



Análisis comparativo de modelos utilizados en la linealización de flujos de potencia AC y sus aplicaciones en sistemas eléctricos de distribución.

Castañeda Sánchez, Jaime Andrés y Zurita Márquez, Miguel Esteban

Departamento de Eléctrica y Electrónica

Carrera de Ingeniería en Electromecánica

Trabajo de titulación, previo a la obtención del título de ingeniero en electromecánica

Ing. Ortiz Villalba, Diego Edmundo. MSc PhD (c)

27 de febrero del 2023

Latacunga

Reporte de verificación de contenido



TESIS Castañeda-Zurita_Final VFinal_removed.pdf

Scanned on: 16:27 February 27, 2023 UTC



Overall similarity score



Results found



Total words in text

	Word count
Identical	71
Minor Changes	9
Paraphrased	381
Omitted	91

 COPYLEAKS

Ing. Ortiz Villalba, Diego Edmundo. MSc PhD (c)

C.C.: 1803225414



**Departamento de Eléctrica y Electrónica
Carrera de Ingeniería en Electromecánica**

Certificación

Certifico que el trabajo de titulación: **“Análisis comparativo de modelos utilizados en la linealización de flujos de potencia AC y sus aplicaciones en sistemas eléctricos de distribución”**, fue realizado por los señores **Castañeda Sánchez, Jaime Andrés y Zurita Márquez, Miguel Esteban**; el mismo que cumple con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE, además fue revisado y analizado en su totalidad por la herramienta de prevención y/o verificación de similitud de contenidos; razón por la cual me permito acreditar y autorizar para que lo sustente públicamente.

Latacunga, 27 de febrero del 2023

Ing. Ortiz Villalba, Diego Edmundo. MSc PhD (c)

C.C.: 1803225414



**Departamento de Eléctrica y Electrónica
Carrera de Ingeniería en Electromecánica**

Responsabilidad de autoría

Nosotros, **Castañeda Sánchez, Jaime Andrés** y **Zurita Márquez, Miguel Esteban**, con cédulas de ciudadanía n° 050331738-0 y 172317484-1 declaramos que el contenido, ideas y criterios del trabajo de titulación: **Análisis comparativo de modelos utilizados en la linealización de flujos de potencia AC y sus aplicaciones en sistemas eléctricos de distribución** es de nuestra autoría y responsabilidad, cumpliendo con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos, y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, respetando los derechos intelectuales de terceros y referenciando las citas bibliográficas.

Latacunga, 27 de febrero del 2023

Castañeda Sánchez, Jaime Andrés

C.C.: 050331738-0

Zurita Márquez, Miguel Esteban

C.C: 172317484-1



Departamento de Eléctrica y Electrónica
Carrera de Ingeniería en Electromecánica

Autorización de Publicación

Nosotros, **Castañeda Sánchez, Jaime Andrés** y **Zurita Márquez, Miguel Esteban**, con cédulas de ciudadanía n° 050331738-0 y 172317484-1, autorizamos a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar el trabajo de titulación: **Análisis comparativo de modelos utilizados en la linealización de flujos de potencia AC y sus aplicaciones** en el Repositorio Institucional, cuyo contenido, ideas y criterios son de nuestra responsabilidad.

Latacunga, 27 de febrero del 2023



Castañeda Sánchez, Jaime Andrés

C.C.: 050331738-0



Zurita Márquez, Miguel Esteban

C.C: 172317484-1

Dedicatoria

El presente trabajo va dedicado a mis padres Teresa y Jaime, quienes me apoyaron, me dieron consejos y me ayudaron a seguir adelante en toda mi carrera universitaria.

A mi hermana Cecilia que a pesar de la distancia siempre estuvo apoyándome y cuidándome.

A mi tía Judith Sánchez, quien me demostró que a pesar de las adversidades siempre debemos tener una sonrisa y mente positiva para seguir con una vida plena.

A Lizbeth Guerrero que llegó en el momento indicado y me impulsó para terminar esta meta tan anhelada

Sobre todo, a Dios quien me da la oportunidad de levantarme cada día y seguir mejorando como persona y ser humano.

Jaime Andrés Castañeda Sánchez

Dedicatoria

Este trabajo de tesis se lo dedico primeramente a mis padres por darme su apoyo incondicional en cada una de las etapas que he cruzado en mi vida, a mis hermanas Lore y Estefy les dedico este logro ya que ellas han sido mi ejemplo para seguir.

Quiero además dedicárselo a mi bella hija Darla Kahela para que esta tesis sea un motivo de orgullo, dedicación y superación en su vida futura y siga el ejemplo de sus padres.

Dedicárselo también a Mishelle que ha sido una de las personas que siempre ejercía presión sobre mis estudios dándome así ánimos en los peores momentos y felicitaciones en los mejores.

Finalmente dedicárselo a todas y cada una de las personas que me ha brindado su apoyo sus consejos y sobre todo su cariño en especial a mi querido amigo Alex.

Miguel Esteban Zurita Márquez

Agradecimiento

Gracias a Dios y a la Virgen del Quinche por permitirme vivir este momento, por todas las bendiciones brindadas y llegar a una meta más en mi vida.

Mi eterno agradecimiento a mis padres Teresa y Jaime, por darme la vida y brindarme las herramientas necesarias para convertirme en una persona de bien y con valores, por guiarme en cada paso y su perpetuo amor.

A mi hermana Cecilia, quien me apoyo en las noches de desvelos, en los momentos de tristeza y alegría y por todas las experiencias que hemos pasado y quedan por vivir.

A toda mi familia, que en momentos de angustia siempre me dieron palabras de aliento, por ser ese apoyo incondicional para cumplir esta meta tan anhelada.

A mis amistades de la universidad, sobre todo a Jonathan y Karen, quienes fueron parte de todo este camino lleno de felicidad y tristeza, por siempre estar cuando los necesitaba.

Agradezco a mis docentes, sobre todo al Ing. Diego Ortiz Msc. por brindarme la oportunidad de crecer como persona, cambiar mi mentalidad y en especial por el tiempo y consejos dados, los cuales me servirán en mi vida profesional y personal.

A Esteban Zurita, por el compromiso y dedicación en este trabajo de titulación, por su amistad durante toda la etapa universitaria.

A la Universidad de las Fuerzas Armadas Espe, quien me acogió en su seno para convertirme en un profesional de excelencia.

Gratitudes a la familia Guerrero Cunuhay, por siempre brindarme su apoyo, un consejo en momentos de dificultad, estaré eternamente agradecido con la Sra. Piedad y Lizbeth por su ejemplo de superación el cual me ayudara para toda la vida.

Jaime Andrés Castañeda Sánchez

Agradecimiento

Siempre es importante agradecer a Dios sobre todas las cosas y esta es una ocasión para hacerlo, gracias por todas las bendiciones y sobre todo por el temple y fortaleza a lo largo de este camino.

Nunca voy a cansarme de agradecer a mis padres Miguel y Mirian quienes a pesar de estar en los peores momentos siempre estuvieron para mí como si no estuvieran, agradezco por siempre brindarme todos esos valores importantes que me sirvieron, me sirven y me servirán para ser cada día mejor, y más aún sirvieron al recorrer este tan largo camino y culminarlo de esta forma.

A mis hermanas como olvidarlas si gracias a ellas entendí que cada sacrificio tiene su recompensa y miren ahora el último de la casa les agradece porque eso sirvió para culminar esta meta.

Y como no agradecer a Mishelle sí gracias a ella logré sobrevivir a la tan bonita Latacunga, sí gracias a ella soportaba las malas noches, y más aún gracias a ella tengo el regalo más grande de mi vida mi pequeña hija, y gracias a los regaños de ella culmine esta etapa más de mi vida.

A mi querido compañero y amigo de este trabajo de Tesis Jaime Andrés, agradecerle por toda su paciencia, dedicación, sacrificio y sobre todo por nunca decaer en este trayecto, hemos transcurrido juntos este camino tan duro de la querida ESPE, y lo hemos logrado.

A todos y cada uno de mis profesores que me conocieron en la carrera universitaria agradecerles por lo malo y lo bueno, ya que eso servirá para forjar un camino mejor. En especial agradecer al Ing. Diego Ortiz Msc. por brindarnos ese voto de confianza y guiarnos hasta culminar esta tan ansiada meta. A Miguel, Andrés, Mauricio por brindarnos un poco de su tiempo para lograr cumplir con un sueño más.

Como olvidarme de agradecer a mi querido amigo Alex con quien compartimos una pequeña parte de lo que ahora se termina, si gracias al cada día me siento más capaz de todo lo que deseo, si es un gran ejemplo de superación.

Finalmente, a mi familia los Zuritas y los Márquez, quiero agradecerles infinitamente porque siempre estuvieron, están y estarán pendientes de mis logros y ahora es una oportunidad para que se sientan orgullosos de uno más.

Miguel Esteban Zurita Márquez

ÍNDICE DE CONTENIDO

Caratula	1
Reporte de verificación de contenido.....	2
Certificación	3
Responsabilidad de autoría	4
Autorización de Publicación	5
Dedicatoria	6
Dedicatoria	7
Agradecimiento.....	8
Agradecimiento.....	9
Índice de contenido	11
Índice de Figuras	14
Índice de Tablas	15
Nomenclatura	16
Resumen.....	18
Abstract	19
Capítulo I: Problemática	20
Antecedentes.....	20
Planteamiento del problema.....	21
Justificación e importancia	22

Alcance del proyecto	23
Objetivos.....	23
<i>Objetivo general</i>	23
<i>Objetivos específicos</i>	23
Capítulo II: Estado del arte	25
Generalidades de flujos de potencia.....	25
Modelo lineal de flujos de potencia AC en coordenadas polares	26
<i>Modelo de flujo de potencia DC</i>	27
<i>Modelo arranque en caliente</i>	29
<i>Modelo arranque cálido</i>	33
<i>Modelo arranque en frío</i>	35
<i>Modelo de flujo de potencia linealizado por SOS2</i>	37
<i>Linealización por regresión lineal multivariable por mínimos cuadrados</i>	40
Capítulo III: Metodología.....	45
Modelos lineales de flujo de potencia AC.....	46
Implementación de los modelos lineales de flujos de potencia AC	46
<i>Restricciones adicionales para flujo de potencia óptimos considerando GD en la ecuación polar de flujo de potencia AC</i>	47
<i>Restricciones adicionales para flujos de potencia óptimos considerando GD en la ecuación rectangular de flujo de potencia AC</i>	48
<i>Análisis de seguridad</i>	49
Cálculo de los indicadores de desempeño.....	51
Análisis de los indicadores de desempeño.....	52

Creación de un marco comparativo	53
Capítulo IV: Caso de estudio.....	54
Sistema de prueba de 37 nodos IEEE	54
Sistema de prueba de 37 nodos IEEE con inserción del 20% de GD.....	54
Sistema de prueba de 37 nodos IEEE con inserción del 40% de GD.....	55
Análisis de seguridad para el sistema de prueba de 37 nodos IEEE.....	55
Capítulo V: Análisis de resultados	57
Sistema de prueba de 37 nodos IEEE	57
Sistema de prueba de 37 nodos IEEE con integración del 20% de GD	58
Sistema de prueba de 37 nodos IEEE con integración del 40% de GD	60
Seguridad para el sistema de prueba de 37 nodos IEEE.....	61
Marco comparativo de los modelos lineales de flujos de potencia AC	62
Capítulo VI: Conclusiones y recomendaciones	65
Conclusiones.....	65
Recomendaciones.....	68
Bibliografía	69
Anexos.....	71

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 <i>Ejemplo aproximación por tramos del coseno mediante 7 ecuaciones de desigualdad.....</i>	<i>30</i>
Figura 2 <i>Aproximación PWL de la función coseno mediante variables SOS2</i>	<i>39</i>
Figura 3 <i>Metodología para el análisis comparativo de modelos utilizados en la linealización de flujo de potencia AC</i>	<i>46</i>
Figura 4 <i>Aproximación lineal del círculo de potencia para representar los límites de potencia en las líneas de distribución.</i>	<i>48</i>
Figura 5 <i>Sistema de prueba de 37 nodos IEEE.....</i>	<i>54</i>

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	<i>Algoritmo de la aproximación por tramos PWL para linealizar la función coseno</i>	31
Tabla 2	<i>Formulación del modelo de flujos de potencia linealizado arranque en caliente</i>	32
Tabla 3	<i>Formulación del modelo de flujo de potencia linealizado Arranque Cálido</i>	35
Tabla 4	<i>Formulación del modelo de flujo de potencia linealizado arranque en frío</i>	37
Tabla 5	<i>Equivalentes lineales de los términos no lineales de las ecuaciones de flujo AC</i>	38
Tabla 6	<i>Formulación del modelo de flujos de potencia linealizado utilizando la técnica SOS2</i>	40
Tabla 7	<i>Formulación del modelo de flujo de potencia linealizado por regresión lineal multivariable por mínimos cuadrados</i>	44
Tabla 8	<i>Ubicación y potencia instalada de GD considerando un 20% de penetración</i>	55
Tabla 9	<i>Ubicación y potencia instalada de GD considerando un 40% de penetración</i>	55
Tabla 10	<i>Escenarios de contingencia para el análisis de seguridad</i>	56
Tabla 11	<i>Resultados de EPP y ECM en el sistema de prueba de 37 nodos IEEE</i>	58
Tabla 12	<i>Resultados de EPP y ECM en el sistema de prueba de 37 nodos IEEE con integración del 20% de GD</i>	59
Tabla 13	<i>Resultados de EPP y ECM en el sistema de prueba de 37 nodos IEEE con integración del 40% de GD</i>	61
Tabla 14	<i>Resultados de EPP y ECM en el análisis de seguridad en el sistema de prueba de 37 nodos</i>	62
Tabla 15	<i>Marco comparativo de modelos linealizados de flujos de potencia AC</i>	64

Nomenclatura

B_{ij} : Susceptancia de la línea de distribución ij .

