



DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y DE  
LA CONSTRUCCIÓN

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

TRABAJO DE TITULACIÓN, PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL  
TITULO DE INGENIERO CIVIL

TEMA: ELABORACIÓN DE DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN  
PARA COLUMNAS DE HORMIGÓN ARMADO, SIN CONSIDERAR  
SU NÚCLEO, CON FINES DE REFORZAMIENTO ESTRUCTURAL  
A TRAVÉS DE ENCAMISADO

AUTORES: AVILÉS LABRE, IVÁN RICARDO;

CAIZA HARO, PAULO ANDRÉS

DIRECTOR: PRO ZAMBRANO, RAÚL ERNESTO

SANGOLQUÍ

2017



**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y LA CONSTRUCCIÓN**

**CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL**

**CERTIFICACIÓN**

Certifico que el trabajo de titulación, ***“ELABORACIÓN DE DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA COLUMNAS DE HORMIGÓN ARMADO, SIN CONSIDERAR SU NÚCLEO, CON FINES DE REFORZAMIENTO ESTRUCTURAL A TRAVÉS DE ENCAMISADO”*** realizado por los señores ***RICARDO AVILÉS*** y ***PAULO CAIZA***, ha sido revisado en su totalidad y analizado por el software anti-plagio, el mismo cumple con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de Fuerzas Armadas ESPE, por lo tanto me permito acreditarlo y autorizar a los señores ***RICARDO AVILÉS*** y ***PAULO CAIZA*** para que lo sustente públicamente.

**Sangolquí, 04 de Mayo del 2017**



\_\_\_\_\_  
**RAÚL ERNESTO PRO ZAMBRANO**  
**DIRECTOR**



**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y LA CONSTRUCCIÓN**  
**CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL**  
**AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD**

Yo, **IVAN RICARDO AVILÉS LABRE** con cédula de identidad N° 172163334-3, declaro que este trabajo de titulación "*ELABORACIÓN DE DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA COLUMNAS DE HORMIGÓN ARMADO, SIN CONSIDERAR SU NÚCLEO, CON FINES DE REFORZAMIENTO ESTRUCTURAL A TRAVÉS DE ENCAMISADO*" ha sido desarrollado considerando los métodos de investigación existentes, así como también se ha respetado los derechos intelectuales de terceros considerándose en las citas bibliográficas.

Consecuentemente declaro que este trabajo es de mi autoría, en virtud de ello me declaro responsable del contenido, veracidad y alcance de la investigación mencionada.

**Sangolquí, 04 de Mayo del 2017**

---

**IVAN RICARDO AVILÉS LABRE**

**C.C: 172163334-3**



**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y LA CONSTRUCCIÓN**  
**CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL**

**AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD**

Yo, **PAULO ANDRÉS CAIZA HARO** con cédula de identidad N° 060390560-5, declaro que este trabajo de titulación *"ELABORACIÓN DE DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA COLUMNAS DE HORMIGÓN ARMADO, SIN CONSIDERAR SU NÚCLEO, CON FINES DE REFORZAMIENTO ESTRUCTURAL A TRAVÉS DE ENCAMISADO"* ha sido desarrollado considerando los métodos de investigación existentes, así como también se ha respetado los derechos intelectuales de terceros considerándose en las citas bibliográficas.

Consecuentemente declaro que este trabajo es de mi autoría, en virtud de ello me declaro responsable del contenido, veracidad y alcance de la investigación mencionada.

**Sangolquí, 04 de Mayo del 2017**



**PAULO ANDRÉS CAIZA HARO**

C.C: 060390560-5



**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y LA CONSTRUCCIÓN**  
**CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL**

**AUTORIZACIÓN**

Yo, **IVAN RICARDO AVILÉS LABRE**, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar en la biblioteca Virtual de la institución el presente trabajo de titulación *"ELABORACIÓN DE DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA COLUMNAS DE HORMIGÓN ARMADO, SIN CONSIDERAR SU NÚCLEO, CON FINES DE REFORZAMIENTO ESTRUCTURAL A TRAVÉS DE ENCAMISADO"* cuyo contenido, ideas y criterios son de mi autoría y responsabilidad.

**Sangolquí, 04 de Mayo del 2017**

---

**IVAN RICARDO AVILÉS LABRE**

C.C: 172163334-3



**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y LA CONSTRUCCIÓN**  
**CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL**

**AUTORIZACIÓN**

Yo, **PAULO ANDRÉS CAIZA HARO**, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar en la biblioteca Virtual de la institución el presente trabajo de titulación ***"ELABORACIÓN DE DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA COLUMNAS DE HORMIGÓN ARMADO, SIN CONSIDERAR SU NÚCLEO, CON FINES DE REFORZAMIENTO ESTRUCTURAL A TRAVÉS DE ENCAMISADO"*** cuyo contenido, ideas y criterios son de mi autoría y responsabilidad.

**Sangolquí, 04 de Mayo del 2017**

**PAULO ANDRÉS CAIZA HARO**

C.C: 060390560-5

## **DEDICATORIA**

Este trabajo y todo el esfuerzo, pasión y dedicación con que fue hecho se lo dedico con mucho cariño a mi amada madre Martha Susana Labre Mantilla.

I. Ricardo Avilés Labre

## DEDICATORIA

A mi padre Paulo por ser mi héroe y mi horizonte como hombre, como profesional y en un futuro como padre. A mi madre Marcia por su inmensa sabiduría y amor, cerca de ti siempre encontraré mi hogar.

A mi hermana Natalia la luz de mis ojos y mi mejor compañera para afrontar las batallas más difíciles que nos ha dado la vida.

A mis abuelos Alfonsito y Lucho por inculcar siempre en mí la importancia del estudio y ser referentes para mí de trabajo duro y honestidad. A mis abuelas: Maruja gracias por tanto amor, donde quiera que yo esté tú vas a estar; y Angelita por estar siempre pendiente de mí y recordarme siempre la importancia de la familia.

A mis queridos tíos y tías por apoyarme siempre y ser oportunos con una palabra de aliento y un buen consejo cuando ha sido necesario. A mis primos y primas por todas las grandes alegrías y vivencias a lo largo de estos años, en especial a Ángela María, Mateo y Silvia con quienes he tenido la oportunidad de compartir el día a día, y a Isabella y Emiliano por traer vida a la vida.

A mi enamorada Jeniffer por todo el apoyo y la motivación en especial cuando el camino se ponía más difícil.

A los amigos que me ha dado la vida con quienes cada día se aprende algo nuevo y se viven nuevas aventuras.

A todos quienes cada día se levantan a dar lo mejor de sí e intentar hacer sus sueños realidad. Sigán adelante!

Paulo Andrés Caiza Haro



## AGRADECIMIENTO

En primer lugar agradezco a mis padres, por todo el apoyo que han sabido otorgarme durante mi vida universitaria, por los valores que me han infundido desde niño, por cada enseñanza y cada palabra de aliento que me ha mantenido enfocado en el camino y me ha llenado de energía para poder cumplir con mis objetivos. Objetivos que han sido forjados en base al bienestar de toda mi familia a quienes también quiero agradecer de todo corazón, a mi hermana y hermanos que son una fuente sempiterna de inspiración, sin su cariño y apoyo esto no habría sido posible.

A mis amigos de niñez un fraterno agradecimiento, por todas las vivencias y momentos que hemos compartido y que nos han hecho crecer como persona. De la misma manera quiero brindar un afectuoso agradecimiento a todas las personas que he tenido el honor de conocer durante mi vida universitaria y que ahora puedo llamar amigos, especialmente a mi compañero de tesis con quien hemos trabajado enérgicamente desde el inicio de la carrera dando siempre nuestro mejor esfuerzo y más aún en esta última etapa de culminación. Conjuntamente quiero brindar un cariñoso agradecimiento a mi novia que ha estado a mi lado dándome su apoyo emocional e incondicional para poder ultimar esta etapa de mi vida.

Agradezco también a la Universidad como institución, al tutor de esta tesis y en general a sus docentes que han sido maestros durante este viaje y han sabido transmitirnos el tan preciado conocimiento que será utilizado de la mejor manera en beneficio de la humanidad y el planeta.

Finalmente quiero agradecer a la Madre Tierra y al Dios Sol por darnos la vida.

I. Ricardo Avilés Labre

## AGRADECIMIENTO

A la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE por brindarme una formación que trasciende lo académico y permitirme cumplir este sueño de vida.

Al Ing. Ernesto Pro director del proyecto por habernos guiado y estar siempre abierto a nuestras inquietudes. A los docentes de la Carrera de Ingeniería Civil de quienes me llevo un gran y preciado recuerdo por su calidad como gente y como académicos.

A La Madre Dolorosa quien guía y protege mis pasos.

A mis queridos padres y mi hermana por la confianza depositada en mí en cada una de las etapas de mi vida, por sus palabras de apoyo en los momentos difíciles y por compartir los momentos de alegría.

A toda mi familia porque de cada uno he aprendido algo que me ha ayudado en la consecución de mis objetivos.

A mi amigo Ricardo por la paciencia en todos estos años y por haber compartido esta última aventura en esta etapa de la vida.

A mi enamorada por caminar esta etapa del camino conmigo.

A todos con quienes he tenido el placer de coincidir en este camino.

Finalmente, gracias a la vida que me ha dado tanto, me ha dado la risa y me ha dado el llanto, así yo distingo dicha de quebranto.

Paulo Andrés Caiza Haro

## ÍNDICE

CARÁTULA	
CERTIFICACIÓN .....	i
AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD .....	ii
AUTORIZACIÓN .....	iv
DEDICATORIA .....	vi
AGRADECIMIENTO .....	viii
ÍNDICE .....	x
ÍNDICE DE TABLAS .....	xv
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xviii
RESUMEN.....	xxviii
ABSTRACT.....	xxix
CAPITULO I.....	1
1.PROBLEMA .....	1
1.1.Planteamiento del Problema.....	2
1.2.Antecedentes .....	2
1.3.Justificación e Importancia .....	3
1.4.Objetivos... ..	4
1.4.1.Objetivo General .....	4
1.4.2.Objetivos Específicos.....	6
1.5.Metas.....	8
CAPITULO II .....	9
2.MARCO TEÓRICO.....	9
2.1.Introducción .....	9
2.2.Daños en Estructuras de Hormigón Armado después de un sismo.....	10
2.2.1.Daños en columnas .....	13

2.3.Técnicas de rehabilitación de columnas.....	15
2.3.1.Encamisado con elementos metálicos soldados.....	15
2.3.2.Encamisado usando estribos exteriores soldados.....	18
2.3.3.Encamisado con placas de acero estructural.....	17
2.3.4.Encamisado empleando soleras exteriores.....	170
2.3.5.Encamisado empleando fibras plásticas o de carbón.....	185
2.3.6.Encamisado a través de hormigón armado.....	19
2.4.Columnas de Hormigón Armado.....	20
2.4.1.Elementos Sometidos a Carga Axial.....	20
2.4.2.Resistencia a la compresión de columnas de hormigón armado con estribos transversales.....	23
2.4.3.Factor $\Phi$ de reducción de resistencia en columnas.....	24
2.4.4.Flexocompresión en Columnas de Hormigón Armado.....	27
2.4.5.Diagramas de interacción de columnas de hormigón armado con Flexocompresión uniaxial.....	29
2.4.6.Elaboración de Diagramas de Interacción.....	31
2.4.7.Puntos relevantes en los Diagramas de Interacción.....	36
CAPITULO III.....	38
3.DESARROLLO.....	38
3.1.Consideraciones Generales.....	38
3.2.Elaboración de la curva de interacción para una sección cuadrada.....	39
3.2.1.Punto 1: Compresión Pura (eje neutro en el infinito).....	40
3.2.2.Punto 2: Eje neutro en $c=H$ .....	44
3.2.3.Punto 3: Eje neutro en $c=30$ cm.....	51
3.2.4.Punto 4: Eje neutro en $c=20$ cm.....	55
3.2.5.Punto 5: Eje neutro en $c=10$ cm.....	58
3.2.6.Punto 6: Flexión Pura $c=5,62004225$ cm.....	62

3.2.7.Punto 7: Punto Balanceado en $c=C_b$ .....	65
3.2.8.Resumen de puntos y elaboración de las curvas de interacción nominal y de diseño.....	68
3.3.Elaboración de la curva de interacción para una sección rectangular.....	71
3.3.1.Punto 1: Compresión Pura (eje neutro en el infinito) .....	72
3.3.2.Punto 2: Eje neutro en $c=H$ .....	77
3.3.3.Punto 3: Eje neutro en $c=50$ cm .....	85
3.3.4.Punto 4: Eje neutro en $c=40$ cm .....	88
3.3.5.Punto 5: Eje neutro en $c=30$ cm .....	92
3.3.6.Punto 6: Eje neutro en $c=20$ cm .....	96
3.3.7.Punto 7: Flexión Pura $c=6,14598$ cm.....	99
3.3.8.Punto 8: Punto Balanceado en $c=C_b$ .....	103
3.3.9.Resumen de puntos y elaboración de las curvas de interacción nominal y de diseño.....	107
3.4.Elaboración de la curva de interacción para una sección circular .....	110
3.4.1.Punto 1: Compresión Pura (eje neutro en el infinito) .....	111
3.4.2.Punto 2: Eje neutro en $c=D$ .....	116
3.4.3.Punto 3: Eje neutro en $c=50$ cm .....	124
3.4.4.Punto 4: Eje neutro en $c=40$ cm .....	128
3.4.5.Punto 5: Eje neutro en $c=30$ cm .....	131
3.4.6.Punto 6: Eje neutro en $c=20$ cm .....	136
3.4.7.Punto 7: Flexión Pura en $c=9,1753925$ cm .....	140
3.4.8.Punto 8: Punto Balanceado en $c=C_b$ .....	143
3.4.9.Resumen de puntos y elaboración de las curvas de interacción nominal y de diseño.....	147
CAPITULO IV .....	150
4.RESULTADOS .....	150

4.1.Diagramas de interacción para columnas de sección transversal cuadrada .....	150
4.1.1.Sección de 40 x 40 cm .....	151
4.1.2.Sección de 50 x 50 cm .....	153
4.1.3.Sección de 60 x 60 cm .....	155
4.1.4.Sección de 70 x 70 cm .....	157
4.1.5.Sección de 80 x 80 cm .....	159
4.1.6.Sección de 90 x 90 cm .....	161
4.2.Diagramas de interacción para columnas de sección transversal rectangular....	163
4.2.1.Sección de 40 x 50 cm .....	163
4.2.2.Sección de 50 x 60 cm .....	165
4.2.3.Sección de 60 x 70 cm .....	167
4.2.4.Sección de 70 x 80 cm .....	169
4.3.Diagramas de interacción para columnas de sección transversal circular .....	171
4.3.1.Sección de 50 cm de diámetro .....	171
4.3.2.Sección de 60 cm de diámetro .....	173
4.3.3.Sección de 70 cm de diámetro .....	175
4.3.4.Sección de 80 cm de diámetro .....	177
4.4.Programa ACDiagramas 1.0 .....	179
4.5.Análisis y discusión de resultados .....	184
4.5.1.Comparación entre los diagramas de interacción de una sección transversal hueca con una llena .....	184
4.5.2.Comparación entre los diagramas de interacción de una sección transversal hueca con diferentes espesores .....	185
4.5.3.Comparación entre los diagramas de interacción de una sección transversal hueca con diferente $f'c$ .....	188
4.5.4.Comparación entre los diagramas de interacción de una sección transversal hueca nominal con una de diseño .....	190

CONCLUSIONES .....	192
RECOMENDACIONES .....	195
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	196
ANEXOS .....	232
ANEXO 1: Diagramas de interacción de Diseño para secciones transversales huecas .....	232
ANEXO 2: Diagramas de interacción para una columna de sección rectangular hueca, considerando la contribución núcleo. ....	256
ANEXO 3: Propuesta de cálculo de armadura transversal por confinamiento para secciones trasversales huecas .....	281
ANEXO 4: Código del Programa ACDiagramas 1.0.....	302

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Factor de reducción de resistencia, para momento, fuerza axial, o combinación de momento y fuerza axial.....	26
Tabla 2. Esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	42
Tabla 3. Fuerzas y momentos en la sección transversal cuadrada.....	44
Tabla 4. Esfuerzos en el hormigón en función de las deformaciones unitarias.....	46
Tabla 5. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	47
Tabla 6. Esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	49
Tabla 7. Fuerzas y momentos en la sección transversal cuadrada.....	50
Tabla 8. Contribución del acero en la sección transversal cuadrada.....	53
Tabla 9. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	53
Tabla 10. Contribución del acero en la sección transversal cuadrada.....	56
Tabla 11. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	56
Tabla 12. Contribución del acero en la sección transversal cuadrada.....	59
Tabla 13. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	60
Tabla 14. Contribución del acero en la sección transversal cuadrada.....	63
Tabla 15. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	63
Tabla 16. Contribución del acero en la sección transversal cuadrada.....	66
Tabla 17. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	67
Tabla 18. Fuerzas y momentos de la curva nominal de la sección cuadrada.....	68
Tabla 19. Fuerzas y momentos de la curva de diseño de la sección cuadrada.....	70
Tabla 20. Esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular.....	75
Tabla 21. Fuerzas y momentos en la sección transversal rectangular.....	76



Tabla 22. Esfuerzos en el hormigón en función de las deformaciones unitarias.....	78
Tabla 23. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	80
Tabla 24. Esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular.....	82
Tabla 25. Fuerzas y momentos en la sección transversal rectangular.....	83
Tabla 26. Contribución del acero en la sección transversal rectangular.....	86
Tabla 27. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	86
Tabla 28. Contribución del acero en la sección transversal rectangular.....	89
Tabla 29. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	90
Tabla 30. Contribución del acero en la sección transversal rectangular.....	93
Tabla 31. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	93
Tabla 32. Contribución del acero en la sección transversal rectangular.....	97
Tabla 33. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	97
Tabla 34. Contribución del acero en la sección transversal rectangular.....	101
Tabla 35. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	101
Tabla 36. Contribución del acero en la sección transversal rectangular.....	105
Tabla 37. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	105
Tabla 38. Fuerzas y momentos de la curva nominal de la sección rectangular.....	107
Tabla 39. Fuerzas y momentos de la curva de diseño de la sección rectangular.....	108
Tabla 40. Esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular.....	113
Tabla 41. Fuerzas y momentos en la sección transversal circular.....	115
Tabla 42. Esfuerzos en el hormigón en función de las deformaciones unitarias.....	117
Tabla 43. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	119
Tabla 44. Esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular.....	121

Tabla 45. Fuerzas y momentos en la sección transversal circular.....	122
Tabla 46. Contribución del acero en la sección transversal circular.....	125
Tabla 47. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	126
Tabla 48. Contribución del acero en la sección transversal circular.....	129
Tabla 49. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	129
Tabla 50. Contribución del acero en la sección transversal circular.....	133
Tabla 51. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	134
Tabla 52. Contribución del acero en la sección transversal circular.....	137
Tabla 53. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	138
Tabla 54. Contribución del acero en la sección transversal circular.....	141
Tabla 55. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	142
Tabla 56. Contribución del acero en la sección transversal circular.....	145
Tabla 57. Cálculo de la fuerza del hormigón.....	145
Tabla 58. Fuerzas y momentos de la curva nominal de la sección circular.....	147
Tabla 59. Fuerzas y momentos de la curva de diseño de la sección circular.....	148
Tabla 60. Dimensiones sección transversal cuadrada.....	150
Tabla 61. Dimensiones sección transversal rectangular.....	163
Tabla 62. Dimensiones sección transversal circular.....	171
Tabla 63. Comparación de resultados para curvas nominales.....	193
Tabla 64. Comparación de resultados para curvas de diseño.....	194

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura. 1. Vista Frontal del Edificio.....	3
Figura. 2. Junta de Construcción.....	4
Figura. 3. Varilla expuesta en columna.....	5
Figura. 4. Problema de columna corta.....	5
Figura. 5. Desprendimiento de recubrimientos de columnas en planta baja.....	6
Figura. 6. Vigas colapsadas.....	6
Figura. 7. Configuración de un pórtico.....	11
Figura. 8. Terremoto de 1971, San Fernando, California.....	12
Figura. 9. Falla en viga cerca de la unión con la columna por la reversión de fuerzas del sismo.....	12
Figura. 10. Líneas de falla en una losa producto del punzonamiento.....	13
Figura. 11. Agrietamiento diagonal producto del corte producido por el sismo.....	14
Figura. 12. Falla de una columna corta, Santa Monica, 1994.....	15
Figura. 13. Encamisado con elementos metálicos soldados.....	16
Figura. 14. Encamisado usando estribos exteriores soldados.....	16
Figura. 15. Encamisado con placas de acero estructural.....	17
Figura. 16. Encamisado empleando soleras exteriores.....	18
Figura. 17. Encamisado empleando fibras plásticas o de carbón.....	19
Figura. 18. Encamisado a través de hormigón armado.....	19
Figura. 19. Columna cargada axialmente con excentricidades accidentales.....	20
Figura. 20. Esfuerzos internos generados por fuerzas de compresión y tracción.....	21
Figura. 21. Fuerzas provocadas por el Acero y el Hormigón en una sección.....	22

Figura. 22. Tipos de secciones para columnas especificados en el Código ACI 318-2014.....	23
Figura. 23. Componentes de la sección transversal de una columna de hormigón armado.....	23
Figura. 24. Variación de $\Phi$ con la deformación unitaria de tracción en el acero $\epsilon_t$ .....	25
Figura. 25. Efectos de una carga $P$ y una excentricidad $e$ en columnas.....	29
Figura. 26. Esfuerzo real en el hormigón y bloque de Whitney.....	30
Figura. 27. Curva de interacción nominal y estados de las solicitaciones.....	31
Figura. 28. Deformaciones en las fibras de acero.....	32
Figura. 29. Curva esfuerzo deformación para cada resistencia de hormigón.....	34
Figura. 30. Modelo bilineal de esfuerzos en el acero.....	34
Figura. 31. Valores de $\Phi$ para curvas de interacción nominales.....	35
Figura. 32. Sección transversal trabajando a compresión pura.....	36
Figura. 33. Ubicación del eje neutro para falla balanceada.....	37
Figura. 34. Sección transversal trabajando a flexión pura.....	37
Figura. 35. Dimensiones sección transversal cuadrada.....	39
Figura. 36. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	40
Figura. 37. Esfuerzos en la sección transversal cuadrada.....	42
Figura. 38. Fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	43
Figura. 39. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	43
Figura. 40. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	45
Figura. 41. Posición de las varillas y deformaciones en la sección transversal cuadrada.....	45

Figura. 42. Deformaciones y esfuerzos en la sección transversal cuadrada.....	47
Figura. 43. Deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	49
Figura. 44. Fuerzas y brazos de palanca en la sección transversal cuadrada.....	50
Figura. 45. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	52
Figura. 46. Posición de las varillas en la sección transversal cuadrada.....	52
Figura. 47. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	52
Figura. 48. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	55
Figura. 49. Posición de las varillas en la sección transversal cuadrada.....	55
Figura. 50. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	55
Figura. 51. Esquema de deformaciones en la sección transversal cuadrada.....	58
Figura. 52. Esquema de esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	58
Figura. 53. Posición de las varillas en la sección transversal cuadrada.....	59
Figura. 54. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	59
Figura. 55. Esquema de deformaciones en la sección transversal cuadrada.....	62
Figura. 56. Esquema de esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	62
Figura. 57. Posición de las varillas en la sección transversal cuadrada.....	62
Figura. 58. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	63
Figura. 59. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	65
Figura. 60. Posición de las varillas en la sección transversal cuadrada.....	66
Figura. 61. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal cuadrada.....	66

Figura. 62. Curva de interacción nominal con cuantía de acero del 1%.....	69
Figura. 63. Curva de interacción de diseño con cuantía de acero del 1%.....	70
Figura. 64. Dimensiones sección transversal rectangular.....	71
Figura. 65. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular.....	72
Figura. 66. Esfuerzos en la sección transversal rectangular.....	74
Figura. 67. Fuerzas en la sección transversal rectangular.....	75
Figura. 68. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal rectangular.....	76
Figura. 69. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular.....	77
Figura. 70. Posición de las varillas y deformaciones en la sección transversal rectangular.....	77
Figura. 71. Deformaciones y esfuerzos en la sección transversal rectangular.....	80
Figura. 72. Deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular.....	82
Figura. 73. Fuerzas y brazos de palanca en la sección transversal rectangular.....	83
Figura. 74. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular.....	85
Figura. 75. Posición de las varillas en la sección transversal rectangular.....	85
Figura. 76. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal rectangular.....	86
Figura. 77. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular.....	88
Figura. 78. Posición de las varillas en la sección transversal rectangular.....	89

Figura. 79. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal rectangular.....	89
Figura. 80. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular.....	92
Figura. 81. Posición de las varillas en la sección transversal rectangular.....	92
Figura. 82. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal rectangular.....	93
Figura. 83. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular.....	96
Figura. 84. Posición de las varillas en la sección transversal rectangular.....	96
Figura. 85. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal rectangular.....	97
Figura. 86. Esquema de deformaciones en la sección transversal rectangular.....	100
Figura. 87. Esquema de esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular.....	100
Figura. 88. Posición de las varillas en la sección transversal rectangular.....	100
Figura. 89. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal rectangular.....	101
Figura. 90. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular.....	104
Figura. 91. Posición de las varillas en la sección transversal rectangular.....	104
Figura. 92. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal rectangular.....	105
Figura. 93. Curva de interacción nominal con cuantía de acero del 1%.....	108
Figura. 94. Curva de interacción de diseño con cuantía de acero del 1%.....	109
Figura. 95. Dimensiones sección trasversal circular.....	110

Figura. 96. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular.....	111
Figura. 97. Esfuerzos en la sección transversal circular.....	113
Figura. 98. Fuerzas de la sección transversal circular.....	114
Figura. 99. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección circular.....	115
Figura. 100. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular.....	116
Figura. 101. Posición de las varillas y deformaciones en la sección transversal circular.....	116
Figura. 102. Deformaciones y esfuerzos en la sección transversal circular.....	119
Figura. 103. Deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular.....	122
Figura. 104. Fuerzas y brazos de palanca en la sección transversal circular.....	122
Figura. 105. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular.....	124
Figura. 106. Posición de las varillas en la sección transversal circular.....	125
Figura. 107. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal circular.....	125
Figura. 108. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular.....	128
Figura. 109. Posición de las varillas en la sección transversal circular.....	128
Figura. 110. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal circular.....	129
Figura. 111. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular.....	132
Figura. 112. Posición de las varillas en la sección transversal circular.....	132
Figura. 113. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal circular.....	133



Figura. 114. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular.....	136
Figura. 115. Posición de las varillas en la sección transversal circular.....	136
Figura. 116. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal circular.....	137
Figura. 117. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular.....	140
Figura. 118. Posición de las varillas en la sección transversal circular.....	140
Figura. 119. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal circular.....	141
Figura. 120. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular.....	144
Figura. 121. Posición de las varillas en la sección transversal circular.....	144
Figura. 122. Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal circular.....	145
Figura. 123. Curva de interacción nominal con cuantía de acero del 1%.....	148
Figura. 124. Curva de interacción de diseño con cuantía de acero del 1%.....	149
Figura. 125. Esquema sección transversal 40x40 cm.....	151
Figura. 126. Diagrama de interacción cuadrada 40x40 cm .....	151
Figura. 127. Diagrama de interacción cuadrada 40x40 cm .....	152
Figura. 128. Diagrama de interacción cuadrada 40x40 cm .....	152
Figura. 129. Esquema sección transversal 50x50 cm.....	153
Figura. 130. Diagrama de interacción cuadrada 50x50 cm .....	153
Figura. 131. Diagrama de interacción cuadrada 50x50 cm .....	154
Figura. 132. Diagrama de interacción cuadrada 50x50 cm .....	154
Figura. 133. Esquema sección transversal 60x60 cm.....	155
Figura. 134. Diagrama de interacción cuadrada 60x60 cm .....	155

Figura. 135. Diagrama de interacción cuadrada 60x60 cm .....	156
Figura. 136. Diagrama de interacción cuadrada 60x60 cm .....	156
Figura. 137. Esquema sección transversal 70x70 cm.....	157
Figura. 138. Diagrama de interacción cuadrada 70x70 cm .....	157
Figura. 139. Diagrama de interacción cuadrada 70x70 cm .....	158
Figura. 140. Diagrama de interacción cuadrada 70x70 cm .....	158
Figura. 141. Esquema sección transversal 80x80 cm.....	159
Figura. 142. Diagrama de interacción cuadrada 80x80 cm .....	159
Figura. 143. Diagrama de interacción cuadrada 80x80 cm .....	160
Figura. 144. Diagrama de interacción cuadrada 80x80 cm .....	160
Figura. 145. Esquema sección transversal 90x90 cm.....	161
Figura. 146. Diagrama de interacción cuadrada 90x90 cm .....	161
Figura. 147. Diagrama de interacción cuadrada 90x90 cm .....	162
Figura. 148. Diagrama de interacción cuadrada 90x90 cm .....	162
Figura. 149. Esquema sección transversal 40x50 cm.....	163
Figura. 150. Diagrama de interacción rectangular 40x50 cm.....	164
Figura. 151. Diagrama de interacción rectangular 40x50 cm.....	164
Figura. 152. Diagrama de interacción rectangular 40x50 cm.....	165
Figura. 153. Esquema sección transversal 50x60 cm.....	165
Figura. 154. Diagrama de interacción rectangular 50x60 cm.....	166
Figura. 155. Diagrama de interacción rectangular 50x60 cm.....	166
Figura. 156. Diagrama de interacción rectangular 50x60 cm.....	167
Figura. 157. Esquema sección transversal 60x70 cm.....	167

Figura. 158. Diagrama de interacción rectangular 60x70 cm.....	168
Figura. 159. Diagrama de interacción rectangular 60x70 cm.....	168
Figura. 160. Diagrama de interacción rectangular 60x70 cm.....	169
Figura. 161. Esquema sección transversal 70x80 cm.....	169
Figura. 162. Diagrama de interacción rectangular 70x80 cm.....	170
Figura. 163. Diagrama de interacción rectangular 70x80 cm.....	170
Figura. 164. Diagrama de interacción rectangular 70x80 cm.....	171
Figura. 165. Esquema sección transversal diámetro 50 cm .....	171
Figura. 166. Diagrama de interacción circular diámetro 50 cm.....	172
Figura. 167. Diagrama de interacción circular diámetro 50 cm.....	172
Figura. 168. Diagrama de interacción circular diámetro 50 cm.....	173
Figura. 169. Esquema sección transversal diámetro 60 cm.....	173
Figura. 170. Diagrama de interacción circular diámetro 60 cm.....	174
Figura. 171. Diagrama de interacción circular diámetro 60 cm.....	174
Figura. 172. Diagrama de interacción circular diámetro 60 cm.....	175
Figura. 173. Esquema sección transversal diámetro 70 cm.....	175
Figura. 174. Diagrama de interacción circular diámetro 70 cm.....	176
Figura. 175. Diagrama de interacción circular diámetro 70 cm.....	176
Figura. 176. Diagrama de interacción circular diámetro 70 cm.....	177
Figura. 177. Esquema sección transversal diámetro 80 cm.....	177
Figura. 178. Diagrama de interacción circular diámetro 80 cm.....	178
Figura. 179. Diagrama de interacción circular diámetro 80 cm.....	178
Figura. 180. Diagrama de interacción circular diámetro 80 cm.....	179

Figura. 181. Portada ACDiagramas.....	179
Figura. 182. Pantalla inicial de ACDiagramas.....	180
Figura. 183. Selección de la geometría de la sección.....	180
Figura. 184. Selección de la resistencia característica del hormigón.....	181
Figura. 185. Ingreso de datos.....	181
Figura. 186. Esquema de ingreso de datos.....	182
Figura. 187. Diagramas de interacción para sección rectangular.....	182
Figura. 188. Ingreso de la cuantía de acero.....	183
Figura. 189. Armado propuesto para la sección transversal.....	183
Figura. 190. Diagramas de una sección transversal hueca y una llena.....	184
Figura. 191. Diagramas de interacción de secciones transversales con distinto espesor.....	185
Figura. 192. Diagramas de interacción de secciones transversales con distinto espesor y sección hueca constante.....	187
Figura. 193. Diagramas de interacción de secciones transversales con distinto $f'c$ .....	188
Figura. 194. Diagramas de interacción nominal y de diseño de una sección transversal cuadrada.....	190

## RESUMEN

El proyecto de investigación presentado a continuación pretende desarrollar diagramas de interacción para columnas de sección transversal hueca de hormigón armado por el método de compatibilidad de deformaciones, tomando las recomendaciones especificadas en el código ACI 318-2014 American Concrete Institute y la Norma Ecuatoriana de la Construcción NEC-15, con el fin de analizar la capacidad resistente a carga axial y momento flexionante para proponer una alternativa de reforzamiento de estructuras a través de encamisado con columnas de hormigón armado. Para la elaboración de los diagramas se hará uso de un programa desarrollado por los autores en MATLAB 2016a llamado ACDiagramas 1.0, mediante el cual se construyen curvas de interacción para distintos valores de cuantía de acero y se los agrupa en un solo gráfico formando un diagrama de interacción para una sección específica, a la cual se puede modificar a criterio del usuario: la forma geométrica de la sección transversal, dimensiones (base, altura, diámetro, espesor) y resistencia característica del hormigón. Adicionalmente el programa presenta los diagramas de interacción para las columnas de sección transversal llena de las mismas dimensiones exteriores de la sección transversal hueca, y un diseño de armadura longitudinal propuesta para la cuantía ingresada. Finalmente se presentan los diagramas de interacción para secciones transversales propuestas como resultado de la investigación.

Palabras Clave:

- **DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN**
- **COLUMNAS HUECAS**
- **REFORZAMIENTO ESTRUCTURAL**

## ABSTRACT

The research project presented below aims to develop interaction diagrams for columns of hollow cross sections of reinforced concrete by the deformation compatibility method, taking the recommendations specified in the code ACI 318-2014 American Concrete Institute and Norma Ecuatoriana de la Construcción NEC-15, in order to analyze the load-bearing capacity of axial load and bending moment to propose an alternative of reinforcement of structures through reinforced concrete columns. For the elaboration of the diagrams will be made use of a program developed by the authors in MATLAB 2016a called ACDiagramas 1.0, through which they are constructed interaction curves for different values of steel percentage and are grouped in a single graph forming a diagram of Interaction for a specific section, which can be modified at the user's discretion: the geometric shape of the cross-section, dimensions (base, height, diameter, thickness) and characteristic strength of the concrete. In addition, the program presents the interaction diagrams for columns with full cross-section of the same exterior dimensions of the hollow cross-section, and a longitudinal reinforcement design proposed for the steel percentage entered. Finally, we present the interaction diagrams for cross sections proposed as a result of the research.

Keywords:

- **INTERACTION DIAGRAMS**
- **HOLLOW COLUMNS**
- **STRUCTURAL REINFORCEMENT**

## **CAPITULO I**

### **1. PROBLEMA**

#### **1.1. Planteamiento del Problema**

El reforzamiento de columnas dentro de la patología de la construcción es algo muy común, ya sea que se requiera reforzar para que soporten más carga y momento, o su reforzamiento sea debido a daños en elementos causados por fuerzas externas o incluso agentes naturales como un sismo.

Existen diversos métodos de reforzamiento de columnas, el presente trabajo está enfocado a la utilización de encamisado de hormigón armado para columnas.

Un método para diseño de columnas es mediante la utilización de diagramas de interacción, las mismas que se encuentran en libros y códigos de diseño estructural para diferentes tipos de columnas, pero muy difícilmente se encontraran secciones tipo cajón, necesarias para el reforzamiento. Debido a esto se propone elaborar un documento que sirva de ayuda para el diseño de refuerzo en columnas mediante encamisado haciendo uso de diagramas de interacción.

A causa del sismo de 7.8° ocurrido el 16 de Abril de 2016 en nuestro país, un manual para diseño de encamisado en hormigón resulta muy útil al momento de reforzar elementos de estructuras que han sufrido daños localizados y para evitar su derrocamiento.

#### **1.2. Antecedentes**

Según Jiménez Montoya (2010), “la herramienta más potente, que se ha desarrollado para el dimensionamiento y comprobación de secciones sometida a una pareja de esfuerzos N y M es el diagrama de interacción”, aplicando a nuestro caso, desarrollar diagramas de interacción para secciones tipo cajón resulta de gran ayuda cuando se necesite realizar un reforzamiento estructural mediante encamisado. En la mayoría de construcciones las columnas están soportando cargas excéntricas que provocan esfuerzos de flexión y axiales combinados exigiendo un análisis de flexo-

compresión que puede resultar muy simplificado realizarlo mediante diagramas de interacción.

De acuerdo a la hipótesis fundamental de Resistencia de Materiales, las secciones planas permanecen planas, McCormac (2011) afirma que, “podemos suponer ciertos valores numéricos para la deformación unitaria en una parte de la columna y determinar las deformaciones unitarias en otras partes por medio de interpolación lineal”, de esta manera en el presente trabajo se obtendrá las deformaciones en columnas de sección tipo cajón, para posteriormente obtener esfuerzos, en hormigón y acero, y determinar las fuerzas que resiste la sección.

Arthur H. Nilson (2001) acota que “Las excentricidades pequeñas producirán falla regida por compresión del concreto, mientras que las grandes llevarán a una falla iniciada por la fluencia del acero a tensión”. Debido a esto es recomendable que las estructuras se diseñen de tal manera que la relación del momento y carga axial nominales nos dé como resultado un valor semejante a la excentricidad balanceada, esto produce una falla balanceada aprovechando al máximo las secciones y materiales de la columna.

Para el caso particular de nuestro país, a raíz del sismo del 16 de Abril del 2016, muchas estructuras sufrieron daños localizados en ciertos elementos pero sin llegar al punto de colapso, sin embargo, en un futuro es necesario que requieran de reforzamiento debido a sus requerimientos estructurales.

Como por ejemplo, en el caso particular del edificio de Comedor-Residencia del Complejo California de la Federación Deportiva de Manabí, se puede observar:





**Figura. 1.** Vista Frontal del Edificio

El edificio cuenta con cuatro plantas, la mayoría de sus elementos estructurales son de hormigón armado, excepto la cubierta que es estructura metálica. La cimentación está constituida por vigas de cimentación tipo T invertida, todas sus columnas son de sección cuadrada teniendo únicamente de dos dimensiones: 0.40m x 0.40m y 0.45m x 0.45m. El sector del comedor cuenta con grandes luces que han sido cubiertas mediante vigas acarteladas con base de 0.40m y altura variable entre 1.00m y 0.50m, soportando luces de 3.75m en un sentido y 5m en el otro, con voladizos de 2m.

En su parte frontal el edificio tiene una dimensión de 60 metros, y 10 metros en su parte lateral teniendo un área de 600 metros cuadrados en su planta baja. Se ha separado la estructura en 3 bloques de 10x20 m aproximadamente.



**Figura. 2.** Junta de Construcción

El suelo ha sido mejorado con una capa de 70 centímetros de piedra bola, y con una capa de lastre con altura variable.

Para abastecer de agua potable al edificio se ha construido una cisterna en la terraza, sobre la cubierta metálica, que entrega el agua por gravedad a todos los puntos, provocando el efecto de péndulo invertido que aumenta la vulnerabilidad del edificio ante un evento sísmico.

Actualmente el edificio presenta daños principalmente en mampostería, en algunos puntos de vigas y columnas se ha desprendido el enlucido, incluso el recubrimiento, dejando ver apenas varillas de acero. Esto hace que el elemento estructural se debilite y sea un punto inminente de falla en caso de otro evento sísmico.



**Figura. 3.** Varilla expuesta en columna

En algunos puntos, en donde el enlucido se ha desprendido en gran cantidad, se puede intuir que es debido a que las ventanas llegan directamente hasta la columna generando el efecto de columna corta. El desprendimiento del enlucido externamente se ha producido en mayor cantidad a nivel de planta baja.



**Figura. 4.** Problema de columna corta

Un problema común en las edificaciones es el que se puede observar en la Foto 4, en la que con el fin de colocar chicotes para sujetar la mampostería a la estructura se picó las columnas disminuyendo su sección y creando puntos de falla.



**Figura. 5.** Desprendimiento de recubrimientos de columnas en planta baja

En la terraza se encuentra un antepecho que por el sismo se ha desprendido, generando peligro para todos los usuarios del complejo. Las vigas de la losa de la terraza han sufrido gran daño, quedando inservibles, se puede observar que se ha colocado una armadura deficiente.



**Figura. 6.** Vigas colapsadas

### **1.3. Justificación e Importancia**

El presente trabajo busca presentar una serie de diagramas de interacción que sean útiles para el reforzamiento de estructuras con hormigón armado mediante encamisado de columnas.

A partir del sismo ocurrido el 16 de abril del 2016 en las costas ecuatorianas, los profesionales y la población en general se dieron cuenta que van a tener la necesidad de reforzar sus estructuras como medida preventiva ante otra catástrofe natural.

Los diagramas Carga-Momento son utilizados principalmente para hallar el área de acero requerida en función de los requerimientos de flexión y compresión combinados. El presente trabajo estará enfocado en el estudio de secciones huecas, ya que los diagramas elaborados actualmente están enfocados en secciones llenas.

Con la elaboración de los diagramas anteriormente mencionados se podrá conocer en mayor medida el comportamiento de encamisados que existen actualmente y que se han realizado de manera empírica.

Mediante el presente se espera conocer de manera práctica como obtener la cuantía de acero para secciones huecas, usadas para reforzamiento de estructuras mediante encamisado.

La presente investigación tendrá como finalidad elaborar una guía que pueda ser utilizado por profesionales en su ejercicio, y estudiantes de manera académica. Además como complemento a la guía se desarrollará un programa en MATLAB que genere las curvas de interacción.

### **1.4. Objetivos**

#### **1.4.1. Objetivo General**

Determinar los diagramas de interacción para columnas de sección hueca, con objetivo de reforzamiento estructural.

### 1.4.2. Objetivos Específicos

- Elaborar diagramas de interacción nominales para columnas se secciones cuadradas, rectangulares y circulares.
- Componer una familia de diagramas para una misma sección, sea esta cuadrada, rectangular o circular.
- Proponer diagramas de interacción para secciones con diferente resistencia característica del hormigón.
- Desarrollar un programa en MATLAB para generar diagramas de interacción.

### 1.5. Metas

- Elaborar diagramas de interacción nominales para columnas cuadradas con un núcleo hueco de: 20x20 cm, 30x30 cm, 40x40 cm, 50x50 cm, 60x60 cm, 70x70 cm; rectangulares con un núcleo hueco de: 20x30 cm, 30x40 cm, 40x50 cm, 50x60 cm y circulares con un núcleo hueco de diámetro de: 30 cm, 40cm, 50 cm, 60cm.
- Componer una familia de diagramas para una misma sección en función de la cuantía de acero que tenga un rango del 1 al 4% con una variación entre diagramas de interacción pertenecientes a la misma familia de un 0.5%, para secciones cuadradas, rectangulares y circulares, descritas anteriormente.
- Proponer diagramas de interacción para secciones con resistencia característica de 210 kg/cm<sup>2</sup>, 240 kg/cm<sup>2</sup> y 280 kg/cm<sup>2</sup>.
- Desarrollar un programa en MATLAB para generar diagramas de interacción, que aumente la precisión de los resultados.

## **CAPITULO II**

### **2. MARCO TEÓRICO**

#### **2.1. Introducción**

La columna constituye uno de los elementos estructurales más importantes en una edificación debido a que es la encargada de sostener y transmitir las cargas verticales, horizontales y momentos que están actuando en una edificación desde la superestructura hacia la subestructura y consecuentemente hacia el suelo sobre el que se encuentra cimentada, es un elemento fundamental en toda estructura de composición aporticada.

En función de la diversidad de conceptos que abarca la arquitectura, como parte del diseño de edificaciones, no se puede limitar a la columna a su uso tradicional como un elemento vertical recto, sino un elemento donde el factor determinante de su comportamiento es la compresión. Por esta razón el predimensionamiento se basa en determinar dimensiones que sean capaces de resistir la compresión a la que está sometido el elemento, pero además, efectos de flexión que aparecen en el diseño por distintos factores.

En todas las columnas se debe considerar una excentricidad mínima a la que esta aplicada la carga de compresión con respecto al centro de gravedad de la sección transversal, la misma que suele estar normada en los Códigos o Normas vigentes en cada localidad, debido a esto se debe tener en cuenta un efecto de flexión presente en las columnas, por lo que es importante tener en cuenta la combinación de compresión y flexión en el elemento, y realizar un análisis a flexo compresión. Hay casos en los que las columnas además de fallar a compresión pueden fallar a tracción, y un ejemplo clásico de este segundo caso son las columnas esquineras de pisos altos que soportan cargas axiales pequeñas pero momentos flexionantes grandes producto de la interacción con el resto de elementos de la estructura.

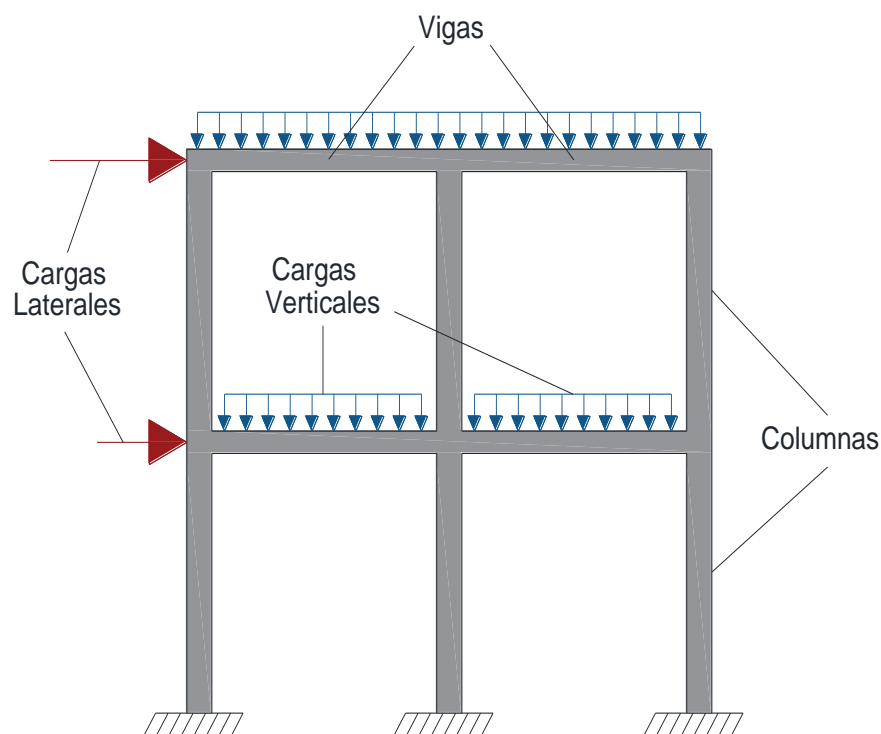
## **2.2. Daños en Estructuras de Hormigón Armado después de un sismo**

La tesis de Rehabilitación de Estructuras de Concreto de Soto Barraza de 2008, propone lo siguiente:

Muchas estructuras localizadas en zonas sísmicas son inadecuadas si se revisan bajo reglamentos actuales de diseño sísmico. Además, sismos recientes han subrayado la importancia de mitigar el riesgo sísmico... Comúnmente, en varias partes del mundo, los edificios que fueron construidos antes de los años 70 poseen deficiencias significativas en su configuración estructural y en su detallado ya que no existían normas de diseño sísmico en aquella época... El sismo de la ciudad de México ocurrido el 19 de septiembre de 1985, con una magnitud M8.1, produjo una extensa destrucción en una zona bien delimitada de la ciudad. El sismo se generó en la zona de subducción entre la placa de Cocos y la placa de Norteamérica localizada en la costa del Pacífico. Se registraron alrededor de 10,000 muertes. Una estimación total de los daños fue de 4 mil millones de dólares. La mayoría de los edificios colapsados o dañados fue marcos de concreto reforzado y estructuras con losa nervada, los cuales demostraron ser los más vulnerables. Los casos de colapso o daño serio se limitaron a edificios con más de cuatro niveles de altura. Los más vulnerables fueron los edificios de 7 a 15 niveles. (p.3-4).

Los pórticos de hormigón armado están constituidos por vigas y columnas que hacen parte de un sistema que resiste fuerzas verticales y laterales. Las losas de entrepiso son de hormigón armado y pueden ser alivianadas o macizas, armadas en una o dos direcciones y están apoyadas directamente sobre las vigas del pórtico. Las vigas que conforman el pórtico generalmente son fundidas en el sitio.





**Figura. 7.** Configuración de un pórtico

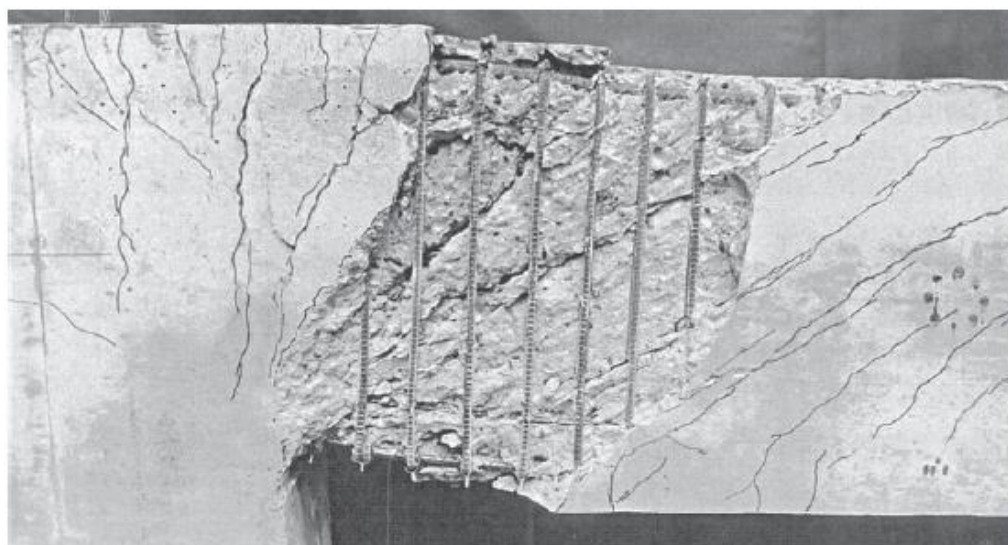
Posterior a un evento sísmico los elementos no estructurales en los que se puede apreciar más daño es la mampostería, la misma que es proclive a agrietamiento, desprendimiento de recubrimientos, y en casos extremos colapso. Es importante destacar que el daño en estos elementos no tiene ninguna afectación en el desempeño estructural de la edificación. Otros daños en elementos no estructurales pueden ser vidrios rotos y desprendimiento de tuberías e instalaciones diversas dañadas.

Una falla común en los edificios construidos previo a los años 70 es el daño por cortante ocasionado por una excesiva separación entre refuerzo transversal, de la misma manera el cortante en edificaciones antiguas muestran daños en la unión viga-columna debido a la falta de códigos y normativas con que fueron diseñados.



**Figura. 8.** Terremoto de 1971, San Fernando, California

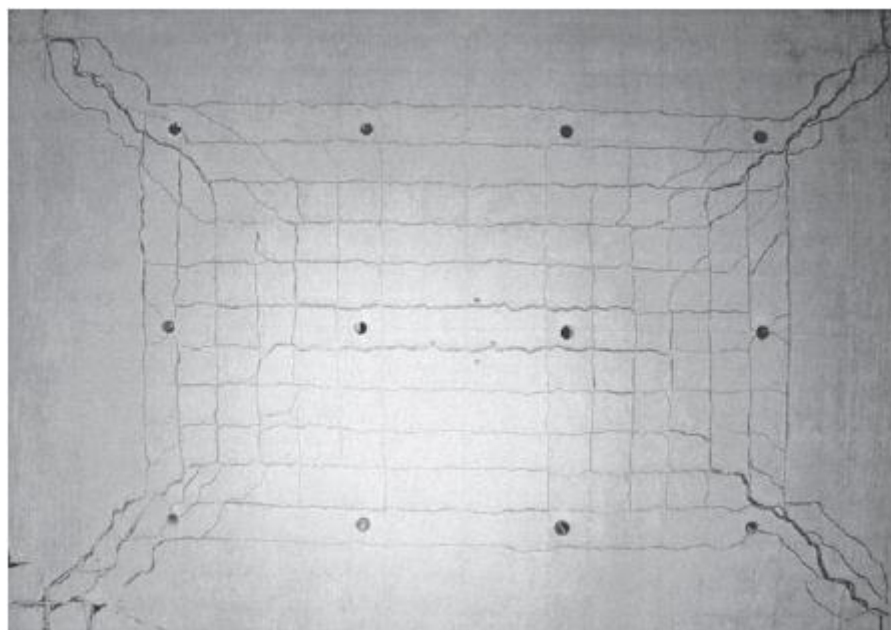
Algunos daños típicos observados en vigas después de un sismo son: agrietamiento diagonal aproximadamente a  $45^\circ$  cerca de la unión viga columna, aplastamiento de concreto debido a las grandes fuerzas de flexión inducidas por el sismo cerca de los nudos, desprendimiento del recubrimiento como consecuencia del pandeo del refuerzo longitudinal.



**Figura. 9.** Falla en viga cerca de la unión con la columna por la reversión de fuerzas del sismo

**Fuente:** Reinforced Concrete Mechanics and Design, Wight & MacGregor (2012)

En losas es común observar grietas producidas por tensión diagonal alrededor de los apoyos lo cual es producto de una falla por punzonamiento, así como también puede ser común observar que en los nervios de las losas alivianadas se presenten grietas por cortante. (Soto Barraza, 2008).



**Figura. 10.** Líneas de falla en una losa producto del punzonamiento

**Fuente:** Reinforced Concrete Mechanics and Design, Wight & MacGregor (2012)

### 2.2.1. Daños en columnas

En general, las fallas en columnas son las que causan los daños más significativos en las estructuras de hormigón armado, las más comunes de observar después de un sismo son el agrietamiento diagonal a la mitad de su altura debido a las fuerzas de cortante que forman grietas en forma de “X” debido a los movimientos cíclicos a los que estuvo sometido el elemento durante el evento. Por otro lado es común la pérdida de capacidad vertical debido a un espaciamiento excesivo entre refuerzos transversales. (Soto Barraza, 2008).



**Figura. 11.** Agrietamiento diagonal producto del corte producido por el sismo

**Fuente:** Reinforced Concrete Mechanics and Design, Wight & MacGregor (2012)

Otro daño provocado por malos procesos constructivos que pueden ocasionar problemas severos con grandes afectaciones a la estructura luego de un sismo es el efecto de columna corta que es producido principalmente por la inadecuada ubicación de ventanas y mampostería, lo que reduce la longitud libre de la columna e incrementa su rigidez, generando una falla por los grandes cortantes producidos por este efecto que no fueron considerados en el diseño.



**Figura. 12.** Falla de una columna corta, Santa Monica, 1994

### **2.3. Técnicas de rehabilitación de columnas**

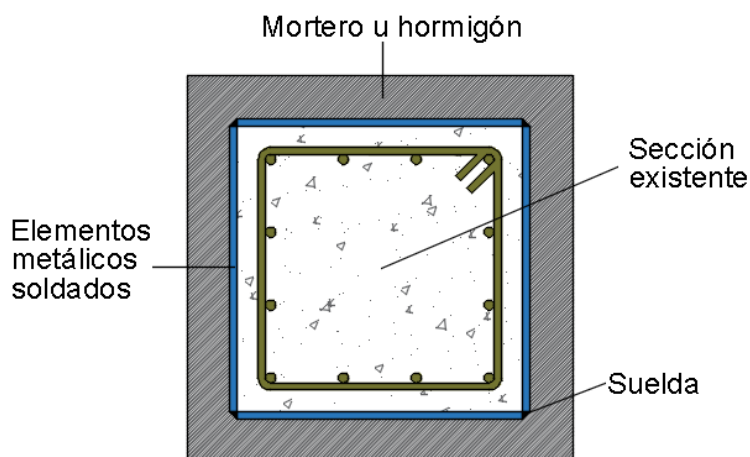
La guía de diseño para refuerzo sísmico de Jumonji & Alcocer de 1997 afirma que:

El objetivo de la rehabilitación de columnas es mejorar el comportamiento de la edificación ante un sismo de manera que se aumente la ductilidad evitando la falla por cortante de las columnas existentes, o que reduzcan las rigideces de las columnas y aumente su resistencia a flexión, o una combinación de las dos anteriores. Sin embargo es recomendable reforzar todas las columnas con menores ductilidades o columnas con rigideces muy diferentes de las de otras columnas en un nivel.

Algunas de las técnicas utilizadas para reforzamiento de columnas son:

#### **2.3.1. Encamisado con elementos metálicos soldados**

Esta técnica consiste en soldar placas metálicas alrededor de la columna existente formando un encamisado. Es importante añadir un recubrimiento con un espesor de 6 cm de hormigón o mortero, pero es muy importante verificar la adherencia entre el elemento existente y el elemento de refuerzo. (Jumonji & Alcocer, 1997).

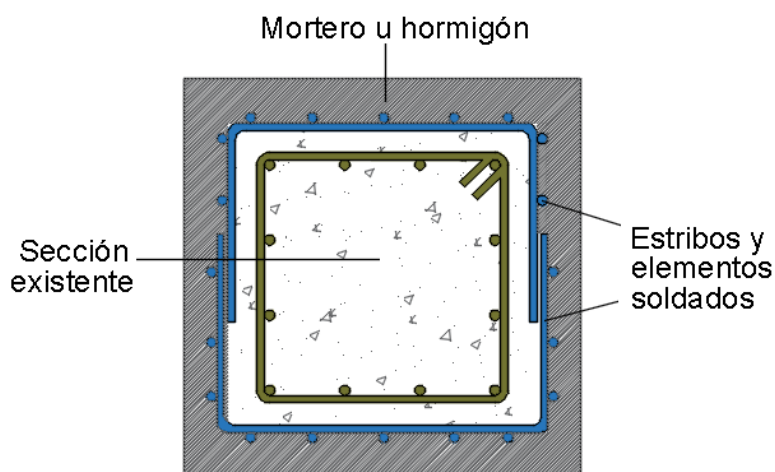


**Figura. 13.** Encamisado con elementos metálicos soldados

A pesar de que el método describe que se debe mantener el recubrimiento, es necesario retirarlo para garantizar que se está encamisando el núcleo de hormigón de la columna, en ningún caso se podrá garantizar a simple vista que el recubrimiento no se encuentra desprendido internamente.

### 2.3.2. Encamisado usando estribos exteriores soldados

Similar a la técnica anterior, se diferencia en que en lugar de usar placas soldadas se colocan estribos exteriores mediante suelda y a continuación se coloca el recubrimiento de hormigón o mortero con un espesor de 6 cm. (Jumonji & Alcocer, 1997).

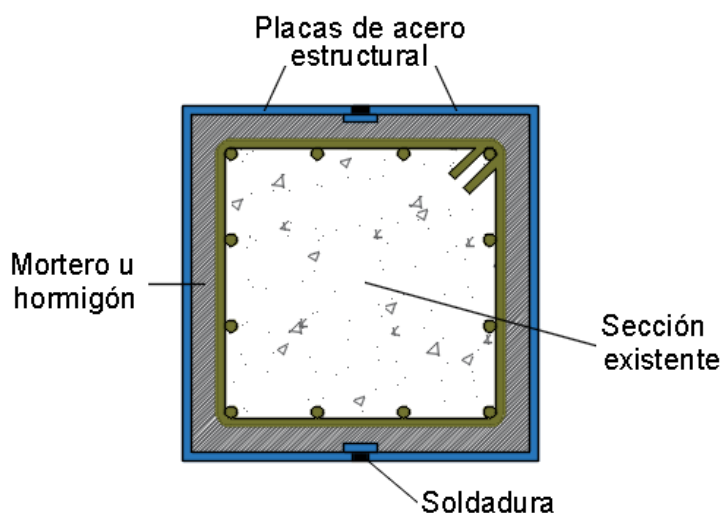


**Figura. 14.** Encamisado usando estribos exteriores soldados

Este método resulta efectivo para reforzamiento a corte, pero no existe armadura de refuerzo a flexión, porque se colocan varillas de acero únicamente para sostener y garantizar el espaciamiento entre los estribos del reforzamiento.

### 2.3.3. Encamisado con placas de acero estructural

Para esta técnica en primer lugar se debe retirar los materiales de acabado y el recubrimiento del hormigón, llegando así al núcleo central del elemento, el cual se procede a encamisar con placas de acero soldadas en campo dejando un espacio libre con el hormigón existente mayor o igual de 3 cm, la dimensión de la soldadura entre las placas mencionadas debe ser mayor o igual a 4.5 mm, posteriormente se rellena el hueco con hormigón o mortero de alta resistencia. Para finalizar es recomendable colocar una placa confinante en los extremos superior e inferior de la columna para contribuir a soportar efectos de flexo-compresión. (Jumonji & Alcocer, 1997).



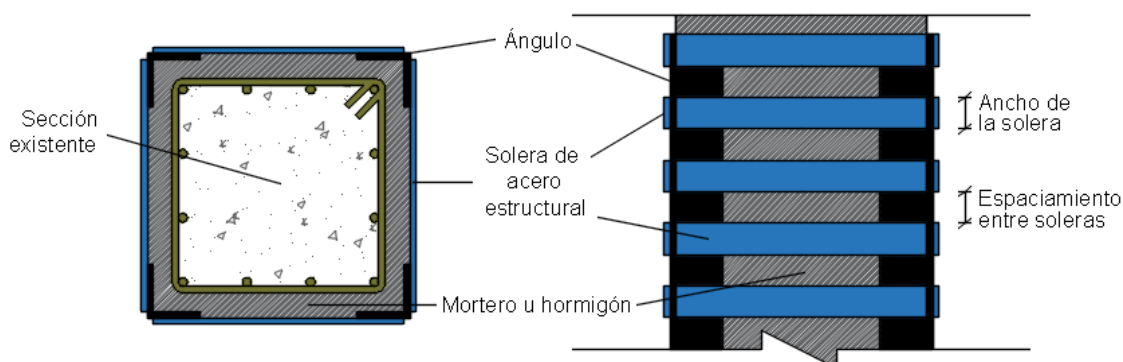
**Figura. 15.** Encamisado con placas de acero estructural

### 2.3.4. Encamisado empleando soleras exteriores

Esta técnica es similar a la anterior la diferencia radica en sustituir las placas confinantes por soleras que proporcionarán el confinamiento necesario al elemento, esta técnica brinda versatilidad pues el área de las soleras se puede variar a discreción en función de la necesidad de refuerzo lateral. Aunque no represente ningún beneficio en su comportamiento, es útil usar ángulos en las cuatro esquinas para facilitar el trabajo de soldadura de las soleras y darles continuidad. Para finalizar, el espacio entre



las soleras y el hormigón del elemento existente se deberá inyectar o rellenar de mortero de preferencia expansivo para asegurar el confinamiento adecuado del núcleo de hormigón. (Jumonji & Alcocer, 1997).

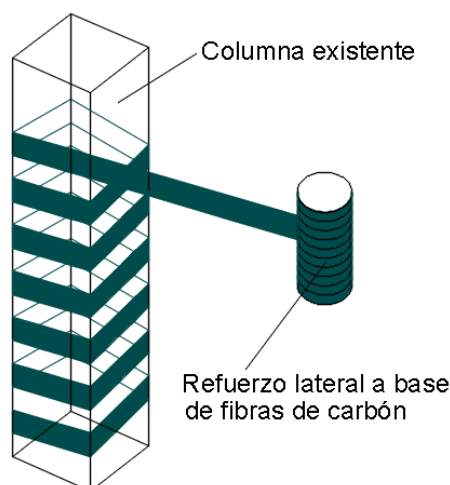


**Figura. 16.** Encamisado empleando soleras exteriores

### 2.3.5. Encamisado empleando fibras plásticas o de carbón

Esta técnica utiliza fibras de un material muy ligero y se ha propuesto con objeto de mejorar la capacidad de comportamiento ante un sismo de elementos dañados o que no cumplen con la reglamentación vigente. Para esta técnica se debe eliminar únicamente el material de acabado y uniformizar la superficie del hormigón dejando redondeadas las esquinas del núcleo para colocar una capa de fibra de aproximadamente 0.5 mm de espesor. En esta técnica se usa material epóxico el mismo que se impregna en la fibra para lograr una adherencia adecuada con el elemento existente y que sea fácilmente trabajable, a través de esta técnica se logra efectos notables de confinamiento del núcleo y por lo tanto, en la capacidad de deformación del elemento reforzado. Para mitigar el débil comportamiento ante el fuego de la fibra es recomendable colocar material de acabado. (Jumonji & Alcocer, 1997).

