



**ESPE**  
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

# **ANÁLISIS COMPARATIVO DE MODELOS UTILIZADOS EN LA LINEALIZACIÓN DE FLUJOS DE POTENCIA AC Y SUS APLICACIONES**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL  
TÍTULO DE INGENIERO EN ELECTROMECAÁNICA**

**AUTORES**

**CASTAÑEDA SÁNCHEZ, JAIME ANDRÉS  
ZURITA MÁRQUEZ, MIGUEL ESTEBAN**

**DIRECTOR: ING. ORTIZ VILLALBA, DIEGO EDMUNDO MSc PhD**

**2023**

# CONTENIDO

- INTRODUCCIÓN
- OBJETIVOS
- ESTADO DEL ARTE
- METODOLOGÍA
- CASO DE ESTUDIO Y ESCENARIOS
- ANÁLISIS DE RESULTADOS
- MARCO COMPARATIVO
- CONCLUSIONES



# INTRODUCCIÓN

En la actualidad los sistemas eléctricos de distribución (SED) poseen la necesidad de tener un comportamiento óptimo ante distintas eventualidades que se presentan en el funcionamiento continuo del mismo, por ende, tener un modelo que permita realizar la optimización de dicho sistema es una necesidad continua y plena de los sistemas eléctricos.

Por ello es importante conocer los modelos de linealización de flujos de potencia aplicables a los sistemas de distribución, conocer cuáles son las ventajas y desventajas de utilizar un modelo de linealización en particular.



# INTRODUCCIÓN

La literatura actual presenta varios modelos de linealización de flujos de potencia, sin embargo, no se presenta qué ventajas o desventajas que tienen estos en una serie de aplicaciones.

El presente proyecto busca desarrollar un análisis comparativo entre modelos de linealización de flujos de potencia en redes de distribución.



# OBJETIVOS

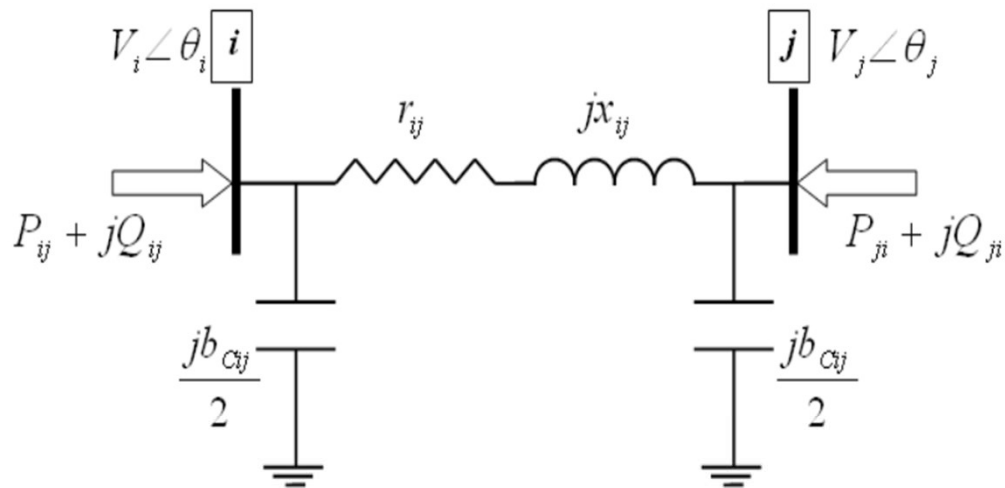
- **Objetivo general**

- ✓ Realizar un análisis comparativo de modelos utilizados en la linealización de flujos de potencia AC y sus aplicaciones en sistemas eléctricos de distribución.

- **Objetivos Específicos**

- ✓ Realizar el estudio del estado del arte sobre los métodos de linealización de flujos de potencia AC para sistemas eléctricos de distribución.
- ✓ Desarrollar e implementar los modelos de linealización de flujos de potencia en el sistema de prueba IEEE 37 nodos para validar cada uno de los modelos.
- ✓ Analizar las ventajas y desventajas de cada modelo en relación al caso de estudio propuesto.
- ✓ Proponer un marco comparativo de los modelos de linealización de flujos de potencia AC y su aplicabilidad en sistemas eléctricos de distribución.

# ESTADO DEL ARTE



$$P_{ij} = g_{ij} \cdot V_i^2 - V_i \cdot V_j \cdot (g_{ij} \cdot \cos \theta_{ij} + b_{ij} \cdot \text{sen} \theta_{ij})$$

$$Q_{ij} = -b'_{ij} \cdot V_i^2 + V_i \cdot V_j \cdot (b_{ij} \cdot \cos \theta_{ij} - g_{ij} \cdot \text{sen} \theta_{ij})$$

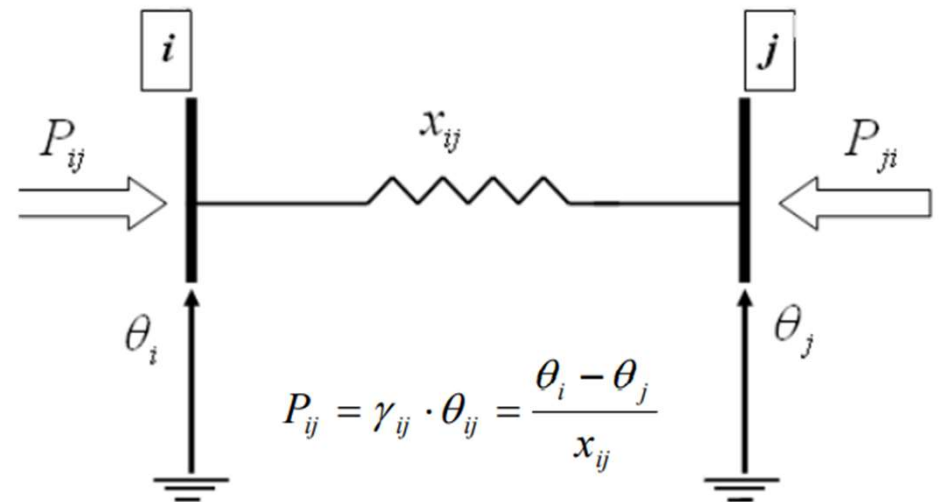
$$P_{ij} = V_i \cdot V_j \cdot \gamma_{ij} \cdot \text{sen} \theta_{ij} \quad \gamma_{ij} = \frac{1}{x_{ij}}$$

## FLUJOS DE POTENCIA DC

Para el análisis de sistemas eléctricos, existen muchas aplicaciones donde los flujos de potencia DC son muy utilizados por la eficiencia computacional pero estos llevan a resultados poco confiables o erróneos.

## FLUJOS DE POTENCIA

El objetivo principal del desarrollo de un flujo de potencia es analizar el desempeño de un sistema eléctrico en régimen permanente bajo diferentes condiciones preestablecidas de generación, carga y topología de red. Se trata de una herramienta de análisis que es una fuerte base para el planeamiento, el diseño y operación de cualquier sistema eléctrico, ya sea éste de transporte o de distribución de energía, pública o industrial.





# ESTADO DEL ARTE

## FLUJOS DE POTENCIA AC

Para el análisis de sistemas eléctricos, los flujos de potencia AC son la opción más acertada para obtener resultados óptimos pero necesitan una gran capacidad computacional por el uso de ecuaciones no lineales.

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \quad \forall i = 1, \dots, n$$

$$Q_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad \forall i = 1, \dots, n$$

Para resolver un problema de optimización es necesario la linealización de los flujos de potencia para lo cual existen varios métodos mencionados en la literatura técnica especializada.

# ESTADO DEL ARTE

## MODELOS DE LINEALIZACIÓN

## MODELO ARRANQUE EN CALIENTE

### DATOS DE ENTRADA

$N$  = Número de barras

$L$  = Número de líneas

$G$  = Número de generadores

$s$  = Barra Slack

$V^h$  = Magnitudes de voltaje

$cs$  = Segmentos de aproximación del coseno

### VARIABLES

$$\theta_n^\circ \in (-\infty, \infty)$$

$$\cos_{nm} \in (0,1)$$

### FUNCIÓN OBJETIVO

$$FO = \text{Max} \sum_{(n,m) \in L} \cos_{nm} \quad \text{Ec.}(1,1)$$

### RESTRICCIONES

$$\theta_s^\circ = 0 \quad \text{Ec. (1,2)}$$

$$p_n = \sum_{m \in N, m \neq n} P_{nm}^h \quad \forall n \in N, n \neq s \quad \text{Ec. (1,3)}$$

$$q_n = \sum_{m \in N, m \neq n} q_{nm}^h \quad \forall n \in N, n \neq s, n \neq G \quad \text{Ec. (1,4)}$$

$$\forall (n, m), (m, n) \in L$$

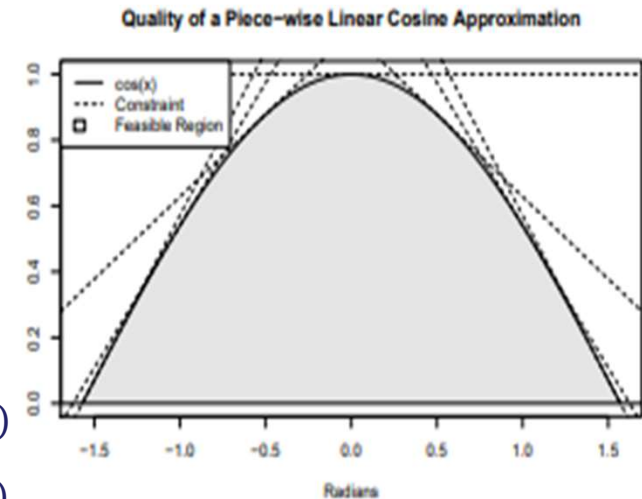
$$p_{nm}^h = |V_n^h|^2 \times g_{nm} - |V_n^h| \times |V_m^h| \times (g_{nm} \times \cos_{nm} + b_{nm} \times (\theta_n^\circ - \theta_m^\circ)) \quad \text{Ec.}(1,5)$$

$$q_{nm}^h = -|V_n^h|^2 \times b_{nm} - |V_n^h| \times |V_m^h| \times (g_{nm} \times (\theta_n^\circ - \theta_m^\circ) - b_{nm} \times \cos_{nm}) \quad \text{Ec.}(1,6)$$

$$PWL(COS) \left( \cos_{nm}, (\theta_n^\circ - \theta_m^\circ), -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, cs \right) \quad \text{Ec.}(1,7)$$

### CONSIDERACIONES

- Utiliza las magnitudes de voltajes del sistema partir de una solución base,
- Utiliza una aproximación convexa para el cálculo del coseno



(Coffrin & Van Hentenryck, 2014)



**ESPE**  
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA



# ESTADO DEL ARTE

## MODELO ARRANQUE CÁLIDO

### DATOS DE ENTRADA

$N$  = Número de barras

$L$  = Número de líneas

$G$  = Número de generadores

$s$  = Barra Slack

$V^t$  = Magnitudes de voltaje

$cs$  = segmentos de aproximación del coseno

### VARIABLES

$$\theta_n^\circ \in (-\infty, \infty)$$

$$\phi_n \in (-|V^t|, \infty)$$

$$\cos_{nm} \in (0,1)$$

### FUNCIÓN OBJETIVO

$$FO = \text{Max} \sum_{(n,m) \in L} \cos_{nm} \quad \text{Ec.(2,1)}$$

### CONSIDERACIONES

- La aproximación de la potencia activa es la misma que en el modelo de arranque en caliente
- La aproximación de la potencia reactiva razona sobre las magnitudes de tensión

### RESTRICCIONES

$$\theta_s^\circ = 0, \phi_s = 0$$

$$\phi_i = 0 \forall i \in G$$

$$p_n = \sum_{\substack{m \in N \\ n \neq m}} P_{nm}^t \quad \forall n \in N \quad n \neq s \quad \text{Ec.(2,2)}$$

$$\text{Ec.(2,2)}$$

$$\text{Ec.(2,3)}$$

$$q_n = \sum_{m \in N} q_{nm}^t + q_{nm}^\Delta \quad \forall n \in N \quad n \neq s, n \neq G \quad \text{Ec.(2,4)}$$

$$\text{Ec.(2,4)}$$

$$\text{Ec.(2,5)}$$

$$\forall (n, m), (m, n) \in L$$

$$p_{nm}^t = |V_n^t|^2 x g_{nm} - |V_n^t| x |V_m^t| x (g_{nm} x \cos_{nm} + b_{nm} x (\theta_n^\circ - \theta_m^\circ)) \quad \text{Ec.(2,6)}$$

$$\text{Ec.(2,6)}$$

$$q_{nm}^t = -|V_n^t|^2 x b_{nm} - |V_n^t| x |V_m^t| x (g_{nm} x (\theta_n^\circ - \theta_m^\circ) - b_{nm} x \cos_{nm}) \quad \text{Ec.(2,7)}$$

$$\text{Ec.(2,7)}$$

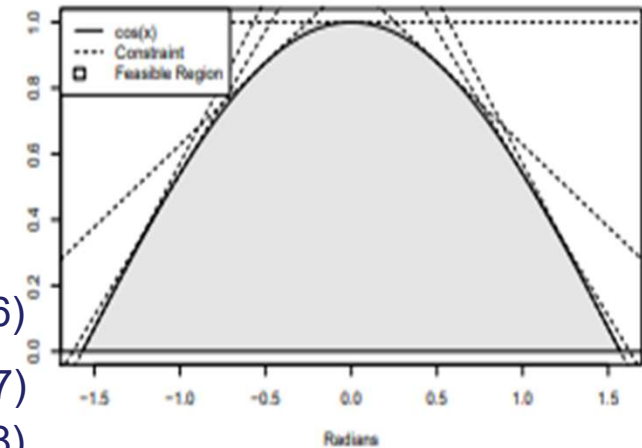
$$q_{nm}^\Delta = -|V_n^t| x b_{nm} x (\phi_n - \phi_m) - (|V_n^t| - |V_m^t|) x b_{nm} x \phi_n \quad \text{Ec.(2,8)}$$

$$\text{Ec.(2,8)}$$

$$PWL\langle \cos \rangle \left( \cos_{nm}, (\theta_n^\circ - \theta_m^\circ), -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, cs \right) \quad \text{Ec.(2,9)}$$

$$\text{Ec.(2,9)}$$

Quality of a Piece-wise Linear Cosine Approximation



(Coffrin & Van Hentenryck, 2014)



**ESPE**  
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

# ESTADO DEL ARTE

## MODELO ARRANQUE EN FRÍO

### DATOS DE ENTRADA

$N$  = Número de barras  
 $L$  = Número de líneas  
 $G$  = Número de generadores  
 $s$  = Barra Slack  
 $cs$  = Segmentos de aproximación del coseno

### VARIABLES

$\theta_n^\circ \in (-\infty, \infty)$   
 $\phi_n \in (-|V^t|, \infty)$   
 $\cos_{nm} \in (0,1)$

### FUNCIÓN OBJETIVO

$$FO = \text{Max} \sum_{(n,m) \in L} \cos_{nm} \quad \text{Ec. (3,1)}$$

### RESTRICCIONES

$$\theta_s^\circ = 0, \phi_s = |V_s^g| - 1,0 \quad \text{Ec. (3,2)}$$

$$\phi_i = |V_i^g| - 1,0 \quad \forall i \in G \quad \text{Ec. (3,3)}$$

$$p_n = \sum_{\substack{m \in \\ n \neq m}} P_{nm}^t \quad \forall n \in N \quad n \neq s \quad \text{Ec. (3,4)}$$

$$q_n = \sum_{m \in N} q_{nm}^t + q_{nm}^\Delta \quad \forall n \in N \quad n \neq s, n \neq G \quad \text{Ec. (3,5)}$$

$$\forall (n, m), (m, n) \in L$$

$$p_{nm}^t = g_{nm} - g_{nm} \times \cos_{nm} - b_{nm} \times (\theta_n^\circ - \theta_m^\circ) \quad \text{Ec. (3,6)}$$

