



**ESPE**  
ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO  
CAMINO A LA EXCELENCIA

DEPARTAMENTO DE ENERGÍA Y MECÁNICA  
CARRERA DE INGENIERÍA EN PETROQUÍMICA

# MODELAMIENTO Y SIMULACIÓN DE UN CONTROLADOR MEDIANTE MPC DE UN MOLINO DE RODILLOS DE ALTA PRESIÓN (HPGR).

Fernando Cepeda V.

Ph.D. Eduardo Vyhmeister, *Tutor*



**INTRODUCCIÓN**

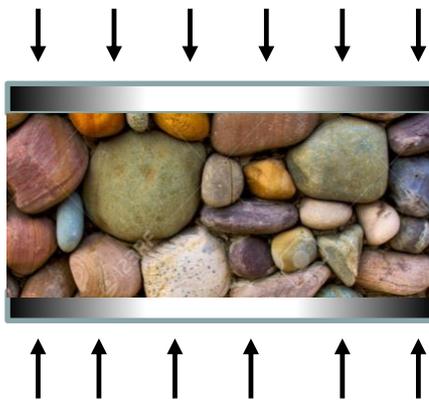
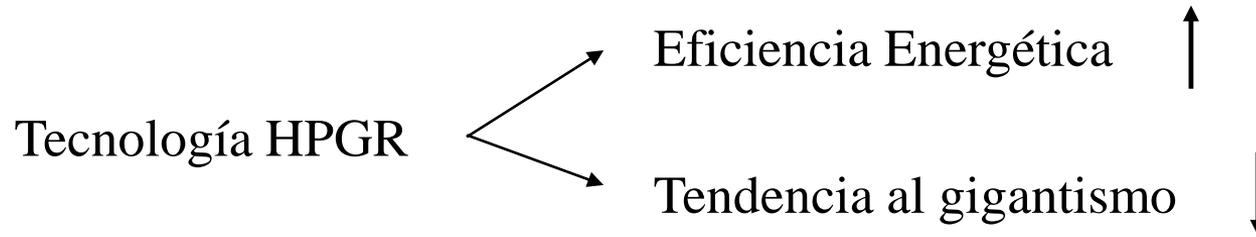
**MODELACIÓN**

**SIMULACIÓN DEL CONTROL PREDICTIVO MPC**

**RESULTADOS EXPERIMENTALES**

**CONCLUSIONES**

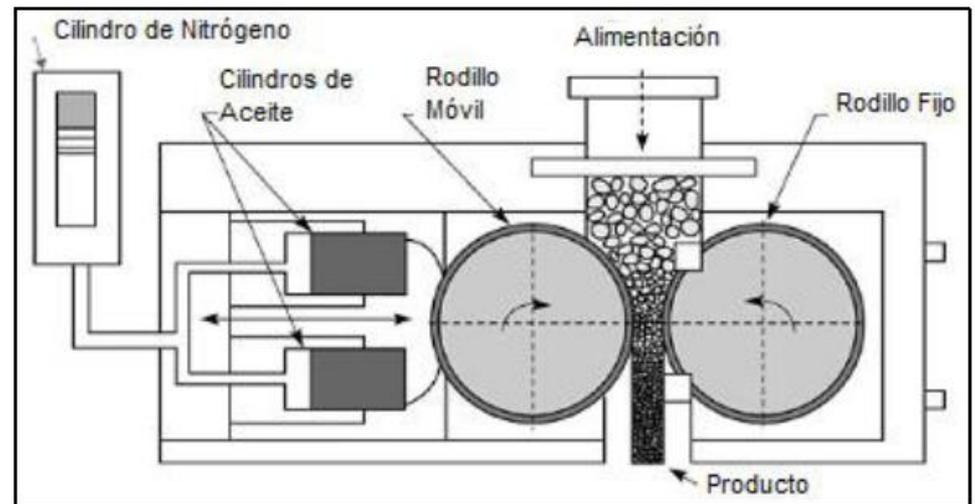
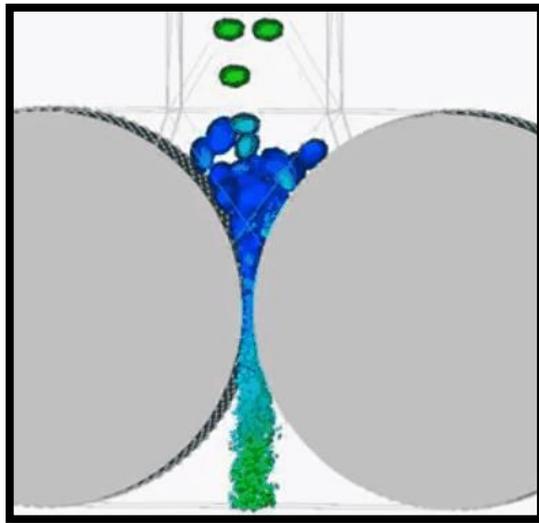
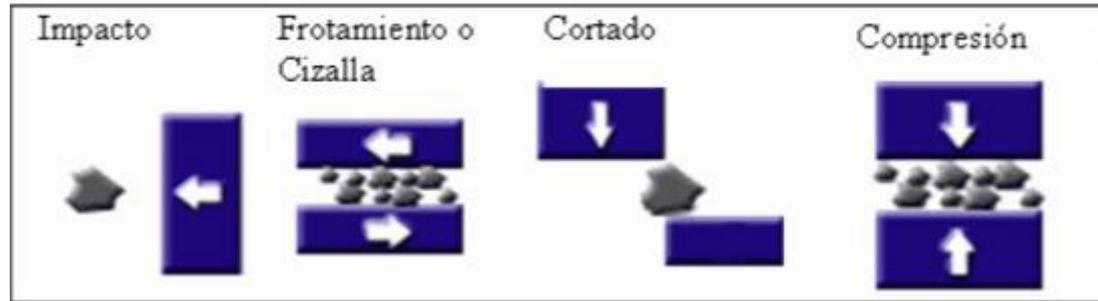




(Schoener., 1979)



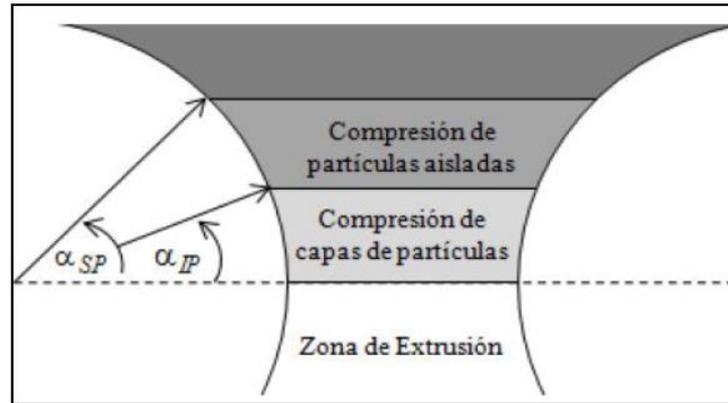
Instalación Cerro Verde Perú  
(Castell, 2005)



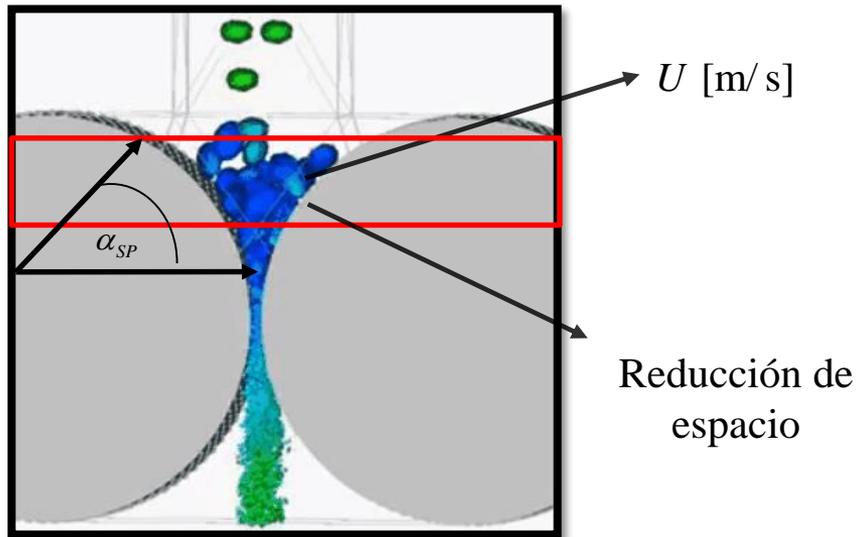
(Klymoswsky et al., 2002)

