



**ESPE**  
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA  
Y CONSTRUCCIÓN**

**CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO  
AMBIENTE**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO, A LA OBTENCIÓN DEL  
TÍTULO DE INGENIERO GEÓGRAFO Y DEL MEDIO AMBIENTE**

**TEMA:** “PREDICCIÓN ESPACIAL DE LOS PARÁMETROS PH Y  
CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA, EN EL SUELO DEL CANTÓN  
MONTECRISTI, MEDIANTE TÉCNICAS GEOESTADÍSTICAS Y  
MÍNIMOS CUADRADOS COLOCACIÓN (LSC)”

**AUTOR:** ARELLANO PÉREZ, JOHN ALEXIS

**DIRECTOR:** ING. ECHEVERRÍA LLUMIPANTA, NEPTALÍ  
ARMANDO

**SANGOLQUÍ – ECUADOR**

**2017**

## CERTIFICADO DEL DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN



DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y CONSTRUCCIÓN

CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE

### CERTIFICACIÓN

Certifico que el trabajo de titulación, “PREDICCIÓN ESPACIAL DE LOS PARÁMETROS PH Y CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA, EN EL SUELO DEL CANTÓN MONTECRISTI, MEDIANTE TÉCNICAS GEOESTADÍSTICAS Y MÍNIMOS CUADRADOS COLOCACIÓN (LSC)” realizado por el señor JOHN ALEXIS ARELLANO PÉREZ, ha sido revisado en su totalidad y analizado por el software anti-plagio, el mismo cumple con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos, y legales establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, por lo tanto me permito acreditarlo y autorizar al señor JOHN ALEXIS ARELLANO PÉREZ para que lo sustente públicamente.

Quito, 02 de agosto del 2017

-----  
Ing. Neptalí Armando Echeverría Llumipanta, Mg.  
CI: 1711153302

## AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD



DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y CONSTRUCCIÓN

CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE

### AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD

Yo, **JOHN ALEXIS ARELLANO PÉREZ**, con cédula de identidad N° 172269627-3, declaro que este trabajo de titulación **“PREDICCIÓN ESPACIAL DE LOS PARÁMETROS PH Y CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA, EN EL SUELO DEL CANTÓN MONTECRISTI, MEDIANTE TÉCNICAS GEOESTADÍSTICAS Y MÍNIMOS CUADRADOS COLOCACIÓN (LSC)”** ha sido desarrollado considerando los métodos de investigación existentes, así como también se ha respetado los derechos intelectuales de terceros considerándose en las citas bibliográficas.

Consecuentemente declaro que este trabajo es de mi autoría, en virtud de ello me declaro responsable del contenido, veracidad y alcance de la investigación mencionada.

Quito, 02 de agosto del 2017

John Alexis Arellano Pérez

CI: 172269627-3

## AUTORIZACIÓN



DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y CONSTRUCCIÓN

CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE

### AUTORIZACIÓN

Yo, **JOHN ALEXIS ARELLANO PÉREZ**, autorizó a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar en la biblioteca Virtual de la institución el presente trabajo de titulación **“PREDICCIÓN ESPACIAL DE LOS PARÁMETROS PH Y CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA, EN EL SUELO DEL CANTÓN MONTECRISTI, MEDIANTE TÉCNICAS GEOESTADÍSTICAS Y MÍNIMOS CUADRADOS COLOCACIÓN (LSC)”** cuyo contenido, ideas y criterios son de mi autoría y responsabilidad.

Quito, 02 de agosto del 2017

John Alexis Arellano Pérez

CI: 172269627-3

## DEDICATORIA

*A los 5 peldaños más importantes de mi vida:*

*A Jehová Dios, por darme un día más, de salud y vida*

*A mis padres, por su apoyo, amor y entrega incondicional día a día*

*A mis hermanas, para que sepan que todo es posible y también lo lograrán*

*A mi novia por brindarme su amor, cariño y apoyo cuando más lo necesité.*

*A mis seres queridos (familia Pérez- Arellano), por siempre confiar en este flaco y los amigos/as, por ese consejo brindado.*

*Con el tiempo aprendí..., que si quieres algo, tienes que levantarte e ir tras ello. Y sobre todo, he aprendido que en la vida, no se trata de ser perfecto, se trata de ser feliz junto a las personas que más amas.*

*John Arellano P.*

## **AGRADECIMIENTOS**

Al Ing. Armando Echeverría Mg, director del proyecto de investigación por las herramientas brindadas, además del apoyo y orientación clara, lo cual hizo factible la culminación exitosa del presente proyecto.

Al Ing. Santiago Pinto, ex colega de trabajo y amigo por su guía y consejos en la obtención de la información requerida para la investigación realizada.

## ÍNDICE

CERTIFICADO DEL DIRECTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN .....	ii
AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD.....	iii
AUTORIZACIÓN.....	iv
DEDICATORIA .....	v
AGRADECIMIENTOS .....	vi
ÍNDICE .....	vii
ÍNDICE DE TABLAS .....	xi
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xii
RESUMEN.....	xiv
ABSTRACT.....	xv
<b>CAPITULO I INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Antecedentes .....	1
1.2 Planteamiento del problema.....	2
1.3 Justificación e importancia.....	3
1.4 Área de estudio.....	4
1.5 Objetivos .....	5
1.5.1 Objetivo general .....	5
1.5.2 Objetivos específicos .....	5
1.6 Metas .....	5
<b>CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>6</b>
2.1 Fundamentación teórica .....	6
2.1.1 Levantamiento de Suelos .....	6
2.1.1.1 Definición de suelo .....	6
2.1.1.2 Fertilidad del Suelo .....	7
2.1.1.3 Análisis de Suelos .....	8
2.1.1.3.1 Potencial hidrógeno (pH) .....	8
2.1.1.3.2 Conductividad eléctrica (CE).....	10

2.1.2 Sistema de información geográfica (SIG).....	13
2.1.2.1 Definición.....	13
2.1.2.2 Modelos de datos: raster y vector.....	13
2.1.2.3 Principales aplicaciones de un SIG.....	14
2.1.3 Fundamentos generales de IDE y cartografía.....	14
2.1.3.1 Infraestructura de datos espaciales (IDE).....	14
2.1.3.1.1 Componentes.....	14
2.1.3.1.2 Servicios.....	15
2.1.3.2 Sistemas de coordenadas.....	16
2.1.3.2.1 Sistema de coordenadas cartesianas tridimensionales [X, Y, Z].....	16
2.1.3.2.2 Sistema de coordenadas geográficas o geodésicas.....	17
2.1.3.2.3 Sistema de coordenadas planas UTM (Universal Transversa de Mercator).....	18
2.1.4 Geoestadística.....	19
2.1.4.1 Definición.....	19
2.1.4.2 Análisis exploratorio de datos.....	20
2.1.4.3 Análisis estructural.....	20
2.1.4.3.1 Semivariograma.....	21
2.1.4.3.2 Componentes del semivariograma.....	22
2.1.4.3.3 Modelos teóricos del semivariograma.....	23
2.1.4.3.4 Modelo de Independencia (Pepita Puro).....	24
2.1.4.3.5 Lag o Paso (h).....	24
2.1.4.4 Predicción espacial.....	25
2.1.4.4.1 Kriging ordinario.....	25
2.1.5 Ajuste por mínimos cuadrados.....	26
2.1.5.1 Principio de mínimos cuadrados.....	26
2.1.5.2 Elementos de un modelo matemático.....	27
2.1.5.3 Tipos de modelos regulares ordinarios.....	27
2.1.5.3.1 Modelo paramétrico.....	28
2.1.5.4 Matriz de varianza covarianza.....	32
2.1.6 Mínimos cuadrados colocación (LSC).....	33



2.1.6.1	Introducción .....	33
2.1.6.2	Modelo .....	34
2.1.6.2.1	Matriz covarianza empírica.....	37
2.1.6.2.2	Aplicación de la colocación por mínimos cuadrados completa .....	39
2.2	Fundamentación conceptual.....	40
2.3	Fundamentación legal .....	42
2.4	Sistema de variables.....	43
2.4.1	Variables Independientes (VI) .....	43
2.4.2	Variables Dependientes (VD) .....	43
2.5	Hipótesis.....	43
2.6	Operacionalización de las variables .....	43
	<b>CAPÍTULO III METODOLOGÍA .....</b>	<b>44</b>
3.1	Recopilación y descripción de la información geográfica .....	44
3.2	Adquisición y descripción de la información sobre pH y conductividad eléctrica ....	46
3.3	Validación de datos.....	48
3.3.1	Límites de control .....	48
3.3.2	Selección de los puntos de validación.....	49
3.3.3	Límites de control y de advertencia .....	50
3.3.3.1	Límites de control .....	50
3.3.3.2	Límites de advertencia .....	51
3.4	Análisis y aplicación de técnicas geoestadísticas.....	54
3.4.1	Análisis exploratorio de datos.....	54
3.4.2	Análisis estructural.....	57
3.4.3	Predicción espacial.....	62
3.6	Análisis y aplicación de mínimos cuadrados colocación (LSC) .....	66
3.6.1	Filtrado de las observaciones .....	66
3.6.1.1	Selección de un modelo matemático.....	66
3.6.1.2	Ajuste del modelo matemático seleccionado, a través del método paramétrico de mínimos cuadrados.....	76
3.6.1.3	Cálculo de la función covarianza empírica de las señales .....	77

3.6.1.4 Comprobación del carácter positivo de la función covarianza .....	88
3.6.1.5 Cálculo de la función covarianza del ruido ( $C_{rr}$ ).....	89
3.6.1.6 Filtración de las observaciones ( $LbLSC$ ).....	89
3.6.2 Ajuste del modelo matemático por mínimos cuadrados colocación (LSC).....	91
3.6.2.1 Cálculo de la matriz ( $LLSC$ ).....	91
3.6.2.2 Cálculo de la matriz de ajuste de los parámetros ( $XLSC$ ).....	91
3.6.2.3 Ajuste paramétrico con colocación.....	91
3.6.3 Predicción de los valores de pH y CE.....	93
3.6.3.1 Covarianza de las distancias de los puntos de predicción (CZS).....	93
3.6.3.2 Cálculo del modelo predictivo $z$ y $L_z$ .....	93
<b>CAPÍTULO IV RESULTADOS Y DISCUSIONES .....</b>	<b>98</b>
4.1 Análisis de resultados.....	98
4.1.1 Modelos de predicción a través de técnicas geoestadísticas .....	98
4.1.1.1 Modelo de predicción de pH.....	98
4.1.1.2 Modelo de predicción de CE.....	99
4.1.2 Modelos de predicción a través de mínimos cuadrados colocación (LSC) .....	100
4.1.2.1 Modelo de predicción de pH.....	100
4.1.2.2 Modelo de predicción de CE.....	101
4.2 Discusión de los resultados .....	108
4.3 Comprobación de la hipótesis.....	109
4.3.1 Validación de los modelos resultantes de pH y CE .....	109
4.3.2 Validación de la hipótesis .....	110
<b>CAPITULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>111</b>
5.1 CONCLUSIONES .....	111
5.2 RECOMENDACIONES.....	112
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>113</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1</b> Clasificación del suelo con respecto al pH .....	9
<b>Tabla 2</b> Cultivos de importancia económica según el pH.....	10
<b>Tabla 3</b> Interpretación de la conductividad eléctrica .....	12
<b>Tabla 4</b> Estadísticos representativos de pH y CE.....	54
<b>Tabla 5</b> Parámetros calculados en el análisis estructural de pH y CE.....	62
<b>Tabla 6</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 1 –pH (con sftool de Matlab)....	67
<b>Tabla 7</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 2 –pH (con sftool de Matlab)....	68
<b>Tabla 8</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 3 –pH (con sftool de Matlab)....	69
<b>Tabla 9</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 4 –pH (con sftool de Matlab)....	70
<b>Tabla 10</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 5 –pH (con sftool de Matlab)..	70
<b>Tabla 11</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 1 –CE (con sftool de Matlab)..	71
<b>Tabla 12</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 2 –CE (con sftool de Matlab)..	72
<b>Tabla 13</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 3 –CE (con sftool de Matlab)..	73
<b>Tabla 14</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 4 –CE (con sftool de Matlab)..	74
<b>Tabla 15</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 5 –CE (con sftool de Matlab)..	74
<b>Tabla 16</b> Resultados obtenidos del ajuste paramétrico a los modelos matemáticos seleccionados para cada variable .....	76
<b>Tabla 17</b> Puntos medios $d_k$ de los intervalos de distancia para pH y CE .....	78
<b>Tabla 18</b> Límites de los intervalos de distancias esféricas para pH y CE .....	78
<b>Tabla 19</b> Covarianzas empíricas calculadas para pH y CE.....	79
<b>Tabla 20</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 1 –pH (con fitting de Matlab) .	80
<b>Tabla 21</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 2 –pH (con fitting de Matlab) .	81
<b>Tabla 22</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 3 –pH (con fitting de Matlab) .	82
<b>Tabla 23</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 4 –pH (con fitting de Matlab) .	83
<b>Tabla 24</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 1 –CE (con fitting de Matlab) .	84
<b>Tabla 25</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 2 –CE (con fitting de Matlab) .	85
<b>Tabla 26</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 3 –CE (con fitting de Matlab) .	86
<b>Tabla 27</b> Resultados del ajuste del modelo matemático 4 –CE (con fitting de Matlab) .	87
<b>Tabla 28</b> Resultados obtenidos del ajuste paramétrico a los modelos matemáticos seleccionados para cada variable .....	88
<b>Tabla 29</b> Carácter positivo de la función covarianza en cada variable .....	88
<b>Tabla 30</b> Resultados obtenidos del ajuste por mínimos cuadrados colocación.....	92
<b>Tabla 31</b> Comparación de los parámetros ajustados de cada modelo matemático .....	92
<b>Tabla 32</b> Señales de predicción ( $z$ ) de cada variable en los puntos de predicción.....	94
<b>Tabla 33</b> Matriz de valores aproximados ( $L_{oz}$ ) para cada variable .....	95
<b>Tabla 34</b> Matriz de valores predichos ( $L_z$ ) para cada variable.....	96
<b>Tabla 35</b> Resumen estadístico del error modelo de pH y CE.....	109

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> Mapa del área de estudio – Cantón Montecristi .....	4
<b>Figura 2</b> Esquema general de las fracciones que componen un suelo .....	7
<b>Figura 3</b> Apariencia de un suelo salino.....	11
<b>Figura 4</b> Apariencia de un suelo sódico .....	11
<b>Figura 5</b> Apariencia de un suelo salino-sódico o sódico-salino.....	12
<b>Figura 6</b> Modelos de datos raster y vector .....	13
<b>Figura 7</b> Servicios de una IDE .....	15
<b>Figura 8</b> Sistema de coordenadas cartesianas tridimensionales.....	17
<b>Figura 9</b> Sistema de coordenadas geográficas o geodésicas .....	18
<b>Figura 10</b> Sistema de coordenadas planas UTM.....	19
<b>Figura 11</b> El Semivariograma y sus componentes.....	22
<b>Figura 12</b> Modelos teóricos del semivariograma.....	23
<b>Figura 13</b> Modelo de semivariograma teórico sin correlación espacial.....	24
<b>Figura 14</b> Metodología para la generación de cartográfica geopedológica .....	45
<b>Figura 15</b> Conexión Web Map Service del Instituto Espacial Ecuatoriano (IEE).....	46
<b>Figura 16</b> Ficha técnica sobre el perfil del suelo .....	47
<b>Figura 17</b> Límites de control aplicados a la base de datos total.....	48
<b>Figura 18</b> Puntos de validación.....	49
<b>Figura 19</b> Límites de control.....	50
<b>Figura 20</b> Límites de advertencia.....	51
<b>Figura 21</b> Mapa del análisis espacial de los puntos de advertencia .....	53
<b>Figura 22</b> Histograma de pH.....	55
<b>Figura 23</b> Histograma de CE.....	55
<b>Figura 24</b> Diagrama de Caja de pH.....	56
<b>Figura 25</b> Diagrama de Caja de CE .....	56
<b>Figura 26</b> Diseño del archivo.dat .....	57
<b>Figura 27</b> Asignación del sentido (este, norte) al sistema de coordenadas (x, y) .....	58
<b>Figura 28</b> Generación del archivo de distancias.pcf – Prevar 2D.....	58
<b>Figura 29</b> Ingreso del archivo (.pcf) y de los parámetros lag spacing y number of lags.....	59
<b>Figura 30</b> Variograma experimental omnidireccional de pH y CE .....	60
<b>Figura 31</b> Ajuste del variograma teórico al experimental de cada variable.....	61
<b>Figura 32</b> Geoestatical Wizard - ArcGis 10.1 .....	63
<b>Figura 33</b> Ingreso de parámetros de pH - Geoestatical Wizard .....	63
<b>Figura 34</b> Reportes de Validación de los modelos de predicción de pH y CE .....	64
<b>Figura 35</b> Modelos de predicción espacial aplicando técnicas geoestadísticas .....	65
<b>Figura 36</b> Aplicación de la herramienta sftool de MatLab .....	66

<b>Figura 37</b> Aplicación de la herramienta cftool de MatLab .....	79
<b>Figura 38</b> Aplicación del módulo fitting de MatLab .....	80
<b>Figura 39</b> Matriz de filtración de las observaciones ( $Lb_{LSC}$ ) para pH y CE .....	90
<b>Figura 40</b> Mapa de la distribución espacial de los puntos de grilla con valores de pH y CE calculados por LSC .....	97
<b>Figura 41</b> Mapa del modelo de predicción de pH, por técnicas geoestadísticas.....	99
<b>Figura 42</b> Mapa del modelo de predicción de CE, por técnicas geoestadísticas .....	100
<b>Figura 43</b> Mapa del modelo de predicción de pH, por LSC .....	101
<b>Figura 44</b> Mapa del modelo de predicción de CE, por LSC .....	102
<b>Figura 45</b> Identificación de fenómenos de contaminación puntual .....	103
<b>Figura 46</b> Mapa del modelo de predicción de pH, sin contaminación puntual– aplicando técnicas geoestadísticas .....	104
<b>Figura 47</b> Mapa del modelo de predicción de pH, sin contaminación puntual– aplicando LSC .....	105
<b>Figura 48</b> Mapa del modelo de predicción de CE, sin contaminación puntual– aplicando técnicas geoestadísticas .....	106
<b>Figura 49</b> Mapa del modelo de predicción de CE, sin contaminación puntual– aplicando LSC .....	107
<b>Figura 50</b> Regla de decisión de la hipótesis planteada.....	110

## RESUMEN

El monitoreo del pH y la conductividad eléctrica (CE) en el suelo puede marcar la diferencia entre la calidad de un cultivo y la pérdida del mismo; el presente estudio generó modelos de predicción espacial de los parámetros pH y CE, para el suelo del cantón Montecristi–Ecuador, mediante técnicas geoestadísticas y mínimos cuadrados colocación (LSC). Para obtener los modelos geoestadísticos se realizó el análisis exploratorio de datos, seguido del análisis estructural y la predicción espacial a través de Kriging ordinario en ArcGIS 10.1. Por otro lado para obtener los modelos mediante la técnica de mínimos cuadrados colocación (LSC), se calculó y ajustó la función covarianza de cada parámetro, seguido del cálculo de la función covarianza del ruido, la filtración de las observaciones, el ajuste del modelo matemático por LSC y la predicción espacial; todo a través de un programa desarrollado en el software MatLab R2009a. Para la validación, se calculó el error medio cuadrático (RMS), de cada uno de los modelos resultantes, a través de 24 puntos externos. Por lo tanto la metodología más competente para la predicción espacial de conductividad eléctrica (CE) fue mínimos cuadrados colocación (LSC) y para pH fue técnicas geoestadísticas.

### **PALABRAS CLAVE:**

- PH
- CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA (CE)
- TÉCNICAS GEOESTADÍSTICAS
- MÍNIMOS CUADRADOS COLOCACIÓN (LSC)
- MONTECRISTI

## **ABSTRACT**

The pH and electrical conductivity (EC) monitoring in the soil can make difference between crop quality and its loss; this study developed spatial models to predict parameters like pH and electrical conductivity for soil of Montecristi-Ecuador canton, using Geostatistical Techniques and Least Squares Collocation (LSC). Geostatistical models were obtained by exploratory data analysis, structural analysis and spatial prediction through Ordinary Kriging tool in ArcGIS 10.1. On the other hand, covariance function of each parameter was calculated and adjusted, noise covariance function was calculated, observations were filtered, mathematical model by LSC was adjusted and spatial prediction was obtained; all of these phases were developed to obtain models through Least Squares Collocation (LSC) using a program developed in MatLab R2009a software. For validation, Root Mean Square (RMS) was calculated of each resulting models using 24 outer points. Therefore, the best methodology for the spatial prediction of electrical conductivity (EC) was Least Squares Collocation (LSC) and for pH was geostatistical technique.

### **KEY WORDS:**

- PH
- ELECTRICAL CONDUCTIVITY (EC)
- GEOSTATICAL TECHNIQUES
- LEAST SQUARE COLLOCATION (LSC)
- MONTECRISTI

## CAPITULO I

### INTRODUCCIÓN

#### 1.1 Antecedentes

Una de las utilidades más importantes que poseen los Sistemas de Información Geográfica (GIS) es el análisis espacial, en particular el uso de los interpoladores en diferentes tipos de variables. En el campo agrícola, el uso de esta herramienta permite analizar la variabilidad de diferentes características sobre el suelo (Clay et al, 2007). Otro aspecto a mencionar, es que la precisión del mapa generado, a partir de las características de un suelo en particular, dependen en gran medida de la estructura espacial de los datos, donde entre más fuerte es la correlación espacial, mejor es la calidad de los modelos generados (Kravchenko, 2003).

En el estudio de Luna (2012) se presentó una metodología geoestadística para la clasificación agrológica de suelos de la hacienda El Prado IASA-ESPE desarrollada a partir de muestras de suelo. Las variables edáficas analizadas corresponden a parámetros tanto físicos como químicos. La espacialización de cada una de las variables para su posterior interpretación fue realizada mediante estimación geoestadística por krigeage ordinario, para finalmente mediante un álgebra de mapas obtener la clasificación agrológica utilizando el software ArcGis 9.3.

Por otro lado Echeverría et al., (2010) acota en su artículo que “La necesidad de obtener un modelo de alta precisión que calcule el valor de la diferencia entre las alturas referidas al nivel medio del mar y las alturas elipsoidales en los puntos de posicionamiento, teniendo este modelo que adaptarse de la mejor manera a la distribución espacial y temporal de los puntos de datos con los cuales se va a generar dicho modelo. Razón por la cual, su estudio muestra la investigación y aplicación de la



metodología de mínimos cuadrados colocación (LSC) y recomienda aplicar la misma en problemas geodésicos y en otros problemas pertenecientes a otras Ciencias de la Tierra.”

Según señala Carrera et al., (2014), la agricultura es la segunda actividad más importante en la provincia de Manabí. Acorde con eso el cantón Chone se ha caracterizado por su potencial agropecuario, pero problemas como las inundaciones y la sequía ponen en riesgo esta actividad. El objetivo de su trabajo fue caracterizar física y químicamente desde el punto de vista agrícola los suelos. Los parámetros que se analizaron en cada uno de los perfiles fueron: pH, conductividad eléctrica (CE), materia orgánica en los extractos de suelo 1:≈0.2-0.6, 1:5 y 1:10, entre otros. Finalmente con los datos obtenidos, se procedió a realizar su representación espacial, por medio de mapas utilizando la herramienta de interpolación Kriging de la extensión Spatial Analyst del software ArcGis 10.1”

Es por este motivo que es necesario encontrar un método o técnica de predicción espacial que permita describir la continuidad espacial de cualquier fenómeno natural, con el menor grado de incertidumbre.

## **1.2 Planteamiento del problema**

El sector agrícola del cantón Montecristi actualmente cumple funciones de subsistencia o autoconsumo. La producción agrícola de Montecristi se desenvuelve en escenarios rústicos, donde prima la falta de tecnología y capacitación técnica, lo que la vuelve vulnerable frente a escenarios de sequía o baja de precios de los productos por sobreproducción en el mercado (GADM-Montecristi, 2014). La falta de planificación, estudios y proyectos de ordenación y desarrollo territorial, han contribuido a cierto grado de desorganización urbanística, agropecuaria y paisajística, en este y otros cantones del Ecuador (Valverde, 2013). La creciente demanda de intensificación de las áreas cultivadas y de abrir nuevas áreas aptas para cultivos, sólo puede satisfacerse sin dañar el medio ambiente; clasificando la tierra de acuerdo a su aptitud para los diferentes tipos de uso (Asefa, 2010).

Bajo este panorama poco auspicioso y que pone en riesgo la actividad agrícola se considera que el mayor problema es el costo que representa la realización de un estudio agrológico, debido a la toma de numerosas muestras que son llevadas al laboratorio con el fin de obtener las características físicas y químicas del suelo, para luego proceder a interpretar la capacidad o aptitud agrológica del mismo. De esta manera aparece la necesidad de generar modelos de predicción espacial de alguna variable específica del suelo, a través de herramientas estadísticas y geoestadísticas con el propósito optimizar recursos necesarios y satisfacer las necesidades del agricultor.

### **1.3 Justificación e importancia**

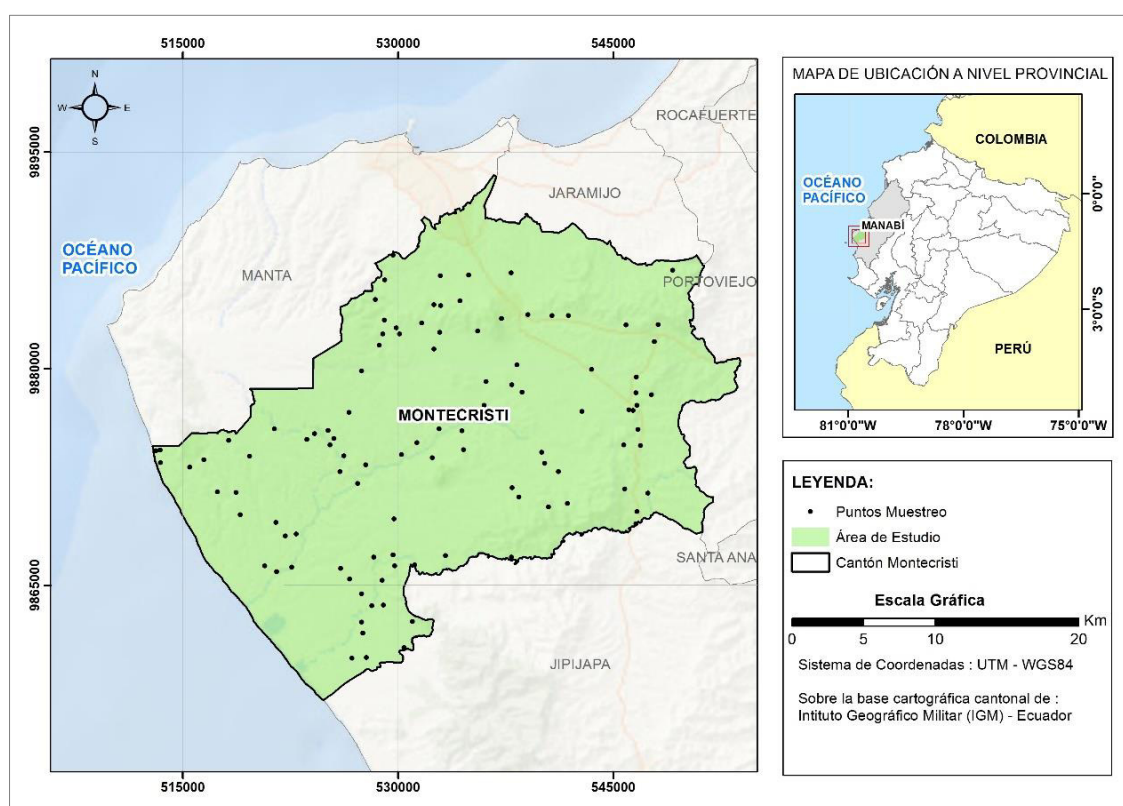
Conocer el pH y la conductividad eléctrica (CE) del suelo puede marcar la diferencia entre un cultivo de calidad y el fracaso (Barbaro et al., 2014). Los problemas nutricionales son una de las principales causas para una baja calidad en la producción y pérdida de plantas en invernaderos y viveros. El monitoreo del pH y la conductividad eléctrica (CE) en el suelo, dan la posibilidad de corregir este tipo de inconvenientes antes de que se conviertan en problemas que pudieran perjudicar los cultivos (Lopez et al, 2010).

La importancia de generar modelos de predicción de los parámetros pH y conductividad eléctrica en el suelo, radica en determinar los diferentes grados de acidez, alcalinidad y salinidad, que se puede presentar en el componente suelo. De esta manera se pueden identificar nuevas zonas y cultivos aptos para el desarrollo del sector agrícola. La investigación es novedosa porque de esta manera se busca impulsar la conservación, el restablecimiento y el uso sostenible de los ecosistemas terrestres. Además se pretende luchar contra la desertificación, rehabilitar las tierras y los suelos degradados, incluidas las tierras afectadas por la sequía, las inundaciones, y procurar lograr un mundo con degradación neutra del suelo (ONU, 2015).

El proyecto de investigación es totalmente factible debido a la obtención de datos, de una fuente primaria como lo es el Instituto Espacial Ecuatoriano (IEE) y a la aplicación de técnicas o métodos científicos con fundamentos bien definidos.

## 1.4 Área de estudio

El estudio se desarrolló en el cantón Montecristi, ubicado en el centro oeste de la provincia de Manabí, como se puede observar en el mapa de la figura 1. En esta área se dispone de perfiles de suelo (puntos muestreo), en donde se han realizado observaciones de los parámetros químicos de pH y conductividad eléctrica (CE). Cabe indicar que la isla de la Plata, se excluyó del estudio por ausencia de perfiles.



**Figura 1** Mapa del área de estudio – Cantón Montecristi

El área de estudio, limita al norte: con el cantón Manta y Jaramijó, al oeste con el cantón Manta y el Océano Pacífico, al este con el cantón Portoviejo y Jipijapa, y al sur con el cantón Jipijapa y el Océano Pacífico. La extensión del área es de aproximadamente 745,54 Km<sup>2</sup> (GADM-Montecristi, 2014).

## **1.5 Objetivos**

### **1.5.1 Objetivo general**

Generar modelos de predicción espacial de los parámetros pH y conductividad eléctrica, para el suelo del cantón Montecristi, mediante técnicas geoestadísticas y mínimos cuadrados colocación (LSC).

### **1.5.2 Objetivos específicos**

- Recopilar y validar los datos georreferenciados.
- Obtener un modelo de predicción para cada parámetro, utilizando técnicas geoestadísticas como el variograma y el predictor Kriging.
- Generar la matriz covarianza empírica del set de datos y desarrollar el modelo de predicción para cada parámetro, a través de mínimos cuadrados colocación (LSC).
- Comprobar los modelos de predicción resultantes, a través de puntos de validación entre el método estocástico Kriging y mínimos cuadrados colocación (LSC).

## **1.6 Metas**

- Una base de datos geográfica con información recopilada del Web Map Service del Instituto Espacial Ecuatoriano (IEE).
- Un mapa 1:25.000, por cada modelo de predicción espacial de pH y conductividad eléctrica generado mediante técnicas geoestadísticas.
- Un mapa 1:25.000, por cada modelo de predicción espacial de pH y conductividad eléctrica aplicando mínimos cuadrado colocación (LSC).
- Un reporte con los datos de validación de cada modelo de predicción obtenido, con sus respectivos errores de predicción por cada parámetro.

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

#### 2.1 Fundamentación teórica

##### 2.1.1 Levantamiento de Suelos

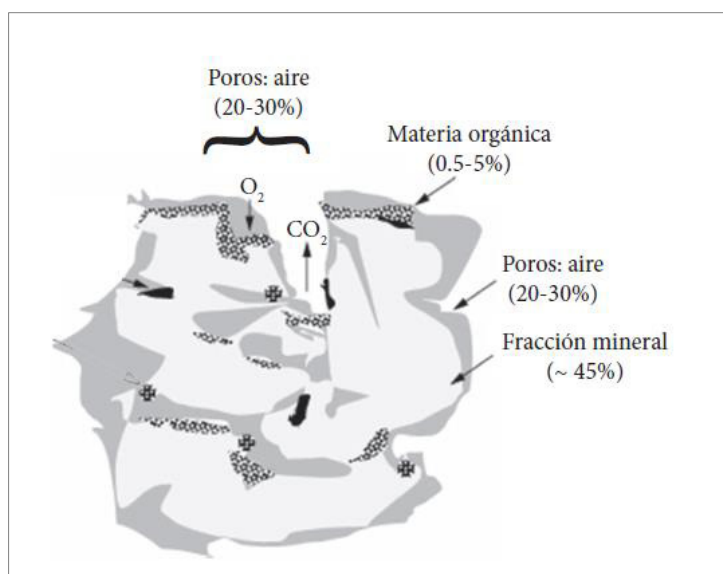
El levantamiento de suelos o más propiamente conocido como, inventario del recurso suelo, es el proceso de determinar el patrón de la cobertura suelo, caracterizándolo y presentándolo de forma entendible e interpretable para varios usuarios. El propósito práctico del levantamiento de suelos es hacer predicciones más numerosas, más precisas y más útiles para propósitos específicos (Peña, 2011).

##### 2.1.1.1 Definición de suelo

El suelo es la capa superior de la corteza terrestre, situada entre el lecho rocoso y la superficie, compuesto por partículas minerales, materia orgánica, agua, aire y organismos vivos que constituyen la interfaz entre la tierra, el aire y el agua, lo que confiere capacidad de desempeñar tanto funciones naturales como de uso (MAE, 2015).

El suelo es un sistema complejo y heterogéneo compuesto por la mezcla de diversos materiales sólidos, líquidos y gaseosos, es el medio ambiente en el cuál se desarrollan las raíces y del cual se extrae el agua y los elementos nutritivos que necesita la planta, además de servirle de sostén (Báscones, n.d).

Por lo tanto, el suelo es un componente esencial en el medio ambiente compuesto por agua, aire, minerales, materia orgánica y organismos vivos (ver figura 2), sustento no solamente de las coberturas vegetales en las que se desarrolla la vida., sino pilar fundamental de la producción de alimentos en el mundo.



**Figura 2** Esquema general de las fracciones que componen un suelo  
Fuente: (Volke et al, 2005)

### 2.1.1.2 Fertilidad del Suelo

La fertilidad del suelo es una cualidad resultante de la interacción entre las características físicas (capacidad de brindar condiciones estructurales adecuadas para el sostén y crecimiento de los cultivos), químicas (capacidad para suministrar los nutrientes apropiados, en cantidades adecuadas y balanceadas) y biológicas (vinculado con los procesos biológicos del suelo en relación a sus organismos), que consisten en la capacidad de poder suministrar condiciones necesarias para el crecimiento y desarrollo de las coberturas vegetales (Solís, 2011).

La nutrición vegetal básica para un óptimo desarrollo de los cultivos, depende de la capacidad del suelo para suministrar todos y cada uno de los elementos nutritivos, en la forma, cantidad y momento adecuado a las exigencias de los mismos. La situación del suelo en relación, a esta capacidad de abastecer las necesidades de la planta en los diferentes elementos nutritivos se denomina fertilidad del suelo (Báscones, n.d).

A continuación los suelos de cultivo, se encuentran en alguno de estos grupos:

- Suelos ricos: son suelos de cultivo en los que a pesar de aportar fertilizantes o abonos no presentan un cambio significativo.
- Suelos medios: son suelos que dependen de fenómenos externos (clima, pendiente, temperatura ambiente) y a pesar de aportar fertilizantes o abonos pueden presentar o no respuestas significativas.
- Suelos pobres: son suelos en los que siempre hay una respuesta positiva de los cultivos respecto al aporte de fertilizantes o abonos.

Existen muchos procedimientos para tratar de estimar el nivel de fertilidad del suelo, y entre estos se encuentra el análisis de suelos.

### *2.1.1.3 Análisis de Suelos*

Desde el punto de vista agrícola, uno de los principales motivos para realizar el análisis de suelos es determinar el contenido de nutrientes esenciales para el desarrollo de las plantas. Los parámetros aconsejados para planificar una adecuada fertilización son: textura, pH, conductividad eléctrica (CE), materia orgánica, nitrógeno total, relación carbono/nitrógeno, fósforo y potasio asimilable (INEA, 2017).

La interpretación adecuada de los resultados del laboratorio, respecto a uno o varios parámetros aconsejados para planificar una adecuada fertilización, pueden determinar el uso apropiado de los suelos, mejorando la producción y la productividad de los cultivos en base a sus requerimientos, los mismos varían de acuerdo al cultivo establecido, a la precipitación y a las temperaturas medias anuales, así como otros factores climáticos que en ciertos momentos son factores limitantes para el desarrollo normal de las plantas (Villaroel, 1988).

#### *2.1.1.3.1 Potencial hidrógeno (pH)*

El pH es una propiedad química del suelo que tiene un efecto importante en el desarrollo de los seres vivos (incluidos microorganismos y plantas). La lectura de pH se refiere a la concentración de iones hidrógeno activos ( $H^+$ ) que se da en la interface líquida del suelo, por la interacción de los componentes sólidos y líquidos. La

concentración de iones de hidrógeno es fundamental en los procesos físicos, químicos y biológicos del suelo (Linares et al, 2006).

El valor de pH se expresa en número positivo del 0 al 14 y se define como el logaritmo del recíproco de la concentración de iones de hidrógeno, como se indica en la siguiente ecuación:

$$pH = -\log [H^+] \quad (1)$$

Las posibles condiciones que puede mostrar el pH en el suelo son: la acidez, la neutralidad y la alcalinidad. La tabla 1 muestra los siguientes criterios:

**Tabla 1:**  
**Clasificación del suelo con respecto al pH**

<b>Categoría</b>	<b>Valor de pH</b>
Fuertemente ácido	< 5,0
Moderadamente ácido	5,1 – 6,5
>Neutro	6,6 – 7,3
Medianamente alcalino	7,4 – 8,5
Fuertemente alcalino	> 8,5

Fuente: (SEMARNAT, 2001)

En el suelo los valores de pH menores a 4,5 o arriba de 7,5 ya restringen el crecimiento vegetal, debido a que estos valores indican la existencia de varias condiciones desfavorables en las plantas como deficiencias de Ca y Mg, altos contenidos de aluminio, alta fijación de fósforo a pH bajo (ácido) y deficiencia de micronutrientes o un exceso de sales a pH alto (básicos). La disponibilidad máxima para la mayoría de nutrientes ocurre en el rango de pH de 6,5 a 7,5 (Padilla, 2007). En la tabla 2 se indica las reacciones óptimas del suelo para diferentes cultivos de importancia económica según el pH.



**Tabla 2:**  
**Cultivos de importancia económica según el pH**

Cultivos	Valores de pH
Algodón	6,0 – 8,0
Arroz	5,0 – 6,5
Avena	5,0 – 7,5
Café	5,0 – 7,5
Caña de azúcar	6,0 – 8,0
Cebada	6,0 – 8,0
Durazno	6,5 – 8,0
Zapallo	6,0 – 8,0
Maíz	5,5 – 7,5
Manzana	6,0 – 8,0
Olivo	6,0 – 8,0
Papa	5,0 – 7,0
Tomate	5,5 – 7,5
Trigo	5,5 – 8,0
Frijol	6,0 – 7,5
Acelga	6,0 – 7,5
Zanahoria	5,5 – 7,0
Sandía	6,0 – 7,5

Fuente: (Villaroel, 1988)

#### 2.1.1.3.2 Conductividad eléctrica (CE)

La conductividad eléctrica es la capacidad que tiene un material de transmitir o conducir una corriente eléctrica, en el suelo generalmente se expresa deciSiemens.m<sup>-1</sup> (dS/m). La conductividad eléctrica en el suelo se encuentra influida por diversos factores como la porosidad, concentración de electrolitos disueltos, textura, materia orgánica y el contenido de agua en el suelo (Machado, n.d).

La determinación de la conductividad eléctrica es una manera indirecta de medir la salinidad del agua o extractos de suelo (Linares et al, 2006). De acuerdo con los valores de pH, conductividad eléctrica y porcentaje de sodio intercambiable, los suelos se pueden clasificar en las siguientes categorías:

- Suelos salinos, se caracterizan porque su extracto de saturación tiene un valor de conductividad eléctrica igual o superior que 4dS/m a 25°C y la cantidad de sodio intercambiable es menor al 15%. Por lo general indican una costra de sales blancas, que pueden ser cloruros, sulfatos y carbonatos de calcio, magnesio y sodio (Linares et al, 2006). A continuación el figura 3 se observa suelos salinos.



**Figura 3** Apariencia de un suelo salino  
Fuente: (Gutierrez, 2015)

- Suelos sódicos, presentan un color negro debido a su contenido elevado de sodio. El sodio intercambiable es mayor que 15%, el pH se encuentra entre 8,5 y 10 y la conductividad eléctrica está por debajo de 4dS/m a 25°C (Linares et al, 2006). A continuación en la figura 4 se indica suelos sódicos.



**Figura 4** Apariencia de un suelo sódico  
Fuente: (Ibañez, 2005)

- Suelo salino-sódico, posee una conductividad eléctrica de 4dS/m a 25°C, una concentración de intercambiable de 15% y el pH es variable, comúnmente superior a 8,5 (Linares et al, 2006). A continuación en la figura 5 se observa suelos salinos-sódicos.



**Figura 5** Apariencia de un suelo salino-sódico o sódico-salino  
Fuente: (Lus, 2015)

En la tabla 3 se indica, la clasificación de la salinidad de suelos de acuerdo a la respuesta de los cultivos.

**Tabla 3:**  
**Interpretación de la conductividad eléctrica**

Tipo de Suelos	Salinidad	CE (dS/m) a 25°C	Efectos a los Cultivos
Normales	Salinidad despreciable	<1,0	Casi nulo
	Muy ligeramente salino	1,1 – 2,0	
	Moderadamente salino	2,1 – 4,0	Puede afectar a cultivos sensibles
Salinos	Suelo Salino	4,1 – 8,0	La mayoría de los cultivos son afectados
	Fuertemente salino	8,1 – 16,0	Solo pueden prosperar cultivos tolerantes
	Muy fuertemente salino	>16,0	Solo se desarrollan cultivos muy tolerantes

Fuente: (SEMARNAT, 2001)

La salinidad del suelo se refiere al contenido de sales solubles en el mismo. Las sales son comúnmente mezclas de cloruros, sulfatos, bicarbonatos, nitratos y boratos de sodio, magnesio y calcio. Cualquiera que sea el caso: contenido total de sales, sales individuales o combinación de las mismas en el suelo, ellas, perjudican la germinación, desarrollo y productividad de las plantas (Padilla, 2007).

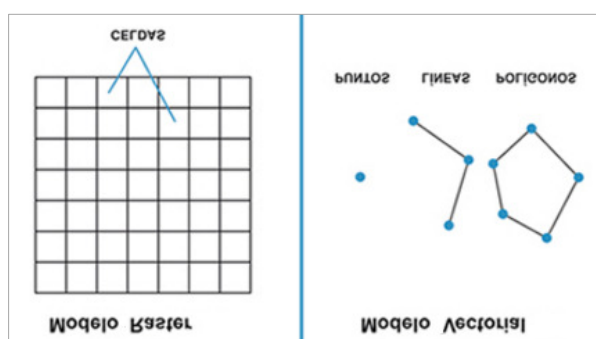
## 2.1.2 Sistema de información geográfica (SIG)

### 2.1.2.1 Definición

Un sistema de información geográfica (SIG) se define como una estructura que está constituida por un conjunto de instrumentos y tecnologías con la finalidad de adquirir, gestionar, almacenar, transformar, analizar y visualizar datos espaciales georreferenciados (Brovelli, 2011).

### 2.1.2.2 Modelos de datos: raster y vector

El modelo de datos define la manera en que se van a representar las características espaciales en un SIG. Así, los tipos de modelos son: modelo vector y modelo raster (IGAC, 2016). La mayoría de los elementos que existen en la naturaleza pueden ser representados mediante formas geométricas (puntos, líneas o polígonos, esto son, datos tipo vector) o mediante píxeles (celdillas) con información (datos tipo raster). En la figura 6 se indica los dos tipos de modelos de datos.



**Figura 6** Modelos de datos raster y vector  
Fuente: (CEA, 2010)

### *2.1.2.3 Principales aplicaciones de un SIG*

Entre las principales aplicaciones se pueden mencionar las siguientes:

- Análisis Geoestadístico
- Análisis de la Movilidad Urbana
- Catastro
- Cartografía
- Conexión a Servicios Remotos de una IDE
- Evaluación de Riesgos y Emergencias
- Estudios Sociológicos y Demográficos
- Gestión de Recursos Naturales
- Gestión de Servicios
- Impacto Ambiental
- Planificación Urbana

### *2.1.3 Fundamentos generales de IDE y cartografía*

#### *2.1.3.1 Infraestructura de datos espaciales (IDE)*

Una infraestructura de datos espaciales (IDE) es un conjunto de políticas, leyes, normas, estándares, organizaciones, planes, programas, proyectos, recursos humanos, tecnológicos y financieros integrados adecuadamente para facilitar la producción, el acceso y uso de la información espacial regional, nacional o local, para el apoyo al desarrollo social, económico y ambiental de los pueblos (CONAGE, 2010). Una IDE incluye dentro de su sistema objetos geográficos, atributos, metadatos, medios para almacenar, visualizar, evaluar y acceder a la información geoespacial a través de la red (SENPLADES, 2009).

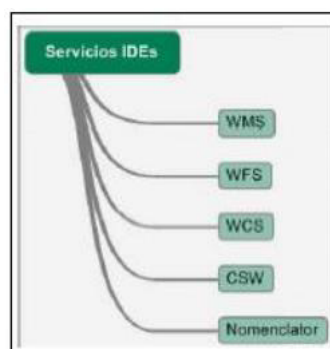
#### *2.1.3.1.1 Componentes*

Desde el punto de vista tecnológico existen cuatro componentes fundamentales que conforman una infraestructura de datos espaciales (IDE) y son:

- Datos
- Metadatos
- Servicios
- Organización

#### 2.1.3.1.2 Servicios

Los servicios IDE ofrecen funcionalidades accesibles vía internet con un simple navegador o browser, sin necesidad de disponer de otro software específico para ello. Para cada uno de los siguientes servicios existe una especificación Open Geospatial Consortium (OGC) que asegura la interoperabilidad de los distintos sistemas integrados en una IDE (Ron et al, 2012). Los más característicos son: Web Map Service (WMS), Web Feature Service (WFS), Web Coverage Service (WCS), Servicio de Nomenclator (Gazetteer) y Servicio de Catálogo (CSW) como se indican en la figura 7.



**Figura 7** Servicios de una IDE

Fuente: (Ron et al, 2012)

- **Web Map Service (WMS)**, es un servicio de mapas en la web, que produce mapas en formato imagen a la demanda para ser visualizados por un navegador web o en un cliente simple (IGM, 2011).
- **Web Feature Service (WFS)** o servicio de entidades vectoriales que proporciona la información relativa a la entidad almacenada en una capa vectorial (cobertura) que reúnen las características formuladas en la consulta (IGM, 2011).

- **Web Coverage Service (WCS)**, es un servicio análogo a un WFS para datos raster (IGM, 2011).
- **Servicio de Catálogo (CSW)**, permite la publicación y búsqueda de información (metadatos) que describen datos, servicios, aplicaciones y en general todo tipo de recurso (IGM, 2011).

#### 2.1.3.2 Sistemas de coordenadas

Un sistema de coordenadas sirve para determinar la posición que tiene un punto en la superficie de la Tierra. Es importante mencionar que no se puede “medir” coordenadas, se calculan en un sistema (Leiva, 2014).

Para definir un sistema de coordenadas se debe tomar en cuenta lo siguiente:

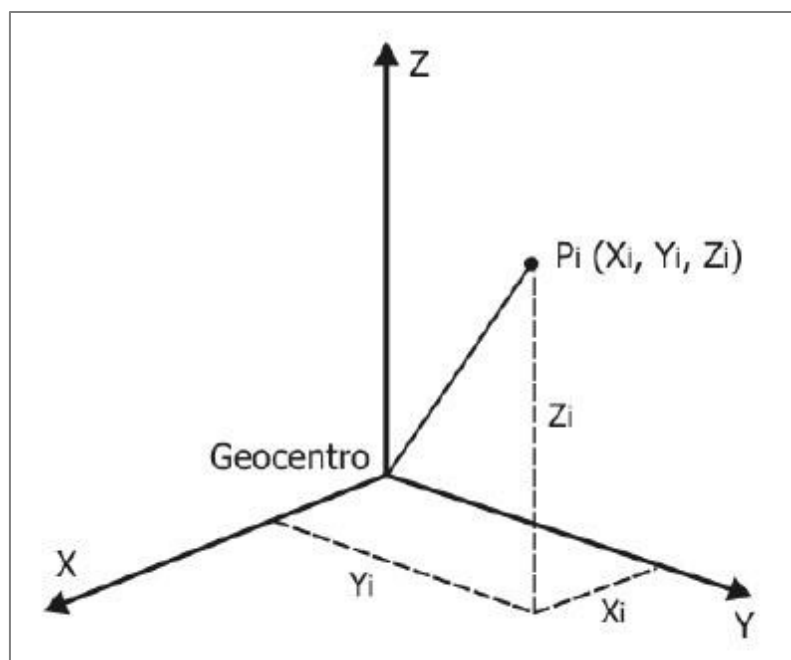
- La orientación de los ejes
- La ubicación del origen
- El tipo de coordenadas (rectilíneo, curvilíneo, plano, espacial)
- La unidad de medida

Los principales sistemas de coordenadas son:

- Coordenadas cartesianas tridimensionales  $[X, Y, Z]$
- Coordenadas geográficas o geodésicas  $[\varphi, \lambda, h]$
- Coordenadas planas UTM  $[x, y]$

##### 2.1.3.2.1 Sistema de coordenadas cartesianas tridimensionales $[X, Y, Z]$

Las coordenadas cartesianas son a menudo el método más conveniente para definir posiciones. El sistema tiene su origen en el geocentro (centro de masa de la Tierra). El eje X se encuentra sobre el Ecuador en dirección del meridiano de Greenwich, y el eje Z coincide con el eje de rotación de la Tierra (ver figura 8). Los tres ejes son ortogonales entre sí y las coordenadas son muy útiles en cambios de sistemas geodésicos de referencia (Drewes, 2014).



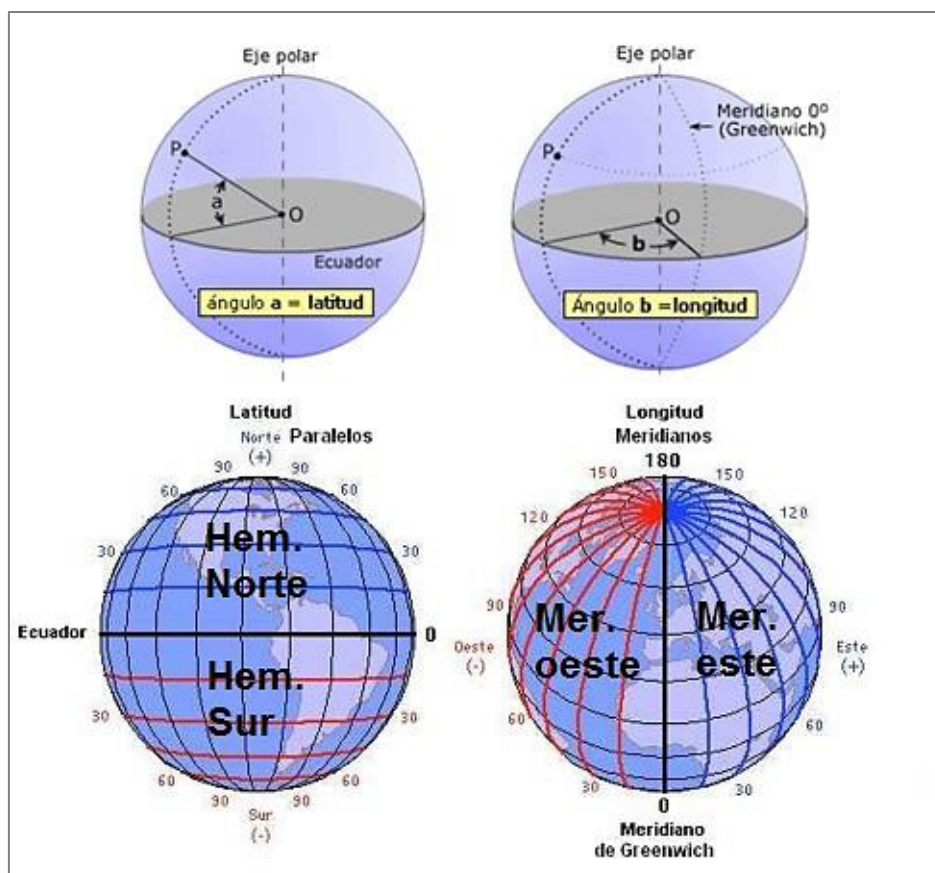
**Figura 8** Sistema de coordenadas cartesianas tridimensionales  
Fuente: (Leiva, 2014)

#### 2.1.3.2.2 Sistema de coordenadas geográficas o geodésicas

El sistema geográfico es un sistema de coordenadas a través del cual se determina la posición de un punto con dos valores angulares que son: la latitud ( $\varphi$ ) y la longitud ( $\lambda$ ) (Olaya, 2011).

- La latitud ( $\varphi$ ) es un ángulo formado entre el plano ecuatorial y la línea que conecta el centro de origen de coordenadas (O) del elipsoide, con el punto de la superficie (P). La latitud está entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  (hemisferio norte) y entre  $0^\circ$  y  $-90^\circ$  (hemisferio sur) (ver figura 9).
- La longitud ( $\lambda$ ) es un ángulo que se forma entre dos planos meridianos, el plano en el que está el punto (P) y el plano meridiano Greenwich ( $\lambda = 0^\circ$ ). La longitud está entre  $0^\circ$  y  $-180^\circ$  (meridianos oeste) y entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$  (meridianos este) (ver figura 9).

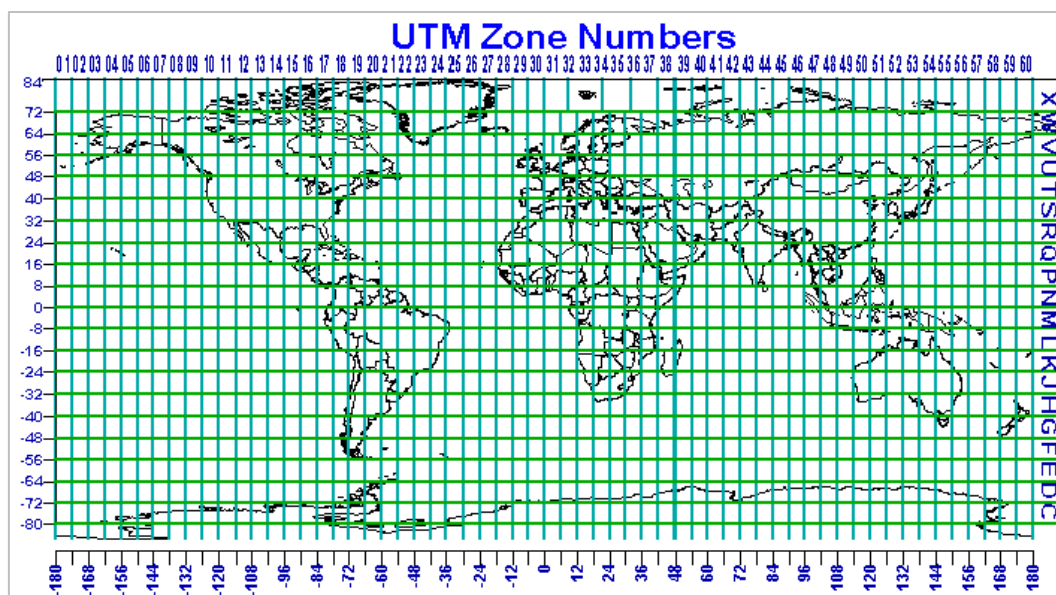




**Figura 9** Sistema de coordenadas geográficas o geodésicas  
Fuente: (Ron et al, 2012)

#### 2.1.3.2.3 Sistema de coordenadas planas UTM (Universal Transversa de Mercator)

El sistema UTM es un sistema mundial de coordenadas planas. Los meridianos centrales, de cada zona, están ubicados a  $3^\circ$ ,  $9^\circ$  etc., de longitud al este y al oeste de Greenwich. Para reducir la distorsión en los límites de las zonas, se emplea un factor de escala 0,9996. La Tierra, se encuentra entre  $84^\circ$  N y  $80^\circ$  S, está dividida en 60 zonas de  $6^\circ$  de ancho en longitud (ver figura 10). Los meridianos de borde son divisibles por 6 y las zonas son numeradas de 1 a 60. El Ecuador continental se encuentra en las zonas 17 y 18 y la parte insular en las zonas 15 y 16 (Leiva, 2014).



**Figura 10** Sistema de coordenadas planas UTM  
Fuente: (Franco, 2004)

#### 2.1.4 Geoestadística

##### 2.1.4.1 Definición

Según Journel & Huijbregts (citado en Luna, (2012), la geoestadística es una rama de la estadística que trata de fenómenos espaciales. Su interés primordial es la estimación, predicción y simulación de dichos fenómenos. Hoy en día, la geoestadística es una técnica que sirve para analizar y predecir los valores de una variable que está distribuida en espacio o tiempo (Luna, 2012). Por lo tanto, la geoestadística busca caracterizar e interpretar el comportamiento de una variable distribuida espacialmente.

Según (Luna, 2012) las principales etapas para un estudio geoestadístico son los siguientes:

- Análisis exploratorio de datos
- Análisis estructural (cálculo y modelación de los variogramas)
- Predicción espacial ( Kriging)

#### 2.1.4.2 Análisis exploratorio de datos

El primer paso del análisis geoestadístico se lo realiza con el objetivo de identificar datos atípicos, tendencias, variabilidad, etc. Esto puede ser observado de diferentes formas, ya sea por diagramas de caja, histogramas y estadística descriptiva.

- **Estadística descriptiva.-** Aquí se obtienen datos como la media, mediana, desviación estándar, varianza, coeficientes de asimetría y variación entre otros.
- **Histograma.-** son gráficos que sirven para analizar la distribución de frecuencias de una muestra de  $n$  mediciones sin considerar su localización espacial.
- **Diagramas de Caja.-** son gráficos que se utilizan para identificar datos atípicos los cuales en algunas veces representan la información más interesante de un fenómeno en particular.

Según Gómez (citado en Luna, 2012), los valores del coeficiente de variación son clasificados como: bajo (<10%), medio (10 al 20%), alto de (20%al 30%) y muy alto (>30%).

#### 2.1.4.3 Análisis estructural

La segunda etapa en el desarrollo del análisis geoestadístico tiene el objetivo de determinar la dependencia espacial entre los datos medidos de una variable. En esta etapa se calcula y modela los variogramas.

Para llevar a cabo el análisis estructural se usan las funciones:

- Variograma
- Semivariograma

La estacionalidad débil se presenta en algunos fenómenos físicos reales, en los que la varianza no es finita. En estos casos se trabaja solo con la hipótesis, que pide que los incrementos  $[Z(x + h) - Z(x)]$  sean estacionarios; de tal manera que la esperanza de los incrementos sea cero  $E[Z(x + h) - Z(x)] = 0$ .

De esta manera cuando se define la estacionalidad débil, se asume que para cualquier vector  $h$ , la varianza de los incrementos es finita y es una función única de la distancia. A esta función se le denomina variograma; el cual mediante la definición teórica de la varianza, en términos del valor esperado de una variable aleatoria, es:

$$2\gamma(h) = V[Z(x + h) - Z(x)] \quad (2)$$

#### 2.1.4.3.1 Semivariograma

El semivariograma no es más que la mitad del variograma, además se caracteriza por las propiedades de dependencia espacial del proceso, y se lo estima por el método de momentos a través del semivariograma experimental de la siguiente manera:

$$\gamma(h) = \frac{\Sigma (Z(x + h) - Z(x))^2}{2n} \quad (3)$$

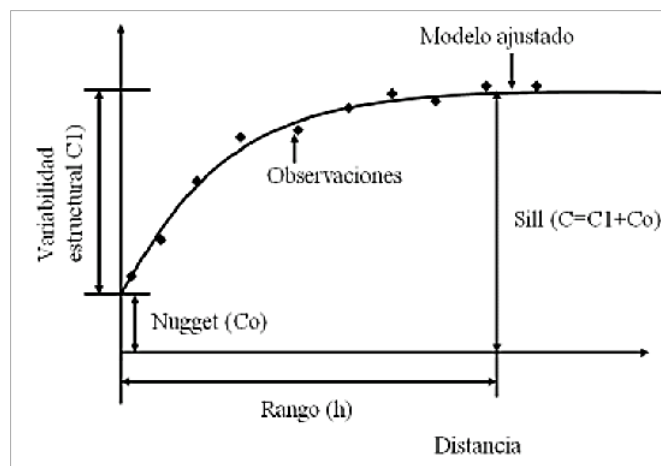
Dónde:

$Z(x)$  :variable en el sitio  $x$

$Z(x + h)$  : valor de la variable separada de la anterior a una distancia  $h$ .

$n$  : número de parejas que se encuentran separadas a una distancia  $h$

### 2.1.4.3.2 Componentes del semivariograma



**Figura 11** El Semivariograma y sus componentes  
Fuente: (Jaramillo, 2003)

Los componentes del semivariograma son (ver figura 11):

- Rango (h).- Es la distancia hasta la cual existe una dependencia espacial en las muestras. Se le denomina rango efectivo a la distancia para la cual el semivariograma alcanza el 95% del Sill
- Sill (C).- Es el límite del semivariograma cuando la distancia  $h$  tiende al infinito. También se le conoce como meseta y está conformado por la variabilidad estructural (C1) y el nugget (Co). Los semivariogramas que presentan meseta finita cumplen con la hipótesis de estacionalidad fuerte.
- Nugget (Co).- También conocido como efecto pepita. Es un indicativo de carencia de correlación espacial entre las muestras. Se sugiere que la pepita no debe representar más del 50% de la meseta.

Según Cambardella et al. (1994) se establecieron 3 categorías para agrupar la importancia de la variabilidad espacial de las variables:

- Fuerte dependencia espacial:  $Co < 25\%$  del Sill
- Moderada dependencia espacial:  $Co$  entre 25% y 75% del Sill
- Débil dependencia espacial:  $Co < 75\%$  del Sill

### 2.1.4.3.3 Modelos teóricos del semivariograma

Los modelos teóricos de semivariograma son capaces de explicar los diferentes comportamientos que pueden presentar las variables regionalizadas; entre los modelos más usuales se tiene (ver figura 12).

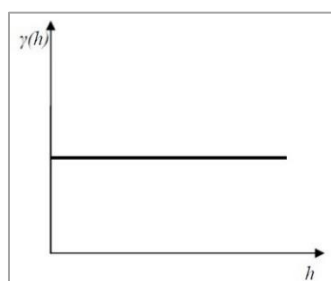
Modelo	Función	Representación Gráfica
Esférico	$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C_1 \left( \frac{3}{2} \left( \frac{h}{a} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{a} \right)^3 \right) & h \leq a \\ C_0 + C_1; h \geq a \end{cases}$	
Exponencial	$\gamma(h) = C_0 + C_1 \left( 1 - e^{-\frac{3h}{a}} \right)$	
Gaussiano	$\gamma(h) = C_0 + C_1 \left( 1 - e^{-\frac{h^2}{a^2}} \right)$	

**Figura 12** Modelos teóricos del semivariograma

Fuente: (Luna, 2012)

#### 2.1.4.3.4 Modelo de Independencia (Pepita Puro)

Es un modelo con carencia de correlación espacial entre las observaciones de una variable. El efecto pepita indica la discontinuidad del semivariograma. Parte de esta discontinuidad puede ser debido a errores de medición, una pobre precisión analítica o más a menudo por efectos de escala (Luna, 2012). En la figura 13, se indica la representación gráfica de un semivariograma con pepita puro.



**Figura 13** Modelo de semivariograma teórico sin correlación espacial  
Fuente: (Luna, 2012)

#### 2.1.4.3.5 Lag o Paso ( $h$ )

Es normal utilizar un vector lag ( $h$ ) fijo para calcular el semivariograma experimental en mallas regulares. Mientras que para mallas irregulares el lag ( $h$ ) debe tomar intervalos de distancias  $[0, h]$ ,  $(h, 2h]$ ,  $(2h, 3h]$ . Según Gomez et al. (2012), propone calcular el tamaño de lag ( $h$ ) y número de lags en muestreos irregulares, al aplicar la siguiente ecuación:

$$h * \# \text{ lags} = 0,5 * d_{max} \quad (4)$$

Dónde:

$h$  : tamaño de lag o lag spacing

$\# \text{ lags}$ : numero de lags (valor entero que demuestre estabilización en el semivariograma experimental)

$d_{max}$  : distancia máxima entre los puntos de muestreo

#### 2.1.4.4 Predicción espacial

Es el procedimiento de predecir el valor de una variable en un punto no muestral a partir de valores de esa variable en puntos muestrales, situados dentro de la misma área o región (Moreno, 2008). Kriging es considerado por muchos el mejor método de predicción lineal insesgado y de varianza mínima. Este es un método de interpolación probabilístico para datos dispersos en procesos espaciales aleatorios (Oliver, 2010).

##### 2.1.4.4.1 Kriging ordinario

Según Martínez et al. (2015) dentro de los diferentes métodos de Kriging que existen, el ordinario es el más robusto y el más utilizado, además que se basa en el supuesto de que no se conoce la media. El objetivo de este método es estimar el valor de la variable  $Z$  en un punto  $X_0$  que no ha sido muestreado, para lo cual se utiliza la información de la misma variable  $Z$  en diferentes puntos muestrales  $X_i; i = 1, 2, 3 \dots$

$$Z(X_0) = \sum \lambda_i Z(X_i) \quad (5)$$

Dónde:

$Z(X_i)$  : valores de la variable en los puntos muestrales

$\lambda_i$  : pesos de cada observación

Por lo cual los pesos que minimizan el error de predicción se determinan mediante la función del semivariograma a través de:

$$[\lambda] = [\gamma]^{-1} [\gamma_0] \quad (6)$$

Encontrando los pesos se calcula la predicción en el punto  $X_0$ . De forma análoga se procede para cada uno de los puntos en el cual se desea realizar la predicción. Kriging es un método de interpolación probabilístico que mediante el variograma determina la autocorrelación y la distancia entre los puntos muestreados.



### 2.1.5 Ajuste por mínimos cuadrados

#### 2.1.5.1 Principio de mínimos cuadrados

Los problemas de ajuste, surgen del hecho que se dispone de superabundancia de observaciones para la resolución de un problema, estas observaciones poseen los inevitables errores aleatorios (Echeverría et al, 2010).

Es por este motivo que se utilizan errores residuales que vienen a ser las discrepancias o diferencias entre los valores teóricos proporcionados por el modelo (observaciones ajustadas) y los valores numéricos obtenidos con observaciones reales. Evidentemente, de entre las infinitas soluciones posibles para tratar de suprimir los errores residuales se necesita de algún criterio adicional. Este criterio adicional es el principio de mínimos cuadrados justificado plenamente por el análisis matemático y la estadística (Sevilla, 1987).

Este principio establece en su forma elemental que la suma de los cuadrados de los errores residuales deber ser mínima, esto se expresa así:

$$\sum_{i=1}^n V_i^2 = \text{mínimo} \quad (7)$$

Si dicho principio viene definido en el espacio de observaciones por la matriz P, esto de forma matricial se expresa así:

$$V^T * P * V = \text{mínimo} \quad (8)$$

Dónde:

*P*: matriz de pesos de ajuste de las observaciones

### 2.1.5.2 Elementos de un modelo matemático

En todo problema de ajuste de observaciones aparecen involucrados tres tipos de elementos de carácter fundamental y son:

- **Parámetros:** son incógnitas del problema, magnitudes que representan aquello que se desea determinar.
- **Observables:** son magnitudes que se pueden determinar directa o indirectamente por observaciones.
- **Funciones:** son relaciones matemáticas establecidas entre parámetros y observables.

Al juntar los parámetros, observables y funciones se forma el denominado modelo matemático, el cuál trata de describir o representar una situación o fenómeno físico con la intención de explicar la realidad de un problema.

### 2.1.5.3 Tipos de modelos regulares ordinarios

Según Sevilla (1987) existen tres modelos matemáticos regulares ordinariamente empleados en el ajuste de observaciones:

- **Modelo paramétrico:** modelo de observaciones indirectas o modelo explícito en los observables, su modelo funcional es:

$$F(X_a) = L_a \quad (9)$$

- **Modelo de correlatos:** modelo de observaciones condicionadas en el que no aparecen los parámetros, su modelo funcional es:

$$F(L_a) = 0 \quad (10)$$

- **Modelo combinado:** modelo de ajuste mixto de observaciones de condición y parámetros, su modelo funcional es:

$$F(X_a, L_a) = 0 \quad (11)$$



Para que funcione el método paramétrico siempre se debe cumplir que el número de observaciones tiene que ser mayor al de incógnitas

$$n > u \quad (14)$$

Una vez formadas las ecuaciones para continuar con el método paramétrico de mínimos cuadrados, se debe realizar los siguientes cálculos matriciales. Definiendo la matriz  $Xo$ :

$$Xo = \begin{bmatrix} Xo1 \\ Xo2 \\ Xo3 \\ \vdots \\ Xou \end{bmatrix} \quad (15)$$

Dónde:

$Xo$ : matriz de los valores aproximados de los parámetros (estimados de las incógnitas)

Definiendo la matriz  $Lo$ :

$$Lo = F(Xo) \quad (16)$$

Dónde:

$Lo$ : matriz de valores aproximados de las observaciones

Definiendo la matriz  $L$ :

$$L = Lo - Lb \quad (17)$$

Dónde:

$L$ : matriz de diferencia entre el vector de los valores aproximados de las observaciones  $L_o$  definido por la ecuación (16) y el vector de las observaciones  $Lb$ .

Definiendo la matriz  $A$ :

$$A = \frac{\partial F}{\partial X_a} / X_o \quad (18)$$

Donde:

$A$ : matriz de diseño o de coeficientes del modelo, también se le conoce como la matriz de derivadas parciales del modelo, es de dimensión  $(nxu)$ , las derivadas parciales se calculan con los valores aproximado de los parámetros  $X_o$  que son función de las observaciones aproximadas  $L_o$

Definiendo la matriz  $P$

$$P_i = \frac{\sigma_o^2}{\sigma_i^2} \quad (19)$$

Donde:

$P$ : matriz de pesos, se utiliza cuando las observaciones no ofrecen el mismo grado de confianza, por lo que se utiliza esta matriz para homogenizar las observaciones. Si no se desea homogenizar las observaciones, se puede asumir a la matriz identidad ( $I$ ) como la matriz de pesos ( $P$ ). La matriz de pesos ( $P$ ) es una matriz diagonal donde los valores de la diagonal son la inversa de las varianzas  $\sigma_i^2$  de las observaciones, es de dimensión  $(n \times n)$  (Echeverria et al, 2010).

Definiendo la matriz  $N$  y  $U$

$$N = A^T * P * A \quad (20)$$

$$U = A^T * P * L \quad (21)$$

Donde:

$N, U$ : matrices auxiliares

$A$ : matriz de diseño

$P$ : matriz de pesos

Definiendo la matriz  $X$

$$X = -N^{-1} * U \quad (22)$$

Donde:

$X$ : vector de las correcciones de los parámetros del modelo

Definiendo la matriz  $Xa$

$$Xa = Xo - X \quad (23)$$

Donde:

$Xa$ : vector de los parámetros ajustados, de dimensión  $(ux1)$

Definiendo la matriz  $V$

$$V = A * X + L \quad (24)$$

$$V = r + s \quad (25)$$

Donde:

$V$ : matriz de residuales de dimensión  $(nx1)$ , la cual está conformada de dos partes como se indica en la ecuación (25), la primera parte es el error aleatorio de medida llamado ruido  $r$  y por otra parte aleatoria propia del campo en el que se realiza el experimento, independiente del método y equipo de medida llamado señal  $s$  (Echeverria et al, 2010).

Definiendo la matriz  $La$

$$La = Lb + V \quad (26)$$

Donde:

$La$ : matriz de observaciones ajustadas

Según Lima 2005 (citado en Echeverría et al, 2010) al realizar el ajuste por el método paramétrico de mínimos cuadrados, se estima la varianza posteriori  $\widehat{\sigma}_0^2$  en función de la matriz de residuales  $V$  y la matriz de pesos  $P$ , se define por la ecuación:

$$\widehat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T * P * V}{n-u} \quad (27)$$

La varianza posteriori entre más cercana a cero se encuentre es signo de un buen ajuste, la expresión  $(n-u)$  se conoce como grados de libertad, entre más grados de libertad se tenga es mejor.

#### 2.1.5.4 Matriz de varianza covarianza

Es una matriz simétrica formada por las covarianzas  $\sigma_{ij}$  en cuya diagonal se encuentran las varianzas  $\sigma_i^2$  como se muestra en la ecuación (28). De manera general se la simboliza por  $\Sigma_x$  (Lima, 2005).

$$M.V.C = \Sigma_x = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (28)$$

Al estar formada por las varianzas, no permite estimar la precisión de un elemento de nuestro modelo lineal y al estar formado por las covarianzas, nos permite determinar la correlación entre los mismos elementos (Lima, 2005).

Con la matriz varianza covarianza podemos obtener la matriz de coeficientes de correlación  $R$  que presenta la dependencia lineal entre dos componentes de una variable bidimensional aplicando:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (29)$$

Ensamblando la matriz:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{12} & 1 & \dots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Su condición es:

$$-1 \leq \rho_{xy} \leq 1 \quad (31)$$

Si  $|\rho_{xy}| = 1$  significa que existe una perfecta relación lineal, es decir  $Y = F(X)$  (Lima, 2005).

### 2.1.6 Mínimos cuadrados colocación (LSC)

#### 2.1.6.1 Introducción

El modelo general de mínimos cuadrados colocación constituye un caso muy general de mínimos cuadrados, su principal característica muy aparte de los parámetros y errores de observación, es que este permite estimar cantidades aleatorias de gran interés en muchos problemas geodésicos. El método de mínimos cuadrados colocación es una de las mejores estimaciones lineales insesgadas de los parámetros y de las señales que se pueden obtener con datos dispersos, en el sentido de que es una estimación de mínima varianza (Sevilla, 1987). A continuación la aplicación de mínimos cuadrados colocación, no se va a realizar demostración ni deducción de las fórmulas:



### 2.1.6.2 Modelo

Se tiene la ecuación (24) con respecto a la observación, mientras que por otra parte el en la ecuación (25) se tiene con respecto al ruido y a la señal, al igualar las ecuaciones mediante la matriz en común ( $V$ ) de residuales se tiene el modelo de colocación por mínimos cuadrados general y se presenta así:

$$A X + L = r + s \quad (32)$$

No obstante si el método paramétrico posee  $n$  observaciones ( $L_b$ ), se asume que existen  $n$  ruidos ( $r$ ) y  $n$  señales ( $s$ ) en lo puntos de observación y  $u$  parámetros ( $X$ ). Para que el modelo funcione siempre debe cumplirse la condición  $n > u$ , y que exista superabundancia de datos. Para estimar las señales en puntos, se asume que los mismos deben ser diferentes a los de observación, siendo ( $z$ ) el vector de señales en los puntos distintos de dimensión  $k$  y sin presentar correlación con  $r$  (Echeverria et al, 2010).

La determinación de los parámetros ( $X$ ) se convierte en un problema de ajuste de la señal  $z$  en puntos distintos a los de observación; es un problema de predicción y eliminación del ruido en las observaciones, es un problema de filtrado. Al juntar el ajuste, el filtrado y la predicción se forma el problema de colocación por mínimos cuadrados (LSC) (Moritz, 1980).

De esta manera las nuevas ecuaciones para el ajuste, filtrado y predicción a partir del método paramétrico, se basan en la ecuación (32) general de colocación por mínimos cuadrados de Moritz (1980) y demostradas y analizadas por Sevilla (1987) se tiene:

$$X_{LSC} = -(A^T \hat{C}^{-1} A)^{-1} A^T \hat{C}^{-1} L_{LSC} \quad (33)$$

$$s = C_{ss} \hat{C}^{-1} V \quad (34)$$

$$z = C_{zs} \hat{C}^{-1} V \quad (35)$$

Para que el modelo funcione siempre debe cumplirse la condición  $n > u$ , en donde  $u$  parámetros,  $n$  observaciones y  $k$  señales.

Definiendo la matriz  $\hat{C}$

$$\hat{C} = C_{ss} + C_{rr} = C_{LbLb} \quad (36)$$

Donde:

$\hat{C}$  : es la matriz covarianza de las observaciones.

$C_{ss}$ : la matriz covarianza de la señal. En general, la función covarianza de la señal  $s$  es definida por:

$$C_{ss} = C(P, Q) = E[s(P), s(Q)] \quad (37)$$

Donde  $s(P)$  y  $s(Q)$  son los valores de la señal en dos puntos genéricos  $P$  y  $Q$ . La variable  $E$  representar la esperanza matemática, esta función debe ser definida positiva para asumir que es isótropa, es decir que solo dependa de la distancia entre los puntos  $P$  y  $Q$  y se expresan así (Echeverria et al, 2010):

$$C(P, Q) = C(d) \quad (38)$$

$$d = \text{dist}(P, Q) = |P - Q| \quad (39)$$

Esto demuestra que la función covarianza es constante para el punto  $P$  y todos los puntos de una circunferencia centrada en  $P$  de radio  $d$ . Por otro lado se define la matriz covarianza del ruido.

Siendo:

$C_{rr}$ : matriz covarianza del ruido. Dicha matriz se obtiene por la precisión de las medidas, las cuales parten del rango de precisión del equipo o dispositivo que se utilizó para tomar las mismas. La función covarianza del ruido adopta la forma diagonal:

$$C_{rr} = \sigma o^2 I \quad (40)$$

Donde  $\sigma o^2$  representa la varianza de la unidad de peso de las observaciones e (I) es la matriz identidad. Con estas condiciones, la matriz covarianza de las observaciones se expresa así:

$$C_{LbLb} = C(d) + \sigma o^2 I = \hat{C} \quad (41)$$

Al aplicar las ecuaciones (36) (40) y (41) para las observaciones, se confirma lo siguiente:

$$\hat{C} (dij) = \begin{bmatrix} C(0) & C(d_{21}) & \dots & C(d_{1n}) \\ C(d_{21}) & C(0) & \dots & C(d_{2n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(d_{n1}) & C(d_{n2}) & \dots & C(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma o^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma o^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma o^2 \end{bmatrix} \quad (42)$$

Para covarianzas entre puntos distintos ( $i \neq j$ ) se tiene:

$$\hat{C} (dij) = C(dij) \quad d_{ij} \neq 0 \quad \text{solo señal} \quad (43)$$

Y para las varianzas en el mismo punto:

$$\hat{C} (dii) = C(0) = C(0) + \sigma o^2 \quad \text{solo señal y ruido} \quad (44)$$

### 2.1.6.2.1 Matriz covarianza empírica

Al aplicar el método de mínimos cuadrados colocación se debe tener precaución al momento de establecer las funciones covarianza; debido a que las mismas son desconocidas y deben ser aproximadas mediante funciones covarianzas calculadas; de manera que sean definidas positivas en el intervalo de distancias esféricas en el que van a ser utilizadas. Las funciones covarianzas constituyen el modelo teórico que representa las covarianzas estimadas en puntos discretos a partir de los datos de observación, por lo que difieren abruptamente de un problema a otro (Echeverria et al, 2010).

Para obtener la matriz covarianza de las señales  $C_{SS}$  de la cual se va a obtener la matriz covarianza de las señales de los puntos de predicción  $C_{ZS}$ , depende de la isotropía de la covarianza como se indica en la ecuación (38), se utiliza la función de covarianza empírica (Sevilla, 1987). Además se utiliza los criterios de las ecuaciones (38) y (39) como se observa a continuación.

Si se requiere de una estimación empírica puntual de la función covarianza, se divide el intervalo total de distancias esféricas en intervalos de distancia  $\Delta d$  y se realiza una clasificación de los datos en grupos de amplitud creciente  $d, 2d, 3d$  etc (Echeverria et al, 2010). Entonces:

$$d_k = (2k + 1) \Delta d \quad k = 0, 1 \dots \quad (45)$$

Para puntos distintos, se aplica la ecuación (38) y (45), obteniéndose para cada  $k$

$$\hat{C}(d_{ij}) = C(d_k) = \frac{1}{n_k} \sum_{ij} V(P_i) V(P_j) \quad (46)$$

Donde los índices  $i$  y  $j$  varían sobre todos los pares para los que:

$$d_k - \Delta d < |dist(P_i - P_j)| < d_k + \Delta d \quad ; i < j \quad (47)$$

Siendo  $n_k$  el número de pares para la distancia dada en la ecuación (47) (Sevilla, 1987). Para calcular la covarianza del mismo punto  $C(0)$ , es decir para una distancia  $d = 0$ , se posee:

$$C(0) = \frac{1}{n} \sum_i^n V(P_i)^2, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (48)$$

Una vez que se tiene los valores de las covarianzas empíricas en las diferentes distancias desde 0 hasta  $d_{ks}$ , se los modela gráficamente y se ajustan mediante regresión lineal con un tipo de función específica, ya sea gaussiana, exponencial o polinomial. Al momento de determinar la función específica que mejor se ajuste, se ajustan sus coeficientes mediante mínimos cuadrados para obtener una función isótropa (Echeverría et al, 2010). Para determinar si la matriz covarianza ha sido definida positivamente, se debe cumplir la siguiente aplicación:

$$C^2(0) - C^2(d) \geq 0 \quad (49)$$

Según Camacho (citado en Echeverría et al. 2010) siempre que  $C(d)$  tenga un máximo en el origen es  $C(0)$ . Es importante mencionar que las funciones covarianzas se encuentran en función de la distancia esférica entre dos puntos  $\psi_{ij}$  y cuya ecuación se calcula en función de las coordenadas geográficas de los puntos  $i$  y  $j$  siendo:

$$\cos \psi_{ij} = \sin \varphi_i \sin \varphi_j + \cos \varphi_i \cos \varphi_j \cos (\lambda_i - \lambda_j) \quad (50)$$

Al aplicar la ecuación (50) a todas las coordenadas geográficas de los puntos de observación, se construye una matriz de distancias de tamaño  $(n \times n)$ .

### 2.1.6.2.2 Aplicación de la colocación por mínimos cuadrados completa

Una vez calculadas las señales  $s$  al aplicar la ecuación (34) se realiza el filtrado en los  $n$  puntos originales de observación aplicando la siguiente ecuación:

$$L_s = L_o - A X - s \quad (51)$$

Ya realizado el filtrado en las nuevas observaciones  $L_s$  desaparecen los errores de observación. A continuación se calcula el nuevo vector  $L_{LSC}$  el cuál se encuentra en función de las nuevas observaciones  $L_s$  aplicando la ecuación (17), para con esta nueva matriz aplicar la ecuación (33) y de esta manera obtener el valor de los parámetros ajustados  $X_{LSC}$

Finalmente para realizar la predicción se utilizan los valores de la señal  $z$ , los cuales se obtuvieron a partir de la ecuación (35) y también los valores de los parámetros ajustados  $X_{LSC}$  que se calcularon mediante colocación por mínimos cuadrados (LSC), con ambos valores se aplica la siguiente ecuación:

$$L_z = L_{oz} - D X_{LSC} - z \quad (52)$$

Donde:

$D$ : es la nueva matriz de coeficientes correspondientes a los nuevos puntos. Se la calcula de la misma manera que  $A$  y cuyas dimensiones serán de  $(kxu)$

$L_{oz}$ : vector de observaciones aproximadas en los puntos de predicción.

$L_z$ : matriz de puntos de predicción.

## 2.2 Fundamentación conceptual

- *Geoestadística*

La geoestadística es una manera de describir la continuidad espacial de cualquier fenómeno natural. Con ello llegamos a conocer la forma en que varía cualquier variable continua en el espacio (patrón espacial) a una o varias escalas seleccionadas (Gallardo, 2006).

- *Semivariograma empírico*

La representación gráfica de todas las varianzas en función de la distancia que separa a las muestras es el semivariograma, y el cálculo de las varianzas entre pares separados por intervalos de distancia se conoce como semivarianza( $\gamma$ ) (Gallardo, 2006).

- *Isotropía y anisotropía*

Los semivariogramas en los que la variación del valor de la variable respecto al espacio es igual en todas las direcciones son conocidos como omnidireccional. Si esto ocurre se dice que la variable tiene un comportamiento isotrópico. Pero no siempre es así, y puede ser que la variación espacial sea diferente en las distintas direcciones del espacio esto se considera anisotropía (Gallardo, 2006).

- *Kriging*

Es un interpolador geoestadístico que ofrece la mejor estimación, como una combinación lineal de los datos disponibles, sin sesgo y con varianza de error mínima (Guardiola et al, 2017).

- *Mínimos cuadrados colocación (LSC)*

Es una técnica matemática de gran precisión que se aplica a datos dispersos mediante métodos estadísticos (Furones, 2007).

- *Gráficas de control y advertencia*

Las gráficas de control para medias de procesos tiene como objetivo mostrar las fluctuaciones de los datos muestrales que se presentan dentro de estos límites. Si los datos muestrales caen dentro de los límites establecidos para un proceso (rango aceptación), se dice que la variación que presenta el proceso solo es aleatoria. Pero si los datos muestrales exceden el límite superior (LSC) o bien, caen por debajo del límite inferior de control (LIC), entonces el proceso está fuera de control y deberá corregirse (Pierdant et al, 2009). Los límites de control y advertencia están definidos:

- Límite superior de control (LSC) para las medias de procesos:

$$LSC: \bar{X} + 3\sigma \quad (53)$$

- Límite inferior de control (LIC) para las medias de procesos:

$$LIC: \bar{X} - 3\sigma \quad (54)$$

- Límite superior de advertencia (LSA) para las medias de procesos:

$$LSA: \bar{X} + 2\sigma \quad (55)$$

- Límite inferior de advertencia (LIA) para las medias de procesos:

$$LIA: \bar{X} - 2\sigma \quad (56)$$

Donde:  $\bar{X}$  es la media muestral y ( $\sigma$ ) es desviación estándar poblacional o ( $S$ ) muestral.



### 2.3 Fundamentación legal

El presente estudio tiene sustentos legales comprendidos en la constitución de la República del Ecuador en su artículo 409

- Art 409. Dice que “Es de interés público y prioridad nacional la conservación del suelo, en especial su capa fértil. Se establecerá un marco normativo para su protección y uso sustentable que prevenga su degradación, en particular la provocada por la contaminación, la desertificación y la erosión. En áreas afectadas por procesos de degradación y desertificación, el Estado desarrollará y estimulará proyectos de forestación, reforestación y revegetación que eviten el monocultivo y utilicen, de manera preferente, especies nativas y adaptadas a la zona.”

El Programa de Naciones Unidas para el Desarrollo, es otro sustento legal importante en donde se selecciona el objetivo número 15, el cual establece gestionar sosteniblemente los bosques, luchar contra la desertificación, detener e invertir la degradación de las tierras y detener la pérdida de biodiversidad. El objetivo 15 busca cumplir la siguiente meta alineada al proyecto de investigación propuesto:

- Para 2030, luchar contra la desertificación, rehabilitar las tierras y los suelos degradados, incluidas las tierras afectadas por la desertificación, la sequía y las inundaciones, y procurar lograr un mundo con una degradación neutra del suelo.

El plan Nacional del Buen Vivir, es otro soporte legal importante, en el cuál se destaca el objetivo número 7, el mismo busca garantizar los derechos de la naturaleza y promover la sostenibilidad ambiental territorial global por medio del lineamiento 7.9.c que trata de fomentar la formación, la capacitación y la comunicación acerca de las prácticas de consumo sustentable, mediante el uso de tecnologías de la información.

## 2.4 Sistema de variables

### 2.4.1 Variables Independientes (VI)

En el presente proyecto se consideró como variable independiente a las coordenadas planas del sistema de proyección UTM. En el eje y se encuentran todas las coordenadas con sentido norte (N) mientras que en el eje x se encuentran todas las coordenadas con sentido este (E). Se representan por la siguiente expresión:

$$VD = f(E, N)$$

### 2.4.2 Variables Dependientes (VD)

En el presente proyecto se consideró como variable dependiente a los parámetros químicos del suelo pH y conductividad eléctrica (CE). En el eje z se pueden ubicar cualquiera de los dos parámetros estudiados y se representan por la siguiente expresión:

$$pH = f(VI)$$

$$CE = f(VI)$$

## 2.5 Hipótesis

La aplicación de un modelo de predicción por mínimos cuadrados colocación (LSC), de los parámetros pH y conductividad eléctrica (CE) de los suelos del cantón Montecristi, genera un menor grado de incertidumbre que un modelo de predicción generado por la interpolación mediante Kriging.

## 2.6 Operacionalización de las variables

El cuadro operacional de las variables se indica en el Anexo 1

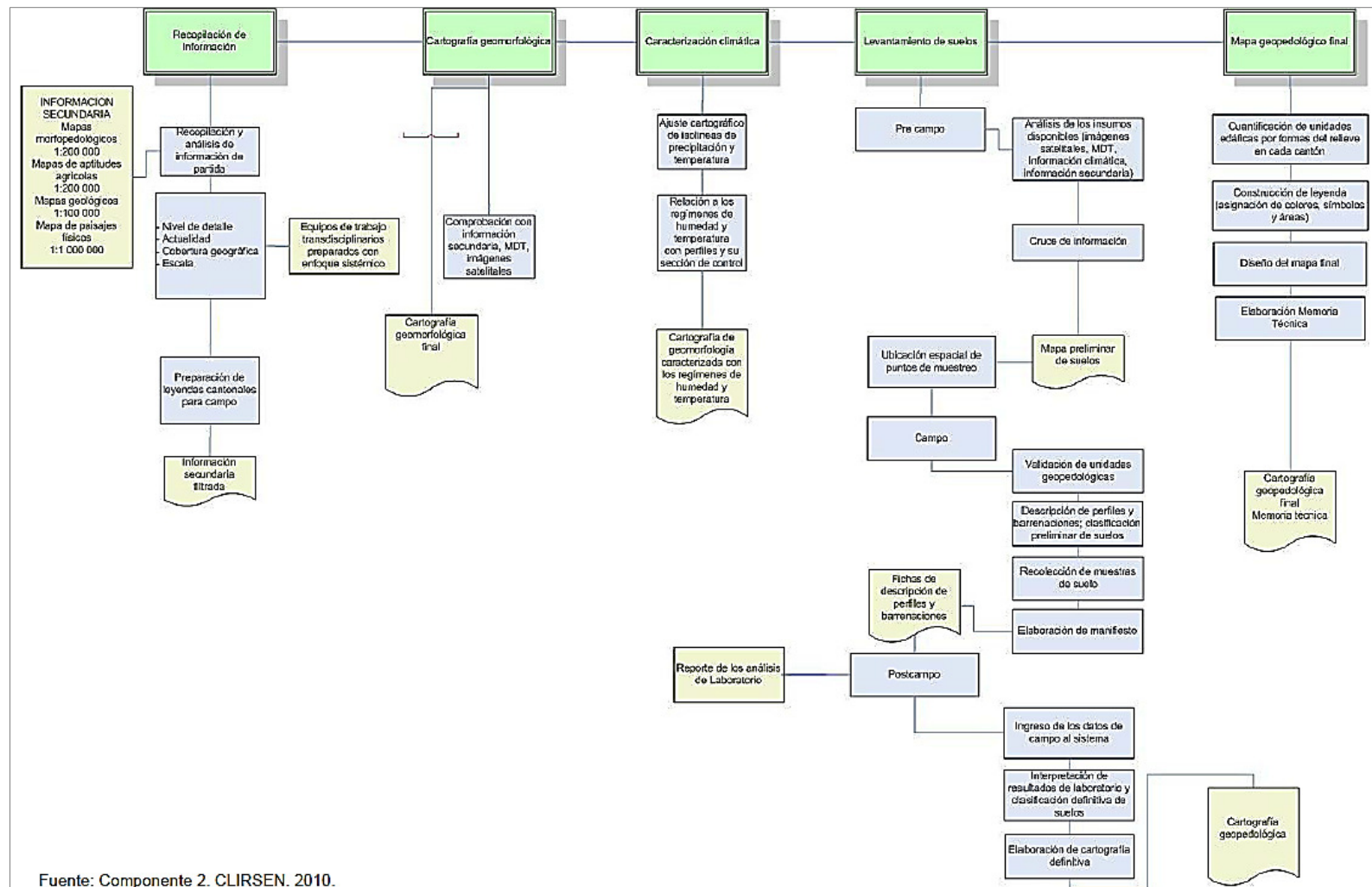
## CAPÍTULO III

### METODOLOGÍA

#### 3.1 Recopilación y descripción de la información geográfica

Los parámetros químicos del suelo pH y conductividad eléctrica del cantón Montecristi, se recopilaron del proyecto de generación de geoinformación para la gestión del territorio a nivel nacional escala 1: 25.000, desarrollado bajo la coordinación y soporte de la Secretaria Nacional de Planificación (SENPLADES), mediante el convenio interinstitucional de cooperación suscrito el 12 de diciembre del 2008, en el cuál se consideró el estudio geopedológico desarrollado con la participación de CLIRSEN, MAGAP a través del SINAGAP, como insumo para la gestión territorial, gestión de riesgo y mejoramiento y sostenibilidad de la productividad agraria.

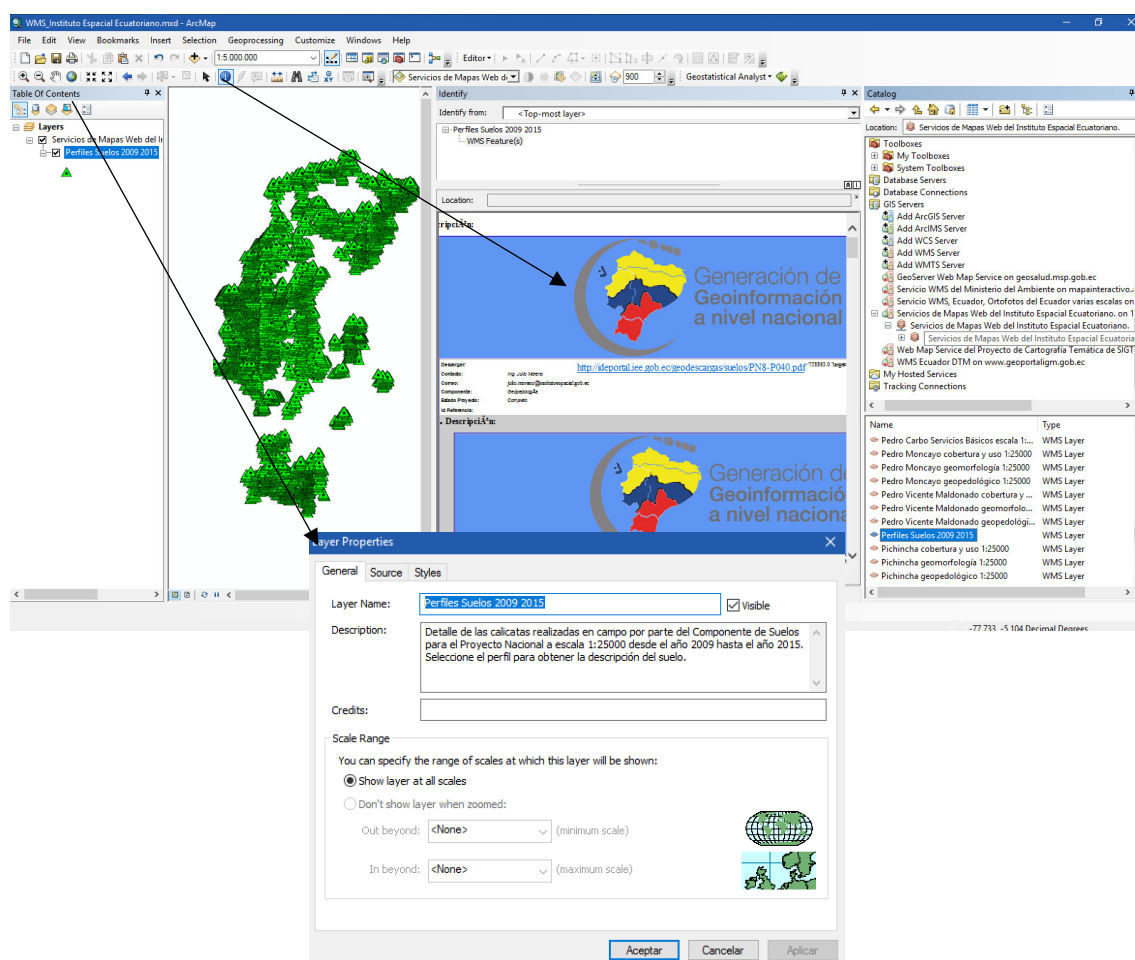
Una de las etapas fundamentales del proyecto de generación de geoinformación fue el levantamiento de suelos, por medio de tres fases importantes: pre-campo, campo y post-campo. El objetivo de pre-campo fue determinar la ubicación espacial de los puntos de muestreo mediante el análisis de insumos y cruce de información. Posteriormente en campo se realizó la recolección de muestras del suelo, descripción de perfiles y barrenaciones. Finalmente en la fase de post-campo se enviaron las muestras de suelo recolectadas en campo al laboratorio, para generar así un reporte sobre los parámetros químicos del suelo. En la figura 14 se observa la metodología completa y detallada sobre las tres fases empleadas en el levantamiento de suelos. Toda la información del suelo obtenida en campo y post-campo, se almacena en la base de datos del Instituto Espacial Ecuatoriano (IEE) y puede ser explotada a través del Web Map Service (WMS) del mismo. Para la generación de los modelos de predicción espacial de los parámetros pH y conductividad eléctrica, mediante técnicas geoestadísticas y mínimos cuadrados colocación (LSC) se utilizaron los siguientes programas: Statgraphics Centurion XVI versión 16.2, Variowin 2.21, ArcGIS 10.1 y Matlab R2009a versión 7.8.0



**Figura 14** Metodología para la generación de cartográfica geopedológica  
Fuente: CLIRSEN, MAGAP, SENPLADES (2010)



### 3.2 Adquisición y descripción de la información sobre pH y conductividad eléctrica

Se realizó una conexión al Web Map Service (WMS) del Instituto Espacial Ecuatoriano, para acceder a la información disponible sobre los perfiles de suelo 2009-2015. Al seleccionar la información de cada perfil (punto verde), se despliega el link de descarga hacia la ficha técnica, que contiene la información sobre pH y conductividad eléctrica en esa posición. En la figura 15, se indica la conexión al Web Map Service (WMS) del Instituto Espacial Ecuatoriano mediante ArcGIS 10.1



**Figura 15** Conexión Web Map Service del Instituto Espacial Ecuatoriano (IEE)  
Fuente: (Instituto Espacial Ecuatoriano, 2017)

En la figura 16 se observa el modelo de una ficha técnica con la información sobre pH y conductividad eléctrica de un perfil seleccionado.

Proyecto "Generación de geoinformación para la gestión del territorio a nivel nacional"									
PERFIL No.: CG3-P171		FECHA: 2011-07-15		AUTOR(es): INGS. AYALA, O. SÁNCHEZ, D.					
<b>1. CLASIFICACIÓN:</b>									
USDA, 2006. Tipo: Haplustep (KESW)									
Horizontes diagnósticos: Horizonte cúbico (Bt)									
Otros criterios diagnósticos: Régimen de humedad ústico									
<b>2. UBICACIÓN:</b>									
Sistema Espacial: UTM, WGS 84, Zona 17 Sur			Cantón: Montecristi						
Provincia: Manabí			Sitio: Al Este de Lomo Alto						
Parroquia: Montecristi			Coordenada Y: 9 869 596 m			Altitud: 101 msnm			
<b>3. GEOMORFOLOGÍA:</b>									
Unidad morfológica: Colado aluvial antiguo			Pendiente general: Suave (5 a 12 %)			Pendiente local: 4 %			
Geología (Material Parental): Depósitos coluvio aluviales									
<b>4. USO DE LA TIERRA Y VEGETACIÓN:</b>									
Uso de la tierra: Agricultura					Cultivos: Piñon				
Influencia humana: Aplicación de herbicidas (poca molestia)					Vegetación natural: Akroea dispersa				
<b>5. CARACTERÍSTICAS DE LA SUPERFICIE:</b>									
- AFLORAMIENTO ROCOSO: Cobertura: Sin					Distancia afloramientos (m): -				
- DURAZO: -					Dureza: -				
- FRAGMENTOS GRUESOS: Clases de tamaño: -					Dureza: -				
Cobertura: Sin									
- EROSIÓN: Categoría: Erosión hídrica o deposición									
Superficie (%): > 50									
Grado: Ligero									
- ENCOSTRAMIENTO: Grueso: -									
Consistencia: -									
- GRETA: Ancho: -									
Profundidad: -									
Distancia entre grietas: -									
<b>6. CARACTERÍSTICAS DEL PERFIL:</b>									
- PROFUNDIDAD EFECTIVA: 78 cm									
Tipo: Moderadamente profundo									
- DRENAJE: Externo: Normal									
Interno: Bueno									
- HUMEDAD: Hacia la superficie: -									
Duración: -									
- TABLA DE AGUA: Profundidad: Sin evidencia									
<b>7. FOTOS DEL PERFIL:</b>									
PANORÁMICA:					PERFIL:				
									

9. RESULTADOS DE LOS ANÁLISIS DE LABORATORIO									
PERFIL No.: CG3-P171									
DETERMINACIONES FÍSICAS									
Horizonte/Capa	Profundidad (cm)	Arena (%)	Limo (%)	Arcilla (%)	Clase textural	Ds (g/cm <sup>3</sup> )	Porosidad (%)	CC (g/g)	PMP (g/g)
A	0-15	38	38	24	Franco				
AB	15-35	40	32	28	Franco arcilloso				
Bw	35-78	40	34	26	Franco				
BC	78-104	36	46	18	Franco				

DETERMINACIONES QUÍMICAS																																			
Horizonte/Capa	Profundidad (cm)	pH	N			P			K			Ca			Mg			S			Zn			Cu			Fe			Mn			B		
			(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)	(ppm)			
A	0-15	7,80	41,00	61,00	3,29	21,90	3,30	18,00	1,50	2,80	13,00	4,50	1,88																						
AB	15-35	7,90	29,00	16,00	1,55	19,60	3,60	37,00	1,20	3,60	11,00	2,70	1,09																						
Bw	35-78	7,60	9,00	10,00	1,56	18,00	3,60	8,00	0,30	2,00	5,00	1,00	0,50																						
BC	78-104	8,10	16,00	13,00	1,32	17,40	3,00	9,00	0,20	1,60	5,00	0,70	0,21																						

Horizonte/Capa	Profundidad (cm)	CE (dS/m)	MO (%)	CO (%)	Nitrógeno Total (%)	C/N	Ca/Mg	Mg/K	[Ca-Mg]/K	Al+H (mg/100g)
AB	15-35	1,68	5,50	3,19	0,40	7,99	5,44	2,32	14,97	0,00
Bw	35-78	0,61	1,00	0,58	0,18	3,22	5,00	2,31	13,85	0,00
BC	78-104	0,48	0,90	0,52	0,16	3,25	5,80	2,27	15,45	0,00

Horizonte/Capa	Profundidad (cm)	Na	K	Ca	Mg	Suma Bases	CIC (mg/100 g)	SB (%)
A	0-15	0,82	4,90	27,00	5,32	38,04	40,00	95,10
AB	15-35	0,94	2,23	26,00	4,90	34,07	35,00	97,34
Bw	35-78	0,60	2,51	24,00	4,72	31,83	33,00	96,45
BC	78-104	0,51	2,32	20,00	4,15	26,98	29,00	93,03

Horizonte/Capa	Profundidad (cm)	pH	C.E. (mhos/cm)	Na	K	Ca	Mg	Suma	CO <sub>2</sub>	SO <sub>4</sub>	Cl	R+S	PSI

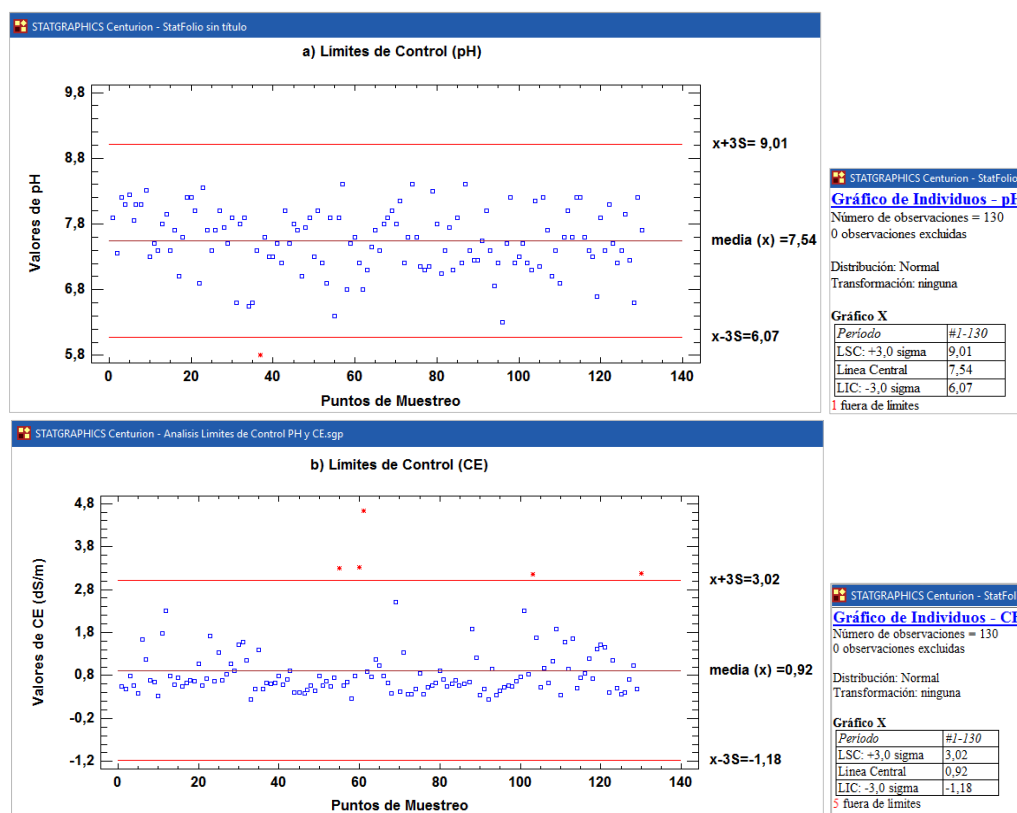
**Figura 16** Ficha técnica sobre el perfil del suelo  
Fuente: (Instituto Espacial Ecuatoriano, 2017)

La ficha técnica de cada perfil cuenta con los parámetros físicos y químicos por cada horizonte/capa con su respectiva profundidad en el suelo, en ese instante. Para seleccionar los datos de pH y conductividad eléctrica (CE) de las fichas técnicas del IEE a una profundidad aconsejable, se tomó como referencia la norma oficial mexicana NOM-021-RECNAT-2000, en la cual se recomienda realizar el muestreo, en la mayoría de los cultivos, a una profundidad entre 0-20cm o 0-30cm. En el cantón Montecristi, se recopiló una base de datos total de 130 perfiles de suelo (puntos de muestreo) con profundidad entre 0-20cm o 0-30cm, con valores de pH y CE que se presentan en el Anexo 2.

### 3.3 Validación de datos

#### 3.3.1 Límites de control

La validación de la base de datos total se realizó mediante gráficas de límites de control y de advertencia. En primera instancia se aplicaron solo gráficas de límites de control a través de las ecuaciones (53) y (54) a cada variable en estudio, mediante el módulo CEP del software estadístico Statgraphics Centurion XVI. Este módulo permitió realizar las gráficas de control para los 130 puntos de muestreo. En la figura 17, se observan las gráficas de control para pH (a) y conductividad eléctrica (b) con su respectivo reporte.



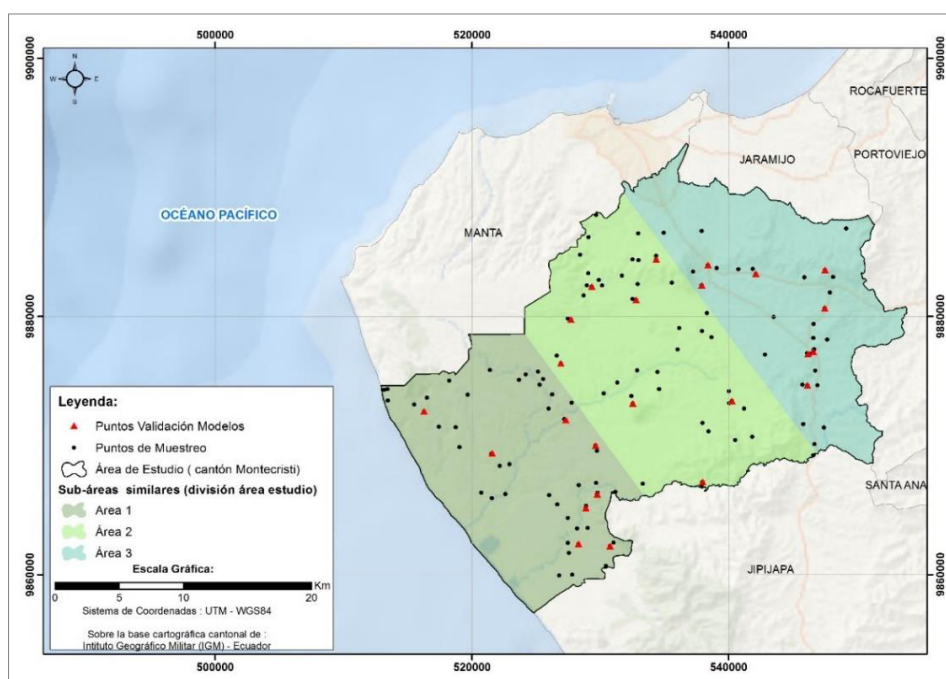
**Figura 17** Límites de control aplicados a la base de datos total

En la figura 17 los reportes indican que, en el gráfico a) el punto #37 y en el gráfico b) los 5 puntos: #55, #60, #61, #103 y #130; se encuentran fuera de sus

respectivos límites de control. A estos 6 puntos se decidió eliminarlos ya que podrían representar un fenómeno o foco de contaminación puntual, que deberían ser analizados aparte. La nueva base de datos consta de 129 puntos para pH y de 125 puntos para conductividad eléctrica.

### 3.3.2 Selección de los puntos de validación

Para seleccionar los puntos de validación, se dividió el área de estudio, en 3 sub-áreas o zonas semejantes, bajo el criterio de similar extensión. En cada sub-área se seleccionó 8 puntos de validación, a través de un muestreo aleatorio simple. En la figura 18 se muestra un mapa con la ubicación de los 24 puntos de validación y se presentan en el Anexo 3.



**Figura 18** Puntos de validación

Es importante mencionar que los 24 puntos de validación, representan aproximadamente un 20% de muestras extraídas, de la base de datos original. La nueva base de datos sin puntos de validación, es de 105 y 101 puntos muestreo para pH y conductividad eléctrica (CE) respectivamente.

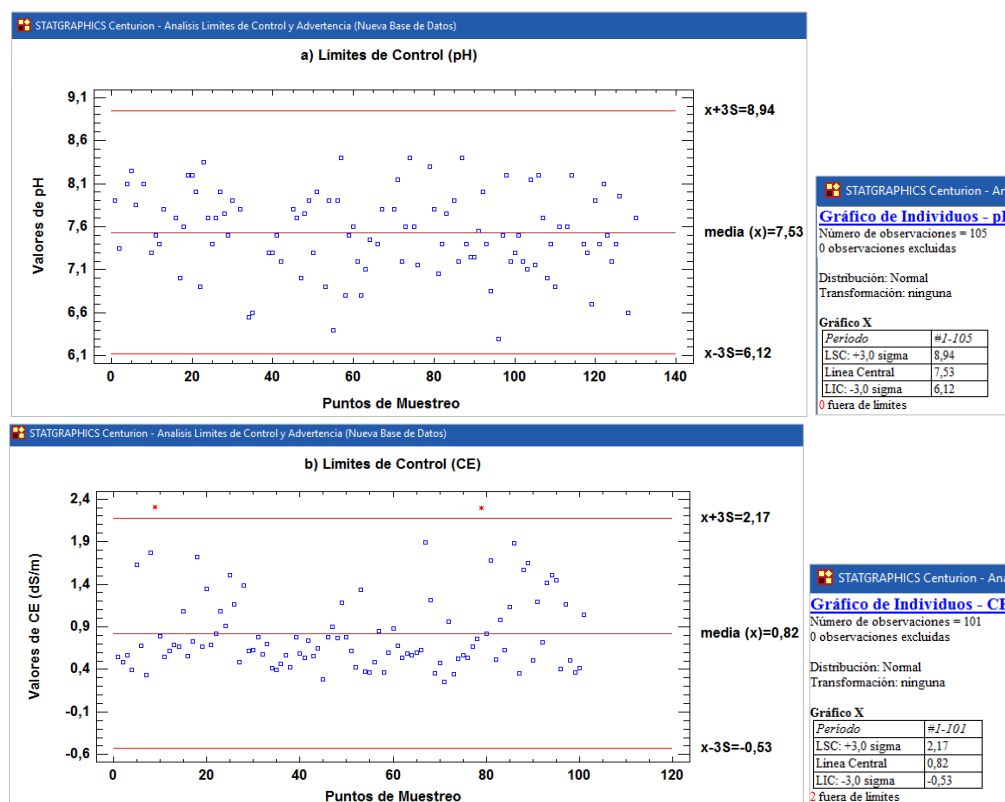


### 3.3.3 Límites de control y de advertencia

La validación de esta nueva base de datos sin puntos de validación, consistió en aplicar límites de control mediante las ecuaciones (53) y (54) y límites de advertencia a través de las ecuaciones (55) y (56). En esta segunda instancia, a diferencia de la primera se aplicó ambos límites.

#### 3.3.3.1 Límites de control

Se utilizó el módulo CEP del software estadístico Statgraphics Centurion XVI, el cual permitió realizar las gráficas de control. En la figura 19, se observa las gráficas de límites de control para pH (a) y para la CE (b) con su respectivo reporte.



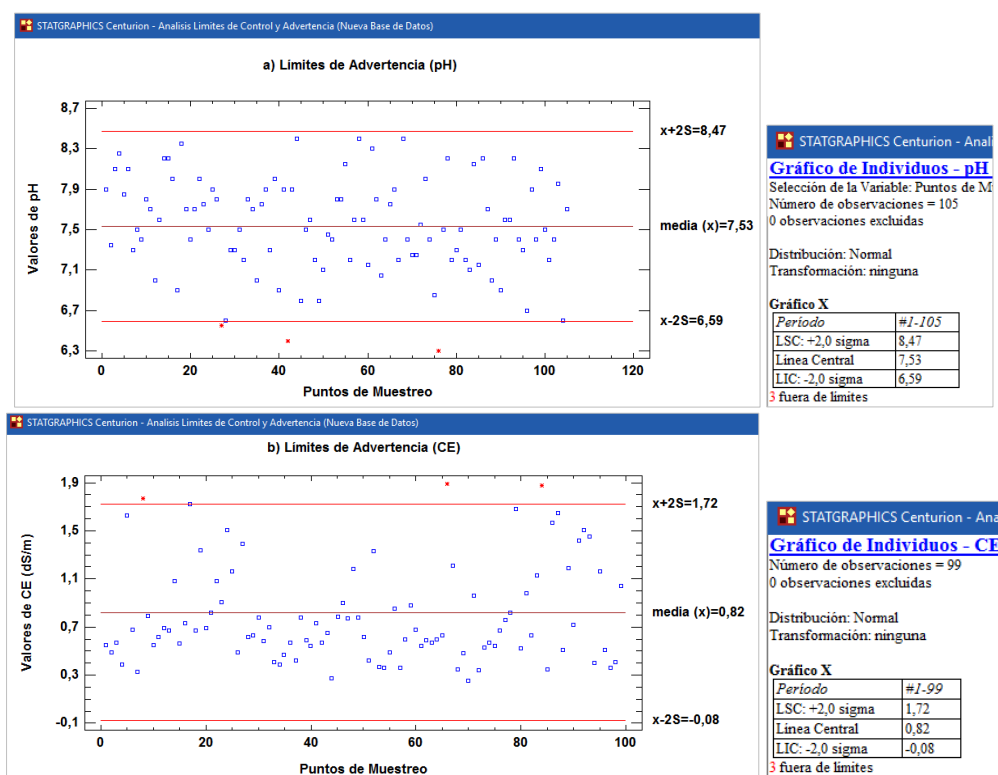
**Figura 19** Límites de control

En la figura 19, los reportes indican que en el gráfico a) no se localizan puntos fuera sus respectivos límites. Por otra parte en el gráfico b) los 2 puntos: #12 y #101; se

encuentran fuera sus respectivos límites de control. De la misma manera anterior se decidió eliminar dichos puntos, debido a que podrían representar un fenómeno o fuente de contaminación puntual que podría distorsionar los resultados finales. Una vez superada esta etapa, se recurre al análisis de los límites de advertencia.

### 3.3.3.2 Límites de advertencia

Se empleó el módulo CEP del software estadístico Statgraphics Centurion XVI, el cual permitió realizar las gráficas de advertencia. En la figura 20, se observan las gráficas de límites de advertencia para pH (a) y conductividad eléctrica (b) con su respectivo reporte; que indica los valores de la media, límites de advertencia y el número de puntos fuera de los límites de cada variable.



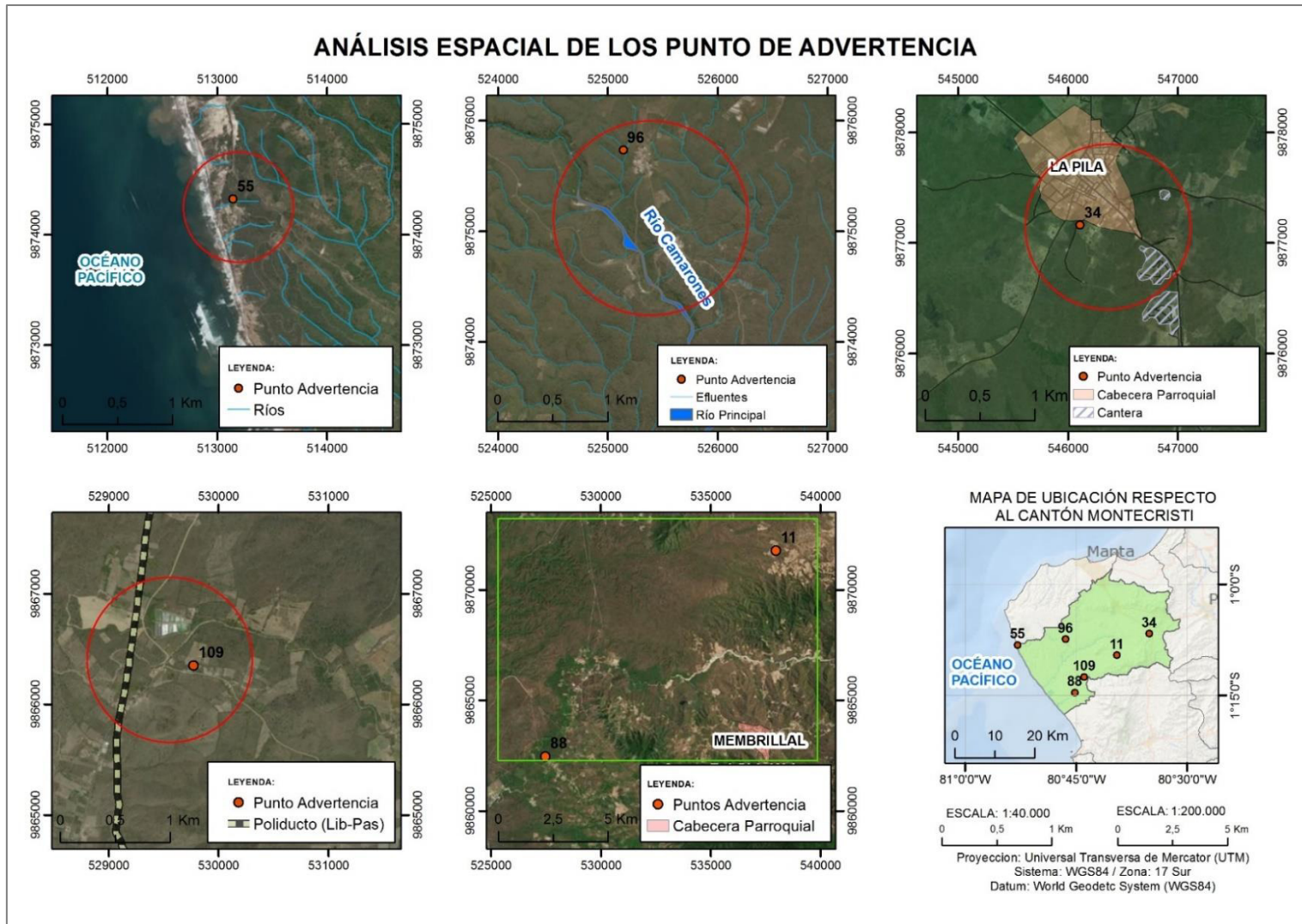
**Figura 20** Límites de advertencia

En la figura 20, los reportes indican que en el gráfico a) se hallaron 3 puntos: #34, #55, y #96 mientras que en el gráfico b) a los 3 puntos: #11, #88, y #109; todos fuera

sus respectivos límites de advertencia. Para estos 6 puntos de advertencia, se procedió a realizar un análisis específico de cada uno de ellos, obteniéndose los siguientes resultados:

- En el punto #34, se identificó que el pH del suelo, podría verse influenciado por la proximidad al área urbana de la cabecera parroquial la Pila y a una zona de cantera a cielo abierto, por lo que se resolvió no tomar en cuenta a dicho punto.
- En el punto #55, se encontró que el pH del suelo, podría verse modificado por la presencia de un pequeño curso de agua, el cual se ubica a una distancia mínima de 25m y desemboca en el océano Pacífico. A causa de esto se decidió sacar a este punto.
- El pH del suelo en el punto #96 probablemente se vea modificado por la presencia de un efluente, que nace del río Camarones (cauce principal) y se localiza a una distancia de 20m con respecto al punto. De igual manera se decidió sacar del análisis a dicho punto.
- La conductividad eléctrica (CE) del suelo en el punto #109, llegó a la conclusión de que podría verse alterada por la presencia cercana del poliducto Libertad-Pascuales. El mismo que con una fisura y goteo del derivado de petróleo, pudo afectar al suelo de la zona. Debido a esto se decidió sacar a este punto del análisis.
- Finalmente los puntos #88 y #11 de CE, no se vieron afectados, por ríos, áreas urbanas y entre otras coberturas, de tal manera que se decidió no sacar del análisis a estos puntos.

A continuación, en la figura 21 se presenta un mapa con cada punto de advertencia y su influencia en el espacio. La base de datos final validada queda conformada por 102 y 98 puntos de muestreo para pH y conductividad eléctrica (CE) respectivamente y se presentan en el Anexo 4.



**Figura 21** Mapa del análisis espacial de los puntos de advertencia

### 3.4 Análisis y aplicación de técnicas geoestadísticas

Una vez validados los datos se realizó el análisis geoestadístico para cada variable. Se llevaron a cabo las siguientes etapas:

- Análisis exploratorio de datos.
- Análisis estructural (cálculo y modelación de los variogramas)
- Predicción espacial (Kriging)

#### 3.4.1 Análisis exploratorio de datos

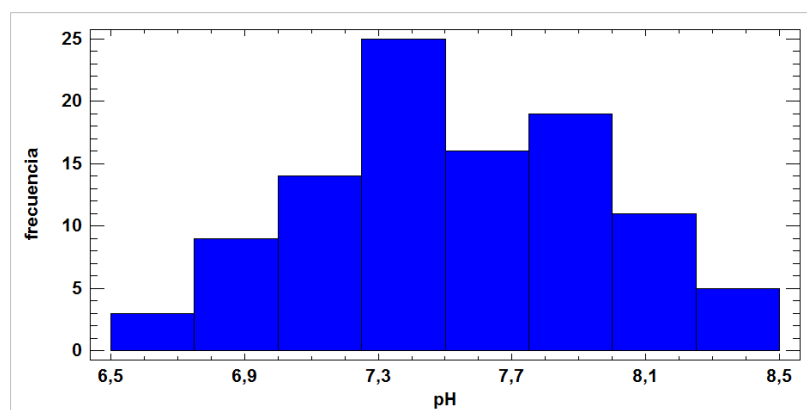
El análisis exploratorio de datos busca describir los datos y detectar inconsistencias o datos atípicos, a través de estadísticos representativos y gráficos de diagramas de caja e histogramas. Para tal efecto se utilizó el módulo ANÁLISIS DE UNA VARIABLE del software estadístico Statgraphics Centurion XVI. A continuación en la tabla 4 se muestran, los estadísticos representativos de pH y CE.

**Tabla 4:**  
**Estadísticos representativos de pH y CE**

Estadísticos representativos		pH	CE
Media		7,57	0,78
Intervalo de confianza para la media al 95%	Límite Inferior	7,48	0,86
	Límite Superior	7,66	0,70
Media recortada al 5%		7,57	0,75
Mediana		7,53	0,66
Varianza		0,19	0,15
Desv. Estándar		0,44	0,39
Mínimo		6,60	0,25
Máximo		8,40	1,89
Rango		1,80	1,64
Amplitud intercuartil		0,65	0,44
Coef. de asimetría Fisher		-0,05	1,11
Curtosis		-0,61	0,39
Coef. de variación		5,75%	50,24%

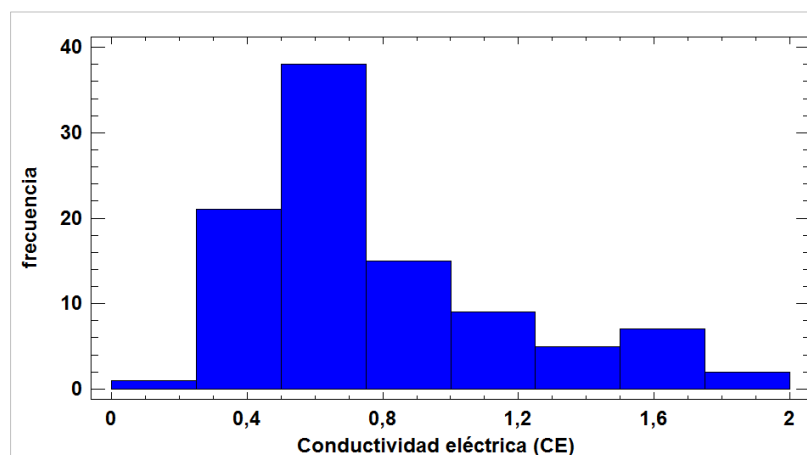
En la tabla 4 respecto al pH, el coeficiente de variación es del 5,75%, según Gómez esto se interpreta como baja variación, esto asumiría que no existen problemas de

variabilidad en datos de pH. Las medidas de localización como la media y la mediana, presentan valores cercanos y el coeficiente de asimetría es de  $-0,05$  lo que significa asimetría negativa y datos dispersos hacia la izquierda de la media (ver figura 22).



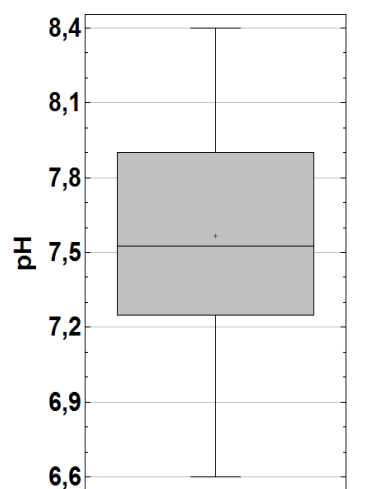
**Figura 22** Histograma de pH

En la tabla 4 respecto a la CE, el coeficiente de variación es de  $50,24\%$ , según Gómez esto se interpreta como alta variación. A pesar de tener una alta variación, y baja homogeneidad en los datos de CE, se continuó con la modelación, para así comparar las metodologías propuestas. Las medidas de localización como la media y la mediana, presentan valores cercanos y el valor de asimetría es de  $1,11$  lo que significa una asimetría positiva y datos dispersos hacia la derecha de la media (ver figura 23).



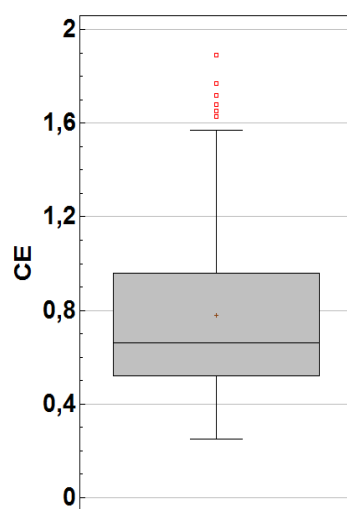
**Figura 23** Histograma de CE

A continuación se realizó el diagrama de caja de cada variable con el propósito de identificar datos atípicos. En la figura 24 se observa que el diagrama de caja de pH no muestra datos atípicos.



**Figura 24** Diagrama de Caja de pH

En la figura 25 se observa que el diagrama de caja de CE indica claramente 6 datos atípicos que están por encima de límite superior del mismo.



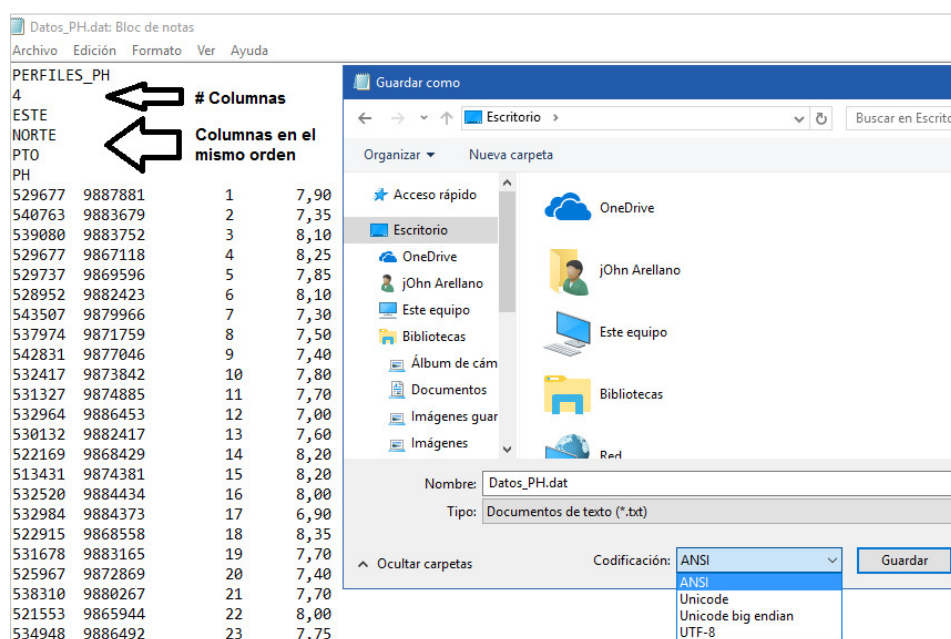
**Figura 25** Diagrama de Caja de CE

Se procedió a realizar un análisis específico para estos seis datos considerados atípicos, obteniéndose los siguientes resultados:

- Para los puntos 6, 11,23, 88,104 y 113 se verificaron los valores de conductividad eléctrica en las fichas de los perfiles del IEE, tanto en la fase de campo como poscampo y no se encontraron errores por lo que se decidió, no eliminar estos puntos. Es importante mencionar que los puntos 11 y 88 previamente fueron analizados (ver figura 21), y fueron considerados puntos de advertencia sin afectación.

### 3.4.2 Análisis estructural

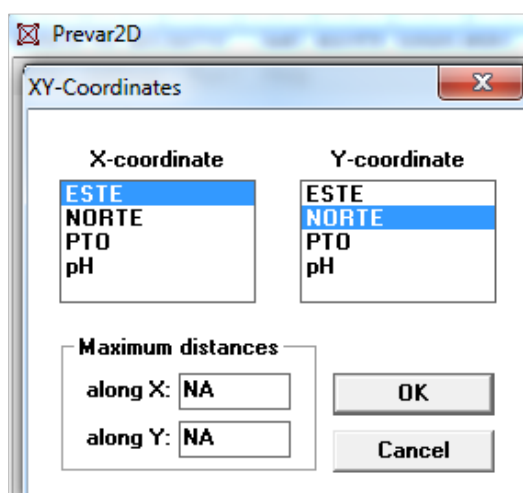
Antes de comenzar el análisis estructural, se requiere guardar los puntos de cada variable con sus respectivas coordenadas en un archivo de bloc de notas en formato ANSI (\*.dat). En la figura 26 se presenta un diseño de cómo debe estar estructurado el archivo.dat.



**Figura 26** Diseño del archivo.dat

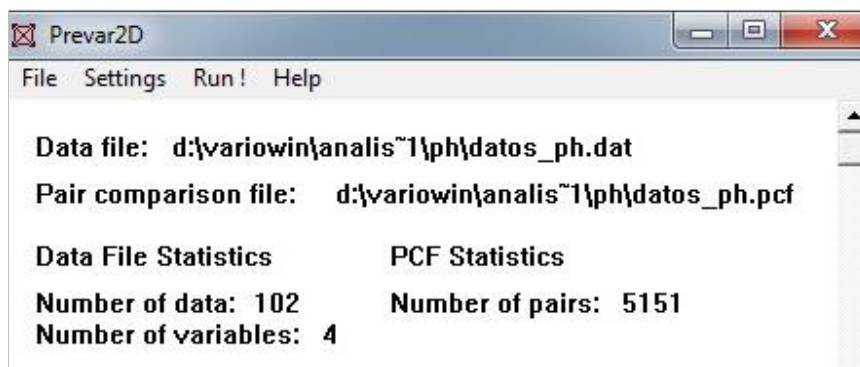


Se realizó el análisis estructural mediante el software Variowin 2.21, con el propósito de calcular y modelar los variogramas de cada variable. El programa, contiene tres módulos que deben ejecutarse en forma secuencial. En el primer módulo, denominado Prevar 2D, se inició designando el sentido (este, norte) al sistema de coordenadas (x, y) como se indica en la figura 27.



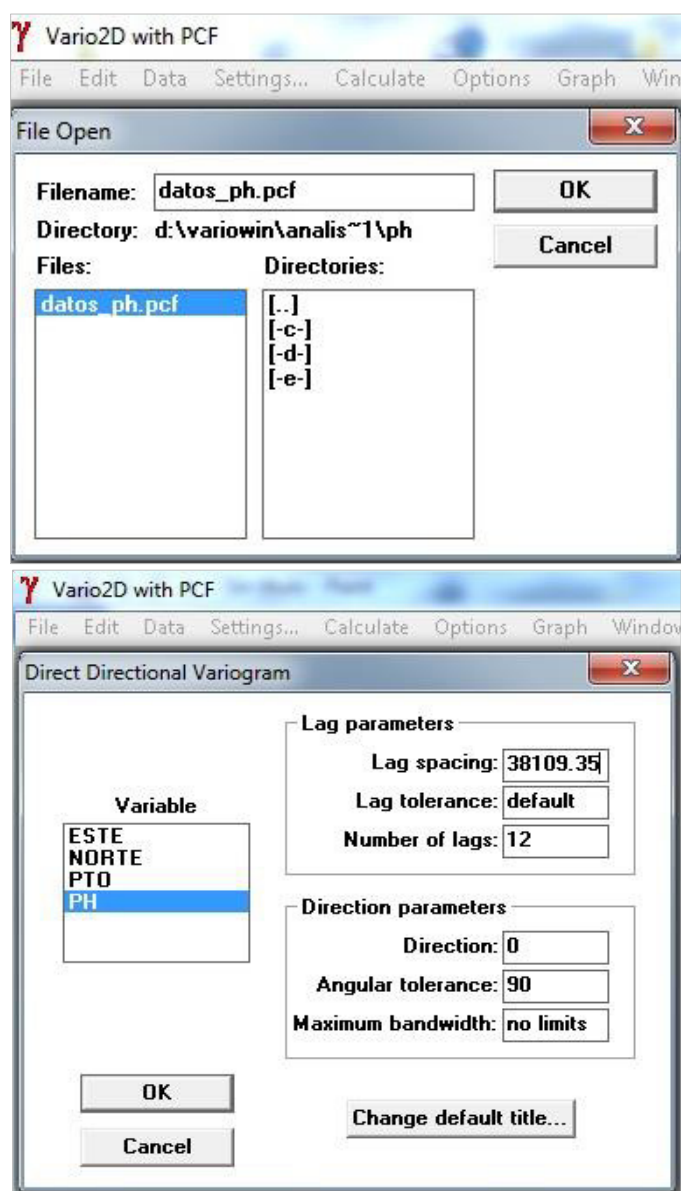
**Figura 27** Asignación del sentido (este, norte) al sistema de coordenadas (x, y)

Posteriormente en el mismo módulo, se generó un archivo de distancias (.pcf) a partir del archivo de datos de extensión (.dat). En la figura 28 se indica el entorno del módulo Prevar 2D y la generación exitosa del archivo de distancias (.pcf)



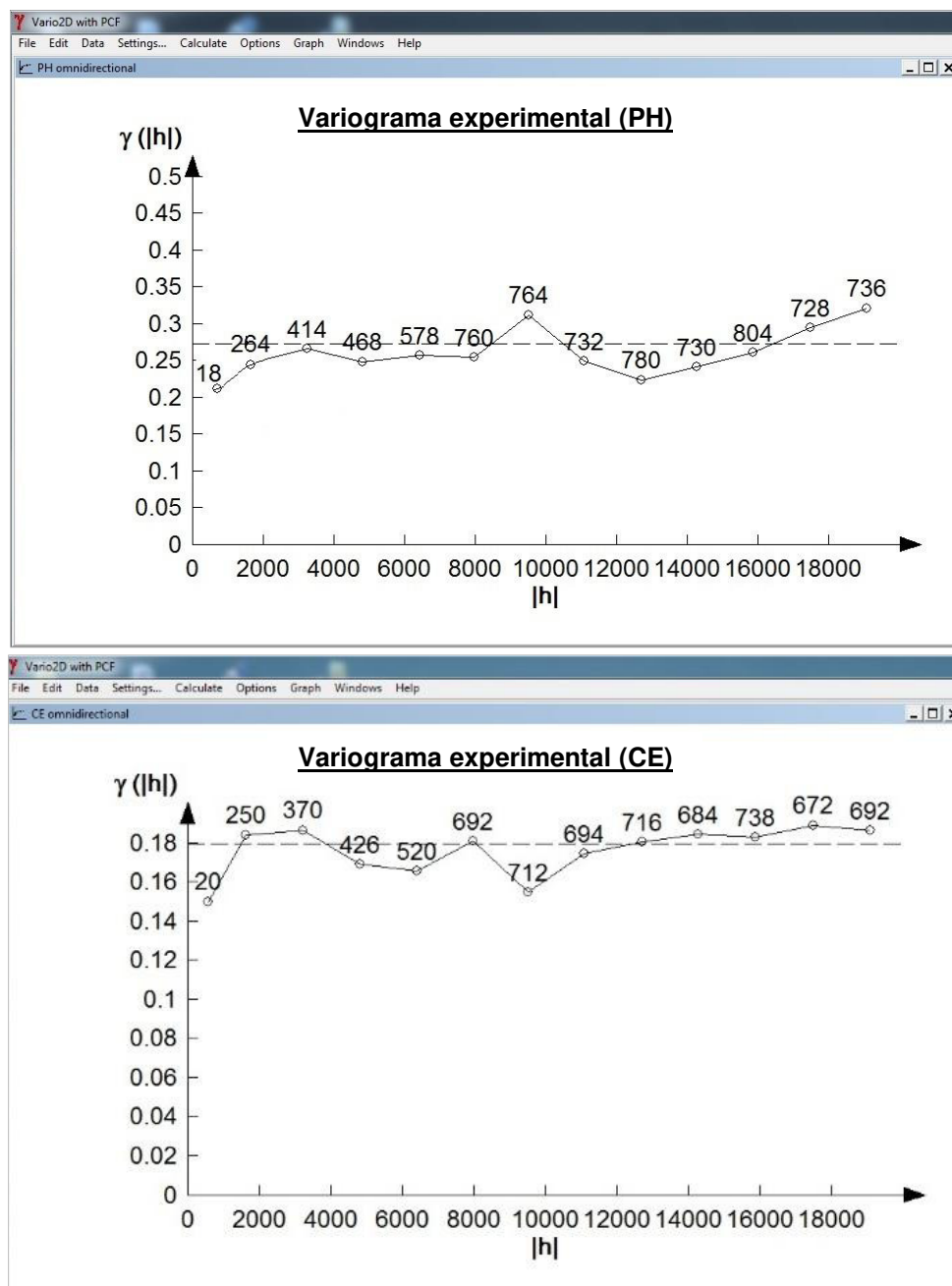
**Figura 28** Generación del archivo de distancias.pcf – Prevar 2D

En el segundo módulo *Vario 2D with PCF*, se calculó el variograma experimental omnidireccional apartir del archivo de distancias (.pcf). Además se ingresaron los parámetros *lag spacing* y *number of lags*, que se calcularon de acuerdo a la ecuación (4) explicada en la sección (2.1.4.3.5) del marco teórico. En la figura 29 se muestra el ingreso del archivo de distancias (.pcf) y de los parámetros mencionados anteriormente.



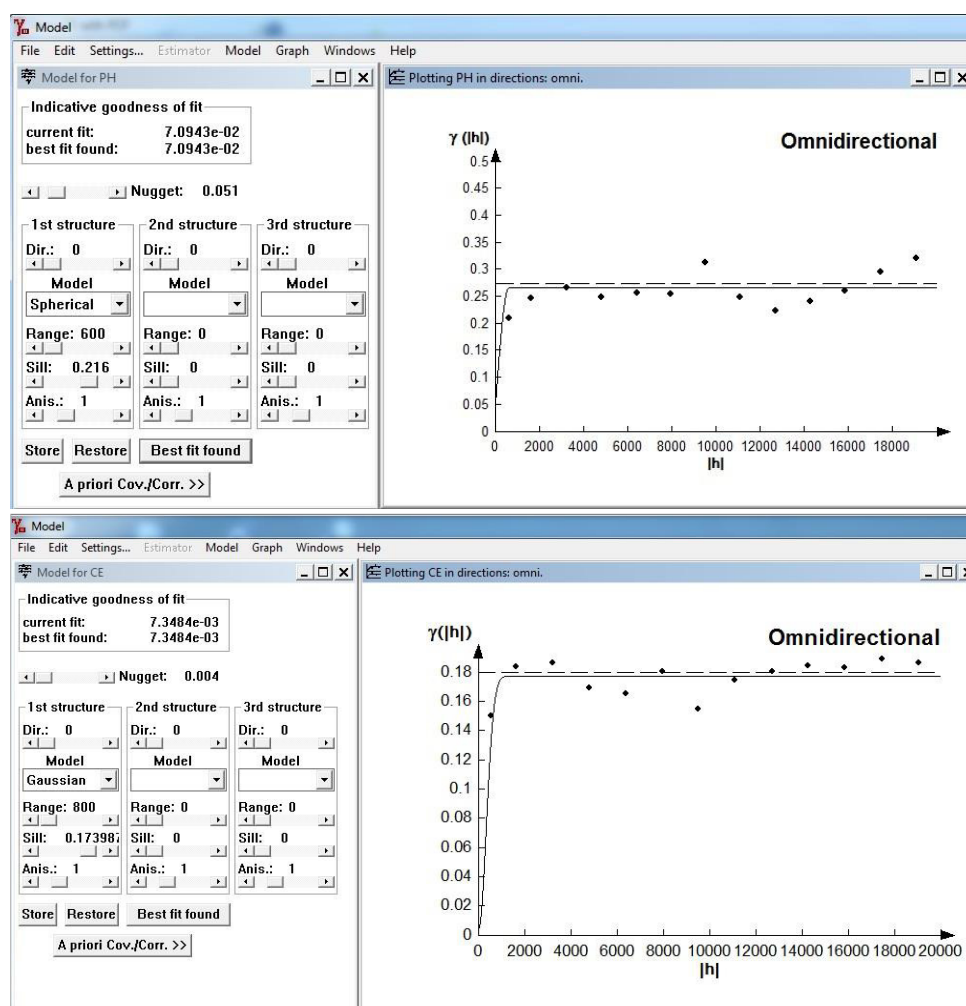
**Figura 29** Ingreso del archivo (.pcf) y de los parámetros lag spacing y number of lags

A continuación en la figura 30 se observa el variograma experimental omnidireccional de cada variable, los cuales se graban con extensión (.var), para luego ser analizados por el siguiente módulo.



**Figura 30** Variograma experimental omnidireccional de pH y CE

Finalmente en el tercer módulo llamado “Model”, se realizó el ajuste del semivariograma experimental de cada variable con el modelo teórico respectivo. Los modelos teóricos a los que se puede optar con el software Variowin 2.21 están expuestos en la sección (2.1.4.3.3) del marco teórico. A continuación en la figura 31 se muestra el ajuste de un modelo teórico al variograma experimental de cada variable.



**Figura 31** Ajuste del variograma teórico al experimental de cada variable

Es importante señalar que en el módulo Model se tiene un índice de Bondad de Ajuste o IGF (*Indicative goodness of fit*), el cual demuestra la calidad del ajuste al variograma experimental, entre este más se aproxime a cero. En la figura 31 se indica el IGF de cada variable dentro del entorno del módulo Model.

Finalmente en el análisis estructural se calculó, modeló y ajustó los variogramas de cada variable con el fin de obtener los siguientes parámetros:

- Tipo de modelo
- Efecto pepita(nugget)
- Rango(range)
- Meseta(sill)

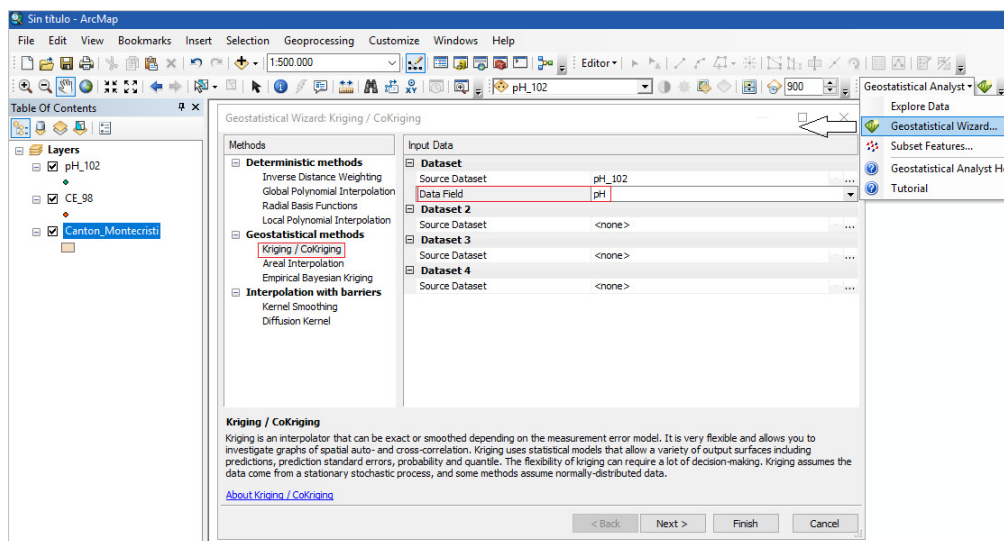
A continuación en la tabla 5 se muestran todos los parámetros calculados en el análisis estructural de cada variable.

**Tabla 5**  
**Parámetros calculados en el análisis estructural de pH y CE**

Variable	Modelo	Efecto Pepita (Nugget)	Meseta (Sill)	Rango (Range)	Varianza	Indicative goodness of fit (IGF)
pH	Esférico	0,051	0,216	600	0,273	0,0709
CE	Gaussiano	0,004	0,174	800	0,179	0,0073

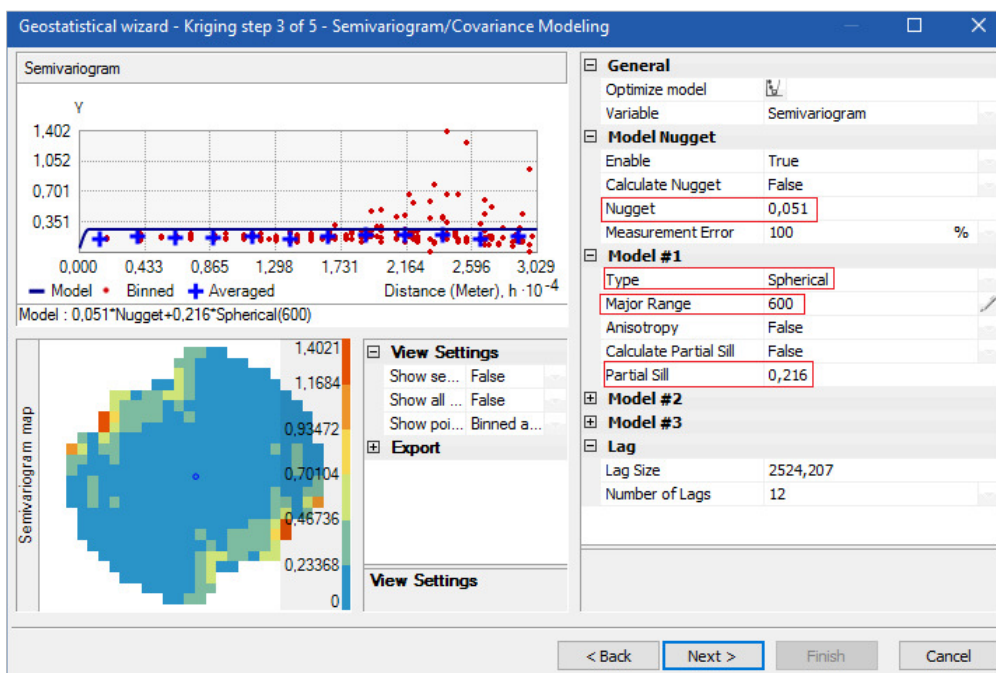
### 3.4.3 Predicción espacial

En este último paso del análisis geoestadístico se utilizó el comando Geoestatical Analyst del software ArcGis 10.1, el cual mediante la herramienta Geoestatical Wizard, brinda la opción de seleccionar el método de interpolación probabilístico Kriging Ordinario para aplicarlo a cada variable. Es importante mencionar que el proceso de predicción se realizó de forma individual por cada parámetro de estudio. En la figura 32 se observa el entorno del ArcGis 10.1 y de la herramienta Geoestatical Analyst.



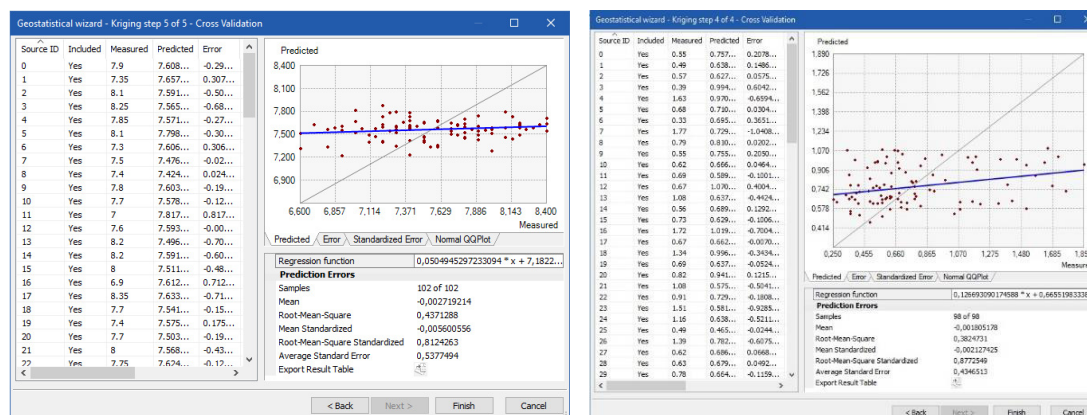
**Figura 32** Geostatistical Wizard - ArcGis 10.1

Posteriormente, se ingresaron los parámetros: tipo de modelo, efecto pepita (Nugget), Rango (Range) y Meseta (Sill) de cada parámetro seleccionado. A continuación en la figura 33 se observa el ingreso de los parámetros de pH (ver tabla 5) en el Geostatistical Wizard de ArcGis 10.1.



**Figura 33** Ingreso de parámetros de pH - Geoestatistical Wizard

A continuación el Geostatistical Wizard generó un reporte de validación llamado Cross Validation, el cual contiene los estadísticos de los errores de predicción de cada modelo. En la figura 34 se observa el reporte de validación, del modelo de predicción de a) pH y b) CE.



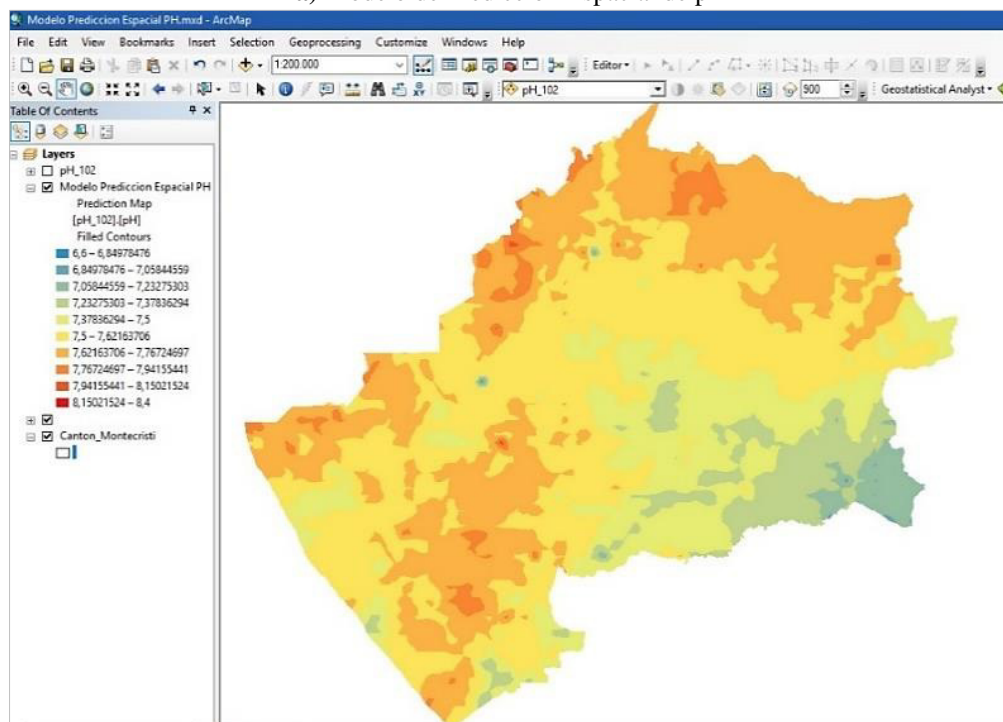
**Figura 34** Reportes de Validación de los modelos de predicción de pH y CE

En la figura 34 se indican los siguientes estadísticos de errores de predicción:

- Root Mean Square: es el resultado de la raíz cuadrada, del promedio de las diferencias al cuadrado, entre los valores medidos y predichos. Es un indicador que entre más cercano a cero se encuentre, el modelo generado tiene mejor ajuste
- El Average Estándar Error, representa el error promedio que existe al calcular un número arbitrario de modelos con los datos. Este indicador entre más se asemeje al Root-Mean-Square, es mejor.
- El Root-Mean-Square-Standardized, es un indicador que entre más cercano a uno se encuentre, indica que el modelo tiene más exactitud.

Finalmente el resultado de la aplicación de técnicas geoestadísticas a través de software Variowin 2.21 y de la herramienta Geostatistical Analyst del software ArcGis 10.1, fue la obtención modelos de predicción espacial de cada parámetro. En la figura 35 se observa el modelo de predicción espacial de a) pH y b) CE

a) Modelo de Predicción Espacial de pH



b) Modelo de Predicción Espacial de CE

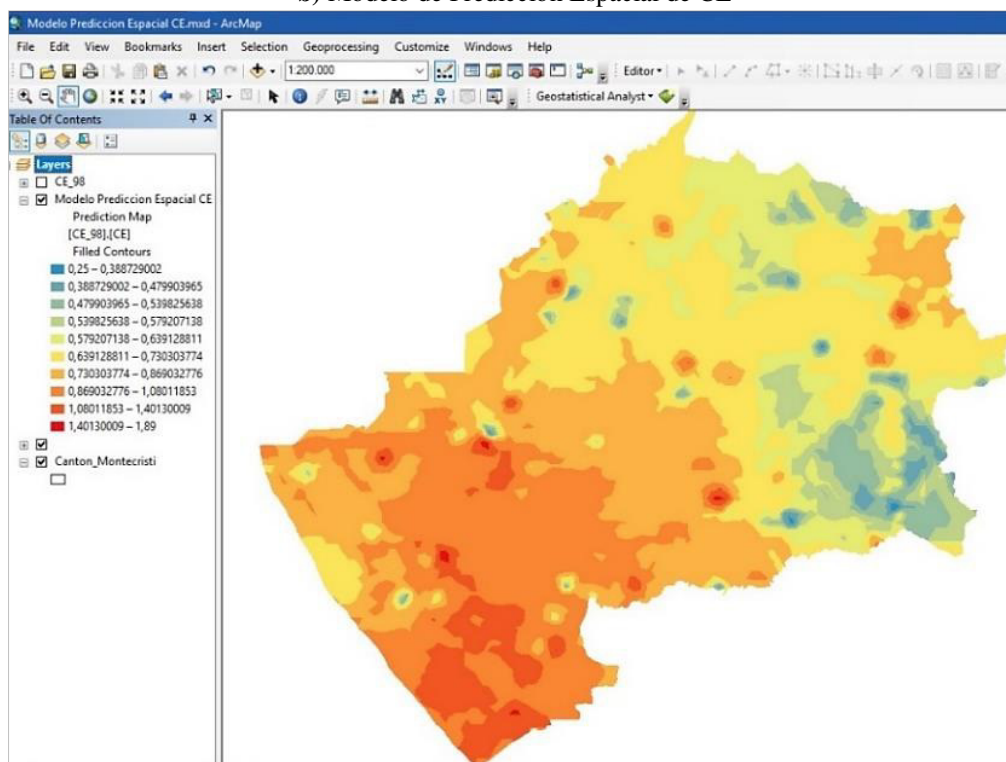


Figura 35 Modelos de predicción espacial aplicando técnicas geoestadísticas



### 3.6 Análisis y aplicación de mínimos cuadrados colocación (LSC)

A continuación se aplicó la metodología de mínimos cuadrados colocación (LSC) con la intención de obtener otros modelos predictivos de las mismas variables propuestas a estudio. Cabe recalcar que todos los cálculos se realizaron en el software MatLab R2009a versión 7.8.0 aplicando principalmente las herramientas cftool y fitting. Las etapas llevadas a cabo son las siguientes:

- Filtrado de las observaciones.
- Ajuste del modelos matemático
- Predicción de los Valores pH y CE

#### 3.6.1 Filtrado de las observaciones

##### 3.6.1.1 Selección de un modelo matemático

Para seleccionar el modelo matemático que mejor se ajuste a la base de datos ya validada de cada variable, se utilizó la herramienta sftool de Matlab R2009a versión 7.8.0 (ver figura 36).

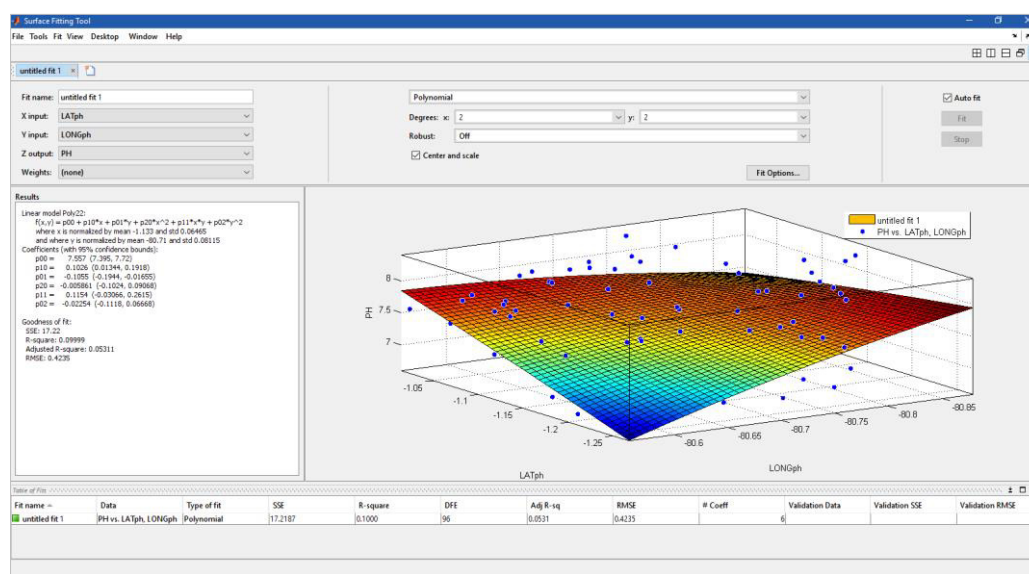


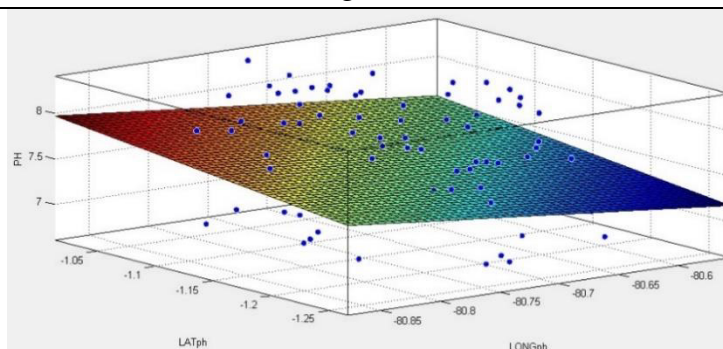
Figura 36 Aplicación de la herramienta sftool de MatLab

A continuación se realizó el análisis de 5 modelos matemáticos de ajuste por cada variable, con el fin de comparar los modelos resultantes y seleccionar el que mejor se ajuste a los puntos de datos correspondientes. Las tablas 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13,14 y 15 presentan los resultados obtenidos al aplicar diferentes modelos matemáticos.

**Tabla 6**  
**Resultados del ajuste del modelo matemático 1 –pH (con sftool de Matlab)**

<b>Variable</b>	pH
<b>Modelo matemático #</b>	1
<b>Tipo de ajuste</b>	Polinomial
<b>Grado en la latitud</b>	1
<b>Grado en la longitud</b>	1
<b>Modelo Lineal</b>	$pH = a + b\lambda + c\varphi$
<b>Coefficientes de ajuste con un 95% de confianza</b>	$a = 7,567$ $b = -0,1042$ $c = 0,09703$
<b>Bondad del ajuste</b>	$SSE = 17,75$ $R^2 = 0,072070$ $RMSE = 0,4235$
<b>Observación</b>	Ninguna

**Gráfico de la función**



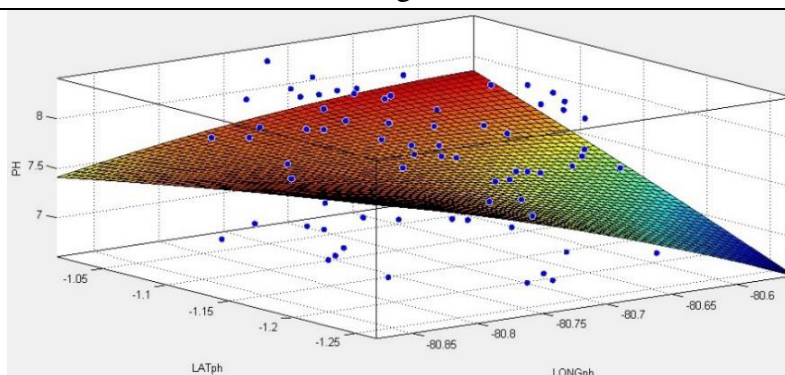
**Análisis de resultados**

La suma de cuadrados debida al error es baja  
El coeficiente de correlación es bajo  
El error cuadrático medio es bajo

**Tabla 7**  
**Resultados del ajuste del modelo matemático 2 –pH (con sftool de Matlab)**

<b>Variable</b>	pH
<b>Modelo matemático #</b>	2
<b>Tipo de ajuste</b>	Polinomial
<b>Grado en la latitud</b>	2
<b>Grado en la longitud</b>	2
<b>Modelo Lineal</b>	$pH = a + b\lambda + c\varphi + d\lambda^2 + e\lambda\varphi + f\varphi^2$
<b>Coefficientes de ajuste con un 95% de confianza</b>	$a = 7,557$
	$b = -0,1055$
	$c = 0,1026$
	$d = -0,02254$
	$e = 0,1154$
	$f = -0,005861$
<b>Bondad del ajuste</b>	$SSE = 17,22$
	$R^2 = 0,09999$
	$RMSE = 0,4235$
<b>Observación</b>	Ninguna

**Gráfico de la función**


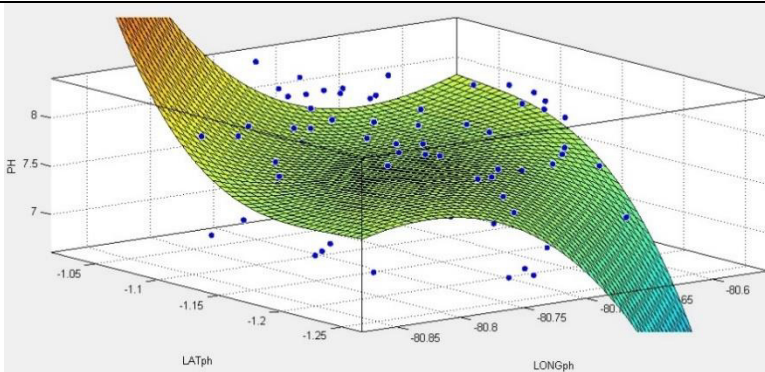


**Análisis de resultados**

La suma de cuadrados debida al error es baja  
 El coeficiente de correlación es bajo  
 El error cuadrático medio es bajo

A partir del modelo matemático 3 –pH, se analizaron todos los modelos polinomiales posibles, y un modelo Biarmónico. Los modelos polinomiales indicaron que el sistema se encuentra mal condicionado mientras que en el biarmónico el software MatLab no muestra la ecuación del modelo matemático.

**Tabla 8**  
**Resultados del ajuste del modelo matemático 3 –pH (con sftool de Matlab)**

<b>Variable</b>	pH
<b>Modelo matemático #</b>	3
<b>Tipo de ajuste</b>	Polinomial
<b>Grado en la latitud</b>	3
<b>Grado en la longitud</b>	3
<b>Modelo Lineal</b>	$pH = a + b\lambda + c\varphi + d\lambda^2 + e\lambda\varphi + f\varphi^2 + g\lambda^3 + h\lambda^2\varphi + i\lambda\varphi^2 + j\varphi^3$
<b>Coefficientes de ajuste con un 95% de confianza</b>	$a = 7,571$ $b = 0,02643$ $c = -0,1016$ $d = -0,01238$ $e = 0,06694$ $f = -0,01272$ $g = -0,04674$ $h = 0,2195$ $i = -0,2224$ $j = 0,08715$
<b>Bondad del ajuste</b>	$SSE = 16,03$ $R^2 = 0,1623$ $RMSE = 0,4174$
<b>Observación</b>	 El modelo lineal esta mal condicionado
<b>Gráfico de la función</b>	
<b>Análisis de resultados</b>	<p>La suma de cuadrados debida al error es baja</p> <p>El coeficiente de correlación es bajo</p> <p>El error cuadrático medio es bajo</p>

**Tabla 9**  
**Resultados del ajuste del modelo matemático 4 –pH (con sftool de Matlab)**

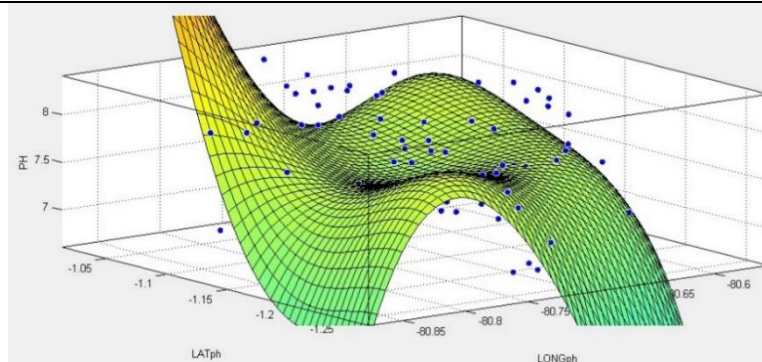
<b>Variable</b>	pH
<b>Modelo matemático #</b>	4
<b>Tipo de ajuste</b>	Polinomial
<b>Grado en la latitud</b>	4
<b>Grado en la longitud</b>	4
<b>Modelo Lineal</b>	Modelo lineal de 15 coeficientes
<b>Bondad del ajuste</b>	$SSE = 14,75$ $R^2 = 0,229$ $RMSE = 0,4118$

**Observación**



El modelo lineal esta mal condicionado

**Gráfico de la función**



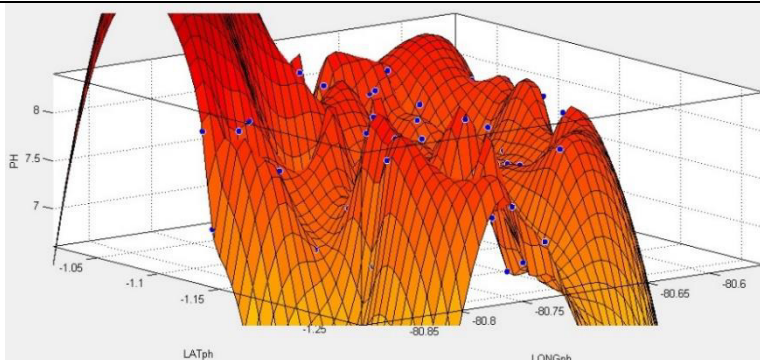
**Análisis de resultados**

La suma de cuadrados debida al error es baja  
 El coeficiente de correlación es bajo  
 El error cuadrático medio es bajo

**Tabla 10**  
**Resultados del ajuste del modelo matemático 5 –pH (con sftool de Matlab)**

<b>Variable</b>	pH
<b>Modelo matemático #</b>	5
<b>Tipo de ajuste</b>	Biarmónico
<b>Observación</b>	Matlab no muestra el modelo matemático con sus respectivos coeficientes
<b>Bondad del ajuste</b>	$SSE = 6,775e^{-0,25}$ $R^2 = 1$ $RMSE = \text{no calculó}$

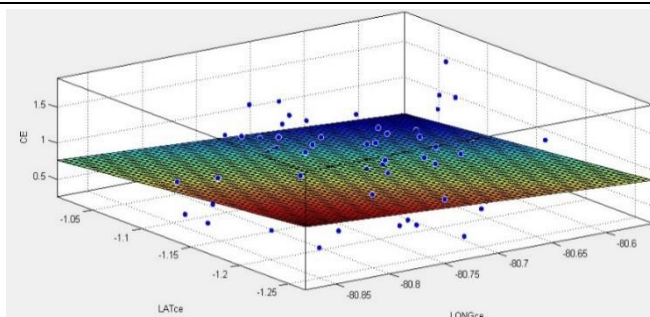
**Continúa**

**Gráfico de la función****Análisis de resultados**

La suma de cuadrados debida al error es muy baja.  
 El coeficiente de correlación es 1  
 El error cuadrático medio no calculó Matlab

**Tabla 11****Resultados del ajuste del modelo matemático 1 –CE (con sftool de Matlab)**

Variable	CE
Modelo matemático #	1
Tipo de ajuste	Polinomial
Grado en la latitud	1
Grado en la longitud	1
Modelo Lineal	$CE = a + b\lambda + c\varphi$
Coeficientes de ajuste con un 95% de confianza	$a = 0,78$ $b = -0,06955$ $c = -0,09364$
Bondad del ajuste	$SSE = 13,17$ $R^2 = 0,1422$ $RMSE = 0,3723$
Observación	Ninguna

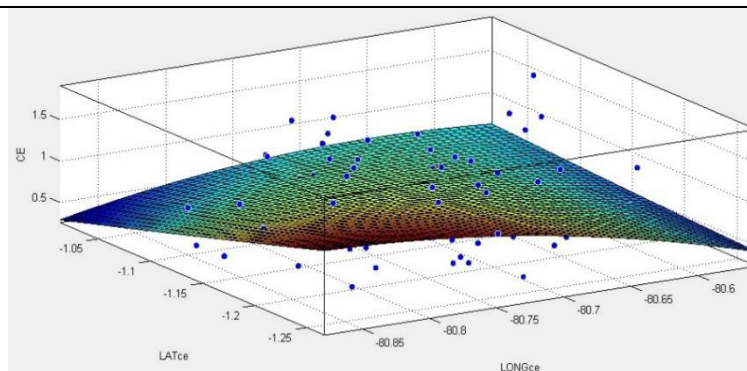
**Gráfico de la función****Análisis de resultados**

La suma de cuadrados debida al error es baja  
 El coeficiente de correlación es bajo  
 El error cuadrático medio es bajo

**Tabla 12**  
**Resultados del ajuste del modelo matemático 2 –CE (con sftool de Matlab)**

<b>Variable</b>	CE
<b>Modelo matemático #</b>	2
<b>Tipo de ajuste</b>	Polinomial
<b>Grado en la latitud</b>	2
<b>Grado en la longitud</b>	2
<b>Modelo Lineal</b>	$CE = a + b\lambda + c\varphi + d\lambda^2 + e\lambda\varphi + f\varphi^2$
<b>Coefficientes de ajuste con un 95% de confianza</b>	$a = 0,8016$
	$b = -0,06509$
	$c = -0,09294$
	$d = -0,04777$
	$e = 0,0751$
	$f = 0,001686$
<b>Bondad del ajuste</b>	$SSE = 12,78$
	$R^2 = 0,116$
	$RMSE = 0,3726$
<b>Observación</b>	Ninguna

**Gráfico de la función**


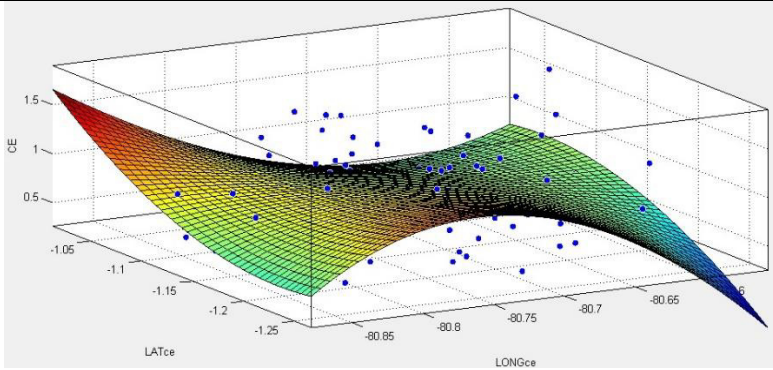


**Análisis de resultados**

La suma de cuadrados debida al error es baja  
 El coeficiente de correlación es bajo  
 El error cuadrático medio es bajo

A partir del modelo matemático 3 –CE, se analizaron todos los modelos polinomiales posibles, y un modelo Biarmónico. Los modelos polinomiales indicaron que el sistema se encuentra mal condicionado mientras que en el biarmónico el software MatLab no muestra la ecuación del modelo matemático

**Tabla 13**  
**Resultados del ajuste del modelo matemático 3 –CE (con sftool de Matlab)**

<b>Variable</b>	CE
<b>Modelo matemático #</b>	3
<b>Tipo de ajuste</b>	Polinomial
<b>Grado en la latitud</b>	3
<b>Grado en la longitud</b>	3
<b>Modelo Lineal</b>	$CE = a + b\lambda + c\varphi + d\lambda^2 + e\lambda\varphi + f\varphi^2 + g\lambda^3 + h\lambda^2\varphi + i\lambda\varphi^2 + j\varphi^3$
<b>Coefficientes de ajuste con un 95% de confianza</b>	$a = 0,812$ $b = -0,1126$ $c = -0,1143$ $d = -0,03344$ $e = 0,00686$ $f = -0,004375$ $g = 0,01193$ $h = 0,1014$ $i = -0,0463$ $j = -0,002235$
<b>Bondad del ajuste</b>	$SSE = 12,42$ $R^2 = 0,1661$ $RMSE = 0,3757$
<b>Observación</b>	 El modelo lineal esta mal condicionado
<b>Gráfico de la función</b>	
<b>Análisis de resultados</b>	<p>La suma de cuadrados debida al error es baja</p> <p>El coeficiente de correlación es bajo</p> <p>El error cuadrático medio es bajo</p>



**Tabla 14**  
**Resultados del ajuste del modelo matemático 4 –CE (con sftool de Matlab)**

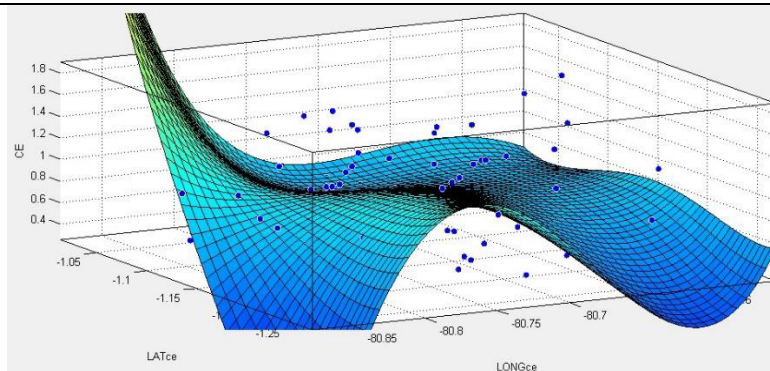
<b>Variable</b>	CE
<b>Modelo matemático #</b>	4
<b>Tipo de ajuste</b>	Polinomial
<b>Grado en la latitud</b>	4
<b>Grado en la longitud</b>	4
<b>Modelo Lineal</b>	Modelo lineal de 15 coeficientes
<b>Bondad del ajuste</b>	$SSE = 11,85$ $R^2 = 0,2042$ $RMSE = 0,3779$

**Observación**



El modelo lineal esta mal condicionado


**Gráfico de la función**



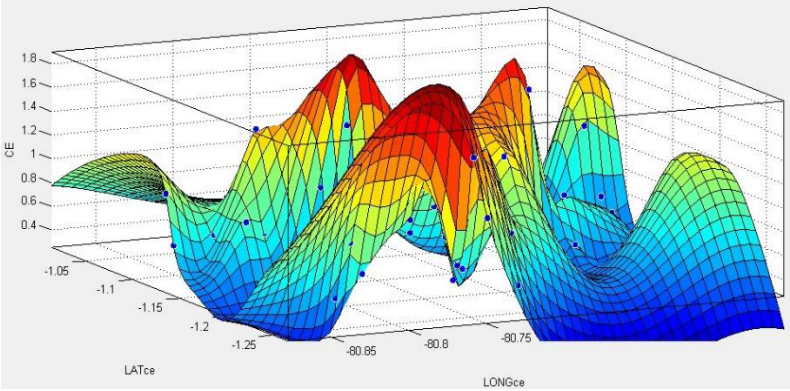
**Análisis de resultados**

La suma de cuadrados debida al error es baja  
 El coeficiente de correlación es bajo  
 El error cuadrático medio es bajo

**Tabla 15**  
**Resultados del ajuste del modelo matemático 5 –CE (con sftool de Matlab)**

<b>Variable</b>	CE
<b>Modelo matemático #</b>	5
<b>Tipo de ajuste</b>	Biarmónico
<b>Observación</b>	 Matlab no indica el modelo matemático con sus respectivos coeficientes
<b>Bondad del ajuste</b>	$SSE = 1,904e^{-0,24}$ $R^2 = 1$ $RMSE = \text{no calculó}$

Continúa 

<p><b>Gráfico de la función</b></p>	
<p><b>Análisis de resultados</b></p>	<p>La suma de cuadrados debida al error es muy baja.  El coeficiente de correlación es 1  El error cuadrático medio no calculó Matlab</p>

Se determinó que los modelos 3 y 4 tanto para pH como para CE se encuentran mal condicionados y sus gráficos muestran áreas con formas cóncavas y convexas en donde no existen datos, por estos motivos quedan descartados. Por otro lado en los modelos 5 de cada variable, no se muestran los coeficientes de ajuste por lo tanto también quedan eliminados a pesar de tener una correlación ideal de uno.

Finalmente se compararon los modelos 1 y 2 de cada variable y se determinó que el modelo 2 –pH (ver tabla 7) y el modelo 1 –CE (ver tabla 11) presentan: la mejor correlación, buen condicionamiento del sistema y un menor error medio. A pesar que la correlación de los modelos seleccionados es baja, esto se asume que es debido a la variabilidad de los datos, sin embargo el método de LSC es recomendable para este caso. A continuación la función lineal de cada uno:

$$\text{Modelo matemático 2 –pH: } pH = a + b\lambda + c\varphi + d\lambda^2 + e\lambda\varphi + f\varphi^2 \quad (57)$$

$$\text{Modelo matemático 1 –CE: } CE = a + b\lambda + c\varphi \quad (58)$$

### 3.6.1.2 Ajuste del modelo matemático seleccionado, a través del método paramétrico de mínimos cuadrados.

Para aplicar el método paramétrico de mínimos cuadrados tanto para pH como para CE, se utilizó un programa que se desarrolló en el software Matlab R2009a versión 7.8.0 y cuyo código de programación aplica las ecuaciones (12 a la 27) del marco teórico y se presenta en el Anexo 5.

Lo primero que generó el código mediante la herramienta *xlsread* de Matlab fue una matriz de observación  $Lb$ , con los datos validados de cada variable. Luego formó la matriz  $X_0$  con los coeficientes de ajuste de los modelos seleccionado para pH (ver tabla 7) y para CE (ver tabla 11). Este ajuste paramétrico se realizó utilizando la matriz identidad  $I$  como la matriz de pesos  $P$ , debido a la carencia de los mismos. Los grados de libertad que tuvo el modelo de pH son 96, debido a que posee 102 observaciones y 6 parámetros de ajuste. Por otro lado los grados de libertad que tuvo el modelo de CE son 95, debido a que posee 98 observaciones y 3 parámetros de ajuste. A continuación en la tabla 16 se muestran los resultados obtenidos al realizar el ajuste por el método paramétrico de mínimos cuadrados:

**Tabla 16**  
**Resultados obtenidos del ajuste paramétrico a los modelos matemáticos seleccionados para cada variable**

	pH	CE (dS/m)
<b>Grados de libertad</b> $S = (n - u)$	96=(102-6)	95=(98-3)
<b>Varianza a priori</b> $\widehat{\sigma\sigma^2}$	0,1794	0,1385
<b>Residual máximo</b>	0,9244	0,6317
<b>Residual mínimo</b>	-0,8024	-0,9916
<b>Media de los residuales</b>	-9,617e-09	-1,132 e-18
<b>Desviación</b> ( $\sigma$ )	0,4129	0,3684
<b>Sigma</b> ( $3\sigma$ )	1,2387	1,1052

### 3.6.1.3 Cálculo de la función covarianza empírica de las señales

La metodología para obtener la función covarianza empírica de las señales es la siguiente:

- Se calcula la matriz de distancias aplicando la ecuación (50), entre los puntos de datos de cada variable, para así determinar la distancia esférica máxima de cada una.
  - La distancia esférica máxima calculada tanto para pH como para CE fue la misma y es de:  $0,3427570^\circ$ . Esta distancia se encuentra entre los puntos de muestreo 73 y 99 de ambas variables (ver anexo 4). Para continuar con la metodología se aproximó la distancia esférica máxima al valor de  $0,35^\circ$
- Se determinó el intervalo de distancia ( $\Delta d$ ) apartir de la ecuación (45) la cual se la simplificó de la siguiente manera:

$$d_k = j * \Delta d + \Delta d, \quad \text{siendo } j = 1,3,5 \dots \quad k = 0,1,2,3 \dots$$

- A continuación se utilizó  $k = 9$ , debido a que previamente se definió 10 intervalos de distancia incluyendo el valor para la distancia  $0^\circ$  correspondiente a la covarianza de un mismo punto. Al tener el valor de  $0,35^\circ$  como la distancia esférica máxima aproximada se garantizó que el intervalo de valores sea de  $0^\circ$  a  $0,35^\circ$ , abiertos en ambos extremos. De esta manera secuencial si  $k = 9$  entonces  $j = 19$  y el valor final del intervalo de distancias es  $0,35^\circ$  se tiene lo siguiente:

$$0,35 = 19\Delta d + \Delta d$$

$$0,35 = 20\Delta d$$

$$\Delta d = 0,0175^\circ$$

- Se calcularon los puntos medios ( $d_k$ ) de los intervalos de distancia, aplicando la ecuación (45) , con  $k = 9$  y  $\Delta d = 0,0175^\circ$

**Tabla 17**  
**Puntos medios  $d_k$  de los intervalos de distancia para pH y CE**

$d_{k0}$	0,0175°
$d_{k1}$	0,0525°
$d_{k2}$	0,0875°
$d_{k3}$	0,1225°
$d_{k4}$	0,1575°
$d_{k5}$	0,1925°
$d_{k6}$	0,2275°
$d_{k7}$	0,2625°
$d_{k8}$	0,2975°
$d_{k9}$	0,3325°

- Se obtuvieron los intervalos de distancia mediante la ecuación (47) y se los presenta en la siguiente tabla 18.

**Tabla 18**  
**Límites de los intervalos de distancias esféricas para pH y CE**

$d_k$	Valor de $d_k$ (°)	Límite inferior (°)	Límite superior(°)
$d_{k0}$	0,0175	0,000	0,035
$d_{k1}$	0,0525	0,035	0,070
$d_{k2}$	0,0875	0,070	0,105
$d_{k3}$	0,1225	0,105	0,140
$d_{k4}$	0,1575	0,140	0,175
$d_{k5}$	0,1925	0,175	0,210
$d_{k6}$	0,2275	0,210	0,245
$d_{k7}$	0,2625	0,245	0,280
$d_{k8}$	0,2975	0,280	0,315
$d_{k9}$	0,3325	0,315	0,350

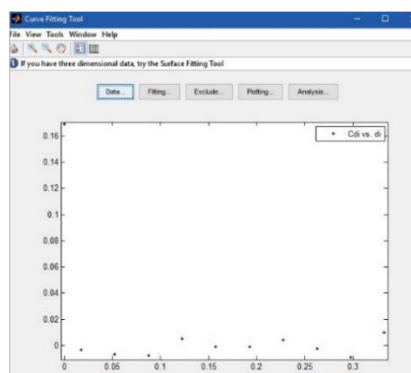
Cabe indicar que tanto los puntos medios ( $d_k$ ) y los intervalos de distancias son los mismos para ambas variables.

- Se calculó la covarianza empírica para cada punto medio ( $d_k$ ) de los intervalos de distancia aplicando la ecuación (46). De este modo se demostró la isotropía de la función covarianza a ser calculada para cada variable en la siguiente tabla 19.

**Tabla 19**  
**Covarianzas empíricas calculadas para pH y CE**

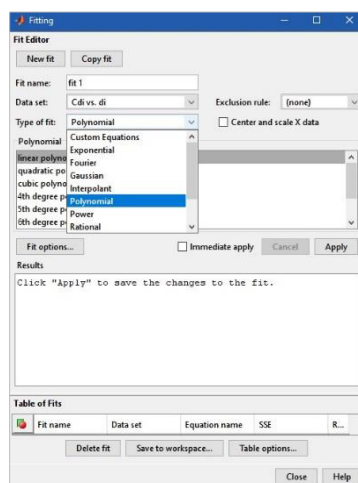
$d_k$	Valor de $d_k$ (°)	Covarianza empírica pH (adimensional)	Covarianza empírica CE (dS/m)
0	0,0000	0,1688	0,1343
$d_{k0}$	0,0175	-0,0033	-0,0102
$d_{k1}$	0,0525	-0,0064	-0,0016
$d_{k2}$	0,0875	-0,0075	-0,0036
$d_{k3}$	0,1225	0,0049	0,0012
$d_{k4}$	0,1575	-0,0010	-0,0048
$d_{k5}$	0,1925	-0,0008	-0,0001
$d_{k6}$	0,2275	0,0044	-0,0019
$d_{k7}$	0,2625	-0,0023	0,0259
$d_{k8}$	0,2975	-0,0089	-0,0296
$d_{k9}$	0,3325	0,0097	-0,0036

- Se ajustaron mediante regresión lineal los valores de covarianza empírica de cada variable en relación a los puntos medios  $d_k$ , a través de la herramienta *cftool* de MatLab R2009a versión 7.8.0. En la figura 37 se muestra el entorno de la herramienta *cftool*.



**Figura 37** Aplicación de la herramienta *cftool* de MatLab

Dicha herramienta posee un módulo llamado Fitting, en el cual se selecciona el modelo de ajuste y se obtienen los resultados del mismo. En la figura 38 se muestra el entorno del módulo fitting.



**Figura 38** Aplicación del módulo fitting de MatLab

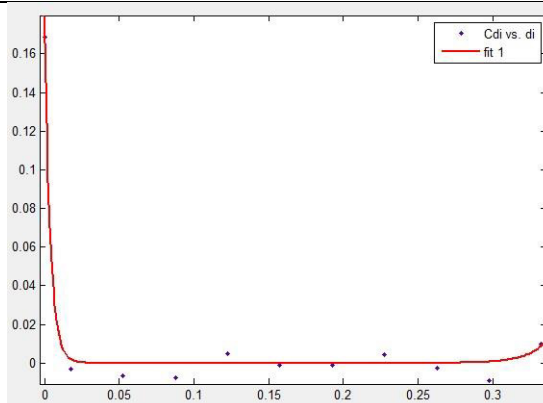
- Finalmente se analizaron 4 tipos de ajuste diferentes por cada variable, con el objetivo de seleccionar el modelo matemático que mejor se ajuste. Las tablas 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26 y 27 presentan los resultados obtenidos al aplicar los diferentes tipos de ajustes mediante el módulo fitting de cftool de Matlab.

**Tabla 20**  
**Resultados del ajuste del modelo matemático 1 –pH (con fitting de Matlab)**

Variable	pH
<b>Modelo matemático #</b>	1
<b>Tipo de ajuste</b>	Exponencial
<b>Modelo Lineal</b>	$C(dist) = a * \exp(b * dist) + c * \exp(d * dist)$
<b>Coefficientes de ajuste con un 95% de confianza</b>	$a = 0,1687$ $b = -252,3$ $c = 3,075e - 13$ $d = 72,47$
<b>Bondad del ajuste</b>	$SSE = 0,0002$ $R^2 = 0,9897$ $RMSE = 0,0062$

Continua

### Gráfico de la función



### Análisis de resultados

La suma de cuadrados debida al error es baja  
 El coeficiente de correlación es alto  
 El error cuadrático medio es bajo  
 El gráfico del ajuste no es representativo

### Tabla 21

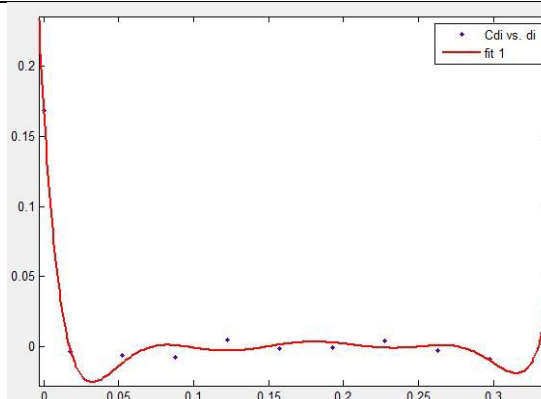
#### Resultados del ajuste del modelo matemático 2 –pH (con fitting de Matlab)

Variable	pH
Modelo matemático #	2
Tipo de ajuste	Fourier
Modelo Lineal	$C(dist) = a + b * \cos(dist * w) + c * \sin(dist * w) + d * \cos(2 * dist * w) + e * \sin(2 * dist * w) + f * \cos(3 * dist * w) + g * \sin(3 * dist * w) + h * \cos(4 * dist * w) + i * \sin(4 * dist * w)$
Coefficientes de ajuste con un 95% de confianza	$a = 3,156e + 05$ $b = -4,715e + 05$ $c = -1,857e + 05$ $d = 1,872e + 05$ $e = 1,746e + 05$ $f = -3,204e + 04$ $g = -6,715e + 04$ $h = 664,3$ $i = 9504$ $w = 2,134$
Bondad del ajuste	$SSE = 0,0002$ $R^2 = 0,9915$ $RMSE = 0,01504$

Continua 



## Gráfico de la función



## Análisis de resultados

La suma de cuadrados debida al error es baja  
 El coeficiente de correlación es alto  
 El error cuadrático medio es bajo  
 El gráfico del ajuste no es representativo

Tabla 22

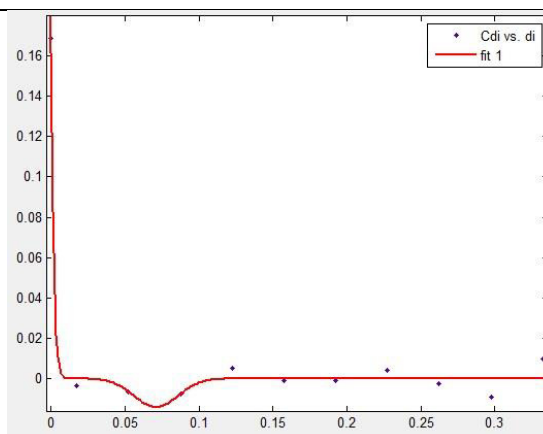
## Resultados del ajuste del modelo matemático 3 –pH (con fitting de Matlab)

Variable	pH
Modelo matemático #	3
Tipo de ajuste	Gaussiana
Modelo Lineal	$C(dist) = a * \exp\left(-\left(\frac{dist - b}{c}\right)^2\right) + d * \exp\left(-\left(\frac{dist - e}{f}\right)^2\right) + g$ $* \exp\left(-\left(\frac{dist - h}{i}\right)^2\right)$
Coefficientes de ajuste con un 95% de confianza	$a = 1,546e + 11$ $b = -0,09442$ $c = 0,01799$ $d = 0$ $e = 2,66$ $f = 0,03717$ $g = -0,01405$ $h = 0,0709$ $i = 0,02099$
Bondad del ajuste	$SSE = 0,0002$ $R^2 = 0,9911$ $RMSE = 0,01089$

Continua



## Gráfico de la función



## Análisis de resultados

La suma de cuadrados debida al error es baja  
 El coeficiente de correlación es alto  
 El error cuadrático medio es bajo  
 El gráfico del ajuste no es representativo

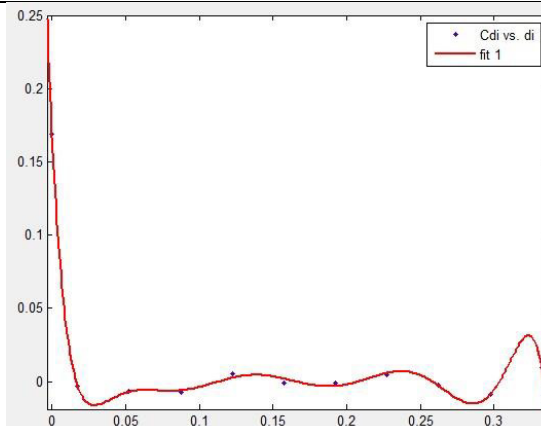
Tabla 23

## Resultados del ajuste del modelo matemático 4 –pH (con fitting de Matlab)

Variable	pH
Modelo matemático #	4
Tipo de ajuste	Polinomial 9no Grado
Modelo Lineal	$C(dist) = a * dist^9 + b * dist^8 + c * dist^7 + d * dist^6 + e * dist^5 + f * dist^4 + g * dist^3 + h * dist^2 + i * dist + j$
Coefficientes de ajuste con un 95% de confianza	$a = -2,75e + 07$ $b = 4,159e + 07$ $c = -2,651e + 07$ $d = 9,27e + 06$ $e = -1,943e + 06$ $f = 2,504e + 05$ $g = -1,96e + 04$ $h = 885,8$ $i = -20,49$ $j = 0,1688$
Bondad del ajuste	$SSE = 2,545e - 05$ $R^2 = 0,999$ $RMSE = 0,0050$

Continua

## Gráfico de la función



## Análisis de resultados

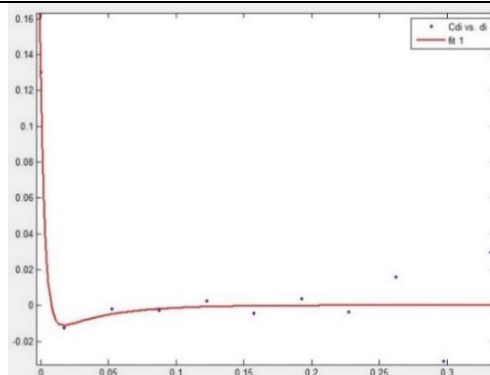
La suma de cuadrados debida al error es muy baja  
 El coeficiente de correlación es muy alto  
 El error cuadrático medio es muy bajo  
 El gráfico del ajuste si es representativo

Tabla 24

## Resultados del ajuste del modelo matemático 1 –CE (con fitting de Matlab)

Variable	CE
Modelo matemático #	1
Tipo de ajuste	Exponencial
Modelo Lineal	$C(dist) = a * \exp(b * dist) + c * \exp(d * dist)$
Coefficientes de ajuste con un 95% de confianza	$a = -0,01908$ $b = -25,86$ $c = 0,1494$ $d = -283,6$
Bondad del ajuste	$SSE = 0,002168$ $R^2 = 0,8786$ $RMSE = 0,0176$

## Gráfico de la función



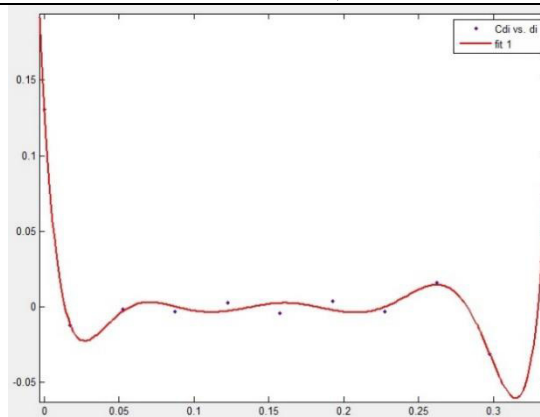
Continúa



<b>Análisis de resultados</b>	La suma de cuadrados debida al error es baja
	El coeficiente de correlación es alto
	El error cuadrático medio es bajo
	El gráfico del ajuste no es representativo

**Tabla 25****Resultados del ajuste del modelo matemático 2 –CE (con fitting de Matlab)**

<b>Variable</b>	CE
<b>Modelo matemático #</b>	2
<b>Tipo de ajuste</b>	Fourier
<b>Modelo Lineal</b>	$C(dist) = a + b * \cos(dist * w) + c * \sin(dist * w) + d * \cos(2 * dist * w) + e * \sin(2 * dist * w) + f * \cos(3 * dist * w) + g * \sin(3 * dist * w) + h * \cos(4 * dist * w) + i * \sin(4 * dist * w)$
<b>Coefficientes de ajuste con un 95% de confianza</b>	$a = 8,72e + 08$ $b = -1,382e + 09$ $c = -1,956e + 08$ $d = 6,717e + 08$ $e = 1,94e + 08$ $f = -1,828e + 08$ $g = -8,199e + 07$ $h = 2,127e + 07$ $i = 1,34e + 07$ $w = 0,8519$
<b>Bondad del ajuste</b>	$SSE = 0,00013$ $R^2 = 0,9927$ $RMSE = 0,01144$

**Gráfico de la función**

<b>Análisis de resultados</b>	La suma de cuadrados debida al error es muy baja
	El coeficiente de correlación es alto
	El error cuadrático medio es bajo
	El gráfico del ajuste no es representativo

Tabla 26

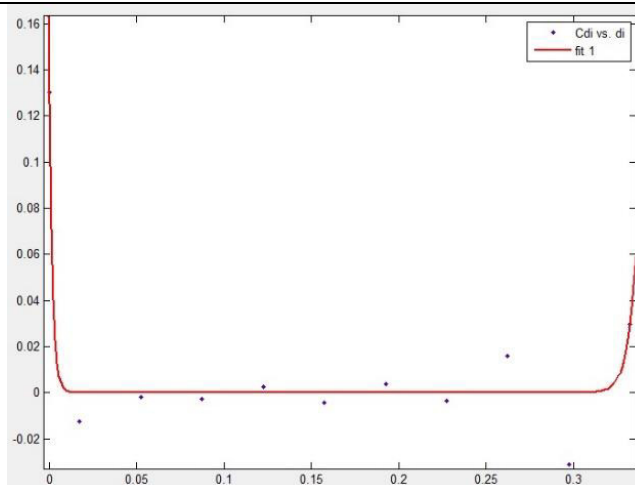
## Resultados del ajuste del modelo matemático 3 –CE (con fitting de Matlab)

Variable	CE
Modelo matemático #	3
Tipo de ajuste	Gaussiana

**Modelo Lineal**

$$C(dist) = a * \exp\left(-\left(\frac{dist - b}{c}\right)^2\right) + d * \exp\left(-\left(\frac{dist - e}{f}\right)^2\right)$$

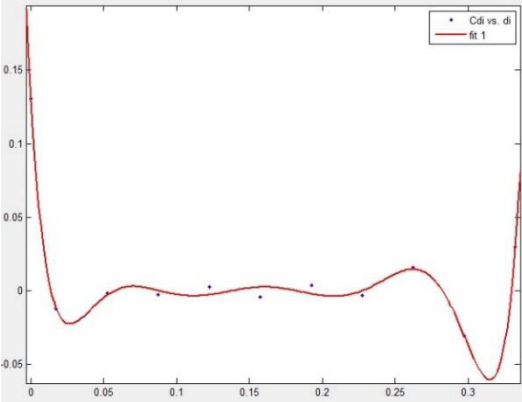
<b>Coefficientes de ajuste con un 95% de confianza</b>	$a = 2,095e + 18$
	$b = -0,1778$
	$c = 0,02673$
	$d = 6933$
	$e = 0,4517$
	$f = 0,03391$
<b>Bondad del ajuste</b>	$SSE = 0,00143$
	$R^2 = 0,9199$
	$RMSE = 0,01691$

**Gráfico de la función****Análisis de resultados**

- La suma de cuadrados debida al error es muy baja
- El coeficiente de correlación es alto
- El error cuadrático medio es bajo
- El gráfico del ajuste no es representativo

Tabla 27

## Resultados del ajuste del modelo matemático 4 –CE (con fitting de Matlab)

Variable	CE
Modelo matemático #	4
Tipo de ajuste	Polinomial 8vo Grado
Modelo Lineal	$C(dist) = a * dist^8 + b * dist^7 + c * dist^6 + d * dist^5 + e * dist^4 + f * dist^3 + g * dist^2 + h * dist + i$
Coefficientes de ajuste con un 95% de confianza	$a = 3,941e + 06$ $b = -5,174e + 06$ $c = 2,796e + 06$ $d = -8,045e + 05$ $e = 1,331e + 05$ $f = -1,273e + 04$ $g = 667$ $h = -16,65$ $i = 0,1342$
Bondad del ajuste	$SSE = 0,00010$ $R^2 = 0,9942$ $RMSE = 0,007352$
Gráfico de la función	
Análisis de resultados	<p>La suma de cuadrados debida al error es muy baja</p> <p>El coeficiente de correlación es alto</p> <p>El error cuadrático medio es muy bajo</p> <p>El gráfico del ajuste si es representativo</p>

Al comparar todos los modelos resultantes se determinó que el modelo de ajuste polinomial de grado 9 para pH (ver tabla 23) y el modelo de ajuste polinomial de grado 8 para CE (ver tabla 27) presentan un gráfico representativo y un buen ajuste respecto a los datos de covarianza.

Para finalizar el cálculo de la función covarianza de cada variable, se realizó un ajuste de la misma a través del método paramétrico de mínimos cuadrados. A continuación en la tabla 28 se indica los resultados del ajuste:

**Tabla 28**  
**Resultados obtenidos del ajuste paramétrico a los modelos matemáticos seleccionados para cada variable**

	pH	CE (dS/m)
<b>Grados de libertad</b> $S = (n - u)$	1= (11-10)	2= (11-9)
<b>Varianza a priori</b> $\widehat{\sigma^2}$	2,5454e-05	5,4051 e-05
<b>Residual máximo</b>	0,0029	0,0060
<b>Residual mínimo</b>	-0,0025	-0,0051
<b>Media de los residuales</b>	-1,5645e-08	-2,8140e-014
<b>Desviación</b> ( $\sigma$ )	0,0015	0,0032
<b>Sigma</b> ( $3\sigma$ )	0,0047	0,0098

#### 3.6.1.4 Comprobación del carácter positivo de la función covarianza

Se comprobó que la función covarianza en cada variable se presente positiva, a través de la ecuación (49). A continuación la tabla 29 se presenta el resultado de la diferencia entre la función covarianza para la distancia de 0° y la covarianza para los diferentes valores  $d_k$  cada uno elevando al cuadrado. Se observa que todos los valores son mayores que cero, por lo tanto la función covarianza es de carácter positivo.

**Tabla 29**  
**Carácter positivo de la función covarianza en cada variable**

	pH	CE
$C^2(0) - C^2(d_{k1})$	0,02848	0,01794
$C^2(0) - C^2(d_{k2})$	0,02845	0,01804
$C^2(0) - C^2(d_{k3})$	0,02843	0,01803
$C^2(0) - C^2(d_{k4})$	0,02847	0,01804
$C^2(0) - C^2(d_{k5})$	0,02849	0,01802
$C^2(0) - C^2(d_{k6})$	0,02849	0,01804
$C^2(0) - C^2(d_{k7})$	0,02847	0,01804
$C^2(0) - C^2(d_{k8})$	0,02849	0,01737
$C^2(0) - C^2(d_{k9})$	0,02841	0,01716
$C^2(0) - C^2(d_{k10})$	0,02840	0,01803

### 3.6.1.5 Cálculo de la función covarianza del ruido ( $C_{rr}$ )

Para calcular la función covarianza del ruido, se requirió de la precisión del pH-metro y del conductímetro que se emplearon en el proyecto de generación de geoinformación. Según el IEE los equipos que se utilizaron son los siguientes:

- **pH-metro:** Thermo Scientific Orion 1212001 handheld pH meter kit con precisión  $\pm 0,002$
- **conductímetro:** HQ14d Portable Conductivity Meter con precisión  $\pm 0,5\%$  de la medida tomada (0,001dS/m – 200 dS/m)

Para ensamblar la matriz de covarianza del ruido ( $C_{rr}$ ) se aplicó la ecuación (40), de esta manera se tiene una matriz cuadrada de ceros de 98x98 para CE, con una diagonal que posee los valores de precisión del conductímetro en la toma de la muestra. Por otro lado se tiene una matriz cuadrada de ceros de 102x102 para pH con una diagonal que posee los valores de precisión del ph-metro. Previo al cálculo de la filtración de las observaciones, se realizó el cálculo de la matriz covarianza de las señales ( $C_{ss}$ ) aplicando la ecuación (37), para a continuación calcular la matriz covarianza de las observaciones ( $\hat{C}$ ) a través de la ecuación (36). Es importante mencionar que todos los cálculos y ensambles de matrices se realizaron mediante códigos de programación en el software MatLab R2009a, versión 7.8.0 y se presentan en el Anexo 6.

### 3.6.1.6 Filtración de las observaciones ( $Lb_{LSC}$ )

Una vez que se tiene las matrices ( $C_{rr}$ ), ( $C_{ss}$ ), ( $\hat{C}$ ) y ( $V$ ) de cada variable, se calculó la colocación de las señales de las observaciones ( $s$ ) mediante la ecuación (34). Es importante mencionar que la matriz de residuales de las observaciones ( $V$ ), se obtuvo en el ajuste paramétrico inicial. Finalmente se calculó la filtración de las observaciones ( $Lb_{LSC}$ ) mediante la ecuación (51), utilizando la matriz de diseño del ajuste paramétrico ( $A$ ), la matriz de los valores de pH o CE aproximados ( $Lo$ ) y la matriz de corrección de los parámetros de ajuste ( $X$ ). A continuación en la figura 39 se observa la matriz de filtración de las observaciones ( $Lb_{LSC}$ ) de cada variable.



MATLAB 7.8.0 (R2009a)	
pH (102 observaciones)	CE (98 observaciones)
LbLsc =	LbLsc =
7.896096666043767	0.562302682228159
7.354169446788438	0.493845405983175
8.094256887336501	0.574880360385258
8.237061141323906	0.396729435036256
7.841952414844675	1.593750469458264
8.093578602535109	0.680396156360094
7.304250165446618	0.332076847091512
7.498935113515834	1.707907655450496
7.401648120330739	0.791484509069360
7.793252894465171	0.556771769738061
7.695207792440714	0.630840470320829
7.006934050864307	0.682758218172804
7.596411186597076	0.690187786669502
8.194946300585947	1.070643289758154
8.152867243502880	0.567365643593803
7.995317153746621	0.727175454989538
6.816453119111601	1.670205165805391
8.342330374154086	0.671141272691852
7.697900322723966	1.314659445634004
7.400387889925415	0.689568140005936
7.698022007067653	0.817903056262831
7.992780149673266	1.080295747168668
7.748957540648894	0.900230743671450
7.495969880274370	1.488888145198893
7.897847725603433	1.138162758980470
7.799852951992719	0.487515914486599
6.604273039853478	1.371032829567391
7.301651512974726	0.626178665985517
7.302821737157702	0.633355462939769
7.498275862986601	0.779087741241283
7.202761693010985	0.595785807775628
7.799015085601725	0.700814400387254
7.699849899568022	0.414023081328063
7.006798952410106	0.39542598760847
7.744152009581448	0.477819355641426
7.895988158827057	0.576131635029204
7.303977415700075	0.423696456683029
7.993721634089082	0.781936440719982
6.900553138311772	0.597363219664079
7.897674829799444	0.54365330039690
7.900405172759939	0.735940394062391
8.387388802487637	0.56745118980101
6.805244673831657	0.652455459026955
7.502793020197073	0.272137358016441
7.596539284736681	0.803966650762520
7.203349567364105	0.899374999841339
6.801943813628530	0.771411252579722
7.102697373130260	1.170915601277028
7.451975105278777	0.783094989514613
7.402679011006285	0.611783504878563
7.799812914136357	0.425213485073683
7.795273392737665	1.293525763371247
8.143462894260537	0.37431305753526
7.206275766460801	0.358020027675879
7.601840807922308	0.496851132259923
8.389683521334057	0.849682464822599
7.598983876168854	0.363795176281295
7.153448682549681	0.614080997307465
8.289305218166271	0.880301651897447
7.800498624096389	0.678780342104904
7.055445449409778	0.543323915298392
7.398512380121810	0.594653697712805
7.746777649389381	0.575070205396295
7.896589215995159	0.603374472514621
7.204443270088246	0.631995937321793
8.390605942894137	1.804356865322880
7.402408314853848	1.186441569602280
7.252549762462025	0.359681975489035
7.258938747819356	0.485942495010325
7.548321907590311	0.256100462472065
7.992416334407487	0.96859474759496
7.397850785819192	0.354338095514086
6.864129195754244	0.532237844686221
7.498110276183459	0.569501585115057
8.193477274025913	0.550895856127503
7.21163267289799	0.681230481299782
7.299685771007636	0.760788831469400
7.498372916546006	0.822948355080603
7.202037536930196	1.590952167014442
7.103394751533547	0.519480995041863
8.132633775346367	0.981146431032681
7.149414403842657	0.635030667501856
8.195540994930461	1.110817328620707
7.692726357329606	0.395388040111089
7.004492806217575	1.338457755481451
7.403852330800901	1.58127221236014
6.909374218605959	0.515900137333426
7.600840390546846	1.181336757827987
7.595319143388428	0.721651993161116
8.155853190808634	1.390768475948262
7.403081378020170	1.462403116282755
7.308463018373382	1.420943272784533
6.707508014336538	0.404096343975267
7.895412360035022	1.146665172719634
7.398342337598630	0.513052856279501
8.093117871129833	0.363508889661713
7.498048285882867	0.413861643009248
7.205786099311325	1.024670757140595
7.398379991840657	
7.945923362771735	
6.60603029309431	
7.694067912386672	

Figura 39 Matriz de filtración de las observaciones ( $Lb_{LSC}$ ) para pH y CE

### 3.6.2 Ajuste del modelo matemático por mínimos cuadrados colocación (LSC)

El segundo paso de la metodología de mínimos cuadrados colocación (LSC) consiste en realizar el cálculo de las siguientes matrices:

#### 3.6.2.1 Cálculo de la matriz ( $L_{LSC}$ )

Se empezó calculado la matriz ( $L_{LSC}$ ), aplicando la ecuación (17), en la cual se emplea la matriz de los valores de pH o CE aproximados ( $L_o$ ) y la matriz de filtración de las observaciones ( $Lb_{LSC}$ ) en cambio de ( $Lb$ ), ambas matrices ya se calcularon anteriormente.

#### 3.6.2.2 Cálculo de la matriz de ajuste de los parámetros ( $X_{LSC}$ )

A continuación se calculó la matriz de ajuste de los parámetros ( $X_{LSC}$ ), aplicando la ecuación (33), la cual es basa en la ecuación general de colocación por mínimos cuadrados de Mortiz (1980) y demostrada y analizada por Sevilla (1987). En dicha ecuación se empleó la matriz de diseño del ajuste paramétrico ( $A$ ), la matriz ( $L_{LSC}$ ) y la matriz de covarianza de las observaciones ( $\hat{C}$ ) la misma que se calculó anteriormente por la ecuación (36).

#### 3.6.2.3 Ajuste paramétrico con colocación

Finalmente con las matriz ( $L_{LSC}$ ) y la matriz de ajuste de los parámetros ( $X_{LSC}$ ), se realizó el ajuste paramétrico utilizando la matriz de covarianza de las observaciones ( $\hat{C}$ ) como la matriz de pesos  $P$ . Los grados de libertad que tuvo el modelo de pH son 96, debido a que posee 102 observaciones y 6 parámetros de ajuste. Por otro lado los grados de libertad que tuvo el modelo de CE son 95, debido a que posee 98 observaciones y 3 parámetros de ajuste. A continuación en la tabla 30 se muestra los resultados obtenidos al realizar el ajuste por mínimos cuadrados colocación.

**Tabla 30**  
**Resultados obtenidos del ajuste por mínimos cuadrados colocación**

	pH	CE (dS/m)
<b>Grados de libertad</b> $S = (n - u)$	96=(102-6)	95=(98-3)
<b>Varianza a priori</b> $\widehat{\sigma^2}$	1,1045	0,8950
<b>Residual máximo</b>	0,8792	-0,6421
<b>Residual mínimo</b>	-0,8293	-0,8756
<b>Media de los residuales</b>	-0,022	0,0150
<b>Desviación (<math>\sigma</math>)</b>	0,4084	0,3609
<b>Sigma (<math>3\sigma</math>)</b>	1,2253	1,0827

En la tabla 31 se indica los parámetros del modelo matemático de cada variable ajustados con el método paramétrico respecto a los mismos parámetros ajustados con el método de mínimos cuadrados colocación (LSC).

**Tabla 31**  
**Comparación de los parámetros ajustados de cada modelo matemático**

<b>Parámetros</b>	<b>Modelo matemático - pH</b>		<b>Modelo matemático - CE</b>	
	Ajuste paramétrico	Ajuste LSC	Ajuste paramétrico	Ajuste LSC
a	-20377,00	-18962,95	-69,75	-12,42
b	-528,78	-488,97	-0,85	-0,12
c	1774,13	1416,79	-1,45	-2,54
d	-3,42	-3,14	-----	-----
e	22,00	17,50	-----	-----
f	-1,40	1,28	-----	-----

Es importante mencionar que todas las matrices calculadas en el segundo paso de la metodología de LSC, se obtuvieron mediante códigos de programación que se desarrollaron en el software MatLab R2009a, versión 7.8.0 y se presentan en el Anexo 6. A continuación el ajuste por mínimos cuadrados colocación debe ser finalizado mediante la predicción.

### 3.6.3 Predicción de los valores de pH y CE

El tercer y último paso de la metodología de mínimos cuadrados colocación consistió en predecir valores de pH o CE en el suelo del área de estudio, a través de la aplicación de los modelos matemáticos selectos anteriormente. A continuación se aplicaron los siguientes pasos:

- Cálculo de la covarianza de las distancias de los puntos de predicción ( $C_{ZS}$ )
- Cálculo del modelo predictivo  $Z$  y  $L_Z$

#### 3.6.3.1 Covarianza de las distancias de los puntos de predicción ( $C_{ZS}$ )

Para realizar el cálculo de la covarianza de las distancias de los puntos de predicción se necesitó de puntos nuevos dentro del área de estudio y fuera de la base de datos ya validada. Debido a esto se utilizaron los puntos de validación que previamente fueron excluidos, para así continuar con el cálculo de la matriz de distancias esféricas, aplicando la ecuación (50) entre los 24 puntos de validación y los 102 o 98 puntos de ajuste para cada variable respectivamente. De esta manera se obtuvieron las matrices de  $24 \times 102$  para pH y de  $24 \times 98$  para CE.

Finalmente se calculó la matriz de función covarianza isotrópica ( $C_{ZS}$ ) de los 24 puntos de validación con respecto a los 102 puntos de ajuste para pH o 98 puntos de ajuste para CE, aplicando la función covarianza empírica isotrópica de cada variable. Es importante mencionar que todas las matrices se calculan a través del programa desarrollado en el software MatLab R2009a versión 7.8.0, cuyo código de programación tanto para pH como para CE se presentan en el Anexo 6.

#### 3.6.3.2 Cálculo del modelo predictivo $z$ y $L_Z$

Para calcular las señales de los puntos de predicción ( $z$ ) se aplicó la ecuación (35), la misma que utilizó la matriz de función covarianza isotrópica ( $C_{ZS}$ ) de los 24 puntos de validación con respecto al número de puntos de ajuste de cada variable. En la tabla 32 se

muestran las señales de predicción de cada variable en los puntos de predicción propuestos (puntos validación).

**Tabla 32**  
**Señales de predicción (z) de cada variable en los puntos de predicción**

N° Dato	Punto N°	Señal pH	Señal CE
		z(adimensional)	z( dS/m)
1	3	-0,216	-0,195
2	7	-0,176	-0,520
3	9	-0,196	0,030
4	14	-0,119	0,156
5	15	-0,192	0,001
6	31	-0,090	-0,744
7	33	-0,357	0,250
8	36	0,113	0,098
9	38	0,297	0,168
10	43	-0,383	0,208
11	44	-0,375	0,279
12	52	0,033	-0,426
13	65	0,442	0,246
14	68	-0,025	0,030
15	69	-0,357	0,382
16	77	-0,138	0,039
17	78	0,435	-0,213
18	84	-0,077	-0,001
19	95	-0,006	0,447
20	112	0,057	0,036
21	115	-0,196	-0,225
22	116	0,175	-0,198
23	127	-0,237	0,271
24	129	-0,628	0,043

Finalmente con el ensamble de la matriz de señales de predicción (z) de cada variable se procede a calcular la predicción completa de pH o CE, aplicando la ecuación (52), pero previamente se requiere calcular la matriz de valores aproximados de cada variable ( $L_{oz}$ ) la cual se ensambló mediante la aplicación del modelo matemático del ajuste por mínimos cuadrados colocación. También se requiere de la matriz de diseño (D) la cual se determinó de la misma manera que la matriz (A). Y por último se

necesitó de la matriz de ajuste de los parámetros ( $X_{LSC}$ ), ya obtenida anteriormente en el segundo paso de la metodología de LSC. En la tabla 33 se muestra la matriz de valores aproximados ( $L_{oz}$ ) para cada variable.

**Tabla 33**  
**Matriz de valores aproximados ( $L_{oz}$ ) para cada variable**

N° Dato	Punto N°	pH aproximado a través del método LSC	CE aproximada a través del método LSC
		Loz (adimensional)	Loz (dS/m)
1	3	7,67	0,57
2	7	7,51	0,90
3	9	7,62	0,62
4	14	7,50	0,82
5	15	7,67	0,56
6	31	7,53	0,64
7	33	7,62	0,64
8	36	7,40	0,81
9	38	7,55	0,86
10	43	7,43	0,72
11	44	7,43	0,72
12	52	7,64	0,57
13	65	7,42	1,08
14	68	7,65	0,58
15	69	7,31	0,96
16	77	7,48	1,08
17	78	7,58	0,76
18	84	7,63	0,61
19	95	7,35	0,78
20	112	7,47	0,99
21	115	7,63	0,86
22	116	7,61	0,93
23	127	7,48	1,01
24	129	7,60	0,68

A continuación en la tabla 34 se calcula la matriz de valores predichos ( $L_z$ ) de cada variable, aplicando la ecuación (52).

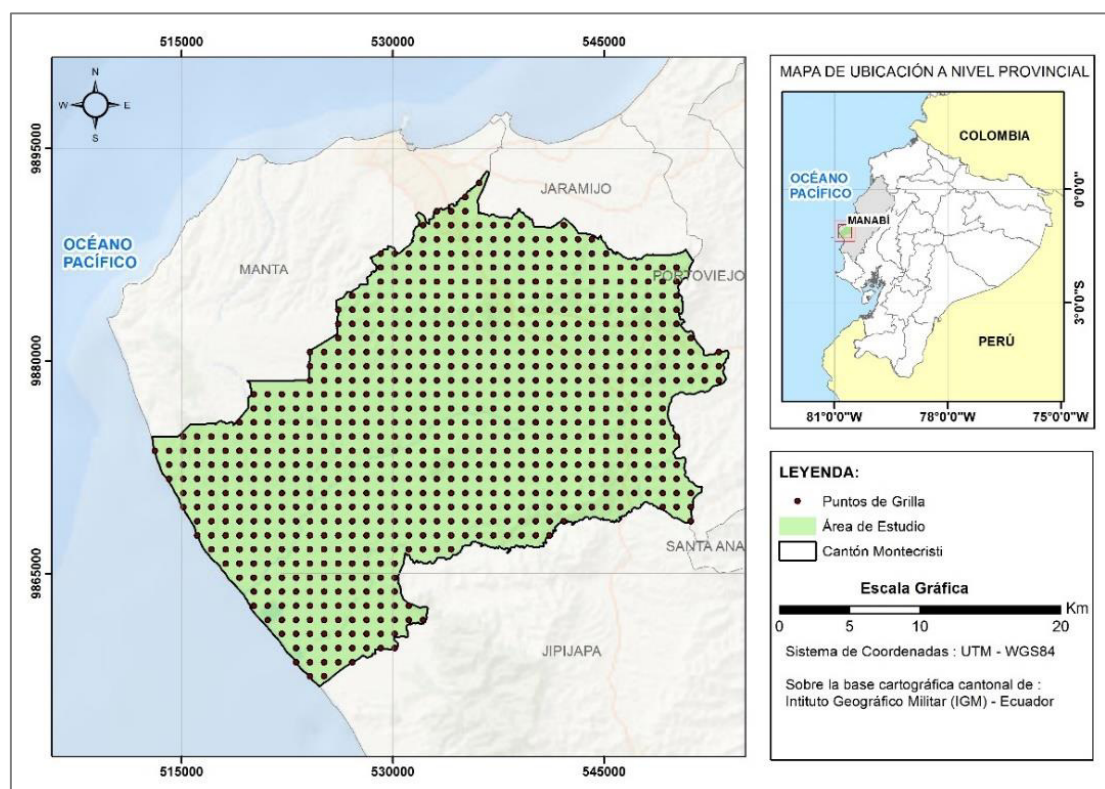
**Tabla 34**  
**Matriz de valores predichos ( $L_z$ ) para cada variable**

N° Dato	Punto N°	pH predicho por LSC	CE predicha por LSC
		Lz (adimensional)	Lz (dS/m)
1	3	7,89	0,76
2	7	7,68	1,42
3	9	7,82	0,59
4	14	7,62	0,67
5	15	7,86	0,56
6	31	7,63	1,38
7	33	7,97	0,39
8	36	7,29	0,71
9	38	7,25	0,69
10	43	7,81	0,51
11	44	7,80	0,44
12	52	7,61	0,99
13	65	6,98	0,83
14	68	7,68	0,55
15	69	7,67	0,58
16	77	7,62	1,04
17	78	7,14	0,97
18	84	7,71	0,61
19	95	7,35	0,33
20	112	7,42	0,95
21	115	7,83	1,08
22	116	7,43	1,12
23	127	7,72	0,74
24	129	8,23	0,64

Finalmente para obtener los modelos de predicción espacial mediante la metodología de mínimos cuadrados colocación (LSC) fue necesario crear una grilla de puntos que abarque toda la zona del cantón Montecristi, en donde se estableció como distancia entre puntos de la grilla el valor de  $0,009^\circ$  de distancia esférica, correspondiente a 1.000 m, debido a que en la línea ecuatorial  $1^\circ$  equivale aproximadamente a 111 km.

Para calcular la grilla de puntos se empleó un programa en el software MatLab R2009a versión 7.8.0 y cuyo código de programación se encuentra en el Anexo 7. Con dicho programa se obtuvieron 743 puntos de grilla ubicados dentro del área del cantón Montecristi. En dichos puntos de grilla se predijo los valores de pH y CE a través del

código de programación de mínimos cuadrados colocación (LSC), que se presenta en el Anexo 6. De esta manera los puntos de grilla quedaron listos para ser ploteados y representados, en un sistema de información geográfica (SIG). A continuación en la figura 40 se observa el mapa de la distribución espacial de los puntos de grilla con valores de pH y CE calculados por LSC.



**Figura 40** Mapa de la distribución espacial de los puntos de grilla con valores de pH y CE calculados por LSC

Es importante mencionar que todas las matrices que se ensamblaron y se calcularon en la aplicación de la metodología de mínimos cuadrados colocación (LSC) se realizaron a través de un programa desarrollado en el software MatLab R2009a versión 7.8.0, cuyo código de programación tanto para pH como para CE se encuentra en el Anexo 6.



## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS Y DISCUSIONES

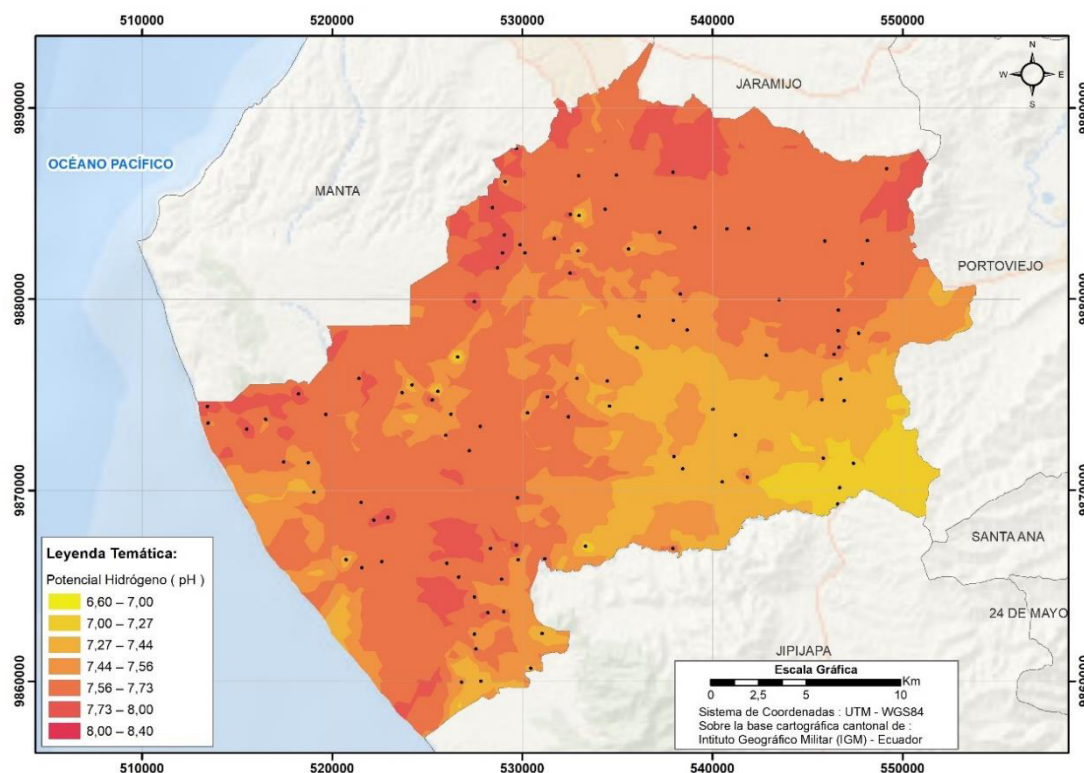
En este capítulo se presenta: en el literal 4.1 el análisis de los modelos de predicción de pH y conductividad eléctrica (CE) obtenidos; tanto por técnicas geoestadísticas como por mínimos cuadrados colocación (LSC). Además se propone eliminar algunos puntos o casos especiales que figuran como contaminación puntual en los modelos obtenidos. A continuación en el literal 4.2 se expone la discusión de los resultados. Finalmente en el literal 4.3 se realiza la validación de los modelos resultantes y la comprobación de la hipótesis.

#### **4.1 Análisis de resultados**

##### *4.1.1 Modelos de predicción a través de técnicas geoestadísticas*

##### *4.1.1.1 Modelo de predicción de pH*

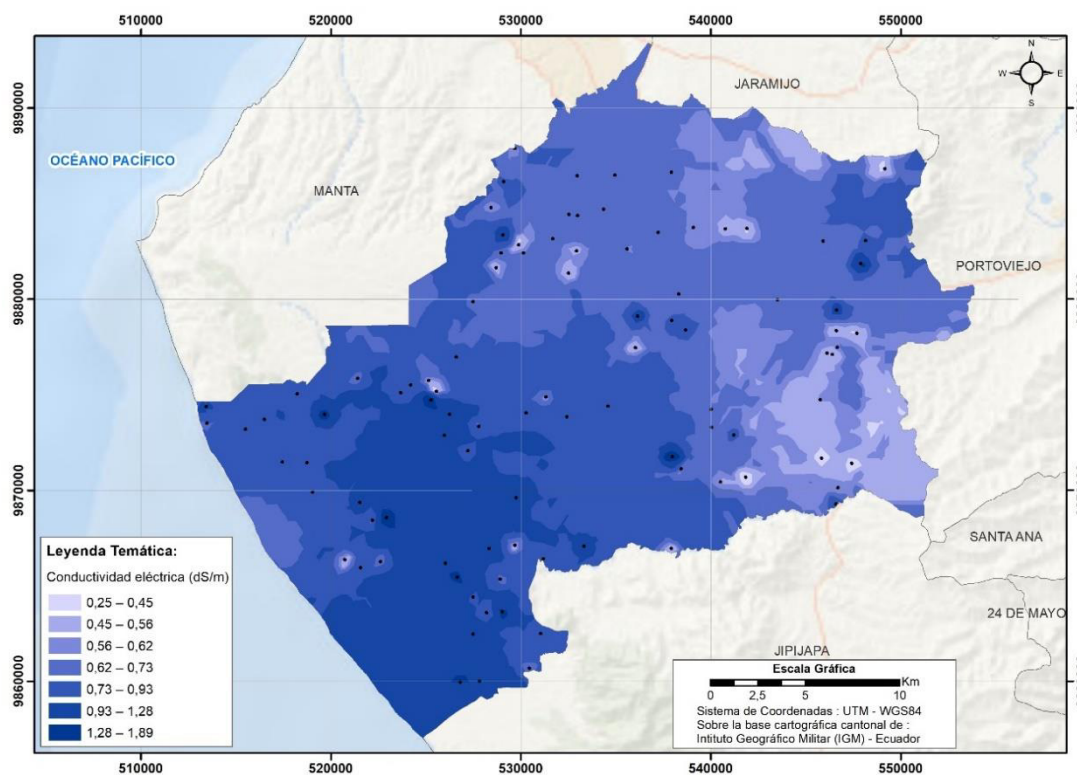
El modelo de predicción de pH por técnicas geoestadísticas se generó a través del interpolador Kriging Ordinario sobre una malla irregular de 102 puntos de muestreo. El mismo presenta un error medio cuadrático (RMS) de 0,4371 y una variación existente entre 6,60 a 8,40 de pH. Dentro de este predomina el suelo con pH de 7,56 a 7,73 y según la SEMARNAT lo clasifica como suelo medianamente alcalino. Este tipo de suelo según Villaroel es apto para cultivos de maíz duro (choclo o seco), caña de azúcar, café, algodón, cebada, zapallo, sandía entre otros. A continuación en la figura 41 se muestra el mapa del modelo de predicción de pH por técnicas geoestadísticas.



**Figura 41** Mapa del modelo de predicción de pH, por técnicas geoestadísticas

#### 4.1.1.2 Modelo de predicción de CE

El modelo de predicción de CE por técnicas geoestadísticas se generó a través del interpolador Kriging Ordinario sobre una malla irregular de 98 puntos de muestreo. El mismo presenta un error medio cuadrático (RMS) de 0,3824 y una variación existente entre 0,25 a 1,89 de dS/m. Dentro de este predomina el suelo con CE de 0,62 a 0,93dS/m y según la SEMARNAT lo clasifica como suelo con salinidad despreciable, presentando en general mediana fertilidad natural y efectos casi nulos a los cultivos. A continuación en la figura 42 se muestra el mapa del modelo de predicción de CE por técnicas geoestadísticas.

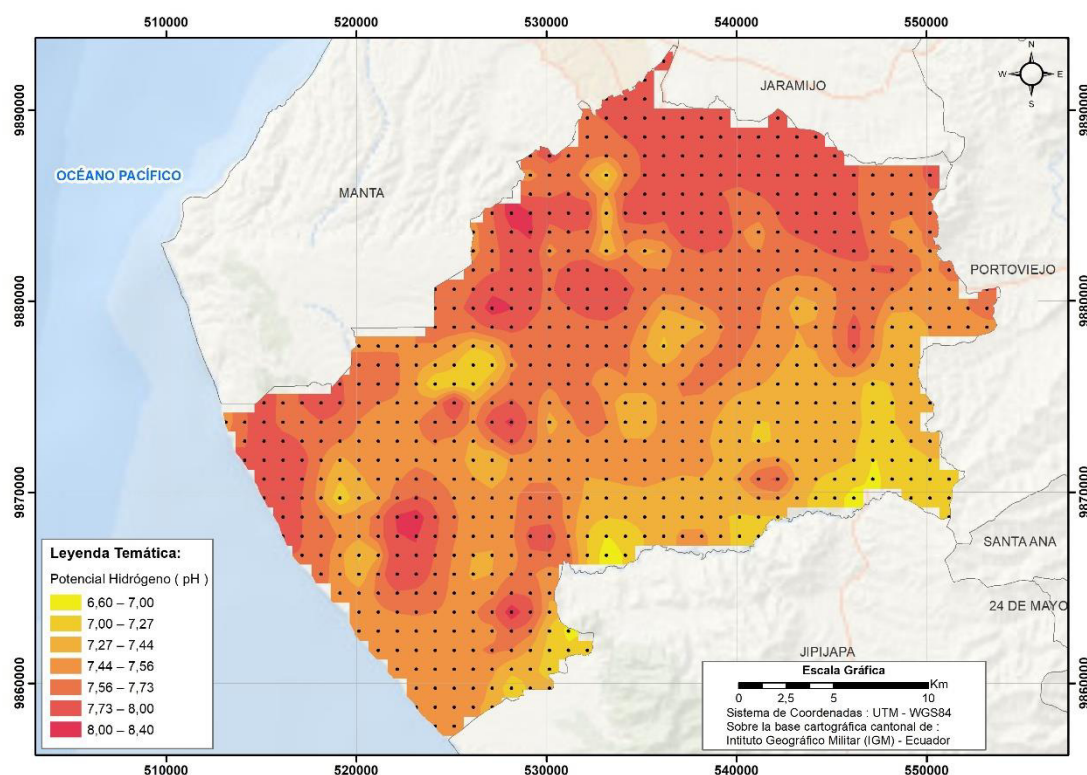


**Figura 42** Mapa del modelo de predicción de CE, por técnicas geostatísticas

#### 4.1.2 Modelos de predicción a través de mínimos cuadrados colocación (LSC)

##### 4.1.2.1 Modelo de predicción de pH

El modelo de predicción de pH por mínimos cuadrados colocación (LSC) se generó a través de 743 puntos predichos por LSC, para posteriormente graficarlo en ArcGIS 10.1 mediante la herramienta *Point to Raster*. El modelo raster presenta una variación existente entre 6,60 a 8,40 de pH. Es importante mencionar que todos los puntos predichos entre sí, tienen una distancia de 1.000 m en todas las direcciones (norte, sur, este, oeste). A continuación en la figura 43 se muestra el mapa del modelo de predicción de pH por LSC.

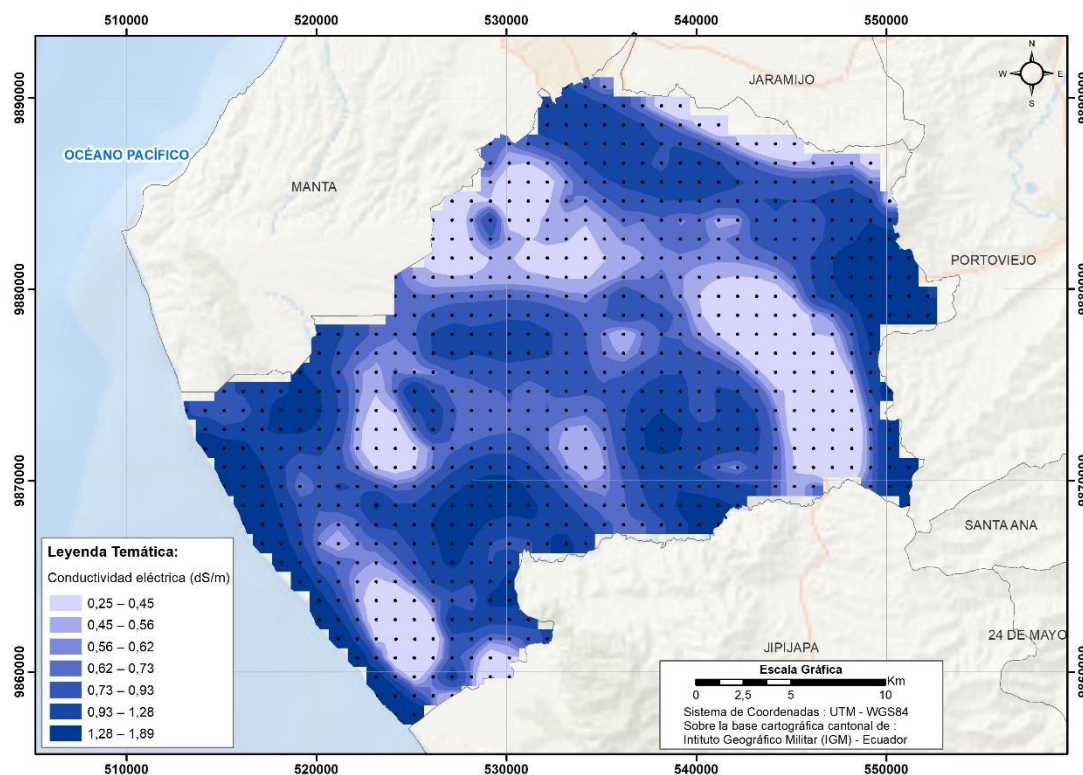


**Figura 43** Mapa del modelo de predicción de pH, por LSC

Se observa en el modelo (ver figura 43) que predomina el suelo con pH de 7,44 a 7,73 según la SEMARNAT lo clasifica como suelo medianamente alcalino. Este tipo de suelo según Villaroel es apto para cultivos de maíz duro (choclo o seco), caña de azúcar, café, algodón, cebada, zapallo, sandía entre otros.

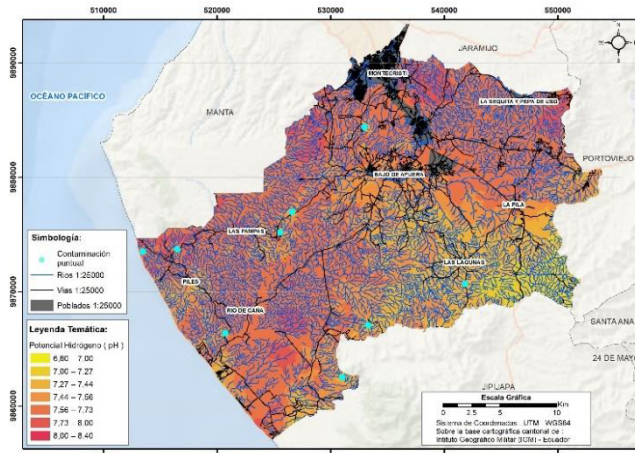
#### 4.1.2.2 Modelo de predicción de CE

El modelo de predicción de CE por mininos cuadrados colocación (LSC) se generó a través de 743 puntos predichos por LSC, para posteriormente graficarlo en ArcGIS 10.1 mediante la herramienta *Point to Raster*. El modelo raster presenta una variación existente entre 0,25 a 1,89 dS/m. Es importante mencionar que todos los puntos predichos entre sí, tienen una distancia de 1.000 m en todas las direcciones (norte, sur, este, oeste). A continuación en la figura 44 se muestra el mapa del modelo de predicción de CE por LSC.

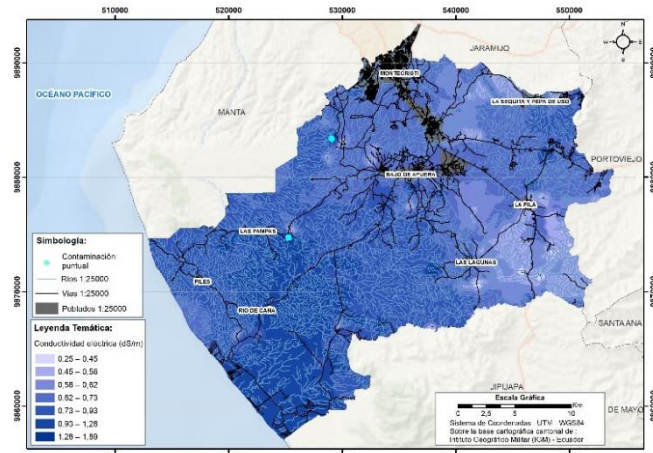


**Figura 44** Mapa del modelo de predicción de CE, por LSC

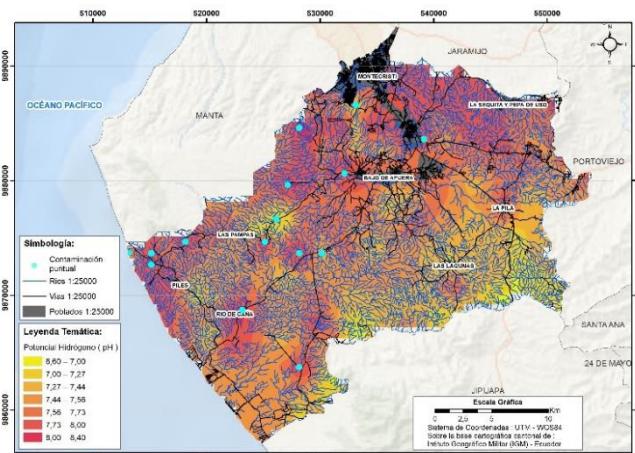
Se observa en el modelo (ver figura 44) que predomina el suelo con CE de 0,62 a 0,93 dS/m y según la SEMARNAT lo clasifica como suelo con salinidad despreciable, presentando en general mediana fertilidad natural y efectos casi nulos a los cultivos. Las zonas en las que predomina máxima CE, son debidas a la presencia del océano Pacífico y a la zona urbana del cantón Portoviejo. A continuación el autor propone, eliminar la posible presencia de contaminación puntual, en todos los modelos obtenidos. Para esto, se analizó cada modelo con la cartografía del Instituto Geográfico Militar (IGM) escala 1:25.000 de ríos, vías y centros poblados del área de estudio. De esta manera se verificó la existencia de puntos específicos de contaminación puntual en los modelos (ver figura 45), para inmediatamente eliminarlos. Finalmente se generaron mapas de los nuevos modelos resultantes de predicción de pH y CE (ver figura 46 a 49), fuera de posible contaminación puntual



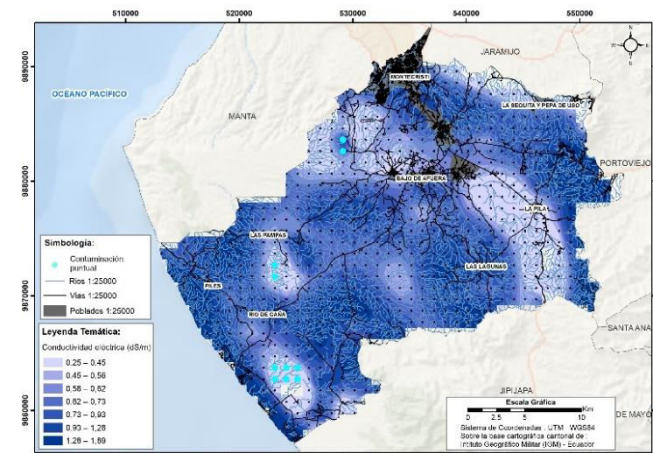
a) 9 Puntos específicos identificados, en el modelo de predicción de pH por técnicas geoestadísticas



b) 2 Puntos específicos identificados, en el modelo de predicción de CE por técnicas geoestadísticas

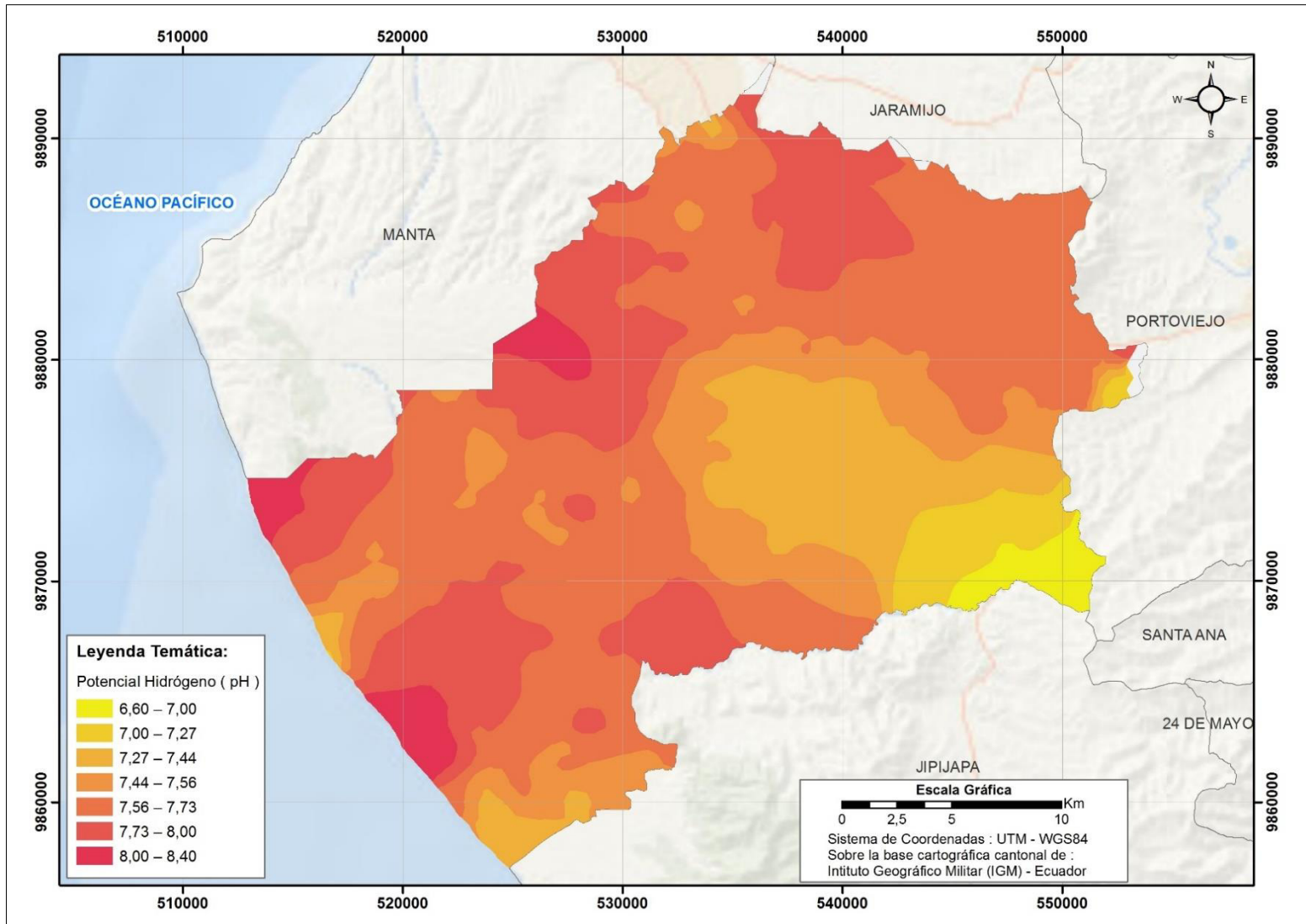


c) 15 Puntos específicos identificados, en el modelo de predicción de pH por LSC

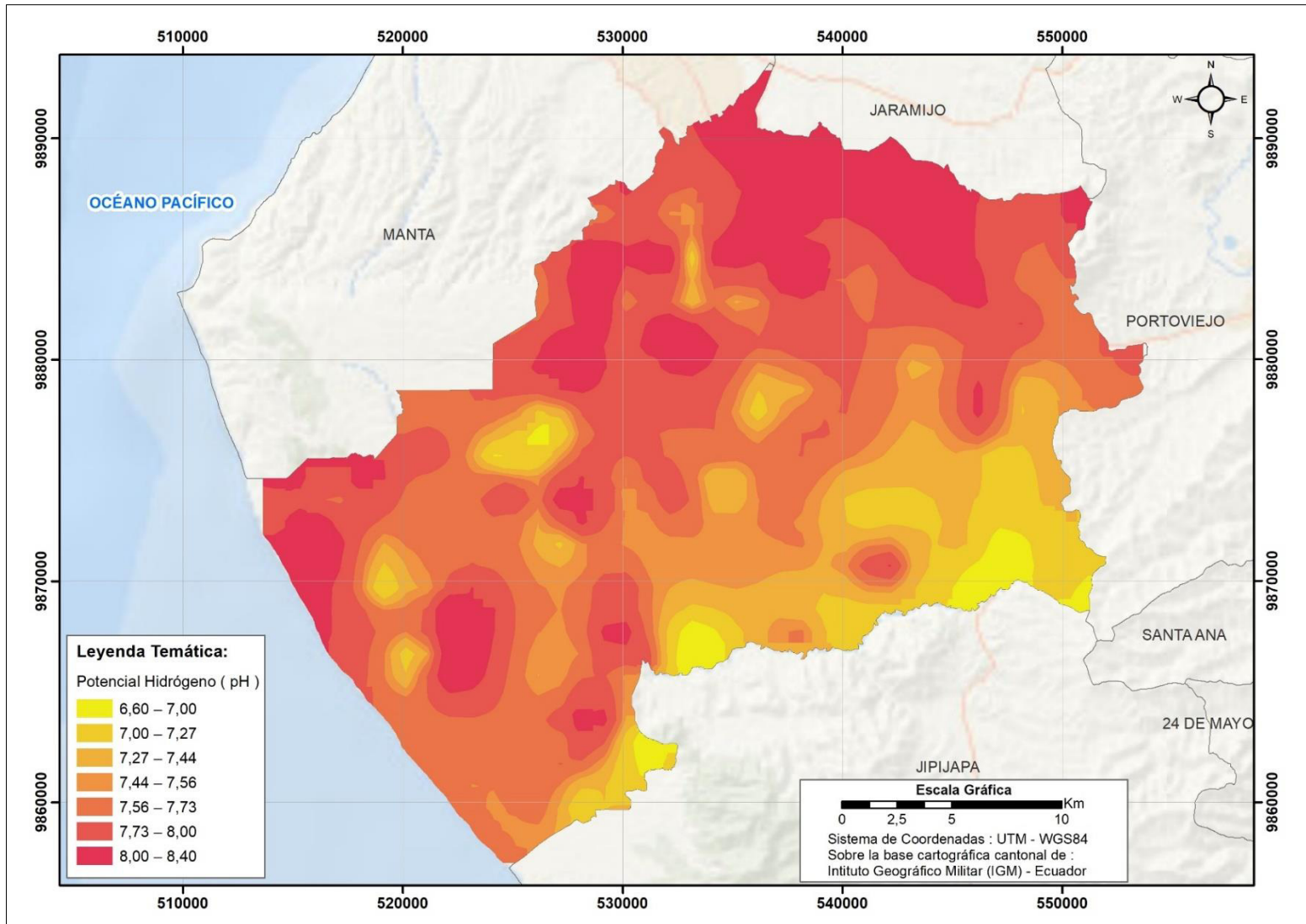


d) 10 Puntos específicos identificados, en el modelo de predicción de CE por LSC

**Figura 45** Identificación de fenómenos de contaminación puntual

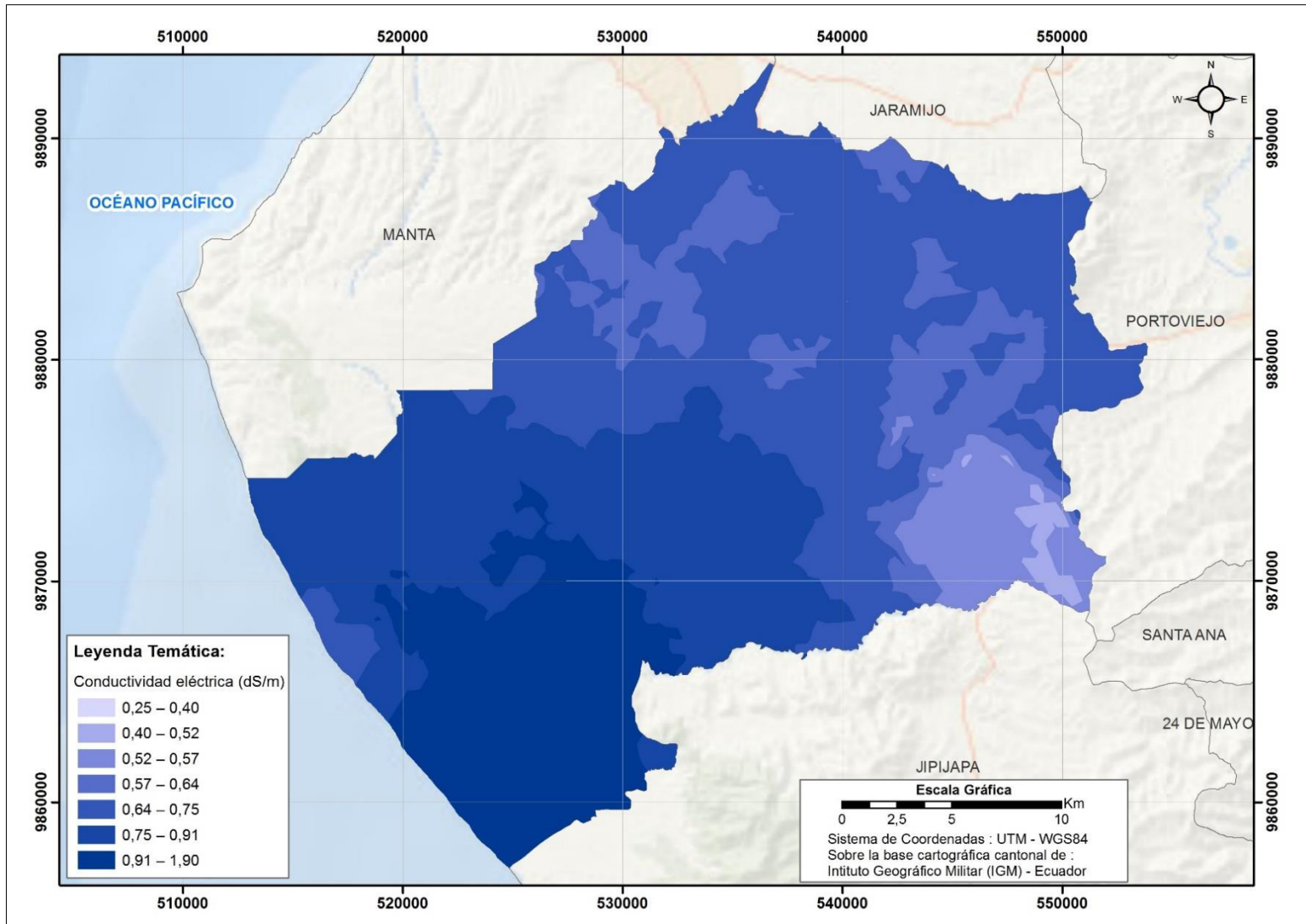


**Figura 46** Mapa del modelo de predicción de pH, sin contaminación puntual – aplicando técnicas geoestadísticas

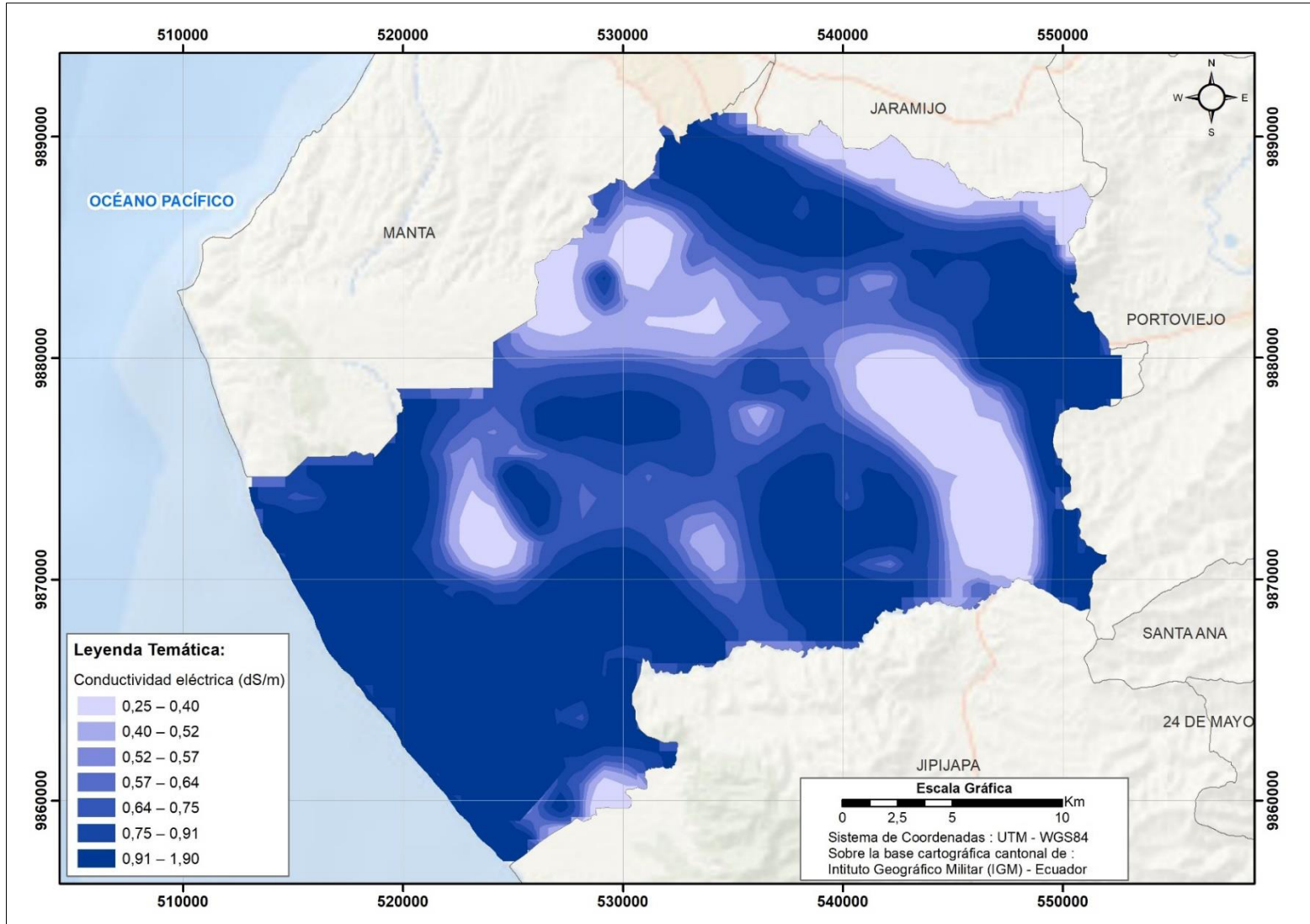


**Figura 47** Mapa del modelo de predicción de pH, sin contaminación puntual – aplicando LSC





**Figura 48** Mapa del modelo de predicción de CE, sin contaminación puntual – aplicando técnicas geoestadísticas



**Figura 49** Mapa del modelo de predicción de CE, sin contaminación puntual – aplicando LSC

## 4.2 Discusión de los resultados

De los resultados obtenidos en esta investigación, se puede deducir, que tanto las técnicas geoestadísticas como los mínimos cuadrados colocación (LSC) son metodologías de predicción espacial, que permiten describir la continuidad espacial de cualquier fenómeno natural y que la precisión de sus modelos depende básicamente de la cantidad y variabilidad de datos.

En los modelos de predicción resultantes, se evidenció la presencia de fenómenos de contaminación puntual, estos desempeñan un rol importante y significativo no solo en la continuidad espacial del modelo, sino también en la isotropía del mismo. Cabe mencionar que ante esta novedad el autor identificó (ver figura 45) y eliminó la mayor cantidad de contaminación puntual, a través del uso de cartografía. Sin embargo los motivos de dicha contaminación puntual pudieron ser por:

- Actividad artesanal (elaboración de ladrillos, ebanistería, artesanías en barro y el tradicional sombrero paja toquilla) o aplicación de químicos en procesos de fumigación.
- Falta de técnicas de muestreo en el estudio geopedológico 1:25.000 por parte del Instituto Espacial Ecuatoriano (IEE).
- Incertidumbre en la manipulación de datos de campo y laboratorio por parte del Instituto Espacial Ecuatoriano (IEE).
- Zona de estudio demasiado amplia en relación al número de muestras obtenidas

En particular la única limitación que se presentó en la metodología de LSC; fue el ajuste del modelo matemático seleccionado de cada variable. Se tuvieron que realizar varios modelos matemáticos (ver tabla 6 a la 15) y a la vez ir analizando los resultados de los mismos, con el fin de seleccionar el que mejor se ajuste al gráfico de la función, a pesar de ello se deduce que la variabilidad de los datos, impidió llegar a los modelos a un mejor ajuste de sus coeficientes.

En concordancia con Luna (2012), a menudo se registra que el modelo teórico de semivariograma que mejor se ajusta para pH, es el esférico. Por otro lado el coeficiente

de variación de aproximadamente el 5% que presento el modelo de predicción de pH por técnicas geoestadísticas, también coincidió con el reportado por Luna (2012). De acuerdo con el criterio de Cortés et al (2013), la variabilidad de la CE puede ser natural, debida especialmente al relieve, material parental y condiciones climáticas o inducidas por el manejo de diferentes cultivos (frutas, maíz, hortalizas) y ganadería. Por otra parte no fue posible comparar los resultados de mínimos cuadrados colocación (LSC) con otros estudios, debido a que el mismo no se ha aplicado en parámetros de suelo. Las metodologías de predicción espacial nos enseñan, que el mapeo de ciertos parámetros del suelo, como es el caso del pH y la conductividad eléctrica (CE), permitirían al sector agrícola, establecer la factibilidad, la viabilidad y el buen desarrollo de un producto en un suelo definido.

### 4.3 Comprobación de la hipótesis

#### 4.3.1 Validación de los modelos resultantes de pH y CE

La validación de los modelos resultantes consistió en comparar el valor real (pH o CE) de los 24 puntos de validación, frente al valor predicho por cada metodología aplicada, en los mismos puntos. De esta manera la diferencia del valor real con el predicho se llamará error modelo. La base de resultados que generó el proceso de validación del pH y CE, se muestran en los anexos 8 y 9 respectivamente. En la tabla 35 el resumen estadístico del error modelo de pH y CE.

**Tabla 35**  
**Resumen estadístico del error modelo de pH y CE**

Modelo Predicción	Metodología	Error medio cuadrático (RMS)	Media	Desviación estándar
pH	Técnicas geoestadísticas	0,4066	0,3382	0,2307
pH	LSC	0,4274	0,3483	0,2374
CE	Técnicas geoestadísticas	0,4553	0,2781	0,3671
CE	LSC	0,4543	0,2612	0,3532

Al comparar el error medio cuadrático, la media y la desviación estándar del error modelo de cada metodología, se demuestra que los modelos que generan un menor grado de incertidumbre son: el de conductividad eléctrica (CE) por LSC y el de pH por técnicas geoestadísticas.

#### 4.3.2 Validación de la hipótesis

La hipótesis que se formuló fue la siguiente:

“La aplicación de un modelo de predicción por mínimos cuadrados colocación (LSC), de los parámetros pH y conductividad eléctrica (CE) de los suelos del cantón Montecristi, genera un menor grado de incertidumbre que un modelo de predicción generado por la interpolación mediante Kriging”. A continuación se aplicó la prueba F (Fisher), para validar la hipótesis

- Planteamiento de la hipótesis nula y alternativa

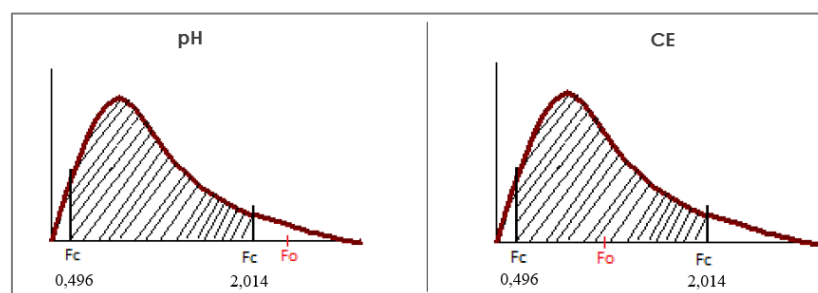
$$\begin{aligned} \text{pH} \\ H_0: \theta^2_{LSC} &= \theta^2_{TG} \\ H_1: \theta^2_{LSC} &\geq \theta^2_{TG} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CE} \\ H_0: \theta^2_{LSC} &= \theta^2_{TG} \\ H_1: \theta^2_{LSC} &\geq \theta^2_{TG} \end{aligned}$$

- Definir el nivel de confianza (95%)

$$\alpha = 0,005$$

- Regla de Decisión



**Figura 50** Regla de decisión de la hipótesis planteada

De esta manera se comparó las varianzas y la hipótesis planteada ( $H_0$ ) se rechaza para la variable de pH y se acepta para la variable de conductividad eléctrica (CE).

## CAPITULO V

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 5.1 CONCLUSIONES

Se recopilaron un total de 130 fichas técnicas de cada perfil del suelo (parámetros físicos y químicos por cada horizonte/capa) a través del Web Map Service (WMS) del Instituto Espacial Ecuatoriano. De toda la base de datos se validaron 102 y 98 puntos de muestreo para pH y conductividad eléctrica (CE) respectivamente, a través de graficas de control y advertencia.

Los modelos de predicción espacial de pH y conductividad eléctrica (CE) obtenidos por técnicas geoestadísticas, se generaron a través del interpolador Kriging Ordinario sobre una malla irregular de 102 y 98 puntos de muestreo para pH y CE respectivamente. La mayor variabilidad presento la CE con un coeficiente de variación del 50,24%, mientras que el pH apenas con un 5,75%.

La aplicación del código de programación, de mínimos cuadrados colocación (LSC) en Matlab R2009a versión 7.8.0, generó una malla regular de 743 puntos predichos, que posteriormente se graficaron en ArcGIS 10.1 mediante la herramienta *Point to Raster*. Es importante mencionar que los modelos de predicción espacial de pH y conductividad eléctrica (CE) obtenidos por LSC, están en formato raster.

La validación de los modelos con puntos externos, demostró que la metodología más competente para la predicción espacial de CE es a través de mínimos cuadrados colocación (LSC), mientras que para pH son las técnicas geoestadísticas. El mapeo de ciertos parámetros del suelo, permitirán establecer la factibilidad, la viabilidad y el buen desarrollo de un cultivo en un suelo definido.

## 5.2 RECOMENDACIONES

Para obtener mejores resultados en la aplicación de mínimos cuadrados colocación (LSC), respecto al ajuste del modelo matemático seleccionado de cada variable, se recomienda poseer un mayor número de puntos de observación en forma de malla regular, los mismos que deben adaptarse de mejor manera al gráfico de la función de cada modelo lineal. Dicho modelo lineal debe presentar buena correlación, buen condicionamiento del sistema y el menor error medio.

Antes de aplicar cualquier metodología de predicción espacial, se recomienda identificar y eliminar la mayor cantidad de fenómenos de contaminación puntual, a través de imágenes satelitales, interpretación visual por ortofotos y el uso de cartografía influyente dentro del área de estudio. Además sería aconsejable visitar el área de estudio para una posible verificación de los datos.

Se aconseja para futuras investigaciones aplicar la metodología de mínimos cuadrados colocación (LSC), en la generación de modelos de predicción para los múltiples parámetros físicos y químicos del componente suelo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Asefa, A. (2010). *Land utilization type. Land suitability evaluation. Agricultural land suitability evaluation for selected rainfed crops using GIS and remote sensing techniques.*
- Barbaro , L., Karlanian, M., & Mata, D. (2014). *Importancia del pH y la conductividad eléctrica (CE) en los sustratos para plantas.* Recuperado el 14 de Febrero de 2017, de [http://inta.gob.ar/sites/default/files/script-tmp-inta\\_-\\_importancia\\_del\\_ph\\_y\\_la\\_conductividad\\_elctrica.pdf](http://inta.gob.ar/sites/default/files/script-tmp-inta_-_importancia_del_ph_y_la_conductividad_elctrica.pdf)
- Báscones, E. (n.d). *Análisis de suelo y consejos de abonado.* Recuperado el 13 de marzo de 2017, de [http://www.larioja.org/laboratorio-regional/es/enlaces-documentos-interes.ficheros/601570-518266\\_inea\\_interpretacion\\_suelos.pdf](http://www.larioja.org/laboratorio-regional/es/enlaces-documentos-interes.ficheros/601570-518266_inea_interpretacion_suelos.pdf).
- Brovelli, M. (2011). *Introduction to Geographic Information Systems, Environment and Land Planning Applications.* Recuperado el 22 de marzo de 2017, de [http://geomatica.como.polimi.it/corsi/geog\\_info\\_system/l2\\_introduction\\_GIS.p](http://geomatica.como.polimi.it/corsi/geog_info_system/l2_introduction_GIS.p)
- Cambardella et al. (1994). *Field- scale variability of soil properties in central lowa soils.* *En Soil Science Society of American Journal* 58 (págs. 1501-1511).
- Carrera, D., & Guevara, P. (2014). *Caracterización físico química desde el punto de vista agrícola de los suelos en la zona de riego del Proyecto Multipropósito Chone.* Recuperado el 22 de Abril de 2017, de [https://www.researchgate.net/publication/277004400\\_CHARACTERIZACION\\_FISICO-QUIMICA\\_DESDE\\_EL\\_PUNTO\\_DE\\_VISTA\\_AGRICOLA\\_DE\\_LOS\\_SUELOS\\_EN\\_LA\\_ZONA\\_DE\\_RIEGO\\_DEL\\_PROYECTO\\_MULTIPROPOSITO\\_CHONE](https://www.researchgate.net/publication/277004400_CHARACTERIZACION_FISICO-QUIMICA_DESDE_EL_PUNTO_DE_VISTA_AGRICOLA_DE_LOS_SUELOS_EN_LA_ZONA_DE_RIEGO_DEL_PROYECTO_MULTIPROPOSITO_CHONE)
- CEA. (2010). *Tipos de SIG.* Recuperado el 17 de mayo de 2017, de [http://sig.cea.es/tipos\\_SIG](http://sig.cea.es/tipos_SIG)



- Clay, D., Kitchen, N., Carlson, C., Kleinjan, J., & Chang, H. (2007). *Using historical management to reduce soil sampling errors. En GIS Application in Agriculture* (págs. 49-64).
- CONAGE. (2010). *Glosario de términos - CONAGE*. Recuperado el 24 de mayo de 2017, de [http://app.sni.gob.ec/snmlink/sni/Portal%20SNI%202014/GEOGRAFICA/Conage/Documento s/Documentos\\_revision/Glosario\\_terminos\\_conage.pdf](http://app.sni.gob.ec/snmlink/sni/Portal%20SNI%202014/GEOGRAFICA/Conage/Documento s/Documentos_revision/Glosario_terminos_conage.pdf)
- Cortés, D., Perez, J., & Camacho, J. (2013). *Relacion espacial entre la conductividad eléctrica y algunas propiedades químicas del suelo*. Recuperado el 24 de marzo de 2017, de <http://www.scielo.org.co/pdf/rudca/v16n2/v16n2a14.pdf>
- Drewes, H. (2014). *Sistemas de Referencia. Quito. Insituto Geográfico Militar*.
- Echeverria, A., & Tierra, A. (2010). *Generación de un modelo de ondulaciones geoidales del Ecuador continental a partir de datos dispersos mediante mínimos cuadrados colocación (LSC)*. *Revista Geoespacial*, 52-60.
- Franco, A. (2004). Recuperado el 29 de abril de 2017, de [http://www.elgps.com/documentos/utm/coordenadas\\_utm.html](http://www.elgps.com/documentos/utm/coordenadas_utm.html)
- Furones, A. (2007). *Determinacion del modelo de geoide gravimétrico de alta precision y resolucion de la comunidad valenciana*. Obtenido de Universidad Politecnica de Valencia e Instituto Geografico Valenciano.
- GADM-Montecristi. (2014). *Actualización del plan de desarrollo y ordenamiento territorial del cantón Montecristi*. Recuperado el 29 de abril de 2017, de [http://app.sni.gob.ec/snmlink/sni/PORTAL\\_SNI/data\\_sigad\\_plus/sigadplusdiagnostico/Volumen%20I%20Diagnostico%20Montecristi\\_14-11-2014.pdf](http://app.sni.gob.ec/snmlink/sni/PORTAL_SNI/data_sigad_plus/sigadplusdiagnostico/Volumen%20I%20Diagnostico%20Montecristi_14-11-2014.pdf)

- Gallardo, A. (2006). *Geoestadística. Ecosistemas* (Revista científica y técnica de ecología y medio ambiente).
- Gomez, J., & Parra, E. (2012). *Generación de un modelo de predicción de ruido aplicando técnicas geoestadísticas en las parroquias de San Rafael y Sangolquí del canton Rumiñahui*. Recuperado el 03 de abril de 2017, de <https://repositorio.espe.edu.ec/bitstream/21000/5596/1/T-ESPE-033688.pdf>
- Guardiola, A., Pardo, I., & Giménez, F. (2017). *Metodos geoestadísticos para la elaboracion de mapas de probabilidad de riesgo hidrogeotóxico(HGT) por altas concentraciones de As en las aguas subterráneas. Aplicacion a la distribucion de HGT en la provincia de Ávila(España)*. <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/79500/6798-25075-1-PB.pdf?sequence=1>. Recuperado el 01 de junio de 2017, de <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/79500/6798-25075-1-PB.pdf?sequence=1>
- Gutierrez, F. (2015). Recuperado el 08 de mayo de 2017, de <http://suelossalimos.blogspot.com/>
- Ibañez, J. (2005). Recuperado el 15 de abril de 2017, de <http://www.madrimasd.org/blogs/universo/2008/01/04/81822>
- IGAC. (2016). Recuperado el 16 de mayo de 2017, de [http://geoservice.igac.gov.co/contenidos\\_telecentro/fundamentos\\_sig/cursos/sem\\_2/uni2/index.php?id=24](http://geoservice.igac.gov.co/contenidos_telecentro/fundamentos_sig/cursos/sem_2/uni2/index.php?id=24)
- IGM. (2011). *Infraestructura de Datos Espaciales*. Recuperado el 30 de mayo de 2017, de [www.geoportaligm.gob.ec/portal/?wpfb\\_dl=32](http://www.geoportaligm.gob.ec/portal/?wpfb_dl=32)

- INEA. (2017). *Análisis Agrícola*. Recuperado el 01 de junio de 2017, de [http://www.inea.org/index.php?option=com\\_content&view=article&id=67&Itemid=153#arriba](http://www.inea.org/index.php?option=com_content&view=article&id=67&Itemid=153#arriba)
- Instituto Espacial Ecuatoriano. (2017). *Visor de mapas IEE*. Recuperado el 29 de abril de 2017, de <http://www.ideportal.iee.gob.ec/visorIEE/composer/>
- Jaramillo, D. (2003). *La variabilidad de las propiedades del suelo y su efecto sobre el manejo de la fertilidad. Curso practico sobre interpretacion de análisis de suelos*.
- Kravchenko, A. (2003). *Influence of spatial structure on accuracy of interpolation*. En *Soil Science Society of America Journal* 67 (págs. 1564-1571).
- Leiva, C. (2014). *Determinacion de modelos de prediccion espacial de la variable ondulación geoidal, para la zona urbana de cantón Quito y la zona rural del cantón Guayaquil*. Obtenido de <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/8703>
- Lima, P. (2005). *Determinacion del modelo matematico para obtener las ondulaciones geoidales en un area del Distrito Metroplitano de Quito*.
- Linares, F., Rojas, G., & Roldán, G. (2006). *Manual de técnicas de análisis de suelos aplicadas a la remediación*. Obtenido de <http://www.inecc.gob.mx/descargas/publicaciones/509.pdf>
- Lopez, R., Torres, A., Camberato, D., & Mickelbart, M. (2010). *Medición de pH y Conductividad Eléctrica en Sustratos*. Obtenido de <https://www.extension.purdue.edu/extmedia/HO/HO-237-SW.pdf>
- Luna, M. (2012). *Análisis y aplicación de técnicas geoestadísticas para la clasificación agrologica de suelos de la hacienda el Prado IASA-ESPE*. Obtenido de <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/7882>

- Lus, J. (2015). Obtenido de <http://nuevo.todoagro.com.ar/noticias/nota.asp?nid=30887>
- Machado, G. (n.d). *Medida de la conductividad eléctrica aparente del suelo por inducción electromagnética y variabilidad espacial de propiedades físicas y químicas del suelo*.  
Obtenido de  
[https://books.google.com.ec/books?id=oAbR9\\_kHGnsC&pg=PA20&lpg=PA20&dq=La+conductividad+el%C3%A9ctrica+en+el+suelo+se+encuentra+influida+por+diversos+factores+como+la+porosidad,+concentraci%C3%B3n+de+electrolitos+disueltos,+textura,+materia+org%C3%A1nica+y](https://books.google.com.ec/books?id=oAbR9_kHGnsC&pg=PA20&lpg=PA20&dq=La+conductividad+el%C3%A9ctrica+en+el+suelo+se+encuentra+influida+por+diversos+factores+como+la+porosidad,+concentraci%C3%B3n+de+electrolitos+disueltos,+textura,+materia+org%C3%A1nica+y)
- MAE. (2015). *Acuerdo 061 (Reforma del Libro VI del Texto Unificado de Legislación Secundaria)*. Quito: Editorial Nacional.
- Martínez, A., & Morillo, A. (2015). *Modelo piloto de predicción espacial del desplazamiento horizontal en estaciones de monitoreo continuo mediante técnicas geoestadísticas*. Obtenido de <http://repositorio.espe.edu.ec/handle/21000/10757>
- Moreno, A. (2008). *Sistema y análisis de la información geográfica*. Obtenido de Alfaomega
- Moritz, H. (1980). *Advanced Physical Geodesy*, Herbert Wichman Verlag.
- Olaya, V. (2011). *Sistemas de Información Geográfica*. Obtenido de  
[ftp://ftp.ehu.es/cidira/profs/iipbaiza/Libro\\_SIG.pdf](ftp://ftp.ehu.es/cidira/profs/iipbaiza/Libro_SIG.pdf)
- Oliver, M. (2010). *Geostatistics applications for precision agriculture*. Springer Science+Business Media BV.
- ONU. (2015). *Objetivos de desarrollo sustentable*. Obtenido de  
<http://www.un.org/sustainabledevelopment/es/>
- Padilla, W. (2007). *Fertilización de suelos y nutrición vegetal*.

- Peña, C. (2011). *Levantamiento y cartografía de suelo*. Obtenido de <http://webdelprofesor.ula>.
- Pierdant, A., & Rodríguez, J. (2009). *Control estadístico de la calidad de un servicio mediante graficas X y R*. Scielo, <http://www.scielo.org.mx/pdf/polcul/n32/n32a9.pdf>. Obtenido de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0188-77422009000200009](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0188-77422009000200009)
- Romero, C. (2008). *Fertilidad natural*. Obtenido de <http://www.crc.gov.co>.
- Ron, N., & Chávez, F. (2012). *Diseño de una infraestructura de datos espaciales de tipo biótico para los planes ecorregionales: pacifico ecuatorial y cordillera real oriental the nature conservancy-Ecuador bajo políticas nacionales de geoinformación*. Obtenido de <http://repositorio.espe.edu.ec/bitstream/21000/5433/1/T-ESPE-033350.pdf>
- SEMARNAT. (2001). *Norma Oficial Mexicana NOM-021-REC-NAT-2000*. Obtenido de [http://dof.gob.mx/nota\\_detalle.php?codigo=717582&fecha=31/12/2002](http://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=717582&fecha=31/12/2002)
- SENPLADES. (2009). *Infraestructura de datos espaciales (IDE)*. Obtenido de [http://app.sni.gob.ec/snmlink/sni/%23recycle/RESPALDOS/RESAPALDOS%20DISCO%20EX/RESPALDOS%20COMPA%C3%91EROS/respaldo%20FVALDEZ/marco%20normativo%20informacion%20geografica/5.-INFRAESTRUCTURA\\_DE\\_DATOS\\_ESPACIAL.pdf](http://app.sni.gob.ec/snmlink/sni/%23recycle/RESPALDOS/RESAPALDOS%20DISCO%20EX/RESPALDOS%20COMPA%C3%91EROS/respaldo%20FVALDEZ/marco%20normativo%20informacion%20geografica/5.-INFRAESTRUCTURA_DE_DATOS_ESPACIAL.pdf)
- Sevilla, M. (1987). *Colocacion Minimos Cuadrados*. En M. Sevilla. Madrid. Obtenido de [digital.csic.es/bitstream/10261/25170/1/N157\\_1987.pdf](http://digital.csic.es/bitstream/10261/25170/1/N157_1987.pdf)
- Solís, M. (2011). *Levantamiento edafológico y agrológico con fines de planificación agropecuaria de la hacienda Bernabé Pedro Vicente Maldonado Ecuador*. Obtenido de <http://repositorio.espe.edu.ec/handle/21000/3274>

- Valverde, O. (2013). *Utilización de un SIG en la evaluación de tierras para la elección y caracterización de áreas aptas para el cultivo de maíz (Zea mays L.) en el cantón Montecristi (Ecuador)*. Obtenido de <http://repositorio.educacionsuperior.gob.ec/handle/28000/1612>
- Villaroel, J. (1988). *AGRUCO Manual práctico para la interpretación de análisis de suelos en laboratorio*. Obtenido de <http://www.agruco.org/agruco/publicaciones/series-taccnicas/213-manual-praictico-para-la-interpretaciasn-de-anailisis-de-suelos-en-laboratorio->
- Volke, T., Velasco, J., & Pérez, R. (2005). *Suelos contaminados por metales y metaloides*. México D.F.