



Diseño, construcción e implementación de un banco de pruebas, en estado estable, para superficies extendidas intercambiables, a utilizarse en el laboratorio de conversión de la energía

Benalcázar Rojas, Fabricio Josué y Oña Farinango, Jenny Cecilia

Departamento de Ciencias de la Energía y Mecánica

Carrera de Ingeniería Mecánica

Trabajo de titulación, previo a la obtención del título de Ingeniero Mecánico

Ing. Villavicencio Poveda, Ángelo Homero MSc.

9 de agosto de 2021

Urkund Analysis Result

Analysed Document: DISEÑO, CONSTRUCCION E IMPLEMENTACION DE UN BANCO DE PRUEBAS, EN ESTADO ESTABLE, PARA SUPERFICIES EXTENDIDAS INTERCAMBIABLES A UTILIZARSE EN EL LABORATORIO DE CONVERSION.pdf (D111322259)

Submitted: 8/16/2021 4:25:00 AM

Submitted By: ahvillavicencio@espe.edu.ec

Significance: 4 %

Sources included in the report:

Grupo3-Pdf-VELOZ-LEON.pdf (D78804320)

FUNDAMENTOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR TEORÍA Y EJERCICIOS.pdf (D78804422)

https://www.meritnation.com/cbse-class-10/math/class_10_rs_aggarwal/trigonometric-ratios-of-complementary-angles/textbook-solutions/12_1_1176_5711

<https://doi.org/10.1115/1.4024016>

<http://www.gjesr.com/Issues%20PDF/Archive-2016/April-2016/21.pdf>

<https://fr.slideshare.net/miguelarturomeza/aletas-de-transferencia-de-calor-52604161>

<http://transferenciadecalorunefapuntofijo.files.wordpress.com/2016/02/diapositiva-aleta.pdf>

Instances where selected sources appear:

10



Ing. Villavicencio Poveda Ángelo Homero MSc.

CI: 1709338931



DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA
CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA

CERTIFICACIÓN

Certifico que el trabajo de titulación, **“Diseño, construcción e implementación de un banco de pruebas, en estado estable, para superficies extendidas intercambiables, a utilizarse en el laboratorio de conversión de la energía”** fue realizado por los señores **Benalcázar Rojas, Fabricio Josué y Oña Farinango, Jenny Cecilia** el cual ha sido revisado y analizado en su totalidad por la herramienta de verificación de similitud de contenido; por lo tanto cumple con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, razón por la cual me permito acreditar y autorizar para que lo sustente públicamente.

Sangolquí, 07 de septiembre de 2021

Ing. Villavicencio Poveda, Ángelo Homero Msc.

C.I: 1709338931



DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA
CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA

RESPONSABILIDAD DE AUTORÍA

Nosotros, **Benalcázar Rojas, Fabricio Josué** y **Oña Farinango, Jenny Cecilia**, con cédulas de ciudadanía n°1714620182 y n°1722296389, declaramos que el contenido, ideas y criterios del trabajo de titulación: **“Diseño, construcción e implementación de un banco de pruebas, en estado estable, para superficies extendidas intercambiables, a utilizarse en el laboratorio de conversión de la energía”** es de nuestra autoría y responsabilidad, cumpliendo con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos, y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, respetando los derechos intelectuales de terceros y referenciando las citas bibliográficas.

Sangolquí, 07 de septiembre de 2021

Benalcázar Rojas, Fabricio Josué

C.C.: 1714620182

Oña Farinango, Jenny Cecilia

C.C.: 1722296389



DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA
CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA

AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN

Nosotros **Benalcázar Rojas, Fabricio Josué** y **Oña Farinango, Jenny Cecilia**, con cédulas de ciudadanía n°1714620182 y n°1722296389, autorizamos a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar el trabajo de titulación: **"Diseño, construcción e implementación de un banco de pruebas, en estado estable, para superficies extendidas intercambiables, a utilizarse en el laboratorio de conversión de la energía"** en el Repositorio Institucional, cuyo contenido, ideas y criterios son de nuestra responsabilidad.

Sangolquí, 07 de septiembre de 2021

Benalcázar Rojas, Fabricio Josué

C.C.: 1714620182

Oña Farinango, Jenny Cecilia

C.C.: 1722296389

Agradecimientos

A mis padres Eduardo Benalcázar y Nelly Rojas por haberme apoyado en toda mi carrera universitaria y confiar en mi constantemente, a mis hermanos mayores David y Vinicio que son mis ejemplos a seguir de esfuerzo y perseverancia, a mi abuelito Arturo que con sus consejos de todos los días me animaba, a mi futura esposa Paulina que me animaba a seguir cuando se presentaba alguna dificultad y por siempre escucharme cuando más lo necesite, a mi universidad querida que me acogió, a todos mis compañeros de carrera que siempre me ayudaron y siempre estuvimos para darnos ánimos, a Jenny por ser una buena amiga y que sin su ayuda este trabajo no sería posible y al estimado Ing. Ángelo Villavicencio que nos guio con su todo su conocimiento en toda la tesis.

Fabricio Josué Benalcázar Rojas.

Agradezco en primer lugar a Dios por permitirme lograr culminar mi carrera universitaria, a mis padres que han estado siempre apoyándome, en especial a mi madre Nelly Farinango quien se desvelaba conmigo y a toda mi familia, tanto a mis tíos/as y mis primos/as que son mis ñaños ya que han sido un pilar fundamental para lograr seguir adelante con cada consejo o apoyo brindado durante toda mi vida personal y académica ayudándome a seguir con paso firme cada objetivo planteado y nunca rendirme, además agradezco en especial a mi abuelita Juana Tibanta que era como mi madre y me cuida desde el cielo, que siempre confió en mi dándome el coraje y el carácter para afrontar los retos y por último agradezco a todos los docentes que me han guiado durante mi formación académica en la carrera, en especial al ingeniero Ángelo Villavicencio que ha sido nuestra guía para realizar el presente trabajo.

Jenny Cecilia Oña Farinango.

Dedicatoria

Dedico este trabajo a toda mi familia sin su guía no lo hubiera logrado, a mi abuelita Marianita que desde el cielo me está cuidando.

Fabricio Josué Benalcázar Rojas.

El presente trabajo dedico a toda mi familia porque aquí se ve reflejado cada uno de sus consejos y el apoyo que me han brindado, en especial a mis abuelitos y a mis padrinos que son mis tíos Edison Farinango y Lucy Rojas, que más que mis tíos son como mis segundos padres, ya que gracias a ellos pude culminar mi carrera universitaria.

Jenny Cecilia Oña Farinango.

CONTENIDO

DEDICATORIA.....	7
RESUMEN	20
ABSTRACT	21
CAPÍTULO I: GENERALIDADES.....	22
Antecedentes.....	22
Definición del problema	24
Objetivos.....	24
Objetivo General.....	24
Objetivos Específicos	24
Justificación e importancia	25
Alcance	26
Metodología.....	27
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	28
Conceptos generales.....	28
Temperatura	28
Calor	28
Calor por conducción, convección, radiación	28
Convección libre	30
Correlaciones Empíricas para cilindros	31
Correlación de Churchill y Chu para cilindros.....	31
Correlación de Hermann para geometría cónica y cuerpos tridimensionales	31
Superficies extendidas	31
Definición de superficies extendidas	31

Ecuación que rige las superficies extendidas.....	31
Aletas de sección uniforme y no uniforme.....	33
Eficiencia global de las aletas	35
Análisis diferencial de superficie extendida con radiación.....	36
Conducción estado transitorio	36
Arduino	37
Programación de la tarjeta Arduino	37
Comandos básicos para programación	38
Comandos para programación de las termocuplas	39
CAPÍTULO III: DISEÑO Y SELECCIÓN DE MATERIALES.....	40
Descripción general del equipo	40
DISEÑO TÉRMICO	40
Selección del material	40
Características del material seleccionado	41
Dimensionamiento de la superficie extendida	42
Temperaturas para el análisis de las superficies extendidas	42
Temperatura ambiente	42
Temperatura base	42
Análisis de diámetro y longitud óptima para la superficie extendida de sección circular	43
Dimensiones de las superficies extendidas.....	45
Superficie extendida Rectangular.....	45
Superficie extendida Triangular	46
Superficie extendida Cónica	47
Cálculo del coeficiente de convección.....	47
Comparativa de h de diámetro hidráulico	50

	10
Superficie extendida Triangular	51
Superficie extendida Cónica	52
Cálculo de la eficiencia y calor de la superficie extendida.....	54
Superficie extendida Cilíndrica	54
Superficie extendida Rectangular.....	55
Superficie extendida Triangular	56
Superficie extendida Cónica	58
Temperatura de la parte adiabática.....	60
Superficie extendida Cilíndrica	61
Superficie extendida Rectangular.....	61
Superficie extendida Triangular	62
Superficie extendida Cónica	63
Calor de radiación	63
Superficie extendida Cilíndrica	64
Superficie extendida Rectangular.....	64
Superficie extendida Triangular	64
Superficie extendida Cónica	64
Cálculo de coeficiente de radiación.....	64
Dimensionamiento de la caja de Soporte para las superficies extendidas.....	64
Cálculo de dimensiones	65
Longitud	66
Ancho.....	67
Distribución de temperaturas para Aletas de sección constante.....	69
Metodo General.....	69
Aleta de sección cilíndrica	69
Aleta de sección Rectangular.....	70

Distribución de temperaturas mediante el método de diferencias finitas.	71
Superficie extendida Cilíndrica	72
Superficie extendida Rectangular	75
Superficie extendida Triangular	77
Superficie extendida Cónica	80
Distribución de temperaturas mediante simulación numérica ANSYS WORKBENCH	84
Superficie extendida cilíndrica	84
Superficie extendida rectangular	85
Superficie extendida triangular	86
Superficie extendida cónica	87
Tiempo de estabilización de las aletas	88
Superficie extendida Cilíndrica	88
Superficie extendida Rectangular	88
Superficie extendida Triangular	89
Superficie extendida Cónica	90
DISEÑO ELÉCTRICO Y ELECTRÓNICO	91
Dimensionamiento de la resistencia eléctrica	91
Calor total requerido	92
Superficie extendida Cilíndrica	92
Superficie extendida Rectangular	92
Superficie extendida Triangular	92
Superficie extendida Cónica	92
Matriz de decisión Arduino	94
Matriz de decisión termocuplas	94
Matriz de decisión de relé eléctrico	95
Características de los componentes seleccionados	95

Diagrama eléctrico	97
Diagrama electrónico	98
CÓDIGO	98
Esquema de conexión	103
CAPÍTULO IV: CONSTRUCCIÓN	104
Tabla 21 Lista de Materiales	104
Lista de Materiales	104
Mecanizado de las superficies extendidas y placa base	106
Elaboración de Caja Yeso	106
Elaboración de la caja de soporte	108
Elaboración de estructura de termocuplas	108
Caja de control electrónica	109
Ensamblaje final del equipo.....	110
CAPITULO V: EXPERIMENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	111
Mediciones obtenidas y datos a diferente temperatura ambiente	111
Superficie extendida Cilíndrica	111
Superficie extendida Rectangular	112
Superficie extendida Triangular	113
Superficie extendida cónica.....	114
Análisis de datos	115
Perfil de temperatura experimental vs teórico	115
Superficie extendida cilíndrica	115
Superficie extendida rectangular	116
Perfil de temperatura experimental con diferencias finitas	117
Superficie extendida cilíndrica	117
Superficie extendida rectangular	118

Superficie extendida triangular	120
Superficie extendida cónica.....	122
Comparación entre superficies extendidas.....	124
CAPITULO VI: ANÁLISIS ECONÓMICO	125
CONCLUSIONES	128
RECOMENDACIONES	130
REFERENCIAS.....	131
ANEXOS	133

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Matriz de decisión para la selección del material de las superficies extendidas	41
Tabla 2 Propiedades del acero A36.	41
Tabla 3 Propiedades Termo físicas.	48
Tabla 4 Coeficientes de convección para cada superficie extendida.	53
Tabla 5 Funciones de Bessel modificadas.	57
Tabla 6 Matriz de decisión para el soporte de las superficies extendidas.....	65
Tabla 7 Distribución de temperaturas con ecuaciones preestablecidas para la aleta cilíndrica.	70
Tabla 8 Distribución de temperaturas con ecuaciones preestablecidas para la aleta rectangular.	71
Tabla 9 Distribución de temperaturas con ecuaciones preestablecidas para la aleta cilíndrica.	74
Tabla 10 Distribución de temperaturas de la superficie extendida rectangular por diferencias finitas.	77
Tabla 11 Distribución de temperaturas de la superficie extendida triangular por diferencias finitas.	80
Tabla 12 Distribución de temperaturas de la superficie extendida cónica por diferencias finitas.	83
Tabla 13 Resultados obtenidos de la simulación en ANSYS de la superficie extendida cilíndrica.	84
Tabla 14 Resultados obtenidos de la simulación en ANSYS de la superficie extendida rectangular.	85

Tabla 15 Resultados obtenidos de la simulación en ANSYS de la superficie extendida triangular.	86
Tabla 16 Resultados obtenidos de la simulación en ANSYS de la superficie extendida cónica.....	87
Tabla 17 Matriz de decisión para la selección de Arduino.....	94
Tabla 18 Matriz de decisión para la selección de termocuplas	94
Tabla 19 Matriz de decisión para la selección de relé eléctrico.....	95
Tabla 20 Características de los componentes.....	95
Tabla 21 Lista de Materiales.....	104
Tabla 22 Toma de datos de la superficie extendida Cilíndrica.	111
Tabla 23 Datos obtenidos a partir de diferencias finitas para la aleta Cilíndrica.	112
Tabla 24 Toma de datos de la superficie extendida Rectangular.....	112
Tabla 25 Datos obtenidos a partir de diferencias finitas para la aleta Rectangular.....	113
Tabla 26 Toma de datos de la superficie extendida Triangular.....	113
Tabla 27 Datos obtenidos a partir de diferencias finitas para la aleta Triangular.	114
Tabla 28 Toma de datos de la superficie extendida Cónica.....	114
Tabla 29 Datos obtenidos a partir de diferencias finitas para la aleta Cónica.....	115
Tabla 30 Análisis del error de la superficie extendida cilíndrica.....	115
Tabla 31 Análisis del error de la superficie extendida rectangular	116
Tabla 32 Análisis del error de la superficie extendida cilíndrica en comparación con los datos teóricos por diferencias finitas, con los datos obtenidos de forma experimental.	118
Tabla 33 Análisis del error de la superficie extendida rectangular en comparación con los datos teóricos por diferencias finitas, con los datos obtenidos de forma experimental.	120
Tabla 34 Análisis del error de la superficie extendida triangular en comparación con los datos teóricos por diferencias finitas, con los datos obtenidos de forma experimental.	122

Tabla 35 Análisis del error de la superficie extendida triangular en comparación con los datos teóricos por diferencias finitas, con los datos obtenidos de forma experimental.	124
Tabla 36 Eficiencia de las superficies extendidas.	125
Tabla 37 Costos de los componentes y materiales para el desarrollo del equipo.....	126
Tabla 38 Costos de remuneración a docentes y estudiantes.	127
Tabla 39 Costo total del proyecto.	127
Tabla 40 Porcentajes correspondientes del costo del proyecto	127

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Transferencia de calor por convección.	29
Figura 2 Transferencia de calor por radiación.....	30
Figura 3 Representación del volumen de una aleta con respecto a x.....	32
Figura 4 Elemento diferencial de la superficie extendida.	33
Figura 5 Distribución de temperatura y pérdida de calor para aletas de sección transversal uniforme.....	34
Figura 6 Configuraciones de las superficies extendidas.	35
Figura 7 Programación de la termocupla con librería MAX6675.....	39
Figura 8 Disipación de calor de la aleta cilíndrica con $D = 2$ cm.....	43
Figura 9 Disipación de calor de la aleta cilíndrica con $D = 1$ cm.....	44
Figura 10 Superficie extendida cilíndrica	45
Figura 11 Superficie extendida rectangular.....	45
Figura 12 Superficie extendida triangular.....	46
Figura 13 Superficie extendida cónica.	47
Figura 14 Diámetro hidráulico de la aleta triangular.....	52
Figura 15 Diámetro hidráulico de la aleta cónica.	53
Figura 16 Representación de la superficie extendida cilíndrica.	60
Figura 17 Diseño del soporte de yeso.....	66
Figura 18 Disipación de calor del yeso con respecto a la longitud.....	67
Figura 19 Disipación de calor del yeso con respecto al ancho.	68
Figura 20 Distribución de temperaturas de la superficie extendida cilíndrica por diferencias finitas.	74

Figura 21 Distribución de temperaturas de la superficie extendida rectangular por diferencias finitas.	76
Figura 22 Esquema aleta triangular de un nodo interior de la aleta.....	78
Figura 23 Esquema aleta triangular de la punta de la aleta.....	78
Figura 24 Distribución de temperaturas de la superficie extendida triangular por diferencias finitas.	80
Figura 25 Distribución de temperaturas de la superficie extendida cónica por diferencias finitas.	83
Figura 26 Simulación de la superficie extendida cilíndrica.....	84
Figura 27 Simulación de la superficie extendida rectangular.....	85
Figura 28 Simulación de la superficie extendida triangular.....	86
Figura 29 Simulación de la superficie extendida cónica.	87
Figura 30 Tiempos de estabilización.....	90
Figura 31 Representación de las resistencias térmicas.....	91
Figura 32 Resistencia calefactora.....	93
Figura 33 Diagrama eléctrico del banco de pruebas.....	97
Figura 34 Diagrama electrónico del banco de pruebas.....	98
Figura 35 Esquema de conexión eléctrico y electrónico.....	103
Figura 36 Superficies extendidas de acero A36.....	106
Figura 37 Molde contenedor para el soporte de yeso.....	106
Figura 38 Molde de la tapa del soporte de yeso.....	107
Figura 39 Caja metálica de protección del soporte de yeso.....	108
Figura 40 Soporte de guía para los cables de las termocuplas.....	108
Figura 41 Instalación de las termocuplas en la caja de acrílico.....	109
Figura 42 Conexión completa del circuito electrónico en la caja de acrílico.....	109
Figura 43 Ensamble general del equipo.....	110

Figura 44 Perfil de temperaturas de las 5 mediciones experimentales de la superficie extendida cilíndrica.	117
Figura 45 Perfil de temperaturas de los 5 calculos realizados por diferencias finitas de la superficie extendida cilíndrica.	117
Figura 46 Perfil de temperaturas de las 5 mediciones experimentales de la superficie extendida rectangular.....	119
Figura 47 Perfil de temperaturas de los 5 calculos realizados por diferencias finitas de la superficie extendida rectangular.	119
Figura 48 Perfil de temperaturas de las 5 mediciones experimentales de la superficie extendida triangular.....	121
Figura 49 Perfil de temperaturas de los 5 calculos realizados por diferencias finitas de la superficie extendida triangular.	121
Figura 50 Perfil de temperaturas de las 5 mediciones experimentales de la superficie extendida cónica.	123
Figura 51 Perfil de temperaturas de los 5 calculos realizados por diferencias finitas de la superficie extendida cónica.....	123
Figura 52 Perfil de temperaturas obtenidas de manera experimental de las superficies extendidas.....	125

Resumen

El laboratorio de conversión de la energía de la universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE no dispone de un equipo que pueda realizar el análisis experimental de las superficies extendidas variando su geometría, siendo este equipo fundamental para el estudio de la transferencia de calor, por tanto, en el siguiente proyecto se desarrollará el diseño y construcción de un banco de pruebas en estado estable para superficies extendidas intercambiables de acero A36, que constará de los siguientes tipos de aletas: rectangular, cilíndrica, triangular y cónica e incluirá una tarjeta programable (Arduino) y la medición de las temperaturas será con termocuplas tipo K con un rango de temperaturas de 0°C - 400°C, para el diseño de las dimensiones de las aletas se toma como referencia la aleta de sección circular que tendrá 35 cm de longitud y 1 cm diámetro, manteniendo constante la longitud y el área superficial se determina las dimensiones de las otras superficies extendidas propuestas y para el calentamiento de la superficie extendida como fuente de generación de calor se utiliza una resistencia eléctrica.

Se analiza el perfil de temperaturas en forma teórica, utilizando el método de resolución por diferencias finitas para todas las geometrías y se ocupa las ecuaciones ya determinadas para las aletas de sección constante, además se realizará el cálculo del calor disipado y la eficiencia de cada una de las mismas.

Para la validación del banco de prueba se calcula el error relativo que se obtiene a partir del perfil de temperaturas teórico con los datos experimentales.

Palabras Claves:

- **CALOR**
- **PERFIL DE TEMPERATURAS**
- **SUPERFICIE EXTENDIDA**

Abstract

The energy conversion laboratory of the University - ESPE does not have a unit that can carry out the experimental analysis of extended surfaces by varying their geometry, this equipment being fundamental for the study of heat transfer, therefore , in the following project the design and construction of a test bench in steady state for interchangeable extended surfaces of A36 steel will be developed, which consist of the following types of fins: rectangular, cylindrical, triangular and conical and will include a programmable card (Arduino) and the temperature measurement will be with type K thermocouples with a temperature range of $0^{\circ}\text{C} - 400^{\circ}\text{C}$, for the design of the dimensions of the fins, the circular section fin that will be 35 cm long is taken as a reference. and 1 cm diameter, keeping the length and surface area constant, the dimensions of the other proposed extended surfaces are determined and an electrical resistance is used to heat the extended surface as a source of heat generation.

The profile will be analyzed theoretically, using the finite difference method for all geometries, and from equations already determined for the fins of constant section, in addition to calculating the dissipated heat and the efficiency of each of the themselves.

For the validation of the test bench, the relative error obtained from the temperature profile thesis calculated with the experimental data.

Key Words:

- HEAT
- TEMPERATURE PROFILE
- EXTENDED SURFACE

Capítulo I: Generalidades

Antecedentes

El análisis de las aletas es muy extenso por la variedad de aletas y las condiciones a las que están sometidas las mismas, entonces existen estudios como la caracterización, optimización y diseño de algunos tipos de alabes a través del concepto de admitancia térmica inversa relativa, donde se tiene en cuenta: conductividad de la aleta y la pared, coeficientes de convección y la determinación del parámetro geométrico de toda la superficie extendida, en este caso cilíndrica; este diseño se basa en protocolos mediante el uso de las curvas que implican el funcionamiento asociado en 1 y 2 dimensiones por la que se encuentra limitada (Abad, 2010).

Desarrolló el proyecto de diseño y optimización de espines cilíndricos “composites”, espines compuestos, bajo condiciones de convección, donde aplica la admitancia relativa a la optimización de aletas composites que tienen diferentes valores de espesor de recubrimiento y la relación de conductividad. Para la optimización de estos espines tiene como parámetros de entrada, el volumen del núcleo de la aleta, el coeficiente de convección, la conductividad del núcleo de la aleta y el espesor del recubrimiento (Vigueras, 2012).

Se ha realizado el Diseño y la construcción de diferentes superficies extendidas en estado estable para la Escuela Politécnica Nacional, determinando mediante el Software COMSOL 4.0 la distribución de temperatura que tendrá a lo largo de su eje longitudinal, para posteriormente realizar una comparación teórica y experimental del fenómeno (Almachi & Pilliza, 2013).

Se han realizado estudios del comportamiento térmico de la aleta cilíndrica utilizando herramientas de software APDL, realizando el análisis por medio de la variación de los materiales en estado transitorio, donde permanecen fijas las variables de condición

que son: longitud, grosor tanto de base como final de la aleta, además otros investigadores han analizado estas soluciones de manera transitoria, para este estudio se analiza las condiciones aplicadas en la punta de la aleta y otras variables que tomaron en cuenta son: la velocidad de transferencia de calor, el tiempo para alcanzar el estado estable, bajo estas condiciones determinan el mejor material de trabajo, quedando aún interrogantes, como la distribución de temperatura en estado estacionario (Mahara & Singh, 2017).

Se ha realizado la construcción de un banco de pruebas de superficies extendidas para fines didácticos, en el cual se grafica el perfil de temperatura de cada una de las superficies extendidas y además se pone en conjunto los espines cilíndricos para poder realizar un análisis del comportamiento, cabe destacar que se hizo un análisis para determinar una longitud óptima (Lazo & Salguero, 2017).

La simulación numérica de las ecuaciones en diferencias finitas para determinar las temperaturas nodales en una aleta cilíndrica, determina las soluciones analíticas por medio de la optimización del tiempo a partir de la implementación de la simulación numérica, el cual fue codificado con el programa MATLAB, valiéndose de 2 programas numéricos POLYMATH y SOLVER DE EXCEL, para analizar problemas de conducción de calor en estado estacionario (Calderon & Chávez, 2018).

Las superficies extendidas (aletas) son útiles para la optimización de la tasa de transferencia de calor en el área de la superficie adjunta, poseen varias aplicaciones en la industria, debido a que se utilizan principalmente en la transferencia de calor sensible, este puede usarse para enfriar o calentar un fluido adyacente; el estudio del diseño es esencial para lograr el diseño óptimo, donde la eficiencia de la aleta va a depender de varios parámetros, tales como: geometría, material, entre otros (Satar & Naji, 2016)

Una vez realizada la investigación bibliográfica en el repositorio de la biblioteca de la Universidad de las Fuerzas Armadas "ESPE" concluimos que no se dispone de un

documento, tesis, artículo, etc. Relacionado con el diseño y construcción de un equipo como el que proponemos en el presente proyecto de investigación, que permita intercambiar las superficies extendidas.

Definición del problema

Durante las 2 últimas décadas se han realizado varias investigaciones tanto de forma experimental como numérica, para determinar el desempeño de las superficies extendidas al realizar diferenciaciones de las variables que son condiciones que ayudan en el mejoramiento de las superficies extendidas, donde una de esas características principales es la variación de su geometría.

El laboratorio de conversión de la energía de la universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE no dispone de un equipo que pueda realizar el análisis experimental de las superficies extendidas al variar su geometría, siendo este equipo fundamental para el estudio de la transferencia de calor

Objetivos

Objetivo General

Realizar el diseño, construcción e implementación de un banco de pruebas en estado estable, para superficies extendidas intercambiables, a utilizarse en el laboratorio de conversión de la energía.

Objetivos Específicos

- Realizar la descripción y selección de las superficies extendidas.
- Desarrollar el diseño térmico, eléctrico y electrónico para las superficies extendidas.
- Analizar los resultados obtenidos experimentalmente de cada una de las superficies extendidas.

Justificación e importancia

Las superficies extendidas son importantes en toda la industria ya que permite aumentar la tasa de transferencia de calor, en algunos casos particulares no se ocupa este recurso para disminuir temperatura ya que en ocasiones no se conocen adecuadamente los conceptos matemáticos y físicos de cómo funciona una aleta, además se desconoce la eficiencia que va a tener la aleta dependiendo de su geometría y como se relaciona con que la sección transversal sea uniforme o variable. Es muy importante conocer el funcionamiento y principio termodinámico de una superficie extendida, ya que el mismo se puede aplicar en distintas áreas de la ingeniería como son los cilindros de los motores de motocicleta, sistemas de refrigeración, intercambiadores de calor, entre otros. Los estudiantes de la carrera de ingeniería mecánica de la Universidad de las Fuerzas Armadas - ESPE deben dominar el tema de superficies extendidas ya que esto le servirá en su vida profesional para poder diseñar procesos que sean más eficientes, a la par de disminuir costos de producción.

Dado que la relación que expresa por medio de la deducción de la ecuación del calor disipado, el cual nos indica que el intercambio de calor por una superficie aumenta de acuerdo con: el coeficiente de convección, el área expuesta al fluido, y la diferencia de temperatura entre la superficie con el fluido; se conoce que en el caso de querer aumentar la disipación de calor, se recurre al uso de superficies extendidas (aletas), con el propósito de mejorar la transferencia de calor, de esta manera las máquinas térmicas serán más eficientes e incluso se podrá aumentar su tiempo de servicio.

