



ESPE

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

TRABAJO DE TITULACIÓN, PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO EN ELECTRÓNICA E INSTRUMENTACIÓN

*Modalidad Artículo
Académico*

Algebra Lineal Aplicada al Control Cinemático de Manipuladores Móviles

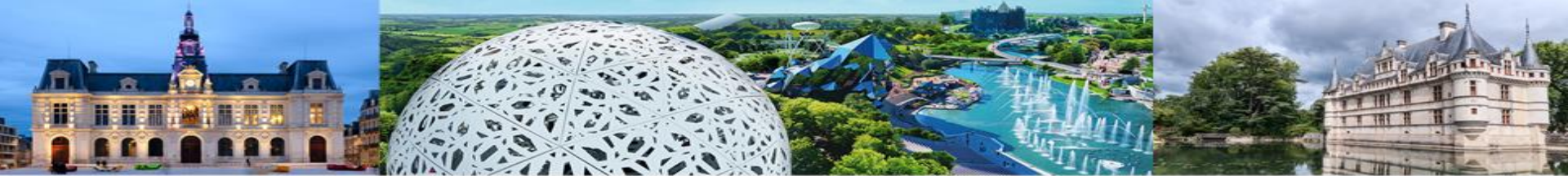
Autores:

- Edison Sásig
- William Chicaiza

Directora:

- Mg. Paola Velasco





7th IFToMM International Workshop on

Computational Kinematics (CK2017)

Futuroscope-Poitiers, France, May 22-24, 2017



Mechanisms and Machine Science 50

Saïd Zegloul
Lotfi Romdhane
Med Amine Laribi *Editors*

Computational Kinematics

Proceedings of the 7th International Workshop on Computational Kinematics that was held at Futuroscope-Poitiers, France, in May 2017



Control Based on Linear Algebra for Mobile Manipulators

Computational Kinematics pp 79-86 | Cite as

- Victor H. Andaluz (1) Email author (vhandaluz1@espe.edu.ec)
- Edison R. Sásig (1)
- William D. Chicaiza (1)
- Paola M. Velasco (1)

1. Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, Sangolquí, Ecuador

Conference paper

First Online: 05 July 2017

- [1 Readers](#)
- [119 Downloads](#)

Part of the [Mechanisms and Machine Science](#) book series (Mechan. Machine Science, volume 50)

- DOI (Digital Object Identifier) https://doi.org/10.1007/978-3-319-60867-9_10
- Publisher Name Springer, Cham



Scopus®



ESPE

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

Conference Date: September 25th – 28th, 2017

Come and Join us at iCatse International Conference on IT Convergence and Security

Lecture Notes in Electrical Engineering 449

Kuinam J. Kim
Hyuncheol Kim
Nakhoon Baek
Editors

**IT Convergence
and Security
2017**

Volume 1

 Springer

 Springer Link

Linear Algebra Applied to Kinematic Control of Mobile Manipulators

International Conference on Information Theoretic Security

ICITS 2017: IT Convergence and Security 2017 pp 297-306 | Cite as

- Víctor H. Andaluz (1) Email author (vhandaluz1@espe.edu.ec)
- Edison R. Sásig (1)
- William D. Chicaiza (1)
- Paola M. Velasco (1)

1 Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, Sangolquí, Ecuador

Conference paper

First Online: 31 August 2017

- 1 Readers
- 75 Downloads

Part of the Lecture Notes in Electrical Engineering book series (LNEE, volume 449)

- DOI (Digital Object Identifier) https://doi.org/10.1007/978-981-10-6451-7_35
- Publisher Name Springer, Singapore

 Springer

Scopus®



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

Contenido

- Introducción
- Objetivos
- Modelación cinemática y diseño del controlador
- Resultados Experimentales
- Conclusiones

Objetivo General

- Diseñar un algoritmo de control para seguimiento de trayectorias basado en la teoría del álgebra lineal aplicado a robots manipuladores móviles



