



Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE. Av. Gral Rumiñahui. Sangolquí, Ecuador. P.O.BOX 171-5-231B

TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO GEÓGRAFO Y DEL MEDIO AMBIENTE

“MÉTODOLOGÍA PARA LA DETERMINACIÓN DEL CUASIGEOIDE PARA EL ECUADOR CONTINENTAL APLICANDO LA TEORÍA DE MOLODENSKY”

Autor: Tnte. de E. Christian Barahona

cabarahona1@espe.edu.ec

Director: Dr. Alfonso Tierra

artierra@espe.edu.ec

Sangolquí

2016

CONTENIDO

- INTRODUCCIÓN
- METODOLOGÍA
- ANÁLISIS DE RESULTADOS
- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONTENIDO

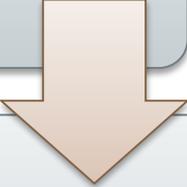
- INTRODUCCIÓN
- METODOLOGÍA
- ANÁLISIS DE RESULTADOS
- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

INTRODUCCIÓN

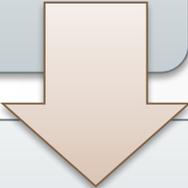
ANTECEDENTES

Tareas de Geodesia:

Determinar campo gravitacional externo



Establecer forma y dimensiones de la superficie terrestre



Geoide representación del campo de gravedad real terrestre

ANTECEDENTES

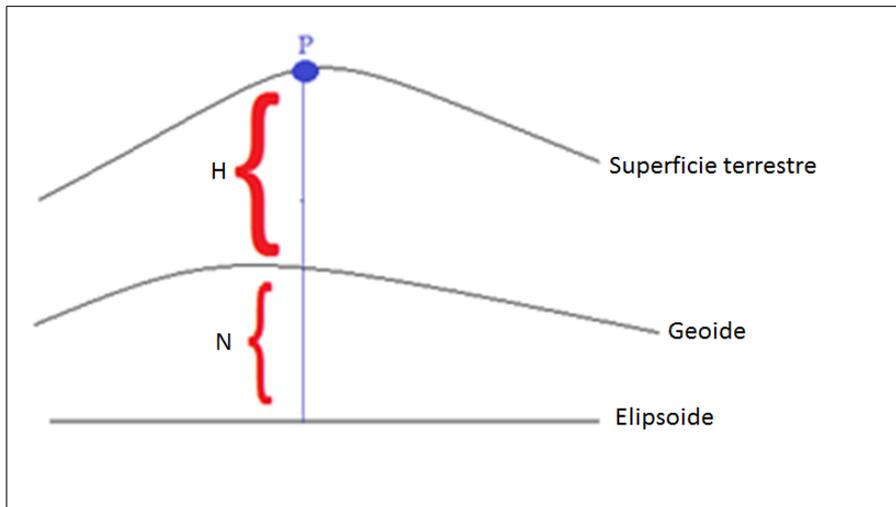
SOLUCIÓN
CLÁSICA O
CONSERVADORA

No existir masas atrayentes fuera del
geoide

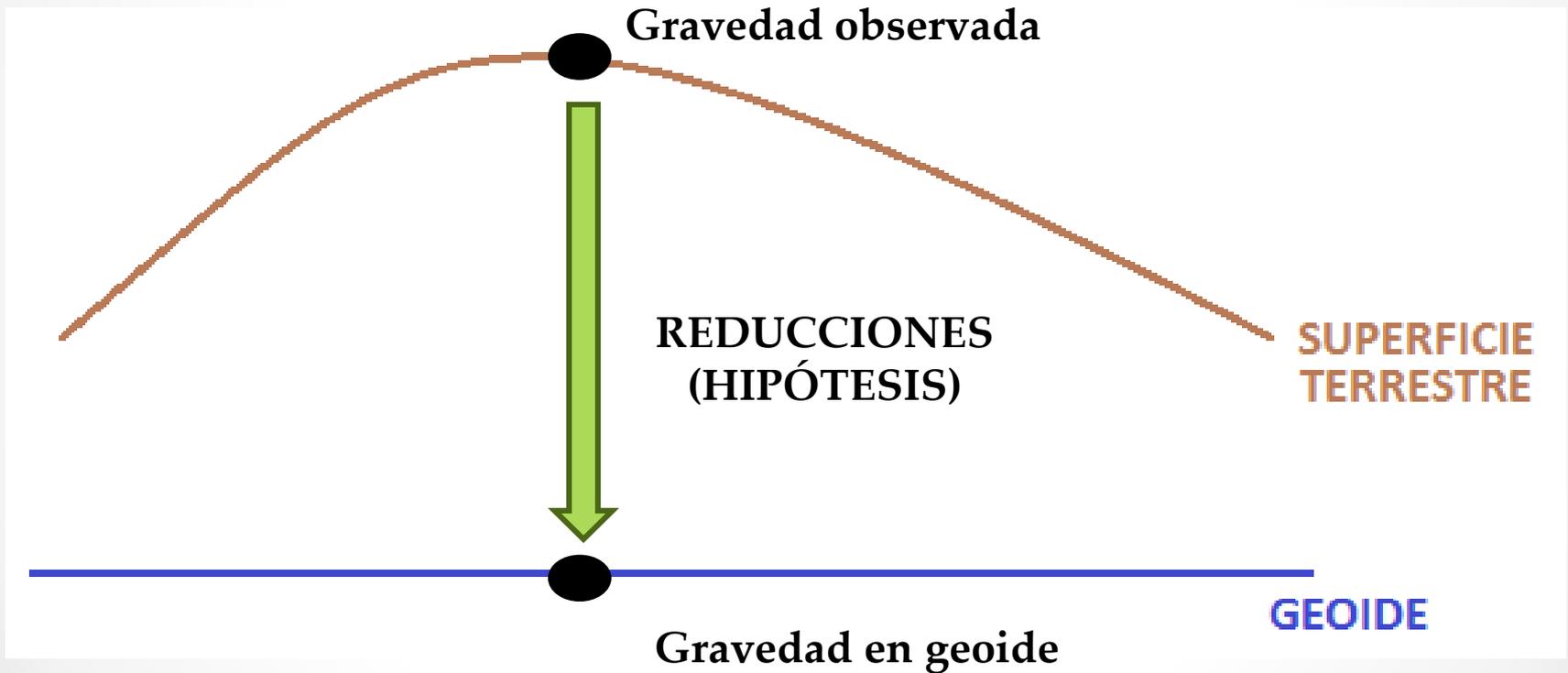
PROBLEMA DE
STOKES

Gravedad medida en geoide

(1849)



ANTECEDENTES



ANTECEDENTES

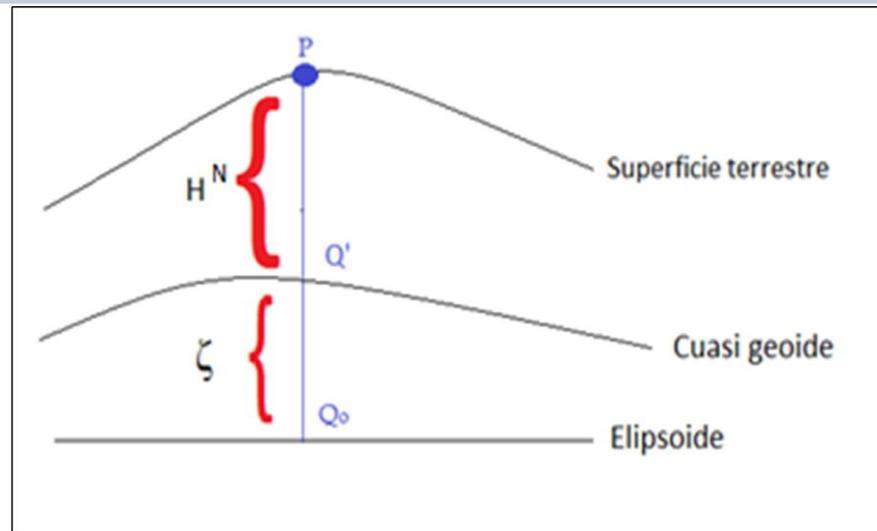
SOLUCIÓN
MODERNA

Cuasigeoide como superficie auxiliar
Cercano al geoide pero sin significado físico

PROBLEMA DE
MOLODENSKY

Alturas normales

(1945)