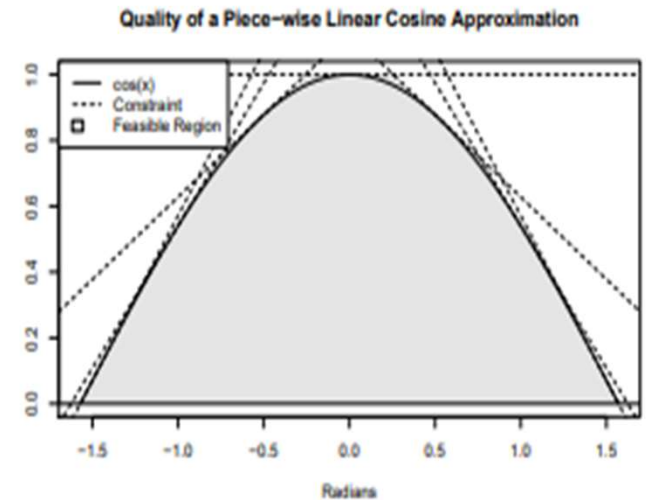
$$q_{nm}^t = -b_{nm} - g_{nm} \times (\theta_n^\circ - \theta_m^\circ) + b_{nm} \times \cos_{nm} \quad \text{Ec. (3,7)}$$

$$q_{nm}^\Delta = -b_{nm} \times (\phi_n - \phi_m) \quad \text{Ec. (3,8)}$$

$$PWL\langle \text{COS} \rangle (\cos_{nm}, (\theta_n^\circ - \theta_m^\circ), -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, cs) \quad \text{Ec. (3,9)}$$

### CONSIDERACIONES

- No se dispone de tensiones deseadas



(Coffrin & Van Hentenryck, 2014)



**ESPE**  
 UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
 INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

# ESTADO DEL ARTE

## Linealización por regresión lineal multivariable por mínimos cuadrados

### DATOS DE ENTRADA

$N$  = Número de barras  
 $L$  = Número de líneas  
 $G$  = Número de generadores  
 $s$  = Barra Slack

### FUNCIÓN OBJETIVO

$$FO = \text{Min} \sum_{i \in N} (P_i^G - P_{Di}) \quad \text{Ec. (4,1)}$$

### CONSIDERACIONES

- Se asume valores de voltaje y ángulo dentro de un rango.
- Coeficientes obtenidos por medio del método de regresión lineal.
- Método de Montecarlo.

### RESTRICCIONES

$$V_n^{re} - V_m^{re} = I_{nm}^{re} \times R_{nm} - I_{nm}^{im} \times X_{nm} \quad \forall nm \in L \quad \text{Ec. (4,2)}$$

$$V_n^{im} - V_m^{im} = I_{nm}^{re} \times X_{nm} + I_{nm}^{im} \times R_{nm} \quad \forall nm \in L \quad \text{Ec. (4,3)}$$

$$\sum_{kn \in L} I_{kn}^{re} - \sum_{nm \in L} I_{nm}^{re} + I_{Gn}^{re} = I_{Dn}^{re} \quad \forall n \in N \quad \text{Ec. (4,4)}$$

$$\sum_{kn \in L} I_{kn}^{im} - \sum_{nm \in L} I_{nm}^{im} + I_{Gn}^{im} = I_{Dn}^{im} \quad \forall n \in N \quad \text{Ec. (4,5)}$$

$$I_{Dn}^{re} = a_n \times V_n^{re} + b_n \times V_n^{im} + c_n \quad \forall n \in N \quad \text{Ec. (4,6)}$$

$$I_{Dn}^{im} = d_n \times V_n^{re} + e_n \times V_n^{im} + f_n \quad \forall n \in N \quad \text{Ec. (4,7)}$$

$$P_n^G = V_n \times \cos \theta_n \times I_{Gn}^{re} + V_n \times \sin \theta_n \times I_{Gn}^{im} \quad \forall n \in N \quad \text{Ec. (4,8)}$$

$$Q_n^G = V_n \times \sin \theta_n \times I_{Gn}^{re} - V_n \times \cos \theta_n \times I_{Gn}^{im} \quad \forall n \in N \quad \text{Ec. (4,9)}$$

$$P_{nmin}^{GD} \leq P_n^G \leq P_{nmax}^{GD} \quad \forall n \in N \quad \text{Ec. (4,10)}$$

$$Q_n^G = \tan(\arccos(PF_n^{GD})) \times P_n^G \quad \forall n \in N \quad \text{Ec. (4,11)}$$

(Franco et al., 2011)



# ESTADO DEL ARTE

## Modelo de Flujo de Potencia Linealizado por SOS2

### DATOS DE ENTRADA

$N$  = Número de barras  
 $L$  = Número de líneas  
 $G$  = Número de generadores  
 $s$  = Barra Slack

### FUNCIÓN OBJETIVO

$$FO = \text{Min} (CI + CO) \quad \text{Ec.(5,1)}$$

TABLE I. LINEAR EQUIVALENTS OF NONLINEAR TERMS IN AC POWER FLOW EQUATIONS

Non-linear term	Linear equivalent
$v_l v_j \cos(\delta_{ij})$	$v_l + v_j + y_{ij} - 2$
$v_l v_j \sin(\delta_{ij})$	$\hat{\delta}_{ij}$
$v_l^2$	$2v_l - 1$

### CONSIDERACIONES

- Linealización por series de Taylor
- Aproximación del coseno por el método de SOS2

$$P_{gn} - P_{dn} = \sum_{m=1}^N (G_{nm}(v_n + v_m + \cos(\delta_{nm}) - 2) + B_{nm}\delta_{nm}) \quad n \in N \quad \text{Ec.(5,2)}$$

$$Q_{gn} - Q_{dn} = \sum_{m=1}^N (G_{nm}\delta_{nm} - B_{nm}(v_n + v_m + \cos(\delta_{nm}) - 2)) \quad n \in N \quad \text{Ec.(5,3)}$$

$$P_{Lnm} = -(2v_n - 1)G_{nm} + G_{nm}(v_n + v_m + \cos(\delta_{nm}) - 2) + B_{nm}\delta_{nm} \quad nm \in L \quad \text{Ec.(5,4)}$$

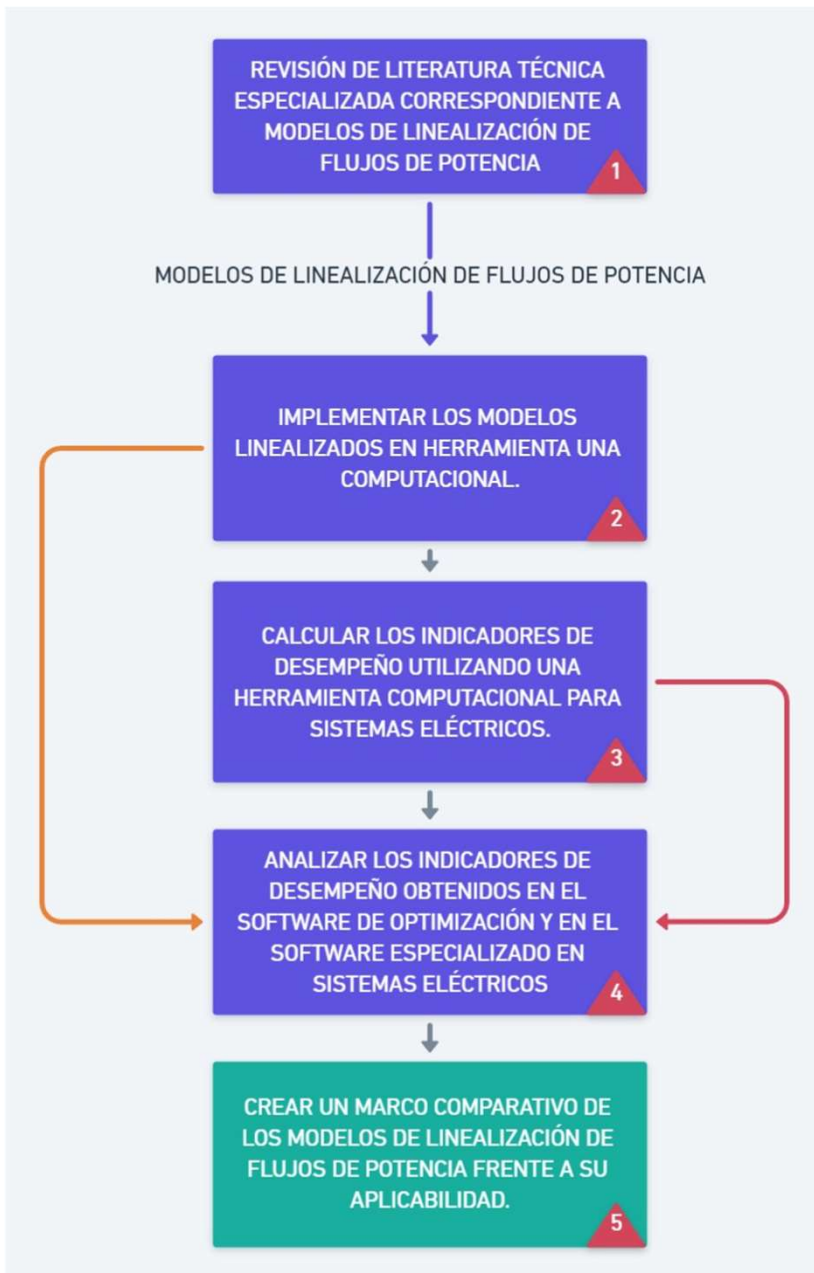
$$Q_{Lnm} = -(2v_n - 1)(B_{nm}^{sh} - B_{nm}) + G_{nm}\delta_{nm} - B_{nm}(v_n + v_m + \cos(\delta_{nm}) - 2) \quad nm \in L \quad \text{Ec.(5,5)}$$

(Javadi & Turaj, 2018)



**ESPE**  
 UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
 INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

# METODOLOGÍA



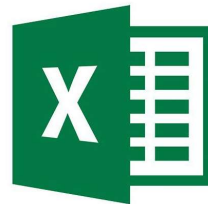
- A Linear-Programming Approximation of AC Power Flows
- Economic dispatch : A mixed-integer linear model for thermal generating units
- Flujo de carga linealizado para sistemas de distribución con presencia de generación distribuida

FICO® Xpress Optimization

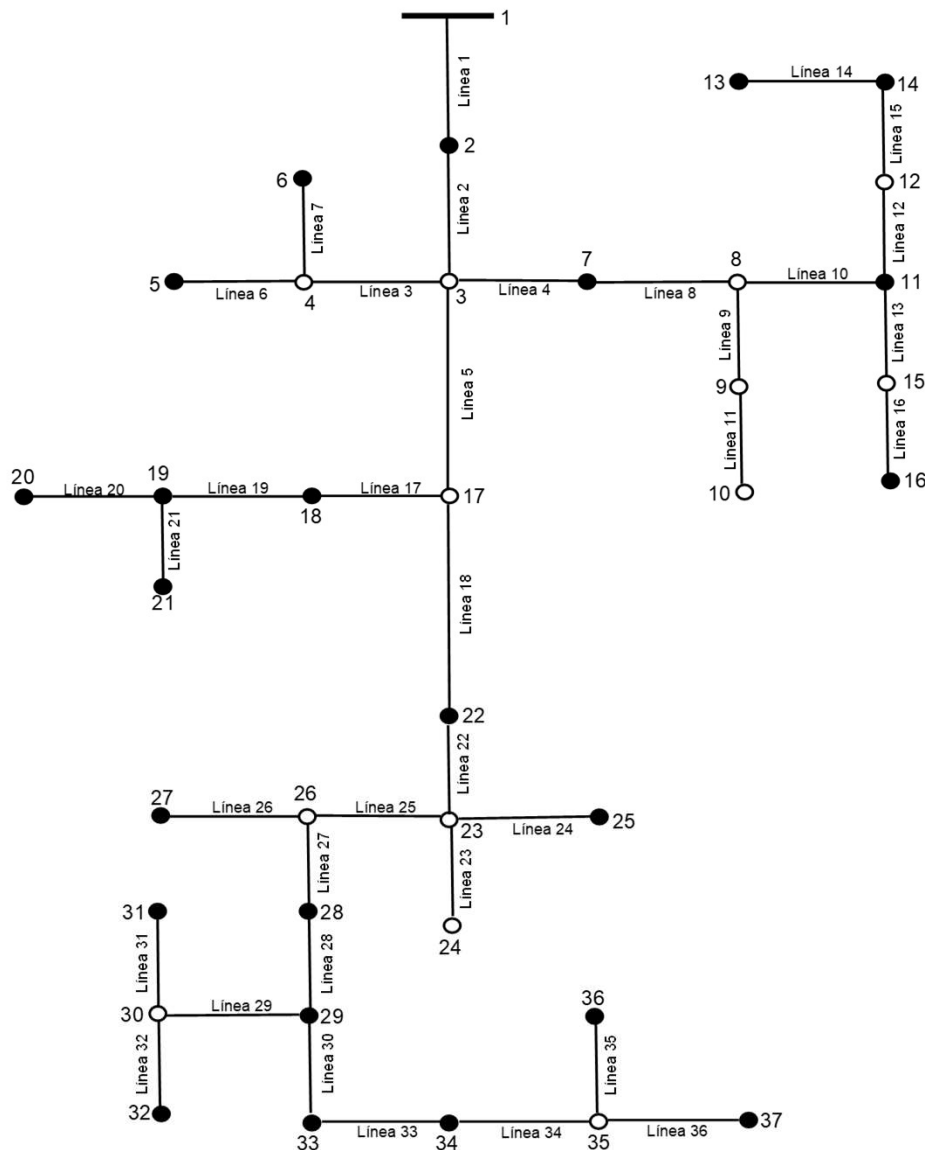
SILENT DIG



- Voltajes
- Ángulos
- Flujo de potencia Activa
- Flujo de potencia Reactiva



# CASO DE ESTUDIO



El sistema de prueba utilizado para el presente análisis corresponde al sistema de distribución de 37 barras de la IEEE.

Dicho sistema presenta una topología radial con cargas ubicadas en los nodos, los cuales se representan de la siguiente manera:

○ Nodo sin carga

● Nodo con carga

El sistema de prueba está compuesto por:

- 37 barras.
- 36 líneas de distribución.
- 23 barras con carga con demanda total de 2,72 MW.
- Nivel de voltaje 4,8 kV.



