

DOS MÉTODOS SIMPLIFICADOS PARA EL ANÁLISIS SÍSMICO DE PUENTES SIMPLEMENTE APOYADOS

Roberto Aguiar Falconí y Capt. De E. Edison Gudiño

Centro de Investigaciones Científicas
Escuela Politécnica del Ejército
raquiar@espe.edu.ec

RESUMEN

Se realiza el análisis sísmico de un Puente de un vano, simplemente apoyado, con dos métodos aproximados y los resultados se comparan con los que se hallan utilizando un modelo de elementos finitos. Los métodos aproximados son el de Carga Uniforme y el Espectral Unimodal. Los métodos aproximados reportan resultados satisfactorios.

Un aspecto muy importante que se debe tener en cuenta es la selección apropiada del espectro de diseño, el coeficiente de sitio, el valor de reducción de las fuerzas sísmicas con el cual se pasa del espectro elástico al inelástico. Por esta razón se inicia el artículo presentando lo que indican algunas normativas sísmicas al respecto para que se seleccione en forma adecuada el espectro de diseño.

Palabras Claves.- Método de la Carga Uniforme. Método Espectral Unimodal. Método de Elementos Finitos.

ABSTRACT

It made a seismic analysis of a vain Bridge, simply supported, with two approximate methods and the results are compared with those found using a finite element model. The approximate methods are the Standard Cargo and Spectral Unimodal. The approximate methods reported satisfactory results

A very important aspect that must be considered is the proper selection of the design spectrum, the site coefficient, the reduction value of the seismic forces with which it goes from elastic to inelastic spectrum. For this reason the article begins presenting what they indicate some seismic regulations about for that properly select the design spectrum.

Keywords.- Uniform Load Method. Unimodal spectral method. Finite Element Method.

1. INTRODUCCIÓN

Para una persona que domina el tema de los elementos finitos, de la dinámica de estructuras, del análisis sísmico y que ha desarrollado programas de computación, no pensará dos veces en realizar el análisis sísmico de cualquier Puente mediante un modelo de elemento finitos. Si la acción sísmica está definida por un espectro realizará un análisis modal espectral empleando el Método de Superposición Modal y si la acción está determinada por un acelerograma encontrará la respuesta en el tiempo, paso a paso, mediante análisis dinámico lineal o no lineal. Aguiar (2007 (1), 2008).

En cambio para un estudiante o egresado que recién está empezando a calcular Puentes, como el mostrado en la figura 1, le resultará más fácil aplicar los métodos simplificados que consideran que el Puente puede ser modelado como un sistema de un grado de libertad o que trabajan únicamente con un solo modo de vibración. Aunque también **no se**

Recibido: Noviembre de 2010
Aceptado: Enero de 2011

descarta la posibilidad de un prestigioso profesional, desea utilizar dichos métodos por que considera que no amerita utilizar métodos más complejos para un Puente regular y de uno o dos vanos.

Dos de estos modelos simplificados se presentan en este artículo y luego se aplican a un Puente conformado por dos estribos y vigas longitudinales que están simplemente apoyados. Los resultados se comparan con los que se obtienen al analizar el Puente con elementos finitos pero antes se describe el Puente de la figura 1.



Figura 1 Puente Pay-Pay ubicado en Calcéta Provincia de Manabí

A la izquierda de la figura 1, se aprecia en el fondo un Estribo abierto y las vigas longitudinales y transversales que soportan al tablero del Puente. A la derecha se tiene una vista lateral del Puente con el tablero y el pasamano. Como el Puente está terminado no se observa la cimentación ni tampoco se aprecian los contrafuertes de los estribos.

Un Puente de estas características puede ser modelado en la forma que se presenta en este artículo, para realizar el análisis sísmico en sentido longitudinal, para ello el Proyectista estructural sabrá definir las dimensiones del estribo utilizando algún criterio como el de igualar el momento de inercia de la sección real del Puente con el momento de inercia del modelo que adopta.

2. NORMATIVAS SÍSMICAS

Tanto o más importante que la selección del método de análisis sísmico, es la determinación del espectro de diseño. Si se trata de un Puente esencial se recomienda que se realicen estudios de peligrosidad sísmica empleando métodos determinísticos y probabilísticos para un período de retorno de 970 años. Norma Sísmica de Japón (2000).

Luego de las experiencias de los sismos de Chile en el 2010 ($M_w = 8.8$) y Japón 2011 ($M_w = 8.9$) que dejaron bastante daño en los Puentes y en el caso de Chile, luego del sismo se emitió un Código Emergente en el cual las ordenadas espectrales se incrementaron notablemente con relación al Código vigente de 1996. Pare evitar esto es importante determinar los espectros para los sismos **M.C.E.** (**Maximum Credible Earthquake**) y **O.B.E.** (**Operating Basis Earthquake**).

Por eso es necesario realizar estudios de Peligrosidad Sísmica de la zona donde se encuentra el Puente y determinar el sismo MCE que está asociado a un período de retorno de 970 años y realizar el diseño esperando comportamiento no lineal del Puente. Luego se debe verificar si para el sismo OBE que tiene un período de retorno de 140 años, la estructura va a tener un comportamiento lineal elástico.

En la mayor parte de Países Latinoamericanos existe suficiente información para realizar estudios de peligrosidad sísmica (Aguiar *et al.* 2011), como también se dispone de programas como el CAPRA de CRISIS que facilitan este cálculo por métodos probabilísticos. Ordaz *et al.* (2002). Algo similar se puede indicar con los métodos determinísticos. Campbell y Bozorgnia (2008). Se ha colocado una sola referencia de cada tema para no alargar la exposición pero se destaca una vez más que existe mucha información con la cual se pueden encontrar espectros de diseño para cualquier Puente (la misma que va a ser mucho mejor que los espectros usados en la norma AASHTO (1996, 1998).) que va a ser mucho mejor a la utilización de los espectros de la norma AASHTO (1996, 1998).