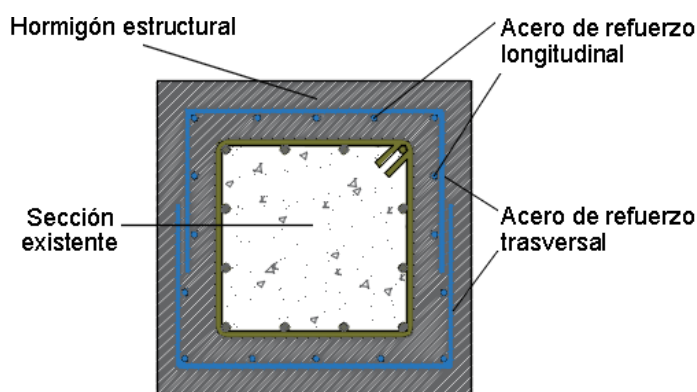




**Figura. 17.** Encamisado empleando fibras plásticas o de carbón

### 2.3.6. Encamisado a través de hormigón armado

Para esta técnica es necesario en primer lugar remover el material de acabado y el recubrimiento con el fin de acceder al núcleo de hormigón del elemento existente dejando una superficie uniforme, posteriormente se coloca la armadura longitudinal y transversal, de acuerdo a lo que especifique el diseño, teniendo en cuenta que puede ser necesario realizar perforaciones en las losas de entrepiso para anclar o darle continuidad a la armadura longitudinal, en tal caso es necesario el uso de material epóxico en las perforaciones con el fin de asegurar su adherencia. Una vez colocada y nivelada la armadura de acero se procede a encofrar la sección para verter el hormigón estructural. En este caso, posterior al desencofrado es necesario darle un correcto curado a las caras de la sección con el fin de evitar la aparición de fisuras. De esta manera, al incrementar la sección existente se puede compensar las deficiencias encontradas en el elemento en función de sus requerimientos estructurales.

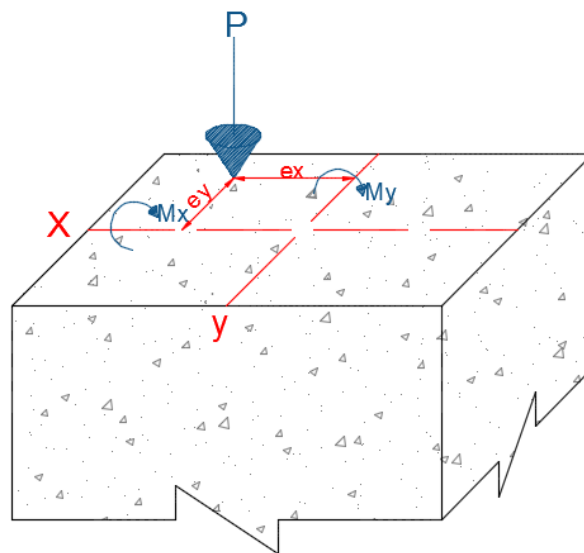


**Figura. 18.** Encamisado a través de hormigón armado

## 2.4. Columnas de Hormigón Armado

### 2.4.1. Elementos Sometidos a Carga Axial

En general, en las estructuras reales no existen elementos de hormigón armado que estén sometidos únicamente a carga axial. Esto se debe a que las estructuras presentan continuidad en sus elementos generando momentos flexionantes, dichos momentos además pueden ser ocasionados por las excentricidades accidentales en la colocación de la carga o por pequeños defectos constructivos, y que actúan de manera simultánea con la carga axial. De esta manera las normativas de diseño y construcción recomiendan tener en cuenta siempre la existencia de momentos flexionantes aunque el análisis indique que no existen dichos momentos (González Cuevas & Fernández Villegas, 2005).



**Figura. 19.** Columna cargada axialmente con excentricidades accidentales

Sin embargo, algunas ideas fundamentales encuentran su explicación en base al análisis de columnas cargadas axialmente, y además sirven para obtener resistencias que delimitan límites teóricos que se pueden verificar en base a ensayos. (McCormac, 2011).

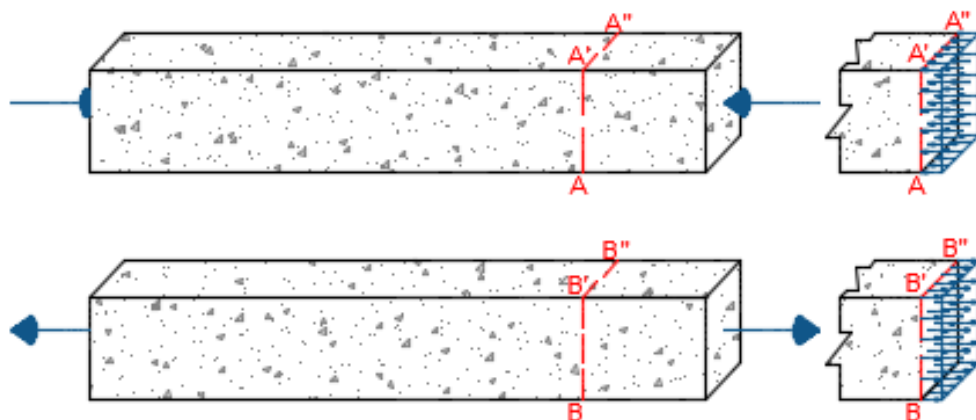
El libro de Diseño de Concreto Reforzado de Jack McCormac de 2011 propone que:

Aunque los esfuerzos en columnas no pueden predecirse en el intervalo elástico con ningún grado de precisión, varias décadas de pruebas han mostrado que la resistencia última de las columnas si puede estimarse bastante bien. Además, se ha hecho evidente que las proporciones de las cargas vivas y muertas, la duración de la carga y otros aspectos, tienen poca influencia en la resistencia última. Ni siquiera importa si es el concreto o el acero el que primero alcanza su resistencia última. Si uno de los dos materiales se acerca a su resistencia última, sus grandes deformaciones ocasionan que los esfuerzos en el otro se incrementen más rápidamente.

Por estas razones solo consideraremos aquí la resistencia última de las columnas. En la falla, la resistencia última teórica o resistencia nominal de una columna corta cargada axialmente puede determinarse con bastante precisión mediante la siguiente expresión en la que  $A_g$  es el área total del concreto y  $A_{st}$  es el área total de acero de refuerzo longitudinal, incluyendo las barras y los perfiles estructurales.

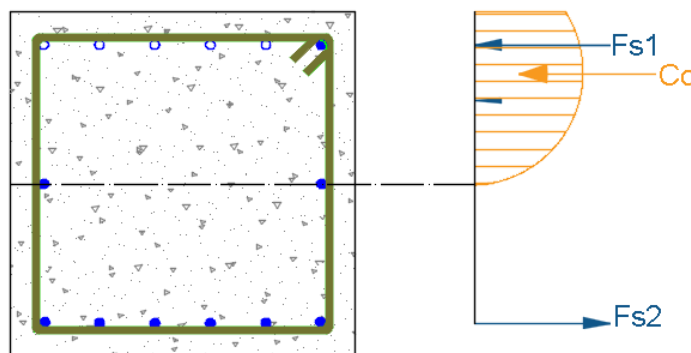
$$P_n = 0.85 f'_c(A_g - A_{st}) + f_y * A_{st} \quad \text{Ec. 2. 1}$$

Además, la forma más eficiente para resistir las solicitaciones que tienen los elementos estructurales se da cuando las mismas se producen con una orientación que coincide con el eje axial de los elementos, de tal manera los elementos resisten dichas solicitaciones mediante esfuerzos que pueden ser tanto de compresión como de tracción. (Romo, 2008).



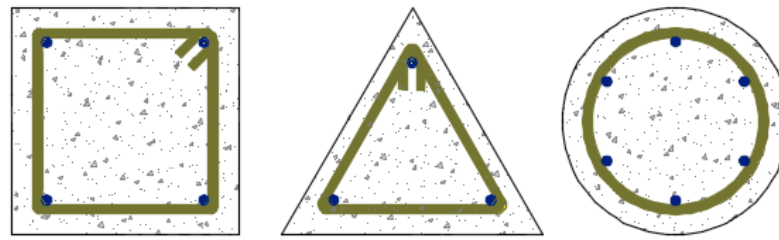
**Figura. 20.** Esfuerzos internos generados por fuerzas de compresión y tracción

Se debe tener en cuenta que el hormigón es un material con una gran capacidad para resistir fuerzas de compresión, pero con una baja resistencia a la tracción que llega apenas alrededor del 10% de su capacidad a compresión. Por otro lado, el acero es un material que tiene un gran comportamiento para resistir solicitaciones de tracción. De esta manera el hormigón armado aprovecha las capacidades de estos dos elementos y la combina para formar un material compuesto que es capaz de resistir ambos tipos de solicitaciones. (Romo, 2008).



**Figura. 21.** Fuerzas provocadas por el Acero y el Hormigón en una sección

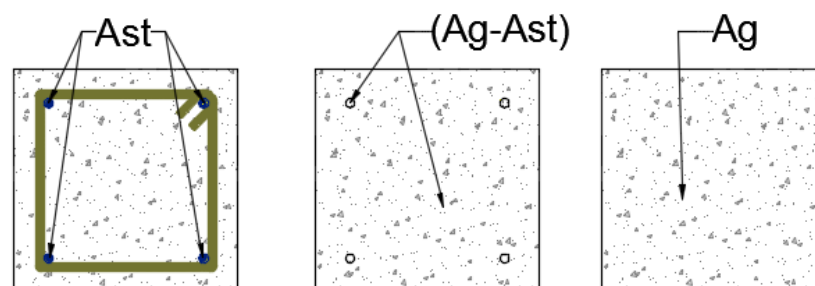
En columnas el refuerzo principal es longitudinal, y se encuentra paralelo a la dirección de la carga, y está conformado por barras colocadas en forma de cuadrado, rectángulo o círculo. El número mínimo de barras longitudinales en elementos sometidos a compresión debe ser de 4 para para barras dentro de estribos rectangulares, 6 para barras dentro de estribos circulares, 3 para barras dentro de estribos triangulares y 6 para barras rodeadas de espirales, conforme al Código ACI 318-2014 [10.7.3.1]. Además, la relación del área de acero longitudinal  $A_{st}$ , con respecto al área bruta de la sección transversal de hormigón ( $A_g - A_{st}$ ), debe estar en el intervalo de 0.01 a 0.08, de acuerdo al Código ACI 318-2014 [10.6.1.2]. Sin embargo, en las especificación del código ACI 318-2014 limita este rango para los pórticos con solicitaciones sismoresistentes presentando un rango de  $0.01 \cdot A_g$  a  $0.06 \cdot A_g$  [18.7.4.1]. Dentro de este intervalo el límite inferior garantiza la resistencia a momentos flectores no considerados en el diseño y para reducir efectos de flujo plástico y de la retracción de fraguado en el hormigón. Por otro lado relaciones mayores a 0.08 resultan antieconómicas, además de producir dificultades en cuanto a la congestión del refuerzo en su colocación. (Nilson, 2001).



**Figura. 22.** Tipos de secciones para columnas especificados en el Código ACI 318-2014

Sin embargo, la Norma Ecuatoriana de la Construcción NEC-15 [4.3.3], en su capítulo de Hormigón Armado delimita aún más dicho intervalo estableciendo que la relación del área de acero longitudinal  $A_{st}$ , con respecto al área bruta de la sección transversal de hormigón  $A_g$ , debe estar en el intervalo de 0.01 a 0.03, y le asigna a el valor de esta relación el nombre de cuantía de refuerzo longitudinal.

#### 2.4.2. Resistencia a la compresión de columnas de hormigón armado con estribos transversales



**Figura. 23.** Componentes de la sección transversal de una columna de hormigón armado

Es común que cuando a una columna con estribos se carga hasta que falle, el primer efecto es que parte del recubrimiento de hormigón se desprenderá y a menos que los estribos tengan poca separación entre sí, las barras longitudinales sufrirán pandeo de forma inmediata por desaparecer su soporte (el recubrimiento) de hormigón. Estas fallas pueden ser frecuentes y repentinas en estructuras sometidas a cargas sísmicas. (McCormac, 2011).

Por otro lado, cuando a columnas zunchadas se les carga hasta fallar, presentan diferencias. A pesar del desprendimiento del concreto el núcleo permanecerá en pie, y

si el zunchado es de paso pequeño, el núcleo aún tiene una gran capacidad para resistir una cantidad adicional de carga. El zunchado de paso pequeño junto con la armadura longitudinal forma una jaula que confina de forma muy efectiva al hormigón. De tal manera que en una columna zunchada el desprendimiento del recubrimiento da aviso de que ocurrirá una falla si el incremento en la carga Continúa. (McCormac, 2011).

En columnas de hormigón armado con estribos transversales, la carga axial nominal y la carga axial última se determinan con las siguientes expresiones en las que no consideran la excentricidad mínima:

$$P_n = 0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y * A_{st} \quad \text{Ec. 2. 2}$$

Para considerar la interacción entre los efectos de carga, en cada combinación de mayoración de carga aplicable, la resistencia de diseño en todas las secciones a lo largo de la columna debe cumplir lo siguiente:

$$\Phi P_n \geq P_u \quad \text{Ec. 2. 2}$$

$$\Phi M_n \geq M_u \quad \text{Ec. 2. 3}$$

$$\Phi V_n \geq V_u \quad \text{Ec. 2. 4}$$

$$\Phi T_n \geq T_u \quad \text{Ec. 2. 5}$$

De tal manera:

$$P_u = \Phi [0.85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y * A_{st}] \quad \text{Ec. 2. 6}$$

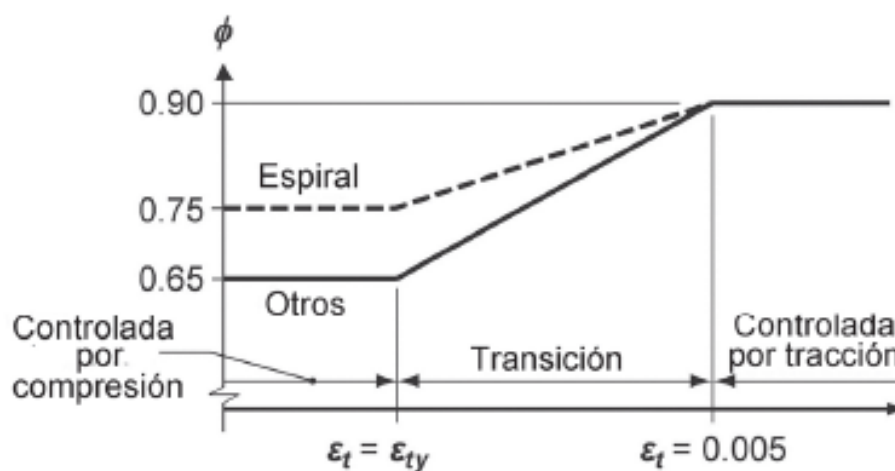
### 2.4.3. Factor $\Phi$ de reducción de resistencia en columnas

El Código ACI 318-2014 en la sección 21.2.2, especifica que:

Para las secciones controladas por compresión, se usa un factor  $\Phi$  menor que para las secciones controladas por tracción porque las secciones controladas por compresión tienen menor ductilidad, con más sensibles a las variaciones en la resistencia del concreto y generalmente ocurre en los elementos que soportan áreas de carga mayores que los elementos con secciones controladas por tracción. A las columnas con refuerzo en espiral se le asignan un factor  $\Phi$  mayor que a las columnas con otro tipo de refuerzo transversal porque las

columnas con espirales tienen mayor ductilidad o tenacidad. Para las secciones que se encuentra dentro de la región de transición, el valor de  $\Phi$  puede ser determinado por interpolación lineal como se aprecia en la Figura. 13.

De acuerdo a esto, la deformación unitaria en la fibra extrema a tracción  $\epsilon_t$  (cuando la deformación unitaria en la fibra extrema en compresión alcanza el límite de deformación unitaria de 0.003) es la que controla el comportamiento y define la región en la que se encuentra la sección, de tal manera, si la deformación máxima del acero es menor o igual al límite para una sección controlada por compresión definido por el Código ACI [21.2.2.1 y 21.2.2.2]  $\epsilon_{ty}$  de 0.002, se considera que la sección está controlada por la compresión. Algunos elementos con carga axial pequeña y momento flexionante grande, tienden a tener deformaciones unitarias en la fibra extrema a tracción  $\epsilon_t$  dentro de los límites de  $\epsilon_{ty}$  y 0.005, estas secciones se encuentran en una región de transición entre las secciones controladas por compresión y las controladas por tracción. Finalmente, cuando la deformación unitaria de la fibra extrema de acero a tracción  $\epsilon_t$ , es mayor o igual que 0.005, se considera a la sección controlada por tracción.



**Figura. 24.** Variación de  $\Phi$  con la deformación unitaria de tracción en el acero  $\epsilon_t$

**Fuente:** ACI 318-2014 [21.2.2]

Para el régimen de transición el código ACI 318-2014 [21.2.2] establece una tabla que permite calcular el factor de reducción de resistencia  $\Phi$  en el régimen de transición, el mismo que está en función de las deformaciones unitarias en la fibra extrema de acero, de la deformación máxima para el cambio de régimen de transición

a tracción  $0.005$ , y la deformación máxima admitida para compresión en la fibra extrema de acero  $0.002$ .

**Tabla 1.**

Factor de reducción de resistencia, para momento, fuerza axial, o combinación de momento y fuerza axial

Deformación unitaria neta a tracción $\epsilon_t$	Clasificación	$\Phi$	
		Tipo de refuerzo transversal	
		Espirales	Otros
$\epsilon_t \leq \epsilon_{ty}$	Controlado por compresión	0.75	0.65
$\epsilon_{ty} < \epsilon_t < 0.005$	Transición	$0.75 + 0.15 * \frac{\epsilon_t - \epsilon_{ty}}{0.005 - \epsilon_{ty}}$	$0.65 + 0.25 * \frac{\epsilon_t - \epsilon_{ty}}{0.005 - \epsilon_{ty}}$
$\epsilon_t \geq 0.005$	Controlada por tracción	0.90	0.90

Fuente: ACI 318-2014. [Tabla 21.2.2]

El código ACI 318-2014 [22.4.2] recomienda una reducción de la capacidad de las columnas, debido a la presencia de excentricidades mínimas no consideradas en las solicitaciones, a fin de obtener la carga última axial efectiva.

Para columnas con estribos rectangulares o circulares cerrados, recomienda una reducción de capacidad del 20%, teniendo así:

$$P_u e f = 0.80 * \Phi [0.85 f' c (A_g - A_{st}) + f_y * A_{st}] \quad \text{Ec. 2. 7}$$

Y, para columnas zunchadas, recomienda una reducción de capacidad del 15%, teniendo así:

$$P_u e f = 0.85 * \Phi [0.85 f' c (A_g - A_{st}) + f_y * A_{st}] \quad \text{Ec. 2. 8}$$

El comportamiento de vigas y losas normalmente está controlado por flexión, en cambio las columnas están generalmente controladas a compresión, de tal manera que se puede asociar el factor  $\Phi$  a la falla por compresión en columnas, presentando la siguiente ecuación para columnas rectangulares:



$$P_{u\ ef} = 0.80 * 0.65 * [0.85 f'c(Ag - Ast) + fy * Ast] \quad \text{Ec. 2. 9}$$

Mientras que para columnas zunchadas:

$$P_{u\ ef} = 0.85 * 0.75 * [0.85 f'c(Ag - Ast) + fy * Ast] \quad \text{Ec. 2. 10}$$

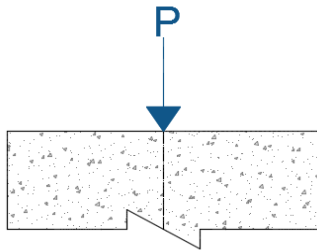
#### 2.4.4. Flexocompresión en Columnas de Hormigón Armado

El libro de Diseño de Hormigón Armado de Marcelo Romo, del 2008 enuncia que:

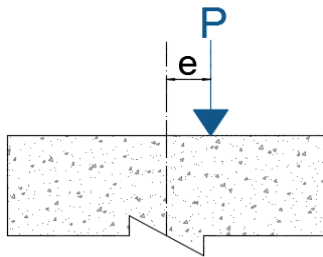
La mayor parte de los elementos estructurales sometidos a compresión también están solicitados por momentos flectores, por lo que en su diseño debe tomarse en consideración la presencia simultánea de los dos tipos de acciones.

En zonas sísmicas, como las existentes en nuestro país, el efecto flexionante usualmente domina el diseño con relación a las solicitaciones axiales por lo que, a pesar de que los momentos por cargas gravitacionales sean importantes, se suelen escoger columnas con armaduras simétrica, dada la reversibilidad de los sismos.

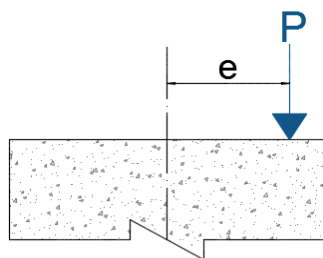
Existen varias maneras en que las secciones pueden fallar, según sean las magnitudes relativas de los momentos y las cargas axiales. Los efectos de la flexión en las columnas tienden a producir compresión en un lado y tensión en el otro. En la Figura. 25 se muestra una columna que soporta una carga  $P$ , cuando la carga se aplica cerca del eje longitudinal de la columna la sección está soportando en su mayoría compresión, mientras si se va alejando la carga del eje el efecto de compresión se vuelve despreciable en comparación con la flexión. La falla de la columna ocurre cuando la deformación unitaria a compresión en cualquier punto alcanza el valor 0.003, o cuando el esfuerzo de tensión en el acero llegue a  $f_y$ . En las diversas partes de la Figura. 25 se muestran los efectos que se producen a medida que la carga se coloca cada vez con mayor excentricidad. (McCormac, 2011).



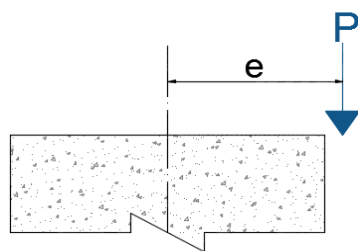
- a) *Carga axial grande con momento despreciable:* En esta situación la falla ocurre por aplastamiento del concreto, habiendo alcanzado todas las barras en la columna su esfuerzo de fluencia en compresión.



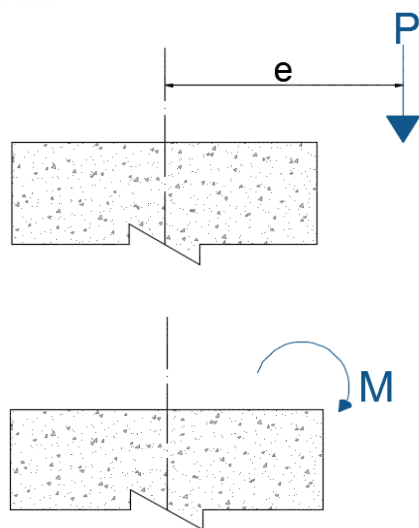
- b) *Carga axial grande y momento pequeño tal que toda la sección transversal está en compresión:* cuando la excentricidad es pequeña, la columna está sometida a un momento flexionante pequeño, es decir, la columna entera estará en compresión, pero la compresión será más grande en un lado que en el otro.



- c) *Excentricidad mayor que en el caso (b), por lo que empieza a desarrollarse tensión en un lado de la columna:* Si la excentricidad se incrementa un poco con respecto al caso anterior las barras en el lado opuesto a la carga están a tensión pero sin llegar al esfuerzo de fluencia, el lado de la carga estará en compresión y la falla ocurre por aplastamiento del hormigón.



- d) *Condición de carga balanceada:* Al crecer la excentricidad se llega a una condición en que las barras de refuerzo en el lado de tensión alcanzan sus esfuerzos de fluencia al mismo tiempo que el hormigón en el lado opuesto alcanza su compresión máxima de  $0.85 f'_c$ , esta situación se llama condición de carga balanceada.



e) *Momento grande con carga axial pequeña:* Si la excentricidad crece aún un poco más, la falla se inicia por la fluencia de las barras de acero en el lado de tensión de la columna, antes que por el aplastamiento del hormigón.

f) *Momento grande con carga axial despreciable:* En este caso la falla ocurre como en una viga.

**Figura. 25.** Efectos de una carga  $P$  y una excentricidad  $e$  en columnas

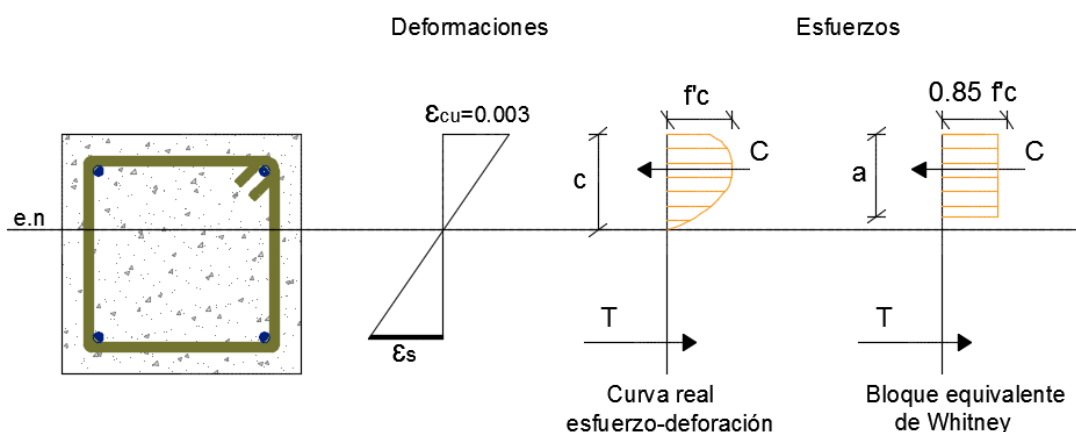
#### 2.4.5. Diagramas de interacción de columnas de hormigón armado con Flexocompresión uniaxial.

Se puede describir más claramente el comportamiento de secciones transversales de columnas de hormigón armado mediante curvas o diagramas de interacción, los momentos flectores se presentan en el eje horizontal, mientras que las fuerzas axiales se presentan en el eje vertical, los cuales están medidos con referencia al eje centroidal de la sección transversal de la columna en el sentido de análisis. (Romo, 2008).

Según Rochel (1998), para estudiar la flexocompresión uniaxial se deberán tener en cuenta las siguientes hipótesis:

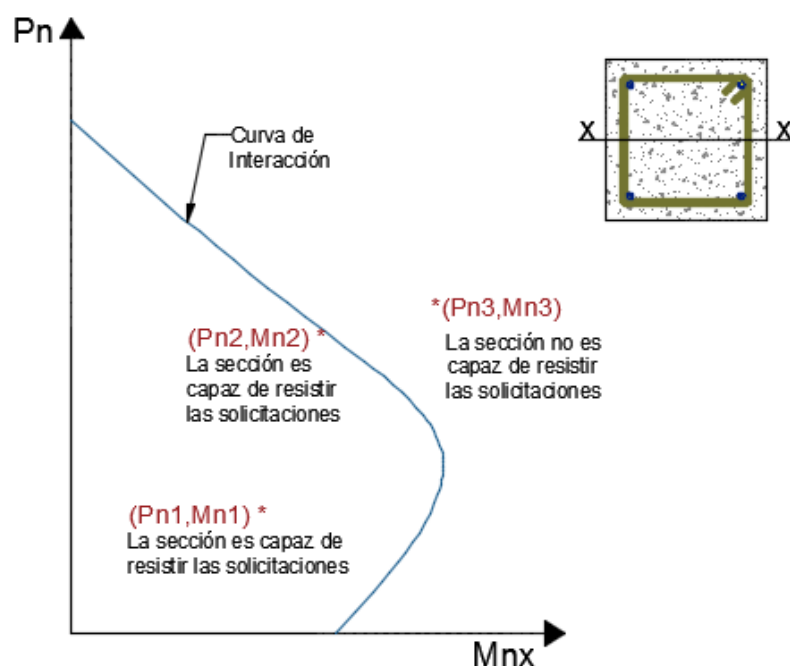
- Se desprecia la resistencia del hormigón a tracción.
- El hormigón es utilizable hasta una deformación de 0.003.
- La deformación en el acero es igual a la del hormigón que lo rodea.
- Las secciones planas permanecen planas.
- En la zona elástica del acero es aplicable la ley de Hooke.
- El módulo de elasticidad del acero se tomará como  $E_s = 200\ 000$  MPa. [NEC 15. Hormigón Armado 3.4.1].
- El módulo de elasticidad del hormigón armado se evaluará conforme a la fórmula:  $E_c = 4.7 * \sqrt{f'_c}$ . [NEC 15. Hormigón Armado 3.3.3].

- Para el esfuerzo de compresión del hormigón se suele asumir un bloque uniforme de compresión de  $0.85 f'c$ , distribuido sobre la zona delimitada por los bordes de la sección transversal y una línea recta paralela al eje neutro a una distancia  $a=\beta_1*c$ . Sin embargo, esta propuesta del profesor Whitney para diseño de secciones rectangulares, acogida por el ACI e incorporada a los códigos de diseño de hormigón armado, tiene una limitación en función de la forma geométrica de la sección transversal, pudiendo extender el criterio para dar buenas aproximaciones en el diseño de secciones en forma de T o L, pero quedando invalido para secciones de tipo irregular, en cuyo caso es necesario utilizar los diagramas esfuerzo deformación de los hormigones para distintas resistencias. (Romo, 2007).



**Figura. 26.** Esfuerzo real en el hormigón y bloque de Whitney

En la Figura 27 se presenta una curva de interacción nominal para una sección tipo, en la que no se ha considerado en factor de reducción de resistencia  $\Phi$ , solamente cargas axiales y momentos flectores con el fin de que su interpretación sea más sencilla. Cualquier combinación de carga axial y momento flector nominales, que conformen un punto que se ubique dentro o sobre la curva de interacción, indicará que la sección es capaz de resistir las solicitaciones planteadas, por otro lado, cualquier punto que quede por fuera de la curva de interacción indicará que la sección es incapaz de resistir las solicitaciones propuestas. (Romo, 2008).



**Figura. 27.** Curva de interacción nominal y estados de las solicitaciones

El libro de Diseño de Hormigón Armado de Marcelo Romo, del 2008 considera que:

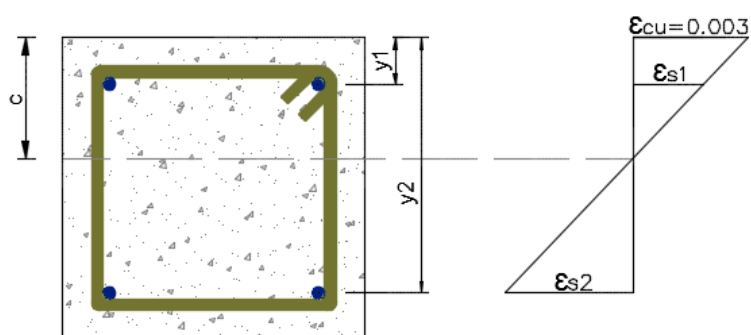
Es importante observar que la presencia de pequeñas cargas axiales de compresión (parte inferior de la curva de interacción), teóricamente puede tener un efecto beneficioso sobre el momento flector resistente de la columna (falta aún cuantificar el efecto del factor de reducción de capacidad  $\Phi$  para tener visión completa). Este comportamiento poco usual se debe a que el hormigón sometido a esfuerzos de tracción por la flexión, se fisura en gran medida, y la presencia de cargas axiales de compresión pequeñas permiten disminuir la sección transversal fisurada y aumentar la sección efectiva de trabajo del material. La presencia de grandes cargas axiales (parte superior de la curva de interacción), por otro lado, disminuye considerablemente la capacidad resistente a la flexión de las columnas.

#### 2.4.6. Elaboración de Diagramas de Interacción

El procedimiento para la elaboración de diagramas de interacción para una sección específica es:

- a) Se definen diferentes posiciones del eje neutro, cada posición del eje neutro definirá un punto en el diagrama de interacción.
- b) Tomando una deformación unitaria máxima en la fibra más comprimida de hormigón  $\epsilon_{cu} = 0.003$ , se calculan las deformaciones unitarias en cada fibra de la sección para cada posición del eje neutro.

Para cada valor seleccionado del eje neutro  $c$ , las deformaciones en cada fibra de acero pueden calcularse mediante semejanza de triángulos como se muestra a continuación:



**Figura. 28.** Deformaciones en las fibras de acero

$$\epsilon_{si} = \epsilon_{cu} * \frac{y_i - c}{c} \quad \text{Ec. 2. 11}$$

Donde:

$\epsilon_{si}$  = Deformación unitaria en la fibra analizada.

$y_i$  = Profundidad de la fibra a analizar.

$c$  = Profundidad del eje neutro.

Si los valores obtenidos son negativos, significa que la fibra analizada está ubicada sobre el eje neutro, para fines de cálculo se debe usar valores absolutos.

- c) Una vez obtenidas las deformaciones en el acero y en el hormigón, se procede a determinar los esfuerzos en el acero y en el hormigón.

El método tradicional para encontrar el esfuerzo en el hormigón propuesto por el profesor Whitney se ve limitado en secciones irregulares como las analizadas en la presente investigación. De tal

manera que se debe utilizar el diagrama esfuerzo-deformación para hormigones de distintas resistencias.

Romo (2007), propone las siguientes ecuaciones de ajuste desarrolladas matemáticamente, basado en curvas reales obtenidas en laboratorio en su investigación *Microcracking, Macro Air-void System and strength of Superplastifized Concrete*, para hormigones de baja, mediana y alta resistencia, tomando en cuenta las siguientes propiedades del hormigón para describir adecuadamente su comportamiento:

- La pendiente inicial de las curvas se aproxima al módulo de elasticidad del hormigón.
- Las curvas tiene un rango cuasi lineal que se utiliza para simular el rango de comportamiento elástico del hormigón.
- Las curvas recogen la tendencia hacia una falla frágil de los hormigones de menor resistencia.
- La ordenada máxima de esfuerzo define la resistencia característica del hormigón al que hace referencia la curva.
- Las curvas han sido recortadas en una deformación unitaria máxima de  $0.003$ , como lo especifican los códigos, para favorecer su uso en diseño.

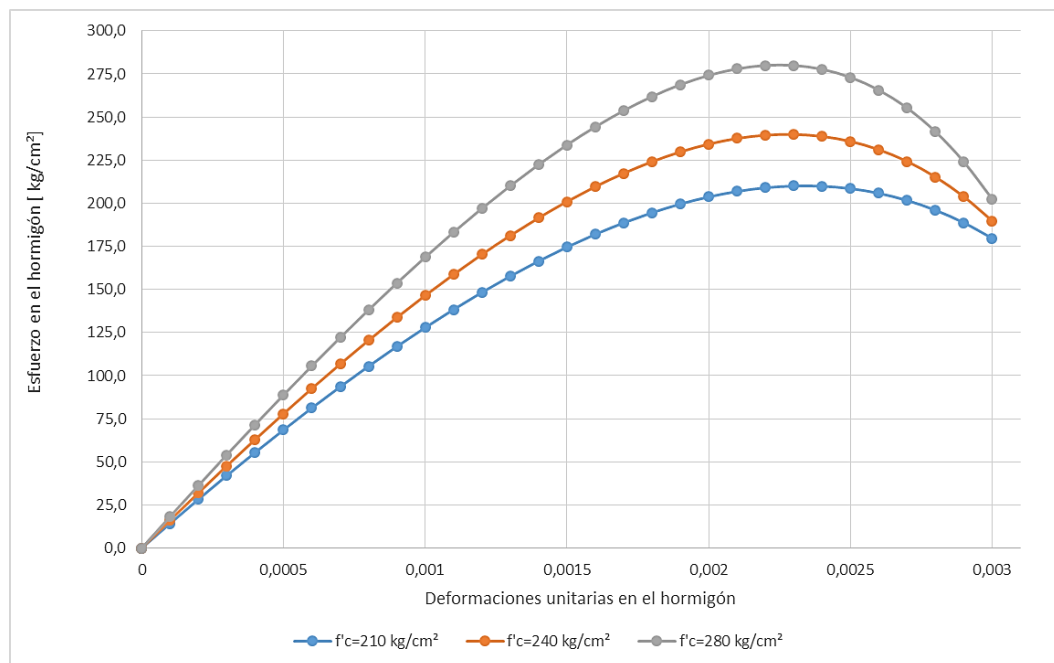
A continuación se presentan las ecuaciones descritas:

$$\sigma_{210} = -62.15 (e^{650*\varepsilon} - 1) + 0.85[72500 + 10000\sqrt{210}] * \varepsilon \quad \text{Ec. 2. 12}$$

$$\sigma_{240} = -37.3 (e^{812.9*\varepsilon} - 1) + 0.85[72500 + 10000\sqrt{240}] * \varepsilon \quad \text{Ec. 2. 13}$$

$$\sigma_{280} = -19.5 (e^{1030*\varepsilon} - 1) + 0.85[72500 + 10000\sqrt{280}] * \varepsilon \quad \text{Ec. 2. 14}$$

Con estas ecuaciones se obtienen los esfuerzos en el hormigón para una deformación unitaria que varía desde 0.000 hasta 0.003.

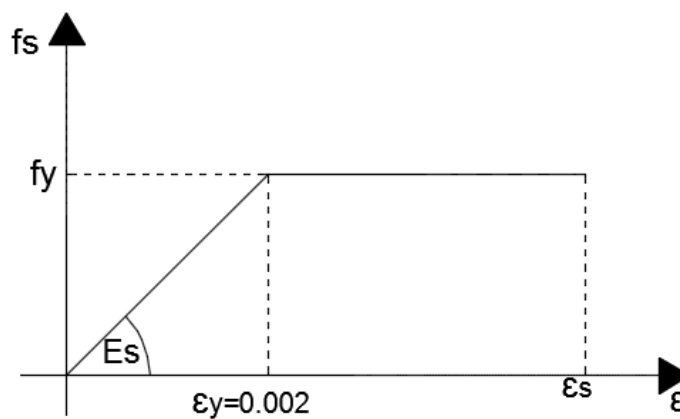


**Figura. 29.** Curva esfuerzo deformación para cada resistencia de hormigón

Para determinar el esfuerzo en el acero se usa el modelo bilineal, de tal manera que si la deformación del acero es mayor a 0.002 el esfuerzo se asume como el esfuerzo de fluencia, caso contrario se los obtiene del producto de la deformación unitaria por su módulo de elasticidad.

$$f_s = E_s * \epsilon_s$$

Ec. 2. 15



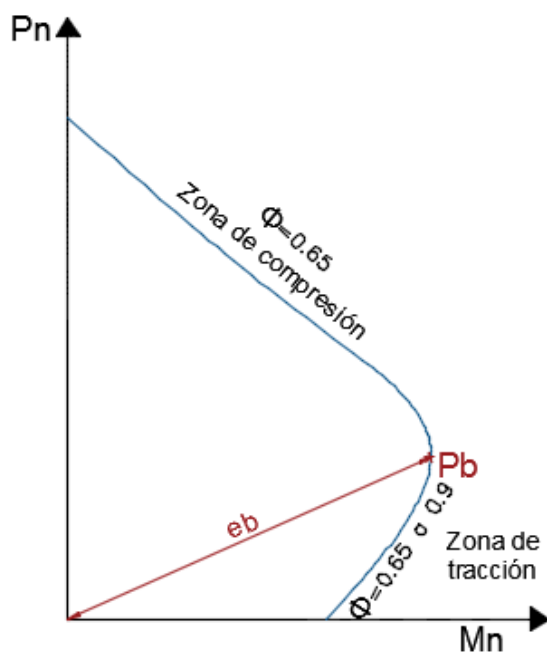
**Figura. 30.** Modelo bilineal de esfuerzos en el acero



- d) Se calculan las fuerzas axiales internas generadas por el hormigón y el acero. Para el hormigón habiendo obtenido los esfuerzos para cada deformación, se usa integración numérica para calcular el volumen de presiones que es la magnitud de la fuerza de compresión, y la posición a la que está ubicada. Las fuerzas generadas por el acero se pueden obtener como el producto del esfuerzo en cada fibra por el área de acero existente en la fibra analizada. Para hallar la fuerza total en cada punto se suman todas las fuerzas teniendo en cuenta el sentido de cada una.

$$F_s = f_s * A_s \quad \text{Ec. 2. 16}$$

- e) Se calculan los momentos flectores generados por las fuerzas del hormigón y del acero respecto al eje centroidal de la sección. Con estos valores se puede graficar una curva de interacción nominal.



**Figura. 31.** Valores de  $\Phi$  para curvas de interacción nominales

- f) Sin embargo, para poder cumplir la hipótesis de última resistencia es necesario afectar la curva por el factor  $\Phi$  para reducir la capacidad nominal de la estructura. De esta manera se puede graficar una curva de momentos y cargas de diseño.

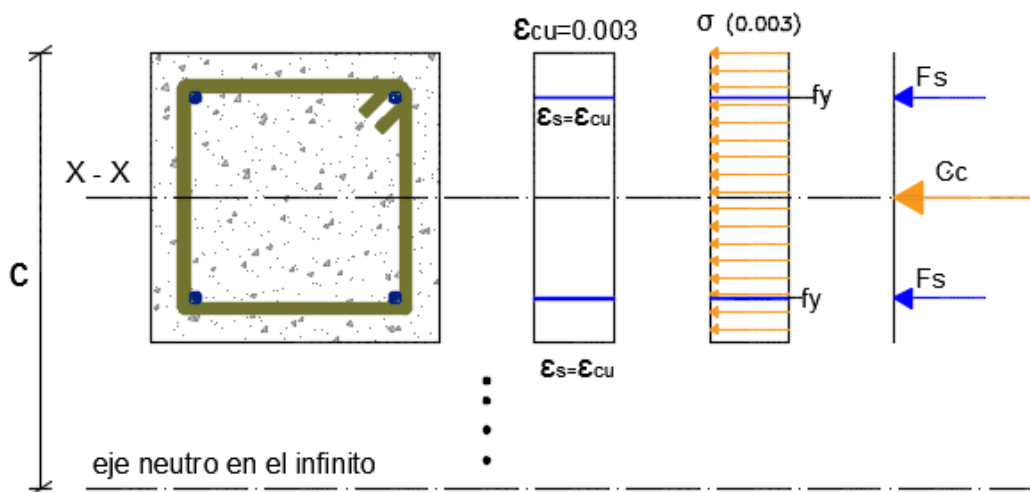
### 2.4.7. Puntos relevantes en los Diagramas de Interacción

Para mejorar la interpretación de una curva de interacción para una sección dada es necesario analizar ciertos puntos que tienen un comportamiento particular.

#### 2.4.7.1. Compresión Pura

Este estado se produce cuando se supone la posición del eje neutro  $c$  en el infinito, es decir, no se encuentra dentro ni en el borde de la sección, lo que origina que el hormigón tenga un esfuerzo igual al que alcanza en su máxima deformación a lo largo de toda la sección como un bloque rectangular. El acero y el hormigón tienen la misma deformación, por lo tanto, el esfuerzo en las fibras de acero siempre va a ser igual al esfuerzo de fluencia.

En este punto se presenta la máxima carga axial que puede soportar la sección, cuando no existe momento flexionante. El análisis de este punto es teórico y se lo realiza para obtener el punto máximo de carga axial en el diagrama, este punto está localizado sobre el eje de las ordenadas.



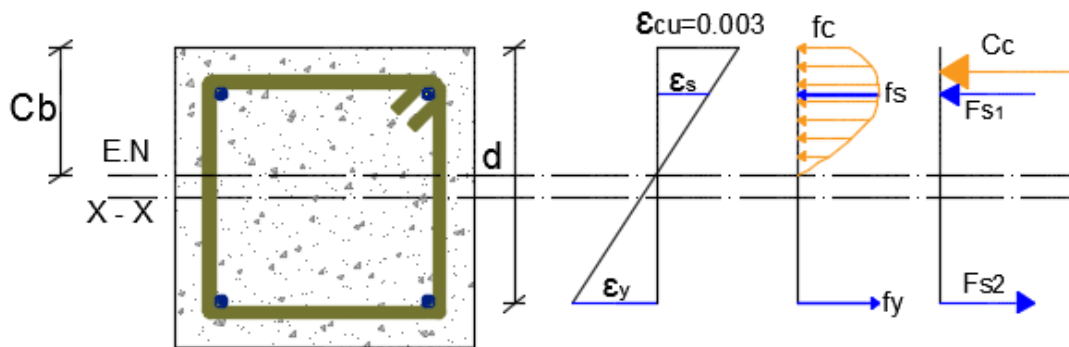
**Figura. 32.** Sección transversal trabajando a compresión pura

#### 2.4.7.2. Punto de Falla Balanceada

La curva de interacción se divide en un intervalo de falla a compresión y en un intervalo de falla a tracción. El punto donde ocurre el cambio en el tipo de falla es denominado punto de falla balanceada. Sobre la curva este es el punto más prominente.

Se produce cuando el hormigón alcanza su deformación unitaria límite  $\epsilon_{cu}$  en el mismo instante en que el acero a tracción logra su deformación de fluencia. La posición del eje neutro a la que se produce la falla balanceada está relacionada con las deformaciones unitarias máximas del hormigón y el acero, y la distancia  $d$  entre la fibra más comprimida de hormigón y la fibra más traccionada del acero. (Nilson, 2001).

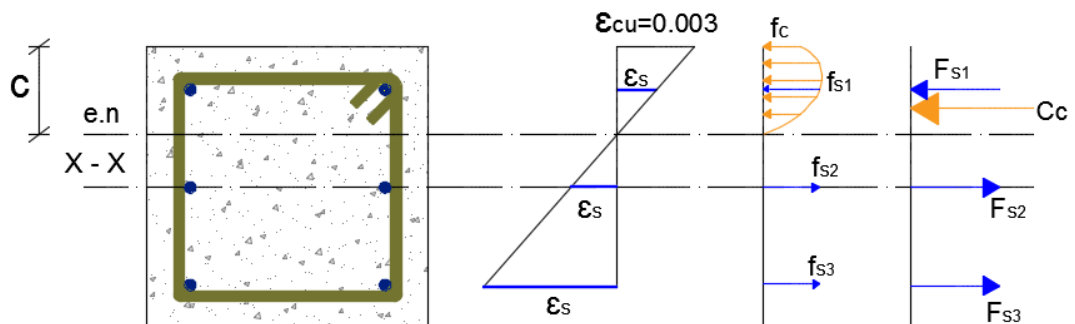
$$C_b = d \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} \quad \text{Ec. 2. 17}$$



**Figura. 33.** Ubicación del eje neutro para falla balanceada

#### 2.4.7.3. Flexión Pura

Este punto se lo obtiene dando valores sucesivos a la profundidad del eje neutro  $c$ , desde el infinito hasta un valores muy pequeño encontrado por tanteos para obtener  $P_n = 0$ , que indica flexión pura. Las fuerzas internas de compresión y tracción generadas por el hormigón y el acero se igualan, y anulan la fuerza axial. Este punto se encuentra sobre el eje de las abscisas.



**Figura. 34.** Sección transversal trabajando a flexión pura

## CAPITULO III

### 3. DESARROLLO

La metodología utilizada en el presente proyecto de investigación es el método deductivo que enuncia que se puede partir de datos generales aceptados como válidos, para llegar a una conclusión de tipo particular. De la misma manera el método deductivo se puede definir como un razonamiento que parte de un marco general de referencia hacia algo en particular. Tal que, en primera instancia se seleccionarán las propiedades geométricas y físicas de las secciones con las que se va a trabajar, para a continuación desarrollar los diagramas de interacción basados en la teoría de flexo-compresión aplicada a columnas, en este caso, se trabajará específicamente en secciones huecas, para posteriormente desarrollar un programa que desarrolle los diagramas de interacción en MATLAB para secciones particulares, junto con una guía de las secciones más comunes como resultado del trabajo.

La finalidad de este capítulo es explicar el procedimiento utilizado para generar las curvas de interacción para las secciones transversales propuestas, se desarrollará un ejemplo para cada tipo de sección, se empieza por la sección cuadrada, se continúa con la sección rectangular y se finaliza con la sección circular.

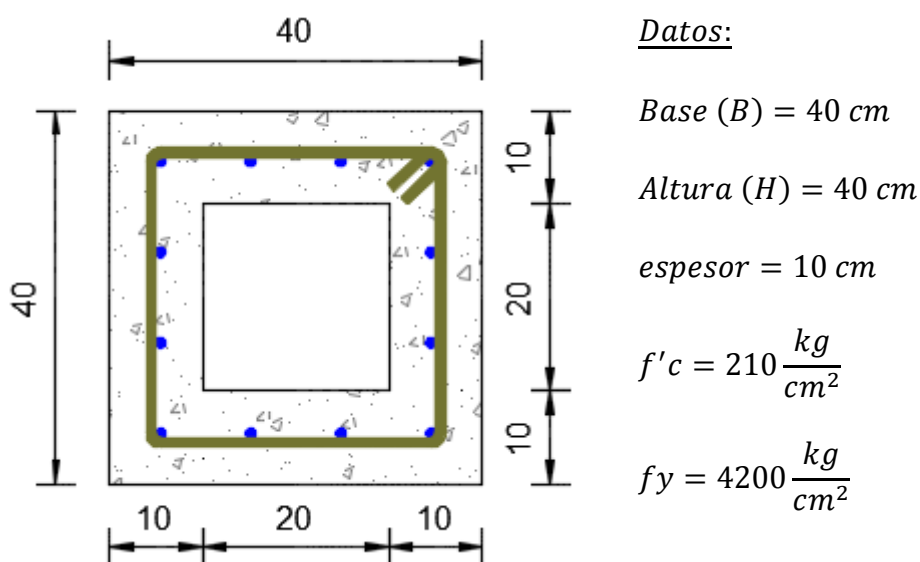
#### 3.1. Consideraciones Generales

Para elaborar las curvas de interacción se considera una cuantía de acero del 1% por ser la mínima requerida en el capítulo de Hormigón Armado de la Norma Ecuatoriana de la Construcción NEC-15 [4.3.3]. La distribución del acero en la sección considera que todas las varillas tienen áreas iguales, con un espaciamiento entre varillas de aproximadamente 10 cm, con estas consideraciones y por trabajar con una cuantía exacta del 1% hacen que los diámetros colocados no necesariamente sean diámetros comerciales.

El espesor de la sección hueca establecido para los ejemplos es de 10 cm, tomado como mínimo por el uso de un recubrimiento exterior de 5.5 cm, que considera 4 cm de recubrimiento libre exterior, 1 cm de diámetro mínimo de la armadura transversal, y 0.5 cm de la mitad del diámetro mínimo requerido para la armadura

longitudinal. Para el cálculo de cada punto en la curva se varía la posición del eje neutro cada 10 cm dentro de la sección, además de los puntos relevantes en la curva.

### 3.2. Elaboración de la curva de interacción para una sección cuadrada



**Figura. 35.** Dimensiones sección transversal cuadrada

$$\text{Area de hormigón } (A_g) = (B * H) - (B - 2 * \text{espesor}) * (H - 2 * \text{espesor})$$

$$\text{Area de hormigón } (A_g) = (40 * 40) - (40 - 20) * (40 - 20)$$

$$\text{Area de hormigón } (A_g) = 1200 \text{ cm}^2$$

$$\text{cuantía de acero } (\rho) = 1\% = 0,01$$

$$\text{recubrimiento} = 5,50 \text{ cm}$$

$$\text{Area de Acero requerida } (A_{st}) = 0,01 * 1200 = 12,00 \text{ cm}^2$$

$$\text{Espaciamiento aproximado} \cong 10 \text{ cm}$$

$$\text{Número aproximado de varillas en } H = \frac{(H - 2 * \text{recubrimiento})}{10}$$

$$\text{Número aproximado de varillas en } H = 2,9 \rightarrow 3 \text{ varillas}$$

$$\text{Número exacto de varillas en } H = 3 + 1 = 4$$

$$\text{Número aproximado de varillas en } B = \frac{(B - 2 * \text{recubrimiento})}{10}$$

$$\text{Número aproximado de varillas en } B = 2,90 \rightarrow 3 \text{ varillas}$$

$$\text{Número exacto de varillas en } B = 3 + 1 = 4$$

$$\text{espaciamiento exacto en } H \text{ y } B(e) = \frac{(H - 2 * \text{recubrimiento})}{\text{Número exacto de varillas en } H - 1}$$

$$\text{espaciamiento exacto en } H \text{ y } B(e) = \frac{(40 - 2 * 5,50)}{4 - 1} = 9,67 \text{ cm}$$

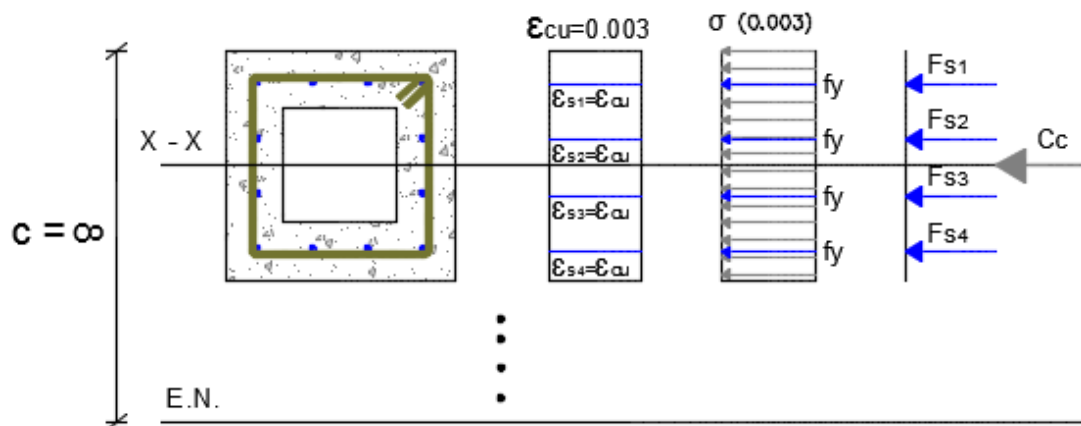
$$\text{Número total de varillas} = 2 * (\text{varillas en } H) + 2 * (\text{varillas en } B) - 4$$

$$\text{Número total de varillas} = 12$$

$$\text{Area de Acero de cada varilla} = \frac{A_{st}}{n} = \frac{12,00}{12} = 1,00 \text{ cm}^2$$

### 3.2.1. Punto 1: Compresión Pura (eje neutro en el infinito)

- a) Se define la posición del eje neutro en el infinito.



**Figura. 36.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada

- b) Para este punto la deformación se asume igual en el hormigón y todas las fibras de acero, y es igual a la máxima deformación en el hormigón.

$$\epsilon_{cu} = \epsilon_s = 0,003$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,003$$

$$\varepsilon_{s2} = 0,003$$

$$\varepsilon_{s3} = 0,003$$

$$\varepsilon_{s4} = 0,003$$

- b) Se determinan los esfuerzos en el hormigón y en el acero. Para el hormigón se toma un bloque con un esfuerzo igual al que se produce con la deformación máxima  $0,003$ , para el acero siguiendo el modelo bilineal para una deformación mayor a  $0,002$  se toma el esfuerzo como el esfuerzo de fluencia  $f_y$ .

Para el esfuerzo del bloque de hormigón se hace uso de la ecuación Ec. 2.13.

$$\sigma_{210} = -62,15 (e^{650 \cdot \varepsilon} - 1) + 0,85 [72500 + 10000\sqrt{210}] * \varepsilon$$

$$\sigma_{210} = -62,15 (e^{650 \cdot 0,003} - 1) + 0,85 [72500 + 10000\sqrt{210}] * 0,003$$

$$f_{c240} = 179,72 \frac{kg}{cm^2}$$

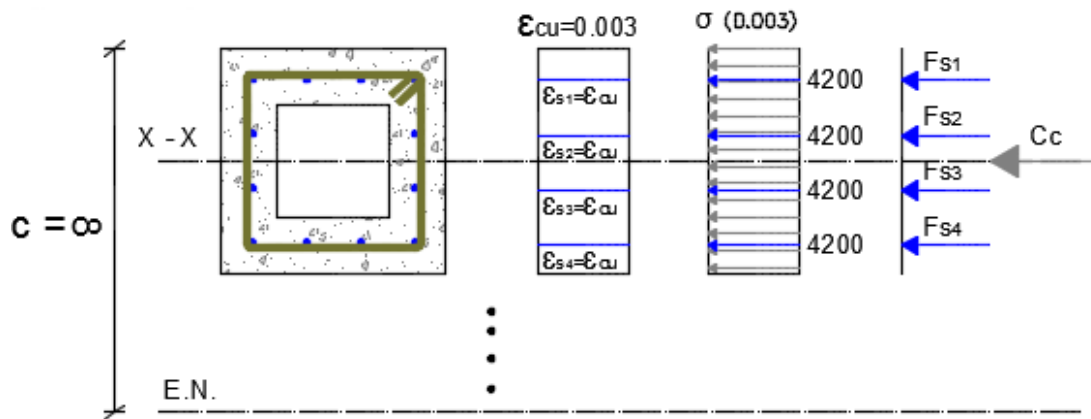
Para el acero se tiene:

$$f_{s1} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s2} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s3} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s4} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$



**Figura. 37.** Esfuerzos en la sección transversal cuadrada

- c) Se determinan las fuerzas generadas por el hormigón y el acero. Para el hormigón se calcula el volumen de presión que ejerce el esfuerzo sobre la sección transversal.

$$Cc = f_{c_{210}} * Ag$$

$$Cc = 179,72 \frac{kg}{cm^2} * 1200 cm^2$$

$$Cc = 215666,61 kg$$

Las fuerzas generadas por el acero se obtienen usando la ecuación Ec. 2.16 para cada fibra de acero.

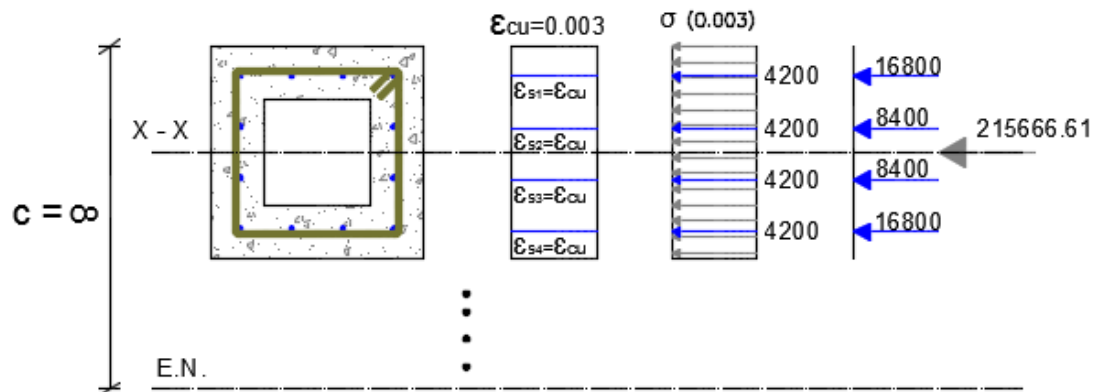
$$Fs = fs * As$$

**Tabla2.**

Esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada.

Fibra	fs [kg/cm <sup>2</sup> ]	As [cm <sup>2</sup> ]	Fs [kg]
1	4200	4,00	16800,00
2	4200	2,00	8400,00
3	4200	2,00	8400,00
4	4200	4,00	16800,00





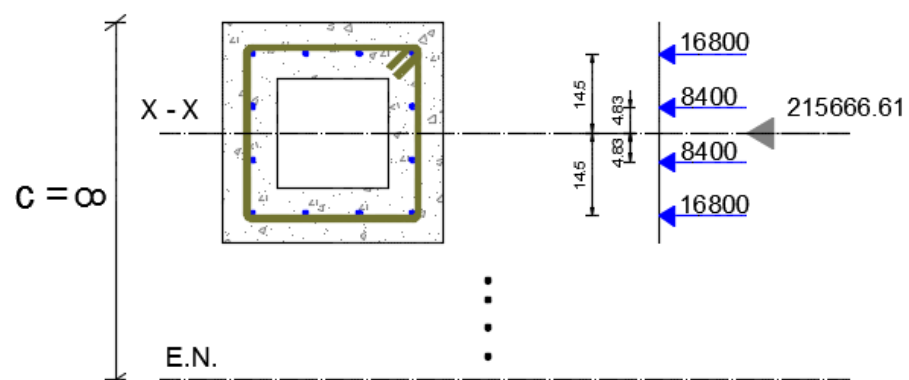
**Figura. 38.** Fuerzas en la sección transversal cuadrada

Para hallar la fuerza nominal total se suman todas las fuerzas del hormigón y el acero teniendo en cuenta el sentido de cada una.

$$P_n = 215666,61 + 16800,00 + 8400,00 + 8400,00 + 16800,00 = 266066,61$$

$$P_n = 266,07 T$$

- d) Se calculan los momentos flectores respecto al eje centroidal de la sección. En primer lugar es necesario hallar las posiciones de los brazos de palanca de cada fibra de acero, y tener en cuenta que la fuerza de compresión  $C_c$  se ubica sobre el eje por lo que en este punto no genera momento.



**Figura. 39.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal cuadrada

$$M_n = F_s * b_p$$

**Tabla 3.**

Fuerzas y momentos en la sección transversal cuadrada.

Fibra	Fs [kg]	bp [cm]	Mn [kg,cm]
1	16800,00	14,50	243600,00
2	8400,00	4,83	40572,00
3	8400,00	4,83	-40572,00
4	16800,00	14,50	-243600,00

Para hallar el Momento nominal total en este punto se suman todos los momentos generados por el acero, pues en este punto el hormigón no genera momento flector.

$$Mn = 243600,00 + 40572,00 - 40572,00 - 243600,00$$

$$Mn = 0,00 \text{ kg.cm}$$

- e) Finalmente para generar una curva de diseño a partir de los puntos de una curva nominal es necesario multiplicar la fuerza y el momento por el factor  $\Phi$ , que para este punto asume 0,65 por estar en compresión pura toda la sección transversal.

$$P = Pn * \Phi$$

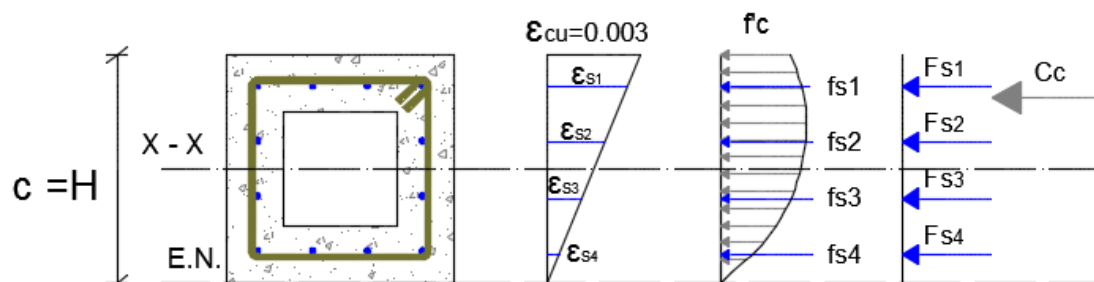
$$P = 266,07 T * 0,65 = 172,94 T$$

$$M = Mn * 0,65$$

$$M = 0,00 T.m$$

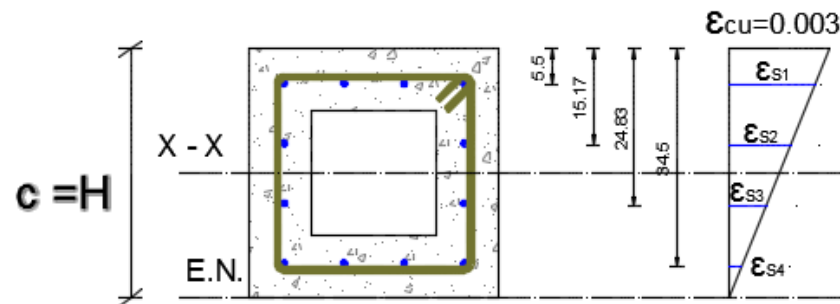
### 3.2.2. Punto 2: Eje neutro en c=H

- a) Se define la posición del eje neutro en c=H.



