



**ESPE**  
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y  
MECÁNICA**

**CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**TRABAJO DE TITULACIÓN, PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL  
TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO**

**TEMA: EVALUACIÓN TERMODINÁMICA, MODELACIÓN  
MATEMÁTICA Y VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DEL SISTEMA  
DE CALENTAMIENTO SOLAR DE LA PISCINA DE TUNAS Y  
CABRAS**

**AUTOR: QUILLUPANGUI CAIZALUISA KARINA ELIZABETH**

**DIRECTOR: ING. GUASUMBA, JOSÉ**

**SANGOLQUÍ**

**2016**



## DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA

### CERTIFICACIÓN

Certifico que el trabajo de titulación ***“EVALUACIÓN TERMODINÁMICA, MODELACIÓN MATEMÁTICA Y VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DEL SISTEMA DE CALENTAMIENTO SOLAR DE LA PISCINA DE TUNAS Y CABRAS”***, realizado por la señorita ***QUILLUPANGUI KARINA***, ha sido revisado en su totalidad y analizado por el software anti-plagio, el mismo cumple con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de Fuerzas Armadas ESPE, por lo tanto me permito acreditarlo y autorizar a la señorita ***QUILLUPANGUI KARINA*** para que lo sustente públicamente.

Sangolquí, 18 de Abril del 2016

Atentamente,

Ing. JOSE GUASUMBA, MSc.  
DIRECTOR



## DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA

### AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD

Yo, **KARINA QUILLUPANGUI**, con cédula de identidad N°1719169219, declaro que este trabajo de titulación **“EVALUACIÓN TERMODINÁMICA, MODELACIÓN MATEMÁTICA Y VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DEL SISTEMA DE CALENTAMIENTO SOLAR DE LA PISCINA DE TUNAS Y CABRAS”** ha sido desarrollado considerando los métodos de investigación existentes, así como también se ha respetado los derechos intelectuales de terceros considerándose en las citas bibliográficas.

Consecuentemente declaro que este trabajo es de mi autoría, en virtud de ello me declaro responsable del contenido, veracidad y alcance de la investigación mencionada.

**Sangolquí, 18 de Abril del 2016**

KARINA ELIZABETH QUILLUPANGUI CAIZALUISA

C.I: 1719169219



## DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA

### AUTORIZACIÓN

Yo, **KARINA QUILLUPANGUI**, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar en la biblioteca Virtual de la institución el presente trabajo de titulación **“EVALUACIÓN TERMODINÁMICA, MODELACIÓN MATEMÁTICA Y VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DEL SISTEMA DE CALENTAMIENTO SOLAR DE LA PISCINA DE TUNAS Y CABRAS”**, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi autoría y responsabilidad.

Sangolquí, 18 de Abril del 2016

---

KARINA ELIZABETH QUILLUPANGUI CAIZALUISA

CI: 171916921-9

## DEDICATORIA

*Para triunfar en la vida no es importante llegar primero, para triunfar simplemente hay que llegar. Al culminar uno de mis objetivos dedico el presente proyecto a Dios, por darme fuerza para no desfallecer ante las adversidades y vencer todos los obstáculos.*

*A mis padres, Teresa y Jorge por su amor, trabajo y sacrificios en todos estos años, gracias a ustedes he logrado llegar hasta aquí y convertirme en lo que soy. Ha sido un privilegio ser su hija son los mejores padres.*

*Mis hermanas, Irene y Fernanda, abuelitos, tías: Marcia, Mercedes, Silvia, tíos, primos, primas, por esa lucha incansable de ayudarme a seguir adelante, por el tiempo que nunca podré devolverles pero si agradecerles.*

*A mis amigas y amigos por su apoyo leal y sincero, nunca me faltó una palabra de aliento de su parte en momentos difíciles.*

## AGRADECIMIENTO

*Agradezco a Dios que me dio fuerza y fe para creer lo que me parecía imposible de terminar, por permitirme tener y disfrutar a mi familia, gracias a mi familia por apoyarme en cada decisión y creer en mí.*

*A mis padres, Teresa Caizaluisa y Jorge Quillupangui por haberme proporcionado la mejor educación y lecciones de vida, aunque hemos pasado momentos difíciles siempre han estado brindándome su comprensión, cariño, amor, con sus palabras de aliento no me dejaban decaer para que siguiera adelante que siempre sea perseverante y cumpla con mis ideales sin ustedes este logro no hubiera sido posible.*

*A mis hermanas Irene y Fernanda, por brindarme su apoyo y estar presentes durante esta larga etapa, por su cariño y confianza.*

*A mis amigos y compañeros, presentes y pasados, quienes sin esperar nada a cambio compartieron su conocimiento, alegrías y tristezas, a todas aquellas personas que durante estos años estuvieron a mi lado apoyándome y lograron que este sueño se haga realidad.*

*Un agradecimiento al Ing. José Guásuma que, como director de este proyecto, me ha orientado, apoyado y corregido, a todos los ingenieros por sus enseñanzas impartidas durante esta etapa.*

*No ha sido sencillo el camino hasta ahora, pero gracias a sus portes, a su amor a su inmensa bondad y apoyo, lo complicado de lograr esta meta se ha notado menos. Les agradezco, hago presente mi gran afecto hacia ustedes, mi hermosa familia.*

## ÍNDICE DE CONTENIDO

<b>CERTIFICACIÓN</b> .....	ii
<b>AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD</b> .....	iii
<b>AUTORIZACIÓN</b> .....	iv
<b>DEDICATORIA</b> .....	v
<b>AGRADECIMIENTO</b> .....	vi
<b>ÍNDICE DE CONTENIDO</b> .....	vii
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b> .....	x
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	xi
<b>NOMENCLATURA</b> .....	xiii
<b>RESUMEN</b> .....	xvi
<b>ABSTRACT</b> .....	xvii
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>GENERALIDADES</b> .....	1
1.1. Antecedentes. ....	1
1.2. Análisis y Definición del problema.....	3
1.3. Justificación del proyecto. ....	3
1.4. Objetivos. ....	5
1.4.1. Objetivo general. ....	5
1.4.2. Objetivos específicos. ....	5
1.5. Alcance del proyecto.....	5
<b>CAPÍTULO II</b>	
<b>MARCO TEÓRICO</b> .....	6
2.1. Geometría del calentador solar.....	6
2.2. Coeficiente global de transferencia de calor. ....	11
2.3. Radiación Solar.....	15
2.4. Balance energético de la cubierta.....	19

2.5.	Balance energético de la tubería de polietileno. ....	23
2.6.	Balance energético de la cubierta del absorbedor considerando extracción de calor.....	24
2.7.	Análisis de transferencia de calor en el acoplamiento tubo cubierta..	27
2.7.1.	Análisis para el estado estacionario. ....	31
2.7.2.	Análisis en el estado transitorio.....	33
2.8.	Balance energético de la piscina.....	36
2.1.	Tipos de colectores. ....	40
2.1.1.	Captador solar plano .....	40
2.1.2.	Tubería de polipropileno.....	41
2.1.3.	Colectores con cilindros de polietileno semitransparente.....	42
2.1.4.	Captadores de tubos al vacío.....	43
2.1.5.	Calderos a gas y diesel .....	44
2.1.6.	Bomba de calor. ....	45
2.1.7.	Calefón de gas .....	46

### **CAPÍTULO III**

<b>ANÁLISIS DEL SISTEMA DE CALENTAMIENTO .....</b>	<b>48</b>	
3.1.	Procedimiento. ....	48
3.2.	Instrumentos de medición. ....	48
3.3.	Determinación del recurso solar.....	51
3.3.1.	Medición de radiación solar local. ....	51
3.3.2.	Datos de Radiación Solar de la NASA .....	54
3.3.3.	Determinación de la radiación solar por el Método de Angstrom Page.....	56
3.3.4.	Mapa solar Ecuador .....	58
3.3.5.	Radiación solar mediante el Software ISOCAD .....	59
3.3.6.	Análisis de radiación solar con los diferentes métodos propuestos. ....	61
3.4.	Evaluación energética de los colectores .....	62
3.5.	Análisis energético de la piscina .....	68
3.6.	Eficiencia energética del calentador.....	72
3.7.	Caracterización entre área y volumen de calentamiento. ....	72
3.8.	Validación del sistema. ....	73

**CAPÍTULO IV****ANÁLISIS DE COSTOS DE LA EVALUACIÓN ENERGÉTICA. ....78**

4.1. Costos directos. ....78

4.2. Costos indirectos.....79

4.3. Presupuesto.....79

**CAPÍTULO V****CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....80**

5.1. Conclusiones.....80

5.2. Recomendaciones. ....81

BIBLIOGRAFÍA.....83

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1</b>	Coeficientes globales de transferencia de calor para varias aplicaciones ( $W/m^2K$ ). .....	14
<b>Tabla 2</b>	Factores climáticos .....	18
<b>Tabla 3</b>	Valores del coeficiente de reflexión .....	18
<b>Tabla 4</b>	Equipos utilizados para mediciones.....	49
<b>Tabla 5</b>	Promedio irradiancia cinco ensayos .....	54
<b>Tabla 6</b>	Datos de radiación de la NASA para Pimán .....	55
<b>Tabla 7</b>	Datos de entrada para el cálculo de radiación por el método Angstrom Page.....	56
<b>Tabla 8</b>	Radiación por mes determinado por el método Angstrom Page. .	57
<b>Tabla 9</b>	Radiación por mes proporcionado por el CONELEC.....	59
<b>Tabla 10</b>	Radiación determinada mediante ISOCAD .....	60
<b>Tabla 11</b>	Promedio de la Radiación Solar Local en HSP. ....	61
<b>Tabla 12</b>	Parámetros energéticos importantes .....	72
<b>Tabla 13</b>	Eficiencia promedio de todos los ensayos.....	72
<b>Tabla 14</b>	Parámetros energéticos del colector solar cónico, ensayo 1 .....	73
<b>Tabla 15</b>	Parámetros energéticos de la piscina, ensayo 1 .....	74

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1</b>	Colectores cónicos solares en Pimán (Tunas y Cabras).....	2
<b>Figura 2</b>	Campo de colectores solares cónicos.....	6
<b>Figura 3</b>	Calentador solar cónico con TCE.....	7
<b>Figura 4</b>	Triángulo formado por la base del cono y la primera hélice.....	8
<b>Figura 5</b>	ITC en pared inclinada de colector cónico .....	11
<b>Figura 6</b>	Cubierta de PET y absorbedor de polietileno (concéntricos) .....	19
<b>Figura 7</b>	Entrada y salida del agua T1, T2 .....	25
<b>Figura 8</b>	Absorbedor de tubos concéntricos.....	27
<b>Figura 9</b>	Principales parámetros que intervienen en el comportamiento térmico de piscinas .....	37
<b>Figura 10</b>	Piscina de Tunas y Cabras .....	39
<b>Figura 11</b>	Panel solar térmico mostrando sus partes principales.....	40
<b>Figura 12</b>	Colector solar ECOSUN.....	41
<b>Figura 13</b>	Piscina con cubierta semitransparente de cilindros de polipropileno .....	42
<b>Figura 14</b>	Colectores solares térmicos con tubos de vacío .....	43
<b>Figura 15</b>	Curva de rendimiento del captador solar de tubos de vacío. ....	44
<b>Figura 16</b>	Caldero horizontal.....	44
<b>Figura 17</b>	Modo de funcionamiento de la bomba de calor para agua caliente .....	46
<b>Figura 18</b>	Principales componentes bomba de calor .....	46
<b>Figura 19</b>	Tipos de calefones a gas .....	47
<b>Figura 20</b>	Irradiancia solar ensayo 1 .....	51
<b>Figura 21</b>	Irradiancia solar ensayo 2 .....	52
<b>Figura 22</b>	Irradiancia solar ensayo 3 .....	52
<b>Figura 23</b>	Irradiancia solar ensayo 4 .....	53
<b>Figura 24</b>	Irradiancia solar ensayo 5.....	53
<b>Figura 25</b>	Datos de Latitud y Longitud de Pimán .....	54
<b>Figura 26</b>	Datos ingresados en la página de la NASA .....	55
<b>Figura 27</b>	Datos radiación solar de la NASA.....	56

<b>Figura 28</b>	Resultados radiación método Angstrom Page .....	57
<b>Figura 29</b>	Mapa solar Ecuador (CONELEC) .....	58
<b>Figura 30</b>	Irradiación solar mensual (CONELEC) .....	59
<b>Figura 31</b>	Resultados de Irradiación solar (ISOCAD).....	60
<b>Figura 32</b>	Irradiación por mes utilizando el Software ISOCAD.....	61
<b>Figura 33</b>	Circuito hidráulico de la piscina.....	62
<b>Figura 34</b>	Irradiancia de pared del colector .....	75
<b>Figura 35</b>	Temperatura del colector .....	75
<b>Figura 36</b>	Temperatura del absorbedor.....	76
<b>Figura 37</b>	Eficiencia del colector .....	76
<b>Figura 38</b>	Temperatura de la piscina.....	77

## NOMENCLATURA

<b>SÍMBOLO</b>	<b>VARIABLE</b>
$Th1$	Temperatura inicial de la piscina ( $^{\circ}\text{C}$ )
$Th2$	Temperatura final de la piscina ( $^{\circ}\text{C}$ )
$M$	Masa total de agua en la piscina (kg)
$Vt$	Volumen agua piscina ( $\text{m}^3$ )
$Mc$	Masa de agua a $28^{\circ}\text{C}$ (kg)
$Cp_{\text{agua}}$	Calor específico del agua ( $\text{Kcal/kg}^{\circ}\text{C}$ )
$HSP$	Horas de sol pico por mes (hora)
$V_{\text{viento}}$	Velocidad del viento (m/s)
$Ta$	Temperatura del ambiente ( $^{\circ}\text{C}$ )
$Wa$	Humedad relativa en los alrededores de la piscina
$Wp$	Relación de humedad de saturación a temperatura de la piscina
$Po$	Presión atmosférica local (Pa)
$z$	Altura local (m)
$Patm1$	Presión atmosférica en (Pa)
$Patm$	Presión atmosférica en (KPa)
$Asp$	Área superficial de la piscina ( $\text{m}^2$ )
$Alp$	Área lateral de las paredes de la piscina ( $\text{m}^2$ )
$\varepsilon_{\text{agua}}$	Emisividad del agua
$\sigma$	Constante de Stefan – Boltzman ( $\text{W/m}^2 \text{ }^{\circ}\text{K}^4$ )
$hc$	Altura del colector (m)
$Dc$	Diámetro mayor del colector (m)
$dc$	Diámetro menor del colector (m)
$gc$	Diagonal del colector (m)
$Ac$	Área del colector ( $\text{m}^2$ )
$Fcal$	Factor de calentamiento uniforme
$Fr$	Factor de remoción de calor
$Ig$	Irradiancia global ( $\text{W/m}^2$ )

$k$	Factor de sombra y suciedad
$\tau_{pet}$	Transmitancia de la cubierta de PET
$Ab$	Área de una botella (m <sup>2</sup> )
$Ac$	Área de una colector (m <sup>2</sup> )
$e_p$	Espesor de tubería polietileno (m)
$e_{pet}$	Espesor cubierta PET (m)
$T_s$	Temperatura de cielo o bóveda (°C)
$T_c$	Temperatura cubierta PET (°C)
$T_p$	Temperatura tubería polietileno (°C)
$T_i$	Temperatura interna tubería fluido (°C)
$\varepsilon_s$	Emisividad cielo
$\varepsilon_p$	Emisividad tubería polietileno
$\varepsilon_{pet}$	Emisividad cubierta PET
$\alpha_{pet}$	Absortancia cubierta PET
$\alpha_p$	Absortancia tubería de polietileno
$k_{pet}$	Conductividad térmica (W/m°K)
$Di$	Diámetro interno cubierta PET (m)
$Do$	Diámetro externo cubierta PET (m)
$di$	Diámetro interno tubería polietileno (m)
$do$	Diámetro externo tubería polietileno (m)
$Ri$	Radio interno cubierta PET (m)
$Ro$	Radio externo cubierta PET (m)
$ri$	Radio interno tubería polietileno (m)
$ro$	Radio externo tubería polietileno (m)
$Lp$	Longitud tubería polietileno (m)
$Lb$	Longitud botella PET (m)
$Qc$	Calor perdido por convección piscina-ambiente (W/m <sup>2</sup> )
$Qpc1$	Calor perdido por convección piscina-ambiente (W)
$Qpc$	Calor perdido por convección piscina-ambiente (KW)
$Qpd1$	Calor perdido por conducción piscina-paredes (W)
$Qpd$	Calor perdido por conducción piscina-paredes (KW)
$U$	Coeficiente global de transferencia de calor (W/m <sup>2</sup> °C)

<i>h<sub>i</sub></i>	Coeficiente de transferencia de calor (W/m <sup>2</sup> °C)
<i>Q<sub>pr1</sub></i>	Calor perdido por radiación piscina – ambiente (W)
<i>Q<sub>pr</sub></i>	Calor perdido por radiación piscina – ambiente (KW)
<i>h<sub>r1</sub></i>	Coeficiente de transferencia de calor por radiación (W/m <sup>2</sup> °C)
<i>Q<sub>pt</sub></i>	Calor total perdido por la piscina (KW)
<i>A<sub>tc</sub></i>	Área total 6 colectores (m <sup>2</sup> )
<i>UL</i>	Coeficiente global de transferencia de calor (W/m <sup>2</sup> °C)
<i>N<sub>pet</sub></i>	Número de botellas por colector
<i>N<sub>petT</sub></i>	Número de botellas en los seis colectores

## RESUMEN

La presente investigación consiste en el análisis energético y modelación matemática de un nuevo sistema de calentamiento de piscinas, que utiliza captadores cónicos con tubos concéntricos en espiral. Con esta distribución se consigue calentar 706 litros de agua por cada  $m^2$ . En la región anular se encuentra aire en estado estacionario por lo que se aumenta la temperatura superficial de la tubería al generarse el efecto invernadero entre la cubierta de PET y el tubo de polietileno. Se consigue calentar  $125 m^3$  con 6000 cilindros de 28 cm de longitud útil. La capacidad energética de cada cilindro es de 12 W. Durante los procesos de calentamiento de la piscina se alcanzan eficiencias del 50% durante las horas de sol pico locales que bordean las 5.5 horas. Esta tecnología es adecuada para regiones con radiación solar global que puede variar de  $250 W/m^2$  a  $1000 W/m^2$ . La ventaja de esta aplicación es que se puede construir con materiales locales, ecológicos y materiales residuales. Al ser muy sencillo el ensamblaje, los costos de implementación se reducen considerablemente si lo compara con tecnologías importadas en una relación de 5:1 a 3:1. También se pueden desarrollar calentadores cónicos para obtención de agua caliente sanitaria en hospitales, residencias y hogares individuales, situación que permita fomentar el uso intensivo de la energía solar en el ámbito urbano o rural.

### **PALABRA CLAVE:**

- **ENERGÍA SOLAR**
- **CALENTADOR CÓNICO**
- **TUBOS CONCÉNTRICOS**
- **EFICIENCIA**
- **EFEECTO INVERNADERO**

## **ABSTRACT**

This research is about the energetic analysis and the mathematical modeling of a new heating system in a pool, which uses conical sensors with concentric spiral tubes. With this distribution 706 liters of water heating per  $m^2$  is achieved. In the annular region there is air in steady state so that the pipeline surface temperature is increased by generating the greenhouse between the PET cover and polyethylene tube. It gets heated  $125 m^3$  with 6000 cylinders of 28 cm useful length. The energetic capacity of each cylinder is 12 W. During the process of heating the pool, it gets efficiencies of 50% during the peak sun hours of local lining the 5.5 hours. This technology is suitable for regions with global solar radiation which can vary from  $250 W / m^2$  to  $1000 W / m^2$ . The advantage of this application is that it can be built with local, organic and waste materials. For being very simple the assembly, the implementation costs are significantly reduced if it is compared with imported technologies in a ratio of 5:1 to 3:1. Also, the conical heaters can be developed for obtaining hot health water in hospitals, nursing homes and individual households, a reality that will promote the intensive use of solar energy in urban or rural areas.

### **KEYWORD:**

- SOLAR ENERGY**
- CONICAL HEATER**
- CONCENTRIC TUBES**
- EFFICIENCY**
- GREENHOUSE EFFECT**

# CAPÍTULO I

## GENERALIDADES

### 1.1. Antecedentes.

Desde hace más de 60 años se han desarrollado y puesto en funcionamiento sistemas de calentamiento de agua con energía solar, utilizando captadores planos que tienen una medida estándar de 2 m<sup>2</sup>, la mayoría están contruidos con tubería de cobre y cubierta de vidrio templado con espesor de 4 mm. Entre la cubierta y el absorbedor se deja un espacio entre 30mm y 40 mm para que el aire estancado, produzca el efecto invernadero, aumentando la temperatura del fluido de proceso que puede ser agua o aceite térmico. Estos calentadores, por su costo no están al alcance de los usuarios de escasos recursos económicos, así como también no es recomendable su aplicación cuando se requieren calentar grandes volúmenes de fluidos térmicos (agua, aceite térmico, agua-etilenglicol).

Una solución para sistemas de calentamiento de baja temperatura es el uso de calentadores de tubos de polietileno. Sin embargo, la tecnología para realizar este tipo de componentes no se dispone en Latino América, por lo que tienen que ser importados de Israel, Estados Unidos, Alemania. Por otra parte, en el Ecuador, por tradición y debido a la abundancia de combustibles fósiles se ha venido utilizando el calor de combustión del diésel, GLP y propano para calentar piscinas del sector público o privado. En los últimos años esta práctica está perdiendo mercado en vista de que los combustibles fósiles producen gases de efecto invernadero, generan pérdidas al estado por estar subsidiados y además desde el punto de vista de la eficiencia energética no es recomendable, debido a que las temperaturas de combustión superan los 1100°C y solo se requieren 28°C para el calentamiento del agua, en condiciones de confort.

En los últimos años se ha requerido por parte del estado ecuatoriano el cambio de la matriz energética, basado en el uso intensivo de los recursos hidráulicos y otras energías renovables. Por estas razones, en la presente investigación se ha recurrido al apoyo privado para la implementación de un nuevo sistema de calentamiento de agua, utilizando captadores cónicos con tubos concéntricos en espiral, de acuerdo a lo que se puede observar en la figura 1.



**Figura 1 Colectores cónicos solares en Pimán (Tunas y Cabras)**

Durante el proceso de desarrollo y verificación experimental del funcionamiento de este tipo de calentador, en el año 2008, se consigue que el Señor Fernando Acosta, propietario de Tunas y Cabras, de las facilidades para que personal docente y alumnos del DECEM puedan desarrollar algún tipo de tecnología alternativa que utilice energía solar para calentar una piscina de  $125 \text{ m}^3$ . A partir de ese año el grupo de investigación del Laboratorio de Energías Renovables ha propuesto, diseñado e implementado un campo de seis colectores cónicos con tubos concéntricos en espiral, utilizando en su dimensionamiento criterios de diseño térmico básicos, por lo que en este proyecto se pretende profundizar los estudios energéticos del sistema instalado en Pimán, Tunas y Cabras, Provincia de Imbabura.