Objetivos Específicos

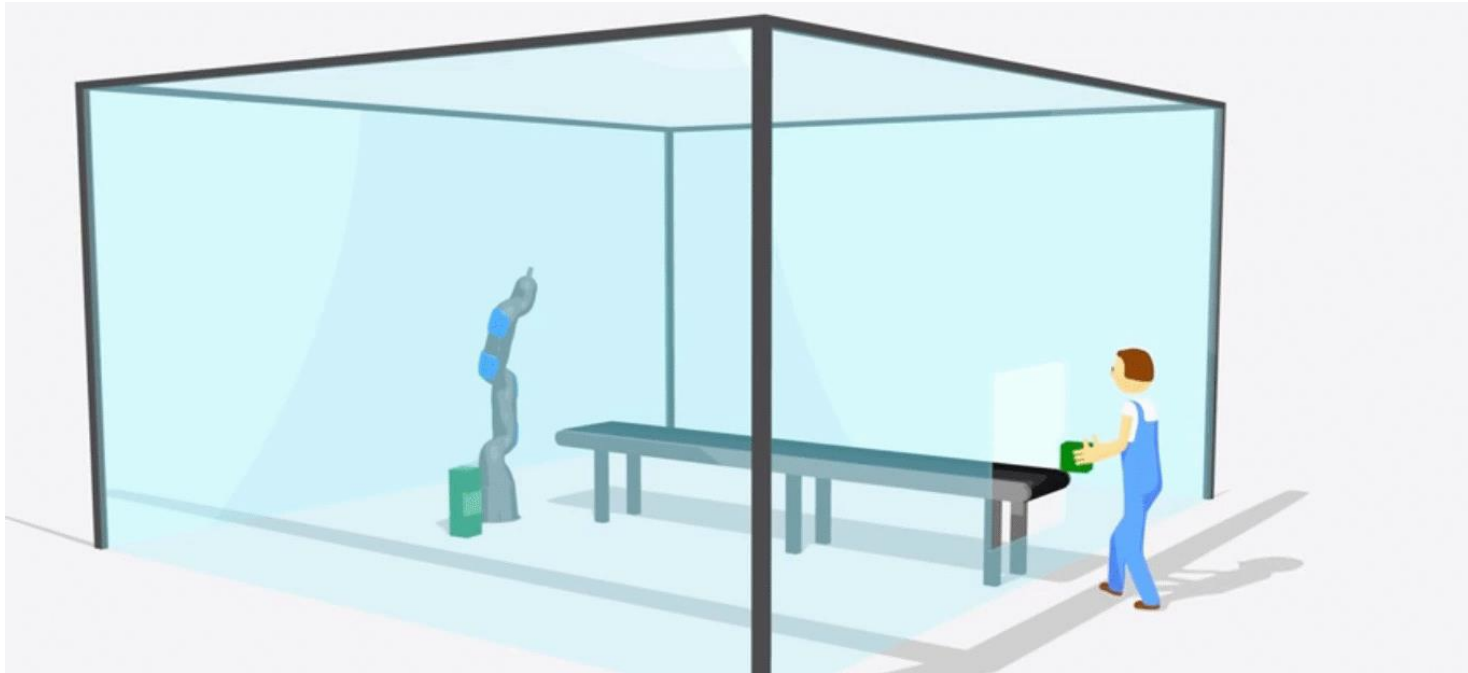
- Proponer una ley de control para un robot manipulador móvil basada en la teoría de álgebra lineal a fin de seguir de forma autónoma trayectorias preestablecidas.
- Determinar la redundancia del robot manipulador móvil para establecer la manipulabilidad del robot y evasión de obstáculos fijos.
- Analizar la estabilidad del esquema de control propuesto a fin de verificar que los errores de control tiendan a cero.
- Evaluar experimentalmente el comportamiento del esquema de control propuesto sobre un robot manipulador móvil.