High Pressure Grinding Rolls

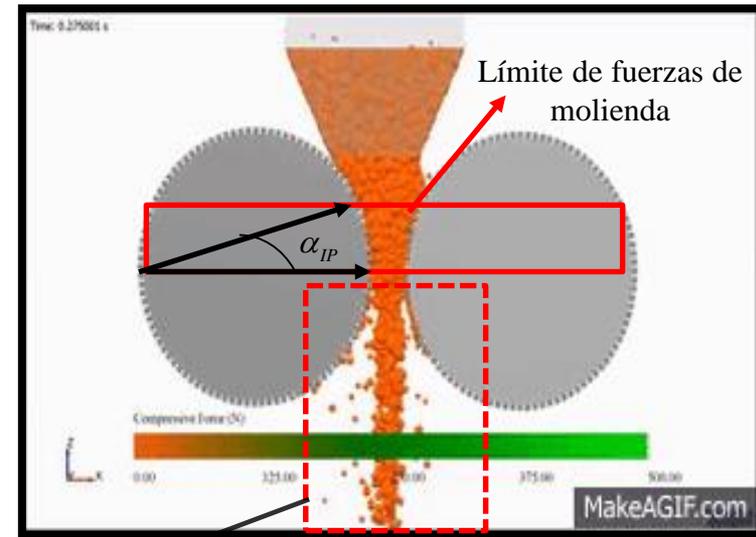




Zona de Chancado



Zona de Prechancado



Compactación del 90% de material



INTRODUCCIÓN

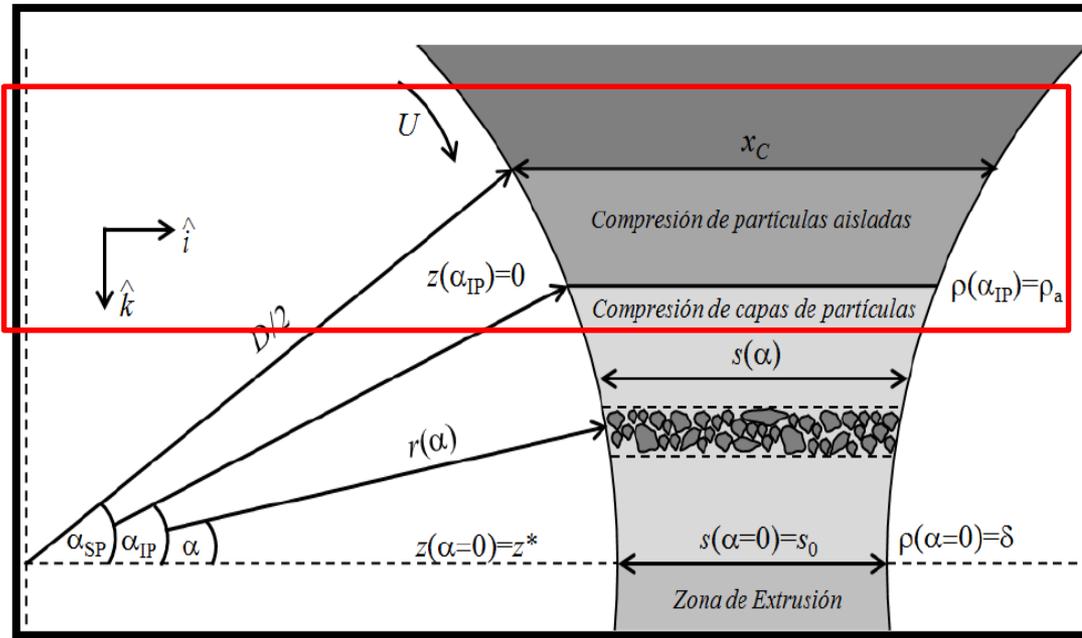
**MODELACIÓN**

SIMULACIÓN DEL CONTROL PREDICTIVO MPC

RESULTADOS EXPERIMENTALES

CONCLUSIONES





$$X_c = 0.5 \cdot \left[ (D + s_0) - \sqrt{(D + s_0)^2 - 4 \cdot \frac{D \cdot s_0 \cdot \rho_e}{\rho_a}} \right]$$



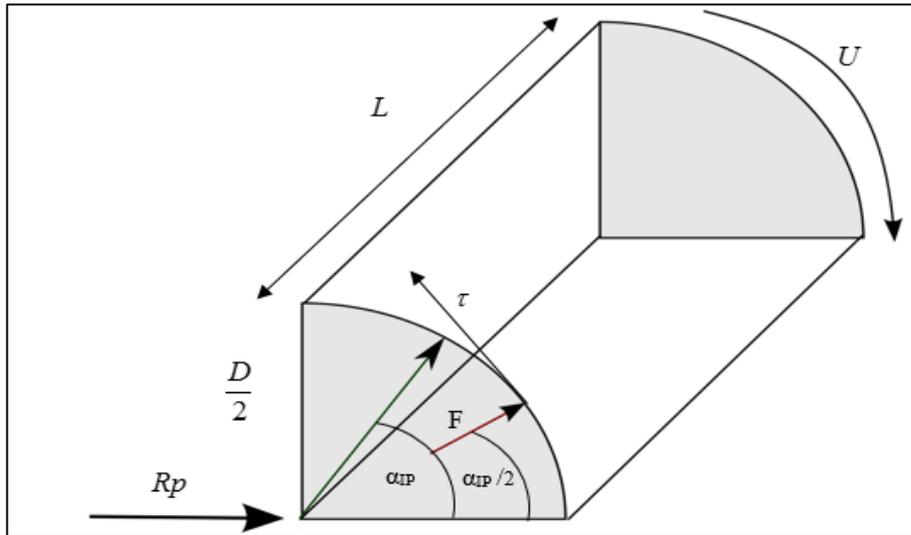
$$S(\alpha_{IP}) = X_c = s_0 + D(1 - \cos(\alpha_{IP}))$$

Tamaño crítico de partículas  
(Whiten, 1993)

$$p(i)_{SP} = \sum_{l=1}^N bil \cdot f(l)_{SP}$$

$$Gs_{in} = Gs_{out}$$





$$W = \frac{P}{Gs}$$

↗ Potencia  
 ↘ Flujo de material

$$Pr = 2 \cdot F \cdot \text{sen}\left(\frac{\alpha_{IP}}{2}\right) \cdot U$$

(Klymowsky et al., 2006)

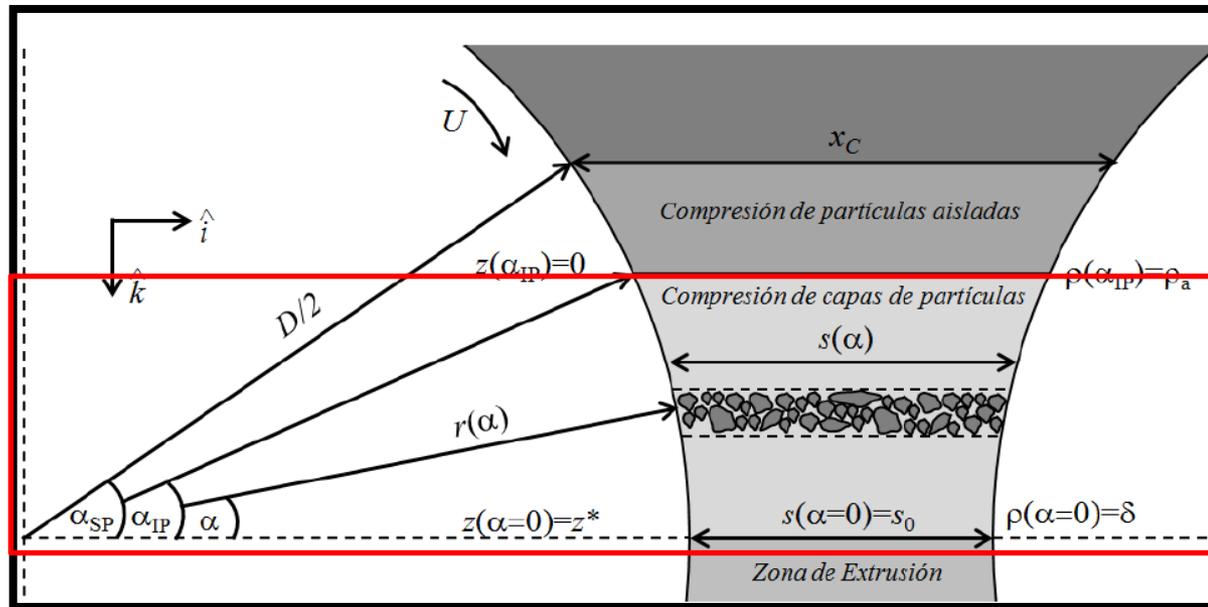
$$P = R_p \cdot \frac{Gs}{\rho_{cm}} + 2 \cdot F \cdot \text{sen}\left(\frac{\alpha_{IP}}{2}\right) \cdot U$$