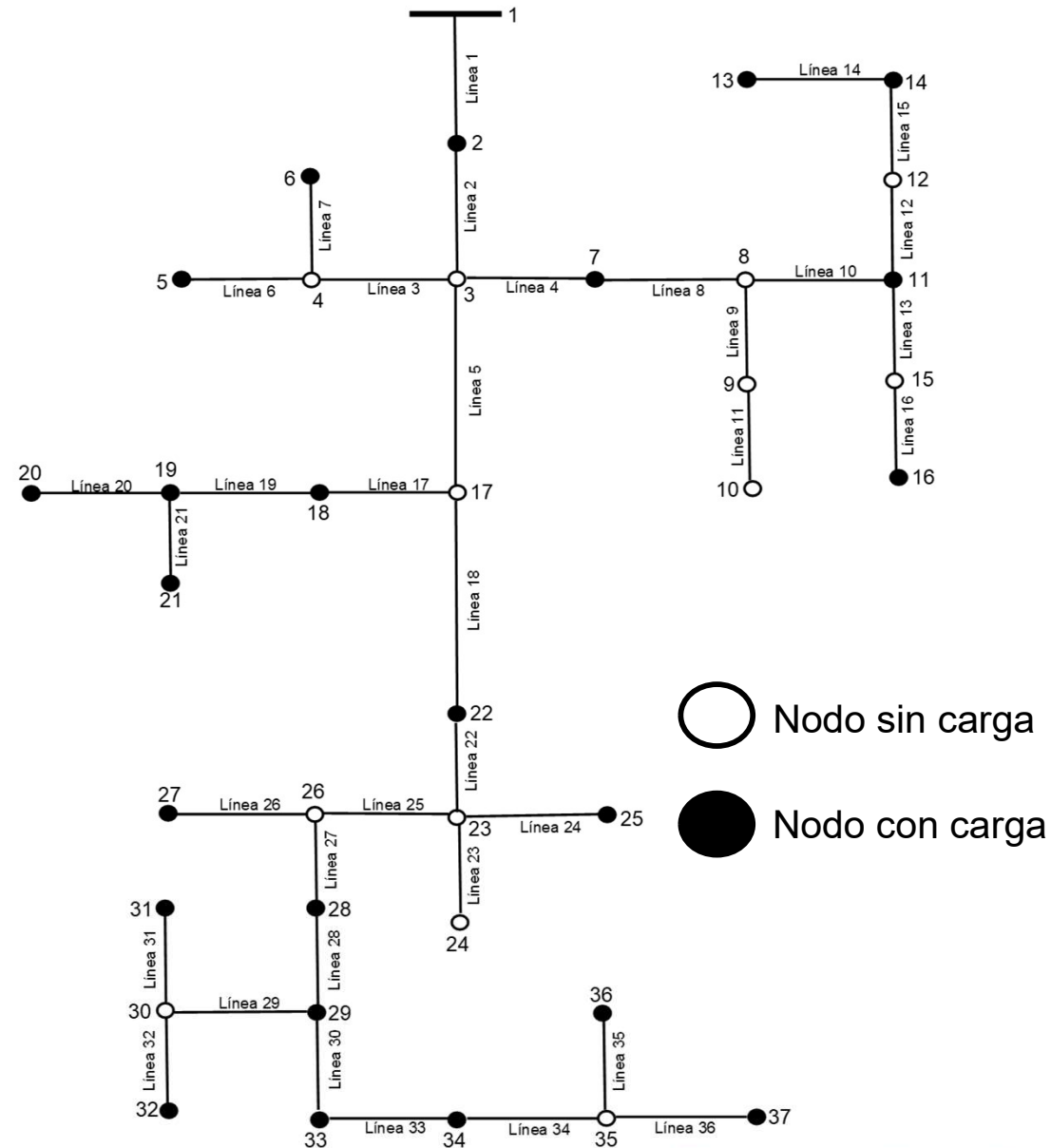
# ESCENARIOS

## ESCENARIO 1 (CASO BASE)

Para el escenario 1 se usó el sistema de prueba descrito anteriormente, para comparar los Voltajes y ángulos en nodos, flujos de potencia en las líneas del mismo, que se obtienen al implementar los diferentes modelos de linealización.

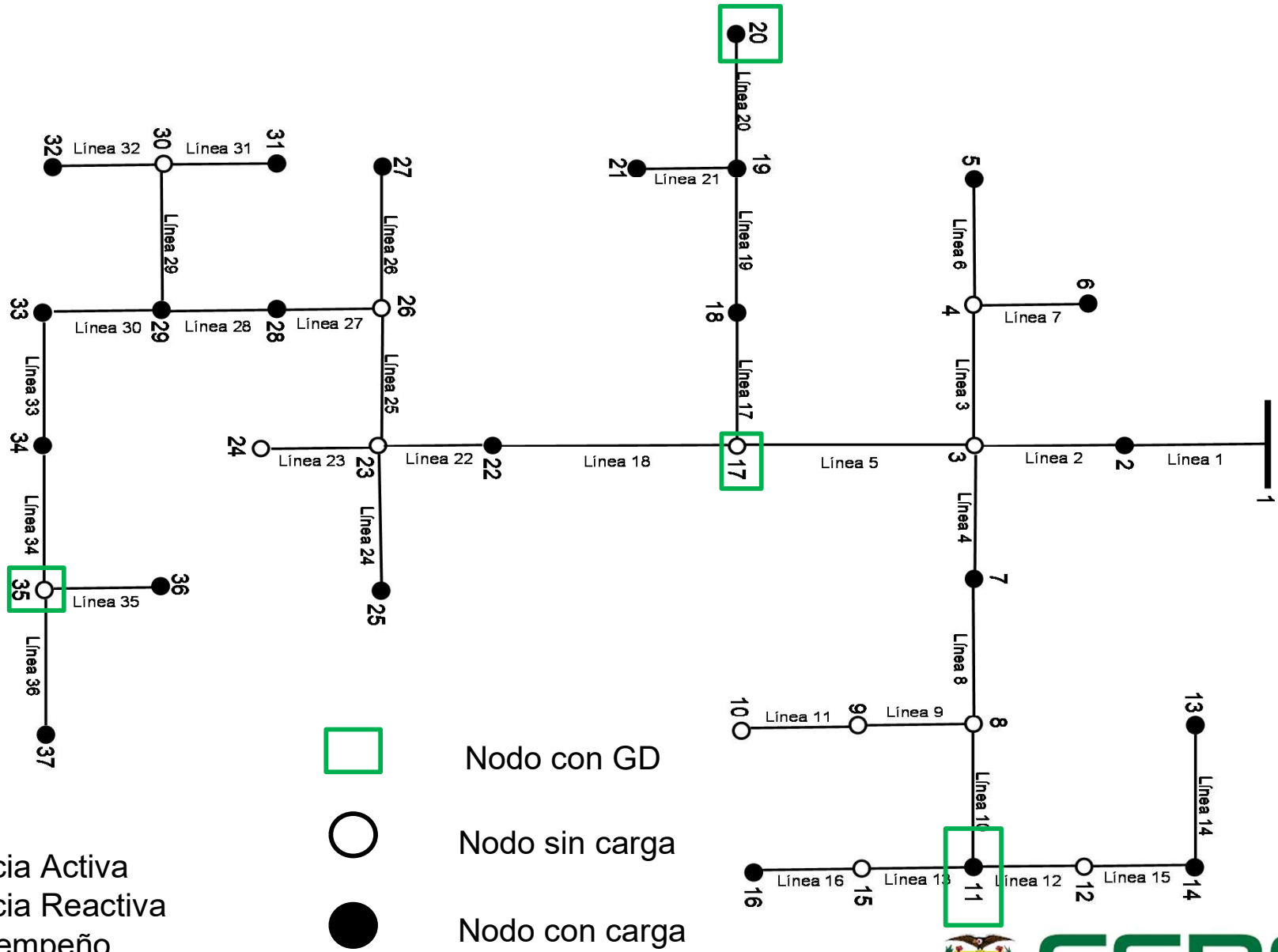
Con los resultados ya procesados se calculara indicadores de desempeño que serán:

- Error porcentual promedio
- Error cuadrático medio



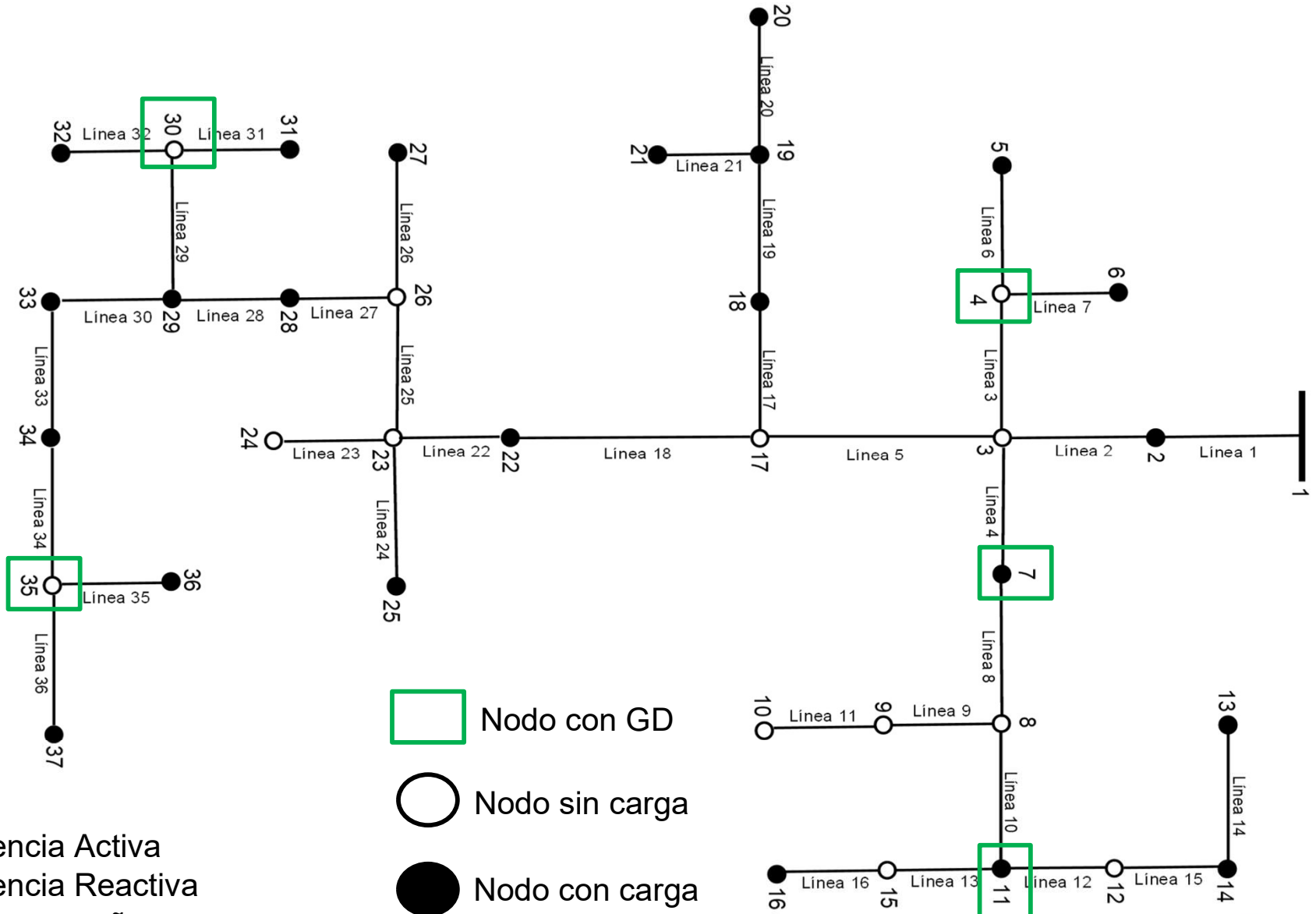
# ESCENARIOS

## ESCENARIO 2: Inserción de Generación Distribuida con una tasa de 20%



# ESCENARIOS

## ESCENARIO 3: Inserción de Generación Distribuida con una tasa de 40%

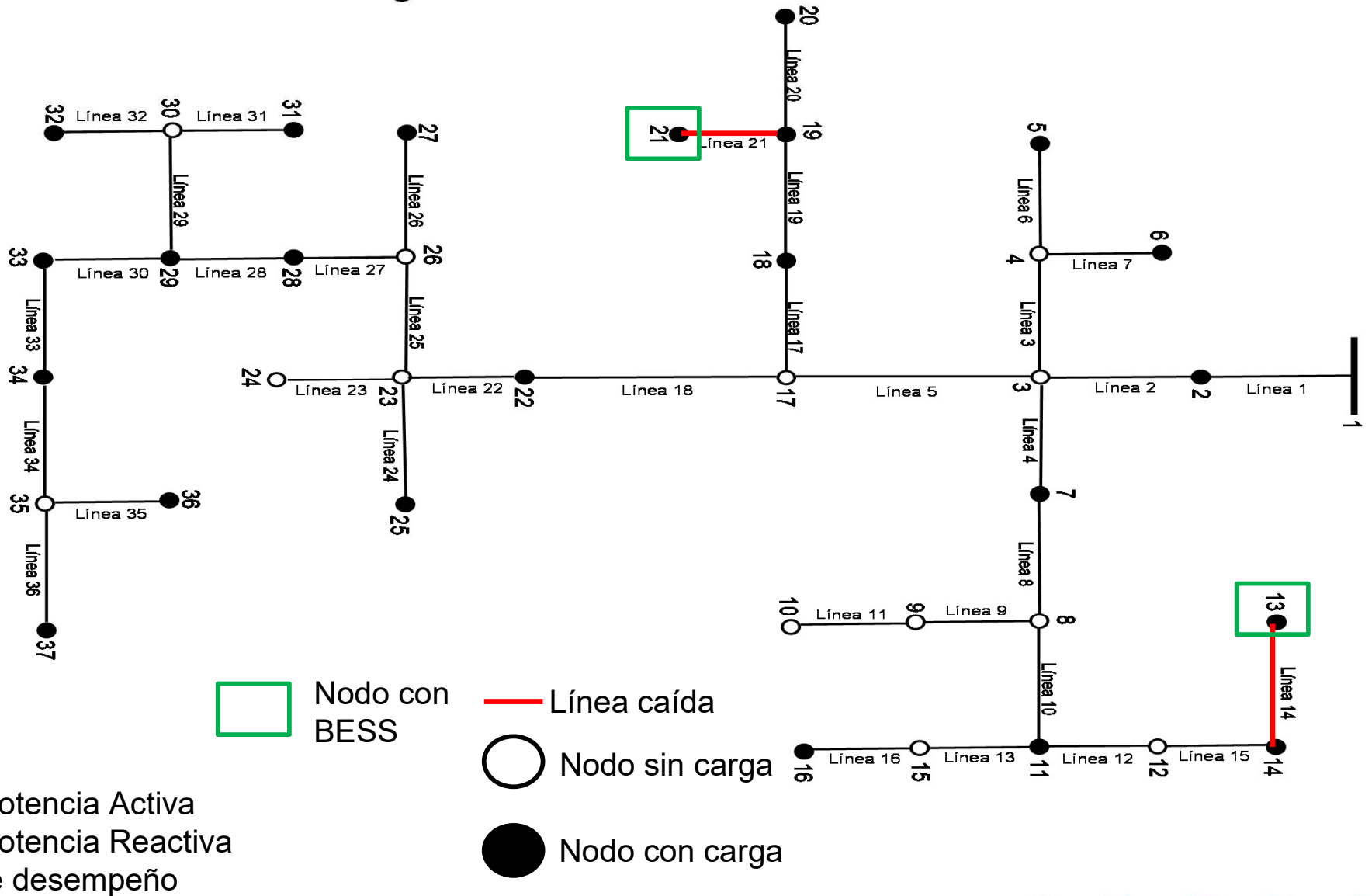


- Voltajes
- Ángulos
- Flujo de potencia Activa
- Flujo de potencia Reactiva
- Indices de desempeño



# ESCENARIOS

## ESCENARIO 4: Análisis de seguridad



# ANÁLISIS DE RESULTADOS

## CÁLCULO DE INDICADORES DE DESEMPEÑO

Para cuantificar la efectividad de los modelos se usaron los siguientes indicadores de desempeño:



### ERROR PORCENTUAL PROMEDIO

$$\text{error absoluto} = \left( \frac{\text{Valor real} - \text{Valor calculado}}{\text{Valor real}} \right) \times 100\%$$

$$\text{error porcentual promedio} = \frac{\sum_1^n \text{error absoluto}}{n}$$

$n$  = número de barras o líneas

### ERROR CUADRÁTICO MEDIO

$$\text{error cuadrático medio} = \sqrt{\frac{\sum_1^n (\text{Valor real} - \text{Valor calculado})^2}{n}}$$

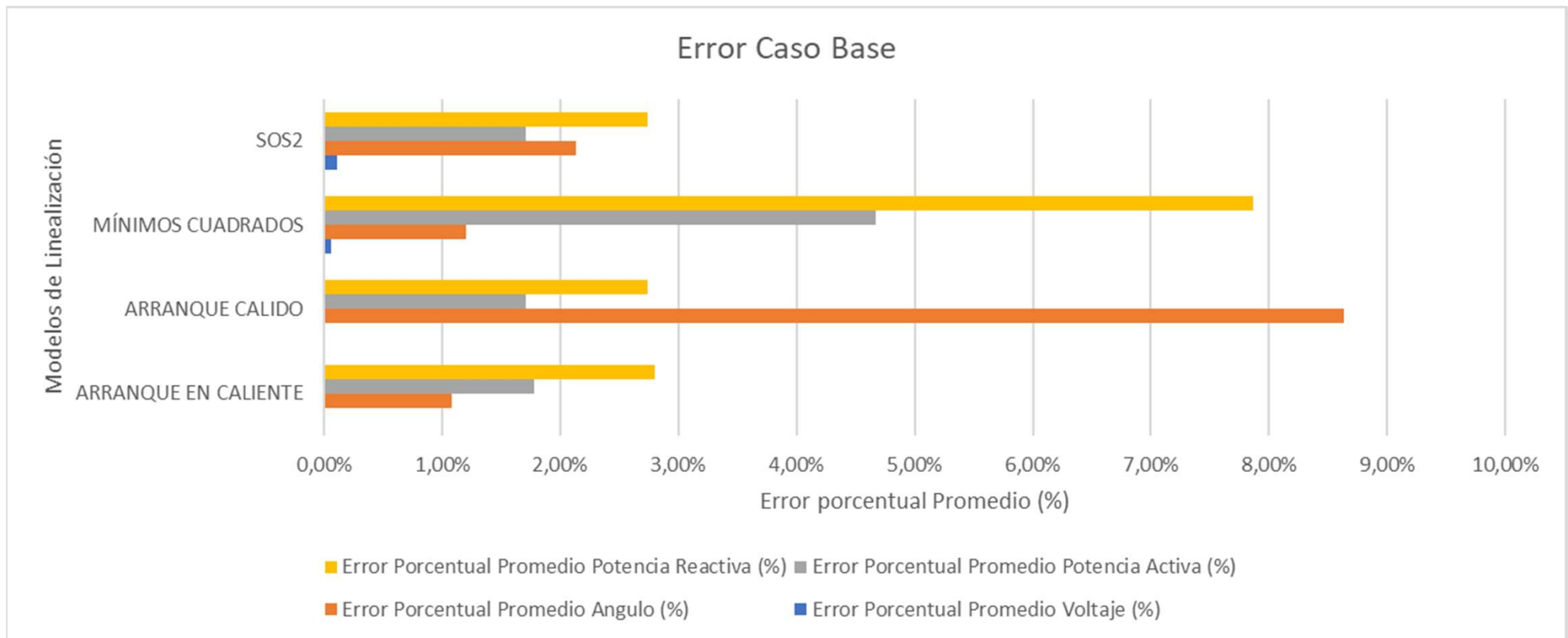
$n$  = número de barras o líneas

# ANÁLISIS DE RESULTADOS

## ESCENARIO 1 (Caso Base)

Este caso de estudio considera los elementos especificados en el sistema de 37 barras de IEEE, así como la formulación detallada anteriormente para cada modelo.

De esta forma se obtuvieron los siguientes resultados:



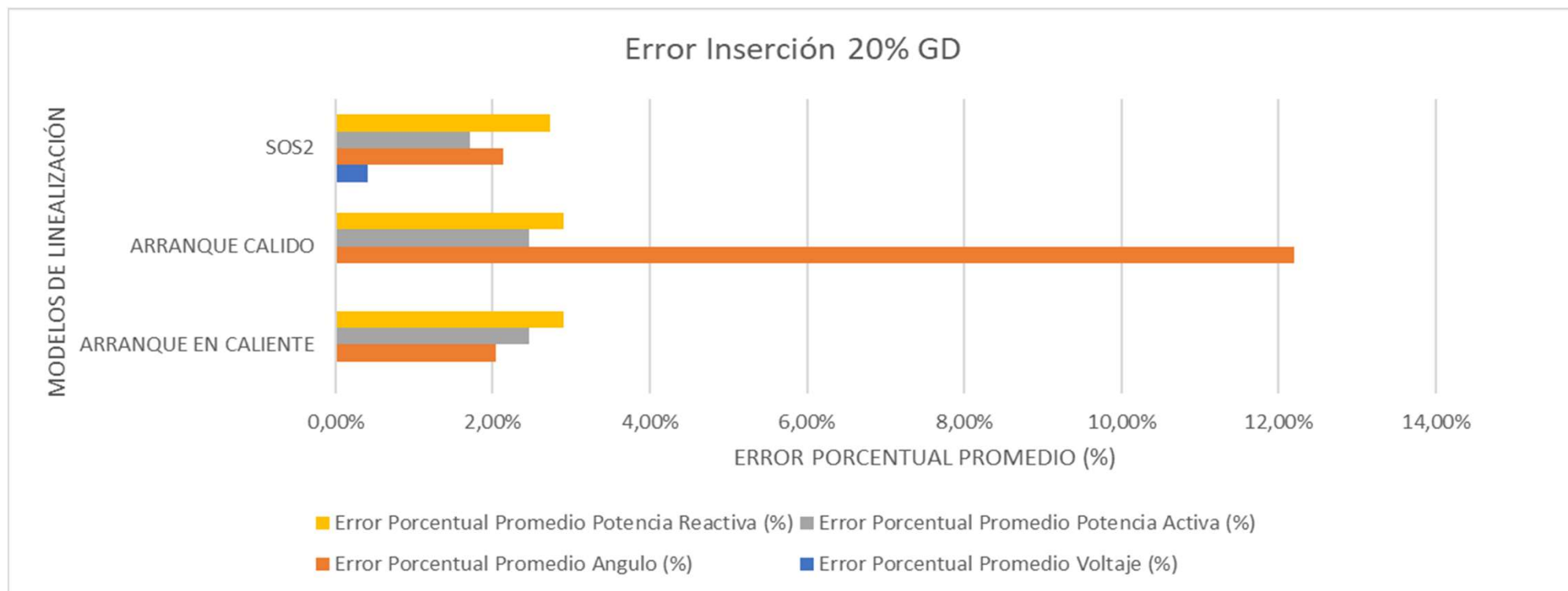


# ANÁLISIS DE RESULTADOS

## ESCENARIO 2 (20%)

Nodo	Potencia Instalada GD (MW)
11	0,150
17	0,150
20	0,094
35	0,150
<b>Total</b>	<b>0,544</b>

La demanda total del sistema es 2,72 MW.

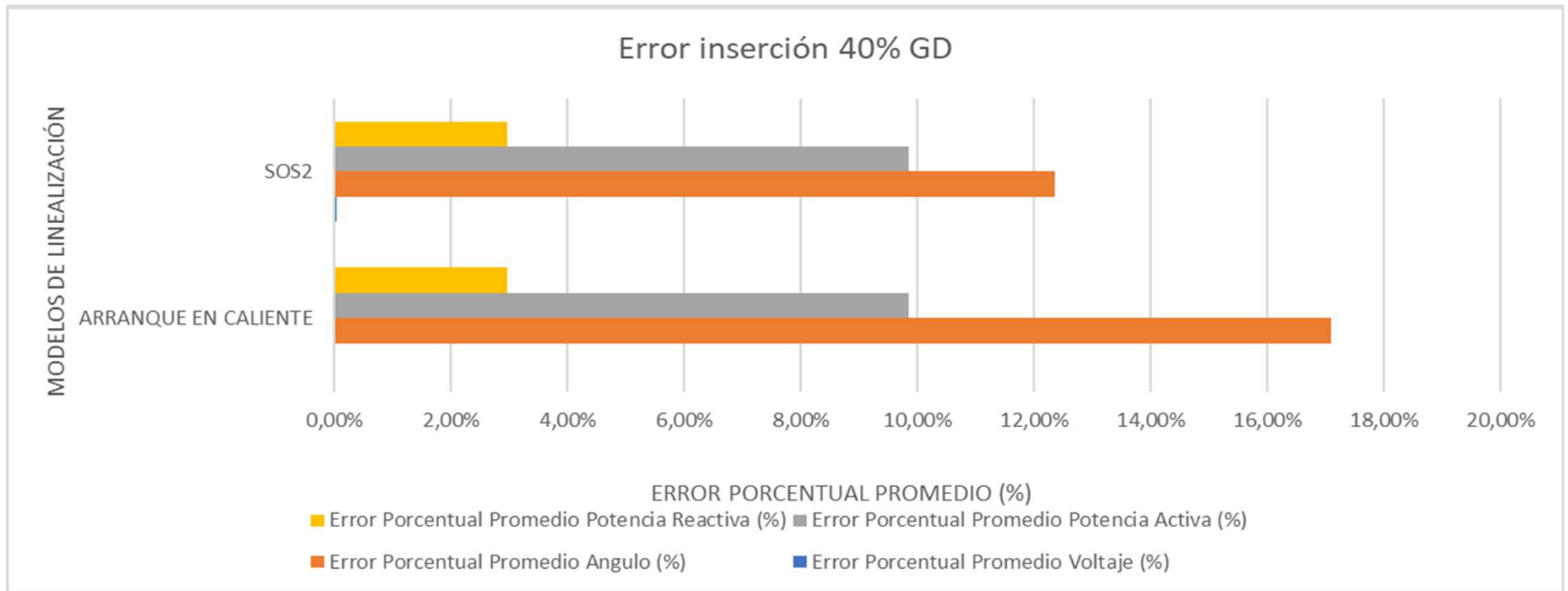


# ANÁLISIS DE RESULTADOS

## ESCENARIO 3 (40%)

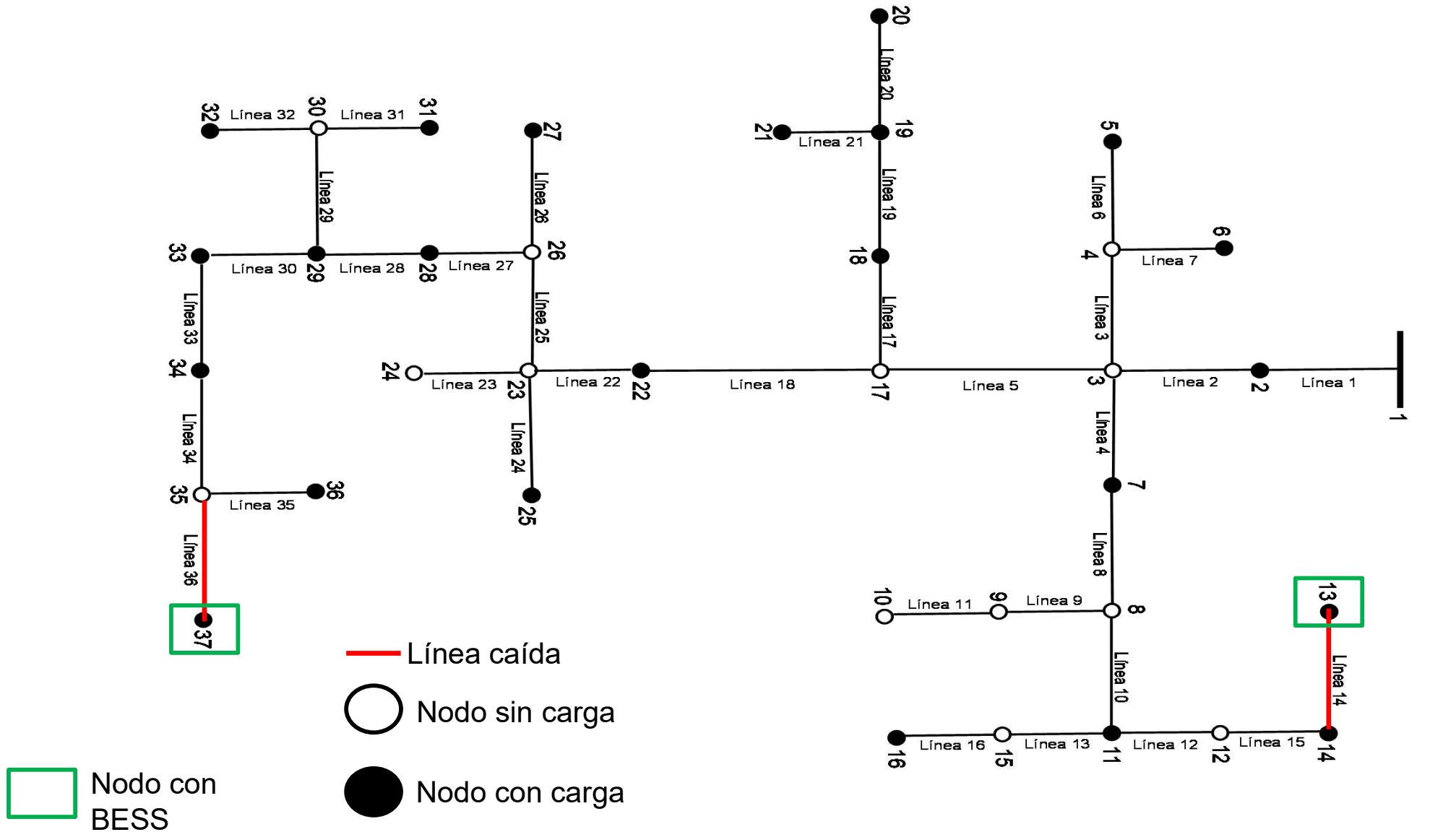
Nodo	Potencia Instalada GD (MW)
4	0,033
7	0,155
11	0,350
30	0,300
35	0,250
<b>Total</b>	<b>1,088</b>

La demanda total del sistema es 2,72 MW.

