

ANÁLISIS, DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE CONTROLADORES PREDICTIVOS

Ati Villamarin Sylvia Patricia

Departamento de Ingeniería Electrónica, Escuela Politécnica del
Ejercito Av. El progreso S/N, Sangolquí, Ecuador

Resumen: El presente artículo describe el análisis y diseño del control predictivo para el sistema modular servo y el sistema de levitación magnética. El control predictivo usa el modelo matemático del proceso, predice la señal de control adecuada mediante para un determinado horizonte de predicción, la minimización del error en la salida. Se analizó los efectos que produce varia cada uno de los parámetros del control predictivo para la implementación en los modelos reales.

INTRODUCCIÓN

A partir del año de 1970, la industria empezó a tener un gran interés por el Control Predictivo en varias publicaciones realizadas por J. Richalet, donde presentaba las características de los controladores predictivos.

Los estudios y aplicaciones del control predictivo han ido evolucionando, al inicio en los primeros estudios se aplicaba solo a sistemas lineales y de respuesta lenta, en la actualidad se aplica a modelos de procesos no lineales, de respuesta rápida y multi-variables [1]. Dentro del Control Predictivo nos permite formular distintos tipos de

modelos de predicción y el uso de las restricciones que tiene el proceso a controlar [2].

El control predictivo es un controlador de tiempo discreto, utiliza una función de optimización en cada instante de muestreo para obtener la mejor señal de control que minimice el error con respecto a la referencia deseada [3]. Para la implementación del control predictivo se debe tener un claro conocimiento del proceso a controlar, conocer su entorno y restricciones, además se debe aplicar los parámetros del control predictivo según la naturaleza del modelo a controlar [6].

En el laboratorio de servomecanismos de la Escuela Politécnica del Ejercito, existen los modelos Sistema Servo Motor y Sistema de Levitación Magnética, en los cuales se existen implementados los controladores clásicos como el control PID, Controlador óptimo lineal cuadrado, que están desarrollados en el ambiente de Simulink de Matlab [4],[5]. Este ambiente de programación nos permitió la implementación del controlador predictivo tanto en simulación como en los modelos reales.

CONTROL PREDICTIVO

El Control Predictivo se basa en el empleo de modelos dinámicos que relacionan las variables manipuladas y controladas de un proceso. Estos permiten predecir su evolución futura y calcular, mediante un procedimiento de optimización, las actuaciones que lleven al proceso a los objetivos deseados.

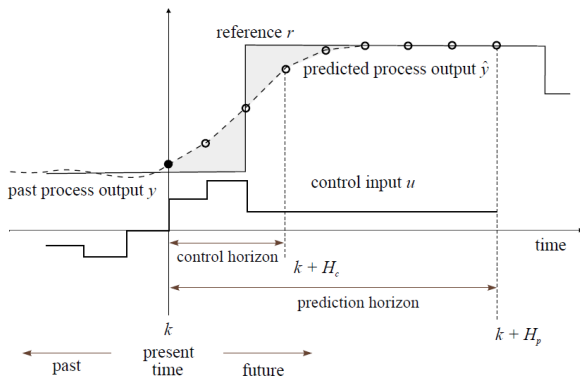


Figura.3. Principio básico del control predictivo basado en un modelo

Son tres elementos que forman parte del controlador predictivo, los cuales son:

- Modelo de predicción
- Función objetivo
- Obtención de la ley de control

Modelo de Predicción: Lo más importante del controlador predictivo basado en un modelo, es que este permita obtener la dinámica del proceso y además de tener un entero conocimiento del proceso. Para la implementación del proyecto para el modelo del servo se calculo el modelo como función de transferencia; mientras para el sistema de levitación magnética para tener un control más preciso por ser un sistema inestable, se calculo el modelo en el espacio de estados.

La señal de control es manipulada solo en el horizonte control y se mantiene constante a través del tiempo.

Horizonte de Predicción.- Es el intervalo de tiempo futuro que se considera en la optimización para la señal de control. Figura 3.

Horizonte de control: Número de movimientos calculados para cada variable manipulada, donde el horizonte de control es menor al horizonte de predicción. Figura 3.