C_i^{ENS} : Costo de energía no suministrada.

C_i^{inv} : Costo de inversión.

C_i^G : Costo de generación.

$\widehat{\cos \theta_{ij}}$: Coseno linealizado por PWL.

cs : Número de segmentos para linealización por PWL.

ECM: Error cuadrático medio.

ENS_i^P : Energía no suministrada activa en el nodo i .

ENS_i^Q : Energía no suministrada reactiva en el nodo i .

EPP: Error porcentual promedio

GD: Generación Distribuida

G_{ij} : Conductancia de la línea de distribución ij .

\dot{I}_i : Magnitud de corriente en el nodo i .

P_i : Potencia activa inyectada en el nodo i .

P_i^D : Demanda de potencia activa en el nodo i .

$P_i^{Ginstalado}$: Potencia de generación instalado en el nodo i .

P_{ij} : Flujo de potencia activa de la línea de distribución ij .

PWL: Linealización por tramos (piecewise linearization)

Q_i : Potencia reactiva inyectada en el nodo i .

Q_i^D : Demanda de potencia reactiva en el nodo i .

Q_{ij} : Flujo de potencia reactiva de la línea de distribución ij .

R_{ij} : Resistencia de la línea eléctrica ij .

SED: Sistemas Eléctricos de Distribución.

S_i : Potencia aparente inyectada en el nodo i .

S_{ij} : Flujo de potencia aparente de la línea de distribución ij .

SOS2: Conjunto especial ordenado de variables de tipo 2 (special ordered set of variables of type 2).

\dot{V}_i : Magnitud de voltaje en el nodo i .

V_i^{im} : Voltaje imaginario en el nodo i .

V_i^{re} : Voltaje real en el nodo i .

X_{ij} : Reactancia de la línea eléctrica ij .

ξ_{ij} : Parámetro binario de disponibilidad de la línea ij .

Ω_L : Conjunto de líneas de distribución.

Ω_N : Conjunto de nodos.

Ω_G : Conjunto de generadores.

ϕ_i : Diferencia entre voltajes deseada y real en el nodo i .

θ_{ij} : Diferencia de ángulos entre los nodos i, j .

Resumen

El presente trabajo de titulación propone un análisis comparativo de modelos de flujos de potencia AC linealizados con el objetivo de identificar las ventajas y desventajas de cada uno de ellos en problemas de operación y planificación de sistemas eléctricos de distribución (SED). Se realiza la comparación de cinco modelos linealizados de flujos AC reportados en la literatura los cuales son: 1) arranque en frío, 2) arranque en caliente, 3) arranque cálido, 4) linealización por regresión lineal multivariable por mínimos cuadrados y 5) linealización por conjuntos ordenados especiales de tipo 2 (SOS 2 por sus siglas en inglés). Los diferentes modelos se aplican en el sistema eléctrico de distribución de prueba IEEE de 37 nodos, donde se realizan modificaciones según sea necesario para comprobar su funcionalidad y efectividad mediante herramientas computacionales. Finalmente, para el análisis comparativo, se modela el SED en el software comercial Power Factory DigSilent cuyos resultados se comparan con los resultados obtenidos en cada modelo implementados en el software de optimización Fico Xpress. Se utilizan como indicadores de desempeño el error cuadrático medio (ECM) y el error porcentual promedio (EPP) para cada elemento del sistema y determinar la efectividad de cada uno de los modelos frente a diferentes aplicaciones.

Palabras clave: Flujos de potencia, Modelos linealizados AC, Planificación de sistemas eléctricos, Sistemas de distribución.

Abstract

This research presents a comparative analysis of linearized AC power flow models to identify their performance in solving operating and planning problems of power distribution systems (PDS). A comparison of five linearized AC power flow models reported in the literature is carried out: 1) cold start, 2) hot start, 3) warm start, 4) least squares linearization, and 5) linearization by special ordered sets of second-order. The different models are applied to the modified 37-node IEEE test distribution power system, aiming to check their functionality and effectiveness using computational tools. Finally, for comparative analysis, the PDS is modeled in the commercial software Power Factory DigSilent. The results are compared with the results obtained in each model implemented in the optimization software Fico Xpress. The root mean square error and mean percentage error are used as performance indicators for each element of the system to determine the effectiveness of each of the models against different applications.

Keywords: Power flows, AC linearized models, Planning of electrical system, Distribution systems.

Capítulo I

Problemática

Antecedentes

Los sistemas eléctricos de energía tienen como objetivo principal satisfacer las necesidades energéticas de los consumidores, brindando un servicio continuo y de alta calidad. Debido a las regulaciones y normas que deben cumplir, es esencial realizar un análisis detallado del comportamiento de las variables eléctricas de estos sistemas. Una forma común de hacerlo es mediante un estudio en estado estable de flujos de potencia, el cual permite obtener valores de variables eléctricas como la magnitud de voltaje, ángulos, potencia activa y reactiva en los diferentes elementos del sistema.

El estudio de flujos de potencia es una herramienta esencial en la industria eléctrica debido a su amplia aplicabilidad, principalmente en la planificación futura del sistema, la optimización de las condiciones de operación y otras tareas críticas. Por esta razón, existen varios modelos de flujos de potencia que buscan mejorar la representación de los sistemas eléctricos y mejorar los métodos de cálculo para reducir el requerimiento computacional.

En la literatura especializada, existen dos métodos generales para la simular flujos de potencia: el modelo de flujo de potencia de Corriente Directa (DC por sus siglas en inglés Direct Current) y el modelo de flujos de potencia de Corriente Alterna (AC por sus siglas en inglés Alternating Current). El modelo de flujos de potencia DC tiene una gran eficiencia en tiempos de simulación ya que solo considera la potencia activa para la simulación de flujos y se consideran supuestos válidos para la mayoría de los sistemas eléctricos. Sin embargo, este modelo debido a su simplicidad es poco confiable ya que en algunos casos se pueden obtener resultados erróneos con sistemas mal condicionados. Por otro lado, el modelo de flujos de potencia AC es el más preciso, porque mejora la representación de los sistemas eléctricos considerando la potencia activa y reactiva del sistema. Sin embargo, su gran desventaja es

que, debido a la utilización de ecuaciones más complejas, los tiempos de simulación pueden ser más prolongados en función de la aplicación.

En el contexto de la programación matemática (optimización), los modelos de flujos de potencia AC pueden ser modelos no lineales y modelos lineales. Los modelos AC no linealizados se utilizan para analizar sistemas eléctricos de potencia con un alto grado de complejidad y no-linealidad. Estos modelos tienen en cuenta las variaciones dinámicas de las variables eléctricas, como el voltaje y la corriente, en el tiempo y su interacción con los componentes no lineales del sistema. Debido a que permite una representación más precisa del sistema, el requerimiento computacional es muy alto, por lo cual, para realizar estudios de planificación y operación de sistemas eléctricos se requiere la linealización de las ecuaciones de flujos AC. Los modelos AC linealizados se basan en la suposición de que las variables eléctricas del sistema, como el voltaje y la corriente, varían de manera lineal en relación a los cambios en la potencia activa y reactiva. Esto permite un cálculo más eficiente y rápido de los flujos de potencia en el sistema, ya que las ecuaciones son más sencillas.

En base a los modelos AC linealizados, se pueden encontrar varias adaptaciones para diferentes aplicaciones debido a la precisión de las soluciones que pueden ser obtenidas. No obstante, en muchos de los estudios que manejan modelos de flujos de potencia AC linealizados no se detallan los limitantes de cada uno de los modelos, lo cual podría representar un problema al momento de aplicarlos para casos particulares como por ejemplo operación y planificación de sistemas eléctricos.

Planteamiento del problema

En la actualidad, la planificación y operación de los sistemas eléctricos de distribución (SED) enfrentan desafíos cada vez mayores debido a la creciente inserción de generación distribuida (GD) en las redes y la probabilidad de ocurrencia de eventos adversos que pueden

afectar la seguridad del sistema. Estos desafíos han llevado a desarrollar modelos que permitan una representación más precisa de lo que podría ocurrir en un SED.

En la literatura técnica, se presentan varios modelos de flujos de potencia AC linealizados. Sin embargo, no se presenta un marco comparativo sobre su aplicabilidad y limitaciones en la resolución de problemas de optimización en sistemas eléctricos de distribución. Estas limitantes están sujetas al cumplimiento de diferentes supuestos realizados y procedimientos implementados en la linealización de las ecuaciones de flujo de potencia AC. Por esta razón, es importante conocer los modelos de linealización de flujos de potencia AC aplicables a los sistemas de distribución e identificar cuáles son las ventajas y desventajas de utilizar cada uno de ellos en forma particular.

Justificación e importancia

Los modelos de flujos de potencia AC son una herramienta esencial que permiten resolver problemas de optimización matemática para obtener soluciones en tareas como planificación, despacho económico, regulación de voltaje, cálculos de pérdidas en sistemas eléctricos, entre otros. Sin embargo, las ecuaciones de flujo de potencia tradicionales son ecuaciones no lineales y suelen requerir de una optimización heurística para resolver problemas de optimización, con la limitante de que estos métodos son más complejos y no garantizan la optimalidad en sus resultados. Por esta razón, es necesario la linealización de las ecuaciones convencionales de flujo de potencia que permita reducir los costos computacionales y hacer posible su aplicación, garantizando de esta forma la optimalidad en sus resultados.

Existen varios modelos de flujos de potencia AC linealizados para resolver problemas de optimización, pero no existe un marco comparativo de los diferentes modelos que permita identificar cual es el modelo más apropiado para la resolución de un problema de optimización en particular. Por lo tanto, en el presente trabajo de investigación desarrolla un marco

comparativo por medio de indicadores de desempeño para obtener las ventajas y desventajas de los modelos flujos de potencia AC linealizados, con el fin de obtener una guía para la aplicación de los diferentes modelos dada una problemática en particular a resolver.

Alcance del proyecto

El presente trabajo tiene como objetivo desarrollar un marco comparativo entre los diferentes modelos de flujos de potencia AC linealizados. Para este fin, se compara el error de cada uno de los modelos con los resultados obtenidos a través del software comercial Power Factory DigSilent. Además, se evalúa el comportamiento de los modelos frente a diferentes porcentajes de penetración de generación distribuida. Finalmente, se realiza el análisis del desempeño de los modelos bajo criterios de seguridad del SED ante la ocurrencia de fallas aleatorias en líneas de distribución, en donde se realiza la planificación óptima de generadores distribuidos para reducir la energía no suministrada durante la falla.

Objetivos

Objetivo general

Realizar un análisis comparativo de modelos utilizados en la linealización de flujos de potencia AC y sus aplicaciones en sistemas eléctricos de distribución.

Objetivos específicos

- Realizar el estudio del estado del arte sobre los métodos de linealización de flujos de potencia AC para sistemas eléctricos de distribución.
- Desarrollar e implementar los modelos de linealización de flujos de potencia en el sistema de prueba IEEE 37 nodos para validar cada uno de los modelos.
- Analizar las ventajas y desventajas de cada modelo en relación con el caso de estudio propuesto.

- Proponer un marco comparativo de los modelos de linealización de flujos de potencia AC y su aplicabilidad en sistemas eléctricos de distribución.

Capítulo II

Estado del arte

Generalidades de flujos de potencia

Durante décadas los métodos de flujos de potencia han sido un tema de investigación de gran importancia para el análisis de los sistemas eléctricos. Existen muchas técnicas desarrolladas, siendo el método Gauss-Seidel uno de los primeros en ser implementado en programas computarizados. Por otro lado, las investigaciones mencionan que el método de Newton para cálculo de flujos de potencia es más eficiente y por ende es el método más utilizado en la actualidad. Además, se han desarrollado variantes del método de Newton con el objetivo de mejorar la rapidez de cálculo y la convergencia de los problemas planteados de flujos de potencia (Oliva Henríquez, 2008).