## **1.2. Análisis y Definición del problema.**

El sistema de calentamiento de la piscina de Tunas y Cabras utiliza seis colectores de forma parabólica con el absorbedor de forma concéntrica elaborado con tubo de polietileno con cubiertas de PET. En cada colector se han utilizado 300 m de tubería y 6000 botellas de polietileno tereftalato, con esto se consiguen calentar 125 m<sup>3</sup> de agua desde una temperatura de 26 °C a 28°C. Estos calentadores se han desarrollado utilizando dimensionamiento básico, por lo que, para sustentar los parámetros operativos del sistema debe realizarse su validación científica y experimental, utilizando modelos matemáticos que permitan analizar el comportamiento energético a fin de homologar sus resultados.

## **1.3. Justificación del proyecto.**

El desarrollo de la presente investigación se debe justificar desde el punto de vista energético, ambiental, tecnológico, económico y social. A continuación, se explica cada uno de los requerimientos.

### **Energético:**

En la actualidad dada la crisis energética, debido a la reducción de las reservas de combustibles fósiles, y la caída de los costos de exportación, en este caso del petróleo, el Gobierno Nacional ha tomado la decisión de quitar el subsidio a los combustibles de uso convencional. Por lo que, se está promoviendo el desarrollo y aplicación de otras fuentes de energía alternativa. Es por esta razón que el presente proyecto tendrá un efecto multiplicador, si se cuenta con estándares de operación y funcionamiento de sistemas energéticos sustentables como el calentador solar de Tunas y Cabras.

**Ambiental:**

En forma tradicional, para el calentamiento de piscinas se han utilizado de manera discriminada los derivados de combustibles fósiles (diesel, propano, GLP, búnker), los cuales, aparte de ser deficitarios son contaminantes.

**Tecnológico:**

El calentador solar cónico, compuesto por seis captadores, se ha desarrollado con tecnología nacional, utilizando materiales que se encuentran en el mercado local, y los procesos de fabricación, no involucran actividades complejas. Dada su facilidad de fabricación y montaje, este sistema puede ser desarrollado en forma artesanal.

**Económico:**

Hay que tomar en cuenta que el estudio y caracterización de este nuevo tipo de calentadores de bajo costo, generaría un efecto multiplicador en el empleo, debido a que puede ser fabricado en cualquier lugar utilizando herramientas manuales. Además, la relación beneficio costo de inversión en este equipo es relativamente superior a la inversión que se requiere para implementar sistemas de calentamiento importados.

**Social:**

La diversificación de la producción de sistemas de calentamiento con energía solar, y su bajo costo permitirá contribuir con el mejoramiento de la calidad de vida de las comunidades, que por su localización geográfica permanecen al margen del desarrollo.

Luego de analizar las diversas justificaciones que sustenten esta investigación, se debe indicar que la importancia de este estudio radica en la necesidad de caracterizar energéticamente este nuevo tipo de sistema de calentamiento que utiliza energía solar para calentar grandes volúmenes de agua que pueden ser utilizados en la obtención de ACS, en hospitales, universidades, hosterías, centros deportivos, hogares de escasos recursos económicos.

## **1.4. Objetivos.**

### **1.4.1. Objetivo general.**

Realizar la evaluación termodinámica, modelación y validación experimental del sistema de calentamiento solar de la piscina de tunas y cabras, localizada en la provincia de Imbabura.

### **1.4.2. Objetivos específicos.**

- Diseñar el procedimiento para la evaluación termodinámica y experimental del sistema de calentamiento que utiliza energía solar para el calentamiento de la piscina.
- Analizar el recurso solar local, con modelo de cielo isótropo, que se disipa sobre el campo de colectores cónicos.
- Determinar mediante modelos matemáticos el comportamiento energético de la piscina y el campo de colectores.
- Realizar los ensayos de verificación entre los parámetros medidos y calculados para establecer relaciones funcionales entre área de captadores y volumen de calentamiento.

## **1.5. Alcance del proyecto.**

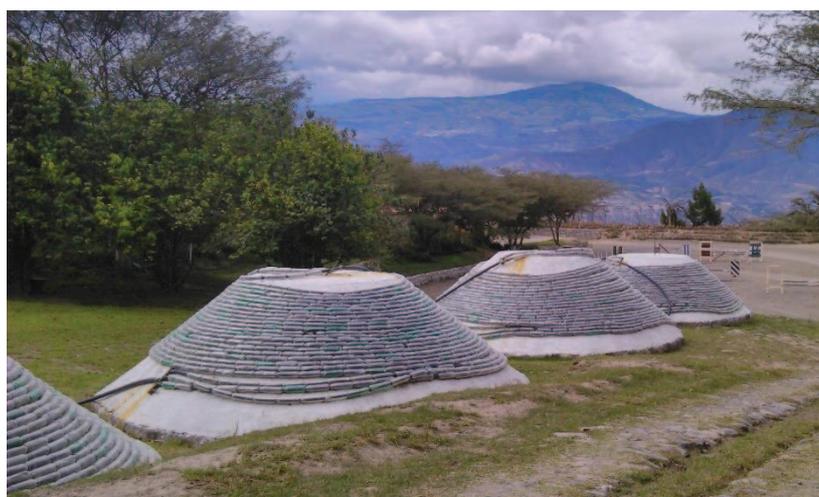
En vista que la implementación del sistema de calentamiento de la piscina de Tunas y Cabras, se fundamenta en diseño básico de los colectores, al no existir una modelación matemática de los parámetros energético, en la presente investigación se va a realizar la identificación de las ecuaciones que gobiernan el fenómeno térmico del sistema de captación de la radiación solar y de la piscina.

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

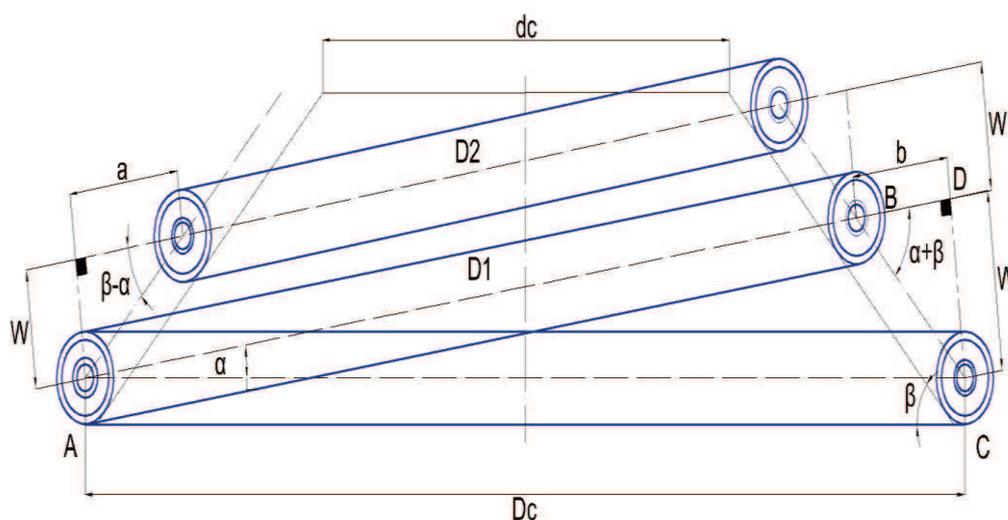
#### 2.1. Geometría del calentador solar.

Este sistema de calentamiento, utiliza seis calentadores de forma cónica con tubos concéntricos en espiral, el absorbedor ubicado en la parte central es de polietileno y la cubierta semitransparente de PET. La disposición cónica de la tubería, permite absorber la radiación solar de toda la bóveda celeste, y de esta manera se incrementa el área de captación de la radiación. Con este sistema térmico se logra calentar  $125 \text{ m}^3$  de agua desde una temperatura de  $26^\circ\text{C}$  a  $28^\circ\text{C}$ . En el captador, el agua fría ingresa por la parte inferior, se calienta por el efecto invernadero que se produce entre la envolvente semitransparente y la tubería, la salida del agua caliente se realiza por la parte superior del calentador cónico. El fluido de proceso puede circular por convección natural en pequeñas instalaciones, y por convección forzada en grandes instalaciones. A continuación, en la figura 2 se observa el modelo de colectores con base cónica y tubos concéntricos en espiral.



**Figura 2 Campo de colectores solares cónicos**

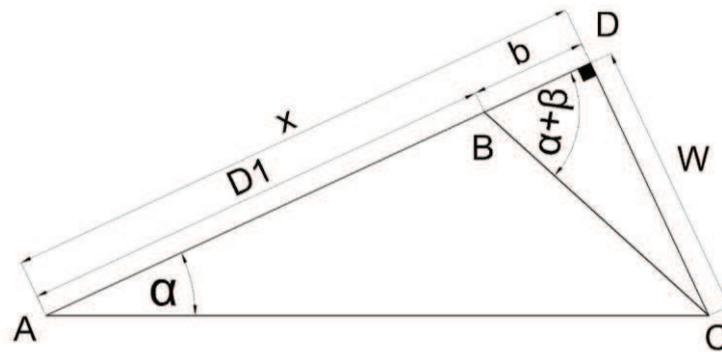
En lo referente al estudio de la geometría de este colector, se puede indicar que está compuesto por una pared de forma cónica, sobre la cual se instala la tubería concéntrica, en forma de rollos o espirales con ángulo de inclinación de la hélice. Basado en esta distribución geométrica, se determina la longitud de la tubería necesaria para la captación de la radiación solar. En la figura 3 se presenta el modelo de calentador solar cónico.



**Figura 3 Calentador solar cónico con TCE**

De acuerdo con la figura 3 los parámetros dimensionales son los siguientes: **W** separación entre espiras de tubos concéntricos; **R** reducción del diámetro entre espiras consecutivas;  **$D_c$**  diámetro primitivo de la base del cono;  **$d_c$**  diámetro primitivo de la parte superior del cono.

Para realizar el cálculo de las reducciones de longitud en cada curvatura helicoidal se utiliza el triángulo rectángulo ADC, descrito a continuación.



**Figura 4 Triángulo formado por la base del cono y la primera hélice**

La longitud de la circunferencia  $L_0$  correspondiente a la primera vuelta en la base del cono es:

$$L_0 = \pi \cdot D_c \quad (1)$$

Para las circunferencias del plano inclinado, se utiliza el triángulo  $\Delta ABC$ , donde el coseno del ángulo  $\alpha$  de inclinación de las espiras se calcula con:

$$\cos \alpha = \frac{D_1 + b}{D_c} \quad (2)$$

Dónde:

$D_1$  diámetro de la primera hélice;  $b$  reducción de longitud en la parte superior del tubo.

$$D_1 = D_c \cdot \cos \alpha - b \quad (3)$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{W}{b}$$

Por lo tanto la expresión para  $b$  está dado por la relación

$$b = \frac{W}{\tan(\alpha + \beta)} \quad (4)$$

$$D_1 = D_c \cdot \cos \alpha - \frac{W}{\tan(\alpha + \beta)} \quad (5)$$

Para determinar la longitud de la primera hélice se utiliza

$$L_1 = \pi \cdot D_1 \quad (6)$$

Dónde:

$L_1$  es la longitud de la primera circunferencia que se encuentra en el plano inclinado.

En las siguientes circunferencias los diámetros consecutivos se calculan mediante la reducción del segmento R.

$$R = a + b \quad (7)$$

Por otra parte, de acuerdo con la figura 3:

$$\tan(\beta - \alpha) = \frac{W}{a}$$

Despejando  $a$

$$a = \frac{W}{\tan(\beta - \alpha)}$$

Por lo tanto, sumando las reducciones contantes a y b su valor total es:

$$R = \frac{W}{\tan(\beta - \alpha)} + \frac{W}{\tan(\alpha + \beta)}$$

Sacando el factor común W se tiene:

$$R = W \left[ \frac{1}{\tan(\beta - \alpha)} + \frac{1}{\tan(\alpha + \beta)} \right] \quad (8)$$

Para determinar las longitudes de las espiras consecutivas se sigue este procedimiento:

$$D_2 = D_1 - R$$

$$L_2 = \pi \cdot D_2$$

$$L_2 = \pi \cdot (D_1 - R)$$

$$\begin{aligned}
D_3 &= D_2 - R \\
L_3 &= \pi \cdot D_3 \\
L_3 &= \pi \cdot (D_2 - R) \\
L_3 &= \pi \cdot [(D_1 - R) - R] \\
L_3 &= \pi \cdot [D_1 - 2R]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_4 &= D_3 - R \\
D_4 &= D_2 - 2R \\
D_4 &= D_1 - 3R \\
L_4 &= \pi \cdot D_4 \\
L_4 &= \pi \cdot (D_1 - 3R)
\end{aligned}$$

Para  $n$  espiras la longitud de las circunferencias es

$$L_n = \pi \cdot [D_1 - (n - 1)R] \quad (9)$$

La longitud total de la tubería incluyendo, la circunferencia base y las inclinadas se determina por:

$$L_T = \pi \cdot D_c + \pi \cdot D_1 + \pi \cdot \sum_{i=1}^{n-2} (D_1 - iR) \quad (10)$$

Sacando factor común  $\pi$

$$L_T = \pi \left[ D_c + D_1 + \sum_{i=1}^{n-2} (D_1 - iR) \right]$$

Reemplazando los segmentos en función de los ángulos de inclinación del colector y la hélice se obtiene

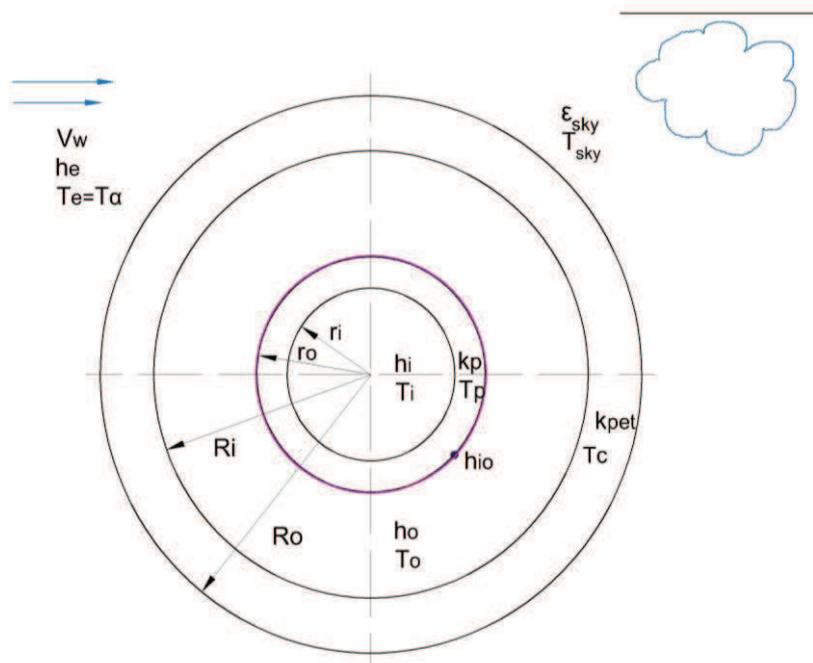
$$L_T = \pi \cdot \left\{ D_c + D_c \cdot \cos \alpha - \frac{W}{\tan(\alpha+\beta)} + \sum_{i=1}^{n-2} \left( D_c \cdot \cos \alpha - \frac{W}{\tan(\alpha+\beta)} \right) - iR \right\} \quad (11)$$

Reemplazando el valor de  $R$

$$\begin{aligned}
L_T &= \pi \cdot \left\{ D_c + \left[ D_c \cdot \cos \alpha - \frac{W}{\tan(\alpha+\beta)} \right] + \sum_{i=1}^{n-2} \left( D_c \cdot \cos \alpha - \frac{W}{\tan(\alpha+\beta)} \right) - \right. \\
&\quad \left. iW \left( \frac{1}{\tan(\beta-\alpha)} + \frac{1}{\tan(\alpha+\beta)} \right) \right\} \quad (12)
\end{aligned}$$

## 2.2. Coeficiente global de transferencia de calor.

Con el propósito de encontrar el coeficiente global de transferencia de calor para este arreglo de tubos concéntricos, con curvatura en espiral se utiliza figura 5.



**Figura 5 ITC en pared inclinada de colector cónico**

Para el caso del tubo interno de polietileno las áreas son:

$$a_i = 2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot L$$

$$a_o = 2 \cdot \pi \cdot r_o \cdot L$$

Donde:

$r_i, r_o$  son los radios interior y exterior del absorbedor;  $L$  longitud de la tubería.

Mientras que para la cubierta semitransparente

$$A_i = 2 \cdot \pi \cdot R_i \cdot L$$

$$A_o = 2 \cdot \pi \cdot R_o \cdot L$$

Dónde:

$R_i, R_o$  radios interior y exterior de la envolvente.

Luego de haber definido las expresiones para las áreas de la tubería y envolvente de PET, la expresión para el coeficiente global de transferencia de calor interno  $U_b$ , que considera conducción y convección, está dado por:

$$U_b = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_o \cdot L \cdot \left[ \frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{2 \cdot \pi \cdot k_p \cdot L} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot L \cdot h_i} \right]} \quad (13)$$

Simplificando se tiene

$$U_b = \frac{1}{\frac{r_o}{r_i \cdot h_i} + \frac{r_o \cdot \ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{k_p}} \quad (14)$$

Para determinar el coeficiente global de transferencia de calor  $U_{TOP}$  para la parte exterior del ITC, se considera las resistencias térmicas a la transferencia por convección  $R_o$  a través del espacio hueco entre la envolvente semitransparente y la tubería central, la conducción en la cubierta y convección en la parte externa.

$$R_o = \frac{\ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right)}{2 \cdot \pi \cdot k_{eff} \cdot L}$$

Dónde:

$k_{eff}$  es la conductividad térmica que un fluido en reposo (con conductividad  $k$ ) debe tener para transferir la misma cantidad de calor que el fluido en movimiento (Kreith, 2001)

$$k_{eff} = 0.386 k \left[ \frac{\ln\left(\frac{D_i}{d_o}\right)}{b^{\frac{3}{4}} \left( \frac{1}{d_o^{\frac{3}{5}}} + \frac{1}{D_i^{\frac{3}{5}}} \right)^{\frac{5}{4}}} \right] \left( \frac{Pr}{0.861 + Pr} \right)^{\frac{1}{4}} Ra_b^{\frac{1}{4}} \quad (15)$$

El número de Rayleigh  $Ra_b$  es el producto de Grashof  $Gr_b$ , y Prandtl  $Pr$

$$Ra_b = Gr_b \cdot Pr \quad (16)$$

$$Gr_b = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_p - T_o) b^3}{\gamma^2} \quad (17)$$

Donde

$g$  aceleración de la gravedad, 9.8 m/s<sup>2</sup>;  $\beta$  coeficiente de expansión volumétrica para el aire;  $\gamma$  viscosidad cinemática del aire, en m<sup>2</sup>/s.

$$b = \frac{D_i - d_o}{2}$$

$$\beta = \frac{1}{T(^{\circ}K)}$$

Para encontrar las propiedades termofísicas se utiliza la temperatura media volumétrica entre  $T_1$  y  $T_2$ , que corresponden a las temperaturas de entrada y salida del agua.

$$T_o = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad \text{Temperatura media volumétrica del aire}$$

La cubierta tiene una resistencia térmica por conducción y está representada por:

$$R_{PET} = \frac{\ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right)}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot k_{pet}}$$

$k_{pet}$  conductividad térmica del polietileno tereftalato, en W/m°C.

$$R_e = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_o \cdot L \cdot h_e}$$

$h_e$  coeficiente de convección externo para el aire, que se calcula con la ecuación de Wattmuff.

$$h_e = 2.8 + 3 \cdot V_w \left[ \frac{W}{m^2 \cdot ^{\circ}C} \right] \quad (18)$$

Sumando las resistencias térmicas y considerando el área externa de transferencia de calor se tiene

$$U_{TOP} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_o \cdot L \left[ \frac{\ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right)}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot k_{eff}} + \frac{\ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right)}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot k_{pet}} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_o \cdot L \cdot h_e} \right]} \quad (19)$$

Simplificando:

$$U_{TOP} = \frac{1}{R_o \cdot \ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right) \frac{1}{k_{eff}} + R_o \cdot \ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right) \frac{1}{k_{pet}} + \frac{1}{h_e}} \quad (20)$$

En ciertos diseños de ingeniería térmica el coeficiente global de transferencia de calor entre fluidos puede ser calculado con la tabla W.J. Beek y K.M.K. Mutzall (Kreith, 2001).

**Tabla 1**

**Coefficientes globales de transferencia de calor para varias aplicaciones (W/m<sup>2</sup>K).**

Flujo de calor → a: ↓ de:	Gas (inmóvil) $\bar{h}_c = 5 - 15$
Líquido (fluyendo)	Calefacción
agua $\bar{h}_c = 3000 - 10000$	central por radiador
otros líquidos $\bar{h}_c = 500 - 3000$	$U = 5 - 15$

Fuente: (Kreith, 2001)

Según lo que se indica en el Anexo 6, para flujos de calor desde el agua que fluye hacia un gas en reposo el coeficiente global de transferencia de calor  $U_L$  varia de 5 a 15 W/m<sup>2</sup>°K.

El flujo de calor hacia el ambiente está dado por:

$$Q_p = U_{TOP} A_o (T - T_e) \quad (21)$$

Mientras que el calor útil que se transfiere al fluido de proceso es

$$Q_u = U_b a_o (T - T_i) \quad (22)$$

### 2.3. Radiación Solar.

Ángulos de dirección de la radiación (Duffie, 1991), la relación geométrica entre un plano y cualquier orientación particular relativa a la tierra en cualquier tiempo y la orientación de la radiación directa esta descrito en términos de varios ángulos, estos ángulos están relacionados entre ellos (Benford y Bock, 1939).

$\phi$  latitud, norte positiva y sur negativa;  $\delta$  declinación, posición angular del sol al medio día solar con respecto al plano del ecuador, para el norte se considera positiva;  $s = \beta$  el ángulo entre la horizontal y el plano inclinado ;  $\gamma$  ángulo azimutal de la superficie, es la desviación de la normal a la superficie desde el meridiano local, el punto cero comienza en el sur cuando gira al este es positivo y al oeste negativo;  $w$  ángulo horario, es cero al medio día y cada hora es equivalente a 15°, para la mañana es positivo y para la tarde es negativo;  $\theta$  ángulo de incidencia de la radiación solar, este ángulo se mide entre el rayo de luz y la normal al plano.

El ángulo de declinación  $\delta$  puede encontrarse mediante la ecuación de Cooper (1969)

$$\delta = 23.45 \sin \left[ 360 \frac{284+n}{365} \right] \quad (22)$$

Dónde:

$n$  número de días del año. La relación entre  $\theta$  y otros ángulos está dado por:

$$\begin{aligned} \cos \theta = & \sin \delta \sin \emptyset \cos s - \sin \delta \cos \emptyset \sin s \cos \gamma + \cos \delta \cos \emptyset \cos s \cos w + \\ & \cos \delta \sin \emptyset \sin s \cos \gamma \cos w + \cos \delta \sin s \sin \gamma \sin w \end{aligned} \quad (23)$$

Adicionalmente hay ángulos que también deben ser definidos. Los de uso más frecuente son:

$\theta_z$  ángulo de zenit formado entre el rayo de luz y la vertical al plano horizontal,  
 $\alpha$  altura solar, el ángulo entre la luz solar directa y la horizontal.

