



# ANÁLISIS MODAL ESPECTRAL EN ESTRUCTURAS CON AISLADORES ELASTOMÉRICOS

Roberto Aguiar Falconí<sup>(1)</sup> y Jenniffer Salazar Contreras<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup>Centro de Investigaciones Científicas  
Universidad de Fuerzas Armadas, [raguiar@espe.edu.ec](mailto:raguiar@espe.edu.ec)

<sup>(2)</sup>Estudiante de IX Nivel de la Carrera de Ingeniería Civil.  
Universidad de Fuerzas Armadas

## RESUMEN

Las estructuras con aisladores de base, han demostrado en sismos muy fuertes que tienen un gran comportamiento sísmico debido a que los aisladores son los que disipan la energía sísmica y trabajan como una especie de filtro que reduce las aceleraciones y el contenido de frecuencia que ingresa a la estructura. Esto se lo visualiza en el presente artículo comparando los registros de dos estructuras gemelas, con y sin aisladores de base, durante el mega sismo de Chile de 2010. Por este motivo es que en el CEINCI-ESPE se viene trabajando en este campo y es así como se han construido tres prototipos de aisladores de base elastoméricos.

En este artículo se presenta el Método Modal Espectral, considerando tres grados de libertad por planta, aplicado al análisis sísmico espacial de estructuras con aisladores de base elastoméricos. Para explicar el marco teórico del método se realiza el análisis sísmico de una estructura de un piso con aisladores de base; los resultados que se obtienen son comparados con los que se hallan al aplicar el Método Cuasi Estático. La acción sísmica para los dos casos es la componente horizontal del sismo de El Centro de 1940, para el Método Modal Espectral se trabaja con el espectro y para el Método Cuasi Estático con el acelerograma. Finalmente, se aporta con dos programas al sistema de computación **CEINCI-LAB** que sirven para determinar la matriz de rigidez de piso en: la losa del sistema de aislación y en la superestructura.

## ABSTRACT

Structures with base isolators, have demonstrated that have a great behavior during very strong earthquakes because they dissipate seismic energy and work as a filter that reduces the acceleration and frequency content that enters to the structure. This fact is explained in this article and can be visualized comparing the registers of two twin structures, with and without base isolators, during the mega quake of Chile in 2010. For this reason is that in the CEINCI-ESPE we have been working in this field and have been built three prototypes of elastomeric base isolators.

In this article, it's introduced the Modal Spectral Method, considering three degrees of freedom per floor, applying the seismic analysis to structures with elastomeric base isolators. In order to explain the theoretical framework of this method, it's performed the seismic analysis of a one-story structure with base isolators, the results obtained are compared with those found by applying the quasi-static method. The seismic action for the two cases is the horizontal component of earthquake: El Centro, 1940. The Modal Spectral Method is working with the spectrum and for the quasi-static method with the accelerogram.

Finally, two more programs are introduced to the computer system **CEINCI-LAB**, that serve to calculate the spatial stiffness matrix of: the insulation system and the superstructure.

## 1. INTRODUCCIÓN

Cada día es más creciente el número de estructuras que tienen aisladores de base por que simplemente tienen muy buen comportamiento ante sismos severos. A manera de ejemplo se indica en este apartado los registros que se obtuvieron en el cuarto piso del edificio Andalucía en Santiago de Chile, durante el sismo del 27 de febrero de 2010, que tuvo una magnitud  $M_w = 8.8$ .

En el Conjunto habitacional Andalucía se construyeron, dos edificios similares al indicado en la izquierda de la figura 1, el uno con aisladores de base elastoméricos y el otro sin aisladores; los dos fueron instrumentados con el objeto de comparar los registros sísmicos en terremotos futuros.



**Figura 1** Edificio Andalucía con aisladores de base elastoméricos. Moroni *et al.* (2010).

A la derecha de la figura 1 se indican tres de los seis aisladores que tiene el edificio, que dicho sea de paso tiene una planta de 10 por 6 m. Los aisladores fueron colocados sobre la cimentación. Se aprecia que estos aisladores son circulares de 31.5 cm., de altura y 32.6 cm., de altura, no tienen núcleo de plomo. Moroni *et al.* (2010).

En la figura 2 se muestran los registros de aceleraciones encontrados en el cuarto piso, durante el mega sismo de Chile de 2010, en la parte superior se halla el registro del edificio sin aisladores de base donde se aprecia que las aceleraciones fueron del orden de los 1000 gals; en la parte inferior de la figura 2 se muestra el registro del edificio con aisladores de base, se observa que las aceleraciones son inferiores a 250 gals.