ANTECEDENTES

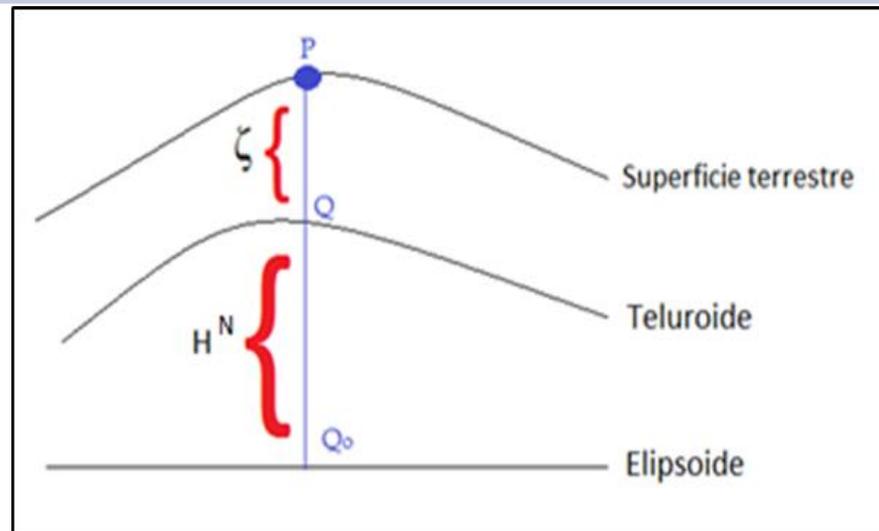
SOLUCIÓN
MODERNA

Superficie Teluroide

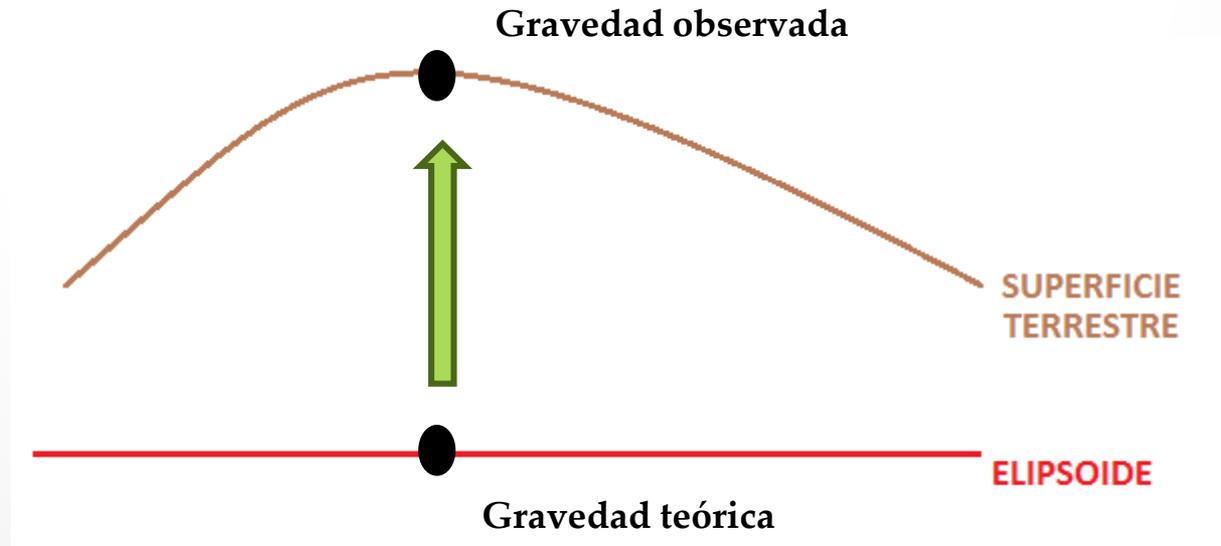
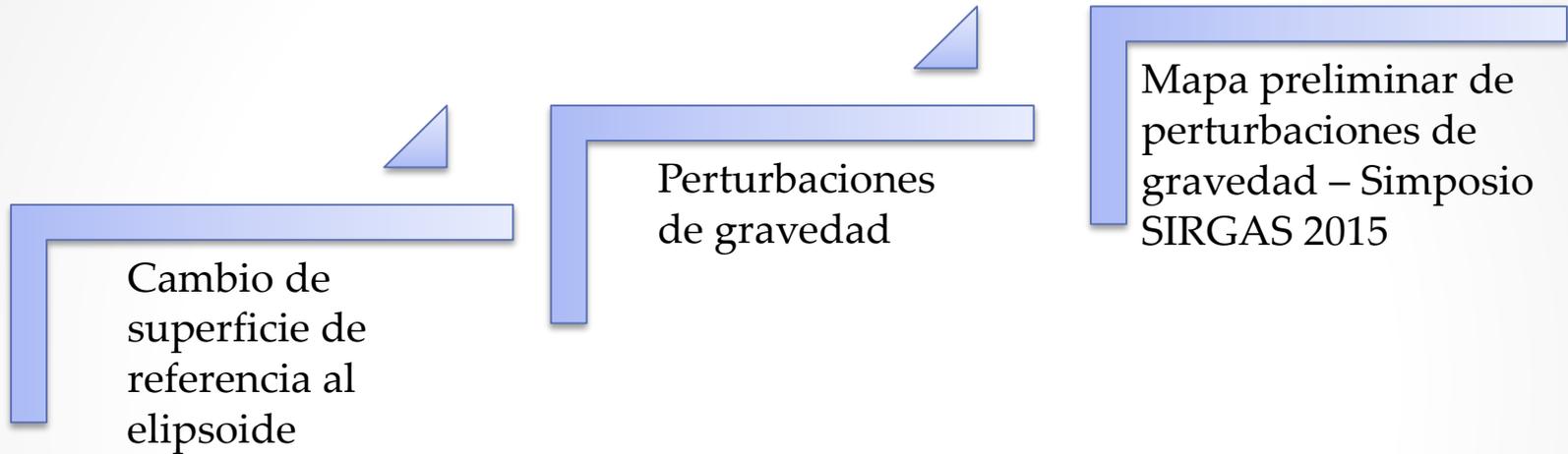
Potencial normal en teluroide es igual al potencial real en su punto correspondiente en la superficie terrestre

PROBLEMA DE
MOLODENSKY

(1945)



ANTECEDENTES



DEFINICIÓN DEL PROBLEMA



Alturas ortométricas y gravedad

Alturas referidas al nivel medio del mar

Hipótesis distribución de masas internas

Imposible determinación geoide

JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA



Estudio alternativo de la superficie física terrestre y campo gravitacional externo

No plantear hipótesis: errores dependen únicamente de observaciones

Utilizar conjuntamente observaciones en superficie terrestre

No existe modelo cuasigeoidal oficial

•

•

ÁREA DE ESTUDIO



OBJETIVO GENERAL

Desarrollar el modelo cuasigeoidal aplicando la teoría de Molodensky para la definición del sistema de alturas del Ecuador continental.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

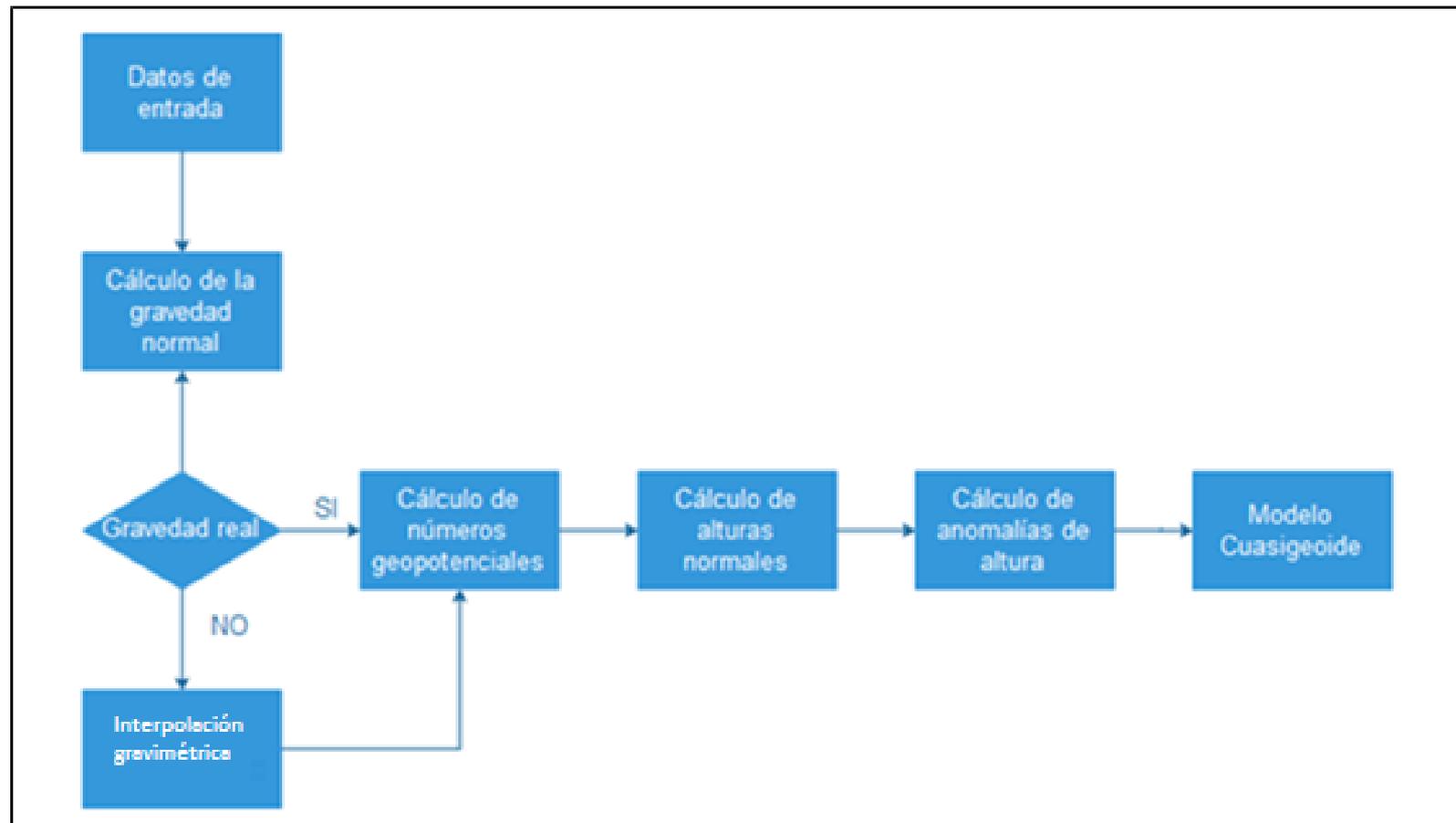
- Calcular los números geopotenciales a partir de valores de gravedad observada y diferencias de nivel para determinar el sistema de alturas dentro del territorio nacional continental.
- Realizar el ajuste de la red de los números geopotenciales a través del método de mínimos cuadrados.
- Obtener el valor de la altura normal para determinar el cuasigeoide a partir de las anomalías de altura.