Otra opción es utilizar la Normativa Sísmica de cada País, a sabiendas de que el espectro que está estipulado tiene un período de retorno de 475 años, que es el período que contempla el espectro de la norma AASHTO (1996).

Los efectos de las condiciones locales del suelo es fundamental tener en cuenta en la forma espectral y diseño del Puente. El mayor daño que se tuvo en el sismo de Chile de 2010 está relacionado con el suelo ya que las ondas sísmicas se amplificaron notablemente. En algunas normativas sísmicas los valores de amplificación por efecto del suelo son bastante bajos, menos de 1.5 por lo que deben ser utilizadas con ciertas precauciones.

Los valores del coeficiente de sitio S del Código Ecuatoriano de la Construcción, CEC-2000 son bastante adecuados y son los que están prescritos en los Códigos AASHTO (1996) y AASHTO LRFD (1998). Se indican en la Tabla 1, donde también se indica los otros parámetros que definen el espectro elástico del CEC-2000.

Tabla 1 Parámetros que definen el espectro elástico del CEC-2000

Perfil de suelo	T^* (s)	T^+ (s)	β	S
S1	0.50	2.50	2.5	1.0
S2	0.52	3.11	3.0	1.2
S3	0.82	4.59	2.8	1.5
S4	2.00	10.00	2.5	2.0

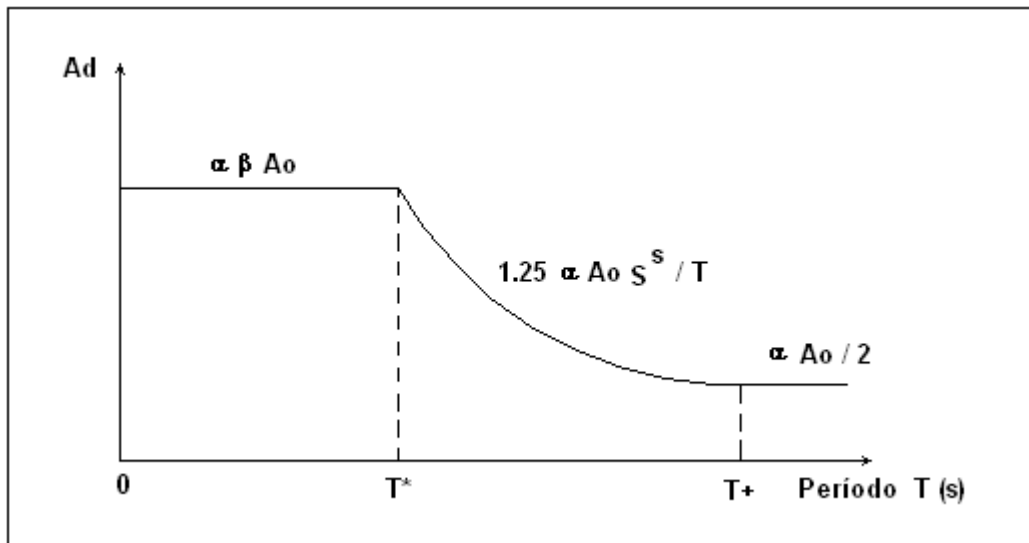
La definición del tipo de suelo del CEC-2000 es un tanto diferente a la de los Códigos AASHTO por esta razón se lo presenta a continuación.

- 1 **Perfil de suelo S1** son suelos cuya velocidad de la onda de corte, V_s es mayor a 750 m/s, con período de vibración menor a 0.2 s. Entre ellos se incluyen:
 - Roca sana o parcialmente alterada, con resistencia a la compresión no confinada mayor o igual a 500 KPa = 5 Kg/cm².
 - Gravas arenosas, limosas o arcillas densas o secas.
 - Suelos cohesivos duros con resistencia al corte en condiciones no drenadas mayores a 100 KPa, con espesores menores a 20 m., y que se encuentran sobre roca u otro material cuyo V_s es mayor a 750 m/s.
 - Arenas densas con número de golpes del SPT: $N > 50$ con espesores menores a 20 m., y que se encuentren sobre roca u otro material cuyo V_s es mayor a 750 m/s.
 - Suelos y depósitos de origen volcánico firmemente cementados, tobas y conglomerados con número de golpes del SPT: $N > 50$.
- 2 **Perfil de suelo S2** son suelos con características intermedias entre los suelos S1 y S3.
- 3 **Perfil de suelo S3** son aquellos cuyo período fundamental es mayor a 0.6 s., En la tabla 2 se indican las características de los suelos blandos o estratos de gran espesor que son considerados S3.

Tabla 2 Características de los suelos tipo S3.

Suelos Cohesivos	V_s (m/s)	Resistencia al corte no drenada S_u	Espesor del Estrato
Blandos	< 200	< 25 KPa	> 20 m.
Semiblandos	200 – 400	25 KPa – 50 KPa	> 25 m.
Duros	400 – 750	50 KPa – 100 KPa	> 40 m.
Muy duros	> 750	100 KPa – 200 KPa	> 60 m.
Suelos Granulares	V_s (m/s)	Valores N del SPT	Espesor del Estrato
Sueltos	< 200	4 – 10	> 40 m.
Semidensos	200 – 750	10 – 30	> 45 m.
Densos	> 750	> 30	> 100 m.

En la figura 2 se indican las ecuaciones de cada una de las ramas del espectro elástico del CEC-2000, restando indicar que α es el factor de importancia; β, S, T^*, T^+ están definidos en la Tabla 1; A_0 es la aceleración máxima en roca para un período de retorno de 475 años y depende de la zona sísmica en que se encuentre la estructura; T es el período y A_d es la aceleración espectral.

**Figura 2** Espectro Elástico del Código Ecuatoriano de la Construcción, CEC-2000.

El espectro inelástico se obtiene dividiendo el espectro elástico para el factor de reducción de las fuerzas sísmicas R . Este es otro parámetro fundamental que debe seleccionar el Proyectista Estructural. Si no se selecciona en forma adecuada este valor se estará subestimando la acción sísmica. Se define el factor R de la siguiente manera:

$$R = R_{\mu} R_R R_S$$

Donde R_{μ} es el factor de reducción de las fuerzas sísmicas debido a la ductilidad que tiene la estructura; es necesario que el Proyectista le confiera a su estructura la mayor ductilidad posible; R_R es el factor de redundancia, en Puentes simplemente apoyados la redundancia es menor que la unidad; R_S es el factor de sobre resistencia, depende no

solamente de los factores de seguridad que tomo en el cálculo estructural sino también del control de la construcción del Puente, que se construya con los materiales y detallado de los planos estructurales, si no hay este control no se puede pensar que la estructura tenga sobre resistencia. Aguiar (2007,2).

La normativa AASHTO (1996) presenta valores R muy generales sin tener en cuenta la importancia del Puente, que si lo contempla la norma AASHTO-LRFD, estos valores se indican en la tabla 3.

Tabla 3 Valores recomendados de R según AASHTO-LRFD (1998)

SUB-ESTRUCTURA ⁽¹⁾	R			CONEXIONES ⁽³⁾	R
	Crítico	Esencial	Otros		
Pilar tipo muro ⁽²⁾	1.5	1.5	2.0	De la subestructura al estribo	0.8
Pilote de concreto reforzado:				Junta de expansión de una luz de la subestructura	0.8
a.- Únicamente pilotes verticales	1.5	2.0	3.0		
b.- Uno o más pilotes inclinados	1.5	1.5	2.0		
Columnas individuales	1.5	2.0	3.0	Columnas, pilares o viga cabezal sobre pilotes a la superestructura	1.0
Pilotes de acero o acero compuesto con concreto:				Columna o pilares a la cimentación	1.0
a.- Únicamente pilotes verticales	1.5	3.5	5		
b.- Uno o más pilotes inclinados	1.5	2.0	3		

- (1) El factor R se debe usar para ambos ejes ortogonales de la subestructura.
- (2) Un pilar tipo placa puede diseñarse como columna en la dirección más débil siempre que cumpla todos los requisitos sísmicos de columna, en tal caso puede utilizarse el coeficiente R de columnas solas.
- (3) Se recomienda que las conexiones se diseñen para las fuerzas máximas que puedan desarrollarse por plastificación de la columna o las columnas del pórtico. Estas fuerzas son a menudo significativamente menores que aquellas obtenidas usando el factor $R = 1$

3. MÉTODOS DE ANÁLISIS SÍSMICO

Las Normativas Sísmicas de Puentes, permiten el uso de los siguientes métodos de análisis sísmico: i) Método Simplificado o de Carga Uniforme (MCU); ii) Método de Análisis Espectral Unimodal (MEU); iii) Método de Análisis Espectral Multimodal (MEM); iv) Método de Análisis Tiempo-Historia (MTH). AASHTO (1996), ASSHTO-LRFD (1998), CALTRANS (2001); Norma de Perú (2003), entre otras.

La selección del método de análisis depende de las características del puente; **en este artículo se van a describir los dos primeros métodos que pueden ser utilizados en puentes regulares, rectos, simplemente apoyados de hasta dos vanos** y como se indicó, se los va a aplicar a un Puente compuesto por dos estribos y vigas. Los resultados que se hallen serán comparados con los que se obtengan de un análisis con elementos finitos.

3.1 Método Simplificado o de Carga Uniforme (MCU)

En este método el Puente se modela como un sistema de un grado de libertad que tiene rigidez k y masa m ; de tal manera que el período fundamental T se halla aplicando la siguiente ecuación:

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{W}{g k}} \tag{1}$$

Las variables no identificadas todavía, son: W que es el peso de la superestructura (Vigas, Tablero, Carpeta asfáltica, Veredas; Pasamanos, Carga Viva considerada para análisis sísmico) y de la subestructura (Peso de Estribo o Pila); y g es la aceleración de la gravedad. La ecuación (1) puede ser aplicada tanto en sentido longitudinal como transversal. De igual forma el análisis, puede hacerse con el puente completo (Estribos y Vigas) o por separado (Solo Estribo)

Una vez que se halla el período se ingresa al espectro elástico y se obtiene la aceleración espectral elástica A_d , con la cual se encuentra el cortante basal V .

$$V = \frac{m A_d}{R} \quad (2)$$

Donde R es el factor de reducción de las fuerzas sísmicas. Se recomienda que se considere $R = 1$ ya que se está trabajando con un modelo elemental, **sin embargo el Proyectista Estructural puede usar el valor de R que considera tiene el Puente; m es la masa que es igual a: $m = W / g$.**

Cuando se analiza un solo estribo con el Método MCU, W es el peso total (superestructura y subestructura) **que gravita sobre dicho estribo.**

En este artículo se aplica este método para analizar un estribo. **Con esta indicación la carga uniforme distribuida P_x debida a sismo, se obtiene dividiendo el cortante para la altura del estribo.**

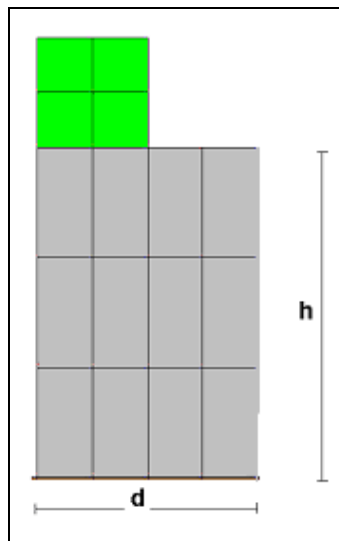


Figura 3 Cálculo de la flexibilidad de un Estribo o Pila.

La parte más laboriosa del cálculo es determinar la rigidez equivalente del sistema de un grado de libertad k . Para esto se propone hacerlo de la siguiente manera (para un estribo de un Puente), el cual puede ser modelado de la forma indicada en la figura 3. (Aguiar, 2004). Se destaca que la geometría del estribo o pila no necesariamente debe ser de la forma mostrada en la figura 3 pero si muy parecida.

$$k = \frac{12 E I}{h^3 (1 + 4\phi)}$$

$$\phi = \frac{3 \beta E I}{G A h^2}$$
(3)

Donde I es el momento de inercia de la sección transversal en la dirección de análisis sísmico considerada; A es el área de la sección transversal; β es el factor de forma debido al corte, para secciones rectangulares vale 1.2; ϕ es el factor que toma en cuenta el efecto del corte. Para el análisis sísmico en la dirección longitudinal se tiene: $I = b * d^3 / 12$, $A = b * d$. El valor del módulo de corte G es aproximadamente igual a $G \approx 0.4 E$; b es el ancho; d, h están indicadas en la figura 3. Nótese que no se considera el momento de inercia del elemento que se halla al lado del descanso.

Una vez que se determina P_x se debe resolver la estructura indicada en la figura 4. Sea $v(x)$ la deformación del Estribo o Pila por efecto de la carga P_x , al analizarlo como una viga empotrada en su base la deformación lateral se halla con la siguiente ecuación.

$$v(x) = \frac{P_x}{24 EI} (x^4 - 4 h x^3 + 18 h^2 x^2)$$
(4)

Donde x se mide a partir de la base, como se muestra en la figura 4. Al reemplazar $x = h$ se halla el desplazamiento lateral máximo, que vale:

$$v(x = h) = \frac{15 P_x}{24 EI} h^4$$
(5)

A partir de la ecuación (4) se halla el giro, el momento y el corte en cualquier punto, obteniendo la primera, segunda, tercera derivada y aplicando las ecuaciones de Resistencia de Materiales. El Momento es la segunda derivada de la ordenada de la elástica $v(x)$ por la rigidez EI ; el cortante es la derivada del momento.

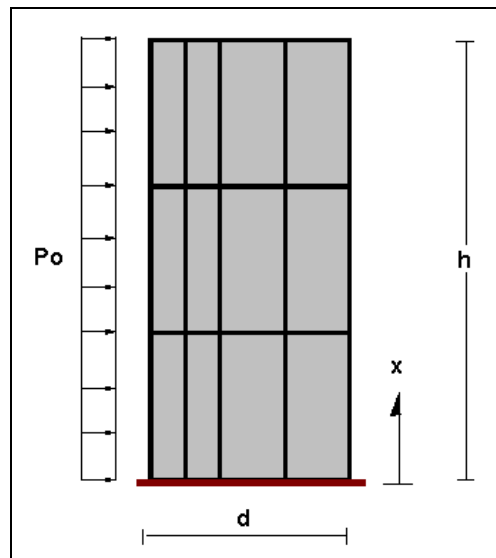


Figura 4 Modelo de un Estribo o de una Pila de una Puente.

3.2 Método de Análisis Espectral Unimodal (MEU)

Este es un método simplificado pero un tanto más elaborado que el anterior, está basado en el modo fundamental de vibración. La forma de modo puede obtenerse aplicando una carga horizontal por unidad de longitud a la superestructura y encontrar la deformada correspondiente.

El período fundamental se obtiene igualando la energía máxima potencial y la energía cinética asociada con el modo fundamental. La expresión que se obtiene es la siguiente:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\gamma}{P_0 g \alpha}} \quad (6)$$

Donde P_0 es la carga por unidad de longitud; g es la aceleración de la gravedad; α , λ son coeficientes que se hallan con las siguientes fórmulas.

$$\begin{aligned} \alpha &= \int_0^L v(x) dx \\ \beta &= \int_0^L W(x) v(x) dx = W \int_0^L v(x) dx \\ \gamma &= \int_0^L W(x) (v(x))^2 dx = W \int_0^L (v(x))^2 dx \end{aligned} \quad (7)$$

Donde $W(x)$ es el valor de la carga muerta de la superestructura y subestructura por unidad de longitud. α , es un coeficiente que tiene unidad de longitud al cuadrado; β , es un coeficiente que tiene unidades de fuerza por longitud; γ es un coeficiente que tiene unidades de fuerza por longitud al cuadrado. Es $v(x)$ para el caso de una Pila o Estribo. Para el caso de vigas longitudinales se tendría $u(x)$ y en este caso P_0 es la carga axial uniforme que actúa a lo largo del eje de la viga por unidad de longitud, en la dirección del análisis sísmico considerado.

Con el período encontrado con la ecuación (6) se ingresa al espectro elástico y se halla el valor A_d . Nuevamente se recomienda que se trabaje con $R = 1$ a pesar de que el Puente tenga un valor mayor de R esto es debido a que se continúa realizando un análisis simplificado a pesar de que parezca un tanto complejo. Pero se deja a criterio del Proyectista Estructural la selección del valor R

Se halla la fuerza sísmica equivalente $P_e(x)$ por unidad de longitud mediante la siguiente expresión:

$$P_e(x) = \frac{\beta A_d}{R g \gamma} W(x) v(x) \quad (8)$$

$$P_e(x) = \frac{\beta C_s}{R \gamma} W(x) v(x) \quad (9)$$

Se debe considerar que R ya está incluido en la aceleración espectral por tal razón ya no se incluye en la ecuación (8), así también $v(x)$ es el mismo u_0 que hallamos con la ecuación (10)

Se puede trabajar con la ecuación (8) que está en función de la aceleración espectral elástica A_d , o con la ecuación (9) que está en función del coeficiente sísmico C_s que no es más que $C_s = A_d / g$. Siendo g la aceleración de la gravedad.

Para calcular el período de vibración del Estribo con la ecuación (6) se debería hacer un programa para encontrar α, β, γ por las integrales que están involucradas. Lo cual no tiene mucho sentido ya que se está trabajando con Métodos Simplificados. **Por lo que la aplicación más útil es aplicar a todo el Puente.**

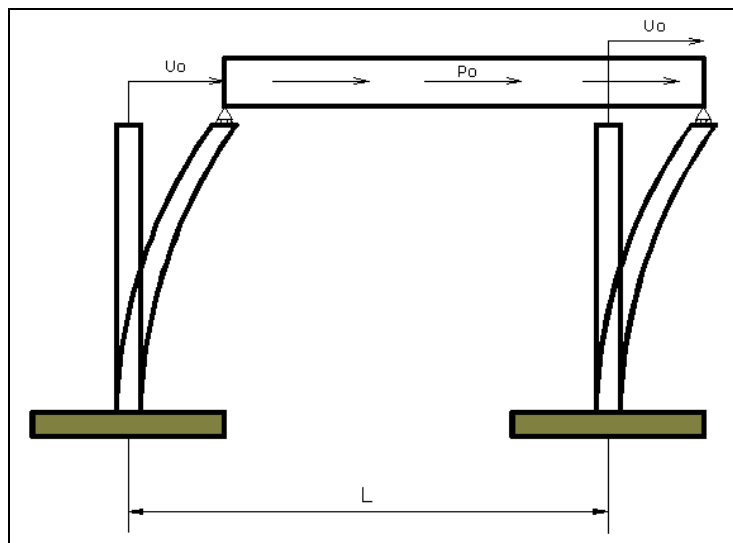


Figura 5 Desplazamiento lateral por efecto de una carga axial P_0 .

Las vigas de un Puente se apoyan en los Estribos, para el caso de que se tiene un solo vano o se apoya en un Estribo y una Pila para el caso de tener dos vanos. En la figura 5 se tiene el caso de un Puente de un vano en el cual se aplica una carga axial uniforme distribuida P_0 . Por efecto de esta carga axial el Puente se deforma longitudinalmente u_0 ; en un sismo se considera que las vigas son axialmente rígidas, en consecuencia la deformación axial en cualquier punto de la viga es u_0 como se ilustra en la figura 5.

En el modelo indicado en la figura 5 se considera que el desplazamiento u_0 del Estribo o Pila es igual al desplazamiento longitudinal de la viga. Estrictamente esto no es cierto por el sistema constructivo las vigas se apoyan sobre el Neopreno y este a su vez se apoya sobre el Estribo.

La fuerza total horizontal vale $P_0 L$. Ahora bien, por concepto de rigidez, cuando se aplica una rigidez (fuerza) k el desplazamiento vale la unidad cuando se aplica una fuerza $P_0 L$ el desplazamiento lateral vale u_0 . De donde:

$$u_0 = \frac{P_0 L}{k} \quad (10)$$

Donde u_0 es el desplazamiento axial de la viga que es igual al desplazamiento en el tope del estribo; P_0 es la carga axial por unidad de longitud que actúa en la viga; L es la longitud de la viga y k es la rigidez del estribo. Al ser u_0 constante a lo largo de la viga, salen de las integrales definidas en (7) con lo que α , β , γ valen:

$$\begin{aligned}\alpha &= u_0 L \\ \beta &= \alpha W \\ \gamma &= \beta u_0\end{aligned}\tag{11}$$

Con estos valores se halla el período fundamental aplicando la ecuación (6) y finalmente la fuerza lateral equivalente $P_e(x)$ que actuará a nivel de vigas y sobre el apoyo. Se insiste en que $W(x)$ es la carga total (Peso de: tablero, viga, estribo, carpeta, veredas, pasamano, carga viva considerada para el análisis sísmico) pero que actúa en un apoyo.

4. PUENTE Y ESPECTRO DE ANÁLISIS

Se va a realizar el análisis sísmico, en sentido longitudinal, a la estructura del Puente indicado en la figura 6, ante el espectro mostrado en la figura 7, se trabaja con $R = 3$ (Valor que se consideró en el análisis con elementos finitos; como se va a comparar las respuestas con este método se toma el mismo valor caso contrario se habría trabajado con $R = 1$). El Puente tiene dos estribos, 8 vigas longitudinales las mismas que se asientan sobre apoyos de Neopreno. El Puente tiene una longitud de 20 m., y en sentido transversal mide 21 m., ya que existen cuatro carriles, dos en cada sentido con veredas de 1.50 m., en sus extremos.

El Tablero del puente es una losa maciza de 20 cm., de espesor sobre la cual va una capa de asfalto de 5 cm., y las veredas tienen una altura de 25 cm. Cada una de las vigas longitudinales tiene una base equivalente de 60 cm., de ancho y un peralte de 1.10 m. Las dimensiones de los estribos están indicadas en la figura 5. El hormigón empleado en los estribos, vigas y tablero tiene un módulo de elasticidad $E = 2007980 T/m^2$ y un módulo de Poisson $\nu = 0.20$.

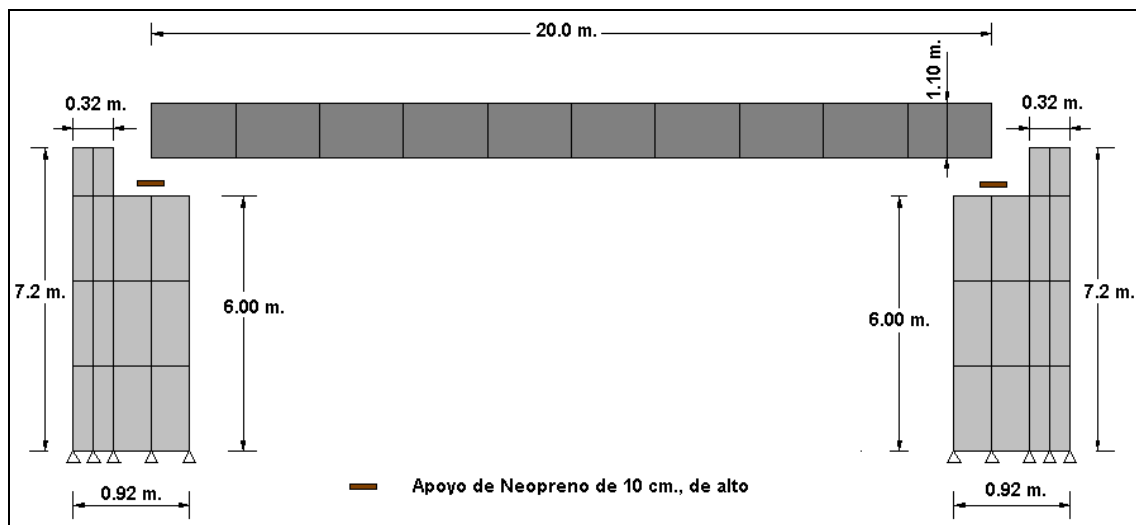


Figura 6 Puente conformado por dos estribos y vigas longitudinales.

El Peso del Tablero del Puesto vale: $W_T = 20 * 21 * 0.2 * 2.4 = 201.6 T$. Por otra parte el peso de veredas es $W_V = 2 * 1.5 * 20 * 0.25 * 2.4 = 36 T$. Se estima que el Peso de la carpeta asfáltica, pasamanos, personas y un eventual vehículo que pueden estar sobre el Puesto, durante un sismo es 40 T. Por lo tanto, el peso total de la superestructura es 277.60 T.

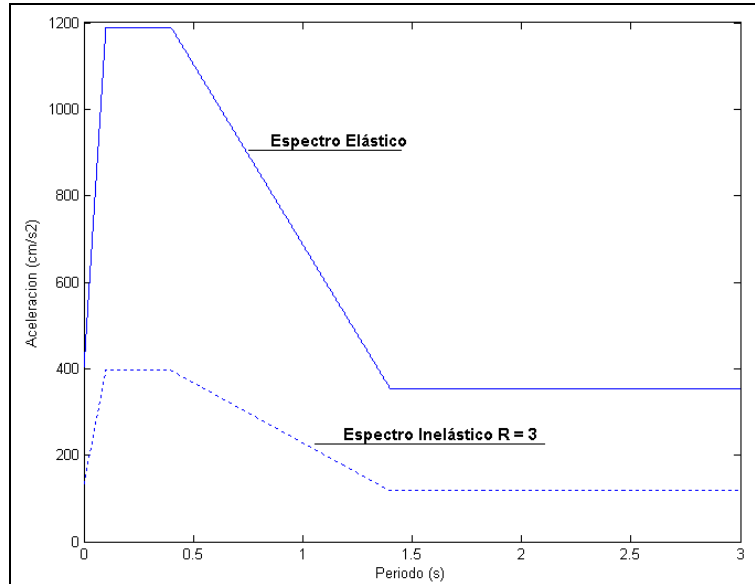


Figura 7 Espectro elástico e inelástico para $R = 3$.

Este peso de 277.60 T. es repartido a los dos apoyos, con lo cual cada apoyo recibe una carga de la superestructura de 138.8 T. Ahora, normalmente el análisis se realiza por metro de ancho, con lo cual la carga vale $138.8/21 = 6.61 T/m$.

El peso de una viga $W_V = 0.60 * 1.10 * 20 * 2.4 = 31.68 T$. Como se tienen 8 vigas el peso de todas las vigas longitudinales es 253.44 T. Al dividir para 2 se halla la carga en cada apoyo y es de: 126.72 T. Finalmente al dividir para 21 m., se halla la carga por metro de ancho y esta vale: 6.04 T/m. A esta cantidad se debe sumar el peso de las vigas transversales, que se estima aportan en 0.46 T/m. (Hay varias vigas transversales, como se observa en la figura 1. El puente que se analiza es similar al mencionado Puesto). Por lo tanto la carga de vigas que se transmite a cada apoyo por metro de ancho es 6.04 T/m.

Al sumar 6.04 con 6.61 se tiene que **la carga que se transmite a cada estribo por efecto de la superestructura es 12.65 T/m.**

El Peso de un estribo vale: $W_E = (7.2 * 0.32 + 0.60 * 6) * 1 * 2.4 = 14.17 T/m$. **Luego la carga total de la superestructura y subestructura es 26.82 T/m.** Esta es la carga $W(x)$ indicada en las ecuaciones (8) y (9).

Las ecuaciones que definen al espectro de análisis son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 T < 0.10 & \quad A_d = \frac{396}{R} + \frac{7920}{R} * T \\
 0.10 < T < 0.40 & \quad A_d = \frac{1188}{R} \\
 0.40 < T < 1.40 & \quad A_d = \frac{1521.8 - 834.43 T}{R} \\
 T > 1.40 & \quad A_d = \frac{353.37}{R}
 \end{aligned} \tag{12}$$

Donde T es el período de la estructura; A_d es la aceleración espectral en gals; R es el factor de reducción de las fuerzas sísmicas que se considera igual a 3.

5. RESULTADOS CON MÉTODOS SIMPLIFICADOS

Con la nomenclatura indicada en la figura 3 y en base a la geometría del Puente mostrado en la figura 6, los datos son: $b = 1.0 \text{ m.}$ (se analiza por metro de ancho); $d = 0.92 \text{ m.}$; $h = 6.0 \text{ m.}$; $L = 20.0 \text{ m.}$. Por otra parte, $E = 2007980 \text{ T/m}^2$ y la carga de la superestructura y subestructura, por metro de ancho vale: $W(x) = 26.82 \text{ T/m}$. A continuación se escriben las ecuaciones de cálculo y algunos resultados.

- **Método de Carga Uniforme**

$$\phi = \frac{3 \beta E I}{G A h^2} = 0.0176 \quad k = \frac{12 E I}{h^3(1 + 4\phi)} = 6761.9 \text{ T/m} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{W}{g k}} = 0.126 \text{ s.}$$

Con $T=0.126 \text{ s.}$, se halla que la aceleración espectral es $A_d = 11.88 \text{ m/s}^2$; al dividir este valor para $R = 3$ se encuentra $A_i = 3.96 \text{ m/s}^2$. Al multiplicar este valor por la masa total se obtiene la fuerza en el sistema de un grado de libertad, la misma que es igual al cortante $V = 10.84 \text{ T}$ y al dividir para $h = 6.0 \text{ m.}$ se halla la carga uniforme que actúa en el estribo y vale $P_x = 1.806 \text{ T/m}$.

Los desplazamientos laterales del Estribo, se indican en la figura 8 y se hallan con la siguiente ecuación.

$$v(x) = \frac{P_x}{24 EI} (x^4 - 4 h x^3 + 18 h^2 x^2)$$

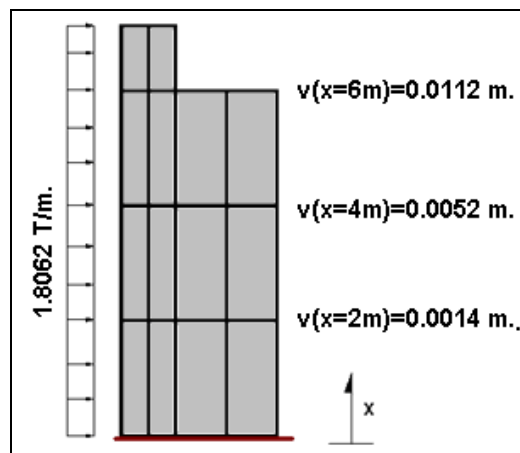


Figura 8 Desplazamientos laterales encontrados en el Estribo, con método MCU.

• **Método de Análisis Espectral Unimodal**

$$u_0 = \frac{P_0 L}{k} = \frac{1 * 20}{6761.9} = 0.003 \text{ m. Se consideró una carga axial } P_0 = 1 \text{ T/m (figura 5).}$$

$$\alpha = u_0 L = 0.0592 \text{ m}^2 \quad \beta = \alpha W = 1.5865 \text{ T.m.} \quad \gamma = \beta u_0 = 0.0047 \text{ T m}^2$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\gamma}{P_0 g \alpha}} = 2\pi \sqrt{\frac{0.0047}{1 * 9.8 * 0.0592}} = 0.565 \text{ s.}$$

Nótese que se obtuvo otro período para el Puente, con relación al hallado en el MCU, que de igual manera nos da una nueva aceleración espectral $A_i = 3.50 \text{ m/s}^2$. Con este nuevo valor se encuentra $P_e = 9.58 \text{ T}$. Los resultados obtenidos se indican en la figura 9.

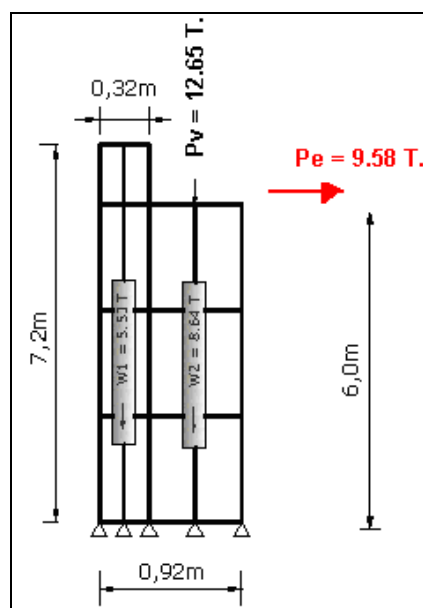


Figura 9 Cargas equivalentes por sismo y carga vertical, por metro de ancho, con $k = 6761.9 \text{ T/m}$

6. ANÁLISIS CON ELEMENTOS FINITOS

En la figura 6 se indica la malla de elementos finitos que fue considerada en el análisis, se trabajó con pocos elementos para poder explicar el procedimiento de cálculo y presentar los resultados. Aguiar (2011).

Lo importante es destacar que se trabajó con el elemento finito Q4 suavizado por flexión, que considera dos grados de libertad por nodo. El análisis sísmico se realizó solo para la componente horizontal del movimiento del suelo, con $R = 3$ para toda la estructura. **Las fuerzas horizontales que se obtuvieron, por metro de ancho se indican en la figura 10.** Se utilizó el criterio de combinación modal del valor máximo probable.

Las fuerzas estáticas que se ha presentado en la figura 10, son menores a las que se encontraron con los métodos simplificados. En efecto la sumatoria de fuerzas laterales en uno de los Estribos es 2.41 T.

En la viga la sumatoria de las fuerzas horizontales es 11.82 T. Al dividir para 2 (apoyos) se encuentra que las fuerzas horizontales en cada apoyo es 5.91 T.