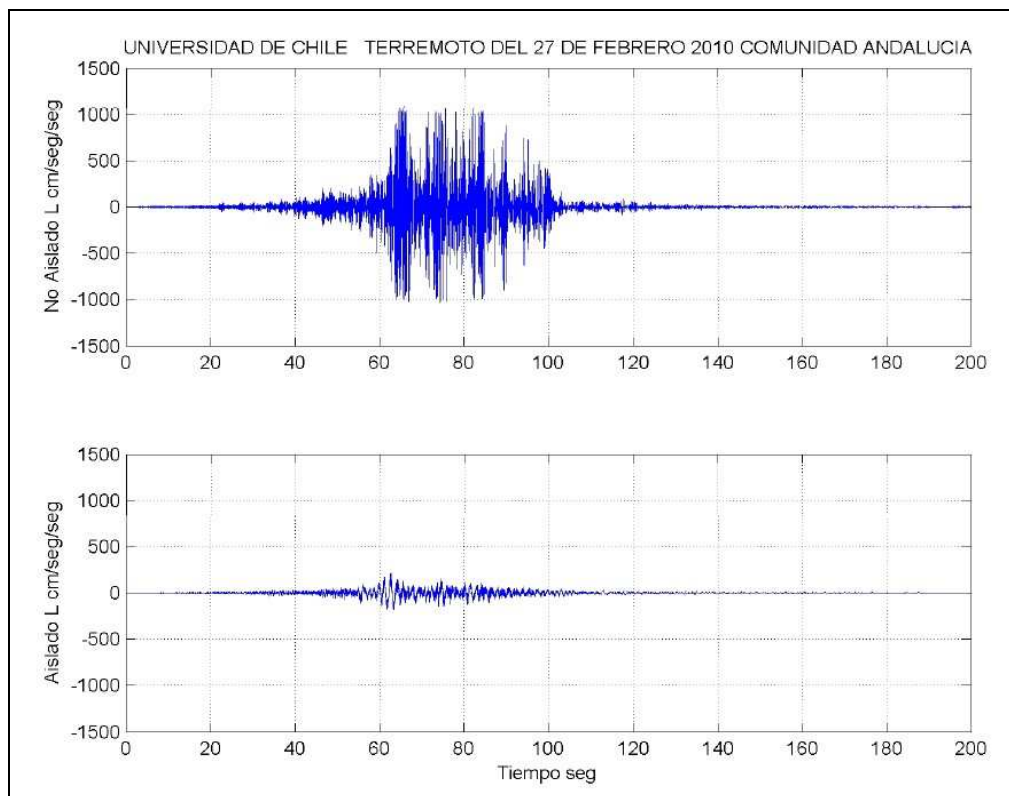
De tal manera que los aisladores de base son como una especie de filtro que reduce las aceleraciones del suelo que ingresan a la estructura. No solo reducen en magnitud sino también en el contenido de frecuencia. En efecto, el contenido de frecuencias del registro de la parte superior de la figura 2 es mucho mayor que el de la parte inferior.

En el edificio sin aisladores de la Comunidad Andalucía los muebles y sus contenidos se cayeron durante el sismo, además de ello se generaron pequeñas rajaduras en las paredes. En cambio en el edificio gemelo aislado no pasó nada.

Algo similar se observó en todas las estructuras con aisladores de base en Chile, durante el mega sismo del 2010. (Sarrazin, 2010).

En el Centro de Investigaciones Científicas de la ESPE se viene investigando en esta temática desde el 2006, a la fecha se ha escrito un libro Aguiar *et al.* (2008); se han construido tres prototipos de aisladores elastoméricos los mismos que se indican en la figura 3 y lo más

importante el tema de aisladores de base forma parte de la materia: *Análisis Sísmico de Estructuras* que imparte el primero de los autores en la Carrera de Ingeniería Civil de la ESPE.



**Figura 2** Aceleraciones registradas en el cuarto piso de los edificios sin y con aislamiento.

El primer aislador ensayado en la ESPE, en lugar de colocar núcleo de plomo se colocó como núcleo un perno pasado; en el segundo se colocó un perno macizo y en el tercero un resorte. En Aguiar *et al.* (2010,1,2) se habla sobre el comportamiento que tuvieron los dos primeros aisladores en el laboratorio y en Auqui (2010) se indica el comportamiento del tercer aislador.



**Figura 3** Aisladores de base ensayados en la ESPE.

A la izquierda de la figura 3 se presenta el aislador con perno pasado, en el cual el perno central tenía dos puntos de suelda a la placa de acero superior lo cual no ayudó en los resultados que se obtuvieron pero a más de ello falló el vulcanizado del caucho con las laminas de acero. Con esta experiencia se construyó el prototipo que está al centro de la figura 3 que

se ha denominado con perno macizo, que tuvo una mejor vulcanización del anterior y por consiguiente mejores resultados en el laboratorio, ya no se tienen puntos de suelda en la parte superior de la placa. El tercer aislador con un resorte elicoidal en la parte central tiene por objeto flexibilizar verticalmente al aislador, se muestra a la derecha de la figura 3.

Los resultados encontrados en los tres prototipos son satisfactorios sin embargo la investigación continúa.

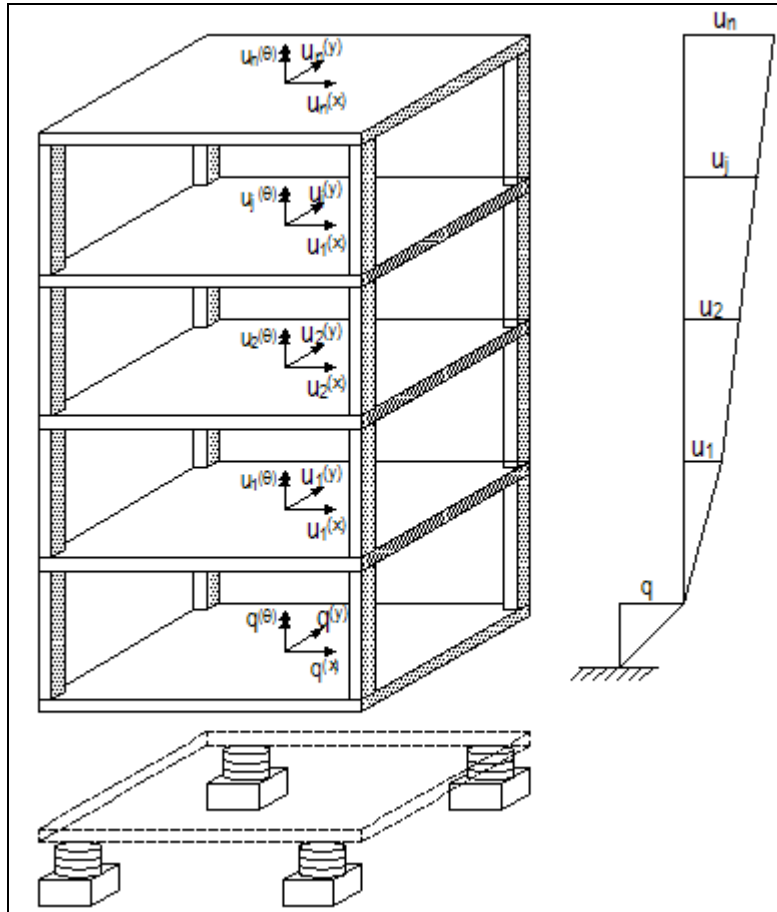


Figura 4 Modelo de tres grados de libertad por planta. Aguiar *et al.* (2008).