Introducción

La plataforma móvil extiende el espacio de trabajo del brazo robótico

Locomoción y Manipulación



Introducción

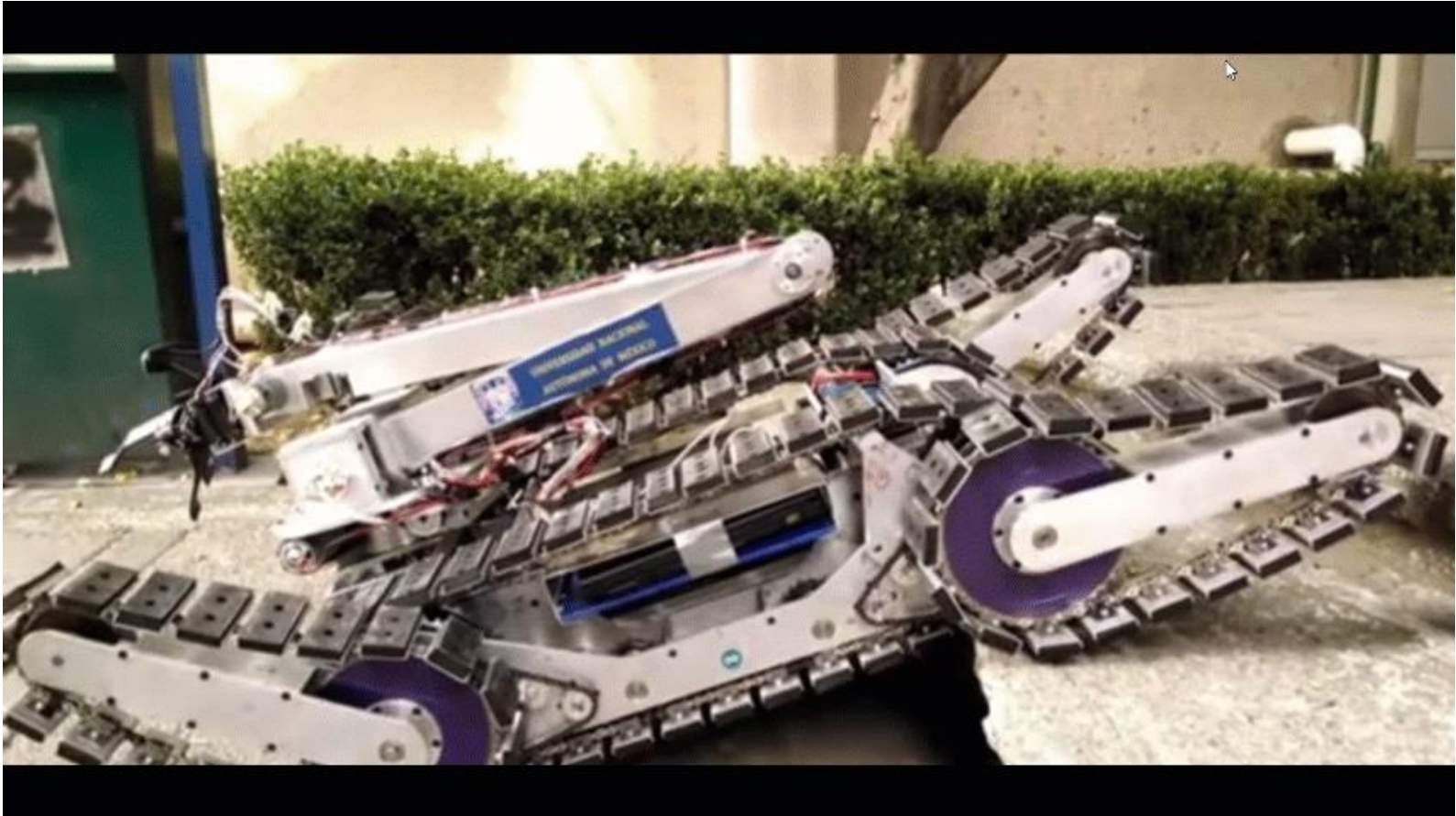


Gigantic Plastic Pipes Milled with KUKA Robots in the UK



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

Introducción



Introducción



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

Introducción



Introducción

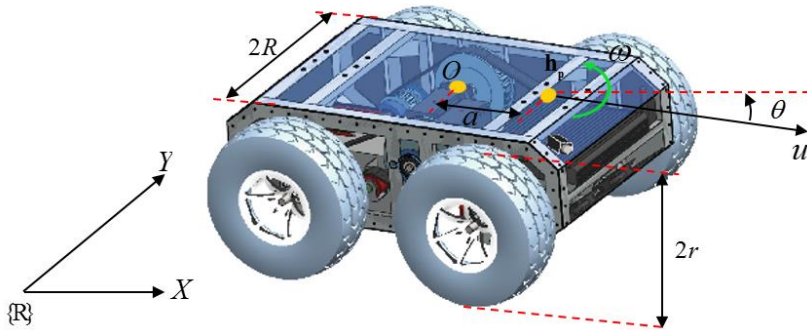
El control basado en el álgebra lineal es una técnica innovadora cuyas características son:

- No necesita de hardware de procesamiento alto
- Utiliza recursos computacionales no sofisticados
- Ahorro de tiempo de procesamiento, computacionalmente mas sencillo
- Permite la adaptación directa a un sistema digital
- No se necesita un alto conocimiento de la teoría de control

Modelación Cinemática y Diseño del Controlador



Modelación Cinemática de la Plataforma Móvil



Donde:

a: distancia desde **O** al punto de control

h: punto de control

u: velocidad lineal

omega: velocidad angular

theta: orientación de la plataforma

Modelo Geométrico

$$\mathbf{h}_p(t) = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ \theta_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_o + a \cos(\theta) \\ y_o + a \sin(\theta) \\ \theta \end{bmatrix}$$

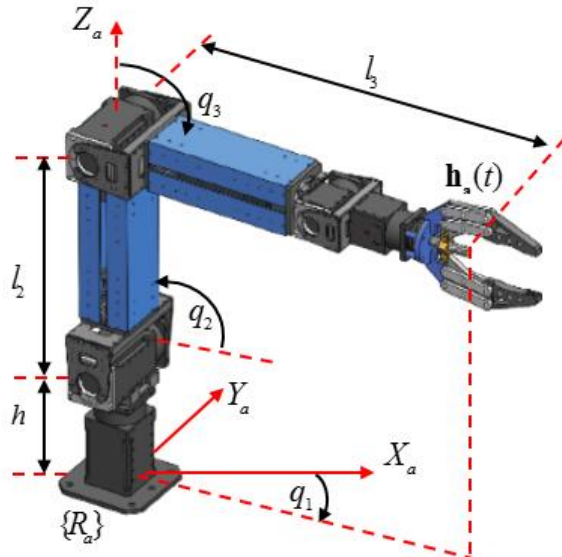


Modelo Cinemático

$$\dot{\mathbf{h}}_p(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -a \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & a \cos(\theta) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}_p(\theta)} \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix} = \mathbf{v}_p(t)$$



Modelación Cinemática del brazo robótico



Modelo Geométrico

Donde:
 h, l_2, l_3 : dimensiones del brazo robótico.
 q_1, q_2, q_3 : ángulos de giro para cada DOF.
 $h_a(t)$: como la posición del punto de interés.