CONTENIDO

- INTRODUCCIÓN
- **METODOLOGÍA**
- ANÁLISIS DE RESULTADOS
- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

METODOLOGÍA

METODOLOGÍA



METODOLOGÍA

Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky

METODOLOGÍA

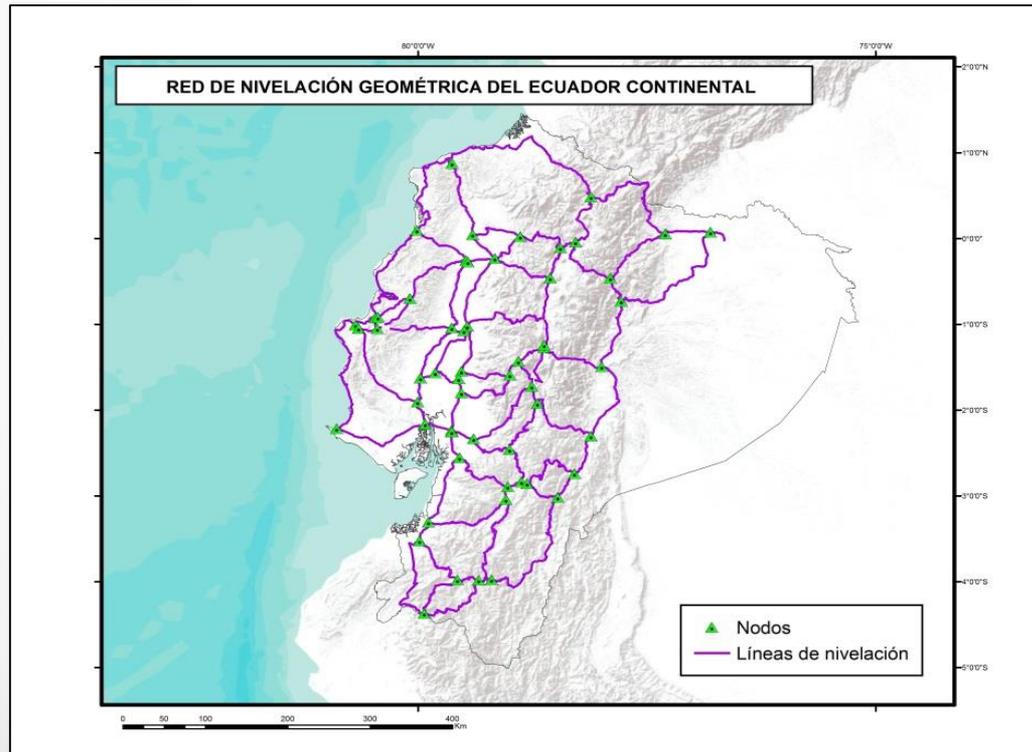
Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky



5055
puntos

100 líneas

92 nodos

METODOLOGÍA

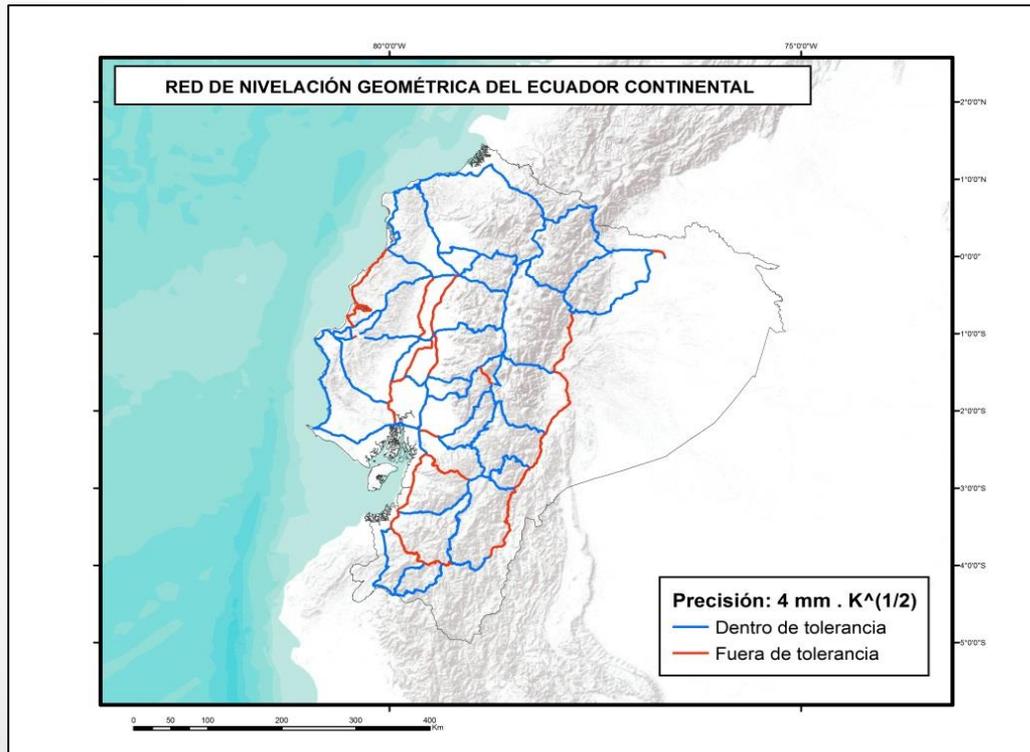
Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky



$4 \text{ mm} \sqrt{k}$

Primer
orden

Red
básica

23 líneas
fuera

METODOLOGÍA

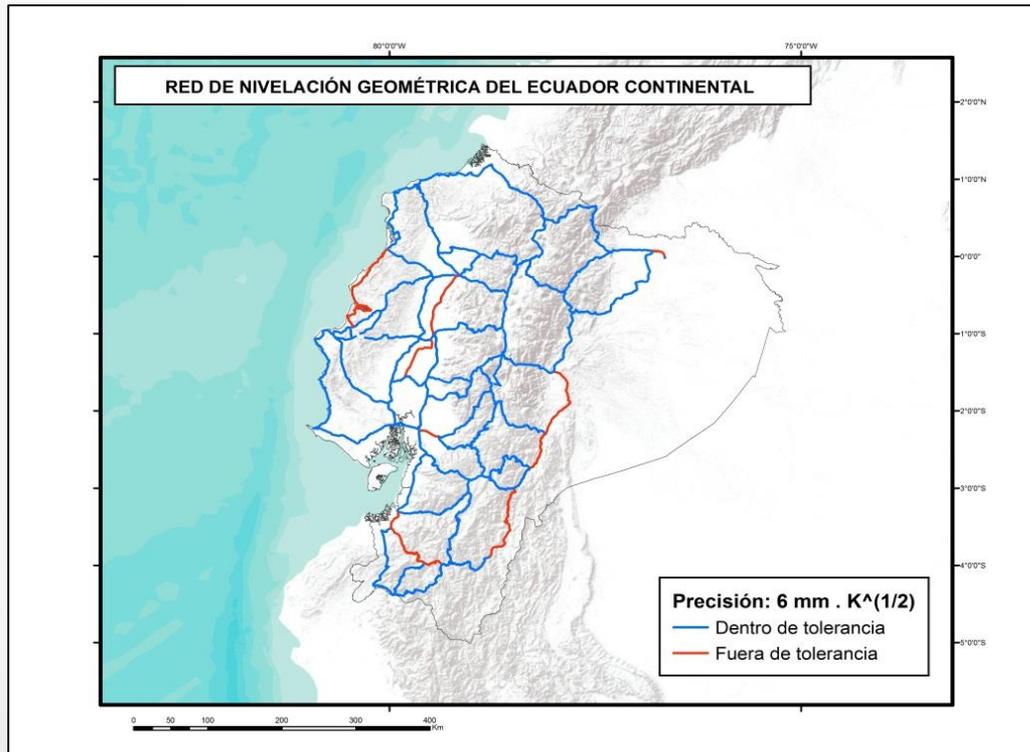
Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky



$6 \text{ mm} \sqrt{k}$

Primer
orden

Red básica
(circuito)

10 líneas
fuera

METODOLOGÍA

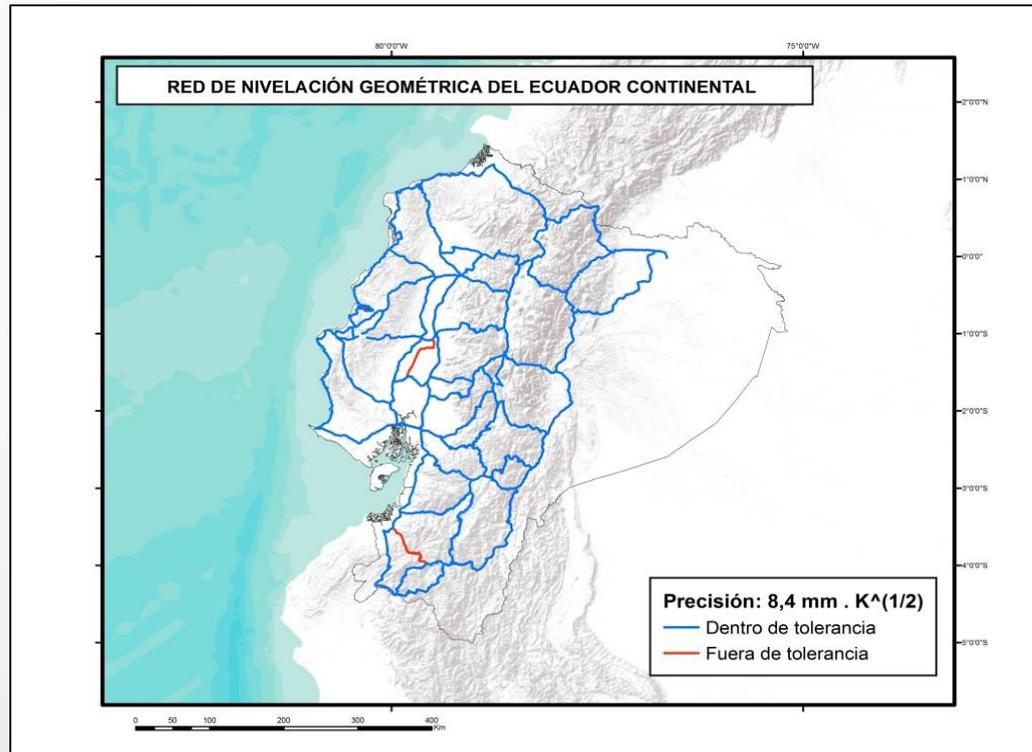
Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky



8,4 mm \sqrt{k}

Segundo
orden

Proyectos
especiales

2 líneas
fuera

METODOLOGÍA

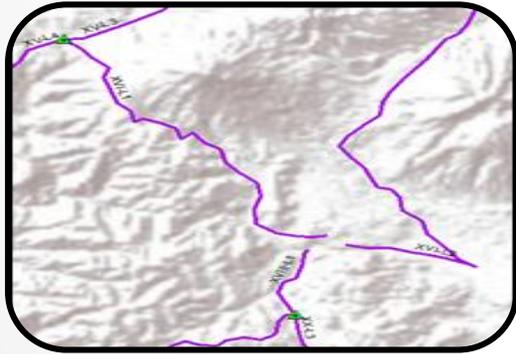
Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

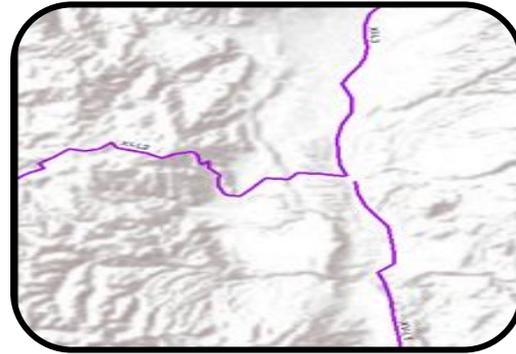
Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