## 2. MARCO TEÓRICO

En la figura 4 se presenta un edificio con aisladores de base colocados sobre la cimentación. Se va a trabajar con un modelo de losa rígida que considera tres grados de libertad por planta, dos componentes de desplazamiento horizontal y una rotación de piso. A los grados de libertad del sistema de aislación se los ha identificado con la letra  $q$  y a los grados de libertad de la superestructura con la letra  $u$ . Nótese que se va a trabajar con coordenadas relativas. El sistema de ecuaciones diferenciales que gobierna el problema es el siguiente:

$$M^{(t)} \ddot{q} + C^{(b)} \dot{q} + K^{(b)} q = -M^{(t)} r^{(b)} \ddot{u}_g - r^{(s)t} M^{(s)} \ddot{u} \quad (1)$$

$$M^{(s)} \ddot{u} + C^{(s)} \dot{u} + K^{(s)} u = -M^{(s)} r^{(s)} [\ddot{q} + r^{(b)} \ddot{u}_g] \quad (2)$$

La primera ecuación diferencial está asociada con el sistema de aislación y la segunda ecuación diferencial con la superestructura. El significado de las variables indicadas en las

ecuaciones (1) y (2) son:  $M^{(t)}$  es la matriz de masas del sistema de aislación (de 3 por 3) calculada con todo el peso de la estructura, es decir sumando el peso de la superestructura, el peso de la losa de aislación y el peso de los aisladores;  $C^{(b)}$  es la matriz de amortiguamiento del sistema de aislación (de 3 por 3);  $K^{(b)}$  es la matriz de rigidez del sistema de aislación (de 3 por 3).  $M^{(s)}$ ,  $C^{(s)}$ ,  $K^{(s)}$  son las matrices de masas, amortiguamiento y rigidez de la superestructura (el orden de estas matrices es de 3 NP por 3 NP, siendo NP el número de pisos). Estas matrices se halla como que tuvieran la base empotrada sin aisladores;  $r^{(b)}$  es el vector de incidencia del movimiento del suelo en los grados de libertad a nivel del sistema de aisladores;  $r^{(s)}$  es la matriz de incidencia del movimiento del suelo en los grados de libertad de la superestructura;  $\ddot{u}_g$  es la aceleración del suelo debido al sismo;  $\ddot{u}$  es la aceleración que ingresa a la superestructura por efecto del sismo;  $q, \dot{q}, \ddot{q}$  son vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración del sistema de aislación, en realidad el vector  $q$  contiene al desplazamiento horizontal en X, que se ha denominado  $q^{(x)}$ , el desplazamiento horizontal en Y, denominado  $q^{(y)}$  y la rotación de piso llamada  $q^{(\theta)}$ . Finalmente,  $u, \dot{u}, \ddot{u}$  son los vectores de desplazamiento velocidad y aceleración de la superestructura.

En Aguiar (2008) y Aguiar *et al.* (2008) se presentan tres métodos para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales indicados en las ecuaciones (1) y (2). Los métodos son: el Método Cuasiestático, el Método de Masas Corregidas y el Método Predictor Corrector: De La Llera *et al.* (2005), Seguí *et al.* (2008). En este artículo se presenta más adelante en forma resumida el Método Cuasiestático que se lo va a emplear.

Seguí (2007) presenta un nuevo método de solución de las ecuaciones (1) y (2) aplicando el Método de Superposición Modal tanto al sistema de aislación como a la superestructura.

### 3. MÉTODO CUASIESTÁTICO

El Método Cuasiestático considera que la aceleración que ingresa a la superestructura es nula, es decir  $\ddot{u} = 0$ , la misma que tiene cierto rango de aplicación. Esta hipótesis implica suponer que la flexibilidad de la superestructura no influye en la respuesta del sistema de aislamiento y es adecuada, especialmente cuando el período de vibración de la superestructura es menor a 1.0 s. Kulkarni y Jangrid (2002).

Lo óptimo es colocar aisladores de base en estructuras cuyo período de vibración es menor a 1.0 seg. Si la estructura sin aisladores de base tiene un período mayor a 1.0 seg., ya no es adecuado colocar aisladores de base. Por lo tanto, no implica mayor error considerar  $\ddot{u} = 0$  en las estructuras que realmente requieren aisladores de base.

Dos son las hipótesis fundamentales del Método Cuasiestático y son: i) el sistema de aislamiento de base considera a la superestructura como un cuerpo rígido; ii) la superestructura recibe fuerzas laterales estáticas que son provenientes de una aceleración generada en base al sistema de aislamiento.

Al considerar  $\ddot{u} = 0$ , la ecuación diferencial (1) se convierte en:

$$M^{(t)} \ddot{q} + C^{(b)} \dot{q} + K^{(b)} q = -M^{(t)} r^{(b)} \ddot{u}_g \quad (3)$$

De tal manera que el movimiento del sistema de aislamiento se resuelve en forma dinámica, empleando el Procedimiento de Espacio de Estado o cualquier otro método para encontrar la respuesta  $q$  y  $\dot{q}$ .

Por otra parte, la respuesta de la superestructura se halla en forma estática mediante las ecuaciones ( 4 ) y ( 5 )

$$\mathbf{K}^{(s)} \mathbf{u} = \mathbf{F}^{(s)}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (4)$$

$$\mathbf{F}^{(s)}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{M}^{(s)} \mathbf{r}^{(s)} \tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (5)$$

$$\tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{M}^{(t)-1} \left( \mathbf{C}^{(b)} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}^{(b)} \mathbf{q} \right) \quad (6)$$

La ecuación ( 4 ) es la ecuación básica de equilibrio de estructuras estáticas pero aquí se debe calcular en cada incremento de tiempo,  $\mathbf{F}^{(s)}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  que son las fuerzas que actúan en la superestructura en cada piso;  $\tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  es la aceleración que ingresa a la superestructura.