El ángulo de zenit se calcula con:

$$\cos \theta_z = \sin \delta \sin \emptyset + \cos \delta \cos \emptyset \cos w \quad (24)$$

Para encontrar el ángulo horario de la puesta de sol  $w_s$  cuando  $\theta_z = 90^\circ$

$$\begin{aligned} \cos w_s &= -\frac{\sin \emptyset \sin \delta}{\cos \emptyset \cos \delta} \\ \cos w_s &= -\tan \emptyset \tan \delta \end{aligned} \quad (25)$$

Además, para encontrar la duración del día  $T_d$ , se tiene la siguiente expresión

$$T_d = \frac{2}{15} \cos^{-1}(-\tan \emptyset \tan \delta) \quad (26)$$

### **Radiación solar extraterrestre.**

Por otra parte, la radiación solar extraterrestre se calcula:

$$H_e = \frac{24}{\pi} I_{sc} \left( \left[ 1 + 0.033 \cos \left( \frac{360 n}{365} \right) \right] \left[ \cos \emptyset \cos \delta \sin w_s + \frac{2\pi w_s}{360} \sin \emptyset \sin \delta \right] \right) \quad (27)$$

$I_{sc}$  constante solar con un valor de 1367 W/m<sup>2</sup>;  $n$  día del año;  $w_s$  ángulo horario de la puesta de sol.

Lof et al. (1966) desarrolló un grupo de constantes  $a$  y  $b$  para varias localidades y tipos de clima, los cuales se utilizan en la ecuación de Page.

$$H_o = H_e \left( a + b \frac{\bar{n}}{N} \right) \quad (28)$$

Dónde:

$H_e$  radiación solar extraterrestre;  $H_o$  radiación solar sobre superficie horizontal;  $N$  duración del día;  $\bar{n}$  promedio diario para horas de brillo solar (HSP);  $a, b$  constantes que dependen de las condiciones climáticas de la región.

### Corrección de la radiación solar de horizontal a inclinada.

- Cálculo del factor de insolación

Es la relación entre las horas de sol pico y la duración del día

$$\sigma = \frac{\bar{n}}{N}$$

- Cálculo de la irradiación global, a nivel del suelo, para una superficie horizontal

$$H_o = H_e (a + b \sigma)$$

- Cálculo del ángulo horario de puesta para la superficie inclinada

$$w_{s,s,o} = \min\{\text{arc cos}[-\tan(\phi - \beta) \tan \delta], w_s\}$$

- Cálculo de la relación entre la irradiación, en media diaria mensual, difusa y directa frente al índice de nubosidad

$$\frac{H_d}{H_o} = 1,39 - 4,027 K + 5,531 K^2 - 3,108 K^3 \quad (29)$$

Dónde:

$K = a + b \sigma$  es el índice de nubosidad,

*a* véase tabla 2 (0,25 a falta de datos)

*b* véase tabla 2 (0,75 a falta de datos)

Para el caso del Ecuador se tiene los siguientes factores climáticos

**Tabla 2**

**Factores climáticos**

Región	a	b
Sierra	0.25	0.45
Costa	0.28	0.54

Fuente: INAMHI

- Cálculo del factor  $R_b$  para pasar la radiación directa de la horizontal a la inclinada

$$R_b = \frac{\cos(\varphi - \beta) \cos \delta \sin w_{s,s,o} + w_{s,s,o} \sin(\varphi - \beta) \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta \sin w_s + w_s \sin \varphi \sin \delta} \quad (30)$$

- Cálculo de la radiación total

$$H_{t,\beta,\gamma=0} = H_b R_b + \frac{1 + \cos \beta}{2} H_d + \rho \frac{1 - \cos \beta}{2} H_o \quad (31)$$

Siendo

$$H_b = H_o - H_d$$

La reflectividad  $\rho$  depende de las características del suelo.

**Tabla 3**

**Valores del coeficiente de reflexión**

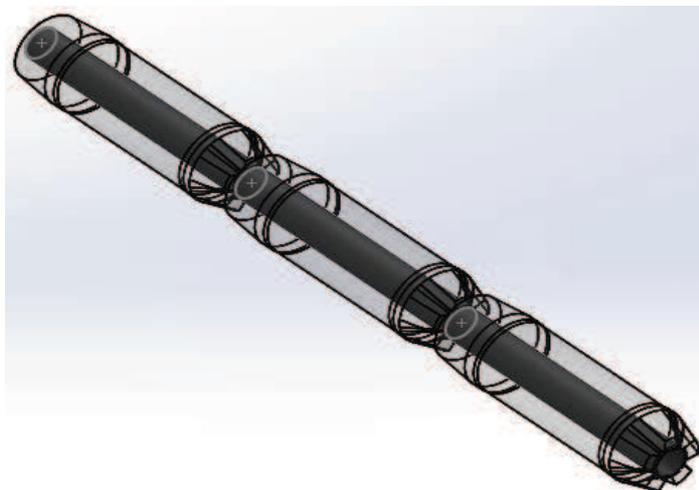
Suelo	$\rho$
Seco	0.2
Hierba húmeda	0.3
Ripio/arena	0.4
Nieve	0.6

Fuente: ISF, Comunidades rurales y energía solar fotovoltaica, p.80

## 2.4. Balance energético de la cubierta.

A la envolvente que rodea en forma cilíndrica al tubo interno de polietileno se le conoce como cubierta semitransparente, que permite el paso de radiación directa de longitud de onda corta inferior a  $3\mu m$  y es opaca en el infrarrojo térmico cuando el tubo absorbe calor y empieza a emitir radiación de onda larga. Considerando el estado estacionario, se tiene el siguiente flujo de energía

$$q_{entra} = q_{sale} \quad (32)$$



**Figura 6** Cubierta de PET y absorbedor de polietileno (concéntricos)

En esta expresión no se considera almacenamiento de calor. Reemplazando los flujos térmicos de entrada y salida se tiene:

$$\alpha_c [q_{r,s-c} + q_{r,p-c}] + q_{c,p-c} = q_{r,c-a} + q_{r,c-p} + q_{c,c-a} \quad (33)$$

Dónde:

$\alpha_c$  absorptancia de la cubierta;  $q_{r,s-c}$  calor ganado por radiación desde el cielo hacia la cubierta de PET;  $q_{r,p-c}$  calor transferido por radiación desde el tubo de polietileno hacia la cubierta;  $q_{c,p-c}$  calor de convección en la región

anular tubo cubierta;  $q_{r,c-a}$  calor perdido por radiación desde la cubierta hacia el ambiente;  $q_{r,c-p}$  calor perdido por radiación desde la cubierta hacia el absorbedor;  $q_{c,c-a}$  pérdida de calor por convección cubierta ambiente. A continuación, se realiza el reemplazo correspondiente a los flujos térmicos de la expresión (2).

$$\alpha_c [\varepsilon_s \sigma \pi D_o L T_s^4 + \varepsilon_p \sigma \pi d_o L T_p^4] + h_o \pi d_o L (T_p - T_c) = \varepsilon_c \sigma \pi D_o L T_c^4 + \varepsilon_c \sigma \pi D_i L T_c^4 + h_e \pi D_o L (T_c - T_a) \quad (34)$$

Por lo tanto:

$\varepsilon_s$  emisividad del cielo que tiene un valor de 0,65 para una temperatura efectiva  $T_o = 290^\circ K$  ( $17^\circ C$ ) (Wilson, La Energía Solar, 1982; Kiseliiov & Kransnov, 1985; Pit);  $\sigma$  constante de Boltzman, que tiene un valor de  $5,67 * 10^{-8} \left( \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \right)$ ;  $D_o$  diámetro exterior de la cubierta de PET, en m;  $L$  longitud de la tubería de tubos concéntricos, en m;  $T_s$  temperatura de cielo, en  $^\circ K$ ;  $\varepsilon_p$  emisividad del tubo de polietileno;  $d_o$  diámetro exterior del polietileno;  $T_p$  temperatura del tubo;  $h_o$  coeficiente de convección conducción;  $T_c$  temperatura de cubierta, en  $^\circ C$ ;  $\varepsilon_c$  emisividad del PET;  $D_i$  diámetro interior de cubierta;  $h_e$  coeficiente de convección externo.

Para simplificar, se suponiendo que  $\alpha_c = 1$  en el infrarrojo y  $D_i = D_o$ ; debido a que el espesor de cubierta es despreciable (Wilson, La Energía Solar, 1982).

$$\varepsilon_s \sigma \pi D_o L T_s^4 + \varepsilon_p \sigma \pi d_o L T_p^4 + h_o \pi d_o L (T_p - T_c) = \varepsilon_c \sigma \pi D_o L T_c^4 + \varepsilon_c \sigma \pi D_i L T_c^4 + h_e \pi D_o L (T_c - T_a) \quad (35)$$

$$\varepsilon_s \sigma \pi D_o L T_s^4 + \underbrace{\varepsilon_p \sigma \pi d_o L T_p^4 - \varepsilon_c \sigma \pi D_i L T_c^4}_{\text{Flujo de calor neto } Q_{12}} + h_o \pi d_o L (T_p - T_c) = \varepsilon_c \sigma \pi D_o L T_c^4 + h_e \pi D_o L (T_c - T_a) \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_s \sigma \pi D_o L T_s^4 + Q_{12} + h_o \pi d_o L (T_p - T_c) = \\ \varepsilon_c \sigma \pi D_o L T_c^4 + h_e \pi D_o L (T_c - T_a) \end{aligned} \quad (37)$$

Para el flujo de calor neto  $Q_{12}$ ; correspondiente al intercambio de radiación entre cilindros concéntricos, se tiene lo siguiente

$$\begin{aligned} Q_{12} = \varepsilon_p \sigma \pi d_o L T_p^4 - \varepsilon_c \sigma \pi D_i L T_c^4 = \frac{\pi d_o L \sigma (T_p^4 - T_c^4)}{\frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{(1-\varepsilon_c) \pi d_o L}{\varepsilon_c \pi D_i L}} \\ \varepsilon_s \sigma \pi D_o L T_s^4 + \frac{\pi d_o L \sigma (T_p^4 - T_c^4)}{\frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{(1-\varepsilon_c) \pi d_o L}{\varepsilon_c \pi D_i L}} + h_o \pi d_o L (T_p - T_c) = \\ \varepsilon_c \sigma \pi D_o L T_c^4 + h_e \pi D_o L (T_c - T_a) \end{aligned} \quad (38)$$

En el caso de cilindros concéntricos el factor de forma o factor de visión  $F_{12} = 1$ ; además para convección forzada en ambientes externos se puede utilizar la ecuación de Wattmuff.

$$h_e = 2.8 + 3 V_w \left[ \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right] \quad (39)$$

Para determinar la transferencia de calor por convección en la región anular se utiliza el  $k_{eff}$  (Kreith, 2001), lo que permite encontrar la expresión para la transferencia de calor desde el tubo hacia la cubierta. En este caso se hace necesario reemplazar la pérdida de convección por la de conducción, aplicable para espacios anulares reducidos.

$$h_o \pi d_o L (T_p - T_c) \approx \frac{2 \pi L k_{eff} (T_p - T_c)}{\ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right)} \quad (40)$$

Reemplazando la expresión (9) en (7):

$$\begin{aligned} \varepsilon_s \sigma \pi D_o L T_s^4 + \frac{\pi d_o L \sigma (T_p^4 - T_c^4)}{\frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} + 1 + \frac{(1-\varepsilon_c) \pi d_o L}{\varepsilon_c \pi D_i L}} + \frac{2 \pi L k_{eff} (T_p - T_c)}{\ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right)} = \\ \varepsilon_c \sigma \pi D_o L T_c^4 + h_e \pi D_o L (T_c - T_a) \end{aligned} \quad (41)$$

Para obtener el  $k_{eff}$  se utiliza la correlación de Rainthby y Holland (Kreith, 2001)

$$\frac{k_{eff}}{k} = 0.386 \left[ \frac{\ln\left(\frac{D_i}{d_o}\right)}{b^{\frac{3}{4}} \left( \frac{1}{d_o^{\frac{3}{5}}} + \frac{1}{D_i^{\frac{3}{5}}} \right)^{\frac{5}{4}}} \right] \left( \frac{Pr}{0.861+Pr} \right)^{\frac{1}{4}} (Ra_b)^{\frac{1}{4}} \quad (42)$$

Dónde:

$k_{eff}$  conductividad térmica efectiva para un fluido en reposo (con conductividad  $k$ ) en el espacio hueco debe tener para transferir la misma cantidad de calor que el fluido en movimiento;  $Ra_b$  numero de Rayleigh;  $Pr$  número de Prandtl.

La ecuación es válida para el siguiente intervalo de parámetros (Kreith, 2001).

$$0,70 < Pr < 6000$$

$$10 \leq \left[ \frac{\ln\left(\frac{D_o}{D_i}\right)}{b^{\frac{3}{4}} \left( \frac{1}{D_i^{\frac{3}{5}}} + \frac{1}{D_o^{\frac{3}{5}}} \right)^{\frac{5}{4}}} \right]^4 Ra_b \leq 10^7$$

El número de Rayleigh es el producto entre Grashof por Prandtl

$$Ra_b = Gr_b \cdot Pr$$

$$Gr_b = \frac{g \beta (T_p - T_c) b^3}{\gamma^2} \quad (43)$$

Por lo tanto:

$g$  aceleración de la gravedad, 9.8 m/s<sup>2</sup>;  $\beta$  coeficiente de expansión volumétrica para el aire;  $\gamma$  viscosidad cinemática del aire, en m<sup>2</sup>/s.

$$b = \frac{D_i - d_o}{2}$$

$$\beta = \frac{1}{T \text{ [}^\circ\text{K]}}$$

Simplificando  $\pi L$

$$\varepsilon_s \sigma D_o T_s^4 + \frac{d_o \sigma (T_p^4 - T_c^4)}{\frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} + 1 + \frac{(1-\varepsilon_c) d_o}{\varepsilon_c D_i}} + \frac{2 \pi L k_{eff} (T_p - T_c)}{\ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right)} = \varepsilon_c \sigma D_o T_c^4 + h_e D_o (T_c - T_a) \quad (44)$$

La temperatura de cielo se calcula con la siguiente expresión (Duffie, 1991)

$$T_{sky} = 0,0552 T_{air} \quad (45)$$

Dónde:

$T_{sky}$  y  $T_{air}$  en  $^\circ\text{K}$ .

## 2.5. Balance energético de la tubería de polietileno.

Para el absorbente, el balance energético, sin extracción de calor  $Q_u = 0$ ; es el siguiente:

En el momento que se produzca un estancamiento del fluido, la temperatura del tubo de polietileno debe incrementarse.

$$\alpha_p [q_{r,c-p} + \tau_c E \pi d_o L] = q_{r,p-c} + q_{c,p-c} \quad (46)$$

Dónde:

$\tau_c$  transmisividad del polietileno tereftalato;  $E$  irradiancia incidente, en  $\text{W/m}^2$ .

$$\alpha_p [\varepsilon_c \sigma \pi D_i L T_c^4 + \tau_c E \pi d_o L] = \varepsilon_p \sigma \pi d_o L T_p^4 + h_o \pi d_o L (T_p - T_c) \quad (47)$$

Si la absorptancia del polietileno  $\alpha_p = 1$ , se tiene una expresión simplificada

$$\varepsilon_c \sigma \pi D_i L T_c^4 - \varepsilon_p \sigma \pi d_o L T_p^4 + \tau_c E \pi d_o L = h_o \pi d_o L (T_p - T_c) \quad (48)$$

Realizando cambio de signos en la expresión (17)

$$-\underbrace{[\varepsilon_p \sigma \pi d_o L T_p^4 - \varepsilon_c \sigma \pi D_i L T_c^4]}_{\text{Flujo neto de calor}} + \tau_c E \pi d_o L = h_o \pi d_o L (T_p - T_c) \quad (49)$$

A continuación se reemplaza la expresión de flujo de calor neto por radiación entre tubos concéntricos y el calor transferido por conducción para un  $k_{eff}$ .

$$\tau_c E \pi d_o L - Q_{12} = \frac{2 \pi L k_{eff} (T_p - T_c)}{\ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right)} \quad (50)$$

$$\tau_c E \pi d_o L - \frac{\pi d_o L \sigma (T_p^4 - T_c^4)}{\frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{(1-\varepsilon_c) \pi d_o L}{\varepsilon_c \pi D_i L}} = \frac{2 \pi L k_{eff} (T_p - T_c)}{\ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right)} \quad (51)$$

Simplificando  $\pi L$

$$\tau_c E d_o - \frac{d_o \sigma (T_p^4 - T_c^4)}{\frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} + 1 + \frac{(1-\varepsilon_c) \cdot d_o}{\varepsilon_c \cdot D_i}} = \frac{2 k_{eff} (T_p - T_c)}{\ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right)} \quad (52)$$

## 2.6. Balance energético de la cubierta del absorbedor considerando extracción de calor.

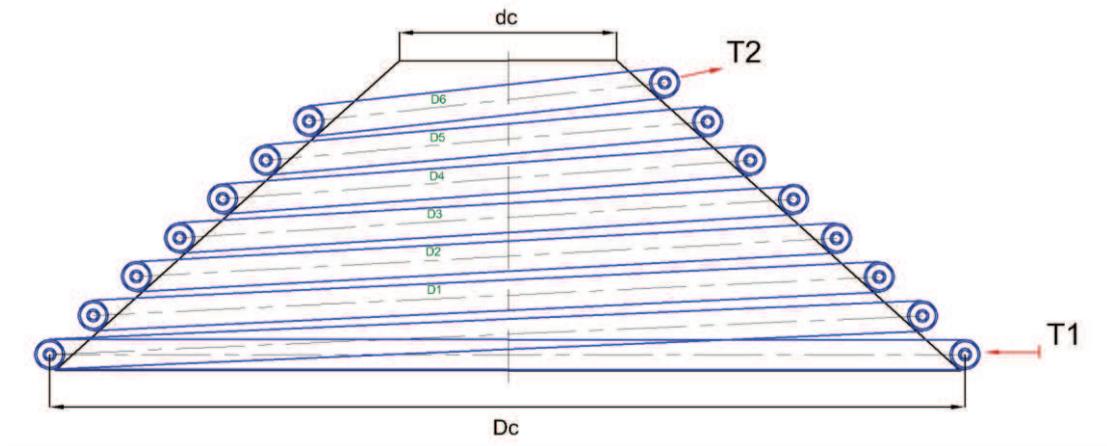
Para una operación adecuada del sistema de calentamiento de agua utilizando el colector cónico con tubos concéntricos en espiral, es necesario extraer la energía térmica para aumentar la vida útil de los componentes. La cantidad de calor útil puede ser descrita por la expresión del calor sensible.

$$P = \dot{m} C_p (T_2 - T_1) \quad (53)$$

Dónde:

$P$  cantidad de energía térmica extraída por unidad de tiempo, en W;  $\dot{m}$  flujo másico, en kg/s;  $C_p$  calor específico del fluido de proceso, en (KJ/kg °C);  $T_2, T_1$  temperatura de entrada y salida del fluido del calentador.

A continuación, en la figura 7 se puede observar los puntos de temperatura establecidos.



**Figura 7 Entrada y salida del agua T1, T2**

Los flujos térmicos de entrada y salida del sistema son:

$$\alpha_p [q_{r,c-p} + \tau_c E \pi d_o L] = q_{r,p-c} + q_{c,p-c} + P \quad (54)$$

Suponemos  $\alpha_p = 1$

$$\varepsilon_c \sigma \pi D_i L T_c^4 + \tau_c E \pi d_o L = \varepsilon_p \sigma \pi d_o L T_p^4 + h_o \pi d_o L (T_p - T_c) + q_u \quad (55)$$

Arreglando la ecuación anterior considerando el flujo neto de energía radiante en el espacio anular de los cilindros concéntricos y la conducción de calor en este mismo sistema se tiene:

$$\tau_c E \pi d_o L - Q_{12} = \frac{2 \pi L k_{eff} (T_p - T_c)}{\ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right)} + P \quad (56)$$

$$\tau_c E \pi d_o L - \frac{\pi d_o L \sigma (T_p^4 - T_c^4)}{\frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{(1-\varepsilon_c) \pi d_o L}{\varepsilon_c \pi D_i L}} = \frac{2 \pi L k_{eff} (T_p - T_c)}{\ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right)} + P \quad (57)$$

Despejando la energía útil

$$P = \tau_c E \pi d_o L - \frac{\pi d_o L \sigma (T_p^4 - T_c^4)}{\frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} + 1 + \frac{(1-\varepsilon_c) \cdot d_o}{\varepsilon_c \cdot D_i}} - \frac{2 \pi L k_{eff} (T_p - T_c)}{\ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right)} \quad (58)$$

En el tercer miembro de la ecuación (27) se multiplica y divide para  $d_o$

$$P = \tau_c \alpha_p E \pi d_o L - \frac{\pi d_o L \sigma (T_p^4 - T_c^4)}{\frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} + 1 + \frac{(1-\varepsilon_c) \cdot d_o}{\varepsilon_c \cdot D_i}} - \frac{2 \pi d_o L k_{eff} (T_p - T_c)}{d_o \ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right)} \quad (59)$$

Sacando factor común  $\pi d_o L$  que corresponde al área del absorbedor

$$P = \pi d_o L \left[ E (\tau_c \alpha_p) k - \frac{\sigma (T_p^4 - T_c^4)}{\frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} + 1 + \frac{(1-\varepsilon_c) \cdot d_o}{\varepsilon_c \cdot D_i}} - \frac{2 k_{eff} (T_p - T_c)}{d_o \ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right)} \right] \quad (60)$$

En la práctica se supone cubierta no absorbente con:

$$(\tau \alpha) = 1.01 (\tau \alpha) \cong 1.02 \tau \alpha$$

Además, a los factores ópticos, es necesario añadir un factor de sombra y suciedad,  $k$ .

Dónde:

$k = 0.9$  significa que la superficie del colector tiene una afectación del 10%.

La ganancia de energía instantánea para colectores en espiral es:

$$q_u = A_p \left[ E (1.02 \tau \alpha) k - \frac{\sigma (T_p^4 - T_c^4)}{\frac{1-\varepsilon_p}{\varepsilon_p} + 1 + \frac{(1-\varepsilon_c) \cdot d_o}{\varepsilon_c \cdot D_i}} - \frac{2 k_{eff} (T_p - T_c)}{d_o \ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right)} \right] \quad (61)$$

$A_p$  área del tubo de polietileno.

## 2.7. Análisis de transferencia de calor en el acoplamiento tubo cubierta

Para determinar el perfil de temperaturas a lo largo de los tubos concéntricos se debe considerar los diversos flujos que involucra el proceso de transferencia de calor por radiación desde la parte externa y los fenómenos de convección y conducción en sus alrededores. A continuación, en la figura 8 se puede observar el esquema de la tubería con los flujos térmicos.

