



Estudio, simulación y análisis tiempo-frecuencia de señales sismo-volcánicas

Paillacho Guaman, Yandri David

Departamento de Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones

Carrera de Ingeniería en Electrónica y Telecomunicaciones

Trabajo de titulación, previo a la obtención del título de Ingeniera en Electrónica y
Telecomunicaciones

Msc. Bernal Oñate, Carlos Paúl

24 de marzo de 2021



Document Information

Analyzed document	TESIS_Pailacho_Yandri .doox (D98720960)
Submitted	3/18/2021 3:01:00 AM
Submitted by	Bernal Oñate Carlos Paul
Submitter email	cpbernal@espe.edu.ec
Similarity	4%
Analysis address	cpbernal.espe@analysis.urkund.com

Sources included in the report

W	URL: http://repositorio.espe.edu.ec/bitstream/21000/15514/1/T-ESPE-040582.pdf Fetched: 11/29/2020 8:16:07 AM		4
W	URL: https://www.uv.es/~rosado/old_web/tesis_pdf/Tesis_completa.pdf Fetched: 10/22/2020 8:20:29 AM		7
W	URL: http://repositorio.upct.es/bitstream/handle/10317/7145/pfc-nic-ana.pdf%3Fsequence%... Fetched: 12/8/2020 10:05:47 AM		14
W	URL: https://core.ac.uk/download/pdf/11053513.pdf Fetched: 12/17/2019 1:59:45 PM		1
W	URL: https://core.ac.uk/download/pdf/71394315.pdf Fetched: 3/1/2021 8:53:24 PM		1
W	URL: https://docplayer.es/182727-Characterizacion-de-voz-empleando-analisis-tiempo-frecu... Fetched: 5/6/2020 6:51:06 PM		3
W	URL: https://revistas.usfq.edu.ec/index.php/avances/article/download/60/62/ Fetched: 1/15/2021 1:13:04 AM		1
W	URL: https://inaoe.repositorioinstitucional.mx/jspui/bitstream/1009/740/1/BermudezGCR.pdf Fetched: 4/12/2020 7:35:45 PM		1
W	URL: https://www.reci.org.mx/index.php/reci/article/download/52/238?inline=1 Fetched: 6/10/2020 8:19:17 AM		1





DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES

CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES

CERTIFICACIÓN

Certifico que el trabajo de titulación, “**Estudio, simulación y análisis tiempo-frecuencia de señales sismo-volcánicas**” fue realizado por el señor **Paillacho Guaman, Yandri David** el cual ha sido revisado y analizado en su totalidad por la herramienta de verificación de similitud de contenido; por lo tanto cumple con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, razón por la cual me permito acreditar y autorizar para que lo sustente públicamente.

Sangolquí, 17 de marzo del 2021



Firmado digitalmente por:
**CARLOS PAUL
BERNAL ONATE**

Ing. Bernal Oñate, Carlos Paúl

C. C 1709775637



DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES

RESPONSABILIDAD DE AUTORÍA

Yo, **Paillacho Guaman, Yandri David**, con cédula de ciudadanía n°2100647581, declaro que el contenido, ideas y criterios del trabajo de titulación: **"Estudio, simulación y análisis tiempo-frecuencia de señales sísmo-volcánicas"** es de mi autoría y responsabilidad, cumpliendo con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos, y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, respetando los derechos intelectuales de terceros y referenciando las citas bibliográficas.

Sangolquí, 17 de marzo del 2021

Paillacho Guaman, Yandri David

C.C.: 2100647581



DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES

AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN

Yo **Paillacho Guaman, Yandri David**, con cédula de ciudadanía n°2100647581, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar el trabajo de titulación: **“Estudio, simulación y análisis tiempo-frecuencia de señales sismo-volcánicas”** en el Repositorio Institucional, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi responsabilidad.

Sangolquí, 17 de marzo de 2021

Paillacho Guaman, Yandri David

C.C.:2100647581

Dedicatoria

El presente trabajo de titulación está dedicado a mis padres Víctor y Aida, quienes, a pesar de las diversas circunstancias ocurridas a lo largo de este recorrido, han sabido aconsejarme con palabras de aliento para no dejarme caer y que abandone este gran anhelado sueño que está cumpliéndose. Este logro no es solamente mío sino también de ustedes por la confianza depositada en mí, en que lo iba a lograr, por el esfuerzo que día a día han realizado a pesar de la distancia, solamente con el fin de que cuente con las comodidades para así enorgullecerles con esta gran alegría.

A mis hermanos Víctor y James, que siempre estuvieron ahí en las buenas y las malas, dándome ánimos y que siempre confiaron que este momento llegaría.

A mi novia Tatiana y mi hijo Sebastián, quienes también fueron un pilar fundamental para que yo no abandone mis estudios a mitad de carrera.

A mis tías, tíos, primos que me brindaron un plato de comida cuando llegaba agotado después de una dura semana de conjuntas y proyectos.

A compañeros de aula y a todos los que de una u otra manera me extendieron la mano en algún momento, los llevaré en mis recuerdos siempre.

YANDRI DAVID PAILLACHO GUAMAN

Agradecimiento

Primeramente, agradezco a Dios por permitirme llegar hasta este momento con salud y con toda mi familia junta a pesar de estos momentos críticos que estamos viviendo.

A mis padres, por su esfuerzo diario para que pueda estudiar en otra provincia y hacer realidad un sueño de infancia.

A toda mi familia, que han estado pendientes de lo que me pase y me han sabido apoyar en momentos de enfermedad o soledad.

A la Universidad de las Fuerzas Armadas Espe y a todos los docentes que me instruyeron durante toda mi carrera y aportaron con conocimientos muy valiosas para mi formación profesional.

Al ingeniero Paúl Bernal, director de tesis, por confiar en mí y por su apoyo incondicional durante la realización de este trabajo de titulación.

YANDRI DAVID PAILLACHO GUAMAN

Índice de contenidos

Análisis Urkund -----	2
Certificación-----	3
Responsabilidad de autoría -----	4
Autorización de Publicación -----	4
Dedicatoria -----	6
Agradecimiento -----	7
Índice de contenidos -----	8
Índice de tablas -----	12
Índice de figuras -----	13
Resumen -----	14
Abstract -----	15
Capítulo I -----	16
Descripción-----	16
Introducción-----	16
Justificación e Importancia -----	19
Alcance del Proyecto-----	20
Objetivos-----	21
General.-----	21
Específicos.-----	21

Trabajos Relacionados	21
Organización del Trabajo	23
Capítulo II.....	25
Marco Teórico	25
Actividad sísmica en Ecuador	25
Generalidades.....	25
Volcán Cotopaxi	26
Señales Sismo-Volcánicas.	29
Eventos Volcano-Tectónicos.....	31
Eventos de Largo Periodo (LP).....	31
Eventos Híbridos (HYB).	32
Tremores.	33
Análisis Tiempo-frecuencia.....	34
Representación en Tiempo.....	35
Representación en Frecuencia.	36
Principio de incertidumbre de Heisenberg.....	37
Señal analítica.....	38
Transformada de Hilbert.....	39
Señales monocomponentes.....	39
Señal Chirp.....	40
Representación Tiempo-Frecuencia (TFR).....	40
Propiedades de las TFR.....	41
Marginales.....	41

	10
Energía total. -----	42
Covarianza ante desplazamientos temporales y frecuenciales. -----	42
Escalado lineal. -----	42
Soporte finito de la señal. -----	43
Distribuciones reales y positivas. -----	43
Frecuencia instantánea (FI). -----	43
Representaciones lineales tiempo-frecuencia -----	44
Transformada de Fourier de Corta Duración STFT. -----	44
Representación de Gabor. -----	45
Representaciones bilineales tiempo-frecuencia -----	46
La distribución de Wigner-Ville (DWV) como base de la clase cuadrática. -----	48
Dominios de la DWV. -----	49
La clase de Cohen. -----	51
Distribución de Wigner Ville (DWV). -----	52
Capítulo III -----	55
Estudio comparativo de las representaciones tiempo-frecuencia lineales y bilineales --	55
Estudio comparativo mediante la señal chirp cuadrática -----	56
Estudio comparativo con señales micro-sísmicas reales -----	59
Señal LP muestreada a 100 Hz. -----	59
Señal VT muestreada a 100 Hz. -----	62
Capítulo IV -----	65
Resultados -----	65

	11
Capítulo V -----	80
Conclusiones y líneas futuras-----	80
Conclusiones -----	80
Líneas futuras -----	81
Referencias -----	83
Anexos -----	86

Índice de tablas

Tabla 1 <i>TFR de la clase de Cohen con sus respectivos kernels</i>	53
Tabla 2 <i>Principales características de las distribuciones del estudio con la señal chirp cuadrática</i>	56
Tabla 3 <i>Relación entre distribuciones del estudio comparativo con la señal chirp cuadrática</i>	58
Tabla 4 <i>Principales características de las distribuciones del estudio con la señal LP</i>	59
Tabla 5 <i>Relación entre distribuciones del estudio comparativo con la señal LP</i>	61
Tabla 6 <i>Principales características de las distribuciones del estudio con la señal VT</i>	62
Tabla 7 <i>Relación entre distribuciones del estudio comparativo con la señal VT</i>	63
Tabla 8 <i>Resultados comparativos para un evento volcano-tectónico</i>	66
Tabla 9 <i>Resultados comparativos para un evento de largo periodo</i>	69
Tabla 10 <i>Resultados comparativos para un evento volcano-tectónico</i>	71
Tabla 11 <i>Resultados comparativos para un evento de largo periodo muestreado a 50 Hz</i>	74

Índice de figuras

Figura 1 Estaciones de la red sismológica desplegadas en el volcán Cotopaxi.....	29
Figura 2 Partes de una onda sísmica.....	30
Figura 3 Evento volcano-tectónico.....	31
Figura 4 Eventos de tipo LP	32
Figura 5 Eventos híbridos.....	33
Figura 6 Tremor volcánico	34
Figura 7 Dominio de ambigüedad y dominio tiempo-frecuencia	50
Figura 8 Dominio de ambigüedad y dominio tiempo-frecuencia	51
Figura 9 Representación de un evento VT con las cuatro distribuciones elegidas.	67
Figura 10 Representación de un evento VT con las cuatro distribuciones elegidas.	68
Figura 11 Representación de un evento LP con las cuatro distribuciones elegidas.....	69
Figura 12 Representación de un evento LP con las cuatro distribuciones elegidas.....	70
Figura 13 Representación de un evento VT muestreado a 50 Hz.	72
Figura 14 Representación de un evento LP muestreado a 50 Hz.....	73
Figura 15 Evento muestreado a 100 Hz con diferencia entre el etiquetado y el resultado obtenido.	75
Figura 16 Evento muestreado a 100 Hz con diferencia entre el etiquetado y el resultado obtenido.	75
Figura 17 Evento muestreado a 50 Hz con diferencia entre el etiquetado y el resultado obtenido.	76
Figura 18 Evento muestreado a 50 Hz con diferencia entre el etiquetado y el resultado obtenido.	77
Figura 19 Evento vt con enventanado en frecuencia del tipo rectangular.	78
Figura 20 Evento vt con enventanado en frecuencia del tipo Hamming.....	79

Resumen

El presente trabajo de fin de Grado consiste en realizar una comparativa entre las diferentes distribuciones tiempo-frecuencia (DTF), poniendo énfasis en las pertenecientes a la denominada clase cuadrática o de Cohen. Para lo cual primero se realizará una parte teórica, donde se verán las principales características, ventajas y desventajas de cada una de las DTFs. Luego, mediante el empleo de una señal sintética, una chirp cuadrática, se procede a discriminar las DTFs que no se estén adaptando al comportamiento de la misma y que además de esto presenten términos cruzados o mala resolución en la representación obtenida. Posterior a esto se analiza y simula los eventos sismo-volcánicos de largo periodo (LP) y volcano tectónicos (VT), obtenidos de la base de datos del IGEPN (Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional), con el fin de identificar frecuencias claves en sus espectros. Es de conocer que los miembros del IGEPN para clasificar los eventos sismo-volcánicos, utilizan una técnica denominada PSD (Densidad Espectral de Potencia) con el fin de determinar visualmente, en los espectros obtenidos, las frecuencias típicas de cada uno de éstos y basados en estas frecuencias clasificar los diferentes tipos de eventos sismo-volcánicos.

PALABRAS CLAVE:

- **CLASE CUADRÁTICA**
- **DISTRIBUCIONES TIEMPO-FRECUENCIA**
- **EVENTOS VOLCANO-TECTÓNICOS**
- **EVENTOS DE LARGO PERIODO**

Abstract

The present end-of-degree project consists of making a comparison between the different time-frequency distributions (DTF), placing emphasis on those belonging to the so-called quadratic or Cohen class. For which first a theoretical part will be carried out, where the main characteristics, advantages and disadvantages of each of the DTFs will be seen. Then, by using a synthetic signal, a quadratic chirp, we proceed to discriminate the DTFs that are not adapting to the behavior of the same and that in addition to this present crossed terms or poor resolution in the representation obtained. After this, long-period earthquake-volcanic (LP) and volcano-tectonic (VT) events are analyzed and simulated, obtained from the IGEPN database (Geophysical Institute of the National Polytechnic School), in order to identify key frequencies. In their spectra. It is known that the members of the IGEPN to classify earthquake-volcanic events, use a technique called PSD (Power Spectral Density) in order to visually determine, in the obtained spectra, the typical frequencies of each one of these and based on These frequencies classify the different types of earthquake-volcanic events.

KEYWORDS

- **QUADRATIC CLASS**
- **TIME-FREQUENCY DISTRIBUTIONS**
- **VOLCANO-TECTONIC EVENTS**
- **LONG PERIOD EVENTS**

Capítulo I

Descripción

Introducción

Uno de los volcanes más peligrosos del Ecuador, es el volcán Cotopaxi, que se encuentra ubicado en la Cordillera Oriental entre las ciudades de Quito y Latacunga. Su alta peligrosidad está plasmada en los cinco episodios eruptivos que han ocasionado grandes pérdidas socio-económicas para el estado, debido a que su erupción puede arrastrar lahares hasta zonas como el Valle de los Chillos, afectando de esta manera a miles de personas. Debido a lo expresado, no cabe duda en que cualquier momento este volcán se active nuevamente, motivo por el cual es monitoreado permanentemente (IGEPN, 2017).

Este monitoreo se viene realizando en el Ecuador hace ya más de una década mediante una red de sensores instalados en los flancos del volcán. Werner señala que estos sensores se emplean con el fin de determinar el origen y localización de un sismo, así como también para estudiar la estructura interna del volcán o para diferenciar las verdaderas erupciones del ruido que provocan otros fenómenos que no son de origen volcánico (Werner-Allen et al., 2005).

El IGEPN monitoriza y vigila la actividad del volcán Cotopaxi las 24 horas del día, los 365 días del año, mediante el empleo de un sistema Informático para el Procesamiento y Análisis de Señales Sísmicas de Volcanes en el Ecuador (SIPASS), cuyo funcionamiento se resume al empleo de la Transformada de Fourier con el fin de calcular el espectro de las señales y de esta manera el personal verifique el rango de frecuencias y pueda determinar el tipo de evento que está ocurriendo.

Con el fin de facilitar este trabajo manual por parte de los miembros del IEGPN, la presente investigación propone un estudio ya no solo en el dominio de la frecuencia, sino

también realizarlo conjuntamente con el dominio del tiempo, dado que así se podrá observar la variación de la energía de la señal a medida que transcurre el tiempo, y poder determinar en estos espectros las mismas o diferentes frecuencias de interés que ayuden a caracterizar de mejor manera a estos tipos de eventos.

Para alcanzar con dicho objetivo, se comenzará con un estudio minucioso de varias transformadas presentes en el Time-Frequency Toolbox de Matlab que fue diseñado para el análisis de señales no estacionarias utilizando distribuciones de tiempo-frecuencia, mediante dos clases de soluciones, que son:

1. **Las descomposiciones atómicas.** Donde se analizan: la STFT (Short-Time Fourier Transform), la STFT discreta, la representación de Gabor, el espectrograma, y el escalograma.
2. **Las distribuciones de energía.** En donde se analizan las señales en tres diferentes subclases:
 - 2.1. **La clase de Cohen.** Se centra en el estudio de la distribución de Wigner-Ville.
 - 2.2. **La clase afín.** Analiza las distribuciones afines de Wigner, así como las distribuciones afines Pseudo Wigner.
 - 2.3. **El método de reasignación.** Donde se estudian: la reasignación del espectrograma, la reasignación de las representaciones de clase de Cohen, la reasignación de las representaciones de clase afín, entre otras.