**Figura. 40.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada

- b) Se determinan las deformaciones en las fibras de acero a partir de la deformación unitaria máxima en el hormigón con el uso de la ecuación Ec. 2.11.



**Figura. 41.** Posición de las varillas y deformaciones en la sección transversal cuadrada.

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_{cu} * \frac{y_i - c}{c}$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,003 * \frac{5,50 - 40}{40} = |-0,002588|$$

$$\varepsilon_{s2} = 0,003 * \frac{15,17 - 40}{40} = |-0,001863|$$

$$\varepsilon_{s3} = 0,003 * \frac{24,83 - 40}{40} = |-0,001138|$$

$$\varepsilon_{s4} = 0,003 * \frac{34,50 - 40}{40} = |-0,000413|$$

- c) Se determinan los esfuerzos en el hormigón y en el acero. Para el esfuerzo del bloque de hormigón se hace uso de la ecuación Ec. 2.13, de esta manera se obtiene el esfuerzo para cada deformación del hormigón en un intervalo que va desde 0,000 a 0,003.

$$\sigma_{210} = -62,15 (e^{650 * \varepsilon} - 1) + 0,85 [72500 + 10000 \sqrt{210}] * \varepsilon$$

**Tabla 4.**

Esfuerzos en el hormigón en función de las deformaciones unitarias

$\epsilon_c$	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]
0,0000	0,00
0,0001	14,31
0,0002	28,33
0,0003	42,06
0,0004	55,47
0,0005	68,53
0,0006	81,24
0,0007	93,55
0,0008	105,45
0,0009	116,91
0,0010	127,90
0,0011	138,39
0,0012	148,33
0,0013	157,71
0,0014	166,47
0,0015	174,58
0,0016	182,00
0,0017	188,67
0,0018	194,55
0,0019	199,58
0,0020	203,71
0,0021	206,87
0,0022	209,01
0,0023	210,05
0,0024	209,91
0,0025	208,53
0,0026	205,81
0,0027	201,67
0,0028	196,01
0,0029	188,73
0,0030	179,72

Los esfuerzos en cada fibra de acero se obtienen con la ecuación Ec. 2.15, siempre que el la deformación sea menor o igual a la máxima deformación del acero 0,002; en caso de ser mayor se asume el esfuerzo como el esfuerzo de fluencia. Se considera un módulo de elasticidad del acero de 200 000 MPa conforme a lo establecido en la Norma Ecuatoriana de la Construcción [NEC 15. Hormigón Armado 3.4.1], que equivalen a 2 039 400 kg/cm<sup>2</sup>

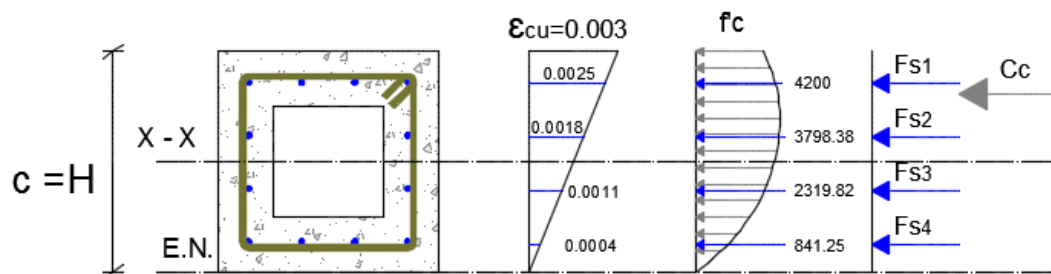
$$f_s = E_s * \epsilon_s$$

$$f_{s1} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s2} = 0,001863 * 2039400 \frac{kg}{cm^2} = 3798,38 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s3} = 0,0011138 * 2039400 \frac{kg}{cm^2} = 2319,82 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s4} = 0,000413 * 2039400 \frac{kg}{cm^2} = 841,25 \frac{kg}{cm^2}$$



**Figura. 42.** Deformaciones y esfuerzos en la sección transversal cuadrada

- d) Se determinan las fuerzas generadas por el hormigón y el acero, para el hormigón es necesario usar integración porque se utiliza la curva real esfuerzo-deformación.

**Tabla 5.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro (cm)	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Área	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	Centro de Gravedad	Momento [kg-cm]
0,0000	0,00	0,00		40	0,00		0,00
0,0001	1,33	14,31	9,54	40	381,50	0,667	254,33
0,0002	2,67	28,33	28,43	40	1137,02	2,000	2274,05
0,0003	4,00	42,06	46,93	40	1877,10	3,333	6256,99
0,0004	5,33	55,47	65,02	40	2600,68	4,667	12136,50
0,0005	6,67	68,53	82,67	40	3306,66	6,000	19839,97
0,0006	8,00	81,24	99,85	40	3993,87	7,333	29288,36
0,0007	9,33	93,55	116,53	40	4661,03	8,667	40395,61
0,0008	10,67	105,45	132,67	20	2653,40	10,000	26534,05

0,0009	12,00	116,91	148,24	20	2964,88	11,333	33602,00
0,0010	13,33	127,90	163,21	20	3264,18	12,667	41346,31
0,0011	14,67	138,39	177,52	20	3550,49	14,000	49706,82
0,0012	16,00	148,33	191,15	20	3822,92	15,333	58618,15
0,0013	17,33	157,71	204,03	20	4080,56	16,667	68009,32
0,0014	18,67	166,47	216,12	20	4322,40	18,000	77803,23
0,0015	20,00	174,58	227,37	20	4547,39	19,333	87916,21
0,0016	21,33	182,00	237,72	20	4754,39	20,667	98257,43
0,0017	22,67	188,67	247,11	20	4942,20	22,000	108728,39
0,0018	24,00	194,55	255,48	20	5109,52	23,333	119222,23
0,0019	25,33	199,58	262,75	20	5254,99	24,667	129623,08
0,0020	26,67	203,71	268,86	20	5377,13	26,000	139805,34
0,0021	28,00	206,87	273,72	20	5474,37	27,333	149632,87
0,0022	29,33	209,01	277,25	20	5545,05	28,667	158958,19
0,0023	30,67	210,05	279,37	40	11174,77	30,000	335242,99
0,0024	32,00	209,91	279,97	40	11198,92	31,333	350899,49
0,0025	33,33	208,53	278,96	40	11158,50	32,667	364511,09
0,0026	34,67	205,81	276,23	40	11049,18	34,000	375672,09
0,0027	36,00	201,67	271,66	40	10866,32	35,333	383943,32
0,0028	37,33	196,01	265,12	40	10604,99	36,667	388849,59
0,0029	38,67	188,73	256,50	40	10259,91	38,000	389876,73
0,0030	40,00	179,72	245,64	40	9825,47	39,333	386468,55
				$\Sigma$	169759,81	$\Sigma$	4433673,27

En donde:

$\epsilon_c$ : Corresponde a la deformación en el hormigón con un incremento de  $0,0001$ , en un intervalo de  $0,0000$  a  $0,0030$ .

Distancia al Eje Neutro: Es la distancia desde cada una de las deformaciones al eje neutro.

$f_c$ : Es el esfuerzo real que se produce para cada deformación usando la ecuación Ec. 2.14.

Área: Es el área formada por cada uno de los trapecios en que se divide la curva para lograr la integración numérica.

Profundidad: Es el ancho que tiene la sección transversal para cada deformación.

Volumen: Equivale a la fuerza producida por cada trapecio en que se dividió la curva para la integración numérica.

Centro de Gravedad: Es la posición a la que se encuentra el centro de gravedad de cada trapecio en que se dividió la curva para la integración numérica.

Momento: Resulta de multiplicar el volumen por el centro de gravedad para obtener el momento generado por cada trapecio en que se dividió la curva para la integración numérica.

Para determinar la fuerza del hormigón  $Cc$  es necesario sumar todas las casillas correspondientes al volumen.

$$Cc = 169759,81 \text{ kg}$$

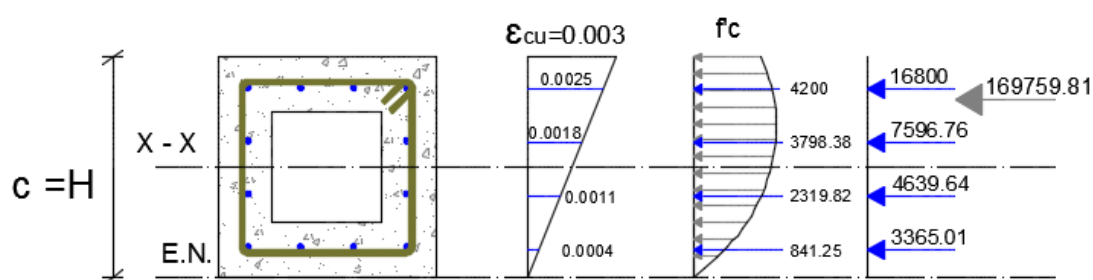
Las fuerzas generadas por el acero se obtienen usando la ecuación Ec. 2.16 para cada fibra del acero.

$$Fs = fs * As$$

**Tabla 6.**

Esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada

Fibra	fsi [kg/cm <sup>2</sup> ]	Asi [cm <sup>2</sup> ]	Fsi [kg]
1	4200,00	4,000	16800,00
2	3798,38	2,000	7596,76
3	2319,82	2,000	4639,64
4	841,25	4,000	3365,01



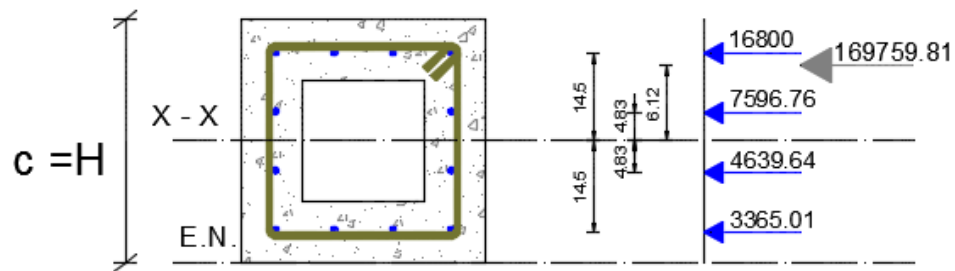
**Figura. 43.** Deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada

Para hallar la fuerza nominal total se suman todas las fuerzas del hormigón y el acero teniendo en cuenta el sentido de cada una.

$$Pn = 169759,81 + 16800,00 + 7596,76 + 4639,64 + 3365,01$$

$$Pn = 202161,22 \text{ kg} = 202,16 \text{ T}$$

- e) Se calculan los momentos flectores respecto al eje centroidal de la sección. En primer lugar es necesario hallar las posiciones de los brazos de palanca de cada fibra de acero, y tener en cuenta la posición de la fuerza de compresión  $Cc$  respecto del eje centroidal.



**Figura. 44.** Fuerzas y brazos de palanca en la sección transversal cuadrada

$$Mn = Fs * bp$$

**Tabla 7.**

Fuerzas y momentos en la sección transversal cuadrada.

Fibra	Fs [kg]	bp [cm]	Mn [kg,cm]
1	16800,00	14,50	243600,00
2	7596,76	4,83	36717,70
3	4639,64	4,83	-22424,90
4	3365,01	14,50	-48792,65

Para encontrar la posición en la que se encuentra ubicada la fuerza del hormigón  $Cc$  respecto del eje neutro es necesario determinar el momento que realiza la fuerza  $Cc$  respecto del eje neutro, sumando todas las casillas correspondientes a momento.

$$\text{Momento respecto del E.N.} = 4433673,27 \text{ kg.cm}$$

De esta manera se puede encontrar la posición a la que se encuentra ubicada la fuerza  $Cc$  respecto del eje neutro se divide el momento para la fuerza

$$d_{EN} = \frac{4433673,27 \text{ kg.cm}}{169759,81 \text{ kg}} = 26,12 \text{ cm}$$



Posteriormente se obtiene la distancia a la que se encuentra la fuerza  $Cc$  respecto al eje centroidal ubicado en  $H/2$ .

$$d_{Cc} = \frac{H}{2} - (c - d_{EN})$$

$$d_{Cc} = \frac{40}{2} - (40 - 26,12) = 6,12 \text{ cm}$$

De tal manera que el momento generado por el hormigón alrededor del eje centroidal es:

$$M_{Cc} = Cc * d_{Cc}$$

$$M_{Cc} = 169759,81 \text{ kg} * 6,12 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = 1038477,05 \text{ kg.cm}$$

Para hallar el Momento nominal total en este punto se suman todos los momentos generados por el acero y el hormigón, considerando el sentido anti horario positivo y el sentido horario negativo.

$$Mn = 1038477,05 + 243600,00 + 36717,70 - 22424,90 - 48792,65$$

$$Mn = 1247577,20 \text{ kg.cm} = 12,48 \text{ T.m}$$

- f) Finalmente para generar una curva de diseño a partir de los puntos de una curva nominal es necesario multiplicar la fuerza y el momento por el factor  $\Phi$ , debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es menor a 0,002 se asume  $\Phi$  de 0,65 en concordancia con la Tabla 1.

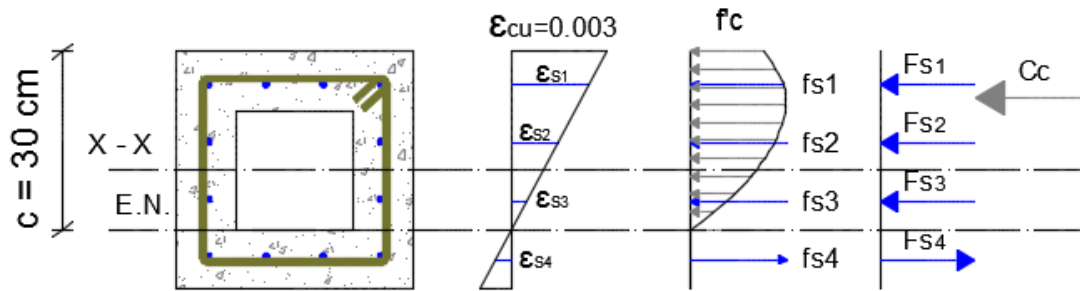
$$P = Pn * \Phi$$

$$P = 202,16 \text{ T} * 0,65 = 131,40 \text{ T}$$

$$M = 12,48 \text{ T.m} * 0,65 = 8,11 \text{ T.m}$$

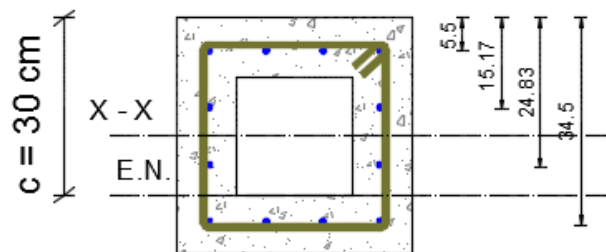
### 3.2.3. Punto 3: Eje neutro en $c=30$ cm

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal.



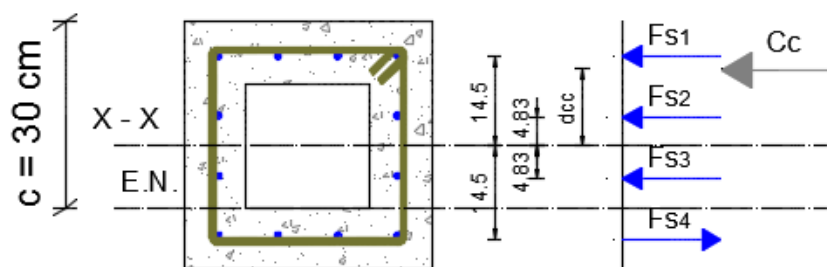
**Figura. 45.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal.



**Figura. 46.** Posición de las varillas en la sección transversal cuadrada

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal.



**Figura. 47.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal cuadrada

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal.

**Tabla 8.**

Contribución del acero en la sección transversal cuadrada.

Fibra	Posición [cm]	$\epsilon_{si}$	f <sub>si</sub> [kg/cm <sup>2</sup> ]	Asi [cm <sup>2</sup> ]	Fsi [kg]	Bpi [cm]	Mni [kg.cm]
1	5,50	0,002450	4200,00	4,000	16800,00	14,50	243600,00
2	15,17	0,001483	3025,11	2,000	6050,22	4,83	29242,73
3	24,83	0,000517	1053,69	2,000	2107,38	4,83	-10185,67
4	34,50	0,000450	917,73	4,000	-3670,92	14,50	53228,34
$\Sigma$ Fsi					21286,68	$\Sigma$ Msi	315885,40

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal.

**Tabla 9.**

Cálculo de la fuerza del hormigón.

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro (cm)	f <sub>c</sub> [kg/cm <sup>2</sup> ]	Área	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	Centro de Gravedad	Momento [kg-cm]
0,0000	0,00	0,00		40	0,00		0,00
0,0001	1,00	14,31	7,15	20	143,06	0,500	71,53
0,0002	2,00	28,33	21,32	20	426,38	1,500	639,58
0,0003	3,00	42,06	35,20	20	703,91	2,500	1759,78
0,0004	4,00	55,47	48,76	20	975,25	3,500	3413,39
0,0005	5,00	68,53	62,00	20	1240,00	4,500	5579,99
0,0006	6,00	81,24	74,89	20	1497,70	5,500	8237,35
0,0007	7,00	93,55	87,39	20	1747,89	6,500	11361,26
0,0008	8,00	105,45	99,50	20	1990,05	7,500	14925,40
0,0009	9,00	116,91	111,18	20	2223,66	8,500	18901,13
0,0010	10,00	127,90	122,41	20	2448,14	9,500	23257,30
0,0011	11,00	138,39	133,14	20	2662,87	10,500	27960,08
0,0012	12,00	148,33	143,36	20	2867,19	11,500	32972,71
0,0013	13,00	157,71	153,02	20	3060,42	12,500	38255,24
0,0014	14,00	166,47	162,09	20	3241,80	13,500	43764,32
0,0015	15,00	174,58	170,53	20	3410,54	14,500	49452,87
0,0016	16,00	182,00	178,29	20	3565,79	15,500	55269,81
0,0017	17,00	188,67	185,33	20	3706,65	16,500	61159,72
0,0018	18,00	194,55	191,61	20	3832,14	17,500	67062,51
0,0019	19,00	199,58	197,06	20	3941,24	18,500	72912,98
0,0020	20,00	203,71	201,64	40	8065,69	19,500	157281,00
0,0021	21,00	206,87	205,29	40	8211,56	20,500	168336,98
0,0022	22,00	209,01	207,94	40	8317,58	21,500	178827,96
0,0023	23,00	210,05	209,53	40	8381,07	22,500	188574,18
0,0024	24,00	209,91	209,98	40	8399,19	23,500	197380,96
0,0025	25,00	208,53	209,22	40	8368,88	24,500	205037,49
0,0026	26,00	205,81	207,17	40	8286,88	25,500	211315,55
0,0027	27,00	201,67	203,74	40	8149,74	26,500	215968,12

0,0028	28,00	196,01	198,84	40	7953,74	27,500	218727,90
0,0029	29,00	188,73	192,37	40	7694,94	28,500	219305,66
0,0030	30,00	179,72	184,23	40	7369,10	29,500	217388,56
				$\Sigma$	132883,08	$\Sigma$	2715101,31

$$C_c = 132833,08 \text{ kg}$$

Momento respecto del E. N. = 2 715 101,31 kg.cm

$$d_{EN} = \frac{2715101,31 \text{ kg.cm}}{132883,08 \text{ kg}} = 20,43 \text{ cm}$$

$$d_{Cc} = \frac{40}{2} - (30 - 20,43) = 10,43 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = C_c * d_{Cc}$$

$$M_{Cc} = 132833,08 \text{ kg} * 10,43 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = 1386270,53 \text{ kg.cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal.

$$P_n = C_c + \sum F_{si} \qquad M_n = M_{Cc} + \sum M_{si}$$

$$P_n = 132833,08 \text{ kg} + 21286,68 \text{ kg} \qquad M_n = 1386 270,53 + 315885,34$$

$$P_n = 154169,76 \text{ kg} \qquad M_n = 1702155,93 \text{ kg.cm}$$

$$P_n = 154,17 \text{ T} \qquad M_n = 17,02 \text{ T.m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es menor a 0,002 se asume  $\Phi$  de 0,65 en concordancia con la Tabla 1.

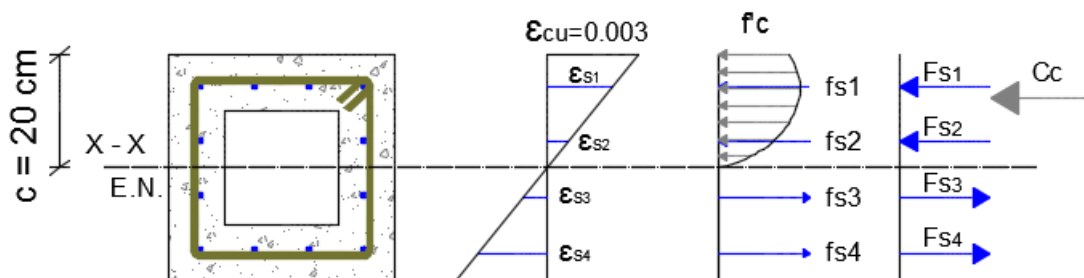
$$P = P_n * \Phi \qquad M = M_n * \Phi$$

$$P = 154,17 \text{ T} * 0,65 \qquad M = 17,02 \text{ T.m} * 0,65$$

$$P = 100,21 \text{ T} \qquad M = 11,06 \text{ T.m}$$

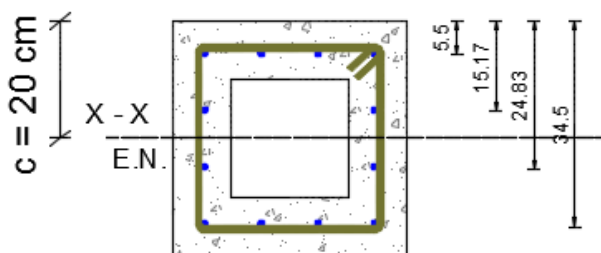
### 3.2.4. Punto 4: Eje neutro en $c=20$ cm

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal.



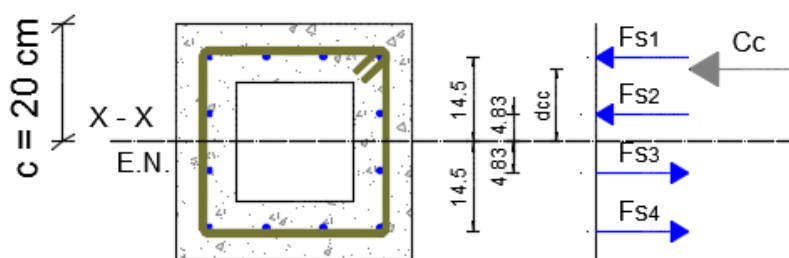
**Figura. 48.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal.



**Figura. 49.** Posición de las varillas en la sección transversal cuadrada

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal.



**Figura. 50.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal cuadrada

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal.

**Tabla 10.**

Contribución del acero en la sección transversal cuadrada.

Fibra	Posición [cm]	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$A_{si}$ [cm <sup>2</sup> ]	$F_{si}$ [kg]	$B_{pi}$ [cm]	$M_{ni}$ [kg.cm]
1	5,50	0,002175	4200,00	4,000	16800,00	14,50	243600,00
2	15,17	0,000725	1478,56	2,000	2957,13	4,83	14292,79
3	24,83	0,000725	1478,56	2,000	-2957,13	4,83	14292,79
4	34,50	0,002175	4200,00	4,000	-16800,00	14,50	243600,00
$\Sigma F_{si}$					0,00	$\Sigma M_{si}$	515785,59

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal.

**Tabla 11.**

Cálculo de la fuerza del hormigón.

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro (cm)	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Área	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	Centro de Gravedad	Momento [kg-cm]
0,0000	0,00	0,00		20	0,00		0,00
0,0001	0,67	14,31	4,77	20	95,37	0,333	31,79
0,0002	1,33	28,33	14,21	20	284,26	1,000	284,26
0,0003	2,00	42,06	23,46	20	469,27	1,667	782,12
0,0004	2,67	55,47	32,51	20	650,17	2,333	1517,06
0,0005	3,33	68,53	41,33	20	826,67	3,000	2480,00
0,0006	4,00	81,24	49,92	20	998,47	3,667	3661,04
0,0007	4,67	93,55	58,26	20	1165,26	4,333	5049,45
0,0008	5,33	105,45	66,34	20	1326,70	5,000	6633,51
0,0009	6,00	116,91	74,12	20	1482,44	5,667	8400,50
0,0010	6,67	127,90	81,60	20	1632,09	6,333	10336,58
0,0011	7,33	138,39	88,76	20	1775,24	7,000	12426,70
0,0012	8,00	148,33	95,57	20	1911,46	7,667	14654,54
0,0013	8,67	157,71	102,01	20	2040,28	8,333	17002,33
0,0014	9,33	166,47	108,06	20	2161,20	9,000	19450,81
0,0015	10,00	174,58	113,68	40	4547,39	9,667	43958,10
0,0016	10,67	182,00	118,86	40	4754,39	10,333	49128,72
0,0017	11,33	188,67	123,55	40	4942,20	11,000	54364,20
0,0018	12,00	194,55	127,74	40	5109,52	11,667	59611,12
0,0019	12,67	199,58	131,37	40	5254,99	12,333	64811,54
0,0020	13,33	203,71	134,43	40	5377,13	13,000	69902,67

0,0021	14,00	206,87	136,86	40	5474,37	13,667	74816,44
0,0022	14,67	209,01	138,63	40	5545,05	14,333	79479,09
0,0023	15,33	210,05	139,68	40	5587,38	15,000	83810,75
0,0024	16,00	209,91	139,99	40	5599,46	15,667	87724,87
0,0025	16,67	208,53	139,48	40	5579,25	16,333	91127,77
0,0026	17,33	205,81	138,11	40	5524,59	17,000	93918,02
0,0027	18,00	201,67	135,83	40	5433,16	17,667	95985,83
0,0028	18,67	196,01	132,56	40	5302,49	18,333	97212,40
0,0029	19,33	188,73	128,25	40	5129,96	19,000	97469,18
0,0030	20,00	179,72	122,82	40	4912,74	19,667	96617,14
				$\Sigma$	100892,97	$\Sigma$	1342648,53

$$C_c = 100892,97 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E. N.} = 1342648,53 \text{ kg. cm}$$

$$d_{EN} = \frac{1342648,53 \text{ kg. cm}}{100892,97 \text{ kg}} = 13,31 \text{ cm}$$

$$d_{cc} = \frac{40}{2} - (20 - 13,31) = 13,31 \text{ cm}$$

$$M_{cc} = C_c * d_{cc}$$

$$M_{cc} = 100892,97 \text{ kg} * 13,31 \text{ cm}$$

$$M_{cc} = 1342648,53 \text{ kg. cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal.

$$P_n = C_c + \sum F_{si}$$

$$M_n = M_{cc} + \sum M_{si}$$

$$P_n = 100892,97 + 0,00$$

$$M_n = 1342648,53 + 515785,59$$

$$P_n = 100\ 892,97 \text{ kg}$$

$$M_n = 1858434,12 \text{ kg. cm}$$

$$P_n = 100,89 \text{ T}$$

$$M_n = 18,58 \text{ T. m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es mayor a 0,002 y menor a 0,005, se determina  $\Phi$  utilizando la ecuación de la Tabla 1.

$$\Phi = 0,65 + 0,25 * \frac{\epsilon_t - \epsilon_{ty}}{0,005 - \epsilon_{ty}}$$

$$\Phi = 0,65 + 0,25 * \frac{0,002175 - 0,002}{0,005 - 0,002}$$

$$\Phi = 0,6646$$

$$P = P_n * \Phi$$

$$M = M_n * \Phi$$

$$P = 100,89 T * 0,6646$$

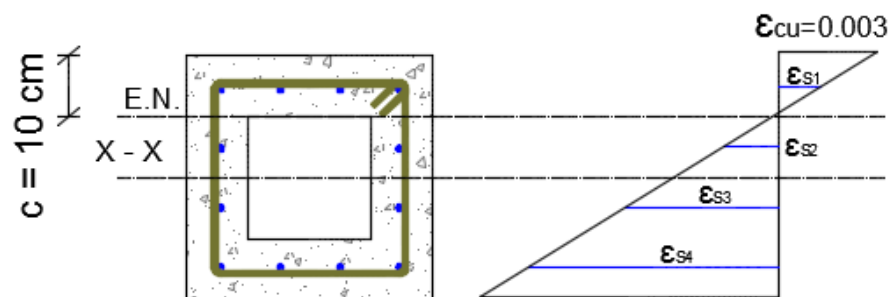
$$M = 18,58 T.m * 0,6646$$

$$P = 67,05 T$$

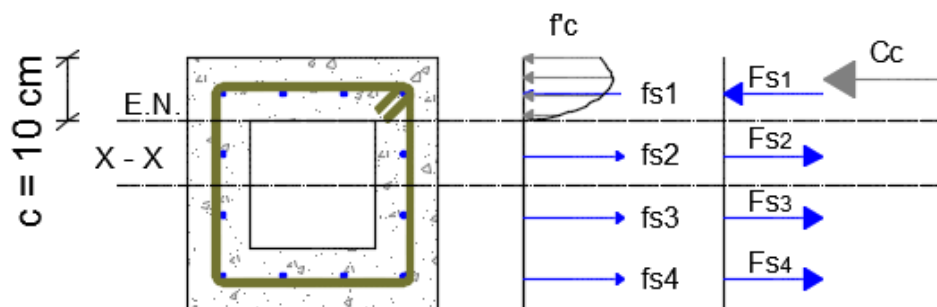
$$M = 12,35 T.m$$

### 3.2.5. Punto 5: Eje neutro en c=10 cm

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal.



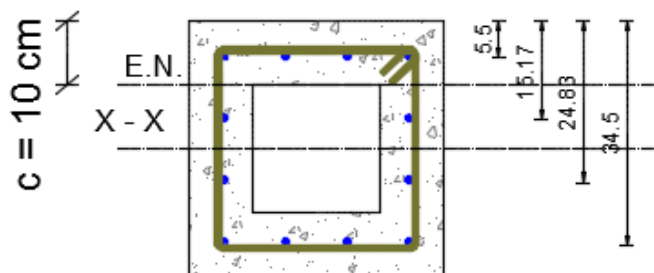
**Figura. 51.** Esquema de deformaciones en la sección transversal cuadrada



**Figura. 52.** Esquema de esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada

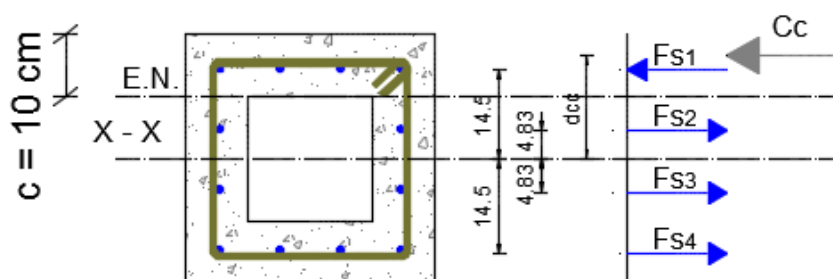
- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal.





**Figura. 53.** Posición de las varillas en la sección transversal cuadrada

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal.



**Figura. 54.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal cuadrada

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal.

**Tabla 12.**

Contribución del acero en la sección transversal cuadrada

Fibra	Posición [cm]	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$A_{si}$ [cm <sup>2</sup> ]	$F_{si}$ [kg]	$B_{pi}$ [cm]	$M_{ni}$ [kg.cm]
1	5,50	0,001350	2753,19	4,000	11012,76	14,50	159685,02
2	15,17	0,001550	3161,07	2,000	-6322,14	4,83	-30557,01
3	24,83	0,004450	4200,00	2,000	-8400,00	4,83	40600,00
4	34,50	0,007350	4200,00	4,000	16800,00	14,50	243600,00
				$\Sigma F_{si}$	20509,38	$\Sigma M_{si}$	413328,01

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal.

**Tabla 13.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro (cm)	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Área	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	Centro de Gravedad	Momento [kg-cm]
0,0000	0,00	0,00		40	0,00		0,00
0,0001	0,33	14,31	2,38	40	95,37	0,167	15,90
0,0002	0,67	28,33	7,11	40	284,26	0,500	142,13
0,0003	1,00	42,06	11,73	40	469,27	0,833	391,06
0,0004	1,33	55,47	16,25	40	650,17	1,167	758,53
0,0005	1,67	68,53	20,67	40	826,67	1,500	1240,00
0,0006	2,00	81,24	24,96	40	998,47	1,833	1830,52
0,0007	2,33	93,55	29,13	40	1165,26	2,167	2524,73
0,0008	2,67	105,45	33,17	40	1326,70	2,500	3316,76
0,0009	3,00	116,91	37,06	40	1482,44	2,833	4200,25
0,0010	3,33	127,90	40,80	40	1632,09	3,167	5168,29
0,0011	3,67	138,39	44,38	40	1775,24	3,500	6213,35
0,0012	4,00	148,33	47,79	40	1911,46	3,833	7327,27
0,0013	4,33	157,71	51,01	40	2040,28	4,167	8501,16
0,0014	4,67	166,47	54,03	40	2161,20	4,500	9725,40
0,0015	5,00	174,58	56,84	40	2273,69	4,833	10989,53
0,0016	5,33	182,00	59,43	40	2377,20	5,167	12282,18
0,0017	5,67	188,67	61,78	40	2471,10	5,500	13591,05
0,0018	6,00	194,55	63,87	40	2554,76	5,833	14902,78
0,0019	6,33	199,58	65,69	40	2627,49	6,167	16202,89
0,0020	6,67	203,71	67,21	40	2688,56	6,500	17475,67
0,0021	7,00	206,87	68,43	40	2737,19	6,833	18704,11
0,0022	7,33	209,01	69,31	40	2772,53	7,167	19869,77
0,0023	7,67	210,05	69,84	40	2793,69	7,500	20952,69
0,0024	8,00	209,91	69,99	40	2799,73	7,833	21931,22
0,0025	8,33	208,53	69,74	40	2789,63	8,167	22781,94
0,0026	8,67	205,81	69,06	40	2762,29	8,500	23479,51
0,0027	9,00	201,67	67,91	40	2716,58	8,833	23996,46
0,0028	9,33	196,01	66,28	40	2651,25	9,167	24303,10
0,0029	9,67	188,73	64,12	40	2564,98	9,500	24367,30
0,0030	10,00	179,72	61,41	40	2456,37	9,833	24154,28
				$\Sigma$	58855,93	$\Sigma$	361339,81

$$C_c = 58855,93 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E. N.} = 361339,81 \text{ kg. cm}$$

$$d_{EN} = \frac{361339,81 \text{ kg.cm}}{58855,93 \text{ kg}} = 6,14 \text{ cm}$$

$$d_{Cc} = \frac{40}{2} - (10 - 6,14) = 16,14 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = Cc * d_{Cc}$$

$$M_{Cc} = 58855,93 \text{ kg} * 16,14 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = 949899,06 \text{ kg.cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal.

$$Pn = Cc + \sum Fsi$$

$$Mn = M_{Cc} + \sum Msi$$

$$Pn = 58855,93 - 20509,38$$

$$Mn = 949899,06 + 413328,01$$

$$Pn = 38346,55 \text{ kg}$$

$$Mn = 1363227,07 \text{ kg.cm}$$

$$Pn = 38,35 \text{ T}$$

$$Mn = 13,63 \text{ T.m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es mayor a 0,005, por lo que el factor  $\Phi$  se asume 0,90 en concordancia con la Tabla 1.

$$P = Pn * \Phi$$

$$M = Mn * \Phi$$

$$P = 38,35 \text{ T} * 0,90$$

$$M = 13,63 \text{ T.m} * 0,90$$

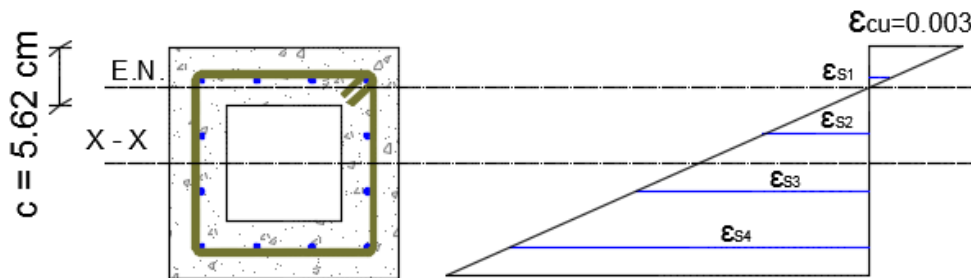
$$P = 34,51 \text{ T}$$

$$M = 12,27 \text{ T.m}$$

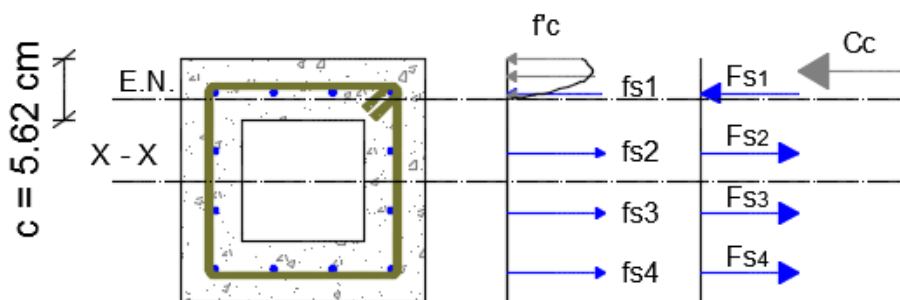
### 3.2.6. Punto 6: Flexión Pura $c=5,62004225$ cm

El punto  $c=5,62004225$  se obtiene de forma iterativa hasta que el valor de la carga  $P$  sea aproximadamente cero.

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal.

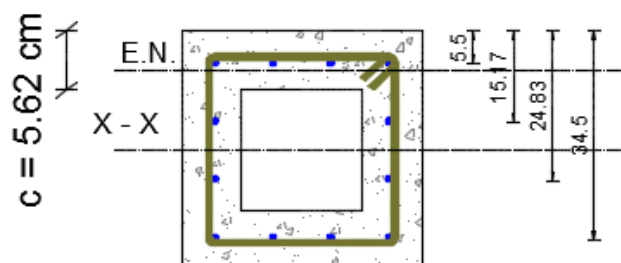


**Figura. 55.** Esquema de deformaciones en la sección transversal cuadrada



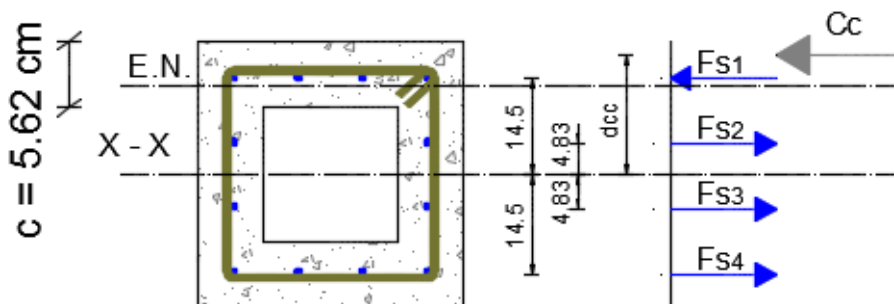
**Figura. 56.** Esquema de esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal.



**Figura. 57.** Posición de las varillas en la sección transversal cuadrada

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal.



**Figura. 58.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal cuadrada

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal.

**Tabla 14.**

Contribución del acero en la sección transversal cuadrada

Fibra	Posición [cm]	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$A_{si}$ [cm <sup>2</sup> ]	$F_{si}$ [kg]	$B_{pi}$ [cm]	$M_{ni}$ [kg.cm]
1	5,50	0,000064	130,68	4,000	522,73	14,50	7579,60
2	15,17	0,005096	4200,00	2,000	-8400,00	4,83	-40600,00
3	24,83	0,010256	4200,00	2,000	-8400,00	4,83	40600,00
4	34,50	0,015416	4200,00	4,000	-	14,50	243600,00
					16800,00		
				$\Sigma F_{si}$	-	$\Sigma M_{si}$	251179,60
					33077,27		

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal.

**Tabla 15.** Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro (cm)	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Área	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	Centro de Gravedad	Momento [kg-cm]
0,0000	0,00	0,00		40	0,00		0,00
0,0001	0,19	14,31	1,34	40	53,60	0,094	5,02
0,0002	0,37	28,33	3,99	40	159,75	0,281	44,89
0,0003	0,56	42,06	6,59	40	263,73	0,468	123,52
0,0004	0,75	55,47	9,13	40	365,40	0,656	239,58
0,0005	0,94	68,53	11,61	40	464,59	0,843	391,65
0,0006	1,12	81,24	14,03	40	561,14	1,030	578,17
0,0007	1,31	93,55	16,37	40	654,88	1,218	797,43

0,0008	1,50	105,45	18,64	40	745,61	1,405	1047,59
0,0009	1,69	116,91	20,83	40	833,14	1,592	1326,64
0,0010	1,87	127,90	22,93	40	917,24	1,780	1632,40
0,0011	2,06	138,39	24,94	40	997,69	1,967	1962,48
0,0012	2,25	148,33	26,86	40	1074,25	2,154	2314,31
0,0013	2,44	157,71	28,67	40	1146,65	2,342	2685,08
0,0014	2,62	166,47	30,37	40	1214,60	2,529	3071,76
0,0015	2,81	174,58	31,95	40	1277,83	2,716	3471,03
0,0016	3,00	182,00	33,40	40	1335,99	2,904	3879,31
0,0017	3,18	188,67	34,72	40	1388,77	3,091	4292,72
0,0018	3,37	194,55	35,89	40	1435,79	3,278	4707,02
0,0019	3,56	199,58	36,92	40	1476,66	3,466	5117,66
0,0020	3,75	203,71	37,77	40	1510,98	3,653	5519,67
0,0021	3,93	206,87	38,46	40	1538,31	3,840	5907,67
0,0022	4,12	209,01	38,95	40	1558,17	4,028	6275,84
0,0023	4,31	210,05	39,25	40	1570,07	4,215	6617,88
0,0024	4,50	209,91	39,34	40	1573,46	4,402	6926,95
0,0025	4,68	208,53	39,19	40	1567,78	4,590	7195,65
0,0026	4,87	205,81	38,81	40	1552,42	4,777	7415,97
0,0027	5,06	201,67	38,17	40	1526,73	4,964	7579,25
0,0028	5,25	196,01	37,25	40	1490,01	5,152	7676,10
0,0029	5,43	188,73	36,04	40	1441,53	5,339	7696,38
0,0030	5,62	179,72	34,51	40	1380,49	5,526	7629,10
				$\Sigma$	33077,28	$\Sigma$	114128,72

$$C_c = 33077,28 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E.N.} = 114128,72 \text{ kg.cm}$$

$$d_{EN} = \frac{114128,72 \text{ kg.cm}}{33077,28 \text{ kg}} = 3,45 \text{ cm}$$

$$d_{Cc} = \frac{40}{2} - (5,6200 - 3,45) = 17,83 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = C_c * d_{Cc}$$

$$M_{Cc} = 33077,28 \text{ kg} * 17,82 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = 589778,59 \text{ kg.cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal.

$$P_n = C_c + \sum F_{si}$$

$$M_n = M_{Cc} + \sum M_{si}$$

$$P_n = 33077,28 - 33\ 077,27$$

$$M_n = 589778,59 + 251179,60$$

$$P_n = 0,01\ kg$$

$$M_n = 840958,19\ kg.cm$$

$$P_n \approx 0,00\ T$$

$$M_n = 8,41\ T.m$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es mayor a 0,005 se asume  $\Phi$  de 0,90 en concordancia con la Tabla 1.

$$P = P_n * \Phi$$

$$M = M_n * \Phi$$

$$P = 0,00\ T * 0,90$$

$$M = 8,41\ T.m * 0,90$$

$$P \approx 0,00\ T$$

$$M = 7,57\ T.m$$

### 3.2.7. Punto 7: Punto Balanceado en $c=C_b$

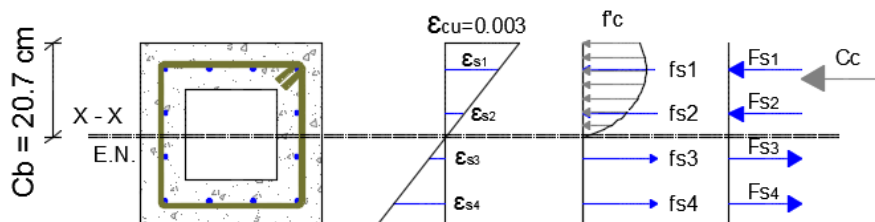
La posición del eje neutro  $C_b$  se determina utilizando la ecuación Ec. 2.17.

$$C_b = d \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}$$

$$C_b = 34,50 * \frac{0,003}{0,003 + 0,002}$$

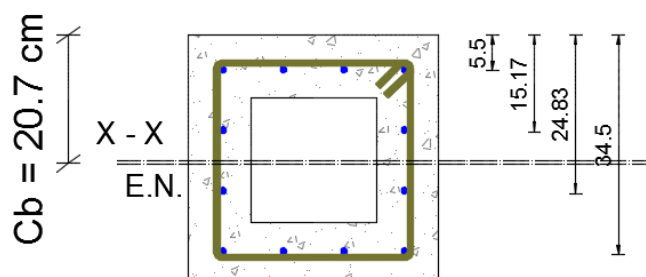
$$C_b = 20,70\ cm$$

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal.



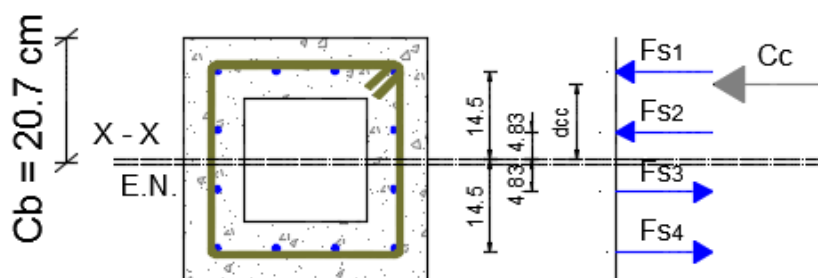
**Figura. 59.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal cuadrada

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal.



**Figura. 60.** Posición de las varillas en la sección transversal cuadrada

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal.



**Figura. 61.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal cuadrada

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal.

**Tabla 16.**

Contribución del acero en la sección transversal cuadrada

Fibra	Posición [cm]	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$A_{si}$ [cm <sup>2</sup> ]	$F_{si}$ [kg]	$B_{pi}$ [cm]	$M_{ni}$ [kg.cm]
1	5,50	0,002203	4200,00	4,000	16800,00	14,50	243600,00
2	15,17	0,000802	1635,46	2,000	3270,92	4,83	15809,45
3	24,83	0,000599	1221,67	2,000	-2443,34	4,83	11809,47
4	34,50	0,002000	4078,80	4,000	-	14,50	236570,40
				$\Sigma F_{si}$	1312,38	$\Sigma M_{si}$	507789,33



- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal.

**Tabla 17.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro (cm)	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Área	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	Centro de Gravedad	Momento [kg-cm]
0,0000	0,00	0,00		20	0,00		0,00
0,0001	0,69	14,31	4,94	20	98,71	0,345	34,06
0,0002	1,38	28,33	14,71	20	294,20	1,035	304,50
0,0003	2,07	42,06	24,28	20	485,70	1,725	837,83
0,0004	2,76	55,47	33,65	20	672,93	2,415	1625,11
0,0005	3,45	68,53	42,78	20	855,60	3,105	2656,63
0,0006	4,14	81,24	51,67	20	1033,41	3,795	3921,80
0,0007	4,83	93,55	60,30	20	1206,04	4,485	5409,10
0,0008	5,52	105,45	68,66	20	1373,14	5,175	7105,98
0,0009	6,21	116,91	76,72	20	1534,33	5,865	8998,83
0,0010	6,90	127,90	84,46	20	1689,21	6,555	11072,80
0,0011	7,59	138,39	91,87	20	1837,38	7,245	13311,80
0,0012	8,28	148,33	98,92	20	1978,36	7,935	15698,31
0,0013	8,97	157,71	105,58	20	2111,69	8,625	18213,32
0,0014	9,66	166,47	111,84	20	2236,84	9,315	20836,19
0,0015	10,35	174,58	117,66	20	2353,27	10,005	23544,51
0,0016	11,04	182,00	123,02	40	4920,80	10,695	52627,91
0,0017	11,73	188,67	127,88	40	5115,18	11,385	58236,29
0,0018	12,42	194,55	132,21	40	5288,36	12,075	63856,92
0,0019	13,11	199,58	135,97	40	5438,91	12,765	69427,74
0,0020	13,80	203,71	139,13	40	5565,33	13,455	74881,49
0,0021	14,49	206,87	141,65	40	5665,98	14,145	80145,24
0,0022	15,18	209,01	143,48	40	5739,13	14,835	85139,99
0,0023	15,87	210,05	144,57	40	5782,94	15,525	89780,17
0,0024	16,56	209,91	144,89	40	5795,44	16,215	93973,08
0,0025	17,25	208,53	144,36	40	5774,53	16,905	97618,35
0,0026	17,94	205,81	142,95	40	5717,95	17,595	100607,33
0,0027	18,63	201,67	140,58	40	5623,32	18,285	102822,42
0,0028	19,32	196,01	137,20	40	5488,08	18,975	104136,35
0,0029	20,01	188,73	132,74	40	5309,51	19,665	104411,42
0,0030	20,70	179,72	127,12	40	5084,68	20,355	103498,69
				$\Sigma$	102070,95	$\Sigma$	1414734,16

$$C_c = 102070,95 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E.N.} = 1414734,16 \text{ kg.cm}$$

$$d_{EN} = \frac{1414734,16 \text{ kg.cm}}{102070,95 \text{ kg}} = 13,86 \text{ cm}$$

$$d_{Cc} = \frac{40}{2} - (20,7 - 13,86) = 13,16 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = Cc * d_{Cc}$$

$$M_{Cc} = 102070,95 \text{ kg} * 13,16 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = 1343284,50 \text{ kg.cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal.

$$Pn = Cc + \sum Fsi \qquad Mn = M_{Cc} + \sum Msi$$

$$Pn = 102070,95 + 1312,38 \qquad Mn = 1343284,50 + 507789,33$$

$$Pn = 103383,33 \text{ kg} \qquad Mn = 1851073,83 \text{ kg.cm}$$

$$Pn = 103,38 \text{ T} \qquad Mn = 18,51 \text{ T.m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es igual a 0,002 se asume  $\Phi$  de 0,65 en concordancia con la Tabla 1.

$$P = Pn * \Phi \qquad M = Mn * \Phi$$

$$P = 103,38 \text{ T} * 0,65 \qquad M = 18,51 \text{ T.m} * 0,65$$

$$P = 67,20 \text{ T} \qquad M = 12,03 \text{ T.m}$$

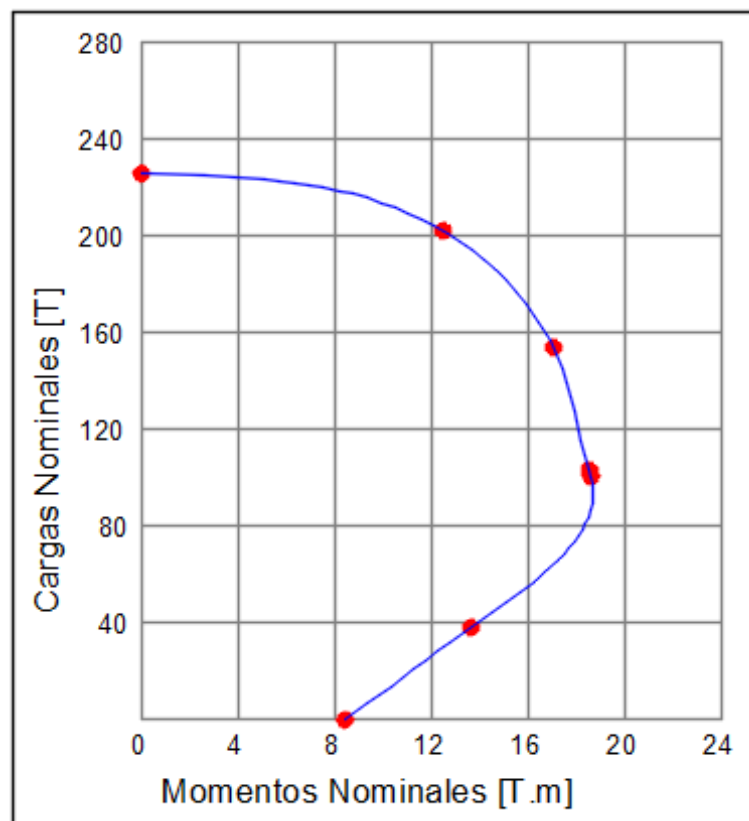
### 3.2.8. Resumen de puntos y elaboración de las curvas de interacción nominal y de diseño

**Tabla 18.**

Fuerzas y momentos de la curva nominal de la sección cuadrada

Puntos de Curva Nominal			
Punto	c [cm]	Pn [T]	Mn [T.m]

1	Infinito	266,07	0,00
2	40	202,16	12,48
3	30	154,17	17,02
4	20	100,89	18,58
5	10	38,35	13,63
6	5,62004225	0,00	8,41
8	Cb=20,70	103,38	18,51

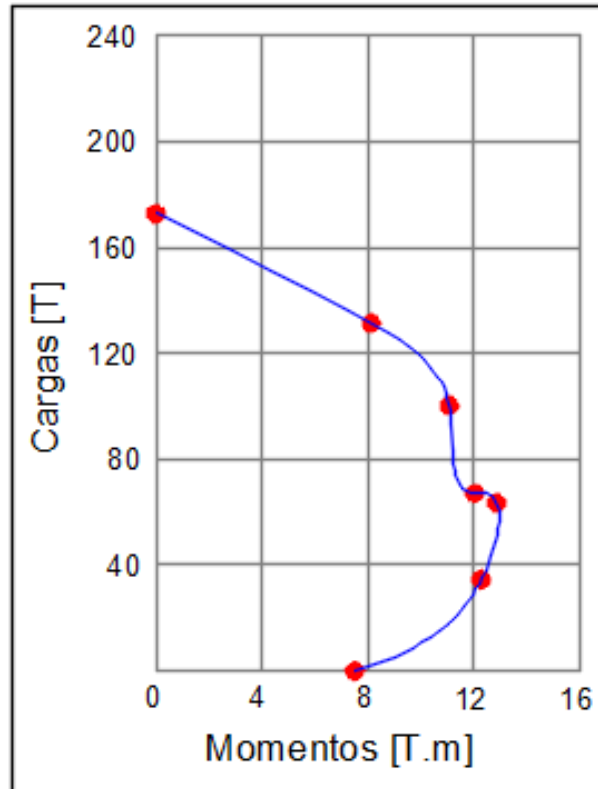


**Figura. 62.** Curva de interacción nominal con cuantía de acero del 1%

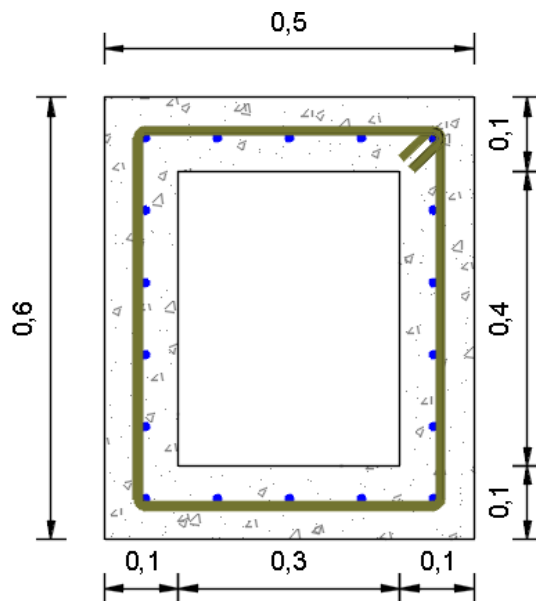
**Tabla 19.**

Fuerzas y momentos de la curva de diseño de la sección cuadrada

Puntos de Curva Diseño			
Punto	c [cm]	P [T]	M [T.m]
1	Infinito	172,94	0,00
2	40	131,40	8,11
3	30	100,21	11,06
4	20	67,05	12,35
5	10	34,51	12,27
6	5,62004225	0,00	7,57
8	Cb=20,70	67,20	12,03

**Figura. 63.** Curva de interacción de diseño con cuantía de acero del 1%

### 3.3. Elaboración de la curva de interacción para una sección rectangular



Datos:

Base ( $B$ ) = 50 cm

Altura ( $H$ ) = 60 cm

espesor = 10 cm

$$f'c = 240 \frac{kg}{cm^2}$$

$$fy = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

**Figura. 64.** Dimensiones sección transversal rectangular

$$\text{Area de hormigón } (A_g) = (B * H) - (B - 2 * \text{espesor}) * (H - 2 * \text{espesor})$$

$$\text{Area de hormigón } (A_g) = (50 * 60) - (50 - 20) * (60 - 20)$$

$$\text{Area de hormigón } (A_g) = 1800 \text{ cm}^2$$

$$\text{cuantía de acero } (\rho) = 1\% = 0,01$$

$$\text{recubrimiento} = 5,50 \text{ cm}$$

$$\text{Area de Acero requerida } (A_{st}) = 0,01 * 1800 = 18,00 \text{ cm}^2$$

$$\text{Espaciamiento aproximado} \cong 10 \text{ cm}$$

$$\text{Número aproximado de varillas en } H = \frac{(H - 2 * \text{recubrimiento})}{10}$$

$$\text{Número aproximado de varillas en } H = 4,90 \rightarrow 5 \text{ varillas}$$

$$\text{Número exacto de varillas en } H = 5 + 1 = 6$$

$$\text{Número aproximado de varillas en } B = \frac{(B - 2 * \text{recubrimiento})}{10}$$

$$\text{Número aproximado de varillas en } B = 3,90 \rightarrow 4 \text{ varillas}$$

$$\text{Número exacto de varillas en } B = 4 + 1 = 5$$

$$\text{espaciamiento exacto en } H (eH) = \frac{(H - 2 * \text{recubrimiento})}{\text{Número exacto de varillas en } H - 1}$$

$$\text{espaciamiento exacto en } H (eH) = \frac{(60 - 2 * 5,5)}{6 - 1} = 9,80 \text{ cm}$$

$$\text{espaciamiento exacto en } B (eB) = \frac{(B - 2 * \text{recubrimiento})}{\text{Número exacto de varillas en } B - 1}$$

$$\text{espaciamiento exacto en } B (eB) = \frac{(50 - 2 * 5,5)}{5 - 1} = 9,75 \text{ cm}$$

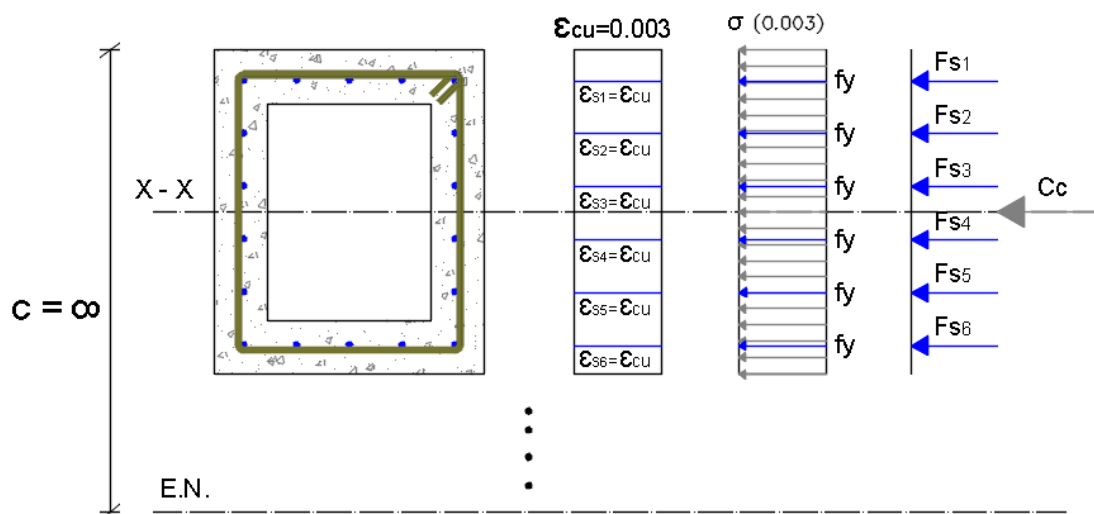
$$\text{Número total de varillas} = 2 * (\text{varillas en } H) + 2 * (\text{varillas en } B) - 4$$

$$\text{Número total de varillas} = 18$$

$$\text{Area de Acero de cada varilla} = \frac{A_{st}}{n} = \frac{18,00}{18} = 1,00 \text{ cm}^2$$

### 3.3.1. Punto 1: Compresión Pura (eje neutro en el infinito)

a) Se define la posición del eje neutro en el infinito.



**Figura. 65.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular

- b) Para este punto la deformación se asume igual en el hormigón y todas las fibras de acero, y es igual a la máxima deformación en el hormigón.

$$\varepsilon_{cu} = \varepsilon_s = 0,003$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,003$$

$$\varepsilon_{s2} = 0,003$$

$$\varepsilon_{s3} = 0,003$$

$$\varepsilon_{s4} = 0,003$$

$$\varepsilon_{s5} = 0,003$$

$$\varepsilon_{s6} = 0,003$$

- c) Se determinan los esfuerzos en el hormigón y en el acero. Para el hormigón se toma un bloque con un esfuerzo igual al que se produce con la deformación máxima  $0,003$ , para el acero siguiendo el modelo bilineal para una deformación mayor a  $0,002$  se toma el esfuerzo como el esfuerzo de fluencia  $f_y$ .

Para el esfuerzo del bloque de hormigón se hace uso de la ecuación Ec. 2.13.

$$\sigma_{240} = -37,3 (e^{812,9*\varepsilon} - 1) + 0,85[72500 + 10000\sqrt{240}] * \varepsilon$$

$$\sigma_{240} = -37,3 (e^{812,9*0,003} - 1) + 0,85[72500 + 10000\sqrt{240}] * 0,003$$

$$f_{c240} = 189,83 \frac{kg}{cm^2}$$

Para el acero se tiene:

$$f_{s1} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

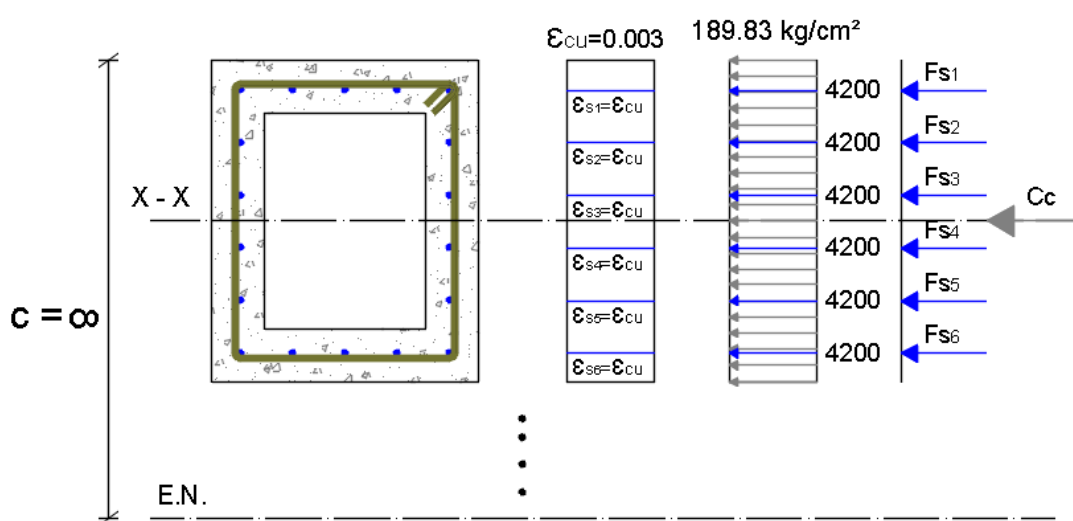
$$f_{s2} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s3} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s4} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s5} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s6} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$



**Figura. 66.** Esfuerzos en la sección transversal rectangular  
d) Se determinan las fuerzas generadas por el hormigón y el acero. Para el hormigón se calcula el volumen de presión que ejerce el esfuerzo sobre la sección transversal.

$$C_c = f_{c_{240}} * A_g$$

$$C_c = 189,83 \frac{kg}{cm^2} * 1800 cm^2$$

$$C_c = 341695,52 kg$$

Las fuerzas generadas por el acero se obtienen usando la ecuación Ec. 2.16 para cada fibra de acero.