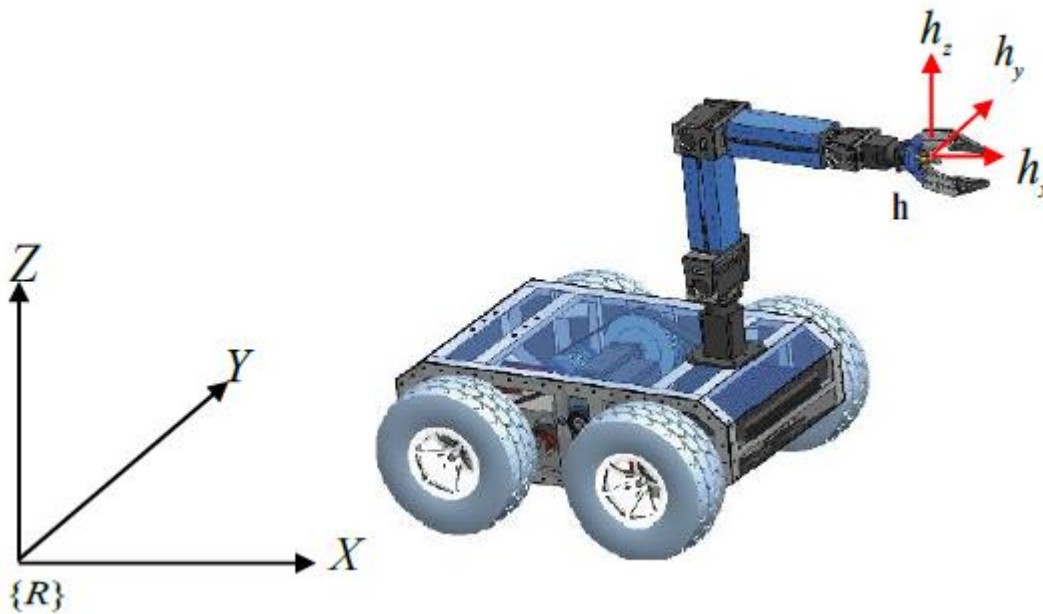
Modelo Cinemático

$$\mathbf{h}_a(t) = \begin{bmatrix} h_{ax} \\ h_{ay} \\ h_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_2 \cos(q_2) \cos(q_1) + l_3 \cos(q_2 + q_3) \cos(q_1) \\ l_2 \cos(q_2) \sin(q_1) + l_3 \cos(q_2 + q_3) \sin(q_1) \\ h + l_2 \sin(q_2) + l_3 \sin(q_2 + q_3) \end{bmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{h}}_a(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} -l_2 C_2 S_1 - l_3 C_{23} S_1 & -l_2 C_1 S_2 - l_3 S_{23} C_1 & -l_3 S_{23} C_1 \\ l_2 C_1 C_2 + l_3 C_{23} C_1 & -l_3 S_{23} S_1 - l_2 S_1 S_2 & -l_3 S_{23} S_1 \\ 0 & l_3 C_{23} + l_2 C_2 & l_3 C_{23} \end{bmatrix}}_{S_a(q_a)} \dot{\mathbf{q}}_a(t)$$

Modelación Cinemática del Manipulador Móvil

- El modelo cinemático de un manipulador móvil representa la velocidad del efector final como una función de las velocidades tanto de la configuración del brazo robótico como de la plataforma móvil.



Donde:

h : es la posición del extremo operativo

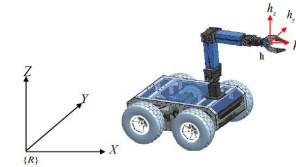
Modelación Cinemática del Manipulador Móvil

Modelo Geométrico



Modelo Cinemático

$$\mathbf{h}(t) = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_o + (a + h_{ax}) \cos(\theta) - h_{ay} \sin(\theta) \\ y_o + (a + h_{ax}) \sin(\theta) + h_{ay} \cos(\theta) \\ h_{az} \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} \dot{h}_x \\ \dot{h}_y \\ \dot{h}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\theta & -(a+h_{ax})S_\theta - h_{ay}C_\theta & (-l_2C_2S_1 - l_3C_{23}S_1)C_\theta - \dots & (-l_2C_1S_2 - l_3S_{23}C_1)C_\theta + \dots & -l_3S_{23}C_1C_\theta + \dots \\ S_\theta & (a+h_{ax})C_\theta - h_{ay}S_\theta & \dots(l_2C_1C_2 + l_3C_{23}C_1)S_\theta & \dots(l_3S_{23}S_1 + l_2S_1S_2)S_\theta & \dots l_3S_{23}S_1S_\theta \\ 0 & 0 & 0 & l_3C_{23} + l_2C_2 & l_3C_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

$\left. \begin{matrix} u \\ \omega \end{matrix} \right\}$ velocidades lineal y angular de la plataforma móvil
 $\left. \begin{matrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{matrix} \right\}$ velocidades angulares de las articulaciones del brazo

$$\dot{\mathbf{h}}(t) = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \mathbf{v}(t)$$

Donde:

$$\dot{\mathbf{h}}(t) = [\dot{h}_1 \quad \dot{h}_2 \quad \dots \quad \dot{h}_m]^T$$

Velocidades del efector final del M.M.

$$\mathbf{v}(t) = [v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_{\delta_n}]^T = [v_p^T \quad v_a^T]^T$$

Velocidades del M.M.

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}}(q_a, q_p)$$

Matriz Jacobiana.

Diseño del Controlador

- Considerando la ecuación diferencial de primer orden

$$\dot{\mathbf{h}}(t) = \mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{v}(t) \quad \mathbf{h}(0) = \mathbf{h}_0 \quad (1)$$

$$h(t) \quad \Rightarrow \quad t = kT_0 \quad \Rightarrow \quad h(k)$$

\downarrow
 $k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

Método de Euler

$$\mathbf{h}(k+1) = \mathbf{h}(k) + T_0 \mathbf{J}(\mathbf{q}(k)) \mathbf{v}(k) \quad (2)$$

$$\mathbf{h}(k+1) = \mathbf{h}_d(k+1) \quad (3)$$

Diseño del Controlador

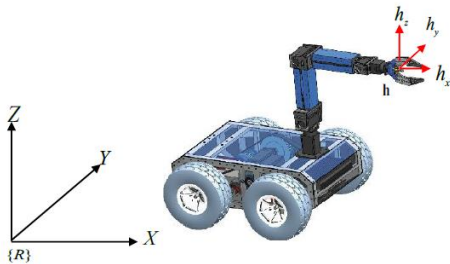
Para que el error de seguimiento tienda a cero

$$\begin{aligned}\mathbf{h}(k+1) &= \mathbf{h}_d(k+1) - \mathbf{W}(e(k)) \\ e(k) &= \mathbf{h}_d(k) - \mathbf{h}(k)\end{aligned}\tag{4}$$