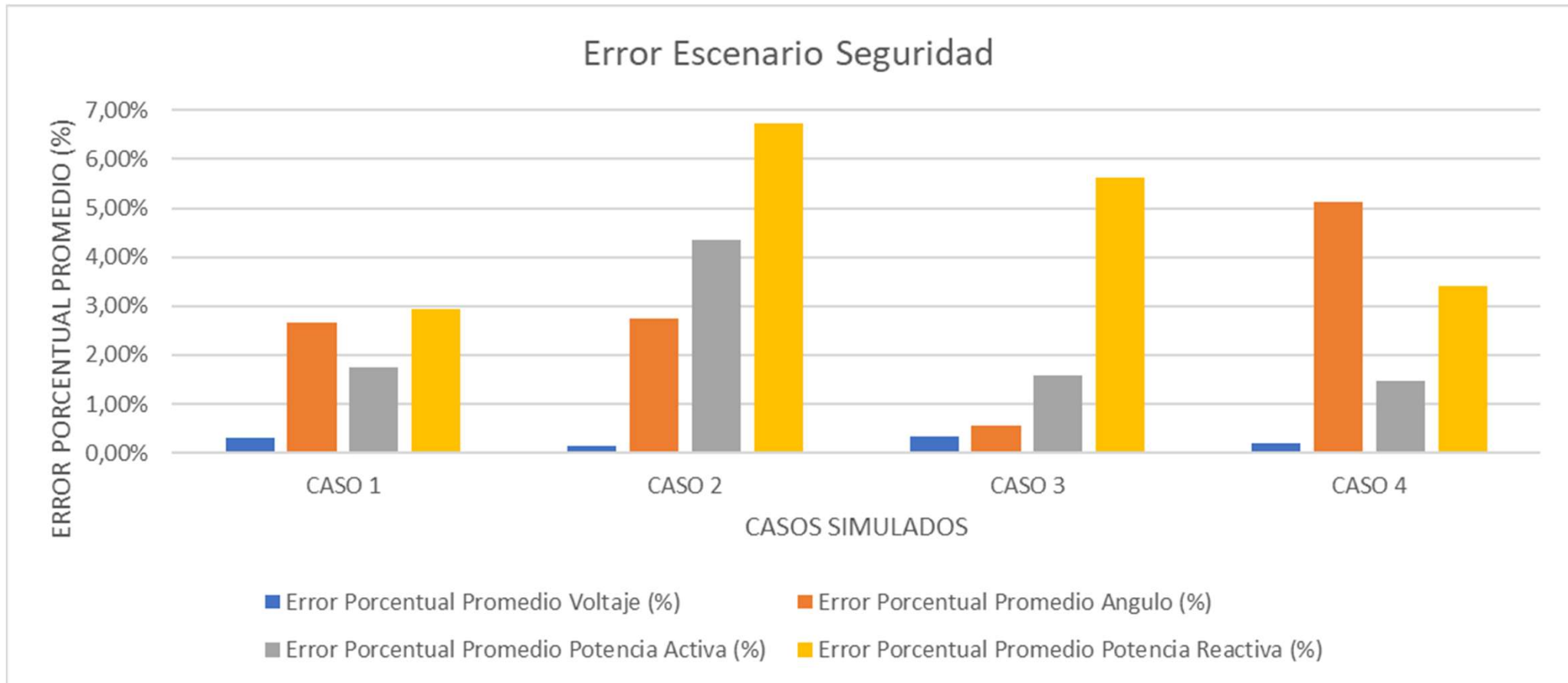


# ANÁLISIS DE RESULTADOS

## ESCENARIO 4



# ANÁLISIS DE RESULTADOS



# TABLA COMPARATIVA

MODELO DE LINEALIZACIÓN	ESTIMACIÓN DE VOLTAJE		ESTIMACIÓN DE ÁNGULO					
ARRANQUE EN CALIENTE	★ ★ ★	Casos (1) (2) (3)	★ ★ ★	Caso (1)	★ ★	Caso (2)	★	Caso (3)
ARRANQUE CALIDO	★ ★ ★	Casos (1) (2) (3)	★ ★	Caso (2) (3)		⊘	Caso (3)	
ARRANQUE EN FRIO	★ ★	Casos (1) (2) (3)	⊘	Caso (1) (2) (3)				
MÍNIMOS CUADRADOS	★ ★ ★	Casos (1) (2) (3)	★ ★ ★	Caso (1)	⊘	Caso (2) (3)		
SOS2	★ ★ ★	Casos (1) (2) (3) (4)	★ ★	Caso (1) (2) (4)	★	Caso (3)		
CASOS DE ESTUDIO: (1). Escenario 1 (2). Escenario 2 (3). Escenario 3 (4). Escenario 4								
★ ★ ★		Excelente: Error de estimación menor al 2%						
★ ★		Bueno: Error de estimación entre el 2% al 7%						
★		Malo: Error de estimación entre el 7% al 20%						
⊘		Pésimo: Error de estimación mayor al 20%						

# TABLA COMPARATIVA

MODELO DE LINEALIZACIÓN	ESTIMACIÓN DE FLUJO EN POTENCIA ACTIVA						ESTIMACIÓN DE FLUJO EN POTENCIA REACTIVA	
ARRANQUE EN CALIENTE	☆☆☆	Caso (1)	☆☆	Caso (2)	☆	Caso (3)	☆☆	Caso (1) (2) (3)
ARRANQUE CALIDO	☆☆☆	Caso (1)	☆☆	Caso (2)	⊘	Caso (3)	☆☆	Caso (1) (2) (3)
ARRANQUE EN FRIO	☆☆☆	Caso (1)	☆	Caso (2) (3)			☆☆	Caso (1) (2) (3)
MÍNIMOS CUADRADOS	☆☆	Caso (1)	☆	Caso (2)	⊘	Caso (3)	☆ Caso (1) (2)	⊘ Caso (3)
SOS2	☆☆☆	Caso (1) (2) (3) (4)					☆☆	Caso (1) (2) (3) (4)
CASOS DE ESTUDIO: (1). Escenario 1 (2). Escenario 2 (3). Escenario 3 (4). Escenario 4								
☆☆☆☆	Excelente: Error de estimación menor al 2%							
☆☆	Bueno: Error de estimación entre el 2% al 7%							
☆	Malo: Error de estimación entre el 7% al 20%							
⊘	Pésimo: Error de estimación mayor al 20%							



# CONCLUSIONES

- En la literatura especializada de flujos de potencia se proponen algunos modelos linealizados de flujos de potencia AC para resolver problemas óptimos de planificación y operación de los sistemas eléctricos. Los modelos reportados en la literatura y aplicados en este trabajo son: modelo Arranque en Caliente, Arranque Cálido, Arranque en Frío y el modelo de flujo linealizado por SOS2 los cuales parten de ecuaciones en coordenadas polares, y por otro lado se tiene el modelo linealizado por mínimos cuadrados que parte de las ecuaciones en coordenadas rectangulares.
- Se implementaron los modelos de flujos de potencia AC linealizados en el software comercial FICO Xpress, donde se utilizó el sistema de prueba IEEE de 37 nodos para validar los modelos. Para cada uno de los modelos, se estableció restricciones complementarias de límites de voltajes, ángulos y flujos de potencias con el fin de obtener un programa de optimización de flujos de potencia.
- Se estableció cuatro casos de estudio con el fin de evaluar cada uno de los modelos en base al cálculo de error porcentual y error cuadrático medio (RMSE), para determinar las aproximaciones y limitaciones de cada uno de los modelos frente a los resultados obtenidos del software Power Factory DigSilent.

# CONCLUSIONES

- Los resultados mostraron que el modelo Arranque en Caliente y el modelo Arranque Cálido para el caso base presenta bajos errores porcentuales y RMSE de los flujos de potencia y de ángulos de voltajes. En base a los errores calculados, se puede determinar que los modelos presentan buenas aproximaciones; sin embargo, al considerar la penetración de GD los errores porcentuales y RMSE de ángulos y flujos potencias del sistema aumentan.
- En base a los resultados del modelo Arranque en frío, se determina que los errores porcentuales y RMSE de los ángulos de voltaje son considerablemente altos y aumentan aún más al considerar la penetración de GD. Para un sistema en condiciones normales y sin generación distribuida, el cálculo de flujos de potencia presenta errores porcentuales bajos, demostrando una muy buena aproximación del modelo.
- Los resultados mostraron que el modelo de flujo linealizado por SOS2 para todos los casos de estudio, los errores porcentuales y RMSE obtenidos de voltajes, ángulos y flujos de potencia son bajos, lo que demuestra que el modelo presenta muy buenas aproximaciones, lo que conlleva que este modelo puede tener una gran aplicabilidad en estudios de planificación y seguridad en sistemas eléctricos.

# CONCLUSIONES

- Los resultados mostraron que el modelo de flujo AC linealizado a través del método de mínimos cuadrados es muy preciso al modelar flujos de potencia en alimentadores sin GD, dado que al incluir GD en los alimentadores el error crece debido a las suposiciones que se realizan para la linealización de la inyección de corriente de los GD.
- El marco comparativo propuesto de los modelos de flujos de potencia AC linealizado, determina que todos los modelos poseen buenas aproximaciones en flujos de potencia sin GD en voltajes, ángulos de voltaje y flujos de potencia. Sin embargo, el modelo Arranque en frío no estima correctamente los valores de ángulo de voltaje. Por otro lado, en el marco comparativo muestra que el modelo de flujo linealizado por SOS2 es el modelo más preciso para realizar estudios de flujos de potencia, considerando la inyección de GD y fallas en el sistema. Con este modelo se puede obtener buenas estimaciones de magnitudes de voltajes, ángulos y flujos de potencia.

# REFERENCIAS

Arabpour, A., Reza Besmi, M., y Maghouli, P. (2018). Transmission Expansion Planning with Linearized AC Load Flow by Special Ordered Set Method. *Journal of Energy Engineering* , 144.

Chapra, S. C., & Canale, R. P. (207). *Métodos numéricos para ingenieros*. McGraw-Hill.

Coffrin, C., & Van Hentenryck, P. (2014). A Linear-Programming Approximation of AC Power Flows. *Inform Journal on Computing*.

Franco, J. F., Rider, M. J., Lavorato, M., & Romero, R. (2011). A set of linear equations to calculate the steady-state operation of an electrical distribution system. *IEEE PES Conference on Innovative Smart Grid Technologies (ISGT Latin America)*.

IEEE. (Enero de 2022). *IEEE PES AMPS DSAS test feeder working group*.  
<https://site.ieee.org/pes-testfeeders/resources/>

Izquierdo Franco, J. (2002). *Estudio de flujos de potencia y análisis de fallas en sistemas eléctricos de distribución*.

Javadi, M., & Turaj, A. (2018). Economic dispatch: A mixed-integer linear model for thermal generating units. *2018 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2018 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)*.

# REFERENCIAS

Oliva Henríquez, S. J. (2008). Compatibilidad de Métodos de Cálculo de Flujos AC y DC en Sistemas de Potencia. Santiago de Chile, Chile.

Ramos Guardarrama, J., Hernández Areu, O., y Silverio Freire, R. C. (2019). Sistema de supervisión para el monitoreo de redes eléctricas inteligentes. *Energética*, 40(3).

Velásquez-Lozano, A., Aguirre-Velasco, M., Saltos-Rodríguez, M., Ortiz-Villalba, D., y Villamarín-Jácome, A. (2021). Optimal Planning of VAR Compensator for Voltage Regulation Enhancement on Power Distribution Systems Against Volcanic Eruptions Events. *2021 IEEE Green Technologies Conference (GreenTech)*.

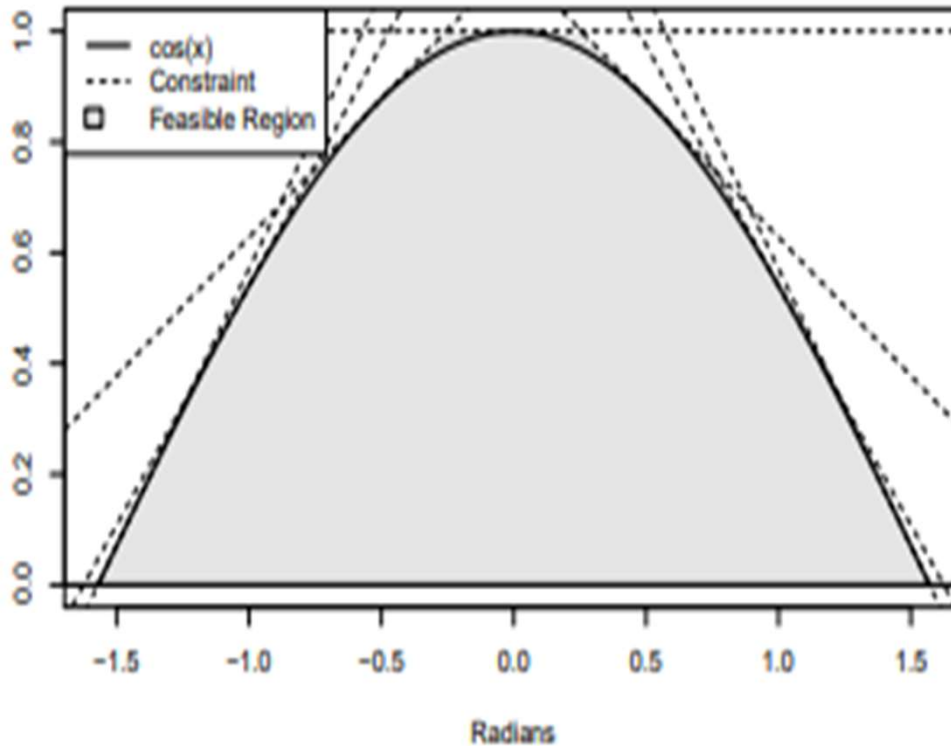
GRACIAS



# DIPOSITIVAS DE SOPORTE

## Aproximación convexa de la función coseno

Quality of a Piece-wise Linear Cosine Approximation

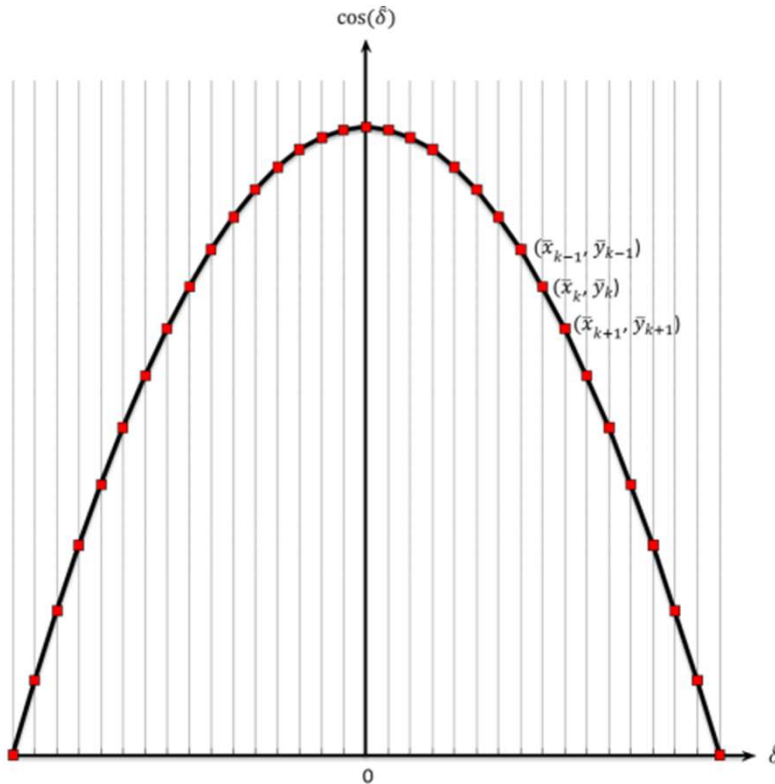


```
PWL<COS>(xcos, x, l, h, s)
1  post(xcos ≥  $\frac{\cos(h) - \cos(l)}{h-l}(x - l) + \cos(l)$ )
2  inc ← (h - l)/(s + 1)
3  a ← l + inc
4  for i ∈ 1..s
5  do fa ← cos(a)
6     sa ← -sin(a)
7     post(xcos ≤ sax - saa + fa)
8     a ← a + inc
```



# DIPOSITIVAS DE SOPORTE

## Modelo de Flujo de Potencia Linealizado por SOS2



### Parámetros

$$\Omega_L, \Omega_N, \Omega_G, P_i^D, Q_i^D, G_{ij}, B_{ij}, cs$$

### Variables

$$\theta_{ij}, P_{ij}, Q_{ij}, P_i^G, Q_i^G, V_i$$

### Restricciones iniciales

$$\theta_s = 0 \quad (46)$$

$$V_s = 1.0 \quad (47)$$

### Ecuación de flujo de potencia

$$P_{ij} = -(2V_i - 1)G_{ij} + (V_i + V_j + \overline{\cos(\theta_{ij})} - 2)G_{ij} + B_{ij}\theta_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (48)$$

$$Q_{ij} = (2V_i - 1)B_{ij} - (V_i + V_j + \overline{\cos(\theta_{ij})} - 2)B_{ij} + G_{ij}\theta_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (49)$$