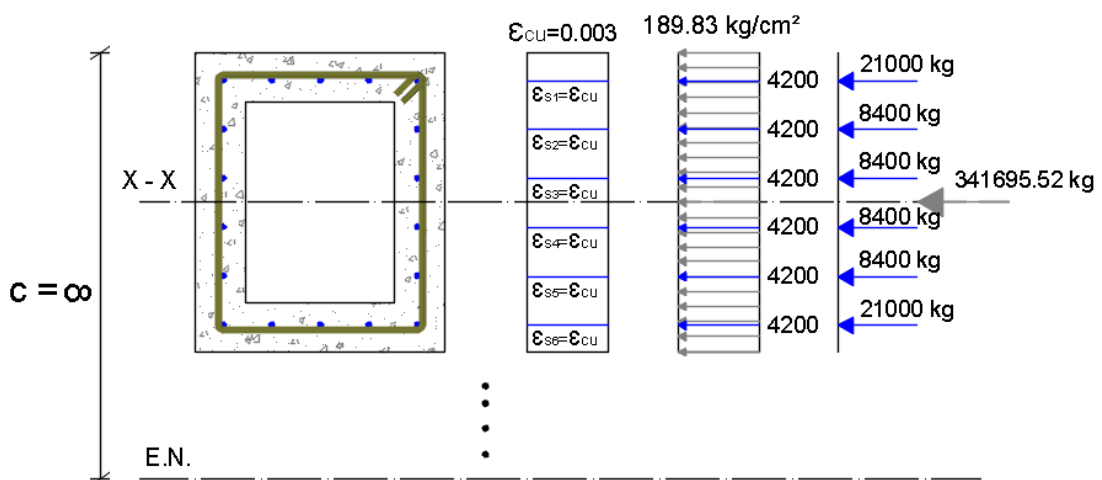
$$F_s = f_s * A_s$$



**Tabla 20.**

Esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular

Fibra	fs [kg/cm <sup>2</sup> ]	As [cm <sup>2</sup> ]	Fs [kg]
1	4200	5,00	21000,00
2	4200	2,00	8400,00
3	4200	2,00	8400,00
4	4200	2,00	8400,00
5	4200	2,00	8400,00
6	4200	5,00	21000,00

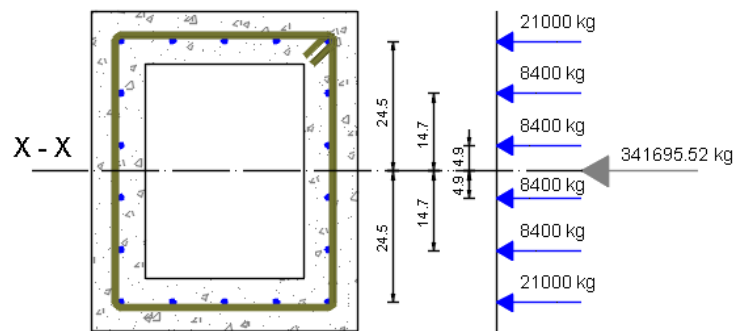
**Figura. 67.** Fuerzas en la sección transversal rectangular

Para hallar la fuerza nominal total se suman todas las fuerzas del hormigón y el acero teniendo en cuenta el sentido de cada una.

$$P_n = 341695,52 + 21000,00 + 8400,00 + 8400,00 + 8400,00 + 8400,00 + 21000,00$$

$$P_n = 417,295 T$$

- e) Se calculan los momentos flectores respecto al eje centroidal de la sección. En primer lugar es necesario hallar las posiciones de los brazos de palanca de cada fibra de acero, y tener en cuenta que la fuerza de compresión  $C_c$  se ubica sobre el eje por lo que en este punto no genera momento.



**Figura. 68.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal rectangular

$$Mn = Fs * bp$$

**Tabla 21.**

Fuerzas y momentos en la sección transversal rectangular

Fibra	Fs [kg]	bp [cm]	Mn [kg,cm]
1	21000,00	24,50	514500,00
2	8400,00	14,70	123480,00
3	8400,00	4,90	41160,00
4	8400,00	4,90	-41160,00
5	8400,00	14,70	-123480,00
6	21000,00	24,50	-514500,00

Para hallar el Momento nominal total en este punto se suman todos los momentos generados por el acero, pues en este punto el hormigón no genera momento flector.

$$Mn = 514500,00 + 123480,00 + 41160,00 - 41160,00 - 123480,00 - 514500,00$$

$$Mn = 0,00 \text{ kg.cm}$$

- f) Finalmente para generar una curva de diseño a partir de los puntos de una curva nominal es necesario multiplicar la fuerza y el momento por el factor  $\Phi$ , que para este punto asume 0.65 por estar en compresión pura toda la sección transversal.

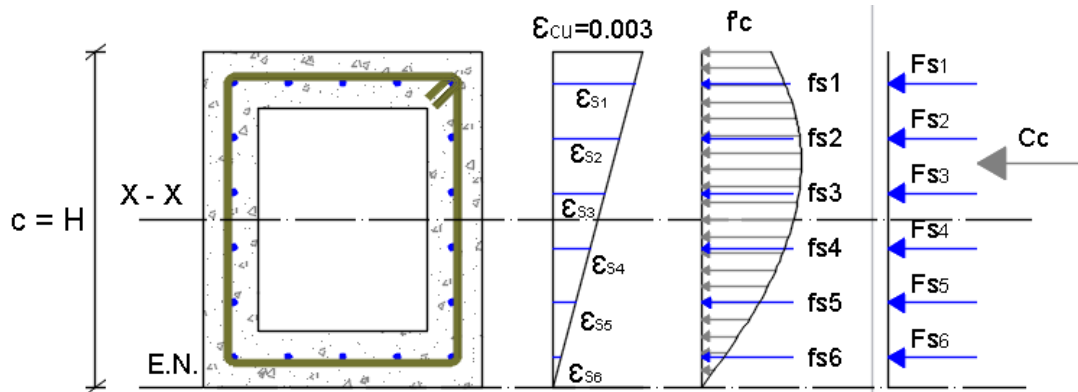
$$P = Pn * \Phi$$

$$P = 417,295 \text{ T} * 0,65 = 271,242 \text{ T}$$

$$M = Mn * 0,65 = 0.00 \text{ T.m}$$

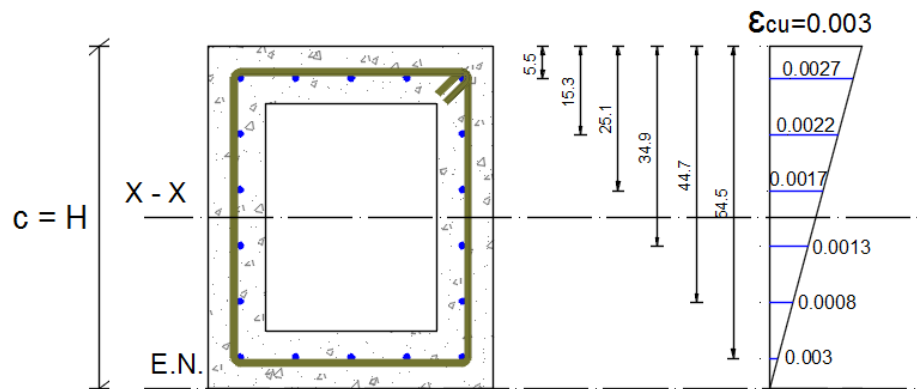
### 3.3.2. Punto 2: Eje neutro en $c=H$

a) Se define la posición del eje neutro en  $c=H$ .



**Figura. 69.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular

b) Se determinan las deformaciones en las fibras de acero a partir de la deformación unitaria máxima en el hormigón con el uso de la ecuación Ec. 2.11.



**Figura. 70.** Posición de las varillas y deformaciones en la sección transversal rectangular

$$\epsilon_{si} = \epsilon_{cu} * \frac{y_i - c}{c}$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,003 * \frac{5,5 - 60}{60} = |-0,0027|$$

$$\varepsilon_{s2} = 0,003 * \frac{15,3 - 60}{60} = |-0,0022|$$

$$\varepsilon_{s3} = 0,003 * \frac{25,1 - 60}{60} = |-0,0017|$$

$$\varepsilon_{s4} = 0,003 * \frac{34,9 - 60}{60} = |-0,0013|$$

$$\varepsilon_{s5} = 0,003 * \frac{44,7 - 60}{60} = |-0,0008|$$

$$\varepsilon_{s6} = 0,003 * \frac{54,5 - 60}{60} = |-0,0003|$$

- c) Se determinan los esfuerzos en el hormigón y en el acero. Para el esfuerzo del bloque de hormigón se hace uso de la ecuación Ec. 2.13, de esta manera se obtiene el esfuerzo para cada deformación del hormigón en un intervalo que va desde 0,000 a 0,003.

$$\sigma_{240} = -37,3 (e^{812,9*\varepsilon} - 1) + 0,85[72500 + 10000\sqrt{240}] * \varepsilon$$

**Tabla 22.**

Esfuerzos en el hormigón en función de las deformaciones unitarias.

$\varepsilon_c$	$f_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )
0,0000	0,00
0,0001	16,17
0,0002	32,08
0,0003	47,69
0,0004	62,99
0,0005	77,95
0,0006	92,54
0,0007	106,72
0,0008	120,47
0,0009	133,75
0,001	146,52
0,0011	158,73
0,0012	170,33
0,0013	181,28

0,0014	191,53
0,0015	201,00
0,0016	209,64
0,0017	217,37
0,0018	224,12
0,0019	229,81
0,0020	234,34
0,0021	237,61
0,0022	239,53
0,0023	239,97
0,0024	238,81
0,0025	235,92
0,0026	231,15
0,0027	224,33
0,0028	215,30
0,0029	203,87
0,0030	189,83

Los esfuerzos en cada fibra de acero se obtienen con la ecuación Ec. 2.15. siempre que la deformación sea menor o igual a la máxima deformación del acero 0,002; en caso de ser mayor se asume el esfuerzo como el esfuerzo de fluencia. Se considera un módulo de elasticidad del acero de 200 000 MPa conforme a lo establecido en la Norma Ecuatoriana de la Construcción [NEC 15. Hormigón Armado 3.4.1], que equivalen a 2039400 kg/cm<sup>2</sup>

$$f_s = E_s * \epsilon_s$$

$$f_{s1} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

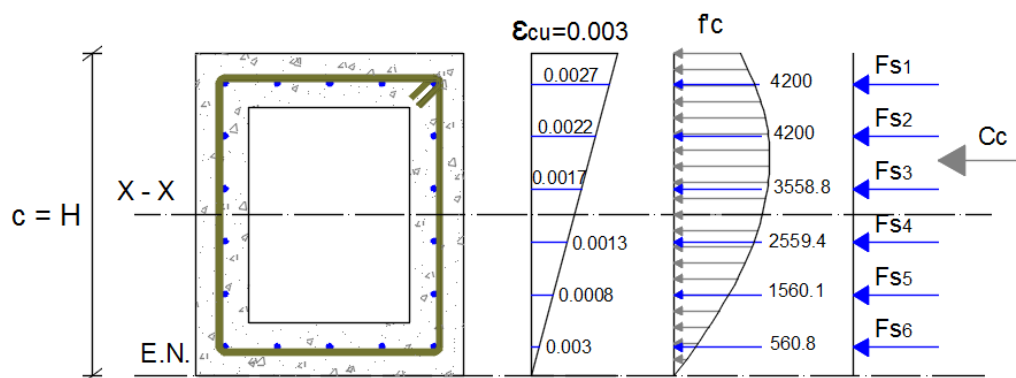
$$f_{s2} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s3} = 0,0017 * 2039400 \frac{kg}{cm^2} = 3558,8 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s4} = 0,0013 * 2039400 \frac{kg}{cm^2} = 2559,4 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s5} = 0,0008 * 2039400 \frac{kg}{cm^2} = 1560,1 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s6} = 0,0003 * 2039400 \frac{kg}{cm^2} = 560,8 \frac{kg}{cm^2}$$



**Figura. 71.** Deformaciones y esfuerzos en la sección transversal rectangular

- d) Se determinan las fuerzas generadas por el hormigón y el acero, para el hormigón es necesario usar integración porque se utiliza la curva real esfuerzo-deformación.

**Tabla 23.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro (cm)	$f_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Área	Profundidad (cm)	Volumen (kg)	Centro de Gravedad	Momento (kg.cm)
0,0000	0,00	0,00		50	0,00		0,00
0,0001	2,00	16,17	16,17	50	808,59	1,000	808,59
0,0002	4,00	32,08	48,25	50	2412,41	3,000	7237,22
0,0003	6,00	47,69	79,77	50	3988,34	5,000	19941,68
0,0004	8,00	62,99	110,68	50	5534,02	7,000	38738,16
0,0005	10,00	77,95	140,94	50	7046,90	9,000	63422,12
0,0006	12,00	92,54	170,48	20	3409,68	11,000	37506,48
0,0007	14,00	106,72	199,26	20	3985,16	13,000	51807,08
0,0008	16,00	120,47	227,19	20	4543,89	15,000	68158,41
0,0009	18,00	133,75	254,22	20	5084,46	17,000	86435,88
0,001	20,00	146,52	280,27	20	5605,33	19,000	106501,28
0,0011	22,00	158,73	305,24	20	6104,83	21,000	128201,35
0,0012	24,00	170,33	329,06	20	6581,14	23,000	151366,25
0,0013	26,00	181,28	351,62	20	7032,31	25,000	175807,81
0,0014	28,00	191,53	372,81	20	7456,21	27,000	201317,67
0,0015	30,00	201,00	392,53	20	7850,52	29,000	227665,21

0,0016	32,00	209,64	410,64	20	8212,75	31,000	254595,28
0,0017	34,00	217,37	427,01	20	8540,17	33,000	281825,67
0,0018	36,00	224,12	441,49	20	8829,84	35,000	309044,38
0,0019	38,00	229,81	453,93	20	9078,56	37,000	335906,59
0,002	40,00	234,34	464,14	20	9282,86	39,000	362031,37
0,0021	42,00	237,61	471,95	20	9438,97	41,000	386997,97
0,0022	44,00	239,53	477,14	20	9542,83	43,000	410341,87
0,0023	46,00	239,97	479,50	20	9590,01	45,000	431550,36
0,0024	48,00	238,81	478,78	20	9575,70	47,000	450057,70
0,0025	50,00	235,92	474,73	50	23736,73	49,000	1163099,58
0,0026	52,00	231,15	467,07	50	23353,36	51,000	1191021,40
0,0027	54,00	224,33	455,48	50	22773,83	53,000	1207012,86
0,0028	56,00	215,30	439,63	50	21981,51	55,000	1208983,28
0,0029	58,00	203,87	419,17	50	20958,40	57,000	1194628,85
0,003	60,00	189,83	393,70	50	19684,94	59,000	1161411,62

En donde:

$\epsilon_c$ : Corresponde a la deformación en el hormigón con un incremento de  $0,0001$ , en un intervalo de  $0,0000$  a  $0,0030$ .

Distancia al Eje Neutro: Es la distancia desde cada una de las deformaciones al eje neutro.

$f_c$ : Es el esfuerzo real que se produce para cada deformación usando la ecuación Ec. 2.14.

Área: Es el área formada por cada uno de los trapecios en que se divide la curva para lograr la integración numérica.

Profundidad: Es el ancho que tiene la sección transversal para cada deformación.

Volumen: Equivale a la fuerza producida por cada trapecio en que se dividió la curva para la integración numérica.

Centro de Gravedad: Es la posición a la que se encuentra el centro de gravedad de cada trapecio en que se dividió la curva para la integración numérica.

Momento: Resulta de multiplicar el volumen por el centro de gravedad para obtener el momento generado por cada trapezio en que se dividió la curva para la integración numérica.

Para determinar la fuerza del hormigón  $C_c$  es necesario sumar todas las casillas correspondientes al volumen.

$$C_c = 292024,26 \text{ kg}$$

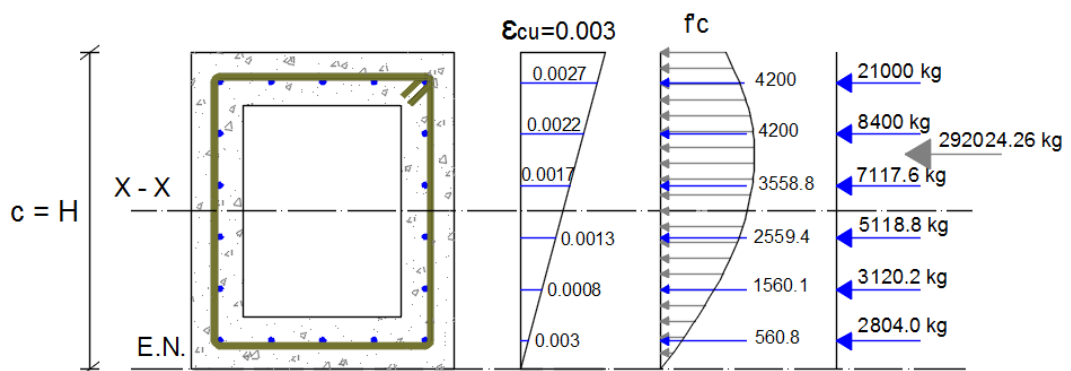
Las fuerzas generadas por el acero se obtienen usando la ecuación Ec. 2.16 para cada fibra del acero.

$$F_s = f_s * A_s$$

**Tabla 24.**

Esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular

Fibra	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$A_{si}$ [m <sup>2</sup> ]	$F_{si}$ [kg]
1	4200,00	5,000	21000,00
2	4200,00	2,000	8400,00
3	3558,80	2,000	7117,60
4	2559,40	2,000	5118,80
5	1560,10	2,000	3120,20
6	560,80	5,000	2804,00



**Figura. 72.** Deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular

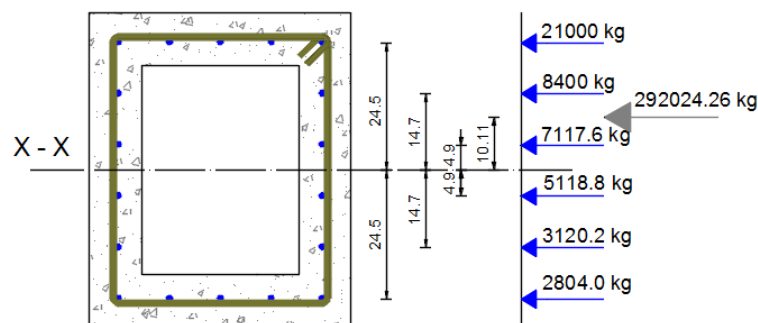
Para hallar la fuerza nominal total se suman todas las fuerzas del hormigón y el acero teniendo en cuenta el sentido de cada una.



$$P_n = 292024,26 + 21000,00 + 8400,00 + 7117,60 + 5118,80 + 3120,20 + 2804,00$$

$$P_n = 339585,12 \text{ kg} = 339,58 \text{ T}$$

- e) Se calculan los momentos flectores respecto al eje centroidal de la sección. En primer lugar es necesario hallar las posiciones de los brazos de palanca de cada fibra de acero, y tener en cuenta la posición de la fuerza de compresión  $C_c$  respecto del eje centroidal.



**Figura. 73.** Fuerzas y brazos de palanca en la sección transversal rectangular

$$M_n = F_s * b_p$$

**Tabla 25.**

Fuerzas y momentos en la sección transversal rectangular

Fibra	Fs [kg]	bp [cm]	Mn [kg,cm]
1	21000,00	24,50	514500,00
2	8400,00	14,70	123480,00
3	7117,60	4,90	34876,24
4	5118,80	4,90	-25082,12
5	3120,20	14,70	-45866,94
6	2804,00	24,50	-68698,00

Para encontrar la posición en la que se encuentra ubicada la fuerza del hormigón  $C_c$  respecto del eje neutro es necesario determinar el momento que realiza la fuerza  $C_c$  respecto del eje neutro, sumando todas las casillas correspondientes a momento.

$$\text{Momento respecto del E. N.} = 11713423,97 \text{ kg.cm}$$

De esta manera se puede encontrar la posición a la que se encuentra ubicada la fuerza  $C_c$  respecto del eje neutro se divide el momento para la fuerza

$$d_{EN} = \frac{11713423,97 \text{ kg.cm}}{292024,26 \text{ kg}} = 40,11 \text{ cm}$$

Posteriormente se obtiene la distancia a la que se encuentra la fuerza  $C_c$  respecto al eje centroidal ubicado en  $H/2$ .

$$d_{Cc} = \frac{H}{2} - (c - d_{EN})$$

$$d_{Cc} = \frac{60}{2} - (60 - 40,11) = 10,11 \text{ cm}$$

De tal manera que el momento generado por el hormigón alrededor del eje centroidal es:

$$M_{Cc} = C_c * d_{Cc}$$

$$M_{Cc} = 292024,26 \text{ kg} * 10,11 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = 2952696,06 \text{ kg.cm}$$

Para hallar el Momento nominal total en este punto se suman todos los momentos generados por el acero y el hormigón, considerando el sentido anti horario positivo y el sentido horario negativo.

$$M_n = 2952696,06 + 514500,00 + 123480,00 + 34876,24 - 25082,12 \\ - 45866,94 - 68698,00$$

$$M_n = 3485898,83 \text{ kg.cm}$$

$$M_n = 34,86 \text{ T.m}$$

- f) Finalmente para generar una curva de diseño a partir de los puntos de una curva nominal es necesario multiplicar la fuerza y el momento por el factor  $\Phi$ , debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es menor a 0,002 se asume  $\Phi$  de 0,65 en concordancia con la Tabla 1.

$$P = P_n * \Phi$$

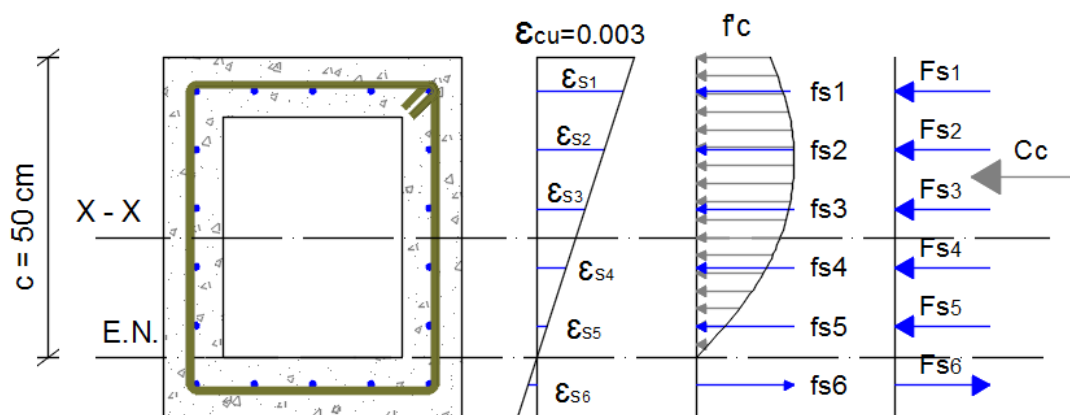
$$P = 339,58 T * 0,65 = 220,73 T$$

$$M = 34,86 T.m * 0,65$$

$$M = 22,66 T.m$$

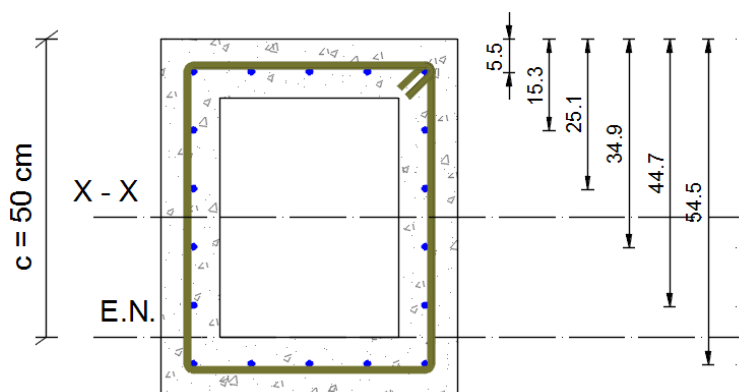
### 3.3.3. Punto 3: Eje neutro en $c=50$ cm

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal.



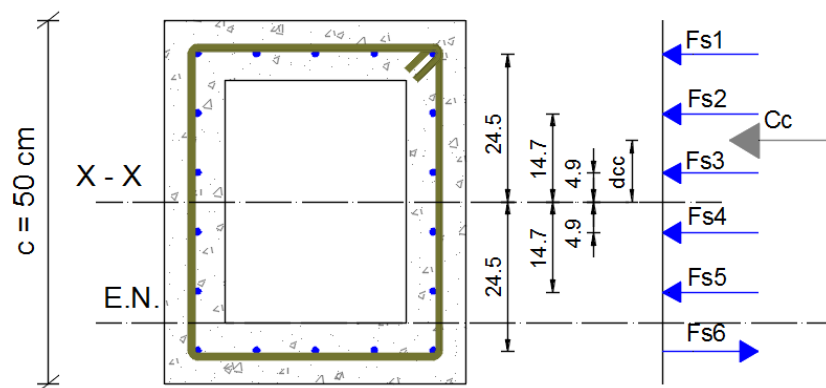
**Figura. 74.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal.



**Figura. 75.** Posición de las varillas en la sección transversal rectangular

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal.



**Figura. 76.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal rectangular

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal.

**Tabla 26.**

Contribución del acero en la sección transversal rectangular

Fibra	Posición (cm)	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$A_{si}$ (cm <sup>2</sup> )	$F_{si}$ (kg)	$B_{pi}$ (cm)	$M_{ni}$ (kg.cm)
1	5,50	0,002670	4200,00	5,000	21000,00	24,50	514500,00
2	15,30	0,002082	4200,00	2,000	8400,00	14,70	123480,00
3	25,10	0,001494	3046,86	2,000	6093,73	4,90	29859,26
4	34,90	0,000906	1847,70	2,000	3695,39	4,90	-18107,42
5	44,70	0,000318	648,53	2,000	1297,06	14,70	-19066,76
6	54,50	0,000270	550,64	5,000	-2753,19	24,50	67453,16
$\Sigma F_{si}$					37732,99	$\Sigma M_{si}$	698118,24

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal.

**Tabla 27.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro [cm]	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Área	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	Centro de Gravedad	Momento [kg.cm]
0,0000	0,00	0,00		50	0,00		0,00
0,0001	1,67	16,17	13,48	20	269,53	0,833	224,61
0,0002	3,33	32,08	40,21	20	804,14	2,500	2010,34
0,0003	5,00	47,69	66,47	20	1329,45	4,167	5539,36

0,0004	6,67	62,99	92,23	20	1844,67	5,833	10760,60
0,0005	8,33	77,95	117,45	20	2348,97	7,500	17617,26
0,0006	10,00	92,54	142,07	20	2841,40	9,167	26046,17
0,0007	11,67	106,72	166,05	20	3320,97	10,833	35977,14
0,0008	13,33	120,47	189,33	20	3786,58	12,500	47332,23
0,0009	15,00	133,75	211,85	20	4237,05	14,167	60024,92
0,0010	16,67	146,52	233,56	20	4671,11	15,833	73959,22
0,0011	18,33	158,73	254,37	20	5087,36	17,500	89028,72
0,0012	20,00	170,33	274,21	20	5484,28	19,167	105115,45
0,0013	21,67	181,28	293,01	20	5860,26	20,833	122088,76
0,0014	23,33	191,53	310,68	20	6213,51	22,500	139803,94
0,0015	25,00	201,00	327,11	20	6542,10	24,167	158100,84
0,0016	26,67	209,64	342,20	20	6843,96	25,833	176802,28
0,0017	28,33	217,37	355,84	20	7116,81	27,500	195712,27
0,0018	30,00	224,12	367,91	20	7358,20	29,167	214614,15
0,0019	31,67	229,81	378,27	20	7565,46	30,833	233268,47
0,0020	33,33	234,34	386,79	20	7735,71	32,500	251410,67
0,0021	35,00	237,61	393,29	20	7865,81	34,167	268748,59
0,0022	36,67	239,53	397,62	20	7952,36	35,833	284959,63
0,0023	38,33	239,97	399,58	20	7991,67	37,500	299687,75
0,0024	40,00	238,81	398,99	50	19949,37	39,167	781350,17
0,0025	41,67	235,92	395,61	50	19780,61	40,833	807708,04
0,0026	43,33	231,15	389,22	50	19461,13	42,500	827098,19
0,0027	45,00	224,33	379,56	50	18978,19	44,167	838203,38
0,0028	46,67	215,30	366,36	50	18317,93	45,833	839571,72
0,0029	48,33	203,87	349,31	50	17465,33	47,500	829603,37
0,0030	50,00	189,83	328,08	50	16404,12	49,167	806535,84
				Σ	245428,04	Σ	8548904,06

$$C_c = 245428,04 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E. N.} = 8548904,06 \text{ kg. cm}$$

$$d_{EN} = \frac{8548904,06 \text{ kg. cm}}{245428,04 \text{ kg}} = 34,83 \text{ cm}$$

$$d_{Cc} = \frac{60}{2} - (50 - 34,83) = 14,83 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = C_c * d_{Cc}$$

$$M_{Cc} = 245428,04 \text{ kg} * 14,83 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = 3640343,23 \text{ kg. cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal.

$$P_n = C_c + \sum F_{si} \qquad M_n = M_{Cc} + \sum M_{si}$$

$$P_n = 245428,04 \text{ kg} + 37732,99 \text{ kg} \qquad M_n = 3640343,23 + 698118,24$$

$$P_n = 283161,03 \text{ kg} \qquad M_n = 4338461,47 \text{ kg.cm}$$

$$P_n = 283,16 \text{ T} \qquad M_n = 43,38 \text{ T.m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es menor a 0,002 se asume  $\Phi$  de 0,65 en concordancia con la Tabla 1.

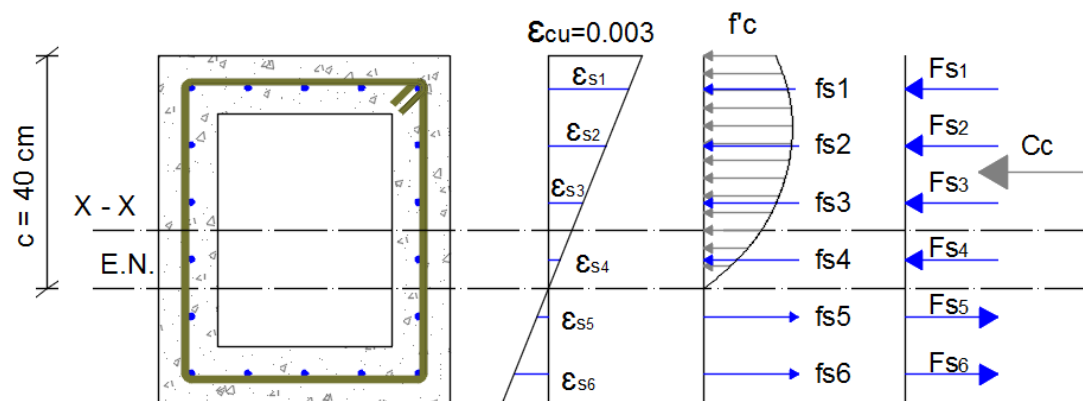
$$P = P_n * \Phi \qquad M = M_n * \Phi$$

$$P = 283,16 \text{ T} * 0,65 \qquad M = 43,38 \text{ T.m} * 0,65$$

$$P = 184,05 \text{ T} \qquad M = 28,20 \text{ T.m}$$

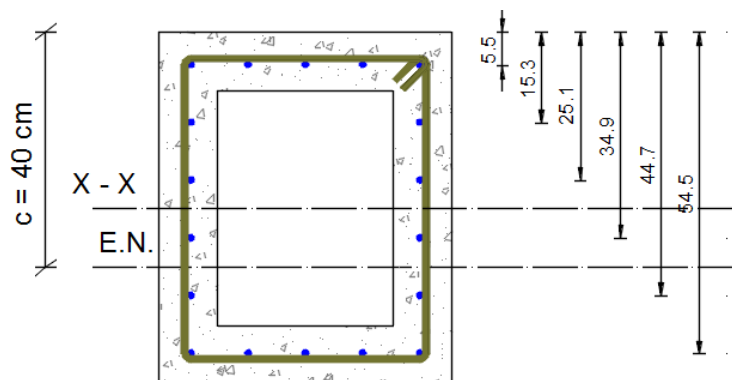
### 3.3.4. Punto 4: Eje neutro en $c=40$ cm

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal.



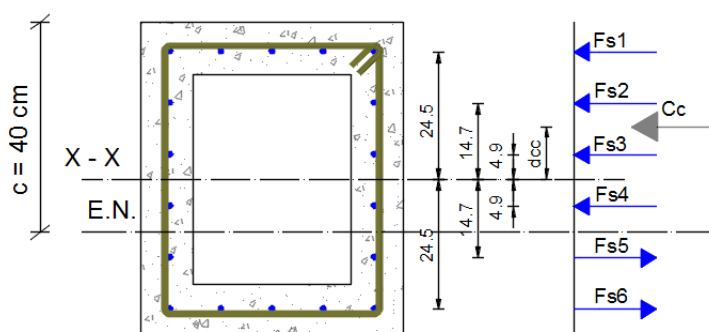
**Figura. 77.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal.



**Figura. 78.** Posición de las varillas en la sección transversal rectangular

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal.



**Figura. 79.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal rectangular

- Calculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal.

**Tabla 28.**

Contribución del acero en la sección transversal rectangular

Fibra	Posición [cm]	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$A_{si}$ [cm <sup>2</sup> ]	$F_{si}$ [kg]	$B_{pi}$ [cm]	$M_{ni}$ [kg.cm]	
1	5,50	0,002588	4200,00	5,000	21000,00	24,50	514500,00	
2	15,30	0,001853	3777,99	2,000	7555,98	14,70	111072,86	
3	25,10	0,001118	2279,03	2,000	4558,06	4,90	22334,49	
4	34,90	0,000383	780,07	2,000	1560,14	4,90	-7644,69	
5	44,70	0,000353	718,89	2,000	-1437,78	14,70	21135,32	
6	54,50	0,001088	2217,85	5,000	-11089,24	24,50	271686,32	
					$\Sigma F_{si}$		$\Sigma M_{si}$	933084,30

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal.

**Tabla 29.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro (cm)	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Área	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	Centro de Gravedad	Momento [kg-cm]
0,0000	0,00	0,00		20	0,00		0,00
0,0001	1,33	16,17	10,78	20	215,63	0,667	143,75
0,0002	2,67	32,08	32,17	20	643,31	2,000	1286,62
0,0003	4,00	47,69	53,18	20	1063,56	3,333	3545,19
0,0004	5,33	62,99	73,79	20	1475,74	4,667	6886,78
0,0005	6,67	77,95	93,96	20	1879,17	6,000	11275,04
0,0006	8,00	92,54	113,66	20	2273,12	7,333	16669,55
0,0007	9,33	106,72	132,84	20	2656,77	8,667	23025,37
0,0008	10,67	120,47	151,46	20	3029,26	10,000	30292,63
0,0009	12,00	133,75	169,48	20	3389,64	11,333	38415,95
0,0010	13,33	146,52	186,84	20	3736,89	12,667	47333,90
0,0011	14,67	158,73	203,49	20	4069,88	14,000	56978,38
0,0012	16,00	170,33	219,37	20	4387,43	15,333	67273,89
0,0013	17,33	181,28	234,41	20	4688,21	16,667	78136,80
0,0014	18,67	191,53	248,54	20	4970,81	18,000	89474,52
0,0015	20,00	201,00	261,68	20	5233,68	19,333	101184,54
0,0016	21,33	209,64	273,76	20	5475,17	20,667	113153,46
0,0017	22,67	217,37	284,67	20	5693,45	22,000	125255,85
0,0018	24,00	224,12	294,33	20	5886,56	23,333	137353,06
0,0019	25,33	229,81	302,62	20	6052,37	24,667	149291,82
0,0020	26,67	234,34	309,43	20	6188,57	26,000	160902,83
0,0021	28,00	237,61	314,63	20	6292,65	27,333	171999,10
0,0022	29,33	239,53	318,09	20	6361,89	28,667	182374,16
0,0023	30,67	239,97	319,67	50	15983,35	30,000	479500,40
0,0024	32,00	238,81	319,19	50	15959,49	31,333	500064,11
0,0025	33,33	235,92	316,49	50	15824,48	32,667	516933,15
0,0026	34,67	231,15	311,38	50	15568,91	34,000	529342,84
0,0027	36,00	224,33	303,65	50	15182,55	35,333	536450,16
0,0028	37,33	215,30	293,09	50	14654,34	36,667	537325,90
0,0029	38,67	203,87	279,45	50	13972,27	38,000	530946,16
0,0030	40,00	189,83	262,47	50	13123,30	39,333	516182,94
				$\Sigma$	205932,44	$\Sigma$	5758998,84

$$C_c = 205932,44 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E. N.} = 5758998,84 \text{ kg. cm}$$



$$d_{EN} = \frac{5758998,84 \text{ kg.cm}}{205932,44 \text{ kg}} = 27,97 \text{ cm}$$

$$d_{Cc} = \frac{60}{2} - (40 - 27,97) = 17,97 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = Cc * d_{Cc}$$

$$M_{Cc} = 205932,44 \text{ kg} * 17,97 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = 3699674,43 \text{ kg.cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal.

$$Pn = Cc + \sum Fsi \qquad Mn = M_{Cc} + \sum Msi$$

$$Pn = 205932,44 + 22147,16 \qquad Mn = 3699674,43 + 933084,30$$

$$Pn = 228079,6 \text{ kg} \qquad Mn = 4632758,73 \text{ kg.cm}$$

$$Pn = 228,08 \text{ T} \qquad Mn = 46,33 \text{ T.m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es menor a 0,002 se asume  $\Phi$  de 0,65 en concordancia con la Tabla 1.

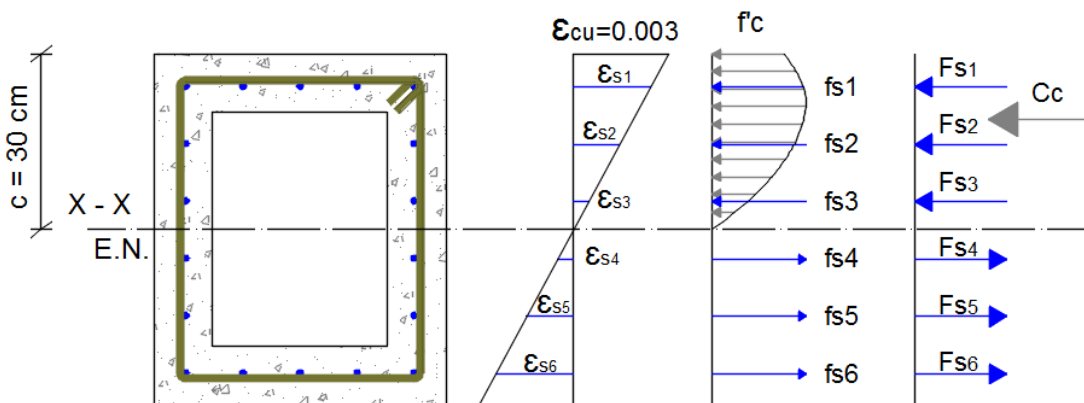
$$P = Pn * \Phi \qquad M = Mn * \Phi$$

$$P = 228,08 \text{ T} * 0,65 \qquad M = 46,33 \text{ T.m} * 0,65$$

$$P = 148,25 \text{ T} \qquad M = 30,11 \text{ T.m}$$

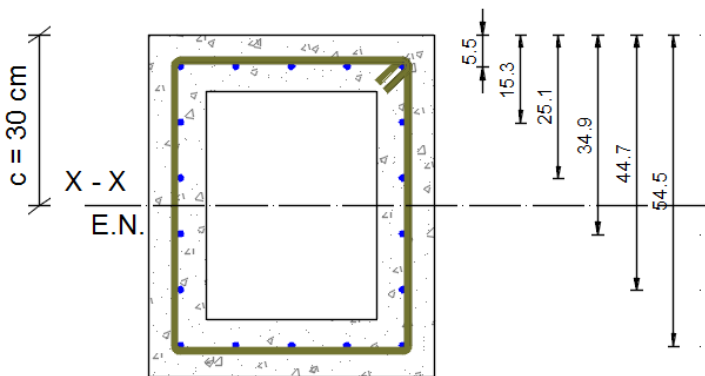
3.3.5. Punto 5: Eje neutro en  $c=30$  cm

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal.



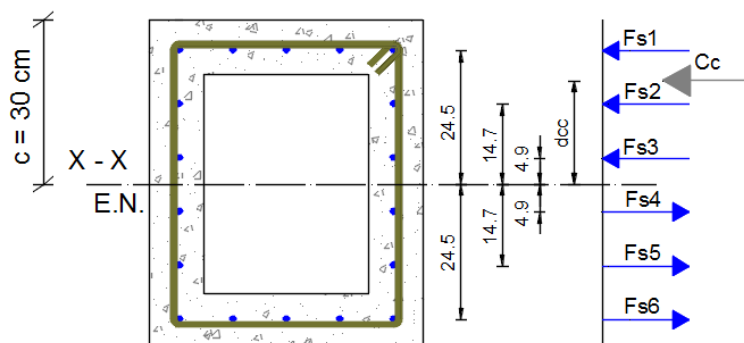
**Figura. 80.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal.



**Figura. 81.** Posición de las varillas en la sección transversal rectangular

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal.



**Figura. 82.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal rectangular

- Calculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal.

**Tabla**

**30.**

Contribución del acero en la sección transversal rectangular

Fibra	Posición [cm]	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$A_{si}$ [cm <sup>2</sup> ]	$F_{si}$ [kg]	$B_{pi}$ [cm]	$M_{ni}$ [kg.cm]
1	5,50	0,002450	4200,00	5,000	21000,00	24,50	514500,00
2	15,30	0,001470	2997,92	2,000	5995,84	14,70	88138,79
3	25,10	0,000490	999,31	2,000	1998,61	4,90	9793,20
4	34,90	0,000490	999,31	2,000	-1998,61	4,90	9793,20
5	44,70	0,001470	2997,92	2,000	-5995,84	14,70	88138,79
6	54,50	0,002450	4200,00	5,000	-21000,00	24,50	514500,00
$\Sigma F_{si}$					0,00	$\Sigma M_{si}$	1224863,98

- Calculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal.

**Tabla 31.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro (cm)	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Area	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	Centro de Gravedad	Momento [kg-cm]
0,0000	0,00	0,00		20	0,00		0,00
0,0001	1,00	16,17	8,09	20	161,72	0,500	80,86
0,0002	2,00	32,08	24,12	20	482,48	1,500	723,72

0,0003	3,00	47,69	39,88	20	797,67	2,500	1994,17
0,0004	4,00	62,99	55,34	20	1106,80	3,500	3873,82
0,0005	5,00	77,95	70,47	20	1409,38	4,500	6342,21
0,0006	6,00	92,54	85,24	20	1704,84	5,500	9376,62
0,0007	7,00	106,72	99,63	20	1992,58	6,500	12951,77
0,0008	8,00	120,47	113,60	20	2271,95	7,500	17039,60
0,0009	9,00	133,75	127,11	20	2542,23	8,500	21608,97
0,0010	10,00	146,52	140,13	20	2802,67	9,500	26625,32
0,0011	11,00	158,73	152,62	20	3052,41	10,500	32050,34
0,0012	12,00	170,33	164,53	20	3290,57	11,500	37841,56
0,0013	13,00	181,28	175,81	20	3516,16	12,500	43951,95
0,0014	14,00	191,53	186,41	20	3728,10	13,500	50329,42
0,0015	15,00	201,00	196,26	20	3925,26	14,500	56916,30
0,0016	16,00	209,64	205,32	20	4106,38	15,500	63648,82
0,0017	17,00	217,37	213,50	20	4270,09	16,500	70456,42
0,0018	18,00	224,12	220,75	20	4414,92	17,500	77261,09
0,0019	19,00	229,81	226,96	20	4539,28	18,500	83976,65
0,0020	20,00	234,34	232,07	50	11603,57	19,500	226269,61
0,0021	21,00	237,61	235,97	50	11798,72	20,500	241873,73
0,0022	22,00	239,53	238,57	50	11928,54	21,500	256463,67
0,0023	23,00	239,97	239,75	50	11987,51	22,500	269718,97
0,0024	24,00	238,81	239,39	50	11969,62	23,500	281286,06
0,0025	25,00	235,92	237,37	50	11868,36	24,500	290774,89
0,0026	26,00	231,15	233,53	50	11676,68	25,500	297755,35
0,0027	27,00	224,33	227,74	50	11386,91	26,500	301753,22
0,0028	28,00	215,30	219,82	50	10990,76	27,500	302245,82
0,0029	29,00	203,87	209,58	50	10479,20	28,500	298657,21
0,0030	30,00	189,83	196,85	50	9842,47	29,500	290352,90
				$\Sigma$	175647,83	$\Sigma$	3674201,05

$$C_c = 175647,83 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E. N.} = 3674201,05 \text{ kg. cm}$$

$$d_{EN} = \frac{3674201,05 \text{ kg. cm}}{175647,83 \text{ kg}} = 20,92 \text{ cm}$$

$$d_{cc} = \frac{60}{2} - (30 - 20,92) = 20,92 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = C_c * d_{cc}$$

$$M_{Cc} = 175647,83 \text{ kg} * 20,92 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = 3674201,05 \text{ kg. cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal.

$$Pn = Cc + \sum Fsi \qquad Mn = M_{Cc} + \sum Msi$$

$$Pn = 175647,83 + 0,00 \qquad Mn = 3674201,05 + 1224863,98$$

$$Pn = 175647,83 \text{ kg} \qquad Mn = 4899065,03 \text{ kg.cm}$$

$$Pn = 175,65 \text{ T} \qquad Mn = 48,99 \text{ T.m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es mayor a 0,002 y menor a 0,005, el factor  $\Phi$  se calcula con la ecuación mostrada en la Tabla 1.

$$\Phi = 0,65 + 0,25 * \frac{\epsilon_t - \epsilon_{ty}}{0,005 - \epsilon_{ty}}$$

$$\Phi = 0,65 + 0,25 * \frac{0,00245 - 0,002}{0,005 - 0,002}$$

$$\Phi = 0,6875$$

$$P = Pn * \Phi$$

$$M = Mn * \Phi$$

$$P = 175,65 \text{ T} * 0,6875$$

$$M = 48,99 \text{ T.m} * 0,6875$$

$$P = 120,76 \text{ T}$$

$$M = 33,68 \text{ T.m}$$

3.3.6. Punto 6: Eje neutro en  $c=20$  cm

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal.

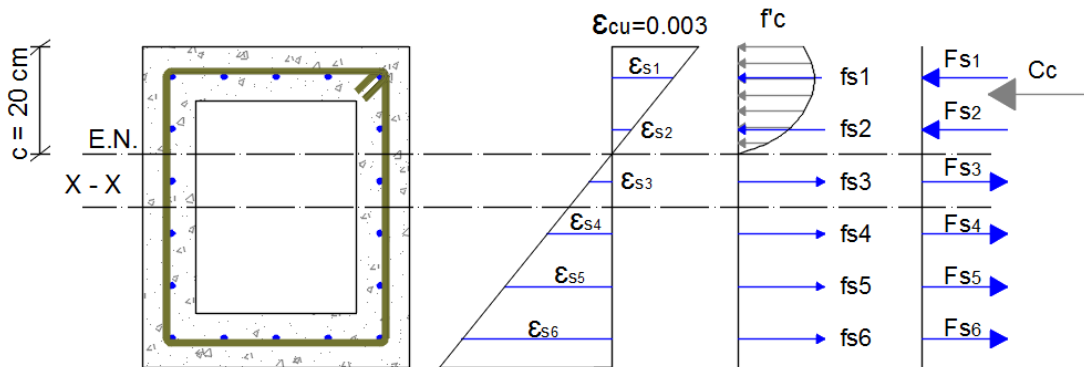


Figura. 83. Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal.

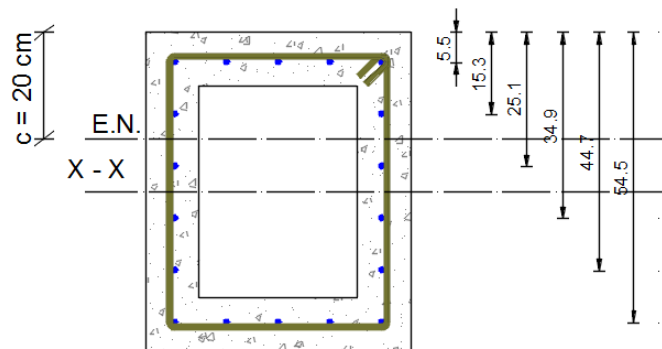
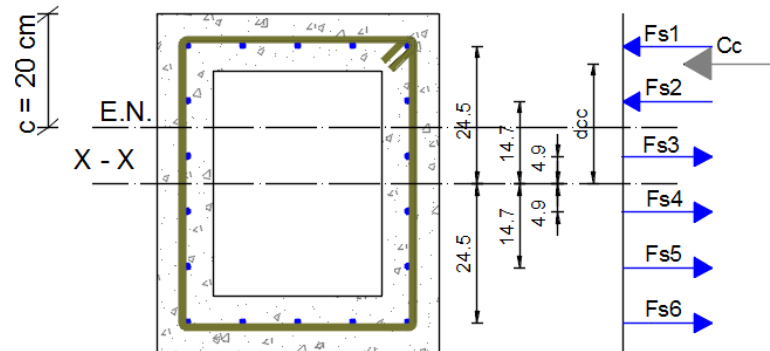


Figura. 84. Posición de las varillas en la sección transversal rectangular

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal.



**Figura. 85.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal rectangular

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal.

**Tabla 32.**

Contribución del acero en la sección transversal rectangular

Fibra	Posición [cm]	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Asi [cm <sup>2</sup> ]	Fsi [kg]	Bpi [cm]	Mni [kg.cm]
1	5,50	0,002175	4200,00	5,000	21000,00	24,50	514500,00
2	15,30	0,000705	1437,78	2,000	2875,55	14,70	42270,64
3	25,10	0,000765	1560,14	2,000	-3120,28	4,90	-15289,38
4	34,90	0,002235	4200,00	2,000	-8400,00	4,90	41160,00
5	44,70	0,003705	4200,00	2,000	-8400,00	14,70	123480,00
6	54,50	0,005175	4200,00	5,000	-21000,00	24,50	514500,00
$\Sigma F_{si}$					-17044,73	$\Sigma M_{si}$	1220621,26

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal.

**Tabla 33.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro (cm)	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Área	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	Centro de Gravedad	Momento [kg-cm]
0,0000	0,00	0,00		20	0,00		0,00
0,0001	0,67	16,17	5,39	20	107,81	0,333	35,94

0,0002	1,33	32,08	16,08	20	321,65	1,000	321,65
0,0003	2,00	47,69	26,59	20	531,78	1,667	886,30
0,0004	2,67	62,99	36,89	20	737,87	2,333	1721,70
0,0005	3,33	77,95	46,98	20	939,59	3,000	2818,76
0,0006	4,00	92,54	56,83	20	1136,56	3,667	4167,39
0,0007	4,67	106,72	66,42	20	1328,39	4,333	5756,34
0,0008	5,33	120,47	75,73	20	1514,63	5,000	7573,16
0,0009	6,00	133,75	84,74	20	1694,82	5,667	9603,99
0,0010	6,67	146,52	93,42	20	1868,44	6,333	11833,48
0,0011	7,33	158,73	101,75	20	2034,94	7,000	14244,59
0,0012	8,00	170,33	109,69	20	2193,71	7,667	16818,47
0,0013	8,67	181,28	117,21	20	2344,10	8,333	19534,20
0,0014	9,33	191,53	124,27	20	2485,40	9,000	22368,63
0,0015	10,00	201,00	130,84	50	6542,10	9,667	63240,34
0,0016	10,67	209,64	136,88	50	6843,96	10,333	70720,91
0,0017	11,33	217,37	142,34	50	7116,81	11,000	78284,91
0,0018	12,00	224,12	147,16	50	7358,20	11,667	85845,66
0,0019	12,67	229,81	151,31	50	7565,46	12,333	93307,39
0,0020	13,33	234,34	154,71	50	7735,71	13,000	100564,27
0,0021	14,00	237,61	157,32	50	7865,81	13,667	107499,44
0,0022	14,67	239,53	159,05	50	7952,36	14,333	113983,85
0,0023	15,33	239,97	159,83	50	7991,67	15,000	119875,10
0,0024	16,00	238,81	159,59	50	7979,75	15,667	125016,03
0,0025	16,67	235,92	158,24	50	7912,24	16,333	129233,29
0,0026	17,33	231,15	155,69	50	7784,45	17,000	132335,71
0,0027	18,00	224,33	151,83	50	7591,28	17,667	134112,54
0,0028	18,67	215,30	146,54	50	7327,17	18,333	134331,48
0,0029	19,33	203,87	139,72	50	6986,13	19,000	132736,54
0,0030	20,00	189,83	131,23	50	6561,65	19,667	129045,74
				$\Sigma$	138354,47	$\Sigma$	1867817,77

$$C_c = 138354,47 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E. N.} = 1867817,77 \text{ kg. cm}$$

$$d_{EN} = \frac{1867817,77 \text{ kg. cm}}{138354,47 \text{ kg}} = 13,50 \text{ cm}$$

$$d_{cc} = \frac{60}{2} - (20 - 13,50) = 23,5 \text{ cm}$$

$$M_{cc} = C_c * d_{cc}$$

$$M_{cc} = 138354,47 \text{ kg} * 23,5 \text{ cm}$$

$$M_{cc} = 3251362,51 \text{ kg. cm}$$



- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal.

$$P_n = C_c + \sum F_{si} \qquad M_n = M_{Cc} + \sum M_{si}$$

$$P_n = 138354,47 - 17044,73 \qquad M_n = 3251362,51 + 1220621,26$$

$$P_n = 121309,74 \text{ kg} \qquad M_n = 4471983,77 \text{ kg.cm}$$

$$P_n = 121,31 \text{ T} \qquad M_n = 44,72 \text{ T.m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es mayor a 0,005 se asume  $\Phi$  de 0,90 en concordancia con la Tabla 1.

$$P = P_n * \Phi \qquad M = M_n * \Phi$$

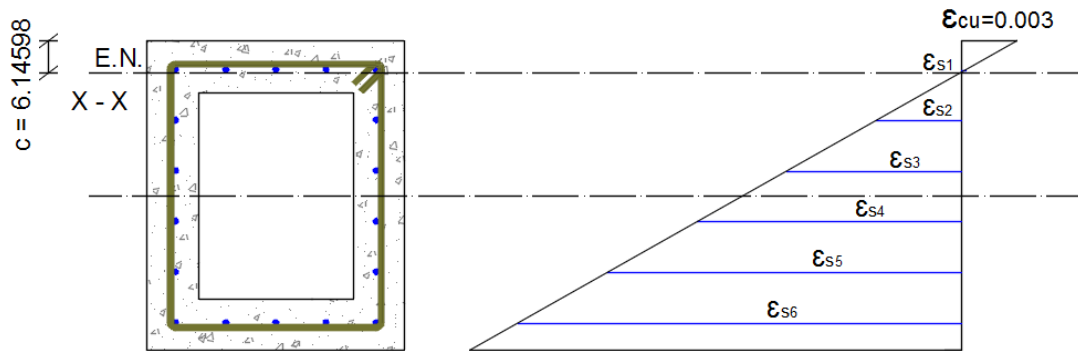
$$P = 121,31 \text{ T} * 0,9 \qquad M = 44,72 \text{ T.m} * 0,90$$

$$P = 109,18 \text{ T} \qquad M = 40,25 \text{ T.m}$$

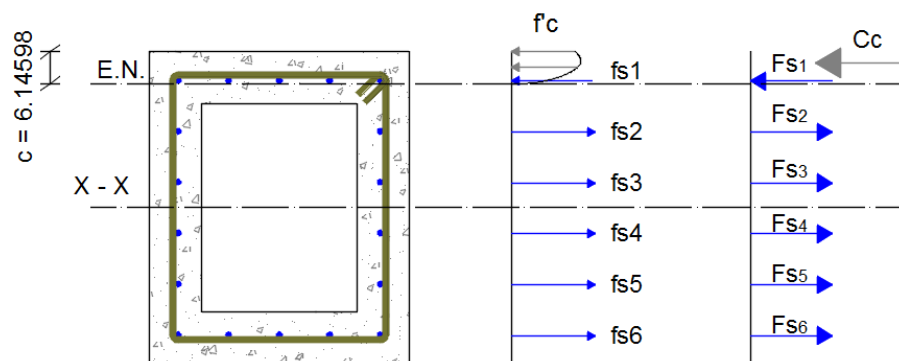
### 3.3.7. Punto 7: Flexión Pura $c=6,14598 \text{ cm}$

El punto  $c=6,14598$  se obtiene de forma iterativa hasta que el valor de la carga  $P$  sea aproximadamente cero.

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal.

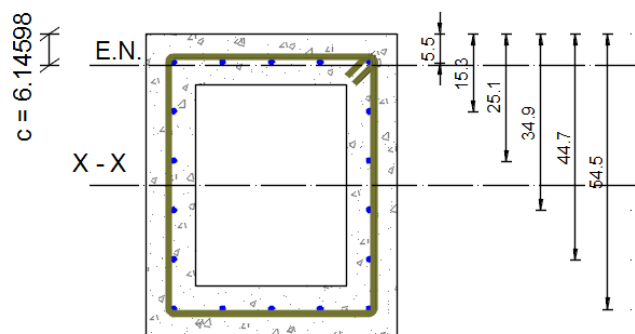


**Figura. 86.** Esquema de deformaciones en la sección transversal rectangular



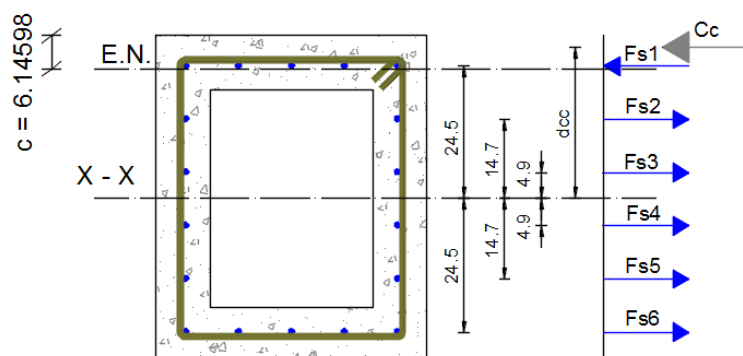
**Figura. 87.** Esquema de esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección trasversal.



**Figura. 88.** Posición de las varillas en la sección transversal rectangular

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección trasversal.



**Figura. 89.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal rectangular

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal.

**Tabla 34.**

Contribución del acero en la sección transversal rectangular

Fibra	Posición [cm]	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$A_{si}$ [cm <sup>2</sup> ]	$F_{si}$ [kg]	$B_{pi}$ [cm]	$M_{ni}$ [kg.cm]
1	5,50	0,000315	643,06	5,000	3215,30	24,50	78774,87
2	15,30	0,004468	4200,00	2,000	-8400,00	14,70	-123480,00
3	25,10	0,009252	4200,00	2,000	-8400,00	4,90	-41160,00
4	34,90	0,014036	4200,00	2,000	-8400,00	4,90	41160,00
5	44,70	0,018819	4200,00	2,000	-8400,00	14,70	123480,00
6	54,50	0,023603	4200,00	5,000	-21000,00	24,50	514500,00
$\Sigma F_{si}$					-51384,70	$\Sigma M_{si}$	593274,87

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal.

**Tabla 35.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro (cm)	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Área	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	Centro de Gravedad	Momento [kg-cm]
0,0000	0,00	0,00		50	0,00		0,00
0,0001	0,20	16,17	1,66	50	82,83	0,102	8,48
0,0002	0,41	32,08	4,94	50	247,11	0,307	75,94
0,0003	0,61	47,69	8,17	50	408,54	0,512	209,24
0,0004	0,82	62,99	11,34	50	566,87	0,717	406,46
0,0005	1,02	77,95	14,44	50	721,84	0,922	665,46
0,0006	1,23	92,54	17,46	50	873,16	1,127	983,84
0,0007	1,43	106,72	20,41	50	1020,53	1,332	1358,97
0,0008	1,64	120,47	23,27	50	1163,61	1,536	1787,88
0,0009	1,84	133,75	26,04	50	1302,04	1,741	2267,33

0,0010	2,05	146,52	28,71	50	1435,43	1,946	2793,67
0,0011	2,25	158,73	31,27	50	1563,34	2,151	3362,89
0,0012	2,46	170,33	33,71	50	1685,32	2,356	3970,53
0,0013	2,66	181,28	36,02	50	1800,85	2,561	4611,67
0,0014	2,87	191,53	38,19	50	1909,40	2,766	5280,82
0,0015	3,07	201,00	40,21	50	2010,38	2,971	5971,95
0,0016	3,28	209,64	42,06	50	2103,14	3,175	6678,36
0,0017	3,48	217,37	43,74	50	2186,99	3,380	7392,65
0,0018	3,69	224,12	45,22	50	2261,17	3,585	8106,64
0,0019	3,89	229,81	46,50	50	2324,86	3,790	8811,27
0,0020	4,10	234,34	47,54	50	2377,18	3,995	9496,55
0,0021	4,30	237,61	48,34	50	2417,16	4,200	10151,46
0,0022	4,51	239,53	48,88	50	2443,75	4,405	10763,80
0,0023	4,71	239,97	49,12	50	2455,83	4,609	11320,13
0,0024	4,92	238,81	49,04	50	2452,17	4,814	11805,60
0,0025	5,12	235,92	48,63	50	2431,42	5,019	12203,84
0,0026	5,33	231,15	47,84	50	2392,15	5,224	12496,82
0,0027	5,53	224,33	46,66	50	2332,79	5,429	12664,61
0,0028	5,74	215,30	45,03	50	2251,63	5,634	12685,28
0,0029	5,94	203,87	42,94	50	2146,83	5,839	12534,67
0,0030	6,15	189,83	40,33	50	2016,39	6,044	12186,13
				$\Sigma$	51384,71	$\Sigma$	193052,94

$$C_c = 51354,71 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E.N.} = 193052,94 \text{ kg.cm}$$

$$d_{EN} = \frac{193052,94 \text{ kg.cm}}{51354,71 \text{ kg}} = 3,76 \text{ cm}$$

$$d_{CC} = \frac{60}{2} - (20 - 6,14598) = 27,61 \text{ cm}$$

$$M_{CC} = C_c * d_{CC}$$

$$M_{CC} = 51354,71 \text{ kg} * 27,61 \text{ cm}$$

$$M_{CC} = 1418784,74 \text{ kg.cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal.

$$Pn = Cc + \sum Fsi$$

$$Mn = M_{Cc} + \sum Msi$$

$$Pn = 51354,71 - 51384,70$$

$$Mn = 1418784,74 + 593274,87$$

$$Pn = 0,0068 \text{ kg}$$

$$Mn = 2012059,61 \text{ kg.cm}$$

$$Pn \approx 0 \text{ T}$$

$$Mn = 20,12 \text{ T.m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es mayor a 0,005 se asume  $\Phi$  de 0,90 en concordancia con la Tabla 1.

$$P = Pn * \Phi$$

$$M = Mn * \Phi$$

$$P = 0 \text{ T} * 0,9$$

$$M = 20,12 \text{ T.m} * 0,90$$

$$P \approx 0,00 \text{ T}$$

$$M = 18,11 \text{ T.m}$$

### 3.3.8. Punto 8: Punto Balanceado en $c=Cb$

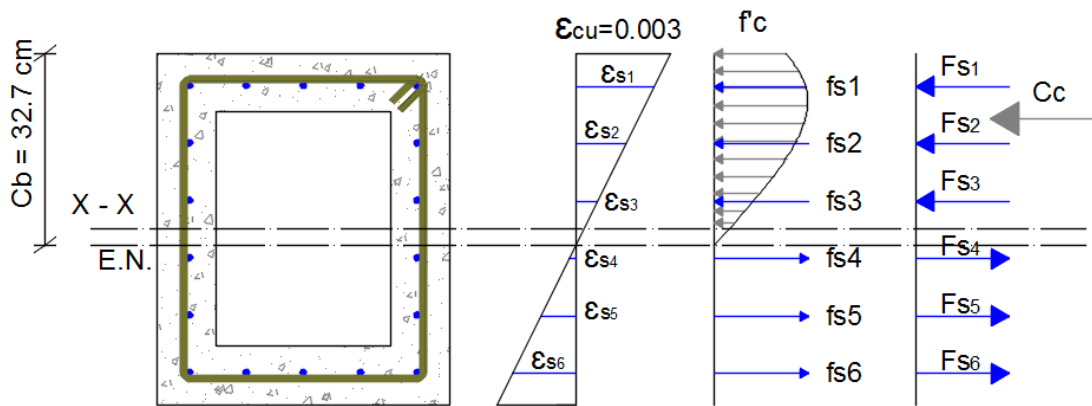
La posición del eje neutro  $Cb$  se determina utilizando la ecuación Ec. 2.17.

$$C_b = d \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}$$

$$C_b = 54,5 * \frac{0,003}{0,003 + 0,002}$$

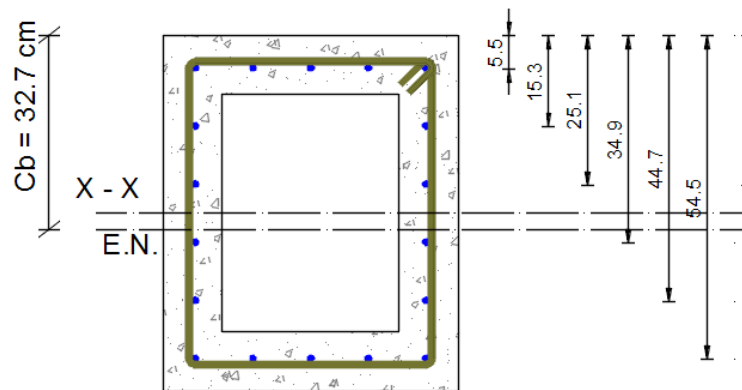
$$C_b = 32,70 \text{ cm}$$

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal.