En general, cualquier método para resolver flujos de potencia se basa en la resolución de ecuaciones determinadas a partir de un conjunto de igualdades conocidas como ecuaciones de inyección de potencia en el sistema eléctrico. Para cualquier barra i , estas ecuaciones se pueden expresar como se muestra en la ecuación 1.

$$S_i = P_i + jQ_i = \dot{V}_i \cdot \dot{I}_i^* \quad (1)$$

Donde, S_i representa la potencia aparente inyectada en el nodo i . P_i y Q_i representan la inyección de potencia activa y reactiva, respectivamente. \dot{V}_i representa el voltaje complejo e \dot{I}_i representa la corriente compleja en el nodo i .

Las ecuaciones 2 y 3, representan la parte real y compleja de la descomposición de la ecuación 1, siendo estas las inyecciones de potencia activa y reactiva en el nodo i .

$$P_i = \text{Re}\{\dot{V}_i \cdot \dot{I}_i^*\} \quad (2)$$

$$Q_i = \text{Im}\{\dot{V}_i \cdot \dot{I}_i^*\} \quad (3)$$

En base a estas ecuaciones se determina que, para todo nodo de un sistema eléctrico existen cuatro variables que se involucran para el cálculo de los flujos de potencia, siendo estas la potencia activa, potencia reactiva, el voltaje y la corriente compleja. El voltaje complejo puede ser representado por su magnitud y su ángulo de fase; o también, puede ser representado por su parte real e imaginaria (Oliva Henríquez, 2008).

Por lo tanto, las ecuaciones de flujos de potencia pueden plantearse tanto en coordenadas polares como en coordenadas rectangulares. En la ecuación 4, se representa el voltaje complejo en coordenadas polares, y en la ecuación 5 se muestra la representación del voltaje en coordenadas rectangulares.

$$V_i = V_i(\cos \theta_{ij} + j \cdot \text{sen} \theta_{ij}) \quad (4)$$

$$\vec{V}_i = e_i + jf_i \quad (5)$$

Donde V_i representa el valor de voltaje en un nodo i , θ_{ij} la diferencia de ángulos entre las barras i y j . Por otro lado, e_i y f_i representan las componentes real e imaginaria del voltaje en el nodo i en coordenadas rectangulares, respectivamente.

Modelo lineal de flujos de potencia AC en coordenadas polares

El flujo de potencia AC puede ser conocido directamente utilizando el método de Newton-Raphson, siendo esta la variante más completa del método de Newton original. Con el método de Newton-Raphson se obtienen las ecuaciones 6 y 7, que representan las inyecciones de potencia activa y reactiva en coordenadas polares (Coffrin & Van Hentenryck, 2014).

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \quad \forall i \in \Omega_N \quad (6)$$

$$Q_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad \forall i \in \Omega_N \quad (7)$$

Donde, $G_{ij} + B_{ij}$ constituye el elemento $i-j$ de la matriz de admitancia Y-Barra. θ_{ij} representa la diferencia entre los ángulos de las barras i y j . Por último, Ω_N representa el conjunto de barras del sistema.

La formulación de la matriz Y-Barra es concisa, pero dificulta el razonamiento sobre las ecuaciones de flujo de potencia. Por lo cual en (Coffrin & Van Hentenryck, 2014), se utilizan ecuaciones más explícitas que pueden presentarse como ecuaciones de flujo de potencia en líneas de un sistema eléctrico como se muestra en las ecuaciones 8 y 9.

$$P_{ij} = V_i^2 G_{ij} - V_i V_j G_{ij} \cos \theta_{ij} - V_i V_j B_{ij} \sin \theta_{ij} \quad \forall i, j \in \Omega_N, \forall ij \in \Omega_L \quad (8)$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 B_{ij} + V_i V_j B_{ij} \cos \theta_{ij} - V_i V_j G_{ij} \sin \theta_{ij} \quad \forall i, j \in \Omega_N, \forall ij \in \Omega_L \quad (9)$$

El cálculo de la conductancia G_{ij} y susceptancia B_{ij} , se realiza mediante las ecuaciones 10 y 11 respectivamente. Donde R_{ij} representa la resistencia de línea ij y X_{ij} la reactancia de la línea ij . Finalmente Ω_L es el conjunto de líneas de distribución del sistema.

$$G_{ij} = \frac{R_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (10)$$

$$B_{ij} = \frac{X_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (11)$$

Los modelos de flujos de potencia AC son modelos que permiten tener una mejor representación de un sistema eléctrico a través de las ecuaciones 8 y 9. Sin embargo, inicialmente para desarrollar estudios de planificación y operación de sistemas eléctricos, el modelo de flujo de potencia DC ha sido un modelo ampliamente utilizado ya que es una aproximación de la conversión AC que brinda estimaciones de flujo de potencia rápidas, y es utilizado ampliamente en la industria del sector eléctrico.

Modelo de flujo de potencia DC

El modelo de flujo de potencia DC es un modelo lineal, el cual se enfoca en el análisis de flujo de potencia activa en las líneas del sistema eléctrico de potencia y su relación con la

diferencia angular entre los extremos de ésta. Este modelo parte de la ecuación polar de potencia activa (ecuación 8) y para simplificarla y linealizarla se consideran los siguientes supuestos (Solís Llanos, 2017):

- 1) Las magnitudes de voltaje en los nodos del sistema toman el valor de 1.0 p.u.
- 2) La resistencia de la línea es despreciable ($R_{ij} = 0$) debido a que se considera que la reactancia de la línea es mucho mayor a la resistencia es decir $R_{ij} \ll X_{ij}$.
- 3) La diferencia de los ángulos de voltaje es muy pequeña por lo cual se aproximan $\cos \theta_{ij} \approx 1$ y $\sin \theta_{ij} \approx \theta_{ij}$.
- 4) Se elimina la relación entre la potencia reactiva y la magnitud de voltaje en los nodos del sistema.

Considerando estos supuestos a partir de la ecuación 8, se obtiene $P_{ij} = B_{ij}\theta_{ij}$ el cual se puede expresar como se muestra en la ecuación 12 debido a que $R_{ij} = 0$, recordando que, Ω_L es el conjunto de líneas de distribución del sistema, se tiene:

$$P_{ij} = \frac{1}{X_{ij}}\theta_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (12)$$

Es importante mencionar que el modelo de flujo de potencia DC es aplicado para estudios de sistemas de transmisión de energía, debido a que el supuesto $R_{ij} \ll X_{ij}$ es aplicable solamente para dichos sistemas. En los sistemas de distribución, las resistencias de las líneas poseen valores cercanos a sus reactancias, por lo tanto, la relación X/R tiene una amplia variación con respecto a los sistemas de transmisión. Además, hay que considerar que en estos sistemas uno de los intereses por parte de las empresas de distribución es el mejoramiento de las magnitudes de voltaje y la integración de los diferentes modelos de carga que se encuentran en estos sistemas, donde necesariamente interviene el análisis de flujo de potencia reactiva.

En este contexto, se concluye que el modelo de flujo de potencia DC es ineficiente para estudios de planificación y operación de sistemas de distribución de energía. Por lo tanto, el desarrollo de modelos de flujo de potencia AC tiene una gran importancia, debido a que estos modelos buscan representar de mejor manera los sistemas de distribución de energía eléctrica. Las ecuaciones 8 y 9 se utilizan para formular algunos modelos de flujo AC linealizados que parten de la ecuación de flujo de potencia en coordenadas polares, sin embargo, hay modelos que se deducen a partir de las ecuaciones de flujo de potencia expresadas en forma rectangular. Algunos modelos reportados en la literatura técnica especializada se explican en detalle a continuación.

Modelo arranque en caliente

La aproximación lineal de las ecuaciones de flujo de potencia AC en el modelo de arranque en caliente se basa en tres supuestos, descritos a continuación (Coffrin & Van Hentenryck, 2014):

- 1) El modelo utiliza las magnitudes de voltaje del sistema de una solución base. Esta solución base corresponde a tomar las magnitudes de voltaje de un punto de operación del sistema para ser utilizados en este modelo.
- 2) La aproximación del $\text{sen}\theta$ toma directamente el valor de θ .
- 3) El modelo utiliza una aproximación convexa para el cálculo del coseno.

Con estos tres supuestos, se obtiene un modelo lineal de flujo de potencia AC. Para este modelo la expresión: $\widehat{\text{cos}\theta_{ij}}$ denota la aproximación lineal del coseno del ángulo.

Reemplazando la aproximación del seno y coseno en las ecuaciones 8 y 9 se obtienen las ecuaciones 13 y 14. Estas ecuaciones permiten aproximar las potencias activa y reactiva en la formulación lineal.

$$P_{ij} = V_i^2 G_{ij} - V_i V_j G_{ij} \widehat{\text{cos}\theta_{ij}} - V_i V_j B_{ij} \theta_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (13)$$

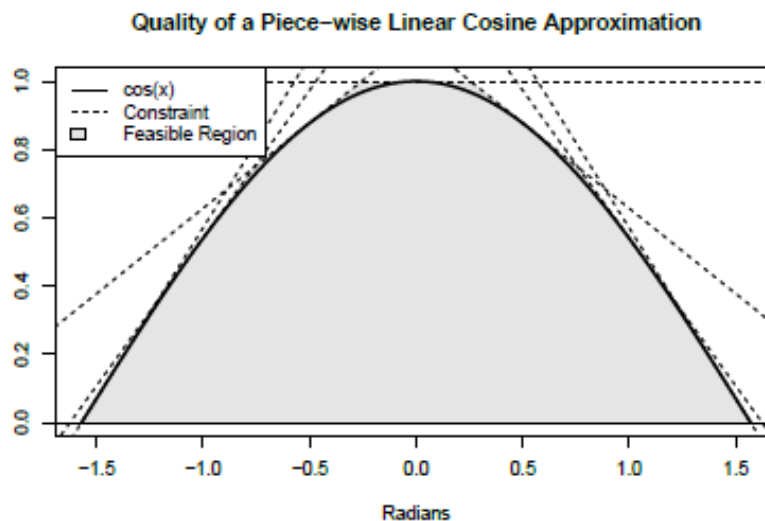
$$Q_{ij} = -V_i^2 B_{ij} + V_i V_j B_{ij} \widehat{\cos \theta_{ij}} - V_i V_j B_{ij} \theta_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (14)$$

Por otro lado, para la aproximación convexa de la función coseno se implementa el método de linealización por tramos (PWL por sus siglas en inglés Piecewise Linearization). A continuación, se explica su implementación:

Primero se selecciona un dominio deseado (l, h) y un número de segmentos cs . A continuación, se selecciona el número de inecuaciones tangentes cs , sobre la función coseno dentro del dominio proporcionado para aproximar la región convexa. A manera de ejemplo, en la Figura 1 se muestra el método de aproximación mediante siete ecuaciones de desigualdad ($cs=7$). La línea continua muestra la función coseno, las líneas discontinuas son las inecuaciones y el área sombreada es la región factible del sistema lineal formado por esas inecuaciones. Las ecuaciones de desigualdad se obtienen a partir de líneas tangentes en varios puntos de la función coseno.

Figura 1

Ejemplo aproximación por tramos del coseno mediante 7 ecuaciones de desigualdad



Nota. Tomado de (Coffrin & Van Hentenryck, 2014)

En concreto, para una coordenada a , la recta tangente se define como:

$y = -\text{sen}(a)(x - a) + \text{cos}(a)$, dentro del dominio de $(-\pi/2, \pi/2)$, la desigualdad

$y \leq -\text{sen}(a)(x - a) + \text{cos}(a) \quad \forall a$ se cumple.

La Tabla 1 muestra el algoritmo para generar ecuaciones de desigualdad cs , espaciadas uniformemente dentro del dominio (l, h) . En el algoritmo, x es una variable de decisión utilizada como argumento de la función coseno, $x_{\widehat{\text{cos}}}$ es una variable de decisión que captura el valor aproximado de $\text{cos}(x)$.

Tabla 1

Algoritmo de la aproximación por tramos PWL para linealizar la función coseno

Algoritmo 1: Función PWL para linealizar la función coseno	
$PWL < COS > (x_{\widehat{\text{cos}}}, x, l, h, s)$	(15)
1: $post \left[x_{\widehat{\text{cos}}} \geq \frac{\text{cos}(h) - \text{cos}(l)}{h - l} (x - l) + \text{cos}(l) \right]$	(16)
2: $inc = \frac{h - l}{s + 1}$	(17)
3: $a = l + inc$	(18)
4: for $i \in 1..cs$	(19)
5: do $fa = \text{cos}(a)$	(20)
6: $S_a = -\text{sen}(a)$	(21)
7: $post(x_{\widehat{\text{cos}}} \leq s_a x - s_a a + fa)$	(22)
8: $a = a + inc$	(23)

La Tabla 2 muestra la formulación matemática del modelo de arranque en caliente.