Reemplazando (4) en (2)

$$\underbrace{\mathbf{J}(\mathbf{q}(k))}_{\mathbf{A}} \underbrace{\mathbf{v}(k)}_{\mathbf{u}} = \frac{\mathbf{h}_d(k+1) - \mathbf{W}(\mathbf{h}_d(k) - \mathbf{h}(k)) - \mathbf{h}(k)}{\underbrace{T_0}_{\mathbf{b}}}\tag{5}$$

Diseño del Controlador



Si $m < n$

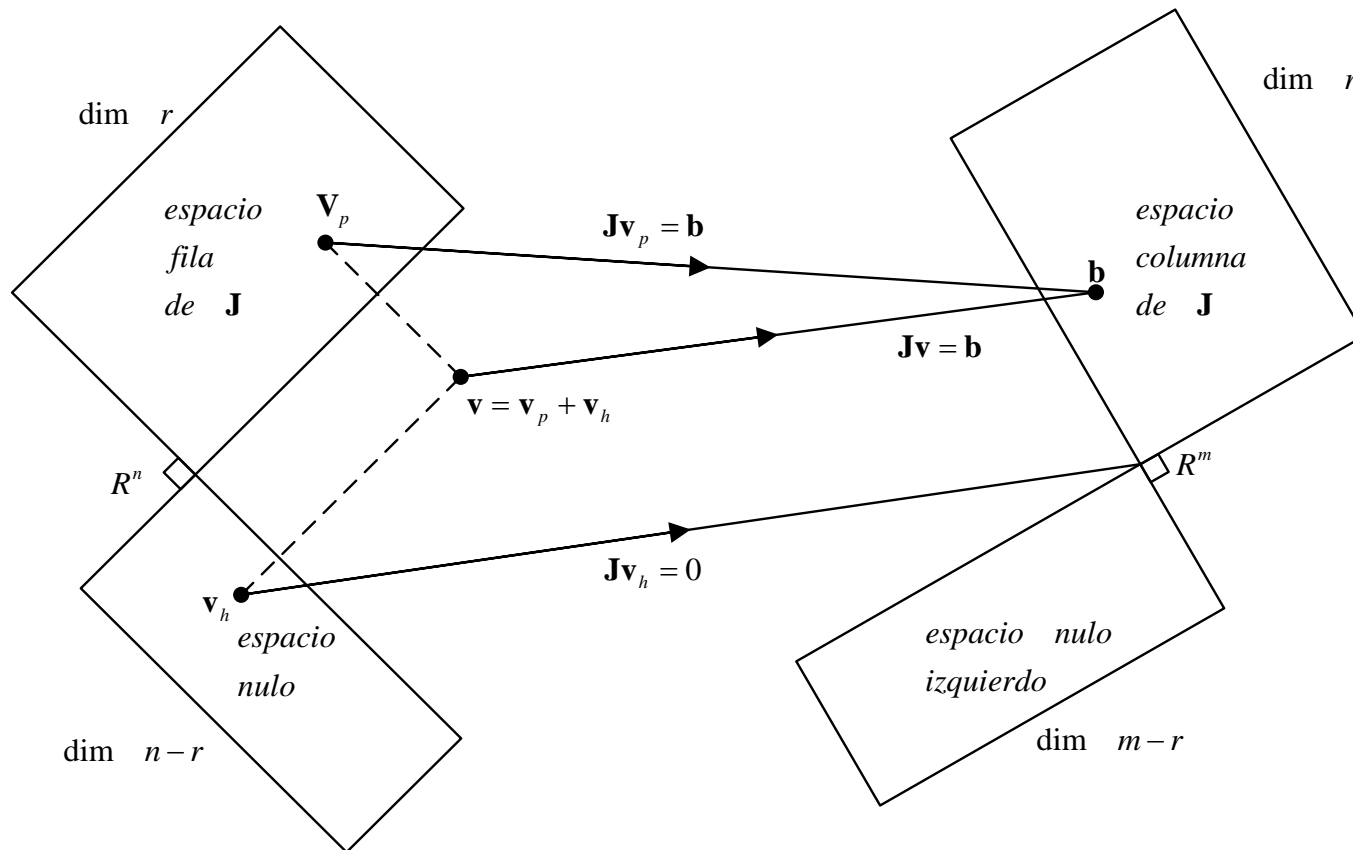
$$\begin{bmatrix} C_\theta & -(a+h_{ax})S_\theta - h_{ay}C_\theta & (-l_2C_2S_1 - l_3C_{23}S_1)C_\theta - \dots & (-l_2C_1S_2 - l_3S_{23}C_1)C_\theta + \dots & -l_3S_{23}C_1C_\theta + \dots \\ & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_\theta & (a+h_{ax})C_\theta - h_{ay}S_\theta & (-l_2C_2S_1 - l_3C_{23}S_1)S_\theta + \dots & (-l_2C_1S_2 - l_3S_{23}C_1)S_\theta + \dots & -l_3S_{23}C_1S_\theta - \dots \\ & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & l_3C_{23} + l_2C_2 & l_3C_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{h}_x \\ \dot{h}_y \\ \dot{h}_z \end{bmatrix} = \mathbf{b}$$

Solución:

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{b}$$

Diseño del Controlador

El sistema es subdeterminado, por lo tanto una solución general existe



Donde:

\mathbf{v}_p Solución particular.

\mathbf{v}_h Solución homogénea.



