



ESPE

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y
MECÁNICA**

CARRERA DE INGENIERÍA MECATRÓNICA

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN
DEL TÍTULO DE INGENIERÍA MECATRÓNICA**

**TEMA: DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN EQUIPO DE
SONDEO ELÉCTRICO VERTICAL PARA ESTUDIOS DE
ESTRUCTURAS PERMEABLES**

AUTORES:

CÁCERES CASTRO CARLOS EDUARDO

CASTILLO PADILLA LUIS RUBÉN



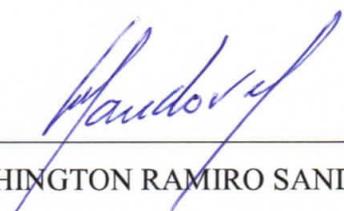
**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y
MECÁNICA**

CARRERA DE INGENIERÍA MECATRÓNICA

CERTIFICACIÓN

Certifico que el trabajo de titulación, “*DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN EQUIPO DE SONDEO ELÉCTRICO VERTICAL PARA ESTUDIOS DE ESTRUCTURAS PERMEABLES*” realizado por los señores *LUIS RUBÉN CASTILLO PADILLA* y *CARLOS EDUARDO CÁCERES CASTRO*, ha sido revisado en su totalidad y cumple con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de Fuerzas Armadas ESPE, por lo tanto me permito acreditarlo y autorizar a los señores *LUIS RUBÉN CASTILLO PADILLA* y *CARLOS EDUARDO CÁCERES CASTRO* para que lo sustenten públicamente.

Sangolquí, 15 de abril de 2016



WASHINGTON RAMIRO SANDOVAL ERAZO
DIRECTOR



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y
MECÁNICA**

CARRERA DE INGENIERÍA MECATRÓNICA

AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD

Nosotros, **LUIS RUBÉN CASTILLO PADILLA**, con cédula de identidad N° 1719520155, y **CARLOS EDUARDO CÁCERES CASTRO** con cédula de identidad N°1718579830, declaramos que este trabajo de titulación “**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN EQUIPO DE SONDEO ELÉCTRICO VERTICAL PARA ESTUDIOS DE ESTRUCTURAS PERMEABLES**” ha sido desarrollado considerando los métodos de investigación existentes, así como también se ha respetado los derechos intelectuales de terceros considerándose las citas bibliográficas.

Consecuentemente declaro que este trabajo es de nuestra autoría, en virtud de ellos nos declaramos responsables del contenido, veracidad y alcance de la investigación mencionada.

Sangolquí, 15 de abril de 2016

CARLOS EDUARDO
CÁCERES CASTRO
CI: 1718579830

LUIS RUBÉN
CASTILLO PADILLA
CI: 1719520155



**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y
MECÁNICA**

CARRERA DE INGENIERÍA MECATRÓNICA

AUTORIZACIÓN

Nosotros, ***LUIS RUBÉN CASTILLO PADILLA***, y ***CARLOS EDUARDO CÁCERES CASTRO***, autorizamos a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar en la biblioteca virtual de la institución el presente trabajo de titulación “***DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN EQUIPO DE SONDEO ELÉCTRICO VERTICAL PARA ESTUDIOS DE ESTRUCTURAS PERMEABLES***” cuyo contenido, ideas y criterios son de nuestra autoría y responsabilidad.

Sangolquí, 25 de abril de 2016

CARLOS EDUARDO
CÁCERES CASTRO
CI: 1718579830

LUIS RUBÉN
CASTILLO PADILLA
CI: 1719520155

DEDICATORIA

A mis padres:
Martha Ximena y Amilcar Eduardo.

A mi abuelos:
Julia, José y Martha.

A mi hermana, Liz.

A mis amigos:
Luis, Oscar, Alex, Nicolás, Mónica, Santiago.

Carlos Eduardo Cáceres Castro

DEDICATORIA

Este, y todos los logros del resto de mi vida se los dedico a mi abuelito, Rubén, por siempre haber estado y por haber creído en mí. Sé que todavía me acompaña y me cuida.

Luis Rubén Castillo Padilla

AGRADECIMIENTOS

A mis padres y familia, por su infinita paciencia y amor, sin ellos nada de esto hubiese sido posible.

A mis amigos, por su apoyo incondicional.

A mi compañero de tesis, este es el primer gran paso en nuestro camino para seguir persiguiendo nuestros sueños.

Al director de carrera de Ingeniería Mecatrónica, Ing. Francisco Terneus, por el apoyo brindado a lo largo de todos estos años, y por creer en nosotros.

A nuestro director de tesis, Ing. Washington Sandoval E. Ph.D., por sus valiosos aportes en este trabajo.

Carlos Eduardo Cáceres Castro

AGRADECIMIENTOS

A mis padres, Luis y Mónica, sin ellos esto no hubiera sido posible.

A mis abuelitos, por el amor incondicional.

A mis tíos, Sandra, Marcia y Alex, por todo el apoyo que me dan y me han dado.

A mis amigos, Alejandro y Jorge, por siempre estar presentes, aún a la distancia.

A mis compañeros y amigos, Carlos y Oscar, por haber alegrado mi tiempo en la Universidad.

Luis Rubén Castillo Padilla

ÍNDICE DE CONTENIDOS

CERTIFICACIÓN.....	ii
AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD.....	iii
AUTORIZACIÓN.....	iv
DEDICATORIA.....	v
AGRADECIMIENTOS.....	vii
ÍNDICE DE CONTENIDOS.....	ix
ÍNDICE DE TABLAS.....	xi
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xii
LISTA DE ANEXOS.....	xiv
RESUMEN.....	xv
ABSTRACT.....	xv
CAPÍTULO 1.....	1
GENERALIDADES.....	1
1.1 Antecedentes.....	1
1.2 Alcance.....	2
1.3 Justificación e Importancia.....	2
1.4 Objetivos.....	3
1.4.1 Objetivos Generales.....	3
1.4.2 Objetivos Específicos.....	3
CAPÍTULO 2:.....	4
MARCO TEÓRICO.....	4
2.1 Generalidades de la filtración.....	4
2.1.1 Terminología de las aguas subterráneas.....	5
2.2 Filtración.....	6
2.2.1 Energía mecánica del agua.....	9
2.2.2 Ley de Darcy y permeabilidad.....	10
2.3 Acuíferos.....	15
2.3.1 Permeabilidad intrínseca.....	15
2.3.2 Transmisibilidad.....	18
2.3.3 Tipos de acuíferos.....	18
2.4 Homogeneidad e isotropía.....	20
2.5 Ecuaciones hidrodinámicas del flujo de agua a través de los suelos.....	21
2.5.1 Balance de masas.....	21
2.5.2 Solución de la Ecuación de Laplace.....	24
2.6 Analogía flujo eléctrico con flujo hidráulico.....	24

2.6.1 Fundamentos del flujo eléctrico	25
2.7 Redes de flujo	27
2.7.1 Cálculos para la red de flujo	32
2.8 Experimento práctico de analogía electro-hidrodinámica.....	43
CAPÍTULO 3:.....	46
DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN	46
3.1 Componentes mecánicos.....	47
3.1.1 Diseño, dimensionamiento y manufactura de componentes mecánicos	47
3.1.2 Implementación de elementos mecánicos	55
3.2 Componentes eléctricos	58
3.2.1 Diseño y dimensionamiento de componentes eléctricos.....	58
3.2.2 Implementación de elementos eléctricos	64
3.3 Programación de la interfaz humano-máquina	67
3.3.1 Adquisición de datos.....	67
3.3.2 Programación de micro-controlador	73
CAPÍTULO 4.....	75
PRUEBAS Y VALIDACIÓN DE RESULTADOS	75
4.1 Desarrollo de pruebas del equipo.....	75
4.1.1 Pruebas de la estructura.....	75
4.1.2 Pruebas del sistema mecánico.....	76
4.1.3 Pruebas del sistema eléctrico	77
4.1.4 Pruebas de la interfaz humano-máquina	78
4.2 Validación de resultados	78
4.2.1 Comparación con datos reales.....	81
CAPÍTULO 5.....	94
ANÁLISIS ECONÓMICO	94
5.1 Costos directos de fabricación	94
5.2 Costos indirectos de fabricación	97
5.3 Costo total del proyecto	97
CAPÍTULO 6.....	99
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	99
6.1 Conclusiones	99
6.2 Recomendaciones	100
BIBLIOGRAFÍA	101
ANEXOS	103

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Valores típicos de conductividad hidráulica	12
Tabla 2 Permeabilidad intrínseca conductividad hidráulica en materiales no consolidados	16
Tabla 3 Coeficientes método Hazen.....	17
Tabla 4 Analogía hidráulica-eléctrica	27
Tabla 5 Especificaciones de motor.....	48
Tabla 6 Especificaciones de eje roscado	51
Tabla 7 Pruebas de la estructura.....	76
Tabla 8 Pruebas del sistema mecánico	77
Tabla 9 Pruebas del sistema eléctrico	78
Tabla 10 Costo de materiales del sistema mecánico	95
Tabla 11 Costo de materiales del sistema eléctrico	95
Tabla 12 Costos de mano de obra directa	96
Tabla 13 Costo de mano de obra indirecta.....	97
Tabla 14 Costo total del proyecto	97

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Origen de la filtración en el ciclo hidrológico	4
Figura 2 Presa hidráulica.....	5
Figura 3 Esquema de aguas subterráneas.....	6
Figura 4 Flujo de aguas subterráneas	7
Figura 5 Curva de la capacidad de filtración	8
Figura 6 Gradiente de la capa freática en el flujo de base	9
Figura 7 Esquema del dispositivo de Darcy.....	11
Figura 8 Concepto de descarga específica	13
Figura 9 Esquema con tipos de acuíferos.....	19
Figura 10 Isotropía y anisotropía	20
Figura 11 Elemento diferencial de la zona saturada	22
Figura 12 Esquema de red de flujo	28
Figura 13 Ejemplo de red de flujo	30
Figura 14 Condiciones de borde de una red de flujo	31
Figura 15 Esquema de un canal de flujo	32
Figura 16 Red de filtración con tablestacado.....	35
Figura 17 Grafico para cálculo de presiones y sobrepresiones	37
Figura 18 Subpresión en estructuras hidráulicas.....	39
Figura 19 Fenómeno de tubificación	40
Figura 20 Sistema con diferente carga hidráulica.....	40
Figura 21 Localización del gradiente máximo en cimentaciones	42
Figura 22 Geometría hidráulica y eléctrica.....	43
Figura 23 Esquema de conexión de analogía con papel conductor	45
Figura 24 Diseño del sistema mecánico del equipo.....	46
Figura 25 Panel de vidrio	47
Figura 26 Mecanismo motor/eje	48
Figura 27 Especificaciones motor NEMA 17	50
Figura 28 Deflexión en ejes	51
Figura 29 Características técnicas acoples para motor	53
Figura 30 Medidas de acoplamiento eje con motor	53
Figura 31 Medidas eje del mecanismo.....	54
Figura 32 Soporte rodamiento	54
Figura 33 Placa de soporte	55
Figura 34 Ensamble eje X.....	56
Figura 35 Ensamble eje Y.....	56
Figura 36 Ensamble eje Z	57
Figura 37 Implementación del sistema mecánico	58
Figura 38 Conexión driver A4988 con motor	59
Figura 39 Conexión ARDUINO con driver A4988	60
Figura 40 Universal GCode Sender	61
Figura 41 Conexión medidor de voltaje con ARDUINO	62
Figura 42 Fuente de voltaje ATX	63

Figura 43 Especificación en fuente ATX.....	63
Figura 44 Diseño esquemático del circuito en ISIS Proteus.....	64
Figura 45 Sección transversal vs Corriente en el conductor.....	65
Figura 46 Sección transversal vs ancho del conductor.....	65
Figura 47 Plaqueta del circuito impreso en ARES.....	66
Figura 48 Implementación del sistema electrónico.....	66
Figura 49 Ventana principal del HMI.....	67
Figura 50 Archivo de código G creado.....	69
Figura 51 Ventana secundaria del HMI.....	70
Figura 52 Ventana Universal Gcode Sender.....	72
Figura 53 Ventana de resultados del HMI.....	73
Figura 54 Programación del microcontrolador.....	74
Figura 55 Geometría 1.....	79
Figura 56 Geometría 2.....	80
Figura 57 Geometría 3.....	80
Figura 58 Geometría 1 en papel conductor.....	81
Figura 59 Datos iniciales en geometría 1.....	81
Figura 60 Red de flujo de pdetool en geometría 1 con 5 líneas equipotenciales.....	82
Figura 61 Red de flujo experimental en geometría 1 con 5 líneas equipotenciales..	82
Figura 62 Red de flujo de pdetool en geometría 1 con 10 líneas equipotenciales....	83
Figura 63 Red de flujo experimental en geometría 1 con 10 líneas equipotenciales	83
Figura 64 Red de flujo de pdetool en geometría 1 con 20 líneas equipotenciales....	84
Figura 65 Red de flujo experimental geometría 1 con 20 líneas equipotenciales.....	84
Figura 66 Geometría 2 en papel conductor.....	85
Figura 67 Datos iniciales en geometría 2.....	85
Figura 68 Red de flujo de pdetool en geometría 2 con 6 líneas equipotenciales.....	86
Figura 69 Red de flujo experimental en geometría 2 con 6 líneas equipotenciales..	86
Figura 70 Red de flujo de pdetool en geometría 2 con 10 líneas equipotenciales....	87
Figura 71 Red de flujo experimental en geometría 2 con 10 líneas equipotenciales	87
Figura 72 Red de flujo de pdetool en geometría 2 con 20 líneas equipotenciales....	88
Figura 73 Red de flujo experimental en geometría 2 con 20 líneas equipotenciales	88
Figura 74 Geometría 3 en papel conductor.....	89
Figura 75 Datos iniciales en geometría 3.....	89
Figura 76 Red de flujo de pdetool en geometría 3 con 6 líneas equipotenciales.....	90
Figura 77 Red de flujo experimental en geometría 3 con 6 líneas equipotenciales..	90
Figura 78 Red de flujo de pdetool en geometría 3 con 10 líneas equipotenciales.....	91
Figura 79 Red de flujo experimental en geometría 3 con 10 líneas equipotenciales	91
Figura 80 Red de flujo de pdetool en geometría 3 con 20 líneas equipotenciales.....	92
Figura 81 Red de flujo experimental en geometría 3 con 20 líneas equipotenciales	92

LISTA DE ANEXOS

- A. PLANOS MECÁNICOS
- B. PLANOS ELÉCTRICOS
- C. CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN DE INTERFAZ
- D. MANUAL DE USUARIO

RESUMEN

El presente proyecto consiste en el diseño y construcción de un equipo de sondeo eléctrico vertical para estudios de estructuras permeables que permite visualizar, las líneas equipotenciales, trayectorias y red de flujo del suelo bajo la cimentación. El diseño de obras hidráulicas no se limita al esbozo de una geometría, sino que consiste también en prever que el suelo debajo de dicha estructura no llegue a provocar su colapso. Los equipos existentes en el mercado para estudio de suelos pueden ser demasiado costosos y no poseen una interfaz gráfica; y el software especializado disponible utiliza el método de diferencias finitas, que requiere una correcta estimación de las condiciones de borde, que muchas veces son difíciles de modelar. El presente trabajo contiene seis capítulos. El primero presenta los antecedentes, justificación y objetivos. En el segundo capítulo consta la fundamentación teórica, sobre filtraciones, redes de flujo, y analogía electro-hidrodinámica en la cual se relaciona al fenómeno del flujo eléctrico con el flujo hidráulico subterráneo. El tercer capítulo concierne al diseño y dimensionamiento de los sistemas que componen al equipo: mecánico, eléctrico, e interfaz humano máquina. En el cuarto capítulo se realizan las pruebas de funcionamiento del equipo, y se validan los resultados, mediante la comparación con gráficas teóricas de autores, obtenidas con software especializado. En el quinto capítulo se muestran los costos e inversión para la realización del proyecto. Y finalmente, en el sexto capítulo se presentan las conclusiones y recomendaciones.

Palabras clave

ESTRUCTURAS PERMEABLES

FILTRACIÓN

RED DE FLUJO

ANALOGÍA ELECTRO-HIDRODINÁMICA

ABSTRACT

This project consists in the design and construction of an equipment of vertical electrical sounding for studies of permeable structures which lets visualize equipotential lines, trajectories and network flow of ground under the foundation. The design of hydraulic buildings is not limited only to sketch geometry, but also consists in foreseeing that the soil beneath the structure doesn't eventually collapse it. The existing equipment commercially available for soil survey may be too expensive and do not have a graphical interface; and specialized software available use the finite difference method, which requires a correct estimate of the boundary conditions, which often are difficult to model. This project includes six chapters. The first, presents the background, justification and objectives. In the second chapter is the theoretical foundation about seepage, flow networks, and electro-hydrodynamic analogy which relates the phenomenon of electrical flow with hydraulic flow. The third chapter concerns to the design and dimensioning of the systems that integrate the equipment: mechanical, electrical, and human machine interface. In the fourth chapter testing equipment operation are performed, and the results are validated by comparison with theoretical graphs of authors, obtained with specialized software. Investment and costs of the project are shown in the fifth chapter. And finally, conclusions and recommendations are presented in the sixth chapter.

Keywords

PERMEABLE STRUCTURES

SEEPAGE

FLOWNET

ELECTRIC-HIDRODYNAMIC ANALOGY

CAPÍTULO 1

GENERALIDADES

1.1 Antecedentes

El Departamento de Ciencias de la Tierra y la Construcción hace estudios y consultoría sobre diseños de presas y estructuras hidráulicas donde se aplica la teoría de filtración en suelos y estructuras en general. La analogía electro-hidrodinámica es una herramienta, conocida hace mucho tiempo, la cual se aplica en la filtración de agua en medios porosos, siendo este uno de los métodos más confiables para hallar las trayectorias por donde pasa el agua por debajo del suelo.

Existe software especializado para realizar estos estudios, sin embargo el método que utilizan estos programas es la resolución de ecuaciones de Laplace por elementos finitos, y eso hace que la validez del estudio dependa del número de elementos que se contemplen dentro del modelo; además existe el inconveniente de que las condiciones de borde no siempre se pueden simular con exactitud, lo cual no se tiene en la analogía electro-hidrodinámica ya que se logra una simulación casi perfecta. Además de un vasto conocimiento para lograr interpretar los resultados para utilizar este software se requiere de mucha experticia. En la actualidad existen equipos para el estudio de los suelos en el exterior, sin embargo estos son extremadamente costosos, y no disponen de la interfaz humano-máquina que se realizará con nuestro equipo.

El impacto de realizar este proyecto es disponer un equipo que permita realizar estudios e investigaciones sobre las filtraciones en suelos, lo cual es una gran contribución para el laboratorio de mecánica de suelos como un equipo didáctico que aporte en los conocimientos de estudiantes y docentes, ya que estos estudios anteriormente se los realizaba a veces de manera manual y sin obtener resultados adecuados.

Además, los resultados obtenidos mediante este equipo permite prevenir posibles inconvenientes de inestabilidad que a futuro pueda presentar la estructura, el cálculo

de la subpresión, de la cantidad de agua que se filtra en el suelo y de los gradientes de filtración, y consecuentemente, establecer la posibilidad de que se presenten fenómenos negativos para la cimentación de una estructura hidráulica, como la tubificación y la erosión del suelo.

1.2 Alcance

Con el presente proyecto, se propone proporcionar un equipo mecatrónico automatizado al Laboratorio de Suelos del Departamento de Ciencias de la Tierra y Construcción de la Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE, específicamente el alcance de este trabajo radica en automatizar un método en el que los ingenieros civiles invierten mucho tiempo y muchas iteraciones con el fin de obtener como resultado la gráfica de la red de flujo de una estructura en estudio. Mediante la construcción de este equipo se pretende que el diseñador estudie la red de flujo de una cimentación con cualquier tipo de geometría, y de esta manera realizar mejores diseños de la cimentación de una obra hidráulica, de manera rápida visualizando los resultados en una interfaz intuitiva y de fácil interpretación.

1.3 Justificación e Importancia

El proyecto se ha propuesto en base a la necesidad del Departamento de Ciencias de la Tierra y Construcción de la Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE, con el objetivo de tener una herramienta que ayude en diseño más óptimo de la cimentación de las presas y estructuras hidráulicas. La importancia de tener una máquina automática que proporcione una representación gráfica de la trayectoria de las filtraciones en las cimentaciones de las presas y otras obras, radica en un ahorro de

tiempo y recursos por parte de los diseñadores. Además de tener un alto grado de confiabilidad de los resultados.

Actualmente existen equipos en el mercado internacional, pero su precio es bastante alto y carecen de una interfaz humano-máquina. Al ser desarrollado por los estudiantes de la Universidad permite personalizar y optimizar el equipo para mejorar la calidad de los resultados, y modificarlo para una mejora continua con el paso del tiempo.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivos Generales

Diseñar y construir un equipo de simulación electro-hidrodinámica fundamentado en el sondeo eléctrico vertical, que permita representar las trayectorias de filtraciones de agua en cuerpos y estructuras permeables, con interfaz humano-máquina para estudio e investigación de obras hidráulicas.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Describir el proceso de filtración subterránea de agua y su relación con el flujo eléctrico como estrategia de simulación física.
- Analizar el sondeo eléctrico vertical para implementarlo en un equipo que permita el análisis de los componentes suelo, agua y estructura.
- Diseñar y manufacturar los componentes mecánicos del sistema, como son bancada, ejes, rodamientos y otros que permitan el funcionamiento del equipo.
- Dimensionar y seleccionar los componentes eléctricos del sistema, como son actuadores, controladores y sensores para adaptarlos en el funcionamiento del equipo.
- Realizar pruebas de estudio de suelos con el equipo para la comprobación y validación de los resultados obtenidos.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

2.1 Generalidades de la filtración

El origen de las filtraciones, como aguas subterráneas, está relacionado con el ciclo hidrológico y la construcción de obras hidráulicas. Según Fitts (2002), el suministro de agua atmosférica es constante en todo momento debido a su rápida circulación, ya que el agua cae como lluvia en grandes cantidades no solo en tierra, sino también en ríos y océanos, y una parte regresa a la atmósfera gracias a la evaporación y transpiración de las plantas. Este proceso se conoce como ciclo hidrológico (ver Figura 1), el cual realmente no tiene principio ni fin, pero en este caso se conviene a tomar como el inicio del ciclo al agua en los océanos como consecuencia de que estos disponen de la mayor cantidad de agua en el planeta.

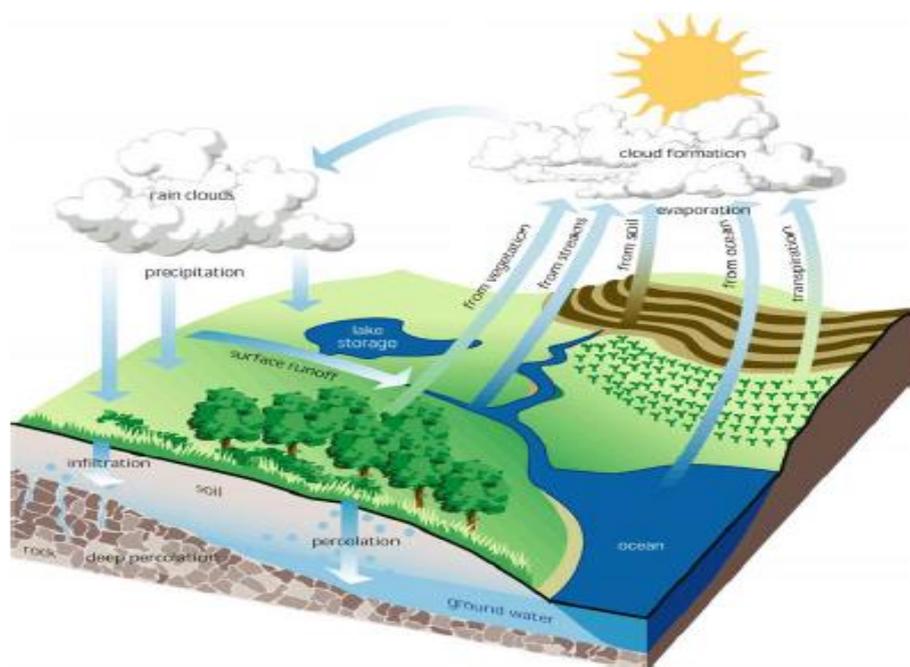


Figura 1 Origen de la filtración en el ciclo hidrológico
Fuente: (Delleur, 1999)

Las precipitaciones que caen en la superficie de la tierra pueden seguir varios caminos, se pueden almacenar temporalmente para suplir las necesidades del ser humano, mediante la construcción de obras hidráulicas (ver Figura 2).



Figura 2 Presa Mazar

Fuente:(Celec, 2013)

2.1.1 Terminología de las aguas subterráneas

Para el estudio de aguas subterráneas existe una terminología que se presenta a continuación en la Figura 3. De acuerdo a Fitts (2002), las aguas subterráneas se dividen en dos categorías principales: la zona no saturada y la zona saturada, el límite entre estas dos zonas es la capa freática o (mesa de agua) y es la superficie en la cual la presión de agua en los poros es igual a la presión atmosférica.

Debajo de la superficie de la tierra los poros del suelo contienen agua y aire, a esta región se la conoce como zona no saturada y al agua que circula por esta zona se la llama agua no saturada. En la parte superior de esta región se encuentran las raíces y parte del agua que absorben del suelo, la presión del agua es menor a la atmosférica debido a la combinación de agua y aire en los poros y a la atracción de agua por parte de las fuerzas capilares hacia las superficies minerales. La franja capilar es una región saturada de agua, sin embargo se encuentra en la zona no saturada ya que está sobre la capa freática, su espesor depende del tamaño de grano en el medio.

Debajo de la capa freática que se representa con el símbolo ∇ , se encuentra la zona saturada o zona freática, en esta zona la presión del agua es mayor a la presión atmosférica y los poros están saturados de agua en su totalidad, al agua de la zona saturada se la conoce como agua subterránea. Además la región o capa permeable por donde circula el agua saturada se denomina acuífero.

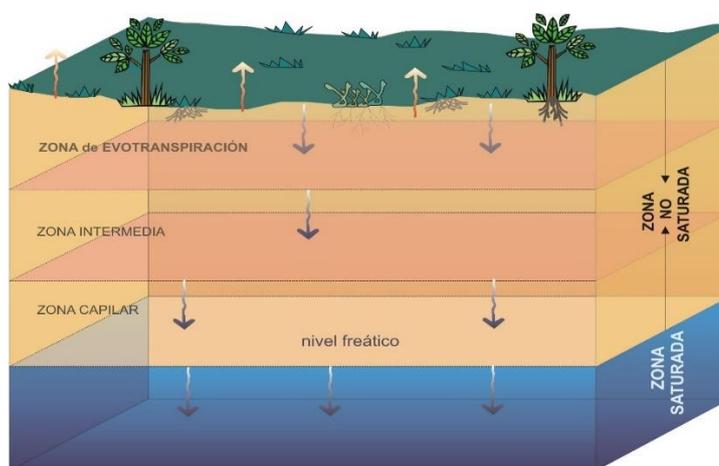


Figura 3 Esquema de aguas subterráneas

Fuente: (Millarium,2004)

2.2 Filtración

Uno de los tantos eventos que se producen después de las precipitaciones son las filtraciones de agua en el suelo, además de esto el agua que cae de las nubes cargadas se puede evaporar después de que pare la precipitación, o fluir a través de la superficie del suelo, lo cual generalmente es conocido como flujo superficial. Sin embargo el hecho de que existan filtraciones viene condicionado por varios factores intrínsecos del suelo permeable; según Fetter (2000), uno de estos factores es la capacidad de filtración que no solo varía de suelo a suelo, sino que es distinta si es que las condiciones del mismo suelo son secas o húmedas. Por ejemplo si es que inicialmente el suelo se encuentra seco, su capacidad para filtrar es alta. Los efectos de contacto

entre las partículas de suelo y el agua ejercen una fuerza que jala hacia abajo la humedad a través de canales capilares.

Se conoce como interflujo al agua que circula lateralmente en la zona no saturada, pero cuando el agua baja desde la zona no saturada a la zona saturada se denomina recarga. Cuando ocurre un evento y las precipitaciones se han prolongado en el tiempo, las primeras aguas en llegar al suelo se filtran fácilmente, es después que los poros del suelo se comienzan a saturar y la razón de filtración disminuye (ver Figura 4).

