4164	0,1822	0,1862	-0,6320	-0,6409
182	3,7807	3,8095	8,2013	8,6636	0,2378	0,2472	-0,7458	-0,7638
190	4,1002	4,0698	13,717	13,1519	0,3576	0,3448	-0,9666	-0,9436

Las figuras 57, 58, 59 y 60 muestran la comparación entre las curvas de comportamiento cinemático del eslabón acoplador de acuerdo con los datos presentes en la tabla 4.

Figura 57.

Comparación velocidad angular acoplador ANSYS vs Metodología

**Figura 58.**

Comparación aceleración angular acoplador ANSYS vs Metodología

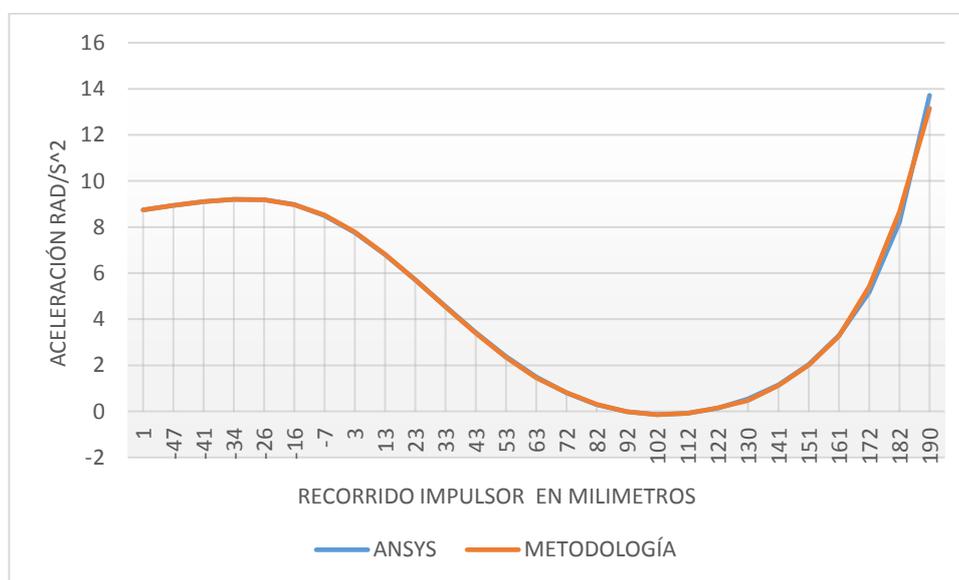
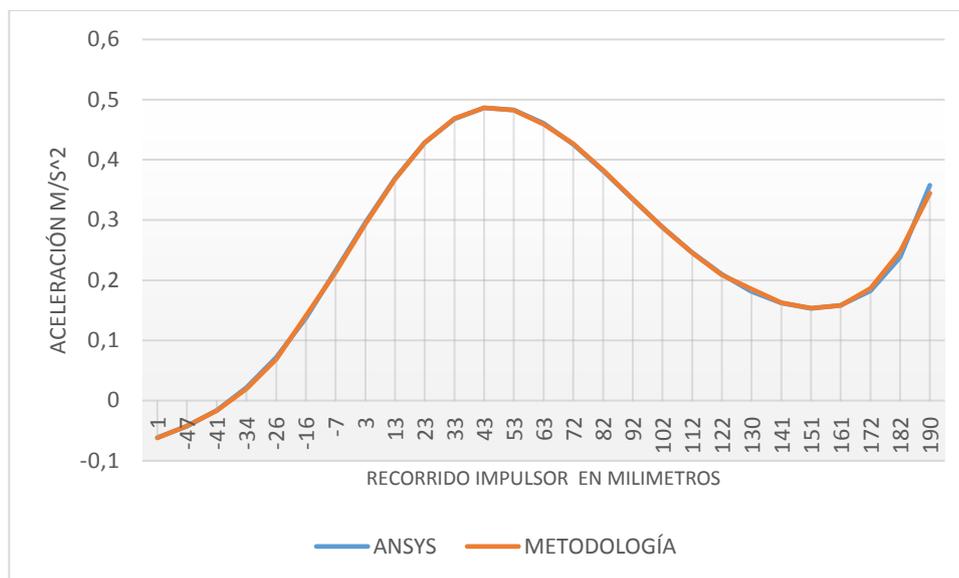
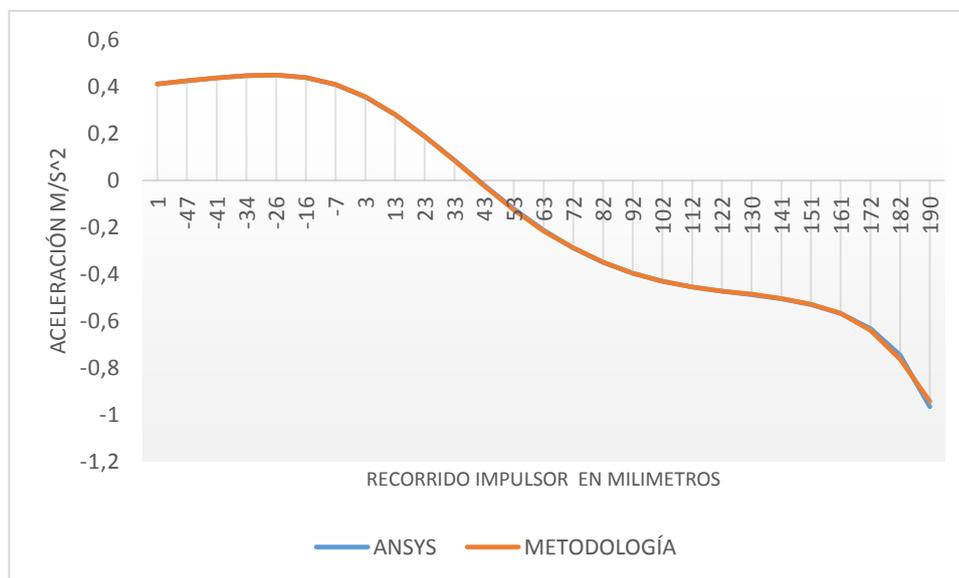


Figura 59.

Comparación aceleración en eje X del centro de masa acoplador ANSYS vs Metodología

**Figura 60.**

Comparación aceleración en eje Y del centro de masa acoplador ANSYS vs Metodología



El estudio de comparación se completa al obtener el error relativo porcentual entre los valores simulados mediante ANSYS y los valores obtenidos de la metodología implementada además de su respectiva desviación estándar, utilizando las siguientes fórmulas:

$$E_{\%} = \left(\frac{|V_{\text{ansys}} - V_{\text{metodología}}|}{V_{\text{ansys}}} \right) * 100\% \quad \text{Ec. 4.1}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (E_{\%} - E_{\% \text{promedio}})^2}{n - 1}} \quad \text{Ec. 4.2}$$

La desviación estándar, representada en la ecuación 4.2, representa que tan dispersos están los datos con respecto a su valor promedio.

A continuación, se presentan los resultados de los errores relativos, el error relativo promedio y la desviación estándar para cada una de las variables cinemáticas del eslabón:

Tabla 5.

Errores relativos del análisis cinemático en eslabón acoplador con respecto a software ANSYS.

Recorrido impulsor	ω_3 %	α_3 %	Acc. C.D.M en eje x %	Acc. C.D.M en eje y %
-53	0,5710	0,0812	0,8130	0,1212
-47	0,4960	0,0694	1,6432	0,1175
-41	0,3941	0,0374	5,0314	0,0685
-34	0,7204	0,0272	9,8592	0,0670
-26	0,7665	0,0588	4,3236	0,0222
-16	0,6873	0,1905	2,6948	0,2273
-7	0,4535	0,2825	1,4358	0,4154
3	0,2430	0,2835	0,6764	0,4493
13	0,0907	0,1895	0,2169	0,3554
23	0,0071	0,0193	0,0233	0,1057
33	0,0669	0,3668	0,1068	1,7401
43	0,0933	0,8895	0,0411	15,1515
53	0,0939	1,6672	0,1036	3,2976
63	0,0738	2,8799	0,3471	2,1667
72	0,0243	2,5531	0,3055	0,7956
82	0,0030	2,8424	0,2620	0,3139
92	0,0030	7,3892	0,1195	0,0504
102	0,0000	0,1108	0,1041	0,0464
112	0,0000	3,1729	0,3252	0,0880
122	0,0091	7,8977	0,5243	0,1058
130	0,0695	14,0270	2,1511	0,4917
141	0,0420	2,5837	0,3706	0,1583
151	0,0473	1,4137	0,0652	0,1511
161	0,0405	0,6567	0,0632	0,1233
172	0,4576	4,7457	2,1954	1,4082
182	0,7618	5,6369	3,9529	2,4135

CONTINÚA 

190	0,7414	4,1197	3,5794	2,3795
Error Prom %	0,2577	2,3775	1,53	1,21
Desv.Estandar %	0,2885	3,2723	2,2348	2,9311

Se puede observar que ningún error relativo promedio supera el 5 %, se puede asumir que el comportamiento cinemático perteneciente al eslabón acoplador es prácticamente igual en ambos análisis.

4.2.2. Eslabón Manivela

Las figuras 60 y 61 muestran los resultados del análisis cinemático del mecanismo, mediante software ANSYS, con respecto a la velocidad y aceleración pertenecientes al eslabón manivela.

Figura 60.

Velocidad angular manivela obtenida en ANSYS

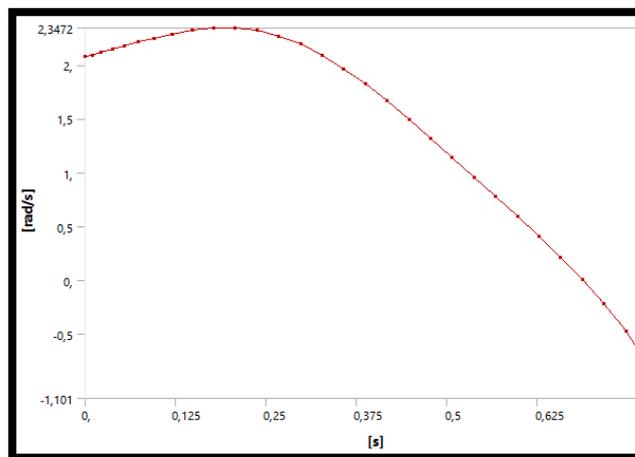
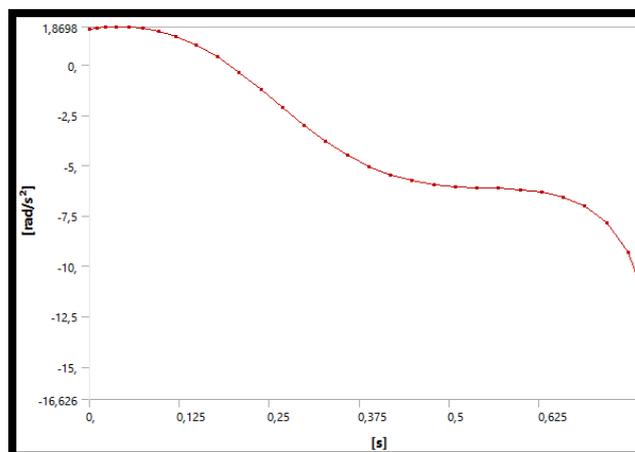


Figura 61.