Diseño del Controlador

$$\mathbf{v}_c = \mathbf{J}^T (\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1} \frac{1}{T_0} \underbrace{\begin{bmatrix} h_{dx}(k+1) - w_1(\tilde{h}_1(k)) - h_1(k) \\ h_{dy}(k+1) - w_2(\tilde{h}_2(k)) - h_2(k) \\ h_{dz}(k+1) - w_3(\tilde{h}_3(k)) - h_3(k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} + \underbrace{\left(\mathbf{I}_n - \mathbf{J}^T (\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{J} \right)}_{\mathbf{v}_h} \mathbf{v}_0$$

$$\mathbf{h}_d(k+1) = [h_{d1} \quad h_{d2} \quad \dots \quad h_{dm}]^T$$

Vector de posición deseada de el efector final en k+1

$$\tilde{\mathbf{h}} = [\tilde{h}_1 \quad \tilde{h}_2 \quad \dots \quad \tilde{h}_m]^T$$

Vector de los errores de control

$$0 < (w_1, w_2, w_3) < 1$$

Ganancias

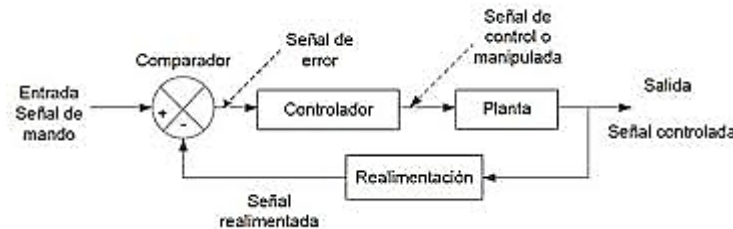
J

Matriz Jacobiana

Análisis de la estabilidad

Se asume $\mathbf{v}_{\text{ref}} = \mathbf{v}$

$$\mathbf{h}(k+1) - \mathbf{h}(k) = T_0 \mathbf{J} \left(\mathbf{J}^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{b} + \left(\mathbf{I}_n - \mathbf{J}^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{J} \right) \mathbf{v}_0 \right)$$