Función Objetivo: La siguiente función expresa el criterio de optimización, de la cual se obtiene valores positivos por ser una función cuadrática:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [y(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \gamma(j) [\Delta u(t+j-1)]^2$$

Donde $w(t+j)$ es la trayectoria de la referencia futura, la cual se conoce con anterioridad, con lo que se evitan los efectos de retardo en la respuesta del proceso; $y(t+j|t)$ es la salida futura, como resultado se obtiene la minimización del error; $\delta(j)$ es la ponderación del error donde su valor es 1 y $\gamma(j)$ la ponderación de la señal de control, la cual es un valor constante, estos valores ponderan el comportamiento futuro. N_1 y N_2 son los horizonte mínimo y máximo de costo y N_u es el horizonte de control. Δu es el incremento de la señal de control.

Los primeros valores de la secuencia son para minimizar la diferencia de la salida y la referencia, mientras que los valores consecuentes representan un esfuerzo en el control.

FUNCIÓN DE OPTIMIZACIÓN DEL MODELO EN EL ESPACIO DE ESTADOS

Otra manera de formular el problema de Control Predictivo es basándose en un modelo en el espacio de estados. Esta formulación puede ser usada tanto para sistemas mono variables como multivariables y tiene la capacidad de extenderse hasta el caso no lineal.

El modelo en el espacio de estados tiene la siguiente forma:

$$x(t + 1) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

Donde, para sistemas mono variables, $y(t)$ y $u(t)$ son escalares y $x(t)$ es el vector de estados. En el caso de sistemas multivariables $y(t)$ y $u(t)$ son vectores de dimensión n y m respectivamente.

Es posible usar un modelo incremental si la variable de entrada $u(t)$ es reemplazada por el incremento de la señal de control $\Delta u(t)$ tomando en cuenta que $\Delta u(t) = u(t) - u(t - 1)$ se obtuvo la siguiente representación:

$$\begin{bmatrix} x(t + 1) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t - 1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ I \end{bmatrix} \Delta u(t)$$

$$y(t) = [C \quad 0] \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t - 1) \end{bmatrix}$$

Sustituyendo, $\bar{x}(t) = [x(t) \ u(t - 1)]^T$ el modelo incremental tendrá la forma general:

$$\bar{x}(t + 1) = M\bar{x}(t) + N\Delta u(t)$$

$$y(t) = Q\bar{x}(t)$$

Para obtener las predicciones a lo largo del horizonte de control, se usa el modelo

incremental de manera recursiva

$$\hat{y}(t + j) = QM^j \hat{x}(t) + \sum_{i=0}^{j-1} QM^{j-i-1} N \Delta u(t + i)$$

Nótese que las predicciones necesitan una estimación insesgada del vector de estados $x(t)$.

Las predicciones estarán dadas por:

$$y = \begin{bmatrix} \hat{y}(t + 1|t) \\ \hat{y}(t + 2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t + N_2|t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} QM\hat{x}(t) + QN\Delta u(t) \\ QM^2\hat{x}(t) + \sum_{i=0}^1 QM^{1-i}N\Delta u(t + i) \\ \vdots \\ QM^{N_2}\hat{x}(t) + \sum_{i=0}^{N_2-1} QM^{N_2-1-i}N\Delta u(t + i) \end{bmatrix}$$

Escrito en forma vectorial se tiene:

$$y = F\hat{x}(t) + Hu$$

En donde, $u = [\Delta u(t) \ \Delta u(t + 1) \ \dots \ \Delta u(t + N_u - 1)]^T$ es el vector de incrementos de control futuros, H es una matriz triangular inferior cuyos elementos no nulos equivalen a

$$H_{ij} = QM^{i-j}N$$

La matriz F será:

$$F = \begin{bmatrix} QM \\ QM^2 \\ \vdots \\ QM^{N_2} \end{bmatrix}$$

La primera parte de la ecuación con la cual se obtienen las predicciones depende del estado actual, y la segunda de las acciones de control futuras.

La función de costo o función objetivo a minimizar para obtener la secuencia de control necesaria, y lograr que la salida del proceso sea próxima a la trayectoria de referencia, tendrá la forma:

$$J = (Hu + F\hat{x}(t) - w)^T (Hu + F\hat{x}(t) - w) + \gamma u^T u$$

Obtención de la ley de Control: Para obtener los valores $u(k+1)$ es necesario minimizar la función de coste. Donde se calculan los valores de las salidas predichas $y(k+1)$ en función de valores pasados de entradas y salidas, de señales de control futuras, haciendo uso del modelo elegido, donde se sustituyen todos estos valores en la función de coste, obteniendo así una expresión cuya minimización conduce a los valores deseados. Al momento de minimizar, se ha encontrado que la ley de control produce una mejora en la robustez del sistema.