Inicialmente se muestran los parámetros de entrada del modelo, los cuales corresponden al conjunto de nodos Ω_N , conjunto de líneas Ω_L , conjunto de generadores Ω_G , potencia activa P_i^D y reactiva Q_i^D de la demanda, valores de conductancia G_{ij} , valores de susceptancia B_{ij} , las magnitudes de voltaje del sistema V_i de una solución base y el número de segmentos cs para la función PWL. Entre las variables se tiene la diferencia angular entre barras θ_{ij} , flujo de potencia activa P_{ij} , flujo de potencia reactiva Q_{ij} , potencia activa de generación P_i^G , potencia reactiva de generación Q_i^G y el coseno linealizado $\widehat{\text{cos}}\theta_{ij}$. Para este modelo, se establece un ángulo de cero grados en el nodo slack del sistema como se muestra en la ecuación 24. Las ecuaciones 25 y 26, representan la potencia activa y potencia reactiva linealizadas, respectivamente. Es

importante destacar, que en estas ecuaciones se consideran los supuestos mencionados anteriormente para la aproximación de las funciones seno y coseno, con el propósito de obtener ecuaciones linealizadas de flujo de potencia. Las ecuaciones 27 y 28 representan las ecuaciones de balance que se basan en las leyes de Kirchhoff considerando las potencias de entrada y salida de cada nodo del sistema. En las ecuaciones de balance se consideran las inyecciones de potencia de generación, demanda y los flujos de potencia activa y reactiva. La ecuación 29, corresponde a la función PWL para la linealización de la función coseno. Es importante mencionar, que debido a que la función coseno es convexa es necesario maximizarla como se muestra en la ecuación 30.

Tabla 2

Formulación del modelo de flujos de potencia linealizado arranque en caliente

Parámetros		
$\Omega_L, \Omega_N, \Omega_G, P_i^D, Q_i^D, G_{ij}, B_{ij}, V_i, cs$		
Variabes		
$\theta_{ij}, P_{ij}, Q_{ij}, P_i^G, Q_i^G, \widehat{\cos \theta_{ij}}$		
Restricciones		
$\theta_s = 0$		(24)
Ecuación de flujo de potencia		
$P_{ij} = V_i^2 G_{ij} - V_i V_j G_{ij} \widehat{\cos \theta_{ij}} - V_i V_j B_{ij} \theta_{ij}$	$\forall ij \in \Omega_L$	(25)
$Q_{ij} = -V_i^2 B_{ij} + V_i V_j B_{ij} \widehat{\cos \theta_{ij}} - V_i V_j G_{ij} \theta_{ij}$	$\forall ij \in \Omega_L$	(26)
Ecuación de balance		
$P_i^G + \sum_{ij \in \Omega_L} P_{ij} = P_i^D$	$\forall ij \in \Omega_L, \forall i \in \Omega_N$	(27)
$Q_i^G + \sum_{ij \in \Omega_L} Q_{ij} = Q_i^D$	$\forall ij \in \Omega_L, \forall i \in \Omega_N$	(28)
Función PWL		
$PWL(COS)(\widehat{\cos \theta_{ij}}, \theta_{ij}, \theta_{min}, \theta_{max}, cs)$	$\forall ij \in \Omega_L$	(29)
$max \left\{ \sum_{ij \in \Omega_L} \widehat{\cos \theta_{ij}} \right\}$		(30)

El modelo de arranque en caliente es una formulación lineal que captura la contribución del coseno a la potencia reactiva. Sin embargo, fijar las magnitudes de voltaje en las ecuaciones de flujo de potencia, puede ser demasiado restrictivo en muchas aplicaciones.

Modelo arranque cálido

El modelo de arranque cálido es un modelo linealizado de las ecuaciones de flujo de potencia AC, este se deriva de las ecuaciones de arranque en caliente. Este modelo supone que se dispone de algunos voltajes en las barras, los que son controlados por generadores que imponen el valor de voltaje en estas barras, estas magnitudes de voltaje son conocidas. La red debe funcionar cerca de estos voltajes deseados, ya que de lo contrario los voltajes pueden producir un colapso en el sistema (Coffrin & Van Hentenryck, 2014).

El modelo de arranque cálido se basa en dos supuestos:

- 1) La aproximación de la potencia activa es la misma que en el modelo de arranque en caliente, con la diferencia que los voltajes deseados sustituyen a los voltajes de la solución base.
- 2) La aproximación de la potencia reactiva está en función de los cambios de las magnitudes de voltaje del sistema.

Para deducir la aproximación de la potencia reactiva en el modelo de arranque cálido, sea ϕ la diferencia entre el voltaje deseado V^d y el valor real V_i , se tiene:

$$V_i = V^d + \phi \quad (31)$$

Sustituyendo la ecuación 28 en la ecuación 9 que corresponde a la ecuación no linealizada se obtiene:

$$\tilde{Q}_{ij} = -(V_i^2 + 2V_i\phi_i + \phi_i^2)B_{ij} - (V_iV_j + V_i\phi_j + V_j\phi_i + \phi_i\phi_j)(G_{ij}\text{sen}\theta_{ij} - B_{ij}\text{cos}\theta_{ij}) \quad (32)$$

La ecuación 32 se puede dividir en dos partes como se muestra en la ecuación 33.

$$\tilde{Q}_{ij} = Q_{ij} + \overset{\Delta}{Q}_{ij} \quad (33)$$

Donde Q_{ij} es equivalente a la ecuación 26 del modelo de arranque en caliente. Por otro lado, $\overset{\Delta}{Q}_{ij}$ se puede expresar como:

$$\overset{\Delta}{Q}_{ij} = -(2V_i\phi_i + \phi_i^2)B_{ij} - (V_i\phi_j + V_j\phi_i + \phi_i\phi_j)(G_{ij}\text{sen}\theta_{ij} - B_{ij}\text{cos}\theta_{ij}) \quad (34)$$

La ecuación 34, es más compleja debido a que contiene términos no lineales y no convexos como $\phi_i\phi_j \text{cos}\theta_{ij}$. En este caso para aproximar $\overset{\Delta}{Q}_{ij}$ se utilizan los términos lineales de la serie de Taylor de $\overset{\Delta}{Q}_{ij}$ en $\phi_i = 0$, $\phi_j = 0$ y $\theta_{ij} = 0$ para obtener:

$$\overset{\Delta}{Q}_{ij} = -(2V_i\phi_i)B_{ij} + (V_i\phi_j + V_j\phi_i)B_{ij} \quad (35)$$

O su equivalente a:

$$\overset{\Delta}{Q}_{ij} = -V_iB_{ij}\phi_{ij} - (V_i - V_j)B_{ij}\phi_i \quad (36)$$

La formulación lineal completa del modelo de arranque cálido se presenta en la Tabla 3. Como se puede observar es un modelo similar al modelo de arranque en caliente. En este caso, se añade la restricción 38 que indica que la diferencia de voltajes para el nodo slack es cero al igual que la diferencia de voltajes para los nodos que tengan generación como se indica en la restricción 39.

Tabla 3

Formulación del modelo de flujo de potencia linealizado Arranque Cálido

Parámetros	
$\Omega_L, \Omega_N, \Omega_G, P_i^D, Q_i^D, G_{ij}, B_{ij}, V_i, cs$	
Variables	
$\theta_{ij}, P_{ij}, Q_{ij}, P_i^G, Q_i^G, \widehat{\cos \theta_{ij}}$	
Restricciones	
$\theta_s = 0$	(37)
$\phi_s = 0$	(38)
$\phi_i = 0$	$\forall i \in \Omega_G$ (39)
Ecuación de flujo de potencia	
$P_{ij} = V_i^2 G_{ij} - V_i V_j G_{ij} \widehat{\cos \theta_{ij}} - V_i V_j B_{ij} \theta_{ij}$	$\forall ij \in \Omega_L$ (40)
$Q_{ij}^t = -V_i^2 B_{ij} + V_i V_j B_{ij} \widehat{\cos \theta_{ij}} - V_i V_j G_{ij} \theta_{ij}$	$\forall ij \in \Omega_L, i \neq s$ (41)
$Q_{ij}^\Delta = -V_i B_{ij} \phi_{ij} - (V_i - V_j) B_{ij} \phi_i$	$\forall ij \in \Omega_L, \forall i \in \Omega_N$ (42)
Ecuación de balance	
$P_i^G + \sum_{ij \in \Omega_l} P_{ij} = P_i^D$	$\forall ij \in \Omega_L, \forall i \in \Omega_N$ (43)
$Q_i^G + \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{ij}^t + Q_{ij}^\Delta) = Q_i^D$	$\forall ij \in \Omega_L, \forall i \in \Omega_N$ (44)
Función PWL	
$PWL(COS)(\widehat{\cos \theta_{ij}}, \theta_{ij}, \theta_{min}, \theta_{max}, cs)$	$\forall ij \in \Omega_L$ (45)
$max \left\{ \sum_{ij \in \Omega_L} \widehat{\cos \theta_{ij}} \right\}$	(46)

Modelo arranque en frío

El modelo de arranque en frío se basa en dos supuestos:

- 1) La aproximación de la potencia activa es la misma que en el modelo de arranque en caliente, con la diferencia que los voltajes deseados es igual a 1 p.u.
- 2) La aproximación de la potencia reactiva está en función de los cambios de las magnitudes de voltaje del sistema.

Para este modelo, no se considera las magnitudes de voltaje de una solución base, por lo cual, se establece que los voltajes para cada nodo del sistema toman el valor de 1 p.u.,

excepto para los nodos con generadores que controlan el voltaje, cuyas magnitudes vienen dados por V_i^g donde i pertenece a los nodos que poseen generación (Coffrin & Van Hentenryck, 2014). El modelo de arranque en frío parte del modelo de arranque cálido fijando los valores de voltajes deseados a 1.0 p.u. para todos los nodos del sistema, con el fin de reducir la ecuación 42 a la siguiente expresión:

$$\overset{\Delta}{Q}_{ij} = -B_{ij}\phi_i \quad (47)$$

En la Tabla 4 se presenta la formulación del modelo de arranque en frío, que es muy similar al modelo de arranque cálido. La restricción 50 se utiliza para fijar las magnitudes de voltaje de los generadores.

Tabla 4

Formulación del modelo de flujo de potencia linealizado arranque en frío

Parámetros	
$\Omega_L, \Omega_N, \Omega_G, P_i^D, Q_i^D, G_{ij}, B_{ij}, V_i, cs$	
Variables	
$\theta_{ij}, \phi_{ij}, P_{ij}, Q_{ij}, P_i^G, Q_i^G, \widehat{\cos \theta_{ij}}$	
Restricciones	
$\theta_s = 0$	(48)
$\phi_s = V_s^g - 1.0$	(49)
$\phi_i = V_i^g - 1.0$	$\forall i \in \Omega_G$ (50)
Ecuación de flujo de potencia	
$P_{ij} = G_{ij} - G_{ij} \widehat{\cos \theta_{ij}} - B_{ij} \theta_{ij}$	$\forall ij \in \Omega_L$ (51)
$Q_{ij} = -B_{ij} + B_{ij} \widehat{\cos \theta_{ij}} - G_{ij} \theta_{ij}$	$\forall ij \in \Omega_L$ (52)
$\overset{\Delta}{Q}_{ij} = -B_{ij} \phi_{ij}$	$\forall ij \in \Omega_L$ (53)
Ecuación de balance	
$P_i^G + \sum_{ij \in \Omega_L} P_{ij} = P_i^D$	$\forall ij \in \Omega_L, \forall i \in \Omega_N$ (54)
$Q_i^G + \sum_{ij \in \Omega_L} (Q_{ij} + \overset{\Delta}{Q}_{ij}) = Q_i^D$	$\forall ij \in \Omega_L, \forall i \in \Omega_N$ (55)
Función PWL	
$PWL(COS)(\widehat{\cos \theta_{ij}}, \theta_{ij}, \theta_{min}, \theta_{max}, cs)$	$\forall ij \in \Omega_L$ (56)
$max \left\{ \sum_{ij \in \Omega_L} \widehat{\cos \theta_{ij}} \right\}$	(57)

Modelo de flujo de potencia linealizado por SOS2

En base a las ecuaciones de flujo de potencia no lineales 8 y 9, para este modelo se establece la linealización de los términos no lineales mediante las expresiones obtenidas aplicando series de Taylor donde se consideran los siguientes supuestos:

- 1) Las magnitudes de voltaje son aproximadamente igual a 1 p.u. ($V_i \approx 1$).
- 2) La diferencia del ángulo de voltaje entre nodos es aproximadamente igual a 0.
($\theta_i - \theta_j \approx 0$).

Con estas aproximaciones se obtienen las expresiones lineales mostradas en la Tabla 5.

