

Una estrategia didáctica para la enseñanza de funciones basada en criterios Hebegógicos y de Modelamiento Matemático

Autor: Haz López, Fátima Aurora
Director: Mayorga Zambrano, Juan R. Ph. D

Sangolquí
2023

1 Introducción

Aspectos generales

Objetivos

Metodología

2 Fundamentación teórica

Criterios hebegógicos

Fundamento matemático

Didáctica de la matemática

3 Diseño de la estrategia didáctica

Directrices de la estrategia

Componentes de la estretegia

Aplicación de la estrategia

4 Conclusiones y recomendaciones

Según los resultados obtenidos en las pruebas PISA-D 2018 los estudiantes ecuatorianos presentan varias dificultades:

- Bajo rendimiento (371 puntos)
- Dificultades para comprender conceptos matemáticos.
- Habilidades de resolución de problemas.
- Deficiente aprendizaje significativo en el tema de funciones.

Estos resultados proporcionan información valiosa para diseñar la estrategia de enseñanza en matemática que mejoren el proceso de enseñanza- aprendizaje.

Diseñar una estrategia didáctica para la enseñanza de funciones basada en criterios hebegógicos y modelamiento matemático.

Objetivos específicos

- Diseñar una estrategia didáctica para la enseñanza de funciones que tome en cuenta la hebegogía como ciencia de la educación en el adolescente.
- Diseñar una estrategia didáctica para la enseñanza de matemática que permita el aprendizaje significativo a través del modelamiento matemático.

El trabajo de titulación realizado responde a una innovación educativa que tiene un componente de investigación donde se empleó un enfoque cualitativo, el focus group como técnica y la validación de la estrategia a través del juicio de expertos.

Para el desarrollo de innovación se tomó en cuenta:

- Identificación del problema;
- Investigación y recopilación de la información;
- Definición de objetivos;
- Diseño de la estrategia; y,
- Evaluación de la estrategia.

Se busca articular la teoría con la práctica para que el adolescente use modelos matemáticos en la construcción del conocimiento de funciones.

Criterios de las ciencias agógicas (dentro de las Ciencias de la Educación)

- 1 **Paidogogía.** Educación de los niños en su etapa preescolar.
- 2 **Pedagogía.** Educación del niño en su etapa de educación básica.
- 3 **Hebegogía**
Dedicada específicamente a la educación del adolescente.
- 4 **Andragogía.** Educación de la persona adulta.
- 5 **Gerontogogía.** Educación de los adultos mayores.

Criterios hebegógicos

- El proceso de enseñanza-aprendizaje no debe caracterizarse en imposiciones, se desarrolla el razonamiento crítico, capacidad de abstracción.
- Disminuir el aprendizaje memorizado y reemplazarlo por el reflexivo y constructivo.
- Construir el conocimiento a través de la búsqueda, descubrimiento y reflexibilidad profunda.
- Rol del docente, orientar el aprendizaje.
- Trabajo colaborativo edifican alternativas de solución.

Fundamento matemático

Función

Sean A y B dos conjuntos no vacíos. Una relación $g \subseteq A \times B$ es una **función de A en B** , si y sólo si cumple que

$$\forall x \in A, \exists ! y \in B : (x, y) \in g.$$

La función g , en su **forma expandida** se denota por

$$\begin{aligned} g : A &\longrightarrow B \\ x &\longmapsto g(x), \end{aligned}$$

o, en su **forma compacta**

$$A \ni x \longmapsto g(x) \in B.$$

Modelamiento matemático

Galileo Galilei, en el siglo XVI formuló un modelo matemático que en ausencia de la resistencia del aire, todos los objetos caen con aceleración uniforme.

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

El modelo expresado en forma de una función es:

$$h : [0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$$
$$t \longmapsto h(t) = \frac{1}{2}gt^2$$

Para **formular un modelo matemático**, [1], sugiere lo siguiente:

- 1 Establecer el conjunto de variables de control del sistema.
- 2 Establecer el conjunto de hipótesis razonables del sistema a describir.
- 3 En la resolución del modelo, comprobar si es aceptable con el comportamiento del sistema.
- 4 Si las predicciones son deficientes, aumentar el nivel de resolución del modelo matemático o elaborar hipótesis alternativas sobre mecanismos de cambio del sistema y repetir los pasos del proceso de modelado.