Para la ejecución del presente trabajo, dentro de las funciones agrupadas por área temática:

- **Procesamiento de Tiempo-Frecuencia Lineal**
 - Representación de Gabor
 - Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT)

- **Procesamiento de Tiempo-Frecuencia Bilineal**

- Distribución Born-Jordan
- Distribución de Butterworth
- Distribución Choi-Williams
- Distribución rectangular generalizada
- Distribución de Margenau-Hill
- Distribución del espectrograma de Margenau-Hill
- Combinación mínima media de entropía cruzada de espectrogramas
- Distribución de Page
- Distribución Pseudo Margenau-Hill
- Distribución Pseudo Page
- Distribución Pseudo Wigner-Ville
- Distribución Rihaczek
- Distribución de interferencia reducida (ventana de Bessel)
- Distribución de interferencia reducida (ventana Binomial)
- Distribución de interferencia reducida (ventana de Hanning)
- Distribución de interferencia reducida (ventana triangular)
- Distribución de espectrograma
- Distribución Pseudo Wigner-Ville suavizada
- Distribución de Wigner-Ville
- Distribución de Zhao-Atlas-Marks

La STFT, es la técnica más utilizada actualmente, sin embargo, este algoritmo presenta una mala resolución conjunta tiempo-frecuencia. Lo mencionado provoca el estudio complementario de una segunda técnica de análisis basada en la distribución Wigner-Ville (entre otras). Mediante este método se logra una óptima resolución tiempo-

frecuencia. Empero, se obtienen términos cruzados indeseados debido a su carácter cuadrático (García, 2014).

Las señales sísmicas que se emplearon han sido proporcionadas mediante una base de datos que consta de 1187 eventos etiquetados por los miembros del IEGPN, estas etiquetas muestran información importante como el tiempo de inicio y finalización del evento, estación de detección, duración y tipo de evento, éste último siendo de mayor relevancia, puesto que así se tendrá una idea del evento que se estará tratando y se podrán establecer similitudes y diferencias.

Por último, para obtener la transformada con mayor eficiencia en el procesamiento de las señales sismo-volcánicas facilitadas, se ejecutó una validación en conjunto con los miembros del IGEPN (debido a su amplia experticia en el estudio de fenómenos volcánicos) usando los resultados producidos en este trabajo.

Justificación e Importancia

El estudio de los volcanes se lo puede realizar por medio del análisis geológico, petrográfico, geoquímico y geofísico. Los más importantes de entre ellos, son los estudios geofísicos, debido a que mediante estos se puede obtener una imagen del interior de la estructura volcánica y el conocimiento sobre su dinamismo interno. El conocimiento verídico de la estructura y el comportamiento interno de un volcán, es crucial, sobre todo si entra en un proceso de erupción (Cardenas, 2016).

La importancia de los estudios sobre las actividades físicas generadas por un volcán, se centra en brindar diagnósticos y estimaciones de comportamientos volcánicos de manera oportuna, para activar alertas tempranas con el fin de mitigar problemáticas de afección social, económica y poder garantizar la calidad de vida de las personas

En el procesamiento de señales generalmente se habla de señales en el dominio del tiempo y señales en el dominio de la frecuencia, estas dos formas de representar a

las señales aportan información significativa acerca de la naturaleza de la misma, sin embargo, para señales que varían su contenido en frecuencia con el tiempo, las representaciones en tiempo y frecuencia, no son suficientes para representar estos cambios, por lo cual es necesario utilizar otro tipo de representación.

Por lo mencionado anteriormente, el enfoque principal de este trabajo es el de mejorar el error de detección de eventos, mediante el estudio de diferentes métodos (transformadas), para seleccionar las características más relevantes de cada evento sismo-volcánico, empleando varias técnicas tiempo-frecuencia y finalmente verificando su confiabilidad aplicando la comparación con un conjunto de datos sísmicos reales.

Mediante este análisis se buscan características en frecuencia que no se pueden observar, debido a la mala resolución del solo emplear la Transformada de Fourier, por lo tanto, la forma de comparar es que las personas del IGEPN encuentren la mayor cantidad de fenómenos volcánicos en frecuencia.

Alcance del Proyecto

La presente investigación busca colaborar con el trabajo del etiquetado manual que realizan los profesionales del IGEPN, por medio del estudio y análisis tiempo-frecuencia con el empleo de un toolbox de Matlab, para aplicárselo a los eventos proporcionados en la base de datos MicSigV1.

Para la parte de simulación se empleó primeramente una señal sintética, mediante la cual se observó lo que está ocurriendo en cada una de las distribuciones tiempo-frecuencia, con el fin de ir descartando aquellas cuyo rendimiento no fue el adecuado. Luego se analizó eventos tanto del tipo LP como VT, con el fin de obtener sus espectros e identificar los posibles fenómenos que se presenten y así poder obtener frecuencias que logren caracterizar a cada tipo de evento.

Al final los resultados fueron presentados a los miembros del IGEPN, con el fin de conocer sus puntos de vista sobre lo encontrado a lo largo del trabajo y si la representación tiempo-frecuencia servirá para facilitar sus labores diarias o si con la combinación de otras técnicas se pueden lograr a obtener resultados más exactos y confiables.

Objetivos

General.

Estudiar y determinar una distribución cuadrática con el mejor desempeño para la representación de análisis tiempo-frecuencia de señales sismo-volcánicas.

Específicos.

- Desarrollar el estado del arte sobre las transformadas empleadas en el análisis de tiempo-frecuencia y señales sismo-volcánicas.
- Obtener y comprobar la base de datos de las señales sismo-volcánicas a emplear.
- Emplear las señales seleccionadas para simular con los diferentes algoritmos de procesado en Matlab y obtener los respectivos espectros de cada uno de éstos.
- Presentar los resultados a los miembros del IGEPN para su validación.
- Realizar los cambios y recomendaciones realizadas por parte de los miembros del IGEPN para con ello concluir el presente trabajo de titulación.

Trabajos Relacionados

En relación a la detección de las señales de origen sismo-volcánico, se presentan algunas investigaciones basados en análisis de tiempo, frecuencia y escala, entre las que se tiene:

En el trabajo (Gabarda & Cristóbal, 2010), describen un método de detección de eventos basado en un análisis de tiempo-frecuencia a través de la Distribución de Wigner (WD). El mismo que consiste en definir una medida entrópica adecuada a través de una adecuada distribución tiempo-frecuencia, actuando como función de distribución de probabilidad (PDF). Cuyo resultado presenta algunas propiedades interesantes, como su nitidez de localización y alta robustez al ruido.

En el estudio (Jaramillo, 2015), el procesamiento de la señal lo hace mediante un estudio tiempo-frecuencia basado en tres etapas de análisis, la primera es considerar a la señal como un evento localmente estacionario con el fin de garantizar la presencia de eventos sísmicos; la segunda etapa consiste en realizar una caracterización espectral utilizando dos estimadores: periodograma y el de máxima entropía de Burg, demostrando, en la tercera etapa, que este último consigue una mejor resolución.

En el trabajo (Rosero, 2020) realiza la adaptación de un algoritmo de detección de actividad de voz como herramienta para detectar los eventos sismo-volcánicos (ESV), además de un estudio comparativo del rendimiento del algoritmo implementado en relación a trabajos y realizados, obteniendo un detector que opera al 100% de precisión y con un 99.1039% de exactitud.

El artículo (Lara-Cueva et al., 2020) presenta un estudio realizado sobre las principales bandas de frecuencia claves, que ayuden a maximizar las métricas de desempeño de un clasificador automático para la detección de eventos volcánico-tectónicos (VT) y de largo periodo (LP), mediante el empleo de métodos de estimación espectral paramétricos (Yule-Walker y Burg) y no paramétricos (Welch y Multitaper), resultando que, se obtuvieron un total de 10 frecuencias claves, presentando lo mejores resultados mediante el método de Welch con árboles de decisión, y por el método Multitaper con los clasificadores de máquinas vectoriales de soporte (SVM). Un detalle

importante que señala, es que se logró encontrar que existe una banda de frecuencia por encima de los 40 Hz, la cual podría ser una característica crítica para las etapas detección y clasificación.

Una vez indagados los diferentes trabajos ya realizados para la correcta detección y clasificación de las ESV que se presenten en el volcán Cotopaxi, se puede concluir que en ninguno de estos casos se empleó un análisis conjunto tiempo-frecuencia, por lo que se espera que los resultados obtenidos en el presente trabajo puedan ser combinados con las ya existentes y así potenciar los resultados y obtener nuevas características servibles.

Organización del Trabajo

El presente trabajo fue organizado en cinco capítulos de manera que se facilite su interpretación. El primer capítulo trata acerca de los motivos que llevaron a realizar este trabajo, la introducción da una idea general sobre el contexto del mismo, en la importancia y justificación, se enuncian los argumentos que llevaron a realizar esta investigación. También se presenta el alcance y objetivos que ayudaron a cumplir los resultados que se buscan lograr en relación a trabajos ya realizados que también se detallan en esta sección.

En el segundo capítulo se elaboró el marco teórico, comenzando por describir acerca de la actividad sísmica en el Ecuador, tipos de eventos sismo-volcánicos y lo más importante, el ver las principales propiedades, características y formulaciones matemáticas de las distribuciones tiempo-frecuencia a emplear.

Un estudio comparativo con las representaciones tiempo-frecuencia (TFR), tanto lineales como bilineales, mediante el empleo de una señal chirp cuadrática y señales reales, se lo realizó en el capítulo 3.

En el cuarto capítulo, una vez realizado el estudio comparativo en el capítulo 3, se llegó a obtener un total de cuatro distribuciones que mejor representaron, tanto a la señal sintética como a las señales reales. Así se procedió a simular un total de 40 eventos de la base de datos, entre los cuales se presentan algunas diferencias entre el etiquetado y los resultados obtenidos.

Por último, en el capítulo cinco, se expresan las diferentes conclusiones obtenidas a lo largo del trabajo en relación a los objetivos planteados y se habla sobre las posibles líneas futuras que se pueden realizar a partir de esta investigación.

Capítulo II

Marco Teórico

Actividad sísmica en Ecuador

Generalidades.

El Ecuador, al contar con la presencia del Cinturón de Fuego del Pacífico, presenta una intensa actividad sísmica y tectónica, por lo cual es importante conocer en donde se encuentran ubicados los volcanes de nuestro país.

El Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional (IGEPN), es la institución encargada de vigilar y monitorear la actividad sísmica y volcánica, con el objetivo de subyugar su impacto negativo en el territorio ecuatoriano. De acuerdo a información brindada por el IGEPN, el Ecuador continental cuenta con 84 volcanes, de los cuales 70 se encuentran en la Sierra y 14 en la Amazonía. De todos los volcanes pertenecientes a la parte continental, tres están en continua erupción, dos de ellos con constante actividad eruptiva y sin interrupción por más de 15 años (Tungurahua y Reventador), mientras que el tercero, el Sangay, no ha cesado su actividad desde hace casi 400 años.

El Ecuador presenta dos fallas a considerar, una en la Región Costa y nace del choque de dos placas oceánicas, la de Nazca y la caribeña, agregado se encuentra la transición entre la placa Caribeña y la Sudamericana, en donde nace la falla de Guayaquil-Caracas (o falla de Pallatanga), la misma que comienza en el Golfo de Guayaquil y llega hasta Caracas. En cambio, la segunda falla, la de Quito, no existe como tal, lo que se tiene a nivel local son fallas secundarias, tales como: Lumbisí, Pomasqui y Guayllabamba, fallas que forman parte del gran sistema Guayaquil-Caracas (Dueñas et al., 2016)

Volcán Cotopaxi

Ubicado sobre la Cordillera Real de los Andes del Ecuador (Latitud 0°38' Sur; Longitud 78°26' Oeste) forma un cono simétrico con pendientes de hasta 35° y un diámetro basal de aproximadamente 20 km, su cráter tiene un diámetro que varía entre 800 m (Norte-Sur) y 650 m en (Este-Oeste). Es considerado uno de los volcanes más activos y peligrosos del mundo debido a la frecuencia de sus erupciones, su estilo eruptivo, su relieve, su cobertura glaciaria y por la cantidad de poblaciones potencialmente expuestas a sus amenazas (Hall et al., 2005) .

Algunos aspectos importantes de conocer acerca de este volcán, son los diferentes tipos de fenómenos volcánicos que pueden ocurrir durante una erupción volcánica. A continuación, se los enlista, de menor a mayor agresividad:

- Sismos Volcánicos: Para su detección fue necesario la instalación una red de sismógrafos en el volcán, los sismos pueden presentarse aun cuando el volcán se encuentre “dormido”, pero principalmente ocurre un aumento de éstos, en las semanas o meses precedentes a una erupción y durante la misma. No provocan daños severos a la población.

- Gases volcánicos: Su origen es de tipo magmático, ocurren antes, durante y después de una erupción volcánica. Gases como: dióxido de azufre, dióxido de carbono, monóxido de carbono, azufre, entre otros, resultan peligrosos para los humanos. En ocasiones extremos, los gases de una columna eruptiva pueden provocar lluvias ácidas, afectando a la agricultura y ganadería.

- Flujos de lava: También conocidos como “derrames de lava”, se trata de roca fundida que se desborda desde el cráter y que circula por los flancos y quebradas, pero no fluye con facilidad, por lo que a poca distancia se estancan.

- **Flujos Piroclásticos:** Ocurre al mezclarse de gases, ceniza y fragmentos de roca a elevadas temperaturas, mismos que bajan en forma de avalancha a velocidades igual o mayores a 200 km/h. La parte más densa (inferior), está formado por ceniza, fragmentos de roca y bloques de escoria; mientras que al componente más voluminoso (superior), lo forman mayormente la ceniza volcánica y los gases calientes.
- **Lluvia de ceniza y Piroclásticos:** Son las partículas pequeñas arrastradas por el viento que viajan a mayores distancias del volcán, cubren terrenos con una capa de varios centímetros o decímetros de espesor afectando a animales, plantas, vehículos, etc.
- **Flujos de lodo y escombros (Lahares):** Las mezclas de rocas, piedra pómez y arena con agua proveniente del deshielo de un glaciar, son los lahares. Estos flujos se desplazan, alrededor de los 100 km/h por medio de los drenajes. Pueden llegar a arrasar en su paso con vehículos, puentes, arboles grandes, etc.
- **Avalanchas de escombros:** Son grandes colapsos o derrumbes de rocas que se producen cuando los flancos de un volcán se vuelven inestables. Estas avalanchas son muy móviles, y sus restos cubren áreas de enorme extensión destruyendo todo lo que se encuentre en su camino y, por lo tanto, las personas no tienen probabilidad de salir ilesos.

Las perturbaciones, que pueden llegar a ocasionar una erupción, dentro de un volcán pueden ser provocadas por el ingreso de magma nuevo por debajo del mismo. El fin del monitoreo volcánico es conocer el estado de “reposo” del volcán, pudiendo percibir las perturbaciones que permita conocer sobre la posible ocurrencia de una erupción cercana. El IGEPN realiza el monitoreo volcánico mediante dos métodos (Hall et al., 2005):

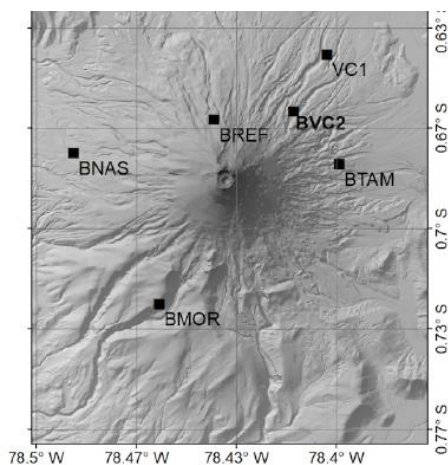
➤ **Vigilancia visual:** Son las observaciones que no emplean instrumentos de medición. Cuando esta vigilancia es realizada por vulcanólogos, el monitoreo se lo realiza mediante observaciones de manera sistemática para determinar parámetros de importancia (tales como: la formación de fracturas, deslizamientos o hinchamientos del edificio del volcán, cambios en el caudal, color, olor de las fuentes termales, entre otros (Hall et al., 2005).

➤ **Monitoreo por vigilancia instrumental:** Es aquel monitoreo en el que se emplean instrumentos de medición, mismos que van desde los más simples como los termómetros hasta los más sofisticados como las cámaras termográficas

Como se indicaba en la parte inicial, las redes de sismógrafos instaladas en el volcán ayudan al monitoreo instrumental, dicha red se encuentra formada por seis estaciones sísmicas de banda ancha (BB) y seis estaciones sísmicas de período corto (SP). Los registros empleados fueron tomados de dos estaciones sísmicas diferentes (BREF y VC1) instaladas en los flancos del volcán, como se muestra en la Figura 1 y muestreadas a 50 Hz y 100 Hz, respectivamente (Pérez et al., 2020).

Figura 1

Estaciones de la red sismológica desplegadas en el volcán Cotopaxi



Nota: Imagen tomada de (Pérez et al., ESeismic: Towards an Ecuadorian volcano seismic repository, 2020)

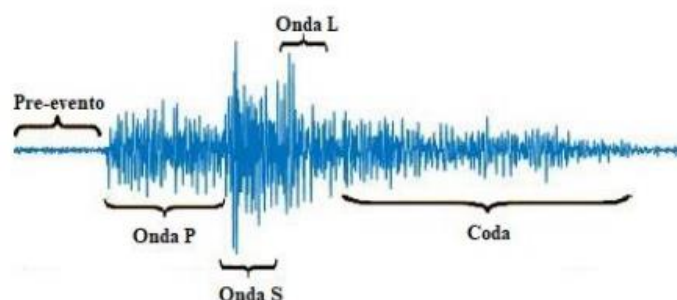
El IGEPN, dentro de los parámetros más importantes a vigilar en el volcán Cotopaxi, que tiene a su cargo, se encuentran: la sismicidad, la deformación, las fumarolas, aguas termales, temperatura superficial, los lahares y el glaciar.