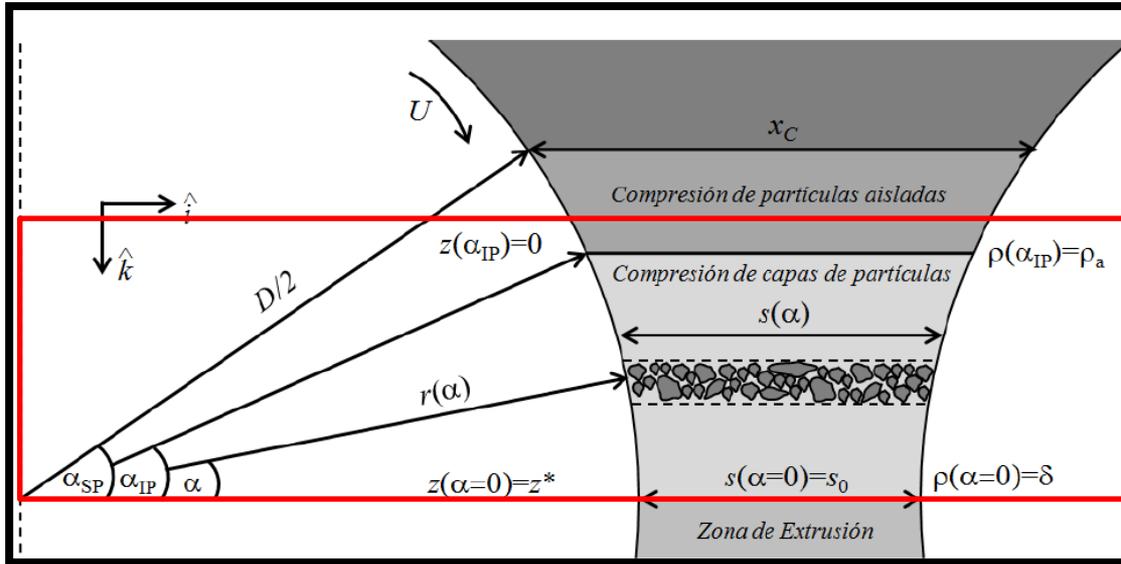
Ángulo de compresión inter partícula

$$\cos(\alpha_{IP}) = \frac{l}{2D} \left[ (s0 + D) + \sqrt{(s0 + D)^2 - \frac{4 \cdot s0 \cdot \rho_e \cdot D}{\rho_a}} \right]$$



$$\frac{dp(i)_{out}}{dt} = \frac{Gs(n)_{in} \cdot p(i)_{in} - Gs(n)_{out} \cdot p(i)_{out} + Hk(n) \cdot \sum_{j=1}^{i-1} p(j) \cdot b_{ij} \cdot k_0(i) \cdot \exp\left(-\frac{E(i)}{Pr}\right) - Hk(n) \cdot p(i)_{out}}{Hk} \quad i > 1$$





$$Z = \frac{D}{2} \cdot \text{sen}(\alpha_{IP})$$

Altura de la zona de chancado

$$s_{i,k} = \frac{P_k}{H_k} \cdot S_{iE}$$

Tasa de ruptura del tamaño “i” en el bloque k, [1/h]

$$p(i)_{IP,k} = \sum_{j=1}^i A_{ij,k} \cdot \exp\left(-\frac{s_{j,k}}{U_h} \cdot h\right)$$

Distribución granulométrica de producto por bloque k

$$k(T) = A \cdot \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$$

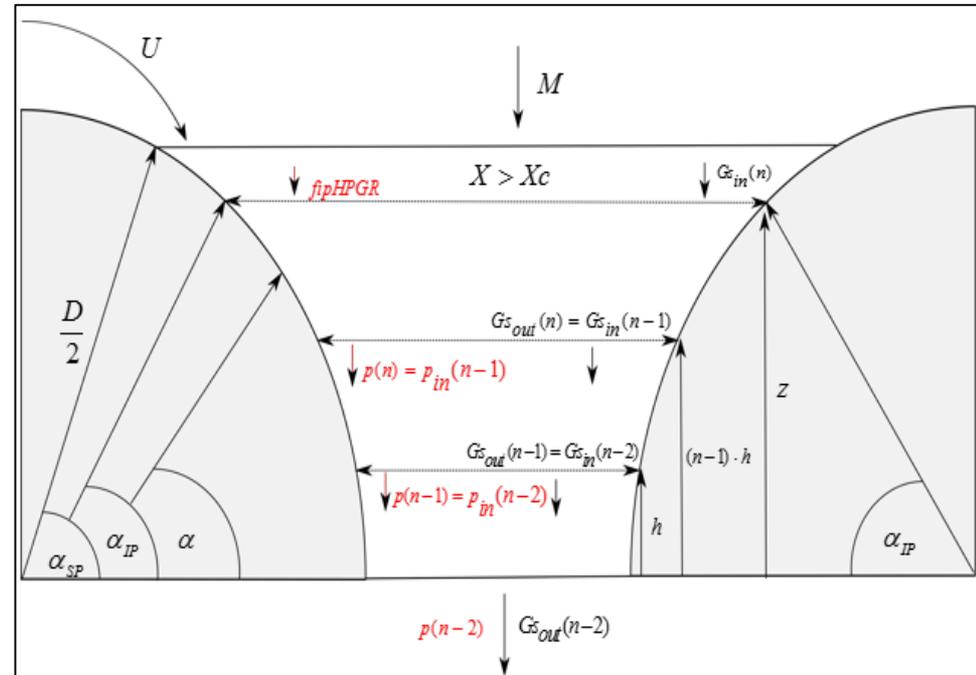


Cinética de molienda  $-r(i) = \underbrace{K(i)} \cdot \underbrace{\frac{m(i)}{Hk}}$

$K(i) = k_0(i) \cdot e^{\left(\frac{-E(i)}{P}\right)} \longrightarrow \min : \sum_{i=1}^n (F(i))^2$