#### 4. MÉTODO MODAL ESPECTRAL-CUASI ESTÁTICO

Como se indicó Según (2007) aplica el Método de Superposición Modal, MSM, tanto al sistema de aislamiento como a la superestructura. En este artículo solo se aplica al sistema de aislamiento el MSM y a la superestructura se aplica el Cuasiestático. Aguiar *et al.* (2008). Por lo tanto, el MSM se aplica a la siguiente sistema de ecuaciones diferenciales.

$$\mathbf{M}^{(t)} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}^{(b)} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}^{(b)} \mathbf{q} = -\mathbf{M}^{(t)} \mathbf{r}^{(b)} \ddot{\mathbf{u}}_g$$

En este caso la aceleración del suelo  $\ddot{\mathbf{u}}_g$  viene dado en un espectro. A esta aceleración espectral se denomina  $A_d$ . La aplicación del MSM se resume en los siguientes pasos:

- i. Se determina el factor de participación modal  $\gamma_i^{(b)}$

$$\gamma_i^{(b)} = \frac{\phi^{(i)t} \mathbf{M}^{(t)} \mathbf{r}^{(b)}}{\phi^{(i)t} \mathbf{M}^{(t)} \phi^{(i)}} \quad (7)$$

Donde  $\phi^{(i)}$  es el modo de vibración  $i$ . El significado de las restantes variables ha sido ya indicado.

- ii. Para cada período de vibración  $T_i$  se halla la aceleración espectral  $A_{di}$ .
- iii. Se encuentran los desplazamientos máximos modales  $\mathbf{q}_i$

$$\mathbf{q}_i = \gamma_i^{(b)} \left( \frac{T_i}{2\pi} \right)^2 A_{di} \phi^{(i)} \quad (8)$$

- iv. Se encuentran las velocidades máximas modales  $\dot{\mathbf{q}}_i$ .

$$\dot{\mathbf{q}}_i = \left( \frac{2\pi}{T_i} \right) \mathbf{q}_i \quad (9)$$

- v. Se aplica un criterio de combinación modal y se encuentra los vectores resultantes de desplazamientos  $\mathbf{q}$  y de velocidades  $\dot{\mathbf{q}}$ .

Aquí termina el MSM en el sistema de aislamiento. Ahora para encontrar los desplazamientos máximos en la superestructura  $\mathbf{u}$  se aplica el Método Cuasiestático. Luego:

- vi. Se encuentra el vector  $\tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{M}^{(t)^{-1}} (\mathbf{C}^{(b)} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}^{(b)} \mathbf{q})$ .
- vii. Se determinan las fuerzas estáticas  $\mathbf{F}^{(s)}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{M}^{(s)} \mathbf{r}^{(s)} \tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ .

Se destaca que la matriz de incidencia  $\mathbf{r}^{(s)}$  tiene la siguiente forma para el análisis sísmico en sentido X. Donde  $\mathbf{1}$  es una matriz unitaria que tiene siempre tres columnas y el número de filas depende del número de pisos de la superestructura;  $\mathbf{0}$  es una matriz compuesta por ceros del mismo orden de la matriz  $\mathbf{1}$ .

$$\mathbf{r}^{(s)} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

Si se desea realizar un análisis sísmico en sentido Y, la matriz unitaria está en la mitad.

- viii. Se resuelve el sistema de ecuaciones lineales:  $\mathbf{K}^{(s)} \mathbf{u} = \mathbf{F}^{(s)}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  y se determina el vector de desplazamientos laterales de la superestructura, con lo cual se considera terminado el análisis sísmico en este artículo.

## 5. APLICACIÓN

Realizar el análisis sísmico en el sentido "X" de la estructura de un piso indicada en la figura 5, por el método Cuasi-Estático – Modal Espectral. Todas las columnas son iguales y son de 30/30 cm., las vigas también son iguales y son de 25/30 cm. Las luces de la estructura son de 5.0 m. en el sentido "X" y 4.0 m. en el sentido "Y"; y la altura del entrepiso es de 3.0 m. La carga muerta es  $D = 500 \text{ Kg} / \text{m}^2$ . La carga viva  $L = 200 \text{ Kg} / \text{m}^2$ . El centro de masas C.M. es colineal entre la losa superior al aislamiento de base y la losa del primer piso. Además la masa de cada aislador es  $0.10 \text{ T seg}^2/\text{m}$ . Realizar el análisis sísmico para un período objetivo de 2.0 seg. Considerar la componente horizontal del sismo de El Centro de 1940 como acción sísmica.

Además se ha resuelto el ejemplo con el procedimiento de **Espacio de Estado** ( Aguiar *et al.* 2008). Se ha obtenido la respuesta en el tiempo y el correspondiente desplazamiento máximo con el objetivo de compararlo con el método anterior.

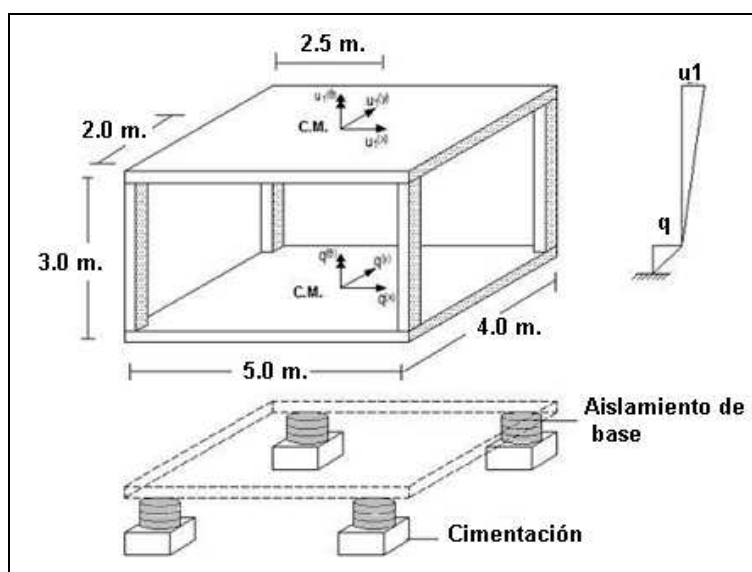


Figura 5 Estructura de análisis.