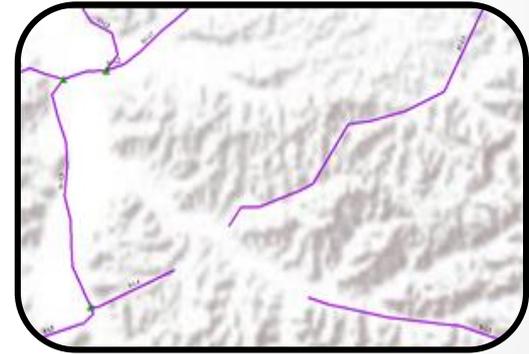
Teoría de
Molodensky



Sin registro de
placa final



Nodos



No hay enlace
entre líneas

METODOLOGÍA

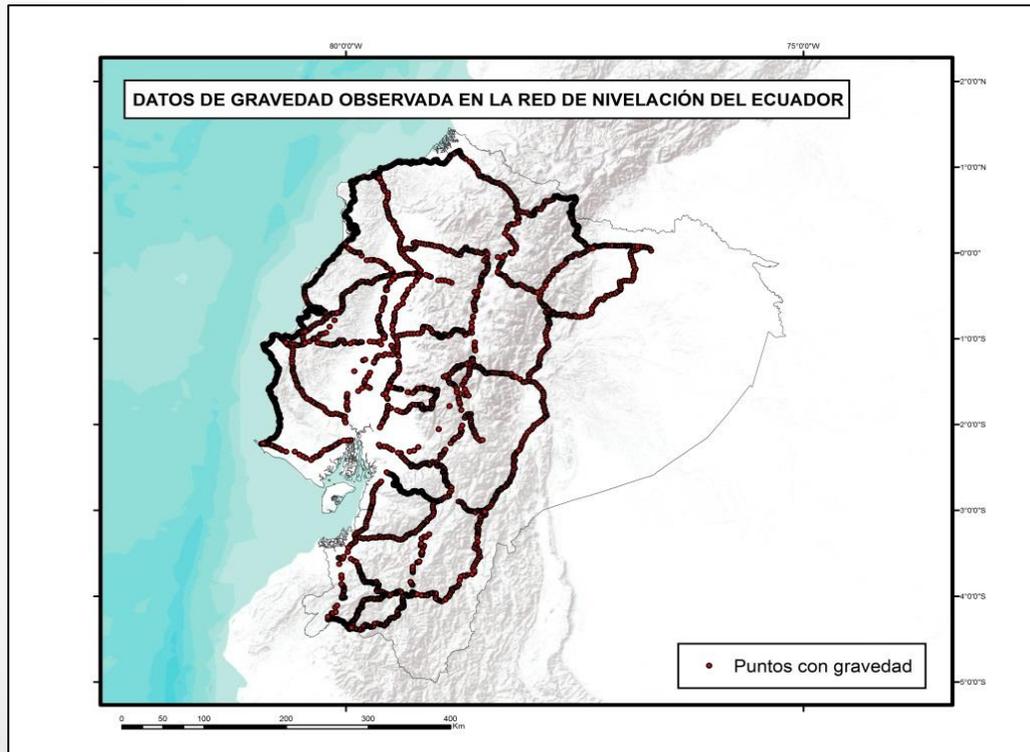
Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky



Registros de
gravedad

2389 puntos

47 %

METODOLOGÍA

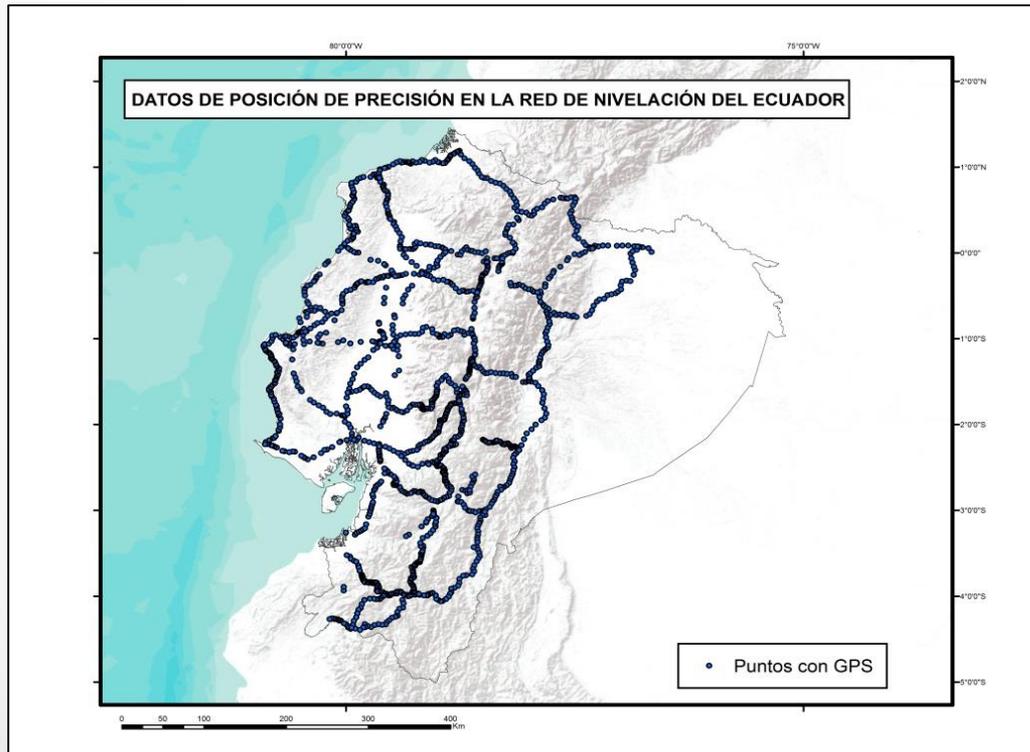
Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky



Registros de
GPS de
precisión

1475 puntos

29 %

METODOLOGÍA

Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky



16 líneas
descartadas

Tolerancia 8,4
 $\text{mm } \sqrt{k}$

Líneas sin
enlace o líneas
cortas

METODOLOGÍA

Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky

METODOLOGÍA

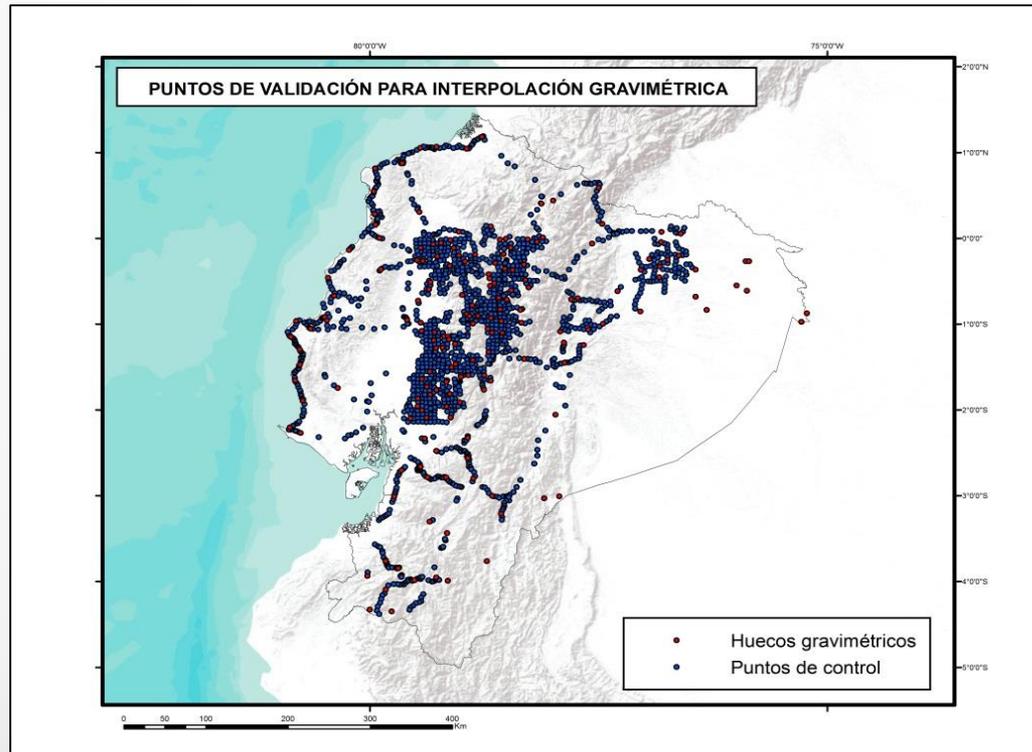
Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky



1812 puntos de
la red C sin
gravedad

1623 puntos
GPS y
gravedad

10,3 % huecos
gravimétricos

METODOLOGÍA

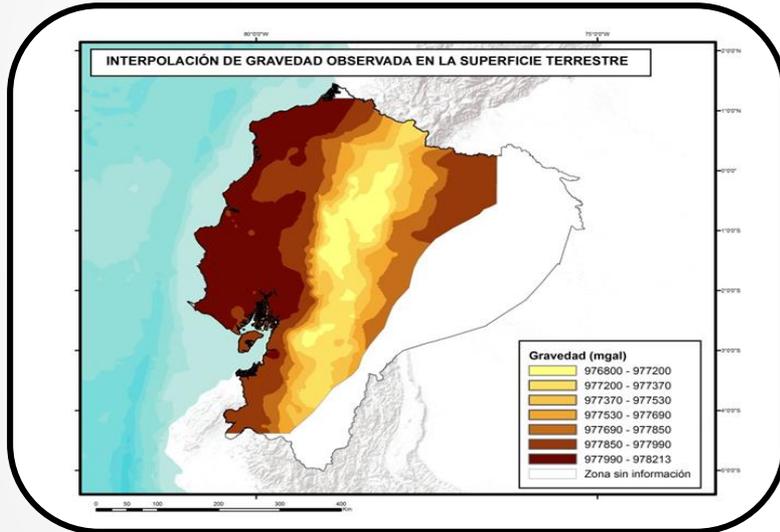
Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