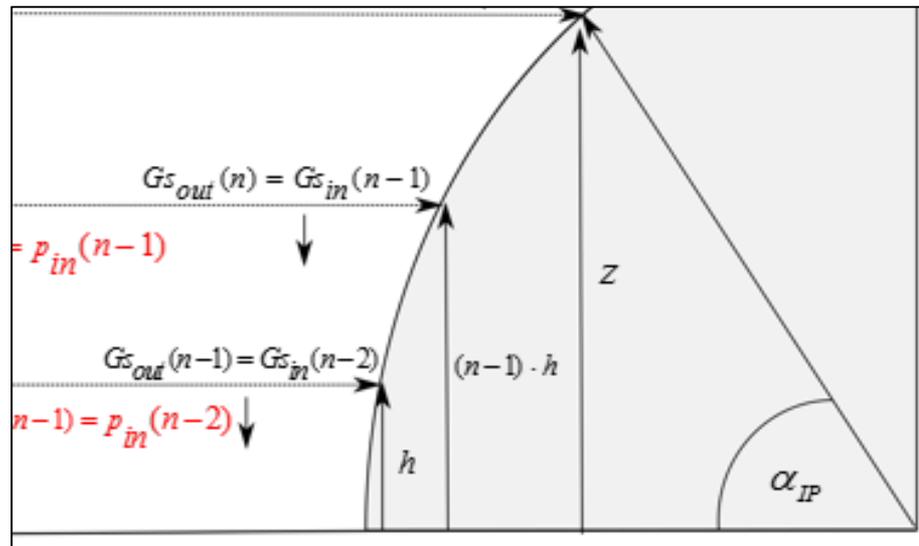
Balace poblacional

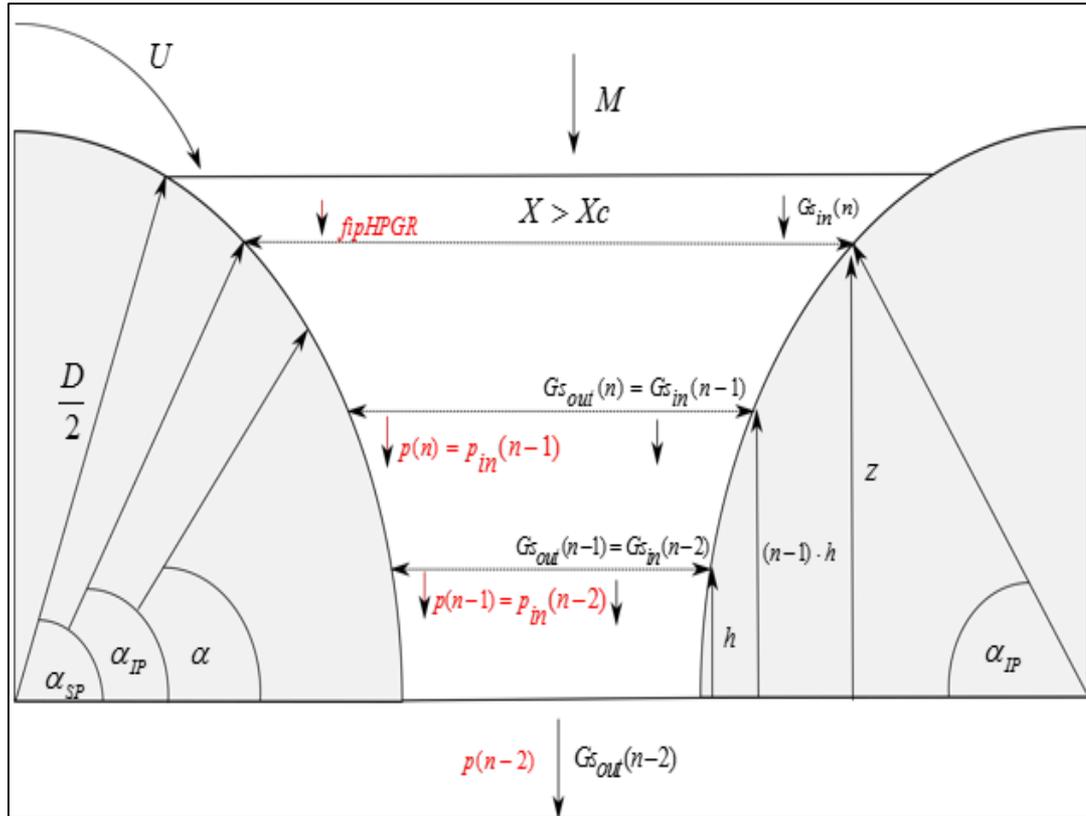
- Flujo de entrada de "i"
- Flujo de salida de "i"
- Formación del tamaño "i" por microfracturas del tamaño "j"
- Generación de otras especies por microfracturas de "i"



$$-r(i) = K(i) \cdot \frac{m(i)}{Hk} \quad \rightarrow \quad Hk(n) = v_b(n) \cdot \rho_{cm}(n)$$

$$v_{b(n)} = L \cdot \left[ \left( \frac{D + s0}{2} \right) \cdot h - h \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - h^2} - \frac{D^2}{8} \left( \arcsen\left(\frac{2h}{D}\right) - \frac{1}{2} \sen\left(\arcsen\left(\frac{2h}{D}\right)\right) \right) \right]_{hmin(n)}^{hmax(n)}$$





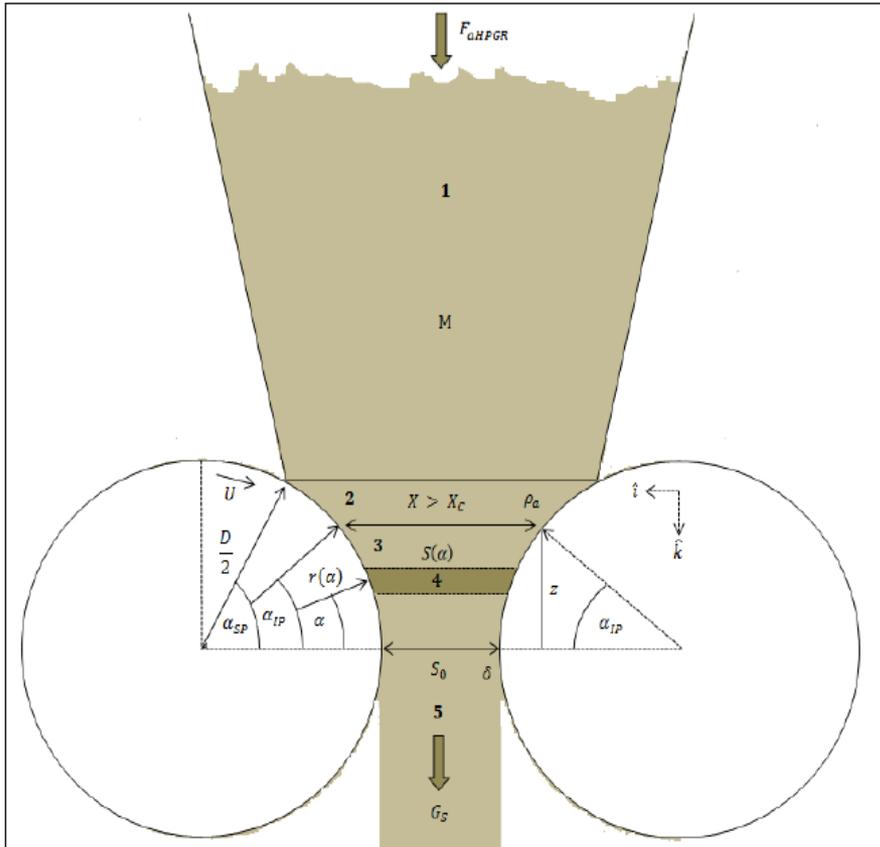
$$B_i(x_i) = \alpha_1 \cdot \left(\frac{x_i}{x_2}\right)^{\alpha_2} + (1 - \alpha_1) \cdot \left(\frac{x_i}{x_2}\right)^{\alpha_3}$$

Parámetro de selectividad  $b_{ij}$   
(Austin et al., 1972)

$$\begin{cases} b_{ij} = B_{i-j+1} - B_{i-j+2}, & \text{si } i > j \\ b_{ij} = 1 - \sum_j b_{ij}, & \text{si } i = n \\ b_{ij} = 0, & \text{si } i \leq j \end{cases}$$

$$\Rightarrow K(i) = k_0(i) \cdot e^{\left(\frac{E(i)}{P}\right)}$$





$$A_{\alpha_{cm}} = L \cdot S_{\alpha_{cm}}$$

$$S_{\alpha_{cm}} = s_0 + D \cdot (1 - \cos(\alpha_{cm}))$$

Área transversal al flujo másico

$$Gs(\alpha_{cm}) = \rho_{cm} \cdot A_{\alpha_{cm}} \cdot v_{\alpha_{cm}}$$

Densidad del centro de masa

$$\frac{d\rho_{cm}}{dt} = \frac{Gs_{in} - Gs_{out}}{v_b}$$

Velocidad de la franja de material

$$v(\alpha_{cm}) = U \cdot \cos(\alpha_{cm}) \hat{k}$$

$$\alpha_{cm} = \cos^{-1} \left( \frac{\rho_{cm} \cdot (s_0 + D) - \rho_e \cdot s_0}{\rho_{cm} \cdot D} \right) \quad v_b = L \cdot \int_0^z \left( \frac{D}{2} - \frac{s_0}{2} - \sqrt{\left( \frac{D}{2} \right)^2 - y^2} \right) dy$$