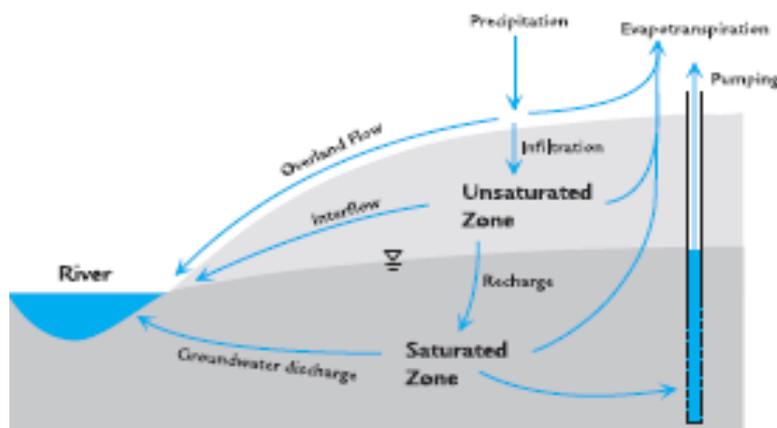


Figura 4 Flujo de aguas subterráneas

Fuente: (Fitts, 2002)

La velocidad o tasa de filtración (ver Figura 5) se presenta en la ecuación 2.1 (Horton 1933,1940).

$$f_p = f_c + (f_c - f_o)e^{-kt} \quad \text{Ec (2.1)}$$

Donde:

f_p es la capacidad de filtración (L/T; ft/s; o m/s) en el momento t (T;s)

f_c es la capacidad de filtración de equilibrio (L/T; ft/s; o m/s)

f_o es la capacidad de filtración inicial (L/T; ft/s; o m/s)

k es una constante que representa la tasa de disminución de capacidad de filtración (1/T; o 1/s)

t es el tiempo desde el inicio de la filtración (T; o s)

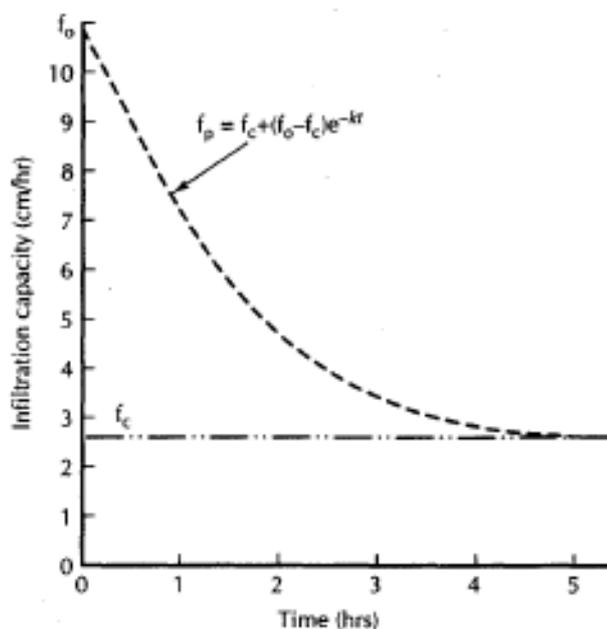


Figura 5 Curva de la capacidad de filtración

Fuente: (Fetter, 2000)

Existen algunos factores que repercuten en una tasa de filtración alta, estos son suelos de granos gruesos, suelos con vegetación tupida, baja humedad en el suelo.

El agua que se filtra en el suelo y que llega a la capa freática se almacena en el depósito de agua subterránea, este depósito no es estático ya que las aguas subterráneas se encuentran en movimiento continuo. Mientras que la reciente precipitación filtrada entra al reservorio de agua subterránea, otro flujo de agua conocido como flujo de base se descarga en una corriente de agua. Si la capa freática se eleva a consecuencia de la filtración, la descarga de agua subterránea en canales próximos de corriente también aumentará. Para corrientes de flujo de base la cantidad de descarga de agua subterránea es directamente proporcional al gradiente hidráulico de la corriente.

En zonas áridas, o de suelos compactos se hace común ver el flujo superficial, además cuando las precipitaciones caen en suelos que se encuentran saturados. En una zona geográfica en una pendiente por ejemplo, el agua que se filtra puede moverse colina abajo como flujo lateral no saturado y se denomina flujo de paso, su diferencia con el interflujo radica en que emerge como filtraciones al pie de la pendiente en vez

de entrar a una corriente o río, por esto es que el flujo de paso se asemeja al flujo superficial antes de entrar al río, a este tipo de flujo superficial se lo denomina flujo de retorno (ver Figura 6).

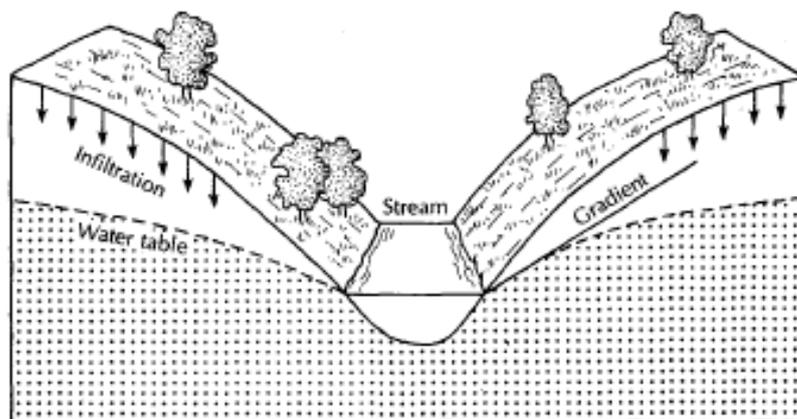


Figura 6 Gradiente de la capa freática en el flujo de base

Fuente: (Fetter, 2000)

2.2.1 Energía mecánica del agua

La energía mecánica de un cuerpo se puede almacenar de tres maneras distintas: como energía potencial gravitacional, energía cinética o energía potencial elástica; y el agua no es la excepción ya que se considera como un flujo incompresible y se asume que al estar en la proximidad de la superficie de la tierra, la aceleración de la gravedad g se toma como constante. De acuerdo a Bernoulli (1738), estas formas de energía se cuantifican en la ecuación 2.2:

$$E = PV + mgz + \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{Ec (2.2)}$$

Donde E es la energía mecánica de la masa de agua m , P es presión, V es volumen, z elevación y velocidad v .

Si se divide a la ecuación 2.2 para el peso del agua mg se aprecia la energía desde el punto de vista de la carga hidráulica h .

$$h = \frac{P}{\rho g} + z + \frac{v^2}{2g} \quad \text{Ec (2.3)}$$

Esta ecuación 2.3 está por conveniencia en unidades de longitud, siendo los términos a la derecha de la igualdad la presión de carga, elevación de carga y velocidad de carga respectivamente.

Debido a distribuciones desiguales de energía entre el agua, esta fluye para lograr el equilibrio. Entonces el agua siempre fluye desde las regiones con mayor energía mecánica o mayor carga hidráulica hacia las regiones con menor energía o menor carga; esto de manera análoga al flujo de calor hacia zonas donde existe menor temperatura. El flujo del agua a través de canales produce una fricción viscosa con las paredes del medio, sin embargo este calor generado es despreciable debido a que la temperatura es muy pequeña comparado a la temperatura de otras fuentes de calor.

2.2.2 Ley de Darcy y permeabilidad

Se conoce a la permeabilidad comúnmente como conductividad hidráulica, y es una propiedad del medio que mide la facilidad con la que el agua circula por el mismo, ya sea una masa de suelo o rocas. Gracias al experimento de Henry Darcy, ingeniero francés, que estudiaba el movimiento del agua a través de un medio poroso, en este caso arena que se utilizaba para filtrar agua. De acuerdo a Fitts (2002), el dispositivo consistía en una tubería pequeña llena de arena, esta tubería tenía una entrada y una salida para el caudal que atravesaba por esta, además de dos manómetros para medir la carga hidráulica en dos puntos (ver Figura 7).

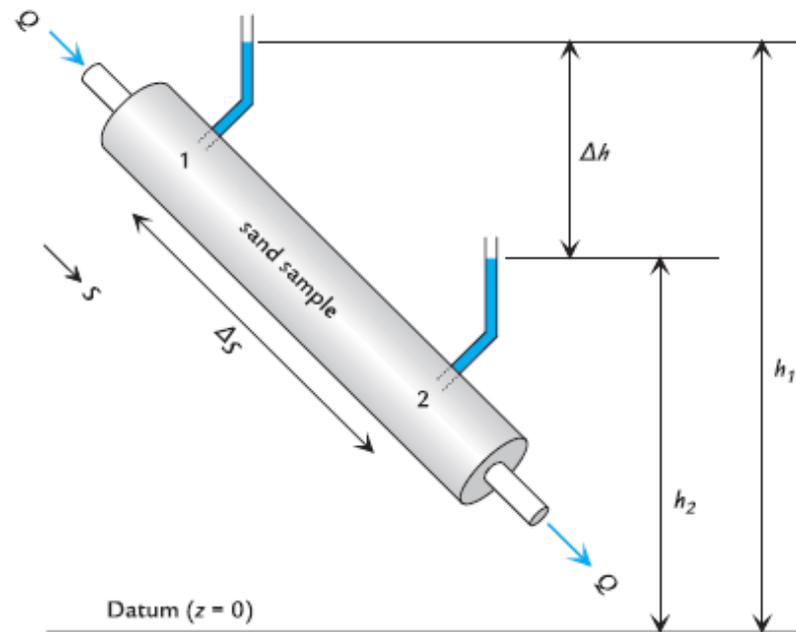


Figura 7 Esquema del dispositivo de Darcy

Fuente: (Fitts, 2002)

Después de repetitivos ensayos, los resultados experimentales que Darcy obtuvo fueron el descubrimiento de que el caudal de descarga Q_s era directamente proporcional a la diferencia de carga hidráulica Δh entre los puntos del manómetro, e inversamente proporcional a la distancia de estos Δs ; además la descarga es directamente proporcional a la sección transversal A .

$$Q_s = -K_s \frac{dh}{ds} A \quad \text{Ec (2.4)}$$

De esta ecuación 2.4 se puede identificar la constante de proporcionalidad K_s que es el coeficiente de conductividad hidráulica, además del gradiente hidráulico i_s que representa la razón con la que la carga cambia en la dirección s .

$$i_s = \frac{dh}{ds} \quad \text{Ec (2.5)}$$

Entonces la ley de Darcy sugiere que los materiales con mayor K_s transmiten más fácilmente el agua, los medios geológicos con poros pequeños permiten únicamente un flujo lento de agua, sin embargo las rocas o suelos con poros menos comprimidos facilitan un flujo más rápido. La medición de la conductividad hidráulica en laboratorios ayuda con datos empíricos respecto a las rocas y suelos más comunes (ver Tabla 1).

Tabla 1

Valores típicos de conductividad hidráulica

Material	K (cm/s)
Grava	$10^{-1} - 100$
Arena limpia	$10^{-4} - 1$
Arena sedosa	$10^{-5} - 10^{-1}$
Limo	$10^{-7} - 10^{-3}$
Till glaciario	$10^{-10} - 10^{-4}$
Arcilla	$10^{-10} - 10^{-6}$
Piedra caliza y dolomita	$10^{-7} - 1$
Basalto fracturado	$10^{-5} - 1$
Arenisca	$10^{-8} - 10^{-3}$
Roca ígnea y metamórfica	$10^{-11} - 10^{-2}$
Esquisto	$10^{-14} - 10^{-8}$

Fuente: (Freeze & Cherry, 1979)

La ley de Darcy puede ser expresada como la descarga área de sección transversal, de la siguiente manera:

$$q_s = - \frac{Q_s}{A}$$

$$q_s = - K_s \frac{dh}{ds} \quad \text{Ec (2.6)}$$

A la cantidad q_s , se la conoce como descarga específica y representa la razón en la que el flujo Q_s , atraviesa a la sección A . Al tener unidades o dimensiones $[L/T]$ también se denomina velocidad de Darcy (ver Figura 8).

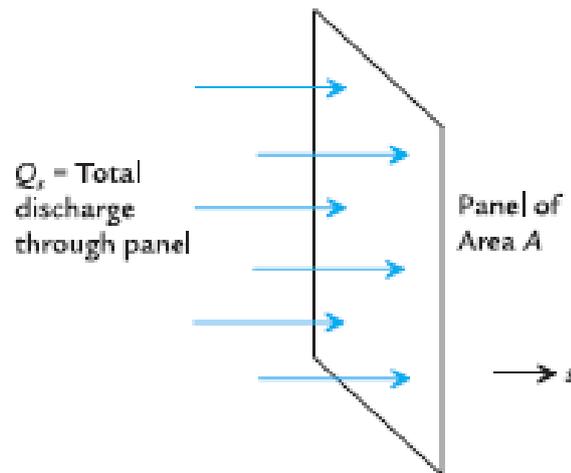


Figura 8 Concepto de descarga específica

Fuente: (Fitts, 2002)

Sin embargo el flujo del agua subterránea no se encuentra limitada a moverse en una sola dirección como en el dispositivo de Darcy, sino que en la realidad el flujo se vuelve complejo en su estudio, ya que incluye a las tres dimensiones que se representan en un sistema de coordenadas cartesiano: x, y, z . Y por esto de manera análoga se puede definir a la ley de Darcy tridimensional de igual manera que la unidimensional:

$$q_x = -K_x \frac{dh}{dx}$$

$$q_y = -K_y \frac{dh}{dy}$$

$$q_z = -K_z \frac{dh}{dz}$$

Ec (2.7)

El estudio del flujo en tres dimensiones se vuelve muy complejo, además que se requiere una buena noción espacial, ya que se incrementan dos componentes más a los vectores del flujo como son la descarga específica y el gradiente hidráulico; inclusive la conductividad hidráulica llega a tener nueve componentes en el caso de que los ejes de la conductividad hidráulica se encuentren desplazados y no coincidan con los ejes principales del cartesiano x, y, z , esto debido al estudio en tres dimensiones.

2.2.2.1 Limitaciones de la aplicación de la ley de Darcy

Según Fitts (2002), la aplicabilidad y la validez de la ley de Darcy depende de algunos factores, sin embargo el uso de esta ley puede ser inapropiado cuando el medio poroso por el que circula el fluido es muy irregular, o cuando las velocidades a las que circula el fluido son muy altas en un medio con poros grandes. En este punto se introduce el concepto de flujo laminar, el cual se refiere a que el movimiento del fluido se rige por fuerzas viscosas altas, velocidades e impulsos muy bajos y no se producen remolinos o torbellinos, además las moléculas de agua se mueve por líneas suavizadas llamadas líneas de corriente.

Una forma de determinar si un fluido es laminar o turbulento es mediante el número de Reynolds:

$$R_e = \frac{\rho v d}{\mu} \quad \text{Ec (2.8)}$$

Donde R_e es el número de Reynolds adimensional, ρ es la densidad del fluido, v es la velocidad de descarga del fluido, μ es la viscosidad dinámica del fluido, y d es en el caso de flujo por un medio poroso es el diámetro promedio del grano.

Para valores de R_e menores a 2000 el flujo es laminar, pero cuando los valores de R_e son mayores a 10000 el fluido se encuentra en régimen turbulento, y por lo tanto el flujo se vuelve caótico ya que las partículas del fluido no siguen líneas de corriente paralelas sino que se producen remolinos caóticos.

2.3 Acuíferos

Los acuíferos son formaciones geológicas que se encuentran en capas permeables en la zona saturada y almacenan o transmiten agua con rapidez. Estas regiones compuestas por distintos tipos materiales de tierra se encuentran con un amplio rango de conductividad hidráulica. De la conductividad hidráulica o coeficiente de permeabilidad, se deriva una propiedad de los acuíferos llamada permeabilidad intrínseca.

2.3.1 Permeabilidad intrínseca

Después del enunciado de la ley de Darcy en 1856, el geólogo estadounidense Marion King Hubbert, un siglo más tarde (1956) contribuyó a corregir este enunciado mediante sus observaciones y experimentos con esferas de vidrio, y concluyó que la constante de proporcionalidad K es dependiente y función de las propiedades del medio poroso y del fluido que lo atraviesa. Entonces Hubbert reestableció la ley de Darcy de la siguiente manera:

$$Q = - \frac{C d^2 \gamma A}{\mu} \frac{dh}{dl} \quad \text{Ec (2.9)}$$

Donde:

Q es la descarga específica;

C es la constante de proporcionalidad denominada factor de figura

d es el diámetro del grano del acuífero

γ es el peso específico del fluido

A es el área transversal por la que pasa el fluido

μ es la viscosidad dinámica del fluido

$\frac{dh}{dl}$ es el gradiente hidráulico

Entonces se puede identificar a los factores γ y μ como propiedades del fluido, y a los factores C y d^2 como propiedades del medio poroso.

Es así que se introduce un nuevo término llamado permeabilidad intrínseca K_i cuyas dimensiones son de área:

$$K_i = C d^2 \quad \text{Ec (2.10)}$$

Y se puede relacionar a la conductividad hidráulica con la permeabilidad intrínseca así:

$$K = K_i \left(\frac{\gamma}{\mu} \right)$$

$$K = K_i \left(\frac{\rho g}{\mu} \right) \quad \text{Ec (2.11)}$$

Donde ρ es la densidad del fluido y g es la aceleración de la gravedad. Las unidades de la permeabilidad intrínseca esta dada por los darcy:

$$\text{darcy} = 10^{-8} \text{cm}^2$$

En la siguiente tabla se pueden apreciar rangos de conductividad hidráulica y permeabilidad intrínseca de algunos materiales (ver Tabla 2):

Tabla 2

Permeabilidad intrínseca y conductividad hidráulica en materiales no consolidados

Material	Permeabilidad intrínseca (darcys)	Conductividad hidráulica (cm/s)
Arcilla	$10^{-6} - 10^{-3}$	$10^{-9} - 10^{-6}$
Limo, limos arenosos, arenas arcillosas.	$10^{-3} - 10^{-1}$	$10^{-6} - 10^{-4}$
Arenas limosas, arenas finas	$10^{-2} - 1$	$10^{-5} - 10^{-3}$
Arenas filtradas, glaciares	$1 - 10^2$	$10^{-3} - 10^{-1}$
Gravas filtradas	$10 - 10^3$	$10^{-2} - 1$

Fuente: (Fetter, 2000)

Para estimar el valor de la conductividad hidráulica en sedimentos arenosos se utiliza el método Hanzen (Hanzen 1911):

$$K = C d_{10}^2 \quad \text{Ec (2.12)}$$

Donde:

K es la conductividad hidráulica en (cm/s);

d_{10} es el tamaño efectivo del grano en (cm);

C es un coeficiente determinado por la tabla 2.4:

Los coeficientes del método de Hazen para arena se muestran en la siguiente tabla (ver Tabla 3):

Tabla 3

Coeficientes método Hazen

Arena muy fina,	40 - 80
Arena fina con	40 - 80
Arena media,	80 - 120
Arena gruesa	80 - 120
Arena gruesa	120 - 150

Fuente:(Fetter, 2000)

Además existe otro método un poco mas actualizado, Russell Shepherd estima el valor de la conductividad eléctrica de la siguiente manera:

$$K = C d_{50}^j \quad \text{Ec (2.13)}$$

Donde:

C es un factor de forma

d_{50} es el tamaño medio de grano en (mm)

j es un exponente

2.3.2 Transmisibilidad

Además de la conductividad hidráulica, y la permeabilidad intrínseca, la transmisibilidad es una propiedad de los acuíferos, y no es más que la tasa de descarga a la cual el agua es transmitida a través de una unidad de ancho de un acuífero bajo una unidad de gradiente hidráulico:

$$T = b K \quad \text{Ec (2.14)}$$

Donde:

T es la transmisibilidad (L^2/T ; m^2/d);

b es el espesor saturado del acuífero (L; m);

K es la conductividad hidráulica (L/T; m/d)

Para acuíferos con varias capas, la transmisibilidad se expresa como la suma de la transmisibilidad de cada capa:

$$T = \sum_{i=1}^n T_i \quad \text{Ec (2.15)}$$

Consecuentemente los acuíferos realizan dos grandes funciones: (1) transmiten las aguas subterráneas desde áreas de recargas hasta áreas de descarga, y (2) proporcionan un medio de almacenamiento para cantidades utilizables de agua subterránea. La cantidad de agua que un material puede soportar depende de la porosidad, es decir del tamaño de grano y la interconexión de poros (permeabilidad), y esto a su vez determina la capacidad del material de transmitir el fluido (transmisibilidad).

2.3.3 Tipos de acuíferos

Los acuíferos pueden ser clasificados como confinados o no confinados:

2.3.3.1 Acuíferos no confinados

Los acuíferos no confinados se caracterizan porque contienen capas con permeabilidad intrínseca alta, además la capa del acuífero se encuentra cerca de la superficie de la tierra y directamente en contacto con la capa freática, lo cual hace que se encuentre a una presión igual a la atmosférica.

2.3.3.2 Acuíferos confinados

Los acuíferos con capas confinadas se caracterizan por tener baja o nula conductividad hidráulica, estas capas retardan el flujo del agua y solo permiten una pequeña transmisión del fluido, en estos acuíferos el agua subterránea se encuentra bajo una presión mayor debido a que se encuentra entre capas impermeables.

También existe otro tipo, llamado acuífero fugas, el cual es un acuífero que es confinado y no confinado al mismo tiempo debido a las capas que los forman a lo largo de su extensión.

Además se puede identificar a las formaciones geológicas de la siguiente manera:

Acuitardos: almacenan agua, pero la transmiten a velocidad muy lentas. Por ejemplo capas de arena en una formación de arcilla

Acuicludos: almacenan agua pero son nulos transmisores, se componen de sedimentos de roca de arcilla, que actúan como barrera para el agua subterránea.

Acuifugos: son formaciones geológicas que no almacenan ni transmiten agua ya que sus poros no están conectados; se componen de rocas como basalto o granito.

Los tipos de acuífero se presentan en la siguiente figura (ver Figura 9):

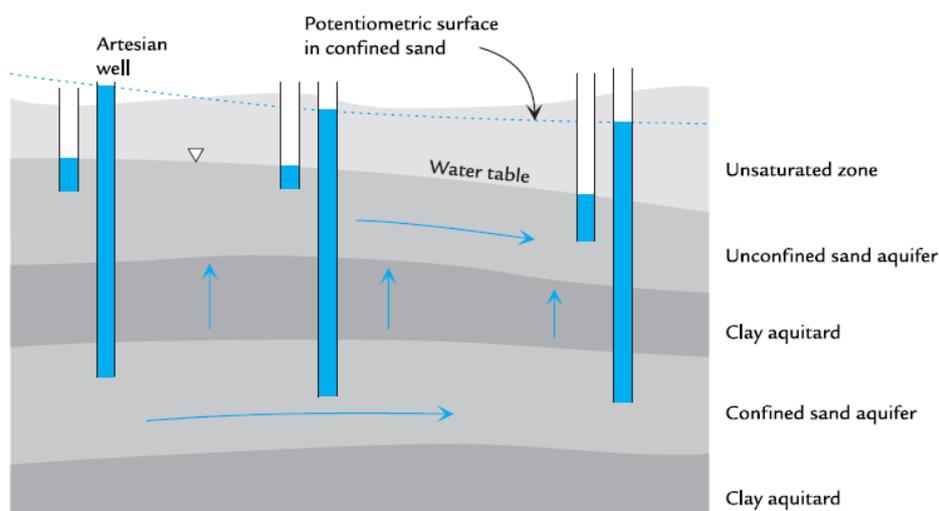


Figura 9 Esquema con tipos de acuíferos

Fuente: (Fitts, 2002)

2.4 Homogeneidad e isotropía

En la realidad los materiales, no solo subterráneos, sino todos los materiales están compuestos en forma irregular y compleja ya sea microscópica o macroscópicamente. Es por esto que las formaciones geológicas en su mayoría son heterogéneas y anisótropas y consiguientemente la conductividad hidráulica es cambiante y varía demasiado de punto a punto.

La gran mayoría de las ecuaciones matemáticas que describen al flujo de aguas subterráneas consideran y asumen que el medio poroso y las condiciones son de homogeneidad e isotropía. Cuando se dice que un material o formación geológica es homogénea e isotrópica se refiere a que los granos que lo componen en su totalidad son del mismo tamaño y de la misma forma, y consecuentemente las propiedades de la conductividad hidráulica son las mismas en todas las direcciones. Esto implica que el valor de K es independiente de la dirección en cualquier punto, en un material isotrópico se cumple que $K_x = K_y = K_z$. La diferencia entre isotropía y anisotropía se ilustra en la siguiente figura (ver Figura 10):

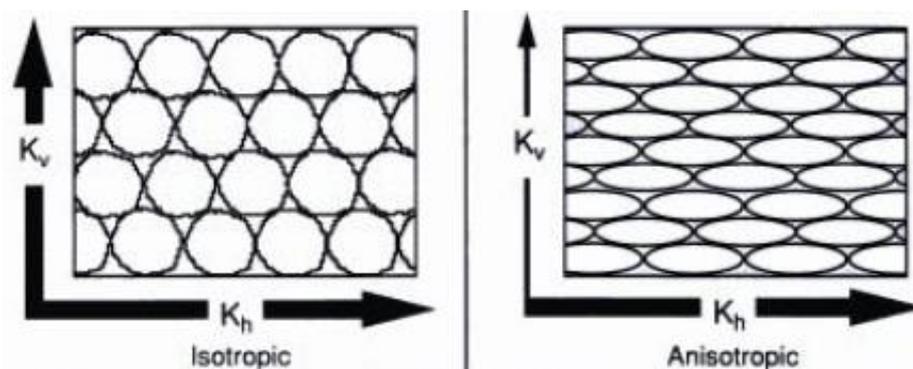


Figura 10 Isotropía y anisotropía

Fuente: (Delleur, 1999)

De acuerdo a Fetter (2000), la suposición de que los materiales geológicos se debe a que si se extrae un cubo del material de dimensiones pequeñas (1cm), y se mide la conductividad hidráulica K en las tres direcciones, se encontrará que $K_x \approx K_y \approx K_z$ y por lo tanto se observa que el material es heterogéneo, pero es aproximadamente isotrópico a una escala lo suficientemente pequeña.

2.5 Ecuaciones hidrodinámicas del flujo de agua a través de los suelos

Para modelar cualquier sistema físico, es necesario determinar las ecuaciones que rigen dicho fenómeno físico; generalmente estas ecuaciones son diferenciales y se derivan de los principios físicos que gobiernan el sistema en estudio. En el caso del flujo de aguas subterráneas, los principios físicos son el balance de masas y la ley de Darcy. Al combinar y relacionar matemáticamente estos principios de la Física se puede generalizar una ecuación y modelo para el flujo de aguas subterráneas.

Según Cedergren (1989), para empezar la deducción matemática, se deben tomar algunas consideraciones o hipótesis que aceptan la ecuación de continuidad:

- El agua y el suelo son incompresibles.
- El suelo está saturado.
- La estructura del suelo no se modifica por el flujo.
- El suelo es homogéneo e isotrópico.
- El flujo es laminar.
- Régimen permanente y flujo estacionario.

2.5.1 Balance de masas

Para el estudio de balance de masas en un elemento diferencial de suelo, de acuerdo a Torres, se analiza un cubo de suelo de dimensiones diferenciales dx, dy, dz , por el cual fluye agua (ver Figura 11).