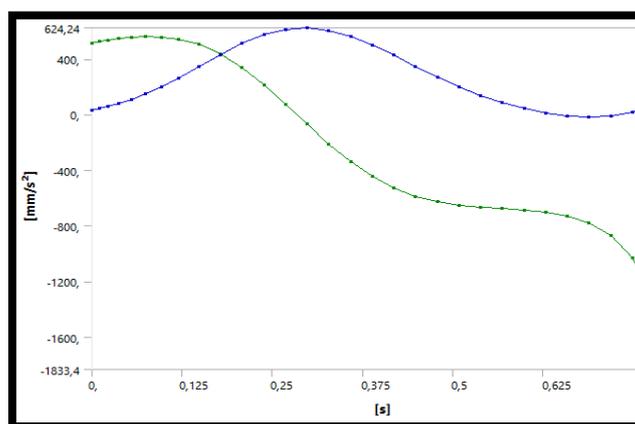
Aceleración angular manivela obtenida en ANSYS



La figura 62 muestra las aceleraciones de centro de masa pertenecientes al eslabón en los ejes X y Y, gráficas en azul y verde respectivamente.

Figura 62.

Aceleraciones centro de masa manivela obtenidas en ANSYS



La tabla 6 contiene los datos cinemáticos pertenecientes al eslabón manivela obtenidos tanto del análisis de software ANSYS, como de la metodología elaborada en el presente

proyecto. Debido a la gran cantidad de datos que arroja la implementación de la metodología, tan solo se comparan aquellos aproximados con los datos exportados de ANSYS.

Tabla 6.

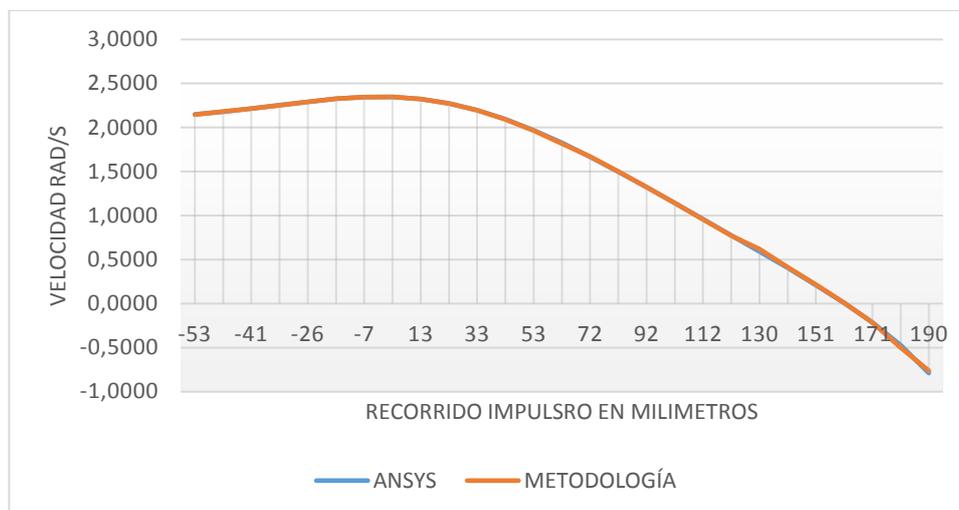
Resultados cinemáticos eslabón manivela.

Recorrido impulsor con respecto a la bancada	ω_5 ANSYS $\frac{rad}{s}$	ω_5 Metodología $\frac{rad}{s}$	α_5 ANSYS $\frac{rad}{s^2}$	α_5 Metodología $\frac{rad}{s^2}$	Acc. C.D.M en eje x ANSYS $\frac{m}{s^2}$	Acc. C.D.M en eje x Metodología $\frac{m}{s^2}$	Acc. C.D.M en eje y ANSYS $\frac{m}{s^2}$	Acc. C.D.M en eje y Metodología $\frac{m}{s^2}$
-53	2,1480	2,1469	1,8698	1,8693	0,0802	0,0836	0,5446	0,5407
-47	2,1799	2,1810	1,8645	1,8637	0,1089	0,1088	0,5538	0,5490
-41	2,2156	2,2146	1,8082	1,8107	0,1474	0,1504	0,5593	0,5551
-34	2,2538	2,2519	1,6720	1,6812	0,1981	0,1991	0,5571	0,5529
-26	2,2920	2,2900	1,4176	1,4352	0,2627	0,2622	0,5412	0,5375
-16	2,3256	2,3271	0,9987	0,9723	0,3416	0,3397	0,5031	0,5004
-7	2,3467	2,3463	0,3845	0,4112	0,4290	0,4273	0,4341	0,4314
3	2,3472	2,3475	-0,3715	-0,3508	0,5094	0,5079	0,3365	0,3332
13	2,3234	2,3239	-1,2265	-1,2158	0,5733	0,5717	0,2143	0,2098
23	2,2732	2,2732	-2,1239	-2,1251	0,6131	0,6107	0,0752	0,0693
33	2,1962	2,1949	-3,0029	-3,0154	0,6242	0,6204	-0,0702	-0,0774
43	2,0938	2,0906	-3,8085	-3,8296	0,6064	0,6006	-0,2110	-0,2189
53	1,9688	1,9633	-4,5002	-4,5261	0,5632	0,5551	-0,3378	-0,3457
63	1,8251	1,8168	-5,0561	-5,0827	0,5008	0,4905	-0,4443	-0,4515
72	1,6668	1,6723	-5,4724	-5,4609	0,4267	0,4225	-0,5277	-0,5263
82	1,4981	1,5015	-5,7601	-5,7557	0,3480	0,3427	-0,5883	-0,5873
92	1,3223	1,3235	-5,9411	-5,9404	0,2708	0,2644	-0,6289	-0,6279
102	1,1424	1,1412	-6,0433	-6,0441	0,1994	0,1922	-0,6538	-0,6524
112	0,9602	0,9565	-6,0981	-6,0992	0,1367	0,1290	-0,6681	-0,6660
122	0,7766	0,7705	-6,1389	-6,1408	0,0842	0,0810	-0,6768	-0,6736
131	0,5916	0,6206	-6,2019	-6,1893	0,0423	0,0381	-0,6855	-0,6818
141	0,4039	0,4117	-6,3295	-6,3226	0,0112	0,0011	-0,7000	-0,6998
151	0,2107	0,2161	-6,5778	-6,5689	-0,0089	-0,0148	-0,7272	-0,7224
161	0,0072	0,0102	-7,0328	-7,0245	-0,0173	-0,0239	-0,7774	-0,7723
172	-0,2149	-0,2146	-7,8473	-7,8465	-0,0115	-0,0191	-0,8676	-0,8629
182	-0,4703	-0,5025	-9,3365	-9,3619	0,0151	0,0065	-1,0325	-1,0301
190	-0,7891	-0,7616	-12,2810	-11,9721	0,0819	0,0627	-1,3571	-1,3170

Las figuras 63, 64, 65 y 66 muestran la comparación entre las curvas de comportamiento cinemático del eslabón manivela de acuerdo con los datos presentes en la tabla 6.

Figura 63.

Comparación velocidad angular manivela ANSYS vs Metodología

**Figura 64.**

Comparación aceleración angular manivela ANSYS vs Metodología

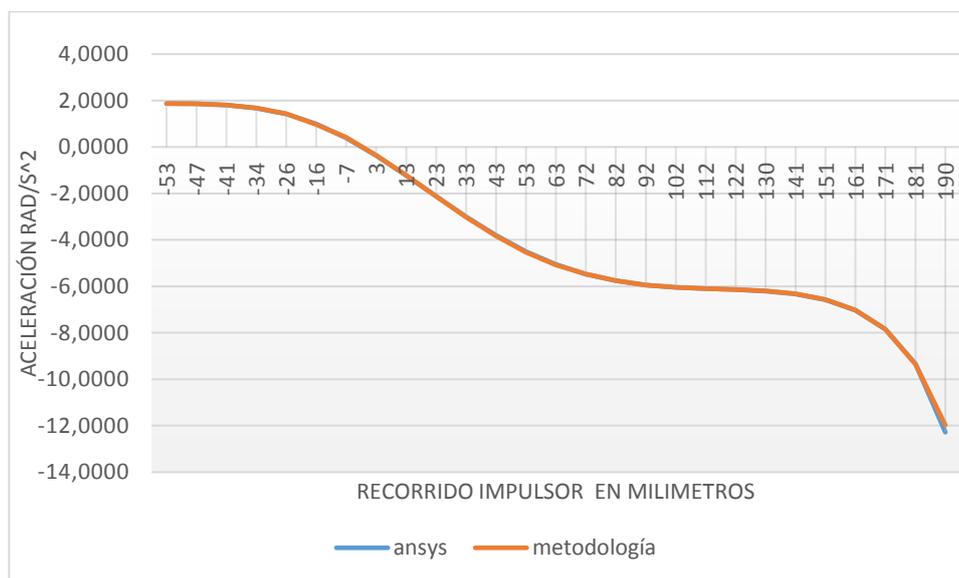
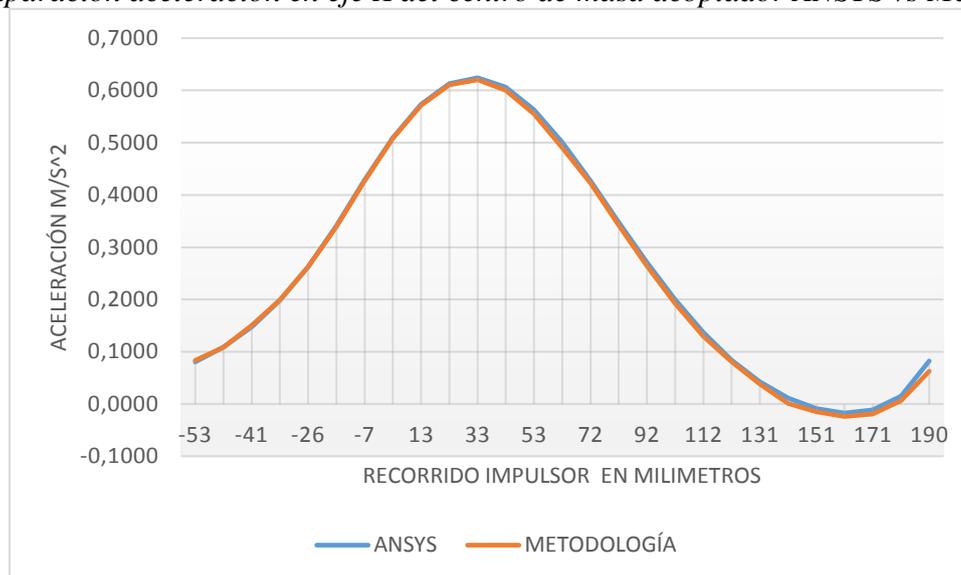
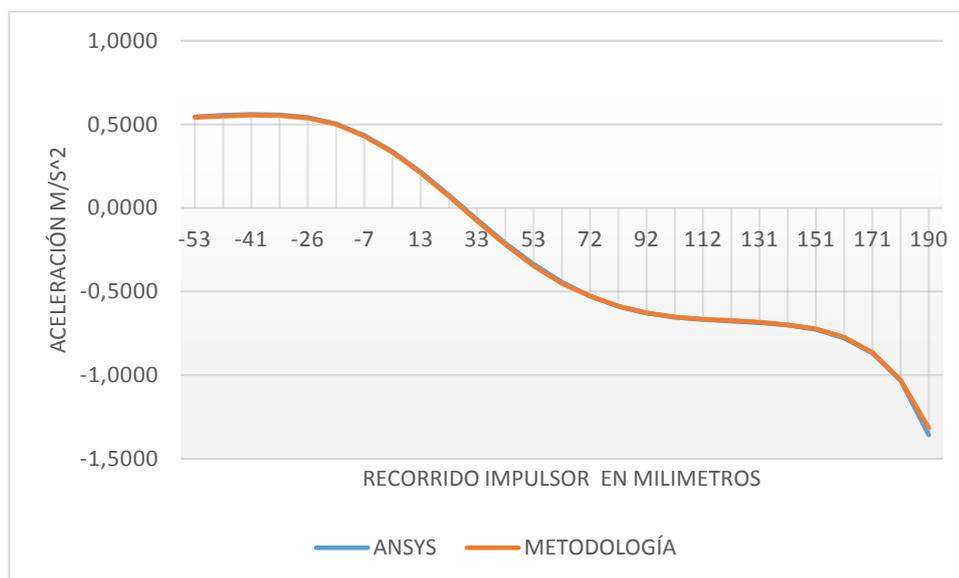