Es importante analizar y observar cómo trabajan las superficies extendidas con distintas geometrías, ya que el estudiante podrá identificar las variables que intervienen para el intercambio de calor, además se conocerá mediante practicas e informes las ecuaciones que intervienen en el proceso, cuando el mismo se analiza en estado estable, el estudiante relacionará matemática, física y experimentalmente el proceso lo que

aumenta el interés y aprendizaje, además el desarrollo de este proyecto permitirá fomentar el pleno desarrollo de temas de investigaciones y la formulación de nuevas teorías para diferentes tipos de aletas, logrando así mejorar la calidad en la enseñanza y la investigación.

La innovación y la tecnología es importante al momento de desarrollar un nuevo equipo, en este caso el uso de una tarjeta Arduino, sensores con acondicionadores y programación con PID permite una automatización del equipo, además se puede ocupar los conocimientos en la industria como puede ser el caso de disipar con mayor eficiencia el calor en un proceso industrial con un banco de aletas.

Alcance

En el siguiente proyecto se desarrollará y entregará lo siguiente:

Diseño y construcción de un banco de pruebas en estado estable para superficies extendidas intercambiables y constará de los siguientes tipos de aletas: rectangular, cilíndrica, triangular y cónica, el material será de acero A36. La tarjeta programable que se ocupará será Arduino, además de las termocuplas tienen un rango de temperaturas de 0°C a 400°C.

En el diseño de las dimensiones de las aletas se toma como referencia la aleta de sección circular que tendrá 35 cm de longitud y 1 cm diámetro, manteniendo constante la longitud y el área superficial se determina las dimensiones de las otras superficies extendidas propuestas.

Finalmente se entregará los planos de conjunto, despiece y detalle del banco de pruebas construido, además de un manual de usuario completo y detallado en español que corresponda al proceso de preparación del equipo, manual de mantenimiento y una guía de práctica para el laboratorio de transferencia de calor.

Metodología

Para realizar un análisis al comparar datos obtenidos teóricamente con datos experimentales, es necesario seguir una metodología que ayude a desarrollar el diseño y construcción de un banco de pruebas.

La metodología científica consiste en un procedimiento investigativo, donde se debe plasmar la idea con un diseño que pueda sustentar la experimentación. Por tanto, se siguen criterios que a continuación se describen (Bobadilla, y otros, 2008):

- Definir lo importante del diseño y analizar un enfoque para los lineamientos de la experimentación.
- Reunir la información más relevante que este estrechamente relacionado con las características de diseño.
- Planteamiento de hipótesis para el análisis futuro que se va a realizar.
- Planteamiento de construcción de la parte experimental, para poder analizar las hipótesis planteadas.
- Análisis e interpretación de los datos teóricos con los datos experimentales donde se refleja las ideas a partir de la experimentación.

Capítulo II: Marco teórico

Conceptos generales

La transferencia de calor es la diferencia de temperaturas que puede existir en uno o varios elementos, por tanto, es necesario conocer los conceptos para entender dicho proceso, los mismos que son muy utilizados en los diseños térmicos de máquinas aplicados tanto en los hogares como en la industria.

Temperatura

Es la energía interna que está relacionada al movimiento de las partículas.

Calor

El Calor es la energía térmica en movimiento debido a un gradiente de temperatura espacial.

Calor por conducción, convección, radiación

Calor por conducción: Es la transferencia de calor a partir de la interrelación entre los cuerpos a través de una transmisión de calor por la circulación molecular.

Además, simplemente se puede decir que la conducción se da por la transferencia de energía de una zona energética más alta a una zona energética más baja, para poder cuantificar el modelo matemático se utiliza la ecuación de la ley de Fourier:

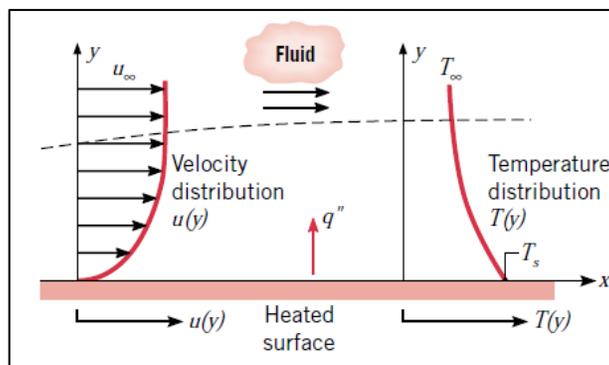
$$Q = -KA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1)$$

En a la ecuación 1 también es llamado flujo de calor o transferencia de calor por unidad de área [W/m^2] y es la velocidad en la cual se transfiere calor en una dirección determinada. La constante de conducción K o también llamada constante de proporcionalidad, es la propiedad llamada conductividad térmica [W/mK].

Calor por convección: Dicho modo de transferencia de calor se da por el movimiento molecular aleatorio y además el movimiento de un fluido en la capa límite.

Figura 1

Transferencia de calor por convección.



Nota. Tomado de *Fundamentals Heat Mass Transfer* (p.6), por Incropera & Dewitt, 2011, JOHN WILEY & SONS.

Ocurre la transferencia de calor por convección cuando hay un fluido que se encuentra en movimiento y una superficie, la misma que está delimitada. La capa límite hidrodinámica se puede observar en la figura 1, en donde la T_s que representa la temperatura de la superficie se encuentra ubicada cuando $y = 0$ y T_{∞} es la temperatura que se encuentra en dicho flujo exterior y siempre se cumplirá que $T_s > T_{\infty}$.

La ecuación de convección también es llamada la Ley de enfriamiento de Newton:

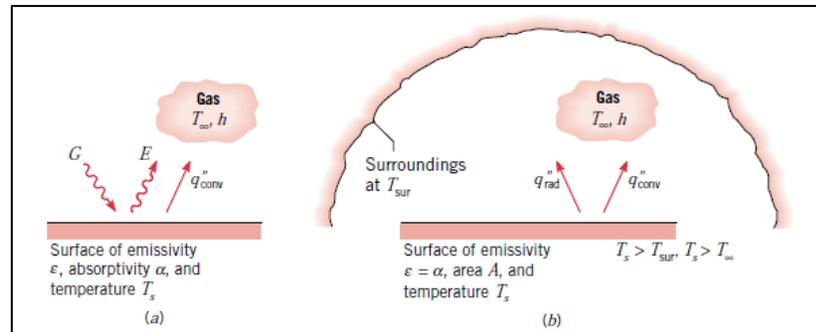
$$Q = A * h * (T_s - T_{\infty}) \quad (2)$$

En donde la constante de proporcionalidad h es $[W/m^2K]$ y se denomina el coeficiente de transferencia de calor por convección.

Calor por radiación: es la transferencia de calor de una zona de temperatura alta a una baja, debido a la energía desprendida por la materia en forma de fotones.

Figura 2

Transferencia de calor por radiación.



Nota. Tomado de *Fundamentals Heat Mass Transfer* (p.9), por Incropera & Dewitt, 2011, JOHN WILEY & SONS.

La fórmula para poder realizar el cálculo de calor por radiación es:

$$q = h_r A (T_s - T_{amb}) \quad (3)$$

En donde el coeficiente de radiación es:

$$h_r = \epsilon \sigma (T_s + T_{amb}) (T_s^2 - T_{amb}^2) \quad (4)$$

Convección libre

También conocida como convección natural, se da a partir de la transmisión de calor entre el fluido (aire) y el cuerpo, causando una variación de temperatura de las moléculas que lo componen y la superficie del cuerpo.

El número de Grashof nos muestra como ejerce sobre el fluido la razón de las fuerzas de empuje a las fuerzas viscosas.

$$G_{rL} = \frac{g \beta (T_s - T_{\infty}) L_c^3}{\nu^2} \quad (5)$$

Donde:

g = gravedad [m/s^2]

β = coeficiente de expansión volumétrica, $1/K$ ($\beta = 1/T$ para los gases ideales)

T_s = temperatura de la superficie [$^{\circ}C$]

T_{∞} = temperatura del fluido suficientemente lejos de la superficie [$^{\circ}C$]

L_c =longitud característica de la configuración geométrica [m]

ν =viscosidad cinemática del fluido [m/s^2]

Correlaciones Empíricas para cilindros

Las correlaciones que existen para un flujo externo que está circulando en las superficies extendidas y adecuadas para la mayoría de cálculos son:

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}D}{k} \quad (6)$$

Correlación de Churchill y Chu para cilindros

Según Churchill y Chu recomiendan para un margen amplio del número de Rayleigh:

$$\overline{Nu}_L = \left\{ 0.60 + \frac{0,3587 R_{aD}^{\frac{1}{6}}}{\left[1 + \left(\frac{0,559}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{8}{27}}} \right\}^2 \quad Si R_{aD} \leq 10^{12} \quad (7)$$

Correlación de Hermann para geometría cónica y cuerpos tridimensionales

Según Hermann para un amplio número de Grashof:

$$\overline{Nu}_L = 0,53(G_{RD}Pr)^{\frac{1}{4}} \quad Si Prandl mayores a 0,5 y 10^3 < G_{rL} < 10^9 \quad (8)$$

Superficies extendidas

Definición de superficies extendidas

Las superficies extendidas generalmente se las llamas a los cuerpos en los cuales la transferencia de calor con el ambiente es mucho mayor y logran una mejor disipación de energía.

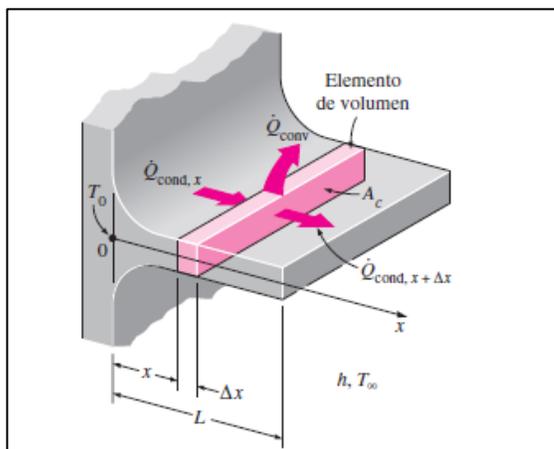
Ecuación que rige las superficies extendidas

Para el respectivo análisis de las superficies extendidas, se debe tomar en cuenta que esta es una operación estacionaria sin generación de calor, donde se tiene

que la conductividad térmica del material permanece constante y además es necesario admitir que el coeficiente de transferencia de calor por convección permanecerá constante en toda la superficie extendida.

Figura 3

Representación del volumen de una aleta con respecto a x .



Nota. El gráfico representa las características para el análisis de la superficie extendida.

Tomado de *Transferencia de calor y masa* (p.164), por Y. Cengel, 2011, McGRAW-HILL.

De manera general considerando un elemento de volumen de una superficie extendida, se expresa como:

$$\left(\begin{array}{c} \text{Razon de la} \\ \text{conducción del calor} \\ \text{hacia el elemento en } x \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Razón de la} \\ \text{conducción de calor desde} \\ \text{el elemento en } x + \Delta x \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Razón de la} \\ \text{convección del calor} \\ \text{desde el elemento} \end{array} \right)$$

Siendo la ecuación diferencial que rige la transmisión de calor en las superficies extendidas es:

$$\frac{d}{dx} \left(k A_c \frac{dT}{dx} \right) - hp(T - T_{\infty}) = 0 \quad (9)$$

Siendo:

k : conductividad térmica del material [W/mK]

A_c : área de conductividad de la superficie extendida [m^2]

h : coeficiente de convección [W/m^2K]

p : perímetro de la superficie extendida [m]

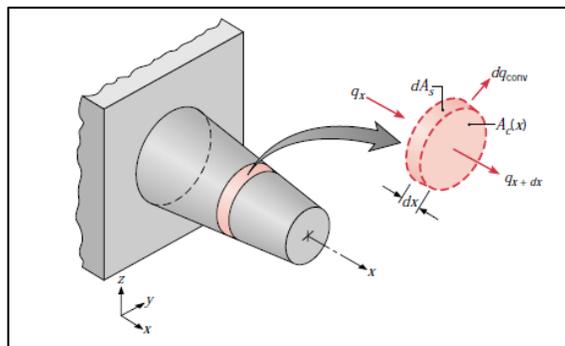
T : temperatura [K]

Aletas de sección uniforme y no uniforme

Para el análisis general de las aletas se necesita un elemento diferencial:

Figura 4

Elemento diferencial de la superficie extendida.



Nota. El gráfico representa el elemento diferencial que se toma de referencia para para el análisis de balance de energía. Tomado de *Fundamentals Heat Mass Transfer* (p.157), por Incropera & Dewitt, 2011, JOHN WILEY & SONS.

$$\frac{d}{dx} \left(kA_c \frac{dT}{dx} \right) - hp(T - T_\infty) = 0 \quad (10)$$

$$E_{entra} = E_{sale} \quad (11)$$

$$q_x + \frac{q_g}{V} = q_{x+dx} + q_{alm} + q_{conv}$$

$$q_x - q_{x+dx} - q_{alm} + \frac{q_g}{V} - q_{conv} = 0$$

$$si \quad q_{x+dx} = q_x + \frac{dq_x}{dx} dx$$

$$\begin{aligned}
q_x - \left(q_x + \frac{dq_x}{dx} dx \right) - q_{atm} + \frac{q_g}{V} - q_{conv} &= 0 \\
-\left(\frac{dq_x}{dx} dx \right) - q_{atm} + \frac{q_g}{V} - q_{conv} &= 0 \\
-\left(\frac{dq_x}{dx} dx \right) - q_{atm} + \frac{q_g}{V} - q_{conv} &= 0 \\
-\left(\frac{d}{dx} (-kA_c \frac{dT}{dx}) dx \right) - q_{atm} + \frac{q_g}{V} - q_{conv} &= 0 \\
\left(k \frac{d}{dx} (A_c \frac{dT}{dx}) + kA_c \frac{d^2T}{dx^2} \right) - q_{conv} &= 0 \\
\left(\frac{1}{kA_c} \right) \left(k \frac{dA_c}{dx} \right) \frac{dT}{dx} + \frac{kA_c}{kA_c} \frac{d^2T}{dx^2} - h \frac{dA_s}{dx} (T - T_\infty) &= 0 \\
\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_c} \frac{dA_c}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_c} \frac{h dA_s}{k dx} \right) (T - T_\infty) &= 0 \quad (12)
\end{aligned}$$

La ecuación diferencial que se observa analiza el área de conducción y el área de convección además que se puede analizar tanto para aletas de sección uniforme como no uniforme, el resumen de las fórmulas deducidas de la ecuación diferencial anterior es el siguiente:

Figura 5

Distribución de temperatura y pérdida de calor para aletas de sección transversal uniforme.

Case	Tip Condition ($x = L$)	Temperature Distribution θ/θ_b	Fin Heat Transfer Rate q_f
A	Convection heat transfer: $h\theta(L) = -k d\theta/dx _{x=L}$	$\frac{\cosh m(L-x) + (h/mk) \sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$ (3.70)	$M \frac{\sinh mL + (h/mk) \cosh mL}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$ (3.72)
B	Adiabatic $d\theta/dx _{x=L} = 0$	$\frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$ (3.75)	$M \tanh mL$ (3.76)
C	Prescribed temperature: $\theta(L) = \theta_L$	$\frac{(\theta_L/\theta_b) \sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL}$ (3.77)	$M \frac{(\cosh mL - \theta_L/\theta_b)}{\sinh mL}$ (3.78)
D	Infinite fin ($L \rightarrow \infty$): $\theta(L) = 0$	e^{-mx} (3.79)	M (3.80)

$\theta = T - T_\infty$ $m^2 = hP/kA_c$
 $\theta_b = \theta(0) = T_b - T_\infty$ $M = \sqrt{hPkA_c} \theta_b$

Nota. Tomado de *Fundamentals Heat Mass Transfer* (p.9), por Incropera & Dewitt, 2011, JOHN WILEY & SONS.

Eficiencia global de las aletas

Para poder calcular la eficiencia global de transferencia de calor se ocupará la siguiente ecuación:

$$\eta_f = \frac{q_f}{q_{max}} = \frac{q_f}{hA_f\theta_b} \quad (13)$$

Figura 6

Configuraciones de las superficies extendidas.

Eficiencia y áreas de superficie de configuraciones comunes de aletas

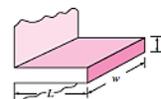
Aletas rectangulares rectas

$$m = \sqrt{2h/kt}$$

$$L_c = L + t/2$$

$$A_{área} = 2wL_c$$

$$\eta_{área} = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$

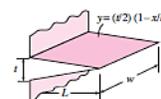


Aletas triangulares rectas

$$m = \sqrt{2h/kt}$$

$$A_{área} = 2w\sqrt{L^2 + (t/2)^2}$$

$$\eta_{área} = \frac{1}{mL} \frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$$



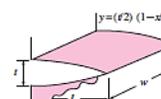
Aletas parabólicas rectas

$$m = \sqrt{2h/kt}$$

$$A_{área} = wL[C_1 + (L/t)\ln(t/L + C_1)]$$

$$C_1 = \sqrt{1 + (t/L)^2}$$

$$\eta_{área} = \frac{2}{1 + \sqrt{(2mL)^2 + 1}}$$



Aletas circulares de perfil rectangular

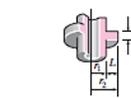
$$m = \sqrt{2h/kt}$$

$$r_{2c} = r_2 + t/2$$

$$A_{área} = 2\pi(r_{2c}^2 - r_1^2)$$

$$\eta_{área} = \frac{K_1(mr_1)I_1(mr_{2c}) - I_1(mr_1)K_1(mr_{2c})}{I_0(mr_1)K_1(mr_{2c}) + K_0(mr_1)I_1(mr_{2c})}$$

$$C_2 = \frac{2r_1/m}{r_{2c}^2 - r_1^2}$$



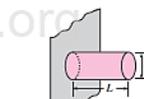
Aletas de espiga de perfil rectangular

$$m = \sqrt{4h/kD}$$

$$L_c = L + D/4$$

$$A_{área} = \pi DL_c$$

$$\eta_{área} = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$



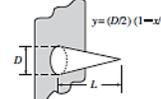
Aletas de espiga de perfil triangular

$$m = \sqrt{4h/kD}$$

$$A_{área} = \frac{\pi D}{2} \sqrt{L^2 + (D/2)^2}$$

$$\eta_{área} = \frac{2}{mL} \frac{I_2(2mL)}{I_1(2mL)}$$

$$I_2(x) = I_0(x) - (2/x)I_1(x) \text{ donde } x = 2mL$$



Aletas de espiga de perfil parabólico

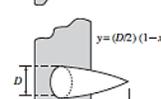
$$m = \sqrt{4h/kD}$$

$$A_{área} = \frac{\pi L^3}{8D} [C_3 C_4 - \frac{L}{2D} \ln(2DC_4/L + C_3)]$$

$$C_3 = 1 + \frac{2(D/L)^2}{1 + (DL)^2}$$

$$C_4 = \sqrt{1 + (DL)^2}$$

$$\eta_{área} = \frac{2}{1 + \sqrt{(2mL/3)^2 + 1}}$$

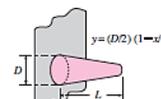


Aletas de espiga de perfil parabólico (punta truncada)

$$m = \sqrt{4h/kD}$$

$$A_{área} = \frac{\pi D^2}{96 L^2} \left\{ [16(L/D)^2 + 1]^{3/2} - 1 \right\}$$

$$\eta_{área} = \frac{3}{2mL} \frac{I_1(4mL/3)}{I_0(4mL/3)}$$



Nota. El gráfico representa las ecuaciones que se ocupan para el cálculo de la eficiencia y su respectiva área superficial para distintas geometrías. Tomado de *Transferencia de calor y masa* (p.170), por Y. Cengel, 2011, McGRAW-HILL.

Análisis diferencial de superficie extendida con radiación

Partiendo de la ecuación 11, para el análisis diferencial se tiene:

$$q_x + \frac{q_g}{V} = q_{x+dx} + q_{alm} + q_{conv} + q_{radiación} \quad (14)$$

$$q_x - q_{x+dx} - q_{alm} + \frac{q_g}{V} - q_{conv} - q_{radiación} = 0$$

$$\text{si } q_{x+dx} = q_x + \frac{dq_x}{dx} dx$$

$$q_x - \left(q_x + \frac{dq_x}{dx} dx \right) - q_{alm} + \frac{q_g}{V} - q_{conv} - q_{radiación} = 0$$

$$-\left(\frac{dq_x}{dx} dx \right) - q_{alm} + \frac{q_g}{V} - q_{conv} - q_{radiación} = 0$$

$$-\left(\frac{dq_x}{dx} dx \right) - q_{alm} + \frac{q_g}{V} - q_{conv} - q_{radiación} = 0$$

$$-\left(\frac{d}{dx} \left(-kA_c \frac{dT}{dx} \right) dx \right) - q_{alm} + \frac{q_g}{V} - q_{conv} - q_{radiación} = 0$$

$$\left(k \frac{d}{dx} \left(A_c \frac{dT}{dx} \right) + kA_c \frac{d^2T}{dx^2} \right) - q_{conv} - q_{radiación} = 0$$

$$\left(\frac{1}{kA_c} \right) \left(k \frac{dA_c}{dx} \right) \frac{dT}{dx} + \frac{kA_c}{kA_c} \frac{d^2T}{dx^2} - \frac{h}{kA_c} \frac{dA_s}{dx} (T - T_\infty) - \frac{\varepsilon}{kA_c} * \frac{dA_s}{dx} * \sigma (T^4 - T_\infty^4) = 0$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_c} \frac{dA_c}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_c} \frac{h}{k} \frac{dA_c}{dx} \right) (T - T_\infty) - \frac{\varepsilon * \sigma}{kA_c} * \frac{dA_s}{dx} (T^4 - T_\infty^4) = 0 \quad (15)$$

Conducción estado transitorio

Esta condición se da generalmente cuando las condiciones de frontera cambian en el sistema, por tanto, esas condiciones irán variando hasta que lleguen al estado estable, alcanzando así su correspondiente distribución de temperaturas.

Para determinar el lapso de tiempo que transcurrirá para llegar al estado estable se inicia por resolver la ecuación de calor, además de la determinación de los parámetros de la ecuación diferencial que estarán en función de la temperatura y el

tiempo, donde de manera general se puede establecer a partir de la ecuación del balance de energía debido a la transferencia total de energía, descrita a continuación:

$$E_{entra} - E_{sale} = \Delta E_{almacenamiento} \quad (16)$$

$$\Delta E_{almacenamiento} = \rho * V * c_p * \frac{\partial T}{\partial t} \quad (17)$$

Arduino

Arduino es una compañía de desarrollo de software y hardware libres, así como una comunidad internacional que diseña y manufactura placas de desarrollo de hardware para construir dispositivos digitales y dispositivos interactivos que puedan detectar y controlar objetos del mundo real.

Programación de la tarjeta Arduino

Se puede incluir varias variables como:

Int entero

Float decimal

Const constante

Switch state wstado del switch

Además de incluir funciones como:

pinMode configuración de los pines como entradas o salidas

digitalRead indica el nivel del voltaje en una entrada digital

digital drive función que envía 0V o 5V a un pin de salida

delay hace un paro por un periodo definido de tiempo (mms)

Los pines que se tiene en el Arduino son tanto analógicos como digitales:

Pin digital PWM → resolución de 8 bits (1byte) de salida, que van de 0 a 255 ($2^8 - 1$) en total 256 valores.

Pin analógico → se declara directamente al programa, es decir, no deben ser declarados como "Input", resolución de 10 bits, que van de 0 a 1023 ($2^{10} - 1$)

Además, poseen 2 funciones principales que son: Void Setup y el Void Loop

Comandos básicos para programación

Void Setup()

Es uno de los primeros comandos en ejecutarse en Arduino, cabe destacar que este comando sirve para todo tipo de tarjetas de este tipo.

Esta función me permite inicializar variables, declarar librerías que van a hacer de utilidad para ocupar los distintos módulos del mismo, además que me permitirá realizar una gama de comandos.

Void Loop()

Es la función que se va a estar repitiendo dentro del programa Arduino, el mismo se ejecutará un número infinito de veces, la función se vuelve a iniciar cuando se apaga o se reinicia el microcontrolador

While

La estructura de programación While, es una estructura de control que es de tipo repetitiva además estas sentencias se están repitiendo constante en un lazo infinito hasta que se diga lo contrario, es decir cuando la condición que hemos impuesto es verdadera

For

La estructura de programación For, se usa cuando se desea repetir las instrucciones un número finito de veces, a esto se le llama Bucle, este algoritmo puede continuar o finalizar mediante un contador que incrementara su valor.

If

La estructura de programación If, se ocupa para poder evaluar o testear una condición que se está imponiendo es decir si es verdadera, si es el caso se ejecutara un paquete o código de programación, si es falsa la sentencia no se ejecutará.

Comandos para programación de las termocuplas

Para la programación de las termocuplas se puede utilizar el acondicionador MAX6675, donde es necesario instalar la librería LiquidCrystal, para luego utilizar los siguientes comandos:

Figura 7

Programación de la termocupla con librería MAX6675.

```
#include <LiquidCrystal.h>
//Se definen los pines a usar para conectar el modulo MAX6675,
//en este caso seran:
int ktcSO = 50;
int ktcCS = 48;
int ktcSCK =46;
//Se crea una variable flotante para almacenar la temperatura
float temperatura=0;
MAX6675 kta(ktcCLK, ktcCS, ktcSO);
void setup() {
}
void loop() {
  temperatura= kta.readCelsius();
  Input=(double)temperatural;
  Serial.print("Temperatura = ");
  Serial.print(temperatura);
  Serial.println("C");
}
```

Nota. El gráfico representa el código que es comúnmente utilizado para la programación de las termocuplas con la librería del MAX6675. Tomado de (Geek Factory, 2018)

Capítulo III: Diseño y selección de materiales

Descripción general del equipo

Se va a realizar el diseño, construcción de un banco de pruebas el mismo que trabajará en estado estable para poder realizar su análisis respectivo, este equipo tendrá la capacidad de medir las temperaturas mediante termocuplas que estarán distribuidas a lo largo de la aleta de esta manera se tendrá el perfil de temperaturas. Existirá una resistencia que generará calor la misma que mediante conducción aumentará la temperatura de cada uno de las aletas, además con una tarjeta Arduino 1 se programará para que las temperaturas tomadas por las termocuplas nos permitan visualizar mediante displays de 7 segmentos o display de cristal líquido.

Las geometrías que tendrán las superficies extendidas serán cilíndrica, rectangular, triangular, cónica, cabe destacar que la base de cada aleta tendrá que ser del mismo tamaño para poder intercambiar de manera sencilla en el banco de pruebas, además se podrá apreciar de mejor manera el fenómeno de transferencia de calor.

DISEÑO TÉRMICO

Selección del material

Se seleccionará el tipo de material para las superficies extendidas con una matriz de decisión, al comparar las siguientes características que se muestra en la tabla

1.

Tabla 1

Matriz de decisión para la selección del material de las superficies extendidas.

Material	Ponderación	Acero A36	Acero de fundición	Acero inoxidable	Acero AISI 1020	Cobre
Costo	30	30	10	15	10	5
Conductividad	20	15	15	10	15	20
Disponibilidad en el mercado	20	20	5	15	5	10
Maquinabilidad	20	20	20	10	10	20
Soldabilidad	10	10	2	5	5	3
Total	100	95	52	55	45	58

Nota. En esta tabla se muestra que la ponderación es evaluada del 1 al 100, siendo 1 de menor importancia y siendo 100 la más importante, de acuerdo al análisis realizado el Acero A36 es el de máxima puntuación, y fue seleccionado para ser empleado como material para el diseño, simulación y construcción de las superficies extendidas.

Características del material seleccionado

El material seleccionado para las superficies extendidas es el acero A36, este material tiene ciertas características termo físicas apropiadas para el diseño de las aletas, en la siguiente tabla existe un resumen de las mismas.

Tabla 2

Propiedades del acero A36.

Propiedades a 300 K	
Densidad [kg/m^3]	7 817
Calor específico [$J/Kg.K$]	446
Constante de conductividad térmica [$W/m^2.K$]	51,9

Nota. Propiedades del acero A36. Tomado de *Transferencia de calor y masa* (p.827), por Y. Cengel, 2011, McGRAW-HILL

Dimensionamiento de la superficie extendida

Para comenzar el dimensionamiento de las aletas partiremos del análisis de la superficie extendida de sección circular, debido a que es el más común para realizar los análisis de transferencia de calor, iniciando con un diámetro de 2cm para el análisis ya que en el mercado se encuentra comúnmente esta dimensión, cabe destacar que para el cálculo de convección para el caso de las superficies de sección constante y variable no es necesario ocupar la longitud de la misma.