### Ecuación de balance

$$P_i^G + \sum_{ij \in \Omega_i} P_{ij} = P_i^D \quad \forall ij \in \Omega_L, \forall i \in \Omega_N \quad (50)$$

$$Q_i^G + \sum_{ij \in \Omega_i} Q_{ij} = Q_i^D \quad \forall ij \in \Omega_L, \forall i \in \Omega_N \quad (51)$$

### Función SOS2

$$\theta_{ij} = \sum_{k=1}^{N_k} \lambda_{ij,k} \bar{x}_k \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (52)$$

$$\overline{\cos(\theta_k)} = \overline{\cos(\bar{x}_k)} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (53)$$

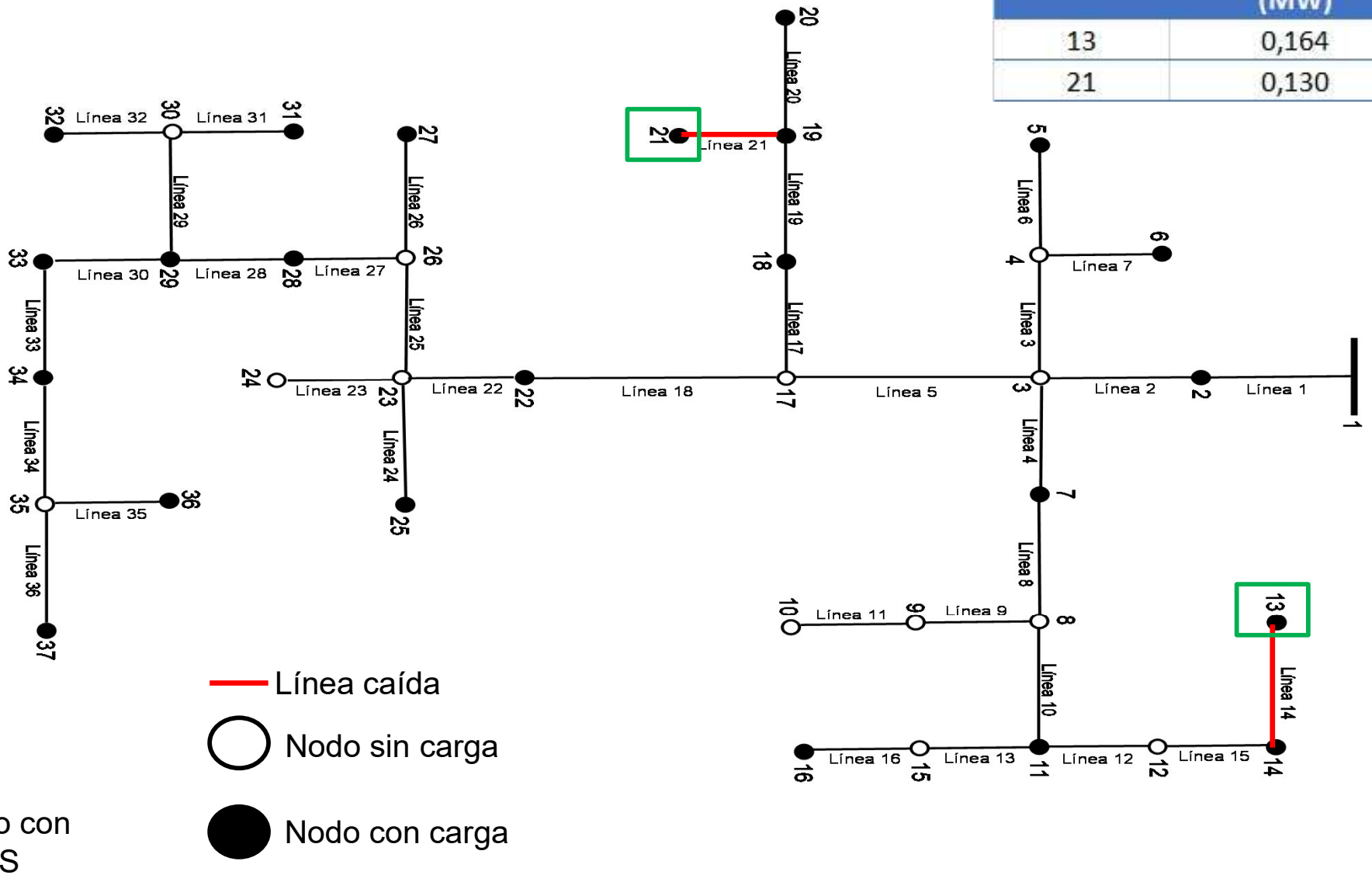
$$\overline{\cos(\theta_{ij})} = \lambda_{ij,k} \overline{\cos(\theta_k)} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (54)$$

$$\sum_{k=1}^{N_k} \lambda_{ij,k} = 1 \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (55)$$

# DIAPPOSITIVAS DE SOPORTE

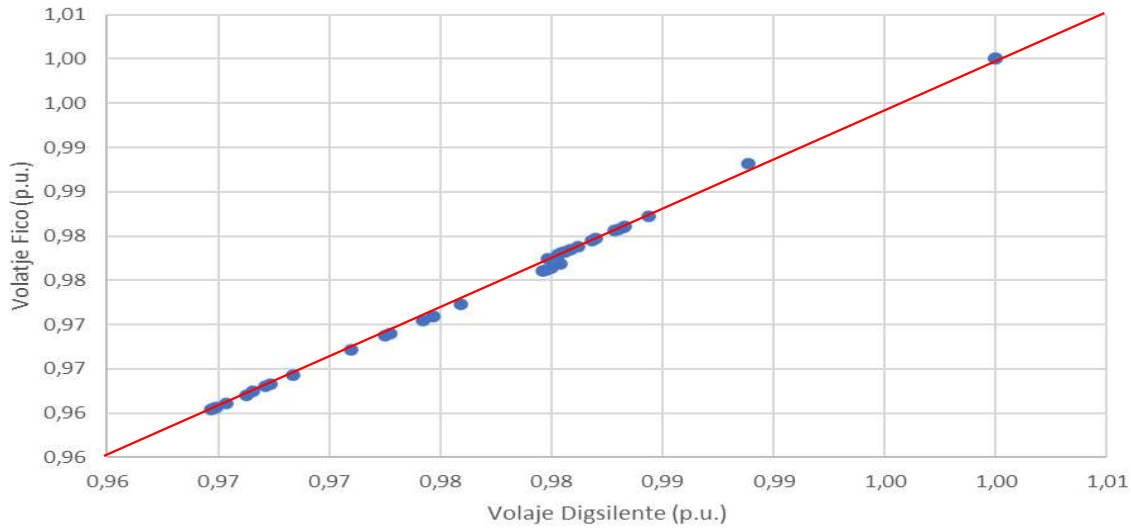
## ESCENARIO 4: CASO 1

POTENCIA INSTALADA BESS (MW)	
NODO	
13	0,164
21	0,130



# ESCENARIO 4: CASO 1

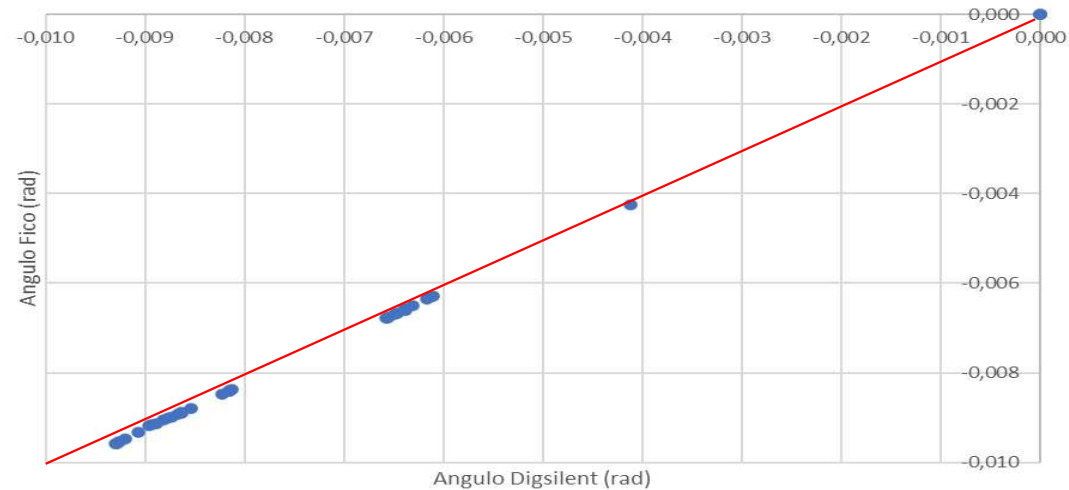
Gráfica de correlación Voltaje



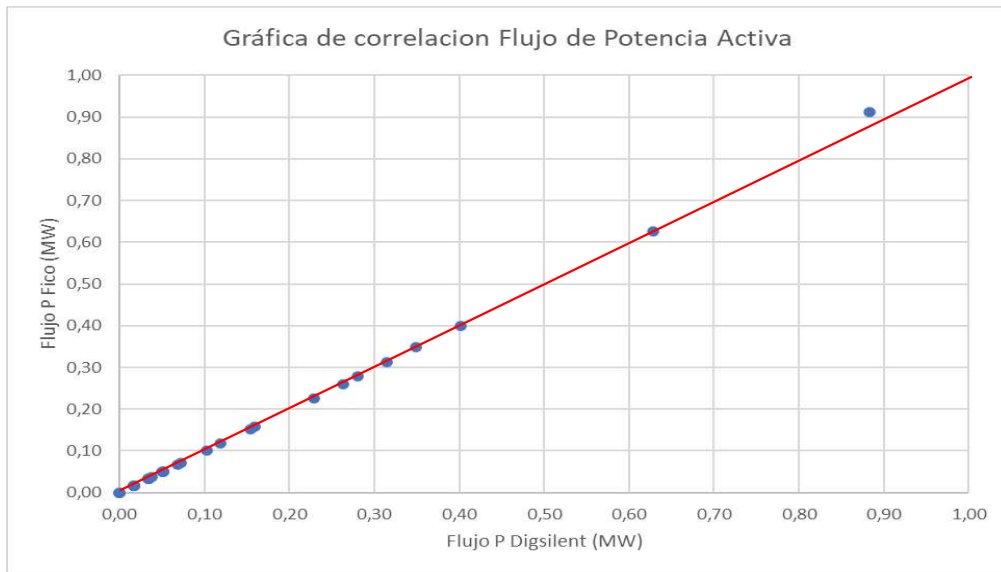
ERROR PORCENTUAL DE VOLTAJES:  
0,30%  
RMSE VOLTAJE (kV)  
0,015

ERROR PORCENTUAL DE ÁNGULOS:  
2,66%  
RMSE ANGULO (grados)  
0,013

Gráfica de correlación Angulo

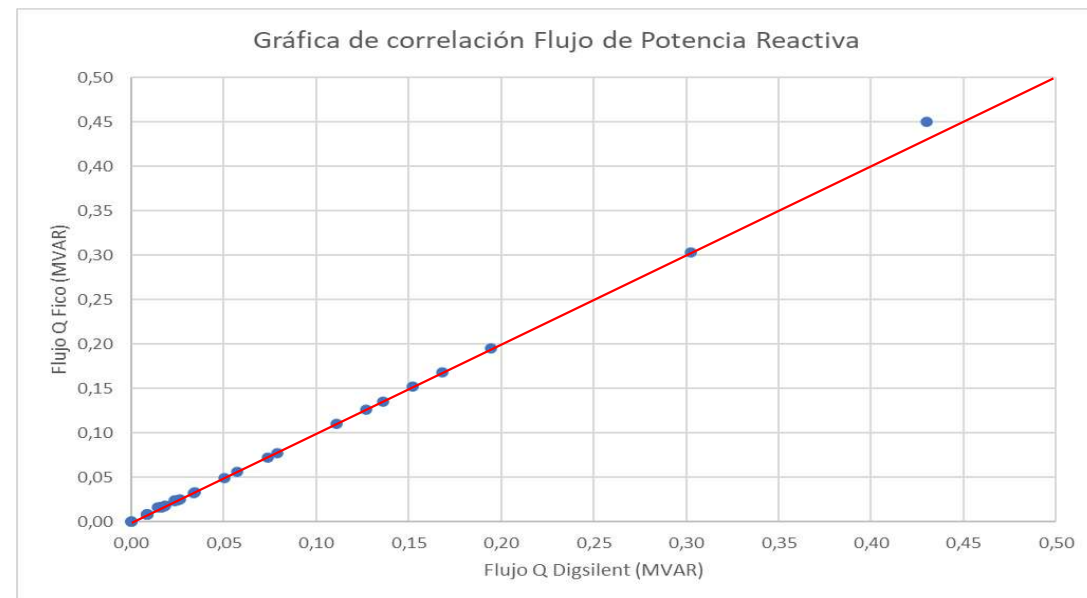


# ESCENARIO 4: CASO 1



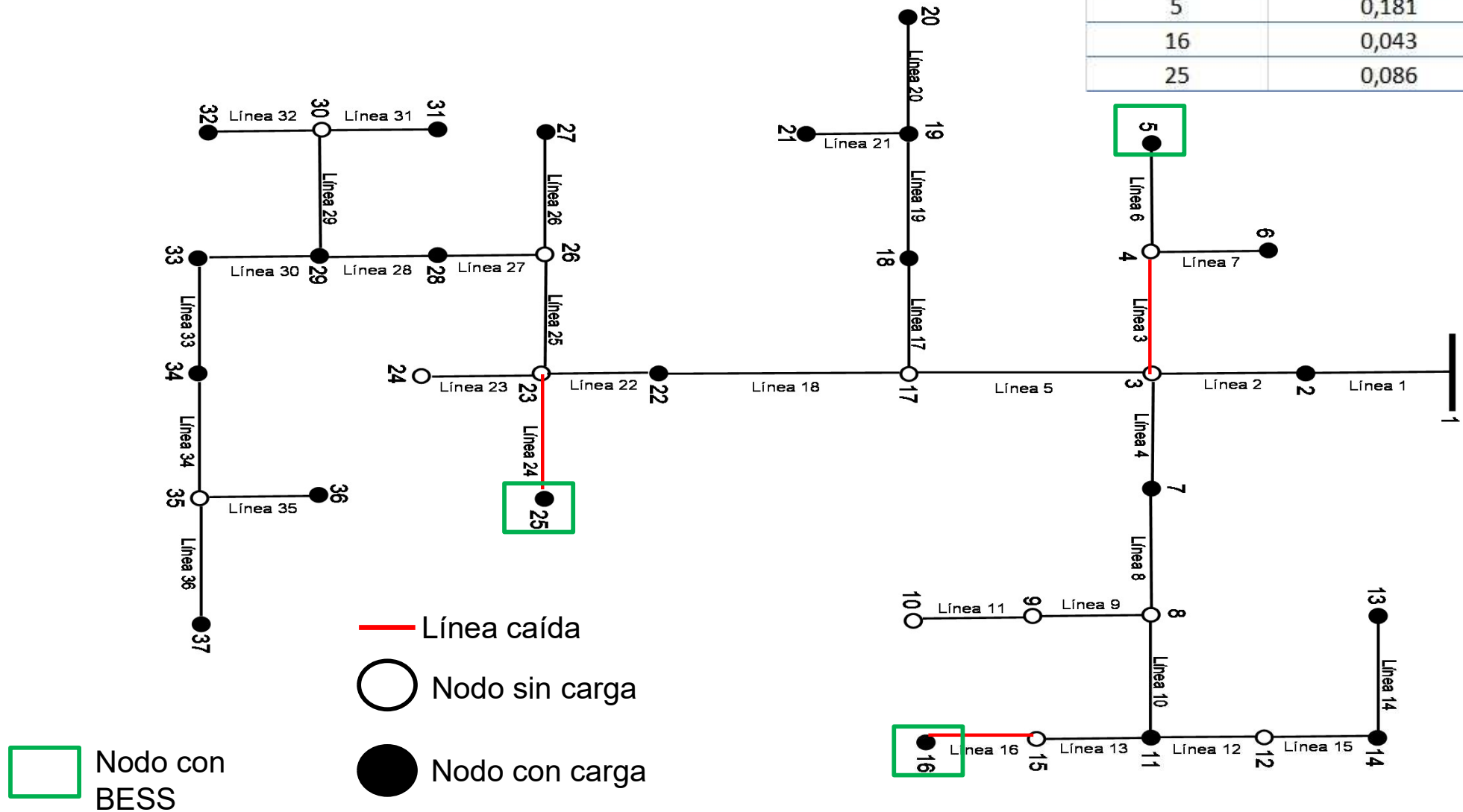
ERROR PORCENTUAL DE POTENCIA  
ACTIVA:  
1,75%  
RMSE POTENCIA ACTIVA (MW)  
0,0127