**DISEÑO DEL CONTROLADOR PREDICTIVO
PARA EL SISTEMA MODULAR SERVO
OBTENCIÓN DE LA LEY DE CONTROL**

Por medio de la obtención de la ley de control, se controla la posición del servo motor entre 0 a 1.24 rad.

La función de costo o función objetivo a minimizar para obtener la secuencia de control necesaria, tiene la forma:

$$J = (Hu + F\hat{x}(t) - w)^T (Hu + F\hat{x}(t) - w) + \gamma u^T u$$

Para que se pueda calcular la ley de control se debe discretizar el modelo matemático, para que el control sea más preciso. El modelo matemático discretizado es:

Las matrices M , N y Q serán:

$$Ad = \begin{bmatrix} 1 & 0.00104 \\ 0 & 1.8e - 42 \end{bmatrix} \quad Bd = \begin{bmatrix} 0.0184 \\ 0.186 \end{bmatrix}$$

$$Cd = [1 \quad 0]$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0.00104 & 0.0184 \\ 0 & 1.8e - 42 & 0.186 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} 0.0184 \\ 0.186 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$Q = [1 \quad 0 \quad 0]$$

Si no existen restricciones, la solución analítica óptima es:

$$u = (H^T H + \lambda I)^{-1} H^T (w - F\hat{x}(t))$$

Donde la ley de control a implementar será:

$$u(t) = \begin{bmatrix} 0.0393 & 0.0779 & 0.1157 & 0.1531 & 0.1904 \\ -0.0012 & 0.0377 & 0.0764 & 0.1148 & 0.1531 \\ -0.0008 & -0.0021 & 0.0371 & 0.0764 & 0.1157 \\ -0.0004 & -0.0011 & -0.0021 & 0.0377 & 0.0779 \\ -0.0001 & -0.0004 & -0.0008 & -0.0012 & 0.0393 \end{bmatrix} * \left\{ w - \begin{bmatrix} 1 & 0.0010 & 0.0184 \\ 1 & 0.0010 & 0.0370 \\ 1 & 0.0010 & 0.0556 \\ 1 & 0.0010 & 0.0742 \\ 1 & 0.0010 & 0.0929 \end{bmatrix} \hat{x}(t) \right\}$$

Comprobación de los datos

$$u(t) = [\Delta u(t) \quad \Delta u(t+1) \quad \Delta u(t+2) \quad \Delta u(t+3) \quad \Delta u(t+4)]^T$$

$$u(t) = [0.1434 \quad 0.0857 \quad 0.0455 \quad 0.0198 \quad 0.0056]^T$$

Para la comprobación se realizó la variación del valor de la ponderación con los siguientes valores:

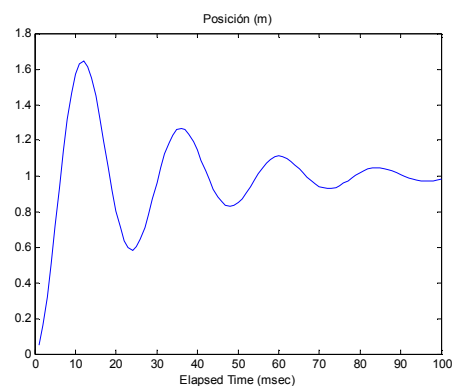


Figura.4. Respuesta de modelo a la ley de control con una ponderación de 0.45

DISEÑO DEL CONTROLADOR EN LA HERRAMIENTA MPCTOOL

Con la herramienta mpctool se diseñará un control para la velocidad del servo motor entre -20 a 20 rpm.

Se ingreso el modelo en espacio de estados en tiempo discreto. En la Tabla 3.1, se muestra las características del modelo del servo que se ingreso:

Nombre	Tipo	Descripción	Unidad	Valor Nominal
Voltaje	Variable Manipulada	Entrada	V	0
Velocidad Angular	Variable Medida	Salida	rpm	0

Tabla.1. Datos de las entradas y salidas del modelo del servo motor

En la Tabla 3.2, se encuentran todos los datos de los parámetros del control predictivo que se ingreso en la herramienta del MPCTool (manual de la herramienta MPCTool se encuentra en el Anexo)

Parámetro	Detalle	Valor
Modelo y Horizonte	Intervalo de control	0.1
	Horizonte de predicción	10
	Horizonte de control	2
Restricciones	Entrada	
	Voltaje	Min:-1 V, Max:1 V
	Salida:	
	Velocidad angular	Min:-20 rpm, Max:20 rpm
Pesos	Overall	0.5
	Varianza del peso	0.1
	Velocidad angular	10

Tabla.2. Datos de los parámetros del controlador predictivo

Dentro de la herramienta del MPCTool, nos presenta la opción de simular el controlador, como podemos observar en la figura 5, se obtiene la respuesta del modelo.