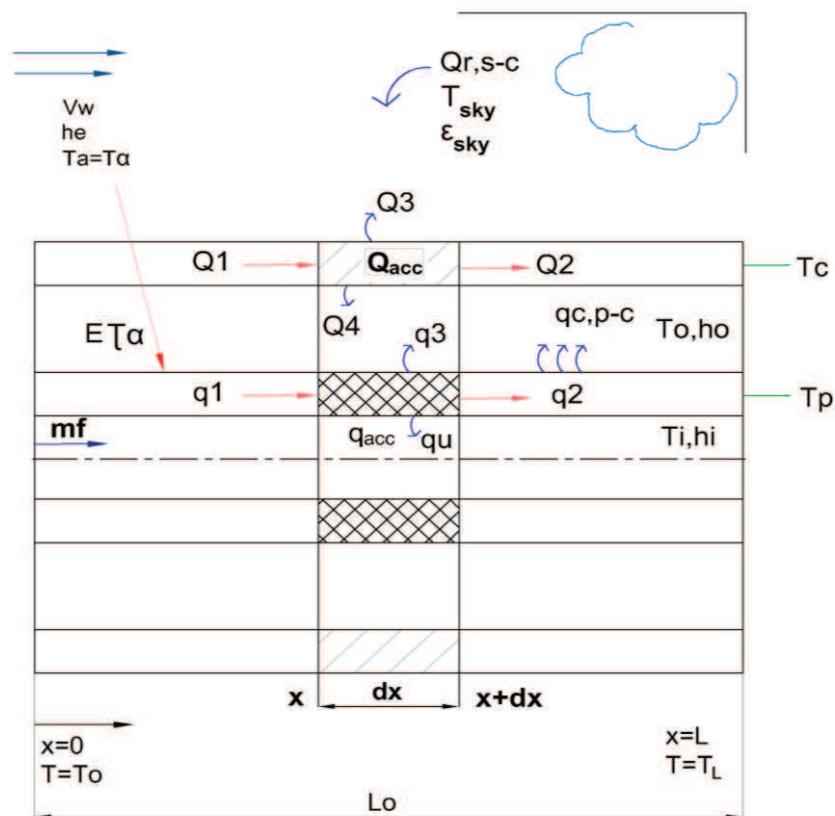


Figura 8 Absorbedor de tubos concéntricos

Para la tubería de polietileno de diámetro interior  $d_i$  y diámetro exterior  $d_o$ , el área del anillo se calcula con :

$$A = \frac{\pi}{4} (d_o^2 - d_i^2)$$

En el elemento infinitesimal de la figura anterior, el flujo de calor que ingresa por conducción en  $x$ , es:

$$q_1 = -k A \frac{\partial T}{\partial x}$$

Dónde:

$q_1$  calor que ingresa al sistema por conducción, en W;  $k$  conductividad térmica del polietileno, en W/m°C.

Por otra parte, el calor que sale por conducción en  $x + dx$ .

$$q_2 = -k A \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( -k \cdot A \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \quad (62)$$

De acuerdo con la expresión anterior existe un incremento de energía al atravesar el tubo por lo que el segundo término corresponde a este valor.

La radiación solar atraviesa la cubierta semitransparente de PET, considerando la transmisividad de este material por lo que el calor absorbido por la tubería de polietileno está dado por:

$$q_{rad} = E \tau \alpha \pi d_o dx \quad (63)$$

Dónde:

$E$  Irradiancia solar, en W/m<sup>2</sup>;  $\tau$  transmisividad del PET;  $\alpha$  absortancia del polietileno. Por otra parte, el calor acumulado en el cilindro de polietileno es:

$$q_{acc} = \rho C A dx \frac{\partial T}{\partial x} \quad (64)$$

Por lo tanto:

$\rho$  densidad del material, en kg/m<sup>3</sup>;  $C$  calor específico de la tubería. Además, existe una pérdida de calor hacia el ambiente representado por:

$$\text{Calor perdido} = U_{TOP} \pi d_o dx (T - T_e) \quad (65)$$

Dónde:

$U_{TOP}$  coeficiente global de transferencia de calor;  $T$  temperatura del absorbedor;  $T_e$  temperatura exterior. El balance de energía se da por:

$$q_e - q_s = q_{acc} \quad (66)$$

$$\begin{aligned} -k \cdot A \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + E \cdot \tau \cdot \alpha \cdot \pi \cdot d_o \cdot dx + k \cdot A \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + k \cdot A \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx - U_{TOP} \cdot \pi \cdot d_o \\ \cdot dx (T - T_e) = \rho \cdot C \cdot A \cdot dx \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned}$$

Partiendo de la ecuación anterior se puede identificar que el calor útil absorbido por el tubo de polietileno está dado por:

$$Q_u = E \cdot \tau \cdot \alpha \cdot \pi \cdot d_o \cdot dx - U_{TOP} \pi \cdot d_o \cdot dx (T - T_e) \quad (67)$$

Para toda la longitud del tubo  $dx$  se reemplaza por  $L$ .

$$\begin{aligned} Q_u &= E \cdot \tau \cdot \alpha \cdot \pi \cdot d_o \cdot L - U_{TOP} \pi \cdot d_o \cdot L (T - T_e) \\ Q_u &= \pi \cdot d_o \cdot L (E \cdot \tau \cdot \alpha - U_{TOP} (T - T_e)) \\ Q_u &= A_p (E \cdot \tau \cdot \alpha - U_{TOP} (T - T_e)) \end{aligned} \quad (68)$$

Siguiendo el procedimiento de Bliss y Hotel, la energía instantánea ganada por el colector sería:

$$Q_u = FR A_p (E \cdot \tau \cdot \alpha - U_{TOP} (T - T_e))$$

Sin embargo, si se considera el área exterior de la tubería de polietileno la ganancia de energía térmica es bastante reducida. Esto sería aplicable para una tubería expuesta al sol.

Por lo que, para esta aplicación del desarrollo del intercambiador de calor de tubos concéntricos en espiral la envolvente exterior capta mayor cantidad de radiación solar, es decir se requiere reemplazar el área transversal del cilindro de PET en lugar del área de la tubería.

$$Q_u = FR A_{pet} (E \cdot \tau \cdot \alpha - U_{TOP} (T - T_e))$$

Para un colector que tenga afectación en su calidad superficial la expresión final, y con radiación total quedaría de la siguiente manera:

$$Q_u = FR A_{pet} [I_T (\tau\alpha)k - U_{TOP} (T - T_e)] \quad (69)$$

La función  $(\tau\alpha)$  para medios semitransparentes en la práctica es equivalente a  $(\tau\alpha) = 1.02 \tau\alpha$ . Además, debido a que este captador es de forma cónica se reemplaza la irradiancia global  $E$ , por la irradiancia total  $I_T$ ,  $k$  es un factor de sombra y suciedad (Wilson, La Energía Solar, 1982) y tiene un valor de 0.9.

$$k \cdot A \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx + E \cdot \tau \cdot \alpha \cdot \pi \cdot d_o \cdot dx - U_{TOP} \pi \cdot d_o \cdot dx (T - T_e) = \rho \cdot C \cdot A \cdot dx \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (70)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{E \cdot \tau \cdot \alpha \cdot \pi \cdot d_o}{k \cdot A} - \frac{U_{TOP} \pi d_o (T - T_e)}{k \cdot A} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$T - T_e = \theta$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{E \cdot \tau \cdot \alpha \cdot \pi \cdot d_o}{k \cdot A} - \frac{U_{TOP} \pi d_o \theta}{k \cdot A} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (71)$$

Las constantes  $k_1, k_2, k_3$  se expresan de la siguiente manera:

$$k_1 = \frac{U_{TOP} \cdot \pi \cdot d_o}{k_p \cdot A_p}$$

$k_1$  involucra el coeficiente de transferencia de calor hacia el exterior, la conductividad térmica del tubo y el área transversal.

$$k_2 = \frac{E \cdot \tau \cdot \alpha \cdot \pi \cdot d_o}{k_p \cdot A_p}$$

Esta constante  $k_2$  se lo podría definir como la relación entre la energía de entrada y la conductividad térmica del material y su área respectiva.

$$k_3 = \frac{1}{\alpha_p}$$

Es el inverso de la difusividad térmica del material  $k_3$ .

El modelo matemático para hallar el perfil de temperaturas en el estado estacionario o transitorio se expresa por:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - k_1 \theta + k_2 = k_3 \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (72)$$

### 2.7.1. Análisis para el estado estacionario.

Para el estado estacionario  $\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$ , la variación de la temperatura con respecto al tiempo es igual a cero. Por lo tanto, se obtiene una ecuación lineal diferencial de segundo orden

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - k_1 \theta = -k_2$$

A continuación, se busca la solución de la ecuación homogénea.

$$\theta = e^{mx}$$

$$\theta' = m e^{mx}$$

$$\theta'' = m^2 e^{mx}$$

$$m^2 - k_1 = 0$$

$$m = \pm \sqrt{k_1}$$

$$\theta_H = A_0 e^{\sqrt{k_1}x} + B_0 e^{-\sqrt{k_1}x}$$

Solución particular

$$\theta_p = A$$

$$\begin{aligned}
A &= \frac{k_2}{k_1} \\
\theta' &= 0 \\
\theta'' &= 0 \\
\theta &= \theta_H + \theta_p \\
\theta &= A_o e^{\sqrt{k_1}x} + B_o e^{-\sqrt{k_1}x} + \frac{k_2}{k_1}
\end{aligned} \tag{73}$$

Aplicando las condiciones de contorno, se requiere encontrar las constantes de integración,  $A_o$ ,  $B_o$

$$x = 0$$

$$\theta = \theta_o \rightarrow T - T_o = \theta_o$$

$\left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0} = 0$ , en el extremo inicial del tubo, el valor de la pendiente es cero.

$$\frac{d\theta}{dx} = A_o \sqrt{k_1} e^{\sqrt{k_1}x} - B_o \sqrt{k_1} e^{-\sqrt{k_1}x} + 0$$

$$A_o \sqrt{k_1} - B_o \sqrt{k_1} = 0$$

$$A_o = B_o$$

$$x = 0$$

$$\theta = \theta_o$$

$$\theta_o = A_o e^{\sqrt{k_1} \cdot 0} + B_o e^{-\sqrt{k_1} \cdot 0} + \frac{k_2}{k_1}$$

$$\theta_o = A_o + B_o + \frac{k_2}{k_1}$$

$$\theta_o = A_o + A_o + \frac{k_2}{k_1}$$

$$\theta_o = 2 A_o + \frac{k_2}{k_1}$$

$$A_o = \frac{1}{2} \left( \theta_o - \frac{k_2}{k_1} \right) = B_o$$

$$\theta = \frac{1}{2} \left( \theta_o - \frac{k_2}{k_1} \right) \left( e^{\sqrt{k_1}x} + e^{-\sqrt{k_1}x} \right) + \frac{k_2}{k_1} \tag{74}$$

La expresión anterior permite encontrar el perfil de temperaturas a lo largo de la tubería. Para graficar se recomienda un incremento de 30 mm entre puntos consecutivos del eje x.

$$\theta_L = \frac{1}{2} \left( \theta_o - \frac{k_2}{k_1} \right) \left( e^{\sqrt{k_1} L} + e^{-\sqrt{k_1} L} \right) + \frac{k_2}{k_1} \quad (75)$$

Con la ecuación (75) se puede calcular la temperatura a la salida de la tubería de polietileno.

### 2.7.2. Análisis en el estado transitorio.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - k_1 \theta + k_2 = k_3 \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

Para resolver la ecuación diferencial parcial de segundo orden, no homogénea, con coeficientes constantes, se utiliza una función en x y t de acuerdo con lo siguiente:

$$\theta = X \cdot T = f(x \cdot t)$$

Derivando con respecto a x y al tiempo

$$\theta' = X' \cdot T$$

$$\theta'' = X'' \cdot T \quad \dot{\theta} = X \cdot T'$$

$$X'' \cdot T - k_1 X T + k_2 = k_3 X T' \quad (76)$$

Durante el día, en zonas lluviosas como es el caso de la serranía puede ocurrir, que por efecto de la nubosidad la radiación solar se reduzca hasta un 10% del promedio de la media mundial, para ese instante, y con el propósito de buscar una solución a la ecuación diferencial parcial se supone  $k_2 = 0$ .

Otra consideración que respalda esta afirmación consiste en que el captador térmico se activa o inicia su proceso de calentamiento cuando la radiación solar sobrepasa los 250 W/m<sup>2</sup>.

$$\begin{aligned}
 X''T - k_1 X T &= k_3 X T' \\
 X''T &= k_1 X T + k_3 X T' \\
 X''T &= X(k_1 T + k_3 T') \\
 \frac{X''}{X} &= \frac{k_1 T + k_3 T'}{T} = -\lambda^2
 \end{aligned}$$

Cada miembro debe ser una constante (Spiegel, 1975) que denotaremos por  $-\lambda^2$ ; si se toma  $+\lambda^2$  la solución que se obtiene no verifica la condición de cota para valores reales de  $\lambda$ .

Entonces:

$$X'' + \lambda^2 X = 0 \quad (77)$$

$$k_1 T + k_3 T' = -\lambda^2 T \quad (78)$$

El procedimiento para encontrar las soluciones es el siguiente:

$$k_3 T' + \lambda^2 T + k_1 T = 0$$

$$T' = -\frac{T(\lambda^2 - k_1)}{k_3}$$

$$T' + \left(\frac{\lambda^2 - k_1}{k_3}\right)T = 0$$

$$x = e^{mx}$$

$$x' = me^{mx}$$

$$x'' = m^2 e^{mx}$$

$$m^2 - x^2 = 0$$

$$m = \pm \lambda i$$

$$X = A_0 e^{\lambda i x} + B_0 e^{-\lambda i x}$$

La función en  $x$  es:

$$X = A_0 \cos \lambda x + B_0 \sin \lambda x$$

$$k_4 = \frac{\lambda^2 + k_1}{k_3}$$

$$T' + k_4 T = 0$$

$$T = e^{mt}$$

$$T' = m e^{mt}$$

$$m + k_4 = 0$$

$$m = -k_4$$

Para la función del tiempo se tiene:

$$T = e^{-k_4 t}$$

De tal manera que el producto de funciones  $X$  y  $T$ , da la solución para la ecuación diferencial parcial.

$$\theta = (A \cos \lambda x + B \sin \lambda x) e^{-k_4 t}$$

$$\text{Suponiendo que } \theta(0, t) = \theta(L, t) = 0$$

Puesto que  $\theta(0, t) = 0$ ;  $e^{-k_4 t}(A) = 0$ , por lo tanto  $A = 0$  entonces  $\theta(x, t) = B \sin \lambda x e^{-k_4 t}$ .

Como  $\theta(L, t) = 0$ ,  $B \sin \lambda L e^{-k_4 t} = 0$ . Si  $B = 0$  la solución es idénticamente nula, de modo que debemos tener que  $\sin \lambda L = 0$ , o  $\lambda L = m \pi$ , donde:

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; \text{ Así, } \theta(x, t) = B \sin \frac{m \pi x}{L} e^{-k_4 t}$$

Es necesario suponer un infinito número de soluciones, esto es, debemos reemplazar la ecuación anterior por:

$$\theta(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} B_m e^{-\left(\frac{m^2 \pi^2}{L^2} + k_4\right) t} \sin \frac{m \pi x}{L} \quad (79)$$

En el intervalo  $0 < x < L$ .

Paras series de Fourier de medio intervalo en senos

$$B_m = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) dx$$

El resultado se puede escribir como:

$$\theta(x, t) = 2f(x) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(1-\cos m\pi)}{m\pi} e^{-\left(\frac{m^2\pi^2}{L^2} + k_1\right)t} \sin \frac{m\pi x}{L}$$

Reemplazando valores de  $k_1$  y  $k_3$ .

$$\theta(x, t) = 2f(x) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(1-\cos m\pi)}{m\pi} e^{-\left(\frac{m^2\pi^2}{L^2} + \frac{U_{TOP} \cdot \pi \cdot d_o}{k_p \cdot A_p} + \frac{1}{\alpha_p}\right)t} \sin \frac{m\pi x}{L} \quad (80)$$

Que se puede verificar como la solución buscada.

## 2.8. Balance energético de la piscina.

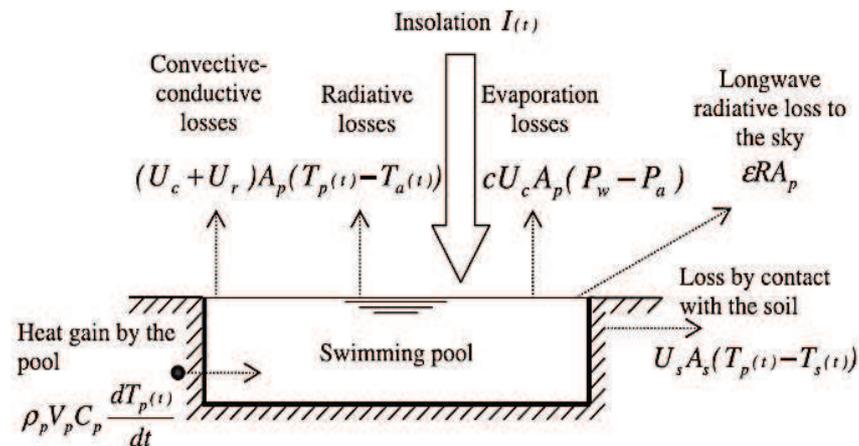
El calor necesario para calentar el agua en la piscina desde  $Th_1$  temperatura inicial, a  $Th_2$  temperatura final de confort térmico, se emplea la ecuación de calor sensible expresada así:

$$Q_u = \frac{M}{HSP} C_p (Th_2 - Th_1) \quad (81)$$

Dónde:

$Q_u$  calor útil, en Kcal/hr;  $M$  masa total de agua de la piscina, en Kg;  $C_p$  calor específico del agua, en Kcal/Kg°C;  $HSP$  horas de sol pico del mes peor;  $Th_1$  temperatura inicial de la piscina a calentar, °C ;  $Th_2$  temperatura final de la piscina, °C.

Para realizar una modelación matemática se debe considerar un gran número de parámetros por lo que se vuelve complejo el análisis energético durante el calentamiento o enfriamiento del agua en la piscina. El diseño correcto y la eficiencia del sistema de calentamiento son altamente dependientes de las características climáticas estacionales de las regiones donde serán instaladas. Se desarrolló un estudio sobre el modelo térmico para calentamiento de piscinas se aprecia en la figura 9, (Santos, Zárate, & Pereira, 2013)



**Figura 9 Principales parámetros que intervienen en el comportamiento térmico de piscinas**

Fuente: (Santos, Zárate, & Pereira, 2013)

Se puede observar en la figura anterior que existen flujos de calor perdidos por: conducción, convección, radiación y evaporación; esta pérdida se da del agua hacia el ambiente y el calor ganado sucede por la incidencia de la radiación global directa y difusa que es transmitida del sol y la bóveda celeste.

### Calor perdido por evaporación

$$Q_e = Pa \left[ 35 V_{viento} + 43 (Th2 - Ta)^{\frac{1}{3}} \right] (Wp - Wa) \quad (82)$$

Dónde:

$Q_e$  calor perdido por evaporación, en  $\frac{W}{m^2}$ ;  $Pa$  presión atmosféricas, en KPa;  $V_{viento}$  velocidad del viento, en m/s;  $Th2$  temperatura del agua de la piscina;  $Ta$  temperatura del ambiente;  $Wp$  relación de humedad a la temperatura de la piscina;  $Wa$  humedad relativa en los alrededores de la piscina.

### Calor perdido por convección

$$Q_c = Q_e * 0.0006 \left( \frac{Th2 - Ta}{Wp - Wa} \right) \quad (83)$$

Por lo tanto:

$Q_c$  calor perdido por convección, en  $\frac{W}{m^2}$ ;  $Q_e$  calor perdido por evaporación, en  $\frac{W}{m^2}$ ;  $Th_2$  temperatura del agua de la piscina;  $T_a$  temperatura del ambiente;  $W_p$  relación de humedad a la temperatura de la piscina;  $W_a$  humedad relativa en los alrededores de la piscina.

**Calor perdido por conducción.** (Douglass E. Root Jr, 1959)

$$Q_d = U A_{lp} (Th_2 - T_a) \quad (84)$$

Dónde:

$Q_d$  calor perdido por conducción en las paredes de la piscina, en  $\frac{W}{m^2}$ ;  $U$  coeficiente global de transferencia de calor, en  $W/m^2 \text{ } ^\circ C$ ;  $A_{lp}$  área lateral de las paredes de la piscina, en  $m^2$ ;  $T_a$  temperatura promedio del ambiente en el tiempo considerado, en  $^\circ C$ ;  $Th_2$  temperatura de la piscina, en  $^\circ C$ .

El coeficiente global de transferencia de calor se calcula con la siguiente expresión:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{e_{pared}}{k_{pared}}}$$

**Calor perdido por radiación**

$$Q_r = h_r A_{sp} (Th_2 - T_a) \quad (85)$$

Por lo tanto:

$Q_r$  calor perdido por radiación desde la superficie del líquido, en  $W$ ;  $h_r$  coeficiente de transferencia de calor por radiación, en  $\frac{W}{m^2 \text{ } ^\circ C}$ ;  $A_{sp}$  área superficial del líquido, en  $m^2$ ;  $T_a$  temperatura promedio del ambiente en el tiempo considerado, en  $^\circ C$ ;  $Th_2$  temperatura de la piscina, en  $^\circ C$ .

$$hr = 4 \varepsilon \sigma T_m^3 \quad (86)$$

Dónde:

$\varepsilon$  emisividad del agua que tiene un valor de 0.95;  $\sigma$  constante de Stefan y Boltzmann  $5.67 * 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$ ; **T<sub>prom</sub>** temperatura media, en °K.

$$T_{prom} = \frac{T_h + T_a}{2} \quad (87)$$

Para la presente investigación se toma como referencia de estudio la piscina de Tunas y Cabras que tiene una capacidad de 125m<sup>3</sup>; a continuación, en la figura se observa la infraestructura base de este análisis energético.