Señales Sismo-Volcánicas.

Las señales (ondas sísmicas se componen de sub segmentos, comenzando con la onda P, a continuación, la onda S, seguidos de la onda L y por último la coda, como se ilustra en la Figura 2

Figura 2

Partes de una onda sísmica.



Nota: Tomado de (Rosero, Adaptación e implementación de algoritmos voice activity detection para la detección de eventos micro-sísmicos del volcán Cotopaxi, 2020).

Las ondas primarias (P) se propagan a altas velocidades y oscilan en la dirección en que se propaga la onda, son similares a las ondas sonoras. Las ondas secundarias (S) se mueven perpendicularmente a la perturbación. Cuando se trata de sismos regionales, es muy importante el tiempo de diferencia entre la velocidad de propagación de la onda P con la onda S, para situar el foco de origen del terremoto (Rosero, 2020). A la vez existen ondas que se propagan por las capas superiores de la tierra y pierden su amplitud de acuerdo a la profundidad que se originen, son las ondas Rayleigh y ondas Love. Las primeras se mueven en el plano vertical mientras que las segundas lo hacen en el plano horizontal.

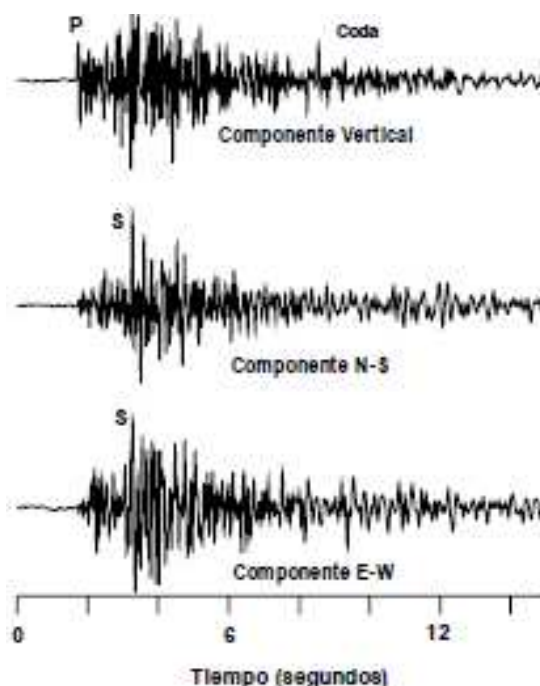
Por último, la coda, son ondas de retrodispersión de numerosas heterogeneidades distribuidas uniformemente en la corteza terrestre, la misma que representa la pérdida de energía del evento y al final su dispersión (Aki & Chouet, 1975). Mediante el monitoreo del volcán Cotopaxi durante años, se ha logrado determinar que los eventos más típicos son los volcano-tectónicos (VT), los de largo periodo (LP), regionales (REG), híbridos (HYB) y icequakes (ICE).

Eventos Volcano-Tectónicos.

Son terremotos de duración variable, puede ir desde contados segundos hasta varios minutos. Las ondas P y S son identificables, si se tiene un registro en las tres componentes (vertical, N-S, E-W). La Figura 3 es un registro de un evento VT, donde se observa cómo están definidas la onda P, la onda S y la coda. Su contenido espectral es amplio y puede presentarse en un rango de 3 a 14 Hz (McNutt, 2005).

Figura 3

Evento volcano-tectónico.



Nota: Tomado de (Ibáñez & Carmona, Sismicidad volcánica, 2000).

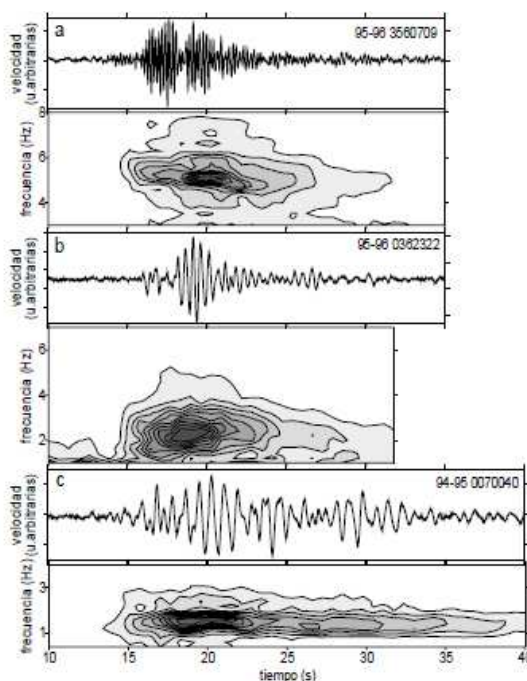
Eventos de Largo Periodo (LP).

También conocidos como eventos de Baja Frecuencia, su duración es desde los segundos hasta un poco más de un minuto y cuyo contenido espectral se encuentra limitado a una banda de frecuencias de 2 a 7 Hz (Chouet, 1996). El inicio de estos eventos es emergente y se complica establecer el momento exacto en que empieza la

señal, de manera que, no presentan las llegadas de la onda P o la S. Algo importante a conocer, es que, el contenido espectral de este evento puede variar de un volcán a otro.

Figura 4

Eventos de tipo LP



Nota: Tres eventos LP detectados en la Isla Decepción, fíjese que el contenido espectral y la forma de onda varían. Tomado de (Ibáñez & Carmona, Sismicidad volcánica, 2000).

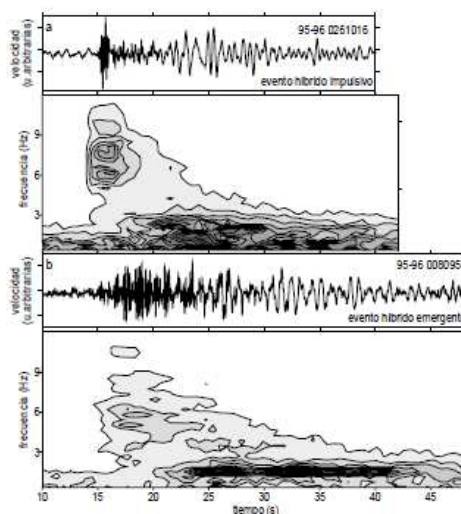
Eventos Híbridos (HYB).

Este evento comienza con señales a altas frecuencias con gran ancho de banda (> 10 Hz), donde se pueden identificar las ondas P y S, por lo que suele confundirse con un pequeño terremoto. Luego de esto, llega una señal con forma de onda, duración, y contenido espectral muy similar a los eventos LP. Se debe tener precaución de no confundir los eventos híbridos con eventos LP con llegada frecuencial alta, dado que la representación espacial y temporal de ambas son muy similares. Estos eventos,

cuentan con un ancho de banda espectral amplio, por encima de los 10 Hz (Lara-Cueva et al., 2020)

Figura 5

Eventos híbridos



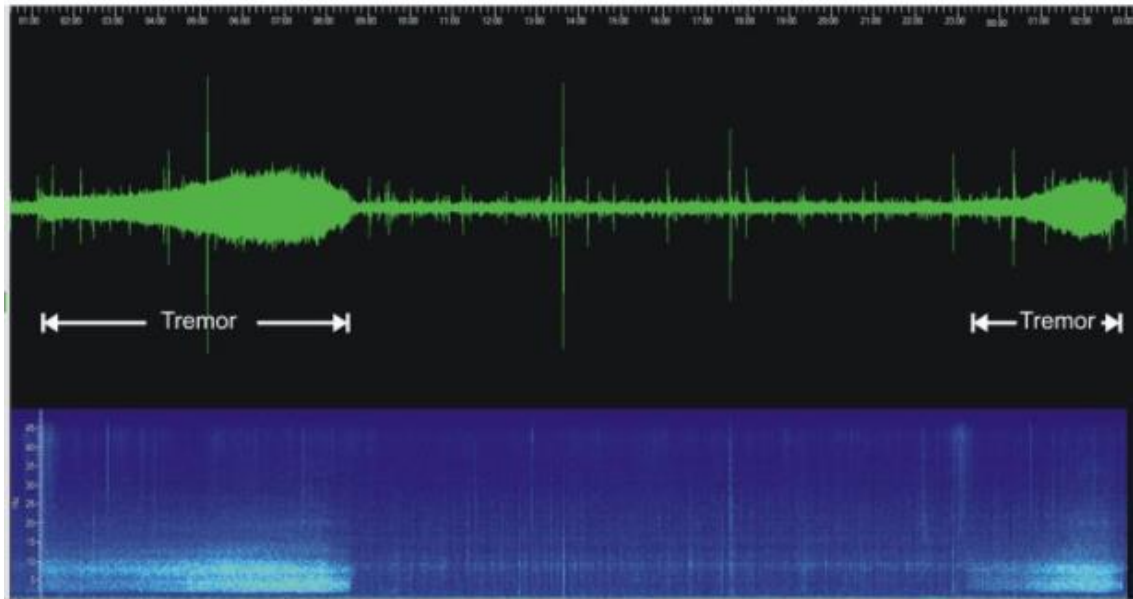
Nota: Ejemplo de dos eventos híbridos registrados en la Isla Decepción, se puede observar primero la señal a altas frecuencias y después la similar a los eventos LP. Tomado de (Ibáñez & Carmona, Sismicidad volcánica, 2000).

Tremores.

Son vibraciones volcánicas prolongadas a causa de la circulación de fluidos (magma, gases, combinaciones de gases y agua, gases y cenizas, entre otros) que, al pasar por una fisura o grieta, sus paredes vibran y transmiten energía en forma de ondas elásticas (sísmicas), las mismas que se caracterizan por su constante amplitud y larga duración. Son de los más complejos, con un periodo comprendido entre unos minutos y varios días, con contenido espectral en bandas de frecuencia estrechas (0.5 a 6 Hz) (Mora & Alvarado, 2001).

Figura 6

Tremor volcánico



Nota: Tremor de la estación CVTR, ubicada en el volcán Turrialba. Tomado de (Mora & Alvarado, Primer taller en actualización de Sismología. Red Sismológica Nacional (UCR-ICE), 2001).

Análisis Tiempo-frecuencia

Dentro del campo de ingeniería, y en concreto en el área de procesamiento digital de señales (PDS), existen señales que pueden ser tratadas en el dominio del tiempo y otras en el dominio de la frecuencia, en las que se puede encontrar información valiosa acerca de la naturaleza de cada una de éstas. Empero, cuando se tienen señales que varían su contenido frecuencial en el tiempo, el análisis tiempo o frecuencia por separado no es de mucha ayuda para observar las propiedades de la señal, por lo que es necesario el empleo de otro tipo de representación, en este caso esa forma se llama representación tiempo-frecuencia, que se describirá a detalle más adelante.

Representación en Tiempo.

Variables físicas como la presión , voltaje, son señales que varían en referencia al tiempo que se escribirán como: $s(t)$, que se presentan más comúnmente en forma de senoide y se caracterizan por tener amplitud a y frecuencia constantes ω_o . Tomando en consideración los aspectos descritos, una señal en función del tiempo se denotará como:

$$s(t) = a \sin \omega_o t \quad (1)$$

$$s(t) = a(t) \sin \theta(t) \quad (2)$$

A partir de la fórmula anterior y dado a la infinidad de maneras para generar una señal en términos de sus amplitudes $a(t)$ y fases $\theta(t)$ se puede generar una señal compleja de la forma:

$$s(t) = A(t)e^{-\phi(t)} = s_r + js_i \quad (3)$$

La representación en tiempo es utilizada porque al representar una señal $s(t)$ permite obtener la energía o intensidad de la señal ($|s(t)|^2$), en un intervalo de tiempo Δt , o mejor dicho:

$$|s(t)|^2 = \text{Intensidad por unidad de tiempo.}$$

$$|s(t)|^2 \Delta t = \text{Fracción de energía en un intervalo } \Delta t.$$

Teniendo claro estos conceptos, la energía total no es más que la integral de $|s(t)|^2$ para todo t:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt \quad (4)$$

El dominio del tiempo está caracterizado por dos aspectos en particular los mismos que son el tiempo medio y la duración. Marco Pinto expresa que «el tiempo medio es el momento en el que a los dos lados de él se concentra la densidad de

energía de la señal» (Pinto, 2008), por lo tanto el promedio de tiempo será el primer momento con respecto al origen:

$$\langle t \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} t |s(t)|^2 dt \quad (5)$$

Cuando se procede a calcular el momento de segundo orden (varianza), en realidad se está hablando de la duración, e indica el tiempo entorno al tiempo medio que dura la señal, expresado de mejor manera es:

$$T^2 = \sigma_t^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (t - \langle t \rangle)^2 |s(t)|^2 dt = \langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2 \quad (6)$$

Representación en Frecuencia.

Es una herramienta muy utilizada cuando se quiere representar una señal, debido a que:

- Mediante el análisis espectral de una señal se puede identificar su origen.
- La propagación de las ondas por un medio depende de la frecuencia.
- Simplicidad en comparación al analizar una señal en tiempo.

Este último detalle se da por el empleo de la Transformada de Fourier (TF), que se encarga de descomponer a la señal en una suma de senos con diferentes amplitudes y frecuencias, matemáticamente, el espectro de la TF viene dado por:

$$s(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-jft} dt \quad (7)$$

Ahora, si se quiere describir la ecuación (7) en función de su amplitud del espectro $a(f)$ y fase del espectro $\theta(f)$, quedaría:

$$S(f) = a(f) e^{-\theta(f)} \quad (8)$$

Una analogía con respecto a la representación en tiempo es que, aquí se puede obtener la densidad espectral energía $|S(f)|^2$. De manera similar que en el apartado 0, al integrar $|S(f)|^2$, sobre todas las frecuencias se puede obtener la energía total de una

señal, explicado en la ecuación (9) y cuya identidad se conoce como teorema de Parseval (Pinto, 2008).

$$E = \int |s(t)|^2 dt = \int |S(f)|^2 df \quad (9)$$

A su vez, se puede calcular el promedio de frecuencia $\langle f \rangle$ y desviación estándar σ_f , a partir de la varianza σ_f^2 (raíz media cuadrática del ancho de banda)

$$\langle f \rangle = \int f |S(f)|^2 df \quad (10)$$

$$B^2 = \sigma_f^2 = \int (f - \langle f \rangle)^2 |S(f)|^2 df = \langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2 \quad (11)$$

Este tipo de representaciones se emplean para fines específicos, como el diseño de un filtro pasa banda, donde es más complicada su realización.

Principio de incertidumbre de Heisenberg.

Aunque el propósito principal de este principio no se encuentra relacionado para el análisis de señales, se lo toma como analogía, porque al estar dos variables (tiempo, frecuencia) relacionadas entre sí, existe una propiedad que no se cumple en las dos simultáneamente, la misma que se trata de la “Resolución.” Así lo explica Pinto, puesto que, si se presenta una mejora de resolución en tiempo, empeora la resolución en frecuencia, y viceversa, lo que significa, que para una representación tiempo-frecuencia, se llega a cierto punto en donde el ancho de banda o duración (definidos como: σ_t y σ_v respectivamente.) para las dos variables no se pueden mejorar a la par (Pinto, 2008).

El principio de incertidumbre se formula a partir de las ecuaciones (6) y (11) donde T y B son considerados como desviaciones estándar, quedando:

$$TB \geq \frac{1}{2} \quad (12)$$

Esta demostración nos indica una importante restricción que se tiene al momento de usar representaciones tiempo-frecuencia, y es que nunca se podrá tener un óptimo resultado conjunto en tiempo y frecuencia.

Señal analítica.

Antes de definir lo que es una señal analítica, se debe conocer que una señal real es la que presenta simetría hermítica, es decir si satisface la condición de la ecuación (13), sabiendo que $F(s)$ es una función compleja de s y $\overline{F(-s)}$ es la función de $-s$ conjugada (León, 2018).

$$F(s) = \overline{F(-s)} \quad (13)$$

En base a lo dicho anteriormente, se habla de *señal analítica* cuando una señal al cumplir con la condición hermítica entre los componentes de frecuencia positiva y de frecuencia negativa, la parte negativa se puede eliminar de la señal sin que se altere su información. Dicha eliminación es necesaria al momento de realizar un análisis tiempo-frecuencia dado que es preferible utilizar el asociado analítico en lugar de la señal real por dos razones: la primera porque permite muestrear una señal a la mitad de la tasa de Nyquist debido a que reduce el ancho de banda total a la mitad de modo que se pueda evitar un aliasing espectral; y la segunda porque disminuye la presencia de términos de interferencia originados por la interacción de componentes positivos y negativos del espectro de la señal (Boashash, 2015).

Entonces, una señal es analítica sí y solo no contiene frecuencias negativas, pero puede contener una componente espectral a frecuencia cero (Componente continua DC). Se formula mediante:

$$z(t) = s(t) + jy(t) \quad (14)$$

$s(t)$ e $y(t)$ son reales.

Transformada de Hilbert.