Ángulo del Centro de masa

Volumen por bloque



INTRODUCCIÓN

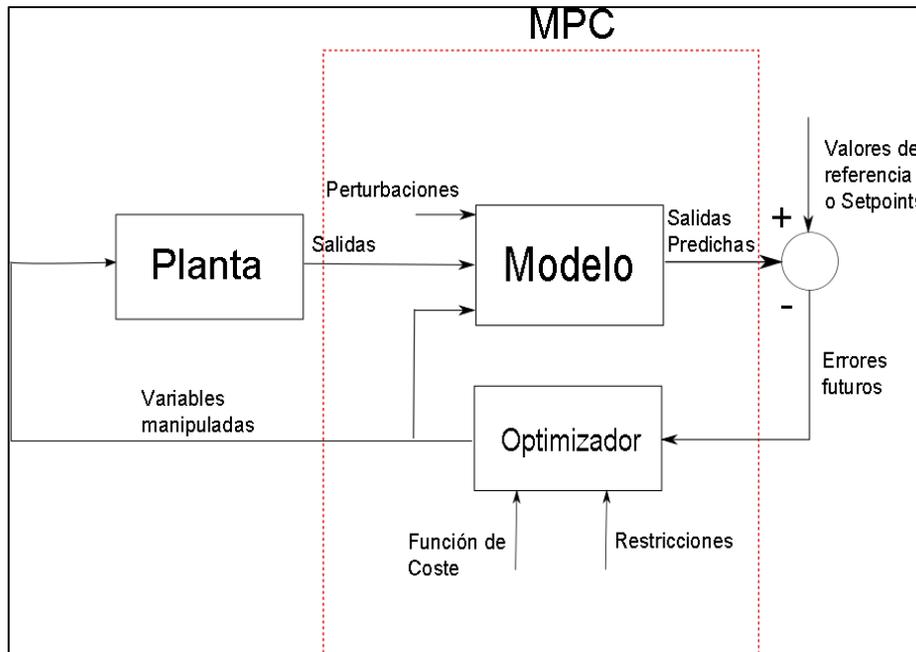
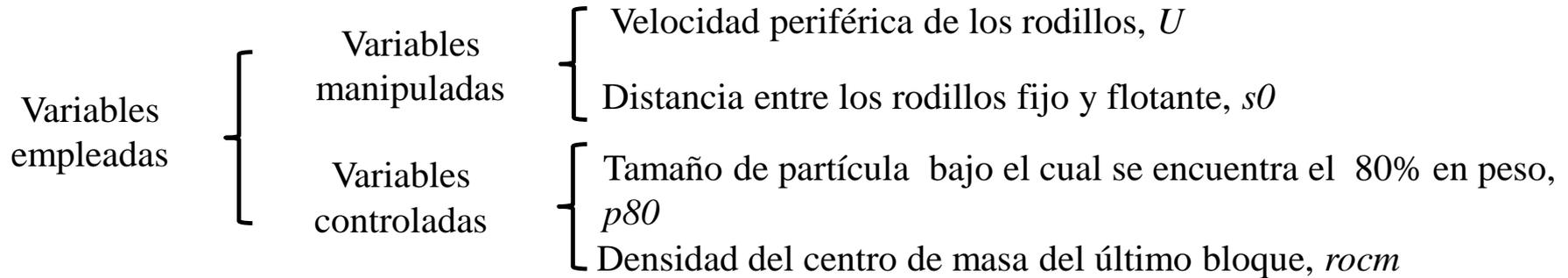
MODELACIÓN

**SIMULACIÓN DEL CONTROL PREDICTIVO MPC**

RESULTADOS EXPERIMENTALES

CONCLUSIONES





$$\min_{\Delta U} \sum_{i=1}^P \left[ [\Gamma \cdot (\hat{y}(k+i) - y_{set})]^2 - [\Lambda \cdot \Delta u(k+i)]^2 \right]$$

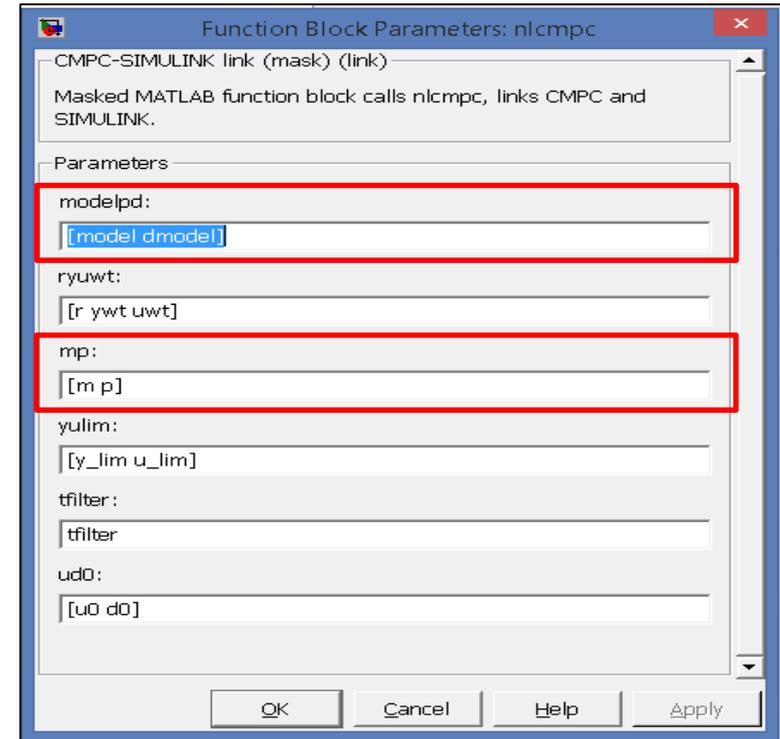
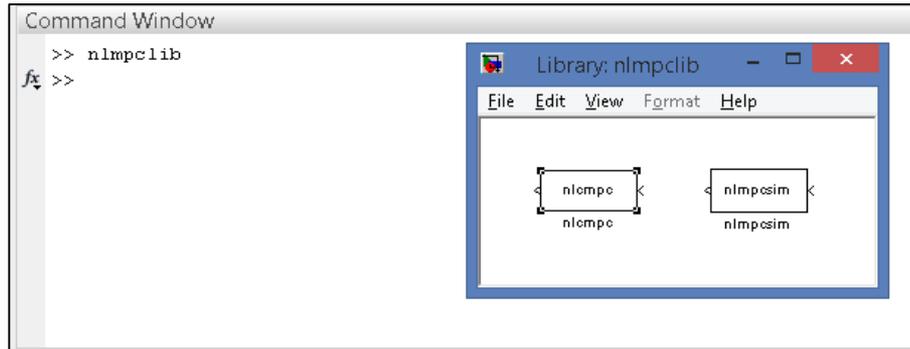
$$\Delta u = 0 \quad i = M, M + 1, \dots, P$$

$$\Delta U_{\min} \leq \Delta u(k+i) \leq \Delta U_{\max}$$

$$U_{\min} \leq u(k) \leq U_{\max}$$

$$Y_{\min} \leq \hat{y}(k+1) \leq Y_{\max}$$

## nlempe Toolbox



Librería nlemplib

$$\text{planta} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_n \\ \text{nout}(1) & 0 & \dots & 0 \\ \text{notu}(2) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \text{notu}(n_y) & 0 & \dots & 0 \\ n_y & 0 & \dots & 0 \\ \text{delt2} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{(n \cdot n_y + n_y + 2) \cdot n_y}$$



Parámetros de la herramienta nlempe

$$ryuwt \longrightarrow [r \ ywt \ uwt] \longrightarrow r = \begin{bmatrix} r_1(1) & r_2(1) & \cdots & r_{ny}(1) \\ r_1(2) & r_2(2) & \cdots & r_{ny}(2) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ r_1(N) & r_2(N) & \cdots & r_{ny}(N) \end{bmatrix}$$

$$yulim \longrightarrow [ylim \ uolim] \longrightarrow uolim = \begin{bmatrix} [u_{min,1}(1) \ \cdots \ u_{min,nu}(1)] & [u_{max,1}(1) \ \cdots \ u_{max,nu}(1)] & [\Delta u_{max,1}(1) \ \cdots \ \Delta u_{max,nu}(1)] \\ [u_{min,1}(2) \ \cdots \ u_{min,nu}(2)] & [u_{max,1}(2) \ \cdots \ u_{max,nu}(2)] & [\Delta u_{max,1}(2) \ \cdots \ \Delta u_{max,nu}(2)] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ [u_{min,1}(N) \ \cdots \ u_{min,nu}(N)] & [u_{max,1}(N) \ \cdots \ u_{max,nu}(N)] & [\Delta u_{max,1}(N) \ \cdots \ \Delta u_{max,nu}(N)] \end{bmatrix}$$

$$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$$

$$u_{min,j}(k) = -inf, \qquad u_{max,j}(k) = inf,$$

$$ud0 \longrightarrow [u0 \ d0] \longrightarrow u0 = 0 \quad y \quad d0 = 0.$$

INTRODUCCIÓN

MODELACIÓN

SIMULACIÓN DEL CONTROL PREDICTIVO MPC

**RESULTADOS EXPERIMENTALES**

CONCLUSIONES



Resultados obtenidos

- Constante de velocidad de molienda y elementos de cálculo
- [%] Acumulado pasante total
- Simulación del Control MPC