Tabla 5

Equivalentes lineales de los términos no lineales de las ecuaciones de flujo AC

Término No Lineal	Equivalente lineal
$V_i V_j \cos \theta_{ij}$	$V_i + V_j + \overline{\cos(\theta_{ij})} - 2$
$V_i V_j \text{sen} \theta_{ij}$	θ_{ij}
V_i^2	$2V_i - 1$

Reemplazando los equivalentes lineales en las ecuaciones 8 y 9 se tiene:

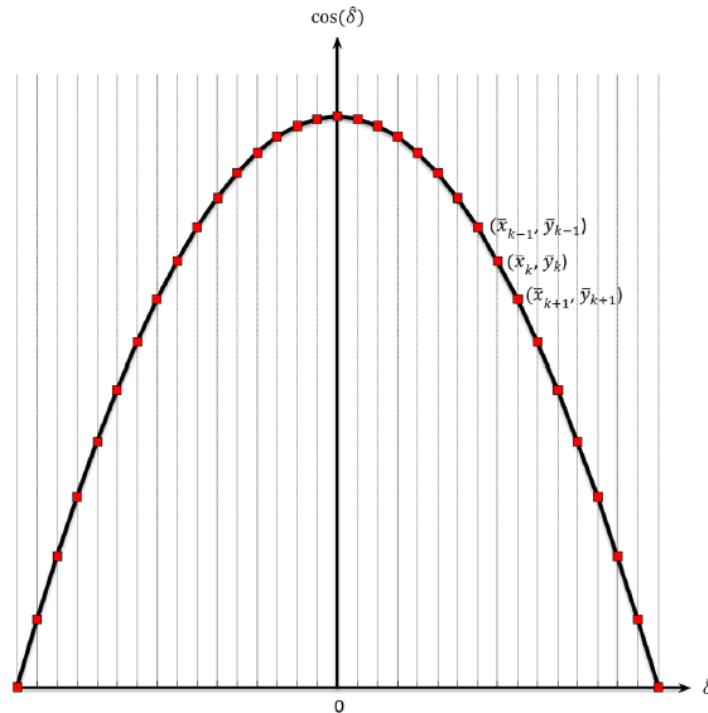
$$P_{ij} = -(2V_i - 1)G_{ij} + (V_i + V_j + \overline{\cos(\theta_{ij})} - 2)G_{ij} + B_{ij}\theta_{ij} \quad (58)$$

$$Q_{ij} = (2V_i - 1)B_{ij} - (V_i + V_j + \overline{\cos(\theta_{ij})} - 2)B_{ij} + G_{ij}\theta_{ij} \quad (59)$$

Como se presenta en (Javadi & Turaj, 2018), para la aproximación lineal de la función coseno en este modelo se utiliza el método PWL utilizando la técnica de conjuntos especiales ordenados de tipo 2 (SOS2 por sus siglas en inglés Special Ordered Set of variables of type 2). La técnica SOS2 se utiliza para facilitar la búsqueda de soluciones óptimas globales a problemas que contienen aproximaciones lineales por partes en una función no lineal de un solo argumento. SOS2 es un conjunto ordenado de variables no negativas, de las cuales como máximo dos pueden ser distintas de cero, y si dos son distintas de cero estas deben ser consecutivas en su ordenación. En la Figura 2, se representa el tipo de linealización PWL con la técnica SOS2. Como se observa, para la aproximación de la función coseno se consideran varios puntos en la curva los cuales servirán para aplicar la técnica SOS2.

Figura 2

Aproximación PWL de la función coseno mediante variables SOS2



Nota. Tomado de (Javadi & Turaj, 2018)

La formulación completa de este modelo se presenta en la Tabla 6. Particularmente, para este modelo las magnitudes de voltaje son variables, pero se fija el voltaje de la barra slack del sistema en 1.0 p.u. como valor de referencia y su ángulo toma el valor de cero como se muestra en las restricciones 60 y 61. El grupo de ecuaciones 66-69 representa la linealización de la función coseno, aplicando el método de linealización por tramos empleando un conjunto especial ordenado de variables de tipo 2 (SOS2), donde $\overline{\cos(\theta_k)}$ toma el valor de la aproximación de la función coseno y $\lambda_{ij,k}$ representa la variable SOS2 para la aproximación lineal a tramos (Arabpour et al., 2018).

Tabla 6

Formulación del modelo de flujos de potencia linealizado utilizando la técnica SOS2

Parámetros	
$\Omega_L, \Omega_N, \Omega_G, P_i^D, Q_i^D, G_{ij}, B_{ij}$	
Variables	
$\theta_{ij}, P_{ij}, Q_{ij}, P_i^G, Q_i^G, V_i$	
Restricciones	
$\theta_s = 0$	(60)
$V_s = 1.0$	(61)
Ecuación de flujo de potencia	
$P_{ij} = -(2V_i - 1)G_{ij} + (V_i + V_j + \overline{\cos(\theta_{ij})} - 2)G_{ij} + B_{ij}\theta_{ij}$	$\forall ij \in \Omega_L$ (62)
$Q_{ij} = (2V_i - 1)B_{ij} - (V_i + V_j + \overline{\cos(\theta_{ij})} - 2)B_{ij} + G_{ij}\theta_{ij}$	$\forall ij \in \Omega_L$ (63)
Ecuación de balance	
$P_i^G + \sum_{ij \in \Omega_L} P_{ij} = P_i^D$	$\forall ij \in \Omega_L, \forall i \in \Omega_N$ (64)
$Q_i^G + \sum_{ij \in \Omega_L} Q_{ij} = Q_i^D$	$\forall ij \in \Omega_L, \forall i \in \Omega_N$ (65)
Función SOS2	
$\theta_{ij} = \sum_{k=1}^{N_k} \lambda_{ij,k} x \bar{x}_k$	$\forall ij \in \Omega_L$ (66)
$\overline{\cos(\theta_k)} = \cos(\bar{x}_k)$	$\forall ij \in \Omega_L$ (67)
$\overline{\cos(\theta_{ij})} = \lambda_{ij,k} x \overline{\cos(\theta_k)}$	$\forall ij \in \Omega_L$ (68)
$\sum_{k=1}^{N_k} \lambda_{ij,k} = 1$	$\forall ij \in \Omega_L$ (69)

Linealización por regresión lineal multivariable por mínimos cuadrados

En la ecuación 70 se muestra el flujo de corriente a través de una línea ij ($\overline{I_{ij}}$), donde $\overline{V_i}$ es el vector de voltaje del nodo i . R_{ij} y X_{ij} es la resistencia y reactancia de la línea ij respectivamente (Franco et al., 2011). La ecuación 70, puede ser expresada en coordenadas rectangulares considerando su parte real e imaginaria como se muestra en la ecuación 71 y 72, donde V_i^{re} es el voltaje real y V_i^{im} es el voltaje imaginario, I_{ij}^{re} es la corriente real y I_{ij}^{im} es la corriente imaginaria.

$$\vec{V}_i - \vec{V}_j = \overline{I_{ij}}(R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (70)$$

$$V_i^{re} - V_j^{re} = I_{ij}^{re} R_{ij} - I_{ij}^{im} X_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (71)$$

$$V_i^{im} - V_j^{im} = I_{ij}^{re} X_{ij} + I_{ij}^{im} R_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (72)$$

Las ecuaciones de balance nodal considerando la primera ley de Kirchhoff se expresan en las ecuaciones 73 y 74, donde I_{Gi}^{re} y I_{Gi}^{im} representan la parte real e imaginaria de la corriente generada en el nodo i . I_{Di}^{re} y I_{Di}^{im} representan la parte real e imaginaria de la corriente de carga en el nodo i .

$$I_{Gi}^{re} + \sum_{ij \in \Omega_L} I_{ij}^{re} = I_{Di}^{re} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (73)$$

$$I_{Gi}^{im} + \sum_{ij \in \Omega_L} I_{ij}^{im} = I_{Di}^{im} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (74)$$

Considerando un modelo de carga de potencia constante la corriente de carga ($\overrightarrow{I_{Di}}$) es una función de la demanda de potencia activa (P_i^D), demanda de la potencia reactiva (Q_i^D) y el voltaje de nodo ($\overrightarrow{V_i}$) como se muestra en la ecuación 75.

$$\overrightarrow{I_{Di}} = \left(\frac{P_i^D + jQ_i^D}{\overrightarrow{V_i}} \right)^* \quad \forall i \in \Omega_N \quad (75)$$

Separando la ecuación 75 en su parte real e imaginaria se obtienen las ecuaciones 76 y 77.

$$I_{Di}^{re} = \frac{P_i^D V_i^{re} + Q_i^D V_i^{im}}{V_i^{re2} + V_i^{im2}} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (76)$$

$$I_{Di}^{im} = \frac{P_i^D V_i^{im} - Q_i^D V_i^{re}}{V_i^{re2} + V_i^{im2}} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (77)$$

Es importante destacar, que las ecuaciones 71-74 son lineales, mientras que las ecuaciones 76-77 son no lineales. Estas últimas ecuaciones son linealizadas mediante el método de regresión lineal múltiple por mínimos cuadrados, en el que se consideran los siguientes supuestos:

- 1) Los voltajes de los nodos están dentro del rango [0.9,1] p.u.
- 2) Los ángulos de voltaje están dentro del rango de [-4,1]°.

De esta manera las ecuaciones 76 y 77 se pueden expresar como ecuaciones lineales como se muestra en las ecuaciones 78 y 79, respectivamente.

$$I_{Di}^{re} = a_i V_i^{re} + b_i V_i^{im} + c_i \quad \forall i \in \Omega_N \quad (78)$$

$$I_{Di}^{im} = d_i V_i^{re} + e_i V_i^{im} + f_i \quad \forall i \in \Omega_N \quad (79)$$

Donde, $a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i$, son coeficientes obtenidos del método de regresión lineal a través de mínimos cuadrados como se muestra en (Chapra & Canale, 2007). Para la obtención de los coeficientes a_i, b_i y c_i , se realiza un muestreo de tamaño n de V_i^{re} y del θ_i y con la ayuda del método de simulación de Montecarlo considerando los rangos especificados en los supuestos. Con los valores obtenidos V_i^{re} y θ_i y mediante el despeje de la ecuación 80 se calculan los valores de V_i^{im} con la ecuación 81.

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{V_i^{im}}{V_i^{re}}\right) \quad \forall i \in \Omega_N \quad (80)$$

$$V_i^{im} = \tan(\theta_i) \times V_i^{re} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (81)$$

Una vez obtenido la muestra de tamaño n de los valores de V_i^{re} y V_i^{im} , estos se reemplazan en la ecuación 78 y se determinan los coeficientes a través de la suma de mínimos cuadrados como se muestra en la ecuación 82:

$$\begin{bmatrix} n & \sum V_i^{re} & \sum V_i^{im} \\ \sum V_i^{re} & \sum (V_i^{re})^2 & \sum V_i^{re} \cdot V_i^{im} \\ \sum V_i^{im} & \sum V_i^{re} \cdot V_i^{im} & \sum (V_i^{im})^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_i \\ a_i \\ b_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum \frac{P_i^D V_i^{re} + Q_i^D V_i^{im}}{V_i^{re2} + V_i^{im2}} \\ \sum \frac{P_i^D V_i^{re} + Q_i^D V_i^{im}}{V_i^{re2} + V_i^{im2}} \cdot V_i^{re} \\ \sum \frac{P_i^D V_i^{re} + Q_i^D V_i^{im}}{V_i^{re2} + V_i^{im2}} \cdot V_i^{im} \end{bmatrix} \quad (82)$$

Donde n es el tamaño de la muestra. Nótese, que se obtienen los coeficientes para cada carga existente en el SED, además se aplica el mismo procedimiento para obtener los coeficientes, d_i , e_i , f_i , reemplazando los valores obtenidos de V_i^{re} y V_i^{im} en la ecuación 79.

En la Tabla 7, se presenta la formulación completa de este modelo. Donde se consideran como datos de entrada valores de resistencias R_{ij} y reactancias X_{ij} de líneas de distribución, además del conjunto de líneas, nodos y valores de demanda.