Partiendo de la ecuación (14), $z(t)$ es analítica con una componente DC real, sí y solo sí:

$$Y(f) = (-j \operatorname{sgn}(f))S(f) \quad (15)$$

$S(f)$ y $Y(f)$ son las TF de $s(t)$ e $y(t)$ respectivamente, y a su vez:

$$\operatorname{sgn}(\varepsilon) \begin{cases} -1 & \text{si } \varepsilon < 0; \\ 0 & \text{si } \varepsilon = 0; \\ 1 & \text{si } \varepsilon > 0; \end{cases} \quad (16)$$

Entonces, decimos que la transformada de Hilbert es la relación que se establece cuando $s(t)$ e $y(t)$ cumplen con la ecuación (15), y se describe como:

$$y(t) = \mathcal{H}\{s(t)\} \quad (17)$$

Redefiniendo el concepto de señal analítica con la introducción de este tema, Boualem Boashash define que: «una señal es analítica con una componente real DC sí y solo sí su parte imaginaria es la transformada de Hilbert de la parte real» (Boashash, 2015), pudiendo construirse a partir de $s(t)$ una señal analítica y analítica de la forma:

$$z(t) = s(t) + j\mathcal{H}\{s(t)\} \quad (18)$$

Existe una forma de evitar trabajar con la señal analítica, que consiste en realizar un sobremuestreo de la señal al menos por un factor de 2, debido a que, si su ancho de banda es la mitad del de la señal real, el aliasing no influirá en el dominio espectral útil.

Señales monocomponentes.

Como su nombre lo especifica una señal monocomponente es aquella que función en el dominio (t, f) que tiene solo una frecuencia para todo instante de tiempo. Estas señales se caracterizan porque presentan un asociado analítico presentado en la ecuación (19), donde $a(t)$ representa la amplitud y $\phi(t)$ es diferenciable.

$$z(t) = a(t)e^{j\phi(t)} \quad (19)$$

Señal Chirp.

Chirrido traducido al español, no hay una única definición, pero una chirp consiste en un fenómeno oscilante donde la frecuencia aumenta o disminuye con el tiempo. Sus principales usos son en los sistemas de radar, sonar, láser y comunicaciones de amplio espectro.

Se la utilizó en este estudio debido a que, al variar con el tiempo, su contenido frecuencial se puede llegar a observar si las distribuciones tiempo-frecuencia que se emplearon también lo hacen y acompañaron a la señal o en su defecto no lo lograron.

La forma que define a una señal chirp puede definirse como:

$$y(t) = A(t) \cos(\phi(t)); \quad (20)$$

$A(t) \geq 0$ es la amplitud; $\phi(t)$ es la fase

$\omega(t) = |\phi'(t)| =$ es la frecuencia instantánea

Para este contexto se empleará una señal chirp cuadrática, la misma que varía cuadráticamente con el tiempo y cuya expresión matemática puede escribirse como:

$$y_c(t) = v(t) \left(\frac{\beta}{2} (t - t_0)^2 + \varphi(t - t_0) \right), \beta \neq 0, \varphi \in \mathbb{R} > 0 \quad (21)$$

$v(t)$ amplitud suave

$\omega(t) = |\beta(t - t_0) + \varphi| =$ es la frecuencia instantánea

Representación Tiempo-Frecuencia (TFR)

Consiste en una representación tridimensional de una señal como una función de dos variables, lo que significa que el dominio es el espacio de dos dimensiones (t, f) , con el fin de proveer información de las componentes de frecuencia que ocurren para

cualquier tiempo, observando la cantidad de concentración de energía a lo largo del eje de frecuencia para cada instante de tiempo.

Para realizar este tipo de representaciones es necesario el empleo de distribuciones tiempo-frecuencia (DTFs). Se debe tener en cuenta que cada una de éstas se comporta de diferente manera acorde a la señal que se esté empleando, como se obtuvo en el capítulo tres.

Cuando se emplean señales con frecuencia variante en el tiempo es preferible aplicar cualesquiera de las distribuciones tiempo-frecuencia, para que nos permita observar la distribución de la energía de la señal en un espacio bidimensional. Las principales TFR son las lineales, pero también existen las denominadas cuadráticas, donde se agrupan en las llamadas: Clase de Cohen, Clase Afín y Clase Hiperbólica. Se puede explicar rápidamente una diferencia entre estos dos tipos de TFR, y es que, en las lineales se muestra la señal descompuesta en el plano t-f, tomando como referencia la amplitud de la señal temporal, mientras que en las cuadráticas, la señal se descompone en base a la energía, la misma que se distribuye a lo largo del plano t-f (Rosado et al., 2000).

Propiedades de las TFR.

Se aplican cuando se trabajan con las TFR cuadráticas, con el fin de aprender las condiciones que deben cumplirse para que una TFR se corresponda con una densidad de energía pudiendo calcular momentos locales y globales (Rosado et al., 2000). Entre las propiedades se tienen:

Marginales.

Para explicar esta propiedad se tomarán los conceptos de energía o intensidad por unidad de tiempo $|s(t)|^2$ y del espectro de densidad de energía $|S(f)|^2$, donde las condiciones marginales se definen como:

$$P(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(t, f) dt = |S(f)|^2 \quad (22)$$

$$P(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(t, f) df = |s(t)|^2 \quad (23)$$

Con lo que se quiere dar a entender que si al integrar los términos de una distribución de un mismo tiempo o frecuencia se deben obtener $|s(t)|^2$ o $|S(f)|^2$ respectivamente.

Energía total.

Esta propiedad solo se cumple cuando también lo hacen las marginales, y no es más que integrar $|s(t)|^2$ o $|S(f)|^2$ para todo tiempo o frecuencia, respectivamente.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |S(f)|^2 d\omega \quad (24)$$

Covarianza ante desplazamientos temporales y frecuenciales.

Cuando se tiene una señal $s(t)$ con desplazamiento en el tiempo:

$$\tilde{s}(t) = s(t - t_0) \quad (25)$$

la TFR debe ser covariante a cualquier traslación:

$$P_{\tilde{x}}(t, f) = P_x(t - t_0, f) \quad (26)$$

De manera similar, cuando se tiene una señal con desplazamiento en frecuencia:

$$\tilde{s}(t) = s(t)e^{jf_0 t} \quad (27)$$

la TFR se debe correr en frecuencia en f_0 :

$$P_{\tilde{x}}(t, f) = P_x(t, f - f_0) \quad (28)$$

Escalado lineal.

Si se tiene una señal $s(t)$, y una constante b ; su versión escalada $s_c(t) = \sqrt{b} \cdot s(bt)$, por lo tanto $s_c(t)$ se expande o se reduce dependiendo de que si la constante b

es mayor o menor a la señal. Así. Basándose en la ecuación (29) si la señal se comprime si el espectro se expande y viceversa.

$$S_s(f) = \frac{1}{\sqrt{a}} S(f/b) \quad (29)$$

Para que esto se cumplan en las TFR, tiene que:

$$P_s(t, f) = P\left(bt, \frac{f}{b}\right) \quad (30)$$

Soporte finito de la señal.

Esta propiedad explica que la TFR no toma valores mientras no lo haga la señal, es decir no se adelanta al inicio de la señal y ni se mantiene cuando ésta ha finalizado viene formulada:

$$P(t, f) = 0 \text{ para } t \notin (t_1, t_2), \text{ si } s(t)=0 \text{ para cualquier } t \notin (t_1, t_2) \quad (31)$$

$$P(t, f) = 0 \text{ para } f \notin (f_1, f_2), \text{ si } S(f)=0 \text{ para cualquier } f \notin (f_1, f_2) \quad (32)$$

Distribuciones reales y positivas.

Esto es necesario para que los resultados obtenidos sean fácilmente manejados, deben cumplir con:

$$P(t, f) = P^*(t, f) \text{ y } P(t, f) \geq 0 \quad (33)$$

Frecuencia instantánea (FI).

La frecuencia instantánea es una manera de describir a una señal en tiempo y frecuencia paralelamente y que hace referencia a la frecuencia dominante de una señal. A partir de que a una señal analítica $z(t)$ se le aplique la transformada de Fourier $Z(f)$:

$$Z(f) = A\delta(f - f_i) \quad (34)$$

Al realizar la FT inversa se obtiene

$$z(t) = Ae^{j2\pi f_i t} \quad (35)$$

Donde la fase instantánea se identifica con:

$$\phi(t) = \arg z(t) = 2\pi f_i t + \arg A \quad (36)$$

Entonces, la IF se expresará como:

$$f_i(t) = \frac{1}{2} \phi'(t) \quad (37)$$

Donde

$$\phi'(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d \arg x(t)}{dt} \quad \text{Frecuencia instantánea} \quad (38)$$

Esta definición como ya se dijo se aplica solo a señales monocomponentes; sin embargo, cuando se trata de señales multicomponentes se deberá considerar una IF para cada componente, es así que el IF que resulta de la suma de dos señales es diferente al resultado de la suma de sus dos IF.

Representaciones lineales tiempo-frecuencia

Estas TFR son las más empleadas dado a su sencillez y similitud a los métodos espectrales clásicos. Se las conoce también como descomposiciones atómicas, y sus principales representantes son la Transformada de Fourier de Corta Duración y con la representación de Gabor.

Transformada de Fourier de Corta Duración STFT.

Para que esta transformada tenga dependencia del tiempo, lo que se hace es introducir una pre-ventana $x(u)$ alrededor de un tiempo particular t , luego se calcula su Transformada de Fourier para cada instante de tiempo t . Su formulación matemática se puede expresar como:

$$T_{STFT}(t, f; h) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u) h^*(u - t) e^{-j2\pi f u} du \quad (39)$$

$h(t)$ es una ventana de análisis de tiempo corto localizada alrededor de $t = 0$ y $f = 0$. Esto debido a que la multiplicación por la ventana relativamente corta

$h^*(u - t)$ suprime a la señal alrededor de dicho punto, y la transformada de Fourier produce un espectro local.

La resolución en tiempo de la STFT se la puede calcular considerando a x como un impulso de Dirac:

$$x(t) = \delta(t - t_o) \Rightarrow Fx(t, f; h) = \exp[-j2\pi t_o v] h(t - t_o). \quad (40)$$

De (40) se puede deducir que la resolución temporal de las STFT depende de la duración de la ventana de análisis h . Por otro lado, para la resolución en frecuencia se debe considerar un impulso de Dirac en el dominio de la frecuencia (senoide complejo) (Auger et al., 1995).

$$\begin{aligned} x(t) = \exp[j2\pi f_o t] &\Rightarrow F_x(t, f; h) \\ &= \exp[-j2\pi t f_o] H(v - f_o) \end{aligned} \quad (41)$$

Por lo tanto, el ancho de banda de la ventana de análisis $h(t)$ es proporcional a la resolución en frecuencia de la STFT, de esta manera se obtienen dos posibles enunciados en lo que respecta a resolución tiempo frecuencia: Para una resolución en tiempo aceptable es necesario una ventana pequeña $h(t)$ mientras que para obtener una resolución en frecuencia alta, al contrario, se requiere una ventana de análisis larga $h(t)$, sin embargo aquí se aplica el principio de incertidumbre, para establecer un límite para la ventana $h(t)$, de manera que se equilibren la resolución tiempo-frecuencia y no se distorsione ni la una ni la otra.

Representación de Gabor.

Para definir esta representación se debe conocer que para reducir la redundancia del STFT continuo, se lo muestrea en el plano tiempo-frecuencia, mediante una cuadrícula rectangular y viene dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
F_x[n, m; h] &= F_x(nt_o, mf_o; h) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} x(u)h^*(u - t_o)\exp[-j2\pi mf_o u]du
\end{aligned} \tag{42}$$

Para minimizar la redundancia sin perder información en la expresión (42) es complicada la selección de los valores que deben tener t_o y f_o . Como lo indica Daubechies, en la propiedad de obstrucción de Balian-Low, es imposible obtener una base de la forma $t_o \times f_o = 1$, con una ventana h que esté bien localizada en el tiempo y frecuencia (Daubechies, 1992). Por lo mencionado anteriormente, se realiza una reconstrucción (síntesis) discreta y viene dado por:

$$\begin{aligned}
x(t) &= \sum_n \sum_m F_x[n, m; h]g_{n,m}(t) \\
g_{n,m}(t) &= g(t - nt_o)\exp[j2\pi mf_o t]
\end{aligned} \tag{43}$$

A partir de esta la expresión (43), $g_{n,m}(t)$ define la representación de Gabor, para cualquier ventana normalizada g . Para solventar la obstrucción Balian-Low, se debe hacer que g y h sean biortonormales, con el fin de cumplir la condición de biortonormalidad:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g_{n,m}(t)h_{n',m'}^*(t)dt = \delta_{n-n'} \delta_{m-m'}$$

En la implementación, esta solución no satisface completamente, debido a que la ventana biortonormal es inestable, por lo que se considera cierto grado de sobremuestreo para suavizar la ventana h .

Representaciones bilineales tiempo-frecuencia

Llamada también clase cuadrática, se diferencian con las lineales dado que en este grupo como se dijo descomponen la señal en componentes elementales (los átomos), mientras que las bilineales tienen como propósito distribuir la energía de la

señal sobre las dos variables de descripción: tiempo y frecuencia. El punto de partida son las ecuaciones (4) y (9), donde los módulos al cuadrado se pueden interpretar como densidades de energía, en tiempo y frecuencia respectivamente, de esta forma no es anormal buscar una densidad de energía conjunta de tiempo y frecuencia, de la forma:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(t, f) dt df \quad (44)$$

La expresión anterior debe cumplir además con las propiedades marginales descritas en el apartado 0 , lo que significa que, si se integra la densidad de energía tiempo-frecuencia a lo largo de una variable, se obtiene la densidad de energía de la variable complementaria (Auger et al., 1995).

Un inconveniente que se presenta en este tipo de TFR son los términos de interferencia, esto debido que la señal al tener presencia cuadrática, se convierte en una señal multicomponente (varias componentes frecuenciales), para explicar esto se va a tomar la suma de dos señales monofrecuenciales

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) = e^{j2\pi \cdot f_1 \cdot t} + e^{j2\pi \cdot f_2 \cdot t} \quad (45)$$

Al realizar la TFR, $s(t)$ está formada por dos términos (auto términos) propios de la TFR de cada señal, más dos términos cruzados (Loughlin et al., 1993):

$$\begin{aligned} TFR_x(t, f) = & |c_1|^2 TFR_{x_1}(t, f) + |c_2|^2 TFR_{x_2}(t, f) + c_1 c_2^* TFR_{x_1,2}(t, f) \\ & + c_2 c_1^* TFR_{x_2,1}(t, f) \end{aligned} \quad (46)$$

Los términos cruzados deterioran a la señal original, dado que pueden aparecer términos de energía en zonas donde es ilógico tenerlos, lo cual puede perjudicar el análisis de la señal útil, por lo mismo que se introduce el empleo de los llamados

“kernel”, que no son más que filtros bidimensionales que atenúan los términos cruzados, aportando mayor intensidad a los términos útiles (Rosado et al., 2000).

La distribución de Wigner-Ville (DWV) como base de la clase cuadrática.

Antes de comenzar a describir las distribuciones tiempo-frecuencia cuadráticas que se desglosan a partir de ella, cabe indicar que la misma satisface con algunas de las propiedades matemáticas deseables, tales como:

- *Conservación de la energía:* ver apartado 0
- *Propiedades marginales:* ver apartado 0
- *Valor real:* ver apartado 0
- *Covarianza en traslación:* ver apartado 0
- *Covarianza en dilatación:* ver apartado 0
- *Frecuencia instantánea:* ver apartado 0

Sin embargo, en esta distribución surge el problema de la presencia de interferencias o términos cruzados, los mismos que se presentan al momento de realizar la transformada de Fourier para obtener la señal analítica de señales multicomponentes, que pueden superponerse con los términos útiles, por lo que obstruyen la correcta visualización de un fenómeno en estudio. Sin embargo, la no presencia de unos cuantos términos de interferencia pueden no satisfacer una cantidad necesaria de buenas propiedades, por lo tanto, debe darse una adecuada compensación entre términos de interferencia y propiedades. Auger resume una importante regla para obtener esta compensación de interferencias, la misma que expresa:

Dos puntos del plano tiempo-frecuencia generan un tercer punto localizado en el punto medio geométrico entre ambos. Además, estos términos oscilan perpendicularmente a la línea que une los dos puntos origen, con una frecuencia

proporcional a la distancia que separa los puntos origen (Auger et al., 1995). Para evitar la difícil interpretación de la DWV, cuando se tienen varias componentes frecuenciales, lo que se desea es de suprimir la presencia de los términos cruzados, para lo cual se prueban dos posibles soluciones:

- Obteniendo la DWV enmascarada, que resulta de multiplicar la DWV por el espectrograma, para de este modo combinar la supresión de términos cruzados del espectrograma con la alta resolución de la DWV.
- Mediante el diseño de un núcleo o kernel propio para cada distribución que suprima los términos cruzados. Una Distribución Tiempo-Frecuencia cuadrática, en donde los términos cruzados se atenúan en relación a los auto-términos se la conoce como distribución de interferencia reducida.

Cabe recordar, que el atenuar estos términos cruzados, tal como lo explica el principio de incertidumbre, se estará perdiendo resolución, por lo que se debe encontrar un equilibrio entre ambos conceptos.

Dominios de la DWV.