Se deberá hacer un análisis para conocer las dimensiones de diámetro y longitud más adecuada ya que al variar los mismos el calor se verá afectado hiperbólicamente y llegará un punto en donde el calor permanecerá constante.

Temperaturas para el análisis de las superficies extendidas

Se debe tomar en cuenta algunos parámetros como:

- Temperatura ambiente
- Temperatura inicial de las superficies extendidas
- Temperatura base

Temperatura ambiente

La temperatura que tendremos será a condiciones de laboratorio que es de 20°C en donde será tomada como valor fijo para realizar el análisis en todas las superficies extendidas

Temperatura base

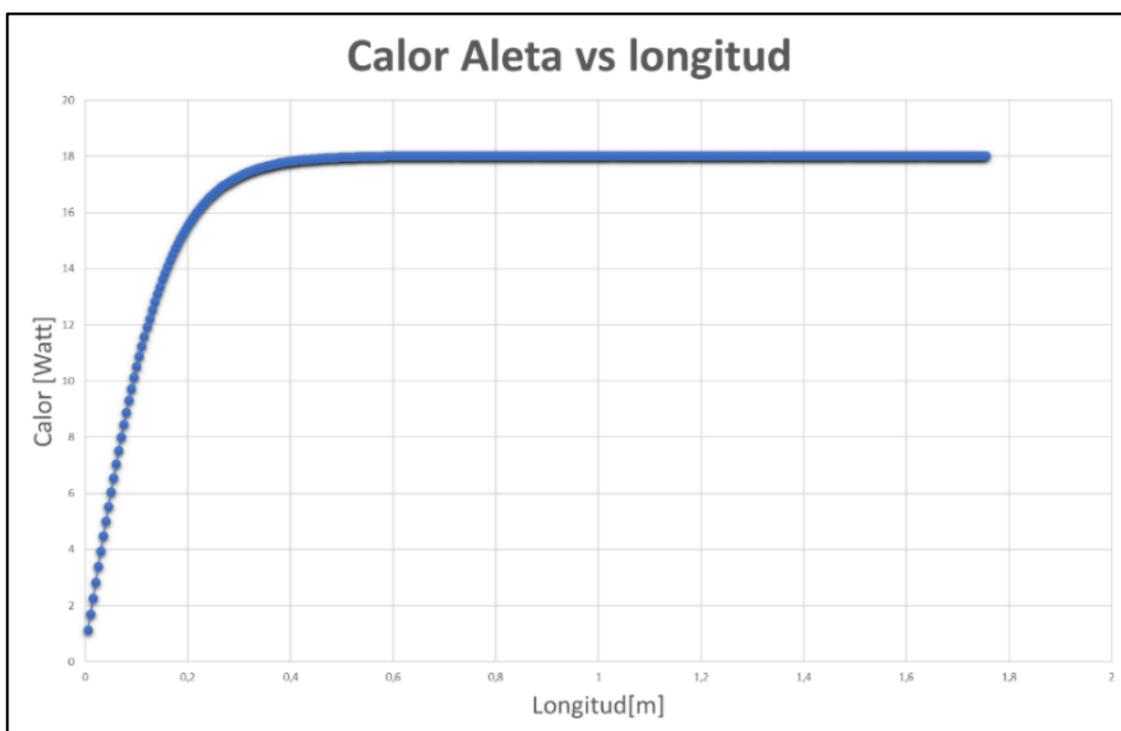
La temperatura base para el análisis de las superficies extendidas será de 120°C.

Análisis de diámetro y longitud óptima para la superficie extendida de sección circular

Al analizar el calor en función de la longitud con un diámetro de 2 cm, se tiene la figura 8, al examinar los datos variando la longitud de 0 a 1,75m se obtiene que la longitud óptima es de 0,74m. ver anexo 6.

Figura 8

Disipación de calor de la aleta cilíndrica con $D = 2$ cm.

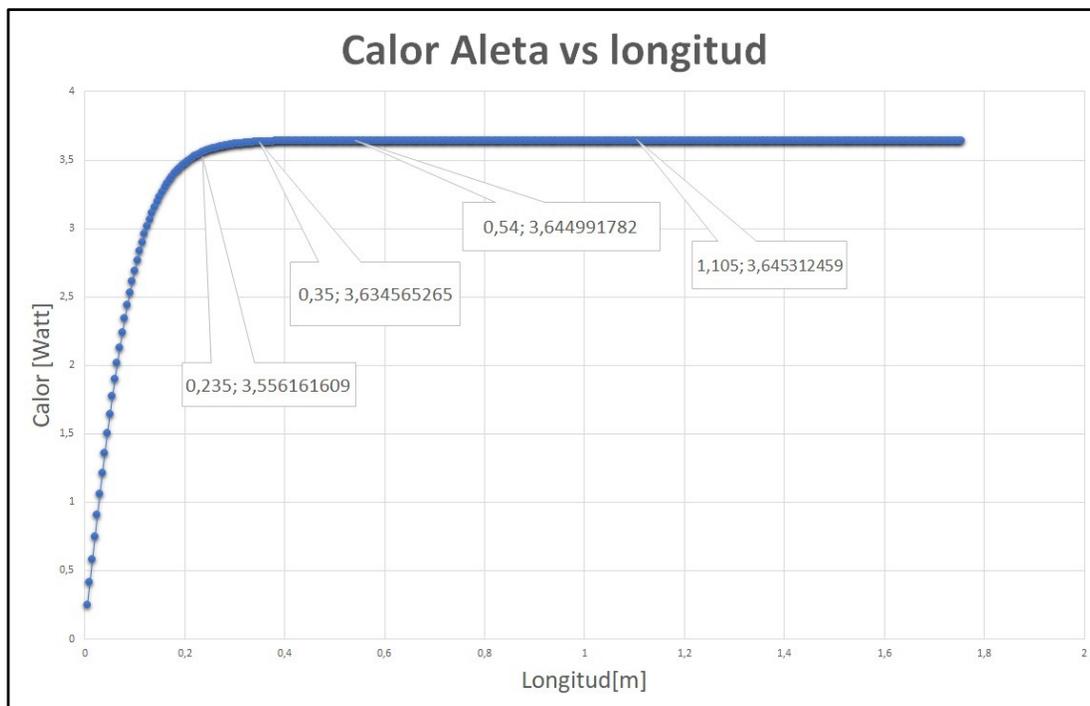


Nota. Calor de la aleta vs longitud para diámetro de 2cm.

2. Al analizar el calor en función de la longitud con un diámetro de 1 cm, se tiene la figura 9 , al examinar los datos variando la longitud de 0 a 1,75m se obtiene que la longitud óptima es de 0,35m

Figura 9

Disipación de calor de la aleta cilíndrica con $D = 1$ cm.



Nota. Calor de la aleta vs longitud para diámetro de 1 cm.

Por lo tanto, al comparar las longitudes óptimas para cada caso se selecciona el diámetro de 1 cm y 35 cm de largo, los datos obtenidos estarán en anexo 6.

En la figura 9 se observa que al aumentar la longitud el calor transferido tiene una variación de centésimas, el porcentaje de variación del calor que existe entre 0,35 m y los siguientes valores de longitud son menores al 0.1% por lo que no es recomendable aumentar su longitud, debido a que es injustificable el desproporcionado aumento de peso y costo que este representa.

“Una aleta así de larga tendrá un comportamiento dañino, ya que suprimirá el movimiento del fluido y, por consiguiente, reducirá el coeficiente de transferencia de calor por convección. Las aletas tan largas, en las que la temperatura tiende a ser la del medio no son recomendables” (Incropera & Dewitt, 2011).

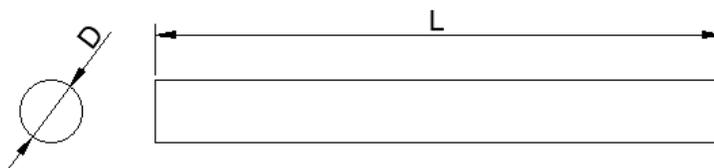
También se observa que reducir la longitud de la aleta a la mitad (desde $mL = 5$ hasta $mL = 2.5$) causa una caída de sólo 1% en la transferencia de calor.

Dimensiones de las superficies extendidas

Tomando como base la superficie extendida de sección circular, se tiene una longitud que permanecerá constante de 35 cm para todas las superficies extendidas y un diámetro de 1 cm.

Figura 10

Superficie extendida cilíndrica.



Nota. Representación gráfica de la superficie extendida de sección circular, para su respectivo análisis.

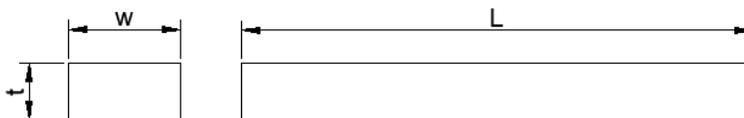
Para calcular la geometría de las superficies extendidas rectangular, triangular y cónica, se mantiene constante el área superficial de la aleta cilíndrica, por lo cual se tendrá el siguiente dimensionamiento.

Superficie extendida Rectangular

Se debe calcular las medidas de la aleta de sección rectangular:

Figura 11

Superficie extendida rectangular.



Nota. Representación gráfica de la superficie extendida de sección rectangular, para su respectivo análisis.

$$A_{\text{superficial Cilindrica}} = A_{\text{superficial Rectangular}}$$

$$P * L + \frac{\pi * D^2}{4} = (2w + 2t) * L + t * w \quad (18)$$

$$0,01107 \text{ m}^2 = (2w + 2t)L + t * w$$

$$w = 2t$$

$$0,01107 \text{ m}^2 = (4h + 2h)(0,35) + h(2h)$$

$$h = t = 0,005 \text{ [m]}$$

$$w = 2(0,005) = 0,01 \text{ [m]}$$

Superficie extendida Triangular

Se debe calcular las medidas de la aleta de sección triangular

Figura 12

Superficie extendida triangular.



Nota. Representación gráfica de la superficie extendida triangular, para su respectivo análisis.

$$A_{\text{superficial Cilindrica}} = A_{\text{superficial Triangular}}$$

$$P * L + \frac{\pi * D^2}{4} = 2w \sqrt{\frac{t^2}{2} + L^2} + 2 \left(\frac{tL}{2} \right) \quad (19)$$

$$w = t$$

$$0,01107 = 2 * t * \sqrt{\frac{t^2}{2} + L^2} + tL$$

$$0,01107 = 2 * t * \sqrt{\frac{t^2}{2} + 0,35^2} + t * 0,35$$

$$t = 0,010 \text{ [m]}$$

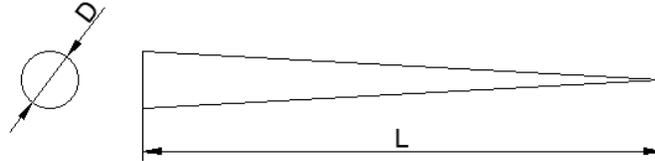
$$w = t = 0,010 \text{ [m]}$$

Superficie extendida Cónica

Se debe calcular las medidas de la aleta de sección cónica.

Figura 13

Superficie extendida cónica.



Nota. Representación gráfica de la superficie extendida cónica, para su respectivo análisis.

$$A_{\text{superficial Cilindrica}} = A_{\text{superficial Cónica}}$$

$$P * L + \frac{\pi * D^2}{4} = \pi * (R) * g \quad (20)$$

$$g = \sqrt{L^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2} \quad (21)$$

$$g = \sqrt{(0,35)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2}$$

$$P * L + \frac{\pi * D^2}{4} = \pi * (R) * g = \pi * (R) * \sqrt{(0,35)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2}$$

$$0,01107 = \pi * \left(\frac{D}{2}\right) * \sqrt{(0,35)^2 + \left(\frac{0,01}{2}\right)^2}$$

$$D = 0,020 \text{ [m]}$$

Cálculo del coeficiente de convección

Para el cálculo de convección tenemos que tomar en cuenta la geometría que se va a analizar, en este caso para no afectar los resultados ya que placa base tendrá su

propio h se deberá ocupar lana de roca para aislarla y se recubrirá 2 cm de longitud de nuestra aleta de esta forma no se calculará el h de convección de la placa base y se puede analizar de mejor manera a la superficie extendida.

Superficie Extendida Cilindrica

- 1) Se calcula las propiedades termo físicas del fluido en este caso es aire

$$T_{promedio} = \frac{(120 + 273) + (20 + 273)}{2} = 343^{\circ}K$$

Tabla 3

Propiedades Termo físicas.

TABLE A.4 Thermophysical Properties of Gases at Atmospheric Pressure^a

T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (kJ/kg·K)	$\mu \cdot 10^7$ (N·s/m ²)	$\nu \cdot 10^6$ (m ² /s)	$k \cdot 10^3$ (W/m·K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m ² /s)	Pr
Air, $M = 28.97$ kg/kmol							
100	3.5562	1.032	71.1	2.00	9.34	2.54	0.786
150	2.3364	1.012	103.4	4.426	13.8	5.84	0.758
200	1.7458	1.007	132.5	7.590	18.1	10.3	0.737
250	1.3847	1.006	159.6	11.44	22.3	15.9	0.720
300	1.1614	1.007	184.6	15.89	26.3	22.5	0.707
350	0.9950	1.009	208.2	20.92	30.0	29.9	0.700
400	0.8711	1.014	230.1	26.41	33.8	38.3	0.690
450	0.7740	1.021	250.7	32.39	37.3	47.2	0.686
500	0.6964	1.030	270.1	38.79	40.7	56.7	0.684
550	0.6329	1.040	288.4	45.57	43.9	66.7	0.683
600	0.5804	1.051	305.8	52.69	46.9	76.9	0.685
650	0.5356	1.063	322.5	60.21	49.7	87.3	0.690
700	0.4975	1.075	338.8	68.10	52.4	98.0	0.695
750	0.4643	1.087	354.6	76.37	54.9	109	0.702
800	0.4354	1.099	369.8	84.93	57.3	120	0.709
850	0.4097	1.110	384.3	93.80	59.6	131	0.716
900	0.3868	1.121	398.1	102.9	62.0	143	0.720
950	0.3666	1.131	411.3	112.2	64.3	155	0.723
1000	0.3482	1.141	424.4	121.9	66.7	168	0.726
1100	0.3166	1.159	449.0	141.8	71.5	195	0.728
1200	0.2902	1.175	473.0	162.9	76.3	224	0.728
1300	0.2679	1.189	496.0	185.1	82	257	0.719
1400	0.2488	1.207	530	213	91	303	0.703
1500	0.2322	1.230	557	240	100	350	0.685
1600	0.2177	1.248	584	268	106	390	0.688
1700	0.2049	1.267	611	298	113	435	0.685
1800	0.1935	1.286	637	329	120	482	0.683
1900	0.1833	1.307	663	362	128	534	0.677
2000	0.1741	1.337	689	396	137	589	0.672
2100	0.1658	1.372	715	431	147	646	0.667
2200	0.1582	1.417	740	468	160	714	0.655
2300	0.1513	1.478	766	506	175	783	0.647
2400	0.1448	1.558	792	547	196	869	0.630
2500	0.1389	1.665	818	589	222	960	0.613
3000	0.1135	2.726	955	841	486	1570	0.536

Nota. Tomado de *Fundamentals Heat Mass Transfer* (p.995), por Incropera & Dewitt, 2011, JOHN WILEY & SONS.

Mediante interpolación los resultados son:

$$Pr = 0,700$$

$$k_{aire} = 29.48 \times 10^{-3} [\text{W/mK}]$$

$$v = 20.21 \times 10^{-6} [\text{m}^2/\text{s}]$$

$$\alpha = 28.86 \times 10^{-6}$$

2) Se hace el cálculo del número de Rayleigh

$$R_{aD} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D^3}{v\alpha} \quad (22)$$

$$R_{aD} = \frac{(9,8)(2,91 \times 10^{-3})(120 - 20)0,01^3}{(20,22 \times 10^{-6})(28,86 \times 10^{-6})}$$

$$R_{aD} = 4.887 \times 10^3$$

3) Se realiza el cálculo del número de Nusselt

$$\overline{Nu}_L = \left\{ 0.60 + \frac{0,387 R_{aD}^{\frac{1}{6}}}{\left[1 + \left(\frac{0,559}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{8}{27}}} \right\}^2 \quad \text{Si } R_{aD} \leq 10^{12} \quad (23)$$

$$\overline{Nu}_L = \left\{ 0.60 + \frac{0,387 (4.887 \times 10^3)^{\frac{1}{6}}}{\left[1 + \left(\frac{0,559}{0,7} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{8}{27}}} \right\}^2$$

$$\overline{Nu}_L = 3.690$$

4) Cálculo de convección

$$Nu = \frac{hD}{k}$$

$$3.690 = \frac{h_{conv}(0,01)}{29.48 \times 10^{-3}}$$

$$h_{conv} = 10,87 \left[\frac{W}{m^2 K} \right]$$

Comparativa de h de diámetro hidráulico

Aplicando las propiedades termo físicas se realizaron los siguientes cálculos:

Superficie extendida Rectangular

$$D_h = \frac{4 * A_C}{P_{humedo}} \quad (24)$$

$$D_h = \frac{4 * (w * t)}{2 * w + 2 * t}$$

$$D_h = \frac{4 * (0,01 * 0,005)}{2 * 0,01 + 2 * 0,005}$$

$$D_h = 0,007$$

- 1) Se hace el cálculo del número de Rayleigh

$$R_{aD} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D_h^3}{\nu \alpha}$$

$$R_{aD} = \frac{(9,8) \left(\frac{1}{343} \right) (120 - 20) 0,007^3}{(20,21 \times 10^{-6}) (28,86 \times 10^{-6})}$$

$$R_{aD} = 1680,2$$

- 2) Se realiza el cálculo del número de Nusselt

$$Pr = 0,700$$

$$k_{aire} = 29.48 \times 10^{-3} [W/mK]$$

$$\nu = 20.21 \times 10^{-6} [m^2/s]$$

$$\alpha = 28.86 \times 10^{-6}$$

$$\overline{Nu}_L = \left\{ 0.60 + \frac{0,387 R_{aD}^{\frac{1}{4}}}{\left[1 + \left(\frac{0,559}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{8}{27}}} \right\}^2 \quad Si \ R_{aD} \leq 10^{12}$$

$$\overline{Nu}_L = \left\{ 0.60 + \frac{0,387(1680,2)^{\frac{1}{6}}}{\left[1 + \left(\frac{0,559}{0,700} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{8}{27}}} \right\}^2$$

$$\overline{Nu}_L = 2,912$$

3) Cálculo de convección

$$Nu = \frac{hD_h}{k}$$

$$2,912 = \frac{h_{conv}(0,007)}{29,48 \times 10^{-3}}$$

$$h_{conv} = 12 \left[\frac{W}{m^2K} \right]$$

Superficie extendida Triangular

$$\tan(\theta) = \frac{t/2}{L - m * \Delta x} \quad (22)$$

$$t = 2 * \tan(\theta) [L - m\Delta x]$$

Área de conducción

$$A_c = w[2(\tan(\theta) [L - m\Delta x])]$$

Perímetro

$$P = 2w + 2 * 2 * \tan(\theta) [L - m\Delta x]$$

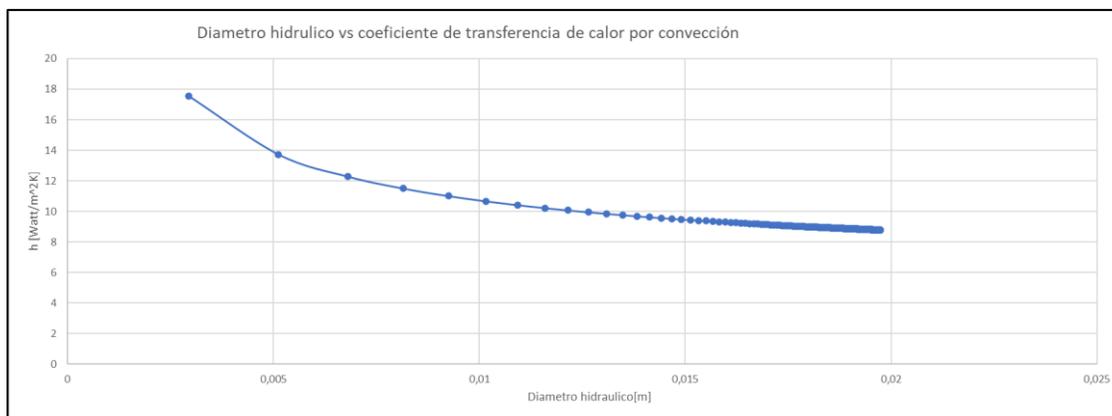
Diámetro Húmedo

$$D_h = \frac{4 * A_c}{P_{humedo}}$$

$$D_h = \frac{4 * w * 2 * \tan(\theta) [L - m\Delta x]}{2w + 2 * 2 * \tan(\theta) [L - m\Delta x]}$$

Figura 14

Diámetro hidráulico de la aleta triangular.



Nota. Representación gráfica se puede notar que el coeficiente mayor es de 17,55 y el mínimo es 8,78; ocupando 435 nodos al ocupar las diferencias finitas para poder solucionarlo.

Superficie extendida Cónica

$$\tan(\theta) = \frac{R}{L - m * \Delta x} \quad (23)$$

$$R = \tan(\theta) [L - m\Delta x]$$

Área de conducción

$$A_c = \pi * (\tan(\theta) [L - m\Delta x])^2$$

Perímetro

$$P = 2 * \pi * \tan(\theta) [L - m\Delta x]$$

Diámetro Húmedo

$$D_h = \frac{4 * A_c}{P_{humedo}}$$

$$D_h = \frac{4 * \pi * (\tan(\theta) [L - m\Delta x])^2}{2 * \pi * \tan(\theta) [L - m\Delta x]}$$

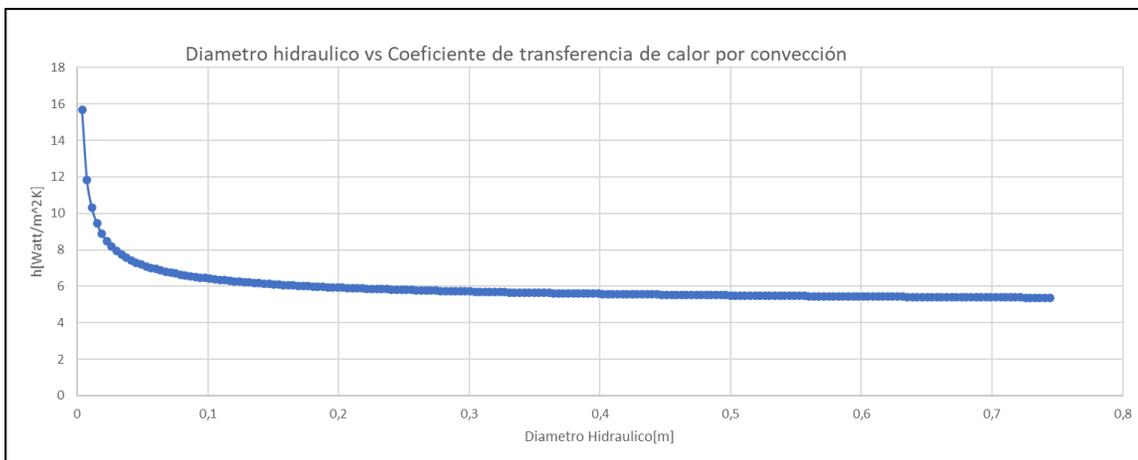
$$D_h = 2 * \tan(\theta) [L - m\Delta x]$$

Cálculo de Δx

$$\Delta x = \frac{L}{M - 1}$$

Figura 15

Diámetro hidráulico de la aleta cónica.



Nota. En la gráfica. se puede notar que el coeficiente promedio es 5,94 donde el límite mayor es de 15,67 y el mínimo es 5,37 por lo que nuestro coeficiente de convección es siendo esta mayor en comparación a los otros tipos de geometría utilizados para las superficies extendidas, ocupando 235 nodos al ocupar las diferencias finitas para poder solucionarlo.

Tabla 4

Coefficientes de convección para cada superficie extendida.

COEFICIENTE DE CONVECCIÓN DE LAS SUEPRFICIES EXTENDIDAS $\left[\frac{W}{m^2 K} \right]$		
1	CILÍNDRICA	10,87
2	RECTANGULAR	12
3	TRIANGULAR	[8,78-17,55]
4	CÓNICA	[537-15,67]

Nota. En la siguiente tabla se tiene un valor de coeficiente de convección para las superficies extendidas de sección constante, en cambio para las de sección variable.

Se debe tomar en cuenta que para la parte experimental que se puede observar en el siguiente capítulo se debe ajustar el h de convección dentro de estos valores.

Cálculo de la eficiencia y calor de la superficie extendida

Se ocuparán la fórmula de transferencia de calor por convección para aletas de sección uniforme y no uniforme, teniendo en cuenta los números de Bessel de primero y segundo orden.

La variación de temperatura para las superficies extendidas será de:

$$\theta_b = T_b - T_\infty$$

$$\theta_b = 120 + 273 - (20 + 273)$$

$$\theta_b = 100$$

Superficie extendida Cilíndrica

Los datos que son necesarios son:

En donde

$$m = \sqrt{\frac{4h}{kD}}$$

$$m = \sqrt{\frac{4 * (10,870)}{(51,9)(0,01)}}$$

$$m = 9,161 [m^{-1}]$$

Cálculo de L_c :

$$L_c = L + \frac{D}{4}$$

$$L_c = 0,35 + \frac{0,01}{4}$$

$$L_c = 0,353 [m]$$

Área de conducción:

$$A_{aleta} = \pi * D * L_c$$

$$A_{aleta} = \pi * (0,01) * (0,353)$$

$$A_{aleta} = 0,011[m^2]$$

Eficiencia:

$$n_f = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c}$$

$$n_f = \frac{\tanh(9,15 * 0,353)}{9,15 * 0,353}$$

$$n_f = 0,309$$

Cálculo del calor:

$$q = n_f * h * A_{aleta} * (T_b - T_\infty)$$

$$q = (0,309) * (10,87) * (0,011) * (100)$$

$$q = 3,723 [Watt]$$

Superficie extendida Rectangular

En donde

$$m = \sqrt{\frac{2h}{kt}}$$

$$m = \sqrt{\frac{2(12)}{(51,9)(0,005)}}$$

$$m = 9,61 [m^{-1}]$$

Cálculo de Lc:

$$L_c = L + \frac{t}{2}$$

$$L_c = 0,35 + \frac{0,005}{2}$$

$$L_c = 0,353 [m]$$

Área de conducción:

$$A_{aleta} = 2w * L_c$$

$$A_{aleta} = 2(0,01) * (0,353)$$

$$A_{aleta} = 7,05 \times 10^{-3} [m^2]$$

Eficiencia:

$$n_f = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c}$$

$$n_f = \frac{\tanh(9,62 * 0,353)}{9,62 * 0,353}$$

$$n_f = 0,293$$

Cálculo del calor:

$$q = n_f * h * A_{aleta} * (T_b - T_\infty)$$

$$q = (0,293) * (12) * (7,05 \times 10^{-3}) * (100)$$

$$q = 2,47 [Watt]$$

Superficie extendida Triangular

En donde

$$m = \sqrt{\frac{2h}{kt}}$$

$$m = \sqrt{\frac{2(8,92)}{(51,9)(0,01)}}$$

$$m = 5,863[m^{-1}]$$

Cálculo del área de la aleta:

$$A_f = 2w \sqrt{L^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2}$$

$$A_f = 2 * 0,01 \sqrt{(0,35)^2 + \left(\frac{0,01}{2}\right)^2}$$

$$A_f = 7,001 \times 10^{-3} [m^2]$$

Para ocupar la tabla de Bessel es necesario sacar:

$$x = 2mL = 2(5,863)(0,35)$$

$$x = 4,104$$

Tabla 5

Funciones de Bessel modificadas.

x	$e^{-x}I_0(x)$	$e^{-x}I_1(x)$	$e^{-x}K_0(x)$
0.0	1.0000	0.0000	∞
0.2	0.8269	0.0823	2.1407
0.4	0.6974	0.1368	1.6627
0.6	0.5993	0.1722	1.4167
0.8	0.5241	0.1945	1.2582
1.0	0.4657	0.2079	1.1445
1.2	0.4198	0.2152	1.0575
1.4	0.3831	0.2185	0.9881
1.6	0.3533	0.2190	0.9309
1.8	0.3289	0.2177	0.8828
2.0	0.3085	0.2153	0.8416
2.2	0.2913	0.2121	0.8056
2.4	0.2766	0.2085	0.7740
2.6	0.2639	0.2046	0.7459
2.8	0.2528	0.2007	0.7206
3.0	0.2430	0.1968	0.6978
3.2	0.2343	0.1930	0.6770
3.4	0.2264	0.1892	0.6579
3.6	0.2193	0.1856	0.6404
3.8	0.2129	0.1821	0.6243
4.0	0.2070	0.1787	0.6093
4.2	0.2016	0.1755	0.5953
4.4	0.1966	0.1724	0.5823
4.6	0.1919	0.1695	0.5701
4.8	0.1876	0.1667	0.5586
5.0	0.1835	0.1640	0.5478
5.2	0.1797	0.1614	0.5376
5.4	0.1762	0.1589	0.5279
5.6	0.1728	0.1565	0.5188
5.8	0.1696	0.1542	0.5101
6.0	0.1666	0.1520	0.5019
6.4	0.1611	0.1479	0.4865
6.8	0.1561	0.1441	0.4724
7.2	0.1515	0.1405	0.4595
7.6	0.1473	0.1372	0.4476
8.0	0.1434	0.1341	0.4366
8.4	0.1398	0.1312	0.4264
8.8	0.1365	0.1285	0.4168
9.2	0.1334	0.1260	0.4079
9.6	0.1305	0.1235	0.3995
10.0	0.1278	0.1213	0.3916

Nota. Tomado de *Fundamentals Heat Mass Transfer* (p.1018), por Incropera & Dewitt, 2011, JOHN WILEY & SONS.