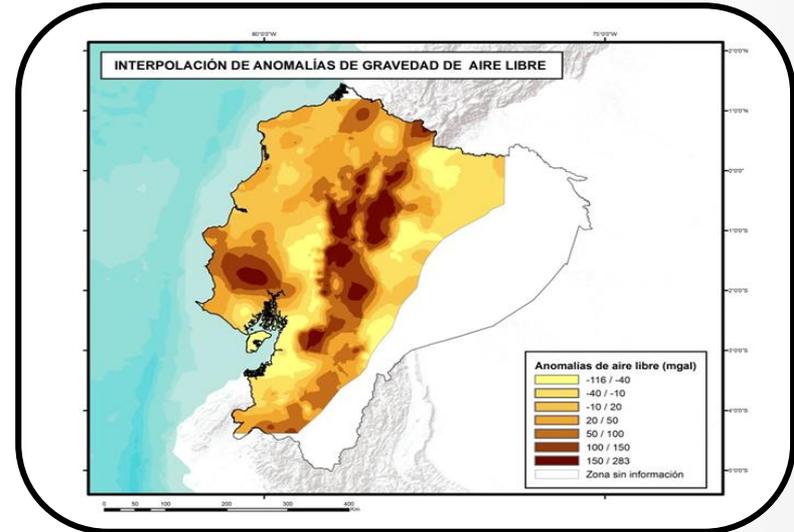
Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky



Interpolación directa
de gravedad



Interpolación de
anomalías de aire libre

METODOLOGÍA

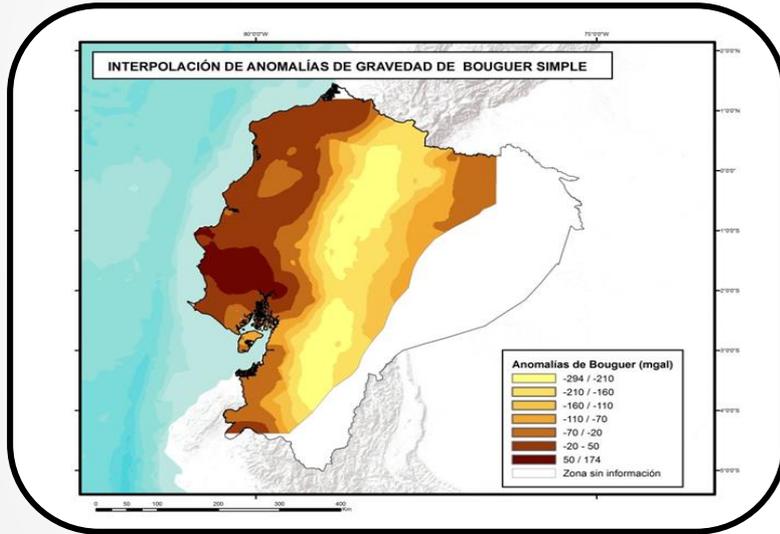
Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

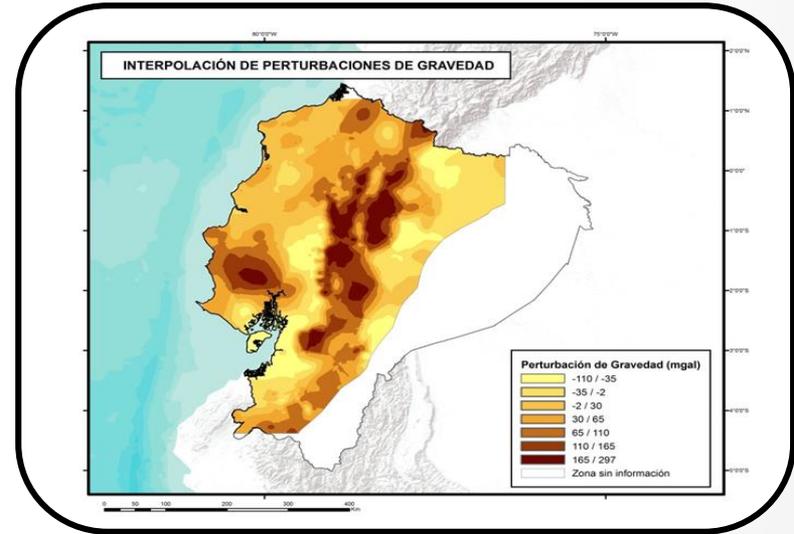
Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky



Interpolación de
anomalías de Bouguer
simple



Interpolación
perturbaciones de
gravedad

METODOLOGÍA

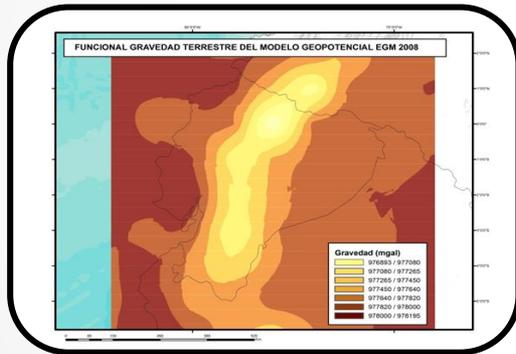
Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

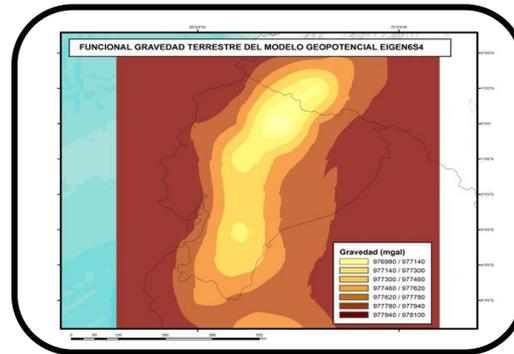
Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

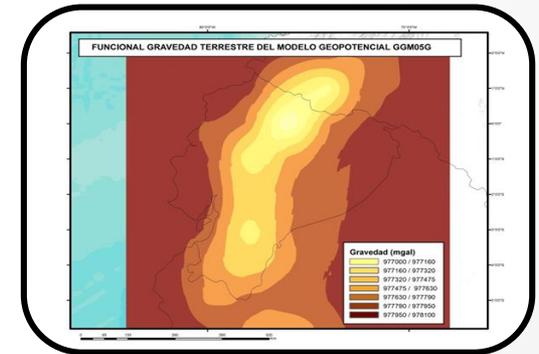
Teoría de
Molodensky



Interpolación de
gravedad del modelo
EGM2008



Interpolación de
gravedad del modelo
EIGEN6S4



Interpolación de
gravedad del modelo
GGM05G

METODOLOGÍA

Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky

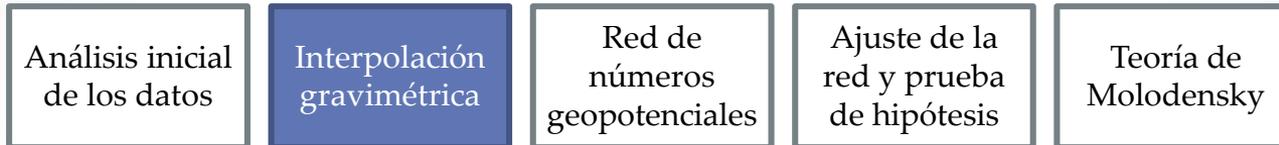
Gravedad interpolada mediante
Anomalías de Bouguer Simple

$$\Delta g_{BC} = g_{obs} + CAL - y_Q + CB$$



$$g_{int} = \Delta g_{BC} - CAL + y_Q - CB$$

METODOLOGÍA



Gravedad normal

$$\gamma = \frac{a \gamma_a \cos^2 \varphi + b \gamma_b \sen^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sen^2 \varphi}}$$

(Somigliana, 1929)

	PARÁMETRO	VALOR	UNIDAD
a	Eje mayor	6378137	m
b	Eje menor	6356752,3141	m
f	Achatamiento	0,003352810681	
m	$\omega^2 a^2 b^2 / GM$	0,00344978600308	
ω	Velocidad angular	7292115×10^{-11}	rad/s
GM	Constante gravitacional geocéntrica	3986005×10^5	m^3/s^2
k	Constante de gravitación	$6,67428 \times 10^{-11}$	$m^3 / kg s^2$

(Moritz, 1984)

(Petit & Luzum, 2010)

METODOLOGÍA

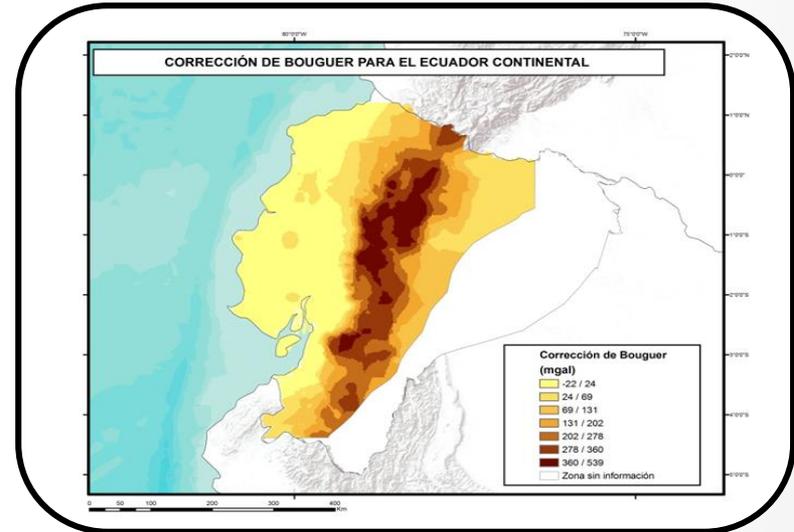
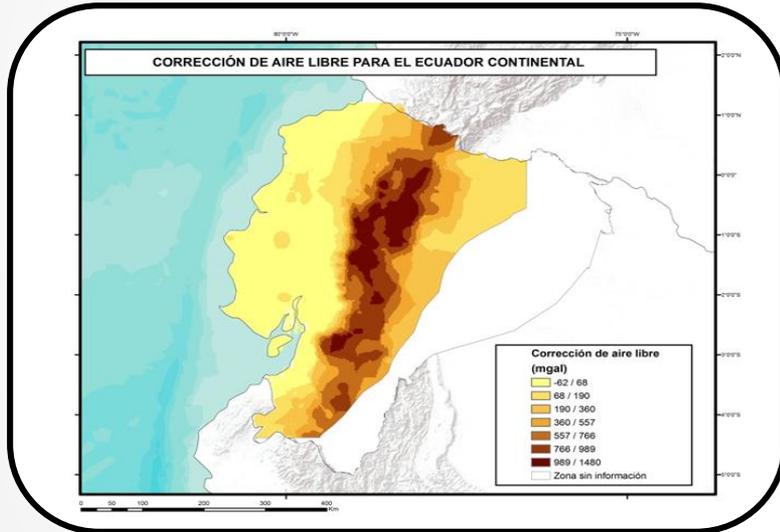
Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky



$$CAL_E = 0,307716 Hn - 7,21 \times 10^{-8} Hn^2$$

$$CB = 2 \pi k \rho Hn = 0,1119 Hn$$

(Tierra, 2003)