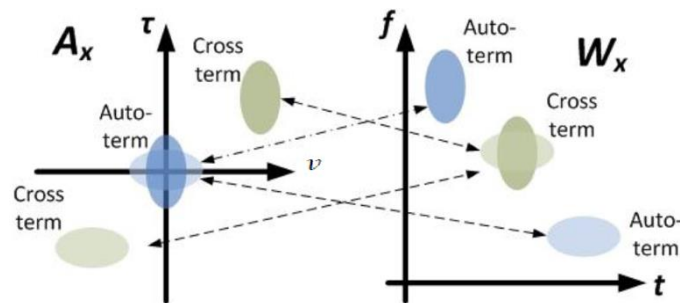
La definición de estos dominios son de suma importancia, ya que mediante de éstos se basa la formulación de la clase cuadrática, mediante la combinación de variables como t : tiempo, f : frecuencia, τ : retardo, v : doppler, las mismas que se encuentran relacionadas mediante las transformadas directas e inversas de Fourier, por lo tanto, al realizar la combinación de dos variables, se obtienen cuatro dominios de definición, los mismos que son:

- Dominio tiempo-retardo (t, τ)
- Dominio tiempo-frecuencia (t, f)
- Dominio doppler-frecuencia (τ, f)
- Dominio doppler-retardo (v, τ)

Este último denominado dominio de ambigüedad, ese el más importante, dado que ofrece una solución sencilla ante el problema presente en las DTFs cuadráticas, mediante el filtrado o atenuación de los términos cruzados, sin que esto afecte a los auto-términos. Esto se logra debido a que, en el dominio (t, f) estas componentes espurias son altamente oscilatorias, y su frecuencia de oscilación depende de la distancia existente entre las componentes de la señal (Hernández, 2016), lo cual provoca que en el dominio de ambigüedad (v, τ) , estos términos cruzados se encuentren lejos del origen. Por el contrario, los auto-términos al ser suaves y bien limitados en el dominio (t, f) , están concentrados en el origen en el dominio de ambigüedad.

Figura 7

Dominio de ambigüedad y dominio tiempo-frecuencia

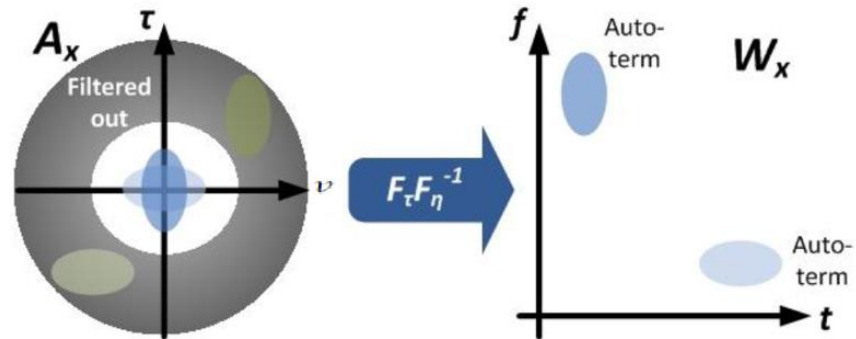


Nota: Tomado de (Hernández, M., Análisis comparativo de distribuciones tiempo-frecuencia aplicables al procesamiento de señal, 2016).

En la Figura 7 se puede observar como en el dominio de ambigüedad, los auto-términos se presentan sobre el origen, mientras que los términos cruzados se encuentran alejados del mismo. Esto permite crear en este dominio un núcleo $g(v, \tau)$, como un filtro paso bajo bidimensional que no se preocupe de la información presente lejos del origen, tal como se muestra en la Figura 8.

Figura 8

Dominio de ambigüedad y dominio tiempo-frecuencia



Nota: Tomado de (Hernández, M., Análisis comparativo de distribuciones tiempo-frecuencia aplicables al procesamiento de señal, 2016).

La supresión de estos términos cruzados se realiza mediante la multiplicación del núcleo doppler-retardo con la función de ambigüedad:

$$\mathcal{A}(v, \tau) = g(v, \tau)A(v, \tau) \quad (47)$$

Donde la función de ambigüedad se describe como:

$$FA(v, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} z\left(t + \frac{\tau}{2}\right) z^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi v t} dt \quad (48)$$

Esta expresión se la conoce como función de auto-correlación conjunta en tiempo y frecuencia, motivo por el cual se consideran como DTFs bilineales, ya que la señal entra dos veces en el cálculo de la DTF.

El concepto de función de ambigüedad, es importante debido que, a partir de éste, se puede obtener la expresión correspondiente para la Distribución de Wigner-Ville.

La clase de Cohen.

León Cohen, en 1996, desarrolló una clase de distribuciones bilineales que conllevó a un avance excepcional en el desarrollo de las TFR, ya que el principal

problema en el diseño de estas representaciones se redujo a la elección de una función llamada *núcleo* o *kernel*, con la que siguiendo ciertas normas se asegura una representación casi perfecta de la TFR escogida.

Cohen dijo que: “Una TFR pertenece a la clase de Cohen si satisface las propiedades de invarianza ante desplazamiento temporales y frecuenciales”(Cohen, 1966), Así, cualquier TFR puede obtenerse a partir de la expresión:

$$TFR(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} FA(\tau, v)g(\tau, v)e^{j(tv-wt)}d\tau dv \quad (49)$$

$g(\tau, v)$ es el kernel

$FA(\tau, v)$ es la función de ambigüedad

La ecuación (49), en función de su espectro queda así:

$$TFR(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t - u, \tau)x\left(u + \frac{\tau}{2}\right)x^*\left(u - \frac{\tau}{2}\right)e^{-jft}d\tau dv \quad (50)$$

$$TFR(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(f - u, \tau)X\left(u + \frac{v}{2}\right)X^*\left(u - \frac{v}{2}\right)e^{-jtv}dv du \quad (51)$$

Al final la clase general de Cohen queda:

$$TFR(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(t - u, f - v)WV(u, v)dudv \quad (52)$$

Un último detalle a agregar, es la elección del kernel o núcleo, el mismo que debe aproximarse a un filtro paso-bajo ideal, para de este modo eliminar los términos cruzados sin distorsionar los términos propios de la señal.

Distribución de Wigner Ville (DWV).

Como ya se indicó, la expresión para esta distribución, se obtiene a partir de la función de autocorrelación espectral, presentada en la ecuación (48), dando como resultado:

$$WV(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} z\left(t + \frac{\tau}{2}\right) z^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (53)$$

$$WV(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} Z\left(f + \frac{\nu}{2}\right) Z^*\left(f - \frac{\nu}{2}\right) e^{-j2\pi\nu t} d\nu \quad (54)$$

Cabe recordar que, se debe tener cuidado al realizar el muestreo de la DWV debido a su naturaleza cuadrática cuando se trata de una señal analítica, para entender esto se supone que:

$$WV(t, f) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} x(t + \tau) x^*(t - \tau) e^{-j4\pi f\tau} d\tau \quad (55)$$

Si la señal se muestrea con un periodo T_e , escrito como: $x[n] = x(nT_e)$ y se evalúa la DWV en los puntos de muestro nT_e para todo t , se obtiene la forma discreta de la DWV, que es una expresión periódica en frecuencia con periodo de $\frac{1}{2T_e}$.

$$WV[n, f] = 2T_e \sum_k x[n + k] x^*[n - k] e^{-j4\pi f\tau} \quad (56)$$

Este periodo no es el mismo que el que se obtiene cuando se aplica la Transformada de Fourier de una señal muestreada a la tasa de Nyquist ($1/T_e$), por lo tanto esta representación de forma discreta puede verse afectada por un aliasing espectral, y aquí es en donde incurrimos en lo expresado en los apartados 0 y 0. A continuación, se presenta un resumen con las principales DTFs, sus formulaciones matemáticas y sus respectivos núcleos o kernels.

Tabla 1

TFR de la clase de Cohen con sus respectivos kernels.

DTF	Ecuación (t, f)	Kernel $g(\nu, \tau)$
Pseudo Wigner-Ville	$\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$	$\eta\left(\frac{\tau}{2}\right) \eta^*(-\tau/2)$

DTF	Ecuación (t, f)	Kernel g(v, τ)
Pseudo Wigner-Ville Suavizada	$\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} g_1(s-t)x\left(t+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right) ds e^{-j2\pi ft} d\tau$	$\Gamma(v)\eta(\tau/2)\eta^*(-\tau/2)$
RID-Bessel	$\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)R_x(t,\tau) e^{-j2\pi ft} d\tau$	$\frac{J_1(2\pi\alpha v\tau)}{\pi\alpha v\tau}$
Born-Jordan	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{ \tau } \int_{t- \tau /2}^{t+ \tau /2} x(s+\tau/2)x^*(s-\tau/2) e^{-j2\pi ft} ds d\tau$	$\frac{\sin(\pi v\tau)}{\pi v\tau}$
Butterworth	$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{\sigma}}{2 \tau } e^{-2 f \sqrt{\sigma}/ \tau } z\left(t+f+\frac{\tau}{2}\right)z^*\left(t+f-\frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi ft} df d\tau$	$\left[1 + \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{2M} \left(\frac{v}{v_0}\right)^{2N}\right]^{-1}$
Choi-Williams	$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma}{ \tau } e^{-2j\sigma^2(s-t)^2/\tau^2} x\left(s+\frac{\tau}{2}\right)x^*\left(s-\frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi ft} ds d\tau$	$e^{-\frac{(2\pi v)^2}{\sigma}}$
Rihaczeck	$z(t)Z^*(f)e^{-j2\pi ft}$	$e^{-j\pi vt}$
Margenau-Hill	$\Re\{z(t)Z^*(f)e^{-j2\pi ft}\}$	$\cos(\pi tv)$
Page	$\frac{d}{dt} \left\{ \left \int_{-\infty}^t z(u)e^{-j2\pi fu} du \right ^2 \right\}$ $2\Re \left\{ z(t) \left(\int_{-\infty}^t z(u)e^{-j2\pi fu} du \right)^* e^{-j2\pi ft} \right\}$	$e^{-j\pi v \tau }$
ZAM	$\int_{-\infty}^{\infty} \left[h(\tau) \int_{t- \tau /2}^{t+ \tau /2} z(s+\tau/2)z^*(s-\tau/2) ds \right] e^{-j2\pi ft} ds d\tau$	$h(\tau) \tau \frac{\sin(\pi v\tau)}{\pi v\tau}$
Espectrograma	$\left \int_{-\infty}^{\infty} z(u)h^*(u-t) e^{-j2\pi ft} du \right ^2$	$(-\tau, -v)$
Rectangular generalizada	$\int \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2r_s}{ \tau ^\alpha} \text{sinc}\left(\frac{2\pi r_s f}{ \tau ^\alpha}\right) z\left(t+f+\frac{\tau}{2}\right)z^*\left(t+f-\frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi ft} dv d\tau$	$\begin{cases} 1, & \tau ^{M/N} v /\sigma \leq 1 \\ 0, & \tau ^{M/N} v /\sigma > 1 \end{cases}$

Fuente: Tomado de (Quiceno, 2009) & (Auger et al., 1995).

Capítulo III

Estudio comparativo de las representaciones tiempo-frecuencia lineales y bilineales

Una vez teniendo claros los conceptos y características de las diferentes distribuciones con las que se van a trabajar, en el presente capítulo se realizó un estudio comparativo, donde se pudo observar de manera práctica la eficiencia de cada una de las distribuciones, sobre todo en lo que concierne a la eliminación de términos cruzados y la resolución que se obtenga. Esta resolución depende principalmente del tipo y tamaño de ventana empleada, en este caso se utilizó dos tipos de ventanas: Rectangular y Hamming, con longitudes desde 32 a 512 para el suavizado en frecuencia.

Se lo realizó empleando el time-frequency toolbox(tftb-02) diseñado para Matlab (Auger et al., 1995), el mismo que es una colección de archivos .m desarrollados para el análisis de señales no estacionarias utilizando distribuciones de tiempo-frecuencia. Este toolbox incluye dos grupos de archivos:

- los archivos de generación de señales, que permiten la síntesis de numerosos tipos de señales no estacionarias;
- los archivos de procesamiento, incluidas las distribuciones de tiempo-frecuencia y otras funciones de procesamiento relacionadas.

Son de suma importancia los conceptos de transformada de Fourier, muestreo de Shannon y estacionariedad para comprender el funcionamiento de este toolbox. Para realizar este estudio comparativo, se emplearon dos tipos de señales:

- Una señal sintética, una **chirp cuadrática**, con una frecuencia de muestreo de 100 Hz, que comienza en 40 Hz y termina en 0 Hz, con una duración de 60 segundos.

- Señales sismo-volcánicas, tomadas del repositorio del IGEPN, más precisamente de la base de datos MicSigV1 que contiene un total de 1187 registros independientes de micro-terremotos. Estos fueron registrados en dos estaciones sísmicas diferentes (BREF y VC1) instaladas en los flancos del volcán y muestreadas a 50 Hz y 100 Hz respectivamente. Para estandarizar la frecuencia de muestreo, a los registros muestreados a 50 Hz se les realizó un upsampling (sobre-muestreo).

Cabe recalcar, que los dos tipos de señales son reales, por lo que para llevar a cabo el análisis mediante cualesquiera de las TFR, se deben obtener sus asociados analíticos, con el fin de evitar que se presenten componentes no deseadas en la señal y por ende se pueda obviar un aliasing espectral, explicado en la sección 0

Estudio comparativo mediante la señal chirp cuadrática

En la Tabla 2 se resumen las principales características encontradas a lo largo del estudio comparativo realizado con la señal chirp cuadrática, como además se puede observar en las figuras que conforman el Anexo A.

Tabla 2

Principales características de las distribuciones del estudio con la señal chirp cuadrática

TFR	CARACTERISTICAS
Distribución de Wigner-Ville	Pierde máxima energía a lo largo del tiempo, buena resolución
Distribución Pseudo Wigner-Ville	Curva de frecuencias poco gruesa, afecta la resolución
Distribución Pseudo Suavizada de Wigner-Ville	Curva de frecuencias poco gruesa, afecta la resolución
STFT	Curva de frecuencias más gruesa
Representación de Gabor	Pierde máxima energía a lo largo del tiempo

TFR	CARACTERISTICAS
Distribución de Born-Jordan	Curva de frecuencias poco gruesa, afecta la resolución
Distribución de Choi-Williams	Curva de frecuencias poco gruesa, afecta la resolución
Distribución de Butterworth	Curva de frecuencias poco gruesa, afecta la resolución
Distribución Rectangular Generalizada	Curva de frecuencias poco gruesa, afecta la resolución
Distribución de Margenau-Hill	No logra acompañar a la señal
Distribución de Espectrograma de Margenau-Hill	Curva de frecuencias gruesa, afecta la resolución
Distribución Pseudo Margenau-Hill	Pierde máxima energía a lo largo del tiempo
MMCE	Curva de frecuencias más gruesa
Distribución de Page	No logra acompañar a la señal
Distribución Pseudo Page	Curva de frecuencias más gruesa
Distribución de Rihaczek	No logra acompañar a la señal
RID: Ventana de Bessel	Curva de frecuencias poco gruesa, afecta la resolución
RID: Ventana Binomial	Curva de frecuencias poco gruesa, afecta la resolución
RID: Ventana de Hanning	Curva de frecuencias poco gruesa, afecta la resolución
RID: Ventana Triangular	Curva de frecuencias poco gruesa, afecta la resolución
Distribución de Espectrograma	Curva de frecuencias poco gruesa, afecta la resolución
Distribución de Zhao-Atlas-Marks	Curva de frecuencias más gruesa

Una vez culminado el análisis de la señal chirp cuadrática, se debe mencionar que los valores de las ventanas de suavizado deben adaptarse según se desea tener

mayor resolución en frecuencia o en tiempo; además no deben ser muy altos, esto con el fin de que no se atenúen demasiados términos que provoca una mala resolución y además pérdida de información. De la Tabla 3 se puede decir que para este tipo de señal sintética, el emplear su asociado analítico, favorece a que en ninguna distribución se presenten términos cruzados, pero al mismo tiempo se encuentran problemas en lo referente a la resolución de la curva frecuencial, además que tres distribuciones no logran acompañar a la señal por lo tanto se las descartan para el siguiente estudio.

Tabla 3

Relación entre distribuciones del estudio comparativo con la señal chirp cuadrática

TFR	ACOMPaña	TÉRMINOS CRUZADOS	RESOLUCIÓN
Distribución de Wigner-Ville	SI	NO	ALTA
Distribución Pseudo Wigner-Ville	SI	NO	MEDIA
Distribución Pseudo Suavizada de Wigner-Ville	SI	NO	MEDIA
STFT	SI	NO	BAJA
Representación de Gabor	SI	NO	BAJA
Distribución de Born-Jordan	SI	NO	MEDIA
Distribución de Choi-Williams	SI	NO	MEDIA
Distribución de Butterworth	SI	NO	MEDIA
Distribución Rectangular Generalizada	SI	NO	MEDIA
Distribución de Espectrograma de Margenau-Hill	SI	NO	MEDIA
Distribución Pseudo Margenau-Hill	SI	NO	BAJA
MMCE	SI	NO	BAJA
Distribución Pseudo Page	SI	NO	BAJA
RID: Ventana de Bessel	SI	NO	MEDIA
RID: Ventana Binomial	SI	NO	MEDIA
RID: Ventana de Hanning	SI	NO	MEDIA
RID: Ventana Triangular	SI	NO	MEDIA
Distribución de Espectrograma	SI	NO	MEDIA
Distribución de Zhao-Atlas-Marks	SI	NO	BAJA

En base a la Tabla 2 y Tabla 3, las distribuciones que se las descartaron para el siguiente estudio comparativo son: distribución de Page, Distribución de Margenau-Hill y distribución de Rihaczeck; también se incluye a la Representación de Gabor, esto debido al costo computacional que conlleva trabajarla y la difícil calibración de los parámetros para su correcto funcionamiento.