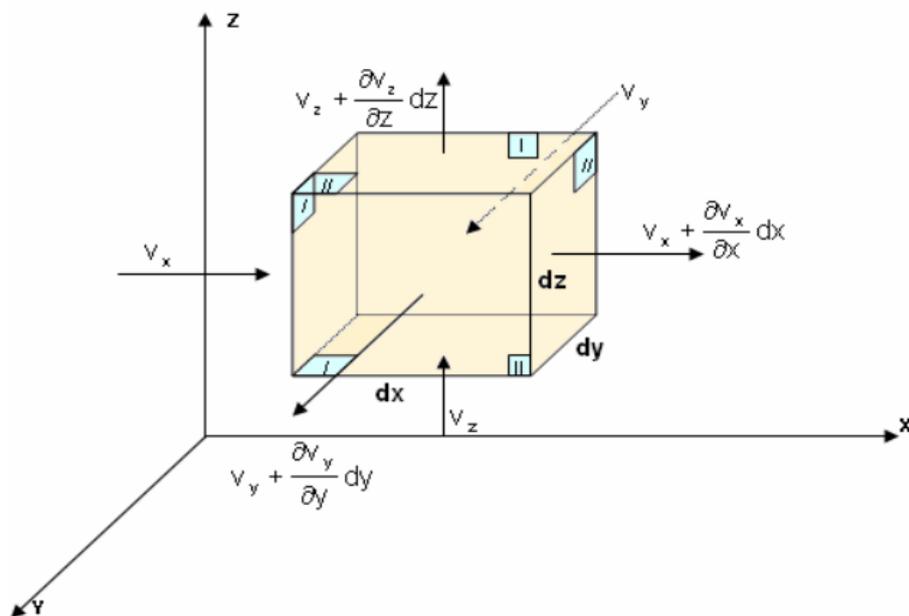


Figura 11 Elemento diferencial de la zona saturada

Fuente: (Torres, 2010)

Por este elemento de suelo atraviesa un flujo de agua con velocidad v , esta velocidad posee tres componentes v_x, v_y, v_z , las cuales se encuentran solamente en función de x, y, z pero no son función del tiempo debido a la consideración del régimen estacionario, además las componentes de la velocidad son continuas y admiten cualquier orden de derivación. En las caras II del elemento, las componentes de la velocidad son:

$$\begin{aligned} v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx \\ v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy \\ v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz \end{aligned} \quad \text{Ec (2.16)}$$

Debido al balance de masas, en régimen permanente la cantidad de agua que entra al elemento es igual a la cantidad que sale. Como el caudal que pasa por un área puede expresarse de manera de producto de la velocidad del flujo por el área, se puede reescribir la ecuación 2.16 de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
&v_x \cdot dy \cdot dz + v_y \cdot dx \cdot dz + v_z \cdot dx \cdot dy = \\
&\left(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx \right) dy \cdot dz + \left(v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy \right) dz \cdot dx \\
&\quad + \left(v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz \right) dy \cdot dx
\end{aligned} \tag{Ec (2.17)}$$

Si es que reducen los términos semejantes y se reordena la ecuación 2.17 se obtiene:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy \cdot dz \cdot dx + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz \cdot dy \cdot dx = 0 \tag{Ec (2.18)}$$

De donde:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \tag{Ec (2.19)}$$

La Ec (2.19) en la teoría del flujo hidráulico se conoce como ecuación de continuidad. Anteriormente se refirió a la ley de Darcy y al gradiente hidráulico y sus tres componentes mediante la ecuación Ec (2.6), si se introducen en la Ec (2.19) se tiene:

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \tag{Ec (2.20)}$$

Pero la Ec (2.20) involucra distintos coeficientes de permeabilidad en el mismo medio poroso, sin embargo ya se definió que la estructura geológica del suelo se toma como homogénea e isotrópica por lo tanto el coeficiente de permeabilidad es constante e independiente de cada dirección $K = K_x = K_y = K_z$.

Entonces la Ec (2.20) se puede simplificar a:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \nabla^2 h = 0 \tag{Ec (2.21)}$$

A la Ec (2.21) se la conoce como ecuación de Laplace.

Dentro de la mecánica de suelos, en el análisis y el estudio de filtraciones debajo y a través de estructuras de ingeniería como son las presas hidráulicas es común considerar que el flujo es bidimensional, y esto se debe a que se asume que no existe flujo paralelo al eje de la presa y que los componentes del flujo se limitan a un solo plano. Esta suposición se debe a que se considera que el eje z del plano tiene una unidad de espesor, y por lo tanto en el plano de estudio el acuífero tiene una unidad de espesor, por esto la Ec (2.21) puede ser simplificada a:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \nabla^2 h = 0 \quad \text{Ec (2.22)}$$

2.5.2 Solución de la Ecuación de Laplace

De acuerdo a Medrano (2007), para la ecuación de Laplace respecto al flujo bidimensional, existen dos familias de curvas o funciones que son solución:

- Función potencial ϕ que no es mas que una curva en la que todos los puntos tienen la misma carga hidráulica h , estas líneas reciben el nombre de líneas equipotenciales.
- Función de flujo ψ que es una familia de curvas constituida por las trayectorias físicas y reales que atraviesa el agua por el suelo o medio poroso, y reciben el nombre líneas de corriente o líneas de flujo.

2.6 Analogía flujo eléctrico con flujo hidráulico

Además de ayudar a modelar el flujo hidráulico a través del suelo, la ecuación de Laplace también sirve para modelar otros fenómenos de la física aplicada como son el flujo calorífico, el campo magnético alrededor de un conductor, el desplazamiento de resortes, etc. Según Juárez Badillo y Rico Rodríguez (1980), estas relaciones y analogías se manifiestan debido a que las leyes físicas que rigen estos fenómenos son de la misma naturaleza. Consecuentemente se puede señalar que la ley de Darcy en

flujo hidráulico es análoga a la ley de Ohm en el flujo de la corriente eléctrica, a la ley de Fourier en el flujo de calor, y a la ley de Hooke en el movimiento elástico.

La utilidad y la importancia de estas analogías radican en la facilidad del estudio de un fenómeno físico, mediante el estudio de otro fenómeno físico análogo. Por lo tanto para este caso en el cual se busca estudiar el flujo de agua, se busca plantear un modelo en el cual las condiciones o circunstancias del problema sean correspondientes al modelo del flujo hidráulico.

El modelo a utilizar será el del campo eléctrico, debido a su representación sencilla e integral de las condiciones variadas del movimiento del agua; descartándose así el modelo del flujo calorífico debido a la complejidad en construir y simular las condiciones de frontera impermeables y de mantener temperaturas constantes en superficies equipotenciales, además el campo magnético y membrana elástica no brindan modelos en los cuales se puedan realizar mediciones de los parámetros correspondientes en las leyes físicas. Una vez que se ha decidido utilizar la analogía del flujo hidráulico con el flujo eléctrico, se considera una revisión breve de los términos y conceptos necesarios para implementar la analogía.

2.6.1 Fundamentos del flujo eléctrico

A partir del descubrimiento del electrón, su consecuente caracterización como portador de la carga negativa elemental y su asociación definitiva con los fenómenos eléctricos, se vuelve factible una descripción completa de las magnitudes que, en la ley postulada varias décadas antes por Georg Simon Ohm intervienen. Los electrones constituyen pues partículas subatómicas de carga negativa que se encuentran en constante rotación alrededor del núcleo atómico compuesto de protones y neutrones. Dispuestos sobre diferentes orbitales, los electrones compensan la carga positiva proporcionada por los protones. El desequilibrio en dicha compensación produce un estado de conducción eléctrica. En el caso de los metales los cuales son materiales conductores por excelencia, los electrones de valencia situados en el orbital exterior, se desprenden de la unidad atómica con el fin de estabilizarla y permitir su unión con otros átomos. Estos electrones libres forman una especie de nube, que ante la aplicación de un campo eléctrico, se desplazan de un extremo a otro del metal y

efectúan así la conducción eléctrica. Este flujo de cargas, descrito a través de una nube de electrones en movimiento, medido sobre la unidad de tiempo (s) se denomina corriente eléctrica y su unidad son los Amperios (A).

$$I = \frac{\Delta V}{R} \quad \text{Ec (2.23)}$$

Donde I es la intensidad de corriente eléctrica, ΔV es la diferencia de potencial o voltaje entre los puntos, R es la resistencia eléctrica del conductor.

Se conoce además que la resistencia eléctrica R es el inverso de la conductividad eléctrica σ .

$$\sigma = \frac{1}{R} \quad \text{Ec (2.24)}$$

Pero la resistencia eléctrica R en un cable viene dada por:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad \text{Ec (2.25)}$$

Donde ρ es la constante de proporcionalidad que representa la resistividad del material, L es la longitud del cable y A su sección.

Si se reemplaza la Ec (2.24) en la Ec (2.23) se obtiene:

$$I = -\sigma \cdot \Delta V \quad \text{Ec (2.26)}$$

Intrínsecamente, la presencia de cargas eléctricas ya sean positivas o negativas, cuya unidad de medida es el Coulombio (C), que se encuentran en estado de reposo o en movimiento, generan campos eléctricos debido a la atracción de dichas cargas cuando son de signo contrario, y a la repulsión cuando son del mismo signo; la intensidad de este campo es la magnitud de la fuerza con la que se atraen o repelen las cargas y su unidad es el Newton por Coulombio (N/C).

Al existir un flujo de cargas en un conductor, es decir una corriente eléctrica, esta produce un campo magnético alrededor del conductor. Una corriente rectilínea produce un campo magnético cuya orientación es tangencial a la circunferencia que se forma en el plano perpendicular a la dirección de la corriente. El sentido del campo es determinado a partir de la regla del sacacorchos.

La correspondencia entre el flujo hidráulico y el flujo eléctrico se plantea en la siguiente tabla (ver Tabla 4):

Tabla 4

Analogía hidráulica-eléctrica

Flujo hidráulico	Flujo eléctrico
Ley de Darcy	Ley de Ohm
v velocidad de descarga	I intensidad de corriente
K coeficiente de permeabilidad	σ conductividad eléctrica
h carga hidráulica	V diferencia de potencial
$v = -K \text{ grad } h$	$I = -\sigma \text{ grad } V$
Líneas de flujo	Líneas de corriente
Líneas equipotenciales $h = cte.$	Líneas potenciales $V = cte.$
Ecuación de Laplace $\nabla^2 h = 0$	Ecuación de Laplace $\nabla^2 V = 0$
Frontera impermeable	Frontera aislante

Fuente: (Juárez Badillo & Rico Rodríguez, 1980)

2.7 Redes de flujo

Según Fitts (2002), existen varios métodos para resolver la ecuación de Laplace, la mayoría de estos métodos numéricos y analíticos en algún caso involucran complejidad en la resolución del problema. Estos inconvenientes se pueden ver superados mediante la resolución gráfica de la ecuación, a la cual se conoce como red de flujo. El ingeniero austriaco Philipp Forchheimer en 1930, fue el pionero en proponer la solución mediante un método gráfico de la ecuación de Laplace, sus avances y su trabajo llamaron la atención de los estudiosos de la geología, y años más tarde el ingeniero también austriaco Arthur Casagrande en 1937 realiza la publicación de su trabajo “Seepage through dams” que es un gran aporte para la mecánica de suelos, en el cual difunde el método de la red de flujo. La gráfica de este método se presenta en la siguiente figura (ver Figura 12):

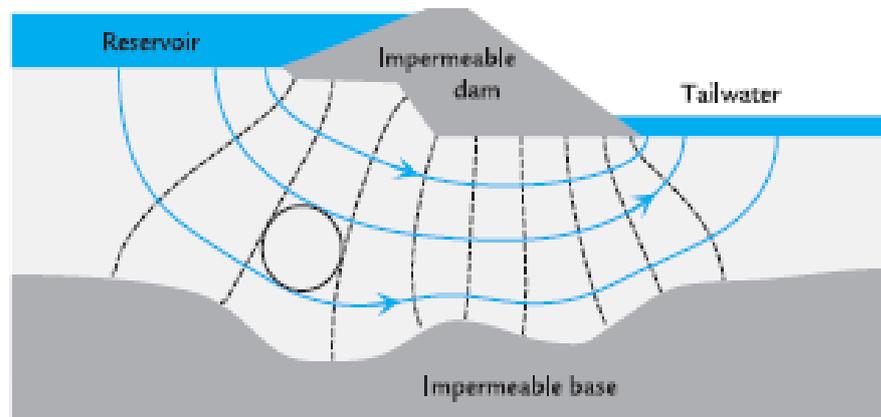


Figura 12 Esquema de red de flujo

Fuente: (Fitts, 2002)

Esta técnica consiste en una herramienta sencilla para representar e interpretar el flujo del agua, al ser puramente gráfica, muestra la distribución de la carga hidráulica y también las trayectorias de las partículas del fluido por las cuales atraviesa al acuífero saturado. Incluso el método de las redes de flujo se utiliza para el estudio del flujo en un entorno artificial, relacionados con obras tales como las presas hidráulicas.

El estudio del movimiento del agua en los suelos es de suma importancia en la Ingeniería, ya que permite predecir cualquier tipo de falla que podría lograr producirse como por ejemplo aspectos de estabilidad de una presa que son consecuencias de la influencia de las filtraciones, de acuerdo a Torres (2010), al resolver la red de flujo se pueden conocer parámetros fundamentales como:

- El gasto de filtración del agua a través del suelo.
- Las presiones dentro de la masa de suelo y sobre las estructuras.
- Las sobrepresiones de filtración.
- La influencia del flujo de agua respecto a la estabilidad de la masa de suelo a través de la cual filtra.
- Las posibilidades del agua de infiltración de producir arrastres del suelo, erosiones, tubificación, etc.

Según Juárez Badillo y Rico Rodríguez (1980), para la construcción de la red de flujo se deben tomar en las siguientes consideraciones:

1. El flujo es de estado estable, invariante respecto al tiempo.
2. El flujo es laminar, y la ley de Darcy es válida.
3. El acuífero es homogéneo.
4. El acuífero es isotrópico.
5. El acuífero está saturado.
6. El agua y el suelo son incompresibles.
7. Las condiciones de borde del problema son conocidas.

Se empieza entonces, por delimitar la zona de flujo que se va a estudiar, procurando que la escala tanto vertical, como horizontal sean iguales, esto para asegurar que los resultados sean acordes a la realidad del caso en estudio.

Lo que busca el estudio de la superficie del flujo básicamente es determinar la magnitud y distribución de las presiones intersticiales, o de poro, que existen en cualquier punto del suelo, a estas presiones también se las conoce como subpresiones, y tienen la característica de que se establecen debido al flujo del agua a través de los poros del suelo, y no se determinan debido a condiciones hidrostáticas.

En el ejemplo de la cimentación de una estructura de hormigón en el suelo de la figura 13 (ver Figura 13), el agua se encuentra almacenada aguas arriba a una altura determinada, debido a la diferencia del nivel del agua en ambos lados de la estructura se crea una filtración a través de la estructura, que se mueve desde el donde existe mayor energía (aguas arriba) hasta donde existe menor energía (aguas abajo).

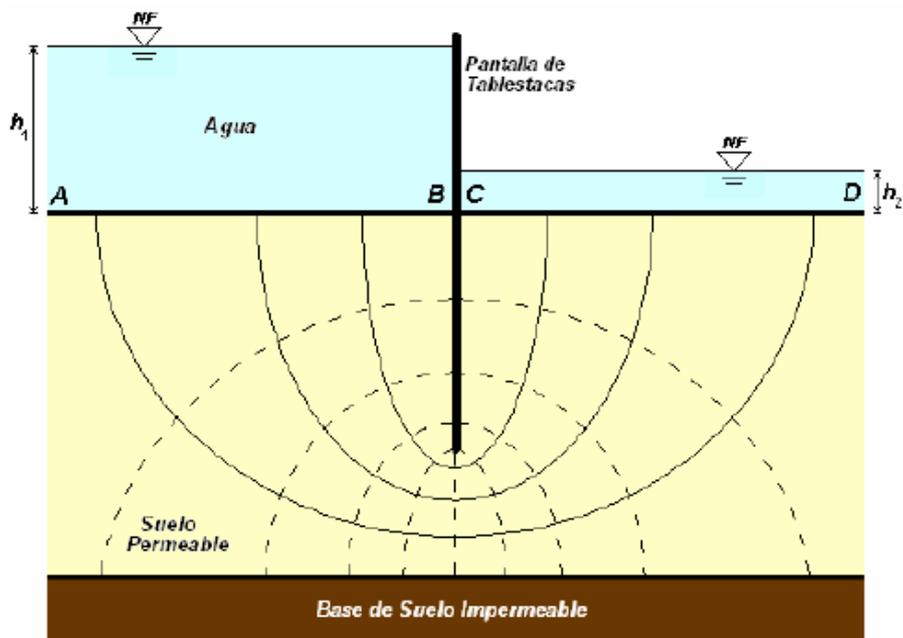


Figura 13 Ejemplo de red de flujo

Fuente: (Torres, 2010)

Al iniciar el flujo del agua, se produce un cambio en la presión de los poros del suelo, ya que pasan de valores iniciales a valores finales que corresponden a las nuevas condiciones de borde. El flujo varía en función del tiempo durante este intervalo, pero cuando se alcanza el equilibrio en la presión intersticial a lo largo de todo el suelo, y consecuentemente el flujo se vuelve de régimen permanente y estado estacionario, dejando de depender del tiempo. La rapidez con la que la presión de poros se ajusta y equilibra varía de acuerdo al tipo de suelo, siendo más rápido cuando el suelo está compuesto de arena o gravas, y muy lento con arcillas.

Anteriormente se definió a la función potencial ϕ y a la función de flujo ψ como soluciones de la ecuación, estas familias de curvas se representan en la red de flujo con el nombre líneas equipotenciales (líneas entre cortadas) y líneas de flujo (líneas continuas) respectivamente. Estas familias de líneas se cortan ortogonalmente (a ángulos rectos), la intersección de estas líneas resulta en la formación de rectángulos que deben ser proporcionados para que se aproximen lo más posible a cuadrados, de tal manera que se pueda inscribir un círculo que sea tangente a los cuatro lados de cada

cuadrado que se forma. Ambas líneas equipotenciales y de flujo, deben estar suavizadas tomando en cuenta que el agua se mueve desde los niveles de mayor energía hacia los niveles con menor energía, siguiendo los caminos de gradiente de máxima energía. La descarga o caudal que pasa por cada tubo de flujo (dos líneas de flujo adyacentes) es el mismo a lo largo de toda la red. La diferencia de carga hidráulica entre dos líneas equipotenciales adyacentes, de igual manera se mantiene constante a lo largo de toda la red.

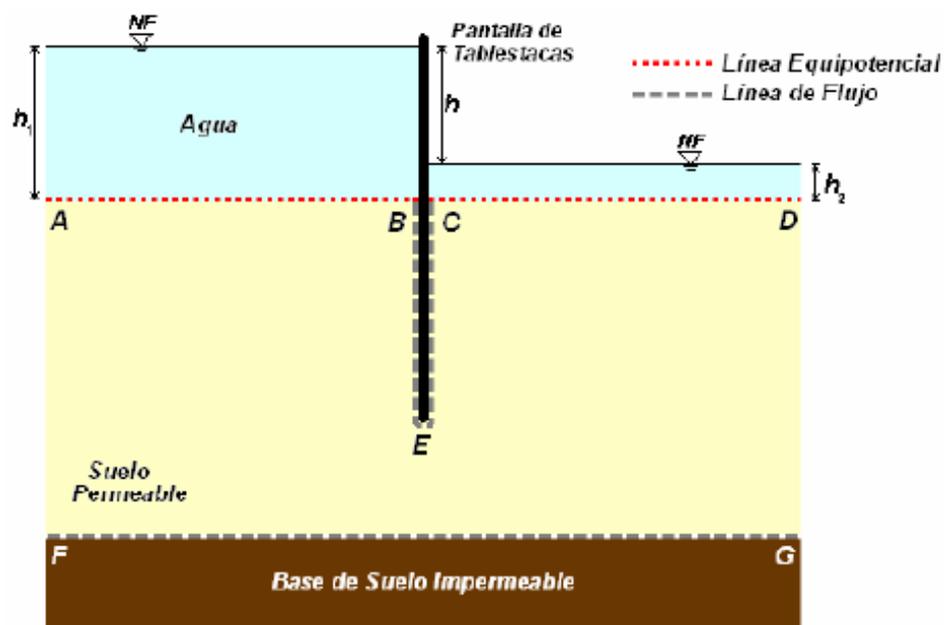


Figura 14 Condiciones de borde de una red de flujo

Fuente: (Torres, 2010)

Según Torres (2010), las condiciones de borde del caso de estudio (ver Figura 14) se definen mediante cuatro líneas, dos líneas equipotenciales y dos líneas de flujo:

- La línea AB es una equipotencial cuya energía o carga hidráulica está dada por el valor de h_1 y es la primera equipotencial porque tiene el valor máximo de energía

- La línea CD es una equipotencial cuya energía o carga hidráulica está dada por el valor de h_2 , es la última línea equipotencial porque tiene el mínimo valor de energía.
- La línea del contorno de la superficie impermeable que está en contacto con el agua BEC, es la primera línea de flujo.
- La línea FG es la última línea de flujo.

2.7.1 Cálculos para la red de flujo

2.7.1.1 Gasto o caudal

La construcción de la red de flujo determina algunos parámetros que sirven para el estudio de la cimentación de una obra hidráulica. Los canales de flujo se establecen por el espacio entre dos líneas de flujo cualquiera y el caudal que circula por cada canal de la red es el mismo. Se considera entonces, un tubo de flujo como el de la Figura 15 (ver Figura 15); limitados por líneas de corriente, esta perspectiva a pesar de ser tridimensional, al tener un ancho b unitario, toma en cuenta al flujo del agua como bidimensional. Además las se considera a las cargas h_i como las cargas hidráulicas o niveles piezométricos de las líneas equipotenciales, L_i la distancia que separa a cada par de líneas equipotenciales contiguas.

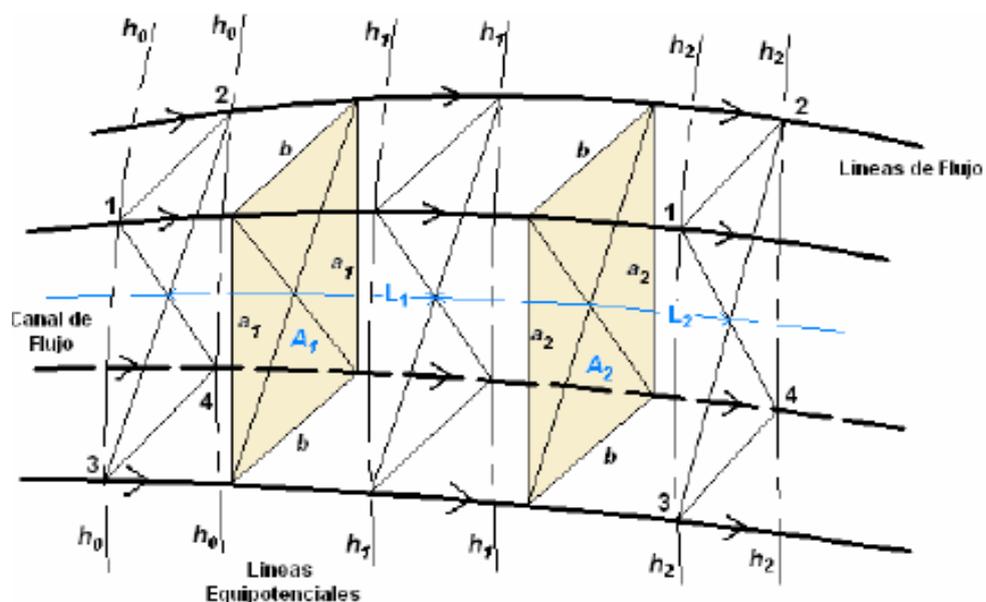


Figura 15 Esquema de un canal de flujo

Fuente:(Torres, 2010)

De acuerdo a Torres (2010), con una simple observación se puede identificar a los gradientes hidráulicos de cada sección del tubo:

$$i_1 = \frac{h_0 - h_1}{L_1} \quad \text{Ec (2.27)}$$

$$i_2 = \frac{h_1 - h_2}{L_2} \quad \text{Ec (2.28)}$$

Y también es posible determinar el área de cada sección:

$$A_1 = a_1 b \quad \text{Ec (2.29)}$$

$$A_2 = a_2 b \quad \text{Ec (2.30)}$$

Como el caudal que circula por cada canal de flujo no varía, se puede establecer que:

$$i_1 A_1 = i_2 A_2 \quad \text{Ec (2.31)}$$

Al disminuir la sección de la región por la cual fluye el agua, el gradiente hidráulico aumentará para cumplir con la ecuación de continuidad.

La caída de potencial, con la que se trazan las líneas equipotenciales es igual en cada par de líneas consecutivas:

$$\Delta h = h_0 - h_1 = h_1 - h_2 \quad \text{Ec (2.32)}$$

Entonces, sustituyendo a la Ec (2.31), se obtiene:

$$\frac{\Delta h a_1 b}{L_1} = \frac{\Delta h a_2 b}{L_2} \quad \text{Ec (2.33)}$$

Simplificando:

$$\frac{a_1}{L_1} = \frac{a_2}{L_2} \quad \text{Ec (2.34)}$$

Esto implica que la relación entre los lados de los rectángulos de la red de flujo, es constante; y consecuentemente, si es que un elemento de la red de flujo es aproximadamente cuadrados, los demás elementos de la red también serán aproximadamente cuadrados.

El caudal Δq que pasa por un canal de flujo está dado por:

$$\Delta q = v A = v_1 A_1 = v_2 A_2 = K i a b \quad \text{Ec (2.35)}$$

Al ser el ancho de la red en estudio unitario, el cálculo del caudal por ancho unitario está dado por:

$$\Delta q = K i a = K \frac{\Delta h}{L} a \quad \text{Ec (2.36)}$$

Como el caudal que pasa por el canal formado entre dos líneas de flujo consecutivas, y la caída de carga hidráulica entre dos líneas equipotenciales se mantiene igual, entonces:

$$\Delta q = \frac{q}{N_f} \quad \text{Ec (2.37)}$$

$$\Delta h = \frac{h}{N_c} \quad \text{Ec (2.38)}$$

Donde:

q es el caudal por ancho unitario

h es la caída de carga hidráulica total

N_f es el número de canales de flujo en la red

N_c es el número de caídas de potencial en la red

Entonces la ecuación Ec (2.36) se reescribe de manera que:

$$q = K h \frac{N_f}{N_c} \frac{a}{L} \quad \text{Ec (2.39)}$$

Pero si se toma a los elementos de la red como aproximadamente cuadrados, se simplifica la expresión a:

$$q = K h \frac{N_f}{N_c} \quad \text{Ec (2.40)}$$

Esta ecuación permite un cálculo sencillo del gasto del caudal por unidad de longitud, debido a que los elementos que lo conforman son constantes conocidas; además se

introduce un nuevo término conocido como factor de forma F_f , el cual depende de la geometría de la red de flujo:

$$F_f = \frac{N_f}{N_c} \quad \text{Ec (2.41)}$$

2.7.1.2 Presiones

Otro parámetro necesario de calcular mediante el trazado de la red de flujo son las presiones en puntos específicos de la red, como se observa en la figura 16 (ver Figura 16), se determina la presión en el punto A suponiendo que el terreno fuera permeable, en este caso la presión sería igual a la suma de h_1 mas h_A multiplicada por el peso específico del agua, pero al existir filtración se debe tomar en cuenta las pérdidas que se producen entre el punto A y la superficie aguas arriba.

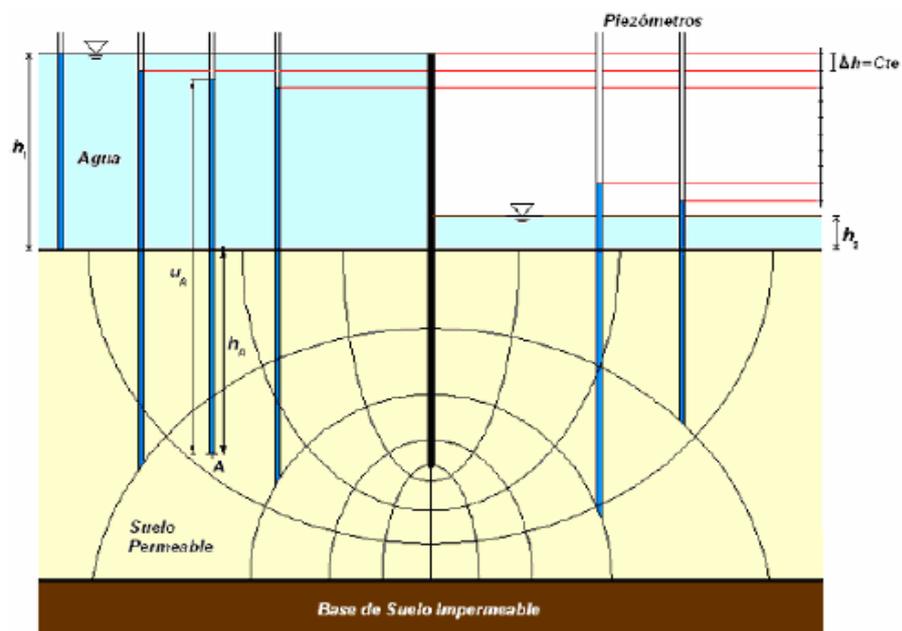


Figura 16 Red de filtración con tablestacado

Fuente:(Torres, 2010)

Entonces la presión neutra en el punto A, viene dada por la expresión:

$$u_A = (h_1 + h_A - N_{CA}\Delta h) \gamma_w \quad \text{Ec (2.42)}$$

Sustituyendo la Ec (2.38) se tiene:

$$u_A = \left(h_1 + h_A - \frac{N_{CA}}{N_C} h \right) \gamma_w \quad \text{Ec (2.43)}$$

Donde:

u_A es la presión neutra en el punto A

h es la carga hidráulica $h_1 - h_2$

Δh es la caída de carga hidráulica constante h/N_C

h_A es la profundidad del punto A

N_C es el número de caída de potencial en la red de flujo

N_{CA} es el número de caídas de potencial proporcionales hasta el punto A

γ_w es el peso específico del agua

Además se puede determinar la sobrepresión hidrostática mediante la siguiente ecuación:

$$sp_A = \left(h - \frac{N_{CA}}{N_C} h \right) \gamma_w \quad \text{Ec (2.44)}$$

El cálculo de presiones y sobrepresiones en una red de flujo, se puede realizar con un método más visual, tomando en cuenta la Figura 17 (ver Figura 17), en la cual la caída de carga se divide en N_C segmentos iguales de valor Δh . Además en este caso el valor del nivel de carga aguas abajo es cero.