- **Constante de velocidad de molienda y elementos de cálculo**

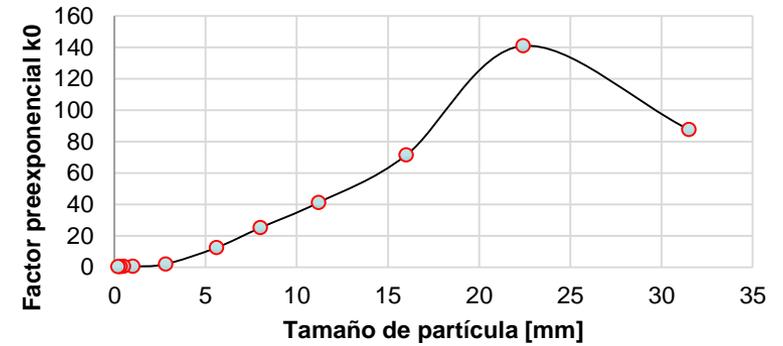
| TAMAÑO DE PARTÍCULA<br>[mm] | CONSTANTE DE VELOCIDAD DE<br>MOLIENDA $K(1)$ [ $s^{-1}$ ] |
|-----------------------------|---|
| 31,5                        | 87,7427   |
| 22,4                        | 141,0232  |
| 16                          | 71,4271   |
| 11,2                        | 41,3054   |
| 8                           | 25,2115   |
| 5,6                         | 12,5626   |
| 2,8                         | 2,0494  |
| 1                           | 0,6346  |
| 0,5                         | 0,4914  |
| 0,315                       | 0,4112  |
| 0,2                         | 0,3093  |



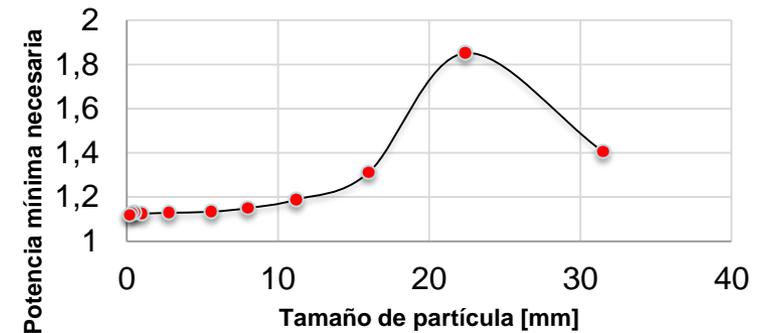
- [%] Acumulado pasante total

| TAMAÑO DE PARTÍCULA [mm] | FACTOR PREEXPONENCIAL $k_0$ (i) | POTENCIA MÍNIMA PARA LA FRACTURA DE PARTÍCULAS $E(i)$ [W] |
|--------------------------|---------------------------------|---|
| 31,5                     | 87,7458                         | 1,4061  |
| 22,4                     | 141,0297                        | 1,8519  |
| 16                       | 71,4295                         | 1,3116  |
| 11,2                     | 41,3067                         | 1,1888  |
| 8                        | 25,2123                         | 1,1507  |
| 5,6                      | 12,5630                         | 1,1341  |
| 2,8                      | 2,0495                          | 1,1294  |
| 1                        | 0,6347                          | 1,1258  |
| 0,5                      | 0,4915                          | 1,1284  |
| 0,315                    | 0,4112                          | 1,1271  |
| 0,2                      | 0,3093                          | 1,1193  |

Factor preexponencial  $k_0$  vs Tamaño de partícula



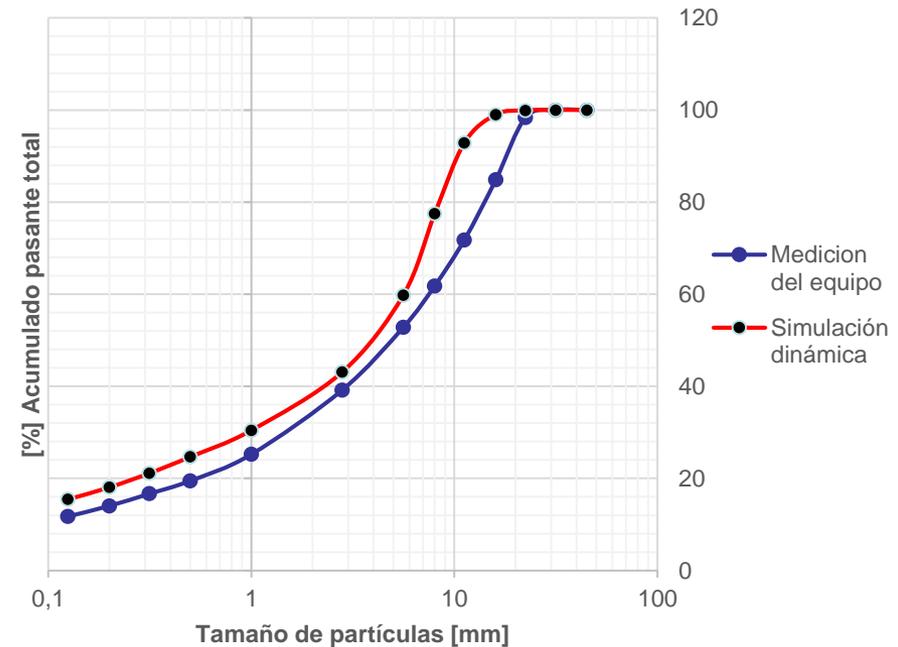
Potencia mínima necesaria vs Tamaño de partícula



- [%] Acumulado pasante total

| TAMAÑO DE PARTICULA [mm]      | Alimentación | Alimentación [%] discreto | MEDICIÓN DEL EQUIPO HPGR | SIMULACIÓN DINÁMICA |
|-------------------------------|--------------|---------------------------|--------------------------|---------------------|
|                               |              |                           | [%] Acumulado            | Pasante total       |
| 45                            | 100          | 2,39                      | 100                      | 100                 |
| 31,5                          | 97,61        | 40,01                     | 100                      | 100                 |
| 22,4                          | 57,60        | 20,89                     | 98,36                    | 99,91               |
| 16                            | 36,71        | 10,90                     | 84,87                    | 99,01               |
| 11,2                          | 25,81        | 5,49                      | 71,80                    | 92,85               |
| 8                             | 20,32        | 4,41                      | 61,82                    | 77,49               |
| 5,6                           | 15,91        | 3,42                      | 52,82                    | 59,81               |
| 2,8                           | 10,49        | 3,74                      | 39,19                    | 43,09               |
| 1                             | 6,75         | 1,59                      | 25,25                    | 30,46               |
| 0,5                           | 5,16         | 0,85                      | 19,49                    | 24,69               |
| 0,315                         | 4,31         | 0,88                      | 16,69                    | 21,15               |
| 0,2                           | 3,43         | 0,85                      | 14,06                    | 18,08               |
| 0,125                         | 2,58         | 2,58                      | 11,75                    | 15,47               |
| RAÍZ DEL ERROR CUADRÁTICO [%] |              |                           | 2,3037                   |                     |

[%] Acumulado pasante total



Los datos de medición del equipo HPGR corresponden a la Planta concentradora “La Esperanza” que se encuentran reportados en el trabajo: Alarcón, Osvaldo. (2012). Modelación y simulación dinámica de un molino de rodillos de alta presión (HPGR), para conminución de minerales de cobre. Santiago-Chile.



# Resultados experimentales: Simulación Control MPC 23

| Características   | Límites de operación |          |
|---|----------------------|----------|
|   | Superior             | Inferior |
| Gap operacional, $s_0$ , [m]  | 0,016                | 0,024    |
| Velocidad periférica de los rodillos, $U$ , [m/s]   | 0,1                  | 1,21     |
| <b>VARIABLES controladas</b>  |                      |          |
| Tamaño de partícula bajo el cual se encuentra el 80% en peso del total de mineral chancado, $p_{80}$ , [mm] | 0                    | 15       |
| Densidad aparente del material en la zona de extrusión, $\rho_{cm}$ , [kg/m <sup>3</sup> ]                  | 0                    | 2500     |

| VARIABLES                                 | RANGO DE OPERACIÓN   |
|---|--|
| Diámetro de rodillos, $D$                 | 0,5 – 2,8 [m]  |
| Largo de rodillos (ancho), $L$            | 0,2 – 1,8 [m]  |
| Gap operacional, $s_0$                    | 0,02D – 0,03D [m]  |
| Capacidad de tratamiento, $G_s$           | 30 – 3000 [ton/hora]   |
| Fuerza de molienda, $F$                   | 2000 – 20000 [kN]  |
| Presión media, $R_p$                      | 20 – 300 [bar]   |
| Potencia instalada máxima, $P$            | 2 x 3000 [kW]  |
| Velocidad periférica de los rodillos, $U$ | $U \leq 1,35\sqrt{D}$ [m/s] si $D < 1,7$ [m]<br>$U \leq D$ [m/s] si $D \geq 1,7$ [m] |
| Consumo de energía específica, $W$        | 1-3 [kWh/ton]  |

Límites de operación de las variables manipuladas y controladas

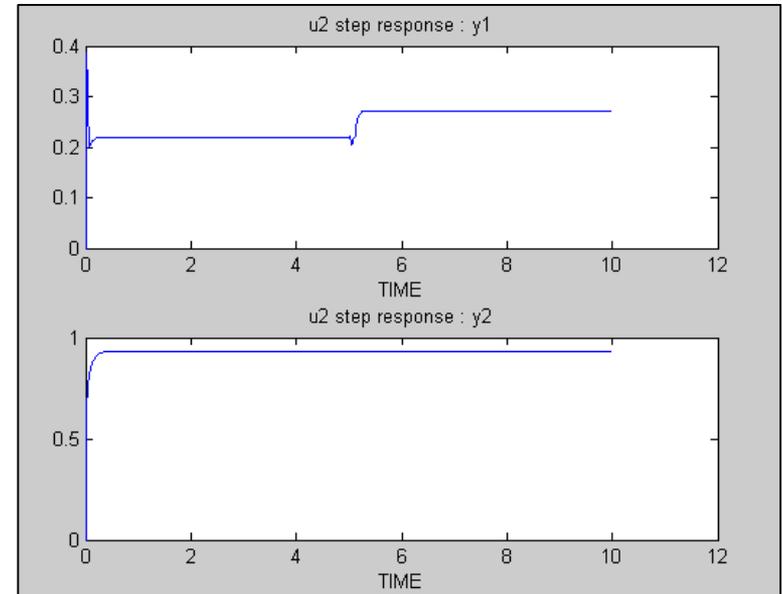
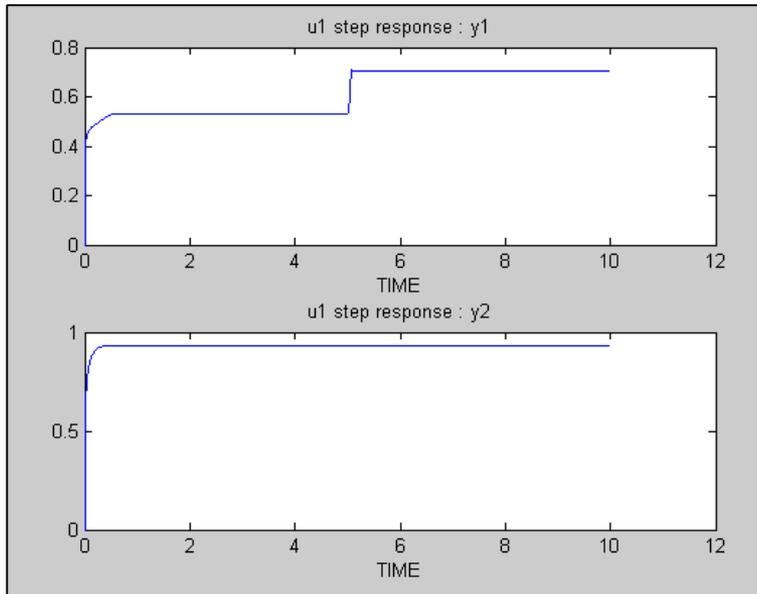
Rangos operacionales a nivel laboratorio e industrial (Alarcón,2012)

$$\frac{X - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}}$$



# Resultados experimentales: Simulación Control MPC 24

Respuesta de las variables controladas  $p80$  y  $rocm$  a la excitación de las variables manipuladas  $U$  y  $s0$



```
>> mpcinfo(M3)
This is a matrix in MPC Step format.
sampling time   = 0.0045857
number of inputs  = 2
number of outputs = 2
number of step response coefficients = 2181
All outputs are stable.

ans =

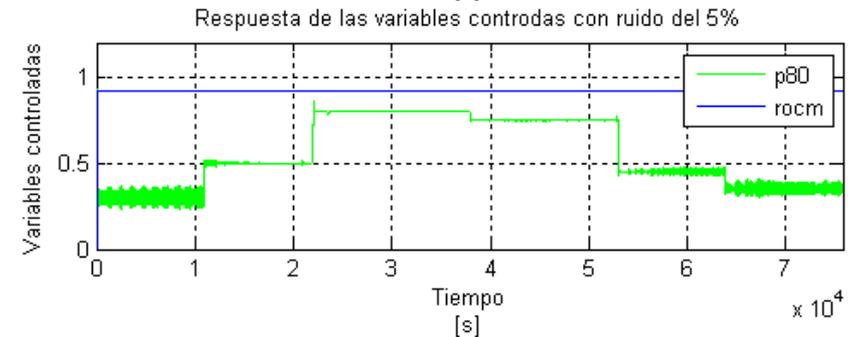
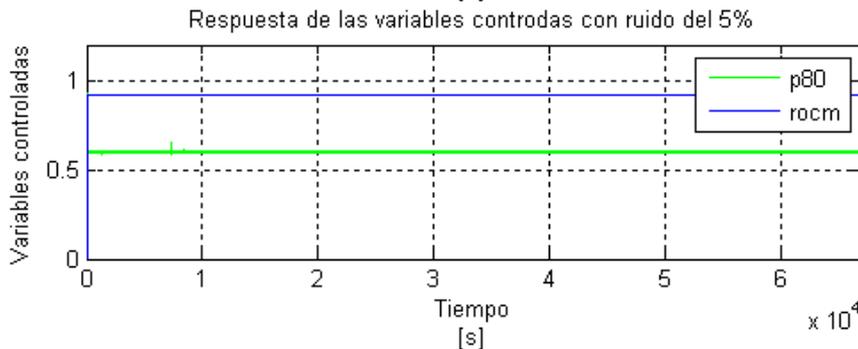
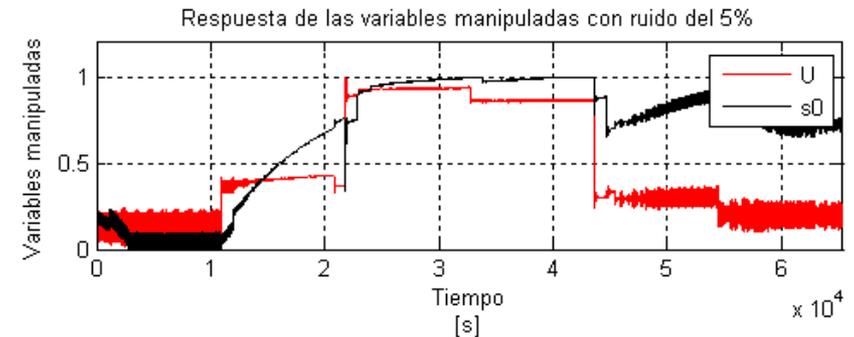
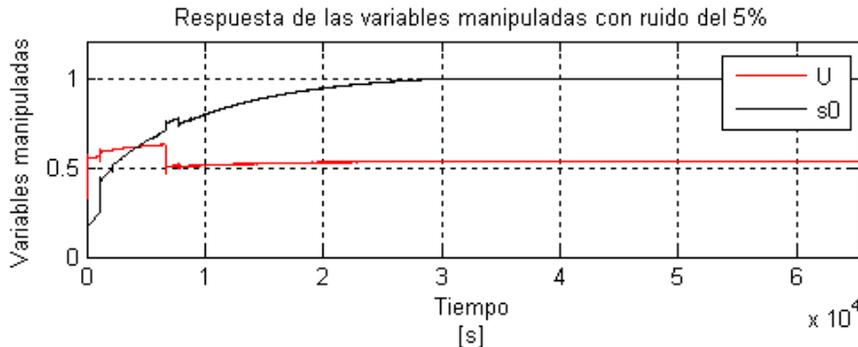
    5
```



# Resultados experimentales: Simulación Control MPC 25

- Control MPC con inclusión del 5% de ruido

Sintonización  $\begin{cases} M = 50 & P = 50 \\ \Lambda = [1,1]; & \Gamma = [1,1], \end{cases}$