Tabla 7

Formulación del modelo de flujo de potencia linealizado por regresión lineal multivariable por mínimos cuadrados

Parámetros	
$\Omega_L, \Omega_N, P_i^D, Q_i^D, R_{ij}, X_{ij}$	
Variabes	
$V_i^{re}, V_i^{im}, I_{ij}^{re}, I_{ij}^{im}, P_i^G, Q_i^G$	
Restricciones	
$V_i^{re} = 1.0, V_i^{im} = 0$	(83)
$\vec{V}_i - \vec{V}_j = \vec{I}_{ij}(R_{ij} + jX_{ij})$	$\forall ij \in \Omega_L$ (84)
$V_i^{re} - V_j^{re} = I_{ij}^{re} R_{ij} - I_{ij}^{im} X_{ij}$	$\forall ij \in \Omega_L$ (85)
$V_i^{im} - V_j^{im} = I_{ij}^{re} X_{ij} + I_{ij}^{im} R_{ij}$	$\forall ij \in \Omega_L$ (86)
Ecuación de balance nodal	
$I_{Gi}^{re} + \sum_{ij \in \Omega_L} I_{ij}^{re} = I_{Di}^{re}$	$\forall ij \in \Omega_L$ (87)
$I_{Gi}^{im} + \sum_{ij \in \Omega_L} I_{ij}^{im} = I_{Di}^{im}$	$\forall i \in \Omega_N$ (88)
$I_{Di}^{re} = a_i V_i^{re} + b_i V_i^{im} + c_i$	$\forall i \in \Omega_N$ (89)
$I_{Di}^{im} = d_i V_i^{re} + e_i V_i^{im} + f_i$	$\forall i \in \Omega_N$ (90)

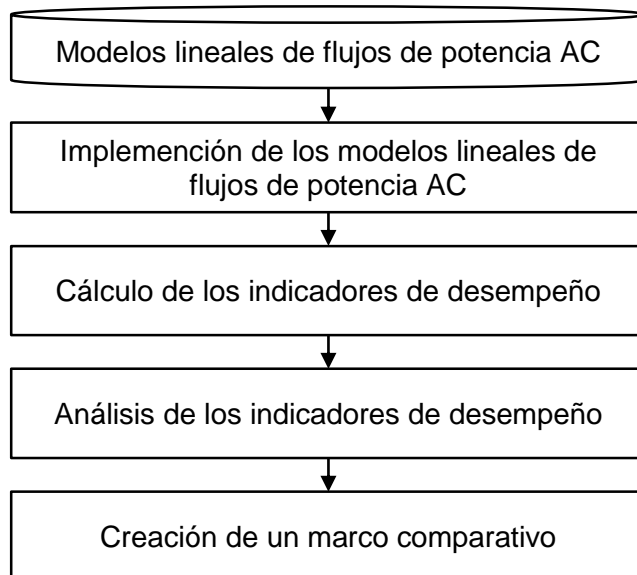
Capítulo III

Metodología

Este capítulo presenta la metodología para el análisis comparativo de modelos de linealización de flujo de potencia AC, la cual se muestra en la Figura 3 y consta de cinco etapas. La primera etapa consiste en el estudio de los modelos lineales de flujos de potencia AC reportados en la literatura técnica especializada, los mismos que se implementan en la segunda etapa, donde se añaden restricciones para evaluar su eficiencia en la optimización de flujos de potencia en un SED considerando diferentes aplicaciones. En la tercera etapa, se realiza el cálculo de indicadores de desempeño de cada uno de los modelos lineales de flujo de potencia AC. En la cuarta etapa, se analizan los resultados de los indicadores de desempeño. Finalmente, en la última etapa de la metodología, se crea y propone un marco comparativo de los modelos lineales de flujo de potencia AC. A continuación, se describen con mayor detalle cada una de las etapas de la metodología propuesta para la realización de este trabajo de investigación.

Figura 3

Metodología para el análisis comparativo de modelos utilizados en la linealización de flujo de potencia AC



Modelos lineales de flujo de potencia AC

En esta etapa se realiza el estudio de los diferentes modelos lineales de flujo de potencia AC que han sido presentados en la literatura técnica especializada. Se evalúan modelos que se basan en la ecuación polar y rectangular de los flujos de potencia AC, los cuales incluyen el modelo de arranque en caliente, arranque en cálido, arranque en frío, linealización por regresión lineal multivariable por mínimos cuadrados y linealización por SOS2. Cada uno de los modelos se implementan en la siguiente etapa de la metodología.

Implementación de los modelos lineales de flujos de potencia AC

En esta etapa se implementan cada uno de los modelos lineales de flujo de potencia AC previamente descritos en el capítulo anterior. Además, en esta etapa se añaden restricciones para resolver el problema de flujo óptimo de potencia considerando diferentes niveles de inserción de GD, así mismo, el modelo incluye el cumplimiento de criterios de seguridad de un SED mediante la modelación de fallas en líneas de distribución utilizando la matriz de

disponibilidad, además en los modelos se consideran la localización óptima de GD para reducir el impacto de la ocurrencia de fallas de líneas en un SED.

A continuación, se presentan las restricciones adicionales que se modelan para cada uno de los problemas de optimización considerados.

Es importante mencionar que las restricciones adicionales varían para los modelos lineales basados en la ecuación polar y en la ecuación rectangular de flujo de potencia AC.

Restricciones adicionales para flujo de potencia óptimos considerando GD en la ecuación polar de flujo de potencia AC

Los modelos de arranque en caliente, arranque cálido, arranque en frío y el modelo de linealización por SOS2 parten de la ecuación polar de flujo de potencia, por ende, para estos modelos se añaden las mismas restricciones 91-98. Las restricciones 91 y 92 limitan la potencia activa y reactiva de los GD, respectivamente. Las cuales no deben ser mayor a la potencia máxima instalada de potencia activa (P_i^{Gmax}) y reactiva (Q_i^{Gmax}) en cada nodo i . La restricción 93 representa los límites permisibles de voltaje.

$$P_i^G \leq P_i^{Gmax} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (91)$$

$$Q_i^G \leq Q_i^{Gmax} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (92)$$

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (93)$$

El conjunto de restricciones 94-97 representan el límite de flujo de potencia activa y reactiva de las líneas de distribución como se propone en (Velásquez-Lozano et al., 2021). El área factible para este conjunto de restricciones se puede observar en la Figura 4.

$$P_{ij} + Q_{ij} \leq S_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (94)$$

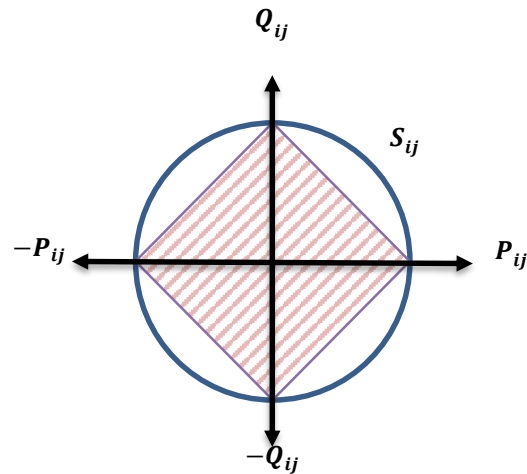
$$-P_{ij} + Q_{ij} \leq S_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (95)$$

$$P_{ij} - Q_{ij} \leq S_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (96)$$

$$-P_{ij} - Q_{ij} \leq S_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (97)$$

Figura 4

Aproximación lineal del círculo de potencia para representar los límites de potencia en las líneas de distribución.



Finalmente, en la ecuación 98 se define la función objetivo del problema de optimización en donde se minimiza el costo de la energía suministrada (C_i^G) por medio de la subestación y GD.

$$\min \left\{ \sum_i^{\Omega_N} C_i^G \cdot P_i^G \right\} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (98)$$

Restricciones adicionales para flujos de potencia óptimos considerando GD en la ecuación rectangular de flujo de potencia AC

Para el modelo de flujo de potencia AC linealizado por regresión lineal multivariable por mínimos cuadrados se añaden las restricciones 99-102. Las restricciones 99 y 100 limitan la potencia activa y reactiva inyectada a través de los generadores distribuidos, respectivamente. Las restricciones 101 y 102 representan la inyección de potencia activa y reactiva por medio de los GD.

$$P_i^G \leq P_i^{Gmax} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (99)$$

$$Q_i^G \leq Q_i^{Gmax} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (100)$$

$$P_i^G = V_i^{re} I_{Gi}^{re} + V_i^{im} I_{Gi}^{im} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (101)$$

$$Q_i^G = -V_i^{im} I_{Gi}^{re} + V_i^{re} I_{Gi}^{im} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (102)$$

Es importante destacar que las ecuaciones 101 y 102 son ecuaciones no lineales las mismas que se linealizan alrededor de un punto de operación del nodo i , tal como se muestra en las ecuaciones 103 y 104, donde V_i^o y θ_i^o es la magnitud de voltaje y el ángulo de voltaje, respectivamente, en un punto de operación.

$$P_i^G = V_i^o \cos(\theta_i^o) I_{Gi}^{re} + V_i^o \sin(\theta_i^o) I_{Gi}^{im} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (103)$$

$$Q_i^G = -V_i^o \sin(\theta_i^o) I_{Gi}^{re} + V_i^o \cos(\theta_i^o) I_{Gi}^{im} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (104)$$

Finalmente, en la ecuación 105 se define la función objetivo del problema de optimización en donde se minimiza el costo de la energía suministrada (C_i^G) por medio de la subestación y los GD.

$$\min \left\{ \sum_i^{\Omega_N} C_i^G \cdot P_i^G \right\} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (105)$$

Análisis de seguridad

En el contexto de análisis de seguridad el modelamiento de fallas en el modelo de arranque en Caliente y arranque Cálido no es factible debido a que los criterios de linealización parten de establecer las magnitudes de voltaje en un punto de operación, lo que conduce a que, al ocurrir una falla en el SED este modelo no sea capaz de modelar apropiadamente el SED residual, debido a que los valores de voltaje cambian drásticamente. Por otro lado, si bien en el modelo de arranque en frío no considera el voltaje en sus ecuaciones y no parte de un punto base, este debe operar con valores cercanos de voltaje en 1. p.u.

El modelo de flujo de potencia AC linealizado por regresión lineal multivariable por mínimos cuadrados es inapropiado para el análisis de seguridad debido a la linealización de las

ecuaciones de la corriente inyectada al sistema a través de los GD, ya que estas ecuaciones se linealizan a través de un punto de operación. Por lo tanto, el modelo es insuficiente para problemas de planificación para mejorar la seguridad de un SED ante fallas aleatorias bajo criterios de seguridad.

Dicho esto, el análisis de seguridad solo se aplica en el modelo lineal de flujo de potencia por SOS2, debido a que este modelo no parte de un punto de operación base para el cálculo de flujo de potencia. A continuación, se presenta la formulación del problema de optimización para la planificación óptima de generadores distribuidos con el objetivo de reducir la energía no suministrada bajo una falla aleatoria de líneas de distribución.

Las ecuaciones 62 y 63 correspondientes a los flujos de potencia activa y reactiva linealizados se modifican adicionando la disponibilidad de la línea como un parámetro binario representado por (ξ_{ij}) como se muestra en las ecuaciones 106 y 107, si $\xi_{ij} = 1$ la línea ij está disponible, caso contrario si $\xi_{ij} = 0$ la línea ij está indisponible.

$$P_{ij} = [-(2V_i - 1)G_{ij} + (V_i + V_j + \overline{\cos(\theta_{ij})} - 2)G_{ij} + B_{ij}\theta_{ij}]\xi_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (106)$$

$$Q_{ij} = [(2V_i - 1)B_{ij} - (V_i + V_j + \overline{\cos(\theta_{ij})} - 2)B_{ij} + G_{ij}\theta_{ij}]\xi_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_L \quad (107)$$

Las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva se modifican añadiendo variables de holgura para viabilizar el problema de optimización, en este caso se añade las variables ENS_i^P y ENS_i^Q como se muestran en las restricciones 108 y 109, que representa la energía no suministrada de potencia activa y reactiva, respectivamente. Adicionalmente la restricción 110 se incluye con el fin de tener una relación lineal entre la energía no suministrada de la potencia activa y reactiva.

$$P_i^G + \sum_{ij \in \Omega_L} P_{ij} = P_i^D + ENS_i^P \quad \forall ij \in \Omega_L, \forall i \in \Omega_N \quad (108)$$

$$Q_i^G + \sum_{ij \in \Omega_L} Q_{ij} = Q_i^D + ENS_i^Q \quad \forall ij \in \Omega_L, \forall i \in \Omega_N \quad (109)$$

$$ENS_i^Q = \frac{Q_i^D}{P_i^D} ENS_i^P \quad \forall i \in \Omega_N \quad (110)$$

Las restricciones 111 y 112 representan el límite de potencia a suministrar por parte de los generadores distribuidos donde $P_i^{Ginstalado}$ y $Q_i^{Ginstalado}$ son la máxima potencia a instalar en cada nodo i . Vale la pena mencionar que todos los nodos del SED son capaces de albergar GD, para ese fin la variable $P_i^{Ginstalado}$ se declara como una variable continua.

$$P_i^G \leq P_i^{Ginstalado} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (111)$$

$$Q_i^G \leq Q_i^{Ginstalado} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (112)$$

Finalmente, en la restricción 113 se presenta la función objetivo para el análisis de seguridad, donde se consideran costos de inversión en generadores distribuidos (C_i^{inv}) y los costos operacionales tales como el costo de la energía no suministrada (C_i^{ENS}) y el costo de la energía suministrada de la subestación y los generadores distribuidos (C_i^G).

$$\min \left\{ \sum_i^{\Omega_N} [C_i^G \cdot P_i^G + C_i^{ENS} \cdot ENS_i^P] + \sum_i^{\Omega_N} C_i^{inv} \cdot P_i^{Ginstalado} \right\} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (113)$$

Cálculo de los indicadores de desempeño

Para medir el desempeño de cada uno de los modelos en esta etapa se calcula el error porcentual promedio (EPP) y el error cuadrático medio (ECM) para determinar la precisión y confiabilidad de cada modelo.