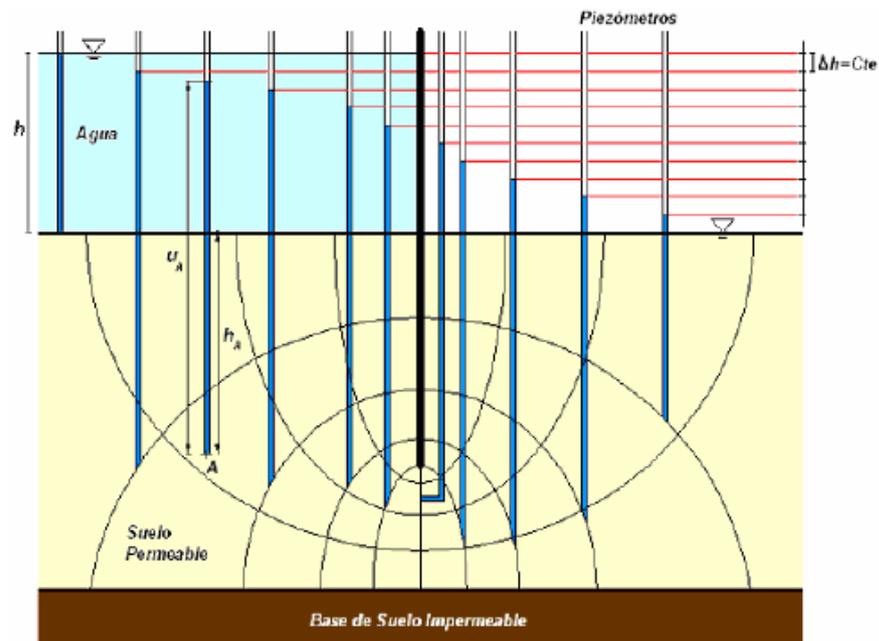


Figura 17 Grafico para cálculo de presiones y sobrepresiones

Fuente: (Torres, 2010)

Para este caso la presión neutra para un punto A cualquiera, está definido por el nivel que el agua alcanza en un piezómetro colocado en dicho punto, tomando en cuenta que existe una pérdida de carga proporcional a Δh :

$$u_A = \left(h + h_A - \frac{N_{CA}}{N_C} h \right) \gamma_w \quad \text{Ec (2.45)}$$

La sobrepresión total que existe en un elemento cubico de lado a , como se ve en la Figura 17, se calcula restando las presiones de las líneas equipotenciales (N_{Ci}, N_{Cj}) que lo limitan, siendo i la línea equipotencial que limita al elemento aguas arriba, y j la línea que limita al cubo en estudio aguas abajo; estas presiones se calculan de la siguiente manera:

$$sp_i = a^2 \left(h - \frac{N_{Ci}}{N_C} h \right) \gamma_w \quad \text{Ec (2.46)}$$

$$sp_j = a^2 \left(h - \frac{N_{Cj}}{N_C} h \right) \gamma_w \quad \text{Ec (2.47)}$$

Al ser las líneas equipotenciales N_{Ci} y N_{Cj} consecutivas, entonces:

$$N_{Cj} - N_{Ci} = 1 \quad \text{Ec (2.48)}$$

Si se restan las presiones que limitan al elemento se tiene:

$$sp_i - sp_j = a^2 \left(h - \frac{N_{Ci}}{N_C} h - h + \frac{N_{Cj}}{N_C} h \right) \gamma_w \quad \text{Ec (2.49)}$$

Reduciendo la Ec (2.49) se tiene:

$$a^2 \left(\frac{N_{Cj}}{N_C} h - \frac{N_{Ci}}{N_C} h \right) \gamma_w \quad \text{Ec (2.50)}$$

Utilizando la Ec (2.48) se obtiene:

$$a^2 \left(\frac{h}{N_C} \right) \gamma_w \quad \text{Ec (2.51)}$$

Sustituyendo la Ec (2.38) en la Ec (2.51) se obtiene:

$$a^2 (\Delta h) \gamma_w \quad \text{Ec (2.52)}$$

Si se multiplica y divide a la ecuación Ec (2.52) por a se obtiene:

$$a^3 \left(\frac{\Delta h}{a} \right) \gamma_w \quad \text{Ec (2.53)}$$

Donde a^3 es el volumen del elemento, y $\Delta h/a$ representa al gradiente hidráulico i .

La Ec (2.53) representa a la presión de filtración, la cual es la fuerza que ejerce el agua sobre el suelo por unidad de volumen, su línea de acción es tangente a las líneas de corriente y se escribe:

$$\sigma_s = i \gamma_w \quad \text{Ec (2.54)}$$

2.7.1.3 Subpresión

La subpresión U en estructuras que se encuentran en contacto con suelos con un flujo establecido de agua, es importante de conocer debido a que es el valor de la presión que el agua ejerce sobre la base de la estructura en estudio, como se puede ver a continuación (ver Figura 18):

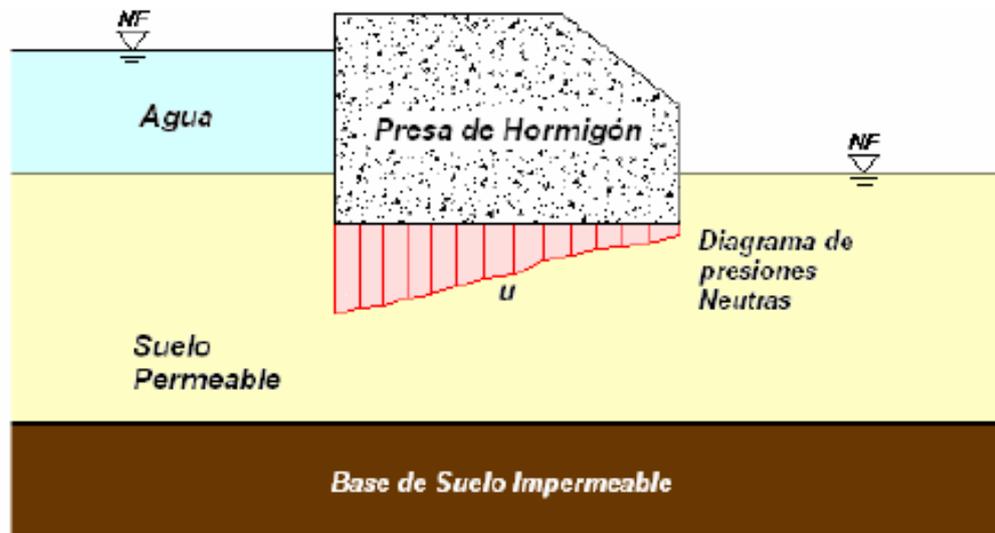


Figura 18 Subpresión en estructuras hidráulicas

Fuente:(Torres, 2010)

Para cuantificar la subpresión se utiliza la siguiente expresión:

$$U = u A \quad \text{Ec (2.55)}$$

Donde la subpresión U , es igual a la multiplicación de las presiones de poro calculados justo en el punto del contacto de la estructura con el suelo, por el área A de contacto. Las presiones de poro pueden obtenerse mediante el cálculo con la Ec (2.43). Si la fuerza de subpresión es igual o mayor que el peso P de la estructura, originará una zona inestable, cuya consecuencia podría llegar a que la estructura se levante, y se produzca un colapso estructural.

2.7.1.4 Tubificación

Según Medrano (2007), la tubificación es un fenómeno que produce arrastre de las partículas del suelo formando un ducto, desde la superficie de aguas abajo por la cual sale el agua de la filtración, hacia el interior del suelo, esto provoca que aumente el gradiente hidráulico. En las regiones donde se produce flujo ascendente, las fuerzas de

filtración reducen el esfuerzo efectivo entre las partículas del suelo, a su vez disminuye la resistencia al esfuerzo cortante del suelo, lo que hace que las partículas que componen el suelo se separen entre sí, dejando una condición de inestabilidad que origina el fenómeno de tubificación como se ve en la siguiente representación (ver Figura 19):

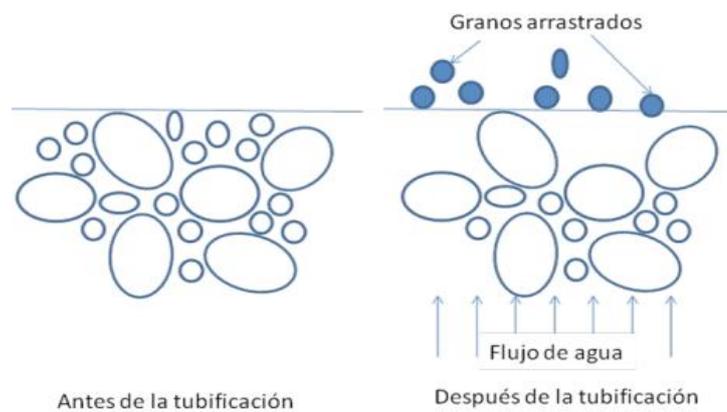


Figura 19 Fenómeno de tubificación

Fuente:(Delleur, 1999)

El aumento del gradiente hidráulico, cuando se produce la tubificación alcanza un valor crítico i_c , que se puede entender mediante la siguiente representación gráfica (ver Figura 20):

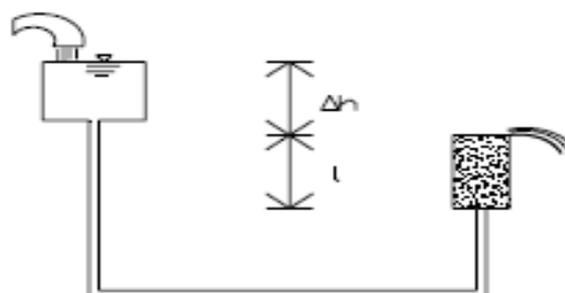


Figura 20 Sistema con diferente carga hidráulica

Fuente:(Medrano, 2007)

En este sistema, la presión de poro en la base de arena se puede expresar así:

$$u = (\Delta h + l) \gamma_w \quad \text{Ec (2.56)}$$

Además el esfuerzo vertical en la base de arena está dado por:

$$\sigma_V = (l) \gamma_s \quad \text{Ec (2.57)}$$

Donde γ_s , es el peso específico de la arena o del material que compone el suelo de la región en estudio.

El estado crítico se produce cuando la presión de poro iguala al esfuerzo vertical en la base del suelo:

$$u = \sigma_V \quad \text{Ec (2.58)}$$

Sustituyendo, se obtiene:

$$(\Delta h + l)\gamma_w = (l)\gamma_s \quad \text{Ec (2.59)}$$

Operando y factorando, se obtiene:

$$(\Delta h)\gamma_w = l(\gamma_s - \gamma_w) \quad \text{Ec (2.60)}$$

$$\frac{\Delta h}{l} = \frac{(\gamma_s - \gamma_w)}{\gamma_w} \quad \text{Ec (2.61)}$$

Entonces se considera al gradiente hidráulico crítico como aquel que produce movimiento cerca de la superficie del suelo, a partir de este valor el suelo pierde toda capacidad de resistir al corte y produce la inestabilidad del suelo hasta el sifonamiento del mismo, y se expresa mediante:

$$i_c = \frac{\gamma_s - \gamma_w}{\gamma_w} \quad \text{Ec (2.62)}$$

Debe compararse el gradiente hidráulico de salida con el gradiente hidráulico crítico para comprobar la estabilidad, esta comprobación se realiza mediante un factor de seguridad para certificar que la cimentación no tendrá problemas de tubificación. Además se considera que el flujo máximo de agua ocurre casi a los pies de la cimentación, específicamente a una distancia $0,5d$ de la estructura como se aprecia a continuación (ver Figura 21):

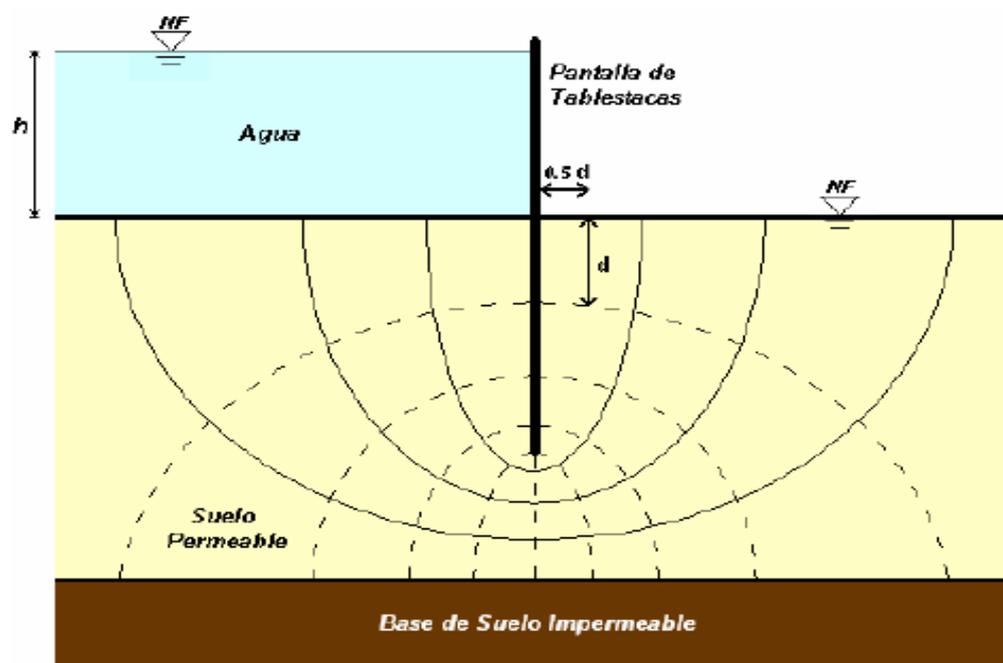


Figura 21 Localización del gradiente máximo en cimentaciones

Fuente:(Torres, 2010)

La comparación del gradiente hidráulico de salida con el gradiente hidráulico crítico se realiza mediante el factor de seguridad FS :

$$FS(i_s) = i_c \quad \text{Ec (2.63)}$$

Donde el factor de seguridad tiene un valor $1,5 < FS < 2$.

Y el gradiente de salida está dado por:

$$i_s = \frac{\Delta h}{d} \quad \text{Ec (2.64)}$$

Y simplificando:

$$i_s = \frac{h}{N_c d} \quad \text{Ec (2.65)}$$

De acuerdo a Torres (2010), en estos casos, en los cuales la estabilidad tanto de la estructura cimentada, como del suelo no están aseguradas se pueden tomar algunas precauciones:

- Disminuir la carga hidráulica total h .
- Colocar un filtro aguas abajo.

2.8 Experimento práctico de analogía electro-hidrodinámica

La analogía entre el comportamiento del flujo hidráulico y del flujo eléctrico quedó establecida en la Tabla 2.4, ahora el problema consiste en simular los parámetros hidráulicos en el modelo eléctrico. Según Juárez Badillo y Rico Rodríguez (1980) se plantea un experimento para simular esta analogía, para esto se utiliza un papel conductor especial que simula a la región del suelo en estudio, esta región debe ser geoméricamente similar a la de la realidad, lo cual se logra dibujando sobre el papel el perfil del suelo y de la cimentación y recortando el papel hasta obtener la región requerida para el estudio como se indica en la figura 22 (ver Figura 22); este papel posee una conductividad constante, es por esto que se asume que el medio en estudio es homogéneo e isotrópico.

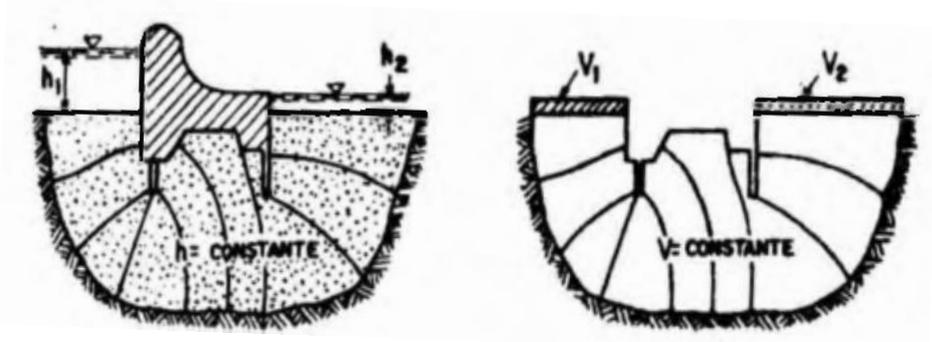


Figura 22 Geometría hidráulica y eléctrica

Fuente:(Juárez Badillo & Rico Rodríguez, 1980)

También en el caso del modelo eléctrico es necesario simular las condiciones de borde del problema hidráulica, lo cual se consigue al aplicar una diferencia de potencial en los bordes equipotenciales de la geometría. La aplicación de voltaje se realiza mediante electrodos en contacto con la superficie del papel conductor, en el cual el primer electrodo es la primera línea equipotencial y el voltaje que se aplica generalmente es de 10 a 12V, y con el segundo electrodo que está en contacto con la última línea equipotencial se aplica un voltaje de 0V mediante la conexión a tierra. La diferencia de voltajes entre ambos electrodos representa la diferencia de la carga hidráulica entre los bordes equipotenciales. Una vez que se ha energizado al papel conductor se puede proceder a la medición del voltaje a lo largo de toda la superficie mediante una punta de multímetro, que es una aguja conductora, este proceso puede hacerse un poco tedioso, pero es necesario para obtener una cantidad de datos razonable.

Cuando se tiene una buena cantidad de datos de voltaje, se puede analizarlos como una malla e identificar los puntos de igual potencial en toda la superficie, uniendo estos puntos se obtiene las líneas equipotenciales. Estas líneas con valores de igual voltaje se deben tener a una caída de voltaje constante, el número de líneas equipotenciales depende únicamente de con que exactitud se busca obtener la solución al problema de la red de flujo, a mayor número de líneas equipotenciales se tendrá una mayor fiabilidad en la respuesta, sin embargo se conviene en la mayoría de casos a utilizar una caída de 1/10 Voltios, lo cual genera un número de 9 líneas equipotenciales, todo esto por facilidad de cálculos y visualización. Después de obtener las líneas equipotenciales, queda únicamente trazar la familia de curvas ortogonales a estas líneas, que son conocidas como líneas de flujo, constituyendo una red que en lo posible tenga elementos cuadrados. El esquema de conexión del experimento de la analogía se observa en el siguiente esquema (ver Figura 23):

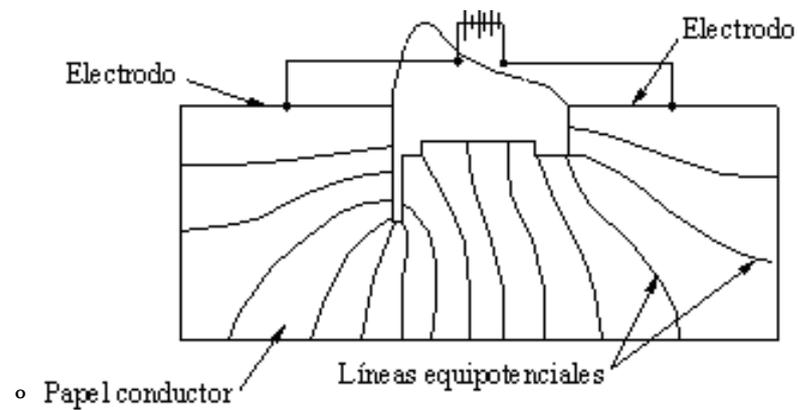


Figura 23 Esquema de conexión de analogía con papel conductor

Fuente:(Juárez Badillo & Rico Rodríguez, 1980)

Dentro de la red de flujo existen algunas condiciones que deben cumplirse para que esta sea apropiada, y es que no se pueden cortar líneas equipotenciales entre sí, y tampoco pueden interceptarse las líneas de flujo entre sí. Además las líneas deben tener una curvatura suavizada, y cumplir que el corte entre líneas de flujo y líneas equipotenciales debe ser en ángulos rectos.

CAPÍTULO 3: DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN

En primer lugar el dimensionamiento del equipo está establecido para formatos de papel conductor A4 mínimo, y máximo formatos A3. Se plantea el diseño de un equipo con la intención de que sea liviano, está compuesto por tres ejes con su respectivo movimiento en X, Y, Z; mediante motores y ejes o guías. El equipo se apoya sobre una base fija. Además este diseño contempla la utilización de piezas obtenidas mediante impresión 3D, debido a que al ser hechas con materiales plásticos, presentan la característica de ser más livianos que el metal, también permiten realizar cualquier tipo de diseño ya que la resolución de impresión es alta. El diseño planteado se observa en la siguiente figura (ver Figura 24):

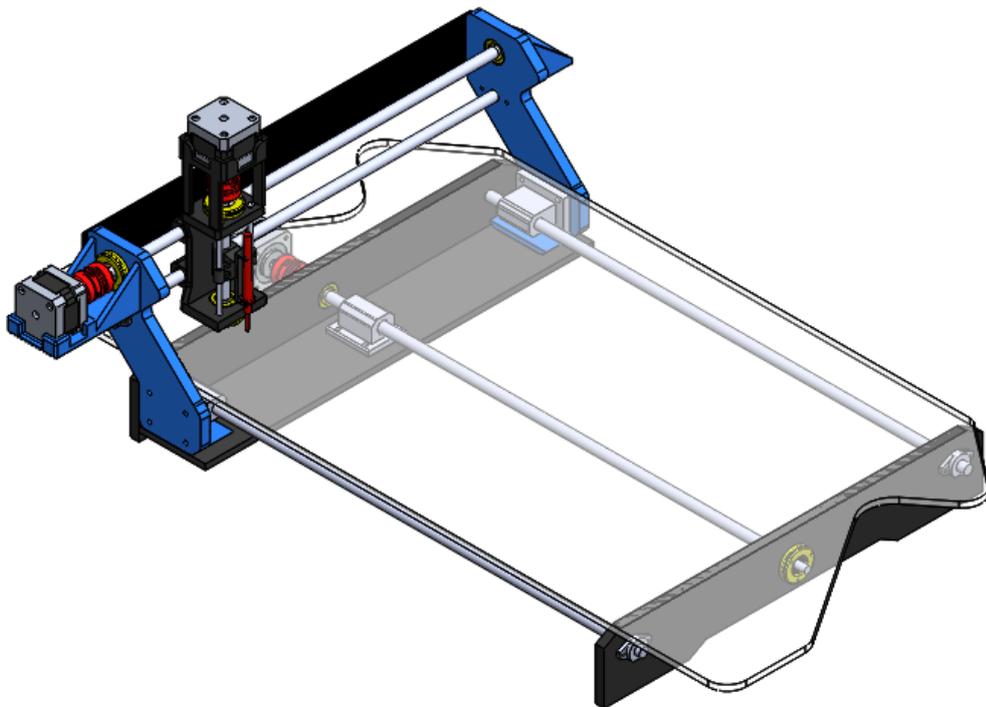


Figura 24 Diseño del sistema mecánico del equipo

3.1 Componentes mecánicos

3.1.1 Diseño, dimensionamiento y manufactura de componentes mecánicos

3.1.1.1 Panel

La superficie donde se asentará el papel conductor será de vidrio debido a que es un material no conductor, y por lo tanto no alterará las mediciones de voltaje que se realizarán al papel. Su tamaño está adecuado para satisfacer el requerimiento de papeles con formato A4 y A3. El diseño del panel se observa a continuación (ver Figura 25):



Figura 25 Panel de vidrio

3.1.1.2 Motores

Una de las consideraciones más importantes al momento de elegir el tipo de motor a utilizar es la aplicación en la que estará involucrado. La máquina realiza un proceso de medición de voltajes en un intervalo de distancias muy pequeñas, por lo tanto se necesita un motor que pueda brindar movimientos precisos. En este caso, el motor paso a paso es adecuado para el trabajo, puesto que se puede controlar su giro de manera muy exacta mediante los pasos que pueda realizar.

A diferencia de los motores DC comunes, el motor paso a paso no necesita de un lazo cerrado de control para la posición, es suficiente con enviar los pulsos adecuados a los devanados para poder conocer el número de giros y por ende la posición. Además,

los motores paso a paso eliminan la necesidad de un freno para poder detener la carga, porque transmiten un torque de detención al eje mientras el motor no se está moviendo.

A continuación se detallan los parámetros escogidos del motor paso a paso (ver Tabla 5) y se observa su relación (ver Figura 26):

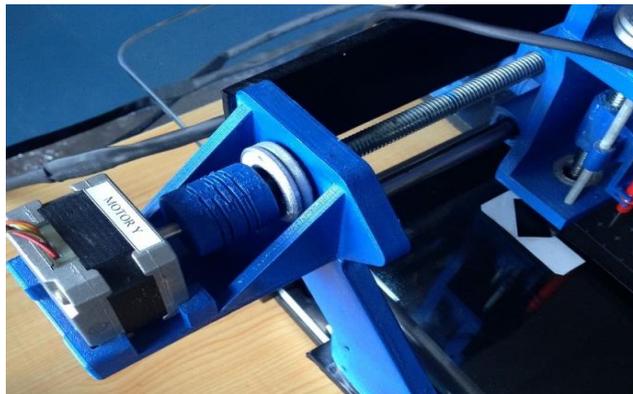


Figura 26 Mecanismo motor/eje

Tabla 5

Especificaciones de motor

Parámetro	Especificación
Masa de la carga (m)	1,5 Kg
Coefficiente de fricción entre eje y rosca (μ)	0.3
Eficiencia del mecanismo (e):	85%
Angulo de inclinación del mecanismo (θ)	0
Factor de seguridad (FS)	2
Transmisión del movimiento al eje	Directa
Fuerzas externas aplicadas (F_a)	0
Densidad del eje roscado (δ):	2800 Kg/m ³
Diámetro exterior del eje roscado (D_b):	9.53 mm
Longitud del eje roscado (L_b)	500 mm
Paso del eje roscado (P_b)	1.59 mm/rev
Inercia del rotor (J_o):	0.004x10 ⁻³ Kg.m ²
Tiempo de aceleración/desaceleración (t):	0.05 s
Velocidad media (V):	120 rev/min

Para el cálculo del torque requerido por el motor se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$T_{total} = (T_a + T_l)FS \quad \text{Ec (2.66)}$$

Donde: T_{total} es el torque total requerido por el motor, T_a es el torque de aceleración y T_l es el torque de la carga.

$$J_l = J_w + J_s \quad \text{Ec (2.67)}$$

Donde: J_l es la inercia de la carga, J_w es la inercia del peso, y J_s es la inercia del eje del rotor.