Figura 65.

Comparación aceleración en eje X del centro de masa acoplador ANSYS vs Metodología

**Figura 66.**

Comparación aceleración en eje Y del centro de masa acoplador ANSYS vs Metodología



A continuación, se presentan los resultados con respecto al análisis de errores relativos para cada una de las variables cinemáticas del eslabón:

Tabla 7.

Errores relativos del análisis cinemático en eslabón manivela con respecto a software

ANSYS.

Recorrido impulsor	ω_5 %	α_5 %	Acc. C.D.M en eje x %	Acc. C.D.M en eje y %
-53	0,0499	0,0266	4,2657	0,7077
-47	0,0523	0,0420	0,1329	0,8720
-41	0,0439	0,1357	2,0209	0,7493
-34	0,0836	0,5486	0,5398	0,7489
-26	0,0859	1,2409	0,1715	0,6798
-16	0,0630	2,6451	0,5534	0,5411
-7	0,0175	6,9504	0,3905	0,6267
3	0,0142	5,5693	0,2957	0,9929
13	0,0220	0,8745	0,2931	2,0986
23	0,0017	0,0574	0,3975	7,8590
33	0,0592	0,4160	0,6192	10,246
43	0,1527	0,5551	0,9642	3,7739
53	0,2815	0,5765	1,4366	2,3637
63	0,4527	0,5251	2,0514	1,6235
72	0,3325	0,2105	0,9828	0,2526
82	0,2295	0,0758	1,5310	0,1604
92	0,0917	0,0112	2,3541	0,1665
102	0,1066	0,0127	3,5956	0,2237
112	0,3808	0,0188	5,6185	0,3010
122	0,7922	0,0302	3,7006	0,4744
131	4,8975	0,2026	9,9284	0,5354
141	1,9352	0,1089	90,4761	0,0271
151	2,6031	0,1355	66,3621	0,6565
161	42,4388	0,1179	38,4994	0,6502
171	0,1120	0,0098	65,1750	0,5345
182	6,8576	0,2719	56,7869	0,2341
190	3,4837	2,5153	23,5432	2,9559
Error Prom %	2,4311	0,8845	14,173	1,5206
Desv.Estandar %	8,1722	1,7035	25,473	2,373

La desviación estándar de la velocidad angular en el eslabón manivela muestra un valor considerablemente grande con respecto al error promedio, por lo que se deduce que existe uno o varios datos en el análisis que no corresponden al comportamiento que presenta el sistema y, por lo tanto, distorsionan el valor final del error promedio. Es fácil identificar, en la tabla 7, la divergencia presente en la velocidad angular del eslabón, la misma se encuentra a 161 mm

referentes al recorrido del impulsor y muestra un error relativo al 42,44% en ese punto en específico.

Se realiza la misma observación en el análisis de aceleración de centro de masa en el eje X, esta vez, la divergencia comienza a 141 mm referentes al recorrido del impulsor muestra un error relativo al 90,47% en ese punto en específico. Aun así, el error promedio de la aceleración de centro de masa en el eje X es menor al 15%.

4.2.3. *Eslabón Biela*

Las figuras 68 y 69 muestran los resultados del análisis cinemático del mecanismo, mediante software ANSYS, con respecto a la velocidad y aceleración pertenecientes al eslabón biela.

Figura 68.

Velocidad angular biela obtenida en ANSYS

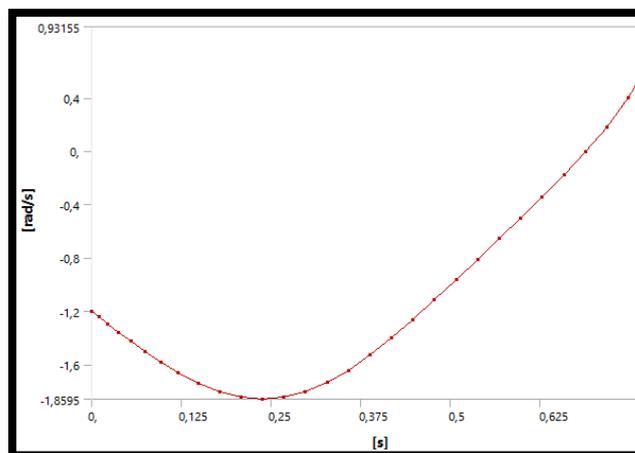
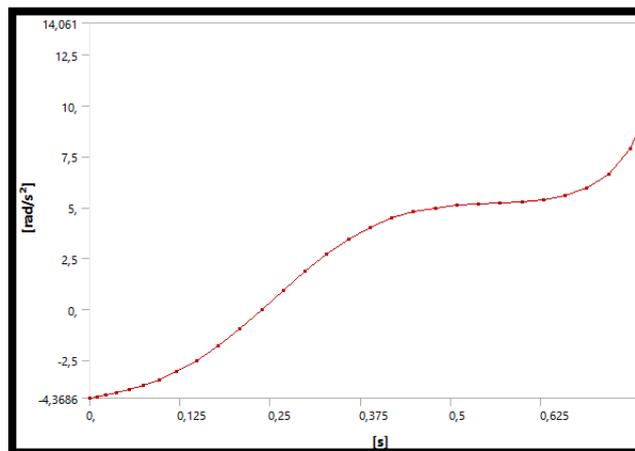


Figura 69.

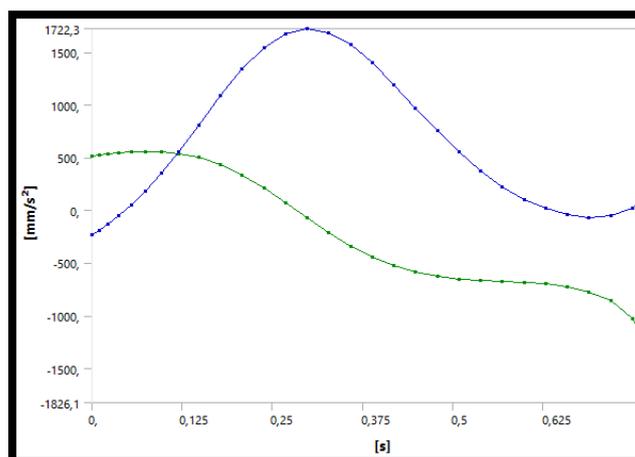
Aceleración angular biela obtenida en ANSYS



Las figuras 70 muestra las aceleraciones de centro de masa pertenecientes al eslabón en los ejes X y Y, gráficas en azul y verde respectivamente.

Figura 70.

Aceleraciones centro de masa biela obtenidas en ANSYS



La tabla 8 contiene los datos cinemáticos pertenecientes al eslabón biela, obtenidos tanto del análisis de software ANSYS, como de la metodología elaborada en el presente proyecto.

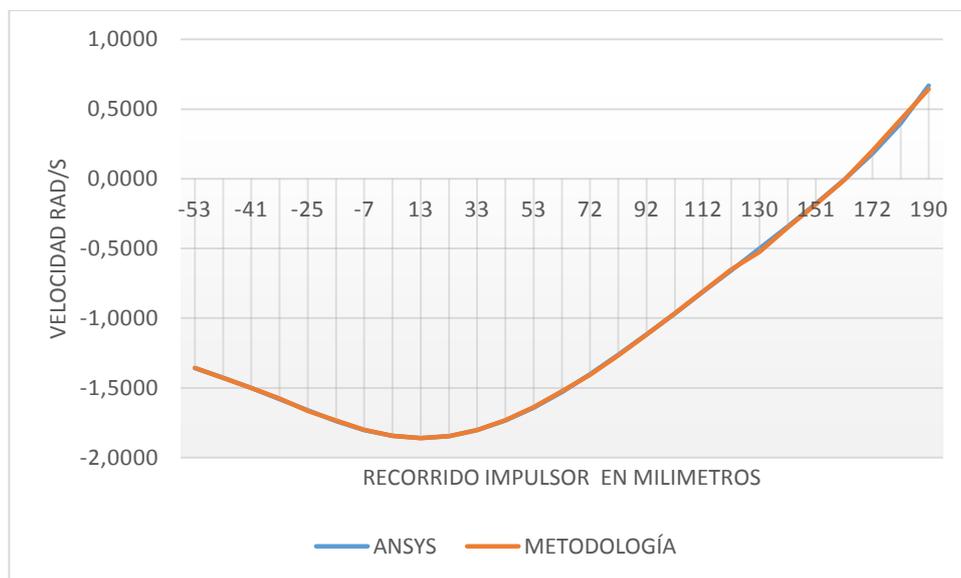
Tabla 8.*Resultados cinemáticos eslabón biela.*