ERROR PORCENTUAL DE POTENCIA  
REACTIVA:  
2,95%  
RMSE POTENCIA REACTIVA (MVAR)  
0,0086



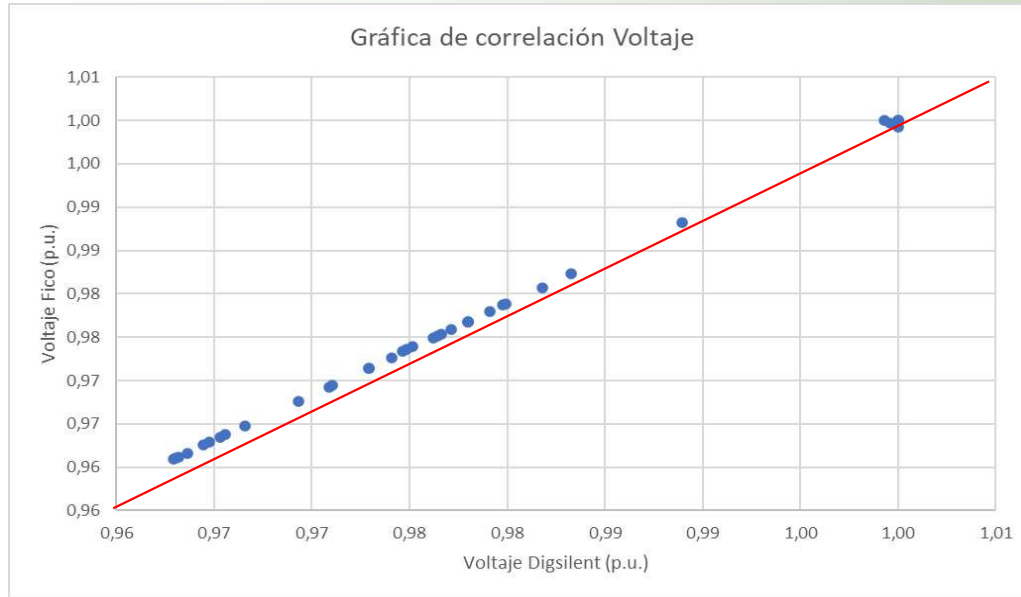
# DIAPPOSITIVAS DE SOPORTE

## ESCENARIO 4: CASO 2



NODO	POTENCIA INSTALADA BESS (MW)
5	0,181
16	0,043
25	0,086

# ESCENARIO 4: CASO 2



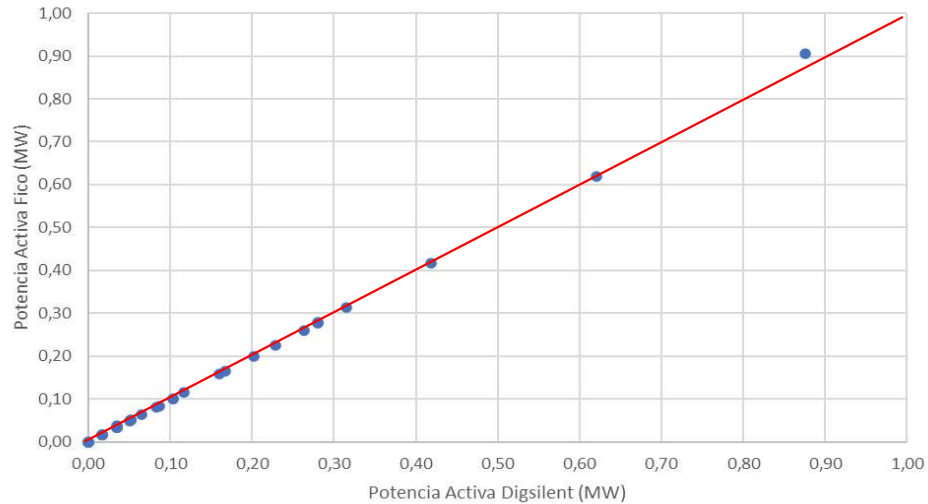
ERROR PORCENTUAL DE VOLTAJES:  
0,13%  
RMSE VOLTAJE (kV)  
0,0076

ERROR PORCENTUAL DE ÁNGULOS:  
2,75%  
RMSE ANGULO (grados)  
0,00146



# ESCENARIO 4: CASO 2

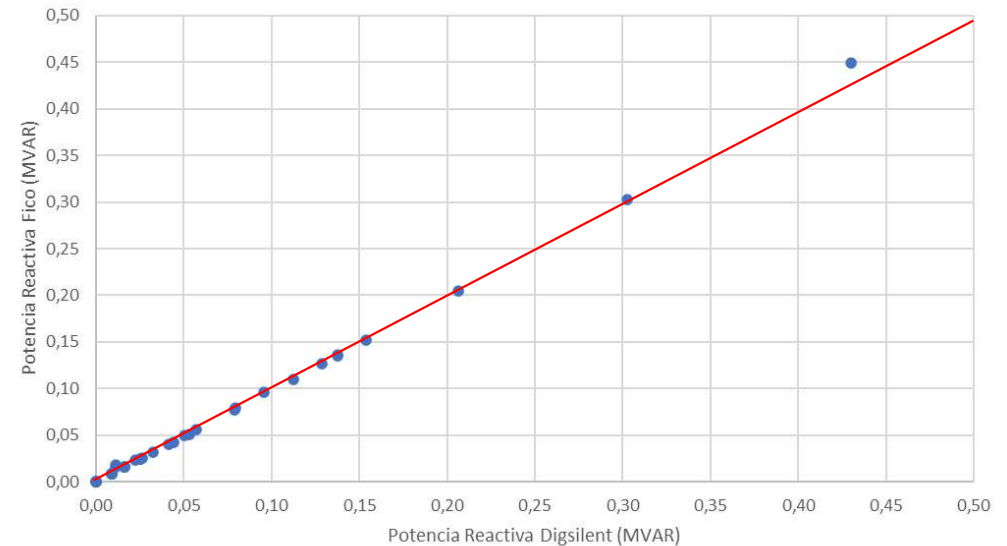
Gráfica de correlación Flujo de Potencia Activa



ERROR PORCENTUAL DE POTENCIA  
ACTIVA:  
4,34%  
RMSE POTENCIA ACTIVA (MW)  
0,0129

ERROR PORCENTUAL DE POTENCIA  
REACTIVA:  
6,74%  
RMSE POTENCIA REACTIVA (MVAR)  
0,0093

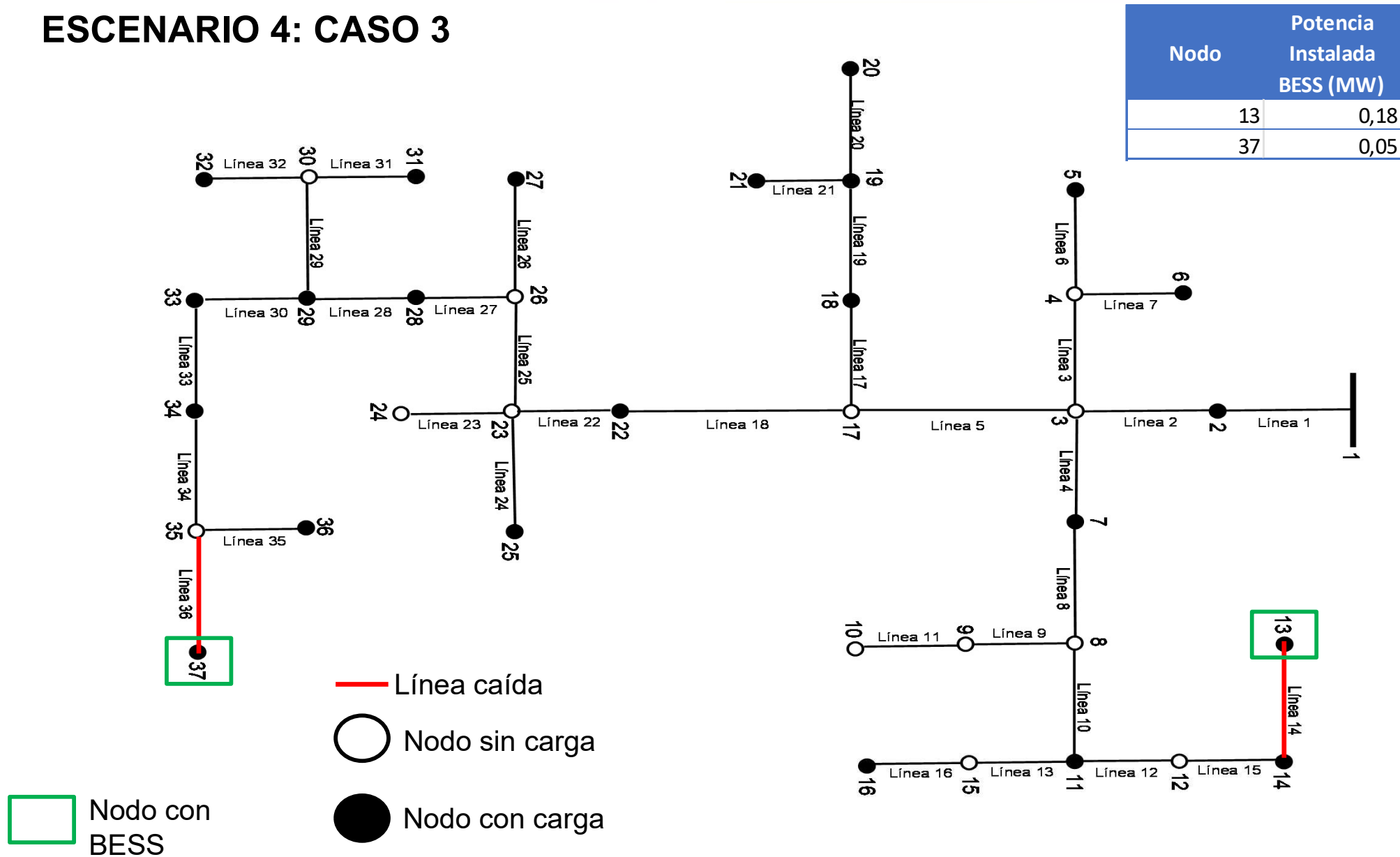
Gráfica de correlación Flujo de Potencia Reactiva