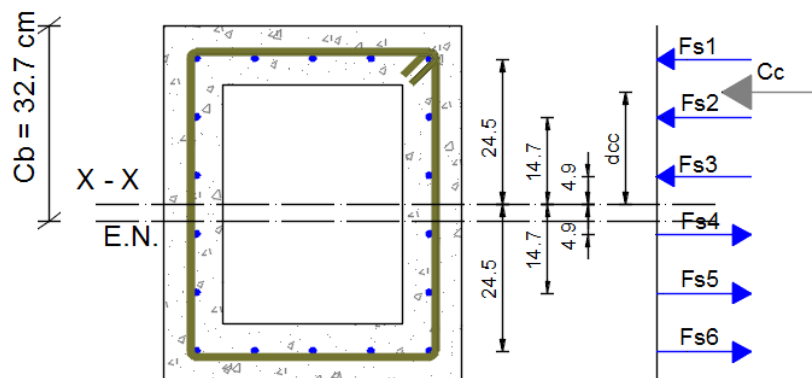
**Figura. 90.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal rectangular

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal.



**Figura. 91.** Posición de las varillas en la sección transversal rectangular

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal.



**Figura. 92.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal rectangular

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal.

**Tabla 36.**

Contribución del acero en la sección transversal rectangular

Fibra	Posición [cm]	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$A_{si}$ [cm <sup>2</sup> ]	$F_{si}$ [kg]	$B_{pi}$ [cm]	$M_{ni}$ [kg.cm]
1	5,50	0,002495	4200,00	5,000	21000,00	24,50	514500,00
2	15,30	0,001596	3255,56	2,000	6511,11	14,70	95713,35
3	25,10	0,000697	1421,97	2,000	2843,93	4,90	13935,28
4	34,90	0,000202	411,62	2,000	-823,24	4,90	4033,90
5	44,70	0,001101	2245,21	2,000	-4490,42	14,70	66009,20
6	54,50	0,002000	4078,80	5,000	-20394,00	24,50	499653,00
$\Sigma F_{si}$					4647,38	$\Sigma M_{si}$	1193844,72

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal.

**Tabla 37.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro (cm)	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Área	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	Centro de Gravedad	Momento [kg-cm]
0,0000	0,00	0,00		20	0,00		0,00
0,0001	1,09	16,17	8,81	20	176,27	0,545	96,07
0,0002	2,18	32,08	26,30	20	525,90	1,635	859,85
0,0003	3,27	47,69	43,47	20	869,46	2,725	2369,27
0,0004	4,36	62,99	60,32	20	1206,42	3,815	4602,48
0,0005	5,45	77,95	76,81	20	1536,22	4,905	7535,18
0,0006	6,54	92,54	92,91	20	1858,28	5,995	11140,36
0,0007	7,63	106,72	108,60	20	2171,91	7,085	15388,00
0,0008	8,72	120,47	123,82	20	2476,42	8,175	20244,75
0,0009	9,81	133,75	138,55	20	2771,03	9,265	25673,62
0,0010	10,90	146,52	152,75	20	3054,91	10,355	31633,54
0,0011	11,99	158,73	166,36	20	3327,13	11,445	38079,01
0,0012	13,08	170,33	179,34	20	3586,72	12,535	44959,56
0,0013	14,17	181,28	191,63	20	3832,61	13,625	52219,31
0,0014	15,26	191,53	203,18	20	4063,63	14,715	59796,38
0,0015	16,35	201,00	213,93	20	4278,54	15,805	67622,26
0,0016	17,44	209,64	223,80	20	4475,95	16,895	75621,16
0,0017	18,53	217,37	232,72	20	4654,39	17,985	83709,27
0,0018	19,62	224,12	240,61	20	4812,26	19,075	91793,91

0,0019	20,71	229,81	247,39	20	4947,81	20,165	99772,66
0,0020	21,80	234,34	252,96	20	5059,16	21,255	107532,37
0,0021	22,89	237,61	257,21	50	12860,60	22,345	287370,18
0,0022	23,98	239,53	260,04	50	13002,11	23,435	304704,48
0,0023	25,07	239,97	261,33	50	13066,39	24,525	320453,11
0,0024	26,16	238,81	260,94	50	13046,89	25,615	334195,97
0,0025	27,25	235,92	258,73	50	12936,52	26,705	345469,65
0,0026	28,34	231,15	254,55	50	12727,58	27,795	353763,13
0,0027	29,43	224,33	248,23	50	12411,74	28,885	358513,00
0,0028	30,52	215,30	239,60	50	11979,93	29,975	359098,26
0,0029	31,61	203,87	228,45	50	11422,33	31,065	354834,64
0,0030	32,70	189,83	214,57	50	10728,29	32,155	344968,29
				$\Sigma$	183867,40	$\Sigma$	4204019,72

$$C_c = 183867,40 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E. N.} = 4204019,72 \text{ kg. cm}$$

$$d_{EN} = \frac{4204019,72 \text{ kg. cm}}{183867,40 \text{ kg}} = 22,86 \text{ cm}$$

$$d_{cc} = \frac{60}{2} - (32,70 - 22,86) = 20,16 \text{ cm}$$

$$M_{cc} = C_c * d_{cc}$$

$$M_{cc} = 183867,40 \text{ kg} * 20,16 \text{ cm}$$

$$M_{cc} = 3707577,74 \text{ kg. cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal.

$$P_n = C_c + \sum F_{si}$$

$$M_n = M_{cc} + \sum M_{si}$$

$$P_n = 183867,40 + 4647,38$$

$$M_n = 3707577,74 + 1193844,72$$

$$P_n = 188514,78 \text{ kg}$$

$$M_n = 4901422,46 \text{ kg. cm}$$

$$P_n = 188,51 \text{ T}$$

$$M_n = 49,01 \text{ T. m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.



Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es igual a 0,002 se asume  $\Phi$  de 0,65 en concordancia con la Tabla 1.

$$P = P_n * \Phi$$

$$M = M_n * \Phi$$

$$P = 188,51 T * 0,65$$

$$M = 49,01 T.m * 0,65$$

$$P = 122,53 T$$

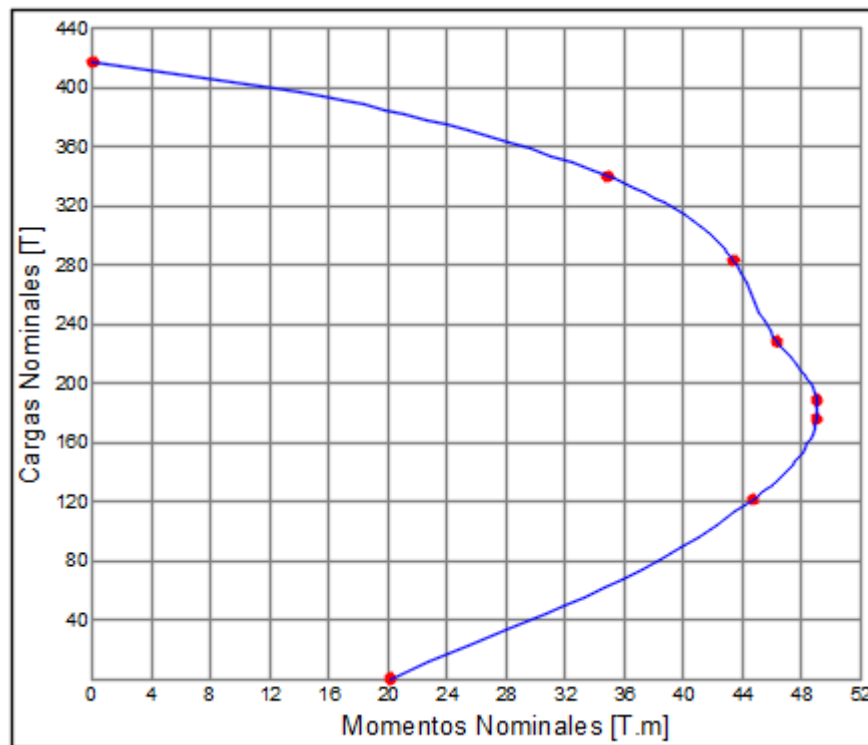
$$M = 31,81 T.m$$

### 3.3.9. Resumen de puntos y elaboración de las curvas de interacción nominal y de diseño

**Tabla 38.**

Fuerzas y momentos de la curva nominal de la sección rectangular

<b>Puntos de Curva Nominal</b>			
<b>Punto</b>	<b>c [cm]</b>	<b>Pn [T]</b>	<b>Mn [T.n]</b>
1	Infinito	417,295	0,00
2	60	339,58	34,86
3	50	283,16	43,38
4	40	228,08	46,33
5	30	175,65	48,99
6	20	121,31	44,72
7	6,14598	0,00	20,12
8	Cb=32,7	188,51	49,01

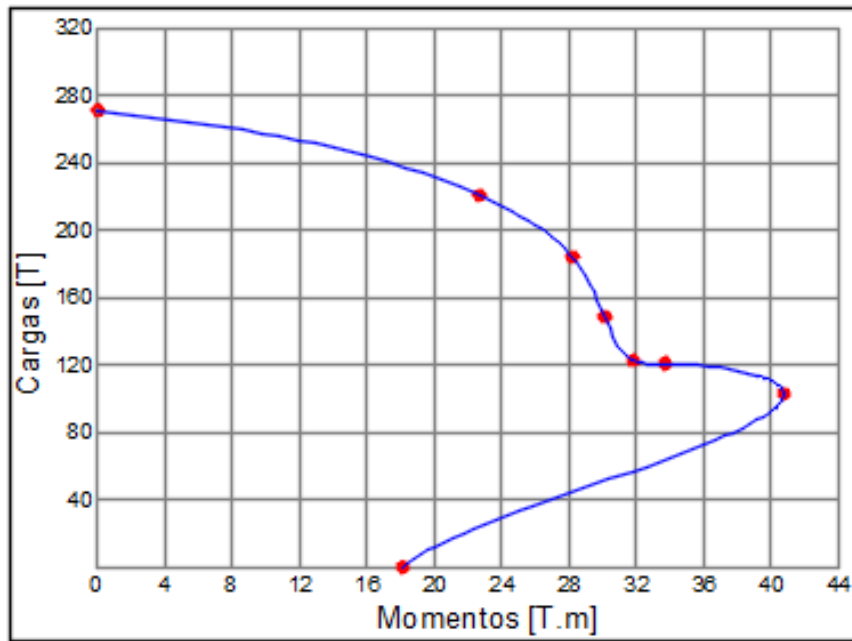


**Figura. 93.** Curva de interacción nominal con cuantía de acero del 1%.

**Tabla 39.**

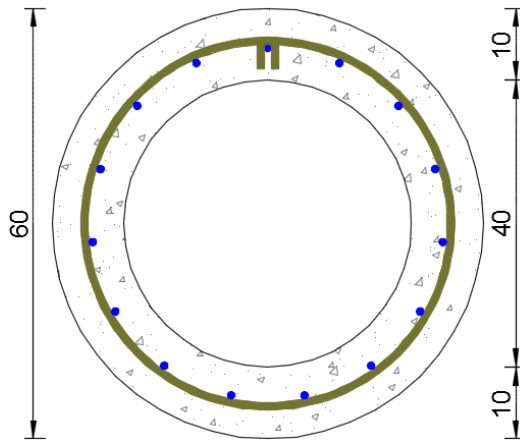
Fuerzas y momentos de la curva de diseño de la sección rectangular

<b>Puntos de Curva Diseño</b>			
<b>Punto</b>	<b>c [cm]</b>	<b>P [T]</b>	<b>M [T.n]</b>
1	Infinito	271,242	0,00
2	60	220,73	22,66
3	50	184,05	28,20
4	40	148,25	30,11
5	30	120,76	33,68
6	20	109,18	40,25
7	6,14598	0,00	18,11
8	Cb=32,7	122,53	31,81



**Figura. 94.** Curva de interacción de diseño con cuantía de acero del 1%

### 3.4. Elaboración de la curva de interacción para una sección circular



Datos:

Diámetro ( $D$ ) = 60 cm

espesor = 10 cm

$f'c = 280 \frac{kg}{cm^2}$

$f_y = 4200 \frac{kg}{cm^2}$

**Figura. 95.** Dimensiones sección transversal circular

$$\text{Area de hormigón } (A_g) = \pi * \frac{D^2}{4} - \pi * \frac{(D - 2 * \text{espesor})^2}{4}$$

$$\text{Area de hormigón } (A_g) = \pi * \frac{60^2}{4} - \pi * \frac{40^2}{4}$$

$$\text{Area de hormigón } (A_g) = 1570,8 \text{ cm}^2$$

$$\text{cuantía de acero } (\rho) = 1\% = 0.01$$

$$\text{recubrimiento} = 5,5 \text{ cm}$$

$$\text{Area de Acero requerida } (A_{st}) = 0,01 * 1570,8 = 15,71 \text{ cm}^2$$

$$\text{Superficie de distribución de las varillas} = \pi * (D - 2 * \text{recubrimiento})$$

$$\text{Superficie de distribución de las varillas} = \pi * (60 - 2 * 5,5)$$

$$\text{Superficie de distribución de las varillas} = 153,94 \text{ cm}$$

$$\text{Espaciamiento aproximado} \cong 10 \text{ cm}$$

$$\text{Número aproximado de varillas} = \frac{153,94}{10} = 15,39 \rightarrow 15 \text{ varillas}$$

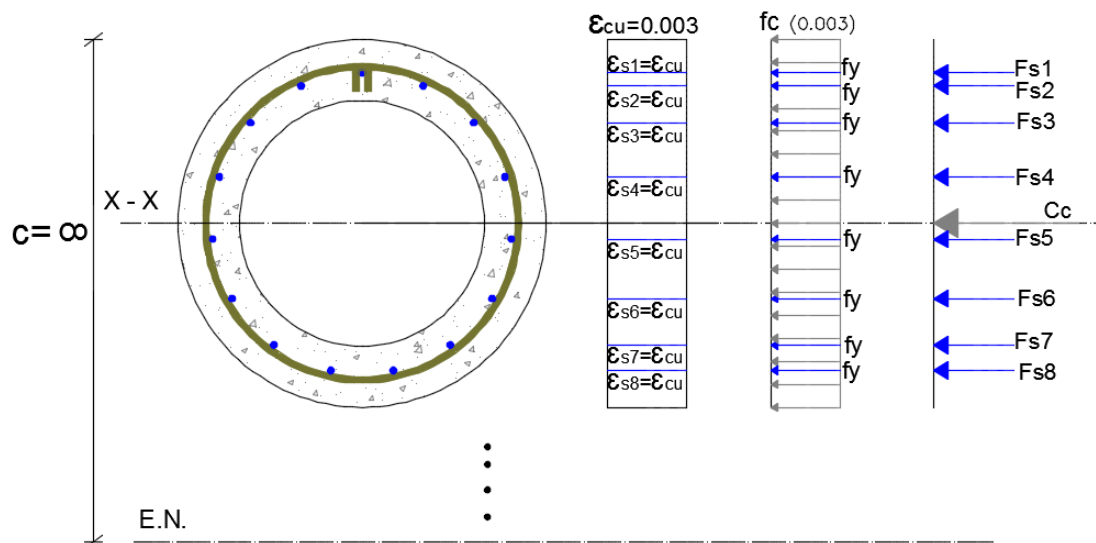
$$\text{Número exacto de varillas} = 15$$

$$\text{espaciamiento exacto } (e) = \frac{153,94}{15} = 10,26 \text{ cm}$$

$$\text{Area de Acero de cada varilla} = \frac{A_{st}}{n} = \frac{15,71}{15} = 1,05 \text{ cm}^2$$

### 3.4.1. Punto 1: Compresión Pura (eje neutro en el infinito)

a) Se define la posición del eje neutro en el infinito.



**Figura. 96.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular

g) Para este punto la deformación se asume igual en el hormigón y todas las fibras de acero, y es igual a la máxima deformación en el hormigón.

$$\epsilon_{cu} = \epsilon_s = 0,003$$

$$\epsilon_{s1} = 0,003$$

$$\epsilon_{s2} = 0,003$$

$$\epsilon_{s3} = 0,003$$

$$\epsilon_{s4} = 0,003$$

$$\epsilon_{s5} = 0,003$$

$$\epsilon_{s6} = 0,003$$

$$\varepsilon_{s7} = 0,003$$

$$\varepsilon_{s8} = 0,003$$

- h) Se determinan los esfuerzos en el hormigón y en el acero. Para el hormigón se toma un bloque con un esfuerzo igual al que se produce con la deformación máxima  $0.003$ , para el acero siguiendo el modelo bilineal para una deformación mayor a  $0.002$  se toma el esfuerzo como el esfuerzo de fluencia  $f_y$ .

Para el esfuerzo del bloque de hormigón se hace uso de la ecuación Ec. 2.14.

$$\sigma_{280} = -19,5 (e^{1030*\varepsilon} - 1) + 0,85[72500 + 10000\sqrt{280}] * \varepsilon$$

$$\sigma_{280} = -19,5 (e^{1030*0,003} - 1) + 0,85[72500 + 10000\sqrt{280}] * 0,003$$

$$f_{c280} = 202,20 \frac{kg}{cm^2}$$

Para el acero se tiene:

$$f_{s1} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s2} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s3} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

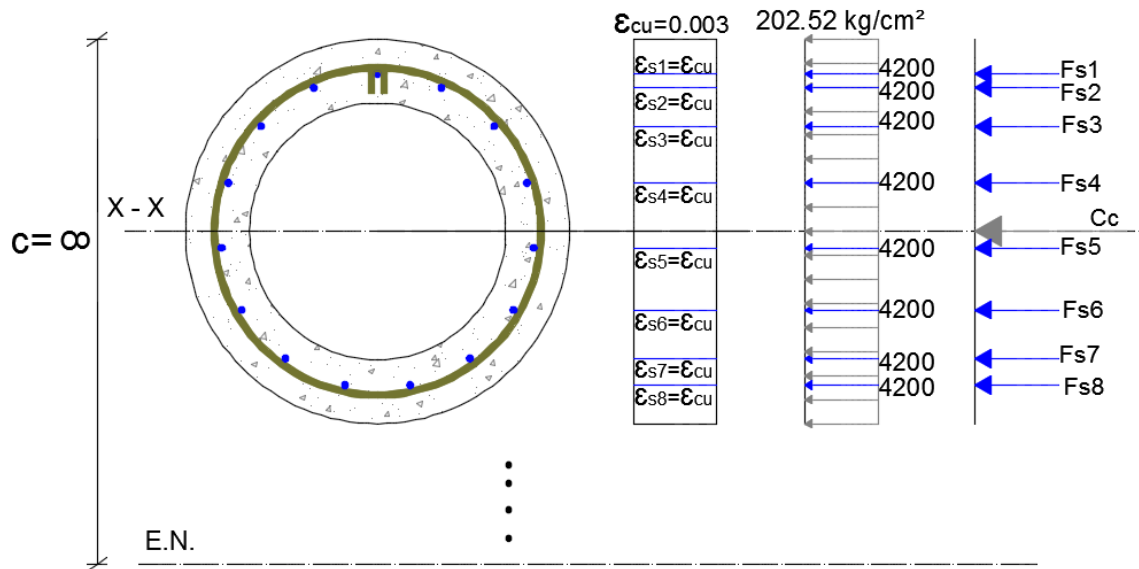
$$f_{s4} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s5} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s6} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s7} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s8} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$



**Figura. 97.** Esfuerzos en la sección transversal circular

- i) Se determinan las fuerzas generadas por el hormigón y el acero. Para el hormigón se calcula el volumen de presión que ejerce el esfuerzo sobre la sección transversal.

$$Cc = f_{c_{280}} * A_g$$

$$Cc = 202,52 \frac{kg}{cm^2} * 1570,80 cm^2$$

$$Cc = 318115,46 kg$$

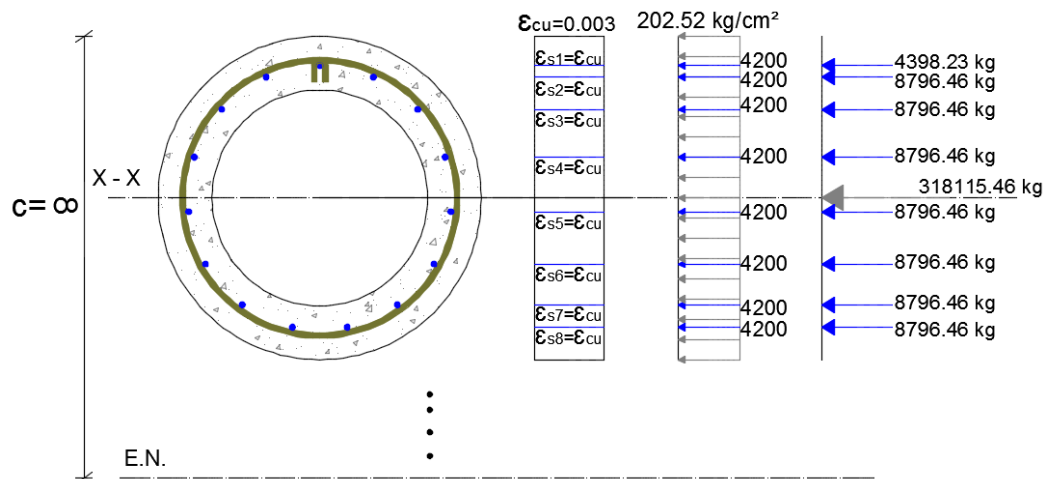
Las fuerzas generadas por el acero se obtienen usando la ecuación Ec. 2.16 para cada fibra de acero.

$$Fs = f_s * A_s$$

**Tabla 40.**  
Esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular

Fibra	fs (kg/cm <sup>2</sup> )	As (cm <sup>2</sup> )	Fs (kg)
1	4200	1,047	4398,23
2	4200	2,094	8796,46

3	4200	2,094	8796,46
4	4200	2,094	8796,46
5	4200	2,094	8796,46
6	4200	2,094	8796,46
7	4200	2,094	8796,46
8	4200	2,094	8796,46



**Figura. 98.** Fuerzas de la sección transversal circular

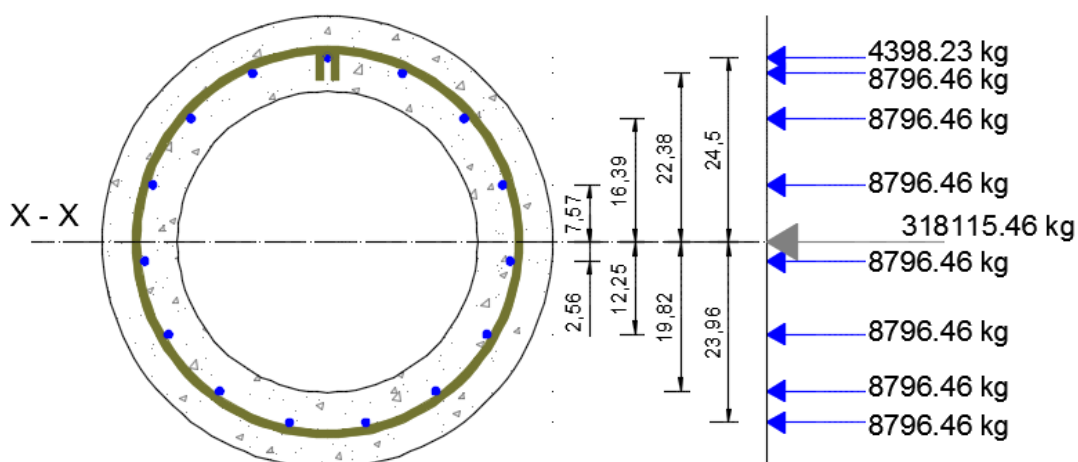
Para hallar la fuerza nominal total se suman todas las fuerzas del hormigón y el acero teniendo en cuenta el sentido de cada una.

$$\begin{aligned}
 P_n &= 318115,46 + 4398,23 + 8796,46 + 8796,46 + 8796,46 + 8796,46 \\
 &\quad + 8796,46 + 8796,46 + 8796,46 = 384\,088,91 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

$$P_n = 384.09 T$$

- j) Se calculan los momentos flectores respecto al eje centroidal de la sección. En primer lugar es necesario hallar las posiciones de los brazos de palanca de cada fibra de acero, y tener en cuenta que la fuerza de compresión  $C_c$  se ubica sobre el eje por lo que en este punto no genera momento.





**Figura. 99.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección circular

$$Mn = Fs * bp$$

**Tabla 41.**

Fuerzas y momentos en la sección transversal circular.

Fibra	Fs (kg)	bp (cm)	Mn (kg,cm)
1	4398,23	24,50	107756,63
2	8796,46	22,38	196864,76
3	8796,46	16,39	144173,97
4	8796,46	7,57	66589,20
5	8796,46	2,56	-22518,94
6	8796,46	12,25	-107756,63
7	8796,46	19,82	-174345,83
8	8796,46	23,96	-210763,17

Para hallar el Momento nominal total en este punto se suman todos los momentos generados por el acero, considerando el sentido anti horario positivo y el sentido horario negativo, pues en este punto el hormigón no genera momento flector.

$$Mn = 107756,63 + 196864,76 + 144173,97 + 66589,20 - 22518,94 \\ - 107756,63 - 174345,83 - 210763,17 = 0,00 \text{ kg. cm}$$

- k) Finalmente para generar una curva de diseño a partir de los puntos de una curva nominal es necesario multiplicar la fuerza y el momento por el factor  $\Phi$ , que para este punto asume 0.65 por estar en compresión pura toda la sección transversal.

$$P = Pn * 0,65$$

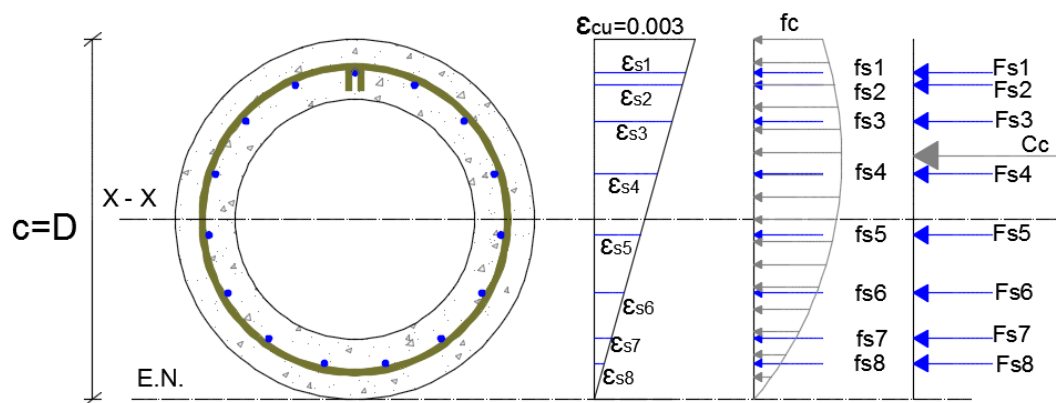
$$P = 384,09 T * 0,65 = 249,66 T$$

$$M = Mn * 0,65$$

$$M = 0,00 T.m$$

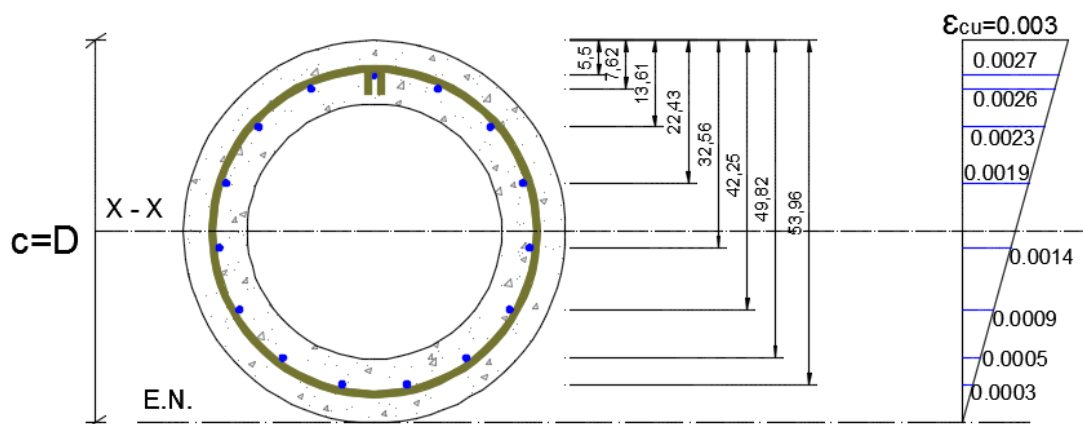
**3.4.2. Punto 2: Eje neutro en c=D**

a) Se define la posición del eje neutro en c=D.



**Figura. 100.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular

b) Se determinan las deformaciones en las fibras de acero a partir de la deformación unitaria máxima en el hormigón con el uso de la ecuación Ec. 2.11.



**Figura. 101.** Posición de las varillas y deformaciones en la sección transversal circular

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_{cu} * \frac{y_i - c}{c}$$

$$\varepsilon_{s1} = 0,003 * \frac{5,5 - 60}{60} = |-0,0027|$$

$$\varepsilon_{s2} = 0,003 * \frac{7,62 - 60}{60} = |-0,0026|$$

$$\varepsilon_{s3} = 0,003 * \frac{13,61 - 60}{60} = |-0,0023|$$

$$\varepsilon_{s4} = 0,003 * \frac{22,43 - 60}{60} = |-0,0019|$$

$$\varepsilon_{s5} = 0,003 * \frac{32,56 - 60}{60} = |-0,0014|$$

$$\varepsilon_{s6} = 0,003 * \frac{42,25 - 60}{60} = |-0,0009|$$

$$\varepsilon_{s7} = 0,003 * \frac{49,82 - 60}{60} = |-0,0005|$$

$$\varepsilon_{s8} = 0,003 * \frac{53,96 - 60}{60} = |-0,0003|$$

- c) Se determinan los esfuerzos en el hormigón y en el acero. Para el esfuerzo del bloque de hormigón se hace uso de la ecuación Ec. 2.14, de esta manera se obtiene el esfuerzo para cada deformación del hormigón en un intervalo que va desde 0.000 a 0.003.

$$\sigma_{280} = -19,50 (e^{1030 * \varepsilon} - 1) + 0,85 [72500 + 10000 \sqrt{280}] * \varepsilon$$

**Tabla 42.**

Esfuerzos en el hormigón en función de las deformaciones unitarias.

$\varepsilon_c$	$f_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )
0,0000	00,00
0,0001	18,27
0,0002	36,31
0,0003	54,10
0,0004	71,60

0,0005	88,79
0,0006	105,64
0,0007	122,10
0,0008	138,13
0,0009	153,70
0,001	168,74
0,0011	183,20
0,0012	197,01
0,0013	210,12
0,0014	222,43
0,0015	233,87
0,0016	244,34
0,0017	253,73
0,0018	261,93
0,0019	268,81
0,002	274,22
0,0021	278,00
0,0022	279,99
0,0023	279,98
0,0024	277,76
0,0025	273,08
0,0026	265,69
0,0027	255,28
0,0028	241,53
0,0029	224,08
0,003	202,52

Los esfuerzos en cada fibra de acero se obtienen con la ecuación Ec. 2.15, siempre que el la deformación sea menor o igual a la máxima deformación del acero 0.002; en caso de ser mayor se asume el esfuerzo como el esfuerzo de fluencia. Se considera un módulo de elasticidad del acero de 200 000 MPa conforme a lo establecido en la Norma Ecuatoriana de la Construcción [NEC 15. Hormigón Armado 3.4.1], que equivalen a 2 039 400 kg/cm<sup>2</sup>

$$f_s = E_s * \epsilon_s$$

$$f_{s1} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s2} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s3} = 4200 \frac{kg}{cm^2}$$

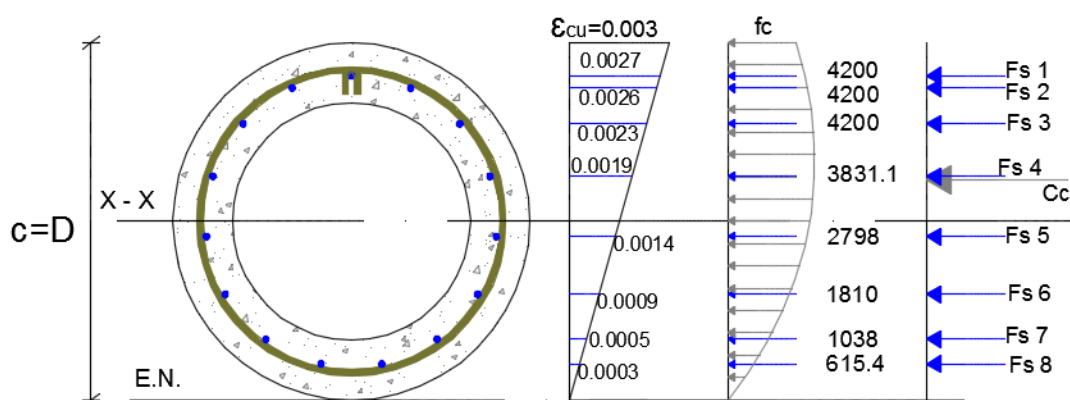
$$f_{s4} = 0,00187 * 2039400 \frac{kg}{cm^2} = 3831,10 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s5} = 0,00137 * 2039400 \frac{kg}{cm^2} = 2798,00 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s6} = 0,00088 * 2039400 \frac{kg}{cm^2} = 1810,00 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s7} = 0,0005 * 2039400 \frac{kg}{cm^2} = 1038,00 \frac{kg}{cm^2}$$

$$f_{s8} = 0,0003 * 2039400 \frac{kg}{cm^2} = 615,40 \frac{kg}{cm^2}$$



**Figura. 102.** Deformaciones y esfuerzos en la sección transversal circular

- d) Se determinan las fuerzas generadas por el hormigón y el acero, para el hormigón es necesario usar integración numérica porque se utiliza la curva real esfuerzo-deformación.

**Tabla 43.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro [cm]	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Área	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	Centro de Gravedad [m]	Momento [kg.cm]
0,0000	0,000	0,00		0,00	0,00		0,00
0,0001	2,000	18,27	18,27	21,54	393,55	1,00	393,55
0,0002	4,000	36,31	54,58	29,93	1633,79	3,00	4901,36
0,0003	6,000	54,10	90,41	36,00	3254,68	5,00	16273,39

0,0004	8,000	71,60	125,70	40,79	5127,50	7,00	35892,50
0,0005	10,000	88,79	160,39	44,72	7173,03	9,00	64557,30
0,0006	12,000	105,64	194,43	30,56	5942,65	11,00	65369,10
0,0007	14,000	122,10	227,74	26,75	6092,92	13,00	79207,98
0,0008	16,000	138,13	260,23	24,50	6375,76	15,00	95636,46
0,0009	18,000	153,70	291,83	22,99	6709,44	17,00	114060,45
0,0010	20,000	168,74	322,43	21,93	7070,15	19,00	134332,85
0,0011	22,000	183,20	351,93	21,17	7449,25	21,00	156434,32
0,0012	24,000	197,01	380,21	20,63	7843,80	23,00	180407,33
0,0013	26,000	210,12	407,13	20,27	8253,52	25,00	206337,88
0,0014	28,000	222,43	432,55	20,07	8679,96	27,00	234359,05
0,0015	30,000	233,87	456,30	20,00	9126,04	29,00	264655,22
0,0016	32,000	244,34	478,21	20,07	9596,21	31,00	297482,60
0,0017	34,000	253,73	498,07	20,27	10097,04	33,00	333202,46
0,0018	36,000	261,93	515,66	20,63	10638,16	35,00	372335,66
0,0019	38,000	268,81	530,74	21,17	11233,93	37,00	415655,34
0,0020	40,000	274,22	543,02	21,93	11907,17	39,00	464379,62
0,0021	42,000	278,00	552,22	22,99	12696,10	41,00	520540,18
0,0022	44,000	279,99	558,00	24,50	13671,07	43,00	587855,92
0,0023	46,000	279,98	559,97	26,75	14981,66	45,00	674174,57
0,0024	48,000	277,76	557,74	30,56	17046,96	47,00	801206,96
0,0025	50,000	273,08	550,84	44,72	24634,35	49,00	1207083,27
0,0026	52,000	265,69	538,77	40,79	21977,61	51,00	1120858,27
0,0027	54,000	255,28	520,97	36,00	18754,80	53,00	994004,52
0,0028	56,000	241,53	496,81	29,93	14871,12	55,00	817911,67
0,0029	58,000	224,08	465,61	21,54	10029,48	57,00	571680,56
0,0030	60,000	202,52	426,60	0,00	0,00	59,00	0,00

En donde:

Ec: Corresponde a la deformación en el hormigón con un incremento de  $0.0001$ , en un intervalo de  $0.0000$  a  $0.0030$ .

Distancia al Eje Neutro: Es la distancia desde cada una de las deformaciones al eje neutro.

fc: Es el esfuerzo real que se produce para cada deformación usando la ecuación Ec. 2.14.

Área: Es el área formada por cada uno de los trapecios en que se divide la curva para lograr la integración numérica.

Profundidad: Es el ancho que tiene la sección transversal para cada deformación.

Volumen: Equivale a la fuerza producida por cada trapecio en que se dividió la curva para la integración numérica.

Centro de Gravedad: Es la posición a la que se encuentra el centro de gravedad de cada trapecio en que se dividió la curva para la integración numérica.

Momento: Resulta de multiplicar el volumen por el centro de gravedad para obtener el momento generado por cada trapecio en que se dividió la curva para la integración numérica.

Para determinar la fuerza del hormigón  $C_c$  es necesario sumar todas las casillas correspondientes al volumen.

$$C_c = 293261,71 \text{ kg}$$

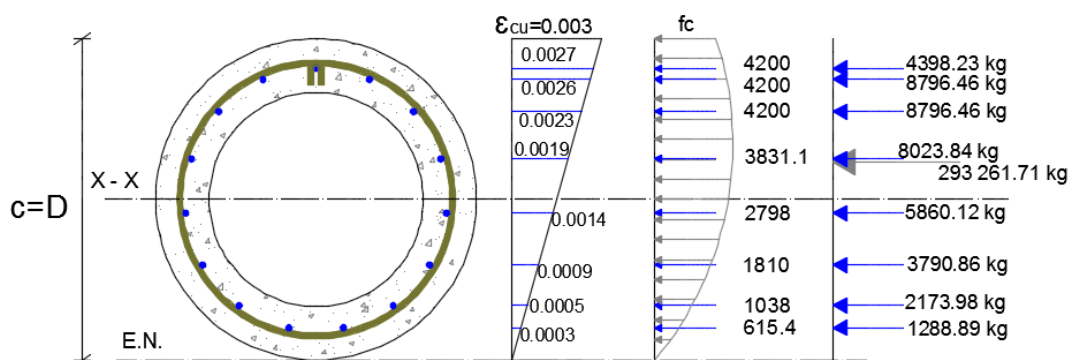
Las fuerzas generadas por el acero se obtienen usando la ecuación Ec. 2.16 para cada fibra de acero.

$$F_s = f_s * A_s$$

**Tabla 44.**

Esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular

Fibra	$f_s$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$F_s$ (kg)
1	4200	1,047	4398,23
2	4200	2,094	8796,46
3	4200	2,094	8796,46
4	3831,10	2,094	8023,84
5	2798	2,094	5860,12
6	1810	2,094	3790,86
7	1038	2,094	2173,98
8	615,4	2,094	1288,89



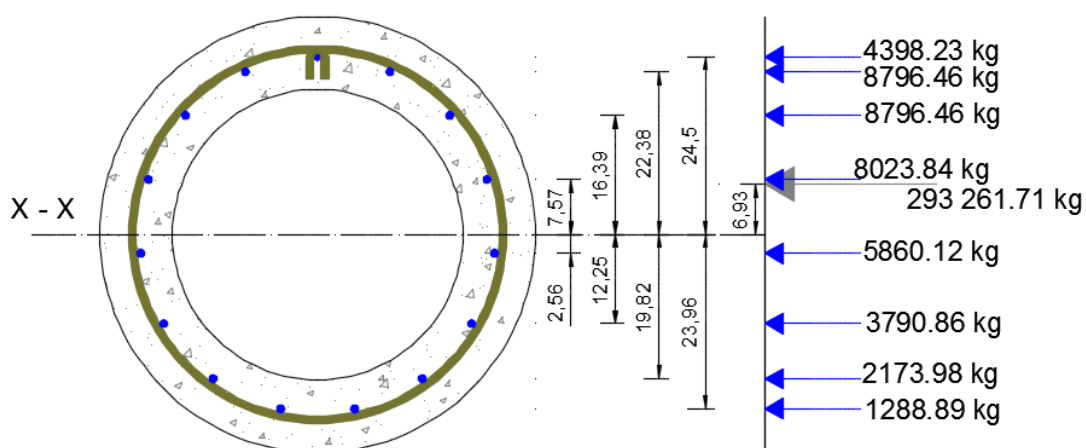
**Figura. 103.** Deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular

Para hallar la fuerza nominal total se suman todas las fuerzas del hormigón y el acero teniendo en cuenta el sentido de cada una.

$$P_n = 293261,71 + 4398,23 + 8796,46 + 8796,46 + 8023,84 + 5860,12 \\ + 3790,86 + 2173,98 + 1288,89 = 336390,54 \text{ kg}$$

$$P_n = 336,39 \text{ T}$$

- f) Se calculan los momentos flectores respecto al eje centroidal de la sección. En primer lugar es necesario hallar las posiciones de los brazos de palanca de cada fibra de acero, y tener en cuenta la posición de la fuerza de compresión  $C_c$  respecto del eje centroidal.



**Figura. 104.** Fuerzas y brazos de palanca en la sección transversal circular

$$M_n = F_s * b_p$$

**Tabla 45.**

Fuerzas y momentos en la sección transversal circular

Fibra	Fs (kg)	bp (cm)	M (kg.cm)
1	4398,23	24,50	107756,63
2	8796,46	22,38	196864,76
3	8796,46	16,39	144173,97
4	8023,84	7,57	60740,45
5	5860,12	2,56	-15001,90
6	3790,86	12,25	-46437,98



7	2173,98	19,82	-43088,33
8	1288,89	23,96	-30881,82

Para encontrar la posición en la que se encuentra ubicada la fuerza del hormigón  $C_c$  respecto del eje neutro es necesario determinar el momento que realiza la fuerza  $C_c$  respecto del eje neutro, sumando todas las casillas correspondientes a momento.

$$\text{Momento respecto del E. N.} = 10831190,33 \text{ kg. cm}$$

De esta manera se puede encontrar la posición a la que se encuentra ubicada la fuerza  $C_c$  respecto del eje neutro se divide el momento para la fuerza

$$d_{EN} = \frac{10831190,33 \text{ kg. cm}}{293261,71 \text{ kg}} = 36,93 \text{ cm}$$

Posteriormente se obtiene la distancia a la que se encuentra la fuerza  $C_c$  respecto al eje centroidal ubicado en  $D/2$ .

$$d_{Cc} = \frac{D}{2} - (c - d_{EN})$$

$$d_{Cc} = \frac{60}{2} - (60 - 36,93) = 6,93 \text{ cm}$$

De tal manera que el momento generado por el hormigón alrededor del eje centroidal es

$$M_{Cc} = C_c * d_{Cc}$$

$$M_{Cc} = 293\ 261,71 \text{ kg} * 6,93 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = 2033338,94 \text{ kg. cm}$$

Para hallar el Momento nominal total en este punto se suman todos los momentos generados por el acero y el hormigón, considerando el sentido anti horario positivo y el sentido horario negativo.

$$M_n = 2033338,94 + 107756,63 + 196864,76 + 144173,97 + 60740,45 \\ - 15001,90 - 46437,98 - 43088,33 - 30881,82$$

$$Mn = 2407464,75 \text{ kg.cm}$$

$$Mn = 24,08 \text{ T.m}$$

- g) Finalmente para generar una curva de diseño a partir de los puntos de una curva nominal es necesario multiplicar la fuerza y el momento por el factor  $\Phi$ , debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es menor a 0.002 se asume  $\Phi$  de 0.65 en concordancia con la Tabla 1.

$$P = Pn * \Phi$$

$$P = 336,39 \text{ T} * 0,65 = 218,65 \text{ T}$$

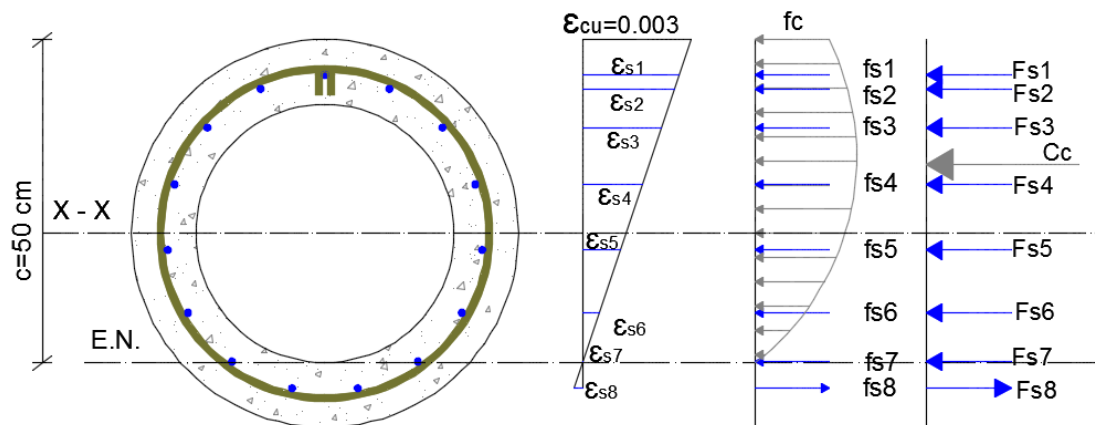
$$M = 24,08 * \Phi$$

$$M = 24,08 * 0,65$$

$$M = 15,65 \text{ T.m}$$

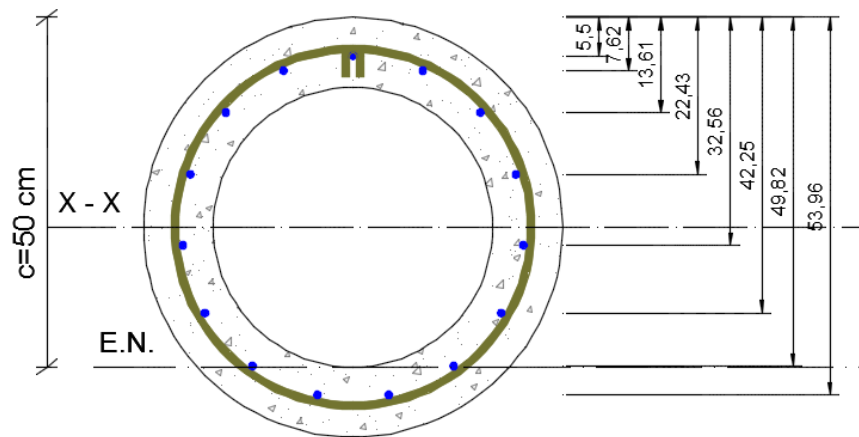
### 3.4.3. Punto 3: Eje neutro en $c=50 \text{ cm}$

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal



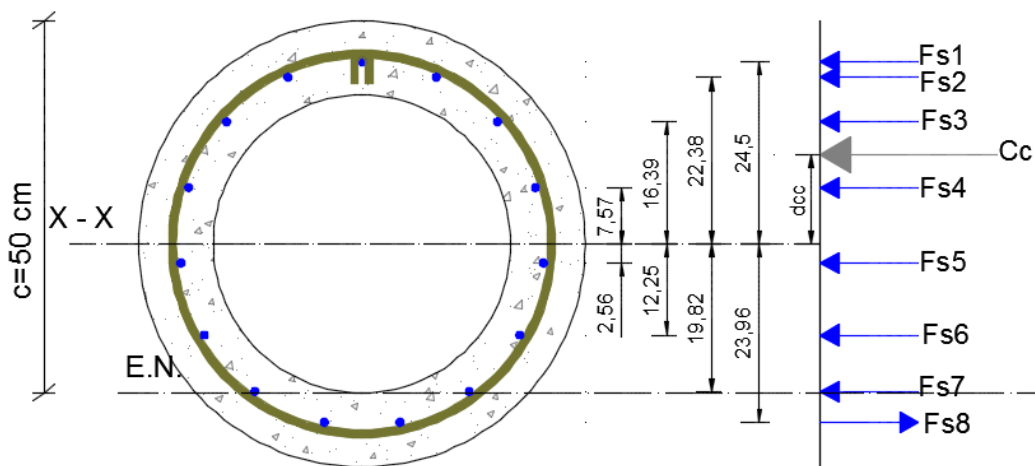
**Figura. 105.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal



**Figura. 106.** Posición de las varillas en la sección transversal circular

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal



**Figura. 107.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal circular

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal

**Tabla 46.**  
Contribución del acero en la sección transversal circular

Fibra	Posición (cm)	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$A_{si}$ [cm <sup>2</sup> ]	$F_{si}$ [kg]	$B_{pi}$ [cm]	$M_{si}$ [kg.cm]
1	5,50	0,00267	4200,00	1,047	4398,23	24,50	107756,63
2	7,62	0,00254	4200,00	2,094	8796,46	22,38	196881,48
3	13,61	0,00218	4200,00	2,094	8796,46	16,39	144206,52
4	22,43	0,00165	3373,69	2,094	7065,83	7,57	53494,70

5	32,56	0,00105	2133,92	2,094	4469,27	2,56	-11445,35	
6	42,25	0,00047	948,32	2,094	1986,16	12,25	-24330,45	
7	49,82	0,00001	21,92	2,094	45,90	19,82	-909,77	
8	53,96	0,00024	485,12	2,094	-1016,04	23,96	24349,04	
					<b>Σ Fsi</b>	34542,26	<b>Σ Msi</b>	490002,79

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal

**Tabla 47.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro [cm]	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Area	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	C. Gravedad	Momento [kg.cm]	
0,0000	0,000	0,00		44,72	0,00		0,00	
0,0001	1,667	18,27	15,23	31,51	479,69	0,83	399,74	
0,0002	3,333	36,31	45,48	27,78	1263,45	2,50	3158,63	
0,0003	5,000	54,10	75,34	25,50	1921,46	4,17	8006,10	
0,0004	6,667	71,60	104,75	23,93	2507,06	5,83	14624,51	
0,0005	8,333	88,79	133,66	22,79	3045,85	7,50	22843,88	
0,0006	10,000	105,64	162,03	21,93	3552,81	9,17	32567,41	
0,0007	11,667	122,10	189,78	21,28	4037,82	10,83	43743,04	
0,0008	13,333	138,13	216,86	20,79	4507,96	12,50	56349,46	
0,0009	15,000	153,70	243,19	20,43	4968,65	14,17	70389,23	
0,0010	16,667	168,74	268,69	20,19	5424,37	15,83	85885,88	
0,0011	18,333	183,20	293,28	20,05	5879,18	17,50	102885,68	
0,0012	20,000	197,01	316,84	20,00	6336,82	19,17	121455,79	
0,0013	21,667	210,12	339,28	20,05	6801,29	20,83	141693,48	
0,0014	23,333	222,43	360,46	20,19	7276,88	22,50	163729,87	
0,0015	25,000	233,87	380,25	20,43	7768,92	24,17	187748,99	
0,0016	26,667	244,34	398,51	20,79	8283,93	25,83	214001,49	
0,0017	28,333	253,73	415,06	21,28	8830,88	27,50	242849,18	
0,0018	30,000	261,93	429,72	21,93	9422,61	29,17	274826,00	
0,0019	31,667	268,81	442,28	22,79	10078,59	30,83	310756,43	
0,0020	33,333	274,22	452,52	23,93	10830,67	32,50	351996,74	
0,0021	35,000	278,00	460,19	25,50	11736,58	34,17	400999,74	
0,0022	36,667	279,99	465,00	27,78	12916,63	35,83	462845,89	
0,0023	38,333	279,98	466,64	31,51	14702,34	37,50	551337,87	
0,0024	40,000	277,76	464,78	44,72	20785,72	39,17	814107,46	
0,0025	41,667	273,08	459,03	41,50	19049,76	40,83	777865,13	
0,0026	43,333	265,69	448,97	37,71	16931,92	42,50	719606,79	
0,0027	45,000	255,28	434,14	33,17	14398,74	44,17	635944,30	
0,0028	46,667	241,53	414,01	27,49	11379,98	45,83	521582,46	
0,0029	48,333	224,08	388,01	19,72	7651,58	47,50	363449,97	
0,0030	50,000	202,52	355,50	0,00	0,00	49,17	0,00	
					<b>Σ</b>	242772,15	<b>Σ</b>	7697651,17

$$C_c = 242772,15 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E.N.} = 7697651,17 \text{ kg.cm}$$

$$d_{EN} = \frac{7697651,17 \text{ kg.cm}}{242772,15 \text{ kg}} = 31,71 \text{ cm}$$

$$d_{Cc} = \frac{60}{2} - (50 - 31,71) = 11,71 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = C_c * d_{Cc}$$

$$M_{Cc} = 242772,15 \text{ kg} * 11,71 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = 2842208,192 \text{ kg.cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal

$$P_n = C_c + \sum F_{si}$$

$$M_n = M_{Cc} + \sum M_{si}$$

$$P_n = 242772,15 + 34542,26$$

$$M_n = 2842208,19 + 490002,79$$

$$P_n = 277314,41 \text{ kg}$$

$$M_n = 3332210,99 \text{ kg.cm}$$

$$P_n = 277,31 \text{ T}$$

$$M_n = 33,32 \text{ T.m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es menor a 0.002 se asume un  $\Phi$  de 0.65 en concordancia con la Tabla 1.

$$P = P_n * \Phi$$

$$M = M_n * \Phi$$

$$P = 277,31 \text{ T} * 0,65$$

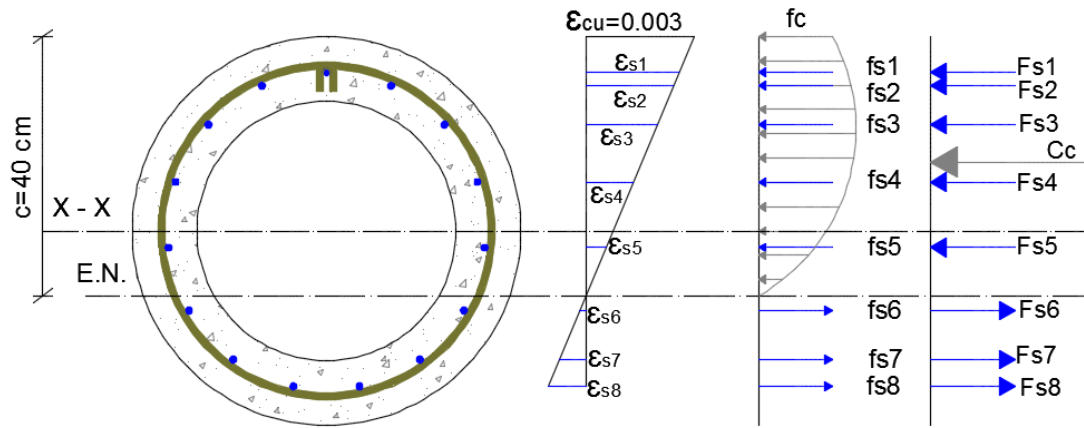
$$M = 33,32 \text{ T.m} * 0,65$$

$$P = 180,25 \text{ T}$$

$$M = 21,66 \text{ T.m}$$

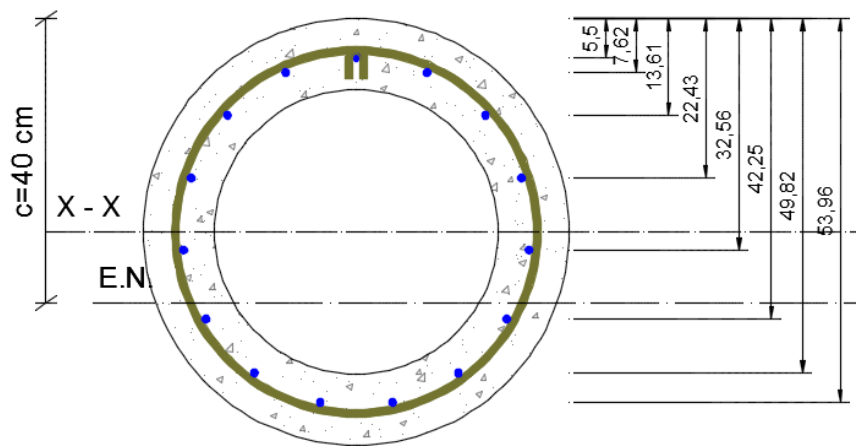
3.4.4. Punto 4: Eje neutro en c=40 cm

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal



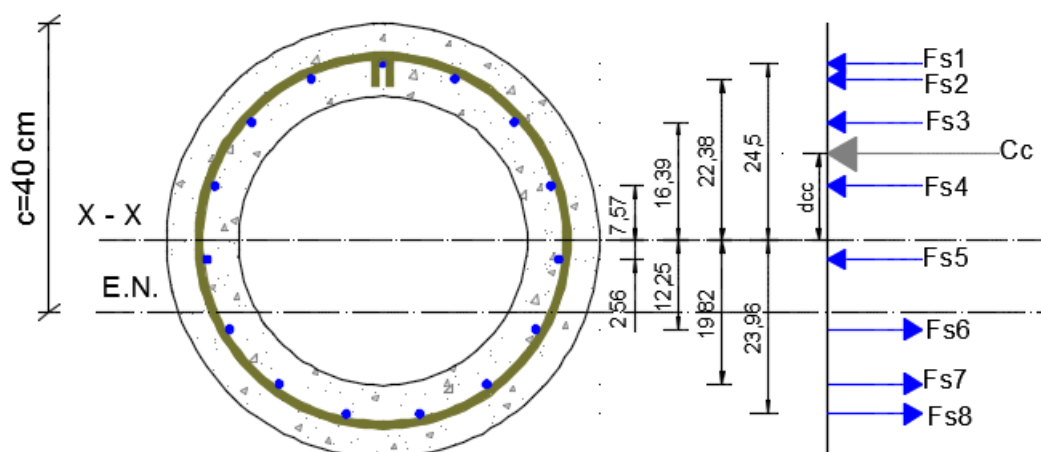
**Figura. 108.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal



**Figura. 109.** Posición de las varillas en la sección transversal circular

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal



**Figura. 110.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal circular

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal

**Tabla 48.**

Contribución del acero en la sección transversal circular

Fibra	Posición (cm)	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$A_{si}$ [cm <sup>2</sup> ]	$F_{si}$ [kg]	$B_{pi}$ [cm]	$M_{si}$ [kg.cm]
1	5,50	0,00259	4200,00	1,047	4398,23	24,50	107756,63
2	7,62	0,00243	4200,00	2,094	8796,46	22,38	196881,48
3	13,61	0,00198	4037,05	2,094	8455,17	16,39	138611,59
4	22,43	0,00132	2687,56	2,094	5628,81	7,57	42615,13
5	32,56	0,00056	1137,85	2,094	2383,10	2,56	-6102,89
6	42,25	0,00017	344,15	2,094	-720,78	12,25	8829,60
7	49,82	0,00074	1502,16	2,094	-3146,11	19,82	62358,69
8	53,96	0,00105	2135,96	2,094	-4473,53	23,96	107206,47
$\Sigma F_{si}$					21321,35	$\Sigma M_{si}$	658156,69

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal

**Tabla 49.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro [cm]	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Area	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	C. Gravedad	Momento [kg.cm]
0,0000	0,000	0,00		21,93	0,00		0,00
0,0001	1,333	18,27	12,18	21,39	260,56	0,67	173,71
0,0002	2,667	36,31	36,39	20,97	762,88	2,00	1525,77

0,0003	4,000	54,10	60,27	20,63	1243,42	3,33	4144,73
0,0004	5,333	71,60	83,80	20,37	1707,30	4,67	7967,39
0,0005	6,667	88,79	106,93	20,19	2158,68	6,00	12952,05
0,0006	8,000	105,64	129,62	20,07	2601,09	7,33	19074,65
0,0007	9,333	122,10	151,82	20,01	3037,61	8,67	26325,92
0,0008	10,667	138,13	173,49	20,01	3471,04	10,00	34710,45
0,0009	12,000	153,70	194,55	20,07	3904,10	11,33	44246,51
0,0010	13,333	168,74	214,96	20,19	4339,50	12,67	54966,96
0,0011	14,667	183,20	234,62	20,37	4780,14	14,00	66921,92
0,0012	16,000	197,01	253,47	20,63	5229,20	15,33	80181,03
0,0013	17,333	210,12	271,42	20,97	5690,52	16,67	94841,99
0,0014	18,667	222,43	288,37	21,39	6168,84	18,00	111039,19
0,0015	20,000	233,87	304,20	21,93	6670,38	19,33	128960,61
0,0016	21,333	244,34	318,81	22,60	7203,70	20,67	148876,53
0,0017	22,667	253,73	332,05	23,43	7781,29	22,00	171188,41
0,0018	24,000	261,93	343,77	24,50	8422,54	23,33	196526,03
0,0019	25,333	268,81	353,82	25,89	9160,18	24,67	225951,20
0,0020	26,667	274,22	362,02	27,78	10056,05	26,00	261457,39
0,0021	28,000	278,00	368,15	30,56	11252,24	27,33	307561,27
0,0022	29,333	279,99	372,00	35,64	13257,05	28,67	380035,54
0,0023	30,667	279,98	373,31	43,49	16236,20	30,00	487085,99
0,0024	32,000	277,76	371,83	40,79	15167,60	31,33	475251,45
0,0025	33,333	273,08	367,23	37,71	13849,01	32,67	452400,93
0,0026	34,667	265,69	359,18	34,15	12266,00	34,00	417043,89
0,0027	36,000	255,28	347,31	29,93	10396,17	35,33	367331,30
0,0028	37,333	241,53	331,21	24,73	8190,59	36,67	300321,47
0,0029	38,667	224,08	310,40	17,69	5490,65	38,00	208644,53
0,0030	40,000	202,52	284,40	0,00	0,00	39,33	0,00
				$\Sigma$	200754,5 3	$\Sigma$	5087708,80

$$C_c = 200754,53 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E. N.} = 5087708,80 \text{ kg. cm}$$

$$d_{EN} = \frac{5087708,80 \text{ kg. cm}}{200754,53 \text{ kg}} = 25,34 \text{ cm}$$



$$d_{Cc} = \frac{60}{2} - (40 - 25,34) = 15,34 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = Cc * d_{Cc}$$

$$M_{Cc} = 200754,53 \text{ kg} * 15,34 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = 3080163,52 \text{ kg.cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal

$$Pn = Cc + \sum Fsi \qquad Mn = M_{Cc} + \sum Msi$$

$$Pn = 200754,53 + 21321,35 \qquad Mn = 3080163,52 + 658156,69$$

$$Pn = 222075,87 \text{ kg} \qquad Mn = 3738320,21 \text{ kg.cm}$$

$$Pn = 222,08 \text{ T} \qquad Mn = 37,38 \text{ T.m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es menor a 0.002 se asume un  $\Phi$  de 0.65 en concordancia con la Tabla 1.