Recorrido o impulsor con respecto a la bancada	ω_6 ANSYS $\frac{rad}{s}$	ω_6 Metodología $\frac{rad}{s}$	α_6 ANSYS $\frac{rad}{s^2}$	α_6 Metodología $\frac{rad}{s^2}$	Acc. C.D.M en eje x ANSYS $\frac{m}{s^2}$	Acc. C.D.M en eje x Metodología $\frac{m}{s^2}$	Acc. C.D.M en eje y ANSYS $\frac{m}{s^2}$	Acc. C.D.M en eje y Metodología $\frac{m}{s^2}$
-53	-1,3584	-1,3559	-4,1029	-4,1086	-0,0529	-0,0565	0,5412	-0,0529
-47	-1,4271	-1,4294	-3,9519	-3,9470	0,0488	0,0523	0,5501	0,0488
-41	-1,5017	-1,4997	-3,7474	-3,7543	0,1801	0,1760	0,5553	0,1801
-34	-1,5807	-1,5767	-3,4648	-3,4816	0,3476	0,3383	0,5526	0,3476
-26	-1,6613	-1,6662	-3,0702	-3,0413	0,5568	0,5712	0,5363	0,5568
-16	-1,7385	-1,7345	-2,5213	-2,5561	0,8080	0,7934	0,4976	0,8080
-7	-1,8035	-1,8014	-1,793	-1,8241	1,0844	1,0739	0,4282	1,0844
3	-1,8449	-1,8441	-0,94632	-0,9694	1,3384	1,3325	0,3304	1,3384
13	-1,8595	-1,8595	-1,87E-02	-0,0305	1,5429	1,5409	0,2081	1,5429
23	-1,8457	-1,8457	0,93758	0,9386	1,6752	1,6754	0,0694	1,6752
33	-1,8035	-1,8027	1,865	1,8779	1,7223	1,7225	-0,0754	1,7223
43	-1,7346	-1,7324	2,7112	2,7332	1,6833	1,6813	-0,2153	1,6833
53	-1,6421	-1,6378	3,4374	3,4645	1,5687	1,5628	-0,3411	1,5687
63	-1,5298	-1,5232	4,0226	4,0505	1,3968	1,3865	-0,4465	1,3968
72	-1,4021	-1,4066	4,4639	4,4515	1,1896	1,1971	-0,5289	1,1896
82	-1,2633	-1,2662	4,7726	4,7678	0,9681	0,9728	-0,5885	0,9681
92	-1,1169	-1,1179	4,9708	4,9699	0,7500	0,7516	-0,6282	0,7500
102	-0,9659	-0,9649	5,086	5,0868	0,5480	0,5469	-0,6524	0,5480
112	-0,8123	-0,8092	5,1491	5,1502	0,3703	0,3672	-0,6660	0,3703
122	-0,6571	-0,6519	5,1918	5,1935	0,2213	0,2170	-0,6742	0,2213
131	-0,5006	-0,5251	5,2481	5,2375	0,1026	0,1200	-0,6825	0,1026
141	-0,3417	-0,3483	5,3562	5,3541	0,0143	0,0386	-0,6966	0,0143
151	-0,1782	-0,1829	5,5655	5,5596	-0,0433	-0,0083	-0,7236	-0,0433
161	-0,0061	-0,0086	5,95	5,9430	-0,0684	-0,0276	-0,7734	-0,0684
172	0,1818	0,2020	6,6396	6,7391	-0,0544	-0,0095	-0,8632	-0,0544
182	0,3979	0,4252	7,9007	8,1077	0,0170	0,0595	-1,0276	0,0170
190	0,6677	0,6445	-12,2810	-11,9721	0,1981	0,1803	-1,3512	0,1981

Las figuras 71, 72, 73 y 74 muestran la comparación entre las curvas de comportamiento cinemático del eslabón biela de acuerdo con los datos presentes en la tabla 8.

Figura 71.

Comparación velocidad angular biela ANSYS vs Metodología

**Figura 72.**

Comparación aceleración angular biela ANSYS vs Metodología

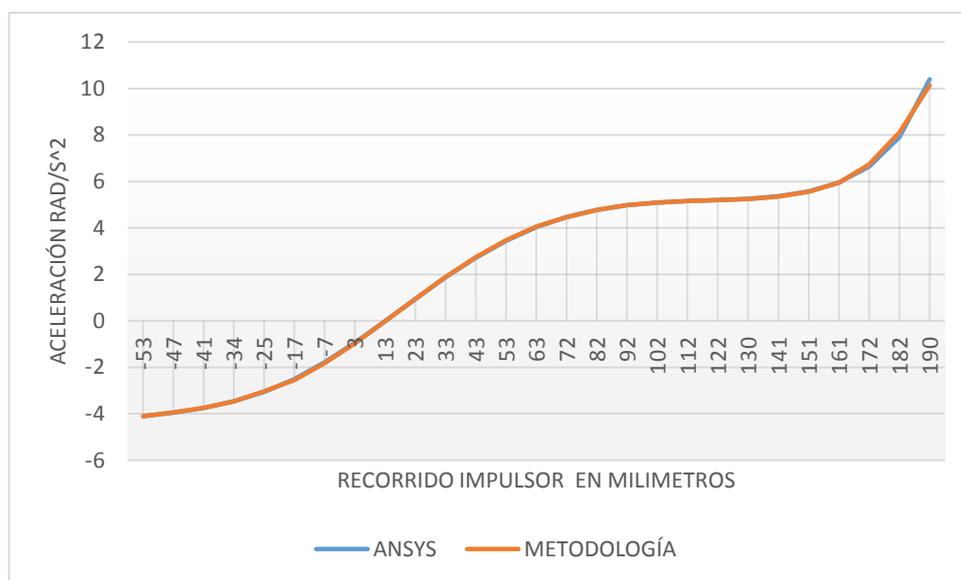
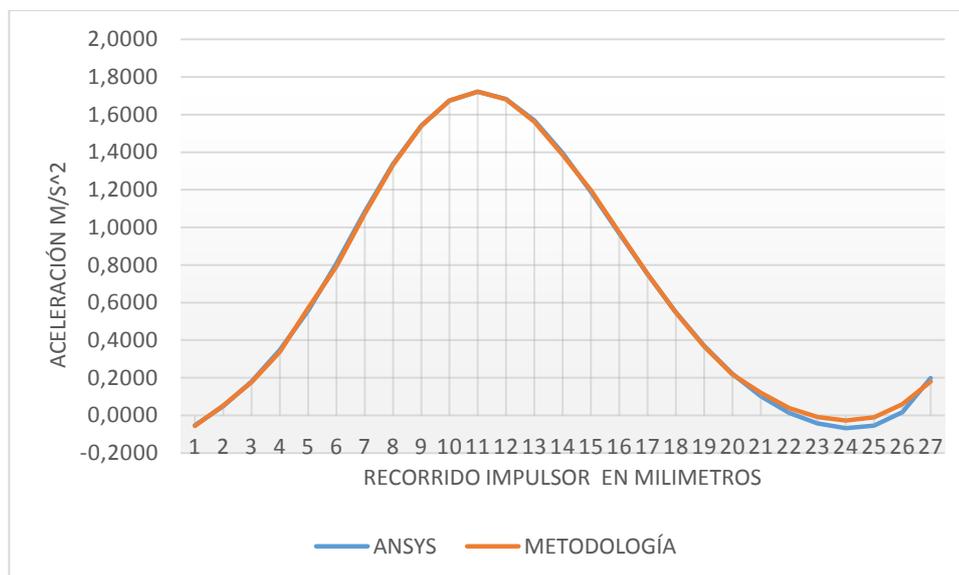
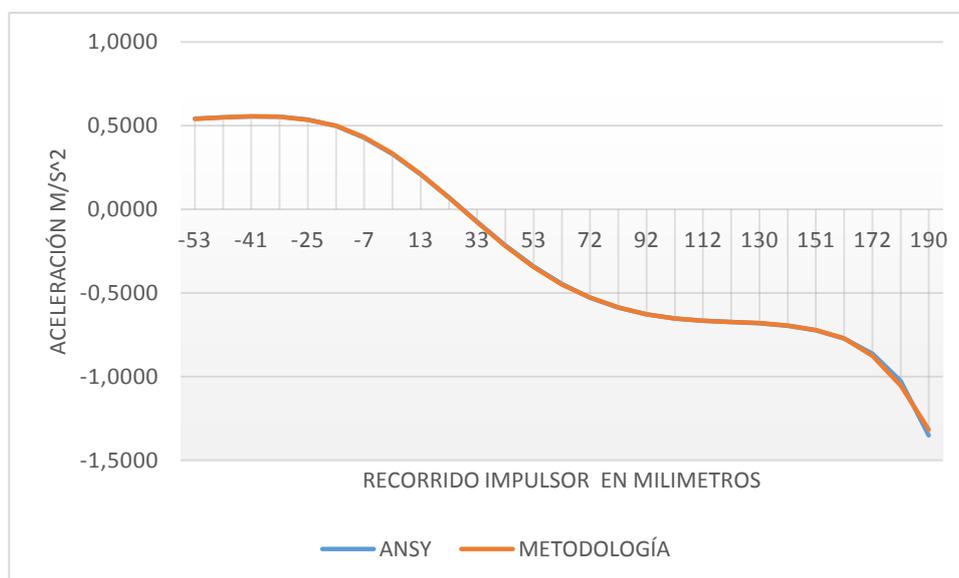


Figura 73.

Comparación aceleración en eje X del centro de masa biela ANSYS vs Metodología

**Figura 74.**

Comparación aceleración en eje Y del centro de masa biela ANSYS vs Metodología



A continuación, se presentan los resultados con respecto al análisis de errores relativos para cada una de las variables cinemáticas del eslabón, utilizando la fórmula 4.1:

Tabla 9.

Errores relativos del análisis cinemático en eslabón manivela con respecto a software

ANSYS.