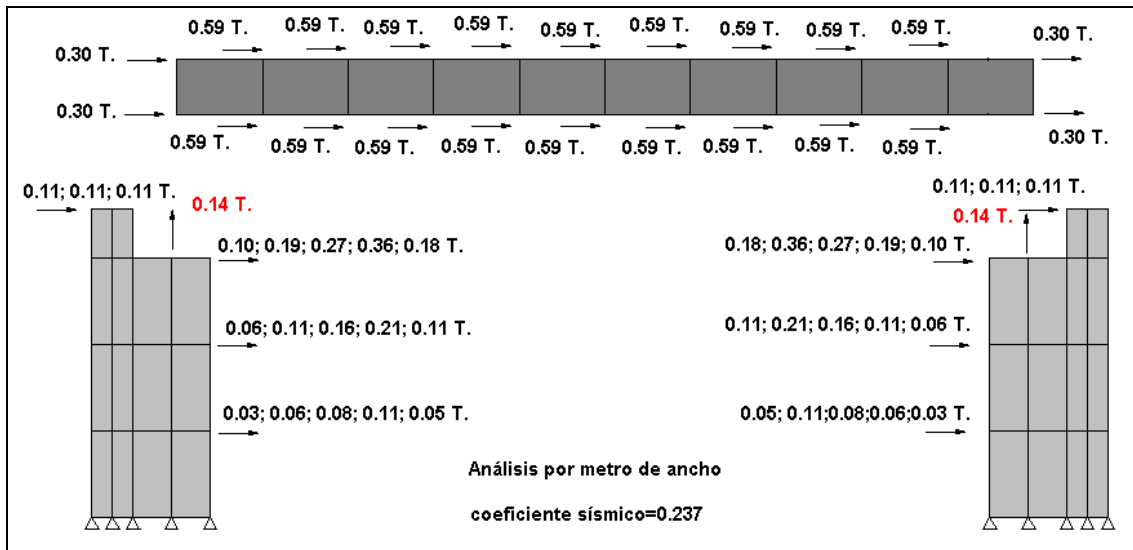


Figura 10 Fuerzas laterales debido a sismo, halladas con Elementos finitos.

Tampoco se pretendía encontrar valores muy similares entre los métodos aproximados y el que se halla con el modelo de Elementos Finitos. Los resultados hallados con los Métodos aproximados se consideran satisfactorios. En la figura 11 se muestran los desplazamientos elásticos. Los inelásticos se encuentran multiplicando estos valores por R .

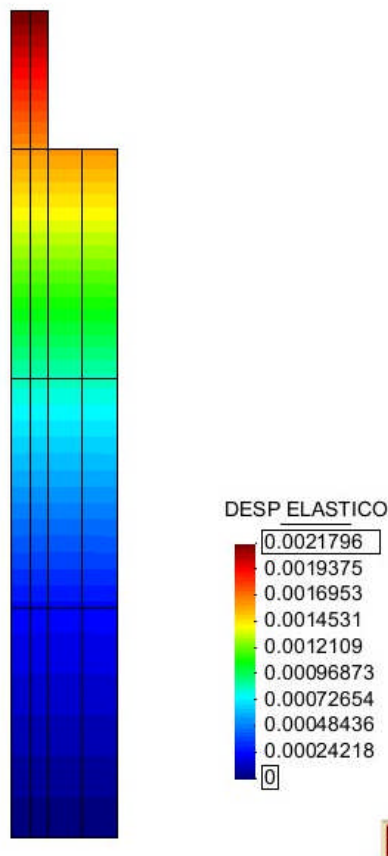


Figura 11 Desplazamientos elásticos encontrados en el Estribo.

Cuando la rigidez del Estribo se obtiene con elementos finitos; encontrando la fuerza necesaria para que el apoyo se desplace lateralmente la unidad; se encuentra que

$k = 38797 T / m$. La diferencia es notable con relación a la rigidez que se halla con la ecuación (3). Con este nuevo valor el período que se obtiene con la ecuación (6) es $T = 0.24 s$. La carga uniforme distribuida que actúa sobre el Estribo vale $P_x = 1.24 T / m$ (Método MCU). Por otra parte, la fuerza horizontal sobre el apoyo, $P_e = 10.84 T$ (Método Espectral Unimodal).

7. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

Se ha presentado lo que prescriben algunas normativas sísmicas de Puentes, sobre espectros, los coeficientes de sitio S y el factor de reducción de las fuerzas sísmicas R con el cual se pasa del espectro elástico al inelástico, debido a que si el espectro de diseño no es seleccionada en forma adecuada se encontrarán resultados inapropiados y a lo mejor por el lado de la inseguridad.

El tema de la selección del espectro de diseño es más importante que la diferencia que se obtienen con los métodos aproximados comparado con el exacto, los mismos que dicho sea de paso reportan resultados que se consideran satisfactorios para el Puente Simplemente Apoyado que se ha analizado en este artículo. Se aspira haber aportado al desarrollo de la Ingeniería Sísmica.

REFERENCIAS

1. AASHTO (1996), *Standard Specifications for Highway Bridges*, American Association of State Highway and Transportation Officials, 16th Edition.
2. AASHTO (1998), *LRF Bridge Design Specifications*. American Association of State Highway and Transportation Officials, 2nd. Edition.
3. Aguiar R., (2004), *Análisis Matricial de Estructuras*, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, 550 p. Quito.
4. Aguiar R., (2007,1), *Dinámica de Estructuras con Matlab*, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, 292 p., Quito.
5. Aguiar R., (2007,2), *Factor de reducción de fuerzas sísmicas en edificios de hormigón armado*, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército., 117 p., Quito.
6. Aguiar R., (2008), *Análisis sísmico de edificios*, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, 322 p., Quito.
7. Aguiar R., Quishpe D., Quishpe M., (2011), "Completez de la información para estudios de Peligrosidad Sísmica en el Ecuador", *VI Congreso Nacional de Ciencia y Tecnología*, 87-100.
8. CALTRANS (2001), *Seismic Design Criteria SDC*, California Department of Transportation, Division of Engineering Service.
9. Campbell K., Bozorgnia Y., (2008), "NGA Ground Motion Model for the Geometric Mean Horizontal Component of PGA, PGV, PGD and 5% Damped linear elastic response spectra for periods ranking from 0.01 to 10 s.", *Earthquake Spectra, EERI*, **24** (1), 139-171.
10. CEC-2000, *Código Ecuatoriano de la Construcción*, XIII Jornadas Nacionales de Ingeniería Estructural. Pontificia Universidad Católica del Ecuador, 325-350, Quito.

11. Japan Society of Civil Engineering, (2000), *Earthquake resistance design codes in Japan*, Earthquakes Engineering Committee and Japan Society of Civil Engineering, Tokyo.
12. Manual de Diseño de Puentes, (2003), Ministerio de Transporte y Comunicación, Dirección General de Caminos y Ferrocarriles. Dirección de Normatividad Vial, 287 p., Lima.
13. Ordaz M., Aguilar A., Arboleda J., (2002), *CRISIS99 Versión 1.017 Program for computing seismic Hazard*, México.