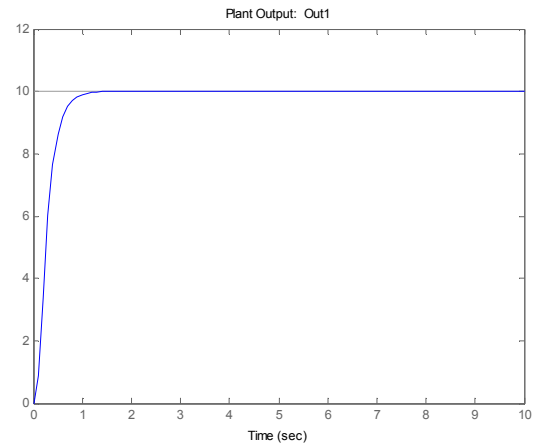


Figura.5. Respuesta de control sobre el modelo

Como se puede observar en la figura 5, la respuesta de servo presenta un error en estado estable ante el control predictivo, en cuanto a la respuesta en estado transitorio no presenta problemas.

IMPLEMENTACION EN EL MODELO REAL

En la implementación del modelo real se tuvo que realizar un cambio de la variable de control, ya que el encoder del servo motor se encontraba averiado y solo funcionaba el tacómetro. Se ingreso la función de transferencia en tiempo discreto para controlar la velocidad angular :

$$G(z) = \frac{17.5}{z - 0.9083}$$

En la figura 6, se implemento un controlador predictivo con horizonte de predicción 5, horizonte de control 2 y una referencia de 10 rpm.

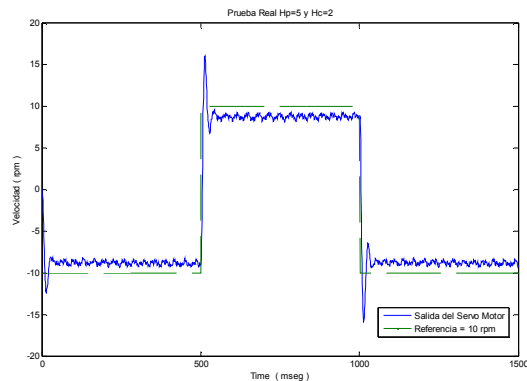


Figura.6. Respuesta Real del servo con $hp=5$ y $hc=2$

Como se puede observar en la figura 6, la respuesta del modelo experimental presenta un error con respecto a la referencia, además de que presenta una señal oscilatoria.

DISEÑO DEL CONTROLADOR PREDICTIVO PARA EL SISTEMA DE LEVITACIÓN MAGNÉTICA

DISEÑO DEL CONTROLADOR CON LA HERRAMIENTA MPCTOOL

En la herramienta mpctool se diseñó un controlador para el levitador magnético, donde se controlará la posición de la esfera entre 0.002 a 0.018 mm.

Se ingresó el modelo en espacio de estados en tiempo discreto. Se ingresó cada uno de los detalles de las entradas y salidas de la planta como se observa en la siguiente tabla:

Nombre	Tipo	Descripción	Unidad	Valor Nominal
Voltaje	Variable Manipulada	Entrada	V	0.3
Posición	Variable Medida	Salida	m	0.009
Velocidad	Variable No Medida	Salida	m/s	0
Corriente	Variable No Medida	Salida	A	0.8

Tabla.3. Datos de las entradas y salidas del modelo del sistema de levitación magnética

En la Tabla 4, se encuentran todos los datos de los parámetros del control predictivo que se ingresó en la herramienta del MPCTool.

Parámetro	Detalle	Valor
Modelo y Horizonte	Intervalo de control	0.001
	Horizonte de predicción	10
	Horizonte de control	2
Restricciones	Entrada	
	Voltaje	Min:0 V, Max:1 V
	Salida:	
	Posición	Min: 0.002 m, Max: 0.018 m
	Velocidad	Min:- 0.2 m/s, Max: 0.2 m/s
	Corriente	Min: 0.2 A, Max:2.0 A
Pesos	Overall	0.7
	Varianza del peso	0.6
	Posición	2800.0
	Velocidad	1.0
	Corriente	1.0

Tabla.4. Datos de los parámetros del controlador predictivo

Dentro de la herramienta del MPCTool, nos presenta la opción de simular el controlador, como podemos observar en la figura 7, se obtiene la respuesta del modelo.