Recorrido impulsor	ω_5 %	α_5 %	Acc. C.D.M en eje x %	Acc. C.D.M en eje y %
-53	0,1870	0,0266	6,7789	0,0931
-47	0,1589	0,0420	7,2111	0,0220
-41	0,1361	0,1357	2,2619	0,0307
-34	0,2501	0,5486	2,6861	0,0521
-26	0,2964	1,2409	2,5956	0,3288
-16	0,2316	2,6451	1,8086	0,5522
-7	0,1167	6,9504	0,9652	0,7448
3	0,0419	5,5693	0,4411	0,8501
13	0,0013	0,8745	0,1304	0,7800
23	0,0014	0,0574	0,0142	0,1689
33	0,0436	0,4160	0,0125	2,6630
43	0,1296	0,5551	0,1207	1,6819
53	0,2620	0,5765	0,3762	1,3614
63	0,4320	0,5251	0,7400	1,1069
72	0,3222	0,2105	0,6306	0,4789
82	0,2266	0,0758	0,4824	0,1960
92	0,0891	0,0112	0,2140	0,0601
102	0,1050	0,0127	0,2003	0,0065
112	0,3805	0,0188	0,8421	0,0059
122	0,7919	0,0302	1,9501	0,0141
131	4,8975	0,2026	17,0124	0,2452
141	1,9349	0,1089	169,9903	0,1335
151	2,6040	0,1355	80,7664	0,1595
161	42,4398	0,1179	59,6298	0,1441
171	11,1493	0,0098	82,5709	1,4472
182	6,8588	0,2719	249,3546	2,5283
190	3,4832	2,5153	8,9767	2,5321
Error Prom %	2,8730	3,002	25,8801	0,6810
Desv.Estandar %	8,3153	12,0155	58,9604	0,8346

Como se observó en la sección anterior, en el eslabón biela existe la misma divergencia a 141 mm referentes al recorrido del impulsor; se muestra un error relativo al 169,99% en ese punto en específico, además, se puede observar un error relativo aún más grande de 249,35%. Aun así, se puede apreciar que, de acuerdo a la desviación estándar, estos valores no se encuentran dentro de los límites de dispersión; por lo tanto, se puede inferir que estos valores de error relativo porcentual se encuentran fuera del rango de valores representativos del

comportamiento del mecanismo en este análisis. El rango de valores representativos se obtiene restando y sumando la desviación estándar al error relativo promedio, teniendo como resultado: $[-33,08; 84,84]$.

Volviendo a calcular el error relativo promedio de la aceleración de centro de masa del eslabón biela en el eje X, utilizando los valores dentro del rango previamente definido, se obtiene un nuevo valor de 11,18%, el cual es un valor más representativo del error relativo porcentual para este caso.

4.2.4. Placa Móvil

Las figuras 75 y 76 muestran los resultados del análisis cinemático del mecanismo, mediante software ANSYS, con respecto a la velocidad y aceleración pertenecientes a la placa móvil.

Figura 75.

Velocidad lineal placa móvil obtenida en ANSYS

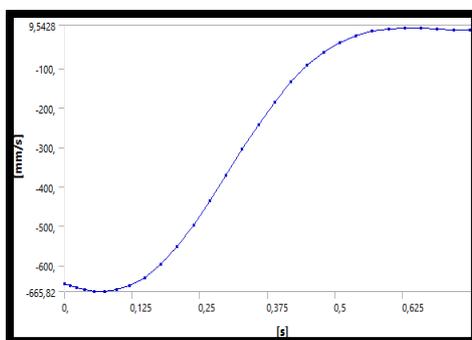
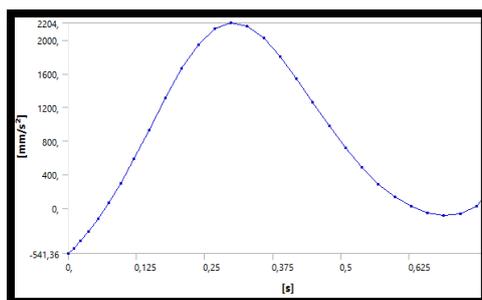


Figura 76.

Aceleración lineal placa móvil obtenida en ANSYS



La aceleración del eslabón placa móvil, obtenida en el análisis cinemático, es también su aceleración de centro de masa como se aprecia en la sección 3.5.

La tabla 10 contiene los datos cinemáticos pertenecientes al eslabón biela, obtenidos tanto del análisis de software ANSYS, como de la metodología elaborada en el presente proyecto.

Tabla 10.

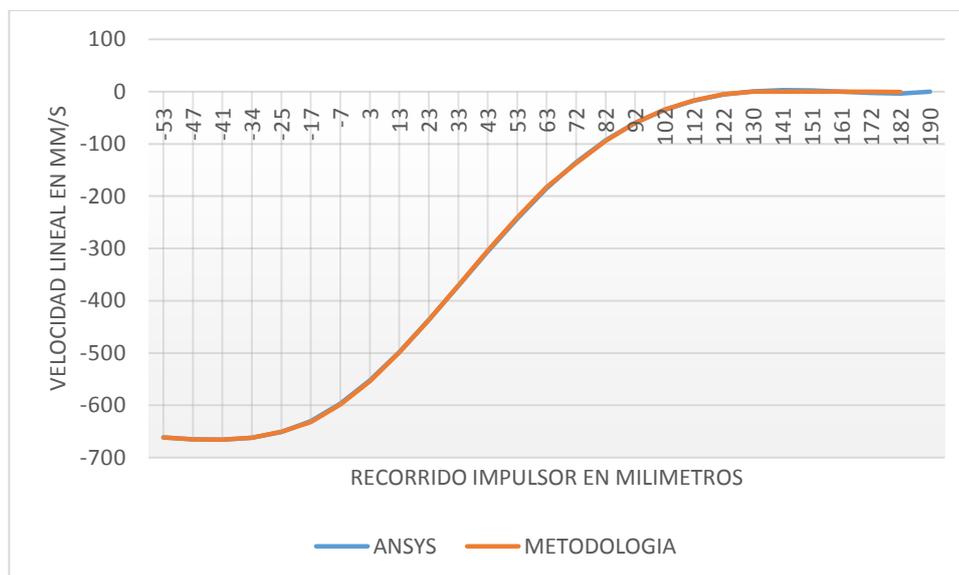
Resultados cinemáticos eslabón placa móvil.

Recorrido impulsor con respecto a la bancada	v_s ANSYS $\frac{mm}{s}$	v_s Metodología $\frac{mm}{s}$	\dot{v}_s ANSYS $\frac{mm}{s^2}$	\dot{v}_s Metodología $\frac{mm}{s^2}$
-53	-661,62	-661,4795	-274,95	-280,1274
-47	-665,09	-665,1924	-128,87	-123,8548
-41	-665,82	-665,8831	56,994	51,2345
-34	-662,05	-662,4180	291,42	278,3658
-26	-651,37	-650,4531	581,4	601,2812
-16	-630,64	-632,1294	927,71	907,4924
-7	-597,07	-598,6510	1307,8	1293,1776
3	-552,47	-553,8035	1657,6	1649,2264
13	-498,28	-499,0571	1941,4	1938,4557
23	-436,95	-436,9445	2129,3	2129,5295
33	-371,66	-370,7662	2204	2204,2789
43	-305,86	-304,1216	2163,9	2161,4098
53	-242,83	-240,4007	2022,9	2015,4574
63	-185,25	-182,3692	1805,3	1791,9334
72	-135	-136,5987	1539,8	1549,2888
82	-93,067	-93,8729	1254,3	1260,2761
92	-59,701	-59,9408	972,25	974,2987
102	-34,525	-34,4215	710,64	709,2062
112	-16,748	-16,4929	480,34	476,3062
122	-5,3332	-5,0747	287,08	281,5142
131	0,86983	0,0147	133,04	156,2838
141	3,0446	0,2505	18,521	64,9984
151	2,378	0,2015	-56,239	12,8531
161	9,05E-02	0,0107	-88,794	-7,3349
172	-2,4469	-0,2197	-70,633	16,0624
182	-3,415	-0,2745	22,01	97,3444
190	0,25336	-0,0227	256,87	235,2567

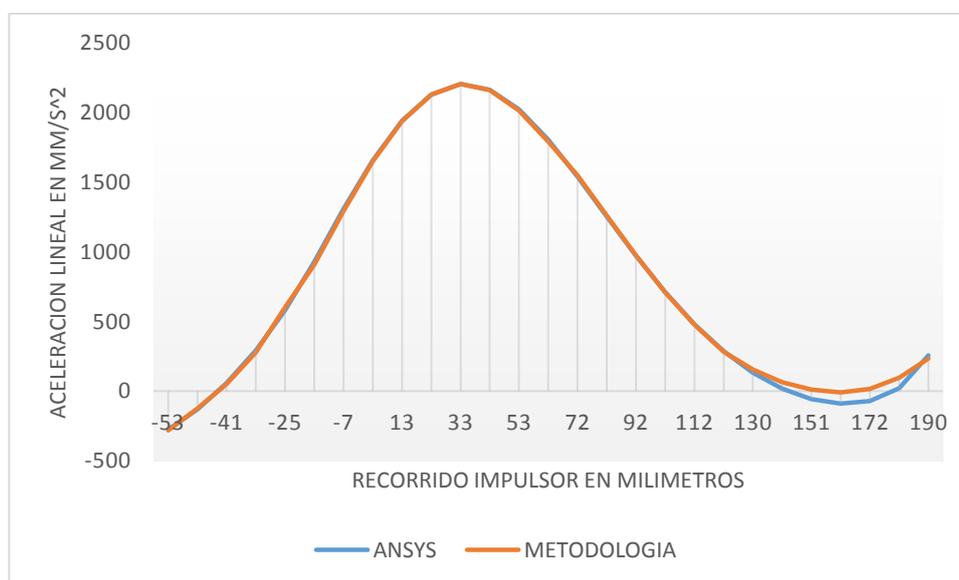
Las figuras 4.25 y 4.26 muestran la comparación entre las curvas de comportamiento cinemático del eslabón placa móvil de acuerdo con los datos presentes en la tabla 10.

Figura 77.

Comparación velocidad lineal placa móvil ANSYS vs Metodología

**Figura 78.**

Comparación aceleración lineal placa móvil ANSYS vs Metodología



A continuación, se presentan los resultados con respecto al análisis de errores relativos para cada una de las variables cinemáticas del eslabón utilizando la fórmula 4.1:

Tabla 11

Errores relativos del análisis cinemático en eslabón placa móvil con respecto a software

ANSYS.

Recorrido impulsor	v_s %	\dot{v}_s %
-53	0,0212331	1,88302911
-47	0,01539938	3,89170518
-41	0,00948318	10,1054735
-34	0,05558254	4,47951735
-26	0,14076527	3,41954223
-16	0,23616858	2,1793031
-7	0,26479976	1,11809302
3	0,24137552	0,50516619
13	0,15595219	0,15165633
23	0,00125062	0,01077722
33	0,24048827	0,01265295
43	0,56836246	0,11507844
53	1,00041742	0,36791558
63	1,55507615	0,74040622
72	1,18420915	0,61623686
82	0,86588272	0,47644988
92	0,40160193	0,21071846
102	0,29968165	0,20176274
112	1,52306538	0,83977798
122	4,84772922	1,93876271
131	98,3076242	17,4712506
141	91,7725022	250,944407
151	91,5251659	122,854408
161	88,1545796	91,7394094
171	91,0217879	122,740577
182	91,9622281	342,273524
190	108,958182	8,41409268
Error Prom %	25,01	36,65
Desv.Estandar %	42,0	83,88

Calculando el error relativo promedio de la velocidad y la aceleración utilizando los valores dentro del rango de la desviación estándar se obtienen nuevos valores de 0,68% y 6,56%, los cuales son un valor más representativo del error relativo porcentual y son muchos menores que los previamente calculados.