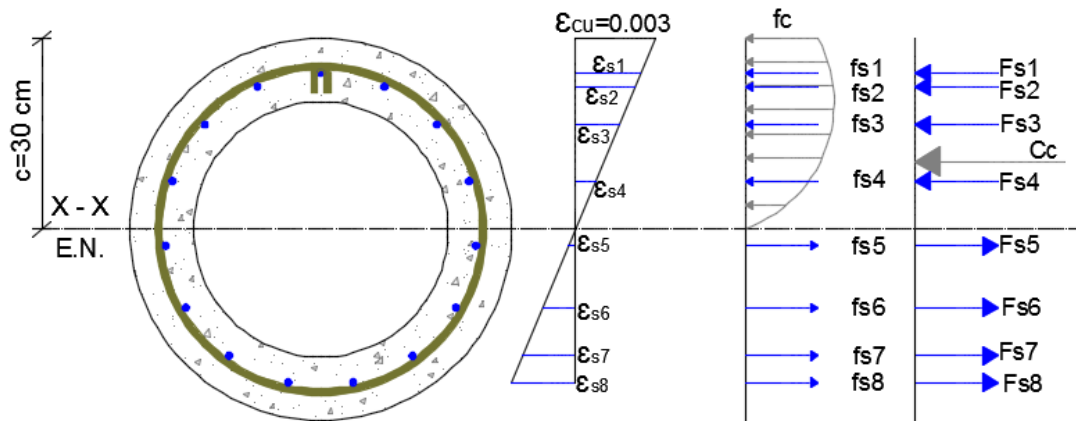
$$P = Pn * \Phi \qquad M = Mn * \Phi$$

$$P = 222,08 \text{ T} * 0,65 \qquad M = 37,38 \text{ T.m} * 0,65$$

$$P = 144,35 \text{ T} \qquad M = 24,30 \text{ T.m}$$

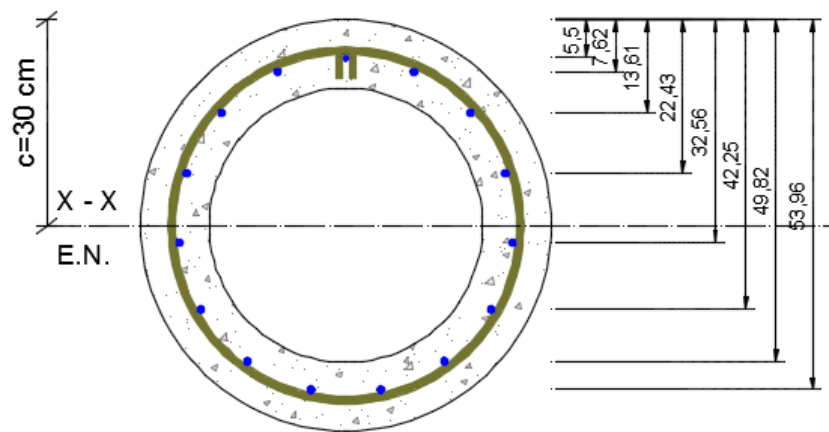
#### 3.4.5. Punto 5: Eje neutro en c=30 cm

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal



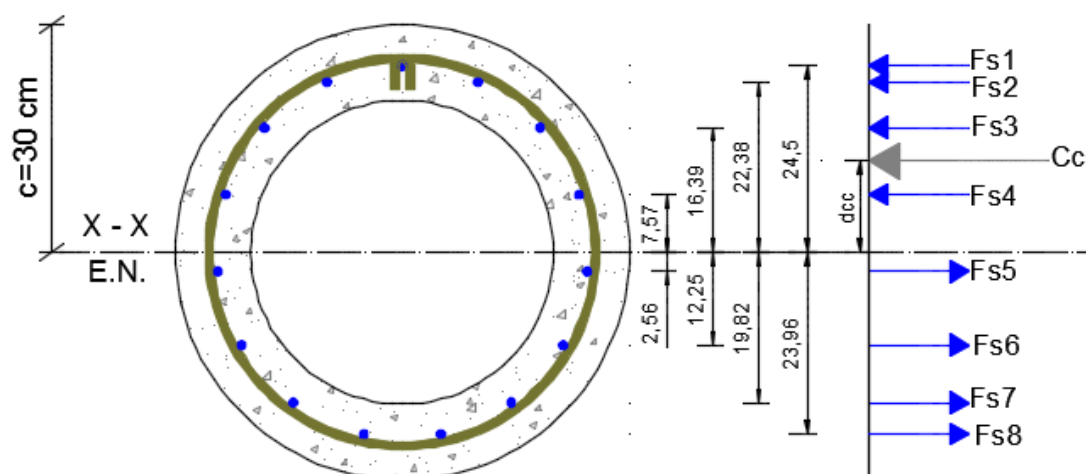
**Figura. 111.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal



**Figura. 112.** Posición de las varillas en la sección transversal circular

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal



**Figura. 113.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal circular

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal

**Tabla 50.**

Contribución del acero en la sección transversal circular

Fibra	Posición (cm)	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$A_{si}$ [cm <sup>2</sup> ]	$F_{si}$ [kg]	$B_{pi}$ [cm]	$M_{si}$ [kg.cm]	
1	5,50	0,00245	4200,00	1,047	4398,23	24,50	107756,63	
2	7,62	0,00224	4200,00	2,094	8796,46	22,38	196881,48	
3	13,61	0,00164	3343,33	2,094	7002,26	16,39	114792,89	
4	22,43	0,00076	1544,01	2,094	3233,77	7,57	24482,52	
5	32,56	0,00026	522,27	2,094	-1093,84	2,56	2801,21	
6	42,25	0,00123	2498,27	2,094	-5232,35	12,25	64096,34	
7	49,82	0,00198	4042,27	2,094	-8466,12	19,82	167806,11	
8	53,96	0,00240	4200,00	2,094	-8796,46	23,96	210803,63	
					$\Sigma F_{si}$	-158,06	$\Sigma M_{si}$	889420,80

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal

**Tabla****51.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro [cm]	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Área	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	C. Gravedad	Momento [kg.cm]
0,0000	0,000	0,00		20,00	0,00		0,00
0,0001	1,000	18,27	9,14	20,02	182,85	0,50	91,43
0,0002	2,000	36,31	27,29	20,07	547,64	1,50	821,46
0,0003	3,000	54,10	45,20	20,15	910,94	2,50	2277,35
0,0004	4,000	71,60	62,85	20,27	1274,10	3,50	4459,35
0,0005	5,000	88,79	80,20	20,43	1638,50	4,50	7373,26
0,0006	6,000	105,64	97,22	20,63	2005,57	5,50	11030,62
0,0007	7,000	122,10	113,87	20,87	2376,86	6,50	15449,59
0,0008	8,000	138,13	130,12	21,17	2754,13	7,50	20655,95
0,0009	9,000	153,70	145,92	21,52	3139,39	8,50	26684,83
0,0010	10,000	168,74	161,22	21,93	3535,08	9,50	33583,21
0,0011	11,000	183,20	175,97	22,41	3944,22	10,50	41414,26
0,0012	12,000	197,01	190,10	22,99	4370,68	11,50	50262,80
0,0013	13,000	210,12	203,57	23,68	4819,75	12,50	60246,94
0,0014	14,000	222,43	216,27	24,50	5298,79	13,50	71533,70
0,0015	15,000	233,87	228,15	25,50	5818,76	14,50	84372,08
0,0016	16,000	244,34	239,10	26,75	6397,07	15,50	99154,57
0,0017	17,000	253,73	249,03	28,37	7063,98	16,50	116555,69
0,0018	18,000	261,93	257,83	30,56	7880,41	17,50	137907,24
0,0019	19,000	268,81	265,37	33,94	9007,33	18,50	166635,64
0,0020	20,000	274,22	271,51	44,72	12142,41	19,50	236776,95
0,0021	21,000	278,00	276,11	42,85	11830,99	20,50	242535,28
0,0022	22,000	279,99	279,00	40,79	11380,94	21,50	244690,23
0,0023	23,000	279,98	279,99	38,52	10785,82	22,50	242680,85
0,0024	24,000	277,76	278,87	36,00	10039,30	23,50	235923,58
0,0025	25,000	273,08	275,42	33,17	9134,64	24,50	223798,70
0,0026	26,000	265,69	269,38	29,93	8063,58	25,50	205621,34
0,0027	27,000	255,28	260,48	26,15	6812,53	26,50	180531,93
0,0028	28,000	241,53	248,40	21,54	5350,80	27,50	147147,07
0,0029	29,000	224,08	232,80	15,36	3576,39	28,50	101927,15
0,0030	30,000	202,52	213,30	0,00	0,00	29,50	0,00
				$\Sigma$	162083,45	$\Sigma$	3012143,06

$$C_c = 162083,45 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E. N.} = 3012143 \text{ kg.cm}$$

$$d_{EN} = \frac{3012143 \text{ kg.cm}}{162083,45 \text{ kg}} = 18,58 \text{ cm}$$

$$d_{Cc} = \frac{60}{2} - (30 - 18,58) = 18,58 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = Cc * d_{Cc}$$

$$M_{Cc} = 162083,45 \text{ kg} * 18,58 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = 3012143,059 \text{ kg.cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal

$$P_n = Cc + \sum F_{si} \qquad M_n = M_{Cc} + \sum M_{si}$$

$$P_n = 162083,45 - 158,06 \qquad M_n = 3012143,059 + 889420,80$$

$$P_n = 161925,39 \text{ kg} \qquad M_n = 3901463 \text{ kg.cm}$$

$$P_n = 161,93 \text{ T} \qquad M_n = 39,01 \text{ T.m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es mayor a 0.002 y menor a 0.005, el factor  $\Phi$  se calcula con la ecuación mostrada en la Tabla 1.

$$\Phi = 0,65 + 0,25 * \frac{\epsilon_t - \epsilon_{ty}}{0,005 - \epsilon_{ty}}$$

$$\Phi = 0,65 + 0,25 * \frac{0,0024 - 0,002}{0,005 - 0,002} = 0,6830$$

$$P = P_n * \Phi$$

$$M = M_n * \Phi$$

$$P = 161,93 \text{ T} * 0,6830$$

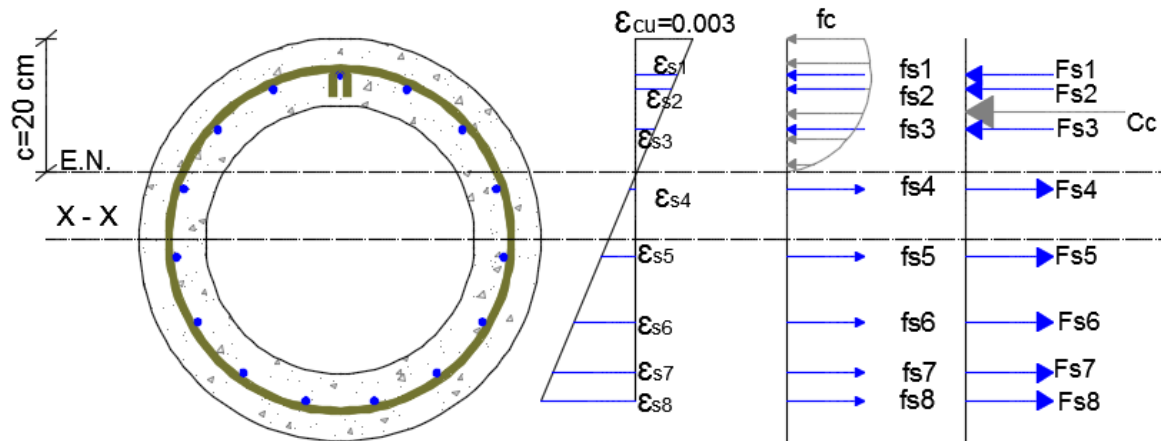
$$M = 39,01 \text{ T.m} * 0,6830$$

$$P = 110,60 \text{ T}$$

$$M = 26,64 \text{ T.m}$$

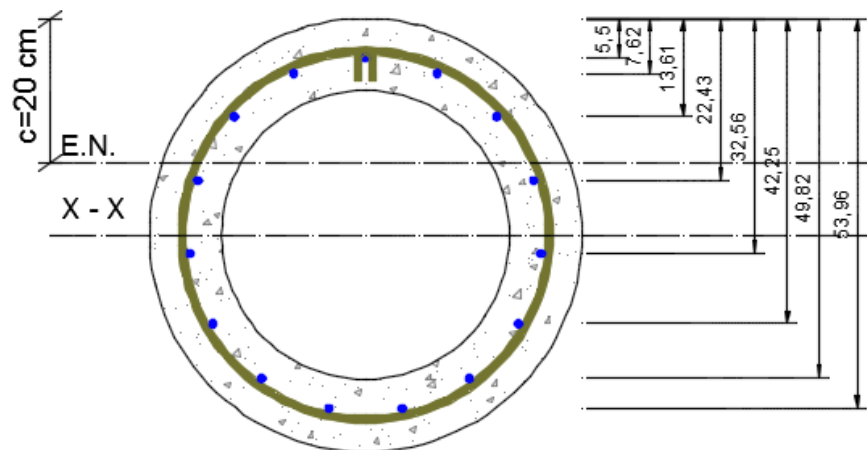
3.4.6. Punto 6: Eje neutro en  $c=20$  cm

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal



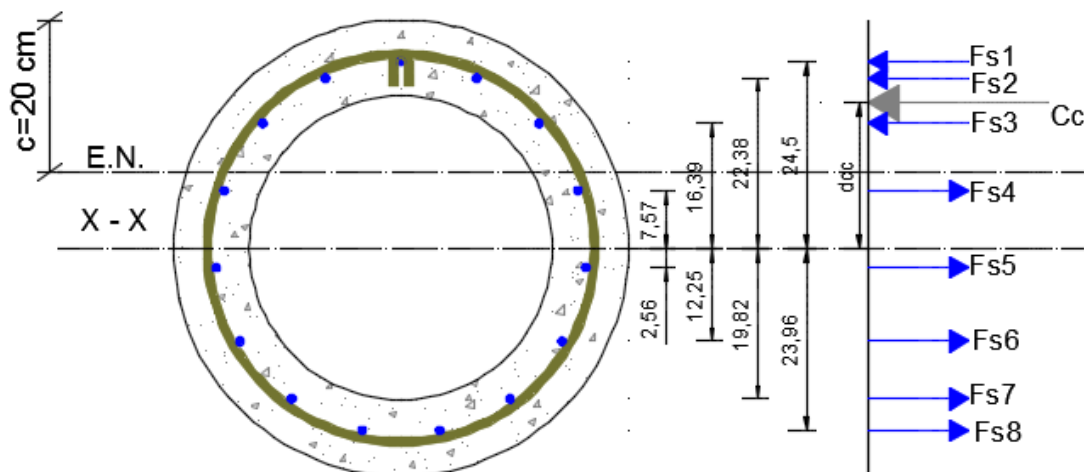
**Figura. 114.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal



**Figura. 115.** Posición de las varillas en la sección transversal circular

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal



**Figura. 116.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal circular

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal

**Tabla 52.**

Contribución del acero en la sección transversal circular

Fibra	Posición (cm)	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$A_{si}$ [cm <sup>2</sup> ]	$F_{si}$ [kg]	$B_{pi}$ [cm]	$M_{si}$ [kg,cm]
1	5,50	0,00218	4200,00	1,047	4398,23	24,50	107756,63
2	7,62	0,00186	3787,75	2,094	7933,04	22,38	177556,48
3	13,61	0,00096	1955,90	2,094	4096,42	16,39	67155,49
4	22,43	0,00036	743,09	2,094	-1556,32	7,57	-11782,71
5	32,56	0,00188	3842,50	2,094	-8047,72	2,56	20609,42
6	42,25	0,00334	4200,00	2,094	-8796,46	12,25	107756,63
7	49,82	0,00447	4200,00	2,094	-8796,46	19,82	174353,74
8	53,96	0,00509	4200,00	2,094	-8796,46	23,96	210803,63
$\Sigma F_{si}$					-19565,73	$\Sigma M_{si}$	854209,31

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal

**Tabla 53.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro [cm]	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Área	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	C. Gravedad	Momento [kg.cm]
0,0000	0,000	0,00		21,93	0,00		0,00
0,0001	0,667	18,27	6,09	22,24	135,46	0,33	45,15
0,0002	1,333	36,31	18,19	22,60	411,10	1,00	411,10
0,0003	2,000	54,10	30,14	22,99	692,85	1,67	1154,75
0,0004	2,667	71,60	41,90	23,43	981,89	2,33	2291,07
0,0005	3,333	88,79	53,46	23,93	1279,63	3,00	3838,88
0,0006	4,000	105,64	64,81	24,50	1587,87	3,67	5822,18
0,0007	4,667	122,10	75,91	25,15	1908,88	4,33	8271,83
0,0008	5,333	138,13	86,74	25,89	2245,72	5,00	11228,62
0,0009	6,000	153,70	97,28	26,75	2602,57	5,67	14747,90
0,0010	6,667	168,74	107,48	27,78	2985,50	6,33	18908,19
0,0011	7,333	183,20	117,31	29,02	3403,90	7,00	23827,33
0,0012	8,000	197,01	126,74	30,56	3873,62	7,67	29697,79
0,0013	8,667	210,12	135,71	32,61	4425,51	8,33	36879,25
0,0014	9,333	222,43	144,18	35,64	5138,32	9,00	46244,92
0,0015	10,000	233,87	152,10	44,72	6802,16	9,67	65754,18
0,0016	10,667	244,34	159,40	43,49	6932,75	10,33	71638,42
0,0017	11,333	253,73	166,02	42,18	7003,64	11,00	77040,04
0,0018	12,000	261,93	171,89	40,79	7011,63	11,67	81802,36
0,0019	12,667	268,81	176,91	39,31	6953,54	12,33	85760,36
0,0020	13,333	274,22	181,01	37,71	6826,25	13,00	88741,28
0,0021	14,000	278,00	184,07	36,00	6626,68	13,67	90564,56
0,0022	14,667	279,99	186,00	34,15	6351,85	14,33	91043,24
0,0023	15,333	279,98	186,66	32,14	5998,90	15,00	89983,57
0,0024	16,000	277,76	185,91	29,93	5564,99	15,67	87184,83
0,0025	16,667	273,08	183,61	27,49	5047,06	16,33	82435,26
0,0026	17,333	265,69	179,59	24,73	4441,19	17,00	75500,21
0,0027	18,000	255,28	173,66	21,54	3740,66	17,67	66085,04
0,0028	18,667	241,53	165,60	17,69	2929,30	18,33	53703,82
0,0029	19,333	224,08	155,20	12,58	1952,22	19,00	37092,27
0,0030	20,000	202,52	142,20	0,00	0,00	19,67	0,00
				$\Sigma$	115855,67	$\Sigma$	1347698,41

$$C_c = 115855,67 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E. N.} = 1347698,41 \text{ kg.cm}$$

$$d_{EN} = \frac{1347698,41 \text{ kg.cm}}{115855,67 \text{ kg}} = 11,63 \text{ cm}$$



$$d_{cc} = \frac{60}{2} - (20 - 11,63) = 21,63 \text{ cm}$$

$$M_{cc} = Cc * d_{cc}$$

$$M_{cc} = 115855,67 \text{ kg} * 21,63 \text{ cm}$$

$$M_{cc} = 2506255,092 \text{ kg.cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal

$$Pn = Cc + \sum Fsi$$

$$Mn = M_{cc} + \sum Msi$$

$$Pn = 115855,67 - 19565,73$$

$$Mn = 2506255,092 + 854209,31$$

$$Pn = 96289,94 \text{ kg}$$

$$Mn = 3360464,40 \text{ kg.cm}$$

$$Pn = 96,29 \text{ T}$$

$$Mn = 33,60 \text{ T.m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es mayor a 0.005, el factor  $\Phi$  se asume como 0.9 en concordancia con la Tabla 1.

$$P = Pn * \Phi$$

$$M = Mn * \Phi$$

$$P = 96,29 \text{ T} * 0,9$$

$$M = 33,60 \text{ T.m} * 0,9$$

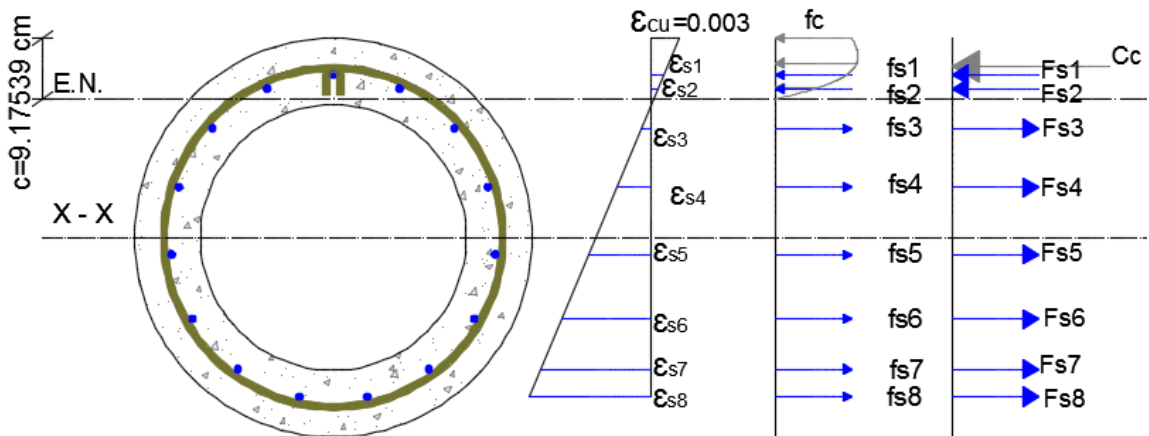
$$P = 86,66 \text{ T}$$

$$M = 30,24 \text{ T.m}$$

**3.4.7. Punto 7: Flexión Pura en  $c=9,1753925$  cm**

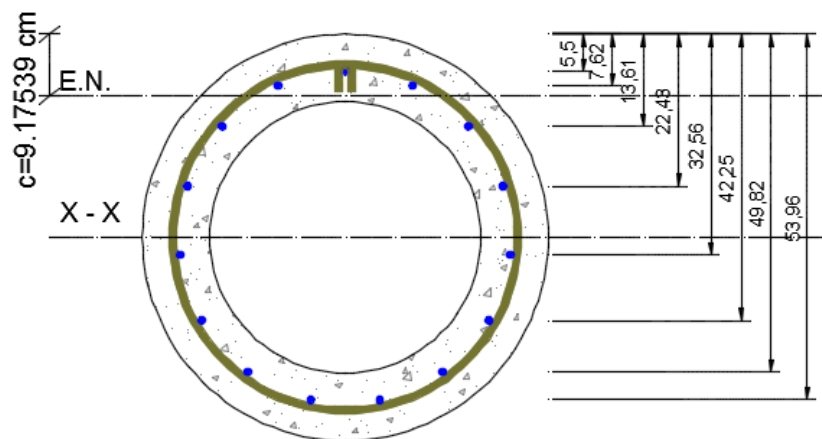
El punto  $c=9,1753925$  se obtiene de forma iterativa hasta que el valor de la carga P sea aproximadamente 0.

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal



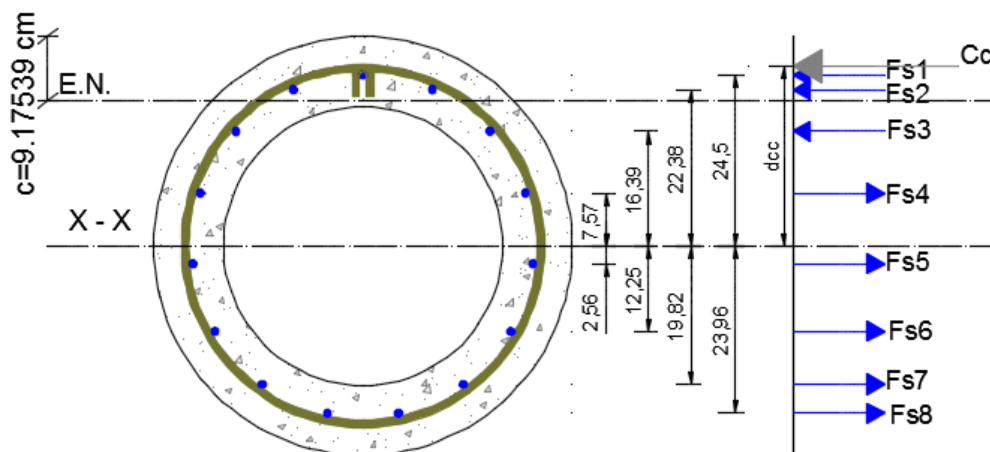
**Figura. 117.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal



**Figura. 118.** Posición de las varillas en la sección transversal circular

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal



**Figura. 119.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal circular

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal

**Tabla 54.**

Contribución del acero en la sección transversal circular

Fibra	Posición (cm)	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$A_{si}$ [cm <sup>2</sup> ]	$F_{si}$ [kg]	$B_{pi}$ [cm]	$M_{si}$ [kg.cm]	
1	5,50	0,00120	2450,77	1,047	2566,44	24,50	62877,82	
2	7,62	0,00051	1038,41	2,094	2174,84	22,38	48677,11	
3	13,61	0,00145	2954,55	2,094	-6188,00	16,39	-101444,22	
4	22,43	0,00433	4200,00	2,094	-8796,46	7,57	-66597,11	
5	32,56	0,00765	4200,00	2,094	-8796,46	2,56	22526,85	
6	42,25	0,01081	4200,00	2,094	-8796,46	12,25	107756,63	
7	49,82	0,01329	4200,00	2,094	-8796,46	19,82	174353,74	
8	53,96	0,01464	4200,00	2,094	-8796,46	23,96	210803,63	
					$\Sigma F_{si}$	-45429,01	$\Sigma M_{si}$	458954,45

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal

**Tabla 55.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro [cm]	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Area	Profundidad [cm]	Volumen [kg]	C. Gravedad	Momento [kg.cm]
0,0000	0,000	0,00		43,19	0,00		0,00
0,0001	0,306	18,27	2,79	42,59	119,00	0,15	18,20
0,0002	0,612	36,31	8,35	41,98	350,36	0,46	160,73
0,0003	0,918	54,10	13,83	41,34	571,56	0,76	437,03
0,0004	1,223	71,60	19,22	40,69	782,12	1,07	837,23
0,0005	1,529	88,79	24,53	40,02	981,49	1,38	1350,84
0,0006	1,835	105,64	29,73	39,32	1169,13	1,68	1966,66
0,0007	2,141	122,10	34,83	38,60	1344,46	1,99	2672,79
0,0008	2,447	138,13	39,80	37,87	1506,87	2,29	3456,52
0,0009	2,753	153,70	44,63	37,10	1655,71	2,60	4304,34
0,0010	3,058	168,74	49,31	36,31	1790,34	2,91	5201,91
0,0011	3,364	183,20	53,82	35,49	1910,06	3,21	6133,93
0,0012	3,670	197,01	58,14	34,64	2014,15	3,52	7084,24
0,0013	3,976	210,12	62,26	33,76	2101,87	3,82	8035,62
0,0014	4,282	222,43	66,15	32,84	2172,46	4,13	8969,93
0,0015	4,588	233,87	69,78	31,89	2225,13	4,43	9867,96
0,0016	4,894	244,34	73,13	30,89	2259,10	4,74	10709,53
0,0017	5,199	253,73	76,17	29,85	2273,54	5,05	11473,34
0,0018	5,505	261,93	78,86	28,76	2267,66	5,35	12137,24
0,0019	5,811	268,81	81,16	27,61	2240,65	5,66	12677,96
0,0020	6,117	274,22	83,04	26,39	2191,74	5,96	13071,57
0,0021	6,423	278,00	84,45	25,11	2120,16	6,27	13293,09
0,0022	6,729	279,99	85,33	23,73	2025,19	6,58	13317,05
0,0023	7,034	279,98	85,63	22,26	1906,15	6,88	13117,25
0,0024	7,340	277,76	85,29	20,66	1762,35	7,19	12666,68
0,0025	7,646	273,08	84,24	18,91	1593,07	7,49	11937,24
0,0026	7,952	265,69	82,39	16,96	1397,30	7,80	10897,66
0,0027	8,258	255,28	79,67	14,73	1173,16	8,10	9508,36
0,0028	8,564	241,53	75,97	12,05	915,82	8,41	7702,72
0,0029	8,870	224,08	71,20	8,55	608,47	8,72	5303,81
0,0030	9,175	202,52	65,24	0,00	0,00	9,02	0,00
				$\Sigma$	45429,07	$\Sigma$	218311,43

$$C_c = 45429,07 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E. N.} = 218311,43 \text{ kg.cm}$$

$$d_{EN} = \frac{218311,43 \text{ kg.cm}}{45429,07 \text{ kg}} = 4,81 \text{ cm}$$

$$d_{cc} = \frac{60}{2} - (9,1753925 - 4,81) = 25,63 \text{ cm}$$

$$M_{cc} = Cc * d_{cc}$$

$$M_{cc} = 45429,07 \text{ kg} * 25,63 \text{ cm}$$

$$M_{cc} = 1164353,94 \text{ kg.cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal

$$Pn = Cc + \sum Fsi$$

$$Mn = M_{cc} + \sum Msi$$

$$Pn = 45429,068 - 45429,013$$

$$Mn = 1164353,94 + 458954,45$$

$$Pn = 0,055 \text{ kg}$$

$$Mn = 1623308,38 \text{ kg.cm}$$

$$Pn \approx 0,00 \text{ T}$$

$$Mn = 16,23 \text{ T.m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es mayor a 0.005, el factor  $\Phi$  se asume como 0.9 en concordancia con la Tabla 1.

$$P = Pn * \Phi$$

$$M = Mn * \Phi$$

$$P = 0,00 \text{ T} * 0.90$$

$$M = 16,23 \text{ T.m} * 0,90$$

$$P \approx 0,00 \text{ T}$$

$$M = 14,61 \text{ T.m}$$

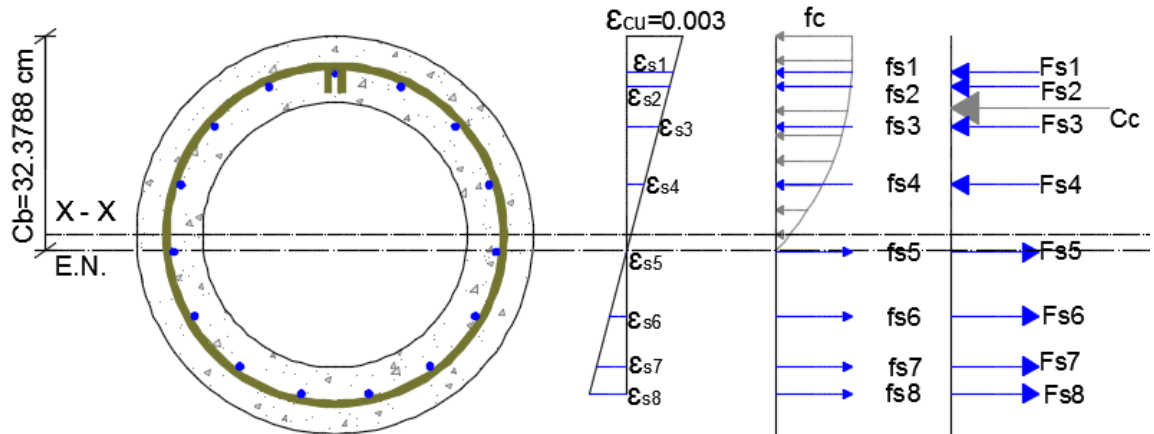
### 3.4.8. Punto 8: Punto Balanceado en c=Cb

La posición del eje neutro Cb se determina utilizando la ecuación Ec. 2.17.

$$C_b = d \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}$$

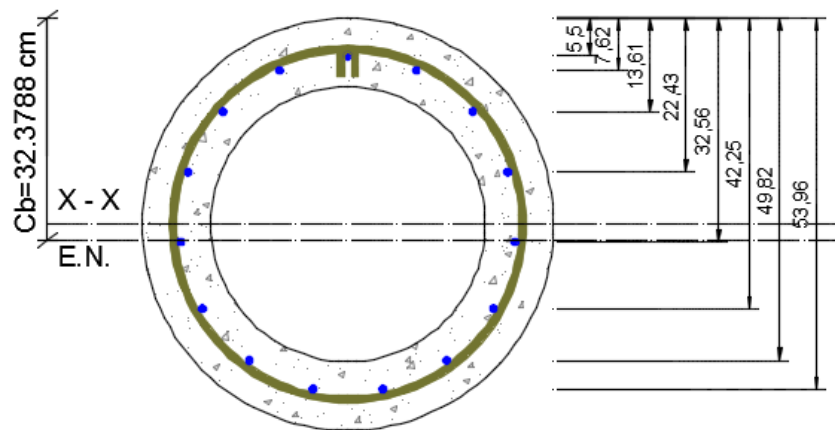
$$C_b = 53,96 \frac{0,003}{0,003 + 0,002} = 32,3788 \text{ cm}$$

- Esquema de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal



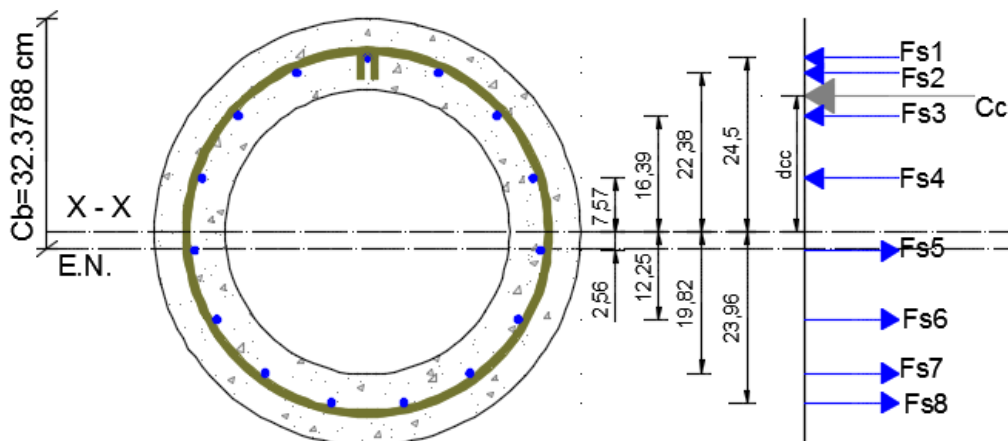
**Figura. 120.** Esquema general de deformaciones, esfuerzos y fuerzas en la sección transversal circular

- Posición de las varillas de acero respecto a la fibra superior de la sección transversal



**Figura. 121.** Posición de las varillas en la sección transversal circular

- Brazos de palanca de las fuerzas de hormigón y acero en la sección transversal



**Figura. 122.** Brazos de palanca de las fuerzas en la sección transversal circular

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del acero en la sección transversal

**Tabla 56.**

Contribución del acero en la sección transversal circular

Fibra	Posición (cm)	$\epsilon_{si}$	$f_{si}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$A_{si}$ [cm <sup>2</sup> ]	$F_{si}$ [kg]	$B_{pi}$ [cm]	$M_{si}$ [kg,cm]
1	5,50	0,00249	4200,00	1,047	4398,23	24,50	107756,63
2	7,62	0,00229	4200,00	2,094	8796,46	22,38	196881,48
3	13,61	0,00174	3547,21	2,094	7429,26	16,39	121792,99
4	22,43	0,00092	1880,09	2,094	3937,65	7,57	29811,52
5	32,56	0,00002	34,38	2,094	-72,00	2,56	184,38
6	42,25	0,00091	1865,19	2,094	-3906,45	12,25	47853,95
7	49,82	0,00162	3295,76	2,094	-6902,62	19,82	136816,09
8	53,96	0,00200	4078,73	2,094	-8542,48	23,96	204717,13
$\Sigma F_{si}$					5138,0488	$\Sigma M_{si}$	845814,16

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales del hormigón en la sección transversal

**Tabla 57.**

Cálculo de la fuerza del hormigón

$\epsilon_c$	Distancia al Eje Neutro [cm]	$f_c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Area	Profundidad d [cm]	Volumen [kg]	C. Gravedad	Momento [kg,cm]
--------------	------------------------------	-----------------------------	------	--------------------	--------------	-------------	-----------------

0,0000	0,000	0,00		20,10	0,00		0,00
0,0001	1,079	18,27	9,86	20,03	197,47	0,54	106,56
0,0002	2,159	36,31	29,45	20,00	589,11	1,62	953,75
0,0003	3,238	54,10	48,79	20,01	976,37	2,70	2634,49
0,0004	4,317	71,60	67,83	20,06	1360,92	3,78	5140,96
0,0005	5,396	88,79	86,56	20,15	1744,42	4,86	8472,39
0,0006	6,476	105,64	104,92	20,29	2128,50	5,94	12635,10
0,0007	7,555	122,10	122,90	20,46	2514,86	7,02	17642,83
0,0008	8,634	138,13	140,43	20,69	2905,31	8,09	23517,78
0,0009	9,714	153,70	157,49	20,97	3301,87	9,17	30291,47
0,0010	10,793	168,74	174,00	21,30	3706,90	10,25	38008,07
0,0011	11,872	183,20	189,92	21,71	4123,19	11,33	46726,61
0,0012	12,952	197,01	205,18	22,20	4554,27	12,41	56527,37
0,0013	14,031	210,12	219,71	22,78	5004,75	13,49	67520,23
0,0014	15,110	222,43	233,42	23,48	5480,86	14,57	79859,14
0,0015	16,189	233,87	246,24	24,33	5991,59	15,65	93767,39
0,0016	17,269	244,34	258,07	25,38	6550,44	16,73	109583,18
0,0017	18,348	253,73	268,78	26,71	7179,50	17,81	127855,67
0,0018	19,427	261,93	278,28	28,46	7918,61	18,89	149564,53
0,0019	20,507	268,81	286,41	30,91	8852,83	19,97	176764,78
0,0020	21,586	274,22	293,04	34,94	10238,74	21,05	215487,97
0,0021	22,665	278,00	298,01	44,20	13172,62	22,13	291452,43
0,0022	23,745	279,99	301,12	42,12	12683,06	23,20	294309,44
0,0023	24,824	279,98	302,19	39,81	12030,34	24,28	292147,48
0,0024	25,903	277,76	300,98	37,23	11207,09	25,36	284251,38
0,0025	26,982	273,08	297,26	34,33	10205,47	26,44	269861,36
0,0026	28,062	265,69	290,75	31,01	9015,83	27,52	248134,81
0,0027	29,141	255,28	281,14	27,11	7622,73	28,60	218020,93
0,0028	30,220	241,53	268,10	22,35	5991,50	29,68	177832,09
0,0029	31,300	224,08	251,26	15,95	4007,41	30,76	123268,08
0,0030	32,379	202,52	230,21	0,00	0,00	31,84	0,00
				$\Sigma$	171256,568 0	$\Sigma$	3462338,2 4

$$C_c = 171256,57 \text{ kg}$$

$$\text{Momento respecto del E. N.} = 3462338,24 \text{ kg. cm}$$

$$d_{EN} = \frac{3462338,24 \text{ kg. cm}}{171256,57 \text{ kg}} = 20,22 \text{ cm}$$

$$d_{cc} = \frac{60}{2} - (32,3788 - 20,22) = 17,84 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = C_c * d_{cc}$$



$$M_{Cc} = 171256,57 \text{ kg} * 17,84 \text{ cm}$$

$$M_{Cc} = 3054924,04 \text{ kg.cm}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos nominales en la sección transversal

$$P_n = C_c + \sum F_{si}$$

$$M_n = M_{Cc} + \sum M_{si}$$

$$P_n = 171256,57 - 5138,05$$

$$M_n = 3054924,04 + 845814,16$$

$$P_n = 176394,62 \text{ kg}$$

$$M_n = 3901738 \text{ kg.cm}$$

$$P_n = 176,39 \text{ T}$$

$$M_n = 39,02 \text{ T.m}$$

- Cálculo de las Fuerzas y Momentos para diseño en la sección transversal.

Debido a que la deformación en la fibra extrema de acero es igual a 0,002, el factor  $\Phi$  se asume como 0,65 en concordancia con la Tabla 1.

$$P = P_n * \Phi$$

$$M = M_n * \Phi$$

$$P = 176,39 \text{ T} * 0,65$$

$$M = 39,02 \text{ T.m} * 0,65$$

$$P = 114,66 \text{ T}$$

$$M = 25,36 \text{ T.m}$$

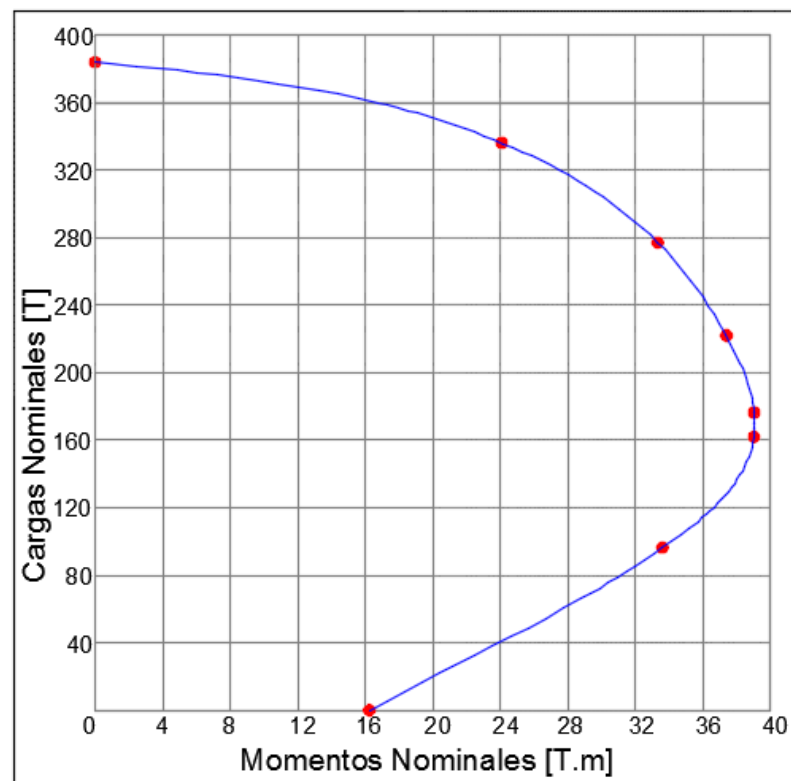
### 3.4.9. Resumen de puntos y elaboración de las curvas de interacción nominal y de diseño.

**Tabla 58.**

Fuerzas y momentos de la curva nominal de la sección circular

Puntos de Curva Nominal			
Punto	c [cm]	Pn [T]	Mn [T.m]
1	Infinito	384,09	0,00
2	60	336,39	24,08

3	50	277,31	33,32
4	40	222,08	37,38
5	30	161,93	39,01
6	20	96,29	33,60
7	9,1753925	0,00	16,23
8	Cb=32,3788	176,39	39,02



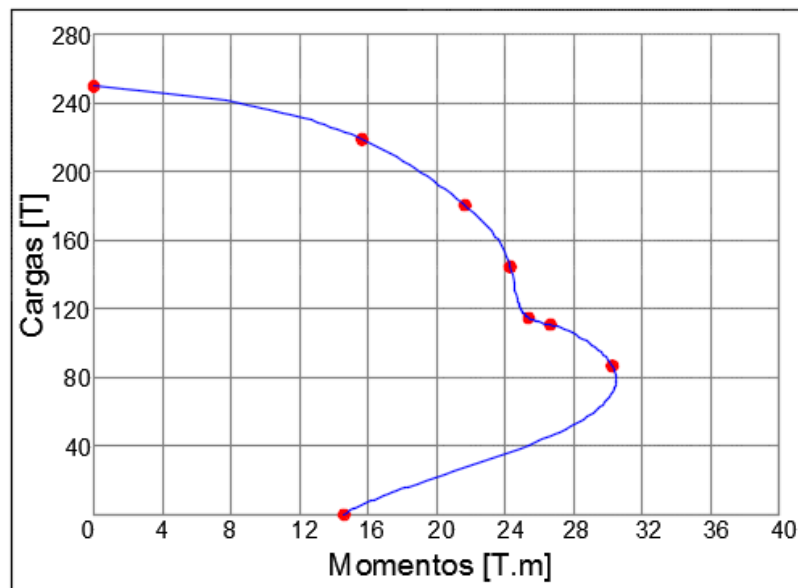
**Figura. 123.** Curva de interacción nominal con cuantía de acero del 1%

**Tabla 59.**

Fuerzas y momentos de la curva de diseño de la sección circular

<b>Puntos de Curva de Diseño</b>			
<b>Punto</b>	<b>c [cm]</b>	<b>Pn [T]</b>	<b>Mn [T.m]</b>

1	Infinito	249,66	0,00
2	60	218,65	15,65
3	50	180,25	21,66
4	40	144,35	24,30
5	30	110,60	26,64
6	20	86,66	30,24
7	9,1753925	0,00	14,61
8	Cb=32,3788	114,66	25,36



**Figura. 124.** Curva de interacción de diseño con cuantía de acero del 1%

## CAPITULO IV

### 4. RESULTADOS

Los diagramas presentados en este capítulo se obtienen mediante el programa ACDiagramas 1.0, desarrollado en MATLAB por los autores, el cual utiliza el procedimiento descrito en el capítulo anterior. Los diagramas de interacción contienen curvas que representan cuantías de acero en un intervalo de 0.5 a 4%. El eje de las abscisas en los diagramas de interacción corresponde al momento flector nominal que resiste la sección transversal, mientras que el eje de las ordenadas representa la carga axial nominal que resiste la sección transversal. Adicionalmente a los diagramas de interacción nominales en el Anexo 1. se desarrollan los diagramas de interacción de diseño para las secciones transversales propuestas.

#### 4.1. Diagramas de interacción para columnas de sección transversal cuadrada

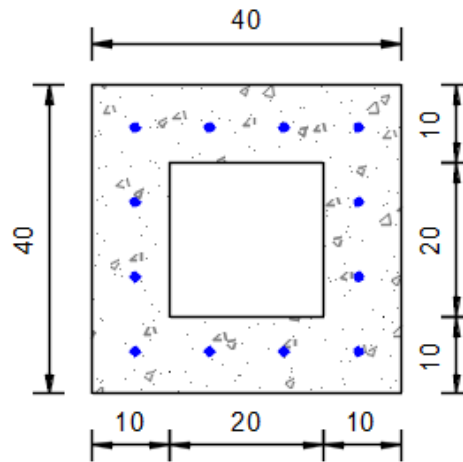
A continuación se presentan los diagramas de interacción para las siguientes secciones:

**Tabla 60.**

Dimensiones sección transversal cuadrada

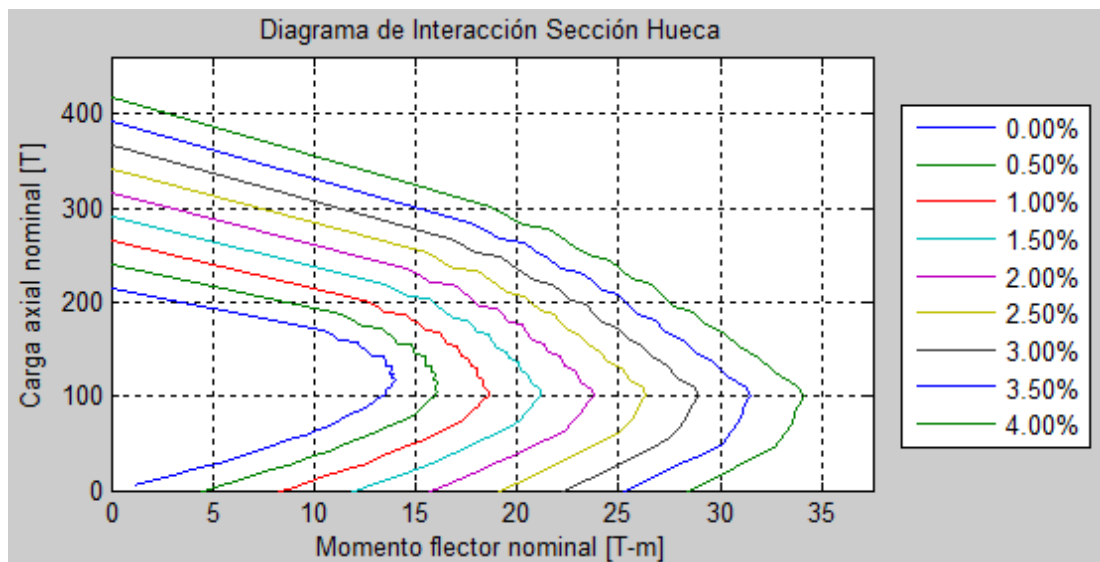
Dimensiones		
B [cm]	H [cm]	espesor [cm]
40	40	10
50	50	10
60	60	10
70	70	10
80	80	10
90	90	10

#### 4.1.1. Sección de 40 x 40 cm



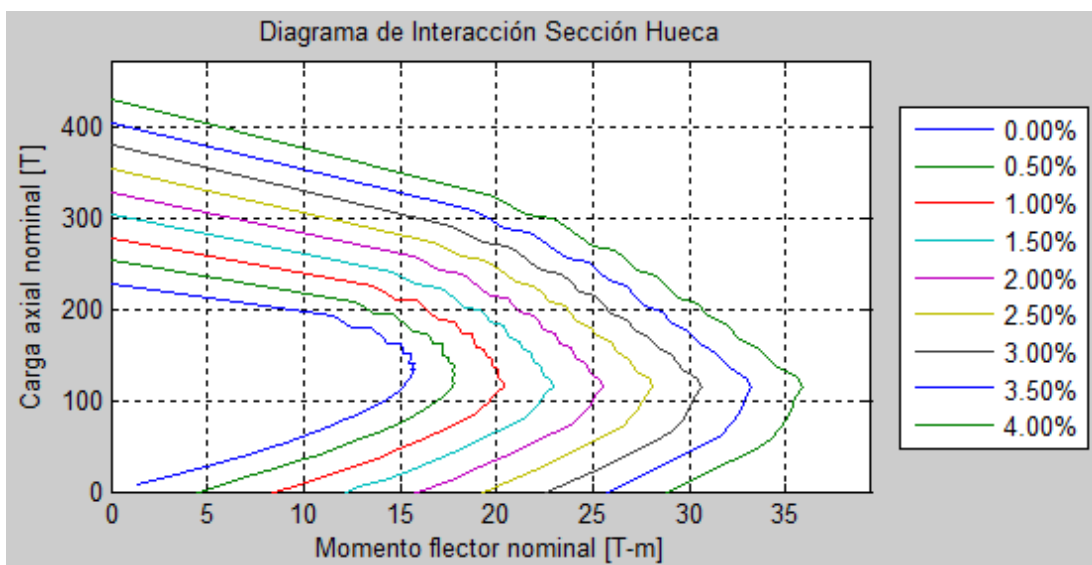
**Figura. 125.** Esquema sección transversal 40x40 cm

##### 4.1.1.1. $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$



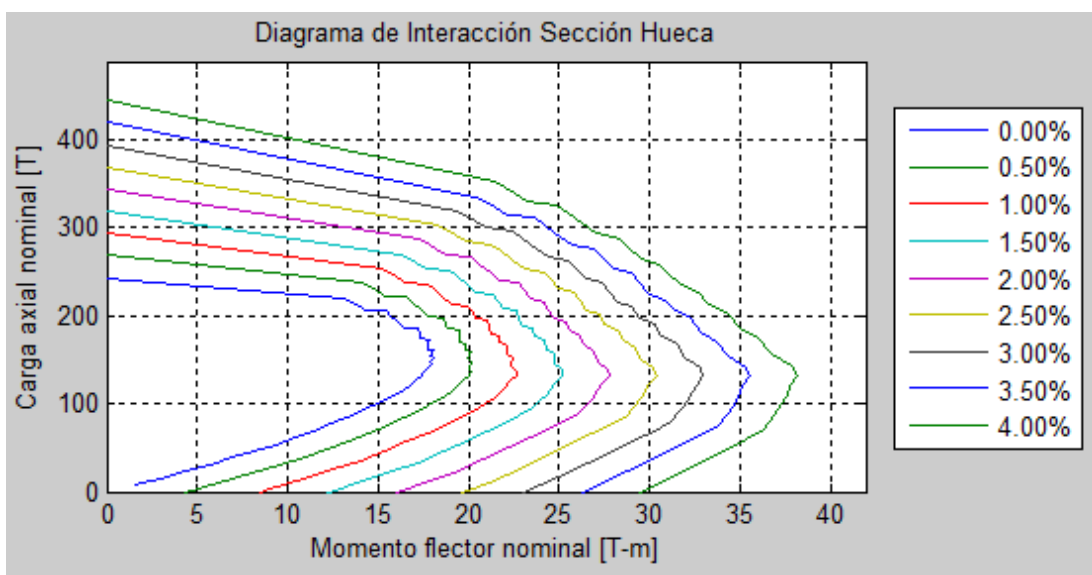
**Figura. 126.** Diagrama de interacción cuadrada 40x40 cm

4.1.1.2.  $f'_c=240 \text{ kg/cm}^2$



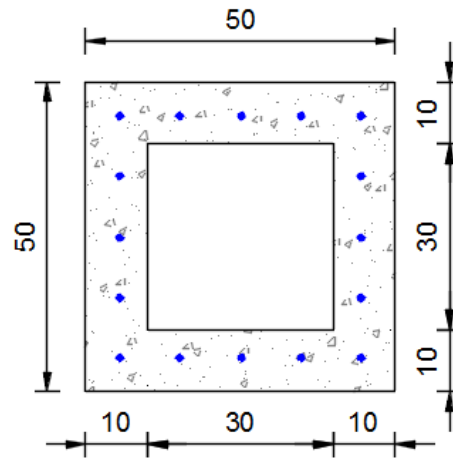
**Figura. 127.** Diagrama de interacción cuadrada 40x40 cm

4.1.1.3.  $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$



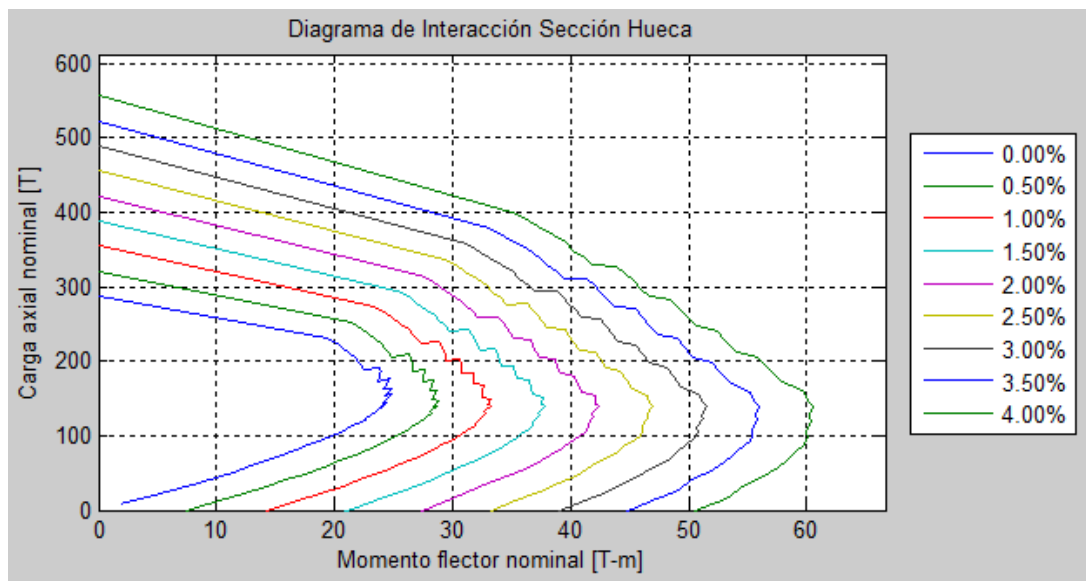
**Figura. 128.** Diagrama de interacción cuadrada 40x40 cm

#### 4.1.2. Sección de 50 x 50 cm



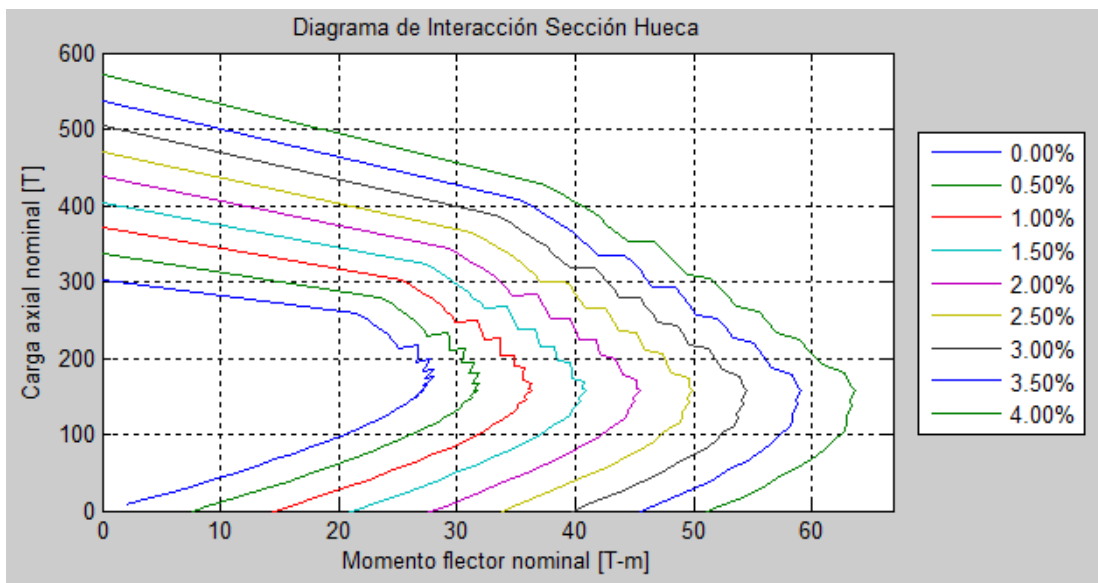
**Figura. 129.** Esquema sección transversal 50x50 cm

##### 4.1.2.1. $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$



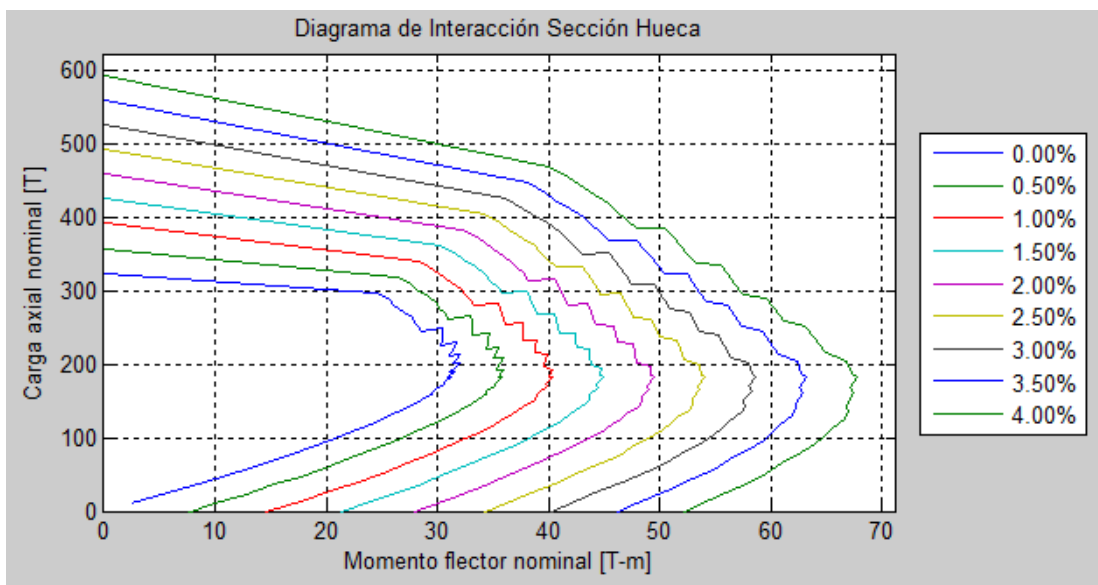
**Figura. 130.** Diagrama de interacción cuadrada 50x50 cm

#### 4.1.2.2. $f'_c=240 \text{ kg/cm}^2$



**Figura. 131.** Diagrama de interacción cuadrada 50x50 cm

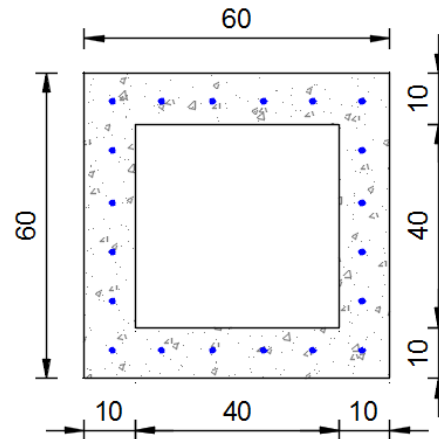
#### 4.1.2.3. $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$