Estudio comparativo con señales micro-sísmicas reales

Para realizar la selección de la distribución que mejor se adapte a las señales en estudio, se procede a tomar dos eventos de la base de datos MicSigV1 proporcionada por el Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional (IGEPN): Un volcano tectónico (VT) y uno de largo periodo (LP), ambos muestreados a una frecuencia de 100 Hz.

Como se quiere tener una perspectiva similar, en lo que respecta a la distribución de la energía de la señal y términos no deseados, en todos los casos, los parámetros de entrada que se les dieron a las distribuciones son: el tipo de ventana a emplear y el tamaño, de este modo para discriminar la de mejor desempeño, se pueden observar las gráficas de todas las distribuciones al mismo tiempo.

Señal LP muestreada a 100 Hz.

Con base a lo presentado en el Anexo B, se elaboró la Tabla 4 con las características más sobresalientes de cada distribución representada.

Tabla 4

Principales características de las distribuciones del estudio con la señal LP

TFR	CARACTERISTICAS
Distribución de Wigner-Ville	Presenta términos por encima de los 20 Hz.
Distribución Pseudo Wigner-Ville	Mejora en cuanto a términos no deseados

TFR	CARACTERISTICAS
Distribución Pseudo Suavizada de Wigner-Ville	Representa bien a la señal
STFT	Está inundada de términos no deseados
Distribución de Born-Jordan	Representa bien a la señal
Distribución de Choi-Williams	Representa bien a la señal
Distribución de Butterworth	Representa bien a la señal
Distribución Rectangular Generalizada	Ensancha el espectro frecuencial
Distribución de Espectrograma de Margenau-Hill	Daña la resolución en frecuencia
Distribución Pseudo Margenau-Hill	Se pierde información
MMCE	Se pierde información
Distribución Pseudo Page	Está inundada de términos no deseados
RID: Ventana de Bessel	Representa bien a la señal
RID: Ventana Binomial	No otorga buena representación.
RID: Ventana de Hanning	No otorga buena representación.
RID: Ventana Triangular	No otorga buena representación.
Distribución de Espectrograma	Representa a la señal con pérdida de ciertos términos
Distribución de Zhao-Atlas-Marks	Representa a la señal con ciertos términos de interés

Al contrario de lo que sucedió en el estudio con la señal chirp cuadrática, al hacerlo con la señal micro-sísmica del tipo LP, se pudo observar lo referente a términos cruzados y como estos afectan a la resolución de la representación de la señal, sin embargo, en ciertos casos la poca presencia de estos términos no distorsiona el espectro frecuencial en gran manera, poniendo en evidencia que si se puede llegar a una compensación entre estos dos factores. En la Tabla 5 se resume lo observado en el estudio del evento LP, para facilitar la elección de la distribución que mejor se adapten a la señal, en lo que respecta a términos cruzados, se usará un SI cuando la

presencia de los mismos sea significativa mientras que el NO indicará que su intervención no influye mucho en la correcta representación de la señal.

Tabla 5

Relación entre distribuciones del estudio comparativo con la señal LP.

TFR	TÉRMINOS CRUZADOS	RESOLUCIÓN
Distribución de Wigner-Ville	SI	BAJA
Distribución Pseudo Wigner-Ville	SI	BAJA
Distribución Pseudo Suavizada de Wigner-Ville	NO	MEDIA
STFT	SI	BAJA
Distribución de Born-Jordan	NO	MEDIA
Distribución de Choi-Williams	NO	MEDIA
Distribución de Butterworth	NO	MEDIA
Distribución Rectangular Generalizada	SI	MEDIA
Distribución de Espectrograma de Margenau-Hill	NO	BAJA
Distribución Pseudo Margenau-Hill	SI	BAJA
Distribución MMCE	NO	BAJA
Distribución Pseudo Page	SI	BAJA
RID: Ventana de Bessel	NO	MEDIA
RID: Ventana Binomial	SI	MEDIA
RID: Ventana de Hanning	SI	MEDIA
RID: Ventana Triangular	SI	MEDIA
Distribución de Espectrograma	NO	MEDIA
Distribución de Zhao-Atlas-Marks	NO	MEDIA

Además, como se puede ver en la Tabla 5, siete son las distribuciones que para el evento de Largo Periodo, logran un mejor compromiso entre resolución y términos cruzados, puesto que, al contener una pequeña cantidad de estos últimos, se logra

obtener una resolución que permita discriminar la señal en cuestión y no cometer un error a la hora de determinar las componentes de la misma. Las distribuciones que logran esto son: Pseudo Wigner-Ville Suavizada, Choi-Williams, Butterworth, Born-Jordan, RID con ventana de Bessel, Espectrograma y la de Zhao-Atlas-Marks.

Por otro lado, las distribuciones STFT y la Pseudo Page (ver Apéndice B, Figuras 46 y 54) presentaron el peor rendimiento en este tipo de señales, sin embargo, a continuación, se verá que ocurre al trabajar con eventos volcano-tectónicos.

Señal VT muestreada a 100 Hz.

En las señales VT a diferencia de las LP, el contenido espectral es menor o igual a 20 Hz, así como se puede observar en las gráficas que conforman el Anexo C. En la Tabla 6 se presentan las principales características encontradas al trabajar con este evento volcano-tectónico.

Tabla 6

Principales características de las distribuciones del estudio con la señal VT

TFR	CARACTERISTICAS
Distribución de Wigner-Ville	No representa bien a la señal.
Distribución Pseudo Wigner-Ville	Mejora en cuanto a términos no deseados
Distribución Pseudo Suavizada de Wigner-Ville	Representa mejor a la señal pero con pérdida de términos de interés
STFT	No logra representar al evento
Distribución de Born-Jordan	Presenta términos por debajo de los 15 Hz
Distribución de Choi-Williams	Acompañan el comportamiento del evento
Distribución de Butterworth	Acompañan el comportamiento del evento
Distribución Rectangular Generalizada	Presenta términos por encima de los 20 Hz
Distribución de Espectrograma de Margenau-Hill	Se pierden términos de interés

TFR	CARACTERISTICAS
Distribución Pseudo Margenau-Hill	No se adapta al comportamiento de la señal
MMCE	Se pierde información
Distribución Pseudo Page	No logra representar al evento
RID: Ventana de Bessel	Acompañan el comportamiento del evento
RID: Ventana Binomial	Acompañan el comportamiento del evento
RID: Ventana de Hanning	Acompañan el comportamiento del evento
RID: Ventana Triangular	Acompañan el comportamiento del evento
Distribución de Espectrograma	Representa a la señal con pérdida de ciertos términos
Distribución de Zhao-Atlas-Marks	Acompaña el evento pero con términos a considerar

En la Tabla 7 con el fin de tomar una decisión acerca de las distribuciones que mejor trabajen con este tipo de evento, en lo que respecta a términos cruzados, se usará un SI cuando la presencia de los mismos sea demasiado significativa y que dañe la señal en estudio, mientras que el NO indicará que su intervención no influye mucho en la correcta representación de la señal, así mismo se caracterizará cualitativamente la resolución presente.

Tabla 7

Relación entre distribuciones del estudio comparativo con la señal VT.

TFR	TÉRMINOS CRUZADOS	RESOLUCIÓN
Distribución de Wigner-Ville	SI	BAJA
Distribución Pseudo Wigner-Ville	SI	MEDIA
Distribución Pseudo Suavizada de Wigner-Ville	NO	MEDIA
STFT	SI	BAJA
Distribución de Born-Jordan	NO	BAJA
Distribución de Choi-Williams	NO	MEDIA

TFR	TÉRMINOS CRUZADOS	RESOLUCIÓN
Distribución de Butterworth	NO	MEDIA
Distribución Rectangular Generalizada	SI	BAJA
Distribución de Espectrograma de Margenau-Hill	NO	BAJA
Distribución Pseudo Margenau-Hill	SI	BAJA
Distribución MMCE	NO	BAJA
Distribución Pseudo Page	SI	BAJA
RID: Ventana de Bessel	NO	MEDIA
RID: Ventana Binomial	SI	BAJA
RID: Ventana de Hanning	NO	MEDIA
RID: Ventana Triangular	NO	MEDIA
Distribución de Espectrograma	NO	MEDIA
Distribución de Zhao-Atlas-Marks	SI	MEDIA

De la Tabla 7, se deduce que siete son las distribuciones que, para el evento volcano-tectónico, logran un mejor compromiso entre resolución y términos cruzados. Las distribuciones que logran esto son: Pseudo Wigner-Ville Suavizada, Choi-Williams, Butterworth, Espectrograma y las RID con ventanas: Bessel, Hanning y Triangular.

Comparando la Tabla 5 y la Tabla 7, en relación a la presencia de términos cruzados o no deseados y la calidad de la resolución, se tiene un total de 5 distribuciones que trabajan a la par con las señales en estudio, empero, cabe señalar que las distribuciones de Choi-Williams y Butterworth (ver Apéndice C, Figuras 66 y 67) en ambos casos presentaron resultados similares por lo que solo se empleará una de ellas en el próximo capítulo, que trata de la obtención de la distribución que mejor se adapte para toda clase de evento micro-sísmico.

Capítulo IV

Resultados

Como se pudo ver en la sección anterior, durante el estudio comparativo con las diferentes señales, tanto sintéticas como reales, cada distribución se comporta de diferente manera frente a una misma señal, así es que al trabajar con la chirp cuadrática, se puede decir que la mayoría de ellas logran captar y modelar su comportamiento, puesto que no se presentan términos cruzados y aun así logran una compensación con la resolución, a pesar de que se tiene presente el principio de incertidumbre, tal como lo indica la Tabla 3.

Por otro lado, cuando se trabajó con el evento de Largo Periodo, no ocurre lo mismo, porque como se vio en este estudio comparativo en todas las distribuciones están presentes los indeseados términos cruzados, que por un lado son buenos, dado que ayudan a obtener una compensación con la resolución, pero tienen de malo que pueden distorsionar el contenido espectral y entregar componentes en frecuencias inútiles para este evento. Por lo mismo, para discernir entre una u otra distribución, se fue permisible al momento del escogitamiento de las transformadas ante la poca presencia de términos cruzados pero que no empeoren la resolución de la representación, es así que se logró disminuir a siete las distribuciones que logran esto, así como se muestra en la Tabla 5.

Mientras que, cuando se trabajó con el evento volcano-tectónico, se aprecia claramente lo expresado con anterioridad, que no todas las siete distribuciones, que trabajaron de manera aceptable con el evento LP, lo hacen de buena manera en esta señal. Puesto que, para el caso de distribución de Born-Jordan, están apareciendo términos cruzados en otras frecuencias no características del evento. Para las RID con ventana Binomial y Triangular, a pesar de que presenta términos cruzados en poca

cantidad, la resolución si se ve afectada; mientras que en el caso de la distribución de Zhao-Atlas-Marks, se ve claramente que el comportamiento obtenido presenta muchos términos no deseados y aun así la resolución presentada no es buena.

Así, con lo expresado se han elegido las de mejor comportamiento, siendo éstas las siguientes: Pseudo Wigner-Ville Suavizada, Butterworth, RID con ventana de Bessel y la distribución de Espectrograma.

A continuación, se emplearon un total de 5 casos de eventos etiquetados en la base de datos MicSigV1 como LP y VT, muestreados a 100 Hz y 50 Hz respectivamente. De acuerdo a mi apreciación se obtuvo buena resolución en frecuencia (observe las Figuras 19 y 20) cuando se utilizó una ventana de Hamming con longitud de 128, empero, el tipo y tamaño de ventana puede variar acorde a la persona que vaya a realizar la observación. En la Tabla 8, se pueden observar los resultados acerca del análisis de los eventos VT, en donde sobresale la distribución de Butterworth,

Tabla 8

Resultados comparativos para un evento volcano-tectónico.

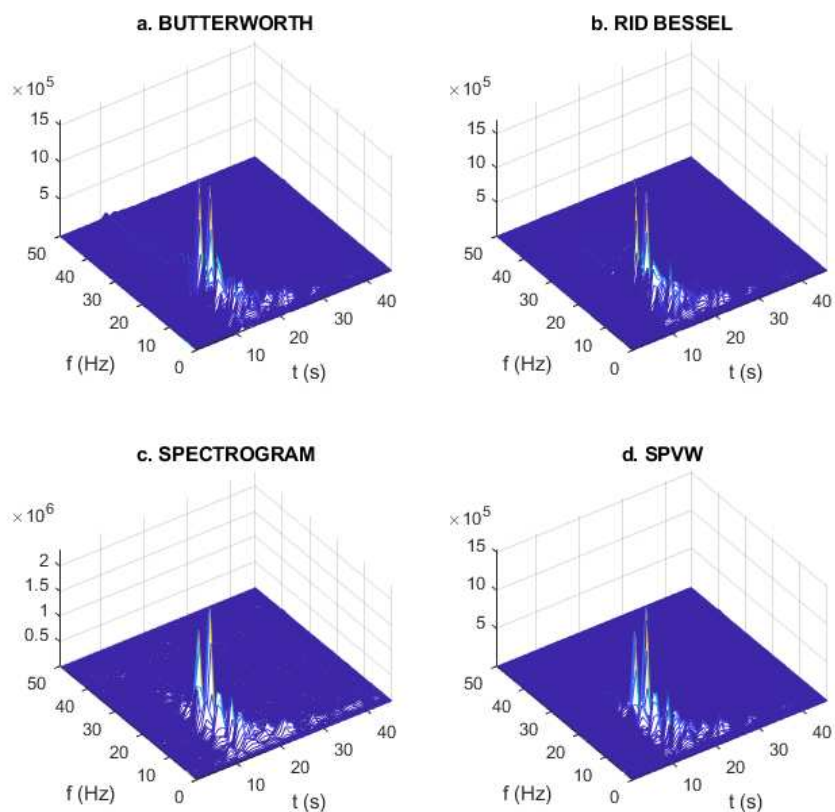
Distribución	Términos Cruzados					Resolución				
	S1	S2	S3	S4	S5	S1	S2	S3	S4	S5
Butterworth	No	Si	Si	Si	No	A	M	M	A	A
RID: Bessel	No	Si	Si	Si	No	M	M	B	M	A
Espectrograma	No	Si	Si	Si	No	M	M	M	M	M
SPWV	No	Si	Si	Si	No	M	M	B	B	A

Nota: S1, S2, S3, S4, S5, hace referencia a las cinco señales VT muestreadas a 100 Hz.

La resolución se toma por Alta (A), Media (M), Baja (B).

Figura 9

Representación de un evento VT con las cuatro distribuciones elegidas.

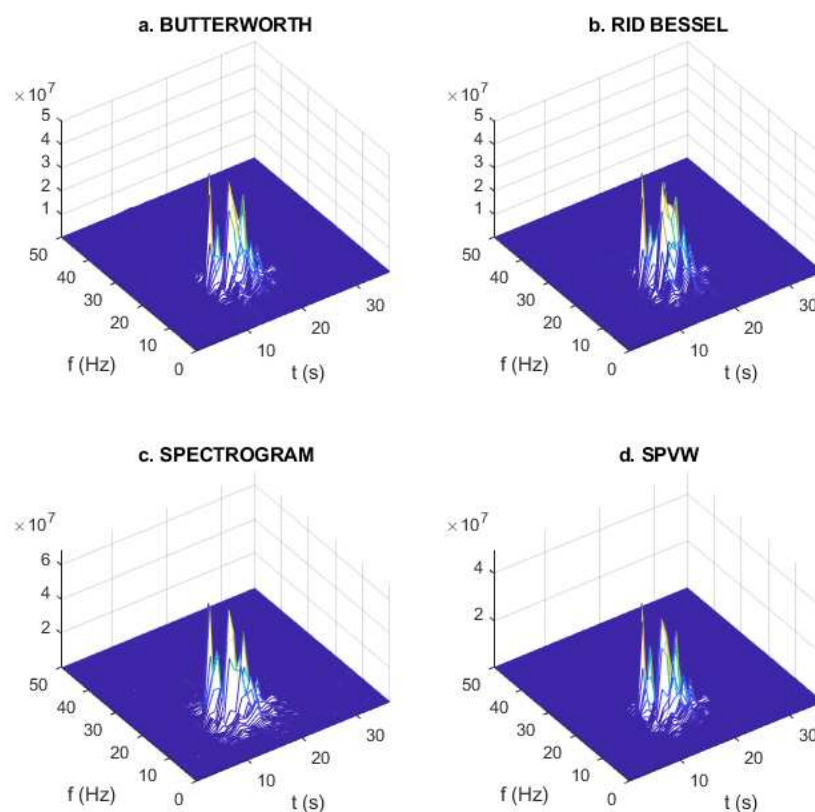


En la Figura 9 se logra encontrar que alrededor de los 15 Hz, es la mayor concentración de energía, empero, en la distribución de Butterworth se puede observar términos en frecuencias altas, la distribución SPVW logra mantener una resolución aceptable, eliminando las componentes por encima de los 20 Hz al igual que el Espectrograma. Un caso contrario ocurre en la Figura 10, donde se evidencia la casi no presencia de términos cruzados, pero a pesar de ello las cuatro distribuciones logran buena resolución, empero, la distribución de Butterworth compensa aún más esta relación, poniendo en evidencia un espectro más claro, en el cual se puede observar la

concentración de energía por entre los 10 Hz y 20 Hz, lo cual es la frecuencia que caracteriza a un evento VT.