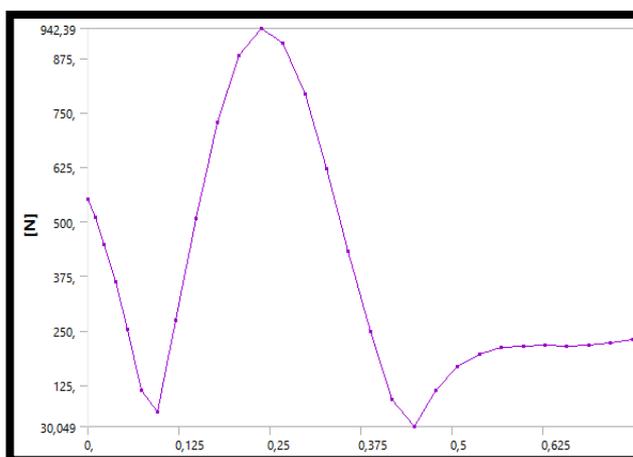
4.3. Comparación de Resultados Cinéticos

4.3.1. Junta Impulsor-Acoplador

La figura 79 muestra los resultados del análisis dinámico del mecanismo, mediante software ANSYS, con respecto a la magnitud de la fuerza de reacción total aplicada en la junta impulsor-acoplador (a0).

Figura 79.

Reacción en la junta a0 obtenida en ANSYS



La tabla 12 contiene los datos cinéticos pertenecientes a la junta impulsor-acoplador (a0), obtenidos tanto del análisis de software ANSYS, como de la metodología elaborada en el presente proyecto.

La magnitud de la fuerza resultante se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$F = \sqrt{F_X^2 + F_Y^2}$$

Ec. 4.3

Tabla 12

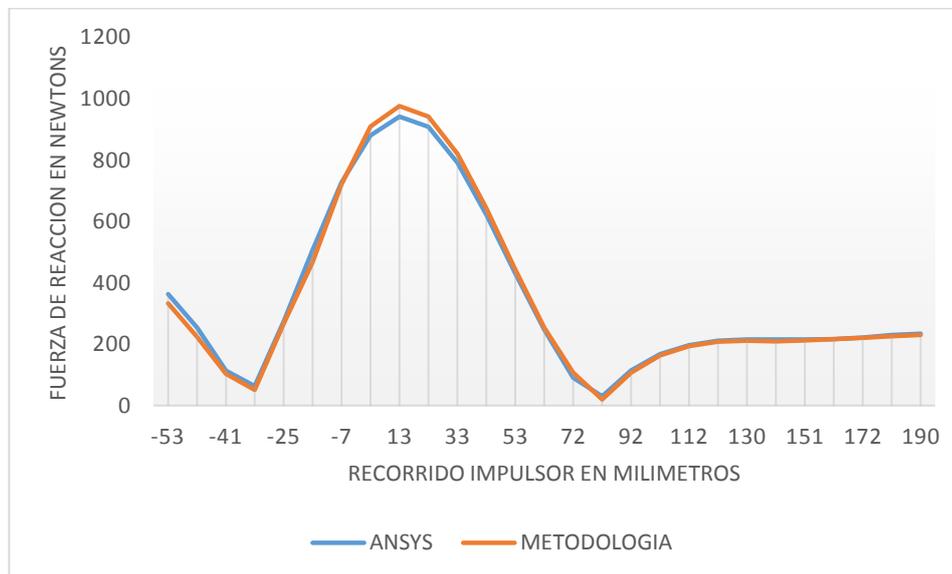
Resultados cinéticos junta impulsor-acoplador (a0).

Recorrido impulsor con respecto a la bancada	F_{a0} ANSYS N	F_{a0} Metodología N
-53	363,019991	333,494792
-47	253,733274	224,058829
-41	113,044455	103,275411
-34	63,891288	51,4339775
-26	274,186551	265,938466
-16	506,968393	466,851934
-7	727,256162	720,831885
3	880,173761	909,38742
13	942,398017	976,555945
23	908,434557	942,125035
33	792,259315	820,904922
43	622,016487	643,049265
53	430,713366	443,82205
63	247,232311	253,81806
72	90,9850654	107,639539
82	30,0481674	19,4804084
92	114,007068	107,316002
102	167,29809	162,869398
112	197,083459	193,660461
122	210,91737	207,753131
131	215,350062	211,455508
141	215,497549	209,619047
151	215,086749	212,001433
161	216,631136	216,106889
172	221,563992	221,099027
182	229,546281	225,611273
190	233,806272	230,048929

La figura 4.28 muestra la comparación entre las curvas de comportamiento cinético de la junta impulsor-acoplador (a0), de acuerdo con los datos presentes en la tabla 12.

Figura 80.

Comparación fuerza de reacción en la junta a0 ANSYS vs Metodología



A continuación, se presentan los resultados con respecto al análisis de errores relativos para las magnitudes de la fuerza resultante de la junta utilizando las fórmulas 4.1 y 4.3:

Tabla 13.

Errores relativos del análisis dinámico de la junta impulsor-acoplador (a0) con respecto a software ANSYS.

Recorrido impulsor	F_{a0} %
-53	8,13
-47	11,70
-41	8,64
-34	19,50
-26	3,01
-16	7,91
-7	0,88
3	3,32
13	3,62
23	3,71
33	3,62
43	3,38
53	3,04
63	2,66

CONTINÚA 

72	18,30
82	35,17
92	5,87
102	2,65
112	1,74
122	1,50
131	1,81
141	2,73
151	1,43
161	0,24
171	0,21
182	1,71
190	1,61
Error Prom %	5,86
Desv.Estandar %	7,65

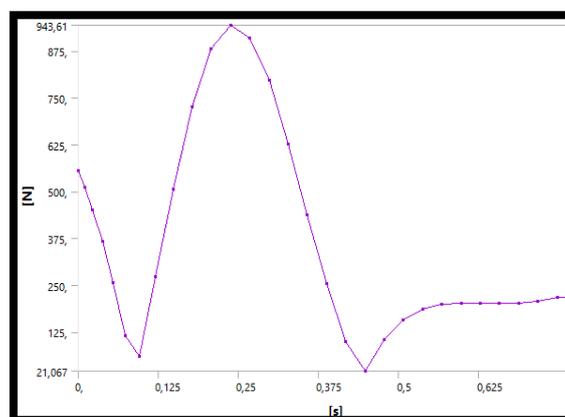
La desviación estándar no se aleja demasiado del error promedio por lo tanto es representativa del análisis, además, el error promedio no supera el 10%.

4.3.2. Junta Acoplador-Manivela

La figura 4.29 muestra el resultado del análisis dinámico del mecanismo, mediante software ANSYS, con respecto a la magnitud de la fuerza de reacción total aplicada en la junta acoplador-manivela (a1).

Figura 81.

Reacción en la junta a1 obtenida en ANSYS ANSYS



Nota: Fuente propia

La tabla 14 contiene los datos cinéticos pertenecientes a la junta acoplador-manivela (a1), obtenidos tanto del análisis de software ANSYS, como de la metodología elaborada en el presente proyecto.

Tabla 14.

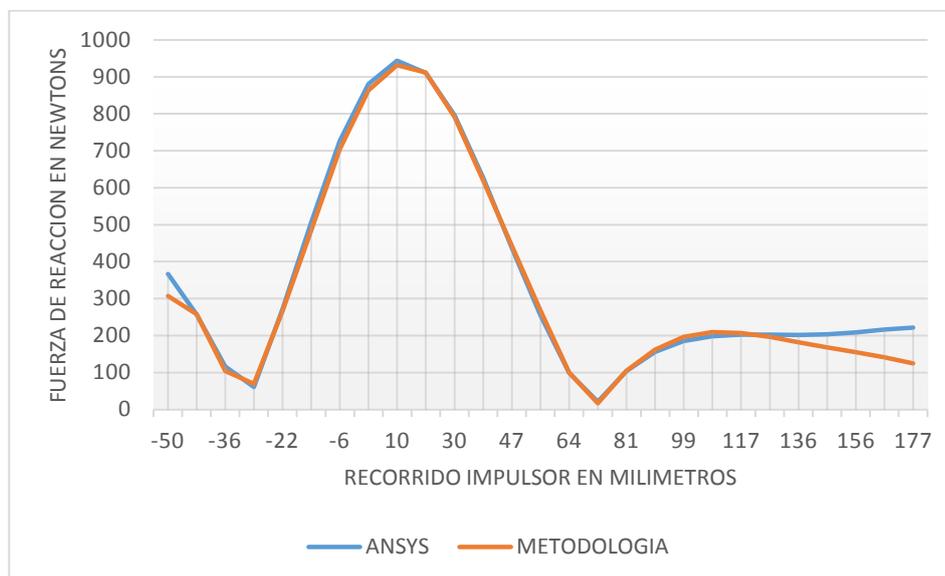
Resultados cinéticos junta acoplador-manivela (a1).

Recorrido impulsor con respecto a la bancada	F_{a1} ANSYS N	F_{a1} Metodología N
-53	366,526709	391,941704
-47	257,034055	258,204888
-41	116,079354	104,371494
-34	61,3273643	69,3605746
-26	272,058256	266,142473
-16	505,466921	484,475755
-7	726,558649	704,74962
3	880,386496	862,94111
13	943,60978	931,569615
23	910,741927	911,887666
33	795,708873	790,556146
43	626,651918	619,24444
53	436,548212	442,808463
63	254,231362	267,461981
72	99,0969736	99,4725085
82	21,0676196	16,52718
92	103,873813	104,996326
102	156,302226	161,685567
112	185,334853	196,327834
122	198,55233	209,441697
131	202,497137	206,686487
141	202,292468	196,356424
151	201,678406	181,900852
161	203,170949	168,345067
172	208,247194	154,992543
182	216,572154	140,992713
190	221,455623	124,916611

La figura 4.30 muestra la comparación entre las curvas de comportamiento cinético de la junta acoplador-manivela (a1), de acuerdo con los datos presentes en la tabla 14.

Figura 82.

Comparación fuerza de reacción en la junta al ANSYS vs Metodología



A continuación, se presentan los resultados con respecto al análisis de errores relativos para las magnitudes de la fuerza resultante de la junta utilizando las fórmulas 4.1 y 4.3:

Tabla 15.

Errores relativos del análisis dinámico de la junta acoplador-manivela (a1) con respecto a software ANSYS.