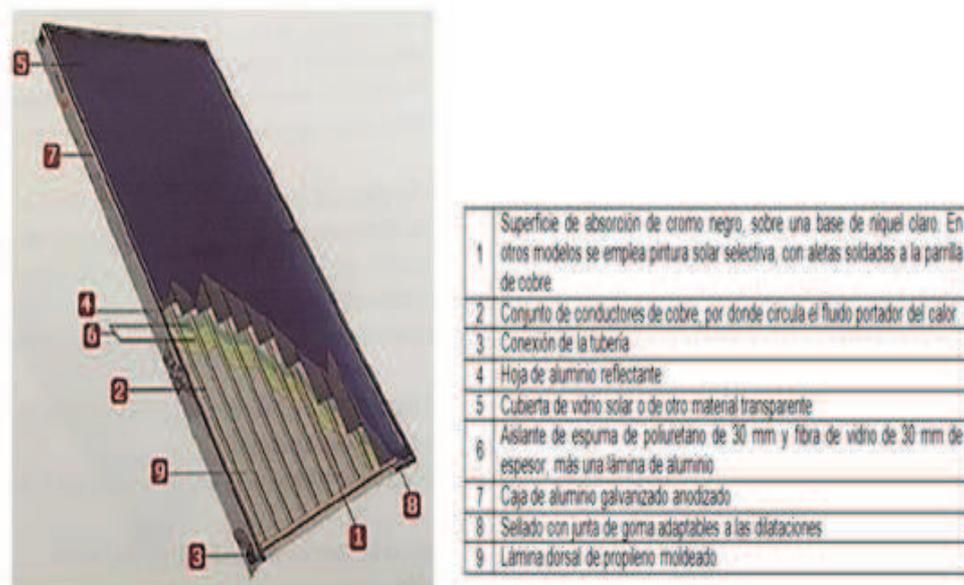
**Figura 10** Piscina de Tunas y Cabras

## 2.1. Tipos de colectores.

### 2.1.1. Captador solar plano

En la actualidad, los colectores planos son los que más se utiliza en las instalaciones térmicas con energía solar, estos representan casi el 90% del total de captadores térmicos. Estos sistemas se instalan en edificios y viviendas para la calefacción, agua caliente, duchas, concentración solar, donde la temperatura no sea superior a 100°C, su rendimiento es alto 70-80 por ciento (Madrid, 2009). Los paneles ofrecen una larga duración, más de 25 años.

Como son los paneles más utilizados, se fabrican en grandes cantidades, por lo que también son los más baratos, cada elemento del panel cumple una función como se muestra en la figura 11.



**Figura 11 Panel solar térmico mostrando sus partes principales**

Fuente: (Madrid, 2009)

### 2.1.2. Tubería de polipropileno.

A partir de 1977 Heliocol ha ido evolucionando la calefacción solar de la piscina mediante el primer colector del mundo con tubos individuales, cuyas ventajas eran una mejora de eficiencia, resistencia al viento y mejor protección de la cubierta. Estos sistemas de calentamiento constan de tres componentes básicos: un panel, una bomba y un filtro. El agua se bombea a un panel solar montado en el techo o en cualquier lugar con buena exposición al sol. El agua se calienta a medida que avanza a través del panel y fluye de nuevo a la piscina, a diferencia de los calentadores de agua solares para uso en interiores, estos no requieren un tanque de almacenamiento ya que la piscina ofrece todo el almacenamiento requerido.

Proporcionan temperaturas de hasta 45°C, vida útil de 25 años aportan energía en condiciones climáticas y de radiación poco favorables.



**Figura 12 Colector solar ECOSUN**

Fuente: <http://www.enerwork.com/>

### 2.1.3. Colectores con cilindros de polietileno semitransparente

La energía solar es el agente natural para calefacción de piscinas por la absorción directa en el agua. Debido a las altas pérdidas de calor de la superficie del agua a la atmósfera la temperatura del agua de la piscina no se calienta de manera significativa.

Si se coloca una cubierta de plástico semitransparente formada por tubos en el agua, la temperatura del agua puede ser elevada debido a que las pérdidas de calor por convección se reducen y se genera un efecto invernadero entre la burbuja de plástico y la superficie de agua, mientras que la radiación solar incidente puede pasar a través de la cubierta y calentar el agua. Este método propuesto de recogida y almacenamiento de calor de la energía del sol, también puede encontrar otras aplicaciones (Czarnecki J. T., 1963).



**Figura 13 Piscina con cubierta semitransparente de cilindros de polipropileno**  
Fuente: (Czarnecki J. T., 1963)

#### 2.1.4. Captadores de tubos al vacío.

Estos paneles disponen de unos tubos de vidrio transparente, cada tubo de vidrio lleva en su interior un tubo concéntrico de absorción, de menor diámetro, recubierto de una película selectiva para mejorar la absorción, por donde circula el fluido portador del calor. Se los denomina tubos al vacío ya que en el momento de su fabricación se extrae el aire contenido entre los dos tubos concéntricos logrando que las pérdidas de calor sean menores.

La radiación solar atraviesa el tubo exterior transparente de vidrio, e incide sobre el tubo interior de absorción, que se calienta. Este calor es transferido al fluido que circula por dentro de este tubo.

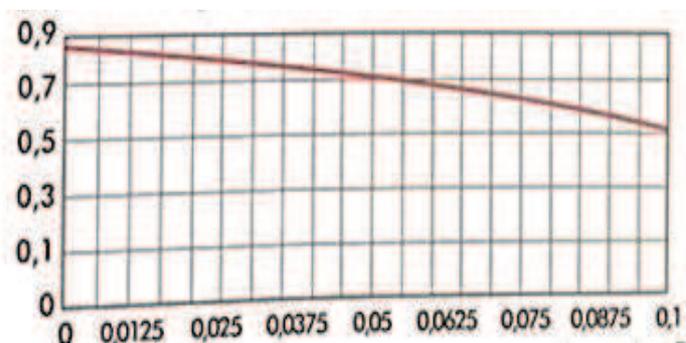
Mediante estos paneles es posible calentar agua hasta unos  $110^{\circ}\text{C}$ , tienen un mayor rendimiento que los paneles solares planos, su inconveniente es que son muy costosos. El tubo de vacío es el componente principal para asegurar una absorbencia óptima del calor de modo que el agua pueda calentarse de la manera más eficaz.



**Figura 14** Colectores solares  
térmicos con tubos de vacío

Fuente: (Li & Chen, 2010)

Rendimiento óptico	( $\eta_{0A}$ )	0,844 %
Coefficiente pérdida de calor K1	( $\alpha_{1A}$ )	2,048 W/m <sup>2</sup> k
Coefficiente pérdida de calor K2	( $\alpha_{2A}$ )	0,013 W/m <sup>2</sup> k <sup>2</sup>



**Figura 15** Curva de rendimiento del captador solar de tubos de vacío.  
Fuente: (Madrid, 2009)

### 2.1.5. Calderos a gas y diesel



- Capacidades: 20 – 500 BHP
- Combustible: Diesel, Bunker, Gas LPG, Combustibles sólidos

**Figura 16** Caldero horizontal  
Fuente: <http://www.industriafabritec.com>

Un caldero se utiliza para calentar el agua de alimentación con el fin de producir vapor. La energía liberada por el combustible que se quema en el horno del caldero se almacena (como temperatura y presión), vapor

producido. Todos los calderos tienen un horno o cámara de combustión donde el combustible se quema para liberar su energía. El aire se suministra al horno del caldero para permitir la combustión del combustible.

Un área de superficie grande entre la cámara de combustión y el agua permite que la energía de la combustión, en forma de calor, sea transferido al agua.

Esta tecnología se ha utilizado para el calentamiento de piscinas mediante el uso de combustibles fósiles, diesel, bunker, GLP, propano, butano, con procesos de combustión que generan gases de efecto invernadero contaminando mucho el ambiente. Además, que resultan altos costos por consumo energético.

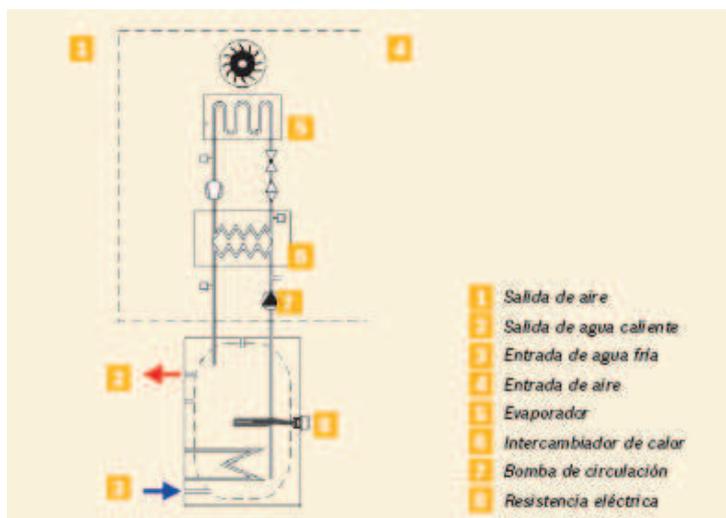
#### **2.1.6. Bomba de calor.**

Otra forma de calentamiento de piscinas con alta eficiencia energética es con las bombas de calor aire-agua, donde se aprovecha la energía térmica producida por un ventilador para aire acondicionado. Protegiendo el medio ambiente de manera natural y con un alto ahorro energético.

De esta manera se tiene un ahorro energético de más del 70% con el calentamiento de agua sanitaria de hasta 70 °C, extrayendo el calor del aire para calentar el agua, se consume así la mínima cantidad de energía.

La bomba de calor es una máquina termodinámica que permite a través del cambio de estado del líquido frigorífico, aprovechar la energía acumulada en el aire, para calentar el agua existente en el depósito para uso sanitario.

La interacción entre los componentes de la bomba de calor y su modo de funcionamiento permiten una elevada eficiencia en comparación con equipos convencionales (Manrique, 2002). Consume solamente la energía eléctrica requerida para hacer funcionar el compresor y sus accesorios. Consigue producir 4 veces más energía, de la que consume (Junkers, 2007).



**Figura 17 Modo de funcionamiento de la bomba de calor para agua caliente**

Fuente: <http://www.junkers.es>



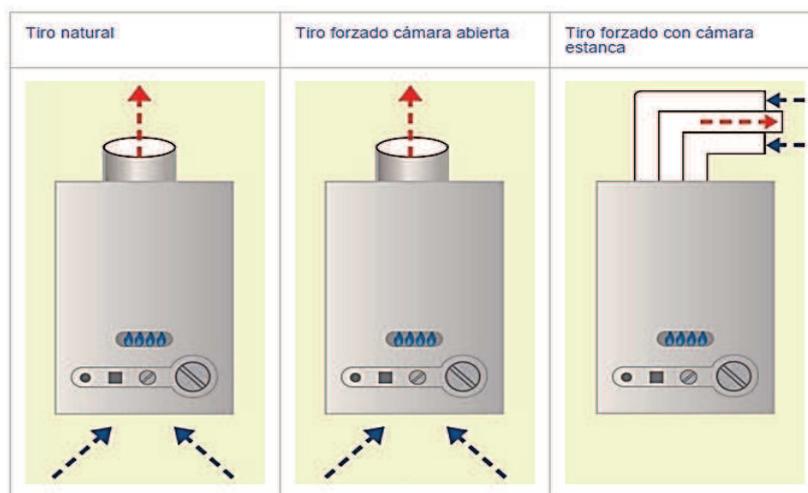
**Figura 18 Principales componentes bomba de calor**

Fuente: <http://www.junkers.es>

### 2.1.7. Calefón de gas

También se utiliza calefones los cuales mediante la combustión de gas se calienta el agua de manera instantánea y continua, este funciona haciendo circular agua a través de un serpentín el mismo que es calentado por un grupo controlado de quemadores.

Para un correcto funcionamiento de un calefón se debe tomar en cuenta que la presión de agua adecuada está entre 0,15 bar y 0,35 bar, presión de gas debe estar de acuerdo a las especificaciones del fabricante, el flujo de agua es el adecuado para ser calentado. La capacidad de los calefones va desde los 5 a los 16 litros.



**Figura 19 Tipos de calefones a gas**  
Fuente: [www.junkes.cl](http://www.junkes.cl).

## CAPÍTULO III

### ANÁLISIS DEL SISTEMA DE CALENTAMIENTO

#### 3.1. Procedimiento.

Para desarrollar el análisis energético de los captadores térmicos y la piscina de Tunas y Cabras se utilizó la siguiente metodología:

- Determinación del sitio de ensayo
- Análisis del recurso solar
- Toma de datos de los captadores cónicos y la piscina
- Modelación matemática
- Caracterización de datos
- Análisis de resultados
- Conclusiones

#### 3.2. Instrumentos de medición.

Para el levantamiento de información técnica de campo es necesario utilizar instrumentos de medición de radiación solar, temperatura ambiente, humedad relativa, temperatura superficial, sensores de temperatura, entre otros.

A continuación, en la tabla 4 se puede observar la descripción de instrumentos de medición.

**Tabla 4**  
**Equipos utilizados para mediciones**

EQUIPO	CARACTERÍSTICAS
<p><b>HELIÓGRAFO CAMPBELL-STOKES</b></p> 	<p>Determina las horas de máxima insolación durante el día, es decir, las horas de brillo solar. El equipo concentra la luz en un punto y quema una cartulina donde se registran las horas de sol pico</p>
<p><b>TERMOCUPLAS TIPO K</b></p> 	<p>MARCA: COAMER  MODELO: IR-102  DESCRIPCIÓN: Medidor de temperatura  RANGO: -20 a 1000 °C</p>
<p><b>ANEMÓMETRO DE PELÍCULA CALIENTE</b></p> 	<p>La lectura es la velocidad y temperatura del aire que atraviesa el sensor</p>

### TERMÓMETRO LASER INFRARROJO



MARCA: TRUP  
MODELO: MUT-39  
DESCRIPCIÓN: Medidor de temperatura  
RANGO: 0 a 250 °C

### PIRANÓMETRO



MARCA: PCE-SPM1  
MODELO: 121202981  
DESCRIPCIÓN: Medidor de radiación solar  
RANGO: 0 a 2000 W/m<sup>2</sup>

### HIDRÓMETRO



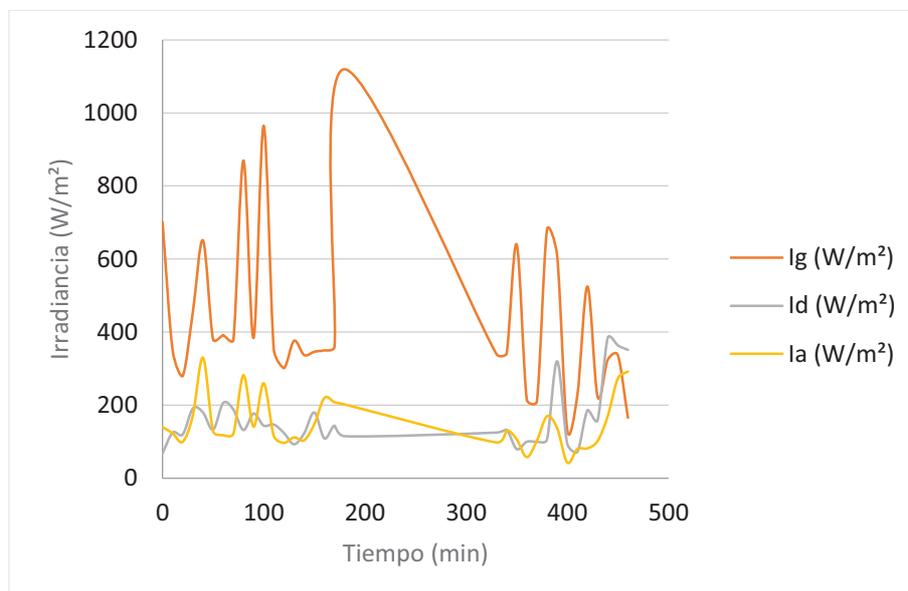
MARCA: EXTECH  
MODELO: 445703  
DESCRIPCIÓN: Medidor de temperatura ambiente y humedad relativa  
RANGO: -10 a 60 °C  
10 a 99 %

---

### 3.3. Determinación del recurso solar.

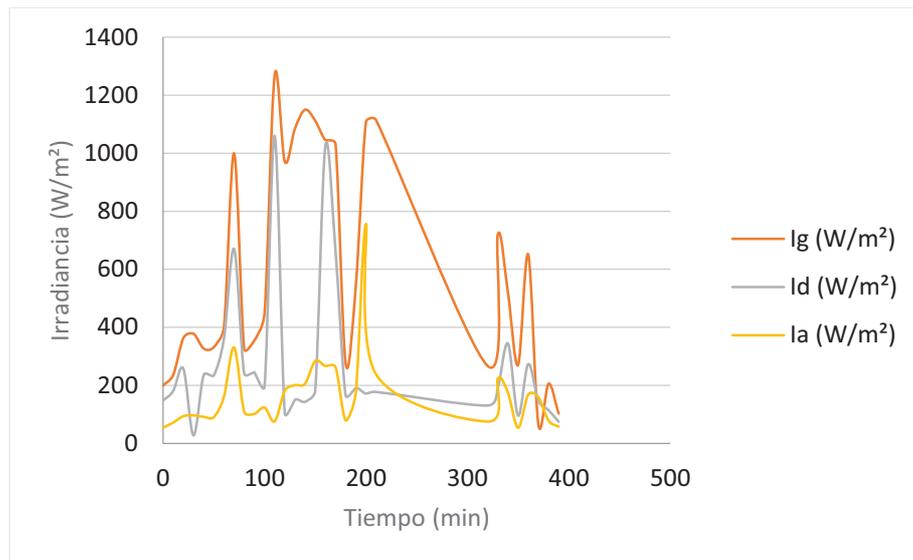
Para la determinación del recurso solar local se pueden utilizar diversos métodos, entre los más importantes se indican los siguientes: Medición mediante el uso de heliógrafo, pirómetros de célula calibrada para radiación global, pirómetros para radiación directa o global que utilizan el efecto Seebeck, es decir la generación de voltaje en un termopar debido al incremento de temperatura. Si el uso de instrumental científico resulta muy costoso se pueden utilizar métodos alternativos como los datos de radiación de la NASA tomados mediante satélites, utilizando imágenes satelitales GOES, lectura de isohelias en mapas del recurso solar, anuarios meteorológicos, métodos matemáticos como el Page, o es uso de software como ISOCAD, ISOL, entre otros. A continuación, se describen los métodos utilizados.

#### 3.3.1. Medición de radiación solar local.



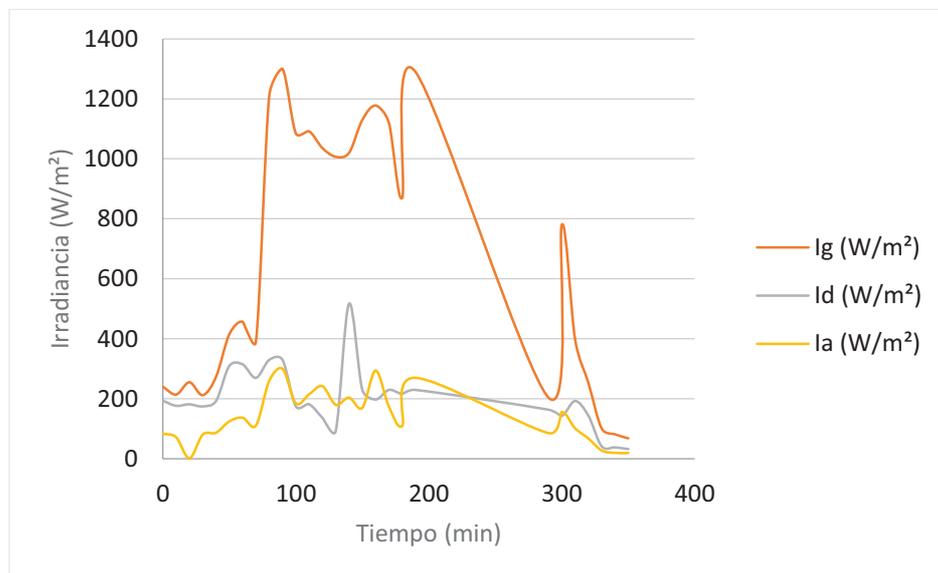
**Figura 20 Irradiación solar ensayo 1**

De acuerdo con la figura 19, los valores máximos y mínimos de la irradiación global son  $I_{g_{max}} = 1120 \text{ (W/m}^2\text{)}$  e  $I_{g_{min}} = 132 \text{ (W/m}^2\text{)}$ .



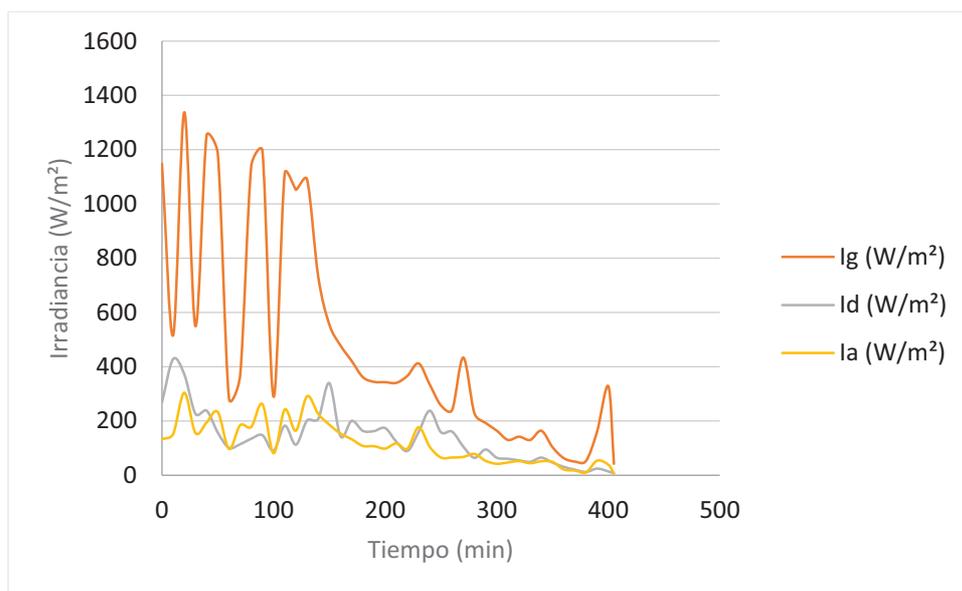
**Figura 21 Irradiancia solar ensayo 2**

De acuerdo con la figura 20, los valores máximos y mínimos de la irradiancia global son:  $I_{g_{\max}} = 1270 \text{ (W/m}^2\text{)}$  e  $I_{g_{\min}} = 65 \text{ (W/m}^2\text{)}$ . Teniendo un pico máximo de la irradiancia a los 110 minutos.



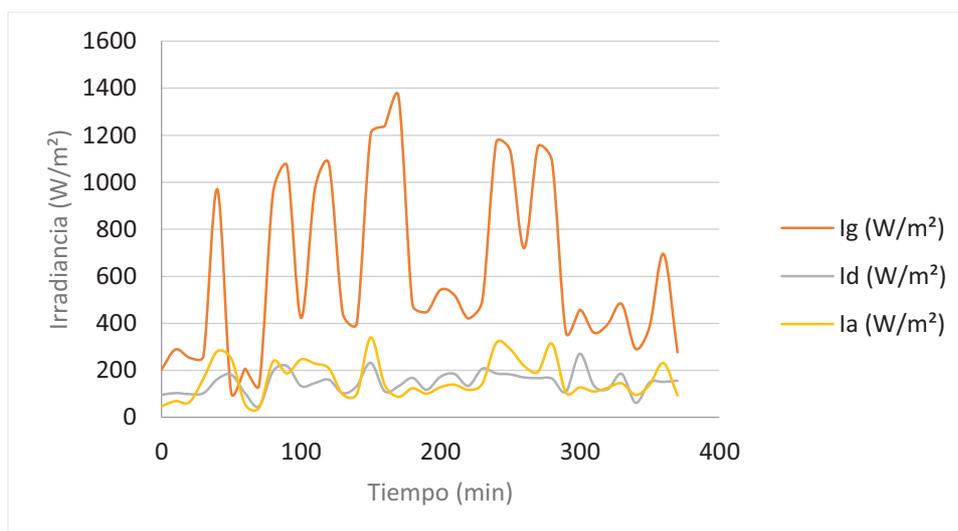
**Figura 22 Irradiancia solar ensayo 3**

De acuerdo con la figura 21, los valores máximos y mínimos de la irradiancia global son:  $I_{g_{\max}} = 1300 \text{ (W/m}^2\text{)}$  e  $I_{g_{\min}} = 68 \text{ (W/m}^2\text{)}$ .  $I_g$  tiende a la teórica con picos a lo largo del medio día.