Se calculan las inercias:

$$J_w = m \left(\frac{Pb * 10^{-3}}{2\pi} \right)^2 = 1.5 \left(\frac{1.59 * 10^{-3}}{2\pi} \right)^2$$

$$J_w = 9.615x10^{-8} \text{ Kgm}^2 \quad \text{Ec (2.68)}$$

$$J_s = \frac{\pi}{32} \delta(Lb)(Db)^4$$

$$J_s = \frac{\pi}{32} 2800(500 * 10^{-3})(9.53 * 10^{-3})^4$$

$$J_s = 1.374x10^{-6} \text{ Kgm}^2 \quad \text{Ec (2.69)}$$

Reemplazando en la Ec.2.67

$$J_l = 9.615x10^{-8} + 1.374x10^{-6} = 1.470x10^{-6} \text{ Kgm}^2 \quad \text{Ec (2.70)}$$

Se calculan los torques:

$$T_a = (J_o * i^2 + J_l) \left(\frac{Vm}{9.55 * t} \right) = (1.470x10^{-6}) \left(\frac{120}{9.55 * 0.05} \right)$$

$$T_a = 1.297x10^{-3} \text{ Nm} \quad \text{Ec (2.71)}$$

$$F = m * 9.8(\sin \theta + \mu \cos \theta) = 1.5 * 9.8(0.3 \cos 0)$$

$$F = 4.410 \text{ N} \quad \text{Ec (2.72)}$$

$$T_l = \left(\frac{F * Pb}{2\pi e} \right) = \left(\frac{4.410 * 1.59 * 10^{-3}}{2\pi * 0.85} \right) = 1.191x10^{-1} \text{ Nm} \quad \text{Ec (2.73)}$$

Reemplazando en la Ec. 2.66

$$T_{total} = (1.297 \times 10^{-3} + 1.191 \times 10^{-1}) * 2 = 2.408 \times 10^{-1} \text{ Nm} \quad \text{Ec (2.74)}$$

Dentro de estos parámetros calculados se puede escoger el motor paso a paso NEMA 17, con las siguientes especificaciones (ver Figura 27):

Specifications

NEMA 17 Motor

Electrical

Step angle.....	1.8 deg
Steps per revolution.....	200
Angular accuracy	±3%
Phases.....	2

Industry Standards

Industrial standards.....	CE, UR
Sealing standard.....	IP40
RoHS compliance.....	Yes

Physical

Operating temperature	-20 to 40 °C
Shaft load (20,000 hours at 1,500 rpm)	
Radial.....	15 lb (6.8 kg) at shaft center
Axial push.....	6 lb (2.7 kg)
Axial pull.....	15 lb (6.8 kg)

NI Part Number	Manufacturer Part Number	Dual Shaft	Drive	Amps/Phase	Holding Torque oz-in. (N · m)	Rotor Inertia oz-in.-s ² (kg-m ² x10 ⁻³)	Phase Inductance mH	Phase Resistance Ω ±10%	Detent Torque oz-in. (N · m)	Thermal Resistance °C/watt	Max Speed rpm
780067-01	CTP10ELF10MAA00	-		1.0	43 (0.30)	0.0005 (0.0040)	7.7	5.25	1.98 (0.014)	6.21	3000
780068-01	CTP10ELF10MMA00	✓									
780069-01	CTP11ELF11MAA00	-									
780070-01	CTP11ELF11MMA00	✓	P70530	1.1	63 (0.44)	0.0008 (0.0050)	11	5.19	2.55 (0.018)	5.44	3000
780071-01	CTP12ELF10MAA00	-		1.0	80 (0.56)	0.0011 (0.0070)	12	6.51	2.97 (0.021)	4.71	3000
780072-01	CTP12ELF10MMA00	✓									

Figura 27 Especificaciones motor NEMA 17

Fuente: (National Instruments,2010)

Se puede observar que para el motor 780067-01 el torque es de 0.3 Nm, lo cual es suficiente para nuestra aplicación.

3.1.1.2 Eje roscado

Con el objetivo de reducir la inercia rotacional de la carga aplicada al motor se pueden tomar dos acciones: incrementar el paso del eje roscado o reducir su diámetro. Se debe tomar en cuenta las consecuencias que podrían afectar positiva o negativamente al mecanismo. En caso de tener un paso demasiado grande, la máquina perdería precisión en el movimiento, al ser este un aspecto crítico de diseño se recomienda no incrementar el valor del paso.

Con respecto al diámetro del eje, es necesario verificar que dadas las dimensiones de longitud, el efecto del pandeo no afecte al movimiento del mecanismo.

A continuación se detallan las especificaciones del eje roscado de 16 hilos por pulgada (ver Tabla 6):

Tabla 6

Especificaciones de eje roscado

Parámetro	Especificación
Longitud X	500mm
Longitud Y	400mm
Longitud Z	80mm
Paso	1.59mm
Diámetro	9.53mm

3.1.1.2.1 Deflexión máxima en los ejes

Se considera el caso más crítico cuando la carga está en la mitad de la longitud del eje roscado, como se muestra en el siguiente esquema (ver Figura 28):

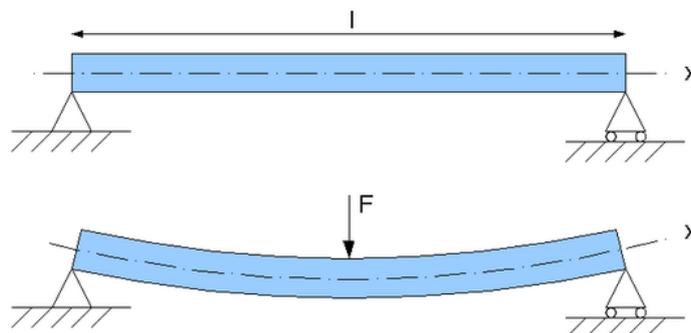


Figura 28 Deflexión en ejes

Fuente:(Shigley & Vicker, 1983)

Se aplica la siguiente ecuación:

$$\delta = \frac{PL^3}{48EI} \quad \text{Ec (2.75)}$$

Donde: P es la carga que soporta el eje, L la longitud del eje, E es el módulo de elasticidad propio del material, y I es la inercia del eje.

$$\delta = \frac{(1.5 \times 9.8)(0.5)^3}{48(70 \times 10^9)(4.908 \times 10^{-10})} = 1.11 \times 10^{-3} \text{ m} \quad \text{Ec (2.76)}$$

3.1.1.2.2 Precisión de la máquina

El paso más pequeño que el motor puede ofrecer es 1.8° , entonces:

$$\begin{aligned} \text{Distancia}_{\text{mínima}} &= \frac{\text{Paso}_{\text{min.motor}} * \text{Paso}_{\text{eje roscado}}}{360^\circ} \\ \text{Distancia}_{\text{mínima}} &= \frac{1.8^\circ * 1.59 \text{ mm}}{360^\circ} = 0.008 \text{ mm} \end{aligned} \quad \text{Ec (2.77)}$$

Esto significa que la máquina puede realizar un mallado para la medición de voltajes con un intervalo mínimo de 0.008 mm. Al ser este un valor teórico no se toman en cuenta las tolerancias de los fabricantes del motor y del eje roscado, lo que adiciona un grado de error en las mediciones. A pesar de ser un error muy pequeño, se recomienda trabajar con intervalos mayores a 0.01 mm.

3.1.1.4 Acoples para motor

Como ya se ha calculado previamente, la precisión de la posición es 0.01 mm y el torque del motor es suficiente para el funcionamiento, por lo tanto no es necesario realizar un acople con engranes. Se ha recurrido a la opción de implementar un acople directo al eje roscado del tipo flexible ranurado.

Los criterios de selección incluyen: la absorción de desalineaciones, la precisión, el torque transmitido y la velocidad rotacional de operación. Los acoplamientos flexibles ranurados tienen una buena respuesta en cuanto a variaciones de velocidad y

permiten cierta flexibilidad para las desalineaciones que se puedan presentar en los ejes. Las características de los acople se presenta a continuación (ver Figura 29):

Modelo	Par	Par apriete	Velocidad máxima	Desalineamientos máximos admisibles			Constantes elástica torsional	Constantes elástica radial	Masa	Inercia
				Angular grad.	Axial mm	Radial mm				
AFP 6508	2	8	8.000	±2	±0,15	±0,1	0,55	24	0,5	0,02
AFP 1015	15	15	8.000	±2	±0,2	±0,15	2,2	22	2,4	0,34
AFP 1218	25	35	8.000	±2,5	±0,25	±0,15	2,8	28	4	0,83
AFP 1622	40	50	8.000	±3	±0,3	±0,2	5	34	9,5	3,2
AFP 1922	60	50	8.000	±3,5	±0,4	±0,25	9	40	13	6,7
AFP 2524	100	120	8.000	±4	±0,5	±0,3	20	60	26	22,2
AFP 2532	100	120	8.000	±4	±0,5	±0,3	18	50	35	30
AFP 3030	150	120	8.000	±4	±0,5	±0,3	21	60	45	57
AFP 3038	150	120	8.000	±4	±0,5	±0,3	21	60	60	76
AFA 1421	50	50	6.000	±3	±0,25	±0,2	4,5	22	6,5	1,9
AFA 1625	60	50	6.000	±3,5	±0,3	±0,2	5,5	30	10	3,8
AFA 1928	80	80	6.000	±4	±0,4	±0,25	8	36	16	8,7
AFA 2532	120	100	6.000	±4	±0,5	±0,35	16	45	34	29
AFA 3038	150	100	6.000	±0,4	±0,5	±0,35	19	60	58	76

Figura 29 Características técnicas acoples para motor

Fuente:(DISAI, 200)

El modelo APF 1622 cumple con el requerimiento del torque mínimo de 0.3 Nm. Las medidas del eje del motor y el eje roscado se especifican a continuación (ver Figura 30 y 31):

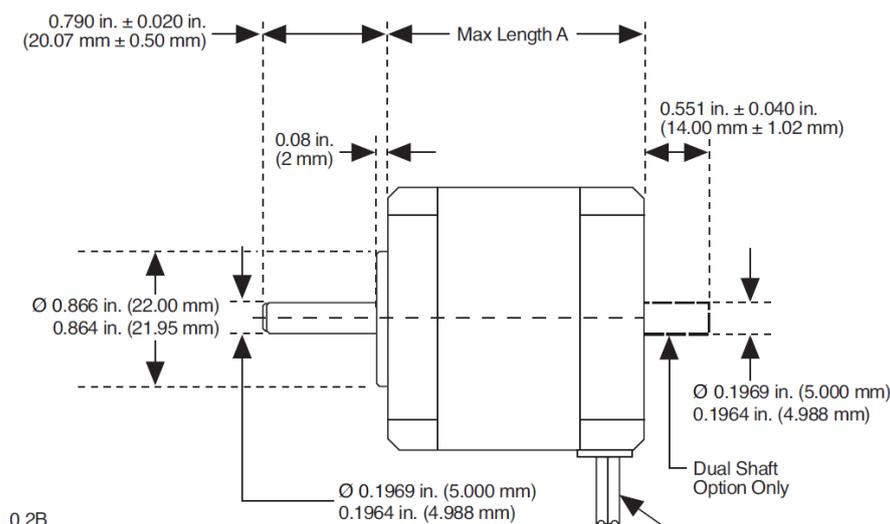


Figura 30 Medidas de acoplamiento eje con motor

Fuente:(DISAI, 2010)

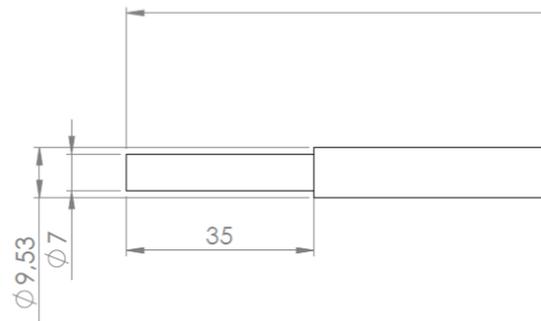


Figura 31 Medidas eje del mecanismo

Las medidas del acoplamiento deben coincidir con los diámetros del motor y eje roscado:

$$D_{motor} = 5 \text{ mm}$$

$$D_{eje \text{ roscado}} = 7 \text{ mm}$$

3.1.1.6 Soportes para rodamientos

Los rodamientos para cada uno de los ejes estarán situados en estructuras impresas en material PLA, los cuales contribuyen a que el rodamiento se mantenga en su posición, el diseño de los soportes se presenta a continuación (ver Figura 32):

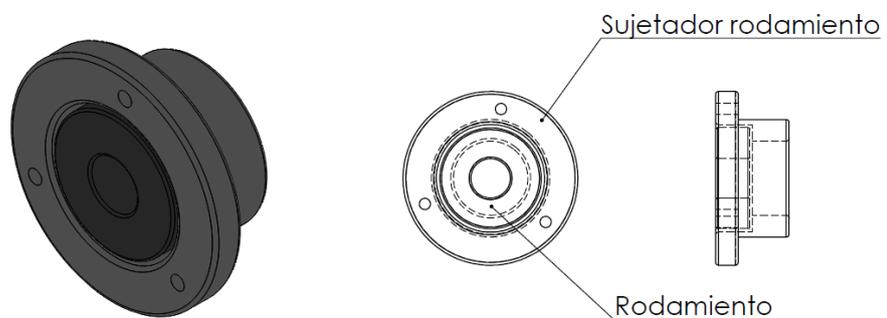


Figura 32 Soporte rodamiento

Es necesario establecer una relación de apriete entre las dos piezas, con el fin de asegurar el rodamiento. Se ha escogido una tolerancia agujero/eje de 7H8/f7.

3.1.1.7 Placas de soporte

Se han diseñado placas de madera cuya función principal es la de servir de soporte para los rodamientos y para las guías laterales. Los cortes se han realizado tomando en cuenta los diámetros especificados a continuación (ver Figura 33):

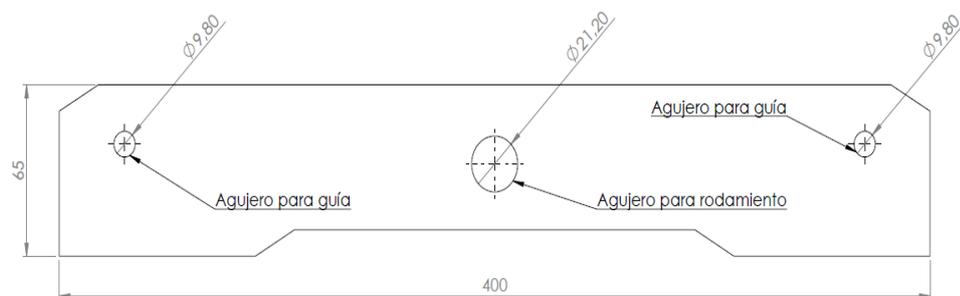


Figura 33 Placa de soporte

3.1.2 Implementación de elementos mecánicos

La máquina está dividida en tres grupos de ensambles principales, para cada uno de los ejes X,Y,Z. Se tiene un conjunto de motor, acople, eje roscado y rodamientos.

3.1.2.1 Ensamble eje X

Este es el conjunto más crítico porque soporta la mayor carga, por ende todos los elementos mecánicos han sido dimensionados para este ensamble. Con el fin de mejorar la estabilidad y rigidez de la máquina se ha provisto la implementación de rieles de bolas para ayudar al movimiento del ensamble que se muestra a continuación (ver Figura 34)

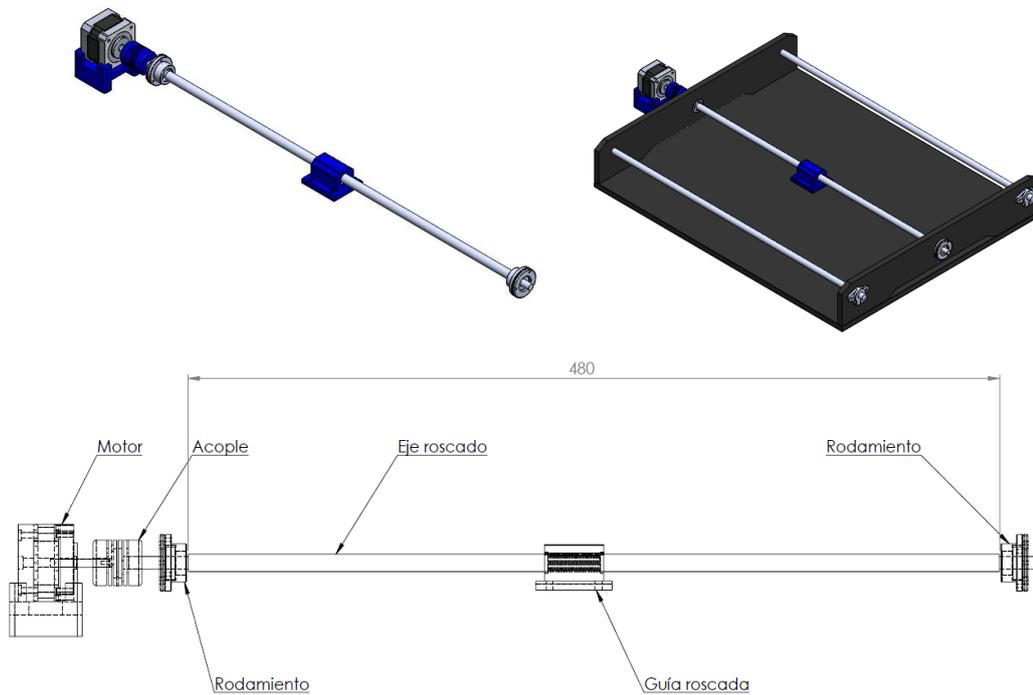


Figura 34 Ensamble eje X

3.1.2.2 Ensamble eje Y

Este conjunto tiene la misma distribución y funcionamiento que el ensamble para el eje X, la única diferencia está en los soportes laterales. Se han diseñado de tal manera que puedan equilibrar la carga en un punto central y de esa manera eliminar la inercia rotacional aplicada al motor. El ensamble del eje Y se muestra a continuación (ver figura 35):

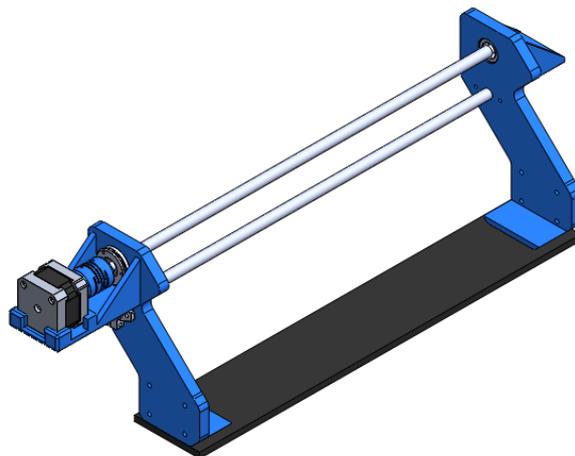


Figura 35 Ensamble eje Y

3.1.2.3 Ensamble eje Z

El comportamiento del eje Z sigue los mismos lineamientos de los anteriores ejes. En este mecanismo se ha diseñado un ensamble que pueda sujetar a la punta metálica para medición de voltajes. Se puede visualizar el ensamble a continuación (ver Figura 38 y 39):

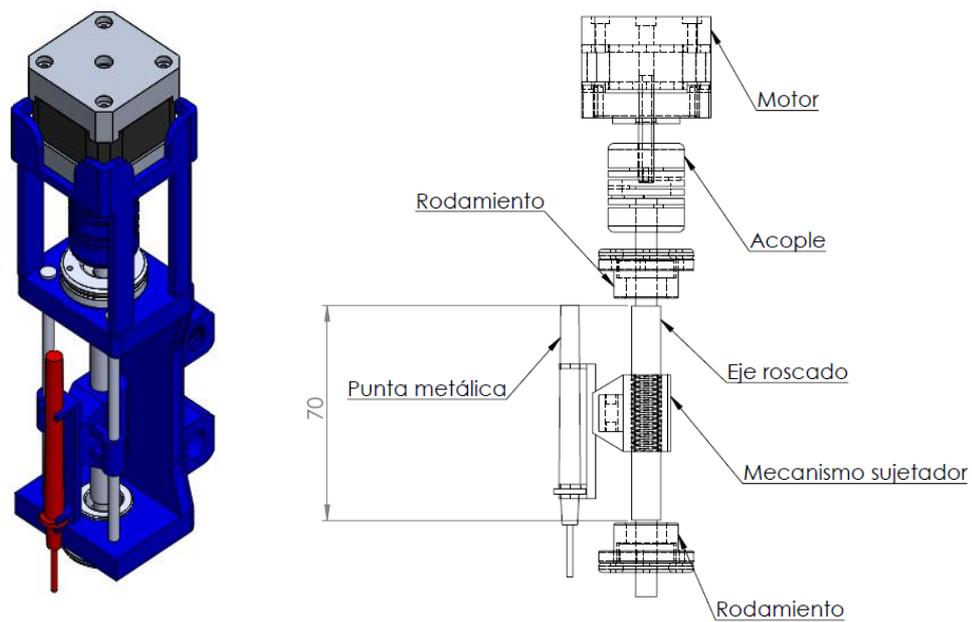


Figura 36 Ensamble eje Z

3.1.2.3 Ensamble del sistema mecánico

El ensamble de la estructura y el sistema mecánico del equipo se debe realizar de manera cuidadosa, utilizando calibrador y nivel, de manera que al final el equipo quede perfectamente nivelado y sea estable. A continuación se visualiza el resultado del ensamble del sistema mecánico (ver Figura 37):

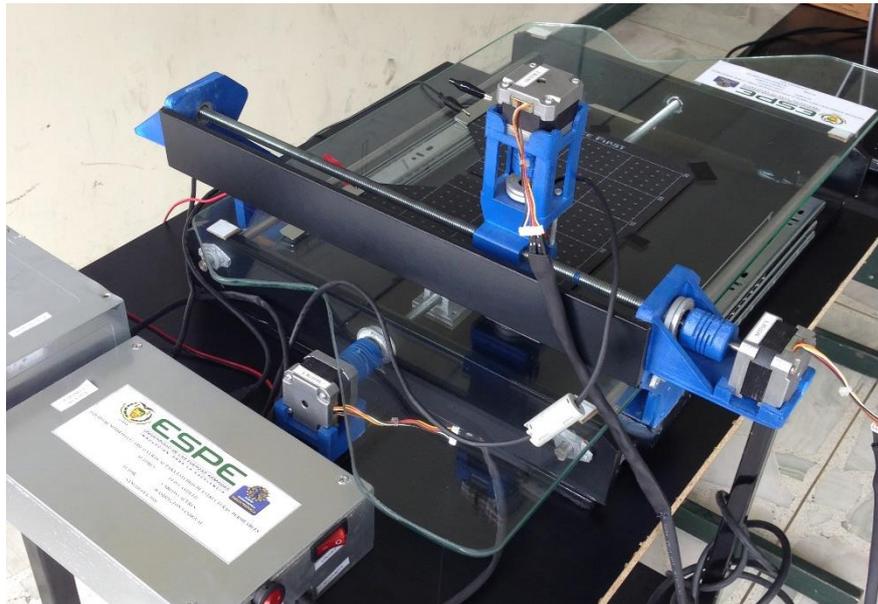


Figura 37 Implementación del sistema mecánico

3.2 Componentes eléctricos

3.2.1 Diseño y dimensionamiento de componentes eléctricos

3.2.1.1 Control de motores

El control de la posición, velocidad y dirección de giro se realizará mediante varios componentes electrónicos, de los cuales se explica su funcionalidad:

3.2.1.1.1 Drivers de motores Pololu A4988

Este tipo de drivers permite el control de un motor bipolar paso a paso, cuya principal característica es que la corriente aplicada a cada bobina del motor puede ser regulada, hasta un máximo de 2A. Cuenta con distintas modalidades que permiten ajustar los micropasos enviados al motor, con la finalidad de tener una menor resolución. A continuación, se detalla un diagrama de conexión para el driver y el motor paso a paso (ver Figura 38):

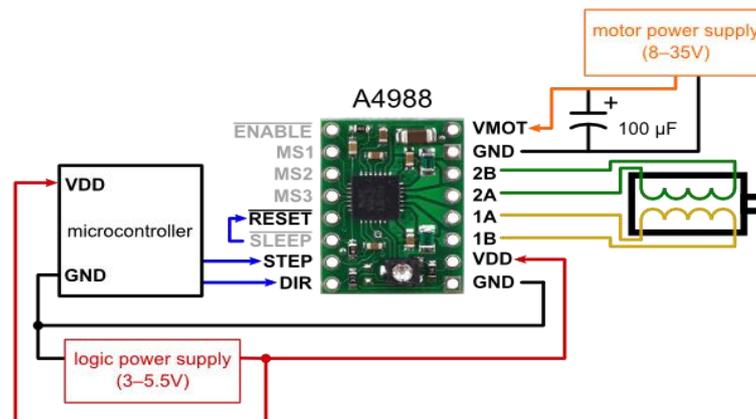


Figura 38 Conexión driver A4988 con motor

Fuente: (Pololu Robotics & Electronics, 2016)

En este caso, la fuente de poder de alimentación para los motores será 12V, y el voltaje de alimentación para el driver será 5V (voltaje obtenido de placa arduino UNO). En cuanto a la configuración de los micropasos, se tendrá todos los pines en bajo MS1, MS2, MS3; para de esta manera trabajar con el modo FULL-STEP.

Los pines STEP y DIR son los que reciben las señales del microcontrolador arduino para controlar el número de pasos y la dirección horaria o anti-horaria.

3.2.1.1.2 *Arduino, GRBL Controller y Universal G-Code Sender*

Esta aplicación conlleva la utilización de código G en el control de los movimientos de los motores, por lo tanto es necesario implementar en el micro-controlador un programa capaz de interpretar el código y transformarlo en señales para los drivers y motores.

GRBL es un software de libre uso, el cual sirve para el control de máquinas con motores en los 3 ejes principales X, Y, Z. La ventaja principal de este software es que es completamente compatible con Arduino, y se puede cargar de manera sencilla en cualquier micro-controlador Atmega328P utilizando el IDE de Arduino. GRBL puede recibir código G estándar, interpretarlo y enviar los pulsos necesarios a los motores para lograr el control de la posición y velocidad. El siguiente gráfico detalla el modo

de conexión de Arduino con los drivers A4988, una vez que se ha implementado GRBL (ver Figura 39):

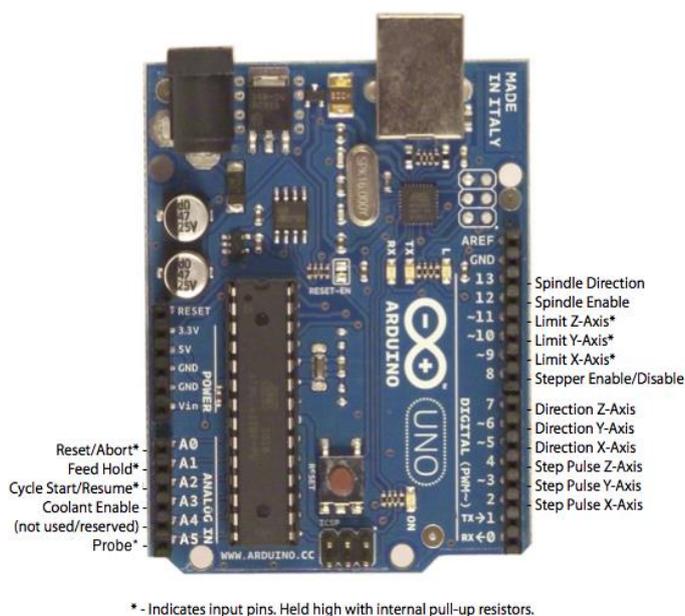


Figura 39 Conexión ARDUINO con driver A4988

Fuente: (GitHub, 2016)

Una vez que el software está implementado en la placa Arduino UNO, es necesario tener una aplicación con una interfaz gráfica capaz de enviar el código G en texto plano hacia el micro-controlador. El software que se utiliza es Universal G-Code Sender (UGS). Este programa puede establecer una conexión tipo serial con Arduino, y recibir/enviar el código. Además UGS permite conocer el estado de la posición de cada motor, y de la misma forma todos los parámetros relacionados a la velocidad y avance son totalmente configurables según la necesidad.

A continuación se detalla el GUI de Universal Gcode Sender (ver Figura 40):

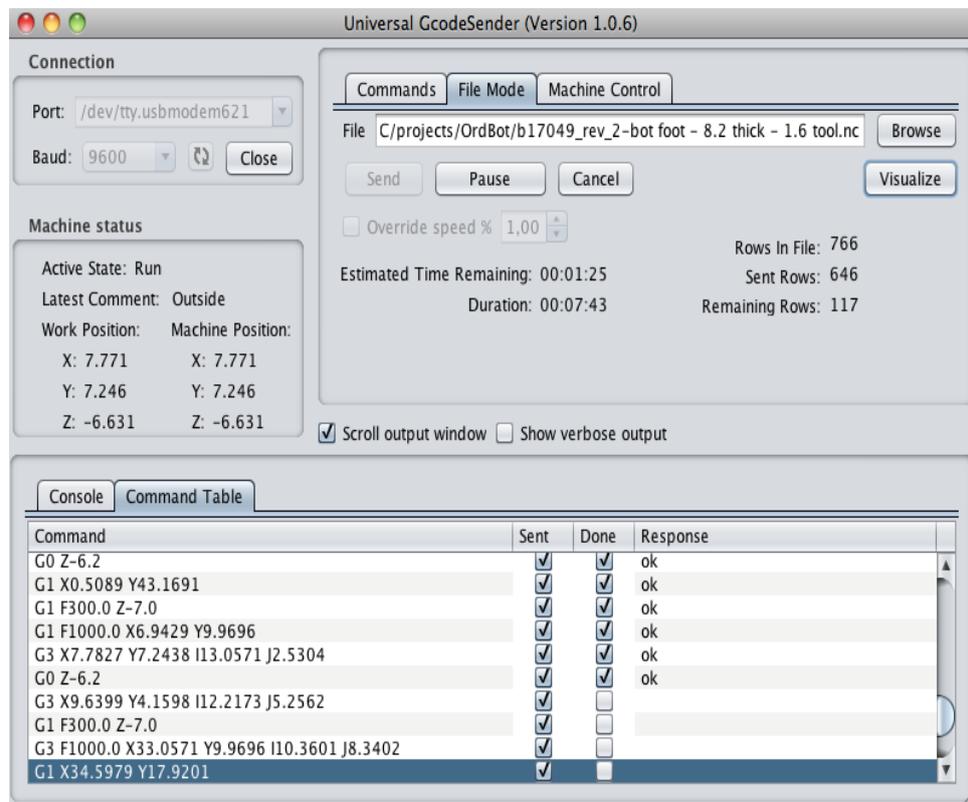


Figura 40 Universal GCode Sender

Fuente: (GitHub, 2016)

3.2.1.2 Circuito de medición de voltaje

El sistema de medición de voltaje está implementado en la placa Arduino Uno, haciendo uso de las entradas analógicas. La resolución máxima es de 10 bits, lo que significa que se pueden tener 1024 diferentes valores de voltaje. Dado a que el voltaje máximo de entrada en la placa es de 5V, es necesario implementar un circuito divisor de voltaje para reducir los 12V que se manejan en el papel semi-conductor.