Recorrido impulsor	F_{a1} %
-50	6,93
-43	0,46
-36	10,09
-29	13,10
-22	2,17
-14	4,15
-6	3,00
2	1,98
10	1,28
20	0,13
30	0,65
39	1,18
47	1,43
55	5,20
64	0,38
72	21,55
81	1,08

CONTINÚA 

90	3,44
99	5,93
108	5,48
117	2,07
126	2,93
136	9,81
146	17,14
156	25,57
166	34,90
177	43,59
Error Prom %	8,36
Desv.Estandar %	11,13

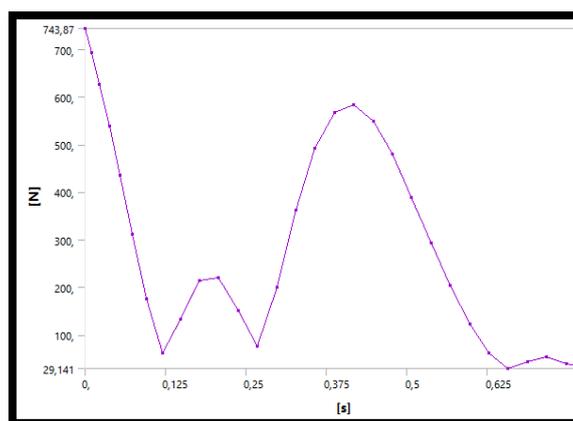
El error promedio no supera el 10%; pero se puede apreciar cómo afectan al resultado del análisis dinámico, las divergencias al final del recorrido del impulsor, mostradas en el análisis de comparación de las aceleraciones.

4.3.3. Junta Manivela-Bancada

La figura 4.31 muestra el resultado del análisis dinámico del mecanismo, mediante software ANSYS, con respecto a la magnitud de la fuerza de reacción total aplicada en la junta manivela-bancada (a2).

Figura 83.

Reacción en la junta a2 obtenida en ANSYS



La tabla 16 contiene los datos cinéticos pertenecientes a la junta manivela-bancada (a2), obtenidos tanto del análisis de software ANSYS, como de la metodología elaborada en el presente proyecto.

Tabla 16.

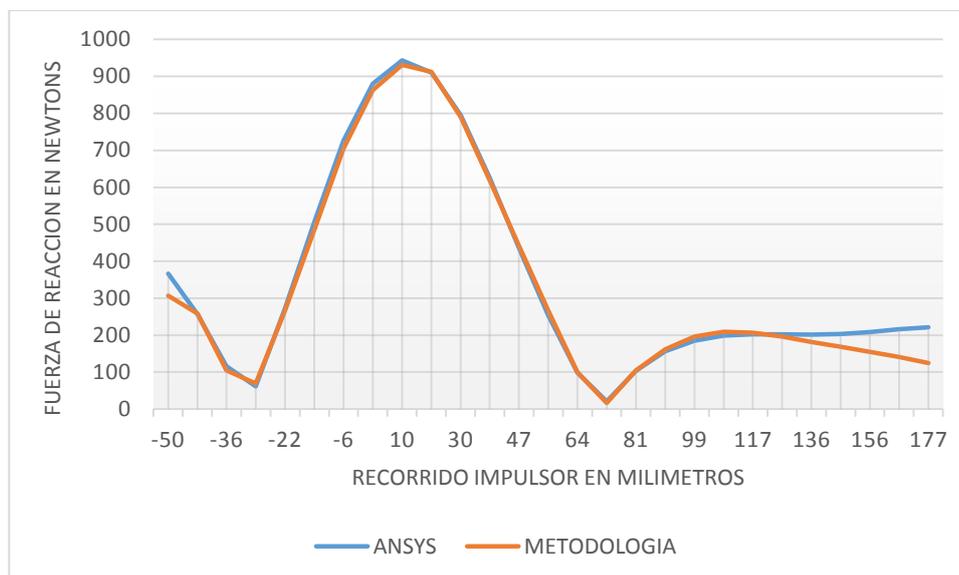
Resultados cinéticos junta manivela-bancada (a2).

Recorrido impulsor con respecto a la bancada	F_{a2} ANSYS N	F_{a2} Metodología N
-48	311,63199	307,151422
-32	174,925223	180,673593
-18	60,6555674	57,2850265
-9	132,487459	93,6512643
-2	214,1831	207,992435
5	220,649396	236,078029
14	150,752721	165,284016
23	75,8133937	74,5706345
33	200,523035	196,668346
43	362,709815	365,735689
53	491,974491	499,494382
63	566,709164	575,324675
72	582,903846	590,791115
82	548,769997	557,491363
92	478,926421	486,173978
102	389,329378	393,872907
112	293,866614	295,421564
122	202,890948	201,844456
130	123,353888	136,115934
141	60,6166465	77,8929338
151	29,1408055	29,4142078
161	42,5683469	22,9035068
172	53,1800105	23,8881907
182	38,7299868	12,7821679
190	30,8209522	27,4052483

La figura 4.32 muestra la comparación entre las curvas de comportamiento cinético de la junta manivela-bancada (a2), de acuerdo con los datos presentes en la tabla 16.

Figura 84.

Comparación fuerza de reacción en la junta a2 ANSYS vs Metodología



A continuación, se presentan los resultados con respecto al análisis de errores relativos para las magnitudes de la fuerza resultante de la junta utilizando las fórmulas 4.1 y 4.3:

Tabla 17.

Errores relativos del análisis dinámico de la junta manivela-bancada (a2) con respecto a software ANSYS.

Recorrido impulsor	F_{a2} %
-48	1,43777529
-32	3,28618689
-18	5,55685329
-9	29,3131103
-2	2,89036068
5	6,99237466
14	9,63915929
23	1,63923436
33	1,92231762
43	0,83424087
53	1,52851247
63	1,52027021
72	1,35309962
82	1,58925711

CONTINÚA 

92	1,51329233
102	1,16701402
112	0,52913479
122	0,51579024
130	10,3458808
141	28,5008959
151	0,93821118
161	46,1959214
172	55,0805077
182	66,9967151
190	11,0824087
Error Prom %	11,69
Desv.Estandar %	18,65

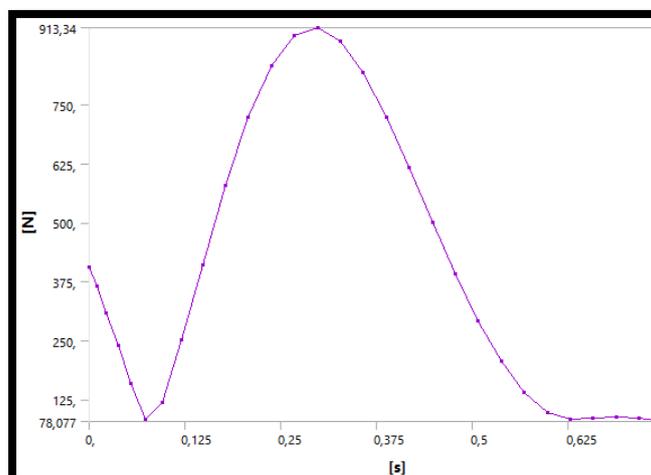
El error promedio no supera el 15%; pero se observa que el error en esta junta aumenta con respecto a la de las juntas previas, aun así, se encuentra dentro de un porcentaje aceptable.

4.3.4. Junta Manivela-Biela

La figura 4.33 muestra el resultado del análisis dinámico del mecanismo, mediante software ANSYS, con respecto a la magnitud de la fuerza de reacción total aplicada en la junta manivela-biela (a3).

Figura 85.

Reacción en la junta a3 obtenida en ANSYS



La tabla 18 contiene los datos cinéticos pertenecientes a la junta manivela-biela (a3), obtenidos tanto del análisis de software ANSYS, como de la metodología elaborada en el presente proyecto.

Tabla 18.

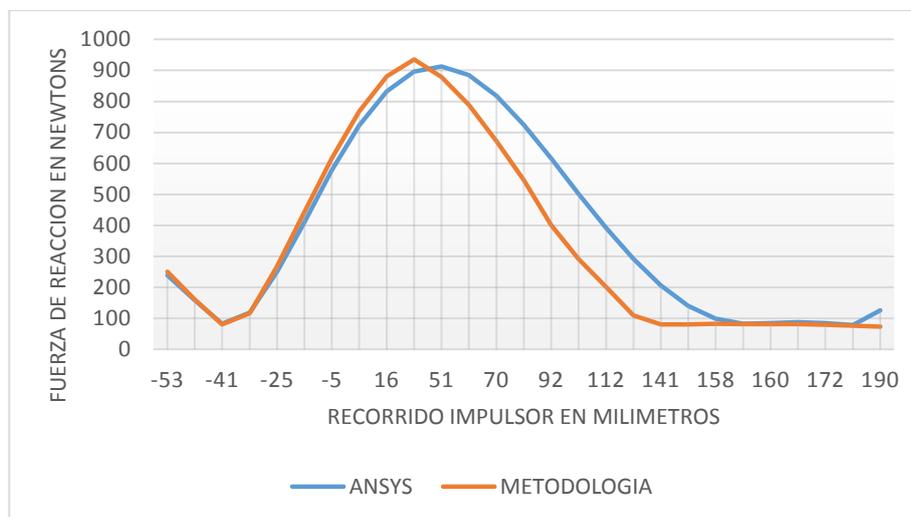
Resultados cinéticos junta manivela-biela (a3).

Recorrido impulsor con respecto a la bancada	F_{a3} ANSYS N	F_{a3} Metodología N
-48	238,739277	250,30772
-32	158,25866	160,783984
-18	82,417224	80,3786802
-9	118,772196	116,557536
-2	250,237434	267,69689
5	410,364629	442,402741
14	577,808939	616,23052
23	722,698956	767,311607
33	831,995139	880,832886
43	896,671193	935,581353
53	913,340594	878,391866
63	884,639627	789,360144
72	818,187281	671,507319
82	724,660248	545,662181
92	615,581517	400,570372
102	501,571701	291,508374
112	391,322884	200,692356
122	291,341242	109,211762
130	206,351445	79,8997086
141	140,385703	80,633132
151	98,2195907	82,0992224
161	82,67308	81,5400454
172	84,3639789	81,4476181
182	87,6943259	80,9382784
190	84,0412811	79,2190719

La figura 4.34 muestra la comparación entre las curvas de comportamiento cinético de la junta manivela-biela (a3), de acuerdo con los datos presentes en la tabla 18.

Figura 86.

Comparación fuerza de reacción en la junta a3 ANSYS vs Metodología



A continuación, se presentan los resultados con respecto al análisis de errores relativos para las magnitudes de la fuerza resultante de la junta utilizando las fórmulas 4.1 y 4.3:

Tabla 19.

Errores relativos del análisis dinámico de la junta manivela-biela (a3) con respecto a software ANSYS.