**Figura 23 Irradiancia solar ensayo 4**

De acuerdo con la figura 22, los valores máximos y mínimos de la irradiancia global son:  $I_{g_{max}} = 1338 \text{ (W/m}^2\text{)}$  e  $I_{g_{min}} = 42.2 \text{ (W/m}^2\text{)}$ . En la mañana se puede observar presencia de nubosidad variable, y a partir de las 2,5 horas tiende haber un decaimiento.



**Figura 24 Irradiancia solar ensayo 5**

De acuerdo con la figura 23, los valores máximos y mínimos de la irradiancia global son:  $I_{g_{max}} = 1364 \text{ (W/m}^2\text{)}$  e  $I_{g_{min}} = 104.5 \text{ (W/m}^2\text{)}$ . A lo largo de todo el ensayo se observa una variación importante en los picos y valles.

**Tabla 5**  
**Promedio irradiancia cinco ensayos**

ENSAYO Orden No	RADIACIÓN		
	Ig (W/m <sup>2</sup> )	Id (W/m <sup>2</sup> )	Ia (W/m <sup>2</sup> )
1	433.8	159.8	150.6
2	595.7	272.8	234.2
3	654.8	201.6	140.1
4	478.3	138.8	117.7
5	616.89	149	160.6
<b>PROMEDIOS</b>	<b>555.9</b>	<b>184.4</b>	<b>160.7</b>

De acuerdo con la tabla 5 se observa los promedios de irradiancia de todos los ensayos realizado obteniendo así: Ig=555.9 (W/m<sup>2</sup>), Id=184.4 (W/m<sup>2</sup>) y Ia=160.7 (W/m<sup>2</sup>).

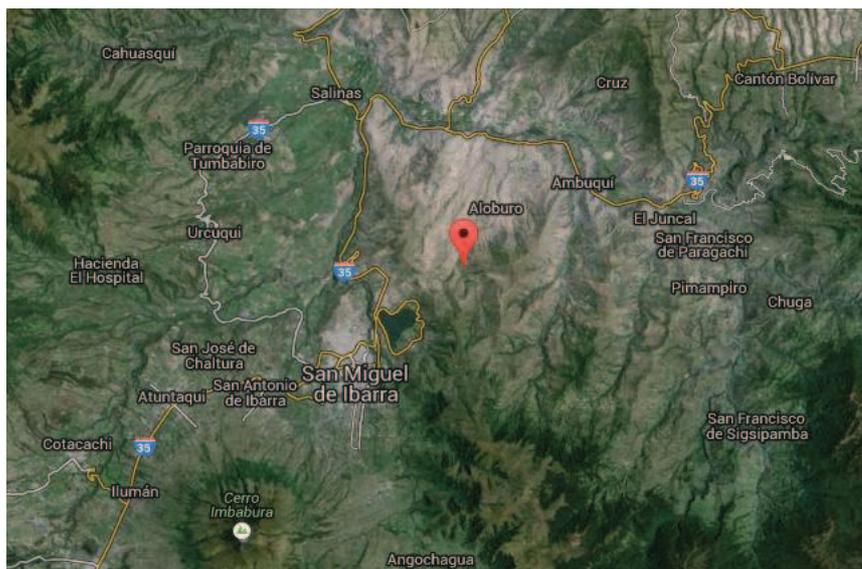
### 3.3.2. Datos de Radiación Solar de la NASA

De los satélites de la NASA se obtienen datos climáticos y de radiación solar (KW hr/m<sup>2</sup>dia) en media diaria mensual.

Ubicación: Pimán – Provincia de Imbabura

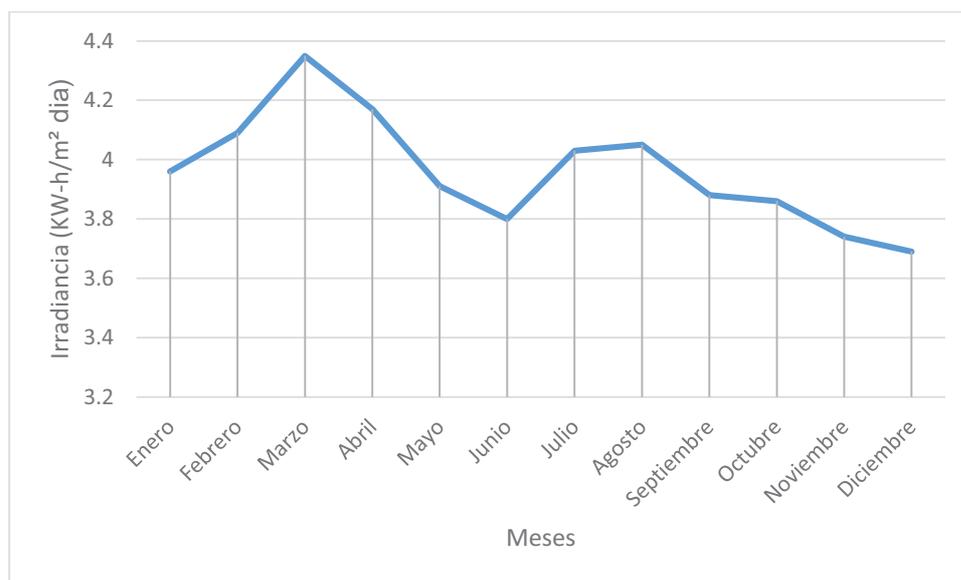
Latitud ( $\Phi$ ): 0.4

Longitud (L): -78.0667 °



**Figura 25 Datos de Latitud y Longitud de Pimán**  
Fuente: [www.googleearth.com.ec](http://www.googleearth.com.ec)





**Figura 27 Datos radiación solar de la NASA**

### 3.3.3. Determinación de la radiación solar por el Método de Angstrom Page.

Para encontrar la radiación solar sobre superficie horizontal se debe calcular la radiación solar extraterrestre, utilizando la constante de 1300 ( $W/m^2$ ), la declinación, ángulo horario, ángulo horario de la puesta de sol. La Tabla 7 incluye los datos necesarios para aplicar el método de Page.

**Tabla 7**

**Datos de entrada para el cálculo de radiación por el método Angstrom Page.**

	<b>Grados</b>	<b>Minutos</b>	<b>segundos</b>
<b>Latitud</b>	0	-24	0
<b>Latitud</b>	0,4		
<b>Beta</b>	35		
<b>Angstrom</b>			
<b>page</b>			
<b>a</b>	0,25	<b>Factor climático</b>	
<b>b</b>	0,45		
<b>factor de albedo</b>	0,45		

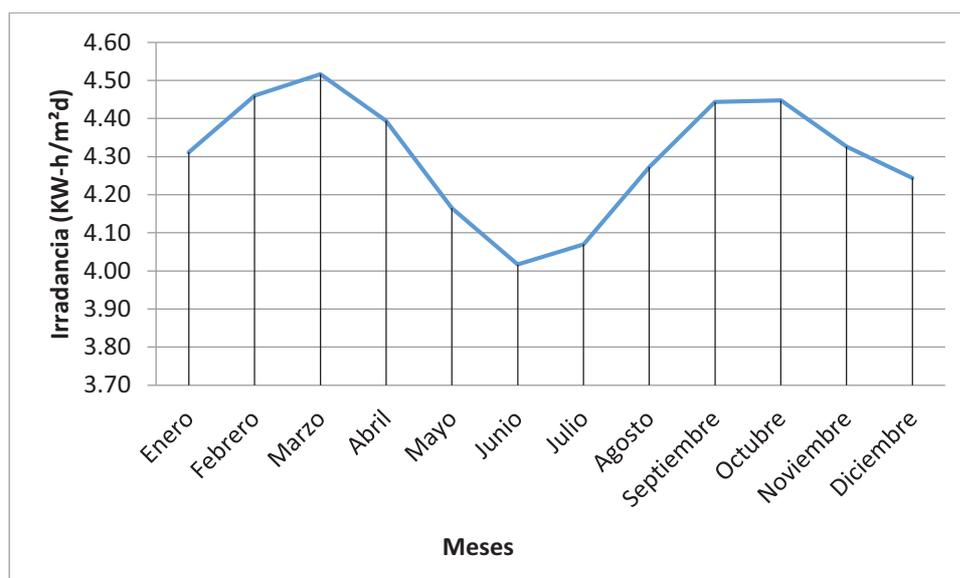
A continuación, en la tabla 8, se pueden observar los datos de irradiación solar en media diaria mensual.

**Tabla 8**

**Radiación por mes determinado por el método Angstrom Page.**

MES	Irradiación (KW-h/m <sup>2</sup> d )
Enero	4,31
Febrero	4,46
Marzo	4,52
Abril	4,39
Mayo	4,16
Junio	4,02
Julio	4,07
Agosto	4,27
Septiembre	4,44
Octubre	4,45
Noviembre	4,33
Diciembre	4,24
<b>Promedio</b>	<b>4,31</b>

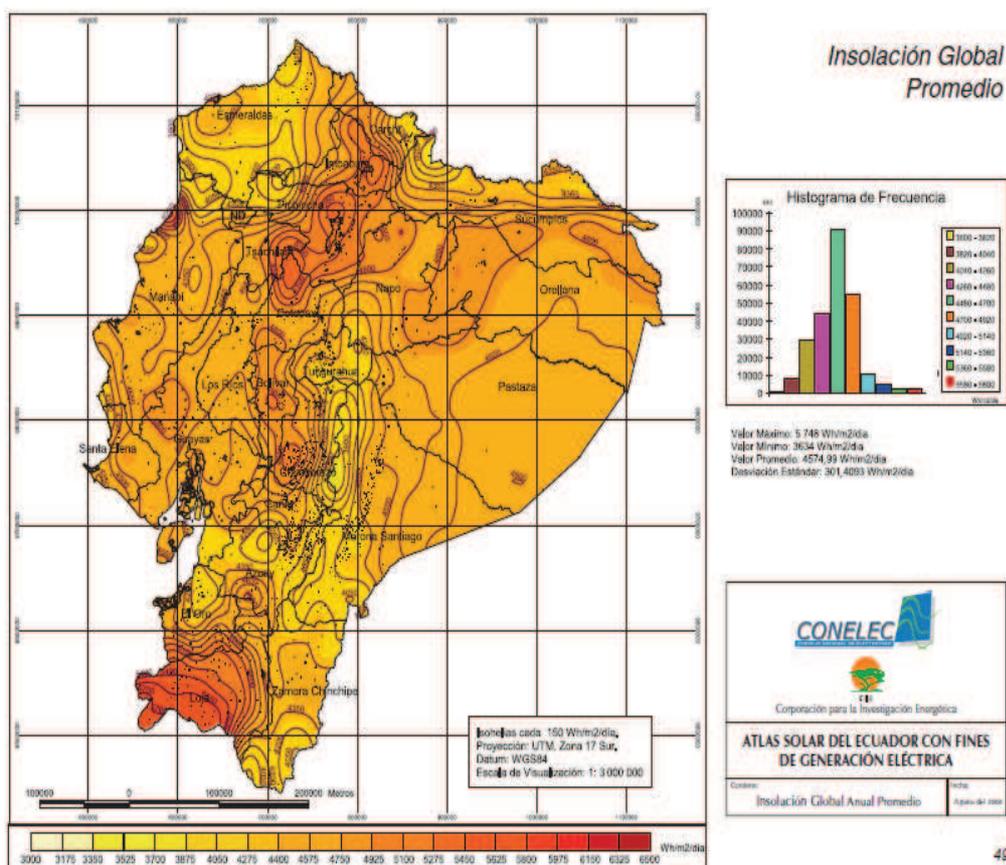
La menor Radiación es en el mes de junio con un valor 4,02 kW-h/m<sup>2</sup> día. Correspondiente a 4,02 HSP, con una media mundial de 1000 W/m<sup>2</sup>.



**Figura 28 Resultados radiación método Angstrom Page**

### 3.3.4. Mapa solar Ecuador

Este último mapa solar se está utilizando como una simple referencia desde hace unos 30 años, para estudios de la radiación solar se utilizó el mapa del INAMHI, entre los datos más importantes entregados por esta entidad se podía obtener la radiación solar local en media diaria anual. Además, se podía observar datos de radiación global y directa. En el año 2008, el CONELEC contrata los servicios de una consultora para la elaboración del mapa solar del Ecuador a partir del uso de datos satelitales los cuales presentan serias incertidumbres, debido a que las regiones naturales del país presentan cambios climáticos variables.



**Figura 29 Mapa solar Ecuador (CONELEC)**

Fuente: [www.conelec.gov.ec](http://www.conelec.gov.ec)

Tabla 9

## Radiación por mes proporcionado por el CONELEC

Mes	Irradiancia (KW-h/m <sup>2</sup> día)
Enero	4,41
Febrero	4,48
Marzo	4,66
Abril	4,36
Mayo	4,28
Junio	4,14
Julio	4,31
Agosto	4,62
Septiembre	4,97
Octubre	4,89
Noviembre	4,94
Diciembre	4,84
<b>Promedio</b>	<b>4,58</b>

La menor Radiación es en el mes de junio con un valor 4,14 KW-h/m<sup>2</sup>-día. Correspondiente a 4,14 HSP, con una media mundial de 1000 W/m<sup>2</sup>.

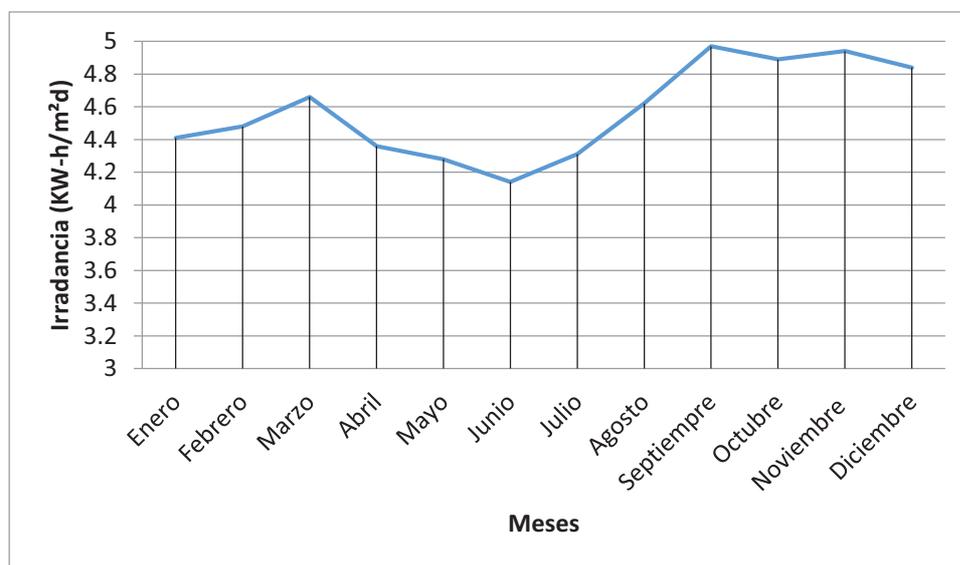


Figura 30 Irradiación solar mensual (CONELEC)

## 3.3.5. Radiación solar mediante el Software ISOCAD

Este programa informático fue realizado por Marina Rosales para la empresa Isofotón de Málaga, el cual fue difundido para uso académico.

Tabla 10

## Radiación determinada mediante ISOCAD

Mes	Irradiancia (KW-h/m <sup>2</sup> día)
Enero	4,5
Febrero	4,39
Marzo	4,28
Abril	4,28
Mayo	4,47
Junio	4,28
Julio	4,83
Agosto	4,94
Septiembre	4,58
Octubre	4,67
Noviembre	4,44
Diciembre	4,42
<b>Promedio</b>	<b>4,51</b>

La menor Radiación es en los meses de marzo, abril y junio con un valor de 4,28 kW-h/m<sup>2</sup> día. Correspondiente a 4,28 HSP, con una media mundial de 1000 W/m<sup>2</sup>.

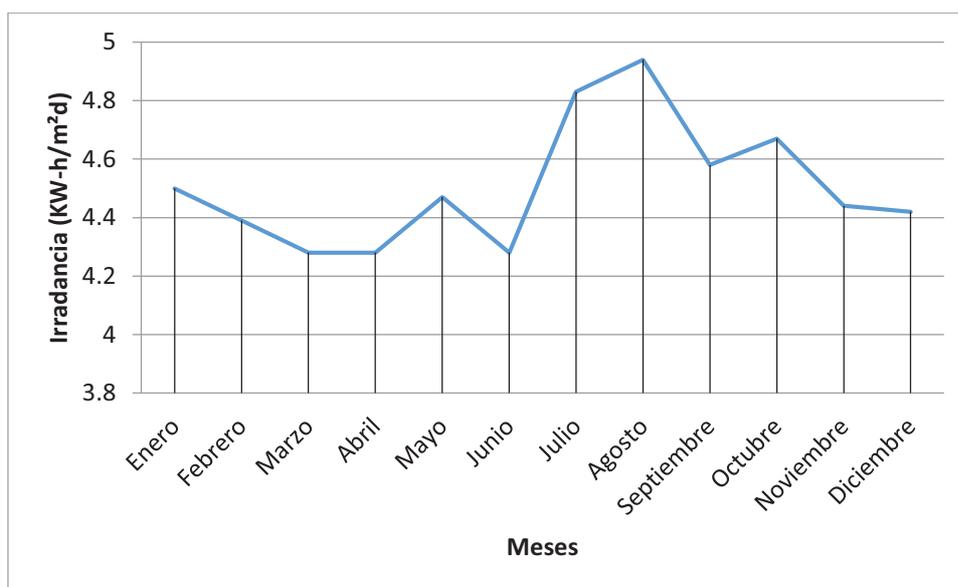
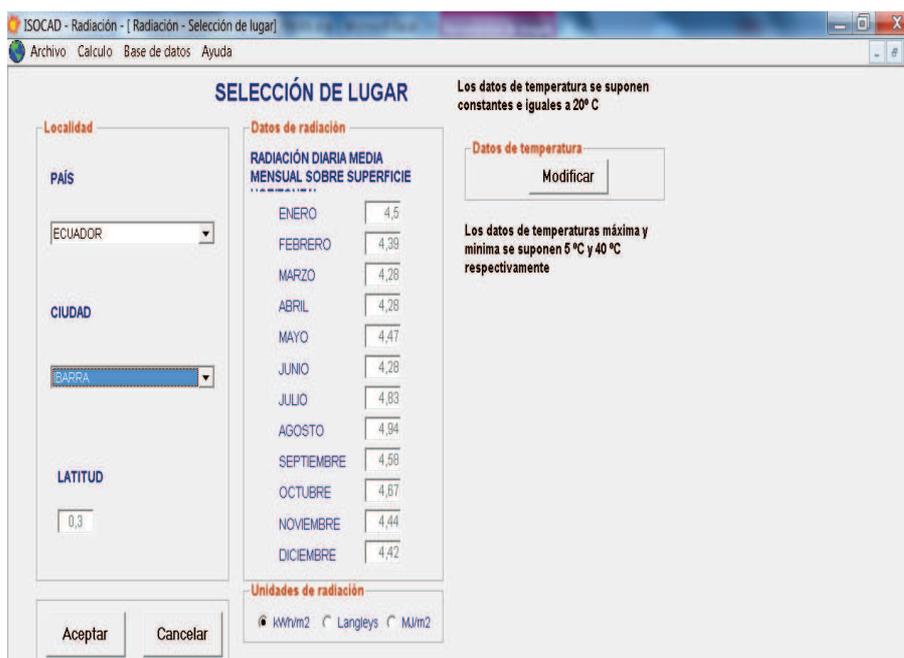


Figura 31 Resultados de Irradiación solar (ISOCAD)



**Figura 32 Irradiación por mes utilizando el Software ISOCAD**  
Fuente: ISOCAD, 2015

### 3.3.6. Análisis de radiación solar con los diferentes métodos propuestos.

Obtenidos los datos de radiación solar local por varios métodos se obtiene un promedio en (HSP), que se presenta a continuación:

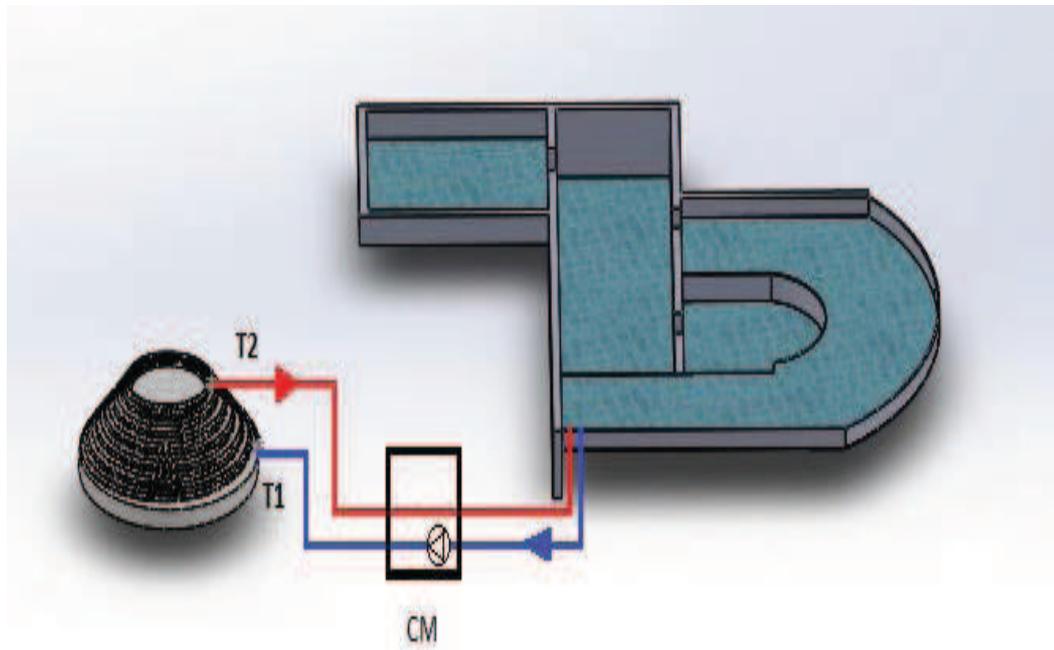
**Tabla 11**

#### **Promedio de la Radiación Solar Local en HSP.**

MÉTODO	MES PEOR	RADIACIÓN (W-h/m <sup>2</sup> )
PAGE	4,02 Junio	4,31
CONELEC	4,14 Junio	4,58
ISOCAD	4,28 Junio	4,51
NASA	3,69 Diciembre	3,96
<b>PROMEDIO(HSP)</b>	<b>4,03</b>	<b>4,15</b>

De acuerdo con la tabla 11, los métodos Page, CONELEC e ISOCAD concuerdan que el mes peor es junio mientras que para la NASA el mes peor es diciembre con un valor 3,69 HSP.