### 5.1 Matrices de rigidez, masa y amortiguamiento del sistema de aislamiento

- 1) Es necesario obtener la rigidez de cada aislador  $k^{(b)}$ , para posteriormente encontrar la matriz de rigidez del sistema de aislamiento  $K^{(b)}$ .

La masa del aislador más la cimentación más la masa de la losa bajo la cual están los aisladores, es  $m_b = 0.10 \text{ Ts}^2/\text{m}$ , El amortiguamiento del aislador  $\xi_b = 0.10$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_t}{\# \text{aisladores} * k^{(b)}}}$$

Con el periodo objetivo de 2 segundos y con la masa total (sistema de aislación más super-estructura) se calcula la rigidez de cada aislador:

$$m_t = D + 0.25L + \text{sistema aislación}$$

La masa de la super-estructura será entonces:

$$m_t = \frac{(20 * 0.5) + 0.25 * (20 * 0.2)}{g} = 1.122 \frac{\text{Ts}^2}{\text{m}}$$

En conjunto se obtiene:

$$m_t = 1.122 + 4 * 0.1 = 1.522 \frac{\text{Ts}^2}{\text{m}}$$

Por ende la rigidez del aislador con  $T=2\text{s}$  y  $m_t= 1.522 \text{ Ts}^2/\text{m}$  será:

$$k^{(b)} = 3.756 \text{ T/m}$$

En la figura 6 se muestran los aisladores con sus respectivas rigideces, como son circulares la rigidez es igual en los dos sentidos. En la tabla 1 se indican los valores de  $r$  y  $\alpha$  con los cuales se determina la matriz de rigidez del sistema de aislamiento, referido al Centro de Masas, C.M.

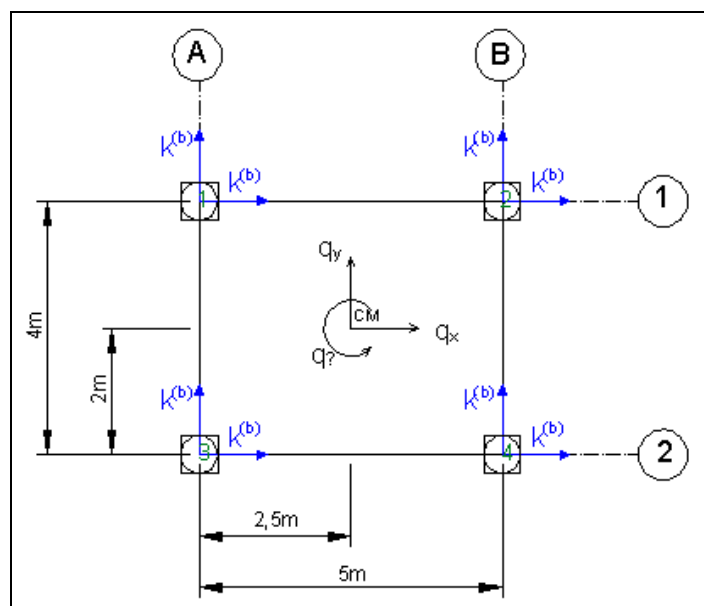


Figura 6 Sistema de aislamiento



Tabla 1 Valores  $r$  y  $\alpha$  de los pórticos.

Aislador	Distancia (x) desde el CM $r$ (m)	Ángulo $\alpha_x$	Distancia (y) desde el CM $r$ (m)	Ángulo $\alpha_y$
1	-2.00	0	-2.50	90
2	-2.00	0	2.50	90
3	2.00	0	-2.50	90
4	2.00	0	2.50	90

La matriz de rigidez del sistema de aislación es diagonal y es la siguiente:

$$K_{xx}^{(b)} = (1 * 3.756 + 1 * 3.756 + 1 * 3.756 + 1 * 3.756) = 15.0267 /m$$

$$K_{yy}^{(b)} = (1 * 3.756 + 1 * 3.756 + 1 * 3.756 + 1 * 3.756) = 15.0267 /m$$

$$K_{\theta\theta}^{(b)} = [(-2)^2 * 3.756 + (-2)^2 * 3.756 + (2)^2 * 3.756 + (2)^2 * 3.756] + [(-2.5)^2 * 3.756 + (2.5)^2 * 3.756 + (-2.5)^2 * 3.756 + (2.5)^2 * 3.756]$$

$$K_{\theta\theta}^{(b)} = 154.01 T/m$$

$$K^{(b)} = \begin{bmatrix} 15.026 & 0 & 0 \\ 0 & 15.026 & 0 \\ 0 & 0 & 154.01 \end{bmatrix}$$

La matriz de masas del sistema de aislación es de la forma:

$$M^{(i)} = \begin{bmatrix} m & & \\ & m & \\ & & J \end{bmatrix}$$

$$J = \frac{m_t}{12} (\alpha^2 + \beta^2)$$

$$J = \frac{1.522}{12} (5^2 + 4^2) = 5.2017 T s^2 /m$$

$$M^{(i)} = \begin{bmatrix} 1.522 & 0 & 0 \\ 0 & 1.522 & 0 \\ 0 & 0 & 5.2017 \end{bmatrix}$$

Con el algoritmo de Wilson y Penzen, Aguiar *et al.* (2007), se obtuvo la matriz de amortiguamientos del sistema de aislamiento, para un  $\zeta_b = 0.10$

$$C^{(b)} = \begin{bmatrix} 0.9564 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9564 & 0 \\ 0 & 0 & 5.6624 \end{bmatrix}$$

## 5.2 Propiedades dinámicas del sistema de aislamiento

Con las matrices de masa y rigidez se obtienen los valores vectores propios. Con los valores propios se hallan las frecuencias y períodos de vibración los mismos que se indican en la tabla 2. En la tabla 3 se presentan los modos de vibración.