METODOLOGÍA

Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky

METODOLOGÍA

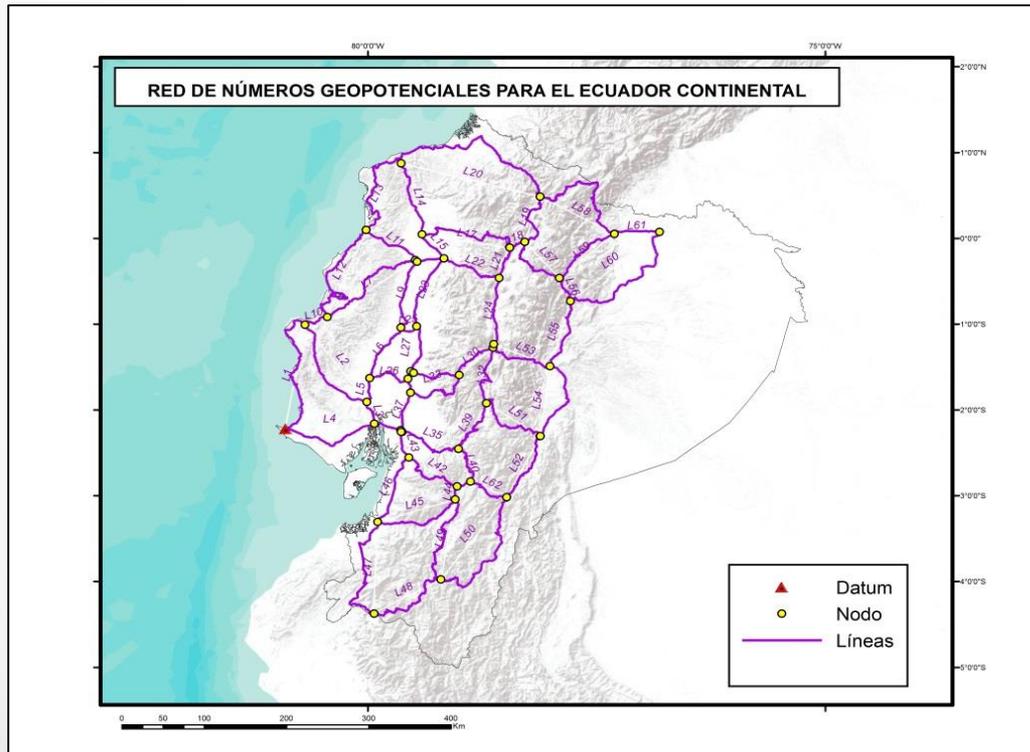
Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky



3933
puntos

62 líneas

41 nodos

METODOLOGÍA

Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky

Desnivel de números geopotenciales

$$C = \int_0^P g \cdot dn$$

(Heiskanen & Moritz, 1985)

Unificar al sistema de mareas
TIDE FREE

$$g_{mean} - g_{free} = \delta (-30,4 + 91,2 \text{ sen}^2 \varphi)$$

$$\delta = 1 + h - \frac{3}{2}k \approx 1,17$$

$$\Delta H_{mean} - \Delta H_{free} = 29,6 \gamma (\text{sen}^2 \varphi_N - \text{sen}^2 \varphi_S)$$

$$\gamma = 1 + k - h \approx 0,68$$

(Ekman, 1988)

METODOLOGÍA

Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky

METODOLOGÍA

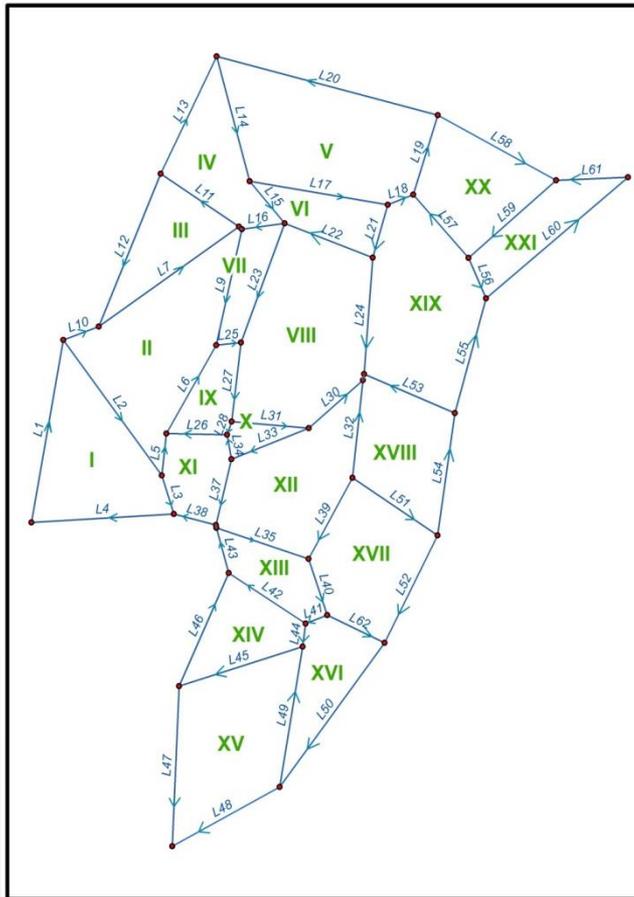
Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky



21 ecuaciones
de condición

Sentido
horario

Dirección del
desnivel

METODOLOGÍA

Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky

ANILLO	ERROR DE CIERRE (ugp)
I	-0,0848
II	-0,0056
III	-0,0038
IV	0,0747
V	-0,0849
VI	0,2146
VII	0,0849
VIII	-0,1610
IX	-0,0160
X	-0,1272
XI	0,0323
XII	0,1213
XIII	-0,0915
XIV	0,1107
XV	0,0934
XVI	-0,7234
XVII	-0,2871
XVIII	0,3141
XIX	-0,1298
XX	-0,2799
XXI	0,2339

Método correlativo
de mínimos
cuadrados

Matriz de pesos
 $1/D$ (km)

Se obtuvo desnivel
geopotencial
ajustado

METODOLOGÍA

Análisis inicial
de los datos

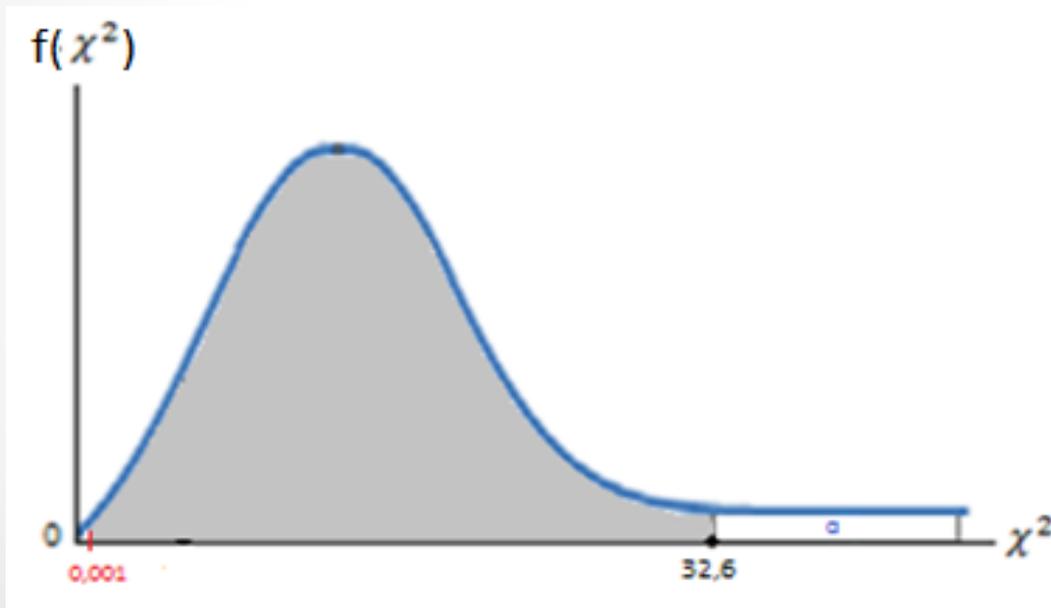
Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky

Prueba de
chi cuadrado



$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \mathbf{0,0019}$$

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$$

$$\alpha = 0,05$$

Región crítica: $\chi^2 > \chi^2_{(v; \alpha)}$

METODOLOGÍA

Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky

METODOLOGÍA

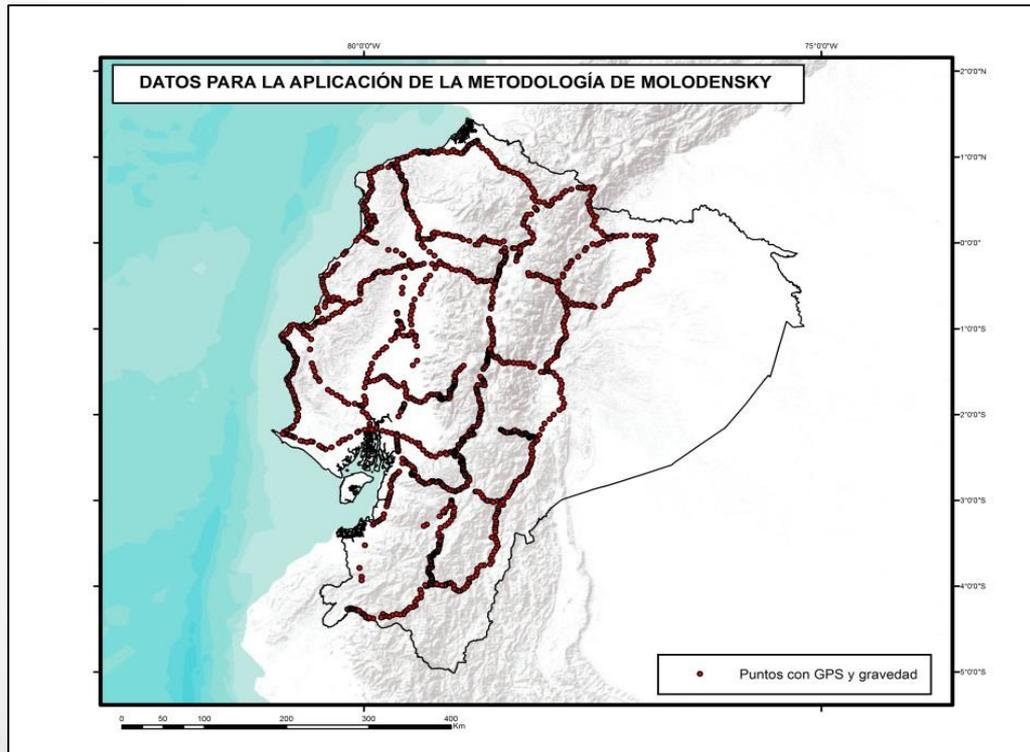
Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky



1257 puntos

Números
geopotenciales

Valores de GPS
de precisión

METODOLOGÍA

Análisis inicial
de los datos

Interpolación
gravimétrica

Red de
números
geopotenciales

Ajuste de la
red y prueba
de hipótesis

Teoría de
Molodensky

Cotas geopotenciales

$$C_0 = 6,1334 \text{ ugp}$$

(Cañizares, 2015)

Alturas normales

$$H^N = \frac{C}{\gamma_0} \left[1 + (1 + f + m - 2f \operatorname{sen}^2 \varphi) \frac{C}{a \gamma_0} + \left(\frac{C}{a \gamma_0} \right)^2 \right]$$

Anomalías de altura

$$h = H^N + \zeta$$

(Heiskanen & Moritz, 1985)

CONTENIDO

- INTRODUCCIÓN
- METODOLOGÍA
- ANÁLISIS DE RESULTADOS
- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

ANÁLISIS DE RESULTADOS

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Red de números
geopotenciales

Interpolación
gravimétrica

Ajuste de la red
de números
geopotenciales

Alturas
normales

Modelo
cuasigeoide

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Red de números geopotenciales

Interpolación gravimétrica

Ajuste de la red de números geopotenciales

Alturas normales

Modelo cuasigeoide

Red de nivelación

- No se dispone red vertical fundamental
- Se trabajó con tolerancia de $8,4 \text{ mm } \sqrt{k}$

Datos de gravedad observada

- Se dispuso de 1812 de 3933 puntos con gravedad (46%)
- Se consideró omitir interpolación hasta un máximo de 10 km (entre placas 2 km) pero no cantidad considerable de puntos para Molodensky

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Red de números
geopotenciales

Interpolación
gravimétrica

Ajuste de la red
de números
geopotenciales

Alturas
normales

Modelo
cuasigeoide

RESIDUOS	GRAVEDAD	ANOMALÍAS AIRE LIBRE	ANOMALÍAS BOUGUER SIMPLE	PERTURBACIÓN GRAVEDAD
Máximo (mgal)	310,08	113,79	63,54	102,58
Mínimo (mgal)	-150,17	-99,94	-8,10	-111,72
Media (mgal)	3,16	11,79	8,73	-1,37
Desviación estándar (mgal)	42,86	21,20	7,91	20,99

RESIDUOS	EGM08	EIGEN6S4	GGM05G
Máximo (mgal)	460,71	476,46	466,27
Mínimo (mgal)	-407,30	-421,12	-427,87
Media (mgal)	29,15	25,40	22,00
Desviación estándar (mgal)	201,57	214,30	215,45

ANÁLISIS DE RESULTADOS

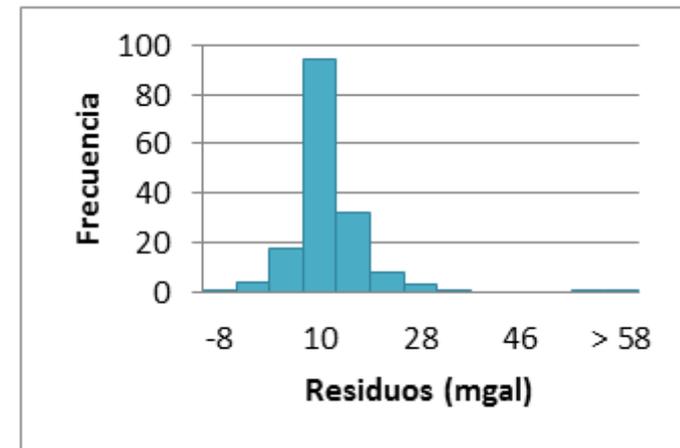
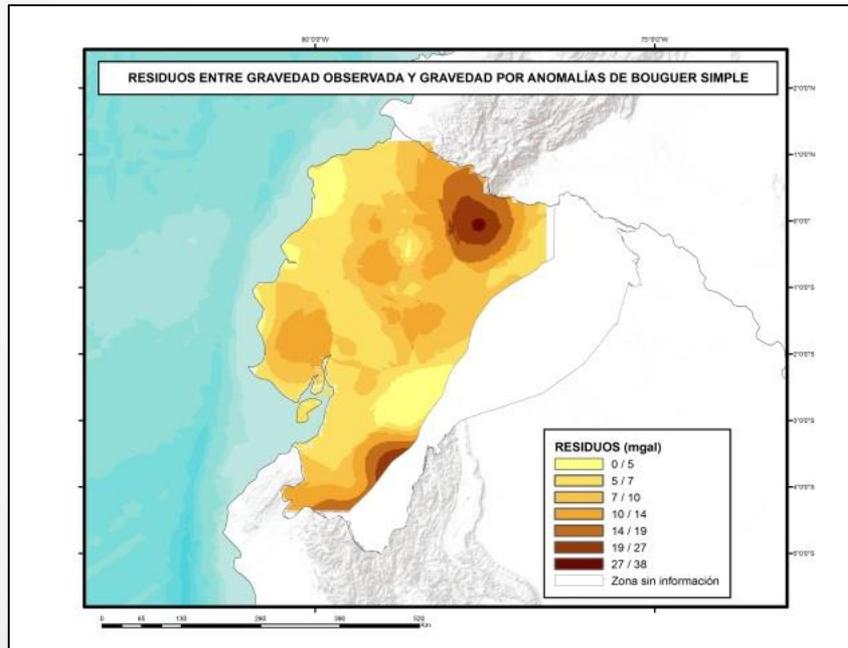
Red de números geopotenciales