El circuito de medición de voltaje cuenta con una punta de testeo de metal, la cual se ensambla en el mecanismo del eje Z de la máquina; su funcionamiento se basa en hacer contacto con el papel y la placa Arduino se encarga de medir el voltaje.

A continuación se detalla un diagrama de conexiones (ver Figura 41):

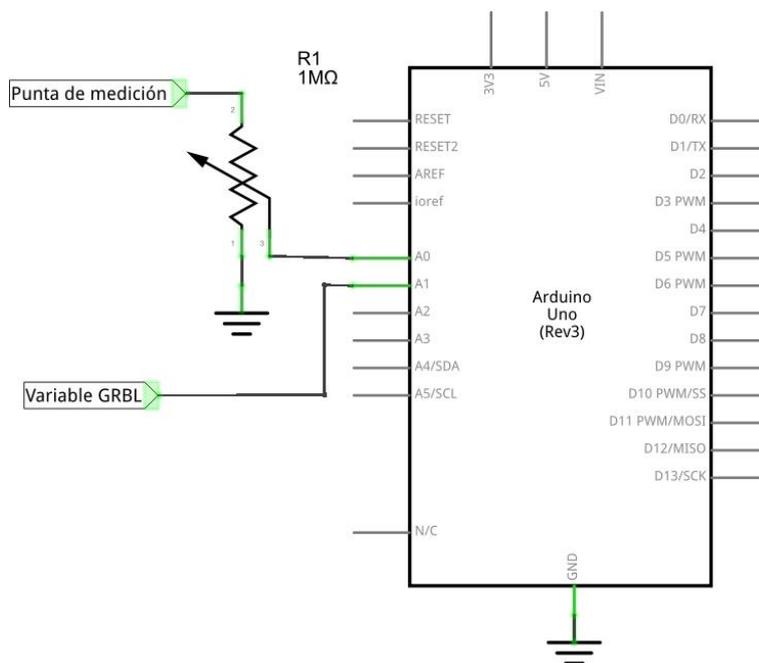


Figura 41 Conexión medidor de voltaje con ARDUINO

3.2.1.3 Fuente de voltaje

Se requieren diferentes niveles de voltaje para alimentar todo el sistema. Los motores y el papel conductor requieren 12V DC, las placas Arduino Uno y los drivers funcionan con un voltaje de 5V DC.

Se debe tomar en cuenta también la corriente necesaria para los elementos. Los motores consumen 1A por cada bobina, es decir que en total los tres motores bipolares a pasos emplean 6A.

No se toman en cuenta las placas Arduino para el cálculo de la corriente debido a que se conectan al puerto USB del computador, el cual provee de 5V DC con una corriente máxima de 500mA. De la misma forma, los drivers son alimentados con la fuente interna de 5V DC de la placa Arduino. A continuación se muestra la fuente (ver Figura 42):



Figura 42 Fuente de voltaje ATX

Fuente: (Litoral Tech, 2016)

Se opta por la utilización de una fuente ATX, debido a su confiabilidad y protección contra sobre-voltaje y corto circuitos. Las especificaciones se detallan a continuación (ver Figura 43):

Color	Signal	Pin	Pin	Signal	Color
Orange	+3.3 V	1	13	+3.3 V	Orange
				+3.3 V sense	Brown
Orange	+3.3 V	2	14	-12 V	Blue
Black	Ground	3	15	Ground	Black
Red	+5 V	4	16	Power on	Green
Black	Ground	5	17	Ground	Black
Red	+5 V	6	18	Ground	Black
Black	Ground	7	19	Ground	Black
Grey	Power good	8	20	Reserved	N/C
Purple	+5 V standby	9	21	+5 V	Red
Yellow	+12 V	10	22	+5 V	Red
Yellow	+12 V	11	23	+5 V	Red
Orange	+3.3 V	12	24	Ground	Black

+3.3V	1	13	+3.3V
+3.3V	2	14	-12V
COM	3	15	COM
+5V	4	16	PS_ON#
COM	5	17	COM
+5V	6	18	COM
COM	7	19	COM
WR_ON	8	20	NC
+5VSB	9	21	+5V
+12V	10	22	+5V
+12V	11	23	+5V
+3.3V	12	24	COM

COM	1	2	+12V
COM	3	4	+12V

Figura 43 Especificación en fuente ATX

Fuente: (Prometec, 2016)

3.2.2 Implementación de elementos eléctricos

Para la implementación del sistema eléctrico se crea una placa de circuito impreso (PCB) en el cual se conectarán todos los elementos eléctricos del sistema. Se presenta el diseño esquemático del circuito de control de motores y medición de voltaje. Para posteriormente, realizar un ruteo de las pistas en el programa ARES (ver Figura 44).

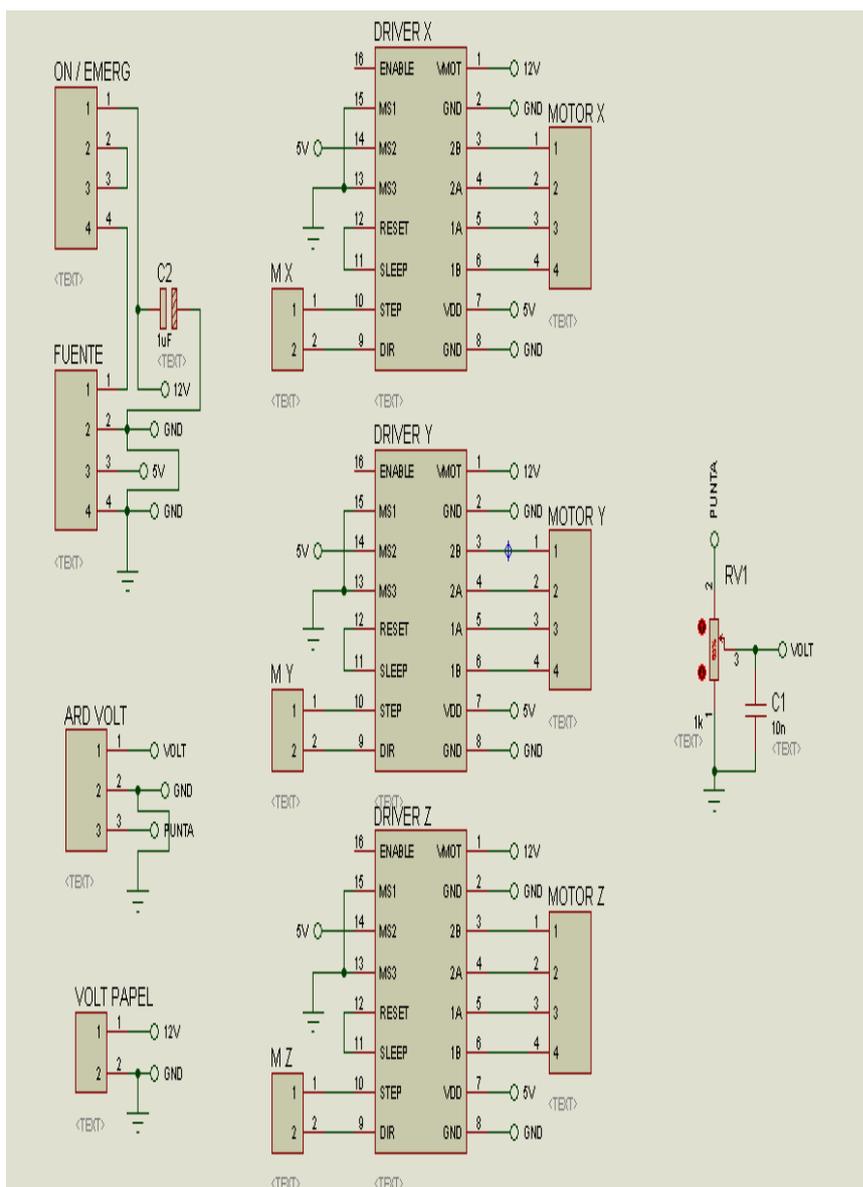


Figura 44 Diseño esquemático del circuito en ISIS Proteus

Dentro de las condiciones de diseño se toma en cuenta la norma IPC 2221, la cual indica anchos de pistas, separaciones y colocación de elementos en el circuito impreso. El principal aspecto a considerar en el diseño es la corriente que circula por cada pista, tomando siempre la mayor. En este caso, tenemos que cada motor consume 2A y la temperatura de operación es de 20°C, para lo cual se recurre a la siguiente figura (ver Figura 45):

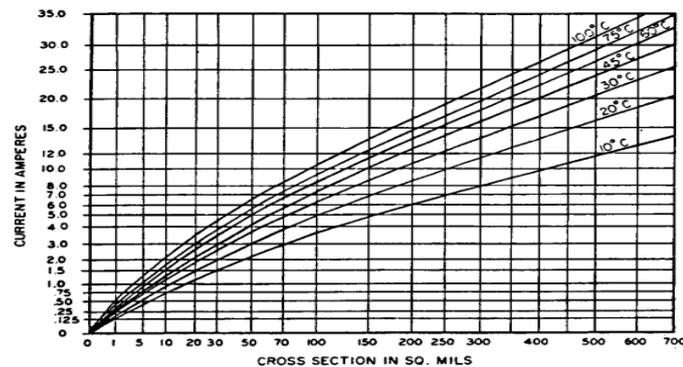


Figura 45 Sección transversal vs Corriente en el conductor

Fuente: (IPC, 2012)

Tomamos la curva de 20°C, y la corriente de 2 A. Para estos datos específicos, la gráfica muestra una sección de 30 mils cuadrados. Con este valor se procede a la siguiente figura (ver Figura 46):

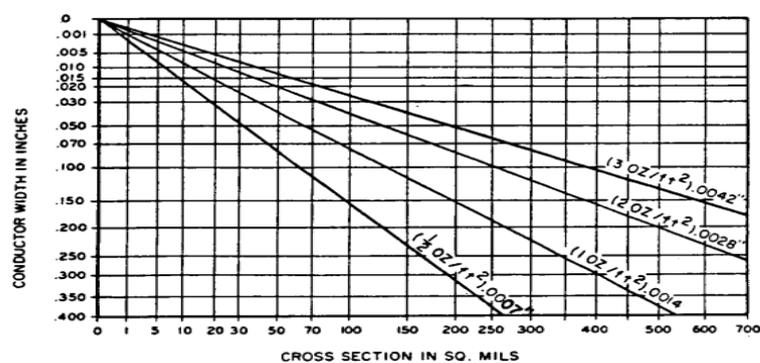


Figura 46 Sección transversal vs ancho del conductor

Fuente: (IPC, 2012)

Dado que el material del circuito impreso es de 1OZ, tomamos la curva de este valor y la sección de 30 mils cuadrados. Con estos datos, la figura muestra que el ancho de pista mínimo debe ser de 25 mils. El diseño del circuito se presenta a continuación (ver Figura 47):

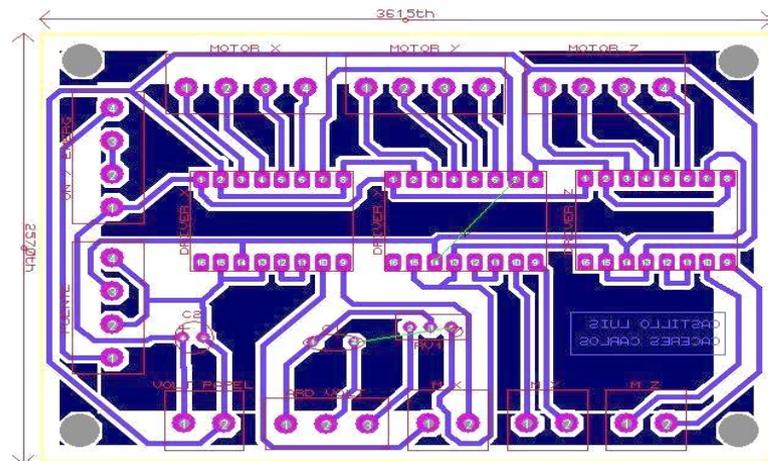


Figura 47 Plaqueta del circuito impreso en ARES

Para la implementación del PCB, una vez obtenida la placa, se sueldan los elementos eléctricos con cautín, este proceso se realiza cuidadosamente con el fin de evitar daños en el circuito. Para una correcta conexión de los cables de los motores se utilizan borneras, las cuales facilitan unión de los mismos a la placa. Además se integran botones de encendido/apagado y de paro de emergencia (ver Figura 48):

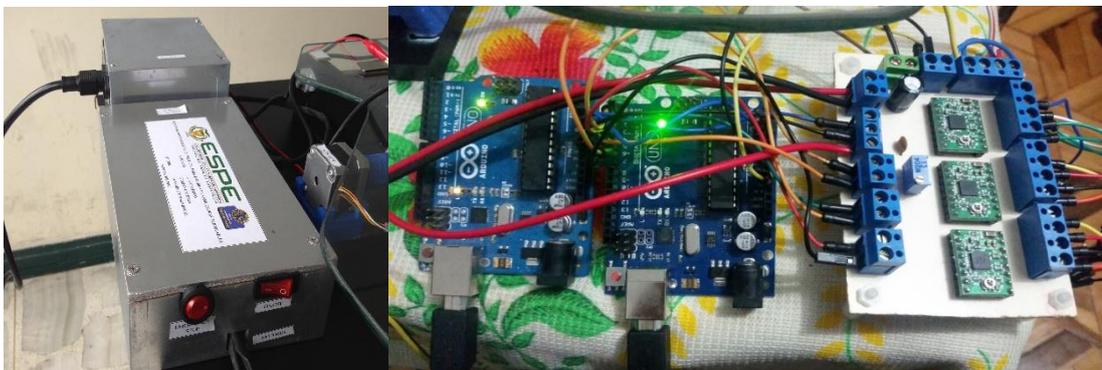


Figura 48 Implementación del sistema electrónico

3.3 Programación de la interfaz humano-máquina

3.3.1 Adquisición de datos

Todo el sistema de adquisición de datos está implementado en el programa Matlab, sobre el cual se trabaja en una interfaz gráfica de usuario compuesta por dos ventanas principales (ver Figura 49).



Figura 49 Ventana principal del HMI

En la primera ventana se presenta la sección "Datos de malla" que es la encargada de crear el archivo con el código G. Se pide que se ingresen los datos de: intervalo, distancia en el eje X, Y.

Intervalo de medición: se refiere a la distancia en milímetros mínima entre cada medición.

Distancia en X: es el límite en milímetros hasta el cual la máquina podrá realizar mediciones en el eje X.

Distancia en Y: es el límite en milímetros hasta el cual la máquina podrá realizar mediciones en el eje Y.

El botón "Crear Código G" ejecuta un programa diseñado para crear un archivo con todos los parámetros especificados. A continuación se tiene la programación del mismo.

```
function [ ] = codigoG( int , limx , limy)
%Creación de la malla, incluyendo el intervalo
inty=-int;
x=0:int:limx;
y=0:int:limy;
y1=limy:inty:0;
a=size(x);
b=size(y);
fileID = fopen('codigoG.txt','w');
fprintf(fileID,'G04 P5.0 \r\n');
fprintf(fileID,'G01 Z5.0 F900.0 \r\n');
fprintf(fileID,'G01 X0.0 Y0.0 \r\n');
fprintf(fileID,'\r\n');

for i=1:1:a(2)
    z=mod(i,2);

    if (z==1)

        for j=1:1:b(2)
            fprintf(fileID,'G01 X%.2f Y%.2f Z5.0 \r\n',x(i),y(j));
            fprintf(fileID,'G01 Z0.0 \r\n');
            fprintf(fileID,'G04 P0.3 \r\n');
            fprintf(fileID,'M8 \r\n');
            fprintf(fileID,'G04 P0.3 \r\n');
            fprintf(fileID,'M9 \r\n');
            fprintf(fileID,'\r\n');
        end
        fprintf(fileID,'-----
\r\n');

    else
```

```

for j=1:1:b(2)
    fprintf(fileID, 'G01 X%.2f Y%.2f Z5.0 \r\n', x(i), y1(j));
    fprintf(fileID, 'G01 Z0.0 \r\n');
    fprintf(fileID, 'G04 P0.2 \r\n');
    fprintf(fileID, 'M8 \r\n');
    fprintf(fileID, 'G04 P0.3 \r\n');
    fprintf(fileID, 'M9 \r\n');
    fprintf(fileID, '\r\n');
end
fprintf(fileID, '-----\r\n');
end
end
fprintf(fileID, 'G01 Z5.0 \r\n');
fprintf(fileID, 'G01 X0.0 Y0.0 \r\n');
fclose(fileID);
end

```

El archivo creado siempre tendrá el nombre codigoG.txt y estará ubicado en la misma carpeta que contiene todos los programas. Para facilitar el uso del programa, cada vez que se cambien los parámetros del código G, se sobre-escribirá el archivo con el mismo nombre y ubicación.

A continuación se presenta un ejemplo de un archivo creado (ver Figura 50):



```

codigoG: Bloc de notas
Archivo  Edición  Formato  Ver  Ayuda
G04 P5.0
G01 Z5.0 F900.0
G01 X0.0 Y0.0

G01 X0.00 Y0.00 Z5.0
G01 Z0.0
G04 P0.3
M8
G04 P0.3
M9

G01 X0.00 Y10.00 Z5.0
G01 Z0.0
G04 P0.3
M8
G04 P0.3
M9

G01 X0.00 Y20.00 Z5.0
G01 Z0.0
G04 P0.3
M8
G04 P0.3
M9

```

Figura 50 Archivo de código G creado

Luego de presionar el botón "Siguiete", la interfaz nos dirige a la ventana secundaria de la interfaz (ver Figura 51).

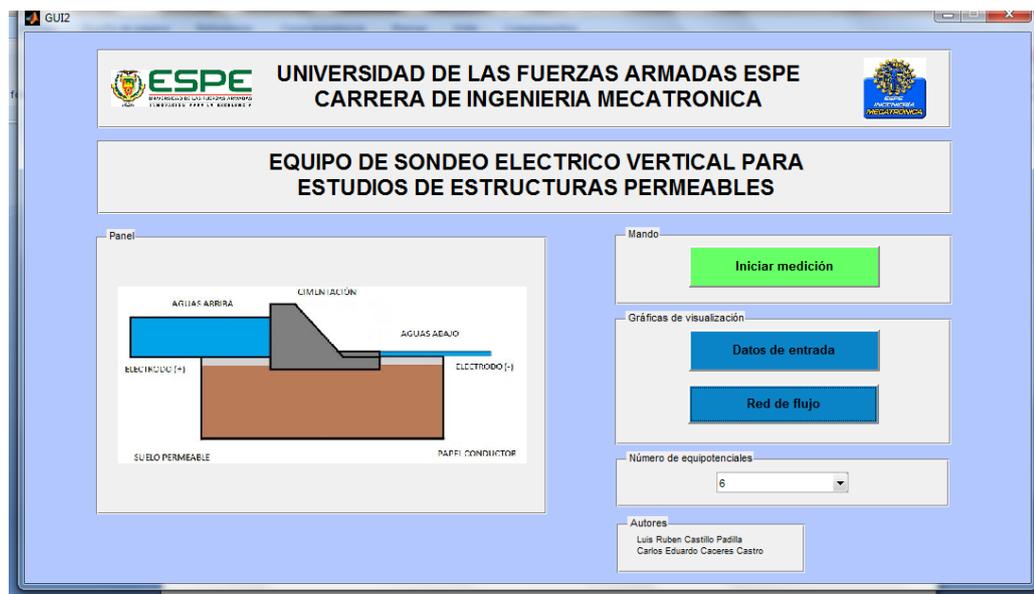


Figura 51 Ventana secundaria del HMI

Desde esta pantalla podremos iniciar la medición de voltajes en el papel y visualizar las gráficas.

A continuación se presenta la programación especificada para el botón "Iniciar medición".

```
function inicio_Callback(hObject, eventdata, handles)

global intervalo distancia_x distancia_y;
global x y z;
msgbox('Programa en ejecución','Mensaje','help');

x=0:intervalo:distancia_x;
y=0:intervalo:distancia_y;
```

```

med_x=(distancia_x + intervalo)/intervalo;
med_y=(distancia_y + intervalo)/intervalo;

%Lectura de datos de voltaje mediante puerto serial
delete(instrfind({'Port'},{'COM5'}));
s = serial('COM5','BaudRate',9600,'Terminator','CR/LF');
set(s,'Timeout',30);
warning('off','MATLAB:serial:fscanf:unsuccessfulRead');
fopen(s);
muestras = med_x * med_y;

V = zeros(muestras,1);

for i=1:1:(muestras*3)
    a = fscanf(s,'%f');
    v1(i)=a*12.5/1024
end

V=promedio(v1);
aux=size(V);

for i=1:1:aux(1)

    if V(i,1)<=0.3
        V(i,1)=NaN;
    else
        V(i,1)=V(i,1);
    end
end

[x,y]=meshgrid(x,y);
aux11=size(x);
for i=1:1:aux11(2)
    z1(:,i)=V((med_y)*i-(med_y -1):(med_y)*i,1);
end

z=flipcolumn(z1);

```

La programación del botón "Iniciar medición" permite establecer una comunicación de tipo serial a través del COM5, con la placa Arduino que es la encargada de realizar la medición de los voltajes. La comunicación serial tiene un tiempo límite de 30 segundos para detectar la primera medición de voltaje. Durante este tiempo, el usuario debe cargar el archivo de código G en el programa Universal Gcode Sender, con el fin de que la máquina pueda tener una referencia de los puntos en los cuales realizar las mediciones (ver Figura 52).

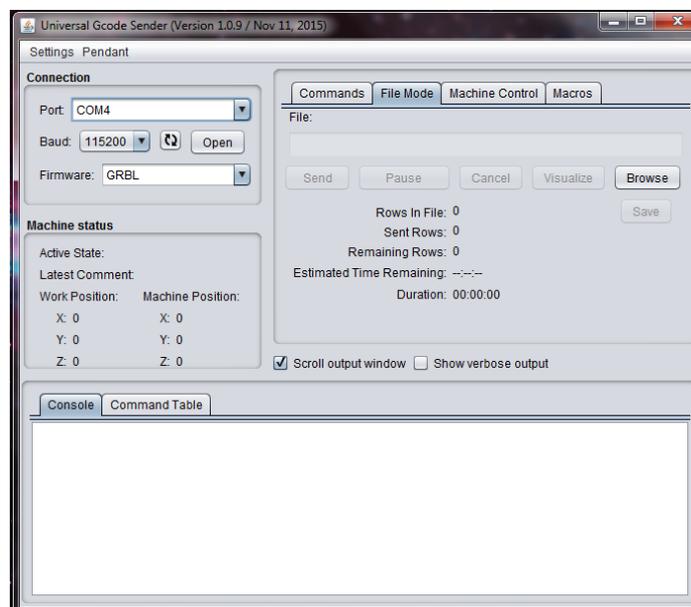


Figura 52 Ventana Universal Gcode Sender

En el programa Universal Gcode Sender, se debe navegar en la pestaña "File Mode" y presionar el botón "Browse" para buscar la ubicación del archivo "codigoG.txt" creado anteriormente.

El programa por defecto permite realizar 3 mediciones en cada punto, para luego establecer un promedio entre ellas. En caso de que el micro-controlador detecte un voltaje cero, el programa asigna a ese punto un valor "NaN", el cual indica que se ha excedido los límites del perfil del papel. El resultado obtenido luego de correr este

programa, es una matriz que contiene todos los valores de voltajes en toda la superficie del papel conductor.

Finalmente, luego de terminada la etapa de medición de voltajes, en la interfaz se puede realizar la visualización de las gráficas respectivas. "Datos iniciales" muestra una recopilación de los voltajes medidos sin realizar ningún análisis posterior. "Red de flujo" es una gráfica que recopila las líneas equipotenciales y líneas de flujo, y los une de manera que se puede tener un entorno global con todas las variables deseadas para el análisis de este perfil de presa (ver Figura 53).

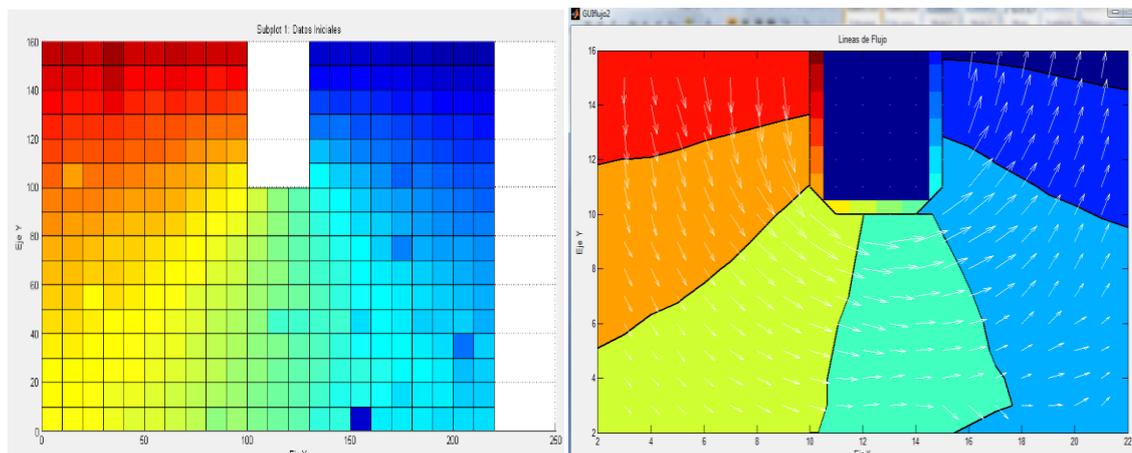


Figura 53 Ventana de resultados del HMI

3.3.2 Programación de micro-controlador

La programación del micro-controlador de Arduino se especifica de la siguiente manera (ver Figura 54).

```
1 int out1 = 0;
2 int estado = 0;
3
4 void setup() {
5
6   Serial.begin(9600);
7 }
8
9 void loop() {
10  estado=analogRead(A1);
11  if (estado>1000){
12    out1 = analogRead(A0);
13    Serial.print(out1);
14    Serial.println();
15    delay(100);
16  }
17
18  delay(10);
19 }
```

Figura 54 Programación del microcontrolador

El programa está diseñado para que la medición de voltaje ocurra solamente cuando la punta de metal esté en contacto con el papel semi-conductor. Esto se logra mediante el uso de una variable obtenida de GRBL, la cual tiene un valor de 5V cuando la herramienta ha llegado a la posición indicada. Esta variable es medida a través del pin analógico A1. Entonces siempre y cuando exista un voltaje de 5V, la medición en el pin analógico A0, podrá ser efectuada. Luego de medir el valor, se envía mediante puerto serial para ser procesada en el programa Matlab.

CAPÍTULO 4

PRUEBAS Y VALIDACIÓN DE RESULTADOS

4.1 Desarrollo de pruebas del equipo

Las pruebas realizadas al equipo de sondeo eléctrico vertical, consisten en verificar el funcionamiento de cada componente o subsistema: sistema mecánico, sistema eléctrico, interfaz humano máquina, de manera que se comprobó el correcto funcionamiento de estos componentes, y posteriormente se realizó una prueba de funcionamiento continuo, para asegurar que el equipo se encuentre en óptimas condiciones después de utilizarlo por largos intervalos de tiempo, además se realizó una comparación de los resultados obtenidos con datos de redes de flujo de Juárez Badillo y Rico Rodríguez (1980), y de esta manera validar los resultados obtenidos.