Tabla 2 Propiedades dinámicas de la estructura

Modos	Valor Propio ( $\lambda$ )	Frecuencia Natural ( $\omega_n$ )	Periodo de Vibración (T seg.)
1	9.8725	3.142	1.999
2	9.8725	3.142	1.999
3	29.6076	5.441	1.1547

**Tabla 3** Modos de vibración

$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$
1	0	0
0	1	0
0	0	1

### 5.3 Desplazamientos máximos del sistema de aislamiento

A continuación se obtiene los desplazamientos “q” con el método de superposición modal, partiendo del factor de superposición modal.

$$q^{(i)} = \gamma_i^{(i)} A_d^{(i)} \left( \frac{T^{(i)}}{2\pi} \right)^2 \phi^{(i)}$$

$$\gamma_i^{(i)} = \frac{\phi^{(i)T} M^{(i)} r^b}{\phi^{(i)T} M^{(i)} \phi^{(i)}}$$

Para sismo en sentido X:

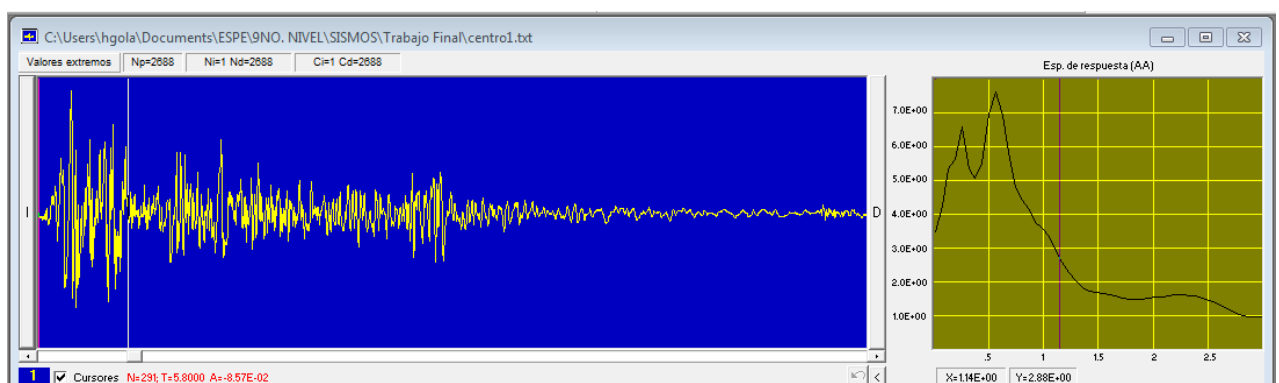
$$r^b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

En la tabla 4 se indican los factores de participación modal. Solo el primer modo tiene un valor diferente de cero.

**Tabla 4** Factores de participación modal

Modo	Factor participación modal ( $\gamma$ )
1	1
2	0
3	0

La aceleración espectral  $A_d$ , se ha tomado del espectro correspondiente al sismo de El Centro de 1940, utilizando el programa DEGTRA se calcula el espectro para el 10% de amortiguamiento y se obtienen las siguientes aceleraciones espectrales para cada periodo y los correspondientes valores de q (tabla 5).



**Figura 7** Acelerograma y espectro del sismo de El Centro de 1940 considerado en el estudio.

Tabla 5 Aceleraciones Espectrales

Periodo de Vibración (T seg.)	Aceleración Espectral ( $A_d$ m/s <sup>2</sup> )
2	1.5
2	1.5
1.15	2.88

$$q^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.1519 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad q^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad q^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Debido a la incidencia del sismo únicamente en la componente en X, al realizar el cálculo del factor de participación modal se determina que únicamente el primer modo tiene relevancia en el cálculo, por lo que se obtiene un desplazamiento, para el primero modo en el sentido horizontal.

A continuación se aplica criterio de combinación modal.

$$q_r = 0.25q_{VA} + 0.75q_{VMP}$$

$$q_{VA}^{(1)} = 0.1519 + 0 + 0 = 0.1519m$$

$$q_{VMP}^{(1)} = \sqrt{0.1519^2 + 0 + 0} = 0.1519m$$

$$q_r = \begin{bmatrix} 0.1519 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

#### 5.4 Cálculo de la aceleración que ingresa a la superestructura

Se halla el vector de aceleración que ingresa a la superestructura:

$$\tilde{a}(q, \dot{q}) = M^{(t)-1} (C^{(b)} \dot{q} + K^{(b)} q)$$

El valor de la aceleración se halla aplicando el criterio de pseudoespectros, Aguiar *et al.* (2007), en el que:

$$PS_v \approx W_n S_d$$

$$\dot{q} \approx W_n q$$

Con lo anterior se tiene el correspondiente valor de velocidad y se obtiene la aceleración de la superestructura en el sentido de análisis:

$$w_n^{(1)} = 3.142$$

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} 0.4774 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Con los vectores de desplazamiento y velocidad del sistema de aislación y con las matrices de Masa Total, amortiguamiento y rigidez del sistema de aislación, se halla la aceleración que ingresa a la superestructura, esta es:

$$\tilde{a}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 1.80 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### 5.5 Vector de Cargas en la Superestructura

El vector de cargas  $F^{(s)}(q, \dot{q})$  se determina con la siguiente ecuación.

$$F^{(s)}(q, \dot{q}) = M^{(s)} r^{(s)} \tilde{a}(q, \dot{q})$$

$$M^{(3)} = \begin{bmatrix} 1.122 & 0 & 0 \\ 0 & 1.122 & 0 \\ 0 & 0 & 3.835 \end{bmatrix}$$

El término  $r^{(s)}$  representa la incidencia del sismo en el grado de libertad del sentido de análisis en la superestructura (para este caso sentido X), generalmente un vector, para el cálculo se utiliza un artificio y  $r^{(s)}$  corresponde a una matriz de orden  $(3NP, 3)$ , siendo NP el número de pisos.