**Figura. 132.** Diagrama de interacción cuadrada 50x50 cm

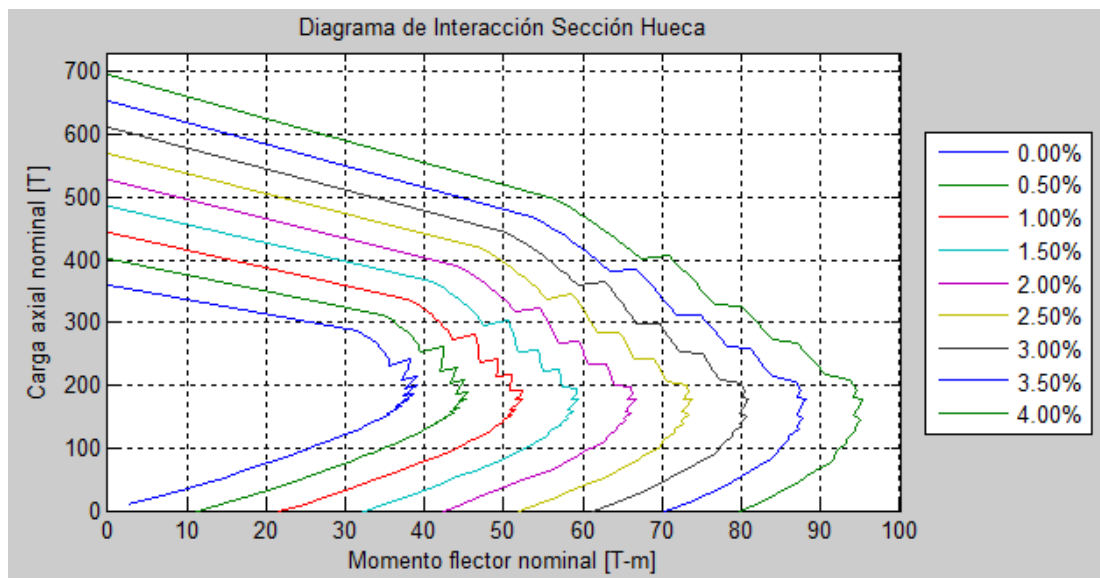


### 4.1.3. Sección de 60 x 60 cm



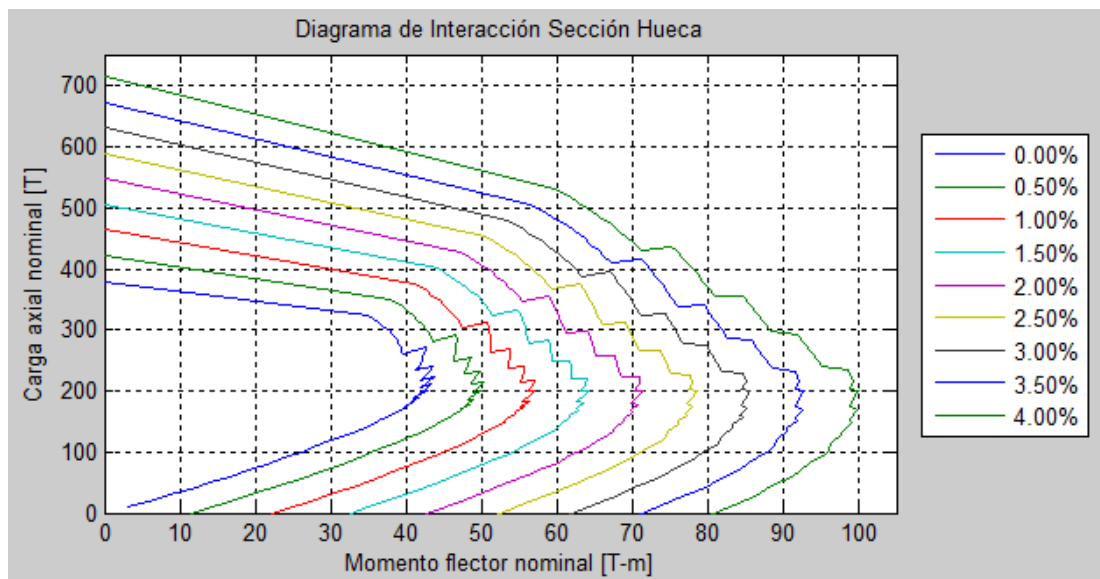
**Figura. 133.** Esquema sección transversal 60x60 cm

#### 4.1.3.1. $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$



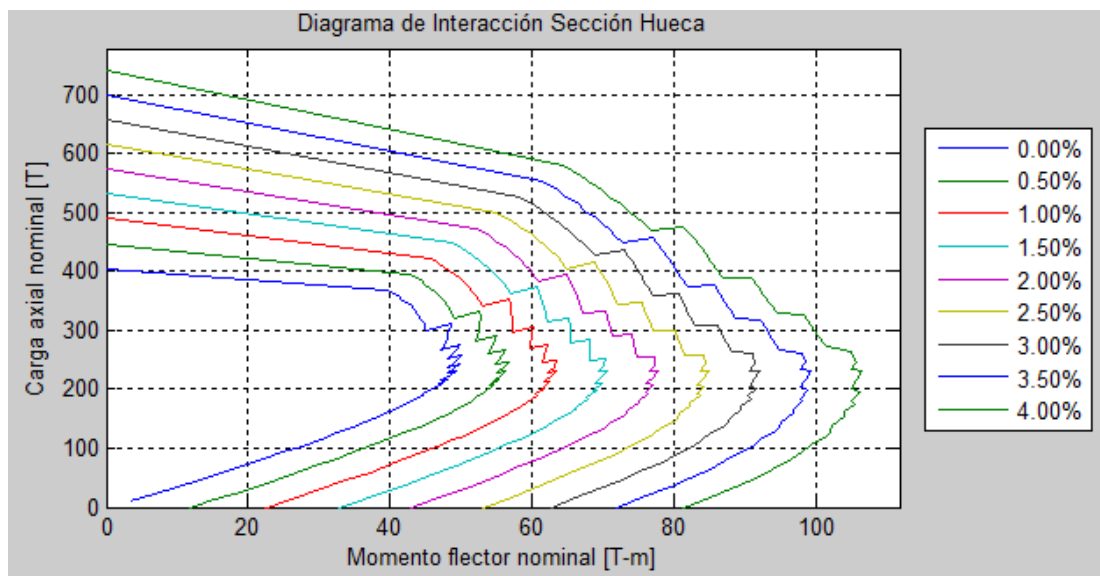
**Figura. 134.** Diagrama de interacción cuadrada 60x60 cm

#### 4.1.3.2. $f'c=240 \text{ kg/cm}^2$



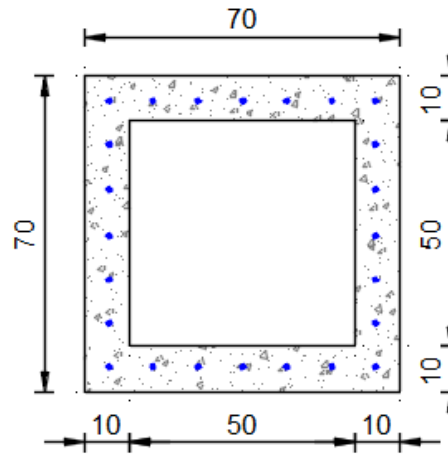
**Figura. 135.** Diagrama de interacción cuadrada 60x60 cm

#### 4.1.3.3. $f'c=280 \text{ kg/cm}^2$



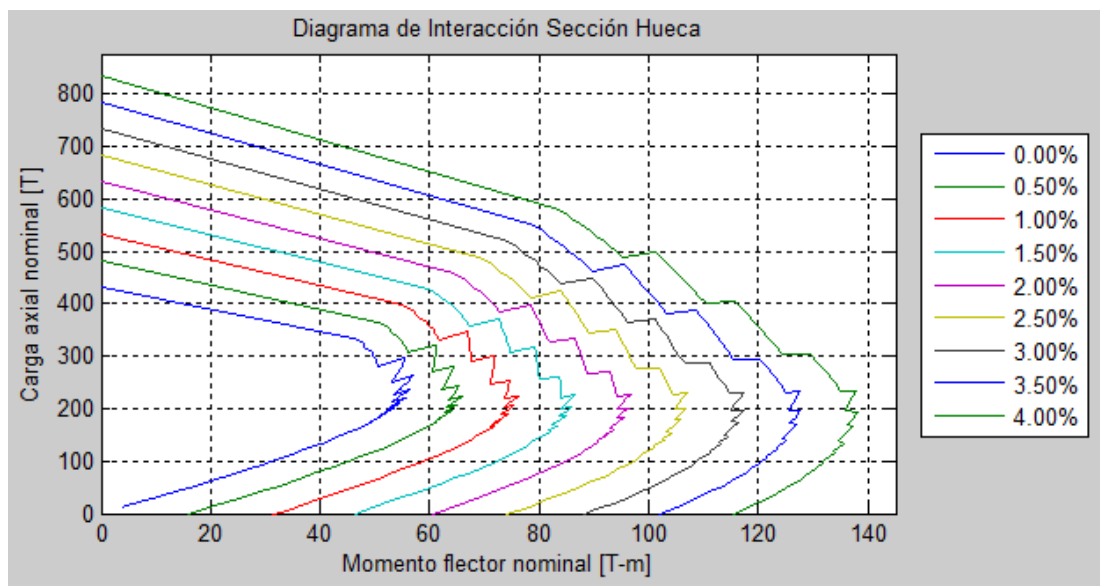
**Figura. 136.** Diagrama de interacción cuadrada 60x60 cm

#### 4.1.4. Sección de 70 x 70 cm



**Figura. 137.** Esquema sección transversal 70x70 cm

##### 4.1.4.1. $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$



**Figura. 138.** Diagrama de interacción cuadrada 70x70 cm

4.1.4.2.  $f'c=240 \text{ kg/cm}^2$

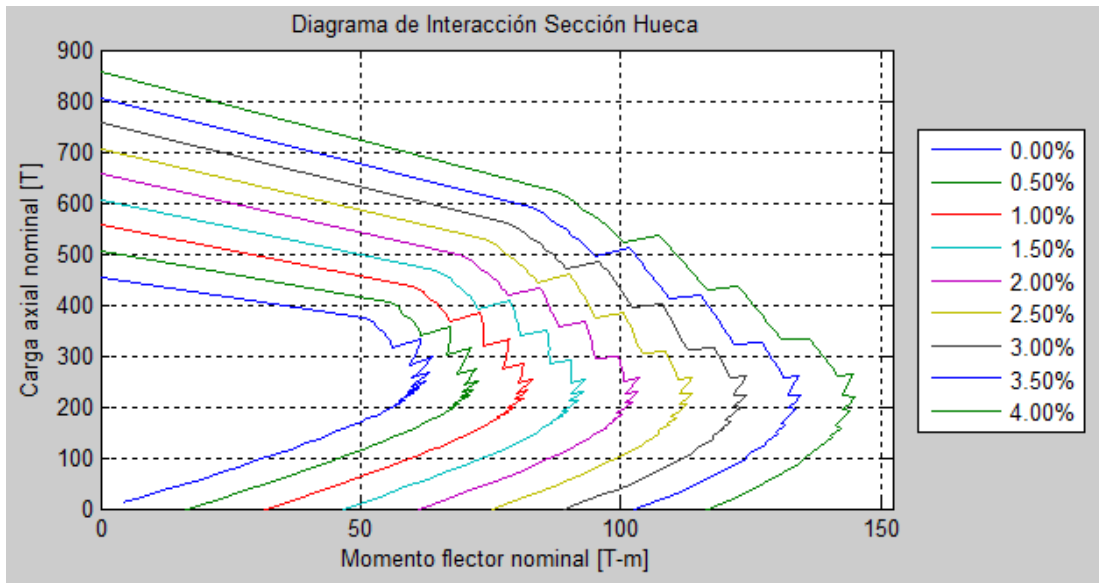


Figura. 139. Diagrama de interacción cuadrada 70x70 cm

4.1.4.3.  $f'c=280 \text{ kg/cm}^2$

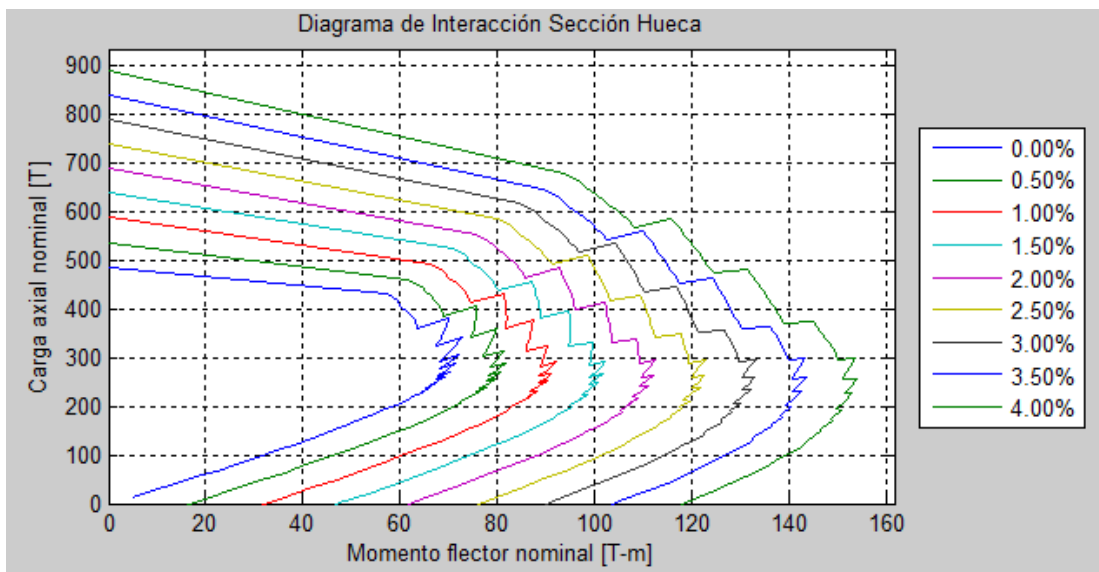
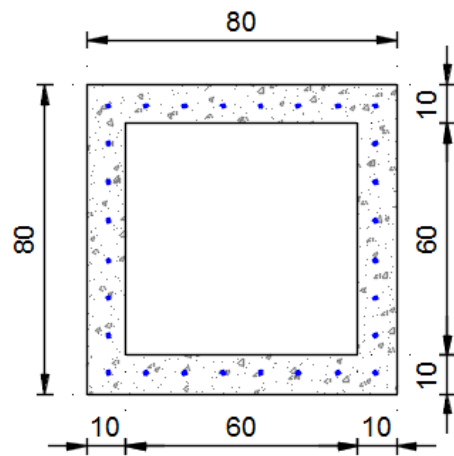


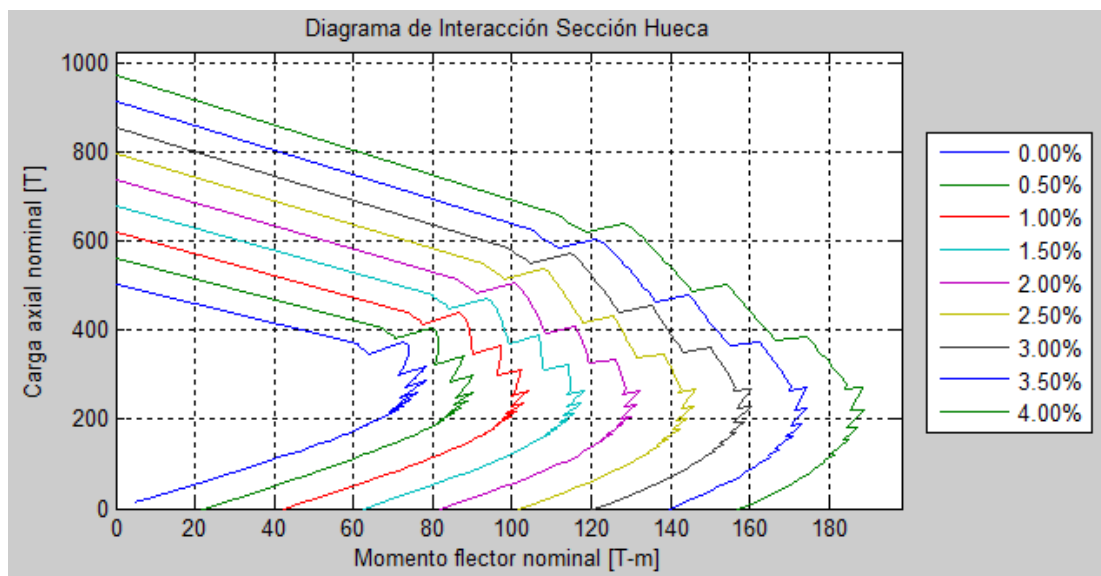
Figura. 140. Diagrama de interacción cuadrada 70x70 cm

#### 4.1.5. Sección de 80 x 80 cm



**Figura. 141.** Esquema sección transversal 80x80 cm

##### 4.1.5.1. $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$



**Figura. 142.** Diagrama de interacción cuadrada 80x80 cm

4.1.5.2.  $f'c=240 \text{ kg/cm}^2$

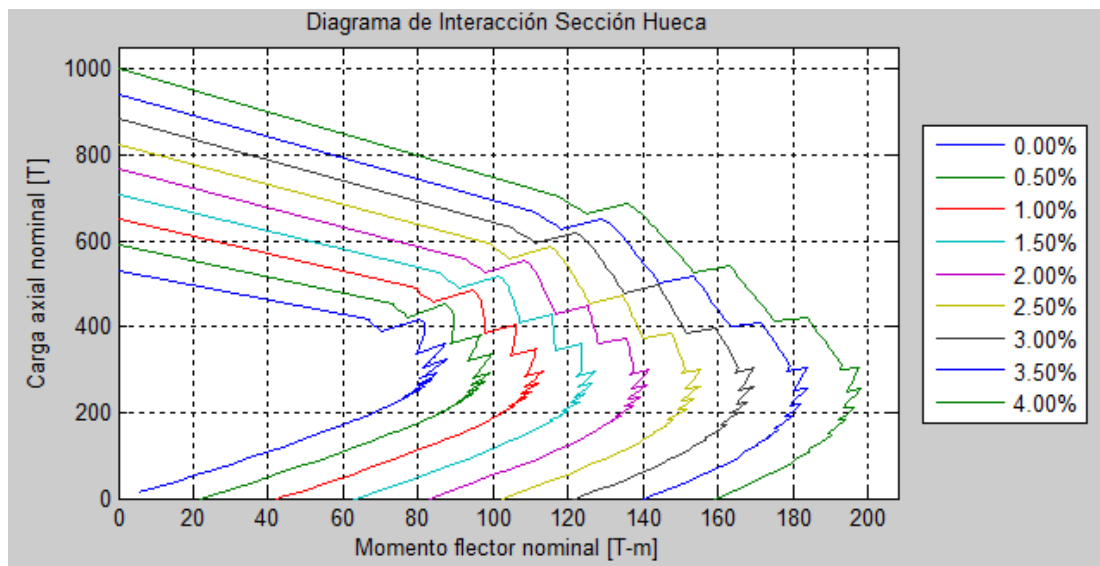


Figura. 143. Diagrama de interacción cuadrada 80x80 cm

4.1.5.3.  $f'c=280 \text{ kg/cm}^2$

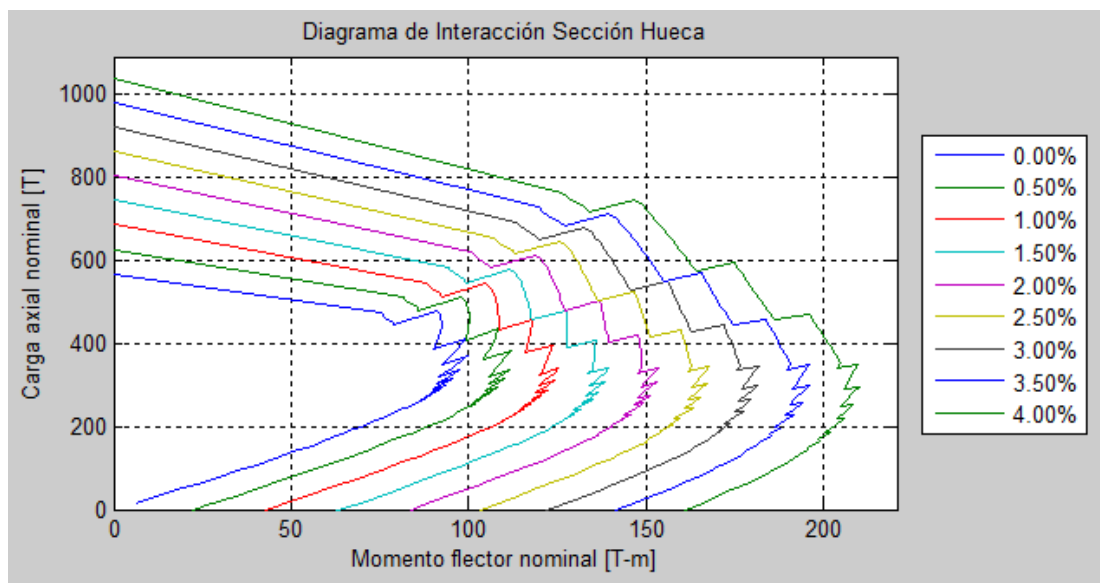
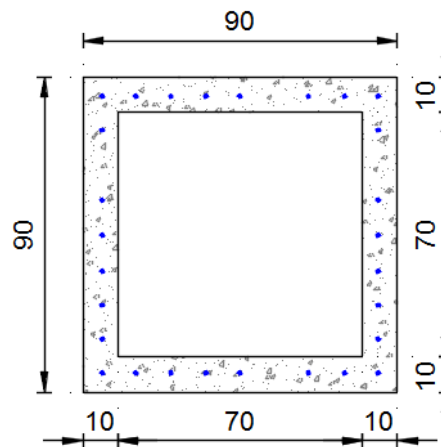


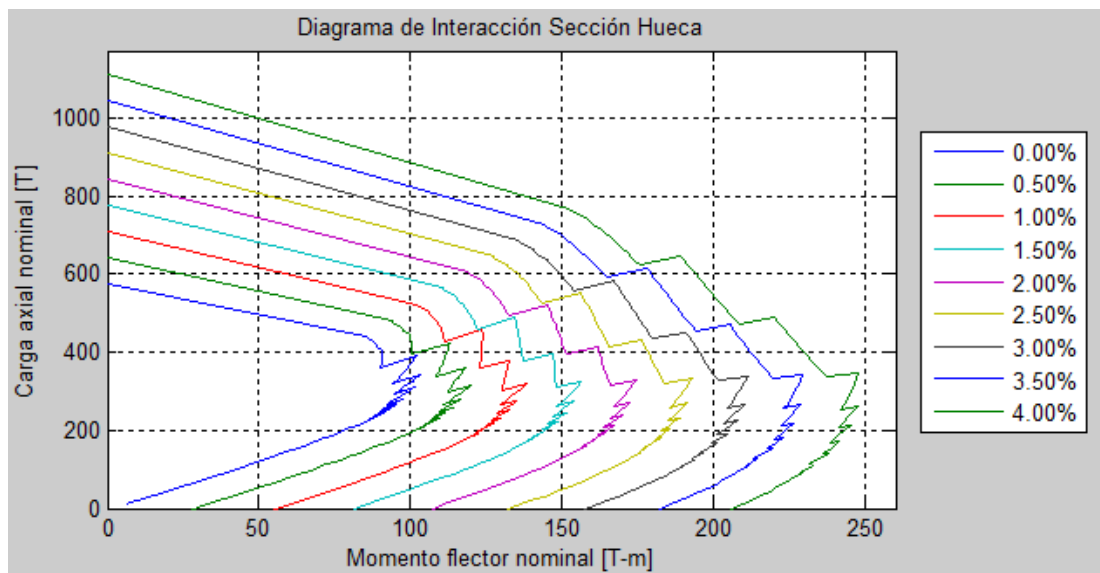
Figura. 144. Diagrama de interacción cuadrada 80x80 cm

#### 4.1.6. Sección de 90 x 90 cm



**Figura. 145.** Esquema sección transversal 90x90 cm

##### 4.1.6.1. $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$



**Figura. 146.** Diagrama de interacción cuadrada 90x90 cm

4.1.6.2.  $f'c=240 \text{ kg/cm}^2$

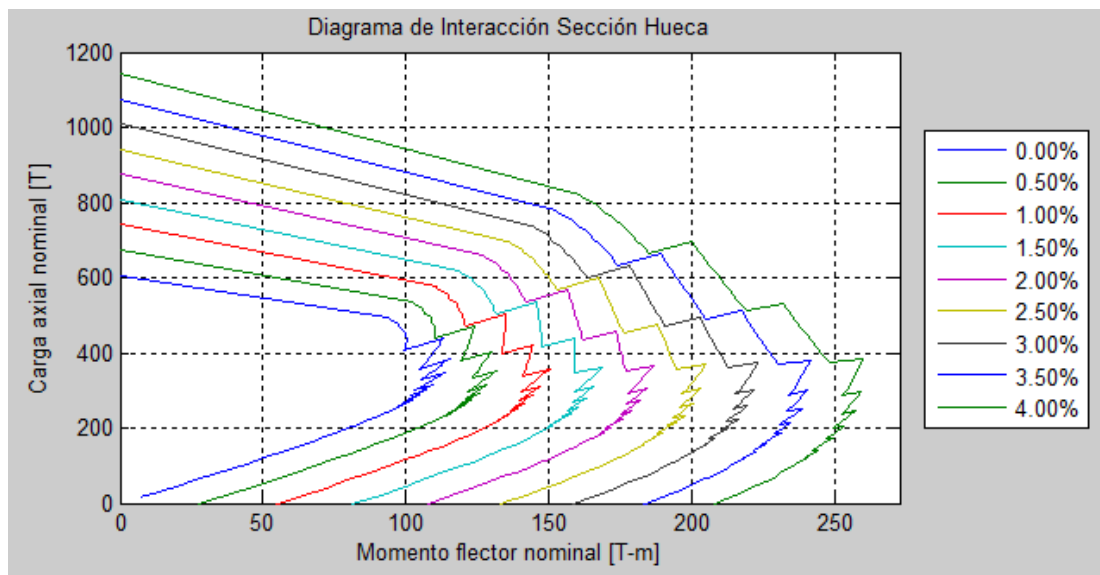


Figura. 147. Diagrama de interacción cuadrada 90x90 cm

4.1.6.3.  $f'c=280 \text{ kg/cm}^2$

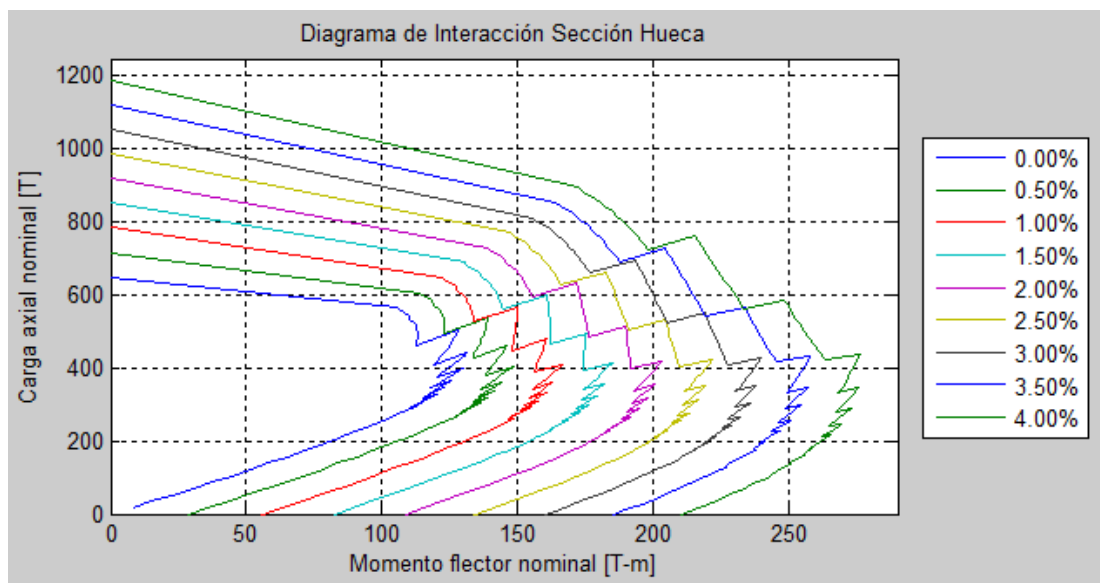


Figura. 148. Diagrama de interacción cuadrada 90x90 cm



## 4.2. Diagramas de interacción para columnas de sección transversal rectangular

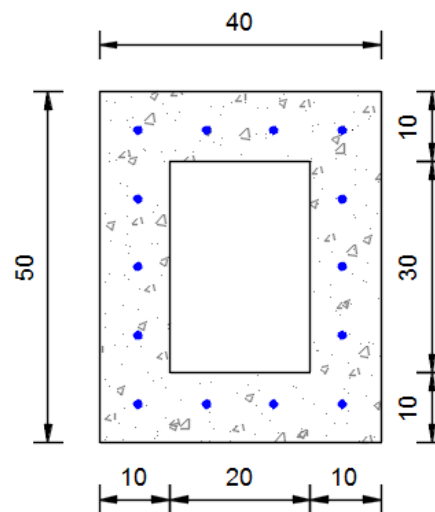
A continuación se presentan los diagramas de interacción para las siguientes secciones:

**Tabla 61.**

Dimensiones sección transversal rectangular

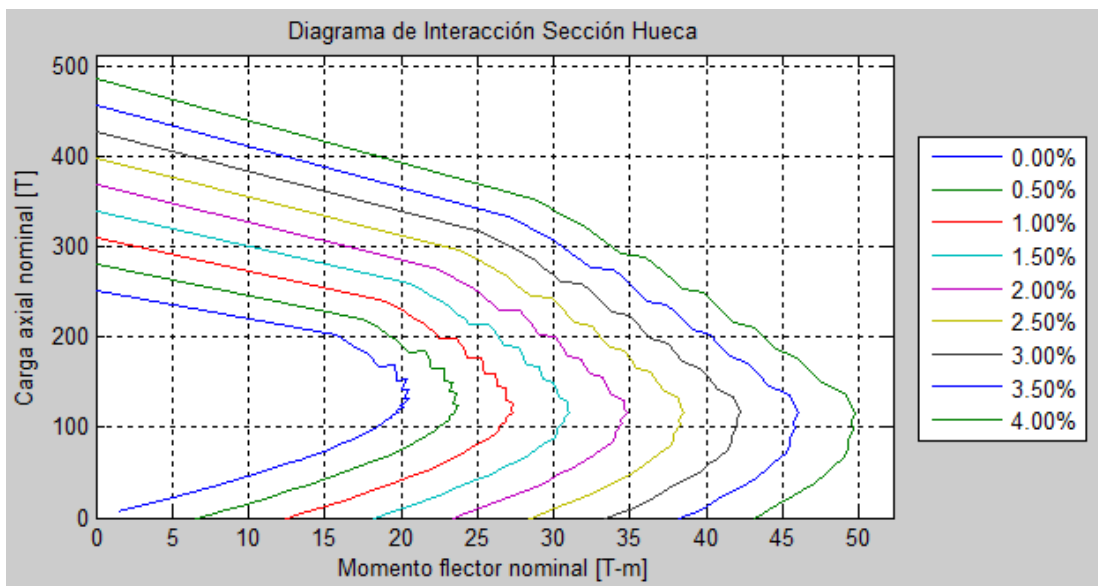
Dimensiones		
B [cm]	H [cm]	espesor [cm]
40	50	10
50	60	10
60	70	10
70	80	10

### 4.2.1. Sección de 40 x 50 cm



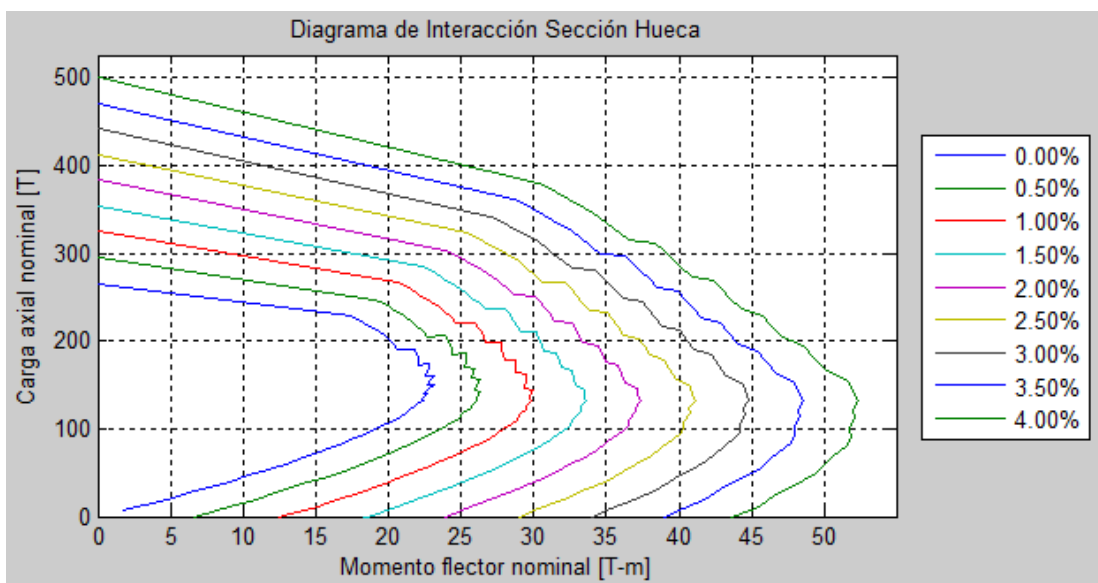
**Figura. 149.** Esquema sección transversal 40x50 cm

#### 4.2.1.1. $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$



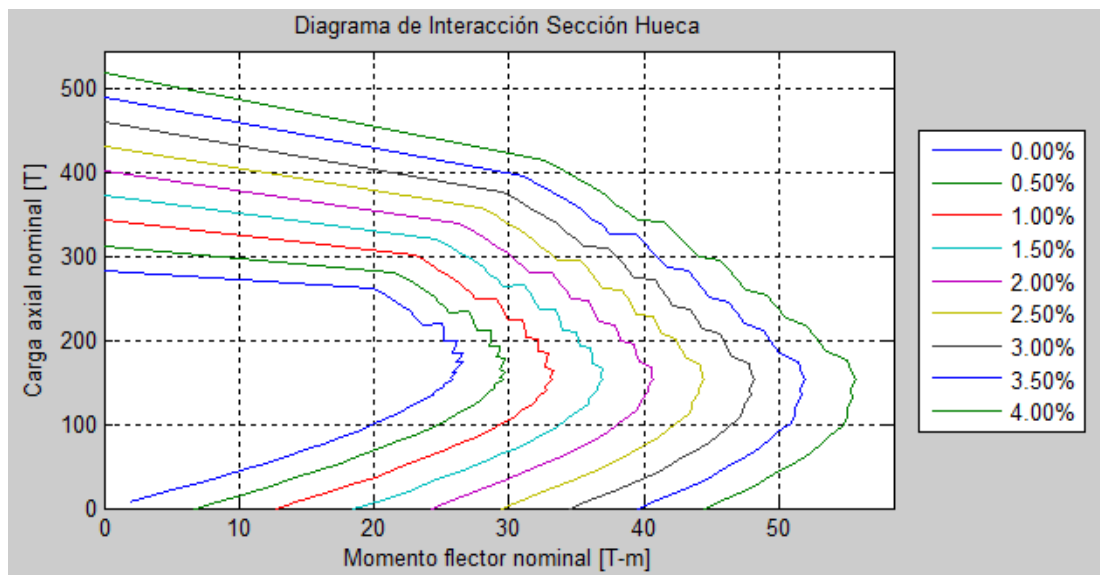
**Figura. 150.** Diagrama de interacción rectangular 40x50 cm

#### 4.2.1.2. $f'_c=240 \text{ kg/cm}^2$



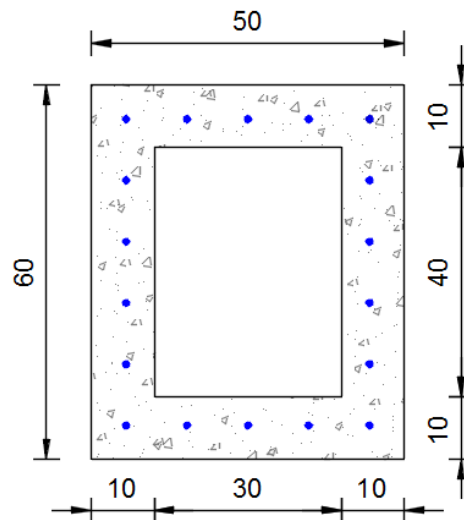
**Figura. 151.** Diagrama de interacción rectangular 40x50 cm

#### 4.2.1.3. $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$



**Figura. 152.** Diagrama de interacción rectangular 40x50 cm

#### 4.2.2. Sección de 50 x 60 cm



**Figura. 153.** Esquema sección transversal 50x60 cm

4.2.2.1.  $f'c=210 \text{ kg/cm}^2$

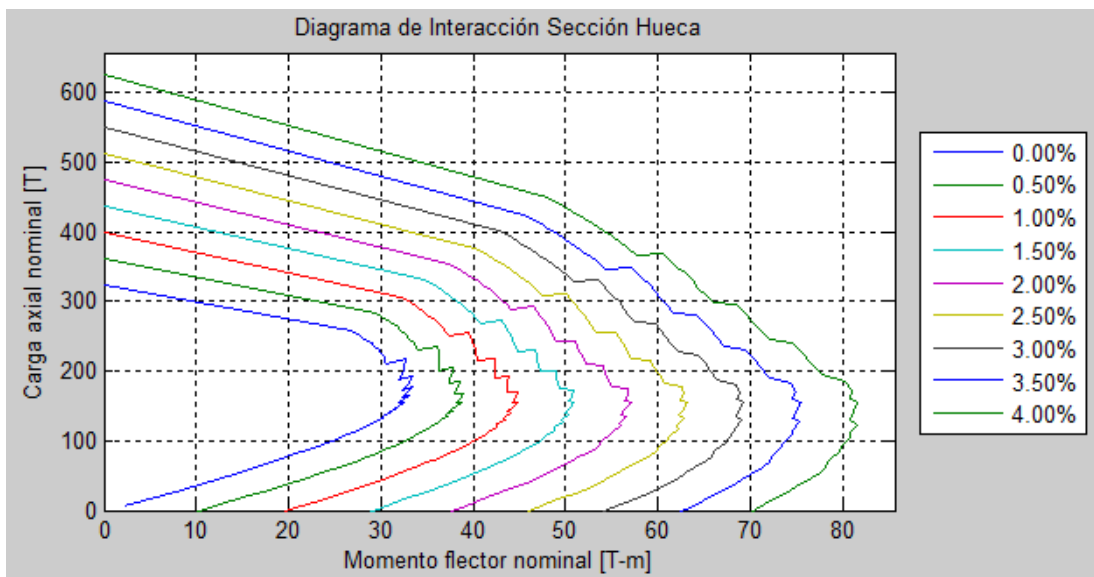


Figura. 154. Diagrama de interacción rectangular 50x60 cm

4.2.2.2.  $f'c=240 \text{ kg/cm}^2$

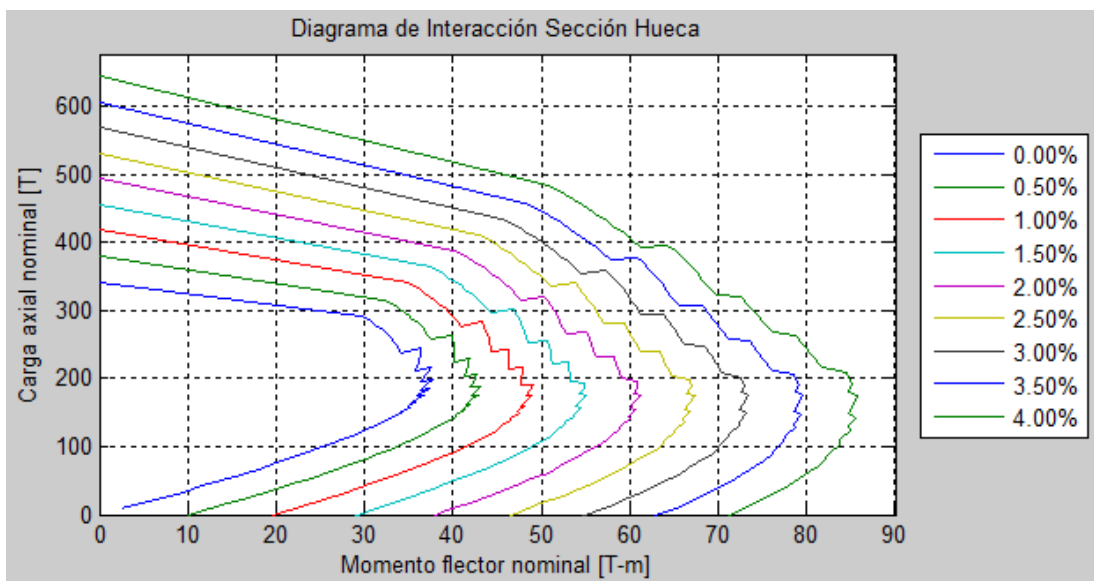


Figura. 155. Diagrama de interacción rectangular 50x60 cm

4.2.2.3.  $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$

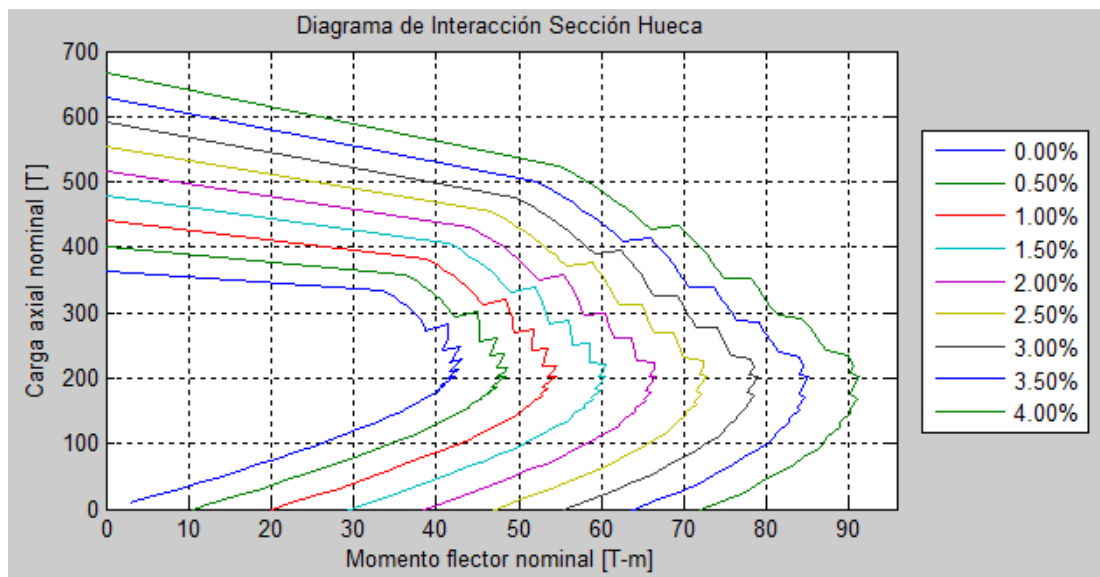


Figura. 156. Diagrama de interacción rectangular 50x60 cm

4.2.3. Sección de 60 x 70 cm

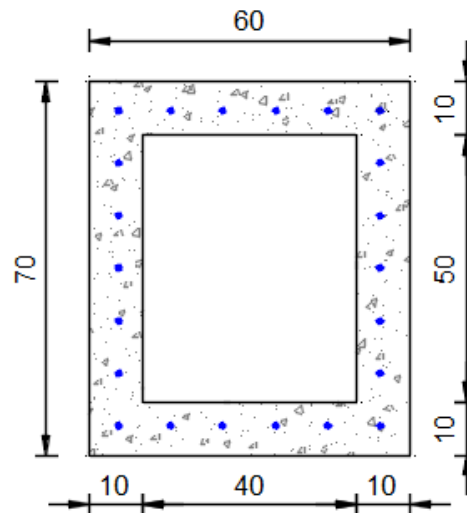
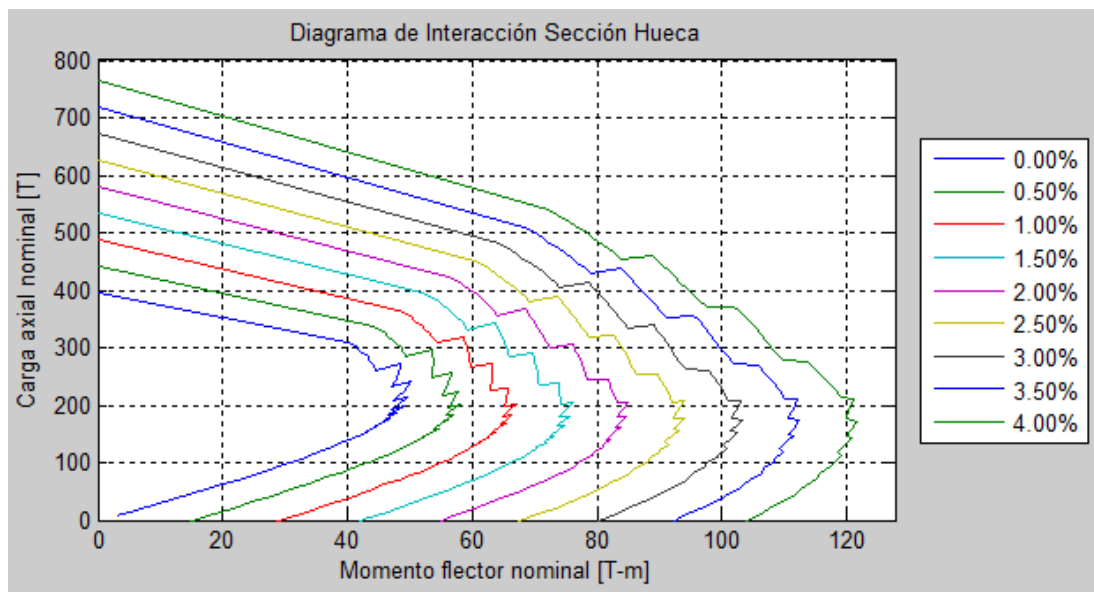


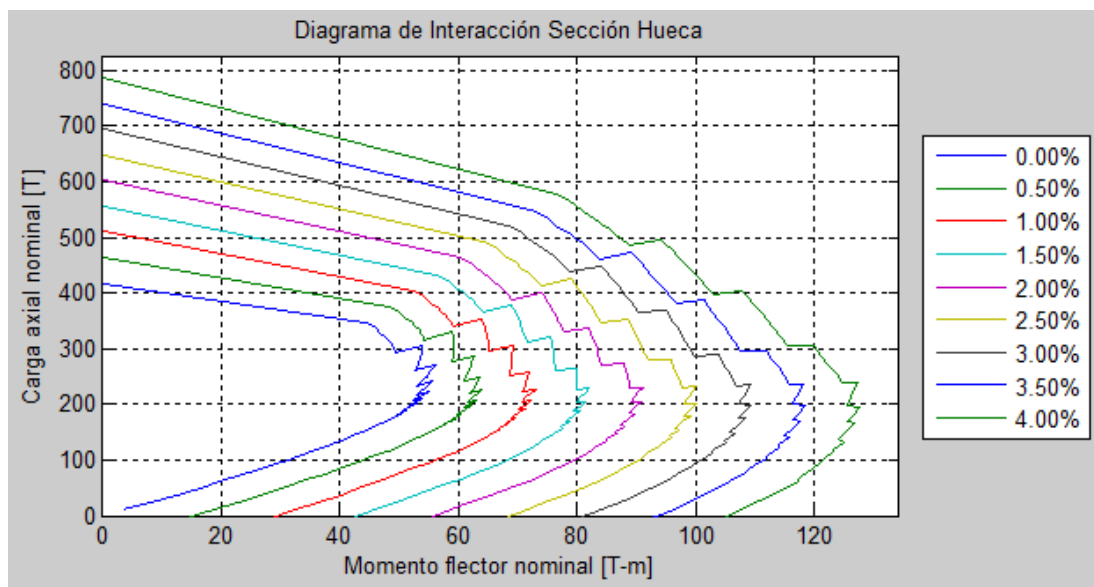
Figura. 157. Esquema sección transversal 60x70 cm

#### 4.2.3.1. $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$



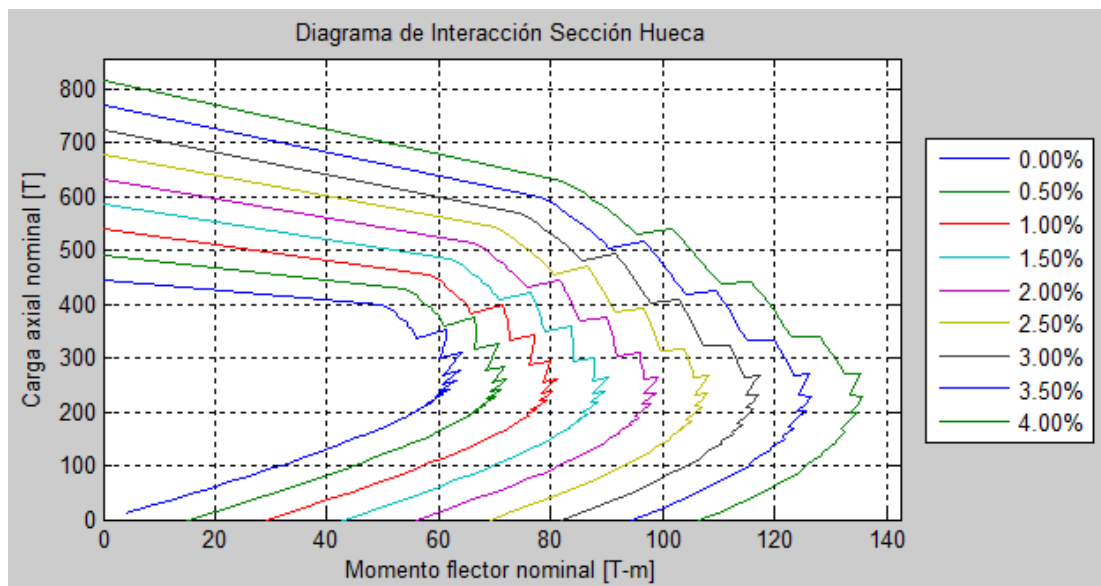
**Figura. 158.** Diagrama de interacción rectangular 60x70 cm

#### 4.2.3.2. $f'_c=240 \text{ kg/cm}^2$



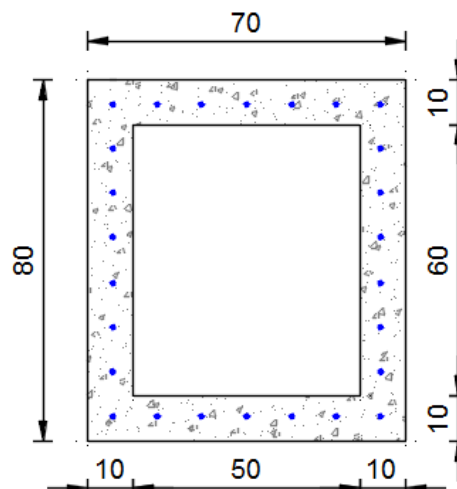
**Figura. 159.** Diagrama de interacción rectangular 60x70 cm

#### 4.2.3.3. $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$



**Figura. 160.** Diagrama de interacción rectangular 60x70 cm

#### 4.2.4. Sección de 70 x 80 cm



**Figura. 161.** Esquema sección transversal 70x80 cm

4.2.4.1.  $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$

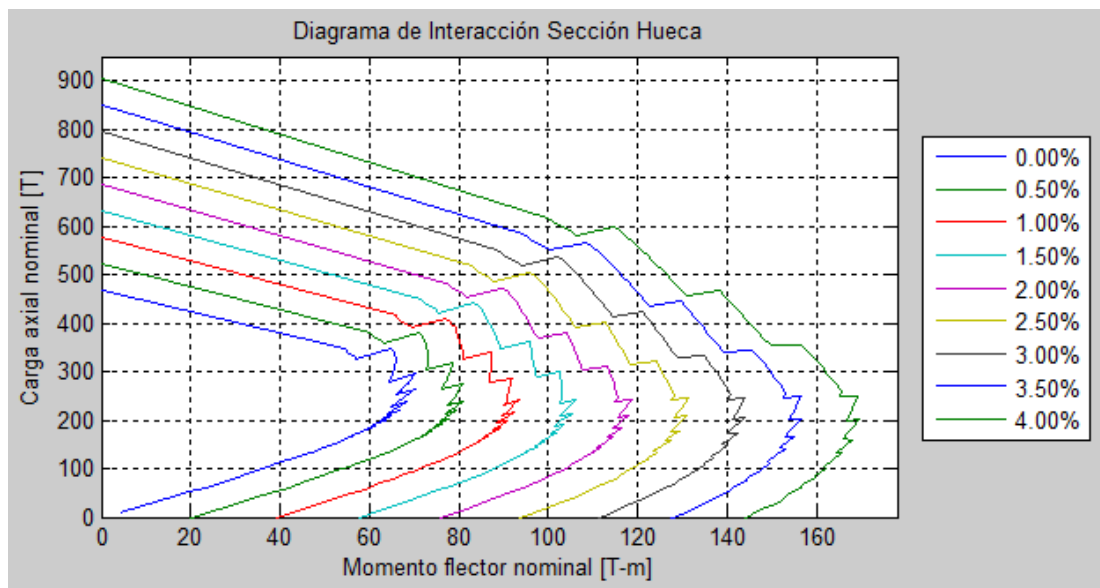


Figura. 162. Diagrama de interacción rectangular 70x80 cm

4.2.4.2.  $f'_c=240 \text{ kg/cm}^2$

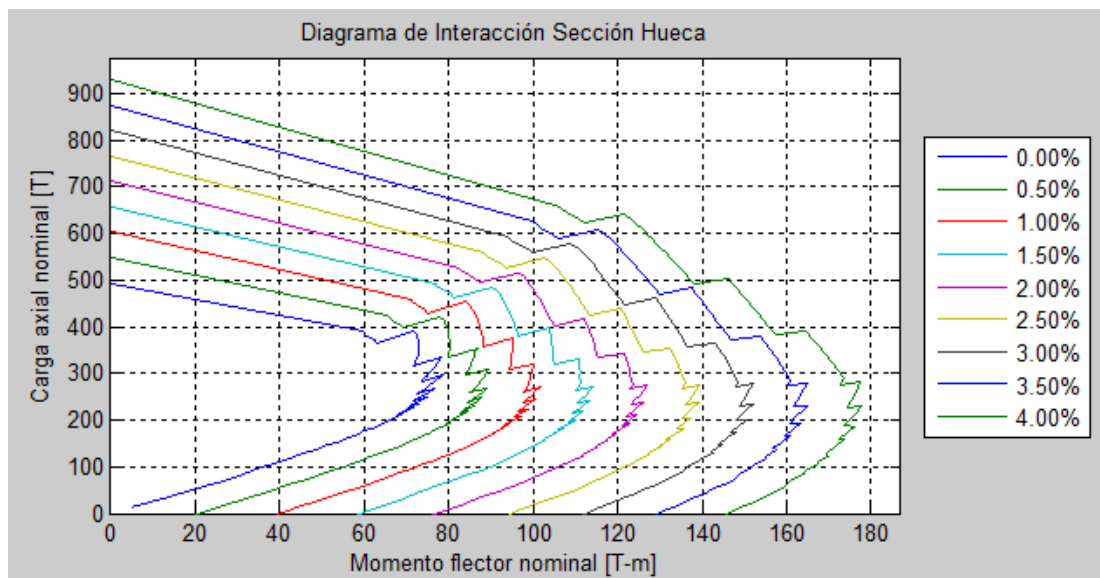
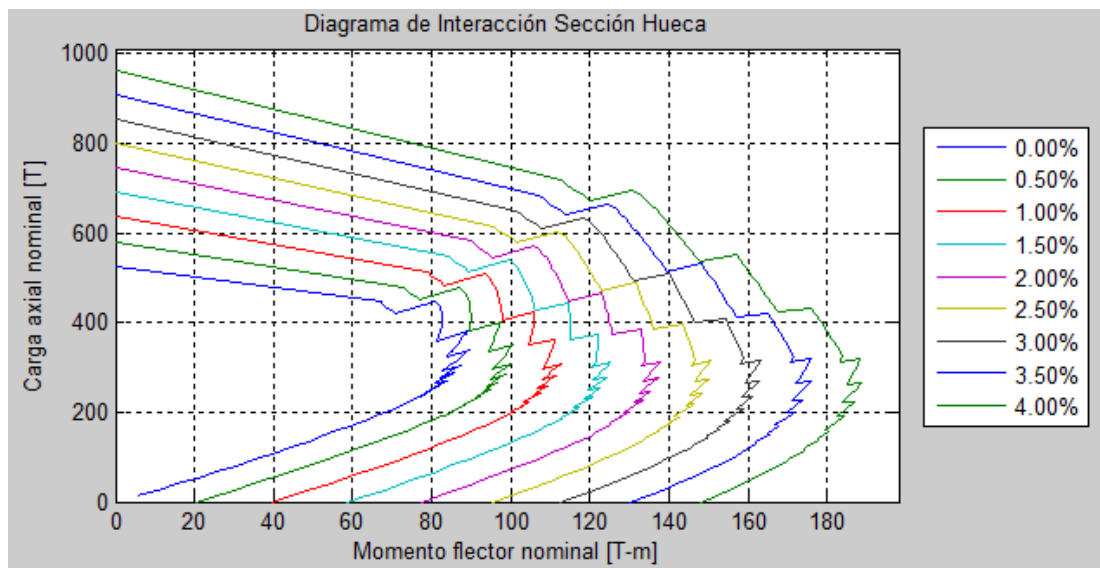


Figura. 163. Diagrama de interacción rectangular 70x80 cm



#### 4.2.4.3. $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$



**Figura. 164.** Diagrama de interacción rectangular 70x80 cm

### 4.3. Diagramas de interacción para columnas de sección transversal circular

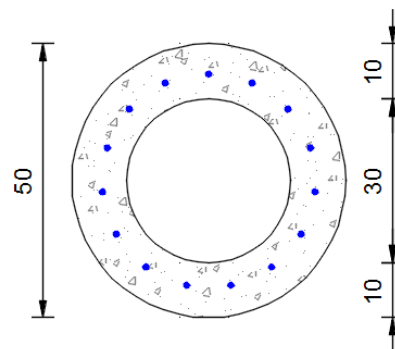
A continuación se presentan los diagramas de interacción para las siguientes secciones:

**Tabla 62.**

Dimensiones sección transversal circular

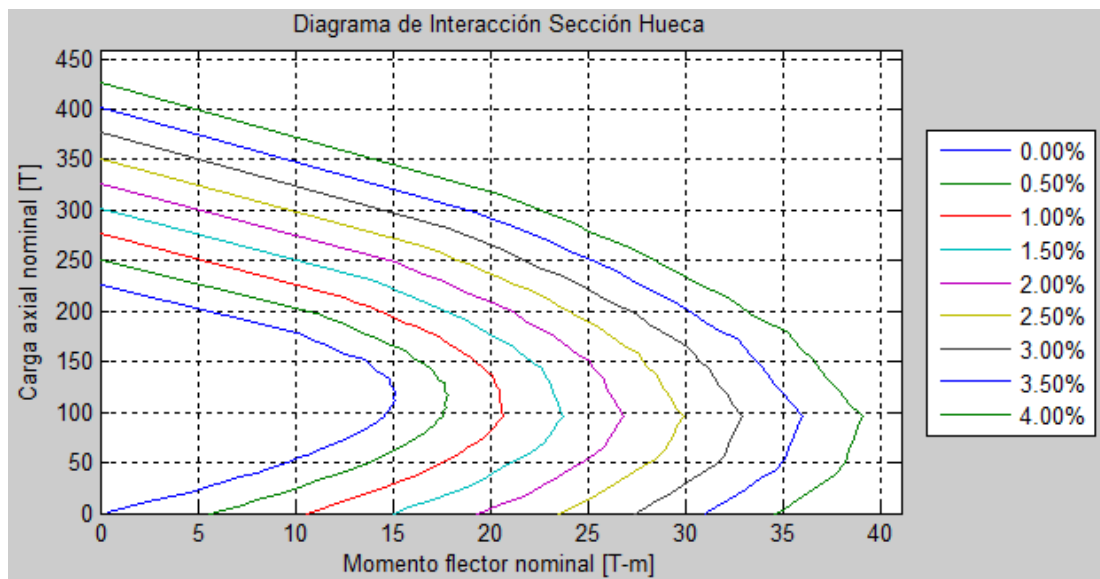
Dimensiones	
D [cm]	espesor [cm]
50	10
60	10
70	10
80	10

#### 4.3.1. Sección de 50 cm de diámetro



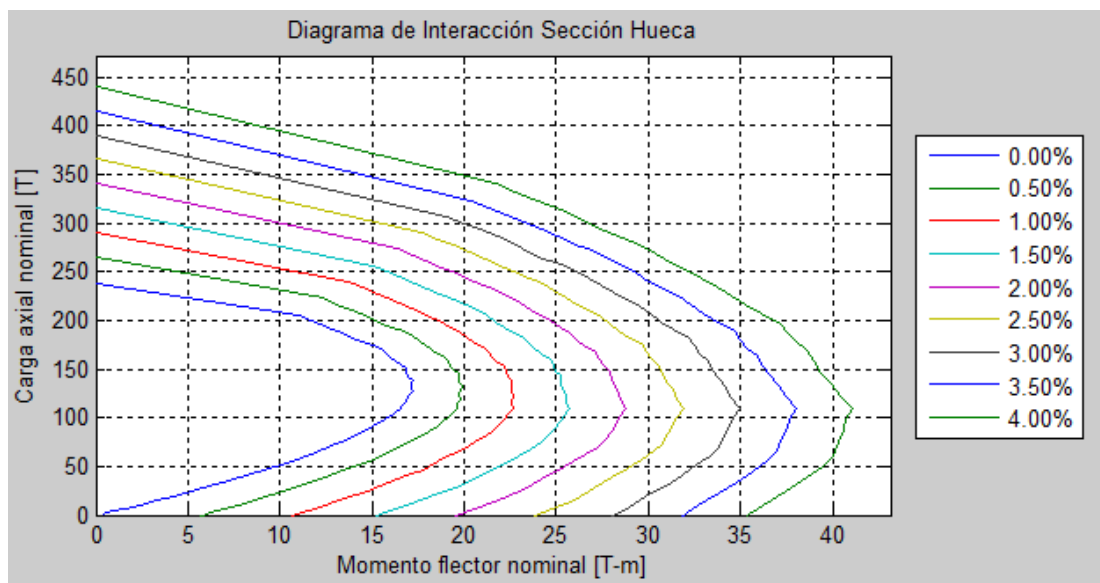
**Figura. 165.** Esquema sección transversal diámetro 50 cm

#### 4.3.1.1. $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$



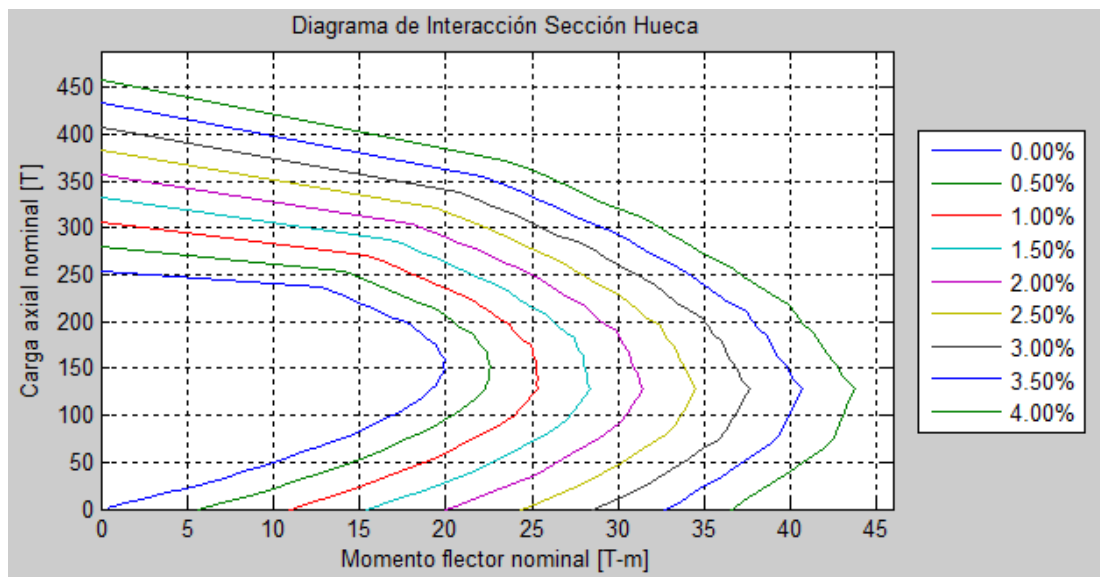
**Figura. 166.** Diagrama de interacción circular diámetro 50 cm

#### 4.3.1.2. $f'_c=240 \text{ kg/cm}^2$



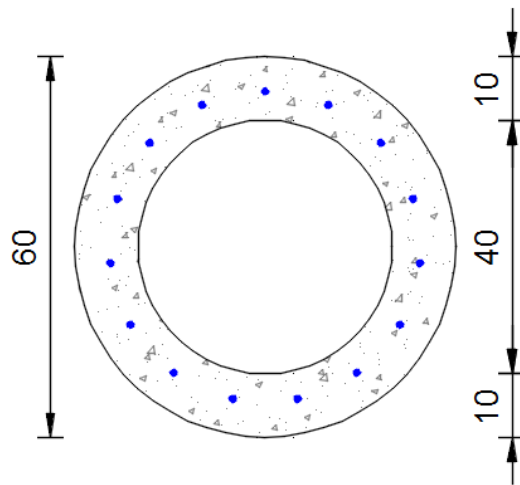
**Figura. 167.** Diagrama de interacción circular diámetro 50 cm