El EPP es un indicador de desempeño que se utiliza para medir la precisión y efectividad en la representación de los modelos de flujo de potencia AC linealizados. Inicialmente el error absoluto (EA) se calcula como la diferencia entre los valores esperados ($Valor^E$) y los valores calculados mediante el modelo ($Valor^C$), expresados en términos porcentuales, como se muestra en la ecuación 114. A continuación, se calcula el EPP, el cual se obtiene usando la ecuación 115, en donde se realiza la sumatoria de todos los EA dividiendo

para el número de elementos a evaluar (N). Cuanto menor sea el EPP, mejor será la precisión del modelo.

$$EA = \frac{Valor^E - Valor^C}{Valor^E} \cdot 100\% \quad (114)$$

$$EPP = \frac{\sum_1^N(EA)}{N} \quad (115)$$

El error cuadrático medio (ECM) es un indicador de desempeño que se utiliza para medir la exactitud y capacidad para representar los modelos de flujo de potencia AC linealizados. Este indicador se calcula como la raíz cuadrada de la media aritmética de los errores cuadráticos entre los valores esperados ($Valor^E$) y los valores calculados ($Valor^C$) dividido para el número de elementos a evaluar (N) como se muestra en la ecuación 116. Cuanto menor sea el ECM, mejor será la precisión del modelo.

$$ECM = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Valor^E - Valor^C)^2} \quad (116)$$

El uso del ECM y el EPP es fundamental en el análisis de los modelos de flujo de potencia AC linealizados. ECM mide la diferencia entre el valor real y el valor predicho de la potencia, y EPP mide la diferencia en términos porcentuales. Ambos indicadores permiten evaluar la precisión y eficiencia de los modelos en la optimización del flujo de potencia. Además, permiten comparar los resultados de diferentes modelos y determinar cuál es el mejor ajuste para una determinada aplicación. En resumen, el uso de ECM y EPP es clave para obtener una evaluación objetiva y precisa de los modelos lineales de flujos de potencia AC.

Análisis de los indicadores de desempeño

La etapa de análisis de los indicadores de desempeño es una parte crucial en la metodología de análisis comparativo de modelos de flujos de potencia AC linealizados. En esta

etapa, se evalúan los resultados obtenidos por cada modelo mediante el uso de indicadores de desempeño. Estos indicadores incluyen el EPP y el ECM, los cuales permiten cuantificar la eficacia y precisión de cada modelo en la optimización de flujos de potencia en un SED. La comparación y análisis de estos indicadores es esencial para determinar cuál de los modelos lineales de flujos de potencia AC es el más adecuado para una aplicación específica.

Creación de un marco comparativo

La última etapa de la metodología se enfoca en la creación de un marco comparativo para los modelos lineales de flujos de potencia AC. En esta etapa, se combinan los resultados obtenidos en las etapas anteriores para establecer una clasificación de los modelos. El objetivo de este marco comparativo es proporcionar una herramienta útil para los ingenieros y especialistas que desean elegir el modelo más adecuado para sus aplicaciones específicas en un SED.

Capítulo IV

Caso de Estudio

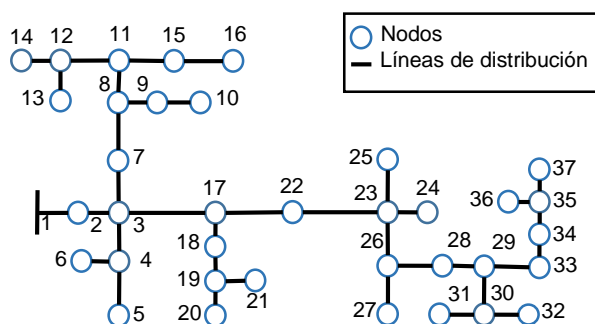
Para comparar la eficiencia de los diferentes modelos lineales de flujos de potencia, estos se aplican al alimentador de prueba IEEE de 37 nodos (Baughman et al., 1992), donde se realizan modificaciones con el objetivo de visualizar la eficiencia de los modelos ante diferentes porcentajes de penetración de GD y para análisis de seguridad considerando inversión de GD para reducir la energía no suministrada ante fallas de líneas.

Sistema de prueba de 37 nodos IEEE

El SED tiene 36 líneas de distribución y 37 nodos, con una demanda total de potencia activa de 2457 kW y de potencia reactiva de 1201 kVAr (Baughman et al., 1992). Los datos necesarios para el modelamiento de este SED se muestran en el Anexo A. El sistema de prueba de 37 nodos IEEE se muestra en la Figura 5.

Figura 5

Sistema de prueba de 37 nodos IEEE



Sistema de prueba de 37 nodos IEEE con inserción del 20% de GD

El sistema se evalúa con un porcentaje de 20% de penetración de GD, para este caso se consideraron la instalación de GD en los nodos 11, 17, 20 y 35 como se muestra en la Tabla 8, con una potencia total de 544 kW.

Tabla 8

Ubicación y potencia instalada de GD considerando un 20% de penetración.

Nodo	Potencia Instalada GD (MW)
11	0,150
17	0,150
20	0,094
35	0,150
Total	0,544

Sistema de prueba de 37 nodos IEEE con inserción del 40% de GD

El sistema se evalúa con un porcentaje de 40% de GD, para este caso se consideraron la instalación de GD en los nodos 4,7,11, 30 y 35 como se muestra en la Tabla 9, con una potencia total de 1088 kW.

Tabla 9

Ubicación y potencia instalada de GD considerando un 40% de penetración

Nodo	Potencia Instalada GD (MW)
4	0,033
7	0,155
11	0,350
30	0,300
35	0,250
Total	1,088

Análisis de seguridad para el sistema de prueba de 37 nodos IEEE

Para evaluar la precisión de los diferentes modelos estos se prueban en diferentes escenarios de contingencia los cuales se resumen en la Tabla 10, donde se puede observar las líneas indisponibles y la cantidad de islas formadas para cada escenario. Cabe mencionar que para cada isla se selecciona un nodo slack de referencia, que corresponde al nodo de la isla más cercano al alimentador principal.

Tabla 10*Escenarios de contingencia para el análisis de seguridad.*

Escenario	Nodo i	Nodo j	Número de islas	Nodo slack
Escenario 1	12	13	2	13
	19	21		21
Escenario 2	3	4	3	4
	15	16		16
	23	25		25
Escenario 3	12	13	2	13
	35	37		37
Escenario 4	4	5	4	5
	17	18		18
	26	27		27
	30	31		31

Capítulo V

Análisis de resultados

Sistema de prueba de 37 nodos IEEE

En la Tabla 11, se muestran los resultados de error porcentual promedio (EPP) y error cuadrático medio (ECM) de flujos de potencia AC para cada modelo en el sistema de prueba de 37 nodos IEEE sin considerar GD. Los resultados muestran que el modelo con mayor precisión en la magnitud de voltaje es el método por mínimos cuadrados con un EPP del 0,003% y un ECM de 0,003 kV. Cabe recalcar que el método de arranque en caliente y arranque en cálido parte de un punto base de operación por lo que no estiman las magnitudes de voltaje, es por esta razón que se reportan aproximaciones del 0%. Por otro lado, el modelo que presenta un mayor error en la estimación de los niveles de voltajes es el modelo de arranque en frío con un EPP de 3,847% y un ECM de 0,195 kV.

El modelo con menos errores en la estimación del ángulo de voltaje es el modelo de arranque en caliente (ver Tabla 11) esto es debido a que se parte de un punto base de operación. Por otro lado, en el modelo de mínimos cuadrados y modelo linealizado por SOS2 se obtienen aproximaciones aceptables con un EPP por debajo de 2,13%. Cabe mencionar, que el modelo con mayor error en la estimación del ángulo de voltaje es el modelo de arranque en frío, con un EPP de 339,602%.

En la estimación de flujos de potencia activa y reactiva todos los modelos presentan una gran precisión reportando errores por debajo del 3,0%. Cabe mencionar, que el modelo de mínimos cuadrados presenta mayor error en la estimación de flujos de potencia activa con un EPP de 2,411%, y el modelo de arranque en caliente presenta el mayor EPP en flujos de potencia reactiva con un valor de 2,803%.

Tabla 11

Resultados de EPP y ECM en el sistema de prueba de 37 nodos IEEE.

	Arranque en Caliente	Arranque Cálido	Arranque en Frío	Mínimos Cuadrados	SOS2
EPP Voltaje [%]	0,000%	0,000%	3,847%	0,066%	0,114%
ECM Voltaje [kV]	0,000	0,000	0,195	0,003	0,006
EPP Ángulo [%]	1,085%	8,635%	339,602%	1,205%	2,136%
ECM Ángulo [grados]	0,320	2,591	106,453	0,354	0,012
EPP Potencia Activa [%]	1,783%	1,715%	1,715%	2,411%	1,715%
ECM Potencia Activa [MW]	0,189	0,188	0,188	0,199	0,188
EPP Potencia Reactiva [%]	2,803%	2,736%	2,736%	2,411%	2,736%
ECM Potencia Reactiva [MVA_r]	0,091	0,091	0,091	0,087	0,091

Sistema de prueba de 37 nodos IEEE con integración del 20% de GD

En la Tabla 12, se presentan los resultados de EPP y ECM del sistema IEEE de 37 nodos considerando la penetración de GD al 20%. Como se puede observar, al incluir GD en el alimentador las estimaciones de los niveles de voltaje son apropiados en todos los modelos excepto para el modelo de arranque en frío donde se llega a tener un error del 4,35% y un ECM de 0,221 kV.

En la estimación de los ángulos de voltaje los errores se mantienen bajos en el modelo arranque en caliente y en el modelo linealizado por SOS2 con EPPs por debajo de 2,2%, a diferencia de los demás modelos donde el error crece significativamente superando EPPs del 10% en los modelos de arranque en caliente, arranque en frío y modelo de mínimos cuadrados, demostrando que estos modelos no presentan buenas aproximaciones de los ángulos de voltaje al considerar penetración de GD al 20%.

Finalmente, en flujos de potencia activa y reactiva se tienen aproximaciones con EPP menores al 3% en todos los modelos a excepción de los modelos arranque en frío y mínimos cuadrados los cuales presentan EPP mayores al 35% en la estimación de flujos de potencia activa, demostrando su deficiente representación de flujos de potencia activa al considerar la penetración de GD al 20%. En forma general, el modelo Arranque en Caliente y el modelo Linealizado por SOS2 presentan las mejores aproximaciones de las variables eléctricas cuando se considera la penetración de GD al 20%.

Tabla 12

Resultados de EPP y ECM en el sistema de prueba de 37 nodos IEEE con integración del 20% de GD

	Arranque en Caliente	Arranque Cálido	Arranque en Frío	Mínimos Cuadrados	SOS2
EPP Voltaje [%]	0,00%	0,00%	4,35%	0,59%	0,41%
ECM Voltaje [kV]	0,000	0,000	0,221	0,029	0,020
EPP Ángulo [%]	2,03%	12,21%	898,31%	123,02%	2,14%
ECM Ángulo [grados]	12,549	11,225	135,010	16,717	0,012
EPP Potencia Activa [%]	2,47%	2,47%	36,96%	41,09%	1,71%
ECM Potencia Activa [MW]	0,142	0,142	0,233	0,074	0,188
EPP Potencia Reactiva [%]	2,90%	2,90%	2,90%	8,05%	2,74%
ECM Potencia Reactiva [MVA_r]	0,091	0,091	0,091	0,007	0,091

Sistema de prueba de 37 nodos IEEE con integración del 40% de GD

En la Tabla 13, se presentan los resultados de EPP y ECM del sistema IEEE de 37 nodos considerando la penetración de GD al 40%. Como se puede observar para todos los modelos los errores obtenidos de los voltajes del sistema son bajos estando por debajo del 2,3%.

En los resultados para los ángulos de voltaje, se observa que todos los modelos muestran errores por encima del 10%, siendo el modelo de linealización por mínimos cuadrados el modelo que presenta la peor aproximación de los ángulos con un EPP de 9183,49%, siguiéndole el modelo de arranque en frío con un EPP de 4301,82%. Por otro lado, los modelos Arranque en Caliente y modelo linealizado por SOS2 capturan una mejor aproximación de los ángulos con EPP de 17,10% y 12,36%, respectivamente.

Para los resultados de potencia activa, los modelos Arranque en cálido y el modelo linealizado por mínimos cuadrados se obtienen EPP de 398,99% y 87,19%, respectivamente, indicando su deficiente representación de flujos de potencia activa al considerar la penetración de GD al 40%. En los resultados de flujos de potencia reactiva, se observa que todos los modelos excepto el modelo de linealización por mínimos cuadrados, presentan EPP de 2.96%. En forma general, el modelo Arranque en caliente y el modelo linealizado por SOS2 presentan las mejores aproximaciones de las variables eléctricas cuando se considera la penetración de GD al 40%.

Tabla 13

Resultados de EPP y ECM en el sistema de prueba de 37 nodos IEEE con integración del 40% de GD.