$$r^{(3)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Finalmente, el vector de cargas vale:

$$F^{(s)} = \begin{bmatrix} 2.0196 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### 5.6 Desplazamientos en la Superestructura

Para hallar los desplazamientos en la superestructura se requiere la matriz de rigidez espacial de la estructura. Utilizando el programa **RLAXINFI**, se halló las matrices de rigidez lateral de cada pórtico con inercias gruesas:  $KL^{(1)} = KL^{(2)} = 596.216T/m$ ,  $KL^{(A)} = KL^{(B)} = 639.49T/m$ . Con las que:

$$KE = K^{(s)} = \begin{bmatrix} 1192.432 & 0 & 0 \\ 0 & 1278.98 & 0 \\ 0 & 0 & 12763.353 \end{bmatrix}$$

Luego al resolver el sistema de ecuaciones lineales:

$$K^{(s)} u = F^{(s)}(q, \dot{q})$$

Se halla el vector  $u$

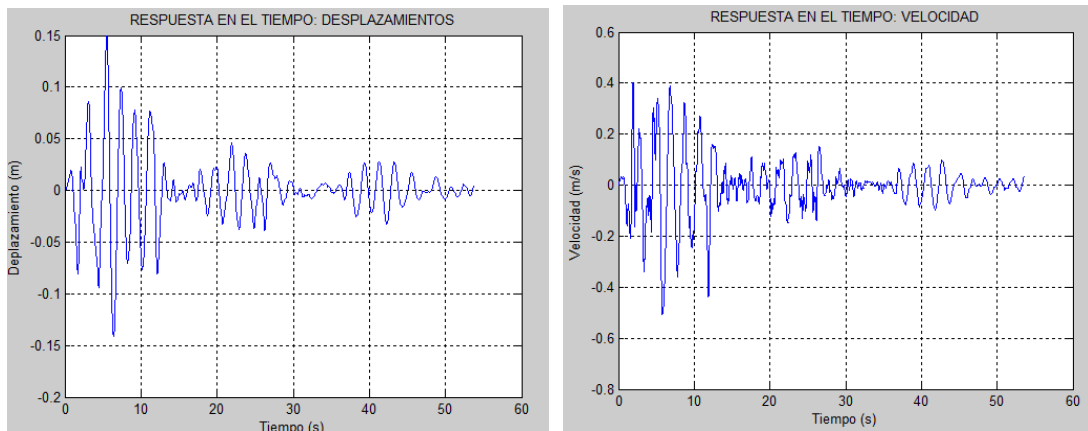
$$u = \begin{bmatrix} 0.0017 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} m$$

Es importante destacar que se ha trabajado con coordenadas relativas, por un lado y por otra parte nótese que la superestructura prácticamente no se desplaza nada lateralmente (1.7 mm.) con lo que se ve la efectividad de los aisladores de base.

### 5.7 Comprobación del desplazamiento y velocidad del sistema de aislación

Se ha obtenido el desplazamiento máximo modal del sistema de aislación igual a 0.1519 m., y se ha encontrado que la velocidad máxima es 0.4774 m/s. Ahora se desea comprobar estos valores, encontrando la respuesta en el tiempo con el Método de Procedimiento de Espacio de Estado y hallando las respuestas máximas, para este objetivo se trabaja con el acelerograma indicado a la izquierda de la figura 7. Las

respuestas en el tiempo se presentan en la figura 8, a la izquierda se tienen los desplazamientos y a la derecha la historia de velocidades. Esto se obtuvo utilizando el programa **pse3** de la librería de **CEINCI-LAB**.



**Figura 8** Respuesta en el tiempo de desplazamientos y velocidades

Las respuestas máximas de desplazamiento y velocidad son: 0.1499 m., y 0.4005 m/s., que son bastante aproximadas a las encontradas con el Método Modal Espectral.

## 6. PROGRAMAS PARA CEINCI-LAB

En el presente artículo se incluyen dos subrutinas para el sistema **CEINCI-LAB**, la primera llamada **KE\_superestructura**, que reporta la matriz de rigidez en coordenadas de piso para una estructura de cualquier número de pisos.

El usuario deberá crear un archivo de datos tipo texto (en bloc de notas), con los valores de r, coseno y seno para cada pórtico. La matriz de rigidez lateral de cada pórtico será ingresada por teclado.

```
function [Ks]=KE_superestructura(A)

%MATRIZ DE RIGIDEZ ESPACIAL DE LA SUPERESTRUCTURA%
%Jenniffer C. Salazar C.%

% A:  archivo que contiene valor para cada portico de r (con signo),
%     seno y coseno, de orden (np,4)

clear();
clc();
load A.txt
fprintf('\t\t CÁLCULO DE LA K ESPACIAL');

np=input('\n\nIngrese número de pisos: ');
[m n]=size(A);

for i=1:m
    fprintf('\n\nIngrese KL pórtico %d: ',i);
    KL(:,i)=input(' ');
end
for i=1:m
    r(:,i)=A(i,1);
    coseno(:,i)=A(i,2);
    seno(:,i)=A(i,3);
```

```

end
npor=m;
Ks=zeros(3*np,3*np);
Kxx=0;Kxy=0;Kxt=0;
Kyy=0;Kyt=0;Ktt=0;
for i=1:npor
    Kxxa=coseno(:,i).^2*KL(:,i);
    Kxx=Kxx+Kxxa;
    Kxya=coseno(:,i).*seno(:,i)*KL(:,i);
    Kxy=Kxy+Kxya;
    Kxta=coseno(:,i).*r(:,i)*KL(:,i);
    Kxt=Kxt+Kxta;

    Kyya=seno(:,i).^2*KL(:,i);
    Kyy=Kyy+Kyya;
    Kyta=seno(:,i).*r(:,i)*KL(:,i);
    Kyt=Kyt+Kyta;

    Ktta=r(:,i).^2*KL(:,i);
    Ktt=Ktt+Ktta;
end
Kyx=Kxy; Ktx=Kxt; Kty=Kyt;
Ks=[Kxx Kxy Kxt;Kyx Kyy Kyt;Ktx Kty Ktt];