Figura 10

Representación de un evento VT con las cuatro distribuciones elegidas.



El mismo procedimiento se realiza con un evento de Largo Periodo. La Tabla 9 indica que para señales de bajo contenido frecuencial, este tipo de distribuciones se adaptan mucho mejor, puesto que casi todas tienen las mismas características, de que a pesar de que sigan presentes los términos cruzados, logran mantener una resolución aceptable y mejor que lo observado en la Tabla 8. En este caso resulta complicado la elección de una única distribución con calificación más alta.

Tabla 9

Resultados comparativos para un evento de largo periodo.

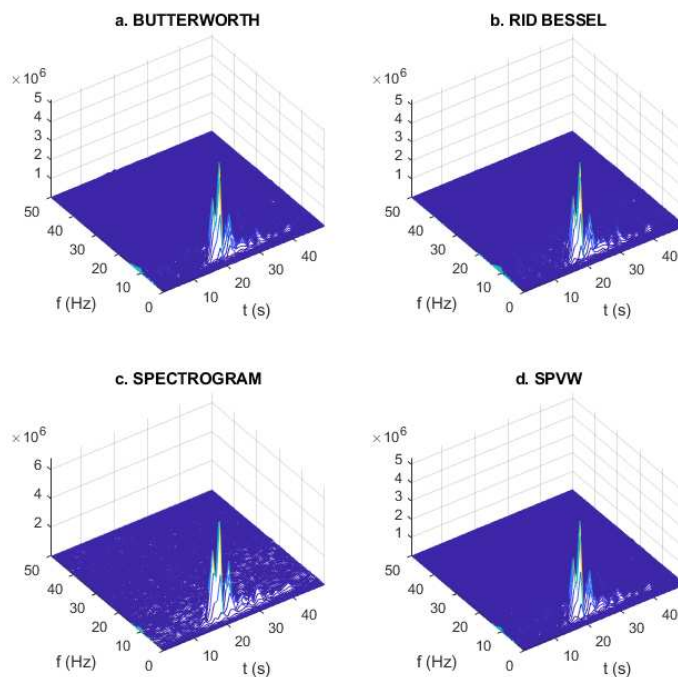
Distribución	Términos Cruzados					Resolución				
	S1	S2	S3	S4	S5	S1	S2	S3	S4	S5
Butterworth	Si	No	No	No	No	M	M	M	A	M
RID: Bessel	Si	No	No	No	No	M	M	M	A	M
Espectrograma	Si	No	No	No	No	A	M	M	M	M
SPWV	Si	No	No	No	No	M	M	B	A	M

Nota: S1, S2, S3, S4, S5, hace referencia a las cinco señales LP muestreadas a 100 Hz. La resolución se toma por Alta (A), Media (M), Baja (B).

La Figura 11, indica que la señal representada no contiene términos cruzados en exceso y aun así la resolución es bastante buena, logrando una excelente compensación del principio de incertidumbre.

Figura 11

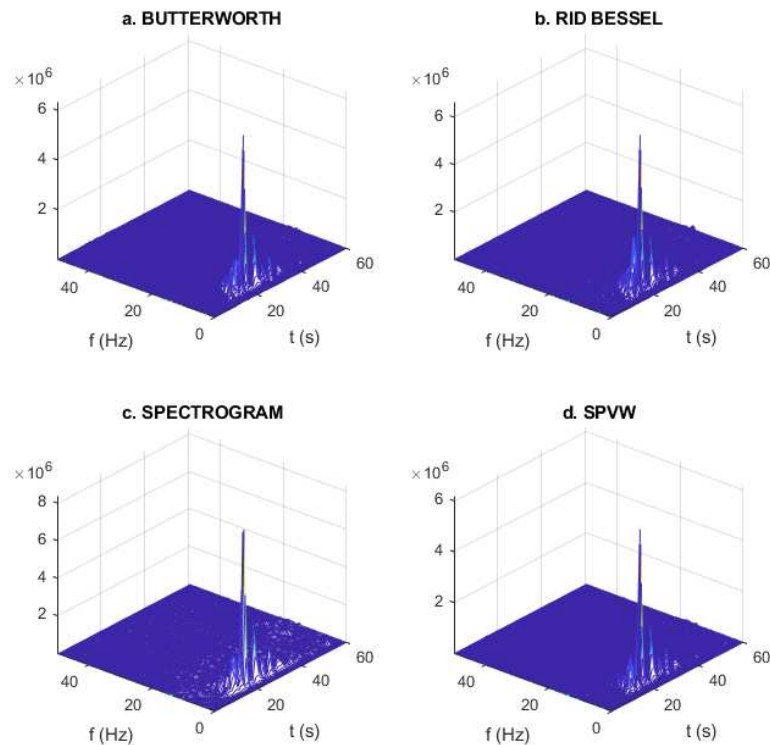
Representación de un evento LP con las cuatro distribuciones elegidas.



Ahora se observa un segundo evento LP en la Figura 12, en donde se encuentra inmersos algunos términos entorno al punto de mayor contenido frecuencial que se sitúa alrededor de los 5 Hz. Se puede observar, además, que la Distribución de Espectrograma muestra mayor información que las otras distribuciones.

Figura 12

Representación de un evento LP con las cuatro distribuciones elegidas.



Al comparar los resultados obtenidos tanto con los eventos LP como con los VT, se puede decir que en el primer caso las cuatro distribuciones están trabajando de una forma aceptable, mientras que, para los segundos, sí se ve una mejora con las distribuciones de Espectrograma y Butterworth, donde esta última ofrece información adicional al representar frecuencias altas en su espectro.

Ahora, dado a que, la estación BREF, mostrada en la Figura 1, se encuentra configurada con una frecuencia de muestreo de 50 Hz, se realizó el análisis de lo que está sucediendo con los diferentes eventos, aclarando que a estos registros se los han sobre muestreado a 100 Hz, con el fin de conseguir una frecuencia de muestreo única. Al estar muestreados estos eventos a 50 Hz, es notorio que, aunque se los sobre muestree a 100 Hz, el límite máximo de frecuencia que se mostrará en us representaciones, por el teorema de Nyquist, será de 25 Hz, lo que provoca que, surjan muchos inconvenientes al momento de la clasificación visual de los mismos, puestos que, como se presentará a continuación, existen eventos etiquetados como un tipo (VT o LP), pero que, mediante la simulación resulta difícil su discriminación dado que un evento se presenta en frecuencias características del otro, por ejemplo un evento etiquetado como VT se presenta en frecuencias cercanas a 5 Hz, esto debido a que se disminuye su ancho de banda de trabajo y por lo mismo se debe tener cuidado en el correcto etiquetado de los mismos.

Tabla 10

Resultados comparativos para un evento volcano-tectónico.

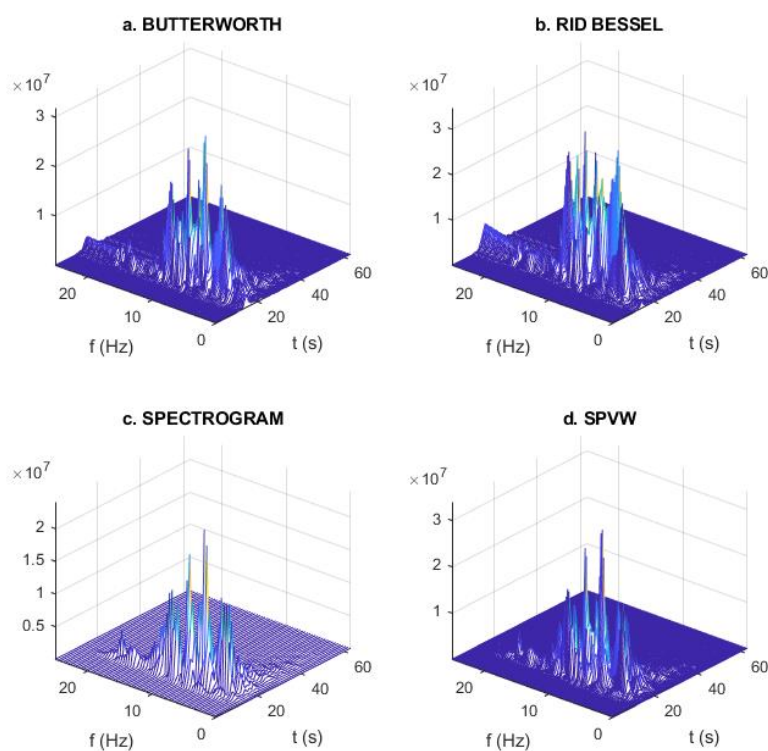
Distribución	Términos Cruzados					Resolución				
	S1	S2	S3	S4	S5	S1	S2	S3	S4	S5
Butterworth	Si	No	Si	No	Si	M	M	B	M	M
RID: Bessel	Si	No	Si	Si	Si	M	B	B	B	M
Espectrograma	Si	No	Si	Si	Si	M	M	B	M	B
SPWV	Si	No	Si	No	Si	M	M	B	M	M

Nota: S1, S2, S3, S4, S5, hace referencia a las cinco señales VT muestreadas a 50 Hz, la resolución se toma por Alta (A), Media (M), Baja (B).

Nótese que en la Tabla 10, la distribución de interferencia reducida presenta el peor rendimiento en comparación con las otras tres, lo cual a diferencia de las señales muestreadas a 100 Hz, complica la elección de una sola distribución que logre sobresalir.

Figura 13

Representación de un evento VT muestreado a 50 Hz.

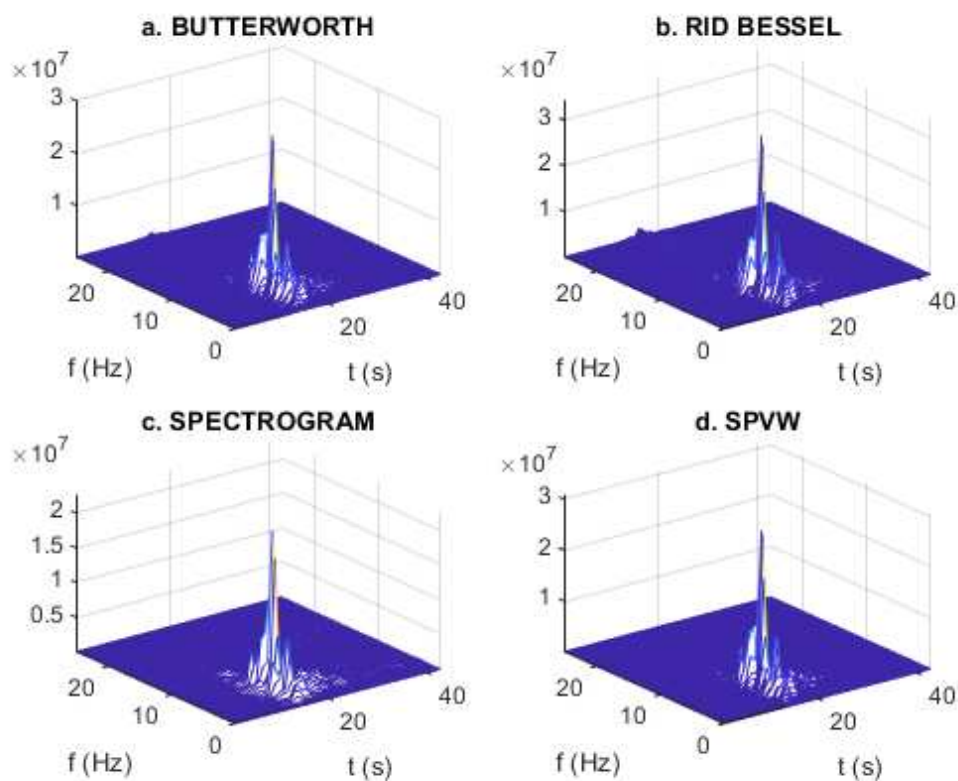


Como se puede apreciar en la Figura 13, se logró detectar que la mayor concentración de energía de estos eventos se encuentra por encima de los 5 Hz, pero que, además esta energía se distribuye con alta intensidad, hasta por los 20 Hz, en el caso del Espectrograma, y hasta los 25 Hz para las distribuciones de Butterworth y la

ventana de Bessel. Esta característica se la que se puede, tomar como la principal diferencia entre estos eventos y los de largo periodo, que se analizarán a continuación.

Figura 14

Representación de un evento LP muestreado a 50 Hz.



Los eventos de largo periodo, se están caracterizando por presentar su contenido espectral por debajo de los 5 Hz, aunque como se muestra en la Figura 14, aquí se tiene la mayor concentración espectral arriba de los 5 Hz, pero también se observa que no posee componentes frecuenciales superiores a los 10 Hz, cosa que sí ocurría en los eventos VT.

De la Tabla 11, se aprecia que al igual que con los eventos LP muestreados a 50 Hz, se obtienen buenos resultados con las cuatro distribuciones presentes, así se puede

expresar que los eventos mejores caracterizados son los de largo periodo, pudiendo llegar a emplearse cualquiera de estas representaciones.

Tabla 11

Resultados comparativos para un evento de largo periodo muestreado a 50 Hz.

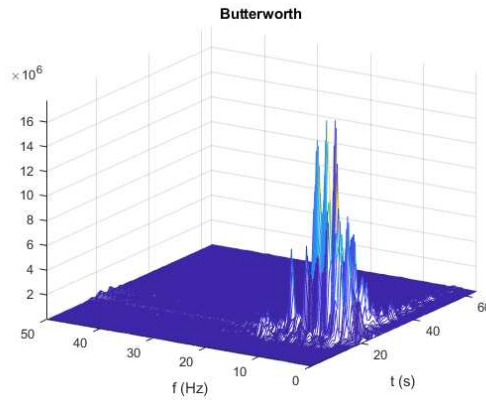
Distribución	Términos Cruzados					Resolución				
	S1	S2	S3	S4	S5	S1	S2	S3	S4	S5
Butterworth	No	No	No	Si	No	M	M	M	M	B
RID: Bessel	No	No	No	Si	No	B	M	M	B	B
Espectrograma	No	No	No	Si	No	M	M	M	M	M
SPWV	No	No	No	Si	No	M	M	M	M	B

Nota: S1, S2, S3, S4, S5, hace referencia a las cinco señales LP muestreadas a 50 Hz, la resolución se toma por Alta (A), Media (M), Baja (B).

A lo largo de este análisis en tiempo y frecuencia, se pudieron identificar algunos casos en donde, al emplear estas distribuciones, las cuatro ofrecían un resultado gráfico similar entre ellas, pero las figuras obtenidas no cumplían las características teóricas para que coincidan con lo etiquetado en la base de datos facilitada, uno de estos casos se presenta a continuación. El evento presentado en la Figura 15, se encuentra registrado como un volcano-tectónico, muestreado a 100 Hz, sin embargo al analizar la gráfica se puede notar, que a pesar de contener términos cruzados que pueden causar confusión, la representación tiempo-frecuencia, indica dos sectores con alta concentración de energía, el primero aproximadamente a los 18 segundos y a una frecuencia alrededor de los 15 Hz; y el segundo pasados los 20 segundos pero con un espectro que ronda los 5 Hz, esto se evidencia mejor con el empleo de las distribuciones de Butterworth y Espectrograma, lo cual según la teoría vendría a representar un evento híbrido. Para estos ejemplos solo se empleará la distribución de Butterworth debido a que logra representar de mejor forma este tipo de eventos.

Figura 15

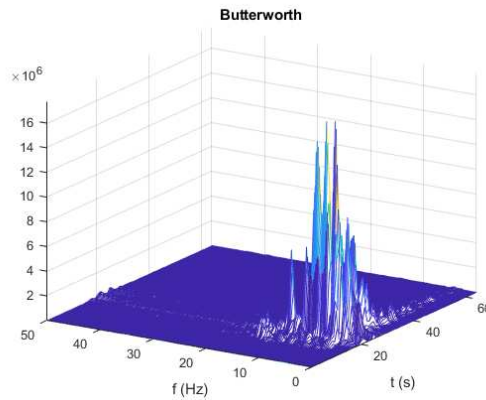
Evento muestreado a 100 Hz con diferencia entre el etiquetado y el resultado obtenido.



Para realizar una comparación, se empleará otro evento igualmente etiquetado como volcano-tectónico, sin embargo al momento de realizar la simulación tiempo-frecuencia el resultado obtenido señala otra apreciación, así como lo muestra la Figura 16, donde se observa que la mayor concentración de energía se encuentra por debajo de los 10 Hz, a pesar de que se tenga unos términos alrededor de los 12 Hz, pero de baja energía.