Interpolación gravimétrica

Ajuste de la red de números geopotenciales

Alturas normales

Modelo cuasigeoide



ANÁLISIS DE RESULTADOS

Red de números
geopotenciales

Interpolación
gravimétrica

Ajuste de la red
de números
geopotenciales

Alturas
normales

Modelo
cuasigeoide

ERRORES DE CIERRE PARA EL AJUSTE DE LA RED

MÁXIMO (ugp)	0,3141
MÍNIMO (ugp)	-0,7234
MEDIA (ugp)	-0,034

RESIDUOS DESPUÉS DEL AJUSTE DE LA RED

MÁXIMO	0,388 ugp
MÍNIMO	-0,087 ugp
MEDIA	0,019 ugp

ANÁLISIS DE RESULTADOS

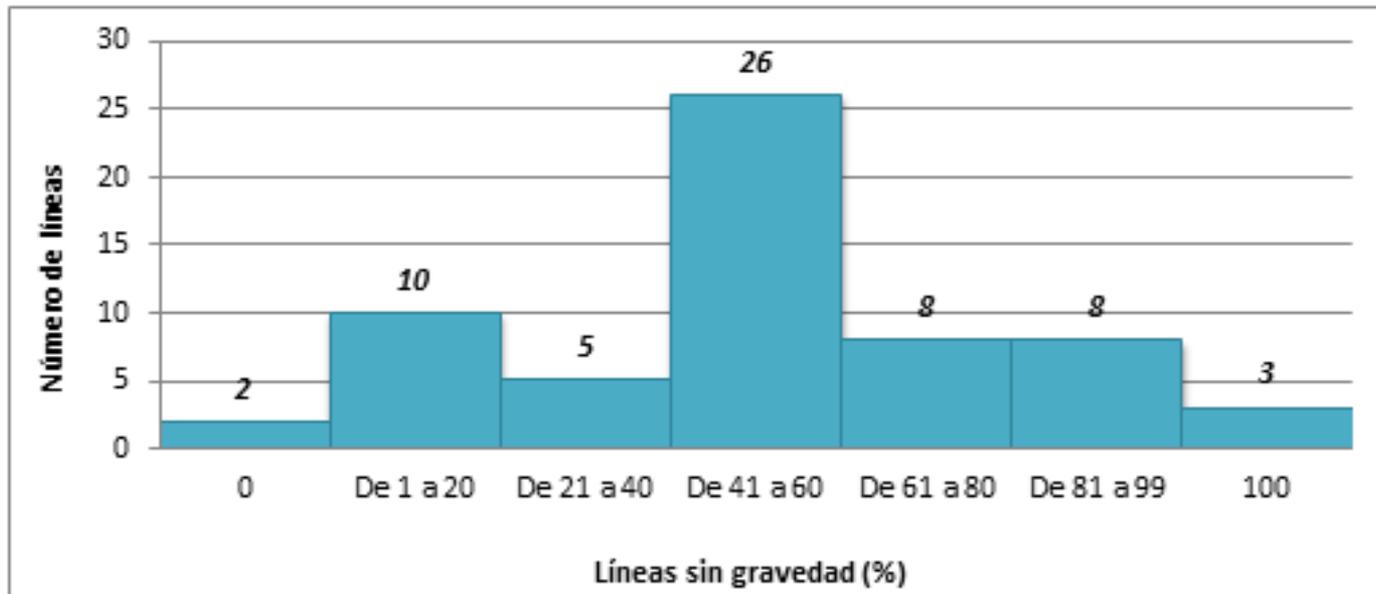
Red de números
geopotenciales

Interpolación
gravimétrica

Ajuste de la red
de números
geopotenciales

Alturas
normales

Modelo
cuasigeoide



ANÁLISIS DE RESULTADOS

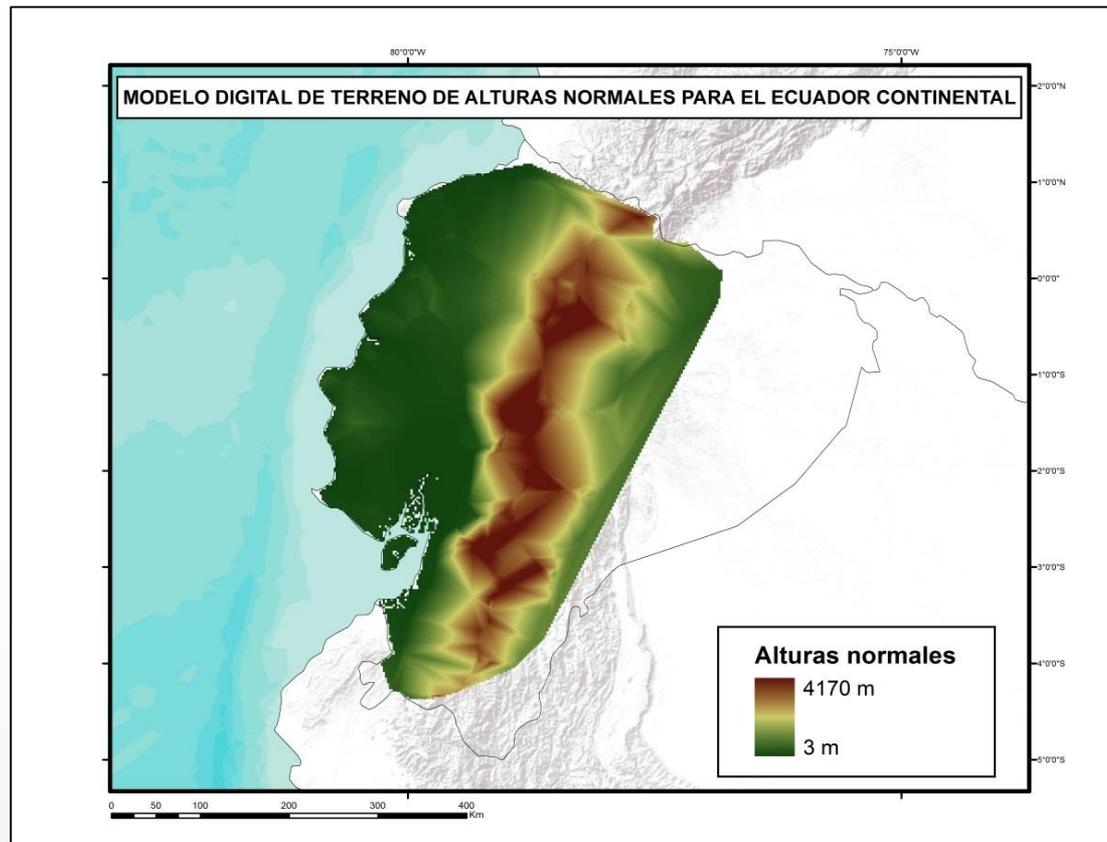
Red de números
geopotenciales

Interpolación
gravimétrica

Ajuste de la red
de números
geopotenciales

Alturas
normales

Modelo
cuasigeoide



ANÁLISIS DE RESULTADOS

Red de números
geopotenciales

Interpolación
gravimétrica

Ajuste de la red
de números
geopotenciales

Alturas
normales

Modelo
cuasigeoide

ESTADÍSTICAS DE LAS ALTURAS NORMALES

MÁXIMO (m)	4209,22
MÍNIMO (m)	2,64
MEDIA (m)	1176,31
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)	1188,89

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Red de números
geopotenciales

Interpolación
gravimétrica

Ajuste de la red
de números
geopotenciales

Alturas
normales

Modelo
cuasigeoide

VARIACIONES DE LAS ALTURAS NORMALES ENTRE LA FÓRMULA COMÚN Y LA APROXIMACIÓN ANALÍTICA

ALTURAS NORMALES (m)	MÁXIMO	MÍNIMO	MEDIA
De 0 a 500	0,0393	$1,1 \times 10^{-6}$	0,0044
De 500 a 1000	0,1562	0,0400	0,0944
De 1000 a 1500	0,3522	0,1580	0,2297
De 1500 a 2000	0,6310	0,3599	0,4822
De 2000 a 2500	0,9865	0,6439	0,8316
De 2500 a 3000	1,4202	0,9935	1,1783
De 3000 a 3500	1,9211	1,4238	1,6011
De 3500 a 4200	2,7949	1,9490	2,2347

ANÁLISIS DE RESULTADOS

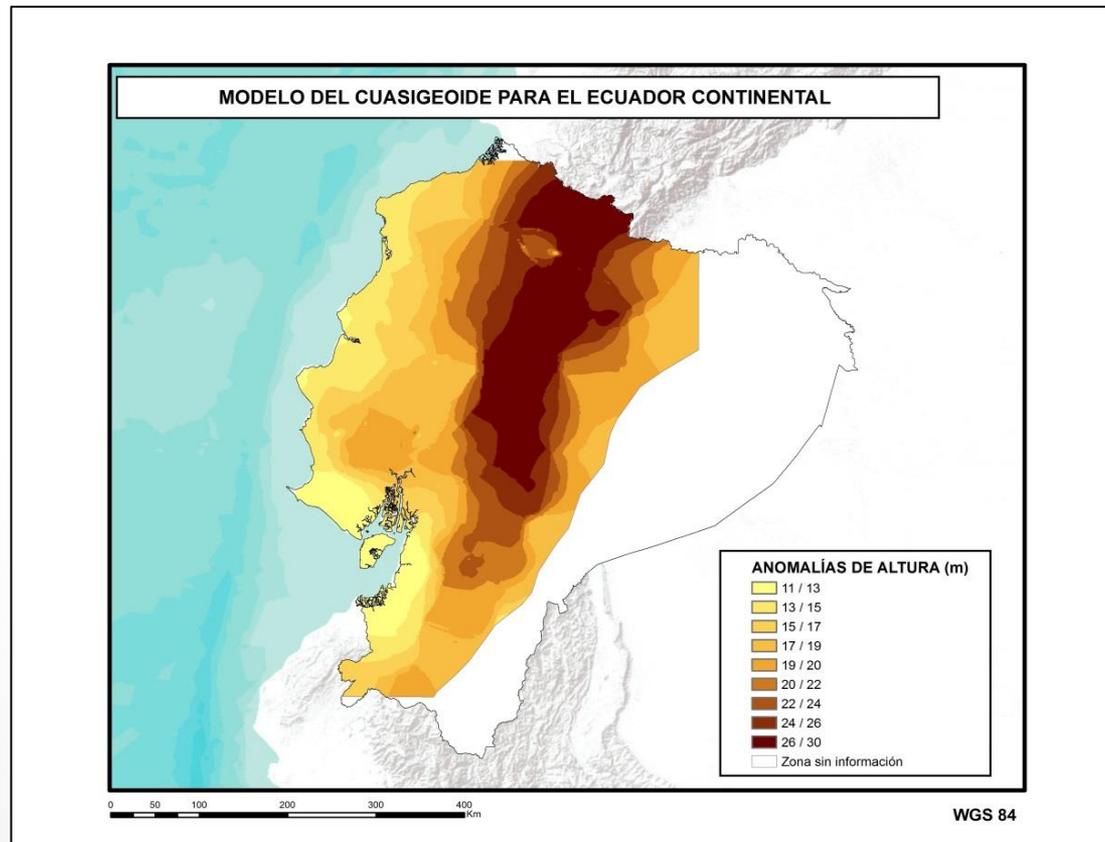
Red de números
geopotenciales

Interpolación
gravimétrica

Ajuste de la red
de números
geopotenciales

Alturas
normales

Modelo
cuasigeoide



ANÁLISIS DE RESULTADOS

Red de números
geopotenciales

Interpolación
gravimétrica

Ajuste de la red
de números
geopotenciales

Alturas
normales

Modelo
cuasigeoide

ESTADÍSTICAS DE LAS ANOMALÍAS DE ALTURA

MÁXIMO (m)	30,23
MÍNIMO (m)	10,68
MEDIA (m)	20,35
DESVIACIÓN ESTÁNDAR (m)	4,51

CONTENIDO

- INTRODUCCIÓN
- METODOLOGÍA
- ANÁLISIS DE RESULTADOS
- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES



Red de control vertical de Ecuador no es Red Básica

Conformación de red de números geopotenciales necesita datos óptimos de gravedad y desnivel

Alternativa metodológica se interpoló gravedad (46% sin gravedad) y se utilizaron valores de navegador (68% sin GPS)

Se realizó prueba de hipótesis unilateral donde la varianza a posteriori no sea mayor a la varianza a priori al 95% de confianza

CONCLUSIONES

Alturas normales fueron calculadas mediante aproximación analítica que mejora las precisiones que la fórmula tradicional

A partir de 2500 metros de alturas normales la variación es de 1 metro entre ambas funciones

Alturas normales: Máximo 4209,22 m – Mínimo 2,64 m – Media 1176,31 m –
Desviación estándar 1188,89 m

Modelo cuasigeoidal a partir de diferencia de alturas elipsoidales con alturas normales

Anomalías de altura: Máximo 30,23 m – Mínimo 10,68 m – Media 20,35 m –
Desviación estándar 4,51 m

RECOMENDACIONES



Inminente corregir falencias en red de control vertical (Procesos, metodologías, equipos, planificación)

Se requieren rastreos terrestres en el mismo punto de desnivel, gravedad y GPS de precisión.

La precisión en la Teoría de Molodensky depende exclusivamente de las observaciones geodésicas y gravimétricas

Interpolación gravimétrica no da resultados confiables. Modelos globales geopotenciales no son recomendables por alto desvío

RECOMENDACIONES



Fundamental unificar sistemas de mareas para evitar modelos híbridos que resultasen imprecisos

Red oficial de números geopotenciales

Modelo cuasigeoidal oficial para el Ecuador

Permitirá generar investigación y conocimiento en el ámbito de la Geodesia Física y en el control vertical del país



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

GRACIAS POR SU ATENCIÓN

Christian Barahona

cabarahona1@espe.edu.ec

Alfonso Tierra

artierra@espe.edu.ec