```

La segunda subrutina introducida llamada **KE\_losa\_aislacion**, reporta la matriz de rigidez espacial  $K^{(b)}$ , del sistema de aislamiento. Para cualquier tipo de aisladores, se deberá también guardar un archivo de datos tipo texto, que contenga para cada aislador: la rigidez en x, la rigidez en y, la distancia al centro de masas en sentido x y en sentido y.

```

function [Kb]=KE_losa_aislacion(B)

%MATRIZ DE RIGIDEZ ESPACIAL PARA EL SISTEMA DE AISLACION%
%Jenniffer C. Salazar C.%

% na: Número de aisladores
% B: matriz que contiene valor de rigideces (T/m) en sentido
% x, y de cada aislador y la distancia rx, ry al CM (con signo)
% B=[Kbx Kby rx ry]

clear();
clc();
load B.txt;
fprintf('\t\t CÁLCULO DE LA K ESPACIAL');
np=input('\n\nNúmero de pisos: ');
[na m]=size(B);
for i=1:na
    kbx(i)=B(i,1);
    kby(i)=B(i,2);
    rx(i)=B(i,3);ry(i)=B(i,4);
    cosenox(i)=1;cosenoy(i)=0;
    senox(i)=0;senoy(i)=1;
end
kb=[kbx';kby'];
r=[rx';ry'];
coseno=[cosenox';cosenoy'];
seno=[senox';senoy'];
Kb=zeros(3*np,3*np);

```

```

Kxx=0;Kxy=0;Kxt=0;
Kyy=0;Kyt=0;Ktt=0;

for i=1:2*na
    Kxxa=coseno(i).^2*kb(i);
    Kxx=Kxx+Kxxa;
    Kxya=coseno(i).*seno(i)*kb(i);
    Kxy=Kxy+Kxya;
    Kxta=coseno(i).*r(i)*kb(i);
    Kxt=Kxt+Kxta;

    Kyya=seno(i).^2*kb(i);
    Kyy=Kyy+Kyya;
    Kyta=seno(i).*r(i)*kb(i);
    Kyt=Kyt+Kyta;

    Ktta=r(i).^2*kb(i);
    Ktt=Ktt+Ktta;
end

Kyx=Kxy; Ktx=Kxt; Kty=Kyt;
Kb=[Kxx Kxy Kxt;Kyx Kyy Kyt;Ktx Kty Ktt];

```

## 7. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

Las estructuras con aisladores de base es la mejor solución para construir en zonas sísmica de ahí que esta temática ha sido incluida en el temario de estudio de los estudiantes de Ingeniería Civil de la Universidad de Fuerzas Armadas y que sea una de las principales líneas de investigación del CEINCI.

El Método Modal Espectral para el análisis sísmico de estructuras con aisladores de base, es muy sencillo, es muy didáctico y proporciona resultados parecidos a los que se obtiene con el Método Cuasi Estático. En verdad su autor Eugenio Seguí aplica el Método Modal Espectral tanto al sistema de aislamiento como a la Superestructura. En este artículo se lo ha aplicado al sistema de aislamiento y en la Superestructura se ha aplicado el Método Cuasi Estático.

Se han incorporado dos programas más a la librería de **CEINCI-LAB** que son para calcular la matriz de rigidez del sistema de aislamiento y de la superestructura, considerando tres grados de libertad por planta.

Con todo lo expuesto en este artículo se aspira haber aportado al mayor uso de aisladores de base en zonas sísmicas.

## 8. REFERENCIAS

1. Aguiar R., Almazán J., Dechent P., Suárez V., (2008), *Aisladores de base Elastoméricos y FPS*, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, 292 p., Quito.
2. Aguiar R., (2008), *Análisis Sísmico de Edificios*, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, 322 p., Quito.
3. Aguiar R., Auqui M., Garzón N., (2010,1), "Aisladores de base elastoméricos con perno macizo", IV Congreso Internacional de Puentes. Instituto de la Construcción y Gerencia ICG, 9 p., Lima Perú.

4. Aguiar R., Auqui M., Garzón N., Navas F., (2010,2), "Primeras experiencias de aisladores elastoméricos producidos en el Ecuador", *Revista CIENCIA, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército*, **13 (2)**, 103-118, Quito.
5. Auqui M., (2010), *Análisis de aisladores sísmicos elastoméricos construidos en el Ecuador*, Tesis de grado para obtener el título de Ingeniero Civil. Escuela Politécnica del Ejército, 166 p., Sangolquí, Ecuador.
6. De La Llera J. Almazán J., y Seguí C., (2005), "Control de Estructuras asimétricas mediante aislamiento sísmico", *IX Congreso Chileno de Sismología e Ingeniería Antisísmica*, 12 p., Concepción.
7. Kulkarni J., Jangrid R., (2002), "Rigid body response of base-isolated structures", *Journal of Structural Control*, **9**, 171-188.
8. Moroni M., Sarrazin M., (2010), "Primer edificio con aislación sísmica en Chile", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, **15 (2)**, 119-132.
9. Sarrazin M., (2010), "Terremoto de Chile del 27 de febrero de 2010. Aspectos generales, comportamiento de estructuras y deficiencias de las normas", *XXXIV Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, San Juan, Argentina.
10. Seguí E., De la Llera J., Almazán J.L. (2008) "Base-structure interaction of linearly isolated structures with lateral-torsional coupling". *Engineering Structures*; 30: 110-125.
11. Seguí E., (2007), *Torsión en sistemas aislados sísmicamente con dispositivos elastoméricos*, Tesis para optar por el grado de Doctor en Ciencias de la Ingeniería. Pontificia Universidad Católica de Chile, 229 p., Santiago de Chile.