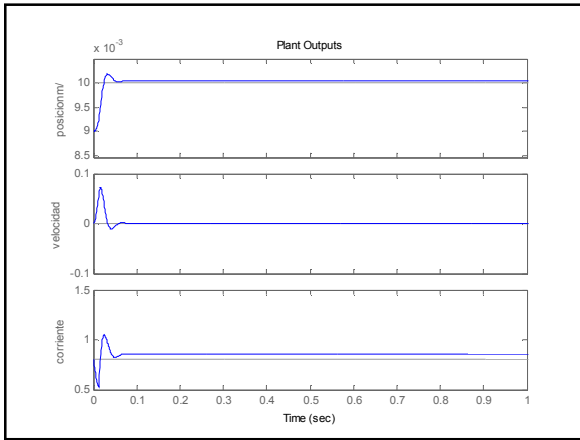


Figura.7. Respuesta de control sobre el modelo

Como se puede observar la respuesta del modelo del levitador magnético, presenta un sobre impulso y un rápido tiempo de establecimiento.

SIMULACION EN EL AMBIENTE DE SIMULINK

Para poder simular en modelo real del sistema de levitación magnética, como se muestra en la figura 8, se necesita exportar los datos del controlador como una archivo.mat, a continuación se muestra como exportar los datos del controlador.

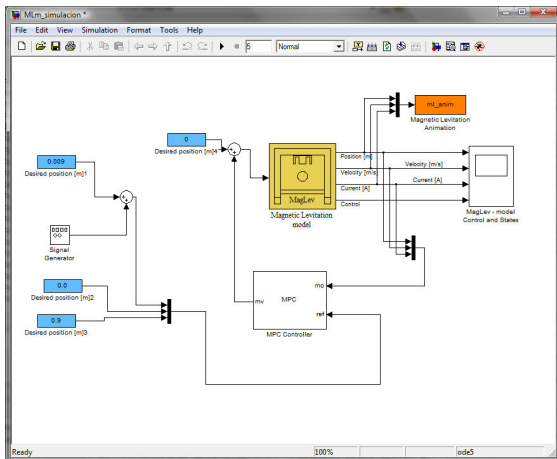


Figura.8. Ambiente de simulación de Simulink

El modelo del levitador magnético tiene una entrada de control y tres salidas que son la posición, velocidad y corriente.

Cuando se cargan todos los datos se procede a simular y se obtiene los siguientes datos como se observa en la figura 9.

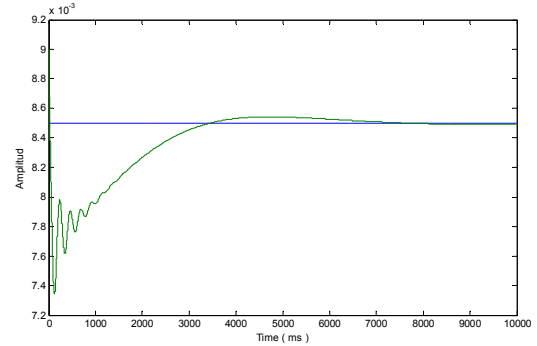


Figura 9. Simulación del controlador predictivo sobre el sistema de levitación magnética

DISEÑO DEL CONTROL PREDICTIVO POR MEDIO DE CODIGO DE PROGRAMACION

Se puede realizar el diseño del controlador predictivo por medio de código de programación, este diseño presenta la ventaja que se puede realizar varios cambios en el, y presenta cada uno de los resultados en una sola ejecución.

El comando para crear el controlador predictivo es el siguiente y está conformado por:

```
mpc_controller = mpc(planta, Ts, p, m)
```

En este comando se deben cargar los siguientes datos como son: la planta que es el modelo matemático en tiempo discreto del proceso. Ts es el tiempo de muestreo del controlador. P es el horizonte de predicción y m el horizonte de control.

Los resultados que se obtuvieron, se puede observar en la figura 10.

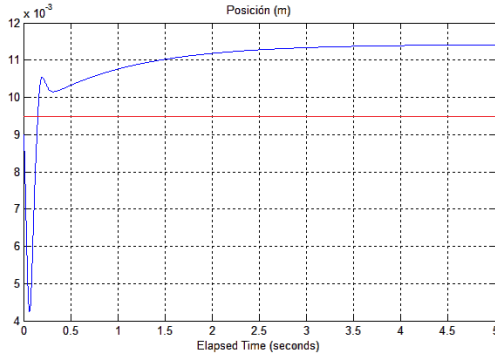


Figura.10. Respuesta de la simulación del control predictivo por medio del código

Como se puede observar en la figura 10, la respuesta de sistema muestra una respuesta rápida pero presenta un error de 0.002 m con respecto a la referencia.