4.1.1 Pruebas de la estructura

La estructura de la máquina debe cumplir con los requerimientos establecidos, como son sus dimensiones, paralelismo y perpendicularidad, estabilidad, sujeción, y calidad de la superficie. En primer lugar se verificó que las dimensiones de la estructura sean adecuadas, debido a que como requerimiento inicial se planteó que los estudios de las filtraciones de las estructuras se puedan realizar en formatos A3 y A4, también fue necesario constatar que la superficie del tablero sea perfectamente plana para que el papel conductor se pueda asentar correctamente para asegurar que haya contacto entre este y la punta metálica y así evitar errores en las mediciones de voltaje.

Además se realizó una prueba para verificar la estabilidad del equipo, debido a que este se asentará sobre una superficie plana como una mesa y se debe evitar que al ponerse en marcha se produzcan vibraciones o inestabilidad, lo cual se comprobó al colocar la base de la máquina sobre una mesa y verificar que el equipo es estable.

También fue necesario realizar una prueba de sujeción de los elementos del ensamble, cada elemento debe estar bien sujeto para asegurar que no se produzcan

vibraciones en el sistema o se pueda producir una falla al momento que la máquina se encuentre en funcionamiento. Se verificó que todos elementos se sujetos correctamente. Las pruebas de la estructura se presentan en la siguiente tabla (ver Tabla 7):

Tabla 7

Pruebas de la estructura

Prueba	Cumple		Observaciones
	Si	No	
Dimensiones	X		Apto para estudios de formatos A4 y A3
Paralelismo y perpendicularidad	X		
Estabilidad	X		
Sujeción		X	
Superficie tablero vidrio	X		La superficie es perfectamente plana

4.1.2 Pruebas del sistema mecánico

El sistema mecánico se probó utilizando pasos distintos de 1mm, 5mm y 10mm. En el programa Universal Gcode Sender se ingresó manualmente y por separado los valores especificados anteriormente en cada eje (X,Y,Z), y se verificó que el movimiento realizado después de enviar el comando sea correcto por medio de la medición con calibrador.

Fue necesario también realizar una prueba del sistema realizando el mallado sobre la superficie del papel, el cual involucra el movimiento de los 3 ejes, para esto se escribió el código G en intervalos de 10 mm y 20mm, y se comprobó que después de haber realizado el mallado no existieron fallas en el movimiento del sistema. Mediante estas pruebas se aseguró la precisión y exactitud del mecanismo de movimiento (ver Tabla 8).

Tabla 8

Pruebas del sistema mecánico

Prueba	Paso (mm)	Cumple		Observaciones
		Si	No	
Movimiento eje X	1	X		
Movimiento eje X	5	X		
Movimiento eje X	10	X		
Movimiento eje Y	1	X		
Movimiento eje Y	5	X		
Movimiento eje Y	10	X		
Movimiento eje Z	1	X		
Movimiento eje Z	5	X		
Movimiento eje Z	10	X		
Mallado	10	X		El mallado con paso de 10 mm tarda 19 min.
Mallado	20	X		El mallado con paso de 20 mm tarda 10 min.

4.1.3 Pruebas del sistema eléctrico

Las pruebas del sistema eléctrico del equipo consistieron en verificar el encendido/apagado del sistema, y también los voltajes de los elementos eléctricos como drivers, resistencias, capacitores, potenciómetro, controlador arduino, debido a que estos tienen un voltaje de operación nominal de 5V, y los motores tienen un voltaje nominal de 12V. Además se comprobó el valor del voltaje destinado a los electrodos para el experimento, el cual debe ser de 12V. Estas mediciones de voltaje se realizaron con un multímetro.

A continuación se probó el sistema de adquisición de datos, simultáneamente con el mallado y el movimiento del sistema físico, para comprobar las mediciones obtenidas por medio del puerto serial de Arduino se comparó con mediciones realizadas con un multímetro digital simultáneamente. En principio las mediciones obtenidas eran bastante semejantes, sin embargo se logró mejorarlas calibrando el potenciómetro de la entrada analógica para que así la medición por el puerto serial sea exacta. Además se observó que al encontrarse cercano el cable del sistema de medición con los motores se producían mediciones incorrectas, por lo cual se agregó un filtro debido al ruido o frecuencias parasitas producidas por los motores.

Tabla 9

Pruebas del sistema eléctrico

Prueba	Cumple		Observaciones
	Si	No	
Encendido/Apagado	X		
Voltaje en elementos	X		
Corriente en elementos	X		
Voltaje en electrodos	X		
PWM en motores	X		
Paro de emergencia	X		
Medición de voltaje	X		Se agregó un filtro por distorsiones
Transmisión de datos serial	X		

4.1.4 Pruebas de la interfaz humano-máquina

La interfaz humano-máquina realizada en Matlab fue probada de modo que al pulsar los botones de esta se abran las ventanas correctas, además se probó el correcto funcionamiento del ingreso de los parámetros de entrada de la interfaz inicial, y se comprobó este funcionamiento al ingresar los datos de entrada solicitados y el código G generado a partir de estos datos. También se comprobó el funcionamiento del botón para iniciar el proceso de la medición y se observó que se iniciaba correctamente el programa y que las gráficas de visualización se abrían al pulsar el botón respectivo en la interfaz de resultados, determinándose así el correcto desempeño la de la interfaz de usuario realizada.

4.2 Validación de resultados

La validación de los resultados obtenidos consiste en comprobar que los resultados y las gráficas obtenidas se asemejen a la realidad. Para esto se plantea el estudio de perfiles de presas hidráulicas conocidos, cuya solución grafica está establecida en la Mecánica de Suelo - flujo de agua en suelos de Juárez Badillo y Rico Rodríguez, y se

toman como un patrón para la admisión de resultados. Además para la comprobación de correctos resultados se utilizó el toolbox de Matlab, llamado PDEtool (Partial Differential Equations Toolbox), el cual es una herramienta de Matlab que utiliza el método de la resolución de las ecuaciones diferenciales de Laplace, esta herramienta permite la resolución del problema al conocer la geometría de la presa en estudio y sus condiciones de borde o de frontera.

Se utilizaron tres tipos de perfiles para la validación de los resultados, como se puede ver en las figuras 55, 56 y 57, los perfiles para la realización de las pruebas. Para realizar la prueba con cada perfil se recorta su geometría respectiva en el papel conductor, y se colocó sobre el tablero de vidrio, conectando los cables de alimentación a los electrodos, de manera que el electrodo de aguas arriba esté conectado a 12V y el electrodo de aguas abajo conectado a tierra, fijándolos sobre el papel después de haber colocado la pintura conductora en los puntos de contacto con el papel, y así se procedió a realizar la medición.

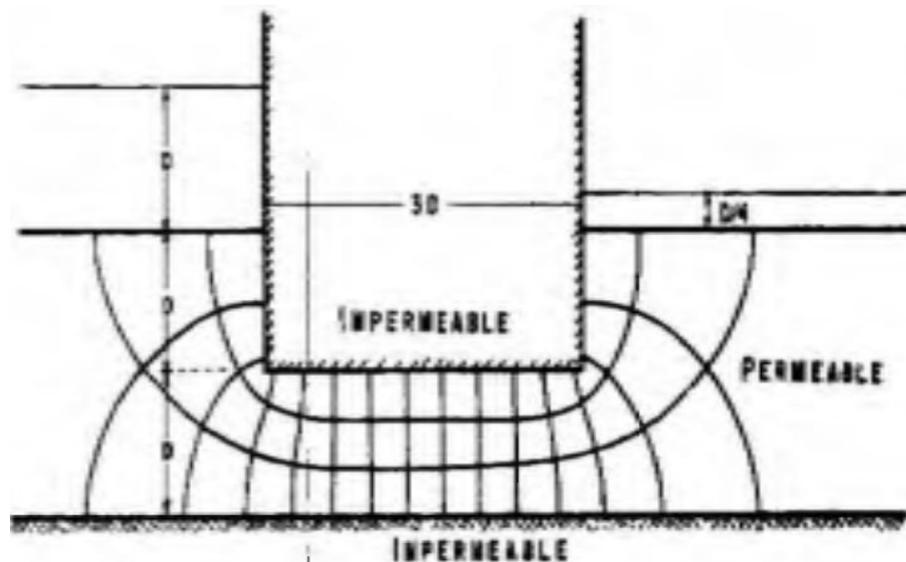


Figura 55 Geometría 1

Fuente:(Juárez Badillo & Rico Rodríguez, 1980)

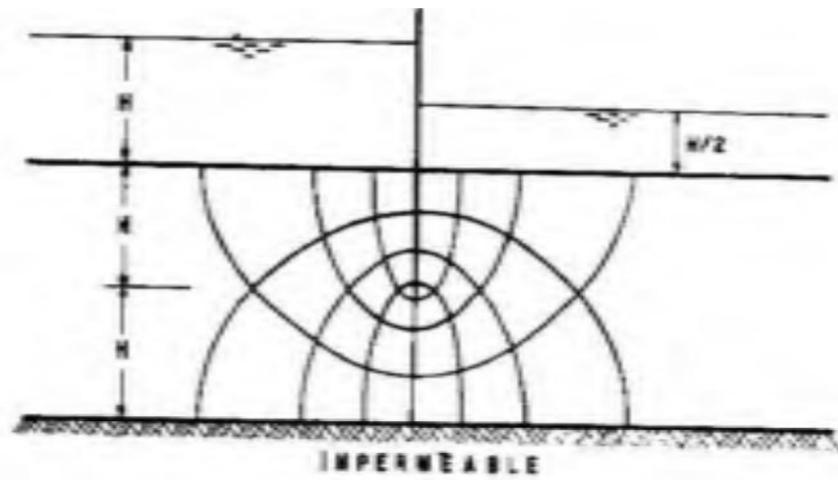


Figura 56 Geometría 2

Fuente:(Juárez Badillo & Rico Rodríguez, 1980)

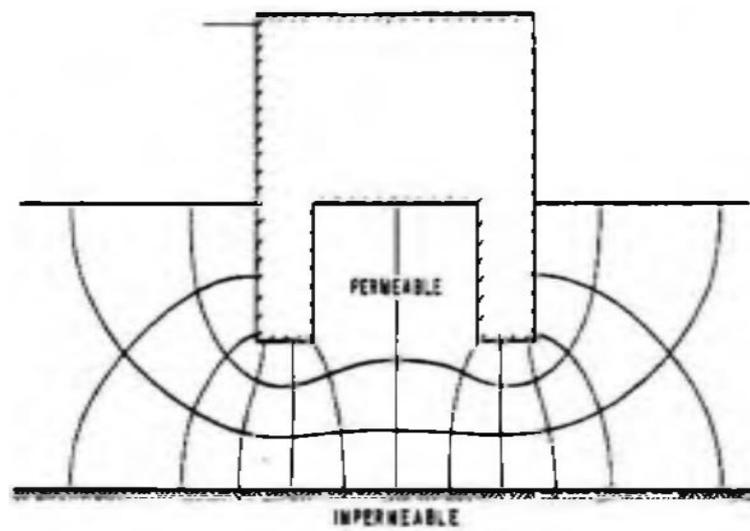


Figura 57 Geometría 3

Fuente:(Juárez Badillo & Rico Rodríguez, 1980)

4.2.1 Comparación con datos reales

4.2.1.1 Geometría 1

Para la geometría 1 en estudio, se recortó el papel conductor para que tenga el mismo perfil geométrico, como se puede ver en la figura 58 (ver Figura 58).

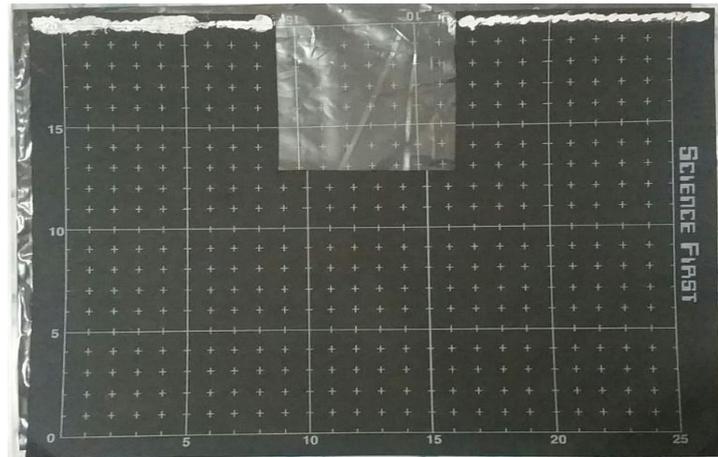


Figura 58 Geometría 1 en papel conductor

Una vez realizado el mallado de la geometría, se procede a observar la recopilación de los datos medidos de voltaje que se obtienen de la gráfica de Datos Iniciales (ver Figura 59).

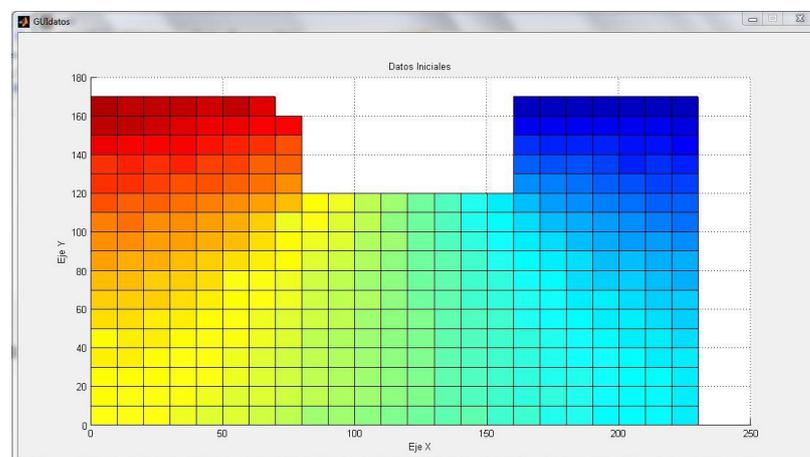


Figura 59 Datos iniciales en geometría 1

A continuación se comparan los gráficas obtenidas experimentalmente, con las gráficas teóricas obtenidas con PDEtoolbox de Matlab.

En la figura 60 se tiene la red de flujo del pdetoolbox considerada como el parámetro real, esta gráfica tiene 6 líneas equipotenciales (ver Figura 60), y en la figura 61 se presenta la red de flujo que da el equipo de sondeo eléctrico vertical (ver Figura 61), también esta red de flujo tiene 6 líneas equipotenciales. Se observa que las gráficas son bastante parecidas, pero se presenta una pequeña variación debido a la toma de datos en el extremo inferior derecho de la geometría.

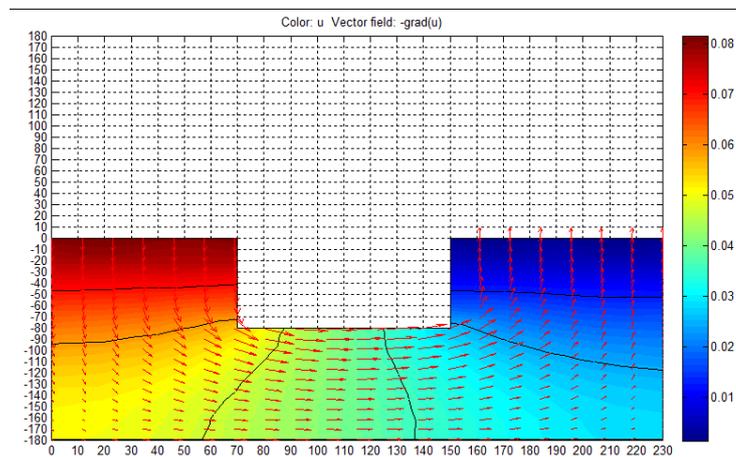


Figura 60 Red de flujo de pdetool en geometría 1 con 6 líneas equipotenciales

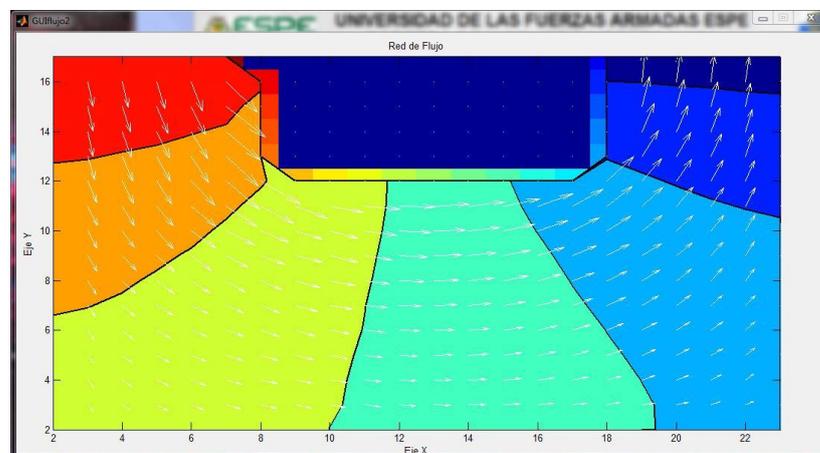


Figura 61 Red de flujo experimental en geometría 1 con 6 líneas equipotenciales

En la figura 62 se tiene la red de flujo del pde toolbox considerada como el parámetro real, esta gráfica tiene 10 líneas equipotenciales (ver Figura 62), y en la figura 63 se presenta la red de flujo que da el equipo de sondeo eléctrico vertical (ver Figura 63), también esta red de flujo tiene 10 líneas equipotenciales. Se observa que las gráficas son bastante parecidas, se asemejan mas que con las gráficas de 6 líneas equipotenciales.

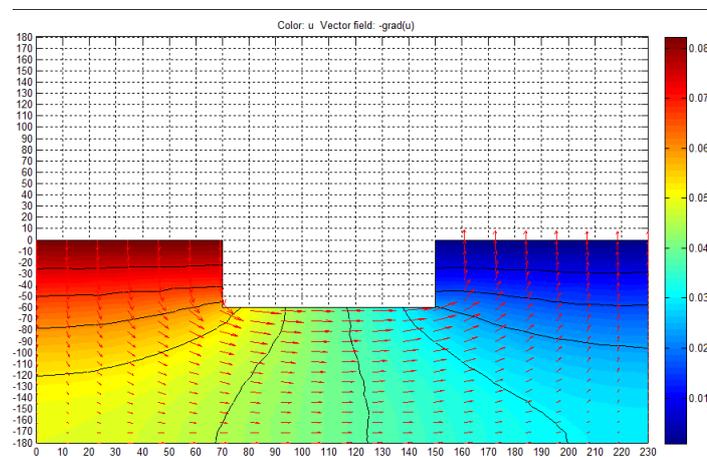


Figura 62 Red de flujo de pde toolbox en geometría 1 con 10 líneas equipotenciales

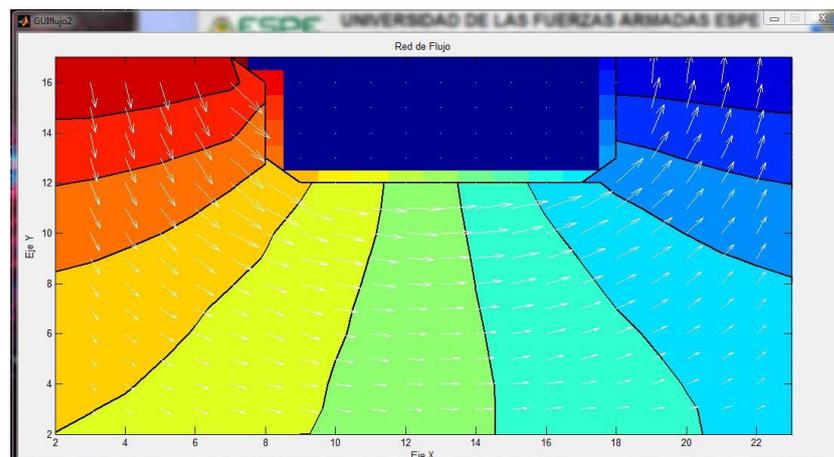


Figura 63 Red de flujo experimental en geometría 1 con 10 líneas equipotenciales

En la figura 64 se tiene la red de flujo del pde toolbox considerada como el parámetro real, esta gráfica tiene 20 líneas equipotenciales (ver Figura 64), y en la figura 65 se presenta la red de flujo que da el equipo de sondeo eléctrico vertical (ver Figura 65), también esta red de flujo tiene 20 líneas equipotenciales. Se observa que las gráficas son muy similares, y difieren únicamente por la variación en la medición del extremo inferior derecho ya antes mencionada.

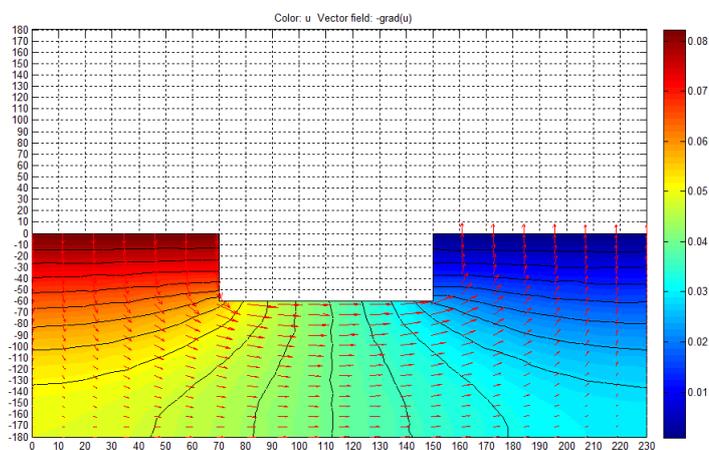


Figura 64 Red de flujo de pde toolbox en geometría 1 con 20 líneas equipotenciales

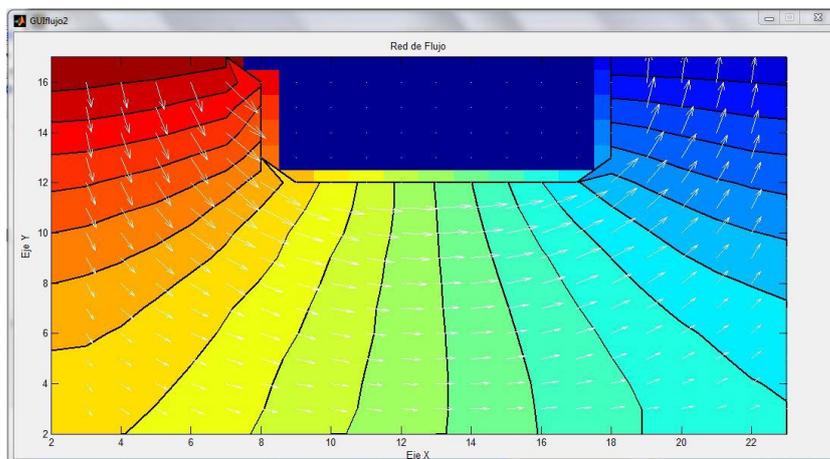


Figura 65 Red de flujo experimental geometría 1 con 20 líneas equipotenciales

4.2.1.2 Geometría 2

Para la geometría 2 en estudio, se recortó el papel conductor para que tenga el mismo perfil geométrico, como se puede ver en la figura 66 (ver Figura 66).

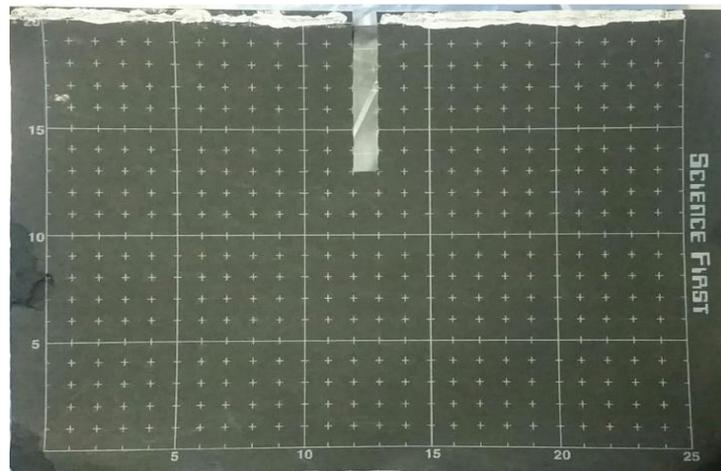


Figura 66 Geometría 2 en papel conductor

Una vez realizado el mallado de la geometría, se procede a observar la recopilación de los datos medidos de voltaje que se obtienen de la gráfica de Datos Iniciales (ver Figura 67).

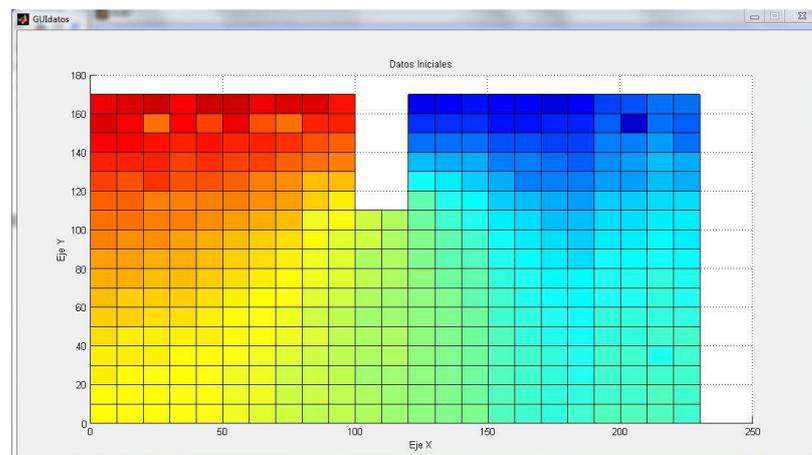


Figura 67 Datos iniciales en geometría 2

A continuación se comparan los gráficas obtenidas experimentalmente, con las gráficas teóricas obtenidas con PDEtoolbox de MATLAB.

En la figura 68 se tiene la red de flujo del pdetoolbox considerada como el parámetro real, esta gráfica tiene 6 líneas equipotenciales (ver Figura 68), y en la figura 69 se presenta la red de flujo que da el equipo de sondeo eléctrico vertical (ver Figura 69), también esta red de flujo tiene 6 líneas equipotenciales. Se observa que las gráficas son bastante parecidas.

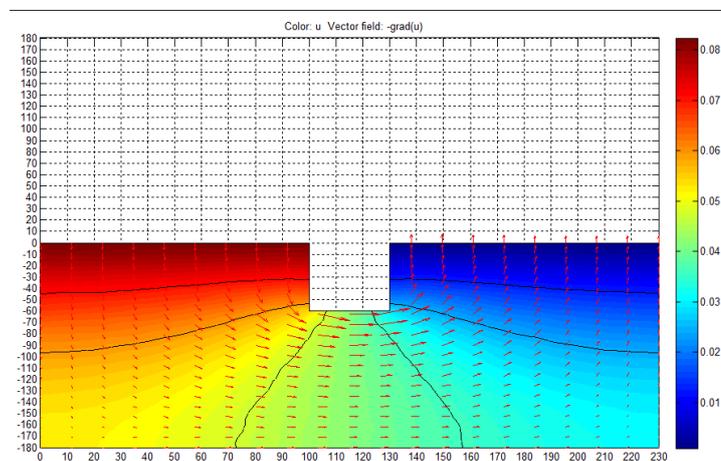


Figura 68 Red de flujo de pdetool en geometría 2 con 6 líneas equipotenciales

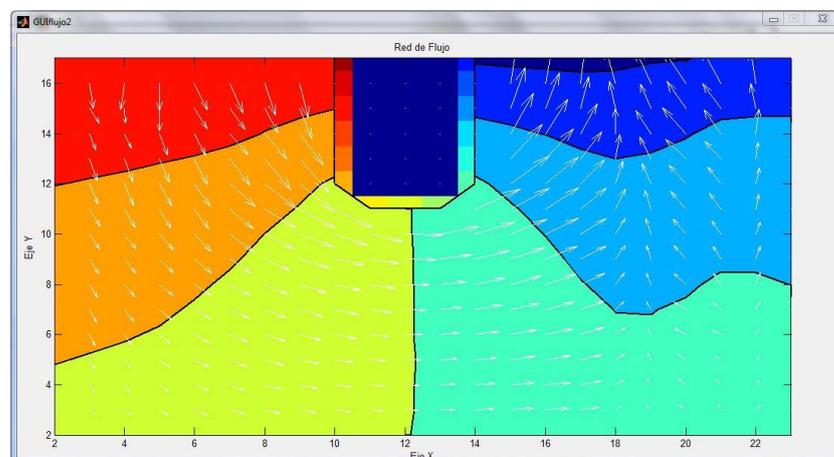


Figura 69 Red de flujo experimental en geometría 2 con 6 líneas equipotenciales

En la figura 70 se tiene la red de flujo del pde toolbox considerada como el parámetro real, esta gráfica tiene 10 líneas equipotenciales (ver Figura 70), y en la figura 71 se presenta la red de flujo que da el equipo de sondeo eléctrico vertical (ver Figura 71), también esta red de flujo tiene 10 líneas equipotenciales. Se observa que las gráficas son bastante parecidas, respecto a las líneas equipotenciales y las líneas de flujo, son diferentes debido a una variación pequeña en los datos de medición.