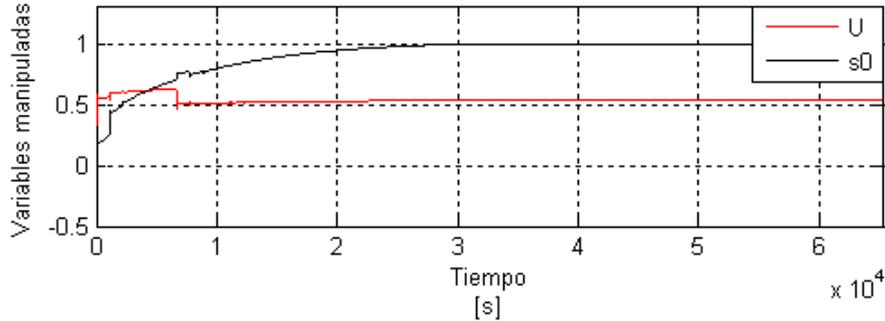


# Resultados experimentales: Simulación Control MPC 26

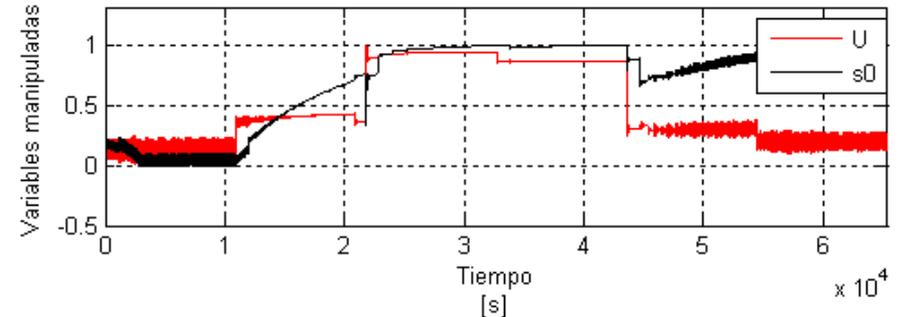
- Control MPC sin la inclusión de ruido

Sintonización  $\begin{cases} M = 50 & P = 50 \\ \Lambda = [1,1]; & \Gamma = [1,1], \end{cases}$

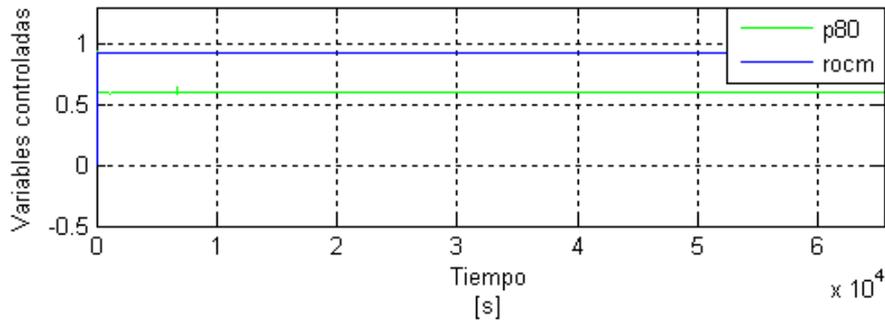
Respuesta de las variables manipuladas sin ruido



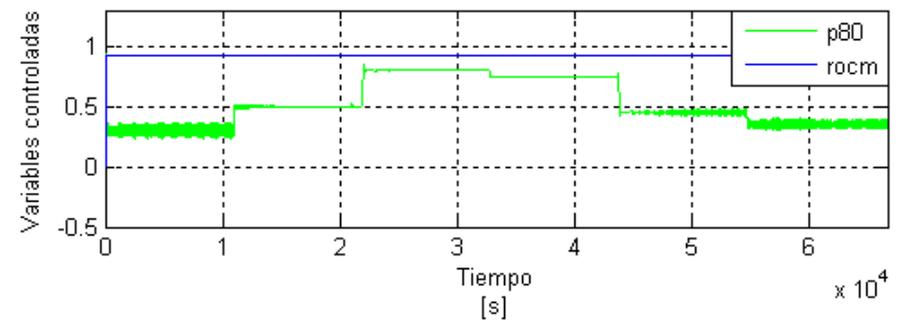
Respuesta de las variables manipuladas sin ruido



Respuesta de las variables controladas sin ruido



Respuesta de las variables controladas sin ruido



**INTRODUCCIÓN**

**MODELACIÓN**

**SIMULACIÓN DEL CONTROL PREDICTIVO MPC**

**RESULTADOS EXPERIMENTALES**

**CONCLUSIONES**

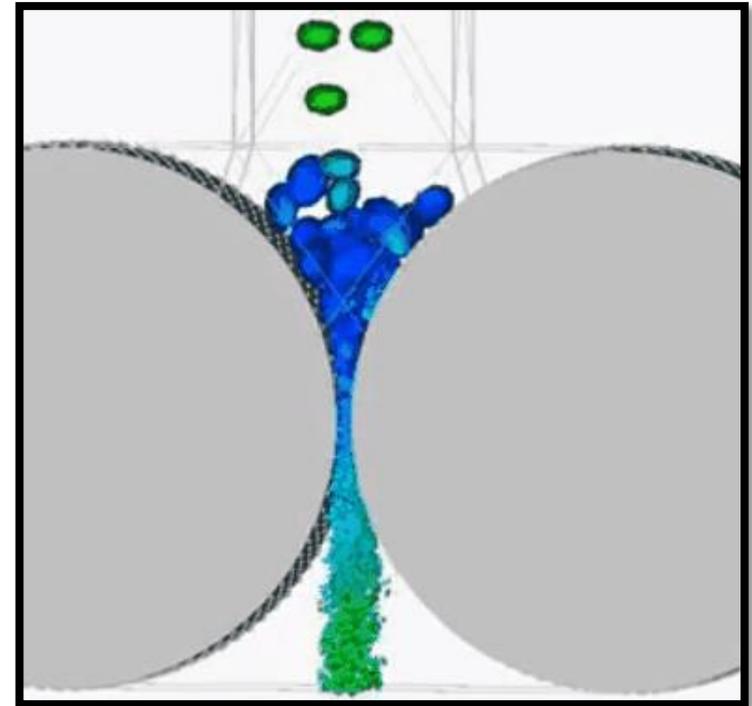


- Resultados satisfactorios modelamiento (error de predicción menor al 2.5% ).
- Constante de velocidad dependiente de la potencia de giro de los rodillos.
- Densidad del centro del masa no afectada por variables manipuladas.
- Correcto control de un problema MISO.



Obtener modelos matemáticos explícitos que permitan calcular de manera directa los parámetros que sean necesarios.

Para el desarrollo de trabajos futuros en el modelamiento y control del HPGR considerar y estudiar como variables manipuladas a la presión de operación y al flujo de alimentación.







- Cinética de molienda

$$\frac{d(\text{Mrodillos} \cdot mi)}{dt} = -si \cdot \text{Mrodillos} \cdot mi$$

$$\frac{dmi}{dt} = -si \cdot mi$$

$$\frac{dmi}{dt} = bij \cdot sj \cdot mj$$

- Matriz de Reid

$$\left[ \begin{array}{l} A_{ij,k} = 0, \quad sii < j \\ A_{ij,k} = \sum_{l=1}^{i-1} \frac{b_{il} \cdot s_{l,k}}{s_{i,k} - s_{j,k}} \cdot A_{ij,k}, \quad sii > j \\ A_{ij,k} = f(i)_{IP} - \sum_{l=1}^{i-1} A_{ij,k}, \quad sii = j \end{array} \right]$$

- Velocidad específica de fractura

$$\ln(S_{iE} / S_{1E}) = \zeta_1 \cdot \ln\left(\frac{\bar{x}_i}{\bar{x}_1}\right) + \zeta_2 \cdot \ln\left(\frac{\bar{x}_i}{\bar{x}_1}\right)^2$$

(Herbst et al., 1980)

- Potencia por bloque

$$P_k = 2 \cdot F \cdot \text{sen}\left(\frac{\alpha_{IP}}{2}\right) \cdot U \cdot \frac{(L^2 - 4 \cdot y_k^2)}{\sum_{j=1}^{NB} (L^2 - 4 \cdot y_k^2)}$$

$$y_k = \frac{L}{2 \cdot NB} \cdot (2 \cdot k - NB - 1)$$

- Carga interna de material

$$H_k = \frac{1}{NB} \cdot G_s \cdot \frac{Z}{3600 \cdot U}$$

- Granulometría total

$$f(i)_{tp} = \frac{1}{NB} \cdot \sum_{k=1}^{NB} p(i)_{IP,k}$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot a \cdot NB$$

- Granulometría por efecto de borde

$$f(i)_{ep} = \frac{1}{E} \cdot \left[ \sum_{k=1}^{[E]} p(i)_{IP,k} + (E - [E]) \cdot p(i)_{IP,[E]} \right]$$

- Granulometría de producto centro

$$f(i)_{cp} = \frac{1}{1-a} \cdot (f(i)_{tp} - f(i)_{ep})$$





---

# Muchas Gracias

---



**ESPE**  
ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO  
CAMINO A LA EXCELENCIA

---