### 3.4. Evaluación energética de los colectores



**Figura 33 Circuito hidráulico de la piscina**

- T2 Salida agua caliente
- T1 Entrada agua fría
- CM Casa de maquinas
- Línea de agua caliente
- Línea de agua fría
- ⊙ Bomba de agua 6 HP

Para la evaluación energética de los colectores tenemos la entrada de agua fría T1 en la parte inferior del cono que proviene de la piscina y con una bomba se hace circular el agua, y la salida de agua caliente T2 que circula a través de los tubos concéntricos en espiral y una vez alcanzada la temperatura de confort ingresa nuevamente a la piscina que tiene un volumen de 125 m<sup>3</sup> como se observa en la figura 33. Teniendo todas dimensiones del colector y datos tomados en los ensayos se procede a realizar los cálculos con ayuda del software Mathcad.

**ÁREA DE COLECTORES**

$hc := 1.25$	(m)	Altura del colector
$Dc := 6$	(m)	Diámetro de la base del colector
$dc := 2.1$	(m)	Diámetro superior del colector
$gc := \sqrt{\left(\frac{Dc - dc}{2}\right)^2 + hc^2}$	(m)	Diagonal del colector
$gc = 2.316$	(m)	
$Ac := \frac{\pi}{2} \cdot gc \cdot (Dc + dc)$	(m <sup>2</sup> )	Área del colector
$Ac = 29.471$	(m <sup>2</sup> )	
$Atc := 6 \cdot Ac$	(m <sup>2</sup> )	Área total 6 colectores
$Atc = 176.824$	(m <sup>2</sup> )	

**FACTOR DE REMOCIÓN DEL CALOR**

$Ac = 29.471$	(m <sup>2</sup> )	Área del colector
$It := 584.5$	(W/m <sup>2</sup> )	Irradiancia total, global y reflejada
$\tau_{pet} := 0.85$		Transmitancia de la cubierta de PET
$\alpha_p := 0.9$		Absortancia tubería de Polietileno
$k := 0.9$		Factor de sombra y suciedad
$Di := 0.0792$	(m)	Diámetro interior PET
$Do := 0.08$	(m)	Diámetro exterior PET
$di := 0.03175$	(m)	Diámetro interior polietileno
$do := 0.03475$	(m)	Diámetro exterior polietileno
$Ri := 0.0396$	(m)	Radio interior PET

$R_o := 0.040$	(m)	Radio exterior PET
$r_i := 0.016$	(m)	Radio interior polietileno
$r_o := 0.017$	(m)	Radio exterior polietileno
$L_{pet} := 0.28$	(m)	Longitud cilindro PET
$A_b := L_{pet} \cdot D_o$	(m <sup>2</sup> )	Área de captación solar, cilindro PET
$A_b = 0.022$	(m <sup>2</sup> )	
$T_s := T_a - 6$	(°C)	Temperatura cielo
$T_s = 20.4$	(°C)	
$T_{pet} := 29.8$		Temperatura PET
$T_m := 31.3$	(°C)	Temperatura manguera polietileno
$T_1 := 30.4$	(°C)	Temperatura entrada agua
$T_2 := 30.5$	(°C)	Temperatura salida agua
$T_b := \frac{T_1 + T_2}{2}$	(°C)	Temperatura promedio
$T_b = 30.45$	(°C)	
$\epsilon_s := 0.65$		Emisividad cielo, Wilson, p.112
$\epsilon_p := 0.1$		Emisividad polietileno, Wilson, p.112
$\epsilon_{pet} := 0.9$		Emisividad PET
$\alpha_p := 0.9$		Absortancia polietileno, Wilson, p.112
$\alpha_{pet} := 0.6$		Absortancia PET
$h_e := 2.8 + 3 \cdot V_{viento}$	(W / m <sup>2</sup> °C)	Coeficiente de transferencia de calor por convección para regiones anulares con aire estancado, Ec. Wattmuff
$h_e = 5.59$	(W / m <sup>2</sup> °C)	
$k_{pet} := 0.275$	(W / m °K)	Conductividad térmica PET
$k_p := 0.275$	(W / m °K)	Conductividad térmica polietileno
$Pr := 5.62$		Prandtl agua a 30 °C, Pitts
$\rho \alpha := 99.74$	(kg / m <sup>3</sup> )	Densidad agua a 30 °C, Pitts

$\rho_{40} := 99.46$	(kg /m <sup>3</sup> )	Densidad agua a 40 °C, Pitts
$T_{ref} := 40$	(°C)	Temperatura de referencia
$\nu := 8.24 \cdot 10^{-7}$	(m <sup>2</sup> /s)	Viscosidad cinemática agua a 30 C, Pitts
$b := \frac{D_i - d_o}{2}$		
$b = 0.022$		
$\beta := \frac{\rho \alpha \left( \frac{1}{\rho_{40}} - \frac{1}{\rho \alpha} \right)}{T_{ref} - T_b}$		Coefficiente de expansión volumétrica para el aire
$\beta = 2.948 \times 10^{-4}$		
$g := 9.8$	(m/s <sup>2</sup> )	Aceleración de la gravedad
$Gr_b := \frac{g \cdot \beta \cdot (T_m - T_b) \cdot b^3}{\nu^2}$		Número de Grashoff
$Gr_b = 3.97 \times 10^4$		
$Ra_b := Gr_b \cdot Pr$		Número de Rayleigh
$Ra_b = 2.231 \times 10^5$		
$keff := 0.386 \cdot k_p \cdot \left[ \frac{\ln\left(\frac{D_o}{D_i}\right)}{b^{\frac{3}{4}} \cdot \left( \frac{1}{d_o^{\frac{3}{5}}} + \frac{1}{D_i^{\frac{3}{5}}} \right)^{\frac{5}{4}}} \right] \cdot \left( \frac{Pr}{0.861 + Pr} \right)^{\frac{1}{4}} \cdot Ra_b^{\frac{1}{4}}$		
$keff = 0.017$	(W/m °C)	Conductividad térmica efectiva
$U_{top} := \frac{1}{\frac{R_o \cdot \ln\left(\frac{R_i}{r_o}\right)}{keff} + \frac{R_o \cdot \ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right)}{k_{pet}} + \frac{1}{h_e}}$		Coefficiente global de transferencia de calor

$U_{top} = 0.467$	(W /m <sup>2</sup> °C)	Coefficiente global de transferencia de calor
$U_L := 10$	(W /m <sup>2</sup> °C)	Coefficiente global de transferencia de calor para líquido que fluye contra gas en reposo
$\tau\alpha := 1.02 \cdot \tau_{pet} \cdot \alpha_p$		FR ( $\tau\alpha$ ) varia 0.6-0.7
$\tau\alpha = 0.78$		Factor óptico
$Fr := \frac{0.7}{\tau\alpha}$		Factor de remoción de calor
$Fr = 0.897$		
$T_{fl} := 28.6$	(°C)	Temperatura colector
$I_t = 584.5$	(W /m <sup>2</sup> °C)	Irradiancia total
$Q := A_{tc} \cdot Fr \cdot [I_t \cdot k \cdot \tau_{pet} \cdot \alpha_p - U_{top} \cdot (T_{fl} - T_a)]$		
$Q = 6.367 \times 10^4$	(W)	

### CÁLCULO NÚMERO DE CILINDROS DE PET

$A_{pet} := L_{pet} \cdot D_o$		
$A_{pet} = 0.022$	(m <sup>2</sup> )	Área de la botella PET
$F_c := 0.7$		Factor de cobertura del colector
$A_c = 29.471$	(m <sup>2</sup> )	Área de colector
$A_{c1} := F_c \cdot A_c$		
$A_{c1} = 20.629$		
$N_{pet} := \frac{A_{c1}}{A_{pet}}$		Número de cilindros de PET por colector
$N_{pet} = 920.958$	(botellas)	
$N_{petT} := N_{pet} \cdot 6 = 5525.747$	(botellas)	Número de cilindros en los 6 colectores, por área

### CÁLCULO DE LA ENERGÍA TÉRMICA DE UN CILINDRO DE PET

$\rho_c := 0.8$		Reflectividad de la pared del colector, pintura blanca
$\gamma := 0.95$		Factor de imperfecciones superficiales
$\alpha_p = 0.9$		Absortancia de polietileno
$\tau_{pet} = 0.85$		Transmitancia del PET
$k = 0.9$		Factor de sombra y suciedad
$F_f := 0.95$		Factor de forma
$\eta_c := \rho_c \cdot \tau_{pet} \cdot \alpha_p \cdot \gamma \cdot k \cdot F_f$		Eficiencia óptica instantánea, Almanza
$\eta_c = 0.497$		
$IM := 1000$	(W /m <sup>2</sup> )	Media mundial de la irradiancia
$Q_{pet} := \eta_c \cdot IM \cdot A_{pet}$	(W)	Calor ganado por el PET
$Q_{pet} = 11.135$	(W)	Calor captado por un cilindro de PET
$N_{pet2} := \frac{Q}{Q_{pet}}$	(botellas)	Número de cilindros de PET
$N_{pet2} = 5.718 \times 10^3$	(botellas)	

### CARACTERIZACIÓN AREA DE COLECTORES RESPECTO AL VOLUMEN

$V_t = 125$	(m <sup>3</sup> )	Volumen agua de la piscina
$V_{t1} := V_t \cdot 1000$		
$V_{t1} = 1.25 \times 10^5$	(lt)	
$A_{tc} = 176.824$	(m <sup>2</sup> )	Área total 6 colectores
$Normativa := \frac{V_{t1}}{A_{tc}}$		
$Normativa = 706.918$	$\left( \frac{lt}{m^2 \cdot dia} \right)$	1 m <sup>2</sup> de colector en espiral, cónico puede calentar 706 litros de agua por día

### 3.5. Análisis energético de la piscina

#### CALOR NECESARIO PARA CALENTAR EL AGUA EN LA PISCINA, E1

$Th1 := 23$	(°C)	Temperatura inicial de la piscina, tomado de los ensayos
$Th2 := 28.3$	(°C)	Temperatura final de la piscina, tomado de los ensayos
$M := 125000$	(kg)	Masa total de agua a calentar
$Vt := \frac{M}{1000}$	(m <sup>3</sup> )	Volumen de agua
$Vt = 125$	(m <sup>3</sup> )	
$Fcal := 0.5$		Factor de calentamiento uniforme
$HSP := 5.5$	(Horas)	Horas de sol pico, Mes Peor
$Cp_{agua} := 1$	$\left(\frac{\text{Kcal}}{\text{kg}^\circ\text{K}}\right)$	Calor específico del agua, Cengel, p.728
$Mc := M \cdot Fcal$	(kg)	Masa de agua a 28.3 °C
$Mc = 6.25 \times 10^4$	(kg)	
$Qu := \frac{Mc}{HSP} \cdot Cp_{agua} \cdot (Th2 - Th1)$		Calor útil
$Qu = 6.023 \times 10^4$	$\left(\frac{\text{Kcal}}{\text{hr}}\right)$	
$1 \text{ (Kw)} = 860 \text{ (Kcal/hr)}$		Factor de conversión
$Qu2 := \frac{Qu}{860}$	(KWt)	Calor útil
$Qu2 = 70.032$	(KWt)	

**Calor perdido por evaporación del agua**

$V_{\text{viento}} := 0.93$	(m/s)	Velocidad del viento, tomado de los ensayos
$Th_2 = 28.3$	(°C)	Temperatura final de la piscina, ensayos
$Ta := 26.4$	(°C)	Temperatura ambiente, ensayos
$Wa := 0.3$		Humedad relativa en los alrededores de la piscina, ensayos
$Wp := 0.34$		Relación de humedad de saturación a la temperatura de la piscina
$Asp := 98.8$	(m <sup>2</sup> )	Área de la superficie de la piscina
$Po := 101325$	(Pa)	Presión atmosférica local
$z := 1950$	(m.s.n.m)	Altura geográfica local
$Patm1 := Po \cdot \left( \frac{288 - 0.0065 \cdot z}{288} \right)^{5.256}$	(Pa)	Presión atmosférica, Corvalan, p.4-5
$Patm1 = 7.998 \times 10^4$	(Pa)	
$Patm := \frac{Patm1}{1000}$	(KPa)	Presión atmosférica
$Patm = 79.979$	(KPa)	
$Qe := Patm \cdot \left[ 35 \cdot V_{\text{viento}} + 43 \cdot (Th_2 - Ta)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot (Wp - Wa)$		
$Qe = 274.516$	(W /m <sup>2</sup> )	Calor perdido por evaporación
$Qpe1 := Qe \cdot Asp$	(W)	Calor perdido por evaporación en la piscina
$Qpe := \frac{Qpe1}{1000}$	(KW)	Calor perdido por evaporación
$Qpe = 27.122$	(KW)	

**Calor perdido por convección natural**

$Q_e = 274.516$	$(W/m^2)$	Calor perdido por evaporación
$A_{sp} = 98.8$	$(m^2)$	Área superficial de la piscina
$Th_2 = 28.3$	$(^\circ C)$	Temperatura final del agua de la piscina
$T_a = 26.4$	$(^\circ C)$	Temperatura del ambiente
$W_p = 0.34$		Relación de humedad a la temperatura de la piscina
$W_a = 0.3$		Humedad relativa en los alrededores de la piscina
$Q_c := Q_e \cdot 0.0006 \cdot \left( \frac{Th_2 - T_a}{W_p - W_a} \right)$	$(W/m^2)$	Calor perdido por convección piscina-ambiente Douglass E. Root Jr, 1959
$Q_c = 7.824$	$(W/m^2)$	
$Q_{pc} := \frac{A_{sp}}{1000} \cdot Q_c$	$(KW)$	Calor perdido por convección piscina-ambiente
$Q_{pc} = 0.773$	$(KW)$	

**Calor perdido por conducción**

$A_{lp} := 68.59$	$(m^2)$	Área lateral de las paredes de la piscina
$Th_2 = 28.3$	$(^\circ C)$	Temperatura de la piscina
$T_a = 26.4$	$(^\circ C)$	Temperatura ambiente
$U := 10$	$(W/m^2 \ ^\circ C)$	Coefficiente global de transferencia de calor de líquido a gas en convección libre, Beek.
$Q_{pd1} := U \cdot A_{lp} \cdot (Th_2 - T_a)$	$(W)$	Calor perdido por conducción piscina-paredes
$Q_{pd} := \frac{Q_{pd1}}{1000}$	$(KW)$	
$Q_{pd} = 1.303$	$(KW)$	Calor perdido por conducción piscina-paredes

**Calor perdido por radiación hacia el ambiente**

$\varepsilon_{\text{agua}} := 0.95$		Emisividad del agua Pitts, Tabla B-6,p.320
$\sigma := 5.67 \cdot 10^{-8}$	(W/m <sup>2</sup> °K <sup>4</sup> )	Constante de Stefan - Boltzmann
$A_{\text{sp}} = 98.8$	(m <sup>2</sup> )	Área superficial de la piscina
$T_{\text{a1}} := T_{\text{a}} + 273$	(°K)	Temperatura ambiente
$T_{\text{a1}} = 299.4$	(°K)	
$T_{\text{pool2}} := T_{\text{h2}} + 273$	(°K)	Temperatura de la piscina
$T_{\text{pool2}} = 301.3$	(°K)	
$T_{\text{prom}} := \frac{T_{\text{pool2}} + T_{\text{a1}}}{2}$	(°K)	Temperatura promedio
$T_{\text{prom}} = 300.35$	(°K)	
$hr1 := 4 \cdot \varepsilon_{\text{agua}} \cdot \sigma \cdot T_{\text{prom}}^3$	(W/m <sup>2</sup> °C)	Coefficiente de transferencia de calor por radiación
$hr1 = 5.838$	(W/m <sup>2</sup> °C)	
$Q_{\text{pr1}} := hr1 \cdot A_{\text{sp}} \cdot (T_{\text{h2}} - T_{\text{a}})$	(W)	Calor perdido por radiación desde la superficie del líquido
$Q_{\text{pr1}} = 1.096 \times 10^3$	(W)	
$Q_{\text{pr}} := \frac{Q_{\text{pr1}}}{1000}$	(KW)	Calor perdido por radiación desde la superficie del líquido
$Q_{\text{pr}} = 1.096$	(KW)	

**BALANCE ENERGÉTICO DE LA PISCINA**

$Q_{\text{pt}}$  : calor total perdido por la piscina (KW)

$Q_{\text{pe}}$  : calor perdido por evaporación (KW)

$Q_{\text{pc}}$  : calor perdido por convección (KW)

$Q_{\text{pd}}$  : calor perdido por conducción (KW)

$Q_{\text{pr}}$  : calor perdido por radiación (KW)

$$Q_{\text{pt}} := Q_{\text{pe}} + Q_{\text{pc}} + Q_{\text{pd}} + Q_{\text{pr}}$$

$$Q_{\text{pt}} = 30.294 \quad (\text{KW})$$

**Tabla 12**  
**Parámetros energéticos importantes**

DESCRIPCIÓN	SÍMBOLO	CANTIDAD	UNIDAD
Calor útil para calentar el agua de la piscina	Qu2	70.032	KW
Factor de remoción	Fr	0.897	
Calor perdido por evaporación	Qpe	27.122	KW
Calor perdido por convección natural	Qpc	0.773	KW
Calor perdido por conducción	Qpd	1.303	KW
Calor perdido por radiación hacia el ambiente	Qpr	1.096	KW
Calor total de pérdidas de la piscina	Qpt	30.294	KW
Calor útil de 6 colectores	Q	63.67	KW
Relación volumen - Área	Normativa	706.9	lt/m <sup>2</sup> *día
Eficiencia instantánea	$\eta_c$	0.497	

### 3.6. Eficiencia energética del calentador

**Tabla 13**  
**Eficiencia promedio de todos los ensayos**

ENSAYO Orden No	CALENTADOR CÓNICO					RADIACIÓN			$\eta$	U (T2- Ta)/I <sub>g</sub>
	T1 (°C)	T2 (°C)	T <sub>pet</sub> (°C)	T <sub>m</sub> (°C)	I <sub>col</sub> (W/m <sup>2</sup> )	I <sub>g</sub> (W/m <sup>2</sup> )	I <sub>d</sub> (W/m <sup>2</sup> )	I <sub>a</sub> (W/m <sup>2</sup> )		
1	29.1	29.3	26.2	25.8	128.0	433.8	159.8	150.6	0.48	0.05
2	28.6	27.7	26.2	25.8	138.9	595.7	272.8	234.2	0.5	0.04
3	30.8	29.7	27.00	27.15	118.5	654.8	201.6	140.1	0.47	0.05
4	32.25	32.81	29.52	28.95	179.9	478.3	138.8	117.7	0.44	0.09
5	31.32	32.84	29.8	28.7	213.9	616.89	149	160.6	0.465	0.06
<b>PROMEDIOS</b>	<b>30.4</b>	<b>30.5</b>	<b>27.7</b>	<b>27.3</b>	<b>155.9</b>	<b>555.9</b>	<b>184.4</b>	<b>160.7</b>	<b>0.47</b>	<b>0.1</b>

De acuerdo con la tabla anterior la eficiencia energética del colector solar cónico con tubos concéntricos en espiral es del 47 %, con una irradiancia total 716,6 (W/m<sup>2</sup>).

### 3.7. Caracterización entre área y volumen de calentamiento.

Cada metro cuadrado de colector cónico puede calentar 706 litros de agua por día desde una temperatura de 26,4 °C hasta 28,8 °C.

### 3.8. Validación del sistema.

**Tabla 14**

**Parámetros energéticos del colector solar cónico, ensayo 1**

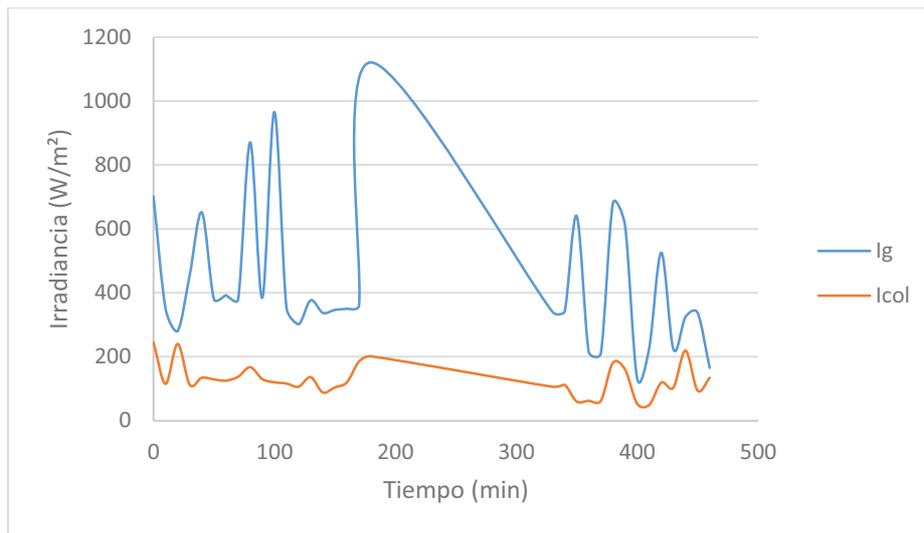
Orden No	GENERAL		COLECTOR CÓNICO					RADIACIÓN			$\eta$	U (T <sub>2</sub> -T <sub>a</sub> )/I <sub>g</sub>
	Hora hh:mm	Tiempo min	T1 (°C)	T2 (°C)	T <sub>pet</sub> (°C)	T <sub>m</sub> (°C)	I <sub>col</sub> (W/m <sup>2</sup> )	I <sub>g</sub> (W/m <sup>2</sup> )	I <sub>d</sub> (W/m <sup>2</sup> )	I <sub>a</sub> (W/m <sup>2</sup> )		
1	09:20	0	26	30	31	25	245	701	68	140	0.44	0.08
2	09:30	10	25	24	24	23	115	350	125	123	0.49	0.03
3	09:40	20	23.7	28.3	23.4	25.6	240	280	120	100	0.41	0.13
4	09:50	30	25.9	30.2	25.6	26.1	112	455	191	172	0.42	0.11
5	10:00	40	28	30.5	25.7	28.8	134	651	180	330	0.45	0.07
6	10:10	50	27.7	30	25.5	27.4	129	380	133	129	0.42	0.11
7	10:20	60	29.6	30.3	24.9	25.2	125	392	206	118	0.43	0.11
8	10:30	70	30.2	32.6	28.8	27	137	378	188	122	0.39	0.15
9	10:40	80	27.9	31.4	31.5	28	167	870	132	282	0.48	0.05
10	10:50	90	28.9	28.1	25.3	25.5	130	384	177	141	0.50	0.02
11	11:00	100	29.8	31.5	31	30.5	120	965	144	260	0.49	0.03
12	11:10	110	31.2	30.7	25.5	26	116	353	147	116	0.47	0.06
13	11:20	120	29.8	29.3	26.1	26	106	301	124	97	0.48	0.05
14	11:30	130	32.1	30	25	25	136	376	93	112	0.47	0.06
15	11:40	140	31.1	30.2	25.6	26.1	88	337	123	104	0.46	0.07
16	11:50	150	31.4	32.2	31.2	28.8	104	346	180	148	0.49	0.03
17	12:00	160	31.5	31.6	23.8	24.1	120	350	109	220	0.50	0.02
18	12:10	170	31.6	31.5	27	27.4	185	360	144	208	0.50	0.02
19	12:20	180	31.7	31.7	22.4	24.8	201	1120	115	202	0.51	0.01
20	14:50	330	31.2	35.2	28.6	28	106	340	125	98	0.44	0.09
21	15:00	340	31.8	31	27.1	24.4	112	340	133	131	0.50	0.02
22	15:10	350	33	27.8	25.2	24.9	60	640	80	107	0.51	0.01
23	15:20	360	26.8	27.5	24.2	23.8	62	215	100	58	0.51	0.01
24	15:30	370	28.4	26.7	25.7	25.1	62	210	100	103	0.51	0.00
25	15:40	380	32.2	28.3	28.7	26.9	181	680	106	170	0.50	0.02
26	15:50	390	31	28.2	25.8	24.4	160	610	320	138	0.51	0.01
27	16:00	400	27.9	27.3	24.1	23.8	53	132	95	43	0.49	0.03
28	16:10	410	28.3	26.5	24.7	25.2	49	227	72	80	0.51	0.01
29	16:20	420	29.9	28.2	26.8	26.2	119	525	186	82	0.49	0.03
30	16:30	430	27.7	26.8	25.4	25.7	103	223	159	102	0.48	0.04
31	16:40	440	26.6	26.2	24.1	24.3	219	324	384	170	0.50	0.02
32	16:50	450	26.2	26.2	24.6	24.2	94	337	363	273	0.50	0.02
33	17:00	460	27.1	26.9	24.8	25.4	134	165	351	292	0.44	0.08
<b>PROMEDIO</b>			<b>29.1</b>	<b>29.3</b>	<b>26.2</b>	<b>25.8</b>	<b>128.0</b>	<b>433.8</b>	<b>159.8</b>	<b>150.6</b>	<b>0.48</b>	<b>0.049</b>

De acuerdo con la tabla 14 para una irradiancia global de 433.8 (W/m<sup>2</sup>) y albedo de 150.6, se consigue una eficiencia energética del 48 %.