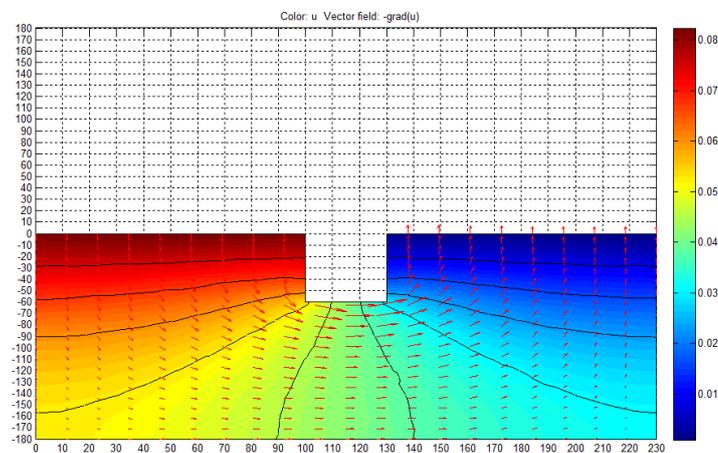


Figura 70 Red de flujo de pde toolbox en geometría 2 con 10 líneas equipotenciales

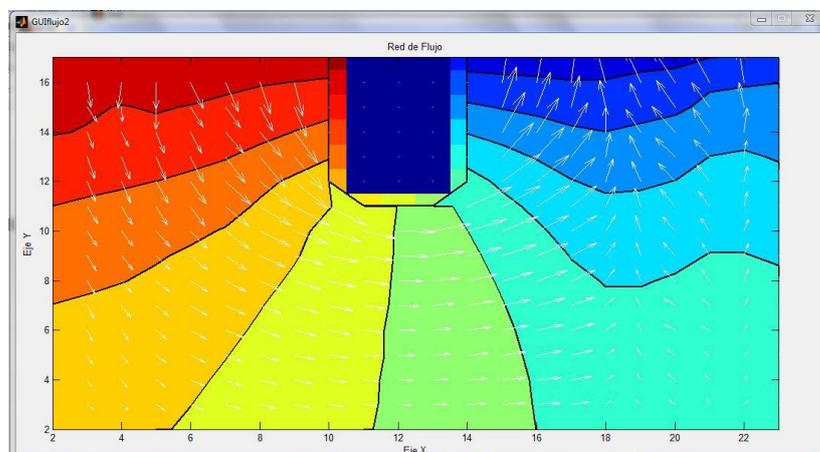


Figura 71 Red de flujo experimental en geometría 2 con 10 líneas equipotenciales

En la figura 72 se tiene la red de flujo del pdetoolbox considerada como el parámetro real, esta gráfica tiene 20 líneas equipotenciales (ver Figura 72), y en la figura 73 se presenta la red de flujo que da el equipo de sondeo eléctrico vertical (ver Figura 73), también esta red de flujo tiene 20 líneas equipotenciales. Se observa que las gráficas se asemejan mas, a medida que se aumenta el número de líneas equipotenciales.

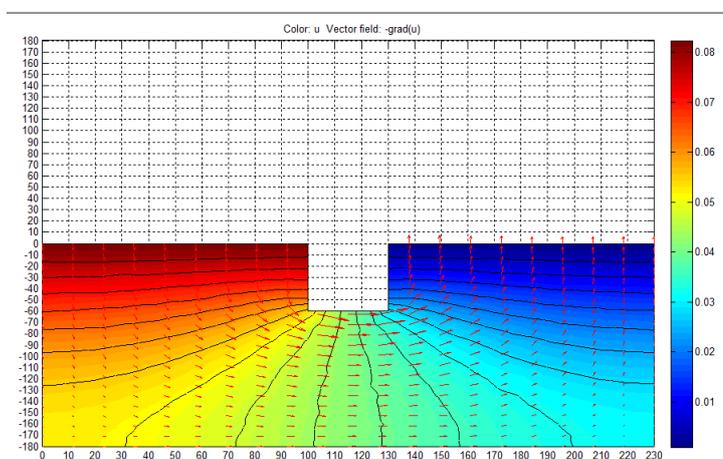


Figura 72 Red de flujo de pdetool en geometría 2 con 20 líneas equipotenciales

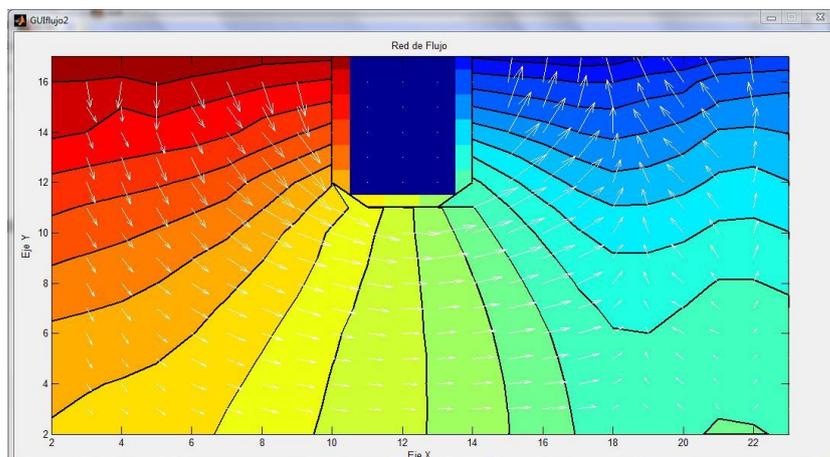


Figura 73 Red de flujo experimental en geometría 2 con 20 líneas equipotenciales

4.2.1.3 Geometría 3

Para la geometría 2 en estudio, se recortar el papel conductor para que tenga el mismo perfil geométrico, como se puede ver en la figura 74 (ver Figura 74). En este perfil se visualizan dos cimentaciones o tablestacas.

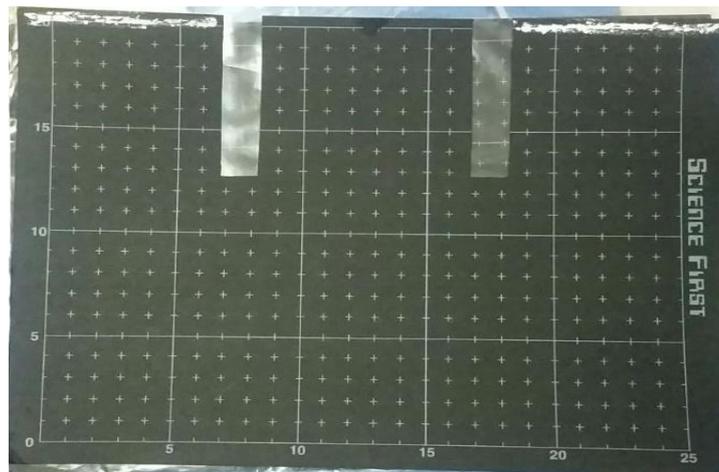


Figura 74 Geometría 3 en papel conductor

Una vez realizado el mallado de la geometría, se procede a observar la recopilación de los datos medidos de voltaje que se obtienen de la gráfica de Datos Iniciales (ver Figura 75).

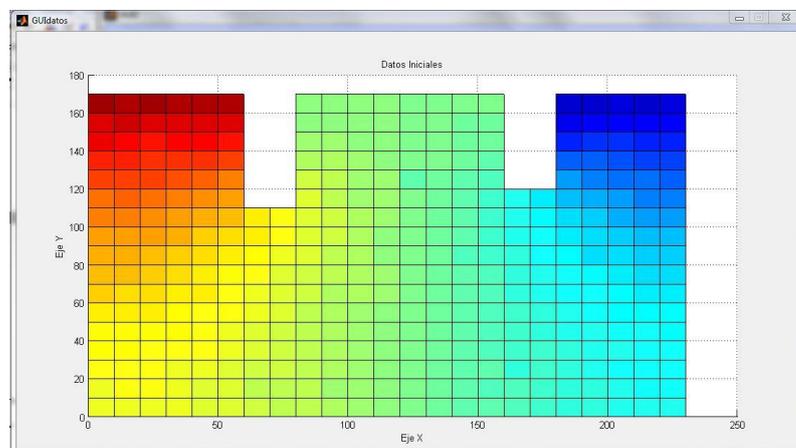


Figura 75 Datos iniciales en geometría 3

A continuación se comparan los gráficas obtenidas experimentalmente, con las gráficas teóricas obtenidas con PDEtoolbox de MATLAB. En la figura 76 se tiene la red de flujo del pdetoolbox considerada como el parámetro real, esta gráfica tiene 6 líneas equipotenciales (ver Figura 76), y en la figura 77 se presenta la red de flujo que da el equipo de sondeo eléctrico vertical (ver Figura 77), también esta red de flujo tiene 6 líneas equipotenciales. Se observa que las gráficas son bastante parecidas.

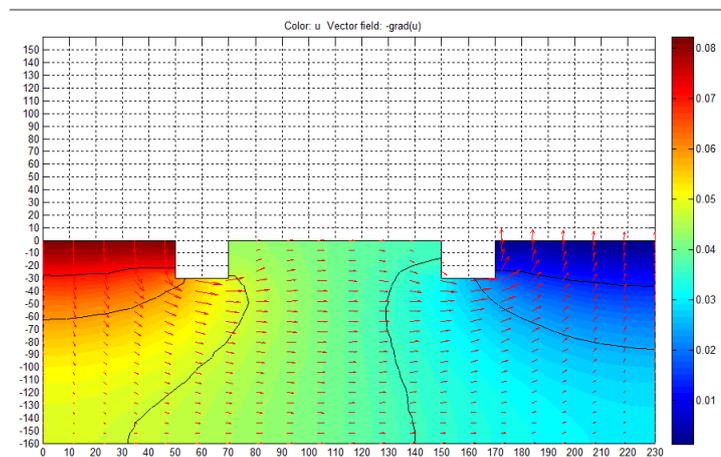


Figura 76 Red de flujo de pdetool en geometría 3 con 6 líneas equipotenciales

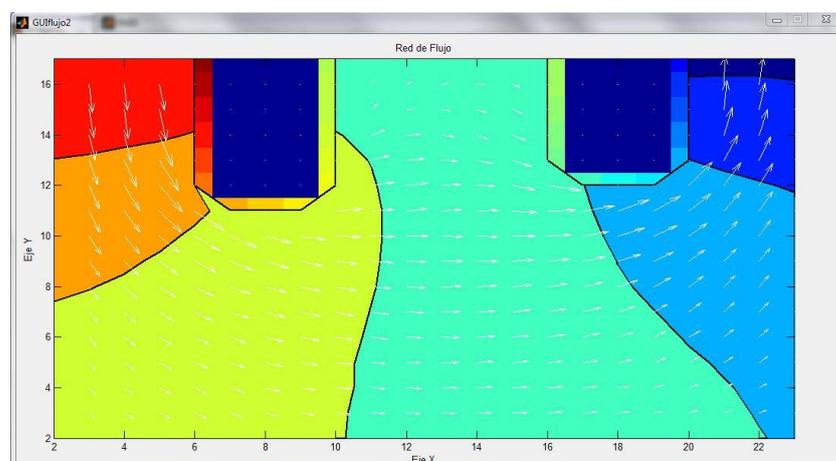


Figura 77 Red de flujo experimental en geometría 3 con 6 líneas equipotenciales

En la figura 78 se tiene la red de flujo del pdetoolbox considerada como el parámetro real, esta gráfica tiene 10 líneas equipotenciales (ver Figura 78), y en la figura 79 se presenta la red de flujo que da el equipo de sondeo eléctrico vertical (ver Figura 79), también esta red de flujo tiene 10 líneas equipotenciales. Se observa que las gráficas son bastante parecidas, a pesar de que existen variaciones pequeñas en los datos de medición.

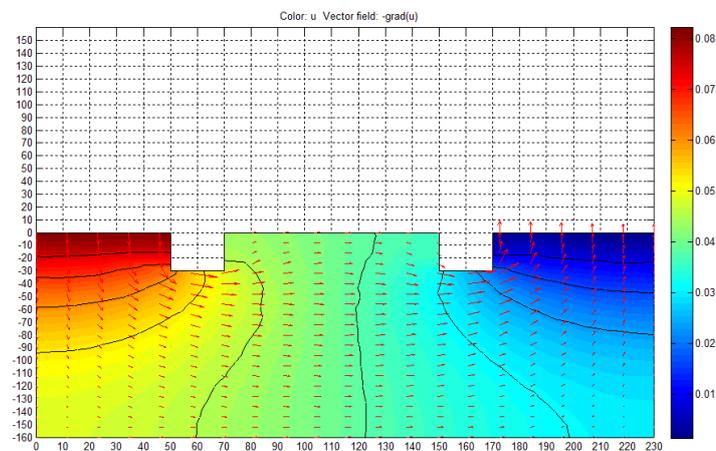


Figura 78 Red de flujo de pdetool en geomtría 3 con 10 líneas equipotenciales

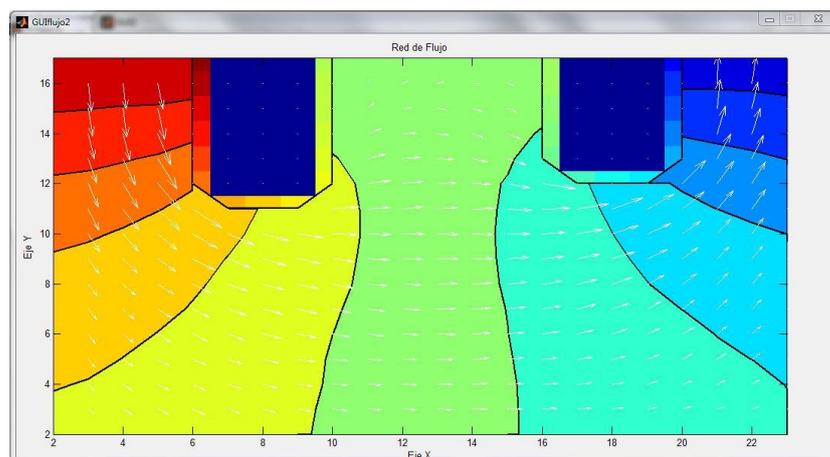


Figura 79 Red de flujo experimental en geomtría 3 con 10 líneas equipotenciales

En la figura 80 se tiene la red de flujo del pde toolbox considerada como el parámetro real, esta gráfica tiene 20 líneas equipotenciales (ver Figura 80), y en la figura 81 se presenta la red de flujo que da el equipo de sondeo eléctrico vertical (ver Figura 81), también esta red de flujo tiene 20 líneas equipotenciales. Se observa nuevamente que al aumentar el número de líneas equipotenciales, las gráficas se asemejan más.

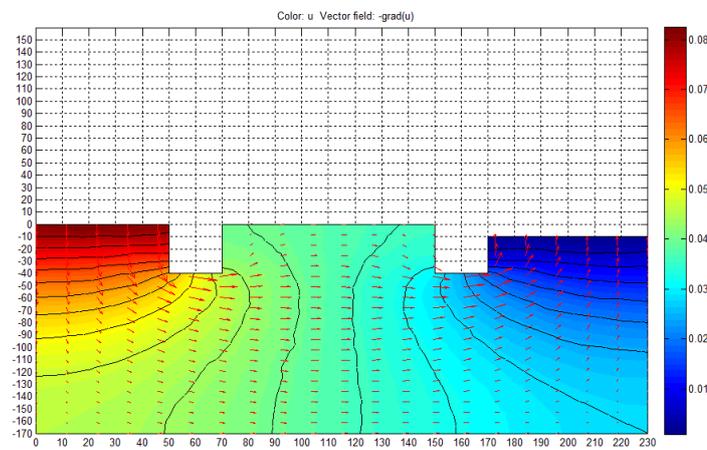


Figura 80 Red de flujo de pde toolbox en geometría 3 con 20 líneas equipotenciales

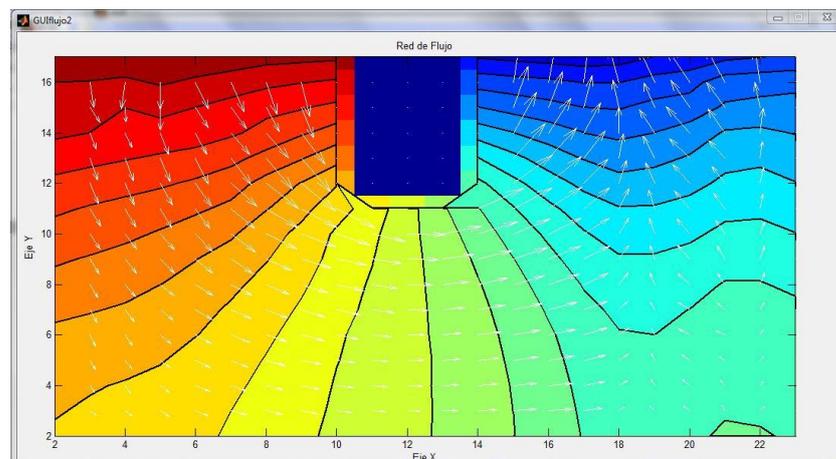


Figura 81 Red de flujo experimental en geometría 3 con 20 líneas equipotenciales

Como se puede observar comparando las gráficas de las redes de flujo obtenidas experimentalmente con las gráficas de las redes de flujo teóricas de pdetoolbox de Matlab, son bastante similares, obteniéndose variaciones muy pequeñas que se deben a las mediciones, así los resultados obtenidos empíricamente son acordes a la realidad y a la teoría establecida por Juárez Badillo y Rico Rodríguez, validando el funcionamiento del equipo de sondeo eléctrico vertical de tal manera que pueda realizarse el estudio de cualquier tipo de perfil de cimentación.

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS ECONÓMICO

El análisis económico respecto al desarrollo del equipo de sondeo eléctrico abarca tanto costos directos, como indirectos de fabricación. Estos costos directos e indirectos toman en cuenta la inversión para la construcción del sistema mecánico y eléctrico, esta inversión no solo se limita a la compra de los materiales necesarios para la implementación del equipo, sino también los costos de mano de obra y operaciones necesarias para adecuar los materiales que lo requieren para poder ser ensamblados.

5.1 Costos directos de fabricación

Los costos directos de fabricación comprenden los costos de los materiales de los sistemas mecánicos y eléctricos, y también los costos de mano de obra directa. Respecto a los costos de los materiales del sistema mecánico, dentro de los gastos más costosos que se realizaron, se encuentra el plástico, de este material están hechas las piezas de impresión 3D, esta inversión es de 30 dólares. Los gastos del sistema mecánico se muestra en la Tabla 10 a continuación (ver Tabla 10):

Tabla 10

Costo de materiales del sistema mecánico

Material	Cantidad	Valor Unitario (USD)	Valor Total (USD)
Eje roscado 3/8in.x1m	2	3,50	7,00
Eje 3/8in.x1m	2	3,50	7,00
Rodamientos de bolas 607 2RS	6	1,00	6,00
Tabla mdf base fija	1	5,00	5,00
Tabla mdf base móvil	1	2,00	2,00
Tabla mdf soporte vertical	1	2,00	2,00
Tabla mdf soporte lateral	2	4,00	8,00
Pintura spray gris metálico	2	7,00	14,00
Papel forro negro	1	6,00	6,00
Pegamento	1	2,00	2,00
Tablero de vidrio	1	8,00	8,00
Grasa lubricadora	1	4,00	4,00
Rieles 350mm	2	7,00	14,00
Sierra de corte	1	1,50	1,50
Plastico ABS	1	30	30
Lija de grano fino y medio	6	0,90	5,40
		Total	121,90

Los costos de los materiales para la construcción del sistema electrónico se muestran en la Tabla 11 (ver Tabla 11), la inversión más costosa que se realizó en este sistema es la de los Arduino UNO con 40 dólares, que son los que intervienen el movimiento de los motores y el sistema de medición de voltaje, también otro gasto importante fue el de los drivers A4988, estos controlan el movimiento de los motores y se cotizan en 10 dólares cada uno, utilizándose 3 para los ejes X, Y, Z.

Tabla 11

Costo de materiales del sistema eléctrico

Material	Cantidad	Valor Unitario (USD)	Valor Total (USD)
Arduino UNO	2	20,00	40,00
Controlador AT-MEGA	1	5	5,00
Cables de conexión	50	0,10	5,00
Motor NEMA 17	3	10,00	30,00
Drivers de motor A4988	3	10,00	30,00
Fuente 12V/5V	1	10,00	10,00
Papel semiconductor	1	22,00	22,00
Pintura a basa de plata	1	11,50	11,50
Potenciómetro 1M	1	0,25	0,25
Cables y conectores	1	3,00	3,00
Resistencias, capacitores, varios	1	3,00	3,00
PCB	1	22,00	22,00

Los costos de mano de obra directa se presentan en la tabla 12 (ver Tabla 12), en la cual se observa que la inversión mas importante en este ítem es la del servicio de impresión 3D.

Tabla 12

Costos de mano de obra directa

Operación	Tiempo (Hora)	Costo hora (USD/Hora)	Costo Total (USD)
Taladrado	0.5	8,00	4,00
Corte con sierra automática	1	10,00	10,00
Trabajo en vidrio	1	10,00	10,00
Pintado	2	14,00	28,00
Torneado	2	12,00	24,00
Impresión 3D	12	15,00	180,00
		Total	256,00

5.2 Costos indirectos de fabricación

En los costos indirectos de fabricación incluyen principalmente el costo de la mano de obra indirecta invertida en la construcción del equipo, esto engloba la ingeniería, el diseño, la programación, los cuales están relacionados con el tiempo invertido en el desarrollo del proyecto, se presentan en la tabla 13 (ver Tabla 13).

Tabla 13

Costo de mano de obra indirecta

Actividad	Tiempo (Hora)	Costo hora (USD/Hora)	Costo Total (USD)
Ingeniería y diseño	140	5,00	700,00
Programación	30	5,00	150,00
Dibujo de planos	20	5,00	100,00
		Total	950,00

5.3 Costo total del proyecto

El costo total del proyecto se detalla en la tabla 14 (ver Tabla 14), para este calculo se suman todos los anteriores costos, que incluyen el costo de materiales directos, costos de mano de obra directa e indirecta. La inversion más importante realizada en el proyecto es la de impresión 3D, debido a que en la mayor parte del equipo y del sistema mecánico se utilizaron piezas únicas diseñadas en software CAD cuya resolución es alta, principalmente por el requerimiento de elementos con rosca para generar el movimiento.

Tabla 14

Costo total del proyecto

Detalle	Costo Total (USD)
Costos directos	
Materiales sistema mecánico	121,90
Materiales sistema eléctrico	181,75
Mano de Obra	256,00
Subtotal (Inversión total)	659,65
Costos indirectos	
Mano de obra	950,00
Total	1609,65

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 Conclusiones

- La analogía eléctrica hidrodinámica permite la modelación del fenómeno del flujo de filtraciones de agua por debajo de una estructura hidráulica, debido a que estos fenómenos son gobernados por la ecuación de Laplace y se cumplen todas las condiciones de similitud.
- Se diseñó y construyó un equipo de sondeo eléctrico vertical para estudio de estructuras permeables con una interfaz de usuario, que permite la visualización de la red de flujo eléctrico, que son similares a las líneas de filtraciones, líneas equipotenciales que se presentan en cualquier tipo de estructura permeable con cualquier geometría, sin restricción en escala en papel conductor de formatos A4 y A3.
- Los resultados obtenidos mediante el uso del equipo de sondeo eléctrico vertical para estudios de estructuras permeables se comprobaron y validaron
- El equipo construido proporciona una herramienta útil, rápida y más exacta para resolver problemas de ingeniería hidráulica, ya que automatiza un proceso que toma mucho tiempo y varias iteraciones.

6.2 Recomendaciones

- Al encender el equipo se recomienda al usuario asegurarse que todas las conexiones eléctricas estén realizadas correctamente y verificar que el sistema de alimentación eléctrica esté conectado al papel conductor, ya que al no existir alimentación la adquisición de datos no se realizará adecuadamente y consecuentemente se obtendrán resultados erróneos.
- Para comenzar una medición o mallado, se recomienda al usuario calibrar y encerrar el movimiento de los ejes mediante el programa GcodeSender
- Es indispensable que el usuario fije y tense el papel al tablero correctamente para evitar que este se doble, ya que esto provocaría una medición incorrecta.
- Se recomienda que el usuario realice las mediciones con intervalos de 10mm o menores, debido a que valores mayores provocan que una menor cantidad de datos produzcan resultados distorsionados y no convergentes.

BIBLIOGRAFÍA

Budynas, J., & Keith, J. (2008). Diseño en ingeniería de mecánica de Shigley. México: McGraw Hill Interamericana.

Casagrande, A. (1937). Seepage through dams. Massachusetts-Estados Unidos: Harvard Engineering School.

Cedergren, H. (1989). Seepage, drainage and flow nets. New York-Estados Unidos: Willey Interscience.

Celec. (2013). Hidropaute. Recuperado el 2 de diciembre del 2015, de <https://www.celec.gob.ec/hidropaute/mazar.html>

Delleur, J. (1999). The handbook of Groundwater Engineering. Estados Unidos: CRC Press.

DISAI. (2010). Acoplamiento. Recuperado el 2 de diciembre del 2015, de http://www.disai.net/wp-content/uploads/catalogos_pdf/Acoplamiento.pdf

Fetter, C. (2000). Applied Hydrogeology. Wisconsin-Estados Unidos: Prentice Hall.

Fitts, C. (2002). Groundwater Science. California-Estados Unidos: Academic Press.

Freeze, R., & Cherry, J. (1979). Groundwater. Nueva Jersey-Estados Unidos: Prentice Hall.

GitHub. (2016). GRBL. Recuperado el 2 de enero del 2016, de <https://github.com/grbl/grbl/wiki/Connecting-Grbl>

GitHub. (2016). Winder. Recuperado el 2 de enero del 2016, de <https://github.com/winder/Universal-G-Code-Sender>

IPC. (2012). Generic Standard on Printed Board Design IPC2221. Recuperado el 2 de enero del 2016, de <http://www.ipc.org/TOC/IPC-2221B.pdf>

- Juárez Badillo, E., & Rico Rodríguez, A. (1980). Mecánica de Suelos flujo de agua en suelos. México-México: Limusa.
- Litoral Tech. (2016). Informática Gabinetes-Fuentes. Recuperado el 2 de enero del 2016, de <http://www.litoraltech.com/detalle.php?id=7690>
- Medrano Castillo, R. (2007). Mecánica de Suelos II. Puebla-México: Instituto Técnico de Tehuacán.
- Millarium. (2004). Glosario de términos. Recuperado el 3 de enero del 2016, de: <http://www.miliarium.com/Proyectos/Nitratos/Diccionario/Diccionario.asp>
- National Instruments. (2010). Stepper Motors and Encoders. Recuperado el 2 de diciembre del 2015, de <http://www.ni.com/datasheet/pdf/en/ds-311>
- Norton, R. L. (2009). Diseño de maquinaria, Síntesis de y análisis de máquinas y mecanismos. México: Mc Graw Hill.
- Pololu Robotics & Electronics. (2016). Stepper Motor Drivers. Recuperado el 2 de enero del 2016, de <https://www.pololu.com/picture/view/0J3360>
- Prometec. (2016). Fuentes atx. Recuperado el 2 de enero del 2016, de <http://www.prometec.net/fuentes-atx/>
- Sadiku, M. (2006). Fundamentos de circuitos eléctricos. México: McGraw-Hill Interamericana.
- Shepherd, R. (1989). Correlations of permeability and grain size. Kentucky-Estados Unidos: Universidad de Kentucky
- Shigley, J. & Vicker, J. (1983). Teoría De Máquinas Y Mecanismos. México: Mc Graw-Hill.
- Torres, N. (2010). Filtraciones. Rosario-Argentina: Universidad Nacional de Rosario.

ANEXOS

ANEXO A
PLANOS MECÁNICOS

ANEXO B
PLANOS ELÉCTRICOS

ANEXO C
CÓDIGO DE PROGRAMACIÓN DE INTERFAZ

ANEXO D
MANUAL DE USUARIO