Debemos interpolar por lo que:

$$x = 4,0$$

$$e^{-x}I_0 = 0,2070$$

$$e^{-x}I_1 = 0,1787$$

$$x = 4,2$$

$$e^{-x}I_0 = 0,2016$$

$$e^{-x}I_1 = 0,1755$$

Cálculo para I_0

$$e^{-4,104} I_0 = 0,204$$

$$I_0 = 12,360$$

Cálculo para I_1

$$e^{-4,104} I_1 = 0,177$$

$$I_1 = 10,72$$

Cálculo de la eficiencia

$$n_f = \frac{1}{mL} \frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$$

$$n_f = \frac{1}{(5,863 * 0,35)} \frac{10,72}{12,36}$$

$$n_f = 0,422$$

Cálculo del calor, el h de convección ocuparemos un promedio en el intervalo que se tiene

$$q_f = n_f (h A_f \theta_b)$$

$$q_f = 0,422 * (8,92) * 7 \times 10^{-3} * (100)$$

$$q_f = 2,63 \text{ [w]}$$

Superficie extendida Cónica

Para calcular el calor de la aleta se debe:

$$q_f = n_f * (h A_f * \theta_b)$$

$$n_f = \frac{2}{mL} \frac{I_2(2mL)}{I_1(2mL)}$$

$$m = \sqrt{\frac{4h}{kD}}$$

$$m = \sqrt{\frac{4 * (5,94)}{51,9 * (0,020)}}$$

$$m = 4,78 [m^{-1}]$$

Cálculo del área de la aleta:

$$A_f = \frac{\pi D}{2} \sqrt{L^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2}$$

$$A_f = \frac{\pi(0,02)}{2} \sqrt{(0,35)^2 + \left(\frac{0,02}{2}\right)^2}$$

$$A_f = 0,011 m^2$$

Para ocupar la tabla de Bessel es necesario sacar:

$$x = 2mL = 2(4,78)(0,35)$$

$$x = 3,34$$

Debemos interpolar los datos de la tabla 5, por lo que:

$$x = 3,34$$

$$e^{-x}I_0 = 0,2287$$

$$e^{-x}I_1 = 0,190$$

Cálculo para I_0

$$e^{-3,34}I_0 = 0,2287$$

$$I_0 = 6,45$$

Cálculo para I_1

$$e^{-3,34}I_1 = 0,190$$

$$I_1 = 5,36$$

Calculo para I_2

$$I_2 = I_0(x) - \left(\frac{2}{x}\right)I_1(x)$$

$$I_2 = 6,45 - \left(\frac{2}{3,34}\right)(5,36)$$

$$I_2 = 3,24$$

Cálculo de la eficiencia

$$n_f = \frac{2 I_2(2mL)}{mL I_1(2mL)}$$

$$n_f = \frac{2 \quad 3,24}{(4,78 * 0,35) 5,36}$$

$$n_f = 0,72$$

Cálculo del calor, el h de convección ocuparemos un promedio en el intervalo que se tiene:

$$q_f = n_f * (hA_f * \theta_b)$$

$$q_f = (0,72)(5,940)(0,011)(100)$$

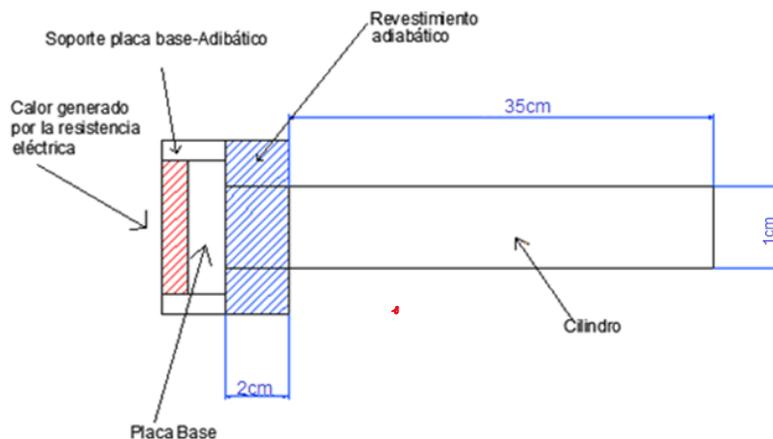
$$q_f = 4,67 [W]$$

Temperatura de la parte adiabática

El gradiente de temperatura de la parte adiabática se calcula por resistencias térmicas para cada geometría:

Figura 16

Representación de la superficie extendida cilíndrica.



Nota. Se puede observar que tiene una longitud de revestimiento adiabático será de 2cm para poner manipular de mejor, además que de esta forma no se aumenta la longitud total del cilindro.

Superficie extendida Cilíndrica

Se toma una superficie de control

$$q_{aletacilindrica} = K * \frac{A}{l} * (T_{00} - T_1) \quad (24)$$

$$3,723 = \frac{(51,9) \left(\frac{\pi}{4} * D^2 \right)}{0,02} (T_{00} - 120)$$

$$T_{00} = 138,26[^\circ C]$$

Una vez realizado esto se debe sacar el valor de la base de la aleta

$$q_{aletacilindrica} = \frac{T_{00} - T_1}{R_1 + R_2} \quad (25)$$

$$3,723 = \frac{T_{00} - 120}{\frac{L1}{K * A_1} + \frac{L2}{K * A_2}}$$

$$3,723 = \frac{T_{00} - 120}{\frac{0,005}{(51,9) * (0,05)^2} + \frac{0,02}{(51,9) * \left(\frac{\pi * 0,01^2}{4} \right)}}$$

$$T_{00} = 138,41[^\circ C]$$

Superficie extendida Rectangular

$$q_{aleta rectangular} = K * \frac{A}{l} * (T_{00} - T_1) \quad (26)$$

$$2,47 = \frac{(51,9)(0,01 * 0,005)}{0,02} (T_{00} - 120)$$

$$T_0 = 136,56[^\circ C]$$

Una vez realizado esto se debe sacar el valor de la base de la aleta

$$q_{aletaRectangular} = \frac{T_{00} - T_1}{R_1 + R_2} \quad (27)$$

$$2,149 = \frac{T_{oo} - 120}{\frac{L1}{K * A_1} + \frac{L2}{K * A_2}}$$

$$3,723 = \frac{T_{oo} - 120}{\frac{0,005}{(51,9) * (0,05)^2} + \frac{0,02}{(51,9) * (0,01 * 0,005)}}$$

$$T_{oo} = 136,64[^\circ\text{C}]$$

Superficie extendida Triangular

$$q_{AletaTriangular} = K * \frac{A}{l} * (T_{00} - T_1) \quad (28)$$

$$2,630 = \frac{(51,9)(0,01 * 0,01)}{0,02} (T_o - 120)$$

$$T_o = 130,13[^\circ\text{C}]$$

Una vez realizado esto se debe sacar el valor de la base de la aleta

$$q_{aletaRectangular} = \frac{T_{00} - T_1}{R_1 + R_2} \quad (29)$$

$$q_{aletaRectangular} = \frac{T_{00} - T_1}{R_1 + R_2}$$

$$2,630 = \frac{T_{oo} - 120}{\frac{L1}{K * A_1} + \frac{L2}{K * A_2}}$$

$$2,630 = \frac{T_{oo} - 120}{\frac{0,005}{(51,9) * (0,05)^2} + \frac{0,02}{(51,9) * (0,01 * 0,01)}}$$

$$T_{oo} = 130,23[^\circ\text{C}]$$

Superficie extendida Cónica

$$q_{AletaCónica} = K * \frac{A}{l} * (T_0 - T_1) \quad (30)$$

$$4,67 = \frac{(51,9) \left(\frac{\pi * 0,020^2}{4} \right)}{0,02} (T_0 - 120)$$

$$T_0 = 125,72 [^{\circ}C]$$

Una vez realizado esto se debe sacar el valor de la base de la aleta

$$q_{aletaRectangular} = \frac{T_{oo} - T_1}{R_1 + R_2} \quad (31)$$

$$4,67 = \frac{T_{oo} - 120}{\frac{L1}{K * A_1} + \frac{L2}{K * A_2}}$$

$$4,182 = \frac{T_{oo} - 120}{\frac{0,005}{(51,9) * (0,05)^2} + \frac{0,02}{(51,9) * \left(\frac{\pi * 0,02^2}{4} \right)}}$$

$$T_{oo} = 125,90 [^{\circ}C]$$

Calor de radiación

Según el libro de Incropera, 2011 p.10, el calor de radiación se calcula:

$$q_r = \varepsilon * A_s * \sigma * (T_b^4 - T_{alr}^4) \quad (32)$$

Siendo:

Emisividad del acero: $\varepsilon = 0,52$

Contante de Stefan-Boltzmann: $\sigma = 5,67 * 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$

Temperatura base de las aletas: $T_b = 120 + 273 = 393K$

Temperatura de los alrededores: $T_{alr} = 20 + 273 = 293K$

Superficie extendida Cilíndrica

$$q_r = 0,52(0,011)(5,67 * 10^{-8})((473K)^4 - (293K)^4)$$

$$q_r = 5,32 [Watt]$$

Superficie extendida Rectangular

$$q_r = 0,52(0,007)(5,67 * 10^{-8})((473K)^4 - (293K)^4)$$

$$q_r = 3,41 [Watt]$$

Superficie extendida Triangular

$$q_r = 0,52(0,007)(5,67 * 10^{-8})((473K)^4 - (293K)^4)$$

$$q_r = 3,39 [Watt]$$

Superficie extendida Cónica

$$q_r = 0,52(0,011)(5,67 * 10^{-8})((473K)^4 - (293K)^4)$$

$$q_r = 5,32 [Watt]$$

Cálculo de coeficiente de radiación

$$h_{rad} = \varepsilon * \sigma * (T_s + T_{alr}) * (T_s^2 + T_{alr}^2) \quad (33)$$

$$h_{rad} = 0,52 * (5,67 * 10^{-8})((120 + 273) + (20 + 273)) * ((120 + 273)^2 + (20 + 273)^2)$$

$$h_{rad} = 4,87 \left[\frac{Watt}{m^2K} \right]$$

Dimensionamiento de la caja de Soporte para las superficies extendidas

Las superficies extendidas necesitan un medio por el cual sostenerse, además de hacer contacto con la resistencia eléctrica que transmitirá el calor, el soporte de esta estructura nos permite poner los componente electrónicos, eléctricos y mecánicos.

Tabla 6

Matriz de decisión para el soporte de las superficies extendidas.

Material	Ponderación	Yeso	Cemento	Ladrillo Refractario
Costo	30	30	10	10
Baja Conductividad	10	10	10	10
Peso	10	10	7	7
Disponibilidad en el mercado	20	20	15	15
Maleabilidad	20	20	15	15
Dureza	5	3	5	5
Soporta altas temperaturas	5	5	5	5
Total	100	98	67	67

Nota. En la siguiente tabla se analiza el material que se va a ocupar para soportar el calor de la resistencia, donde el yeso obtuvo un puntaje de 98, el cemento y el ladrillo refractario tienen un puntaje de 67, por tanto, el material seleccionado es el yeso.

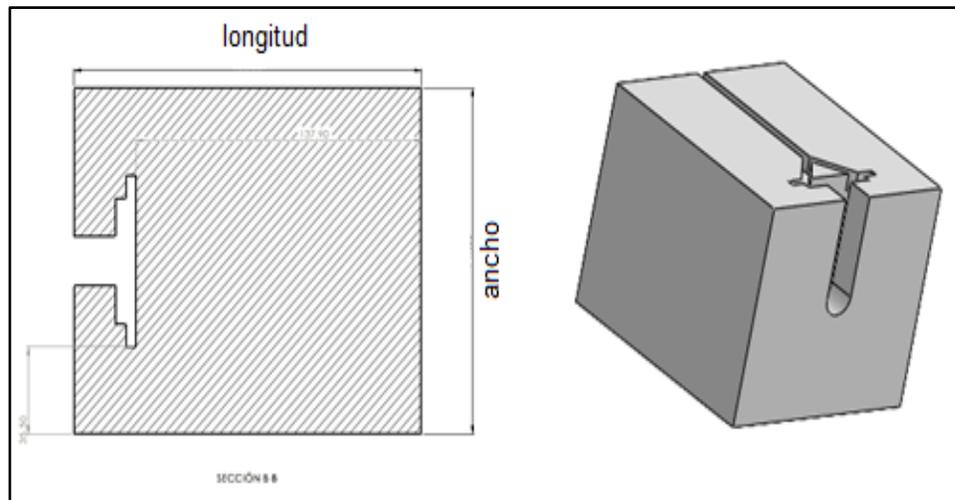
Cálculo de dimensiones

El yeso es un material que soporta altas temperaturas, una de las ventajas del yeso es que es un buen aislante y es liviano, además este soporte debe en lo posible eliminar las pérdidas que van al ambiente desde la placa base.

Para solucionar este problema que se tiene con respecto a la temperatura transmitida desde la resistencia a la placa base, se realiza el análisis de la superficie extendida a partir de dos centímetros desde la base, donde estos dos centímetros serán recubiertos para que se mantenga adiabático hasta que la temperatura de la base sea 120 grados centígrados, para poder analizar hasta la punta de la cada aleta y no existan perturbaciones causados por la soldadura.

Figura 17

Diseño del soporte de yeso.



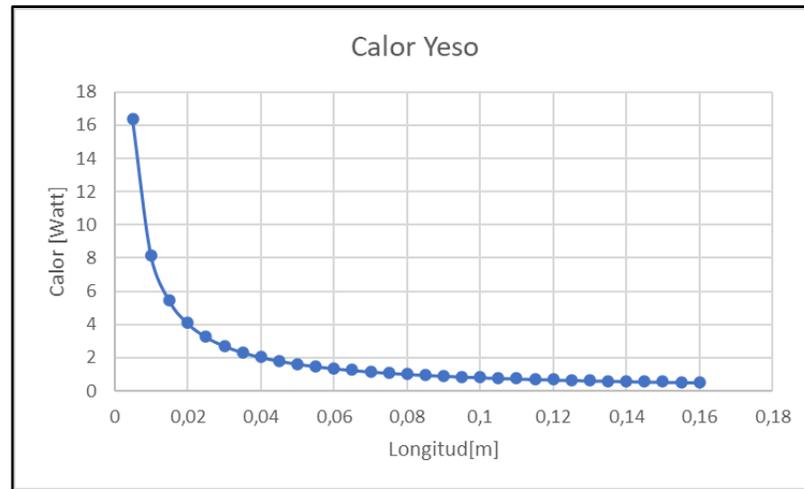
Nota. Representación del soporte de yeso para realizar el análisis de la disipación de calor.

Longitud

Se puede observar en la figura 20 que para un área de transferencia de calor de $0,07\text{m} \times 0,07\text{m}$ el yeso conforme aumenta su longitud el calor es mucho menor, pero no es conveniente tener una pared tan larga ya que esto representaría pérdidas de material y además de área de trabajo, por lo que selecciona una longitud de $0,137\text{m}$ que representará una transferencia de calor de $0,5\text{ Watt}$ que es muy bajo además que dicha longitud no es desproporcional con respecto a las aletas, posteriormente se dejará un recubrimiento alrededor de 2cm de lana de roca para aislarlo completamente y que las pérdidas sean nulas.

Figura 18

Disipación de calor del yeso con respecto a la longitud.



Nota. Se puede observar en la figura que el calor en función de la longitud va disminuyendo mientras se aumenta la longitud del soporte de yeso.

Ejemplo de cálculo

$$K_{\text{yeso}} = 0,149 \left[\frac{W}{mK} \right]$$

$$A_{\text{resistencia}} = 0,07 * 0,07 \text{ m}^2$$

$$q_{\text{yeso}} = \frac{KA}{L} (T_b - T_{\text{amb}})$$

$$q_{\text{yeso}} = \frac{(0,149)(0,07 * 0,07)}{0,13} (138,41 - 20)$$

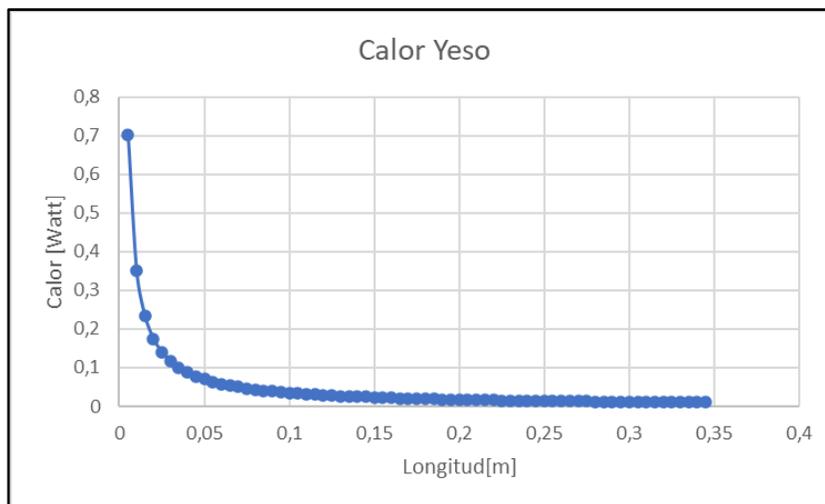
$$q_{\text{yeso}} = 0,66 [\text{Watt}]$$

Ancho

Se puede observar en la figura 21 que, para un área de transferencia de calor de 0,07m x 0,003m el calor es mucho menor conforme aumenta la longitud, se seleccionara una longitud de 0,035 el cual nos da un calor de 0,046Watt el mismo que es un calor muy bajo.

Figura 19

Disipación de calor del yeso con respecto al ancho.



Nota. Se puede observar en la figura que el calor en función de la longitud va disminuyendo mientras se aumenta el ancho del soporte de yeso.

Ejemplo de cálculo

$$q_{\text{yeso}} = \frac{KA}{L} (T_b - T_{\text{amb}})$$

$$q_{\text{yeso}} = \frac{(0,149)(0,07 * 0,003)}{0,035} (138,41 - 20)$$

$$q_{\text{yeso}} = 0,1[\text{Watt}]$$

Aumentando los dos centímetros adicionales de lana de roca se tendrá que analizar con resistencia para conocer cuanto calor tendrá, adicionalmente se pondrá un recubrimiento de 1mm de acero A36.

$$q_{\text{cajasoporte}} = \frac{T_b - T_{\text{amb}}}{\frac{L_{\text{yeso}}}{K_{\text{yeso}} * A} + \frac{L_{\text{lanaDeRoca}}}{K_{\text{lanaDeRoca}} * A} + \frac{L_{\text{Acero}}}{K_{\text{Acero}} * A}}$$

$$q_{\text{cajasoporte}} = \frac{138,41 - 20}{\frac{0,13}{0,149 * (0,07 * 0,07)} + \frac{0,02}{0,05 * (0,07 * 0,07)} + \frac{0,001}{51,9 * (0,07 * 0,07)}}$$

$$q_{\text{cajasoporte}} = 0,45[\text{Watt}]$$

Distribución de temperaturas para Aletas de sección constante

Método General

Aleta de sección cilíndrica

Para el cálculo exacto de la distribución de temperaturas se calcula el coeficiente total de transferencia de calor:

Por lo que el coeficiente de convección total es:

$$h = h_{rad} + h_{conv}$$

$$h = 4,86 + 10,870$$

$$h = 15,73 \left[\frac{\text{Watt}}{\text{m}^2\text{K}} \right]$$

La condición de frontera se tomará en cuenta el caso A de la figura 5, donde:

$$m = \sqrt{\frac{hP}{KA_c}}$$

$$m = \sqrt{\frac{15,73 * \pi * 0,01}{(51,9) \left(\pi * \frac{0,01^2}{4} \right)}}$$

$$m = 11,02$$

Para $x = 0,35$

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x) + (h/mk) \sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$$

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{\cosh m(L-x) + (h/mk) \sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$$

$$\frac{T(x) - 20}{120 - 20} = \frac{\cosh(11,02 * (0,35 - 0,35)) + \left(\frac{15,73}{11,01 * 51,9} \right) \sinh(11,02 * (0,35 - 0,35))}{\cosh(11,02 * 0,35) + \left(\frac{15,73}{11,01 * 51,9} \right) \sinh(11,02 * 0,35)}$$

$$T(x) = 24,11 \text{ } ^\circ\text{C}$$

El cálculo se lo hará también para distintas longitudes en los cuales irán las termocupas, en la tabla 6 se representan dichos valores

Tabla 7

Distribución de temperaturas con ecuaciones preestablecidas para la aleta cilíndrica.

Distancia [m]	Temperatura °C
0	120,00
0,058	72,84
0,116	48,00
0,175	34,83
0,262	26,33
0,35	24,11

Nota. En la tabla se representan los valores obtenidos con el caso de transferencia de calor por convección de la figura 5 (caso A).

Aleta de sección Rectangular

Para el cálculo exacto de la distribución de temperatura calculares el coeficiente total de transferencia de calor:

Por lo que el coeficiente de convección total es:

$$h = h_{rad} + h_{conv}$$

$$h = 4,86 + 12$$

$$h = 16,86 \left[\frac{\text{Watt}}{\text{m}^2 \text{K}} \right]$$

Calculo m

$$m = \sqrt{\frac{2 * h}{kt}} = \sqrt{\frac{2 * (16,86)}{(51,9) * (0,005)}}$$

$$m = 11,39 \left[\frac{1}{\text{m}} \right]$$

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L - x) + (h/mk) \sinh m(L - x)}{\cosh mL + (h/mk) \sinh(mL)}$$

$$\frac{T(x) - T_{\infty}}{T_b - T_{\infty}} = \frac{\cosh m(L - x) + (h/mk)\operatorname{senhm}(L - x)}{\cosh mL + (h/mk)\operatorname{senh}(mL)}$$

$$\frac{T(x) - 20}{120 - 20} = \frac{\cosh(11,39 * (0,35 - 0,35)) + \left(\frac{16,86}{11,39 * 51,9}\right)\operatorname{senh}(11,39 * (0,35 - 0,35))}{\cosh(10,34 * 0,35) + \left(\frac{16,86}{11,39 * 51,9}\right)\operatorname{senh}(11,39 * (0,35))}$$

$$T(x) = 24,28 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Tabla 8

Distribución de temperaturas con ecuaciones preestablecidas para la aleta rectangular.

Distancia [m]	Temperatura °C
0	120
0,058	72,01
0,116	46,28
0,175	34,44
0,262	26,35
0,35	24,28

Nota. En la tabla se representan los valores obtenidos con el caso de transferencia de calor por convección de la figura 5 (caso A).

Distribución de temperaturas mediante el método de diferencias finitas.

Se plantea la EDO a partir de la ecuación 12:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_c} \frac{dA_c}{dx}\right) \frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_c} \frac{h}{k} \frac{dA_s}{dx}\right) (T - T_{\infty}) - \frac{\varepsilon * \sigma}{kA_c} * \frac{dA_s}{dx} (T^4 - T_{\infty}^4) = 0$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_c} \frac{dA_c}{dx}\right) \frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_c} \frac{h}{k} \frac{dA_s}{dx}\right) (T - T_{\infty}) - \left(\frac{1}{A_c} \frac{\varepsilon * \sigma}{k} \frac{dA_s}{dx}\right) (T^4 - T_{amb}^4) = 0$$

En donde tenemos que diferenciar la aleta de sección transversal uniforme

$$\frac{\partial A_c}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial A_s}{\partial x} = P$$

$$A_s = Px$$

$$0$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_c} \frac{dA_c}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_c} \frac{h}{k} \frac{dA_s}{dx} \right) (T - T_\infty) - \frac{\varepsilon * \sigma}{A_c * k} \frac{dA_s}{dx} (T^4 - T_{amb}^4) = 0$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{h}{kA_c} \frac{dA_s}{dx} (T - T_\infty) - \frac{\varepsilon * \sigma}{A_c * k} \frac{dA_s}{dx} (T^4 - T_{amb}^4) = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{h}{kA_c} P (T - T_\infty) - \frac{\varepsilon * \sigma * P}{A_c * k} (T^4 - T_{amb}^4) = 0}$$

Se debe tomar en cuenta que m es la representación del nodo en donde se trabajará, para EDO de segundo orden se ocupará:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1}}{\Delta x^2}$$

Con lo cual si reemplazamos en la ecuación anterior quedará

$$\frac{T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1}}{\Delta x^2} - \frac{h}{kA_c} P (T - T_\infty) - \frac{\varepsilon * \sigma}{A_c * k} P (T^4 - T_{amb}^4) = 0$$

Se debe multiplicar por Δx^2

$$T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1} - \frac{h}{kA_c} P (T - T_\infty) \Delta x^2 - \frac{\varepsilon * \sigma}{A_c * k} P (T^4 - T_{amb}^4) \Delta x^2 = 0$$

Se saca los signos de radiación y convección

$$T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1} + \frac{h}{kA_c} P (T_\infty - T_m) \Delta x^2 + \frac{\varepsilon * \sigma}{A_c * k} P (T_{amb}^4 - T_m^4) \Delta x^2 = 0 \quad (35)$$

Superficie extendida Cilíndrica

Número de nodos utilizados: M = 131

$$\Delta x = \frac{L}{M - 1} = \frac{0,35}{131 - 1} = 2,692 \times 10^{-3} [m]$$

Perímetro:

$$P = \pi D = \pi(0,01[m]) = 0,031 [m]$$

Área:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(0,01)^2}{4} = 7,854 \times 10^{-3} [m^2]$$

Temperatura de la base:

$$T_0 = 393K$$

Coefficiente de convección:

$$h = 10,870 \left[\frac{\text{Watt}}{\text{m}^2\text{K}} \right]$$

Hay que destacar que el reemplazo se hace con cada uno de los nodos, pero a continuación se verá el reemplazo solo en el nodo 1 y el nodo final a manera de ejemplo, la matriz que saldrá será de 131 por 131, hay que tomar en cuenta también la condición de frontera en el extremo de la superficie extendida

$$T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1} + \frac{h}{kA_c} P(T_\infty - T_m)\Delta x^2 + \frac{\varepsilon * \sigma}{A_c * k} P(T_{amb}^4 - T_m^4)\Delta x^2 = 0$$

Para m=1

$$\begin{aligned} T_0 - 2T_1 + T_2 + \frac{12,256}{51,9(7,854 \times 10^{-3})} (0,031)(293 - T_1)(2,692 \times 10^{-3})^2 \\ + \frac{0,52(5,67 \times 10^{-8})}{51,9(7,854 \times 10^{-3})} (0,031)(293 - T_1^4)(2,692 \times 10^{-3})^2 = 0 \\ \vdots \end{aligned}$$

Para m=131

$$\begin{aligned} T_{130} - 2T_{131} + T_{132} + \frac{12,256}{51,9(7,854 \times 10^{-3})} (0,031)(293 - T_{131})(2,692 \times 10^{-3})^2 \\ + \frac{0,52(5,67 \times 10^{-8})}{51,9(7,854 \times 10^{-3})} (0,031)(293^4 - T_{131}^4)(2,692 \times 10^{-3})^2 = 0 \end{aligned}$$

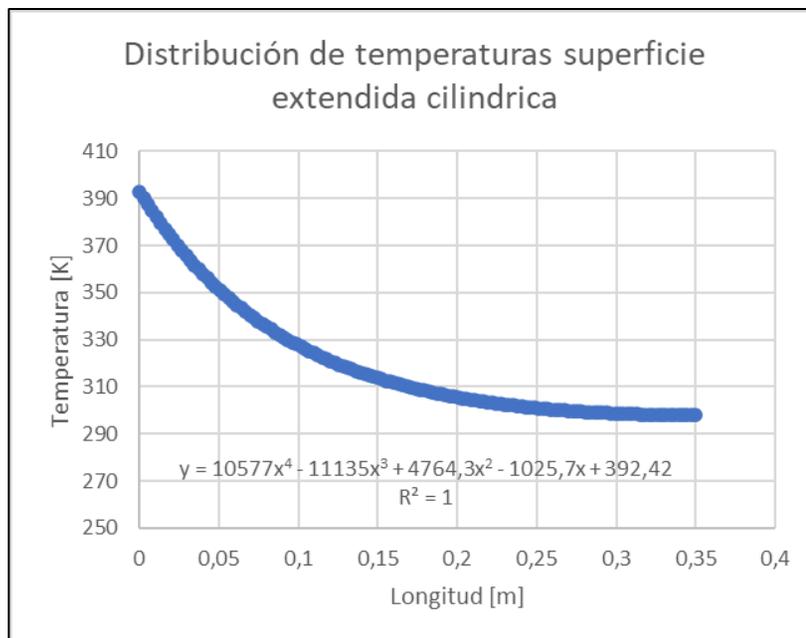
Se debe tomar en cuenta que:

$$T_{131} = T_{132}$$

Para resolver la matriz de 131 ecuaciones con 131 incógnitas ocuparemos el programa EES (Engineering Equation Solver).

Figura 20

Distribución de temperaturas de la superficie extendida cilíndrica por diferencias finitas.



Nota. En la figura se muestra los valores que se obtuvieron en el programa EES, además se tiene la ecuación de tendencia, la correlación de Karl Pearson es 1, este valor nos indica que las variables se correlacionan directamente con dicha ecuación.

Tabla 9

Distribución de temperaturas con ecuaciones preestablecidas para la aleta cilíndrica.

Distancia [m]	Temperatura °C
0	120
0,058	73,9
0,116	49
0,175	36
0,262	27
0,35	25

Nota. En la tabla se representan los valores obtenidos con el caso de transferencia de calor por el método de diferencias finitas.

Superficie extendida Rectangular

Número de nodos utilizados: $M = 131$

$$\Delta x = \frac{L}{M - 1} = \frac{0,35}{131 - 1} = 2,692 \times 10^{-3} [m]$$

Perímetro:

$$P = 2t + 2w = 2(0,01) + 2(0,005) = 0,03 [m]$$

Área:

$$A = tw = 0,01(0,005) = 5 \times 10^{-5} [m^2]$$

Temperatura de la base:

$$T_0 = 393$$

Coefficiente de convección:

$$h = 12,00 \left[\frac{\text{Watt}}{m^2 K} \right]$$

Hay que destacar que el reemplazo se hace con cada uno de los nodos, pero a continuación se verá el reemplazo solo en el nodo 1 y el nodo final a manera de ejemplo, la matriz que saldrá será de 131 por 131, hay que tomar en cuenta también la condición de frontera en el extremo de la superficie extendida

$$T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1} + \frac{h}{kA_c} P(T_\infty - T_m) \Delta x^2 + \frac{\varepsilon * \sigma}{A_c * k} P(T_{amb}^4 - T_m^4) \Delta x^2 = 0$$

Para $m=1$

$$T_0 - 2T_1 + T_2 + \frac{12,0}{51,9(5 \times 10^{-5})} (0,03)(293 - T_1)(2,692 \times 10^{-3})^2$$

$$+ \frac{0,52(5,67 \times 10^{-8})}{51,9(5 \times 10^{-5})} (0,03)(473 - T_1^4)(2,692 \times 10^{-3})^2 = 0$$

⋮

Para $m=131$

$$T_{130} - 2T_{131} + T_{132} + \frac{12,00}{51,9(5 \times 10^{-5})} (0,03)(293 - T_{131})(2,692 \times 10^{-3})^2$$

$$+ \frac{0,52(5,67 \times 10^{-8})}{51,9(5 \times 10^{-5})} (0,03)(293^4 - T_{131}^4)(2,692 \times 10^{-3})^2 = 0$$

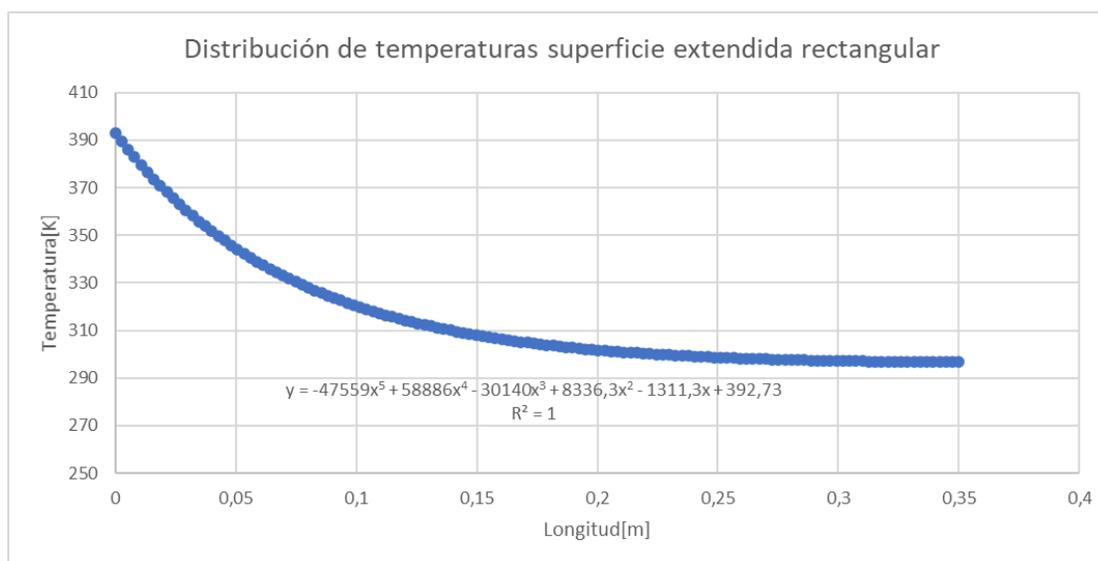
Se debe tomar en cuenta que:

$$T_{131} = T_{132}$$

Para resolver la matriz de 131 ecuaciones con 131 incógnitas ocuparemos el programa EES (Engineering Equation Solver).

Figura 21

Distribución de temperaturas de la superficie extendida rectangular por diferencias finitas.



Nota. En la figura se muestra los valores que se obtuvieron en el programa EES, además se tiene la ecuación de tendencia, la correlación de Karl Pearson es 1, este valor nos indica que las variables se correlacionan directamente con dicha ecuación.

Tabla 10

Distribución de temperaturas de la superficie extendida rectangular por diferencias finitas.

Distancia [m]	Temperatura °C
0	119,780
0,058	69,162
0,116	44,507
0,175	32,325
0,262	24,761
0,35	22,860

Nota. En la tabla se representan los valores obtenidos con el caso de transferencia de calor por el método de diferencias finitas.

Superficie extendida Triangular

Número de nodos utilizados: $M = 101$

$$\Delta x = \frac{L}{M - 1} = \frac{0,35}{101 - 1} = 3,5 \times 10^{-3} [m]$$

Área:

$$A_{izquierda} = (Altura * Ancho)_{m-\frac{1}{2}} = 2w * [L - (m - \frac{1}{2})\Delta x] \tan\theta$$

$$A_{derecha} = (Altura * Ancho)_{m+\frac{1}{2}} = 2w * [L - (m + \frac{1}{2})\Delta x] \tan\theta$$

$$A_{convección} = 2 * Longitud * Ancho = 2w * \left(\frac{\Delta x}{\cos\theta}\right)$$

Temperatura de la base:

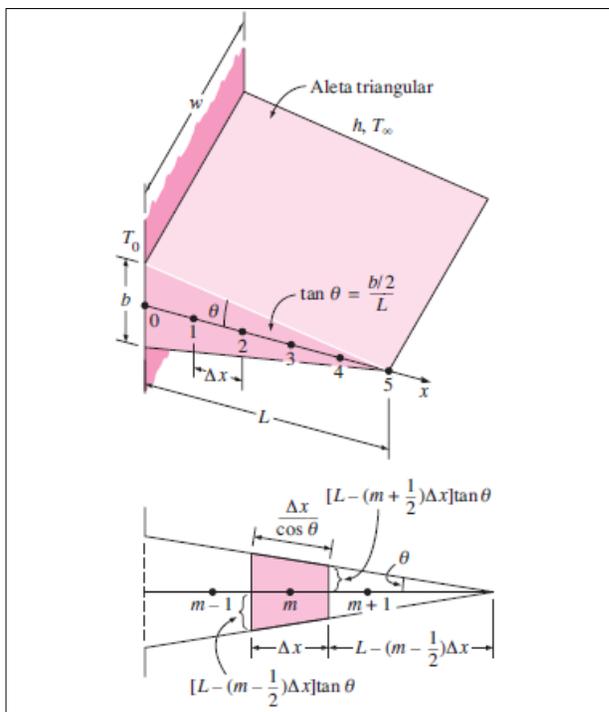
$$T_0 = 393$$

El h escogido dentro del rango es:

$$h = 8,92 \left[\frac{Watt}{m^2 K} \right]$$

Figura 22

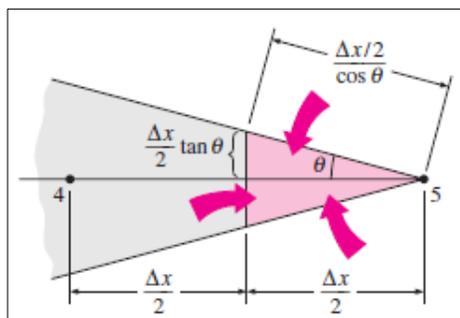
Esquema aleta triangular de un nodo interior de la aleta.



Nota. Tomado de *Transferencia de calor y masa* (p.309), por Y. Cengel, 2011, McGRAW-HILL

Figura 23

Esquema aleta triangular de la punta de la aleta.



Nota. Tomado de *Transferencia de calor y masa* (p.310), por Y. Cengel, 2011, McGRAW-HILL

Según (Cengel, 2011) se tiene la ecuación diferencial finita para la aleta triangular:

$$\left[1 - \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\Delta x}{L}\right] (T_{m-1} - T_m) + \left[1 - \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\Delta x}{L}\right] (T_{m+1} - T_m) + \frac{h(\Delta x)^2}{kL \operatorname{sen} \theta} (T_\infty - T_m) + \frac{\varepsilon * \sigma * \Delta x^2}{kL \operatorname{sen} \theta} (T_{amb}^4 - T_m^4) = 0 \quad (36)$$

Donde:

$$\tan \theta = \frac{b/2}{L} = \frac{0,01/2}{0,35} = 0,014$$

$$\rightarrow \theta = \tan^{-1} 0,014 = 0,014$$

Para m=1

$$\left[1 - \left(1 - \frac{1}{2}\right) \frac{3,5 \times 10^{-3}}{0,35}\right] (T_0 - T_1) + \left[1 - \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{3,5 \times 10^{-3}}{0,35}\right] (T_2 - T_1) + \frac{8,92(3,5 \times 10^{-3})^2}{51,9(0,35) \operatorname{sen} 0,8185} (293^4 - T_1^4) = 0$$

⋮

Para m=100

$$\left[1 - \left(100 - \frac{1}{2}\right) \frac{3,5 \times 10^{-3}}{0,35}\right] (T_{99} - T_{100}) + \left[1 - \left(100 + \frac{1}{2}\right) \frac{3,5 \times 10^{-3}}{0,35}\right] (T_{101} - T_{100}) + \frac{8,92(3,5 \times 10^{-3})^2}{51,9(0,35) \operatorname{sen} 0,8185} (293^4 - T_{101}^4) = 0$$

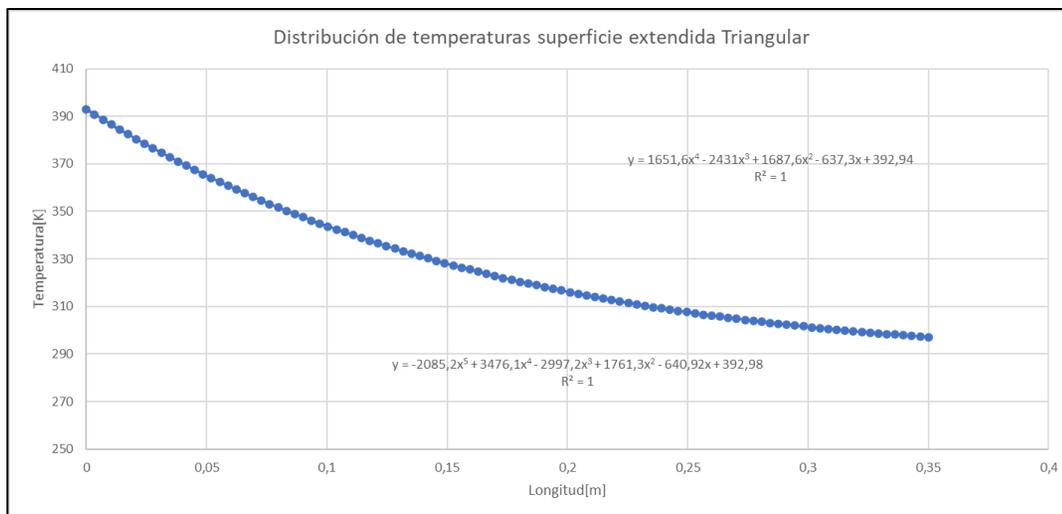
Para m=101 (Considere la condición de frontera)

$$2K \frac{\Delta x}{2} \tan(\theta) * \left(\frac{T_{100} - T_{101}}{\Delta x}\right) + 2h \frac{0,5\Delta x}{\operatorname{cos} \theta} (T_\infty - T_{101}) + 2\varepsilon\sigma \frac{0,5\Delta x}{\operatorname{cos} \theta} (T_{amb}^4 - T_{101}^4) = 0$$

Para resolver la matriz de 101 ecuaciones con 101 incógnitas ocuparemos el programa EES (Engineering Equation Solver).

Figura 24

Distribución de temperaturas de la superficie extendida triangular por diferencias finitas.



Nota. En la figura se muestra los valores que se obtuvieron en el programa EES, además se tiene la ecuación de tendencia, la correlación de Karl Pearson es 1, este valor nos indica que las variables se correlacionan directamente con dicha ecuación.

Tabla 11

Distribución de temperaturas de la superficie extendida triangular por diferencias finitas.

Distancia [m]	Temperatura °C
0	120,000
0,058	88,185
0,116	65,241
0,175	48,614
0,262	32,863
0,35	24,000

Nota. En la tabla se representan los valores obtenidos con el caso de transferencia de calor por el método de diferencias finitas.

Superficie extendida Cónica

Número de nodos utilizados: M = 151

$$\Delta x = \frac{L}{M-1} = \frac{0,35}{151-1} = 2,33 \times 10^{-3} [m]$$

Área:

$$A_{izquierda} = \pi * \tan\theta * [L - (m - \frac{1}{2})\Delta x]$$

$$A_{derecha} = \pi * \tan\theta * [L - (m + \frac{1}{2})\Delta x]$$

$$A_{convección} = 2\pi \tan\theta (L - m\Delta x)$$

Temperatura de la base:

$$T_0 = 393$$

El h escogido dentro del rango es:

$$h = 5,940 \left[\frac{Watt}{m^2 K} \right]$$

$$\frac{kA_{izq}(T_{m-1}-T_m)}{\Delta x} + \frac{kA_{der}(T_{m+1}-T_m)}{\Delta x} + hA_{conv}(T_\infty - T_m) + \varepsilon\sigma A_{conv}(T_\infty^4 - T_m^4) = 0$$

Donde:

$$\tan\theta = \frac{D/2}{L} = \frac{0,01/2}{0,35} = 0,014$$

$$\rightarrow \theta = \tan^{-1} 0,014 = 0,014$$

$$\frac{k\pi \left[\tan\theta \left(L - \left(m - \frac{1}{2} \right) \Delta x \right) \right] (T_{m-1} - T_m)}{\Delta x k\pi} + \frac{k\pi \left\{ \tan\theta \left[L - \left(m + \frac{1}{2} \right) \Delta x \right] \right\}^2 (T_{m+1} - T_m)}{\Delta x k\pi} + \frac{h\pi \left[\tan\theta \left(m + \frac{1}{2} \right) \right] \Delta x}{k\pi} + \frac{\varepsilon\sigma 2\pi (\tan\theta) \Delta x}{k\pi} (T_\infty^4 - T_m^4) = 0$$

$$\frac{\left\{\tan \theta \left[L - \left(m - \frac{1}{2}\right) \Delta x\right]\right\}^2}{\Delta x (\tan^2 \theta)} + \frac{\left\{\tan \theta \left[L - \left(m + \frac{1}{2}\right) \Delta x\right]\right\}^2 (T_{m+1} - T_m)}{\Delta x (\tan^4 \theta)} + \frac{h \left[2 \tan \theta \left(L - \frac{1}{2} \Delta x\right)\right]}{k (\tan^2 \theta)} + \frac{\varepsilon \sigma 2 [\tan \theta] \Delta x}{k \tan^2 \theta} (T_\infty^4 - T_m^4) = 0$$

$$\left(L - \left(m - \frac{1}{2}\right) \Delta x\right)^2 (T_{m-1} - T_m) + \left(L - \left(m + \frac{1}{2}\right) \Delta x\right)^2 (T_{m+1} - T_m) + \frac{2 \Delta x^2 h (L - m \Delta x)}{K \tan \theta} (T_\infty - T_m) + \frac{2 \Delta x^2 \varepsilon \sigma (L - m \Delta x)}{K \tan \theta} (T_\infty^4 - T_m^4) = 0$$

Para m=1

$$(0,35 - (0,5)\Delta x)^2 (T_0 - T_1) + \left(0,35 - \left(\frac{3}{2}\right) 3,5 \times 10^{-3}\right)^2 (T_2 - T_1) + \frac{2(3,5 \times 10^{-3})^2 (5,94)(0,35 - 3,5 \times 10^{-3})}{k * \tan(1,637)} (293 - T_1) + \frac{2(3,5 \times 10^{-3})^2 0,22(5,67 * 10^{-8})(0,35 - 3,5 \times 10^{-3})}{K \tan(1,637)} (293^4 - T_1^4) = 0$$

⋮

Para m=150

$$(0,35 - (0,5)\Delta x)^2 (T_{149} - T_{150}) + \left(0,35 - \left(\frac{3}{2}\right) 3,5 \times 10^{-3}\right)^2 (T_{151} - T_{150}) + \frac{2(3,5 \times 10^{-3})^2 (5,94)(0,35 - 100 * 3,5 \times 10^{-3})}{k * \tan(1,637)} (293 - T_{150}) + \frac{2(3,5 \times 10^{-3})^2 0,22(5,67 * 10^{-8})(0,35 - 3,5 \times 10^{-3})}{K \tan(1,637)} (293^4 - T_{150}^4) = 0$$

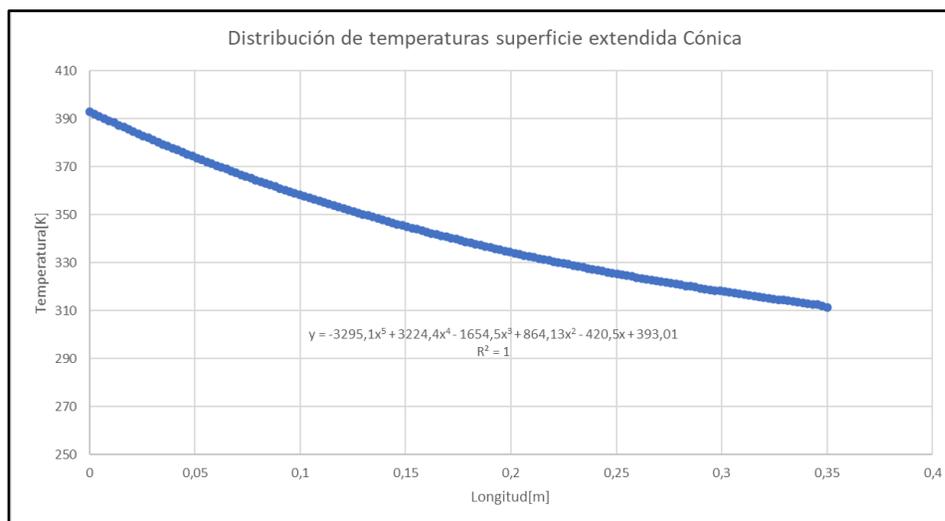
Para m=151(Considere la condición de frontera)

$$k \pi \left[\frac{\Delta x}{2} \tan \theta\right]^2 \left[\frac{T_{150} - T_{151}}{\Delta x}\right] + 2h \pi \frac{\Delta x}{2} \tan(\theta) \frac{\Delta x}{2} (T_\infty - T_{151}) + 2\varepsilon \sigma \pi \frac{\Delta x}{2} \tan(\theta) \frac{\Delta x}{2} (T_\infty^4 - T_{151}^4) = 0$$

Para resolver la matriz de 101 ecuaciones con 101 incógnitas ocuparemos el programa EES (Engineering Equation Solver).

Figura 25

Distribución de temperaturas de la superficie extendida cónica por diferencias finitas.



Nota. En la figura se muestra los valores que se obtuvieron en el programa EES, además se tiene la ecuación de tendencia, la correlación de Karl Pearson es 1, este valor nos indica que las variables se correlacionan directamente con dicha ecuación.

Tabla 12

Distribución de temperaturas de la superficie extendida cónica por diferencias finitas.

Distancia [m]	Temperatura °C
0	120,000
0,058	97,574
0,116	79,705
0,175	65,199
0,262	49,145
0,35	37,200

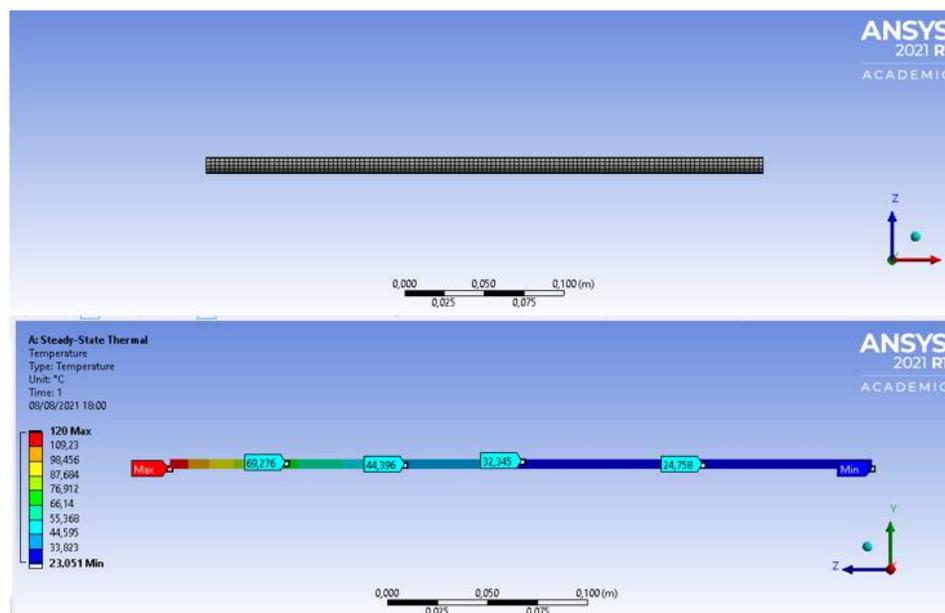
Nota. En la tabla se representan los valores obtenidos con el caso de transferencia de calor por el método de diferencias finitas.

Distribución de temperaturas mediante simulación numérica ANSYS WORBENCH

Superficie extendida cilíndrica

Figura 26

Simulación de la superficie extendida cilíndrica.



Nota. El mallado de la simulación es de 0,003m, además se obtiene las temperaturas al colocar probetas en las distancias establecidas para el análisis.

Tabla 13

Resultados obtenidos de la simulación en ANSYS de la superficie extendida cilíndrica.

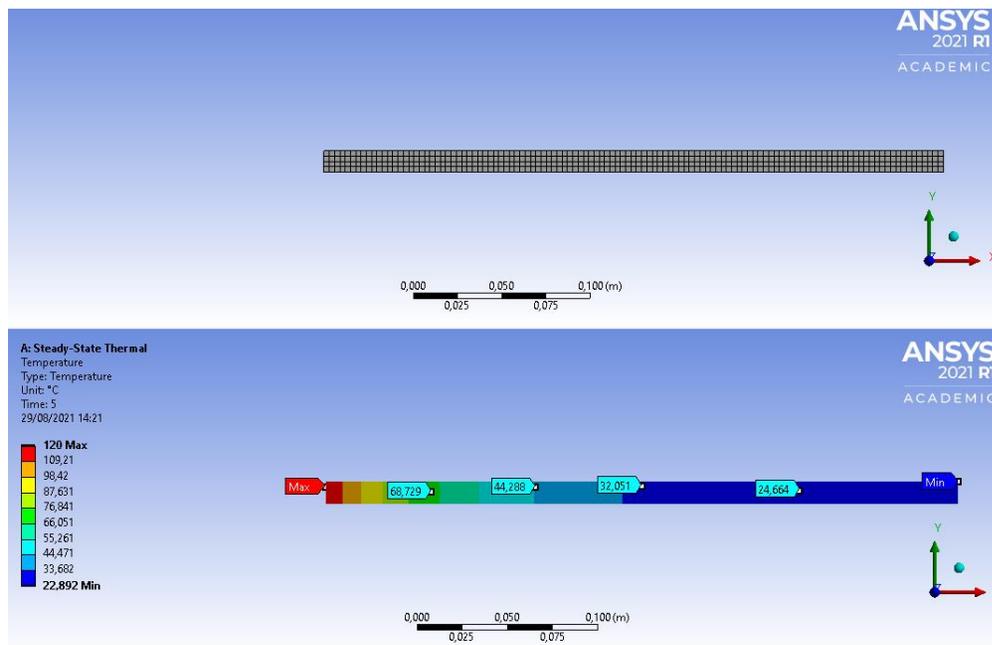
Distancia [m]	Temperatura °C
0	120
0,058	69,276
0,116	44,396
0,175	32,345
0,262	24,758
0,350	25,168

Nota. La tabla representa los valores obtenidos de la simulación al colocar probetas en cada uno de las distancias establecidas para el análisis.

Superficie extendida rectangular

Figura 27

Simulación de la superficie extendida rectangular.



Nota. El mallado de la simulación es de 0,0004m, además se obtiene las temperaturas al colocar probetas en las distancias establecidas para el análisis.

Tabla 14

Resultados obtenidos de la simulación en ANSYS de la superficie extendida rectangular.

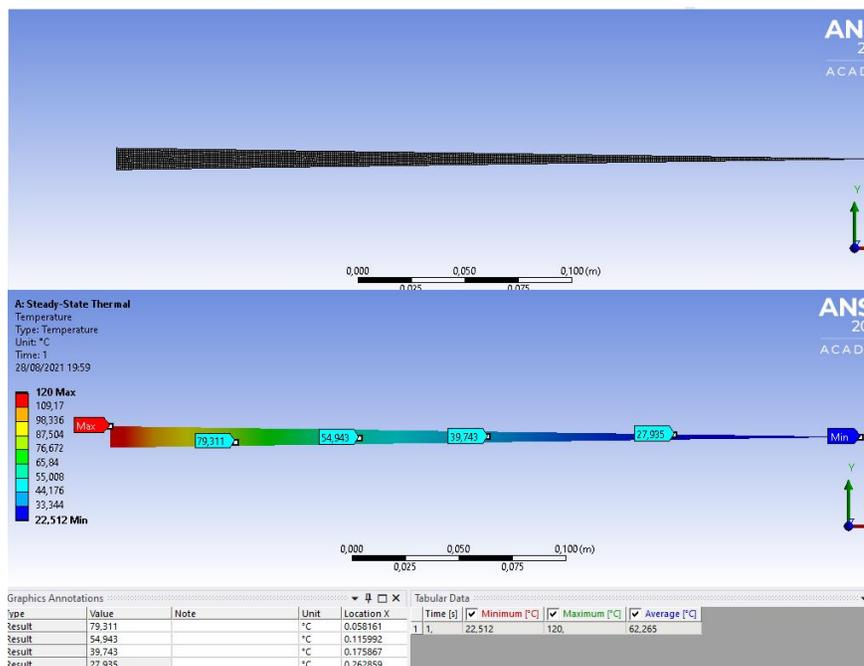
Distancia [m]	Temperatura °C
0	120,000
0,058	68,72
0,116	44,288
0,175	32,011
0,262	24,664
0,350	22,890

Nota. La tabla representa los valores obtenidos de la simulación al colocar probetas en cada uno de las distancias establecidas para el análisis.

Superficie extendida triangular

Figura 28

Simulación de la superficie extendida triangular.



Nota. El mallado de la simulación es de 0,001m, además se obtiene las temperaturas al colocar probetas en las distancias establecidas para el análisis.

Tabla 15 *Resultados obtenidos de la simulación en ANSYS de la superficie extendida triangular.*

Resultados obtenidos de la simulación en ANSYS de la superficie extendida triangular.

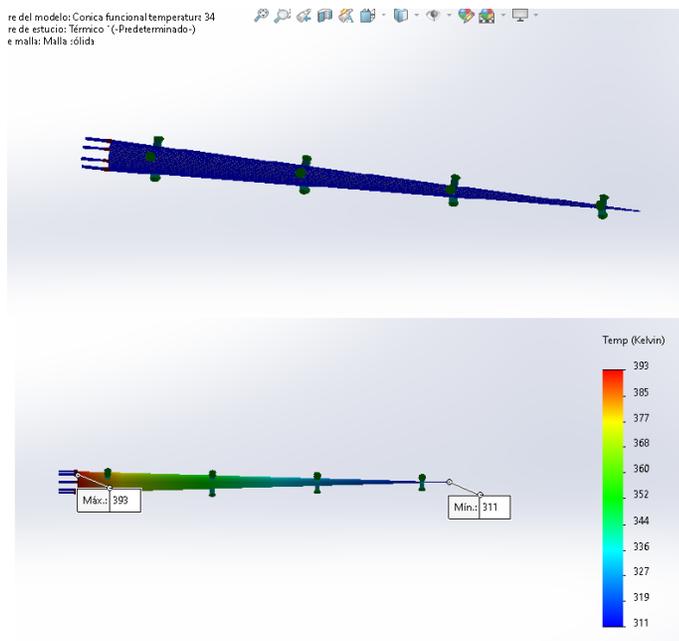
Distancia [m]	Temperatura °C
0	120,000
0,058	79,311
0,116	54,940
0,175	39,740
0,262	27,935
0,35	22,512

Nota. La tabla representa los valores obtenidos de la simulación al colocar probetas en cada uno de las distancias establecidas para el análisis.

Superficie extendida cónica

Figura 29 Simulación de la superficie extendida cónica.

Simulación de la superficie extendida cónica.



Nota. El mallado de la simulación es de 0.00134992m, además se obtiene las temperaturas al colocar probetas en las distancias establecidas para el análisis.

Tabla 16 Resultados obtenidos de la simulación en ANSYS de la superficie extendida cónica.

Resultados obtenidos de la simulación en ANSYS de la superficie extendida cónica.

Distancia [m]	Temperatura °C
0	120,00
0,058	97,00
0,116	79,00
0,175	65,00
0,262	49,00
0,350	38,00

Nota. La tabla representa los valores obtenidos de la simulación al colocar probetas en cada uno de las distancias establecidas para el análisis.

Tiempo de estabilización de las aletas

Para el tiempo de estabilización de las aletas su procede a realizar el balance energético de cada una de las superficies extendidas.

$$E_{entra} - E_{sale} = E_{almacenamiento}$$

$$(q_{entra}) - (q_{aleta} + q_{radiación}) = E_{almacenamiento}$$

$$q_{entra} - n_f * h * A * (T - T_{amb}) - \varepsilon_{ac} * A * \sigma_r * (T^4 - T_{amb}^4) = \rho * V * c_p * \frac{\partial T}{\partial t}$$

Superficie extendida Cilíndrica

$$8,401W - \left(0,257 \left(10,89 \left[\frac{W}{m^2K}\right]\right) 0,011[m^2]\right) (T - 293)[K]$$

$$- \left(0,52(0,011[m^2])5,67 \times 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2K^4}\right]\right) (T^4 - 293^4)[K^4] = \rho * V * c_p * \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$V = \frac{\pi * D^2 * L}{4}$$

$$V = \frac{\pi (0,01^2[m^2])0,35[m]}{4}$$

$$V = 2,749 \times 10^{-5} [m^3]$$

$$E_{almacenada} = 7850 \left[\frac{kg}{m^3}\right] (2,749 \times 10^{-5} m^3) 434 \left[\frac{J}{kg.k}\right] \frac{dT}{dt}$$

$$E_{almacenada} = 93,652 \left[\frac{J}{k}\right] \cdot \frac{dT}{dt}$$

$$8,401 - 0,031(T - 293) - 3,242 \times 10^{-10}(T^4 - 293^4) = 93,652 \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

Superficie extendida Rectangular

$$5,501[W] - \left(0,249 \left(12 \left[\frac{W}{m^2K}\right]\right) 7,05 \times 10^{-3}[m^2]\right) (T - 293)[K]$$

$$- \left(0,52(7,05 \times 10^{-3}[m^2])5,67 \times 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2K^4}\right]\right) (T^4 - 293^4)[K^4]$$

$$= \rho * V * c_p * \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$V = t * w * L$$

$$V = 0,005[m](0,01[m])0,35[m]$$

$$V = 1,75 \times 10^{-5} [m^3]$$

$$E_{almacenada} = 7850 \left[\frac{kg}{m^3} \right] (1,75 \times 10^{-5} [m^3]) 434 \left[\frac{J}{kg \cdot k} \right] \frac{dT}{dt}$$

$$E_{almacenada} = 59,621 \left[\frac{J}{k} \right] \cdot \frac{dT}{dt}$$

$$5,501 - 0,021(T - 293) - 2,079 \times 10^{-10}(T^4 - 293^4) = 59,621 \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

Superficie extendida Triangular

$$\begin{aligned} 6,007[W] - \left(0,423 \left(8,92 \left[\frac{W}{m^2 K} \right] \right) 7,001 \times 10^{-3} [m^2] \right) (T - 293)[K] \\ - \left(0,52(7,001 \times 10^{-3} [m^2]) 5,67 \times 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2 K^4} \right] \right) (T^4 - 293^4)[K^4] \\ = \rho * V * c_p * \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned}$$

$$V = \frac{t * w * L}{3}$$

$$V = \frac{0,01[m](0,01[m])0,35[m]}{3}$$

$$V = 1,167 \times 10^{-5} [m^3]$$

$$E_{almacenada} = 7850 \left[\frac{kg}{m^3} \right] (1,167 \times 10^{-5} [m^3]) 434 \left[\frac{J}{kg \cdot k} \right] \frac{dT}{dt}$$

$$E_{almacenada} = 39,747 \left[\frac{J}{k} \right] \cdot \frac{dT}{dt}$$

$$6,007 - 0,026(T - 293) - 2,064 \times 10^{-10}(T^4 - 293^4) = 39,747 \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

Superficie extendida Cónica

$$9,996 [W] - \left(0,72 \left(5,94 \left[\frac{W}{m^2 K}\right]\right) 0,011 [m^2]\right) (T - 293) [K]$$

$$- \left(0,52(0,011 [m^2]) 5,67 \times 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2 K^4}\right]\right) (T^4 - 293^4) [K^4] = \rho * V * c_p * \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$V = \frac{\pi * D^2 * L}{4}$$

$$V = \frac{\pi(0,02^2 [m^2]) 0,35 [m]}{4}$$

$$V = 3,665 \times 10^{-5} [m^3]$$

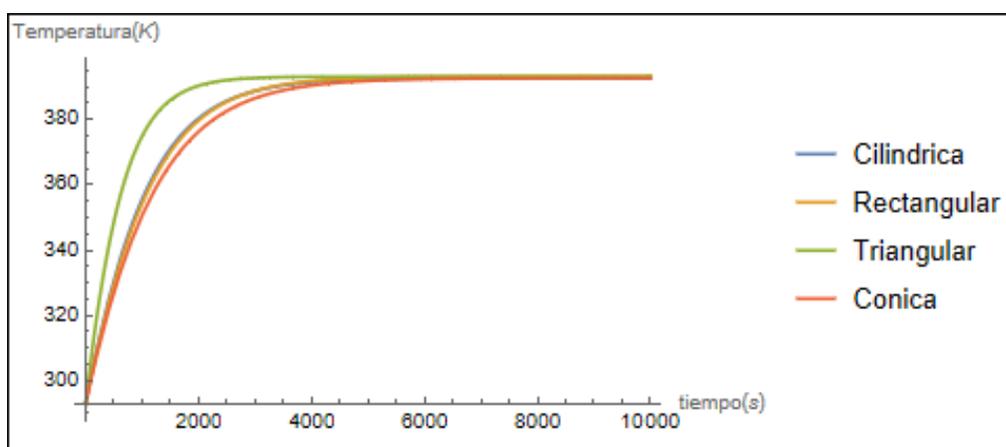
$$E_{almacenada} = 7850 \left[\frac{kg}{m^3}\right] (3,665 \times 10^{-5} [m^3]) 434 \left[\frac{J}{kg \cdot k}\right] \frac{dT}{dt}$$

$$E_{almacenada} = 124,869 \left[\frac{J}{k}\right] \cdot \frac{dT}{dt}$$

$$9,696 - 0,047(T - 293) - 3,243 \times 10^{-10}(T^4 - 293^4) = 124,869 \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

Figura 30

Tiempos de estabilización.



Nota. En la figura se obtiene los tiempos respectivos para que cada superficie extendida llega hasta el estado estable:

- Tanto la aleta cilíndrica como la rectangular se demora en estabilizarse aproximadamente 4500 segundos que equivale a 1 hora con 15 minutos.
- Aleta triangular se demora en estabilizarse aproximadamente 2550 segundos que equivalen a 43 minutos.
- Aleta cónica se demora en estabilizarse aproximadamente 5000 segundos que equivale a 1 hora con 24 minutos.

Hay que destacar que todos los cálculos de este capítulo son hechos a condiciones de laboratorio, es decir la temperatura de 20°C , las condiciones reales hacen que varíen la temperatura a lo largo del día por lo cual existirá una memoria de cálculo para hacer las comparaciones respectivas.

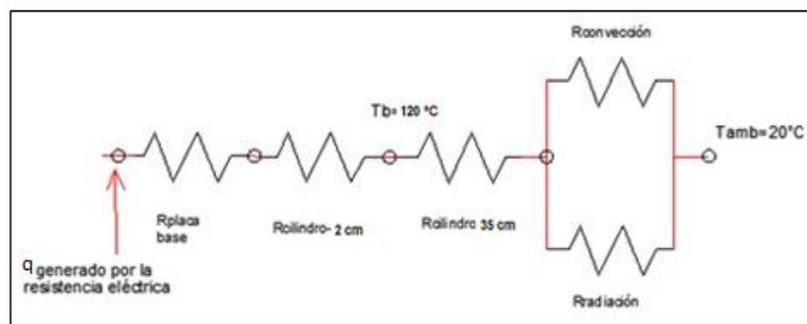
Diseño Eléctrico y Electrónico

Dimensionamiento de la resistencia eléctrica

Se parte de que la base de la aleta debe tener una temperatura 120°C y para poder realizar el perfil de temperatura se analiza las resistencias térmicas que surgen de las superficies extendidas, tomando en cuenta para el análisis la figura 31.

Figura 31

Representación de las resistencias térmicas.



Nota. Análisis por medio de resistencias térmicas que se producen en las superficies extendidas con todos los componentes.

Calor total requerido

Superficie extendida Cilíndrica

Se calcula el calor total requerido por la potencia térmica

$$q_{entra} = q_{sale}$$

$$q_{generado} = q_{total} = q_{placabase} + q_{conducción-adibatico} + q_{aleta} + q_{rad} \quad (34)$$

$$q_{total} = \frac{K * A_1 * (T_{00} - T_0)}{L1} + \frac{K * A_2 * (T_0 - T_1)}{L2} + q_{aleta} + q_{rad}$$

$$q_{total} = \frac{51,9(0,05*0,05)(138,41-138,26)}{0,005} + \frac{51,9*(\pi*(\frac{0,01^2}{4}))*(132,26-120)}{0,02} + 3,723+5,32$$

$$q_{total} = 15,50[Watt]$$

Superficie extendida Rectangular

$$q_{entra} = q_{sale}$$

$$q_{generado} = q_{total} = q_{placabase} + q_{conducción-adibatico} + q_{aleta} + q_{rad}$$

$$q_{total} = \frac{K * A_1 * (T_{00} - T_0)}{L1} + \frac{K * A_2 * (T_0 - T_1)}{L2} + q_{aleta} + q_{rad}$$

$$q_{total} = \frac{51,9(0,05*0,05)(136,64-136,56)}{0,005} + \frac{51,9*(0,01*0,005)*(136,56-120)}{0,02} + 2,47+3,42$$

$$q_{total} = 10,11[Watt]$$

Superficie extendida Triangular

$$q_{entra} = q_{sale}$$

$$q_{generado} = q_{total} = q_{placabase} + q_{conducción-adibatico} + q_{aleta} + q_{rad}$$

$$q_{total} = \frac{K * A_1 * (T_{00} - T_0)}{L1} + \frac{K * A_2 * (T_0 - T_1)}{L2} + q_{aleta} + q_{rad}$$

$$q_{total} = \frac{51,9(0,05*0,05)(130,23-130,13)}{0,005} + \frac{51,9*(0,01*0,01)*(130,13-120)}{0,02} + 2,63+3,39$$

$$q_{total} = 11,24[Watt]$$

Superficie extendida Cónica

$$q_{entra} = q_{sale}$$

$$q_{generado} = q_{total} = q_{placabase} + q_{conducción-adibatico} + q_{aleta} + q_{rad}$$

$$q_{total} = \frac{K * A_1 * (T_{00} - T_0)}{L1} + \frac{K * A_2 * (T_0 - T_1)}{L2} + q_{aleta} + q_{rad}$$

$$q_{total} = \frac{51,9(0,05*0,05)(125,90-125,72)}{0,005} + \frac{51,9*\left(\frac{\pi*0,02^2}{4}\right)*(127,72-120)}{0,02} + 4,182+5,34$$

$$q_{total} = 18,34[W]$$

Se toma en cuenta que la resistencia calefactora debe ser mayor a 19 [W] que es el valor más alto en las superficies extendidas.

La resistencia calefactora debido a que la placa base es de 5 X 5 [cm], por tanto, las características de las dimensiones debido a que debe estar en perfecto contacto con la placa base de cada una de las superficies extendidas, se tendrá la forma de una placa cuadrada de 7 X 7 [cm] como se muestra en la figura 32.

Figura 32

Resistencia calefactora.



Nota. La potencia es de 20[W] con una entrada de voltaje de 110 [V]

Matriz de decisión Arduino

En el mercado existe muchos tipos de Arduino los cuales tienen distintas aplicaciones.

Tabla 17

Matriz de decisión para la selección de Arduino.

Tipo	Ponderación	Arduino Uno	Arduino Mega 2560	Arduino Nano
Costo	20	20	15	20
Número de Pines	30	10	30	10
Memoria Flash	20	10	20	10
Memoria SRAM	20	10	20	5
Tamaño	10	10	5	10
Total	100	60	90	55

Nota. Se puede observar que el de mayor puntaje de Arduino Mega 2560

Se puede observar que el Arduino 2560 tiene la más alta puntuación por lo cual será el seleccionado, hay que mencionar que el Número de pines es gran importancia ya que estas serán las conexiones que tendrá las distintas termocuplas.

Matriz de decisión termocuplas

Se pueden seleccionar distintas termocuplas de diferente material para una amplia variedad de temperaturas.

Tabla 18

Matriz de decisión para la selección de termocuplas

Tipo	Ponderación	Tipo K	Tipo J	Tipo T
Costo	20	20	20	10
Rango de temperaturas	30	30	20	10
Rango de error	20	15	15	20
Aplicaciones para Horno	20	20	20	5
Uso en Arduino	10	10	10	5
Total	100	95	85	50

Nota. Se puede observar que el puntaje más alto es de la termocupla tipo K.

Se toma la termocupla tipo K la misma que se puede encontrar fácilmente en el mercado nacional.

Matriz de decisión de relé eléctrico

Tabla 19

Matriz de decisión para la selección de relé eléctrico.

Tipo	Ponderación	Sólido	Electromecánico	Acción retardada
Costo	20	15	20	5
Velocidad de reacción	30	30	15	20
Voltaje que soporta	20	20	20	20
Tiempo de vida	20	20	15	15
Uso en Arduino	10	10	10	5
Total	100	95	80	65

Nota. Se puede observar que el puntaje más alto es el relé sólido

El relé de tipo sólido se puede encontrar fácilmente en el mercado nacional.

Se toma la termocupla tipo J la misma que se puede encontrar fácilmente en el mercado nacional.

Características de los componentes seleccionados

Tabla 20

Características de los componentes.

Resistencia eléctrica

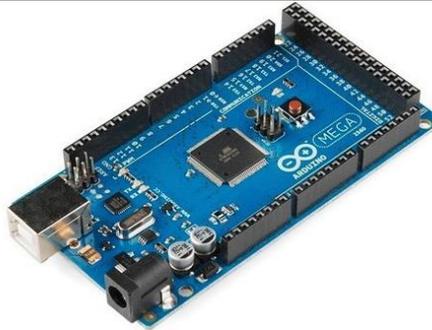


Potencia: 20 [W]

Alimentación: 110 [V]

Dimensiones: 7 X 7 [cm]

Arduino



Microcontrolador: ATmega2560

Número de Pines

- Analógicos: 16
- Digitales: 54

Memoria Flash: 1k byte

Memoria SRAM: 2k bytes

Tamaño: 101.52 X 53.3 [mm]

Relé de estado sólido



Intensidad: 100A

Velocidad de reacción: Alta

Voltaje que soporta: 110 a 220V

Tiempo de vida: Alto

Termocupla tipo K



Rango de temperaturas: 0 – 400 [°C]

Rango de error: 5%

Voltaje: 5 [V]

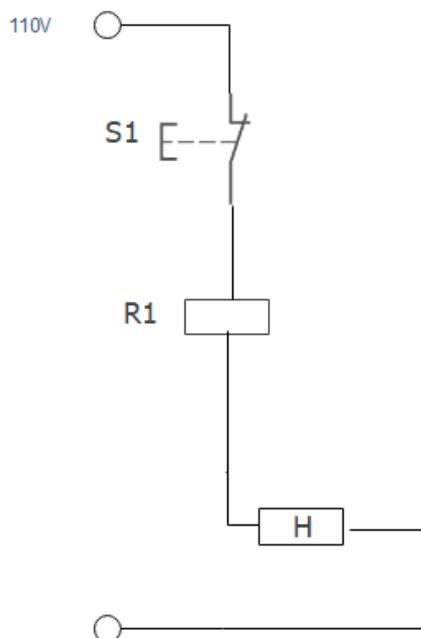
Nota. Se puede observar las características técnicas de los componentes.

Diagrama eléctrico

Se toma un voltaje de 110V para la línea 1 además que se ocupará un relé que se prenderá o apagará de acuerdo a los comandos que se tengan en Arduino, como medida de seguridad para el banco de pruebas.

Figura 33

Diagrama eléctrico del banco de pruebas.

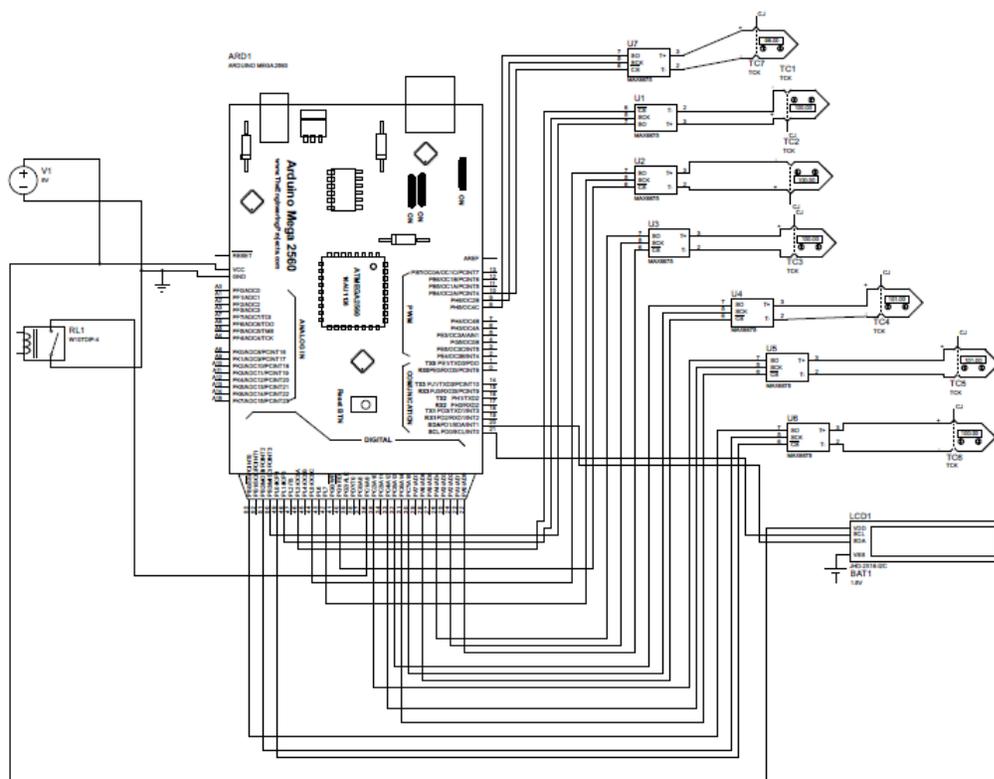


Nota. Tiene un voltaje de entrada de 110 [V]

Diagrama electrónico

Figura 34

Diagrama electrónico del banco de pruebas.



Nota. Representación de las conexiones.

CÓDIGO

```
#include<PID_v1.h>
#include "max6675.h"
// #include <LiquidCrystal.h>
#include <Wire.h> // Lo trae Arduino IDE
#include <LCD.h>
#include <LiquidCrystal.h>
#include <LiquidCrystal_I2C.h> // Incluimos la libreria del LCD
byte newcaracter1[8] = { B11111, B00000, B10001, B11001, B11101,
B10111, B10011, B10001 };
byte newcaracter2[8] = { B00000, B01110, B01010, B01110, B00000,
B00000, B00000, B00000 };
byte newcaracter3[8] = { B10100, B10100, B10010, B01001, B00100,
B00000, B00000, B00000 };
byte newcaracter4[8] = { B00101, B00101, B01001, B10010, B00100,
B00000, B00000, B00000 };
```

```

#define SSR 36
#define pinData 2
#define led 13
#define tiempoCiclo 1000
double Setpoint, Input, Output;
double Kp=10, Ki=3, Kd=500;
float temperatura=0; //Se crea una variable flotante para
almacenar la temperatura
float temperatura1=0; //Se crea una variable flotante para
almacenar la temperatura
float temperatura2=0;
float temperatura3=0;
float temperatura4=0;
float temperatura5=0;
float temperatura6=0;
unsigned long respuestaUltimaTemperatura=0;
unsigned long lasPIDCalculation=0;
float prevTemperature=-999.0;
PID myPID(&Input, &Output, &Setpoint, Kp,Ki,Kd, DIRECT);
//Se definen los pines a usar para conectar el modulo MAX6675
//Se definen los pines a usar para conectar el modulo MAX6675 1
int ktcSO = 50; //Termocupla 1
int ktcCS = 48;
int ktcCLK =46;
int ktcSO1 = 44; //Termocupla 2
int ktcCS1 = 42;
int ktcCLK1 = 40;
int ktcSO2 = 26; //Termocupla 3
int ktcCS2 = 24;
int ktcCLK2 = 22;
int ktcSO3 = 32; //Termocupla 4
int ktcCS3 = 30;
int ktcCLK3 = 28;
int ktcSO4 = 35; //Termocupla 5
int ktcCS4 = 33;
int ktcCLK4 = 31;
int ktcSO5 = 53; //Termocupla 6
int ktcCS5 = 51;
int ktcCLK5 = 49;
int ktcSO6 = 8; //Termocupla 7
int ktcCS6 = 9;
int ktcCLK6 = 10;
MAX6675 kta(ktcCLK, ktcCS, ktcSO); //Termocupla 1
MAX6675 ktb(ktcCLK1, ktcCS1, ktcSO1); //Termocupla 2
MAX6675 ktc(ktcCLK2, ktcCS2, ktcSO2); //Termocupla 3
MAX6675 ktd(ktcCLK3, ktcCS3, ktcSO3); //Termocupla 4
MAX6675 kte(ktcCLK4, ktcCS4, ktcSO4); //Termocupla 5
MAX6675 ktf(ktcCLK5, ktcCS5, ktcSO5); //Termocupla 6
MAX6675 ktg(ktcCLK6, ktcCS6, ktcSO6); //Termocupla 7
LiquidCrystal_I2C lcd(0x27, 2, 1, 0, 4, 5, 6, 7, 3, POSITIVE);
// Seteamos la direccion I2C

```

```

void setup() {
  lcd.begin(20,4);
  lcd.createChar(7,newcharacter1);
  lcd.createChar(3,newcharacter2);
  lcd.createChar(6,newcharacter3);
  lcd.createChar(5,newcharacter4);
  Setpoint=170; // VARIAR AQUI LA TEMPERATURA
-----
  myPID.SetOutputLimits(0, tiempoCiclo);
  myPID.SetSampleTime(tiempoCiclo);
  myPID.SetMode(AUTOMATIC);
  Serial.begin(115200);
  pinMode(SSR,OUTPUT);
  digitalWrite(SSR,LOW);
  pinMode(led, OUTPUT);
  digitalWrite(led,LOW);
  //Configurar como salida el pin 10 que controla el backlight
  del LCD y colocarlo en 1 logico.
  pinMode(10, OUTPUT);
  digitalWrite(10, HIGH);
  //inicializa el LCD.
  //lcd.begin(16, 2);
  //delay(500);
  for(int i = 0; i< 3; i++)
  {
  }
  lcd.setCursor(7,0); //Empiezo en la posicion 6 (caracter)
  sobre la linea 0
  lcd.print("ESPE");
  delay(1000);
  lcd.setCursor(0,1);
  lcd.print("INGENIERIA MECANICA");
  delay(1000);
  lcd.setCursor(0,2);
  lcd.print("BENALCAZAR F - O");
  lcd.setCursor(16,2);
  lcd.write(7);
  lcd.setCursor(17,2);
  lcd.print("A J");
  lcd.setCursor(3,3);
  delay(1000);
  lcd.print("TESIS DE GRADO");
  delay(3000);
  //for(int i = 0; i< 5; i++)
  //{
  //lcd.backlight();
  //delay(250);
  //lcd.noBacklight();
  //delay(250);
  //}
  //lcd.backlight(); // terminamos con el backlight on