Didáctica de la matemática

La **didáctica de la matemática es el arte de enseñar lo más exacto en el mundo**, mediante mecanismos que no son exactos.

- Se vincula con el concepto de **competencia matemática** entendida como la capacidad para resolver un problema.

Diseño de la estrategia didáctica

Estrategia didáctica

Proceso planificado por el docente con métodos, técnicas, recursos para orientar el proceso de enseñanza-aprendizaje y alcanzar los objetivos propuestos.

Características:

- El aprendizaje se centra en los estudiantes;
- Promueven el aprendizaje autónomo y colaborativo;
- Se adaptan a los recursos disponibles y a los contenidos;
- Contribuyen a la reflexión y razonamiento en la transferencia de conocimientos.

Directrices de la estrategia



Eje hebegógico

Aspectos que caracterizan la educación del adolescente [4]

- Razonamiento crítico;
- Capacidad de abstracción;
- El docente orienta el aprendizaje;
- Motivación para aprender; y,
- Aprendizaje colaborativo.

Eje didáctico

Se considera como método de enseñanza el aprendizaje basado en problemas y como técnica el modelamiento matemático con las siguientes situaciones intencionales: Situación de acción, de formulación y de validación.

Eje matemático

En el desarrollo de la estrategia didáctica para la solución de una situación se considera el siguiente esquema:

- 1 Comprensión de la situación;
- 2 Modelamiento matemático;
 - Dibujo de la situación;
 - Variable objetivo o dependiente;
 - Variable de control o independiente;
 - Relación de las variables; y
 - Modelo matemático.
- 3 Definición del problema matemático; y,
- 4 Resolución del problema matemático.

Componentes de la estrategia



Ubicación y contexto.

- 1 Escenario del encuentro hebegógico: ambiente y espacio físico propicio para desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- 2 Tiempo: factor elemental del proceso de enseñanza aprendizaje.
- 3 Nivel y grupo de estudiantes

Elementos curriculares

- 1 Objetivo de aprendizaje: acción que se pretende que el estudiante alcance en el aprendizaje.
- 2 Contenido se enfoca a los temas a tratar.

Planificación de la Secuencia didáctica

- 1 Motivación que impulsa a un objetivo concreto.
- 2 Inicio.- Activación de conocimientos previos.
- 3 Desarrollo: Conceptualización de contenidos con la aplicación de los criterios hebegógicos y modelamiento matemático.
Resolución de problemas con modelos matemáticos
- 4 Cierre actividades a desarrollar.

Recursos textos de trabajo de algunos autores.

Evaluación permite al docente medir el logro de aprendizaje a través de diferentes técnicas o instrumentos.

Aplicación de la estrategia

Secuencia de la estrategia con un modelo matemático.

Ubicación y contexto

- Escenario: Aula 401
- Tiempo: 1 - 2 semanas
- Nivel y grupo de estudiantes: Primero de bachillerato

Elementos curriculares

- Contenido: Modelo matemático
- Objetivo: Al finalizar la unidad los estudiantes serán capaces de resolver problemas con modelos matemáticos.

Secuencia didáctica:

- Motivación: El modelo matemático inserto en algunas situaciones de un contexto. Contribuye al desarrollo de sus competencias matemáticas.

- Proceso

Inicio

La función representa la clase más simple de modelo matemático, por ello una situación del mundo real se lo expresa en términos de una función.

Desarrollo

Situación

A un campo de forma rectangular se le colocaron 240 [m] de cerca. Encuentre el modelo matemático que exprese el área del terreno como función de su longitud. Determine el dominio de definición de la fórmula y las dimensiones de mayor área que pueda cercarse con 240 [m].

Modelamiento matemático

- Dibujo de la situación



Aquí x y l representan las dimensiones de los lados del terreno.

- **Variable objetivo o dependiente**

Queremos maximizar

A: área del terreno

- **Variable de control**

Controlaremos la variable objetivo con x

- **Relación entre variables**

El área del terreno viene dado por

$$A(x) = lx,$$

Observación

El perímetro P del terreno en forma rectangular es $P = 2l + 2x$
 $P = 240[m]$

es decir: $240 = 2l + 2x$, donde $l = 120 - x$.