El error en el estado siguiente depende solo del error anterior por una ganancia

$$e_i(k+1) = w_i e_i(k)$$

$$e_i(k+2) = w_i e_i(k+1) = w_i^2 e_i(k)$$

$$e_i(k+3) = w_i e_i(k+2) = w_i^3 e_i(k)$$

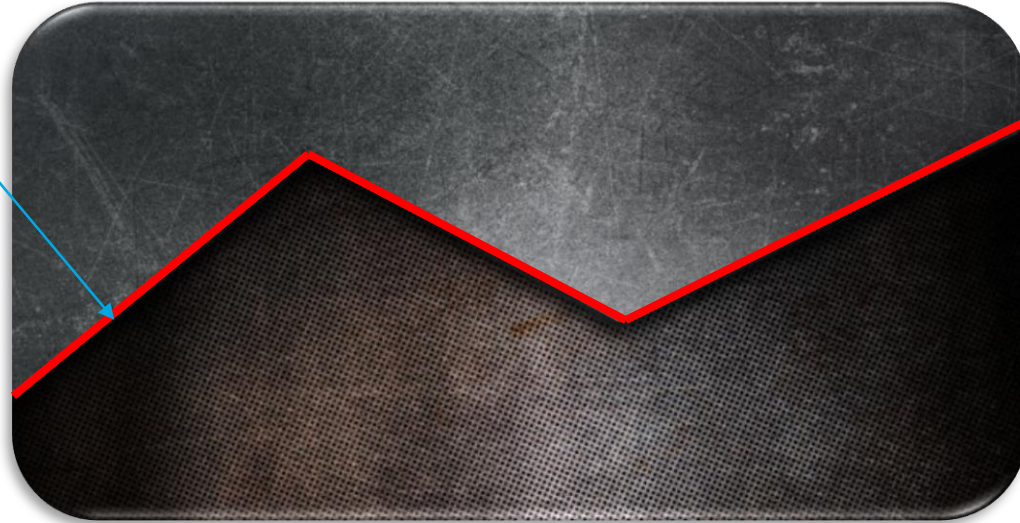
⋮

$$e_i(k+n) = w_i e_i(k+n-1) = w_i^n e_i(k)$$

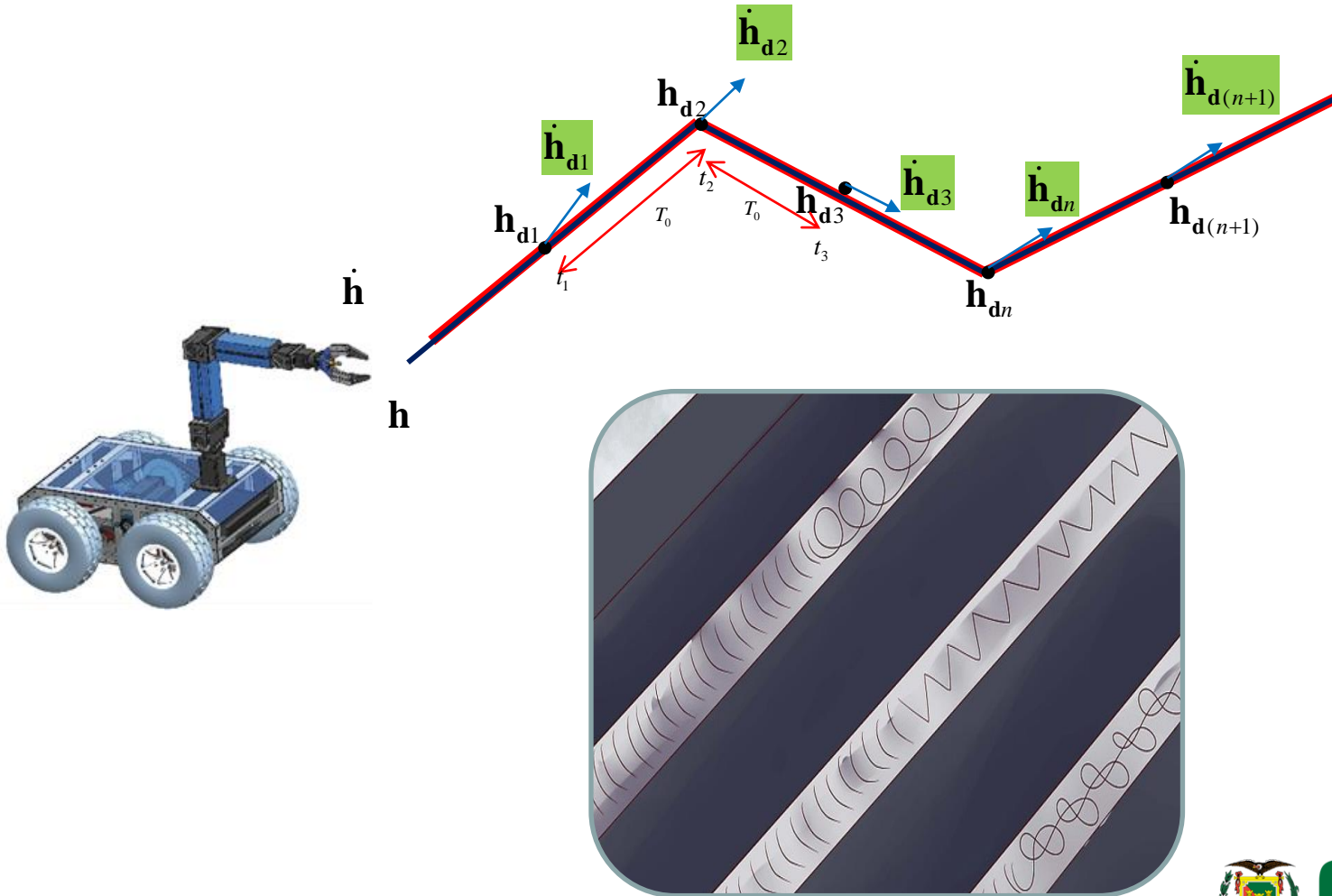
El error se aproxima asintóticamente a cero cuando $0 < w_i < 1$ y $n \rightarrow \infty$

Tarea Principal

Perfil de la trayectoria a seguir



Tarea Principal

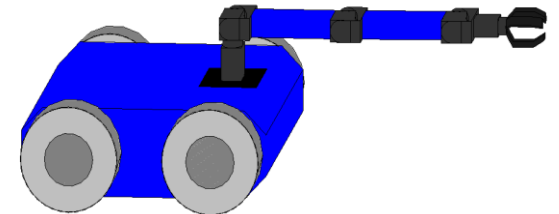
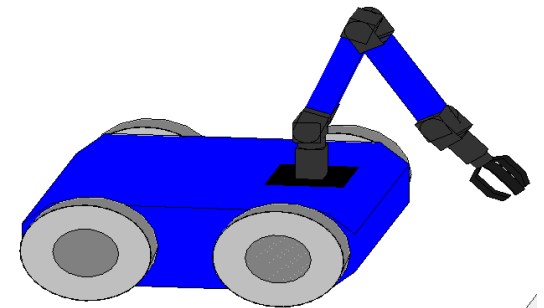
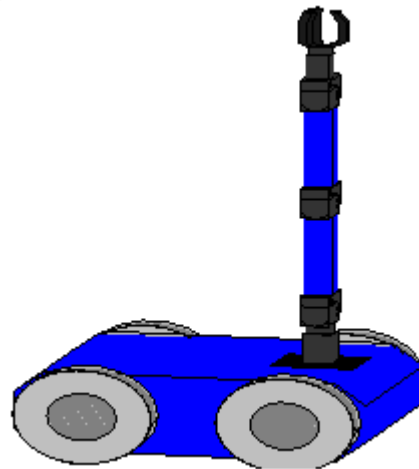
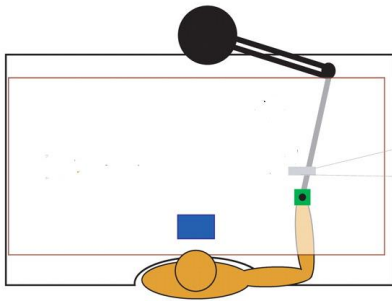
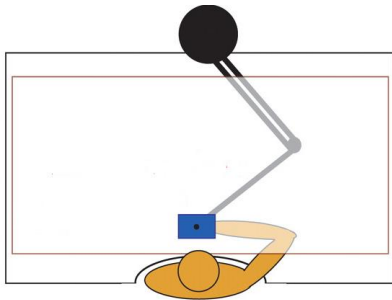


Tarea Secundaria

Manipulabilidad

Habilidad de un manipulador para cambiar arbitrariamente la posición y orientación del efector final.

$$w = \sqrt{\det(\mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{J}^T(\mathbf{q}))}$$



Tarea Secundaria

[Videos\Diapositivas\DosSoluciones.mp4](#)

Tarea Secundaria

Evasión de obstáculos

La velocidad de la plataforma móvil se verá afectada por una fuerza de repulsión ficticia.