	Arranque en Caliente	Arranque Cálido	Arranque en Frío	Mínimos Cuadrados	SOS2
EPP Voltaje [%]	0,00%	0,00%	2,23%	1,85%	0,04%
ECM Voltaje [kV]	0,00	0,00	0,80	0,09	0,00
EPP Ángulo [%]	17,10%	129,55%	4301,82%	9183,49%	12,36%
ECM Ángulo [grados]	0,004	0,050	1,110	0,040	0,004
EPP Potencia Activa [%]	9,86%	398,99%	9,86%	87,19%	9,86%
ECM Potencia Activa [MW]	0,090	0,280	0,010	0,10	0,010
EPP Potencia Reactiva [%]	2,96%	2,96%	2,96%	2554,39%	2,96%
ECM Potencia Reactiva [MVar]	0,09	0,09	0,31	8,72	0,01

Seguridad para el sistema de prueba de 37 nodos IEEE

En la Tabla 14, se presentan los resultados de EPP y ECM de las variables eléctricas del caso de estudio de seguridad en el sistema IEEE de 37 nodos. En este caso de estudio se desarrollaron cuatro escenarios descritos en secciones anteriores, con el objetivo de validar el modelo de flujo linealizado por SOS2 planteando diferentes fallas de líneas en el sistema. Como se puede observar, en todos los escenarios las aproximaciones de voltajes son buenas, debido a que presentan resultados de EPP por debajo de 0.35% y resultados de ECM por debajo de 0.02 kV.

Los resultados para los ángulos de voltaje muestran que para el escenario 4 donde se considera la falla de cuatro líneas del sistema y la formación de cuatro islas, se tiene el mayor valor de EPP y ECM de 5.13% y 0.03 grados, respectivamente.

Los resultados de flujos de potencia activa muestran que en el escenario 2 donde se considera la falla de tres líneas del sistema y la formación de tres islas, tiene un mayor EPP y ECM con valores de 4.34% y ECM de 0.03 kW, respectivamente. Para los flujos de potencia reactiva, se observa que para el escenario 2 y 3 se tienen valores de EPP de 6.74% y 5.63%, siendo los más altos en comparación de los demás escenarios. En forma general, los resultados indican que el modelo de flujo linealizado por SOS2 presenta buenas aproximaciones de todas las variables eléctricas en el estudio de seguridad, destacando las aproximaciones de las magnitudes de voltaje del sistema.

Tabla 14

Resultados de EPP y ECM en el análisis de seguridad en el sistema de prueba de 37 nodos.

	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3	Escenario 4
EPP Voltaje [%]	0,30%	0,13%	0,34%	0,20%
ECM Voltaje [kV]	0,015	0,007	0,017	0,010
EPP Ángulo [%]	2,66%	2,75%	0,57%	5,13%
ECM Ángulo [grados]	0,013	0,015	0,004	0,010
EPP Potencia Activa [%]	1,75%	4,34%	1,59%	1,46%
ECM Potencia Activa [MW]	0,013	0,013	0,130	0,180
EPP Potencia Reactiva [%]	2,95%	6,74%	5,63%	3,40%
ECM Potencia Reactiva [MVar]	0,009	0,009	0,065	0,092

Marco comparativo de los modelos lineales de flujos de potencia AC

En la Tabla 15, se presenta el marco comparativo de los modelos lineales de flujos de potencia AC, donde se categoriza las aproximaciones de cada modelo en: 1) Excelente: correspondiente a modelos que presenten errores de estimación menores a 2%, 2) Buena: a modelos que presenten errores de estimación entre 2% y 7%, 3) Regular: a modelos que presenten errores de 7% y 20%, y 4) Pésima a modelos que presenten errores mayores al

20%. Adicionalmente, se reconoce la aplicabilidad de los modelos en base a los casos de estudio planteados. Como se observa, todos los modelos poseen aproximaciones excelentes y buenas en todas las variables en el sistema cuando no se considera la inserción de GD, a excepción del modelo de arranque en frío que presenta una aproximación regular de los ángulos de voltaje.

Por otro lado, al considerar GD en un SED las aproximaciones logradas por el modelo arranque cálido y el modelo por mínimos cuadrados decaen a estimaciones pésimas de flujos de potencia activa y reactiva. Además, las estimaciones en general de los modelos de arranque en cálido, arranque en frío y mínimos cuadrados decaen a una aproximación pésima al considerar GD. Lo que indica que estos modelos pierden precisión al incluir GD en un SED, particularmente en las estimaciones del ángulo de voltaje.

Finalmente, para el análisis de seguridad el único modelo que es aplicable es el modelo de linealización por SOS2 llegando a tener aproximaciones excelentes y buenas. Cabe destacar, que este modelo es el más preciso para realizar estudios de flujos de potencia, considerando la inyección de GD y fallas en el sistema.

Tabla 15
Marco comparativo de modelos linealizados de flujos de potencia AC.

Variable	Estimación de flujo de potencia reactiva				Estimación de flujo de potencia activa				Estimación de ángulo de voltaje				Estimación de voltaje			
	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV	I	II	III	IV
Caso	○	○	○	○
Arranque en Caliente	○	○	○	○
Arranque en Cálido	○	○	○	○
Arranque en Frío	○	○	○	○
Mínimos Cuadrados	○	○	○	○
SOS2
CASOS DE ESTUDIO																
Caso I: Sistema de prueba de 37 nodos IEEE																
Caso II: Sistema de prueba de 37 nodos IEEE con inserción del 20% en GD																
Caso III: Sistema de prueba de 37 nodos IEEE con inserción del 40% en GD																
Caso IV: Análisis de seguridad en el sistema de prueba de 37 nodos IEEE																
.... Excelente: Error de estimación menor al 2%																
... Bueno: Error de estimación entre el 2% y 7%																
.. Regular: Error de estimación entre el 7% y 20%																
• Pésimo: Error de estimación mayor y 20%																
○ No aplica: El modelo no estima esa variable o no es aplicable al caso de estudio																

Capítulo VI

Conclusiones y recomendaciones

Conclusiones

En la literatura especializada de flujos de potencia se proponen algunos modelos linealizados de flujos de potencia AC para resolver problemas óptimos de planificación y operación de los sistemas eléctricos. Todos los modelos parten de las ecuaciones generales de flujo de potencia que están en función de las magnitudes de voltaje, corrientes, potencias activa y reactiva, las cuales pueden ser representadas en coordenadas polares y rectangulares. Los modelos reportados en la literatura y aplicados en este trabajo son: modelo arranque en caliente, arranque cálido, arranque en frío y el modelo de flujo linealizado por SOS2 los cuales parten de ecuaciones en coordenadas polares, y por otro lado se tiene el modelo linealizado por mínimos cuadrados que parte de las ecuaciones en coordenadas rectangulares.

Se implementaron los modelos de flujos de potencia AC linealizados en el software comercial FICO Xpress, donde se utilizó el sistema de prueba IEEE de 37 nodos para validar los modelos. Para cada uno de los modelos, se establecieron restricciones complementarias de límites de voltajes, ángulos y flujos de potencias con el fin de obtener un programa de optimización de flujos de potencia. Además, se estableció cuatro casos de estudio con el fin de evaluar cada uno de los modelos en base al cálculo de error porcentual (EPP) y error cuadrático medio (ECM), para determinar las aproximaciones y limitaciones de cada uno de los modelos frente a los resultados obtenidos del software Power Factory DigSilent. Como primer caso de estudio se simula el sistema IEEE de 37 nodos en condiciones normales, el segundo caso se integra GD con un porcentaje de penetración del 20%, el tercer caso el porcentaje de penetración de GD se establece al 40%, y finalmente, en el cuarto caso de estudio se realiza el modelamiento de fallas de líneas para un análisis de seguridad en sistemas eléctricos,

considerando planificación de GD para reducir la energía no suministrada bajo una falla aleatoria.

Los resultados mostraron que el modelo arranque en caliente y el modelo arranque cálido en el caso base presenta bajos errores porcentuales y ECM de los flujos de potencia y de ángulos de voltajes. En base a los errores calculados, se puede determinar que los modelos presentan buenas aproximaciones; sin embargo, al considerar la penetración de GD los errores porcentuales y ECM de ángulos y flujos potencias del sistema aumentan. Además, cabe recordar que los modelos utilizan magnitudes de voltaje de una solución base para el cálculo de los flujos de potencia, por lo cual los modelos pueden ser muy restrictivos e inapropiados para aplicaciones de planificación y análisis de seguridad en sistemas eléctricos.

En base a los resultados del modelo arranque en frío, se determina que los errores porcentuales y ECM de los ángulos de voltaje son considerablemente altos y aumentan aún más al considerar la penetración de GD. Para un sistema en condiciones normales y sin generación distribuida, el cálculo de flujos de potencia presenta errores bajos, demostrando una muy buena aproximación del modelo. Sin embargo, debido a que en este modelo no se obtiene una buena representación de los ángulos de voltaje, el modelo se descarta para ser aplicado a estudios de planificación y análisis de seguridad de sistemas eléctricos.

Los resultados mostraron que el modelo de flujo linealizado por SOS2 para todos los casos de estudio, los errores porcentuales y ECM obtenidos de voltajes, ángulos y flujos de potencia son bajos, lo que demuestra que el modelo presenta muy buenas aproximaciones, lo que conlleva que este modelo puede tener una gran aplicabilidad en estudios de planificación y seguridad en sistemas eléctricos.

Los resultados mostraron que el modelo de flujo AC linealizado a través del método de mínimos cuadrados es muy preciso al modelar flujos de potencia en alimentadores sin GD,

dado que al incluir GD en los alimentadores el error crece debido a las suposiciones que se realizan para la linealización de la inyección de corriente de los GD. Por otro lado, debido a estas aproximaciones realizadas en este modelo para la linealización este modelo no es aplicable para análisis de seguridad de sistemas eléctricos de distribución considerando la planificación GD.

El marco comparativo propuesto de los modelos de flujos de potencia AC linealizado, determina que todos los modelos poseen buenas aproximaciones en flujos de potencia sin GD en voltajes, ángulos de voltaje y flujos de potencia. Sin embargo, el modelo Arranque en frío no estima correctamente los valores de ángulo de voltaje. Por otro lado, en el marco comparativo muestra que el modelo de flujo linealizado por SOS2 es el modelo más preciso para realizar estudios de flujos de potencia, considerando la inyección de GD y fallas en el sistema. Con este modelo se puede obtener buenas estimaciones de magnitudes de voltaje, ángulos y flujos de potencia.

Recomendaciones

Al realizar la aplicación de los diferentes modelos en problemas de optimización es recomendable considerar las limitaciones de cada modelo y los supuestos que se realizan para la linealización de flujos de potencia AC. Debido a que una mala implementación de un problema de optimización puede conducir a soluciones erróneas.

Al aplicar el método de linealización por SOS2 es importante considerar que para la linealización del coseno se necesitan algunas variables de peso, por lo que, para sistemas eléctricos de distribución grandes se aumentará la demanda computacional.

En los modelos de linealización de arranque en Caliente, Cálido y Frío es importante reconocer que el método de linealizar el coseno a través de restricciones de desigualdad hace que sea necesario maximizar la función coseno, por ende, para problemas de planificación y operación donde sea necesario minimizar costos, el problema puede plantearse como un problema de optimización multiobjetivo, o a su vez representar la maximización de la función coseno en la función objetivo a minimizar con un signo negativo.

Bibliografía

- Arabpour, A., Reza Besmi, M., y Maghouli, P. (2018). Transmission Expansion Planning with Linearized AC Load Flow by Special Ordered Set Method. *Journal of Energy Engineering*, 144.
- Baughman, M., Ching Liu, C., y Dugan, R. (1992). Distribution System Analysis Subcommittee. IEEE 37 Node Test Feeder. IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY.
- Chapra, S. C., y Canale, R. P. (2007). *Métodos numéricos para ingenieros*. McGraw-Hill.
- Coffrin, C., y Van Hentenryck, P. (2014). A Linear-Programming Approximation of AC Power Flows. *Infirms Journal on Computing*.
- Franco, J. F., Rider, M. J., Lavorato, M., y Romero, R. (2011). A set of linear equations to calculate the steady-state operation of an electrical distribution system. *IEEE PES Conference on Innovative Smart Grid Technologies (ISGT Latin America)*.
- Izquierdo Franco, J. (2002). *Estudio de flujos de potencia y análisis de fallas en sistemas eléctricos de distribución*.
- Javadi, M., y Turaj, A. (2018). Economic dispatch: A mixed-integer linear model for thermal generating units. *2018 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2018 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe)*.
- Oliva Henríquez, S. J. (2008). *Compatibilidad de Métodos de Cálculo de Flujos AC y DC en Sistemas de Potencia*. Santiago de Chile, Chile.
- Ramos Guardarrama, J., Hernández Areu, O., y Silverio Freire, R. C. (2019). Sistema de supervisión para el monitoreo de redes eléctricas inteligentes. *Energética*, 40(3).

Solís Llanos, N. (2017). Resolución del flujo de potencia óptimo en corriente alterna y aplicación del método a la planificación de la expansión de la generación eléctrica.

Velásquez-Lozano, A., Aguirre-Velasco, M., Saltos-Rodríguez, M., Ortiz-Villalba, D., y Villamarín-Jácome, A. (2021). Optimal Planning of VAR Compensator for Voltage Regulation Enhancement on Power Distribution Systems Against Volcanic Eruptions Events. *2021 IEEE Green Technologies Conference (GreenTech)*.

Anexos