- **Modelo matemático**

El modelo matemático corresponde a la función

$$\begin{aligned} A :]0, 120[&\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto A(x) = x(120 - x), \end{aligned} \quad (1)$$

* En el dominio de definición de la función no se consideran los valores extremos del intervalo.

Problema matemático

El problema puede escribirse matemáticamente como

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Encontrar } x_0 \in]0, 120[\text{ tal que} \\ A(x_0) = \sup_{x \in]0, 120[} A(x) \end{array} \right.$$

El objetivo es maximizar la función A

Resolviendo el problema

Utilizando conocimientos del cálculo clásico.

- Derivando la fórmula asociada con la función $A(x)$
Para $x_0 \in]0, 120[$, se tiene

$$A'(x) = -2x + 120$$

- Puntos críticos.
Los puntos críticos de A son las soluciones de la ecuación

$$A'(x) = 0, \quad x \in]0, 120[$$

donde

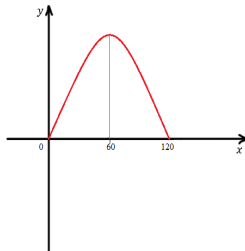
$$x = 60[m]$$

y

$$A(60) = 3600[m^2]$$

Resolución no formal del problema

La gráfica de la fórmula $A(x)$ representa una parábola
El dominio de definición de la función es $\text{Dom}(A) =]0, 120[$, el área máxima es $3600[m^2]$



Las dimensiones del campo rectangular de mayor área son $x = 60m$
 $l = 60m$

Cierre

Resolver:

En un jardín rectangular se le colocaron $100[m]$ de cerca.

- Encuentre un modelo matemático que exprese el área del jardín como una función de su longitud.
- ¿Cuál es el dominio de la función del inciso a)?
- Trace la gráfica, estime con aproximación de pies, las dimensiones del jardín rectangular de mayor área que pueda cercarse con $100[m]$

Recursos

Texto Cálculo de Leithold

Evaluación





Rúbricas de evaluación para tareas

- Con el diseño de la estrategia didáctica, se espera que el estudiante desarrolle la capacidad de analizar y resolver problemas de la vida cotidiana, fomentando el aprendizaje significativo, para dar soluciones usando modelamiento matemático.
- Se diseñó la estrategia didáctica considerando algunos criterios hebegógicos como el razonamiento crítico, capacidad de abstracción, motivación para aprender que permita al docente guiar, conducir y acompañar al estudiante en la búsqueda y descubrimiento del conocimiento a través de actividades colaborativas.

- La estrategia didáctica apela al concepto de modelo matemático que constituye la representación o abstracción de una parte de la realidad.
- En la estrategia didáctica se hizo manifiesto la importancia de contar con una adecuada planificación, para evitar improvisaciones que conducirían al estudiante a no tener claro lo que está aprendiendo.

Recomendaciones

- Se recomienda a los docentes aplicar la estrategia didáctica en el proceso de enseñanza en diferentes temáticas de matemática considerando los criterios heurísticos y modelamiento matemático con el fin de fortalecer la capacidad de analizar y resolver problemas.
- Se recomienda al docente que se mantenga como guía y acompañe al estudiante en el proceso de aprendizaje realizando una retroalimentación permanente.
- Se recomienda que al momento de implementar la estrategia didáctica para la enseñanza de funciones, se utilice modelamiento matemático propuesto en base a una planificación de clase donde se especifique objetivos, actividades, recursos y metodología de enseñanza.

-  Real A. Española, Diccionario de la Lengua Española, Vigésima tercera edición, España, 2014
-  Urquijo, S y González G., Adolescencia y Teorías del Aprendizaje. Fundamentos. Documentos Base (1997)
<https://doi.org/10.1006/jmaa.1994.1406>
-  Mayorga - Zambrano, Matemática Superior para Ciencias e Ingeniería, Colección de Matemáticas Universitarias 4, Editorial AMARUN, París, 2020
-  Minguez, C., Estrategias de aprendizaje para adolescentes del siglo XXI, Madrid, 2012