```

```

//delay(3000);
lcd.clear();
//activa comunicacion serial.
lcd.setCursor(0,0);
lcd.print("TEMA:");
delay(150);
lcd.setCursor(1,1); //Empiezo en la posicion 6 (caracter)
sobre la linea 0
lcd.write(6);
lcd.setCursor(2,1);
lcd.print("BANCO DE PRUEBAS");
delay(50);
lcd.setCursor(2,2);
delay(50);
lcd.print("PARA SUPERFICIES");
lcd.setCursor(3,3);
delay(50);
lcd.print("INTERCAMBIABLES");
lcd.setCursor(18,3);
lcd.write(5);
delay(3000);
Serial.begin(9600);
delay(500);
}
// the loop routine runs over and over again forever:
void loop() {
if (millis()-respuestaUltimaTemperatura>=tiempoCiclo){
temperatura6=ktg.readCelsius();
Input=(double)temperatura6;
myPID.Compute();
lasPIDCalculation=millis();
Serial.print(temperatura6);
Serial.print(" , ");
Serial.println(Output/50);
respuestaUltimaTemperatura = millis();
temperatura=кта.readCelsius();
Input=(double)temperatura;
temperatura1=ktb.readCelsius();
Input=(double)temperatura1;
temperatura2=ktc.readCelsius();
Input=(double)temperatura2;
temperatura3=ktd.readCelsius();
Input=(double)temperatura3;
temperatura4=kte.readCelsius();
Input=(double)temperatura4;
temperatura5=ktf.readCelsius();
Input=(double)temperatura5;
lcd.clear();
lcd.setCursor(0, 0);
lcd.print( "TEMPERATURA EN ( " );
lcd.setCursor(16,0);

```

```

lcd.write(3);
lcd.setCursor(17,0);
lcd.print("C");
Serial.print("Temperatura = ");
Serial.print(temperatura);
Serial.println("C");
lcd.setCursor(0, 1);
lcd.print( "T1=" );
lcd.print(temperatura );
Serial.print("Temperatura = ");
Serial.print(temperatura1);
Serial.println("C");
lcd.setCursor(0, 2);
lcd.print( "T2=" );
lcd.print(temperatura1 );
Serial.print("Temperatura = ");
Serial.print(temperatura2);
Serial.println("C");
lcd.setCursor(0, 3);
lcd.print( "T3=" );
lcd.print(temperatura2 );
Serial.print("Temperatura = ");
Serial.print(temperatura3);
Serial.println("C");
lcd.setCursor(11, 1);
lcd.print( "T4=" );
lcd.print(temperatura3 );
Serial.print("Temperatura = ");
Serial.print(temperatura4);
Serial.println("C");
lcd.setCursor(11, 2);
lcd.print( "T5=" );
lcd.print(temperatura4 );
Serial.print("Temperatura = ");
Serial.print(temperatura5);
Serial.println("C");
lcd.setCursor(11, 3);
lcd.print( "T6=" );
lcd.print(temperatura5 );
}
control();
}
void control()
{
if((millis() <= (lasPIDCalculation +
Output))||(Output==tiempoCiclo))
{
//Power on:
digitalWrite(SSR, HIGH);
digitalWrite(led,HIGH);
}
}

```

```

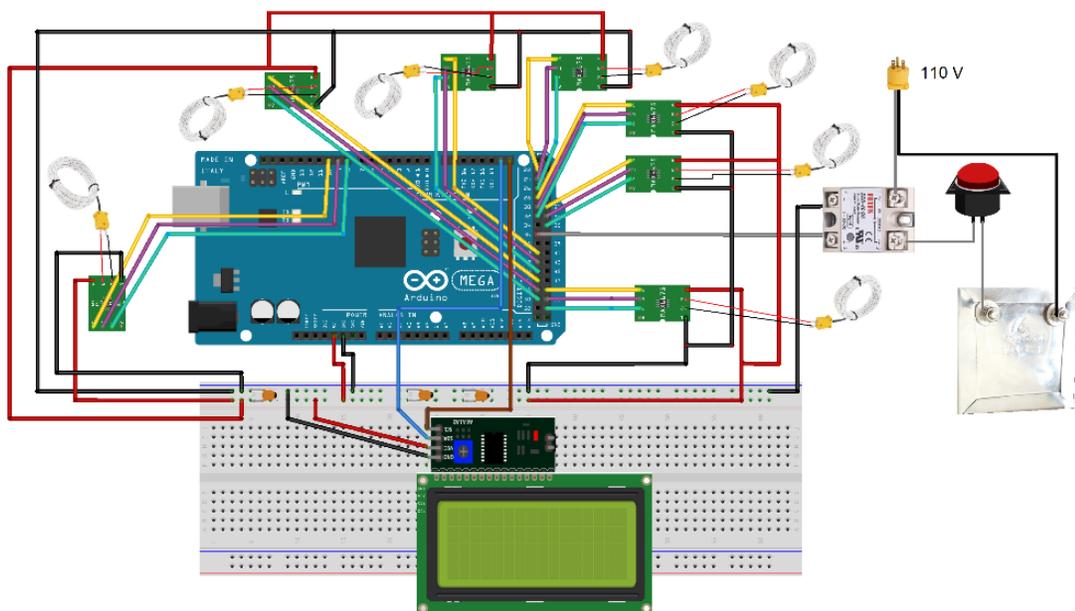
else
{
//Power off:
digitalWrite(SSR, LOW);
digitalWrite(led,LOW);
}
}

```

Esquema de conexión

Figura 35

Esquema de conexión eléctrico y electrónico.



Nota. La alimentación del Arduino fue realizada con una fuente de voltaje de 5[V].

Capítulo IV: Construcción

Para la elaboración de las superficies extendidas, se deberá ocupar acero A36 el mismo que se comprará con proveedores locales, el mecanizado se realiza mediante corte, torneado, fresado, taladrado además para la unión de la placa base se ocupará soldadura 7018.

Tabla 21

Lista de Materiales

Nº	Nombre	Cantidad	Descripción	Parte
1	Barra de acero A36 diámetro 10mm	1	Longitud:370mm	Superficie extendida cilíndrica
2	Placa de acero A36 5mm	1	Longitud:370mm Ancho:0,01mm Espesor:0,05mm	Superficie extendida rectangular
3	Barra cuadrangular de acero A36 11mm	1	Longitud:370mm Ancho:0,01mm Espesor:0,01mm	Superficie extendida triangular
4	Placa de acero A36 5mm	4	Ancho:50mm Altura:50mm	Placa base
5	Tol de 0,7mm	1	Ancho:1000mm Largo:1000mm	Caja de soporte estructura
6	Tol de 0,3mm	1	Ancho:500mm Largo:5000mm	recubrimiento soporte estructura
7	alambres de 10cm entre centros	1	Acero inoxidable	Caja de soporte estructura
8	Madera Espesor:10mm	1	Largo:1000mm Ancho:1000mm	base de Caja soporte estructura
9	Acrílico	1	Largo: 500mm Ancho:500mm	Caja contenedor Arduino
10	Ganchos	4	Galvanizado	Soporte aletas
11	Tope de engrampe	4	Galvanizado	Soporte aletas
12	Yeso	1	15 libras	Caja de Yeso

13	Arduino Mega	1	Modelo 2560 italiano	Caja acrílica
14	Condicionador Max 6675	7	NA	Caja acrílica
15	Termocuplas	7	Temperatura máxima 400°C.	Superficie extendida y Caja acrílica
16	Regleta de cable Arduino	4	- Macho hembra	Caja acrílica
17	Resistencia térmica plana	1	Capacidad máxima 150Watt	Caja de Yeso
18	LCD 2004	1	Escritura 20x4	Caja acrílica
19	Relé Solido	1	Voltaje DC: 3-32v Voltaje AC:0-120v	Caja acrílica
20	Botón de seguridad	1	Interruptor	Caja acrílica
21	Masilla Epoxica	1	Suelda fija	Caja de Yeso/Soporte
22	Alidadura fría Epóxica	1	Suelda fija	Superficies extendidas
23	Pintura Spray	2	Color: Negro	Mesa general
24	Pintura Esmalte negra	1	Color: Negro Mate	Mesa general/Caja soporte estructura
25	Lijas	5	Tamaño: 400,600,1200	Mesa/Superficies extendidas
26	Brocas	3	1/8, 3/8 in	Mesa/Superficies extendidas
27	Pernos	4	3/8	Mesa general/Soportes
28	Pernos	20	M3	Mesa general/Soportes
29	Silicona	1	Color: transparente	Caja acrílica
30	Cinta doble faz	1	NA	Caja acrílica
31	Enchufe	1	3 patas	Cableado
32	Cable de alta temperatura número 6	NA	Longitud: 2,5m	Cableado
33	PLA	NA	2 kilogramos	Soportes termocuplas

Nota. Se muestra la lista de materiales con su respectiva descripción

Mecanizado de las superficies extendidas y placa base

Para poder realizar la elaboración de las superficies extendidas se deberá ocupar varilla de 10mm, 20mm y placas de acero de espesor de 5mm y 10mm de largo, se debe tomar en cuenta que para las superficies de sección que no son constantes el ángulo que forma la longitud con las otras variables geométricas son críticas, por tal razón se realiza el mecanizado que se realiza en el anexo 4.

Figura 36

Superficies extendidas de acero A36.



Nota. Se muestra las superficies extendidas de diferente sección

Elaboración de Caja Yeso

El Yeso es un material refractario el cual soporta bien altas temperaturas, además que es muy liviano, para poder sacar la caja es necesario de un molde por lo que el diseño se lo realizó en un software CAD y posteriormente se ocupó una impresora 3D para poder imprimir en plástico PLA como se muestra en la figura 37, adjunto planos caja en anexo 14.

Figura 37

Molde contenedor para el soporte de yeso.



Nota. Se muestra la construcción de la caja de yeso con el molde en plástico PLA

Al molde se debe agregar la mezcla que se realiza con Yeso y dejar que se fragüe durante 20 minutos aproximadamente, después la caja de PLA se desmoldea.

Para poder realizar la tapa de la caja de yeso se debe realizar el mismo procedimiento.

Figura 38

Molde de la tapa del soporte de yeso.



Nota. Se muestra el molde de la tapa de Yeso

Elaboración de la caja de soporte

La caja de soporte protegerá a la caja de Yeso de golpes, el proceso que se seguirá es mediante dobles y soldadura en los extremos con electrodo 6011.

Figura 39

Caja metálica de protección del soporte de yeso.



Nota. Se muestra la caja de metal

Elaboración de estructura de termocuplas

Las termocuplas se insertarán por la parte superior a las superficies extendidas, para poder realizarlo la estructura se realiza en una impresora 3D:

Figura 40

Soporte de guía para los cables de las termocuplas.



Nota. Se muestra los soportes de las termocuplas hechos en la impresión 3D

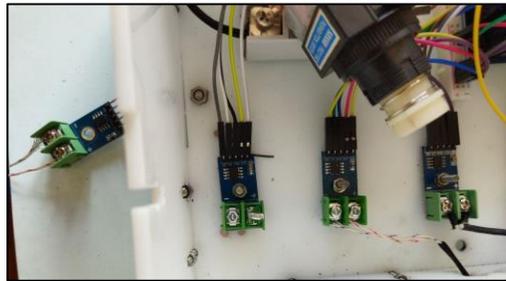
La estructura debe ser reforzada para que al momento de manipular las termocupas no se quiebre, se adjunta planos para la impresión 3D Anexo 14.

Caja de control electrónica

La caja en donde se alojará todos los componentes electrónicos este hecho de acrílico de 3mm, se empezará instalando los sensores Max6675 a cada termocupla y las conexiones como se muestra en la figura 33.

Figura 41

Instalación de las termocupas en la caja de acrílico.



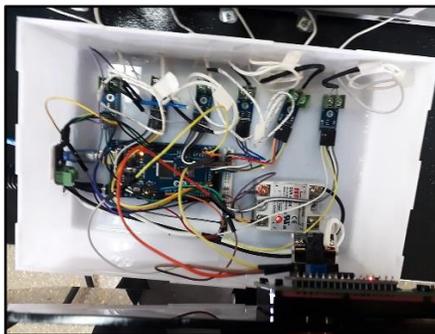
Nota. Se muestra los acondicionadores MAX 6675

Se procede a poner el botón de seguridad en serie con el Relé sólido para poder desconectar directamente la resistencia.

Por último, se debe verificar que todo cable este correctamente conectado y se instala la LCD, con las terminales apropiadas.

Figura 42

Conexión completa del circuito electrónico en la caja de acrílico.



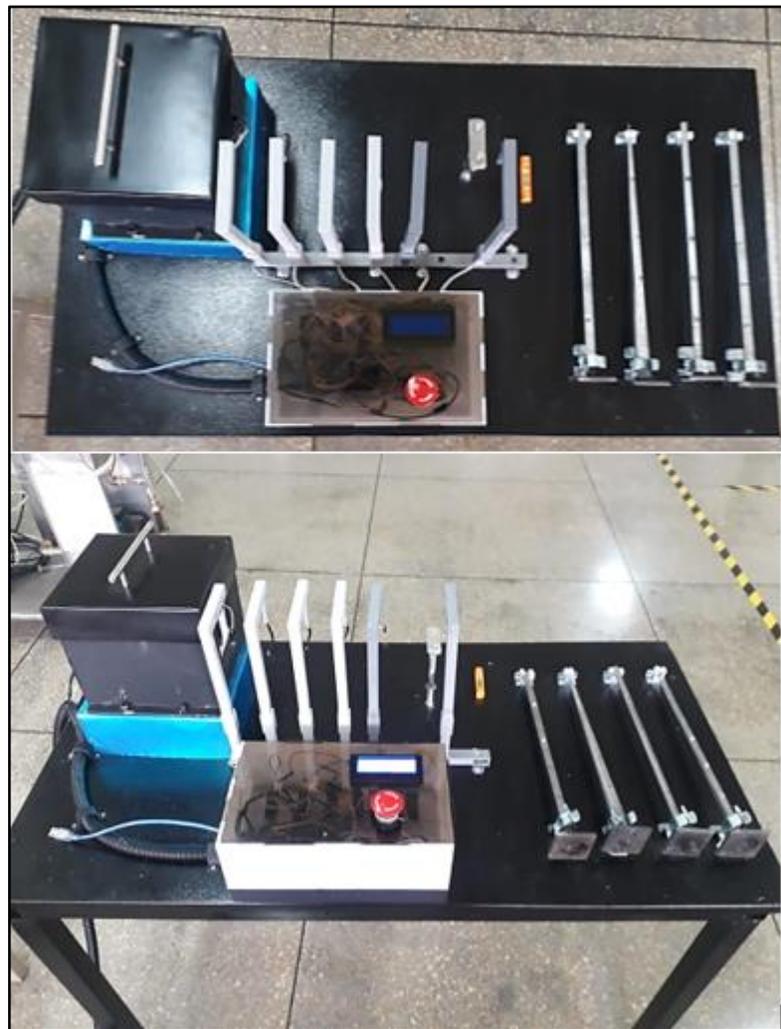
Nota. Conexión final de la caja electrónica

Ensamblaje final del equipo

Se debe distribuir la caja, los soportes las termocupas en la mesa para que quede adecuadamente distribuida y no interfiera la transferencia de calor, se debe destacar también que se protegerá a las termocupas para evitar que existan corriente parasitas, de esta manera los valores son los más cercanos a la realidad.

Figura 43

Ensamble general del equipo.



Nota. Se muestra el ensamble final del equipo

CAPITULO V: Experimentación y análisis de resultados

Se deberá realizar 5 tomas de datos por cada superficie extendida, se comparará los resultados con los valores teóricos que se tienen, ya sea por el método de solución exacta o por el método de diferencias finitas se debe destacar que en el día existen diferente temperatura del ambiente por lo cual el h de convección que se tiene va a ser distinto, se realizó una memoria de cálculo en la cual se podrá modificar los valores de temperatura ambiente, esto disminuirá el error que se tenga.

Mediciones obtenidas y datos a diferente temperatura ambiente

Datos experimentales obtenidos en el banco de prueba de superficies extendidas intercambiables en el laboratorio de Conversión de la energía en la Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE y cálculo de las temperaturas mediante el método de diferencias finitas.

Superficie extendida Cilíndrica

Tabla 22

Toma de datos de la superficie extendida Cilíndrica.

FECHA:	03/08/2021	04/08/2021	04/08/2021	05/08/2021	05/08/2021
HORA:	3:25 pm	9:45 am	14:00 pm	8:00 am	11:30am
Distancia	TEMPERATURAS [°C]				
[m]	$T_{amb} = 20,475$	$T_{amb} = 22,3$	$T_{amb} = 20,10$	$T_{amb} = 20,45$	$T_{amb} = 21,79$
T1→0	121,50	120,75	121,50	120,75	121
T2→0,058	74,50	69	75	69	77.25
T3→0,116	45,75	52	50,25	52	47.25
T4→0,175	37	38,50	39	39,50	38,50
T5→0,262	30	30,25	30	30,25	33,50
T6→0,35	25,75	27,50	28,75	27,5	27,50

Nota. Toma de datos experimental

Tabla 23

Datos obtenidos a partir de diferencias finitas para la aleta Cilíndrica.

Distancia [m]	TEMPERATURAS [°C]				
	$T_{amb}=20,475$	$T_{amb}=22,3$	$T_{amb} = 20,10$	$T_{amb} = 20,45$	$T_{amb} = 21,97$
T1→0	122	120	120	120	120
T2→0,058	74	74,92	73,96	75,10	74,77
T3→0,116	46	50,64	49,17	50,89	50,42
T4→0,175	36,75	37,93	36,17	38,23	37,66
T5→0,262	29,75	29,38	27,4	29,70	29,09
T6→0,35	26	27,1	25,1	27,40	26,8

Nota. Diferencias finitas cilíndrica

Superficie extendida Rectangular

Tabla 24

Toma de datos de la superficie extendida Rectangular.

FECHA:	03/08/2021	03/08/2021	04/08/2021	05/08/2021	03/08/2021
HORA:	10:45 am	02:35 pm	03:45 pm	09:02 am	12:15 pm
Distancia [m]	TEMPERATURAS [°C]				
	$T_{amb} = 21,03$	$T_{amb} = 21,03$	$T_{amb} = 20,71$	$T_{amb} = 20,45$	$T_{amb} = 22$
T1→0	120,75	121,25	120,75	120,75	120
T2→0,058	70,25	70,25	69,50	69,5	70,11
T3→0,116	43,75	46	44,75	44,75	45,94
T4→0,175	34,25	33,25	32,25	32,25	34,01
T5→0,262	26,5	26,75	26,5	26,5	26,25
T6→0,35	25	24,5	25	25	24,77

Nota. Toma de datos experimental

Tabla 25

Datos obtenidos a partir de diferencias finitas para la aleta Rectangular.

Distancia [m]	TEMPERATURAS [°C]				
	$T_{amb} = 21,025$	$T_{amb} = 22,3$	$T_{amb} = 20,71$	$T_{amb} = 20,45$	$T_{amb} = 22$
T1→0	120	120	119,81	120	120
T2→0,058	69,64	70,33	69,52	69,40	70,11
T3→0,116	45,22	46,28	45,07	44,82	45,94
T4→0,175	33,17	34,42	33,015	32,68	34,01
T5→0,262	25,69	27,1	25,54	25,16	26,25
T6→0,35	23,9	25,4	23,69	23,24	24,77

Nota. Diferencias finitas rectangular

Superficie extendida Triangular

Tabla 26

Toma de datos de la superficie extendida Triangular.

FECHA:	03/08/2021	04/08/2021	04/08/2021	05/08/2021	05/08/2021
HORA:	03:30 pm	11:45 am	04:15 pm	13:30 pm	15:30 pm
Distancia [m]	TEMPERATURAS [°C]				
	$T_{amb} = 22,37$	$T_{amb} = 21,3$	$T_{amb} = 21$	$T_{amb} = 20,98$	$T_{amb} = 21,98$
T1→0	119,2	120,5	121,50	119,25	119,25
T2→0,058	86,25	80,5	82	83,25	83,25
T3→0,116	55,50	58,50	61	58	58
T4→0,175	42	40,75	42	40,50	40,50
T5→0,262	27	26,75	27,5	27,5	27,5
T6→0,35	24	24,25	23,75	25,25	25,25

Nota. Toma de datos experimental

Tabla 27

Datos obtenidos a partir de diferencias finitas para la aleta Triangular.

Distancia [m]	TEMPERATURAS [°C]				
	$T_{amb} = 22,37$	$T_{amb} = 21,3$	$T_{amb} = 21$	$T_{amb} = 20,98$	$T_{amb} = 21,98$
T1→0	120	120	120	119,25	120
T2→0,058	83,47	82,1	82,1	83,25	83,34
T3→0,116	59,19	57,7	57,7	58	58,96
T4→0,175	43,18	41,4	41,4	40,5	42,87
T5→0,262	29,91	27,94	27,94	27,5	29,55
T6→0,35	23,97	22,9	22,9	25,25	23,57

Nota. Diferencias finitas triangular

Superficie extendida cónica

Tabla 28

Toma de datos de la superficie extendida Cónica.

FECHA:	04/08/2021	04/08/2021	04/08/2021	05/08/2021	06/08/2021
HORA:	8:22 am	12:50 am	10:10 am	02:50 pm	08:00 am
Distancia [m]	TEMPERATURAS [°C]				
	$T_{amb} = 19,2$	$T_{amb} = 22,5$	$T_{amb} = 23$	$T_{amb} = 20,7$	$T_{amb} = 20,23$
T1→0	121,5	120,25	120,25	120	120
T2→0,058	95,25	93	93	96,25	95,75
T3→0,116	73	72,25	72,25	79,50	80
T4→0,175	55,50	64,75	64,75	56,50	56,25
T5→0,262	37,75	42,50	42,50	41,50	41,5
T6→0,35	30	35	35	34,5	34

Nota. Toma de datos experimental

Tabla 29

Datos obtenidos a partir de diferencias finitas para la aleta Cónica.

Distancia [m]	TEMPERATURAS [°C]				
	$T_{amb} = 19,2$	$T_{amb} = 22,5$	$T_{amb} = 23$	$T_{amb} = 20,7$	$T_{amb} = 20,23$
T1→0	121,5	120	119,81	119,81	119,81
T2→0,058	95,25	94,2503532	94,2503532	94,2503532	94,2503532
T3→0,116	73	74,2962747	74,2962747	74,2962747	74,2962747
T4→0,175	55,50	58,790265	58,790265	58,790265	58,790265
T5→0,262	37,75	42,6856501	42,6856501	42,6856501	42,6856501
T6→0,35	30	33,6	34,1	34,1	34,1

Nota. Diferencias finitas cónica

Análisis de datos

A continuación, se podrá apreciar el perfil de temperatura para los 5 datos tomados para diferentes horas del día.

Perfil de temperatura experimental vs teórico

Se puede comparar los perfiles de temperatura de las aleas de sección constante sacados teóricamente con las ecuaciones de la transferencia de calor por convección (caso A) de la figura 5.

Superficie extendida cilíndrica

Tabla 30

Análisis del error de la superficie extendida cilíndrica.

Ensayos	Teórico					
	T1[°C]	T2[°C]	T3[°C]	T4[°C]	T5[°C]	T6[°C]
1	120,000	73,920	49,650	36,790	28,490	26,320
2	120,000	73,060	48,340	35,230	26,780	24,570
3	120,000	72,890	48,070	34,910	26,430	24,210
4	120,000	73,050	48,320	35,210	26,750	24,550
5	120,000	73,770	49,420	36,510	28,180	26,000
Tpromedio	120,000	73,338	48,760	35,730	27,326	25,130

Ensayos	Experimental					
	T1[°C]	T2[°C]	T3[°C]	T4[°C]	T5[°C]	T6[°C]
1	120,750	69,000	52,000	38,500	30,250	27,500
2	121,500	80,000	45,750	37,000	30,000	25,750
3	121,500	75,000	50,250	39,000	30,000	28,750
4	122,000	74,000	46,000	36,750	29,750	26,000
5	121,000	77,250	47,250	38,500	31,000	27,500
Tpromedio	121,350	75,050	48,250	37,950	30,200	27,100
Error						
	1%	2%	1%	6%	11%	8%

Nota. Se puede observar que el error mayor es de 11%.

Superficie extendida rectangular

Tabla 31 Análisis del error de la superficie extendida rectangular

Análisis del error de la superficie extendida rectangular

Ensayos	Teórico					
	T1[°C]	T2[°C]	T3[°C]	T4[°C]	T5[°C]	T6[°C]
1	120,000	72,160	47,520	34,720	26,650	24,590
2	120,000	72,160	47,520	34,720	26,650	24,590
3	120,000	72,010	47,280	34,440	26,35	24,280
4	120,000	71,880	47,090	34,220	26,110	24,030
5	120,000	72,630	48,230	35,550	27,570	25,520
Tpromedio	120,000	72,168	47,528	34,730	26,666	24,602
Ensayos	Experimental					
	T1[°C]	T2[°C]	T3[°C]	T4[°C]	T5[°C]	T6[°C]
1	121,250	70,250	46,000	33,250	26,750	24,500
2	120,750	70,250	43,750	34,250	26,000	25,000
3	120,750	69,000	42,750	32,500	24,500	23,250
4	120,750	69,500	44,750	32,250	26,500	25,000
5	121,000	68,750	44,250	33,000	26,500	24,500
Tpromedio	120,900	69,550	44,300	33,050	26,050	24,450
Error						
	1%	4%	7%	5%	2%	1%

Nota. Se puede observar que el error mayor es de 7%.

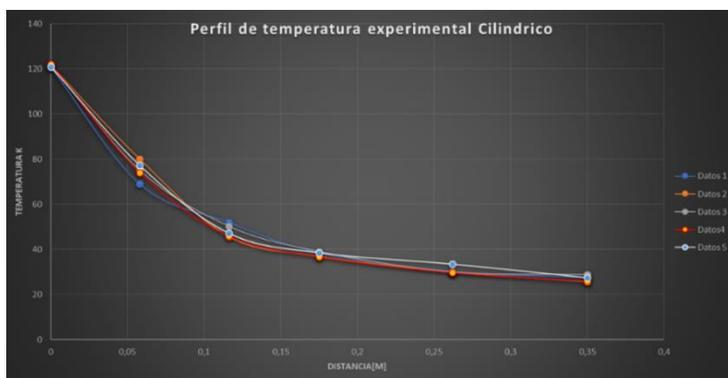
Perfil de temperatura experimental con diferencias finitas

Superficie extendida cilíndrica

Se puede apreciar en la figura 42 que existe una tendencia a seguir la curva teórica como se puede apreciar en la figura 43.

Figura 44

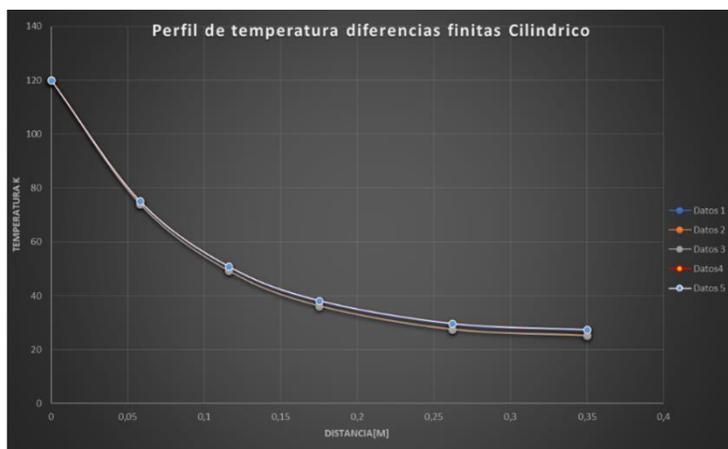
Perfil de temperaturas de las 5 mediciones experimentales de la superficie extendida cilíndrica.



Nota. Datos experimentales

Figura 45

Perfil de temperaturas de los 5 calculo realizados por diferencias finitas de la superficie extendida cilíndrica.