Recorrido impulsor	F_{a3} %
-53	4,84563853
-47	1,59569381
-41	2,47344394
-34	1,86462777
-25	6,9771561
-17	7,80723047
-7	6,64953042
3	6,17306137
13	5,86995571
23	4,33940111
33	3,82647274
43	10,770429
53	17,9274313
63	24,7009641
72	34,9281354
82	41,8810166
92	48,7143828
102	62,5141428

112	61,2797921
122	42,5631454
130	16,4125794
141	1,37050011
151	3,45687917
161	7,7040874
172	5,73790543
182	2,37351265
190	42,0622692
Error Prom %	17,65
Desv.Estandar %	19,50

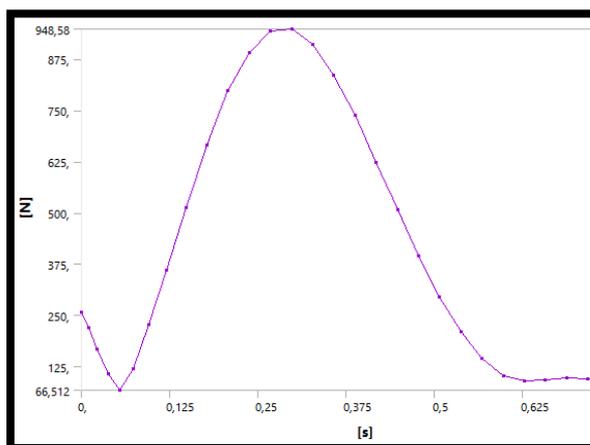
En este caso es muy notorio el aumento del error promedio, esto se debe no solo a los errores previos encontrados en la comparación del análisis cinemático, sino, también, a una acumulación de los errores relativos promedio de las juntas en el análisis cinético. Sin embargo, el porcentaje de error relativo promedio con respecto a ANSYS se encuentra por debajo del 20%, lo cual se sigue considerando aceptable.

4.3.5. Junta Biela-Placa Móvil

La figura 4.35 muestra el resultado del análisis dinámico del mecanismo, mediante software ANSYS, con respecto a la magnitud de la fuerza de reacción total aplicada en la junta biela-placa móvil (a4).

Figura 87.

Reacción en la junta a4 obtenida en ANSYS



La tabla 20 contiene los datos cinéticos pertenecientes a la junta biela-placa móvil (a4), obtenidos tanto del análisis de software ANSYS, como de la metodología elaborada en el presente proyecto.

Tabla 20.

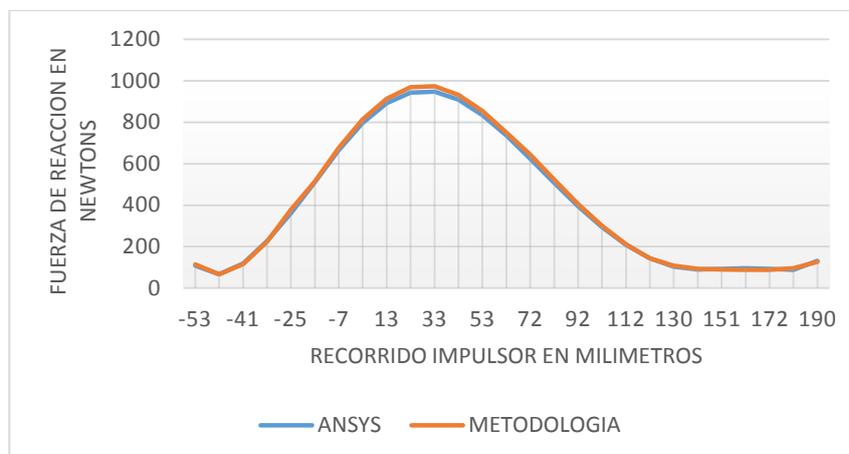
Resultados cinéticos junta biela-placa móvil (a4).

Recorrido impulsor con respecto a la bancada	F_{a4} ANSYS N	F_{a4} Metodología N
-53	107,522766	113,629176
-47	66,5113461	66,3162755
-41	118,588357	116,378786
-34	226,689799	224,09112
-25	360,347879	377,280195
-17	511,588914	514,954876
-7	666,183792	677,027491
3	797,012737	814,54754
13	892,185784	914,713529
23	943,602579	968,759447
33	948,584885	973,776416
43	910,176156	933,064929
53	836,125682	854,97273
63	736,92892	750,786084
72	623,797658	644,612353
82	506,992261	522,924182
92	394,89661	405,984596
102	293,82694	300,54256
112	208,478985	211,584989
122	143,115629	143,598436
130	102,767126	108,383523
141	89,3570337	92,9155139
151	92,1690184	89,0302141
161	96,0608004	88,5161678
172	93,1749478	88,4751398
182	88,0159762	95,9459193
190	131,324216	126,949715

La figura 4.36 muestra la comparación entre las curvas de comportamiento cinético de la junta biela-placa móvil (a4), de acuerdo con los datos presentes en la tabla 18.

Figura 88.

Comparación fuerza de reacción en la junta a4 ANSYS vs Metodología



A continuación, se presentan los resultados con respecto al análisis de errores relativos para las magnitudes de la fuerza resultante de la junta utilizando las fórmulas 4.1 y 4.3:

Tabla 21.

Errores relativos del análisis dinámico de la junta biela-placa móvil (a4) con respecto a software ANSYS.

Recorrido impulsor	F_{a4} %
-53	5,67917789
-47	0,29328919
-41	1,86322771
-34	1,14635922
-25	4,69888056
-17	0,65794271
-7	1,6277338
3	2,20006562
13	2,52500603
23	2,66604481
33	2,65569605
43	2,51476293
53	2,2540926
63	1,88039359
72	3,33677021
82	3,14243866
92	2,80781994
102	2,28556987
112	1,4898405

CONTINÚA 

122	0,33735439
130	5,4651685
141	3,98231685
151	3,40548731
161	7,85401806
172	5,04406826
182	9,00966319
190	3,33106942
Error Prom %	3,11
Desv.Estandar %	2,08

El error relativo promedio del comportamiento dinámico de la junta con respecto a ANSYS es de 3,11%; este es un porcentaje sumamente pequeño con respecto a los otros resultados encontrados en este proyecto.

Para verificar si los errores obtenidos en este proyecto son permisibles, se verifican los porcentajes con el apartado bibliográfico [3] y [18], que resaltan errores permisibles máximos ingenieriles desde 12% al 20%. Dado que el error máximo en el análisis dinámico del mecanismo tratado en este estudio es 17%, la metodología propuesta es confiable.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones.

Se generó de manera exitosa una metodología para el análisis dinámico del mecanismo del sistema de cierre en una máquina inyectora TIANJIAN PL 1200.

La información técnica obtenida sobre el método de Newton-Raphson, permitió solventar la necesidad de un método numérico para la resolución de las ecuaciones no lineales que describen al mecanismo, consiguiendo de esta manera desarrollar un proyecto con las exigencias académicas actuales.

La matriz jacobiana obtenida del análisis de posición del mecanismo resulta ser la matriz característica del sistema que se utiliza para obtener las demás variables cinemáticas de manera más simplificada que utilizando otros métodos de cálculo.

La aplicación GUI para la implementación de la metodología, permitió, mediante interfaz simple e intuitiva, realizar rápidamente el análisis dinámico del mecanismo y presentar las diversas variables cinemáticas y cinéticas de interés ingenieril.

La comparación con el software ANSYS, demostró que, la metodología es confiable al obtener un error máximo de 17,65%, con respecto a los resultados arrojados por el programa profesional.

5.3. Recomendaciones.

Se recomienda un cálculo individual de los puntos iniciales para el proceso iterativo de resolución de cada variable, es posible que las divergencias en los resultados cinemáticos sean atenuadas.

Es recomendable que se realice un cálculo apropiado de los vectores de ubicación de centros de masa de cada eslabón para obtener soluciones mucho más aproximadas, con un software de análisis profesional.

Se aconseja realizar una comparación de la metodología generada en este proyecto con otro software diferente a ANSYS

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANSYS Inc. (2014). ANSYS Mechanical User's Guide. *ANSYS Manual*, 15317(February), 724–746. <https://doi.org/10.1111/cch.12257>
- Bozzelli, J. (2019). *No Title*. Detalles Del Cierre de Molde Para Obtener Beneficios. <https://www.pt-mexico.com/columnas/detalles-del-cierre-de-molde-para-obtener-beneficios>
- BUDYNAS, RICHARD G. NISBETT, K. J. (2014). Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley. In *Igarss 2014* (Vol. 8, Issue 1). <https://doi.org/10.1007/s13398-014-0173-7.2>
- Cadena, C., & Meza, A. (2006). *Diseño de una máquina inyectora de plástico*. Universidad Industrial De Santander.
- Conde, C. (2009). Métodos numéricos de resolución de Ecuaciones no Lineales. *Universidad de Sevilla*, 3(1), 1–49.
- Constans, E. (2019). *Introduction To Mechanism Design With Computer Applications* (1st ed.). CRC Press.
- Cuadrado, K. C. (2018). ANÁLISIS CINEMÁTICO Y CINÉTICO DEL MECANISMO THEO JANSEN. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE JUGUETE PROTOTIPO. In *Escuela Politécnica Nacional* (Issue 1). ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL.
- Dai, A. (2013). *Métodos Numéricos – Cap 3 : Resolución de ecuaciones no lineales*.
- Esfandiari, R. S. (2017). Numerical methods for engineers and scientists using MATLAB®, second edition. In *Numerical Methods for Engineers and Scientists Using MATLAB, Second Edition*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781315152417>
- Martija, I. (2006). *CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE MECANISMOS Y MÁQUINAS* *Cinemática*

de Mecanismos Tema 1. 1–19.

[https://ocw.ehu.es/pluginfile.php/13218/mod_resource/content/0/T1_Conceptos básicos sobre mecanismos y máquinas.pdf](https://ocw.ehu.es/pluginfile.php/13218/mod_resource/content/0/T1_Conceptos_básicos_sobre_mecanismos_y_máquinas.pdf)

Molina, E. M. (2009). DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL PARA UNA INYECTORA DE PLASTICO. In *Escuela Politécnica Nacional* (Issue 1). Escuela Politécnica Nacional.

Myszka, D. (2012). *MAQUINAS Y MECANISMOS* (4th ed.). Pearson Education Limited.

Nikravesh, P. (2018). *Planar Multibody Dynamics* (2nd ed.). CRC Press.

Norton, R. (2009). *Diseño De Maquinaria* (4 Edición). McGraw-Hill.

Rico, J. (2013). Aproximación de Funciones Reales Mediante Series de Taylor. *Universidad de Guanajuato*, 1(2), 1–4.

Russell, K. (2019). *Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems* (2nd ed.). CRC Press.

Wilson, C. (2014). *Kinematics and Dynamics of Machinery* (3 edition). Pearson Education Limited. www.pearsoned.co.uk