### 4.3.1.3. $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$



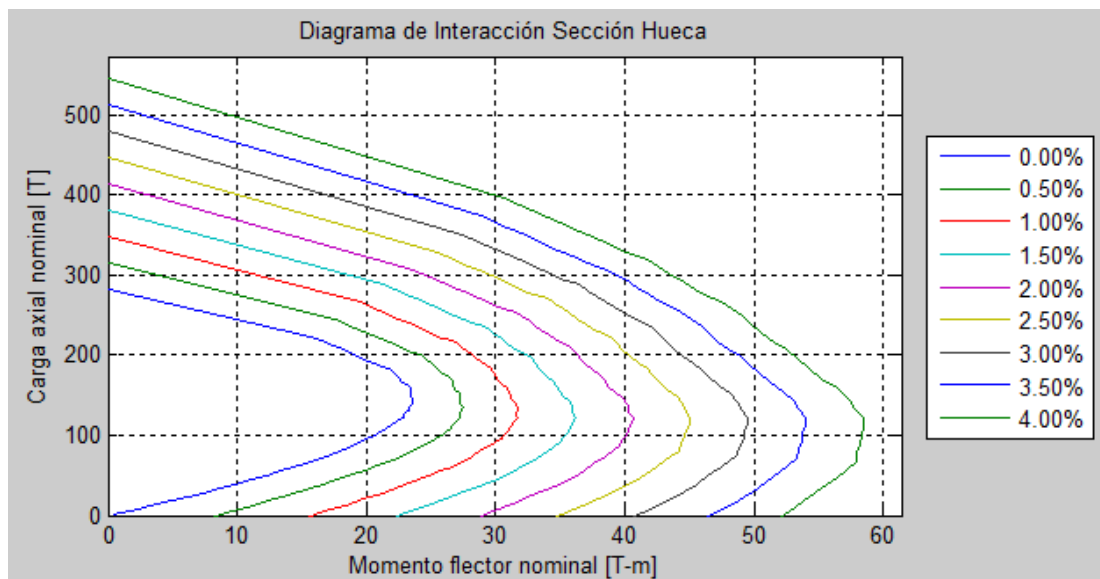
**Figura. 168.** Diagrama de interacción circular diámetro 50 cm

### 4.3.2. Sección de 60 cm de diámetro



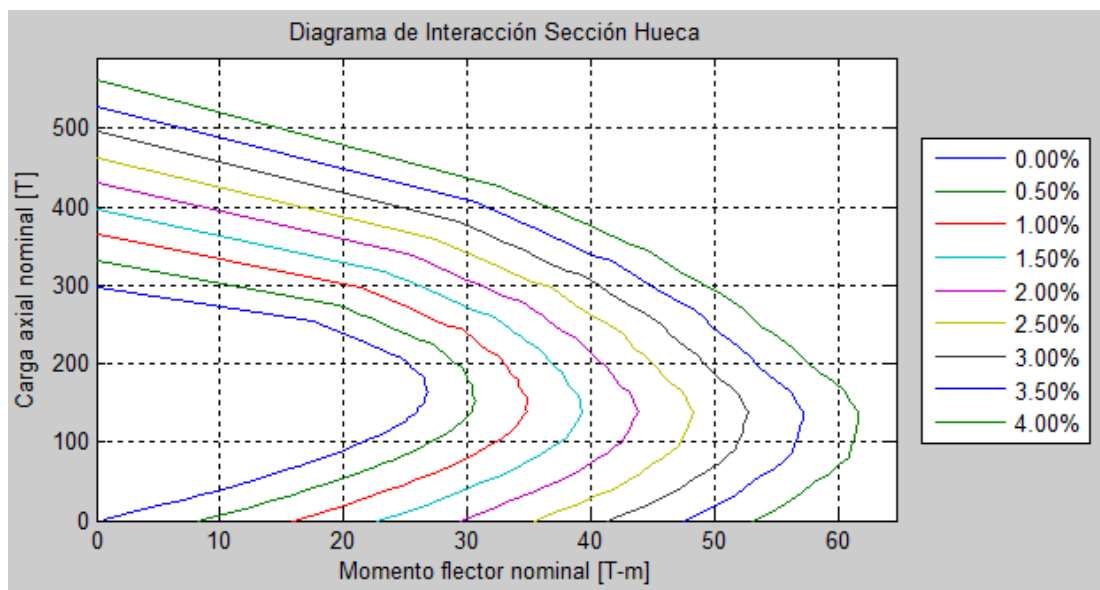
**Figura. 169.** Esquema sección transversal diámetro 60 cm

#### 4.3.2.1. $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$



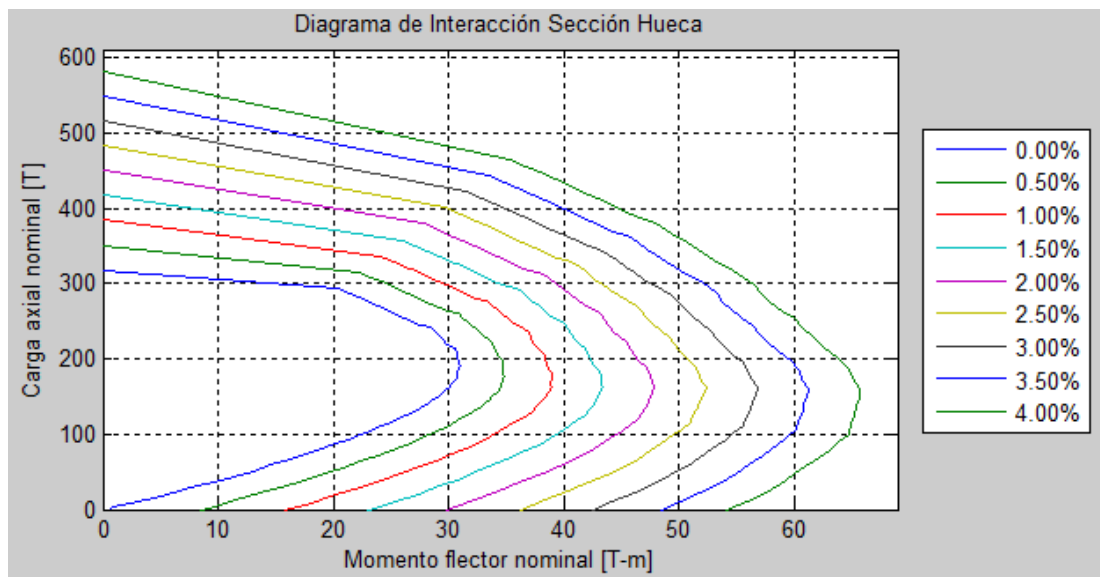
**Figura. 170.** Diagrama de interacción circular diámetro 60 cm

#### 4.3.2.2. $f'_c=240 \text{ kg/cm}^2$



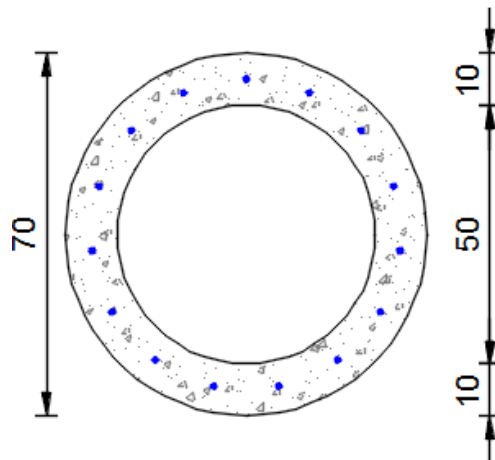
**Figura. 171.** Diagrama de interacción circular diámetro 60 cm

### 4.3.2.3. $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$



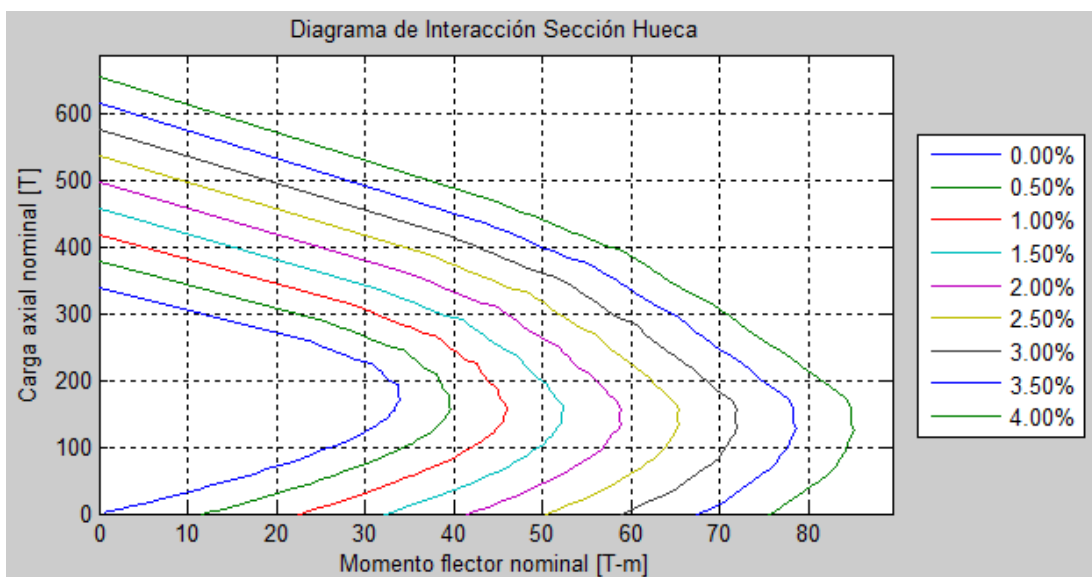
**Figura. 172.** Diagrama de interacción circular diámetro 60 cm

### 4.3.3. Sección de 70 cm de diámetro



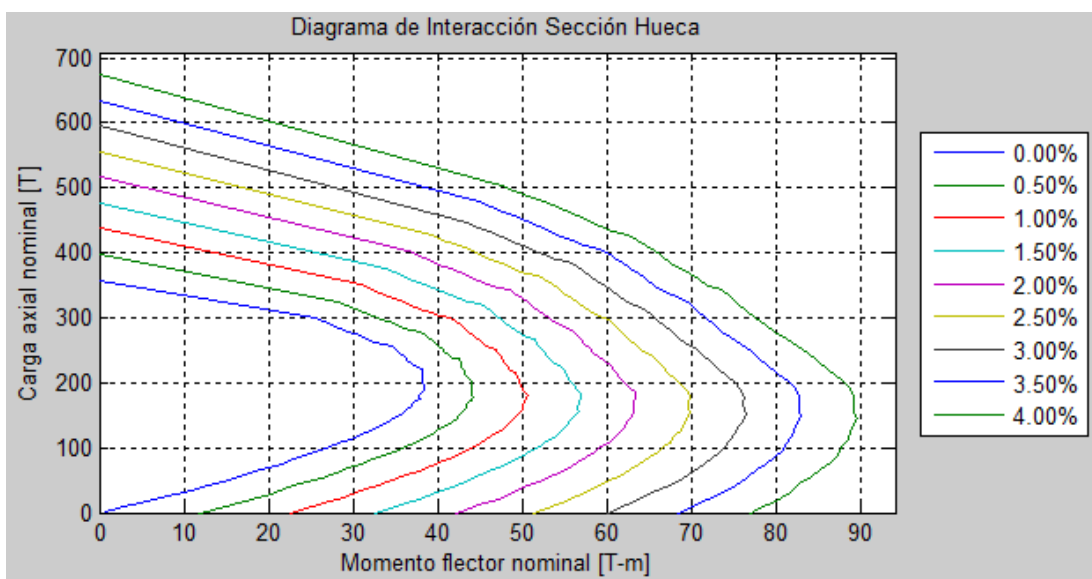
**Figura. 173.** Esquema sección transversal diámetro 70 cm

### 4.3.3.1. $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$



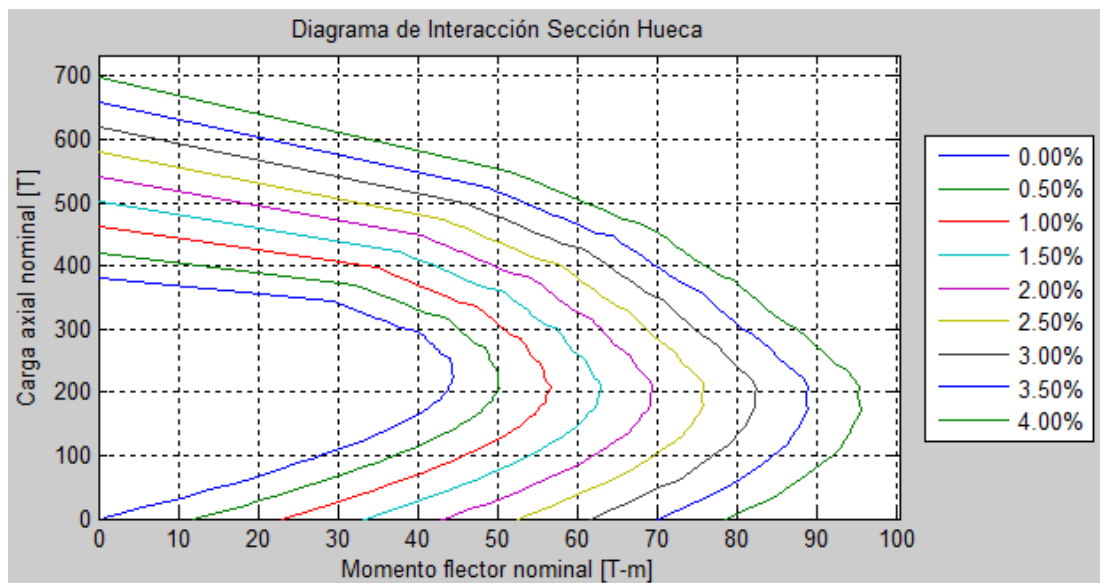
**Figura. 174.** Diagrama de interacción circular diámetro 70 cm

### 4.3.3.2. $f'_c=240 \text{ kg/cm}^2$



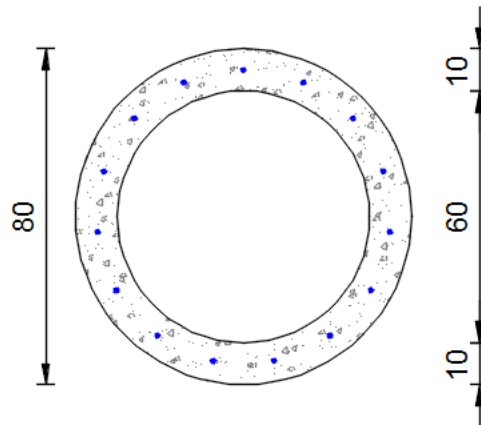
**Figura. 175.** Diagrama de interacción circular diámetro 70 cm

### 4.3.3.3. $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$



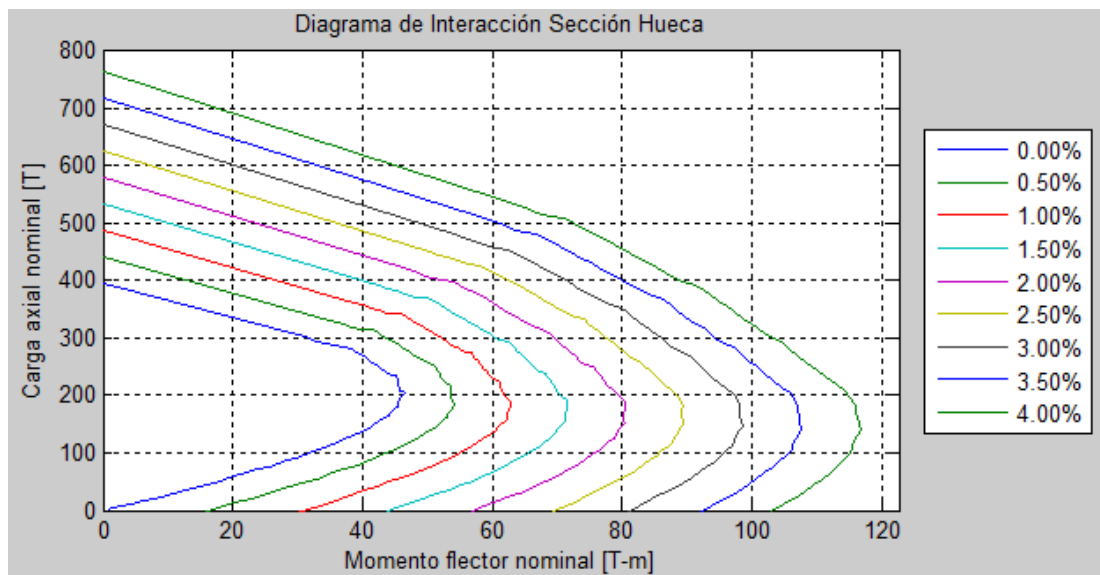
**Figura. 176.** Diagrama de interacción circular diámetro 70 cm

### 4.3.4. Sección de 80 cm de diámetro



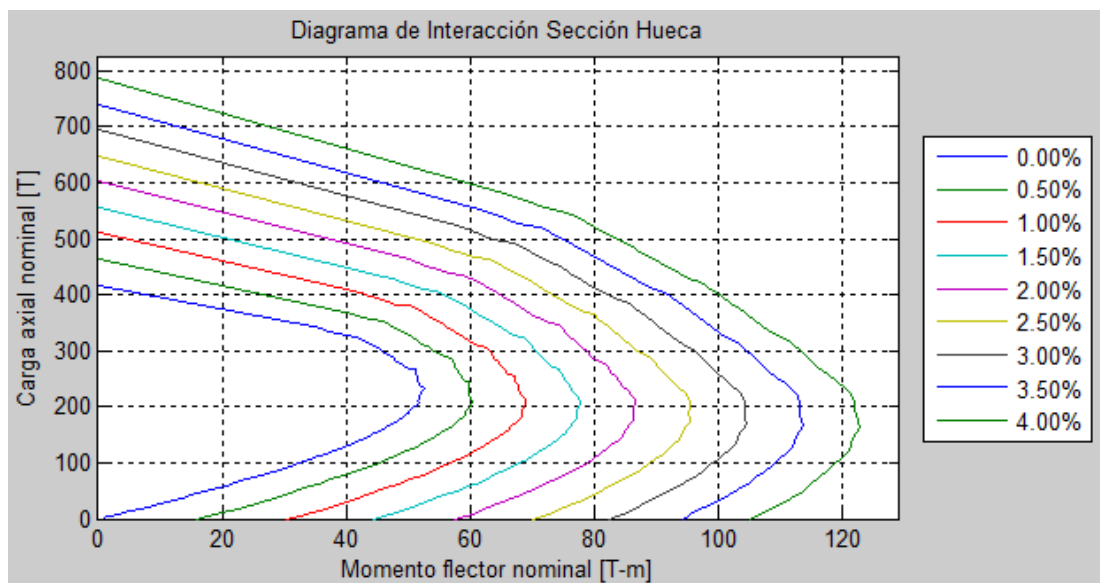
**Figura. 177.** Esquema sección transversal diámetro 80 cm

#### 4.3.4.1. $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$



**Figura. 178.** Diagrama de interacción circular diámetro 80 cm

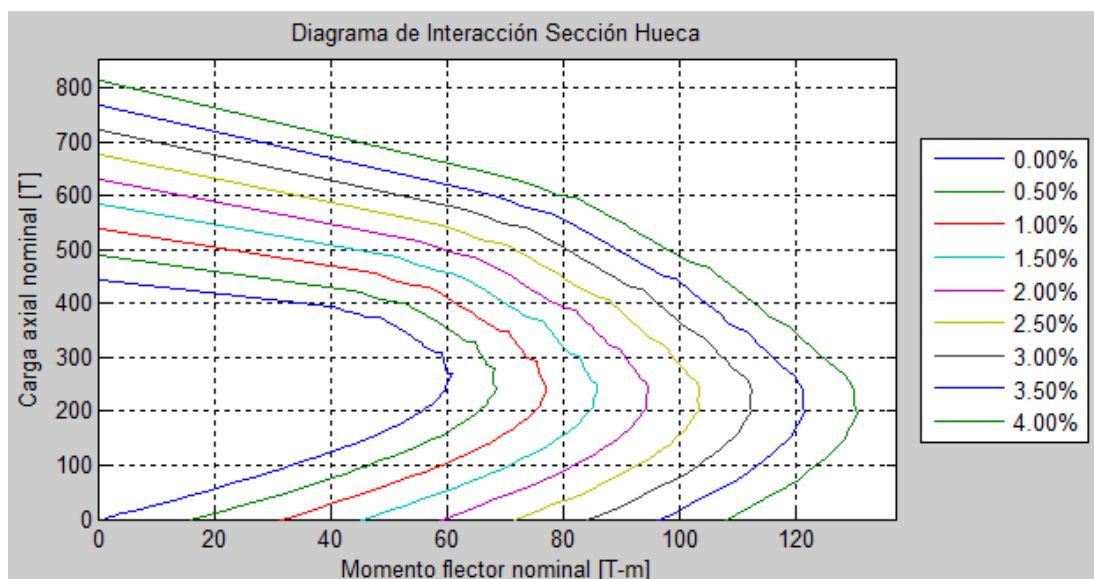
#### 4.3.4.2. $f'_c=240 \text{ kg/cm}^2$



**Figura. 179.** Diagrama de interacción circular diámetro 80 cm



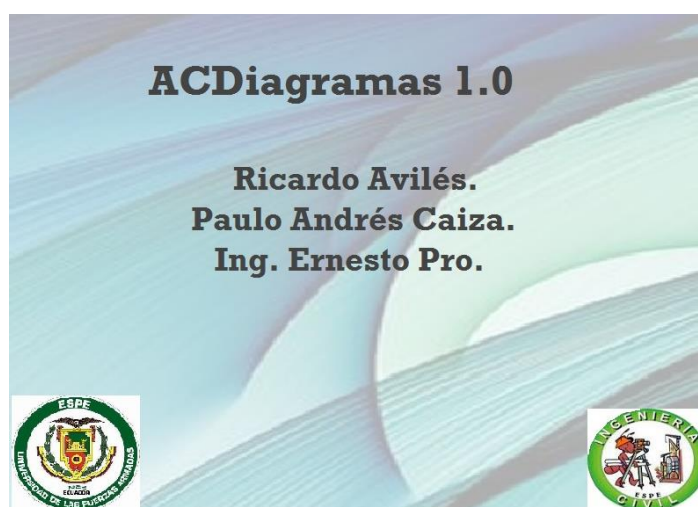
#### 4.3.4.3. $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$



**Figura. 180.** Diagrama de interacción circular diámetro 80 cm

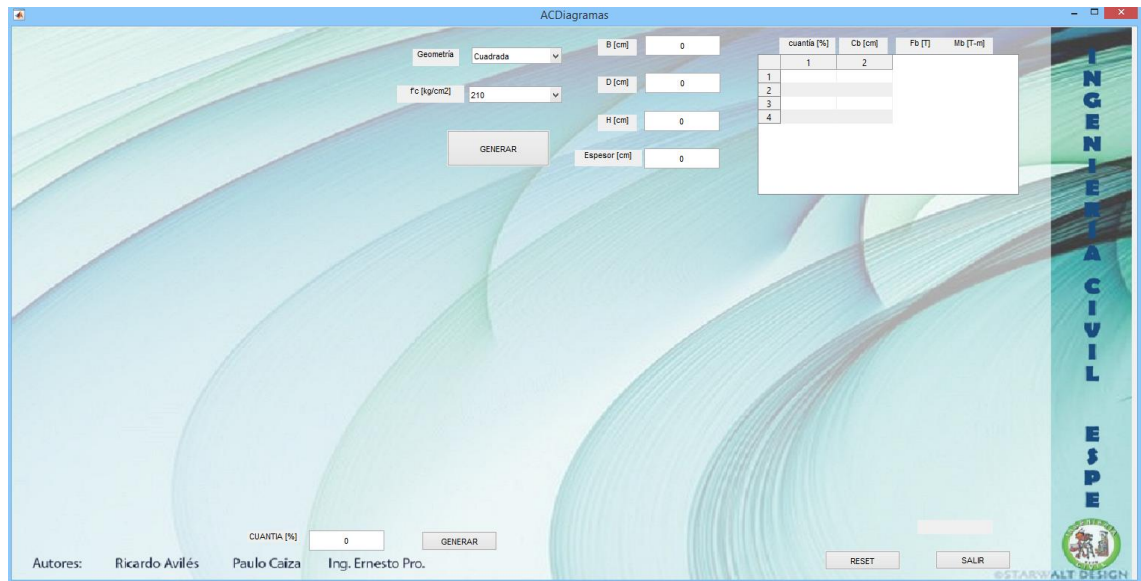
#### 4.4. Programa ACDiagramas 1.0

ACDiagramas 1.0 es un programa desarrollado con base en MATLAB por Ricardo Avilés y Paulo Caiza que permite obtener los diagramas de interacción de diseño para secciones transversales huecas y llenas de geometría: cuadrada, rectangular o circular, con tres resistencias características para el hormigón:  $210 \text{ kg/cm}^2$ ,  $240 \text{ kg/cm}^2$  y  $280 \text{ kg/cm}^2$ . A su vez sugiere una armadura de acero para la sección transversal de la columna ingresada en base a una cuantía de acero obtenida de los diagramas de interacción.



**Figura. 181.** Portada ACDiagramas

Al iniciar ACDiagramas se muestra la ventana donde se muestran las pestañas para elegir entre la geometría y resistencia característica del hormigón, además de las casillas donde se ingresan los valores de las dimensiones que se deben ingresar de acuerdo a la selección de geometría.



**Figura. 182.** Pantalla inicial de ACDiagramas  
a. Selección de la geometría de la sección transversal



**Figura. 183.** Selección de la geometría de la sección

b. Selección de la resistencia característica del hormigón

The screenshot shows the 'ACDiagramas' software interface. The 'Geometría' dropdown is set to 'Cuadrada'. The 'fc [kg/cm<sup>2</sup>]' dropdown is open, showing options 210, 240 (highlighted), and 280. The 'B [cm]', 'D [cm]', 'H [cm]', and 'Espesor [cm]' input fields are all set to 0. A 'GENERAR' button is visible below the dropdown menu.

**Figura. 184.** Selección de la resistencia característica del hormigón

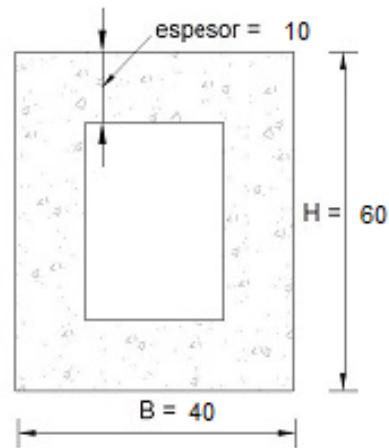
c. Ingreso de datos

Para la sección transversal cuadrada y rectangular se ingresa la base B y la altura H en centímetros, al igual que el espesor. En el caso de seleccionar una sección transversal circular se ingresa únicamente el diámetro D y el espesor. Para el caso del ejemplo se ingresan los datos para una sección rectangular de 40x60 cm y un espesor de 10 cm

The screenshot shows the 'ACDiagramas' software interface with data entered for a rectangular cross-section. The 'Geometría' dropdown is set to 'Rectangular'. The 'fc [kg/cm<sup>2</sup>]' dropdown is set to 240. The 'B [cm]' input field is 40, 'D [cm]' is 0, 'H [cm]' is 60, and 'Espesor [cm]' is 10. The 'GENERAR' button is highlighted with a dashed border.

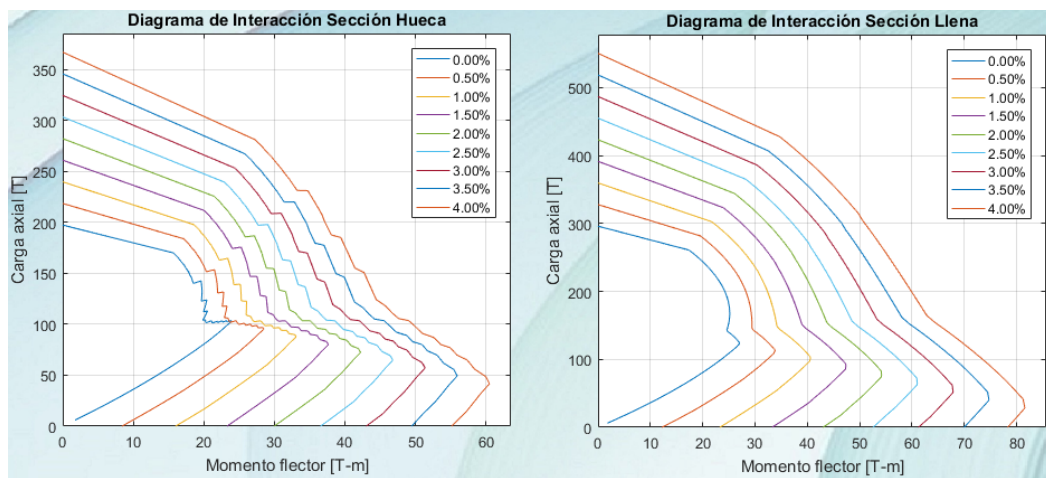
**Figura. 185.** Ingreso de datos

Con los datos ingresados se presiona el botón GENERAR y el programa muestra un esquema de la sección ingresada.



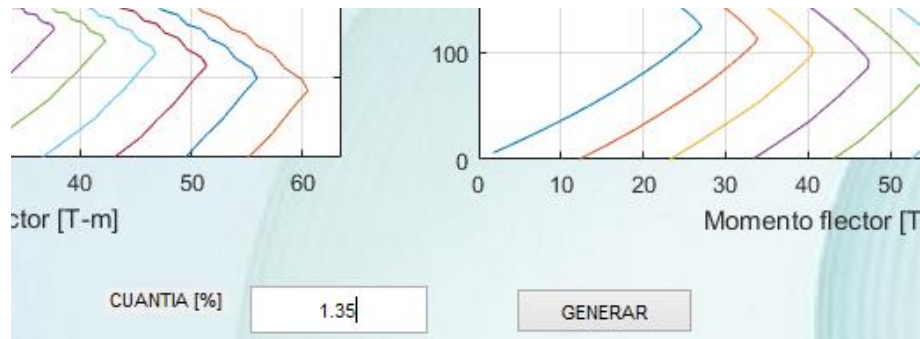
**Figura. 186.** Esquema de ingreso de datos

- d. Se generan los diagramas de interacción para la sección hueca y para la correspondiente sección llena



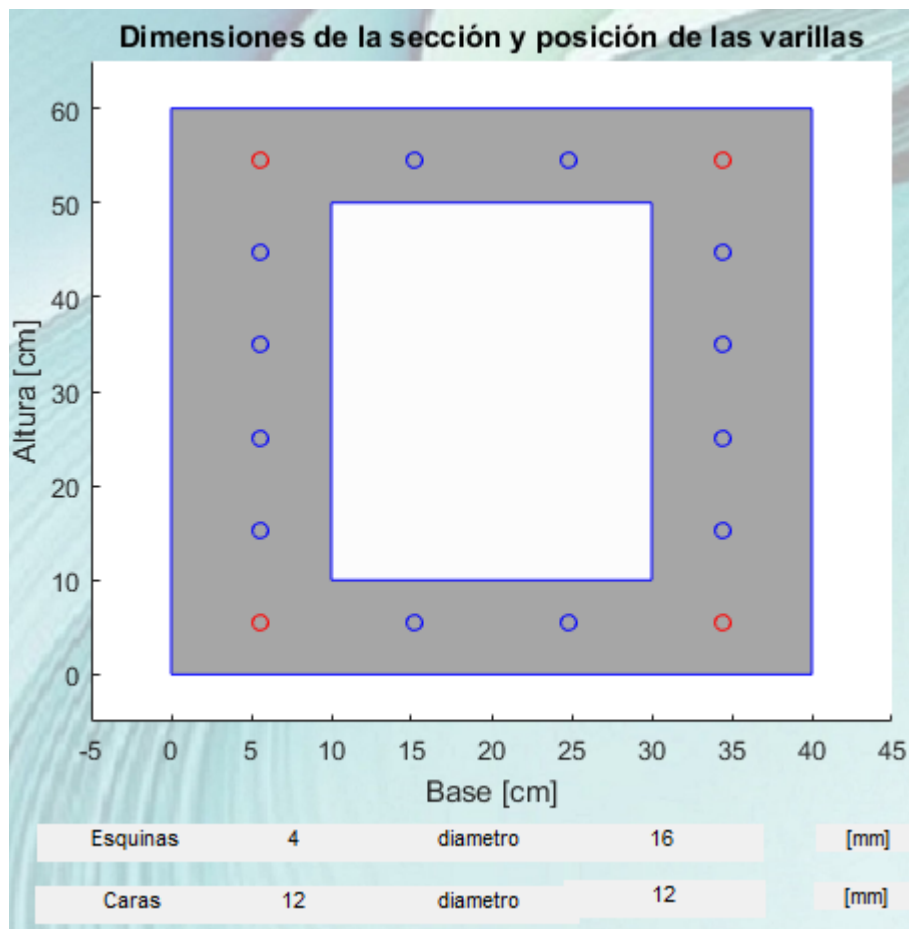
**Figura. 187.** Diagramas de interacción para sección rectangular

- e. Selección de la cuantía en base a los diagramas de interacción e ingreso para cálculo de refuerzo de la sección



**Figura. 188.** Ingreso de la cuantía de acero

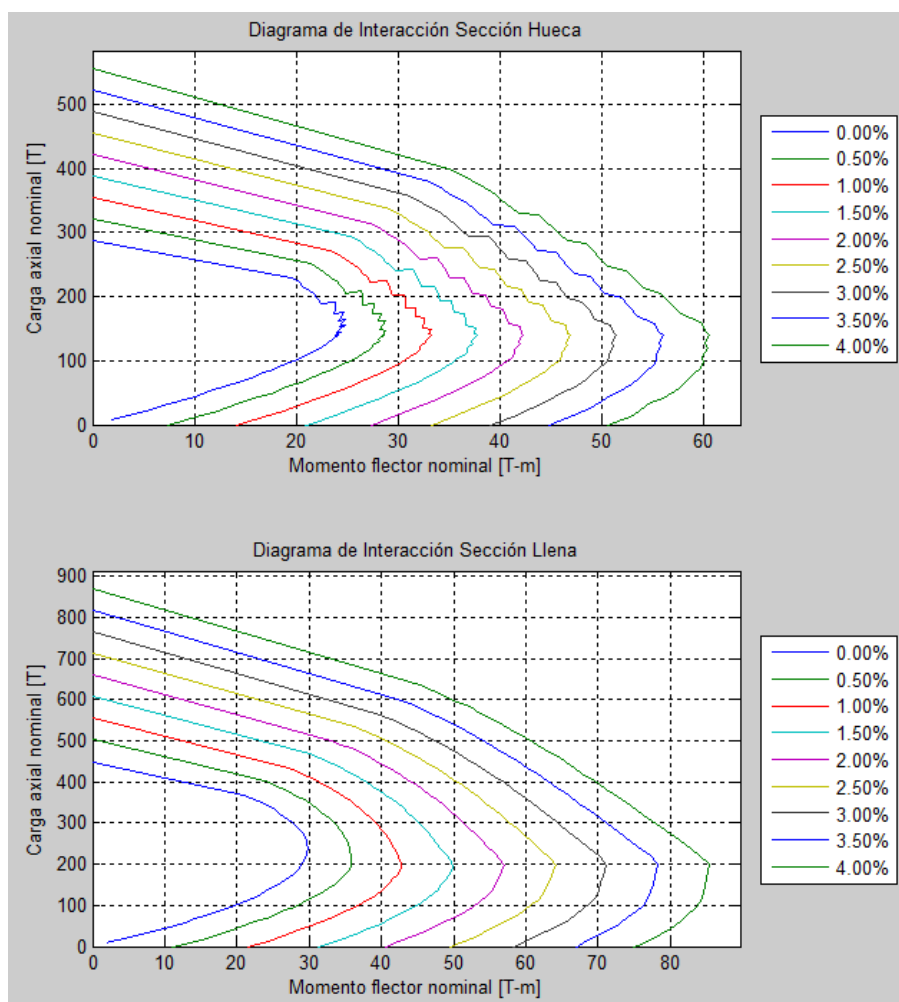
- f. Una vez ingresada la cuantía se presiona GENERAR y el programa presenta un armado propuesto para la sección transversal



**Figura. 189.** Armado propuesto para la sección transversal

## 4.5. Análisis y discusión de resultados

### 4.5.1. Comparación entre los diagramas de interacción de una sección transversal hueca con una llena



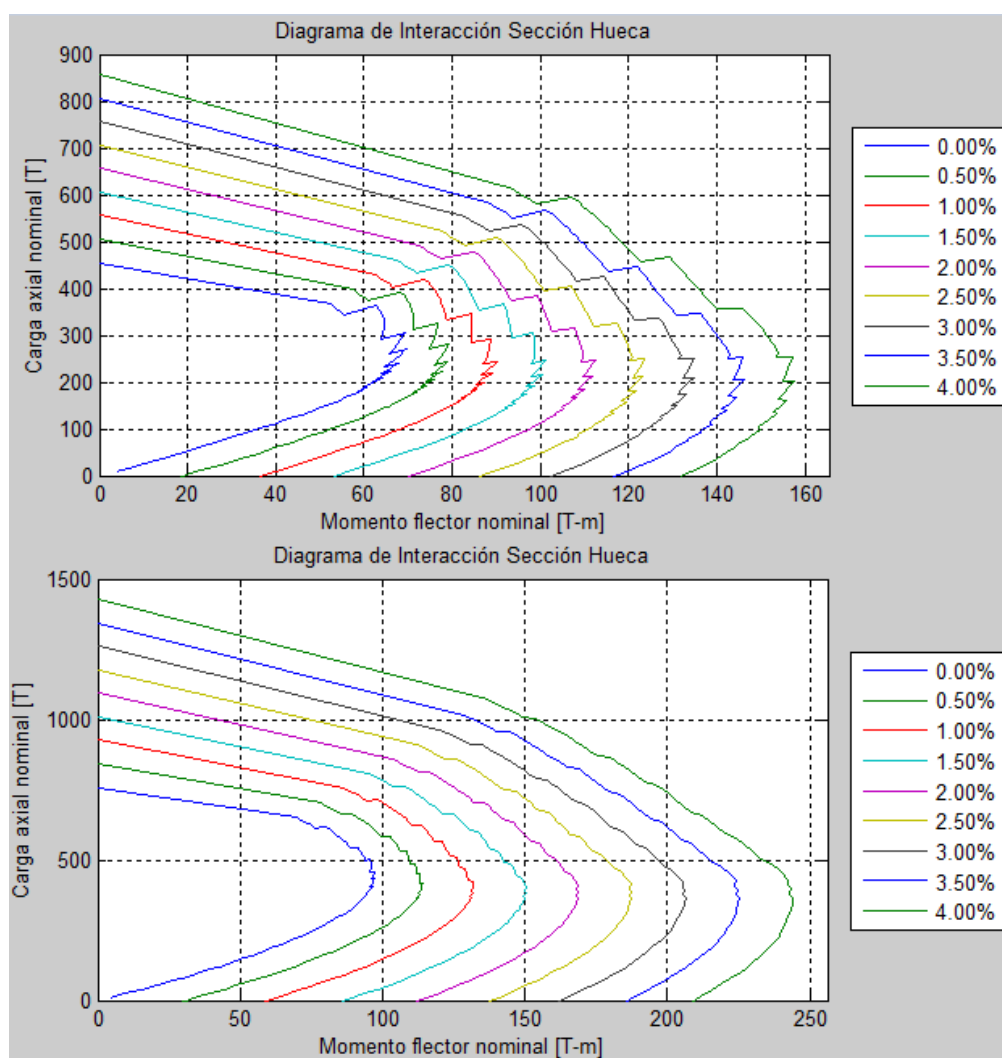
**Figura. 190.** Diagramas de una sección transversal hueca y una llena

La Figura. 190. muestra el comportamiento de una columna cuadrada con una sección transversal de 50x50 cm, un espesor de 10 cm y una resistencia característica del hormigón de 210 kg/cm<sup>2</sup>, en la que en primer lugar, como se esperaba, se puede apreciar una reducción de la capacidad resistente a carga axial y momento flexionante de la sección transversal hueca con respecto a la sección transversal llena, debido a la reducción del área de la sección transversal. Se puede observar que debido a la reducción de área, la sección transversal disminuye su capacidad en aproximadamente 290 T y 20 T.m de resistencia a carga axial y momento flexionante respectivamente,

en sus máximos valores para una cuantía del 3% que es la máxima permitida por la norma NEC-15.

Por otro lado en el diagrama de la sección transversal hueca se puede observar la aparición de “turbulencias” que describen una diferente continuidad con respecto a los diagramas de la sección transversal llena. Las “turbulencias” se producen cuando el eje neutro se ubica en el sector en el que se reduce la sección transversal debido al hueco en la columna.

#### 4.5.2. Comparación entre los diagramas de interacción de una sección transversal hueca con diferentes espesores



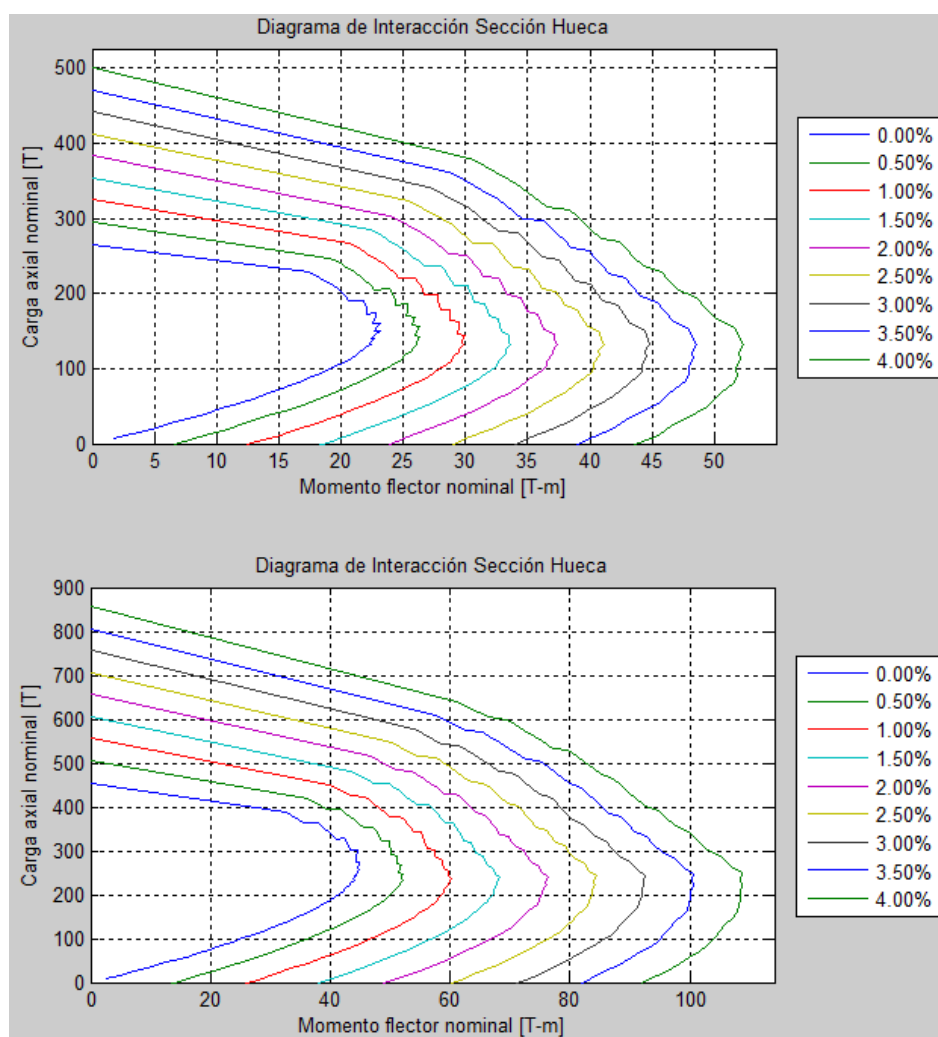
**Figura. 191.** Diagramas de interacción de secciones transversales con distinto espesor



En la parte superior de la Figura. 191. se presenta el diagrama de interacción de una columna rectangular con sección transversal de 60x80 cm, un espesor de 10 cm y una resistencia característica del hormigón de 240 kg/cm<sup>2</sup>. En la parte inferior de la Figura. 191. se presenta el diagrama de interacción de una columna rectangular con sección transversal de 60x80 cm, un espesor de 20 cm y una resistencia característica del hormigón de 240 kg/cm<sup>2</sup>. La sección presentada muestra el comportamiento de una columna que mantiene su sección externa constante, y varía su espesor; demostrando que con el aumento del espesor se aumenta la capacidad resistente de la sección transversal. En este caso el aumento de 10 cm en el espesor genera un aumento de aproximadamente 500 T y 70 T.m de resistencia a carga axial y momento flexionante respectivamente, en sus máximos valores para una cuantía del 3% que es la máxima permitida por la norma NEC-15.

Otra forma de analizar la variación de capacidad resistente de la sección transversal en función de la variación del espesor, es manteniendo constante la parte hueca de la sección transversal e incrementando el espesor, aumentando como consecuencia la sección externa, como se muestra en la Figura. 192.

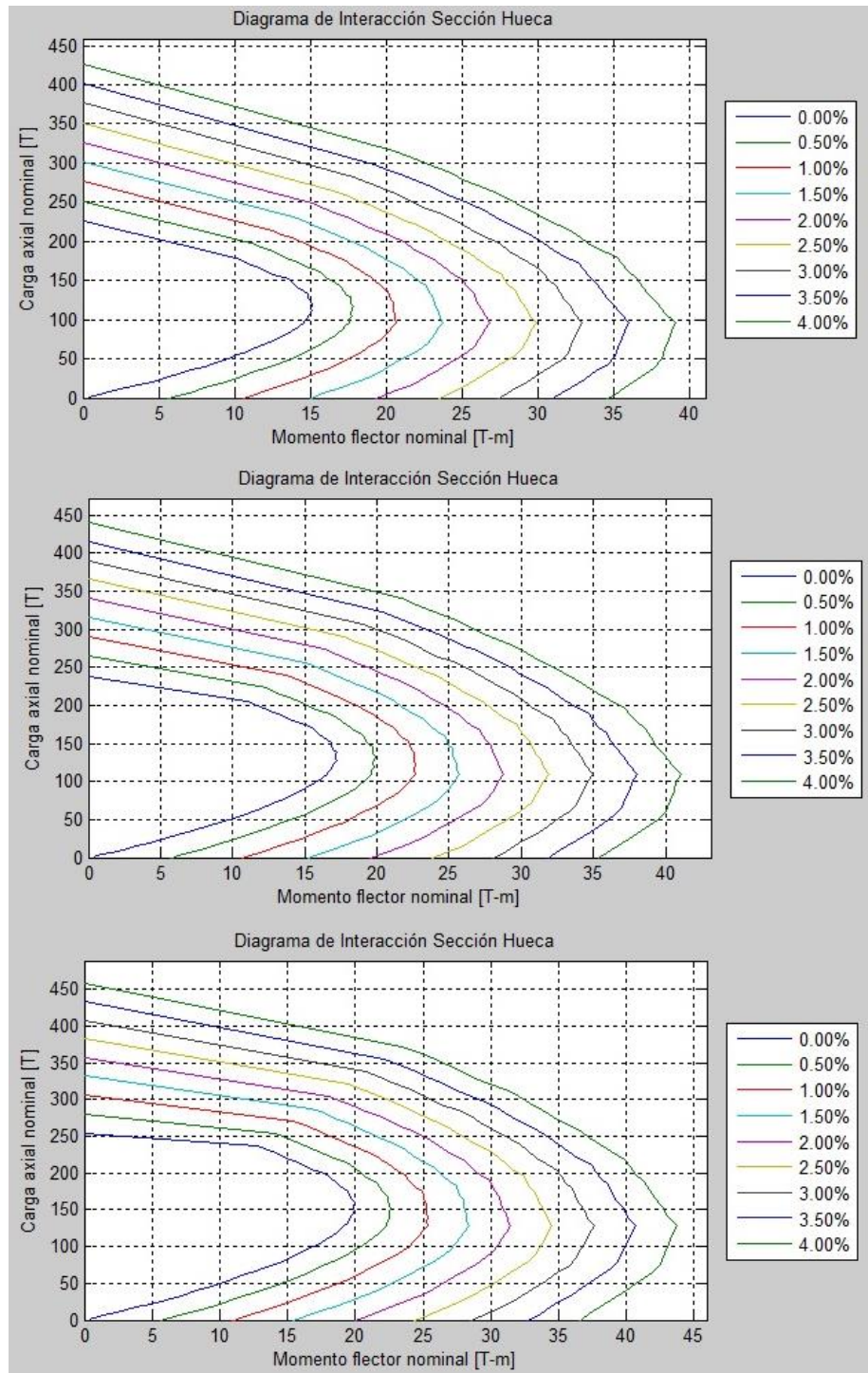




**Figura. 192.** Diagramas de interacción de secciones transversales con distinto espesor y sección hueca constante

En la parte superior de la Figura. 192. se presenta el diagrama de interacción de una columna rectangular con sección transversal de 40x50 cm, un espesor de 10 cm, manteniendo una sección hueca interna de 20x30 cm, y una resistencia característica del hormigón de  $240 \text{ kg/cm}^2$ . En la parte inferior de la Figura. 183. se presenta el diagrama de interacción de una columna rectangular con sección transversal de 50x60 cm, un espesor de 15 cm, manteniendo una sección hueca interna de 20x30 cm, y una resistencia característica del hormigón de  $240 \text{ kg/cm}^2$ . En este caso el aumento de 5 cm en el espesor genera un aumento de aproximadamente 250 T y 45 T.m de resistencia a carga axial y momento flexionante respectivamente, en sus máximos valores para una cuantía del 3% que es la máxima permitida por la norma NEC-15.

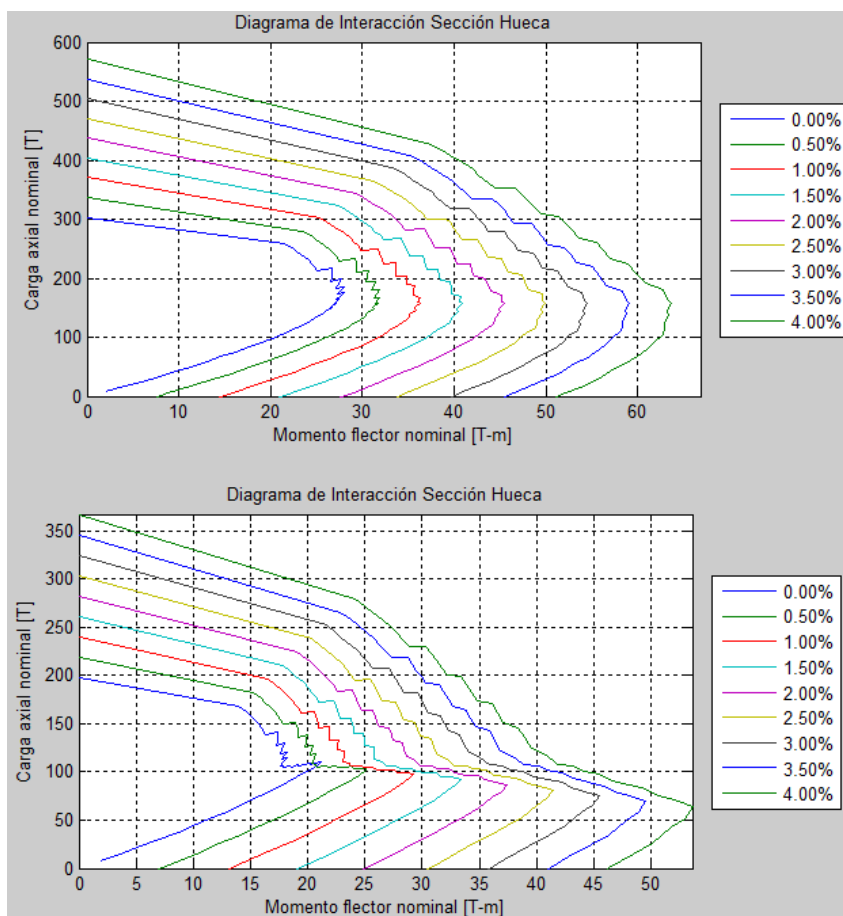
### 4.5.3. Comparación entre los diagramas de interacción de una sección transversal hueca con diferente $f'c$



**Figura. 193.** Diagramas de interacción de secciones transversales con distinto  $f'c$

En la parte superior de la Figura. 193. se presenta el diagrama de interacción de una columna circular con sección transversal de 50 cm de diámetro, un espesor de 10 cm, y una resistencia característica del hormigón de  $210 \text{ kg/cm}^2$ . En la parte central de la Figura. 193. se presenta el diagrama de interacción de una columna circular con sección transversal de 50 cm de diámetro, un espesor de 10 cm, y una resistencia característica del hormigón de  $240 \text{ kg/cm}^2$ . En la parte inferior de la Figura. 184. se presenta el diagrama de interacción de una columna circular con sección transversal de 50 cm de diámetro, un espesor de 10 cm, y una resistencia característica del hormigón de  $280 \text{ kg/cm}^2$ . Se puede observar que la sección transversal incrementa su capacidad a medida que aumenta la resistencia característica del hormigón, sin embargo, el aumento no es significativo en comparación al que se obtiene al incrementar las dimensiones de la sección transversal. Se muestra un aumento de aproximadamente 20 T y 2 T.m de resistencia a carga axial y momento flexionante respectivamente, entre los tres diagramas de interacción, en sus máximos valores para una cuantía del 3% que es la máxima permitida por la norma NEC-15.

#### 4.5.4. Comparación entre los diagramas de interacción de una sección transversal hueca nominal con una de diseño



**Figura. 194.** Diagramas de interacción nominal y de diseño de una sección transversal cuadrada

En la parte superior de la Figura. 194. se presenta el diagrama de interacción nominal de una columna cuadrada con sección transversal de 50x50 cm, un espesor de 10 cm, manteniendo una sección hueca interna de 30x30 cm, y una resistencia característica del hormigón de 240 kg/cm<sup>2</sup>. En la parte inferior de la Figura. 194. se presenta el diagrama de interacción de diseño de una columna cuadrada con sección transversal de 50x50 cm, un espesor de 10 cm, manteniendo una sección hueca interna de 30x30 cm, y una resistencia característica del hormigón de 240 kg/cm<sup>2</sup>. Se puede observar como las curvas cambian su tendencia debido a la aplicación del factor de reducción de capacidad por comportamiento  $\Phi$ , mostrando un cambio pronunciado en el sector en donde el factor  $\Phi$  cambia su valor inicial de 0,65 hasta aumentar gradualmente hasta 0,90 donde es más evidente que la reducción de la capacidad se volvió mínima ya que la columna empieza trabajar a tracción. La diferencia de

capacidad entre los dos diagramas es de aproximadamente 400 T y 20 T.m de resistencia a carga axial y momento flexionante respectivamente, en sus máximos valores para una cuantía del 3% que es la máxima permitida por la norma NEC-15.

## CONCLUSIONES

- a. Las “turbulencias” que se observan en los diagramas de interacción para las secciones transversales huecas se producen debido al comportamiento de la fuerza resistente del hormigón que experimenta cambios por dos razones:
  - **La variación geométrica** existente en la sección trasversal es un parámetro que interviene en el cálculo de la fuerza producida por el hormigón, expresada como el producto del esfuerzo del hormigón por el área comprimida.
  - **La utilización de la curva real esfuerzo-deformación** que no distribuye el esfuerzo del hormigón uniformemente, y además los valores de los esfuerzos varían según la posición del eje neutro.
- b. El aporte del acero a la capacidad resistente de la sección transversal es el mismo que en el análisis de una sección transversal llena, ya que su comportamiento está definido únicamente por la posición del eje neutro.
- c. La pérdida de capacidad resistente es directamente proporcional al incremento de la parte hueca de la sección transversal, debido a que el componente predominante en el cálculo de la fuerza resistente de la sección transversal es la fuerza generada por el hormigón, que a su vez está directamente relacionada con el área.
- d. La capacidad resistente de la sección transversal se ve afectada mayormente por el aumento de sus dimensiones geométricas que por el aumento de la resistencia característica del hormigón.
- e. La reducción de capacidad de una sección transversal hueca en una curva de diseño respecto de una curva nominal va siendo menor mientras la posición del eje neutro hace que la columna cambie su régimen de comportamiento (compresión, transición, tracción).
- f. El reforzamiento de columnas mediante encamisado con hormigón armado es una buena alternativa porque una sección hueca puede alcanzar una capacidad resistente similar a la de una sección llena, consumir menos hormigón y brindar ventajas constructivas.

- g. En la curva de interacción nominal el punto balanceado corresponde al máximo momento que puede resistir la sección transversal, mientras que en la curva de interacción de diseño el punto balanceado pertenece a la curva pero no representa el máximo momento, debido al valor numérico del factor  $\Phi$  que no reduce la capacidad en igual magnitud a todos los puntos.
- h. Al tomar en cuenta la contribución de una sección existente de hormigón en el núcleo, la capacidad resistente de la sección transversal a carga axial aumenta considerablemente, mientras que su capacidad resistente a momento flector no tiene gran variación. Se presenta una tabla de comparación respecto de la sección rectangular analizada en el Capítulo III y los tipos de análisis propuestos en el Anexo 2.

**Tabla 63.**

Comparación de resultados para curvas nominales

Curva Nominal [ $\rho=1\%$ ]					
Carga Axial					
Punto	Núcleo sin Acero [f'c=150]		Sección Hueca	Núcleo con Acero [f'c=180]	
	P [T]	Incremento [%]	P [T]	Incremento [%]	P [T]
1	570,30	36,66	417,30	44,00	600,90
2	492,59	45,06	339,58	54,05	523,13
3	407,47	43,90	283,16	52,68	432,34
4	319,88	40,25	228,08	48,30	338,24
5	234,94	33,75	175,65	40,50	246,79
6	148,08	22,07	121,31	26,49	153,44
7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	256,52	36,08	188,51	43,33	270,19
Momento Flector					
Punto	Núcleo sin Acero [f'c=150]		Sección Hueca	Núcleo con Acero [f'c=180]	
	M [T.m]	Incremento [%]	M [T.m]	Incremento [%]	M [T.m]
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	34,86	0,00	34,86	0,00	34,86
3	48,05	10,77	43,38	12,91	48,98
4	53,67	15,84	46,33	19,02	55,14
5	55,26	12,80	48,99	17,80	57,71
6	49,13	9,86	44,72	11,85	50,02

7	20,12	0,00	20,12	0,00	20,12
8	56,57	15,43	49,01	18,38	58,02

**Tabla 64.**  
Comparación de resultados para curvas de diseño

<b>Curva Diseño [<math>\rho=1\%</math>]</b>					
<b>Carga Axial</b>					
<b>Punto</b>	<b>Núcleo sin Acero [f'c=150]</b>		<b>Sección Hueca</b>	<b>Núcleo con Acero [f'c=180]</b>	
	<b>P [T]</b>	<b>Incremento [%]</b>	<b>P [T]</b>	<b>Incremento [%]</b>	<b>P [T]</b>
1	370,69	36,66	271,24	44,00	390,58
2	320,18	45,06	220,73	54,07	340,07
3	264,86	43,91	184,05	52,69	281,02
4	207,92	40,25	148,25	48,30	219,86
5	161,52	33,75	120,76	40,50	169,67
6	133,28	22,07	109,18	26,49	138,10
7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	166,74	36,08	122,53	43,33	175,62
<b>Momento Flector</b>					
<b>Punto</b>	<b>Núcleo sin Acero [f'c=150]</b>		<b>Sección Hueca</b>	<b>Núcleo con Acero [f'c=180]</b>	
	<b>M [T.m]</b>	<b>Incremento [%]</b>	<b>M [T.m]</b>	<b>Incremento [%]</b>	<b>M [T.m]</b>
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	22,66	0,00	22,66	0,00	22,66
3	31,23	10,74	28,20	12,91	31,84
4	34,89	15,88	30,11	19,03	35,84
5	37,99	12,80	33,68	17,81	39,68
6	44,22	9,86	40,25	11,85	45,02
7	18,11	0,00	18,11	0,00	18,11
8	36,77	15,59	31,81	18,55	37,71



## RECOMENDACIONES

- a. Hacer un análisis detallado de costos entre las secciones huecas y llenas, ya que con la utilización de secciones transversales huecas se puede obtener una capacidad similar a la de las secciones transversales llenas con pequeños incrementos en las dimensiones externas pero con una considerable reducción del área de la sección transversal.
- b. Profundizar en el estudio de los diagramas de interacción para columnas con reforzamiento no convencional, como las columnas mixtas, en las que su capacidad resistente se incrementa con la contribución de perfiles de acero dentro del núcleo, y/o con placas de acero en sus caras exteriores.
- c. Ampliar el estudio de la curva real esfuerzo-deformación en secciones transversales con variación geométrica utilizando particiones más pequeñas para la integración numérica y, observar sus efectos en las curvas de interacción.
- d. Realizar un análisis detallado de los efectos del corte en secciones transversales huecas, en el Anexo 2 se presenta una propuesta para el análisis de este tipo de secciones transversales.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACI. (2015). *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318SUS-14)*. USA: American Concrete Institute.
- Castellano, W. (2011). *Propuesta de fórmula de cálculo de armadura a cuatro caras, para el diseño de columnas rectangulares y columnas circulares de sección hueca, sometidas a flexo-compresión uniaxial*. Quito - Ecuador: Escuela Politécnica del Ejército.
- Castillo, K. (2009). *Análisis del comportamiento de columnas de puentes de concreto reforzado a través de diagramas de interacción y relaciones momento-curvatura*. Guayaquil - Ecuador: Escuela Politécnica del Litoral.
- Estupiñan, D. (2002). *Diagramas para diseñar columnas y vigas en zonas sísmicas*. Quito-Ecuador.
- González Cuevas, O., & Fernández Villegas, F. (2005). *Aspectos fundamentales del Concreto Reforzado*. México DF: LIMUSA S.A.
- Jiménez Montoya, P. (2009). *Hormigón Armado*. Barcelona - España: Gustavo Pili.
- Jirsa, J. (1987). *Repair of damaged buildings in México City*. New Zeland.
- Jumonji, T., & Alcocer, S. (1997). *Guía de diseño para refuerzo sísmico de estructuras existentes de concreto reforzado*. México DF: Centro Nacional de Prevención de Desastres de México.
- McCormac, J. (2011). *Diseño de Concreto Reforzado*. México D.F: Alfaomega Grupo Editorial .
- MIDUVI, & CAMICON. (2014). *NEC-15*. Quito: Dirección de Comunicación Social MIDUVI.
- Nawy, E. (1998). *Concreto reforzado un enfoque básico*. México DF: Aliza-Greenblatt.
- Nilson, A. (2001). *Diseño de Estructuras de Concreto*. Santa fé de Bogotá - Colombia: Mc Graw Hill.

- Rochel Awad, R. (1998). *Hormigón Armado Tomo II*. Bogotá: EAFIT.
- Romo, M. (2007). *Diseño a flexión basado en curvas Esfuerzo-Deformación*. Sangolquí: Centro de Investigaciones Científicas - ESPE.
- Romo, M. (2008). *Temas de Hormigón Armado*. Quito: Escuela Politécnica del Ejército.
- Soto Barraza, E. (2008). *Rehabilitación de Estructuras de Concreto*. México D.F.: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Terán, A., & Ruiz, J. (1992). *Reinforced concrete jacketing of existing structures*. Madrid - España.
- Wight, J., & MacGregor, J. (2012). *Reinforced Concrete Mechanics and Design*. New Jersey: Pearson.