Figura 16

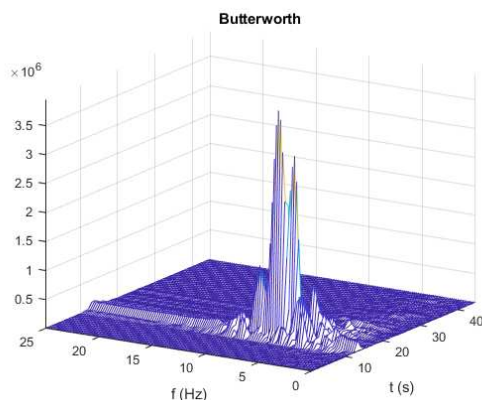
Evento muestreado a 100 Hz con diferencia entre el etiquetado y el resultado obtenido.



Algo similar sucede cuando se emplean las señales muestreadas a 50 Hz, para una mejor apreciación, se presentaron dos casos en particular, donde se notó claramente lo expresado. El primero que se muestra en la Figura 17, está etiquetado como un evento de largo periodo en la base de datos proporcionada, pero al momento de realizar la simulación, se puede ver que la máxima concentración de energía, a pesar de que si se encuentra en un rango de hasta los 7 Hz, frecuencia a la cual se considera un evento de este tipo, contiene componentes cerca a los 10 Hz, con lo cual no se está exento de cometer errores al momento de la clasificación manual de este tipo de señales.

Figura 17

Evento muestreado a 50 Hz con diferencia entre el etiquetado y el resultado obtenido.

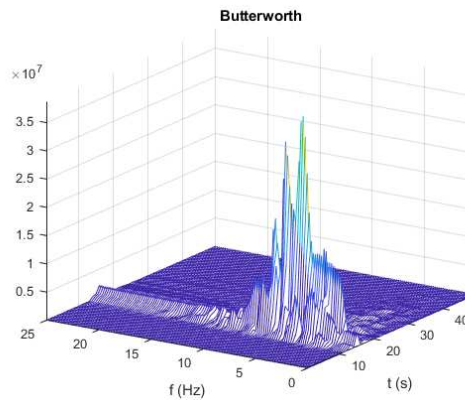


El segundo caso, es un evento etiquetado como volcano-tectónico, pero como se ilustra en la Figura 18, esta representación tiempo-frecuencia, muestra dos puntos de alta concentración de energía, el primero alrededor de los 15 segundos y para una frecuencia superior a los 7 Hz, mientras que el segundo se encuentra antes de los 17 segundos, y para una frecuencia de 5 Hz, aproximadamente, con lo cual se podría decir, que según la teoría, podría tratarse de un evento híbrido, una vez más cabe

aclarar, que para concluir esto, se deberían combinar con otras técnicas de detección y así garantizar la clasificación de estos eventos.

Figura 18

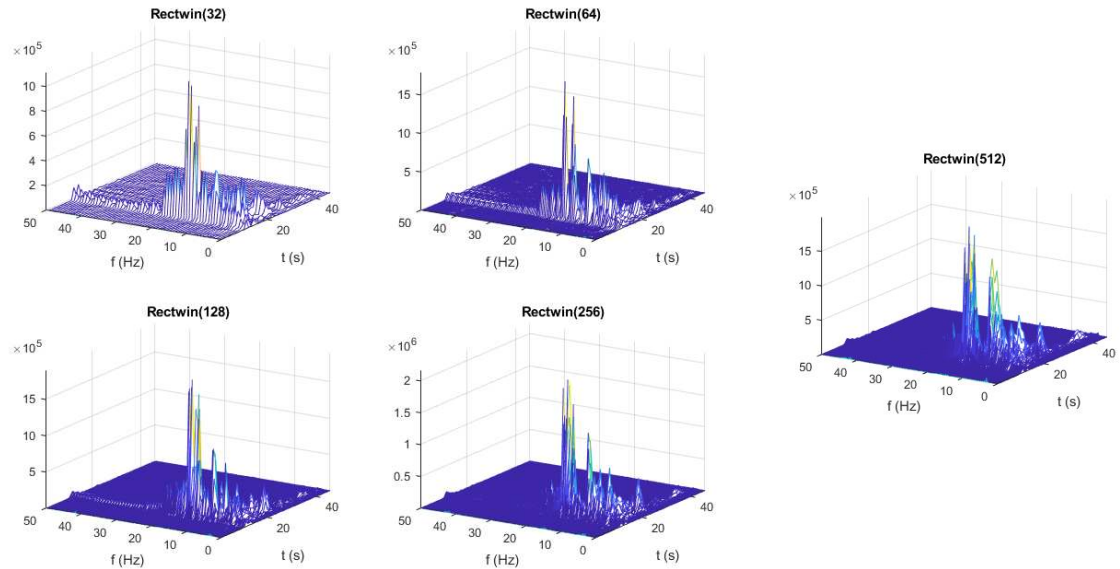
Evento muestreado a 50 Hz con diferencia entre el etiquetado y el resultado obtenido.



Como se había indicado al inicio de esta sección, para escoger un tipo y tamaño de ventana se probaron diferentes opciones, en este caso se trabajó con las ventanas del tipo Rectangular y de Hamming con longitudes desde 32 hasta 512, todo esto empleando la distribución de Butterworth, dado que esta nos muestra contenido frecuencial en altas frecuencias.

Figura 19

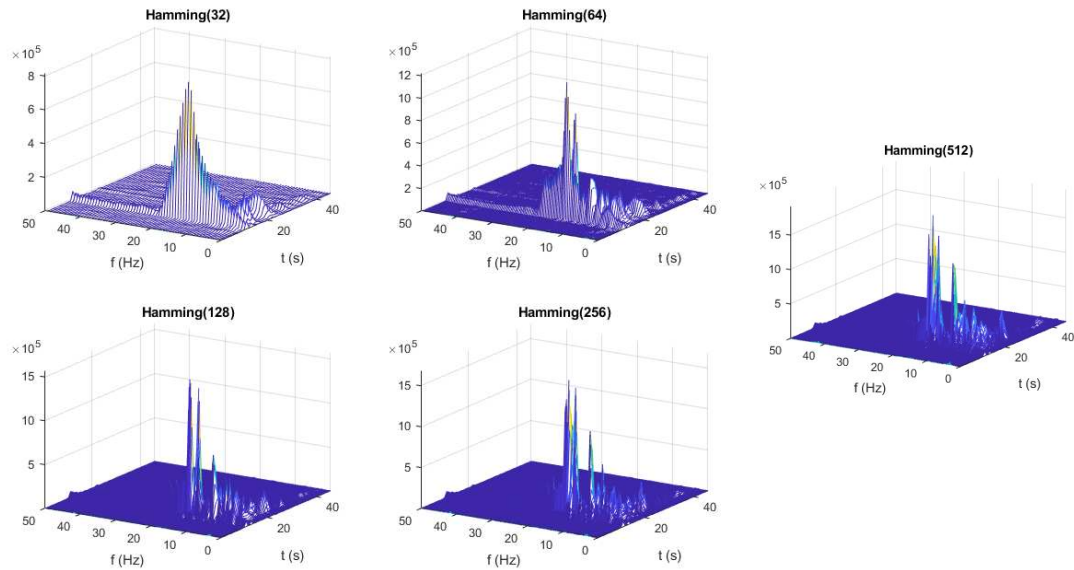
Evento vt con enventanado en frecuencia del tipo rectangular.



Así como se puede apreciar en la Figura 19, cuando se tiene la ventana con tamaño de 32, la resolución en frecuencia se ve bastante afectada, con ciertas componentes de valor considerable junto a la frecuencia de mayor interés; esta representación tiene una ligera mejora al aplicar una ventana de longitud 64 pero aún se pueden observar ciertos términos a considerar. Con la ventana de 128 la resolución en frecuencia tiene una notable mejora, haciendo que ciertos términos se atenúen y resaltando más la componente principal; finalmente con la venta de 512, comienza a perder cierta información en frecuencias altas y el espectro cercano a la frecuencia de interés se hace más gruesa.

Figura 20

Evento vt con enventanado en frecuencia del tipo Hamming.



Al emplear una ventana del tipo Hamming es notorio que, cuando el tamaño es pequeño, como lo presenta la Figura 20, la resolución en frecuencia es mala; sin embargo a medida que se aumenta esta longitud, más precisamente en el caso de 128, se logró una muy buena representación, debido a que muestra la componente frecuencial de interés y ciertos términos por arriba de esa frecuencia, cosa que no está sucediendo cuando se aplica una ventana de 512, dado que igualmente, como en el caso de la ventana rectangular, comienza a atenuar estas altas frecuencias y la resolución se ve afectada.

Capítulo V

Conclusiones y líneas futuras

Conclusiones

Durante la realización de todo este proyecto se pudo apreciar como las distintas distribuciones, pertenecientes al toolbox tiempo-frecuencia diseñado para Matlab, se convierten en una buena opción para el análisis de señales no estacionarias obteniendo una representación conjunta de la variación de la frecuencia con respecto al tiempo

El empleo de las distribuciones tiempo-frecuencia permite, modelar y detectar patrones propios de cada una de las señales empleadas.

El principal problema de las distribuciones cuadráticas es la presencia de los términos cruzados, al momento de que se aplica la Transformada de Fourier para obtener la representación en frecuencia, empero estos términos espurios pueden reducirse mediante la utilización del asociado analítico de la señal, y para eliminarlos aún más, se realiza un filtrado sobre la distribución base, mediante la utilización de un núcleo o kernel.

El diseño de este núcleo trae consigo nuevos problemas, como la pérdida de propiedades importantes de la distribución prototipo, lo cual no resulta del todo beneficioso, puesto que, al cumplirse con el principio de incertidumbre, si se reducen los términos cruzados, se estará perdiendo además la resolución de la representación obtenida.

A lo largo del estudio con la señal chirp cuadrática, se observó que todas las distribuciones tienen ausencia de términos cruzados, pero no deterioran significativamente la resolución de la señal.

En el estudio comparativo con la señal chirp cuadrática se pudieron discriminar 3 representaciones que no lograron acompañar el comportamiento de la señal, las mismas que fueron las distribuciones de Rihaczeck, Margenau-Hill y Page.

Cuando se analizaron los eventos LP y VT se redujeron aún más las distribuciones que presentaban un funcionamiento apegado a lo teórico, quedando ante mi apreciación un total de cuatro distribuciones, las mismas que son: RID con ventana de Bessel, Pseudo Wigner-Ville Suavizada, Espectrograma y Butterworth.

De las cuatro distribuciones descritas anteriormente, llegando a un profundo análisis, se encontró que la distribución de Espectrograma y la de Butterworth son las que mejor logran adaptarse para los diversos casos estudiados en el presente trabajo.

En los eventos LP, se aprecia que el contenido espectral, aún con la presencia de términos cruzados y deficiencia en la resolución, está por debajo de los 7 Hz.

Los eventos VT se caracterizaron por poseer su mayor concentración de energía arriba de los 10 Hz, específicamente se centran alrededor de los 15 Hz.

Los resultados obtenidos en los estudios comparativos con los eventos VT y LP respectivamente, están realizados en base a mi apreciación, en lo que respecta al tipo y tamaño de ventana empleada, por lo tanto, estos parámetros pueden variar acorde al tipo de formación profesional de la persona que realice esta observación.

Se debe tener cuidado en el empleo de la función upsample, específicamente en los eventos muestreados a 50 Hz, puesto que esta función debido a sus características propias, puede generar un tipo de espejo de la señal y mostrar términos considerables en altas frecuencias al tener poco ancho de banda.

Líneas futuras

Como se pudo notar en el presente trabajo, los resultados obtenidos, tanto para los eventos volcano-tectónicos como para los de largo periodo, no son totalmente confiables, puesto que, al analizarlos por separado, se pueden llegar a confundirlos, debido al contenido espectral que presentan en casos específicos, por lo tanto, para profundizar en

lo expuesto, se recomienda combinar el presente estudio tiempo-frecuencia (mediante la introducción del concepto de señal analítica) para evitar el problema de la resolución, más algoritmos Voice Activity Detection con el fin de que no se realice la simulación de cada registró individualmente, sino poseer un conjunto de datos de mayor duración, y de este modo desarrollar un clasificador automático con el fin de diferenciar entre eventos LP y VT.

Referencias

- Aki, K., & Chouet, B. (1975). Origin of coda waves: Source, attenuation, and scattering effects. *Journal of Geophysical Research*, 80(23), 3322–3342.
<https://doi.org/10.1029/JB080i023p03322>
- Auger, F., Flandrin, P., Gonçalves, P., & Lemoine, O. (1995). *Time-Frequency Toolbox For Use with MATLAB*.
- Boashash, B. (2015). Time frequency signal analysis and processing: A Comprehensive reference. In B. Boashash (Ed.), *2013 8th International Workshop on Systems, Signal Processing and their Applications (WoSSPA)* (2da ed.).
- Cardenas, J. H. (2016). *Observatorio Vulcanológico de Moquegua (Perú)*.
- Chouet, B. A. (1996). Long-period volcano seismicity: Its source and use in eruption forecasting. In *Nature* (Vol. 380, Issue 6572, pp. 309–316). Macmillan Magazines Ltd. <https://doi.org/10.1038/380309a0>
- Cohen, L. (1966). Generalized phase-space distribution functions. *Journal of Mathematical Physics*, 7(5), 781–786. <https://doi.org/10.1063/1.1931206>
- Dueñas, J., Herrera, X., & Plercino, P. (2016). Evaluación cualitativa de los impactos ambientales del terremoto de Pedernales del 16 de abril del 2016, y de las acciones de respuesta ante la emergencia. *Econciencia Verde –Ministerio Del Ambiente- Revista Especializada En Medio Ambiente*, 13, 18–30.
- Gabarda, S., & Cristóbal, G. (2010). Detection of events in seismic time series by time-frequency methods. *IET Signal Processing*, 4(4), 413–420.
<https://doi.org/10.1049/iet-spr.2009.0125>
- Hall, M., Andrade, D., Mothes, P., Troncoso, L., Eissen, J.-P., Samaniego, P., Egred, J., Ramon, P., Rivero, D., & Yepes, H. (2005). *Peligros asociados al volcán Cotopaxi*.
- Hernández, N. (2016). *Análisis comparativo de distribuciones tiempo-frecuencia*

aplicables al procesado de señal. [Trabajo de fin de Grado, Universidad Politécnica de Cartagena].

Ibáñez, J., & Carmona, E. (2000). *Sismicidad volcánica.*

IGEPN, C. (2017). *Instituto Geofísico - EPN.* <https://www.igepn.edu.ec/>

Jaramillo, C. (2015). *Caracterización de señales sísmicas del volcán Cotopaxi utilizando estimadores espectrales clásicos y de máxima entropía.*

Lara-Cueva, R., Larco, J. C., Benítez, D. S., Pérez, N., Grijalva, F., & Ruiz, M. (2020).

On finding possible frequencies for recognizing microearthquakes at Cotopaxi volcano: A machine learning based approach. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 407. <https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2020.107092>

León, D. (2018). *Estudio y simulación de las técnicas DCO-OFDM, ACO-OFDM Y HACO-OFDM para la tecnología Li-Fi en ambientes INDOOR.* [Tesis de Grado, Escuela politécnica Nacional].

Loughlin, P. J., Pitton, J. W., & Atlas, L. E. (1993). Bilinear Time-Frequency Representations: New Insights and Properties. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 41(2), 750–767. <https://doi.org/10.1109/78.193215>

McNutt, S. R. (2005). Volcanic seismology. In *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* (Vol. 33, pp. 461–491). Annual Reviews. <https://doi.org/10.1146/annurev.earth.33.092203.122459>

Mora, M., & Alvarado, G. (2001). *Primer taller en actualización de Sismología. Red Sismológica Nacional (UCR-ICE).*

Pérez, N., Benítez, D., Grijalva, F., Lara-Cueva, R., Ruiz, M., & Aguilar, J. (2020).

ESeismic: Towards an Ecuadorian volcano seismic repository. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 396, 106855.

<https://doi.org/10.1016/j.jvolgeores.2020.106855>

- Pinto, M. A. (2008). *Procesamiento de señales utilizando el análisis tiempo-frecuencia* [[Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional]].
<http://tesis.ipn.mx:8080/xmlui/handle/123456789/395>
- Rosado, A., Guerrero, J., & Bataller, M. (2000). *Desarrollo de técnicas de detección de Fibrilación Ventricular basadas en algoritmos tiempo-frecuencia*. [Tesis Doctoral, Universidad de Valencia].
- Rosero, K. (2020). *Adaptación e implementación de algoritmos voice activity detection para la detección de eventos microsísmicos del volcán Cotopaxi*. [Trabajo de Fin de Grado, Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE].
- Werner-Allen, G., Johnson, J., Ruiz, M., Lees, J., & Welsh, M. (2005). Monitoring volcanic eruptions with a wireless sensor network. *Proceedings of the Second European Workshop on Wireless Sensor Networks, EWSN 2005, 2005*, 108–120.
<https://doi.org/10.1109/EWSN.2005.1462003>