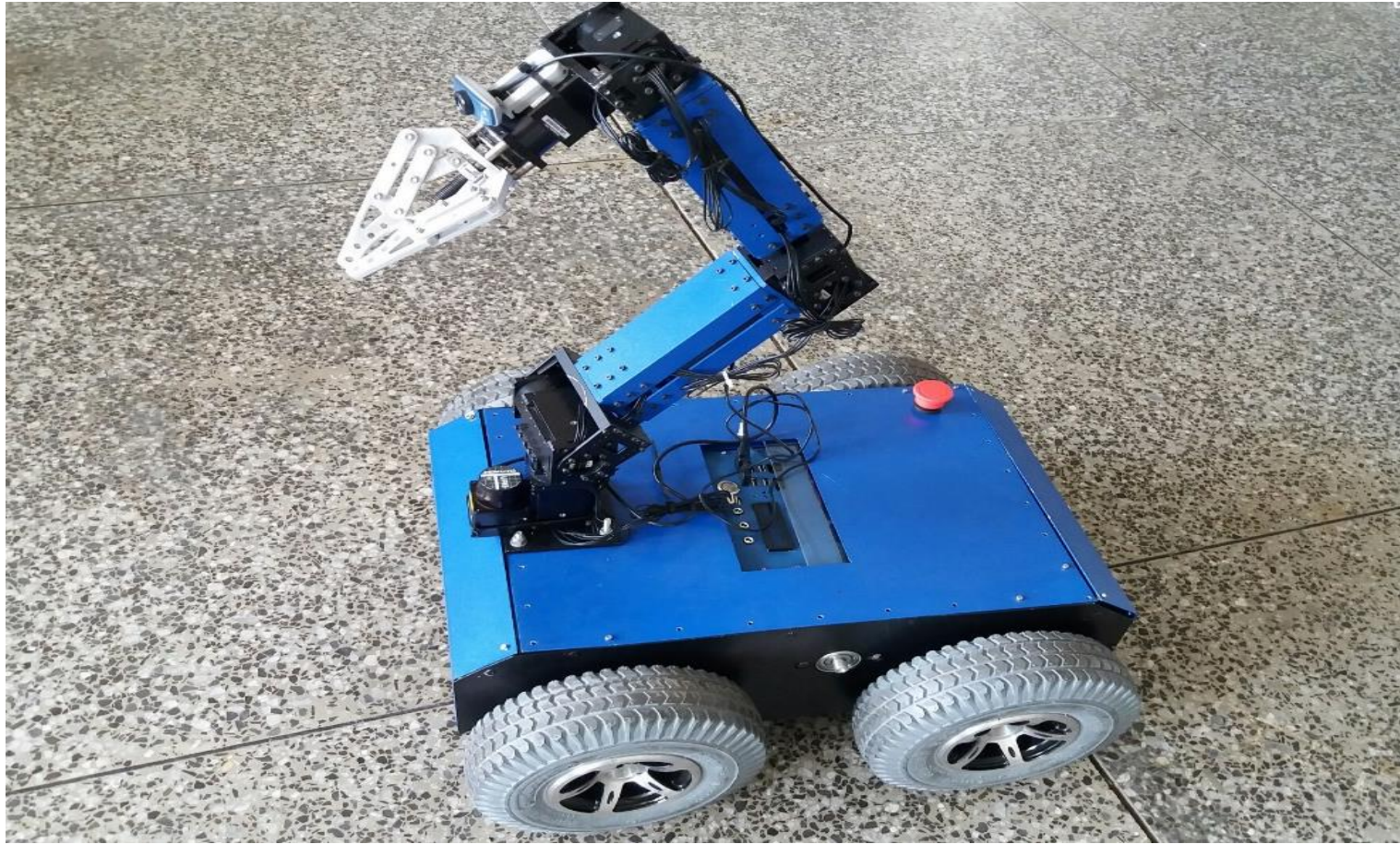
$$\omega_{obs} = k_{\omega obs} (r - d) \text{sign}(\alpha) [\pi/2 - |\alpha|]$$

$$u_{obs} = k_{u obs} (r - d) [\pi/2 - |\alpha|]$$

Tarea Secundaria

[Videos\Diapositivas\Evasion.mp4](#)

Resultados experimentales



Resultados experimentales

[Videos\Diapositivas\trayectoria.mp4](#)

Resultados experimentales

[Videos\Diapositivas\Prueba experimental seno.mp4](#)

Conclusiones

- El desarrollo del algoritmo basado en álgebra lineal no necesita gran conocimiento de teoría de control, en general se usan conceptos básicos de matemática y métodos numéricos.
- Dada la solución particular, si el sistema entra en singularidad, el manipulador móvil trabaja en una configuración no deseada, por lo que el controlador diseñado provoca acciones de control elevadas para los actuadores.
- Al tomar en cuenta la solución homogénea, el algoritmo de control diseñado evita que en ningún instante de tiempo el manipulador móvil trabaje en configuraciones no deseadas, con lo cual puede seguir cualquier perfil deseado con una configuración interna del brazo robótico.

Conclusiones

- Como el sistema es redundante el algoritmo desarrollado tiene la capacidad de seguir trayectorias óptimas libres de colisión, es decir reaccionar ante la presencia de objetos estáticos en el perfil deseado.
- Al variar las ganancias del controlador, la evolución del error de seguimiento tiene una respuesta rápida con valores cercanos a 0 y con valores cercanos a 1 la evolución del error de seguimiento tiene una respuesta lenta.



ESPE

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

TRABAJO DE TITULACIÓN, PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO EN ELECTRÓNICA E INSTRUMENTACIÓN

*Modalidad Artículo
Académico*

Algebra Lineal Aplicada al Control Cinemático de Manipuladores Móviles

Autores:

- Edison Sásig
- William Chicaiza

Directora:

- Mg. Paola Velasco