IMPLEMENTACION EN EL MODELO REAL

En la figura 11, tiene un tiempo de prueba de 2 segundos, donde se muestra como es controlado el levitador pero necesita de un mayor horizonte de predicción y horizonte de control para que la respuesta del sistema no sea oscilatorio como se observa en la figura.

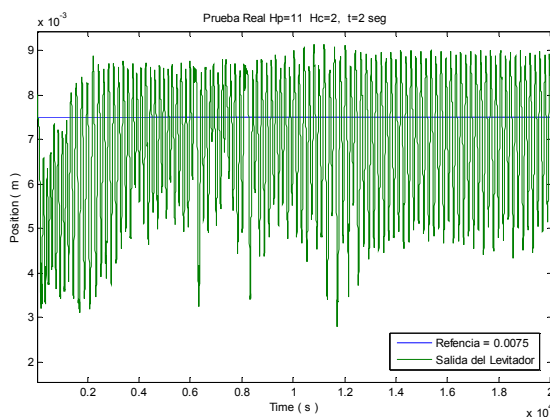


Figura.11. Respuesta del modelo real en t = 2 seg.

En la figura 11, se aumentó el tiempo de prueba a 2.5 segundos, pero el control predictivo necesita

de un mayor horizonte de predicción para poder calcular el valor óptimo de control para controlar cada intervalo de tiempo, como no alcanza a optimizar los cálculos de la señal de control aumenta la fuerza de la señal y la esfera se pega al imán.

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha realizado e implementado el control predictivo, se concluye que requiere de un gran procesamiento de datos por el cálculo de optimización de la señal de control que se implementa en el proceso. Para la implementación del controlador predictivo se requiere de un modelo matemático lo más parecido al modelo real.

Para un mejor desempeño del controlador predictivo, se debe ingresar el modelo matemático en el espacio de estados, ya que mientras más información del proceso se obtenga más preciso será el control. El modelo en el espacio de estados del proceso debe ser transformado de tiempo continuo a tiempo discreto, ya que el control predictivo va optimizando los valores de señal de control en cada intervalo de tiempo.

Se debe conocer las restricciones del modelo a implementar, porque el controlador predictivo no permite que el modelo supere estas restricciones.

La ponderación de la señal de salida tiene el objetivo de conforme aumenta su valor, va disminuyendo el error con respecto a la referencia, pero se debe tener en cuenta que al

aumentar la ponderación aumenta el esfuerzo de la señal de control.

Mientras mayor sea el horizonte de predicción, es mejor la respuesta del modelo, porque se obtiene mejores valores de la señal de control, además que se incrementa la velocidad de respuesta.

Referencia

- [1] BORDONS, CARLOS, **Control Predictivo Generalizado de Procesos Industriales**, Tesis Doctoral, Sevilla, Octubre 1994.
- [2] LIMON MARRUEDO, DANIEL, **Control Predictivo de sistemas no lineales con restricciones**, Tesis Doctoral, Sevilla, Septiembre 2002.
- [3] BENAVIDES, VANESSA, **Desarrollo de un modulo para la enseñanza del Control Predictivo basado en modelo - CPBM**, Tesis, Quito, Diciembre 2010.
- [4] INTECO KRAKOW, **Sistema de Levitación Magnética**, Manual de Usuario, Marzo 2005.

[5] INTECO, **Sistema Modular Servo**, Manual de Usuario, Febrero 2007.

[6] http://www.mathworks.com/products/demos/mpc/MPC_Intro/index.html, Model Predictive Control Toolbox.

[7] <http://www.mathworks.com/help/toolbox/mpc/ref/f1-9256.html#f1-6523>, MPC Controller Object.

[8] <http://www.mathworks.com/help/toolbox/mpc/ug/f5-12898.html>, Predictive Model.



Sylvia Patricia Ati Villamarin nació en Quito, Ecuador, el 16 de febrero de 1986. Recibió el título de pregrado en ingeniería electrónica, automatización y control en el 2011 en la Escuela Politécnica del Ejercito. Entre los campos de interés se encuentran los Sistemas de Control, Control Industrial, Domótica y diseño de interfaces HMI.