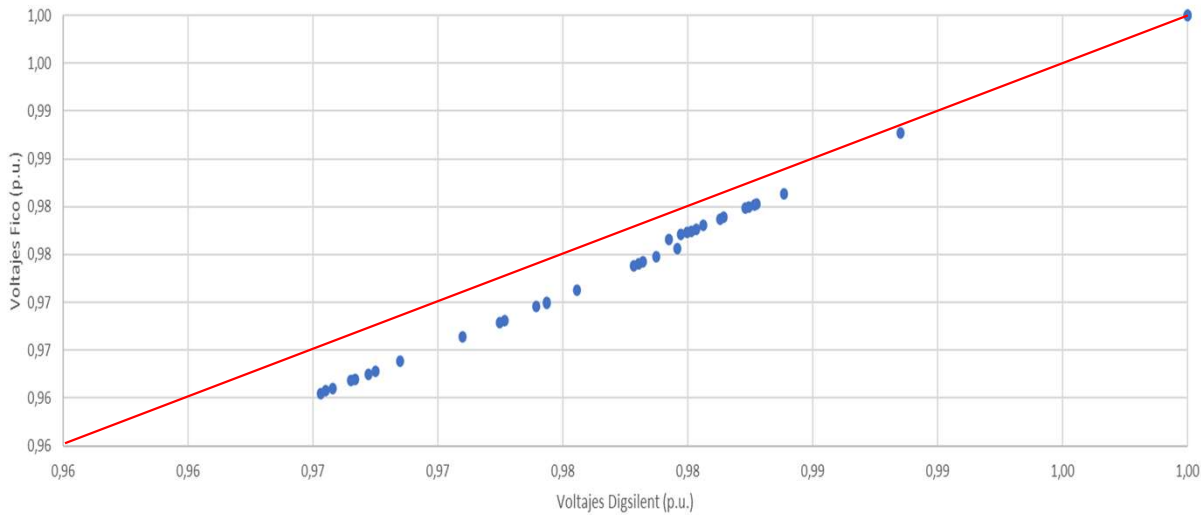
# DIAPPOSITIVAS DE SOPORTE

## ESCENARIO 4: CASO 3



# ESCENARIO 4: CASO 3

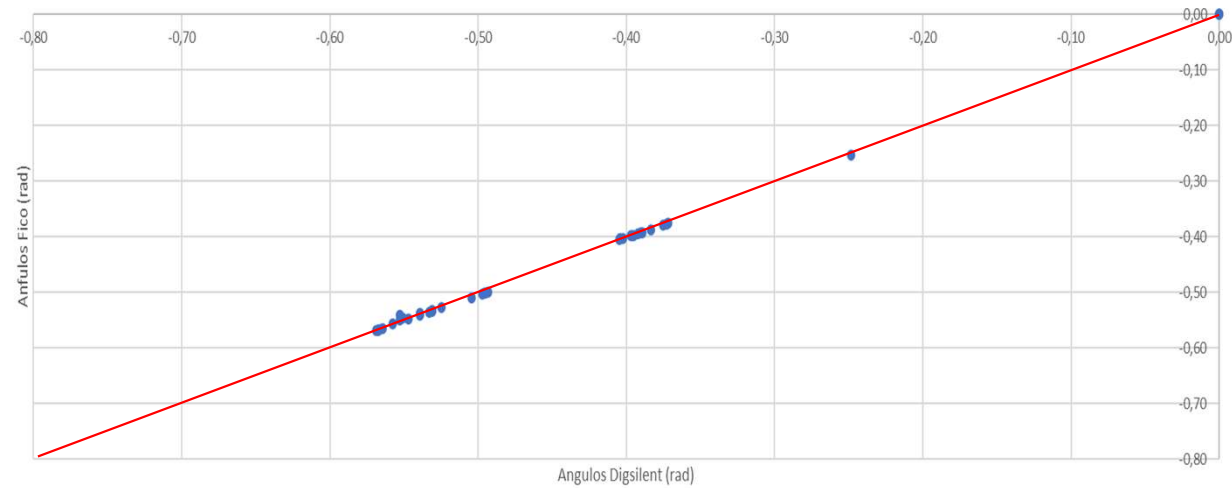
Grafica correlación Voltajes



ERROR PORCENTUAL DE VOLTAJES:  
0,34%  
RMSE VOLTAJE (kV)  
0,017

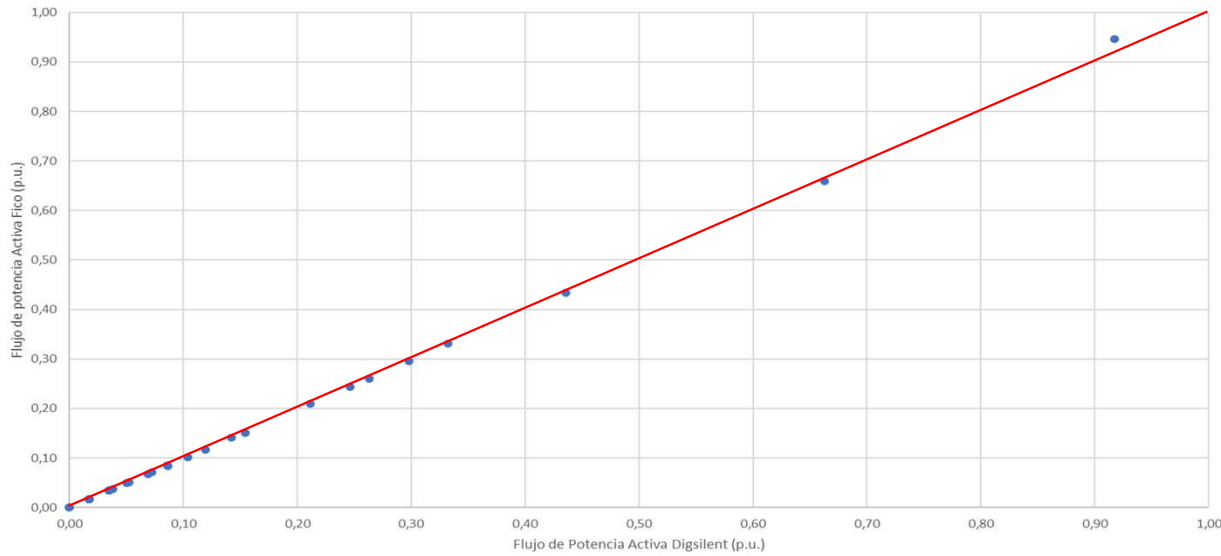
ERROR PORCENTUAL DE ÁNGULOS:  
0,57%  
RMSE ANGULO (grados)  
0,0037

Grafica de correlación Angulos



# ESCENARIO 4: CASO 3

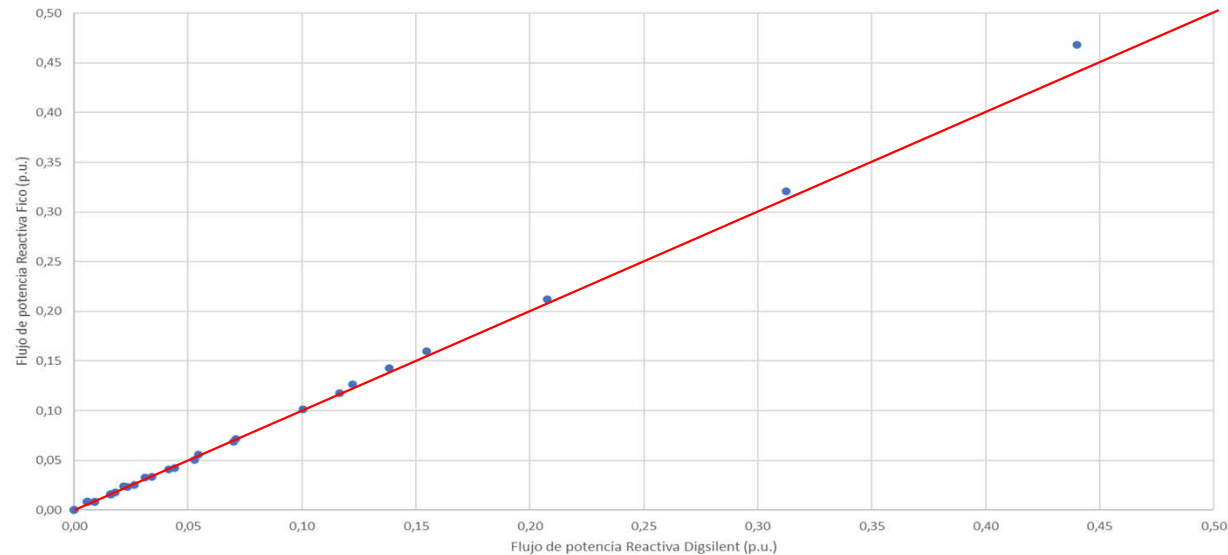
Gráfica de correlación Flujo de Potencia Activa



ERROR PORCENTUAL DE POTENCIA  
ACTIVA:  
1,59%  
RMSE POTENCIA ACTIVA (MW)  
0,13

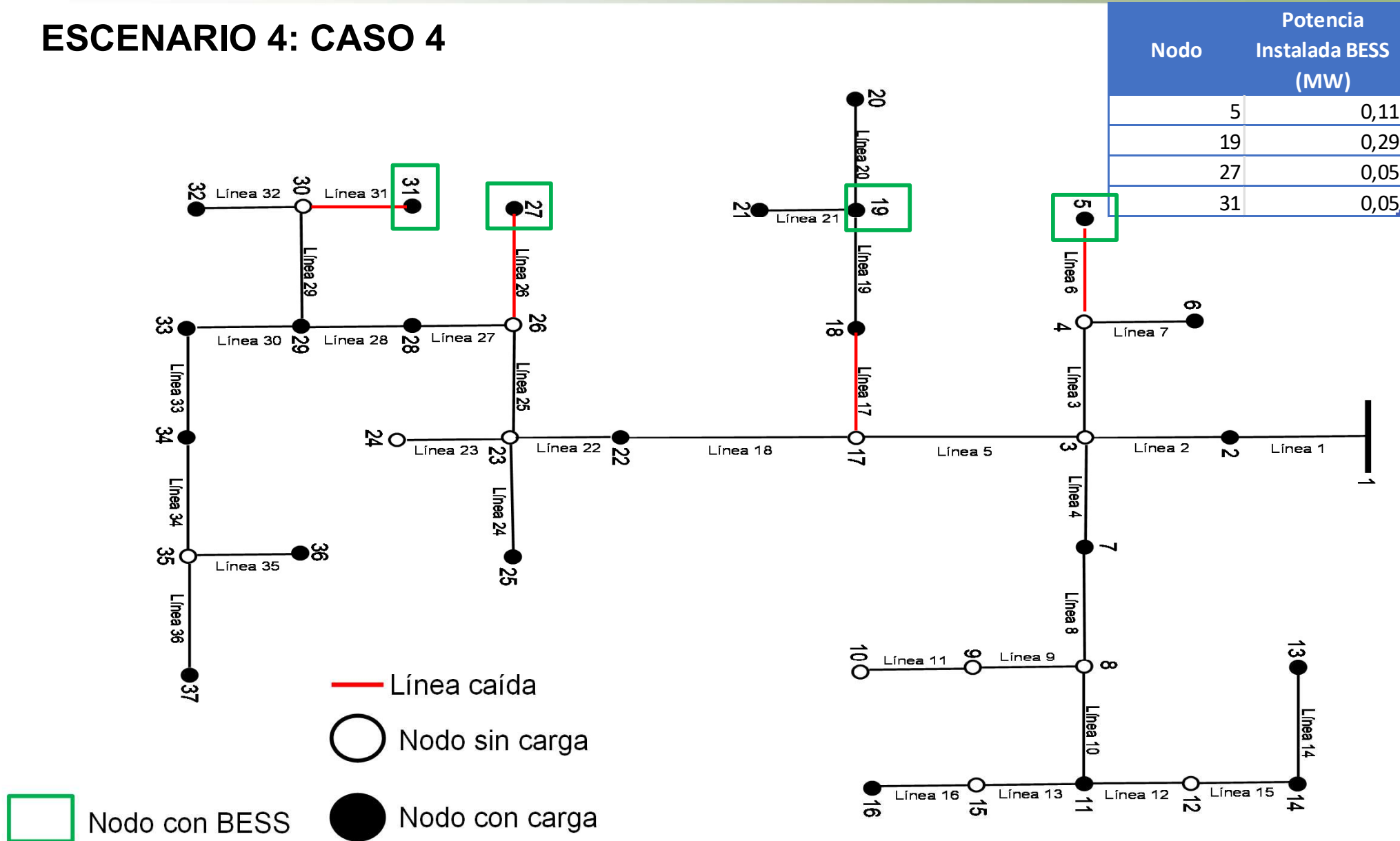
ERROR PORCENTUAL DE POTENCIA  
REACTIVA:  
5,63%  
RMSE POTENCIA REACTIVA (MVAR)  
0,065

Gráfica de correlación Flujo de potencia Reactiva



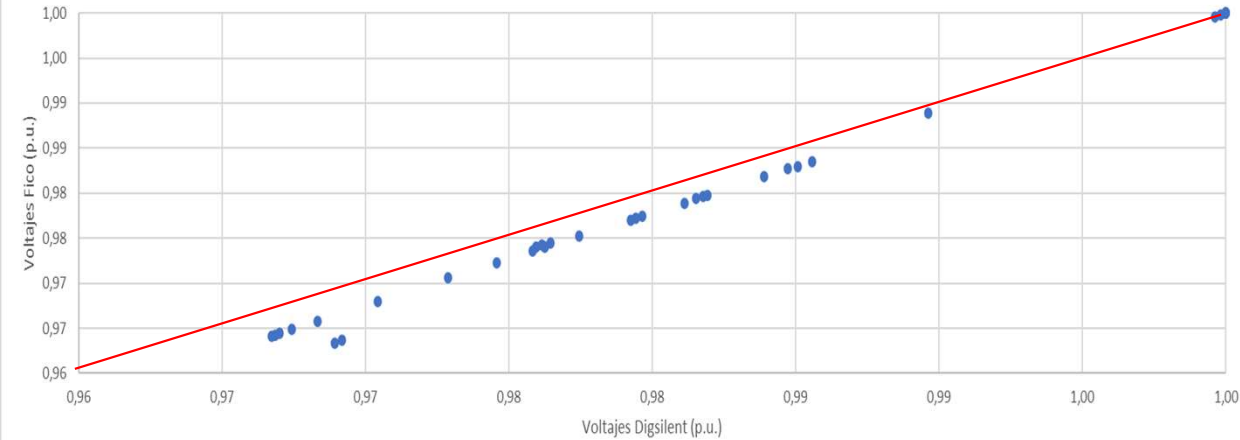
# DIAPPOSITIVAS DE SOPORTE

## ESCENARIO 4: CASO 4



# ESCENARIO 4: CASO 4

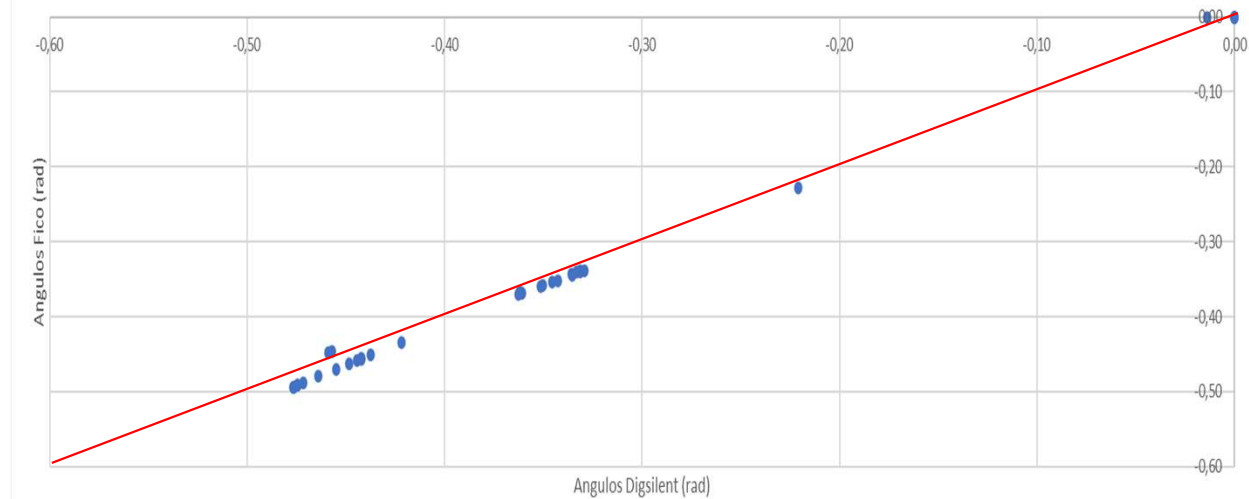
Gráfica de correlación Voltajes



ERROR PORCENTUAL DE VOLTAJES:  
0,20%  
RMSE VOLTAJE (kV)  
0,010

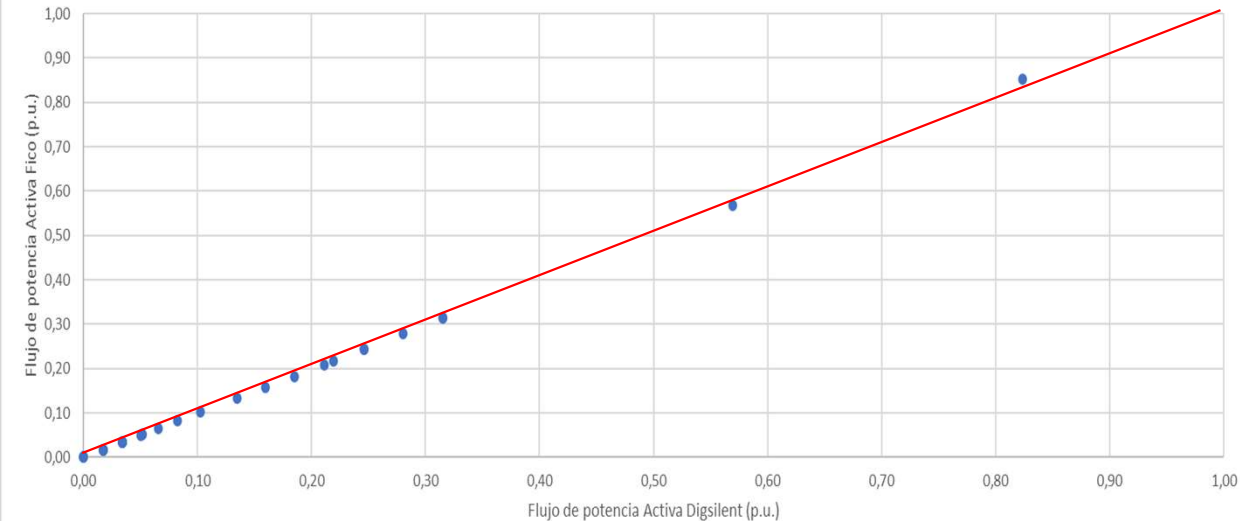
ERROR PORCENTUAL DE ÁNGULOS:  
5,13%  
RMSE ANGULO (grados)  
0,010

Gráfico de correlación Angulos



# ESCENARIO 4: CASO 4

Gráfico de correlación Flujo de potencia Activa



ERROR PORCENTUAL DE POTENCIA  
ACTIVA:  
1,46%  
RMSE POTENCIA ACTIVA (MW)  
0,18

ERROR PORCENTUAL DE POTENCIA  
REACTIVA:  
3,40%  
RMSE POTENCIA REACTIVA (MVAR)  
0,092

Gráfico de correlación Flujo de Potencia Reactiva