Nota. Datos diferencias finitas

Tabla 32

Análisis del error de la superficie extendida cilíndrica en comparación con los datos teóricos por diferencias finitas, con los datos obtenidos de forma experimental.

Teórico						
Ensayos	T1[°C]	T2[°C]	T3[°C]	T4[°C]	T5[°C]	T6[°C]
1	120,000	74,920	50,640	37,930	29,380	27,100
2	120,000	74,120	49,400	36,450	27,720	25,400
3	120,000	73,960	49,170	36,170	27,400	25,100
4	120,000	75,100	50,890	38,230	29,700	27,400
5	120,000	75,100	50,890	38,230	29,700	27,400
Tpromedio	120,000	74,640	50,198	37,402	28,780	26,480
Experimental						
Ensayos	T1[°C]	T2[°C]	T3[°C]	T4[°C]	T5[°C]	T6[°C]
1	120,750	69,000	52,000	38,500	30,250	27,500
2	121,500	80,000	45,750	37,000	30,000	25,750
3	121,500	75,000	50,250	39,000	30,000	28,750
4	122,000	74,000	46,000	36,750	29,750	26,000
5	121,000	77,250	47,250	38,500	31,000	27,500
Tpromedio	121,350	75,050	48,250	37,950	30,200	27,100
Error						
	1%	1%	4%	1%	5%	2%

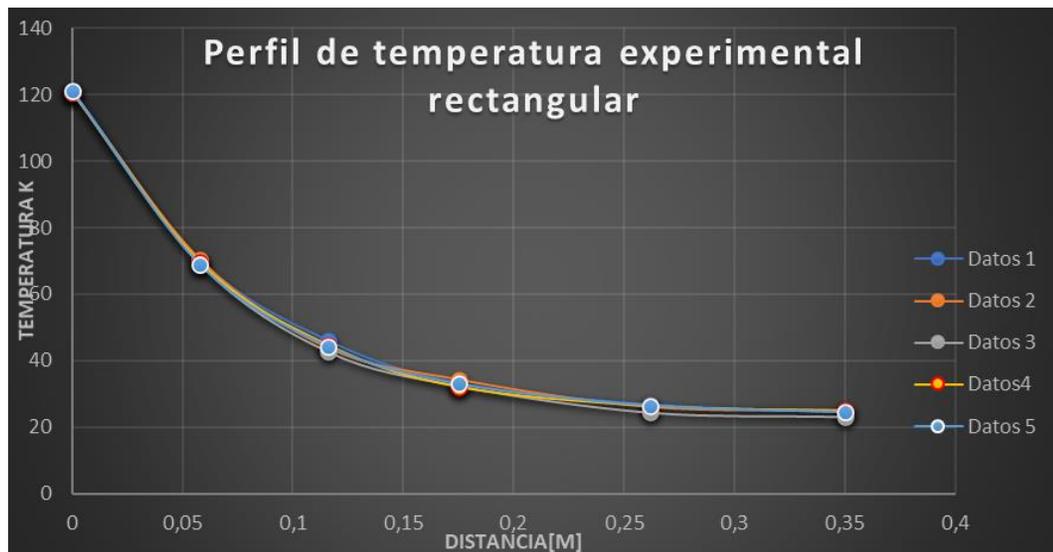
Nota. En la tabla se puede observar la temperatura promedio que se tiene calculado ya sea de manera teórica o de forma experimental, además el error más alto que sale es el 5%.

Superficie extendida rectangular

Se puede apreciar en la figura 46 que existe una tendencia a seguir la curva teórica como se puede apreciar en la figura 47.

Figura 46

Perfil de temperaturas de las 5 mediciones experimentales de la superficie extendida rectangular.



Nota. Datos experimentales

Figura 47

Perfil de temperaturas de los 5 calculo realizados por diferencias finitas de la superficie extendida rectangular.



Nota. Datos diferencias finitas

Tabla 33

Análisis del error de la superficie extendida rectangular en comparación con los datos teóricos por diferencias finitas, con los datos obtenidos de forma experimental.

Teórico						
Ensayos	T1[°C]	T2[°C]	T3[°C]	T4[°C]	T5[°C]	T6[°C]
1	120,000	70,330	46,280	34,420	27,100	25,400
2	120,000	69,640	45,220	33,170	25,690	23,900
3	120,000	69,170	44,520	32,340	24,780	23,000
4	120,000	69,170	44,520	32,340	24,780	23,000
5	120,000	70,578	46,653	34,866	27,552	25,800
Tpromedio	120,000	69,778	45,439	33,427	25,980	24,220
Experimental						
Ensayos	T1[°C]	T2[°C]	T3[°C]	T4[°C]	T5[°C]	T6[°C]
1	121,250	70,250	46,000	33,250	26,750	24,500
2	120,750	70,250	43,750	34,250	26,000	25,000
3	120,750	69,000	42,750	32,500	24,500	23,250
4	120,750	69,500	44,750	32,250	26,500	25,000
5	121,000	68,750	44,250	33,000	26,500	24,500
Tpromedio	120,900	69,550	44,300	33,050	26,050	24,450
Error						
	1%	0%	3%	1%	0%	1%

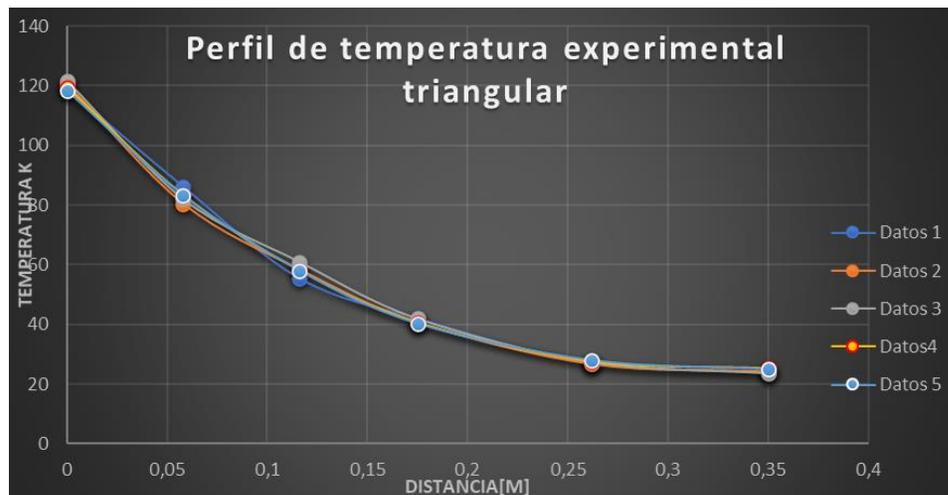
Nota. En la tabla se puede observar la temperatura promedio que se tiene calculado ya sea de manera teórica o de forma experimental, además el error más alto que sale es el 3%.

Superficie extendida triangular

Se puede apreciar en la figura 46 que existe una tendencia a seguir la curva teórica como se puede apreciar en la figura 47.

Figura 48

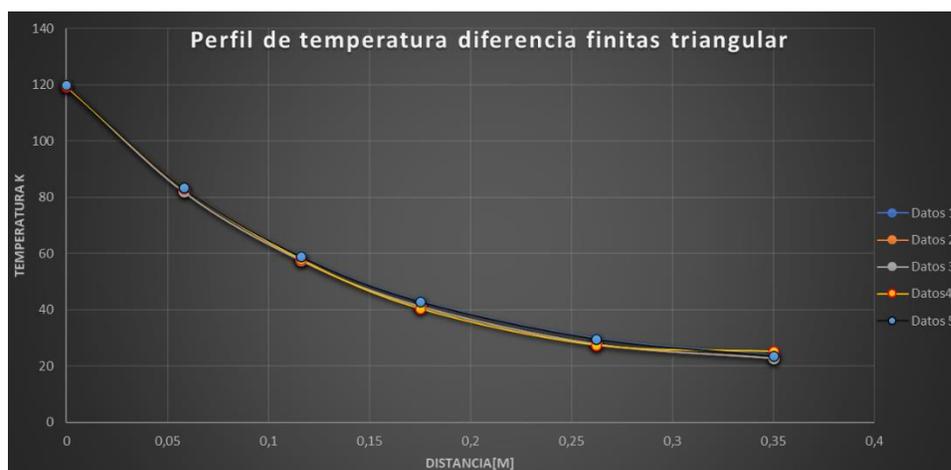
Perfil de temperaturas de las 5 mediciones experimentales de la superficie extendida triangular.



Nota. Datos experimentales

Figura 49

Perfil de temperaturas de los 5 calculo realizados por diferencias finitas de la superficie extendida triangular.



Nota. Datos diferencias finitas

Tabla 34

Análisis del error de la superficie extendida triangular en comparación con los datos teóricos por diferencias finitas, con los datos obtenidos de forma experimental.

Teórico						
Ensayos	T1[°C]	T2[°C]	T3[°C]	T4[°C]	T5[°C]	T6[°C]
1	120,000	83,470	59,190	43,180	29,910	23,970
2	120,000	82,100	57,700	41,400	27,940	22,900
3	120,000	82,100	57,700	41,400	27,940	22,900
4	119,250	83,250	58,000	40,500	27,500	25,250
5	120,000	83,340	58,960	42,870	29,550	23,570
Tpromedio	119,850	82,852	58,310	41,870	28,568	23,718
Experimental						
Ensayos	T1[°C]	T2[°C]	T3[°C]	T4[°C]	T5[°C]	T6[°C]
1	119,200	86,250	55,500	42,000	27,000	24,000
2	120,500	80,500	58,500	40,750	26,750	24,250
3	121,500	82,000	61,000	42,000	27,500	23,750
4	119,250	83,250	58,000	40,500	27,500	25,250
5	118,250	83,250	58,050	40,250	28,000	25,000
Tpromedio	119,740	83,050	58,210	41,100	27,350	24,450
Error						
	0%	0%	0%	2%	4%	3%

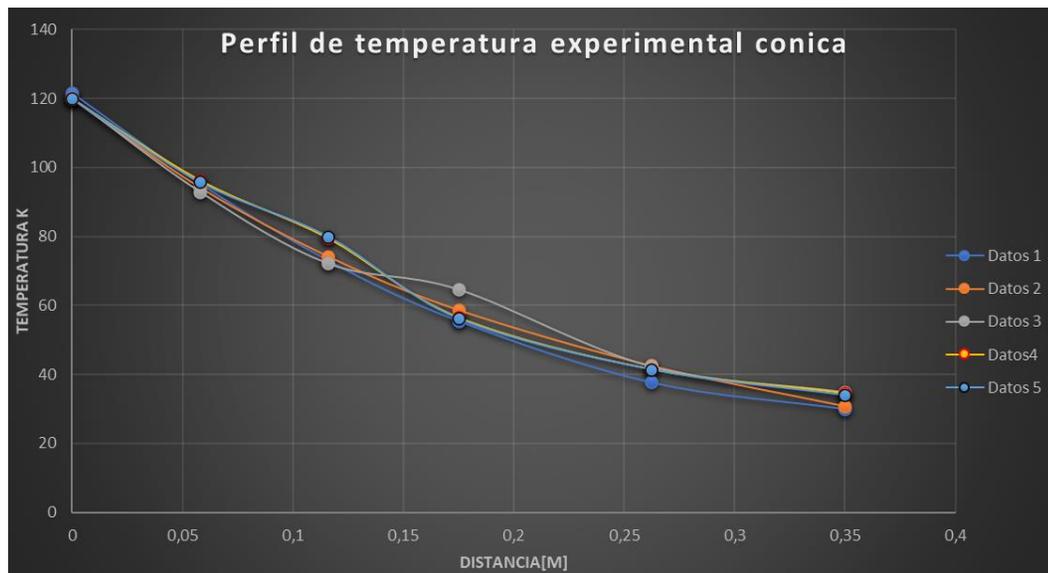
Nota. En la tabla se puede observar la temperatura promedio que se tiene calculado ya sea de manera teórica o de forma experimental, además el error más alto que sale es el 4%.

Superficie extendida cónica

Se puede apreciar en la figura 50 que existe una tendencia a seguir la curva teórica como se puede apreciar en la figura 51.

Figura 50

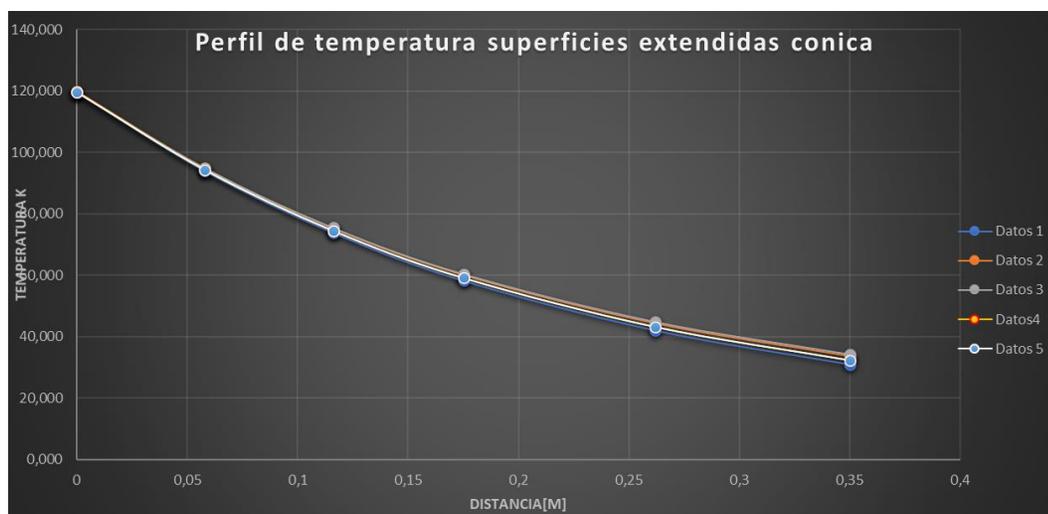
Perfil de temperaturas de las 5 mediciones experimentales de la superficie extendida cónica.



Nota. Datos experimentales

Figura 51

Perfil de temperaturas de los 5 calculo realizados por diferencias finitas de la superficie extendida cónica.



Nota. Datos diferencias finitas

Tabla 35

Análisis del error de la superficie extendida triangular en comparación con los datos teóricos por diferencias finitas, con los datos obtenidos de forma experimental.

Teórico						
Ensayos	T1[°C]	T2[°C]	T3[°C]	T4[°C]	T5[°C]	T6[°C]
1	119,790	94,067	73,973	58,348	42,112	31,072
2	119,830	94,836	75,335	60,194	44,490	33,826
3	119,810	94,947	75,544	60,477	44,859	34,288
4	119,800	94,411	74,590	59,187	43,191	32,311
5	119,800	94,411	74,590	59,187	43,191	32,311
Tpromedio	119,806	94,534	74,806	59,479	43,568	32,7618085
Experimental						
Ensayos	T1[°C]	T2[°C]	T3[°C]	T4[°C]	T5[°C]	T6[°C]
1	121,500	95,250	73,000	55,500	37,750	30,000
2	120,000	94,250	74,290	58,790	42,680	30,900
3	120,250	93,000	72,250	64,750	42,500	35,000
4	120,000	96,250	79,500	56,500	41,500	34,500
5	120,000	95,750	80,000	56,250	41,500	34,000
Tpromedio	120,350	94,900	75,808	58,358	41,186	32,880
Error						
	0%	0%	1%	2%	5%	0%

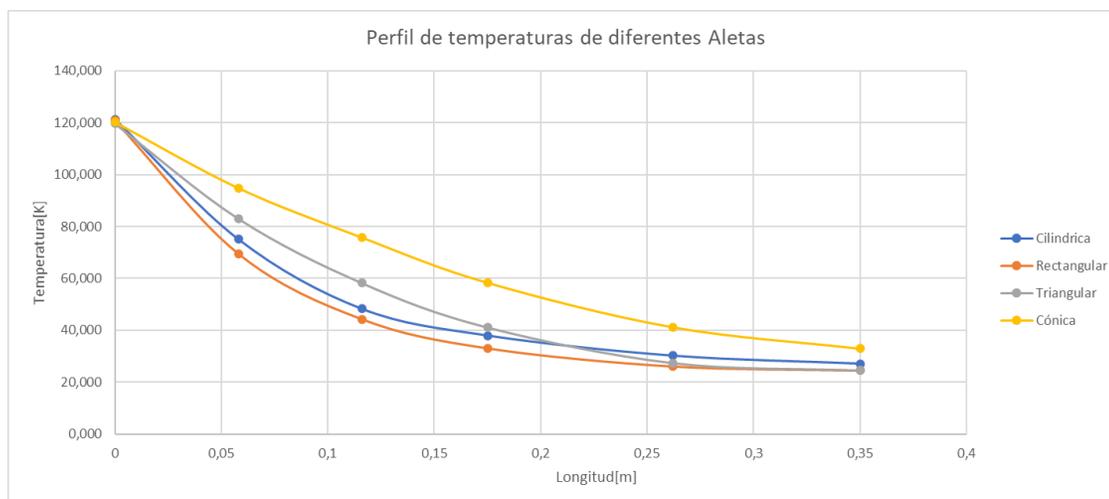
Nota. En la tabla se puede observar la temperatura promedio que se tiene calculado ya sea de manera teórica o de forma experimental, además el error más alto que sale es el 5%, es un error bajo por lo que los resultados están correctamente realizados.

Comparación entre superficies extendidas

Se conoce que dependiente de la geometría de la superficie extendida la eficiencia de disipación de calor es mayor o menor.

Figura 52

Perfil de temperaturas obtenidas de manera experimental de las superficies extendidas.



Nota. En la figura se puede observar el perfil de temperaturas promedio de cada una de las aletas experimentalmente, las características de las curvas de tendencia que forma son únicas y esto se ve reflejado directamente en la eficiencia de disipación de calor.

Tabla 36

Eficiencia de las superficies extendidas.

Tipo de superficie extendida	Eficiencia	Tbase [K]	Tamb [K]	Calor de la aleta [W]
Cilíndrica	0,309	121,350	21,059	3,705
Rectangular	0,339	120,900	21,297	2,142
Triangular	0,316	119,740	21,512	3,151
Cónica	0,702	120,350	21,126	6,470

Nota. El cálculo de la eficiencia para cada una de las superficies extendidas se realizó con el promedio de los datos tomados experimentalmente (5 datos).

CAPITULO VI: ANÁLISIS ECONÓMICO

El siguiente capítulo especifica la inversión que se realizó para la construcción del proyecto, entre los cuales tenemos:

Tabla 37

Costos de los componentes y materiales para el desarrollo del equipo.

Descripción	Cantidad	Costo Unitario (\$)	Costo Total (\$)
Yeso	5	0,50	2,50
Probetas	4	10,00	40,00
Electrodos 7018	1	4,00	4,00
Resistencia	1	30,00	30,00
Cable Siliconado	2	2,50	5,00
Termocuplas	7	5,00	35,00
Acondicionador MAX6675	7	14,00	98,00
Relé Sólido	1	13,00	13,00
Arduino	1	30,00	30,00
Enchufe industrial de 3 patas	1	5,00	5,00
Cables para Arduino	1	10,00	10,00
Impresión 3D (estructura)	1	30,00	30,00
Plancha de tol 0,7 mm	1	10,00	10,00
Pintura	3	6,00	18,00
Gancho sujetador	2	4,00	8,00
Tiradera	1	8,60	8,60
Laca en spray	1	7,00	7,00
Capacitores	6	0,25	1,50
Nivel	1	1,00	1,00
Tornillo tipo gancho	1	3,00	3,00
Cable	3	0,70	2,10
Caja de acrílico	1	20,00	20,00
Lana de roca	1	5,00	5,00
Taipe	1	1,00	1,00
Brocas	3	5,00	15,00
Lijas	4	0,25	1,00
Cinta doble faz	1	3,00	3,00
		TOTAL	406,70

Nota. Costo por descripción del proyecto.

En la Tabla 39 se hace referencia a los costos adicionales pero que serán costeados por los auspiciantes que para el presente proyecto es la institución y se tiene en cuenta tanto la asesoría profesional del docente y la mano de obra de los estudiantes. Para ello tomaremos como base un costo de 20 dólares la hora para el

pago del docente teniendo en cuenta 1 hora diaria; mientras el costo de 2,38 dólares la hora por cada estudiante teniendo en cuenta 4 horas diarias durante las 16 semanas.

Tabla 38

Costos de remuneración a docentes y estudiantes.

Nombre	Cargo	Tiempo (Horas)	Valor (\$)
Ing. Ángelo Villavicencio	Tutor de tesis	70	1 400,00
Sr. Fabricio Benalcázar	Responsable del proyecto	400	952,00
Srta. Jenny Oña	Responsable del proyecto	400	952,00
TOTAL			3 304,00

Nota. Costos del proyecto por cargo.

En la Tabla 36 se puede observar el costo total que se financió en el proyecto.

Tabla 39

Costo total del proyecto.

Descripción	Costo (\$)
Costos de los componentes y materiales.	406,70
Costos de remuneración a docentes y estudiantes.	3 304,00
TOTAL	3710,70

Nota. Costos del proyecto por descripción.

Tabla 40

Porcentajes correspondientes del costo del proyecto

Descripción	Costo (\$)	Porcentaje [%]
Aporte de los responsables del proyecto	406,70	11
Aporte de la universidad	3 304,00	89
TOTAL	3710,70	100

Nota. Especificaciones del aporte de los estudiantes y la universidad para el proyecto.

En la Tabla 40 se puede observar que el 11% del proyecto será el costo que aportaran los estudiantes para la construcción del equipo, donde para cada uno corresponderá la cantidad de 203,35 dólares que equivale al 5,5% por cada estudiante.

Conclusiones

- En el análisis de las superficies extendidas de sección no constante por el método de diferencias finitas las soluciones de las ecuaciones diferenciales serán más exactas mientras más nodos se analice, por tanto, el número de nodos para que la temperatura converja en las superficies extendidas (cilíndrica, rectangular, triangular y cónica) varía entre 101 y 151 nodos.
- En la determinación del coeficiente de convección para las superficies extendidas de sección variable son: para la aleta triangular que varía entre 5,37 y 15,67 W/m^2K y para la aleta cónica entre 5,13 y 10,9 W/m^2K , por lo tanto, el coeficiente de convección más apropiado para el análisis de este banco de pruebas que se debe utilizar es de 14,5 y de 8,5 W/m^2K respectivamente.
- La eficiencia y el calor varían debido a que el coeficiente de convección natural depende de la geometría de la aleta, tomando en cuenta que todas las superficies extendidas tienen la misma área superficial siendo de 0,01[m²], por tanto, es una variable importante.
- La superficie extendida cónica logra estabilizarse en 1 hora y 24 minutos siendo la que se demora más tiempo para llegar al estado estable, mientras que la triangular es la de menor tiempo de estabilización con 43 minutos, además las superficies extendidas de sección constante (cilíndrica y rectangular) logran estabilizarse al mismo tiempo que es de 1 hora con 15 minutos, por tanto, se puede decir que los tiempos de estabilización están directamente relacionados con el volumen que posee cada superficie extendida.

- La aleta de tipo cónica tiene una disipación de calor de 6,4W este valor es alto, por tanto, le permite disipar más calor al ambiente en comparación a las otras geometrías, por el contrario, la aleta de tipo rectangular obtuvo una disipación de calor de 2,14W, siendo la geometría de menor disipación de calor, esto se da debido a la influencia de los ángulos rectos que posee su geometría.
- Al comparar los resultados experimentales con el método general, la distribución de temperaturas tiene un porcentaje de error menor o igual al 11%, como consecuencia, los errores son altos, debido a que se utiliza el coeficiente radiación linealizado, por ende, no es un método aproximado a la realidad.
- Todos los errores que se obtuvieron de manera experimental comparadas con el método de diferencias finitas en el equipo, fueron menores o iguales al 5%, por tanto, los valores son bajos, debido a que se resolvió la ecuación diferencial describiendo de mejor manera el fenómeno, teniendo una mejor aproximación en comparación a un coeficiente linealizado, por tanto, el banco de pruebas se encuentra correctamente validado.

Recomendaciones

- Realizar el diseño, construcción e implementación de otros tipos de superficies extendidas variando la geometría y determinar su eficiencia.
- Realizar un arreglo de superficies extendidas de diferentes geometrías para poder ocuparlo en el banco de pruebas y hacer un análisis a fondo de lo que ocurre con el calor disipado.
- Implementar un sistema de toma de datos automatizado que grafique el perfil de temperaturas en un tiempo determinado.
- Ocupar aparatos de medición más precisos para disminuir los errores en la toma de datos.
- Implementar las mismas geometrías, pero con diferente material para analizar la transferencia de calor en comparación con el análisis ya realizado con el acero A36.

Referencias

- Abad, J. P. (2010). Design and Optimization of Composite Rectangular Fins Using the Relative Inverse Thermal Admittance. *ASME - DIGITAL COLLECTION*, 135(8), 1. doi:<https://doi.org/10.1115/1.4024016>
- Almachi, N. J., & Pilliza, O. J. (2013). Diseño y construcción de un equipo para el estudio de transferencia de calor en superficies extendidas en estado estable destinado al laboratorio de Transferencia de Calor de la Escuela Politécnica Nacional. Quito, Pichincha, Ecuador.
- Bobadilla, M., Zavala de la Cruz, F., Ramirez, E., Gonzalez, J., Mendoza, A., Mormontoy, W., . . . Yglesias, J. (2008). *Metodología de la Investigación Científica* (Primera ed.). Perú. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/341639068_Metodologia_de_la_Investigacion_Cientifica
- Calderon, M., & Chávez, A. (2018). Simulación numérica de las ecuaciones en diferencias finitas para determinar las temperaturas nodales en una aleta cilíndrica. Trujillo, Peru.
- Cengel, Y. (2011). Transferencia de calor y masa. En Y. Cengel, & A. Ghajar, *Transferencia de calor y masa*. McGrawHill.
- Geek Factory. (2018). Obtenido de <https://www.geekfactory.mx/tutoriales/tutoriales-arduino/termopar-con-arduino-y-max6675-medicion-de-temperatura/>
- Incropera, F. P., & Dewitt, D. P. (2011). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. Indiana: JOHN WILEY & SONS.
- Lazo, S., & Salguero, M. (2017). *CONSTRUCCIÓN DE UN BANCO DE PRUEBAS EN SUPERFICIES EXTENDIDAS PARA FINES DIDÁCTICOS*. Universitaria.

- Mahara, N., & Singh, V. (2017). Transient State Analysis of Cylindrical Fin using Simulation Method and Compare Different Fin Material. *IJSRD - International Journal for Scientific Research & Development*, 4(11), 289.
- Satar, H. A., & Naji, R. K. (2016). STUDY OF PREY-PREDATOR SYSTEM WITH VERTICAL TRANSMITTED DISEASE IN PREDATOR. *GLOBAL JOURNAL OF ENGINEERING SCIENCE AND RESEARCHESA*, 3(4), 128. Obtenido de <http://www.gjesr.com/Issues%20PDF/Archive-2016/April-2016/21.pdf>
- Viguera, G. P. (2012). Diseño y optimización de espines cilíndricos "composites", espines compuestos, bajo condiciones de convección. Cartagena, Colombia.

ANEXOS

ANEXO 1. Manual de usuario

ANEXO 2. Manual de mantenimiento

ANEXO 3. Guía de laboratorio

ANEXO 4. Hojas de proceso

ANEXO 5. Memoria técnica.

ANEXO 6. Selección diámetro y longitud óptima para superficie extendida.

ANEXO 7. Selección de diámetro hidráulico para aletas de sección no uniforme.

ANEXO 8. Graficas de calor vs longitud yeso.

ANEXO 9. Graficas distribución de temperaturas diferencias finitas.

ANEXO 10. Graficas perfil de temperaturas experimentales.

ANEXO 11. Graficas de comparación de perfil de temperaturas por diferencias finitas.

ANEXO 12. Errores relativos de temperaturas.

ANEXO 13. Gráficas temperaturas promedio experimentación.

ANEXO 14. Planos superficies extendidas.

ANEXO 15. Resolución de EDO Tiempo de estabilización mediante Wolfram
Mathematica.

ANEXO 16. Programa Arduino para superficies extendidas.

ANEXO 17. Resolución mediante diferencias finitas ecuaciones.