**Tabla 15**  
**Parámetros energéticos de la piscina, ensayo 1**

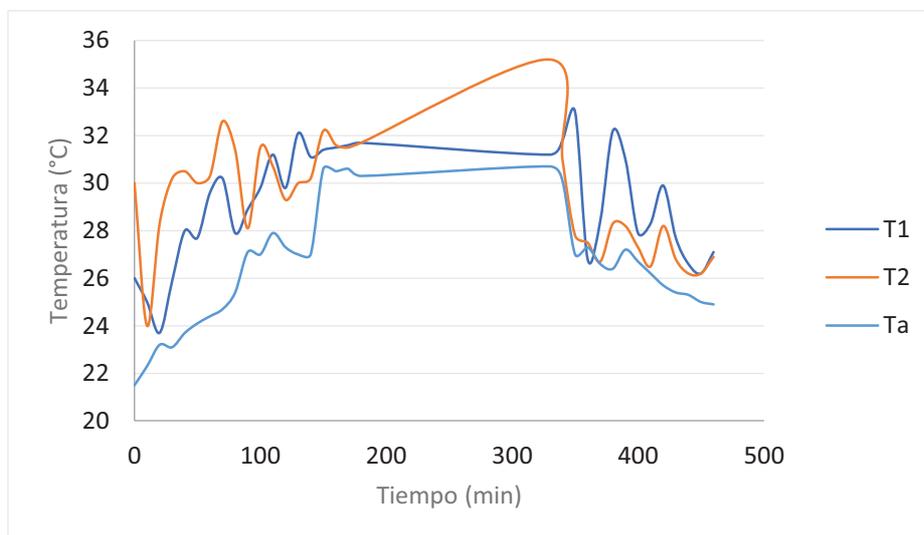
Orden No	GENERAL		AMBIENTE			PISCINA	
	Hora hh:mm	Tiempo min	Ta (°C)	Hr (%)	Vviento (m/s)	Th (°C)	Ts (°C)
1	09:20	0	21.5	41	0.99	23	17.5
2	09:30	10	22.3	40	0.16	23	15.7
3	09:40	20	23.2	38	0.36	23.7	18.3
4	09:50	30	23.1	37	1.55	23.2	18.9
5	10:00	40	23.7	37	0.22	23.2	17.8
6	10:10	50	24.1	35	2.25	23.2	18
7	10:20	60	24.4	35	2.46	23.2	18
8	10:30	70	24.7	35	1.71	23.5	18.2
9	10:40	80	25.4	32	1.01	23.1	18.9
10	10:50	90	27.1	30	0.33	22.9	19.3
11	11:00	100	27	30	0.33	22.7	20.9
12	11:10	110	27.9	29	1.65	23.2	21.6
13	11:20	120	27.3	29	0.23	23	21.4
14	11:30	130	27	27	0.88	23.9	20.9
15	11:40	140	27	29	0.2	24	21.5
16	11:50	150	30.6	24	0.69	25.1	21.1
17	12:00	160	30.5	16	0.2	24.1	21.5
18	12:10	170	30.6	22	0.3	25.3	23.1
19	12:20	180	30.3	23	0.53	25.3	23.2
20	14:50	330	30.7	18	0.33	26.6	23.1
21	15:00	340	30.1	21	0.47	25.9	22
22	15:10	350	27	21	0.31	25.9	22.3
23	15:20	360	27.3	26	1.4	25.3	23
24	15:30	370	26.6	30	0.53	25.1	21
25	15:40	380	26.4	29	1.52	25	21.7
26	15:50	390	27.2	30	1.02	27.3	20.2
27	16:00	400	26.7	31	0.54	26.8	20.8
28	16:10	410	26.2	31	1.22	27.5	20
29	16:20	420	25.7	32	1.51	27	20.8
30	16:30	430	25.4	32	0.84	27	20.3
31	16:40	440	25.3	33	3.12	27.5	19.4
32	16:50	450	25	34	0.34	27.8	21.2
33	17:00	460	24.9	34	1.46	28.3	22.5
	<b>PROMEDIO</b>		<b>26.4</b>	<b>30.0</b>	<b>0.93</b>	<b>24.9</b>	<b>20.4</b>

En cuanto a los datos del proceso de calentamiento de la piscina de 125 m<sup>3</sup> la temperatura inicial del agua es de 23 °C. En un tiempo 7.6 horas se alcanza una temperatura del agua de 28.3 °C que se encuentra dentro del rango de confort térmico, con un mínimo de 28 °C. Aquí es importante indicar que la velocidad del viento promedio es de 0.93 (m/s) por lo que el coeficiente de convección se aproxima a 6 (W/m<sup>2</sup>°C). Para evitar esta pérdida es recomendable utilizar manta térmica a partir de las dos de la tarde que es la hora en la cual el ángulo de dirección de la radiación con respecto a la normal a la piscina tiende a aumentar.



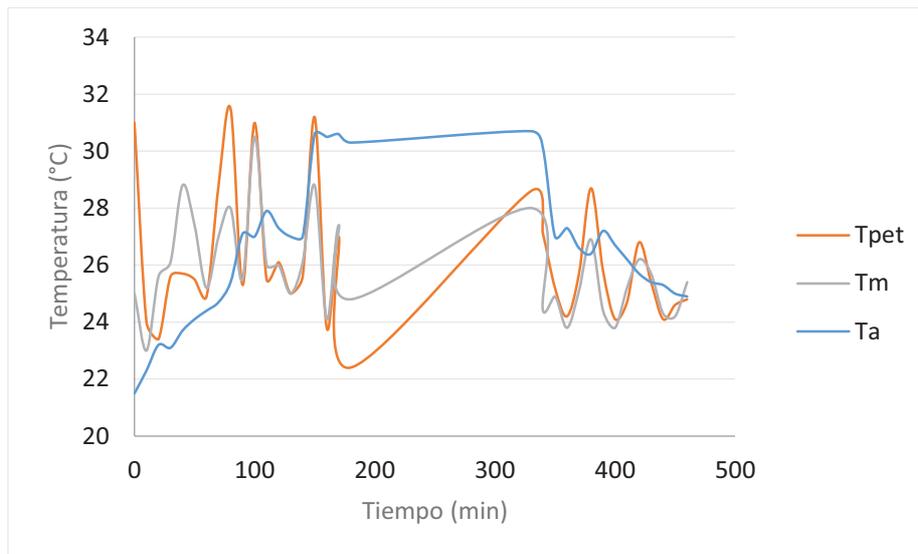
**Figura 34 Irradiancia de pared del colector**

En este gráfico se puede observar que la irradiancia de la pared del colector es mucho menor a la irradiancia solar y su variación es directa, es decir si aumenta el brillo solar, se incrementa la Reflectividad de la pared.



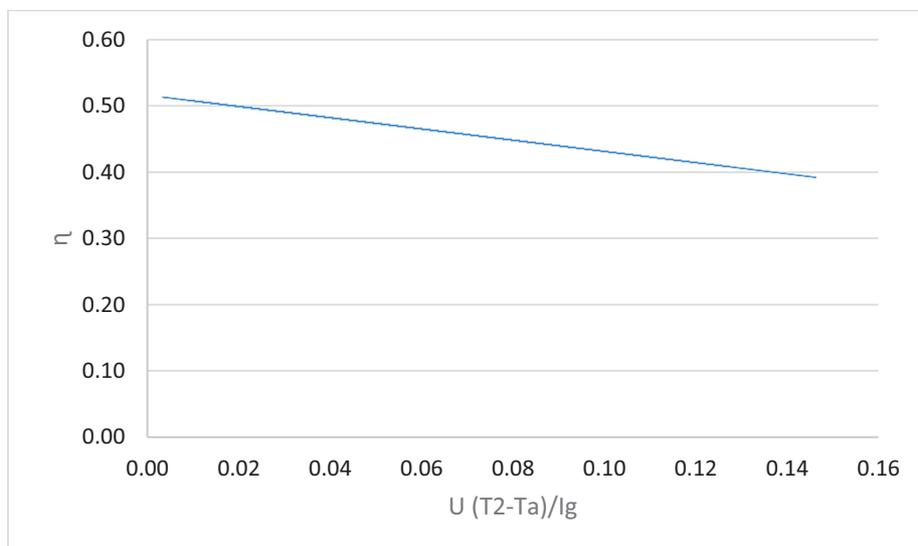
**Figura 35 Temperatura del colector**

Al analizar las curvas de temperatura del colector se encuentra que T2 es superior a la temperatura ambiente y a la temperatura de entrada, consiguiendo un gradiente de 0.2 °C, debido al sistema de control que funciona cuando el agua en el captador alcanza un rango de 28 a 29 °C.



**Figura 36 Temperatura del absorbedor**

Tunas y cabras es una zona calurosa, de baja nubosidad y moderada presencia de viento, por esta razón se puede indicar que la temperatura de la manguera de polietileno y la envolvente de PET, en algunos casos es inferior a la temperatura ambiental.



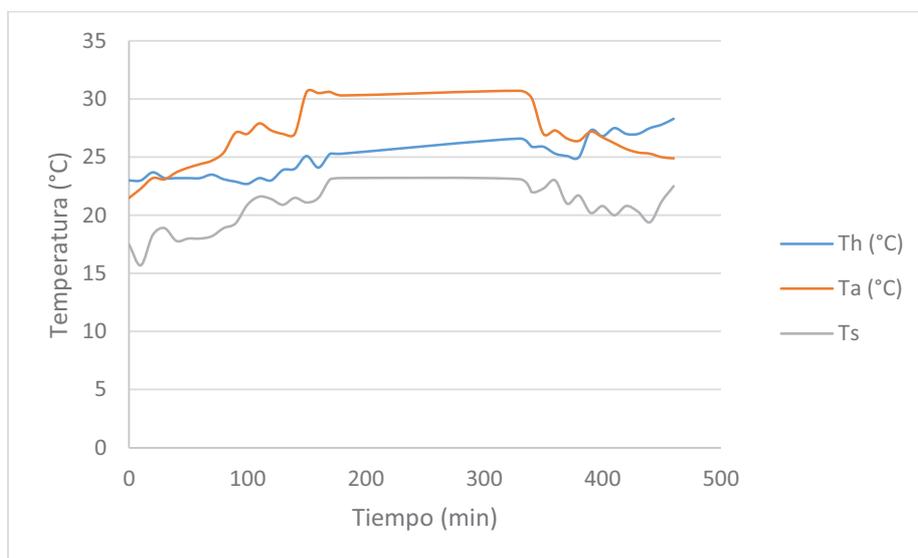
**Figura 37 Eficiencia del colector**

La curva de eficiencia del colector solar cónico con absorbedor con tubos concéntricos en espiral se aproxima a una línea recta, donde de acuerdo con la gráfica el límite superior sobrepasa el 50% y en el límite inferior esta alrededor del 40 %. La ecuación de la eficiencia del colector es:

$$n = 0.5 - \frac{5.95 (T_2 - T_a)}{I} \quad (87)$$

Dónde:

$T_2$  temperatura del colector;  $T_a$  temperatura ambiente,  $I$  irradiancia total, la suma de la radiación global y albedo.



**Figura 38 Temperatura de la piscina**

De acuerdo con los ensayos realizados, y en cada uno de ellos, durante el proceso de calentamiento de la piscina se ha logrado alcanzar la temperatura de confort de 28 °C comprobando la validez del sistema instalado.

## CAPÍTULO IV

### ANÁLISIS DE COSTOS DE LA EVALUACIÓN ENERGÉTICA.

#### 4.1. Costos directos.

##### a) Responsable del proyecto

##### HONORARIOS ESTUDIANTES

Ítem	Descripción	Unidad	Cantidad	Costo Unitario (\$)	Costo Total (\$)
1	Investigador	Horas	400	4	1600
2	Asistente de investigación	Horas	20	4	80
					<b>1680</b>

##### b) Materiales y equipos

Ítem	Descripción	Unidad	Cantidad	Costo Unitario (\$)	Costo Total (\$)
1	Heliógrafo	Horas	40	15	600
2	Pirómetro radiación global	Horas	40	5	200
3	Termómetro laser	Horas	40	5	200
4	Higrotermómetro	Horas	40	2	80
5	Anemómetro	Horas	40	5	200
6	Termocuplas	Horas	40	4	160
<b>TOTAL (USD)</b>					<b>1440</b>

##### c) Otros costos directos

Ítem	Descripción	Costo Total (\$)
1	Transporte de equipos	100
2	Accesorios	50
<b>TOTAL (USD)</b>		<b>150</b>

## 4.2. Costos indirectos

### a) Asesor

#### HONORARIOS PROFESIONALES

Ítem	Descripción	Unidad	Cantidad	Costo Unitario (\$)	Costo Total (\$)
1	Director	Horas	40	25	1000
<b>TOTAL</b>					<b>1000</b>

### b) Insumos de oficina

#### GASTOS GENERALES

Ítem	Descripción	Costo Total (\$)
1	Útiles de Oficina	80
2	Transporte	300
3	Servicios Básicos	100
4	Internet	50
5	Impresiones	150
6	Varios	100
		<b>780</b>

## 4.3. Presupuesto

#### TOTAL COSTOS GENERALES

COSTOS INDIRECTOS	
a) Asesores	1000
b) Insumos de oficina	780
COSTOS DIRECTOS	
a) Responsables del proyecto	1680
b) Materiales y equipos	1440
c) Otros costos directos	150
<b>Subtotal</b>	<b>5050</b>
<b>IMPREVISTOS (3% del Subtotal)</b>	<b>151.5</b>
<b>TOTAL GENERAL (USD)</b>	<b>5201.5</b>

El costo total de la evaluación energética del sistema de calentamiento de la piscina de Tunas y Cabras es de \$5.201,5 (Cinco mil doscientos uno con 50/100).

## CAPÍTULO V

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 5.1. Conclusiones.

- Con 6000 cilindros de PET de 28x8 cm se consigue calentar  $125\text{m}^3$  desde una temperatura de  $22^\circ\text{C}$  del agua expuesta al sol hasta una temperatura de confort térmico de  $28^\circ\text{C}$ .
- El calentador solar de forma cónica tiene 6m en su base y 2.5m en la parte superior, en su superficie se pueden enrollar en forma de espiral, 21 espiras, que en cada vuelta reducen su longitud.
- En el calentador solar se alimenta el agua fría por la parte inferior del cono, luego rota y se calienta en los tubos helicoidales y sale por la parte superior del sistema.
- La radiación solar total que incide sobre el captador es de  $716.6\text{ W/m}^2$  que incluye radiación global y albedo. La media de la radiación del suelo de hierba es de  $160,7\text{ W/m}^2$ .
- El calor necesario útil para calentar el agua desde  $22^\circ\text{C}$  a  $18^\circ\text{C}$  es de 70 KW, mientras que el calor de reposición por pérdidas utilizando 6 colectores alcanza los 63.67 KW. Por otra parte, para alcanzar la temperatura de confort térmico se requiere abastecer una cantidad de calor de 30,29 KW para compensar las pérdidas de energía térmica de la piscina.
- En el Ecuador en forma tradicional, para el calentamiento de piscinas se utilizaba bunker o diesel que son combustibles deficitarios, contaminantes y subsidiados por el estado. En los últimos años se han

implementado centenares de sistemas de calentamiento de agua con energía solar utilizando colectores planos con tuberías de cobre o captadores de tubos de polipropileno marca Heliocol. Es importante indicar que estas tecnologías son una solución al sistema ambiental, sin embargo, tienen alto costo de adquisición.

- El nuevo sistema de calentamiento de la piscina de tunas y cabras, compuesto por seis captadores cónicos tienen un área  $176 \text{ m}^2$ , mientras que la piscina es de  $98.8 \text{ m}^2$ , al hacer una relación de áreas esta es de 1.8. Que es mayor con respecto al valor de 1:1 que se utiliza de manera empírica, con criterios del fabricante.
- El sector donde se realizó esta investigación está ubicado en la provincia de Imbabura, Pimán alto con latitud y longitud de  $0.4$ ,  $-78.00667^\circ$ , donde incide una importante radiación solar que sobre pasa los  $600 \text{ W/m}^2$  y horas de sol pico de hasta 5.5. Esto da a entender que es un sitio adecuado para aplicaciones de la energía solar.

## **5.2. Recomendaciones.**

Como propuesta para trabajos de investigación futura y mejora de esta tecnología de calentamiento de agua con energía solar se sugiere lo siguiente:

- Realizar estudios técnicos para determinación de eficiencia energética y la ganancia térmica variando los tipos y diámetros de tuberías, tanto del absorbedor como de la envolvente semitransparente.
- Determinar los modelos matemáticos y energéticos para curvaturas del ITC, sobre superficies parabólicas o esféricas, con las que se puede lograr aumentar el área de captación de la radiación solar.

- En una investigación posterior, con el propósito de mejorar el proceso de adquisición de datos es necesario que se realice un cambio en el sistema de control de procesos de la piscina de Tunas y Cabras, en vista de que la metodología que utiliza este sistema, consiste en calentar durante un tiempo el agua del interior del colector hasta que alcance los 29 °C y posteriormente evacuarla hacia la piscina. Esta situación dificulta obtener un gradiente de temperatura entre T1 y T2 de entrada y salida al captador.
- Desarrollar los análisis y estudios para determinar la potencia útil de colectores, y el calor perdido por la piscina con o sin manta térmica.

## BIBLIOGRAFÍA

- Alexopoulos, S., & Hoffschmidt, B. (2010). Planta de torre solar en Alemania y perspectivas futuras de desarrollo. *Renewable Energy*, 2.
- Cengel, Y. (2004). *Transferencia de Calor* (2 da ed.). Mexico: Mc Graw Hill.
- Czarnecki J. T., C. (1963). A Method of Heating Swimming Pools by Solar Energy. *Solar Energy*, 3 - 7.
- Douglass E. Root Jr. (1959). Enginneering Approach to Swimming Pool Heating. *Solar Energy*, 60-64.
- Duffie. (1991). *Solar Energy Thermal Processes*. New York: Jhon Willey & sons.
- Faires. (1983). *Transferencia de calor*. Mexico: Hispano Americana S.A.
- Gieck, K. (1993). *Manual de formulas tecnicas*. Mexico: Alfaomega.
- Holman, J. (1999). *Transferencia de calor*. Mexico: Continental S.A.
- Hosseini, M., & Sayyaadi, H. (2013). Designing a solar powered Stirling heat engine based on multiple. *Energy conversion and Management*, 3.
- Incropera. (1999). *Fundamneto de transferencia de calor*. Mexico: Pearson Educación.
- Kiseliiov, A., & Kransnov, M. (1985). *Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias*. Sao Paulo: Os Bandeirantes.
- Kreith. (2001). *Principios de transferencia de calor*. Mexico: Thomson.
- Li, Z., & Chen, C. (2010). Modelo de transferencia de calor del colector de tubo de vacío utilizado en circulación forzada en el sistema de calentamiento solar de agua. *Solar Energy*, 3.
- Madrid, A. (2009). *ENERGÍAS RENOVABLES*. Madrid, ESPAÑA: AMV EDICIONES.
- Manrique, J. (2002). *Transferencia de calor*. Mexico: Graficos, S.A. de C.V.
- Mills, A. ((s.f)). *Transferencia de Calor*. Mexico: Iberoamericana S.A.
- Pitts, D. (1979). *Transferencia de Calor* (2 da ed.). Bogota: Mc Graw Hill.
- Santos, E. T., Zárate, L. E., & Pereira, E. (2013). *Modelo híbrido para piscinas basado en sistemas neuronales artificiales* . Minas Gerais.
- Spiegel. (1975). *Matematica superiores*. Cali: McGraw-Hill.

Welty, J. (1998). *Fundamentos de transferencia de momento, calor y masa*. Mexico, D.F: LIMUSA.

Wilson, J. (1982). *La Energía Solar*. Madrid: Alhambra.

Witt, I. F. (1999. 874 p). *Fundamentos de transferencia de calor*. Prentice Hall.

## ACTA DE ENTREGA

El proyecto de investigación denominado **“EVALUACIÓN TERMODINÁMICA, MODELACIÓN MATEMÁTICA Y VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DEL SISTEMA DE CALENTAMIENTO SOLAR DE LA PISCINA DE TUNAS Y CABRAS”**, fue entregado al Departamento de Ciencias de la Energía y Mecánica y reposa en la Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE, desde:

Sangolquí, 18 de Abril 2016

ELABORADO POR:



---

Karina Elizabeth Quillupangui Caizaluisa

CI: 1719169219

AUTORIDAD:

---

Ing. José Pérez, Msc.

DIRECTOR DE LA CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA.