



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y
MECÁNICA**

CARRERA DE INGENIERÍA EN MECATRÓNICA

**TRABAJO DE TITULACIÓN, PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL
TÍTULO DE INGENIERO EN MECATRÓNICA**

**TEMA: MODELADO Y CONTROL DE UN SCARA UTILIZANDO
TÉCNICAS PARA LA REDUCCIÓN DE OSCILACIONES
DURANTE LA EJECUCIÓN DE TRAYECTORIAS EN EL
INSTITUTO DE SISTEMAS MECATRÓNICOS DE LA
UNIVERSIDAD DE HANNOVER, BAJA SAJONIA, ALEMANIA**

AUTOR: IVÁN ISAÍAS BARONA ZAMORA

DIRECTOR: MS.C. ANDRÉS GORDÓN GARCÉS

LATACUNGA

2018



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA
CARRERA DE INGENIERÍA MECATRÓNICA**

CERTIFICACIÓN

Certifico que el trabajo de titulación, “**MODELADO Y CONTROL DE UN SCARA UTILIZANDO TÉCNICAS PARA LA REDUCCIÓN DE OSCILACIONES DURANTE LA EJECUCIÓN DE TRAYECTORIAS EN EL INSTITUTO DE SISTEMAS MECATRÓNICOS DE LA UNIVERSIDAD DE HANNOVER, BAJA SAJONIA, ALEMANIA**” realizado por el señor **Iván Isaías Barona Zamora**, ha sido revisado en su totalidad y analizado por el software anti-plagio, el mismo cumple con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de Fuerzas Armadas ESPE, por lo tanto me permito acreditarlo y autorizar al señor **Iván Isaías Barona Zamora** para que lo sustente públicamente.

Latacunga, 09 Febrero del 2018

Atentamente,

Una firma manuscrita en tinta azul que dice "Andrés Gordón".

Ing. Andrés Gordón
DIRECTOR



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA
CARRERA DE INGENIERÍA MECATRÓNICA**

AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD

Yo, **Iván Isaías Barona Zamora**, con cédula de identidad N° **1600659609** declaro que este trabajo de titulación **“MODELADO Y CONTROL DE UN SCARA UTILIZANDO TÉCNICAS PARA LA REDUCCIÓN DE OSCILACIONES DURANTE LA EJECUCIÓN DE TRAYECTORIAS EN EL INSTITUTO DE SISTEMAS MECATRÓNICOS DE LA UNIVERSIDAD DE HANNOVER, BAJA SAJONIA, ALEMANIA”** ha sido desarrollado considerando los métodos de investigación existentes, así como también se ha respetado los derechos intelectuales de terceros considerándose en las citas bibliográficas. Consecuentemente declaro que este trabajo es de mi autoría, en virtud de ello me declaro responsable del contenido, veracidad y alcance de la investigación mencionada.

Latacunga, 09 Febrero del 2018

Una firma manuscrita en tinta azul que parece decir 'Iván Barona'.

Iván Isaías Barona Zamora

C.I.: 1600659609



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA
CARRERA DE INGENIERÍA MECATRÓNICA**

AUTORIZACIÓN

Yo, **Iván Isaías Barona Zamora**, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar en la biblioteca Virtual de la institución el presente trabajo de titulación **“MODELADO Y CONTROL DE UN SCARA UTILIZANDO TÉCNICAS PARA LA REDUCCIÓN DE OSCILACIONES DURANTE LA EJECUCIÓN DE TRAYECTORIAS EN EL INSTITUTO DE SISTEMAS MECATRÓNICOS DE LA UNIVERSIDAD DE HANNOVER, BAJA SAJONIA, ALEMANIA”**, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi autoría y responsabilidad.

Latacunga, 09 Febrero del 2018

Una firma manuscrita en tinta azul que parece decir 'Iván Barona'.

Iván Isaías Barona Zamora

C.I.: 1600659609

DEDICATORIA

Dedico este trabajo con mucho amor a toda mi familia.

A mi padre William Barona, quien ha trabajado constantemente por muchos años y me ha motivado a no rendirme nunca. Sus consejos y palabras sabias siempre serán aplicados.

A mi madre Cecilia Zamora, quien sabiamente me ha aconsejado desde muy pequeño y guiado mis primeros pasos en mis estudios. Además de brindarme su cariño durante toda mi vida.

A mi hermana Rebeca Barona, con quien compartimos nuestra infancia jugando, analizando, compitiendo y viviendo experiencias únicas, que de seguro siempre las recordaremos.

A mi hermano Martín Barona, quien en su poco tiempo de vida, cambió la forma en la que veo las cosas que me rodean. Colocó amor para siempre en mi corazón.

AGRADECIMIENTOS

Mi gratitud siempre será primeramente a Dios. Quien da sentido a mi vida. Actúa de una forma sobrenatural, que mi mente de mortal jamás entenderá.

A toda mi familia, cada miembro me ha brindado sus palabras de ánimo y amistad a lo largo de mi vida, eso es un tesoro.

Me gustaría expresar mi gratitud a Ms.C. Sara Duran, por su ayuda desde el inicio de mi sueño de realizar mi tesis en Alemania. Ella es un ángel para mí.

Agradezco a todos mis maestros universitarios, que se han convertido en grandes amigos, de cada uno he aprendido muchísimo. Gracias por su valioso tiempo.

Me gustaría expresar mi agradecimiento a mis tutores Ms.C. Andrés Gordón y Ms.C. Johannes Zumsande, por su amistad, consejos, paciencia y conocimiento impartido hacia mí, durante mi estancia de investigación.

Me gustaría agradecer a Dr.-Ing. Tobias Ortmaier y todo el personal del Instituto de Sistemas Mecatrónicos de la Universidad de Hannover. Por la oportunidad de desarrollar mi tesis en sus laboratorios y aprender mucho de ello.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

CERTIFICACIÓN	ii
AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD	iii
AUTORIZACIÓN	iv
DEDICATORIA	v
AGRADECIMIENTOS	vi
ÍNDICE DE CONTENIDOS	vii
ÍNDICE DE FIGURAS	x
ÍNDICE DE TABLAS	xiii
NOMENCLATURA	xiv
RESUMEN	xvii
ABSTRACT	xviii

CAPÍTULO I **1**

GENERALIDADES

1.1. Antecedentes	1
1.2. Justificación e Importancia	1
1.3. Objetivos	2
1.3.1. Objetivo General	2
1.3.2. Objetivos Específicos	3
1.4. Alcance del Proyecto.....	3
1.5. Descripción General del Proyecto	3

CAPÍTULO II **5**

MARCO TEÓRICO

2.1. Robots con elementos flexibles.....	5
--	---

2.1.1. Robots con Articulaciones Flexibles.....	5
2.1.2. Robots con Eslabones Flexibles	9
2.2. Conformación de entrada (o Input Shaping).....	9
2.2.1. Restricciones Generales del Conformador.....	11
2.2.2. Conformadores de entrada Positivos	13

CAPÍTULO III **20**

MODELADO DEL BRAZO ROBÓTICO

3.1. Descripción del robot SCARA	20
3.2. Cinemática del Robot	21
3.2.1. Cinemática Directa	21
3.2.2. Cinemática Inversa.....	22
3.3. Dinámica del Robot	24
3.3.1. Algoritmo para la Solución del Modelo Dinámico	28
3.3.2. Verificación del Modelo	29
3.3.3. Linealización de Ecuaciones Dinámicas	32

CAPÍTULO IV **38**

PRUEBAS CON TÉCNICAS DE CONFORMACIÓN DE ENTRADA

4.1. Identificación de Parámetros.....	38
4.2. Conformación de Trayectorias	39
4.3. Perfil de Velocidad Trapezoidal.....	40
4.4. Comparación de Diferentes Conformadores	41
4.4.1. Prueba de Robustez.....	46
4.5. Selección de Técnica de Conformación de Entrada.....	50
4.6. Alteración en los Comandos causados por el Conformador.....	55

4.7.	Alteraciones en la Trayectoria Deseada.....	59
4.8.	Comandos con los mismos Tiempos de Duración	61
CAPÍTULO V		64
IMPLEMENTACIÓN DE TÉCNICAS DE CONFORMACIÓN DE ENTRADA EN SCARA		
5.1.	Procedimiento de Medición de Parámetros.....	64
5.2.	Análisis de Datos.....	65
5.3.	Diseño del Conformador y Pruebas en Modelo.....	68
5.4.	Pruebas en el Robot SCARA	70
CAPÍTULO VI		74
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		
6.1.	Conclusiones.....	74
6.2.	Recomendaciones.....	77
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS		79
ANEXOS.....		81

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Ejemplo de un acoplamiento elástico.....	6
Figura 2 Ejemplo de articulación flexible.....	7
Figura 3 Aplicación de conformación de entrada.....	10
Figura 4 Comparación de respuestas a impulsos.....	10
Figura 5 Conformador de Entrada Positivo.....	13
Figura 6 Conformadores Derivativos.....	15
Figura 7 Conformadores Extra Insensibles.....	17
Figura 8 Modelo CAD del robot SCARA.....	20
Figura 9 Modelo del brazo robótico.....	21
Figura 10 Parámetros del robot para encontrar la Cinemática Inversa.....	22
Figura 11 Algoritmo para la solución del modelo dinámico.....	29
Figura 12 Modelo del brazo robótico con SimMechanics.....	30
Figura 13 Resultados en X en Simulink y SimMechanics.....	31
Figura 14 Resultados en Y en Simulink y SimMechanics.....	31
Figura 15 Frecuencia natural como función del ángulo del motor 2.....	39
Figura 16 ζ como función del ángulo del motor 2.....	40
Figura 17 Procedimiento para el conformado de trayectorias.....	40
Figura 18 Perfil de posición, velocidad trapezoidal, aceleración y tirón.....	41
Figura 19 Respuestas en x con conformadores derivativos.....	42
Figura 20 Respuestas en y con conformadores derivativos.....	43
Figura 21 Respuestas en x con conformadores: ZV y Extra Insensitivos.....	43
Figura 22 Respuestas en y con conformadores ZV y Extra Insensitivos.....	43
Figura 23 Frecuencia natural como función de m_3 y K_1	47
Figura 24 Respuestas en x para conformadores derivativos (Robustez).....	47
Figura 25 Respuestas en y para conformadores derivativos (Robustez).....	48

Figura 26 Respuestas en x para conformadores EI (Robustez)	48
Figura 27 Respuestas en y para conformadores EI (Robustez)	48
Figura 28 Respuestas en x al caso uno.....	51
Figura 29 Respuesta en y al caso uno.....	51
Figura 30 Respuestas a trayectoria para el caso uno.....	51
Figura 31 Respuesta en x al caso dos.....	52
Figura 32 Respuesta en y al caso dos.....	52
Figura 33 Respuestas a trayectoria para el caso dos.....	52
Figura 34 Respuesta en x al caso tres.....	53
Figura 35 Respuesta en y al caso tres.....	53
Figura 36 Respuestas a trayectoria para el caso tres.....	53
Figura 37 Respuestas en x para un tiempo de transición de 0.4 s.	56
Figura 38 Trayectoria para un tiempo de transición de 0.4 s	56
Figura 39 Respuesta en x para un tiempo de transición de 0.7 s.	57
Figura 40 Trayectoria para un tiempo de transición de 0.7 s	57
Figura 41 Respuesta en x para un tiempo de transición de 0.2 s.	58
Figura 42 Trayectoria para un tiempo de transición de 0.2 s	58
Figura 43 Comandos para una trayectoria cuadrada.....	60
Figura 44 Trayectoria cuadrada sin aplicación del conformador.....	60
Figura 45 Trayectoria cuadrada con aplicación del conformador.....	61
Figura 46 Comandos con el mismo tiempo de duración	62
Figura 47 Resultados en x con el mismo tiempo de duración.....	62
Figura 48 Resultados en y con el mismo tiempo de duración.....	63
Figura 49 Comandos y respuestas en el plano x-y.....	63
Figura 50 Acelerómetro del Centro de Mecatrónica.....	64
Figura 51 Sensor sobre el TCP del Robot	65

Figura 52 Aceleraciones residuales medidas en diferentes ángulos θ_2	66
Figura 53 Datos de aceleración después de ser filtrados	66
Figura 54 Aceleración medida y curva ajustada para un ángulo de 120°	67
Figura 55 Respuesta del sistema ante una entrada escalón.	69
Figura 56 Respuesta del sistema a una entrada escalón. Error en ω	70
Figura 57 Comandos X y Y para el proceso de Pick and Place.....	70
Figura 58 Trayectoria deseada para el proceso de Pick and Places	71
Figura 59 Aceleración total medida por el sensor durante trayectoria	72
Figura 60 Aceleración del TCP al final del movimiento.....	73

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Conformadores EI para un $Vtol = 5\%$	18
Tabla 2 Resultados de la prueba 1	44
Tabla 3 Resultados de la prueba de robustez	49
Tabla 4 Diferentes movimientos del efector final	50
Tabla 5 Resultados de diferentes movimientos utilizando 3H-EI	54
Tabla 6 Resultados del mismo movimiento del TCP con varios tiempos....	59
Tabla 7 Aproximaciones de ω y ζ para cada ángulo del segundo motor	68

NOMENCLATURA

Variables

N	Número de eslabones
i	Número entre 1 y N
K_i	Rigidez del resorte i
θ_i	Ángulo del motor i
q_i	Ángulo del eslabón i
τ_i	Torque elástico
L_i	Sistemas de coordenadas para el eslabón i
R_i	Sistemas de coordenadas del rotor i
x	Eje X
y	Eje Y
z	Eje Z
θ	Vector de ángulos de los motores
q	Vector de ángulos de los eslabones
Θ	Conjunto de coordenadas
\mathbb{R}	Coordenadas generalizadas
$M(q)$	Matriz de Inercia
$c(q, \dot{q})$	Vector de torques de Coriolis y Centrífugos
$g(q)$	Vector de torques debido a gravedad
K	Matriz de constantes elásticas de articulaciones
B	Matriz que representa la inercia del rotor
τ	Vector de torques del motor
F_θ	Matriz de fricción viscosa antes de las articulaciones
F_q	Matriz de fricción viscosa después de las articulaciones

D	Matriz de constantes de amortiguamiento en las articulaciones
ω	Frecuencia natural del sistema
ζ	Coefficiente de amortiguación
A_i	Amplitud de impulso i^{th}
t_i	Tiempo de impulso i^{th}
Δ	Tiempo de retraso
A_{\uparrow}	Amplitud de vibración residual de un solo impulso de magnitud igual a uno
V_{tol}	Restricción en la amplitud de vibración residual
τ_d	Periodo amortiguado de oscilación
K_i	Constante elástica de la i^{th} articulación
D_i	Constante de amortiguación de articulación
m_1, m_2	Masas del primer eslabón y el segundo eslabón
m_3	Suma de masas del tercer eslabón, el cuarto eslabón y la carga útil
a_i	Longitud del i^{th} eslabón
l_i	Distancia entre el i^{th} eje de rotación de la articulación y el centro de masa del i^{th} eslabón.
q_i	Ángulo de la i^{th} articulación
L	Distancia recorrida
v_m	Velocidad máxima
c	Distancia entre el centro de coordenadas $(O)_0$ y $(O)_2$
\hat{c}	Ángulo entre el primer y segundo eslabón
α	Ángulo entre el eje x_o y el vector c
β	Ángulo entre el eslabón dos y el vector c
E_c	Energía Cinética
E_p	Energía Potencial
L	Lagrangiano

Abreviaciones

SCARA	Robot de brazos articulados de cumplimiento selectivo
PRV	Porcentaje de vibración residual
1H-EI	Conformador extra insensible de una corcova
2H-EI	Conformador extra insensible de dos corcovas
3H-EI	Conformador extra insensible de tres corcovas
ZV	Vibración cero
ZVD	Vibración cero y derivado
ZVDD	Vibración cero y doble derivada
ZVDDD	Vibración cero y triple derivada
TCP	Punto central del efector final

RESUMEN

En muchas aplicaciones, los robots tienen que ser precisos y ejecutar tareas de alta velocidad. Esto se puede realizar mediante el uso de componentes robustos con un adecuado control de sus motores. Pero, debido a que en la práctica los componentes no son completamente robustos, pueden aparecer oscilaciones. Bajo estas circunstancias, es necesario encontrar la manera de reducir o eliminar esas oscilaciones indeseables que pueden llevar a seguimientos de trayectorias de baja calidad o causar accidentes ya sea con humanos o máquinas. El principal objetivo de este proyecto es el reducir oscilaciones durante la ejecución de trayectorias de un robot SCARA con cuatro grados de libertad. Para abordar este problema, un modelo reducido del robot con características elásticas y amortiguadas en sus articulaciones, es utilizado. La técnica usada en este trabajo es la Conformación de Entrada, la cual requiere solamente las frecuencias naturales y coeficientes de amortiguamiento del sistema para obtener una serie de impulsos que conforman la señal de entrada al sistema y reducen oscilaciones del mismo. Las frecuencias naturales y coeficientes de amortiguación son dependientes de los ángulos de los actuadores del SCARA, este problema se resuelve por medio de un método de linealización que permite encontrar dichos valores como función de la posición del robot, entonces esos valores son usados en diferentes técnicas de conformación de entrada. A fin de aplicar estudios basados en modelos, las frecuencias naturales y coeficientes de amortiguamiento son medidos usando un acelerómetro, de esa manera una técnica apropiada es diseñada y aplicada.

PALABRAS CLAVE:

- **ROBOTS SCARA**
- **ROBOTS - OSCILACIÓN**
- **FRECUENCIA NATURAL DE OSCILAMIENTO**
- **ROBOTS - COEFICIENTE DE AMORTIGUAMIENTO**

ABSTRACT

In many applications, robots have to be precise and perform high speed tasks. That can be done by using robust components with a suitable control of its motors. Because robot components are not completely rigid, oscillations may appear. Under this circumstances, it is useful to find a way to reduce or eliminate those undesirable oscillations which could lead to poor quality trajectory following or cause accidents either with human or machines. The main task is to reduce the oscillations during the execution of trajectories of a SCARA with four degrees of freedom. In order to address this problem, a reduced model of that robot with elastic and damping features at its joints is used. The technique used in this work is input shaping, which is a type of open loop control, which only requires the system's natural frequencies and damping ratios to obtain a series of impulses that shape the input signal and reduce the vibrations of the system. The natural frequencies and damping ratios are dependent from the angular position of the SCARA robot, this problem is solved by means of a linearization method that allow us to find these values as a function of robot positions, then those values are used in different types of input shaping techniques. In order to apply model-based studies to the real robot, the natural damped frequencies and damping ratios are measured by using an accelerometer so that an appropriate input shaping control is designed and applied.

KEYWORDS:

- **SCARA ROBOTS**
- **ROBOTS - OSCILLATION**
- **NATURAL FREQUENCY OF OSCILLATION**
- **ROBOTS - DAMPING RATIO**

CAPÍTULO I

GENERALIDADES

1.1. Antecedentes

Los robots industriales son investigados en todo el mundo y Alemania es uno de los países que más investiga acerca de los mismos. Estos robots tienen habilidades para realizar tareas muy similares a las de los humanos, por lo tanto pueden reemplazarlos en tareas que no sean demasiado complejas pero que impliquen repetitividad, precisión, velocidad, etc. (Bruno Siciliano, 2008)

El Instituto de Sistemas Mecatrónicos de la Universidad de Hannover cuenta en sus instalaciones con una fábrica a modelo escala, la misma que realiza un proceso de empaquetado y una parte de ella es un manipulador tipo SCARA que debe tomar objetos de un depósito y posicionarlos sobre una banda transportadora.

El robot SCARA fue creado en 1979 en la Universidad de Yamanashi, Japón, para suplir una demanda específica de la industria, pero se volvió popular, convirtiéndose en una de las configuraciones especiales de los robots. (Mendonça, 2015)

Las investigaciones actuales sobre el robot mencionado se centran en mejorar sus modelamientos, interacción humano-robot, planeación de trayectorias y reducción de oscilaciones. (Mendonça, 2015)

1.2. Justificación e Importancia

Los robots juegan un importante rol en la industria de la automatización, especialmente en la industria del ensamblaje. Uno de estos robots es el SCARA, el cual posee buenas características como tener una estructura simple, ser ligero, respuesta rápida y muy precisa.

Actualmente el SCARA es el tercer robot industrial más vendido. Se utilizan sus ventajas de trabajar a altas velocidades cuando el movimiento requerido es en un plano.

Ecuador busca que sus empresas crezcan y que muchos productos no sean importados, para ello deberá utilizar su materia prima y fabricar sus propios productos haciendo uso de la tecnología. Para mejorar productividad será necesario utilizar técnicas de automatización y entre ellas está el uso de robots industriales, donde aparecen los robots SCARA.

Los estudios realizados se pueden utilizar en un laboratorio de investigación de robots industriales en el país, por ejemplo por el grupo de investigación de robots de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE-Extensión Latacunga, y seguir el ejemplo de los laboratorios e institutos alemanes que tienen objetivos claros para la investigación utilizando las ideas y conocimientos de los estudiantes.

Otra idea es aprender y aplicar el diseño de celdas donde un SCARA realiza un trabajo y empezar a centrarse en creación de prototipos útiles y aplicables en el Ecuador, dependiendo de las necesidades de las diferentes industrias de nuestro país.

Aplicando la investigación con el robot SCARA en particular, se lograría mejorar la precisión en procesos de ensamblaje (en celdas independientes, testeos, bandas transportadoras), inspección de productos terminados, atornillado de piezas, entre muchas aplicaciones más donde se requiera de altas velocidades y se lleguen a producir oscilaciones imprevistas.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Modelar y controlar un SCARA utilizando técnicas para la reducción de oscilaciones durante la ejecución de trayectorias de pick and place.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Investigar acerca de herramientas matemáticas para localización espacial, cinemática, dinámica y control con métodos de reducción de oscilaciones.
- Resolver matemáticamente la cinemática y dinámica del SCARA del laboratorio.
- Analizar el modelo matemático haciendo uso de software de ingeniería.
- Controlar la posición y orientación del efector final para ejecutar diferentes trayectorias aplicando métodos de reducción de oscilaciones.
- Realizar pruebas de funcionamiento en la fábrica a escala dentro del Instituto de Sistemas Mecatrónicos de la Universidad de Hannover.

1.4. Alcance del Proyecto

El presente proyecto de titulación busca realizar una investigación sobre las razones principales de vibración en robots. Con las ideas encontradas, un modelo del robot deberá ser planteado y deberá mostrar oscilaciones durante la ejecución de trayectorias. El modelo encontrado podrá ser creado en un software de ingeniería para crear un control del mismo y analizar los resultados en un ambiente simulado.

Se pretende que todo el conocimiento teórico sea aplicado al robot SCARA, después de encontrar ciertos parámetros reales del robot, se pueda crear un control para el mismo. Al final las trayectorias ejecutadas deben presentar la menor amplitud de oscilaciones posibles.

1.5. Descripción General del Proyecto

Primeramente, la teoría de elementos flexibles en un robot y los principios de las técnicas de conformación de entrada (o Input Shaping), así también

como sus tipos, son considerados en el capítulo 2. En el capítulo 3, la información acerca del modelamiento de robots flexibles detallada en el capítulo 2 es utilizada para crear un modelo en Simulink, el cual es validado con un modelo realizado con herramientas de SimMechanics.

El capítulo 4 muestra la comparación de diferentes técnicas de conformación de entrada. Esos conformadores se diferencian de acuerdo a su porcentaje de reducción de sobre impulso al final del movimiento. Los tiempos de ejecución son comparados. Diferentes pruebas son ejecutadas para demostrar la robustez de los conformadores. Alteraciones en la trayectoria diseñada causada por el conformador son analizados así también como la alteración en los comandos de entrada.

El desarrollo del proyecto de investigación concluye en el capítulo 5 con la aplicación práctica de las técnicas de conformación de entrada en el SCARA dentro de la línea de producción. Este robot muestra oscilaciones durante su movimiento pero con una conformación apropiada de sus comandos las oscilaciones serán reducidas. La existencia de oscilaciones es demostrada utilizando un acelerómetro localizado en el TCP, con los datos de este sensor, ciertos parámetros son encontrados para crear y realizar pruebas en un modelo aproximado y luego aplicar las técnicas en el robot. Conclusiones y recomendaciones de la investigación son detalladas en el capítulo 6.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Robots con elementos flexibles

La flexibilidad en robots se debe principalmente a dos razones. La primera es la elasticidad en las articulaciones y la segunda es debido a las características propias de los eslabones. (Bruno Siciliano, 2008)

Cuando se analiza la dinámica de un robot, la suposición standard es que las partes del manipulador son completamente rígidas. Pero esto solo es permitido realizar cuando el robot ejecuta movimientos lentos con pequeñas fuerzas de trabajo. Con componentes más robustos, las amplitudes de oscilaciones deberían decrecer, pero la tendencia de hoy en día es que los robots tengan pesos ligeros. Además, muchas técnicas de transmisión usan componentes que por su naturaleza poseen características flexibles.

La flexibilidad de los robots debe ser tomada en cuenta desde el momento en que este es diseñado. Entonces, el controlador puede ser diseñado también, y tal vez este requiera más sensores. Si todo lo mencionado no es hecho, los resultados esperados presentarás muchos errores de posición.

2.1.1. Robots con Articulaciones Flexibles

La flexibilidad en las articulaciones se debe principalmente a los elementos de transmisión, como por ejemplo bandas de transmisión, largos ejes de transmisión, rigidez propia de cables, Harmonic drives y acoplamientos elásticos entre el motor y los ejes de transmisión (Figura 1). (Corke, 2011)

El efecto causado por esos elementos es un retardo entre la posición del actuador y la posición del eslabón (Bruno Siciliano, 2008). Debido a esto el efector final del robot puede presentar oscilaciones.

Cuando hay elementos flexibles entre los componentes, un desacoplamiento inercial aparece. Este caso toma lugar entre los actuadores y los eslabones debido a la flexibilidad de las articulaciones, esta

característica puede ser beneficiosa en robots que interactúan con humanos, ya que cuando el robot colisiona con una persona, la energía cinética disipada en el cuerpo del humano será menor, por lo tanto la colisión tendrá un menor efecto que en el caso producido sin elementos flexibles (Bruno Siciliano, 2008). Esta es otra de las razones por la cual existen los robots flexibles. La deflexión de articulaciones flexibles de los robots pueden ser modeladas con si estuvieran concentradas en cada articulación.



Figura 1 Ejemplo de un acoplamiento elástico.

a. Modelamiento dinámico de las articulaciones flexibles

Un modelo es necesario para cuantitativamente verificar los efectos del controlador diseñado para el robot con elementos rígidos. Si los resultados de las oscilaciones no pueden ser ignoradas, un nuevo controlador para el modelo deberá ser creado.

A fin de crear este modelo, se considera al robot con flexibilidad en las articulaciones como una cadena cinemática que tiene $N + 1$ cuerpos rígidos, una base y N eslabones, interconectados por N (rotacionales y prismáticos) articulaciones flexibles y controlados por N actuadores. Desde un punto de vista mecánico, cada motor es un cuerpo rígido adicional con sus propias propiedades de inercia. Todas las articulaciones son consideradas flexibles, pero diferentes situaciones pueden aparecer dependiendo de los elementos de transmisión utilizados. Si la articulación tiene engranajes de reducción, estos pueden ser modelados como si estuvieran concentrados antes de que

la deflexión ocurra (Bruno Siciliano, 2008). Este efecto puede ser visto en la Figura 2.

Cuando se considera la flexibilidad en las articulaciones, las siguientes suposiciones pueden ser usadas:

1. La deflexión en las articulaciones son pequeñas. Por lo tanto, la elasticidad puede ser estimada como lineal.
2. Los rotores son cuerpos uniformes que tienen sus centros de masa en los ejes de rotación.
3. Cada motor está localizado sobre el brazo robótico en una posición anterior al eslabón que controla.

La primera suposición permite trabajar con una constante elástica $K_i > 0$.

Para el análisis cinemático y dinámica, $2N$ Sistemas de coordenadas están vinculados a $2N$ cuerpos rígidos en movimiento (eslabones y motores), en la cadena del robot: Los sistemas de eslabones L_i y los Sistemas de los motores R_i para $i = 1, \dots, N$. Para definir el sistema de coordenadas L_i , la convención standard de Denavit-Hartenberg puede ser usada. Los sistemas R_i están vinculator a los estatores de los motores, alineados con los ejes de simetría de los motores y los ejes z de rotación del rotor. Consecuentemente, $2N$ coordenadas generalizadas son necesitadas. Un posible conjunto de coordenadas es dado por:

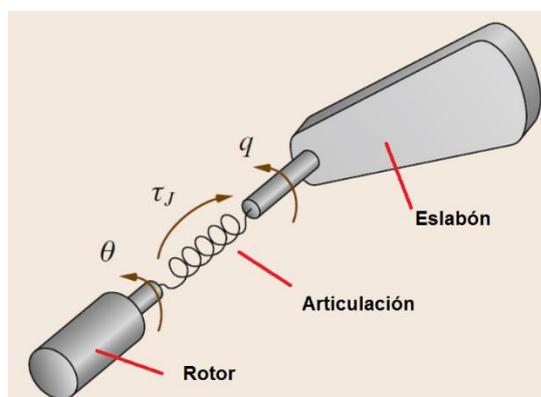


Figura 2 Ejemplo de articulación flexible

Fuente: (Bruno Siciliano, 2008)

$$\Theta = \begin{pmatrix} q \\ \theta \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2N}$$

Con esas variables el modelo es formalmente independiente de los radios de reducción y la cinemática del robot será una función que depende solamente de las variables q significando que las ecuaciones de la cinemática directa e inversa serán idénticas a las del caso de las ecuaciones cinemáticas con elementos rígidos.

(Bruno Siciliano, 2008) demuestra como las ecuaciones dinámicas se reducen al siguiente par de ecuaciones debido al resultado de la energía cinética angular total de los rotores.

$$M(q)\ddot{q} + c(q, \dot{q}) + g(q) + K(q - \theta) = \mathbf{0}$$

$$B\ddot{\theta} + K(\theta - q) = \tau$$

La principal característica de este modelo es que las ecuaciones de los eslabones y las de los motores están dinámicamente acopladas solamente mediante un elemento elástico. Además, las ecuaciones del motor son lineales.

En presencia de efectos disipadores de energía, elementos adicionales aparecen en el lado derecho, por ejemplo, fricción viscosa entre el rotor y las articulaciones, fricción viscosa entre las articulaciones y los eslabones y amortiguamiento de las articulaciones elásticas.

$$\begin{pmatrix} -F_q \dot{q} - D(\dot{q} - \dot{\theta}) \\ -F_\theta \dot{\theta} - D(\dot{\theta} - \dot{q}) \end{pmatrix}$$

En combinación con los efectos de fricción viscosa, las ecuaciones serían:

$$M(q)\ddot{q} + c(q, \dot{q}) + g(q) + D(\dot{q} - \dot{\theta}) + K(q - \theta) + F_q \dot{q} = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$B\ddot{\theta} + D(\dot{\theta} - \dot{q}) + K(\theta - q) + F_{\theta}\dot{\theta} = \tau \quad (2)$$

Otra manera para modelar este tipo de robots flexibles puede ser encontrada en (Y., C., X., & M., 2015), ese modelo es muy usado para diseñar un controlador de movimiento de precisión para compensar los efectos de la flexibilidad y amortiguamiento. Ese modelo toma en consideración las interacciones giroscópicas entre los motores y los eslabones. Pero como se muestra en las siguientes secciones, la conformación de entrada es un método que no necesita de un modelo dinámico preciso para trabajar adecuadamente en aplicaciones reales.

2.1.2. Robots con Eslabones Flexibles

Esta es otro tipo de flexibilidad en robots, donde los eslabones se deforman produciendo oscilaciones mecánicas. Este efecto es más visible en robots largos y ligeros (por ejemplo, robots espaciales). En esta investigación el efecto de este tipo de flexión es ignorada, ya que el robot industrial analizado no tiene estas características mencionadas (Bruno Siciliano, 2008).

2.2. Conformación de entrada (o Input Shaping)

Cuando un Sistema controlado recibe un cambio en su señal de referencia, oscilaciones pueden aparecer debido a las características de inercia y flexibilidad de ciertos componentes. Un ejemplo de esto, cuando una grúa es movida de un punto a otro sin considerar la carga útil de la misma, al final del movimiento y durante la ejecución del movimiento, la carga oscilará. Para resolver este problema, un método de control llamado "Input Shaping" ha sido desarrollado. Este método reduce significativamente este tipo de oscilaciones inducidas a la carga luego de conformar la señal de referencia. Esta técnica utiliza estimaciones de las frecuencias naturales del sistema y de los coeficientes de amortiguación para diseñar un conformador que consiste en una serie de pulsos a diferentes tiempos que son convolucionados con la señal de referencia. Este proceso puede ser visto en la Figura 3, donde una señal escalón es convolucionada con un conformador con dos impulsos. Se

puede observar en esa figura que después de que la señal de comando es conformada, un tiempo de retardo aparece y el tiempo de subida se incrementa, pero la respuesta del sistema luego de aplicar la conformación de entrada, no presenta oscilaciones (Vaughan, 2008).

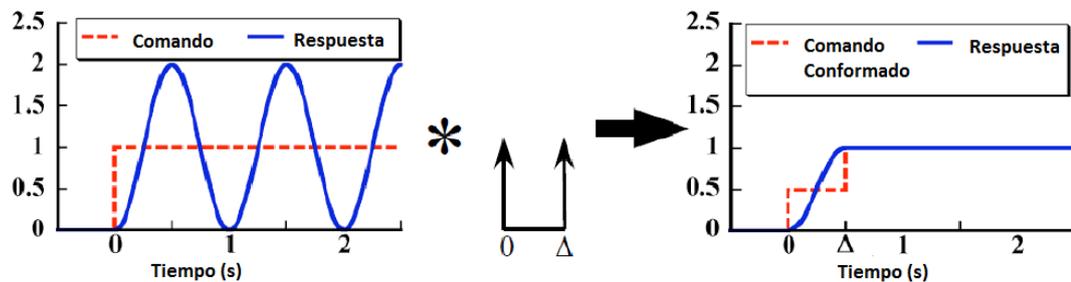


Figura 3 Aplicación de conformación de entrada

Fuente: (Vaughan, 2008)

Para entender esto mejor, imagine que un solo impulso es aplicado a un sistema flexible, la respuesta sería como el mostrado en la Figura 4. Pero si se conoce la frecuencia de oscilación exacta, se puede aplicar un tren de impulsos a tiempos precisos, cuyas respuestas del sistema serán añadidas y el resultado será igual a cero. Dependiendo en la frecuencia del sistema, el tiempo de retardo podría incrementarse o reducirse, y la presencia del amortiguamiento hace que el siguiente impulso del tren sea más pequeño.

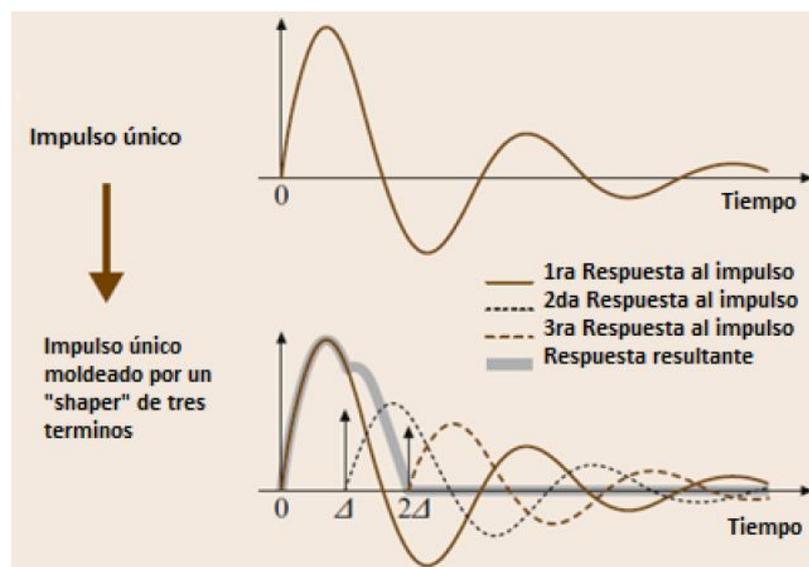


Figura 4 Comparación de respuestas a impulsos

Fuente: (Vaughan, 2008)

La conformación de entrada ha sido aplicada a varios tipos de sistemas como por ejemplo: Máquinas de medición por coordenadas, manipuladores flexibles de un solo grado de libertad y Motores apuntadores esféricos. Input Shaping también se ha aplicado a los robots de manejo de obleas, unidades de disco, un robot hidráulico de elevación pesada y un paso a paso de oblea utilizado para fabricar microchips, entre otros (Bohlke, 1995).

Esta técnica se diseñó para aplicarse en sistemas lineales, pero también se puede aplicar a sistemas no lineales. Como es el caso de SCARA en este estudio.

2.2.1. Restricciones Generales del Conformador

A fin de determinar las amplitudes de los impulsos y los tiempos de un conformador, el diseñador se debe asegurar que estos satisfagan ciertas restricciones de diseño. La primera restricción de diseño es limitar la amplitud de vibración causada por el conformador. La amplitud de vibración de un sistema de segundo orden sub-amortiguado después de una secuencia de n -impulsos es (Vaughan, 2008):

$$A_{\Sigma} = \frac{\omega}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega t_n} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \cos(\omega t_i \sqrt{1-\zeta^2})\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \sin(\omega t_i \sqrt{1-\zeta^2})\right)^2} \quad (3)$$

Donde ω es la frecuencia natural del sistema, ζ es el coeficiente de amortiguamiento, A_i y t_i son las i^{th} -amplitudes de impulso y tiempo, respectivamente.

Para formar una amplitud de vibración no dimensional, la ecuación 3 es dividida por la amplitud de vibración residual de un solo impulso de magnitud uno al instante de tiempo cero. La expresión resultante es la relación entre la vibración residual causada por input shaping. La amplitud de la vibración residual de un solo impulso, con unidad como magnitud, aplicado en un tiempo igual a cero, es simple:

$$A_{\uparrow} = \frac{\omega}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (4)$$

Al dividir 3 entre 4 el resultado es el porcentaje de vibración residual (PVR):

$$PRV = V(\omega, \zeta) = \frac{A_{\Sigma}}{A_{\uparrow}} = e^{-\zeta\omega t_n} \sqrt{[C(\omega, \zeta)]^2 + [S(\omega, \zeta)]^2}$$

Donde,

$$C(\omega, \zeta) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \cos(\omega t_i \sqrt{1 - \zeta^2})$$

$$S(\omega, \zeta) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \sin(\omega t_i \sqrt{1 - \zeta^2})$$

Las ecuaciones representan el nivel de vibración inducido por la secuencia de impulsos dado cualquier valor de frecuencia y cualquier valor coeficiente de amortiguamiento menor a uno. Una restricción en la amplitud de vibración residual puede formarse estableciendo un PRV menor que o igual a un nivel tolerable de vibración residual, V_{tol} , a la frecuencia natural modelada y coeficiente de amortiguación. Eso puede ser expresado como:

$$V(\omega, \zeta) \leq V_{tol} \quad (5)$$

Dada la naturaleza trascendental de la ecuación 5 existe un número infinito de soluciones. Restricciones adicionales deben ser impuestas para llegar a una solución. Para asegurar la solución más rápida posible, el tiempo del último impulso es normalmente minimizado:

$$\min(t_n)$$

La amplitud de los impulsos está también limitada a dar uno como resultado de su suma, esto asegura que el comando conformado alcance el mismo set-point del comando no conformado. Esta restricción es expresada como:

$$\sum_{i=1}^n A_i = 1$$

Restricciones adicionales en la amplitud de impulso son aún requeridas, ya que las mencionadas hasta ahora, llevarán la amplitud del impulso al infinito positivo o negativo.

2.2.2. Conformadores de Entrada Positivos

Este tipo de método aparece después de restringir los impulsos para que estos sean positivos. Por lo tanto, las amplitudes tendrán valores entre cero y uno. La Figura 5 muestra un conformador de impulsos positivos.

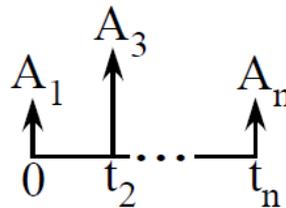


Figura 5 Conformador de Entrada Positivo

a. Conformadores de Entrada de Vibración Cero

Si una secuencia de impulsos positiva es aplicada para limitar las vibraciones a cero a una frecuencia de diseño ($V_{tol} = 0$), el conformador resultante tendrá la forma:

$$ZV = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+K} & \frac{K}{1+K} \\ 0 & \frac{\tau_d}{s} \end{bmatrix}$$

La demostración de las fórmulas de este conformador y otros están en (Singhose, 1997). Donde $\tau_d = \frac{2\pi}{\omega_d}$ es el periodo de oscilación amortiguado y,

$$K = e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

b. Métodos Derivativos

La forma más antigua del conformador robusto se consiguió derivando la ecuación de la vibración residual, con respecto a la frecuencia e igualando dicho resultado a cero (Vaughan, 2008):

$$\frac{d}{d\omega} \left(e^{-\zeta\omega t_n} \sqrt{[C(\omega, \zeta)]^2 + [S(\omega, \zeta)]^2} \right) = 0$$

El conformador resultante es llamado “Vibración Cero y Derivativo” (ZVD “Zero vibration and derivative”). Es descrito por:

$$ZVD = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1 + 2K + K^2} & \frac{2K}{1 + 2K + K^2} & \frac{K^2}{1 + 2K + K^2} \\ 0 & \frac{\tau_d}{2} & \tau_d \end{bmatrix} \quad (6)$$

Note que la duración de este conformador es $t_3 = \tau_d$, eso es el doble de tiempo de un ZV Shaper.

La curva de sensibilidad del Conformador ZVD mostrada en la Figura 6 tiene un $I(5\%)$ (ancho de la curva de sensibilidad a un nivel tolerable de vibración, en este caso 5%) de aproximadamente 0.29. La restricción derivativa aplana la sensibilidad de la curva en la frecuencia modelada e incrementa la insensibilidad. Para aumentar aún más la insensibilidad, este proceso puede ser repetido, tomando derivadas de orden superior con respecto a la frecuencia. El precio por cada derivada adicional, sin embargo, es un incremento en la duración del shaper en un medio de la frecuencia natural.

Los siguientes dos métodos derivativos, el ZVDD y el ZVDDD, son detallado por:

$$ZVDD = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3K & 3K^2 & K^3 \\ 1+3K+3K^2+K^3 & 1+3K+3K^2+K^3 & 1+3K+3K^2+K^3 & 1+3K+3K^2+K^3 \\ 0 & \frac{\tau_d}{2} & \tau_d & \frac{3}{2}\tau_d \end{bmatrix}$$

Y

$$ZVDDD = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{D} & \frac{4K}{D} & \frac{6K^2}{D} & \frac{4K^3}{D} & \frac{K^4}{D} \\ 0 & \frac{\tau_d}{2} & \tau_d & \frac{3}{2}\tau_d & 2\tau_d \end{bmatrix}$$

Donde $D = 1 + 4K + 6K^2 + 4K^3 + K^4$. Sus curvas de sensibilidad se muestran en la Figura 6. La insensibilidad adicional obtenida de cada derivada de orden superior es evidente.

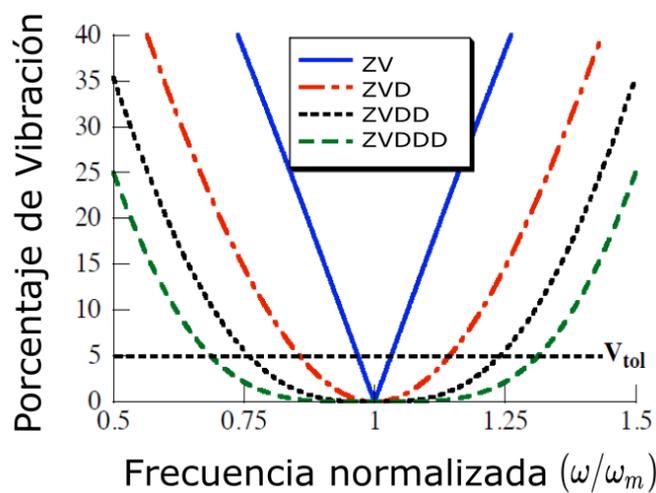


Figura 6 Conformadores Derivativos

Fuente: (Vaughan, 2008)

c. Método de Vibración Tolerable

Este tipo de conformador de entrada acepta que aún si se tiene un buen modelo de un sistema, habrá errores en las mediciones de la frecuencia de

diseño. Por lo tanto, el diseñador puede considerar esto y utilizar un conformador de entrada con un nivel tolerable V_{tol} en la frecuencia de diseño, ganando robustez. (Vaughan, 2008)

El primer conformador que utilizó esta idea fue llamado Extra Insensible (EI). Este tiene los mismos tiempos de los impulsos que un conformador ZVD, pero el conformador EI es más robusto. Para sistemas no amortiguados, las siguientes ecuaciones pueden ser usadas para calcular los impulsos y tiempos.

$$EI = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1 + V_{tol}}{4} & \frac{1 - V_{tol}}{2} & \frac{1 + V_{tol}}{4} \\ 0 & \frac{\tau}{2} & \tau \end{bmatrix}$$

El símbolo τ es el periodo de vibración no amortiguado del sistema. Como se describió, el conformador EI tiene una restricción la cual es un porcentaje de vibración residual menor a un cierto valor, este es el valor tolerable de vibración V_{tol} .

Para sistemas con amortiguamiento, las ecuaciones cambian:

$$EI = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 1 - (A_1 + A_3) & A_3 \\ 0 & t_2 & \tau_d \end{bmatrix}$$

Donde,

$$A_1 = 0.24968 + 0.24962 V_{tol} + 0.80008 \zeta + 1.23328 V_{tol} \zeta + 0.49599 \zeta^2 + 3.17316 V_{tol} \zeta^2$$

$$A_3 = 0.25149 + 0.21474 V_{tol} - 0.83249 \zeta + 1.41498 V_{tol} \zeta + 0.85181 \zeta^2 - 4.90094 V_{tol} \zeta^2$$

Y,

$$t_2 = \frac{1}{\tau_d} (0.49990 + 0.46159 V_{tol} \zeta + 4.26169 V_{tol}^2 \zeta^2 + 1.75601 V_{tol}^3 \zeta^3 + 8.57843 V_{tol}^2 \zeta - 108.644 V_{tol}^2 \zeta^2 + 336.989 V_{tol}^2 \zeta^3)$$

La insensibilidad de este conformador puede ser vista en la Figura 7 y puede compararse con la insensibilidad del conformador ZVD en la Figura 6. Es fácil ver que este nuevo conformador es más robusto.

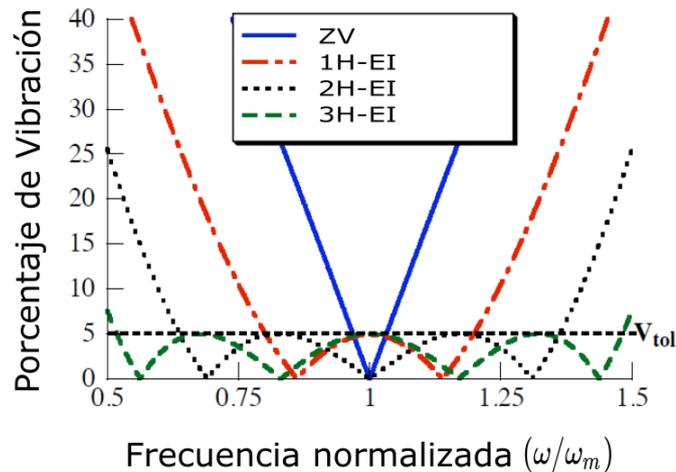


Figura 7 Conformadores Extra Insensibles

Fuente: (Vaughan, 2008)

La Figura 7 muestra también otros conformadores Extra Insensitivos, siendo más robustos cuando su número de corcovas incrementa. Al igual que en los métodos derivativos, a fin de conseguir más robustez el tiempo en los comandos incrementa. Note que los conformadores EI, 2H-EI y 3H-EI tienen los mismos tiempos que ZVD, ZVDD y ZVDDD, respectivamente.

Para sistemas no amortiguados, las ecuaciones para el conformador 2H-EI son:

$$2H - EI = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & \frac{1}{2} - A_1 & A_2 & A_1 \\ 0 & 0.5\tau & \tau & 1.5\tau \end{bmatrix}$$

De donde,

$$A_1 = \frac{3X^2 + 2X + 3V_{tol}^2}{16X}$$

Y,

$$X = \sqrt[3]{V_{tol}^2 \left(\sqrt{1 - V_{tol}^2} \right) + 1}$$

Para conformadores 3H-EI:

$$3H - EI = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & \frac{1 - V_{tol}}{4} & 1 - 2(A_1 + A_2) & A_2 & A_1 \\ 0 & 0.5\tau & \tau & 1.5\tau & 2\tau \end{bmatrix}$$

Donde,

$$A_1 = \frac{1 + 3V_{tol} + 2\sqrt{2V_{tol}(V_{tol} + 1)}}{16}$$

Las amplitudes y tiempos para el conformador en 2H-EI para casos amortiguados y 3H-EI (con un $V_{tol} = 5\%$) están dados en la Tabla 1 como una función del coeficiente de amortiguación del sistema. La curva ajustada al conformador 2H-EI tiene un error máximo en tiempos de impulso y amplitudes menor a 0.5% en un rango de $0 \leq \zeta \leq 0.3$. La curva ajustada para el conformador 3H-EI tiene una precisión de 0.4% en un rango de $0 \leq \zeta \leq 0.2$. (Singhose, 1997)

Tabla 1
Conformadores EI para un $V_{tol} = 5\%$

$t_i = (M_0 + M_1\zeta + M_2\zeta^2 + M_3\zeta^3)\tau, \tau = 2\pi/\omega$ $A_i = M_0 + M_1\zeta + M_2\zeta^2 + M_3\zeta^3$					
Conformador		M_0	M_1	M_2	M_3
2H-EI	t_2	0.49890	0.16270	-0.54262	6.16180
	t_3	0.99748	0.18382	-1.58270	8.17120
	t_4	1.49920	-0.09297	-0.28338	1.85710
	A_1	0.16054	0.76699	2.26560	-1.22750

CONTINÚA →

	A_2	0.33911	0.45081	-2.58080	1.73650
	A_3	0.34089	-0.61533	-0.68765	0.42261
	A_4	0.15997	-0.60246	1.00280	-0.93145
3H-EI	t_2	0.49974	0.23834	0.44559	12.4720
	t_3	0.99849	0.29808	-2.36460	23.3990
	t_4	1.49870	0.10306	-2.01390	17.0320
	t_5	1.99960	-0.28231	0.61536	5.40450
	A_1	0.11275	0.76632	3.29160	-1.44380
	A_2	0.23698	0.61164	-2.57850	4.85220
	A_3	0.30008	-0.19062	-2.14560	0.13744
	A_4	0.23775	-0.73297	0.46885	-2.08650
	A_5	0.11244	-0.45439	0.96382	-1.46000

Fuente: (Vaughan, 2008)

CAPÍTULO III

MODELADO DEL BRAZO ROBÓTICO

3.1. Descripción del robot SCARA

El brazo robótico utilizado para experimentos en esta tesis es un SCARA con cuatro grados de libertad, el cual es mostrado en la Figura 8:

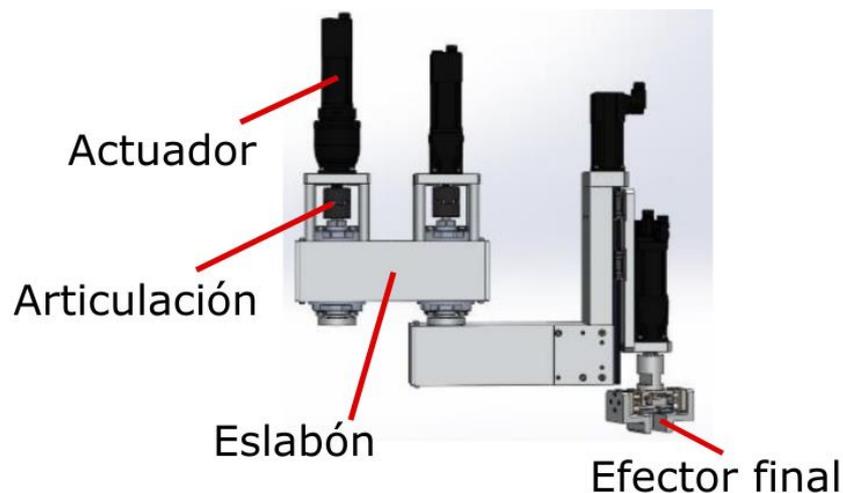


Figura 8 Modelo CAD del robot SCARA

Fuente: (IMES-LUH, 2018)

El tercer grado de libertad es prismático y muestra un menor movimiento oscilatorio durante su operación porque sus partes tienen baja flexibilidad (entre sus componentes se encuentra un tornillo sin fin), y las masas que mueve son relativamente ligeras. Por simplicidad se asume que los motores y los circuitos de control son completamente robustos, esto es, el torque de reacción del resorte amortiguado no influye en el ángulo del motor. Con esas condiciones a modelo reducido es propuesto, donde la flexibilidad y amortiguamiento de los actuadores y los eslabones han sido agrupados en articulaciones elásticas amortiguadas.

La Figura 9 muestra un modelo reducido del sistema, el cual es analizado en las siguientes secciones. Note que el tercer grado de libertad no se considera debido a oscilaciones despreciables y el cuarto grado de libertad

debido a la alta robustez del control de los motores, pero sus masas no son ignoradas. Además, el efecto de la gravedad no se considera, debido a su efecto en la dirección vertical, puede decirse que la Figura 9 representa una vista superior del robot. Para simular y analizar el comportamiento del robot con una herramienta computacional, primero, los modelos cinemáticos y dinámicos deben ser obtenidos.

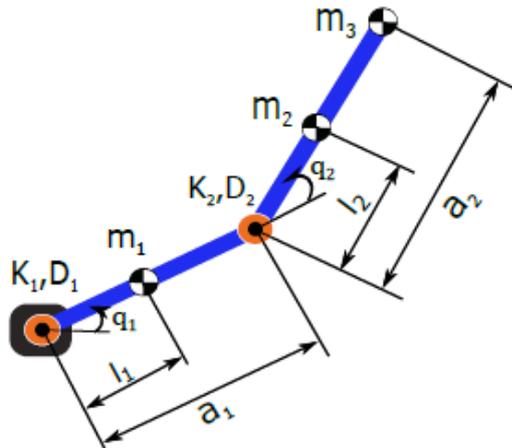


Figura 9 Modelo del brazo robótico

3.2. Cinemática del Robot

Como se mencionó en el capítulo 2.1.1., la cinemática del robot es la misma que en el caso de articulaciones rígidas.

3.2.1. Cinemática Directa

Este problema consiste en determinar la posición y orientación del efector final dado los valores de las variables articulares el robot (Mark W. Spong, 2011). La cinemática directa del robot es bastante simple y puede ser resuelta por medio del método geométrico, de la Figura 10:

$$x_0 = a_2 \cos(q_1 + q_2) + a_1 \cos(q_1)$$

$$y_0 = a_2 \sin(q_1 + q_2) + a_1 \sin(q_1)$$

El punto de interés está localizado en el Centro de Coordinadas $(0)_2$

3.2.2. Cinemática Inversa

Este es el problema inverso a la Cinemática Directa, este es encontrar los valores de las variables de articulaciones en términos de la posición y orientación del efector final. Esto es, en general, más difícil que el problema cinemático directo (Mark W. Spong, 2011). Para resolver este problema, teoremas de geometría son utilizados, y las variables son tomadas de la Figura 10.

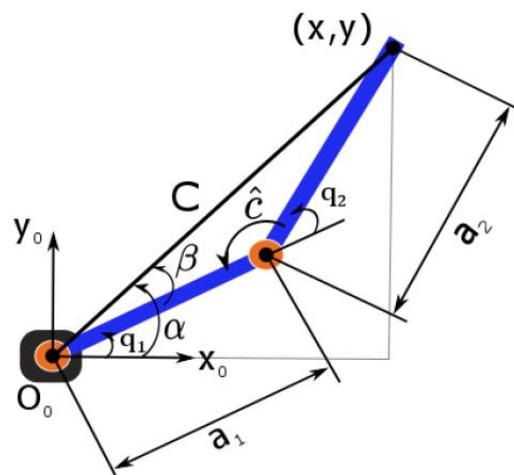


Figura 10 Parámetros del robot para encontrar la Cinemática Inversa

- Teorema del Coseno

$$c^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2\cos(\hat{c}) \quad (7)$$

Donde:

$$\cos(\hat{c}) = \cos(180^\circ - q_2) = -\cos(q_2)$$

- Teorema de Pitágoras

$$c^2 = x_0^2 + y_0^2 \quad (8)$$

Coincidiendo las ecuaciones 7 y 8:

$$x_0^2 + y_0^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(q_2)$$

De donde

$$\cos(q_2) = \frac{x_0^2 + y_0^2 - a_1^2 - a_2^2}{2a_1a_2} = M \quad (9)$$

Utilizando la identidad trigonométrica:

$$\cos^2(q_2) + \sin^2(q_2) = 1$$

De donde

$$\sin(q_2) = \pm\sqrt{1 - \cos^2(q_2)} = \pm\sqrt{1 - M^2} \quad (10)$$

Dividiendo 10 entre 9:

$$\frac{\sin(q_2)}{\cos(q_2)} = \tan(q_2) = \frac{\pm\sqrt{1 - M^2}}{M}$$

$$q_2 = \arctan\left(\frac{\pm\sqrt{1 - M^2}}{M}\right)$$

Para encontrar q_1

$$\tan(\alpha) = \frac{y_0}{x_0} \rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{y_0}{x_0}\right) \quad (11)$$

$$\tan(\beta) = \frac{a_2 \sin(q_2)}{a_1 + a_2 \cos(q_2)} \rightarrow \beta = \arctan\left(\frac{a_2 \sin(q_2)}{a_1 + a_2 \cos(q_2)}\right) \quad (12)$$

$$\alpha = q_1 + \beta$$

$$q_1 = \alpha - \beta \quad (13)$$

Reemplazando 11 y 12 en 13:

$$q_1 = \arctan\left(\frac{y_0}{x_0}\right) - \arctan\left(\frac{a_2 \sin(q_2)}{a_1 + a_2 \cos(q_2)}\right)$$

En resumen:

$$q_2 = \arctan\left(\frac{\pm\sqrt{1 - M^2}}{M}\right) \quad (14)$$

$$q_1 = \arctan\left(\frac{y_0}{x_0}\right) - \arctan\left(\frac{a_2 \sin(q_2)}{a_1 + a_2 \cos(q_2)}\right) \quad (15)$$

Donde:

$$M = \frac{x_0^2 + y_0^2 - a_1^2 - a_2^2}{2a_1a_2}$$

3.3. Dinámica del Robot

De la Figura 10, las coordenadas y velocidades de los centros de masa son:

Masa del eslabón 1:

$$x_1 = l_1 \cos(q_1)$$

$$y_1 = l_1 \sin(q_1)$$

$$\dot{x}_1 = -l_1 \dot{q}_1 \sin(q_1)$$

$$\dot{y}_1 = l_1 \dot{q}_1 \cos(q_1)$$

$$v_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 = l_1^2 \dot{q}_1^2 \cos^2(q_1) + l_1^2 \dot{q}_1^2 \sin^2(q_1)$$

Masas del eslabón 2:

$$x_2 = a_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2)$$

$$y_2 = a_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2)$$

$$x_3 = a_1 \cos(q_1) + a_2 \cos(q_1 + q_2)$$

$$y_3 = a_1 \sin(q_1) + a_2 \sin(q_1 + q_2)$$

$$\dot{x}_2 = -l_2 \sin(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) - a_1 \dot{q}_1 \sin(q_1)$$

$$\dot{y}_2 = l_2 \cos(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + a_1 \dot{q}_1 \cos(q_1)$$

$$\dot{x}_3 = -a_2 \sin(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) - a_1 \dot{q}_1 \sin(q_1)$$

$$\dot{y}_3 = a_2 \cos(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + a_1 \dot{q}_1 \cos(q_1)$$

Nota: Como se puede ver en la ecuación, los resultados de las operaciones son más y más extensos, por lo tanto, solo se expresarán los procedimientos realizados.

$$v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2$$

$$v_3^2 = \dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2$$

Los resultados de las expresiones de la energía cinética y potencial son necesarios para aplicar la formulación de Lagrange:

- Energía Cinética

$$E_c = \left(\frac{1}{2}\right) \times (m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 + m_3 v_3^2)$$

- Energía Potencial

En este caso la gravedad no se considera porque el SCARA trabaja en un plano horizontal. Por lo tanto:

$$E_p = 0$$

Lagrangiano

$$L = E_c - E_p$$

Derivadas con respecto a \dot{q}_i y sus derivadas con respecto al tiempo:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2}$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2}$$

Derivadas parciales con respecto a q_i

$$\frac{\partial L}{\partial q_1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_2}$$

Expresión de Lagrange:

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

Como se mencionó en la teoría, τ_i es un torque elástico amortiguado que puede ser representado por:

$$\tau_i = K_i(\theta_i - q_i) + D_i(\dot{\theta}_i - \dot{q}_i)$$

Cuyo resultado es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 - \theta_1 \\ q_2 - \theta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 - \dot{\theta}_1 \\ \dot{q}_2 - \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (16)$$

Elementos de la matriz de inercias

$$M_{11} = a_1^2 m_2 + a_1^2 m_3 + a_2^2 m_3 + l_1^2 m_1 + l_2^2 m_2 + 2a_1 a_2 m_3 \cos(q_2) + 2a_1 l_2 m_2 \cos(q_2)$$

$$M_{12} = m_3 a_2^2 + a_1 m_3 a_2 \cos(q_2) + m_2 l_2^2 + a_1 m_2 l_2 \cos(q_2)$$

$$M_{21} = a_2 m_3 (a_2 + a_1 \cos(q_2)) + l_2 m_2 (l_2 + a_1 \cos(q_2))$$

$$M_{22} = m_3 a_2^2 + m_2 l_2^2$$

Elementos de la matriz de aceleración de Coriolis y Centrífuga

$$c_1 = (-a_1 a_2 m_3 \sin(q_2) - a_1 l_2 m_2 \sin(q_2)) \dot{q}_2^2 - (2a_1 a_2 m_3 \sin(q_2) + 2a_1 l_2 m_2 \sin(q_2)) \dot{q}_1 \dot{q}_2$$

$$c_2 = (a_1 a_2 m_3 \sin(q_2) + a_1 l_2 m_2 \sin(q_2)) \dot{q}_1^2$$

Note que las ecuaciones (16) tienen la forma de (1).

3.3.1. Algoritmo para la Solución del Modelo Dinámico

En esta sección, el modelo dinámico es expresado en un diagrama de bloques, el cuál es útil para simular el sistema en Simulink, el cual es un ambiente de programación visual que trabaja en el ambiente de programación Matlab. Las herramientas ofrecidas por Simulink son utilizadas para simular el comportamiento del modelo con ecuaciones no lineales.

Este proceso comienza con nuestro modelo:

$$M(q)\ddot{q} + c(q, \dot{q}) + D(\dot{q} - \dot{\theta}) + K(q - \theta) = 0$$

Del cual:

$$\ddot{q} = M^{-1}[D(\dot{\theta} - \dot{q}) + K(\theta - q) - C]$$

Donde:

$$M = M(q)$$

$$C = c(q, \dot{q})$$

Haciendo uso del vector de estado

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ -M^{-1}(C + D\dot{q} + Kq) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} (D\dot{\theta} + K\theta)$$

Esta expresión puede ser cambiada a la forma:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} u \quad (17)$$

Donde:

$$\mathbf{u} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{D}(\dot{\boldsymbol{\theta}} - \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{K}(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{q}) - \mathbf{C})$$

En la Figura 11, el correspondiente diagrama de bloques es representado, donde:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{Matriz } (2N \times 2N)$$

Y

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}, \text{Matriz } (2N \times N)$$

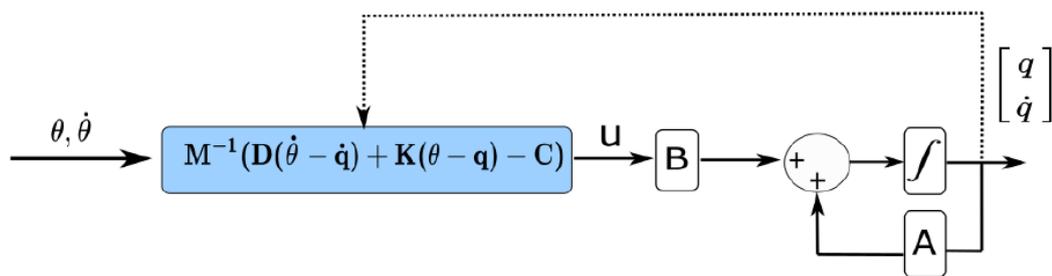


Figura 11 Algoritmo para la solución del modelo dinámico.

El bloque con $\dot{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\theta}$ como entradas, es el bloque no lineal, el cual depende del estado de $[\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}]$, representado por las líneas entrecortadas. La expresión matemática (17) nos permite encontrar la trayectoria $\mathbf{q}(t)$ a partir del par $\dot{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\theta}$ de forma iterativa. Para este realizar este cálculo nosotros hemos utilizado integración numérica.

Este modelo, en combinación con cinemática directa e inversa, es implementado en Simulink (Anexo A.1) para pruebas.

3.3.2. Verificación del Modelo

El objetivo de esta sección es validar si el modelo encontrado es correcto por medio de la comparación de resultados con un modelo creado en

SimMechanics (Una librería de Simulink que proporciona un entorno de simulación multicuerpo para sistemas mecánicos 3D).

Los parámetros asumidos son:

$$a_1 = 0.5 \text{ m}$$

$$a_2 = 0.5 \text{ m}$$

$$l_1 = 0.25 \text{ m}$$

$$l_2 = 0.25 \text{ m}$$

$$m_1 = 15 \text{ kg}$$

$$m_2 = 15 \text{ kg}$$

$$m_3 = 15 \text{ kg}$$

$$K_1 = K_2 = 3000 \text{ Nm/rad}$$

$$D_1 = D_2 = 40 \text{ Nms/rad}$$

El modelo creado (Figura 12) tiene las mismas características que el modelo a ser analizado. El diagrama de bloques del modelo puede ser encontrado en el Anexo A.1.

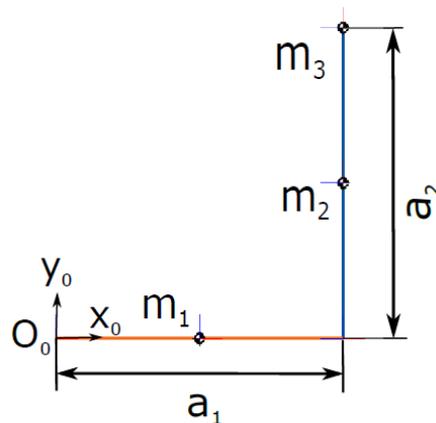


Figura 12 Modelo del brazo robótico con SimMechanics

Las mismas entradas son aplicadas a ambos modelos (El modelo calculado y el modelo creado con herramientas de SimMechanics) los cuales están en la Figura 13 y Figura 14. Las respuestas tienen resultados muy similares en cada figura, por lo tanto, el modelo matemático parece ser lo suficientemente exacto. Además, las respuestas presentan ciertas oscilaciones, las cuales serán reducidas en el siguiente capítulo.

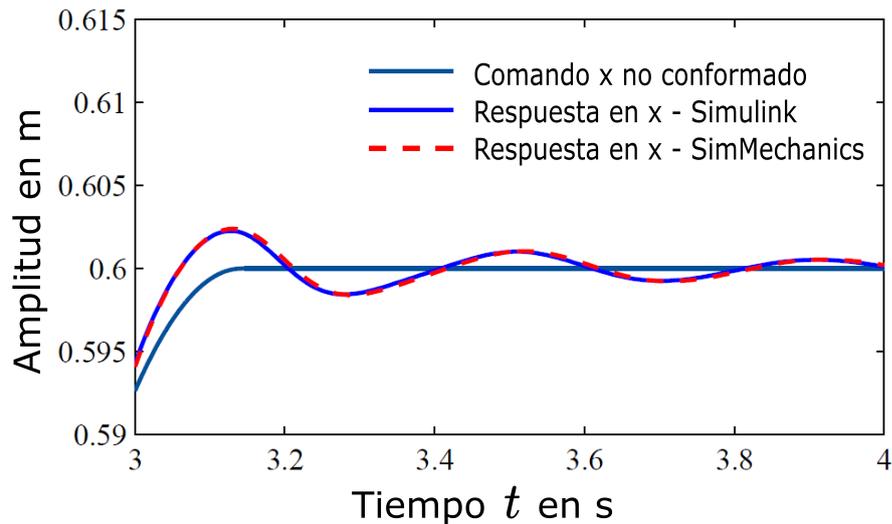


Figura 13 Resultados en X en Simulink y SimMechanics

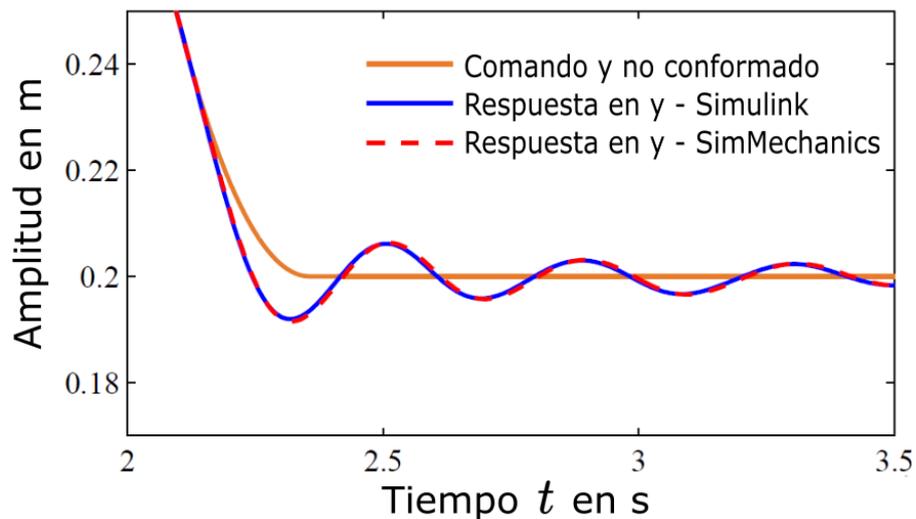


Figura 14 Resultados en Y en Simulink y SimMechanics

3.3.3. Linealización de Ecuaciones Dinámicas

Encontrar las frecuencias naturales del sistema no es fácil, ya que las ecuaciones de movimiento encontradas presentan no linealidades. En práctica, esos valores son medidos cuando el robot alcanza una posición con su efector final y la información de la vibración residual es tomada por algún sensor.

Otra manera es aplicar una fuerza sobre el robot, cambiando la posición de los eslabones, mientras los motores mantienen su posición, después de retirar dicha fuerza, el robot se mantendrá oscilando y esos datos serán tomados por el sensor. Este tipo de oscilación es llamada “oscilación libre del sistema”.

Con esta idea, la linealización de las ecuaciones dinámicas alrededor de un punto de equilibrio es propuesta, el cual depende de la posición de los actuadores. El resultado de esto será el movimiento libre del sistema, el cual permite encontrar los valores de ω y ζ , dependiendo de θ_1 y θ_2 . La linealización es importante para lograr una ecuación diferencial lineal en la cual las variables y sus derivadas aparecen como una combinación lineal y puede ser resuelta analíticamente.

La aproximación de las ecuaciones dinámicas encontradas es llevada a cabo mediante el desarrollo de Series de Taylor, la cual es una suma infinita de términos que son calculados de las derivadas de la función en un cierto punto (Knoblauch, 2015). Para este procedimiento los primeros dos términos del desarrollo son tomados, el resultado de esto es un polinomio de Taylor de primer grado (Ecuación 18).

$$f(x) \cong f(a) + f'(a)(x - a) \quad (18)$$

La ecuación 18 representa una aproximación lineal de la función $f(x)$ en el entorno del punto $x = a$.

Pero cuando la función tiene varias variables (x_1, \dots, x_d) , d es el número de variables, la expresión del polinomio de Taylor de primer grado es un punto de linealización (a_1, \dots, a_d) es:

$$f(x_1, \dots, x_d) \cong f(a_1, \dots, a_d) + \sum_{j=1}^d \frac{\partial f(a_1, \dots, a_d)}{\partial x_j} (x_j - a_j)$$

La linealización del modelo del SCARA es desarrollada a continuación.

El punto de equilibrio es seleccionado de acuerdo a las siguientes condiciones para un estado estático del robot.

$$\ddot{q}_1 = 0$$

$$\dot{q}_1 = 0$$

$$q_1 = \theta_1$$

$$\ddot{q}_2 = 0$$

$$\dot{q}_2 = 0$$

$$q_2 = \theta_1$$

El procedimiento es aplicado a cada ecuación lineal con varias variables:

- Función de dos variables independientes

$$\ddot{q}_1 \cos(q_2) = f(\ddot{q}_1, q_2)$$

$$f(\ddot{q}_1, q_2) \cong f(0, \theta_2) + \frac{\partial f(0, \theta_2)}{\partial \ddot{q}_1} (\ddot{q}_1 - 0) + \frac{\partial f(0, \theta_2)}{\partial q_2} (q_2 - \theta_2)$$

$$\cong 0 \cos(\theta_2) + \cos(\theta_2) \ddot{q}_1 + (0 \times -\sin(\theta_2))(q_2 - \theta_2)$$

$$\cong \cos(\theta_2) \ddot{q}_1$$

- Función de dos variables independientes

$$\ddot{q}_2 \cos(q_2) = f(\ddot{q}_2, q_2)$$

$$\begin{aligned} f(\ddot{q}_2, q_2) &\cong f(0, \theta_2) + \frac{\partial f(0, \theta_2)}{\partial \ddot{q}_2} (\ddot{q}_2 - 0) + \frac{\partial f(0, \theta_2)}{\partial q_2} (q_2 - \theta_2) \\ &\cong 0 \cos(\theta_2) + \cos(\theta_2) \ddot{q}_2 + (0 \times (-\sin(\theta_2)))(q_2 - \theta_2) \\ &\cong \cos(\theta_2) \ddot{q}_2 \end{aligned}$$

- Función de dos variables independientes

$$\dot{q}_2^2 \sin(q_2) = f(\dot{q}_2, q_2)$$

$$\begin{aligned} f(\dot{q}_2, q_2) &\cong f(0, \theta_2) + \frac{\partial f(0, \theta_2)}{\partial \dot{q}_2} (\dot{q}_2 - 0) + \frac{\partial f(0, \theta_2)}{\partial q_2} (q_2 - \theta_2) \\ &\cong (0 \cdot \sin(\theta_2)) + (2 \cdot 0 \cdot \sin(\theta_2))(\dot{q}_2) + (0 \cdot (\cos(\theta_2)))(q_2 - \theta_2) \\ &\cong 0 \end{aligned}$$

El procedimiento anterior es similar para:

$$\dot{q}_1^2 \sin(q_2) = f(\dot{q}_1, q_2) \cong 0$$

- Función de tres variables independientes

$$\dot{q}_1 \dot{q}_2 \sin(q_2) = f(\dot{q}_1, \dot{q}_2, q_2)$$

$$\begin{aligned} f(\dot{q}_1, \dot{q}_2, q_2) &\cong f(0, 0, \theta_2) + \frac{\partial f(0, 0, \theta_2)}{\partial \dot{q}_1} (\dot{q}_1 - 0) + \frac{\partial f(0, 0, \theta_2)}{\partial \dot{q}_2} (\dot{q}_2 - 0) \\ &\quad + \frac{\partial f(0, 0, \theta_2)}{\partial q_2} (q_2 - \theta_2) \\ &\cong (0 \cdot 0 \cdot \sin(\theta_2)) + (0)(\dot{q}_1) + (0)(\dot{q}_2) + (0)(\theta_2) \\ &\cong 0 \end{aligned}$$

Después de la linealización, la expresión tiene la forma:

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = 0$$

Recordar que el movimiento es oscilatorio libre y el torque τ_i no está incluido.

Para resolver el sistema anterior, las siguientes soluciones son asumidas:

$$q_1 = Q_1 e^{st}$$

$$q_2 = Q_2 e^{st}$$

Los anterior significa que cada eslabón oscila en armonía con el otro, pues vibran con la misma frecuencia pero con diferentes amplitudes, Q_1 y Q_2 .

Sustituyendo los resultados en la ecuación, la siguiente expresión es obtenida:

$$[s^2 \mathbf{M} + s \mathbf{D} + \mathbf{K}] \mathbf{Q} = 0 \quad (19)$$

Donde:

$$\mathbf{Q} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix}$$

La ecuación 19 es un sistema de ecuaciones algebraicas homogéneas en Q_1 y Q_2 . Multiplicando a ambos lados de la ecuación por la inversa de la matriz $[s^2 \mathbf{M} + s \mathbf{D} + \mathbf{K}]$ simplemente significa que Q_1 y Q_2 son iguales a cero (solución trivial), significando que la vibración es igual a cero. A fin de no llegar a esos resultados, se debe considerar la matriz $[s^2 \mathbf{M} + s \mathbf{D} + \mathbf{K}]$ y asumir que no es invertible, es decir, es una matriz singular (Younis, 2011). Matemáticamente esto significa que el determinante de dicha matriz es igual a cero.

En resumen, la ecuación 19 será resuelta como un problema de valores propios, estableciendo primeramente que el valor de la determinante de $[s^2 \mathbf{M} + s \mathbf{D} + \mathbf{K}]$ sea igual a cero.

$$\det([s^2 \mathbf{M} + s \mathbf{D} + \mathbf{K}]) = 0 \quad (20)$$

Es fácil darse cuenta que cuatro valores serán encontrados para s , ya que la matriz de inercias es de dimensión (2×2) .

Para continuar, se debe resolver el problema de la relación de Q_1 entre Q_2 , los llamados vectores propios, para cada valor propio (s_n , donde $n \leq 4 \in \mathbb{Z}$).

Para esto cada valor de s_n encontrado es substituido en la ecuación 19,

$$\begin{bmatrix} M_{11}s_n^2 + B_{11}s_n + K_{11} & M_{12}s_n^2 \\ M_{21}s_n^2 & M_{22}s_n^2 + B_{22}s_n + K_{22} \end{bmatrix} \{Q\} = 0 \quad (21)$$

Entonces, una de las dos ecuaciones puede ser resuelta para encontrar Q_1/Q_2 . La segunda ecuación es dependiente de la primera, por lo tanto es suficiente trabajar con una.

Por ejemplo, al trabajar con la primera ecuación:

$$(M_{11}s_n^2 + B_{11}s_n + K_{11})Q_1 + (M_{12}s_n^2)Q_2 = 0 \quad (22)$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = -\frac{M_{12}s_n^2}{M_{11}s_n^2 + B_{11}s_n + K_{11}} = VP_n \quad (23)$$

De la ecuación anterior, se puede concluir que los vectores propios son:

$$v_n = \begin{Bmatrix} 1 \\ VP_n \end{Bmatrix} \quad (24)$$

La respuesta libre para cada eslabón puede ser expresada de la siguiente manera:

$$\begin{Bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{Bmatrix} = A_1 \begin{Bmatrix} 1 \\ VP_1 \end{Bmatrix} e^{s_1 t} + A_2 \begin{Bmatrix} 1 \\ VP_2 \end{Bmatrix} e^{s_2 t} + A_3 \begin{Bmatrix} 1 \\ VP_3 \end{Bmatrix} e^{s_3 t} + A_4 \begin{Bmatrix} 1 \\ VP_4 \end{Bmatrix} e^{s_4 t} \quad (25)$$

Donde $A_1 - A_4$ son constantes de integración y que son determinadas por las condiciones iniciales del sistema.

Esta aproximación es utilizada para encontrar los valores de ω y ζ . Los valores necesarios se encuentran en la información dentro de s_n , el cual tiene la forma de $s_{1,2} = -\zeta_1\omega_1 \pm \omega_1\sqrt{1 - \zeta_1^2}$ y $s_{3,4} = -\zeta_2\omega_2 \pm \omega_2\sqrt{1 - \zeta_2^2}$.

Para este sistema, la primera frecuencia natural será considerada como la que más afecta el sistema, esto es debido a características físicas del sistema, este modo de vibración es el más significativo (Singhose, 1997), en realidad con los valores aproximados a la realidad que son usados en los modelos del sistema de los Anexos A.1. y A.2., este efecto puede ser observado. O puede ser demostrado teóricamente al encontrar las soluciones de las ecuaciones q_1 y q_2 .

Con pequeños valores de las oscilaciones de los eslabones, la oscilación residual de x y y puede ser aproximada y expresada como sigue (Vaughan, 2008):

$$x(t) = C_1 e^{-\zeta\omega t} \cos(\omega_d t + \psi_1) \quad (26)$$

$$y(t) = C_2 e^{-\zeta\omega t} \cos(\omega_d t + \psi_2) \quad (27)$$

Esta expresión muestra que una técnica de conformación de entrada puede ser aplicada en el plano $x - y$.

CAPÍTULO IV

PRUEBAS CON TÉCNICAS DE CONFORMACIÓN DE ENTRADA

4.1. Identificación de Parámetros

Para diseñar el conformador para el Robot SCARA, frecuencias naturales y coeficientes de amortiguamiento son necesarios. El modelo dinámico del robot es no lineal y una solución analítica no es posible de identificar. Es necesario usar un método para encontrar la solución a esas ecuaciones. Un método muy utilizado empieza con la linealización. Este proceso es explicado en la sección 3.2.3. Después de la linealización, se obtiene una expresión de la forma:

$$M(\theta)\ddot{q} + D\dot{q} + Kq = 0$$

Ahora, las ecuaciones son lineales y pueden ser resueltas. Entonces, después de encontrar valores propios, los cuales tienen los valores de las frecuencias propias ω y coeficientes de amortiguamiento ζ , se obtienen las funciones 28 y 29, las cuales varían con la posición angular de θ_2 .

$$\omega = f(\theta_2) \tag{28}$$

$$\zeta = f(\theta_2) \tag{29}$$

Notar que θ_1 no aparece en las funciones previas, ya que este no aparece en las Matrices de Inercia de las ecuaciones dinámicas 16.

La Figura 15 y Figura 16 muestran la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento del modelo diseñado como función de θ_2 . Esos valores son usados para calcular las amplitudes y tiempos de las series de impulsos en las siguientes secciones.

En la sección 3.2.3 hay una aparición de una frecuencia natural secundaria, la cual no es relevante (normalmente debido a efectos de amortiguamiento), por lo tanto solo se considera la frecuencia natural principal.

Robustez o una conformación de entrada cambiante con θ_2 parece ser necesario para conducir el sistema debido a esos cambios en ω y ζ . En el capítulo 3, métodos para mejorar la robustez de las técnicas de conformación de entrada fueron presentados (contra errores y variaciones en nuestras aproximaciones de frecuencias naturales, por ejemplo).

4.2. Conformación de Trayectorias

El procedimiento aplicado para conformar las trayectorias del robot es mostrado en la Figura 17. En el espacio de tareas la señal de control es separada en dos componentes, x_0 y y_0 , las cuales son conformadas y luego de utilizar las ecuaciones cinemáticas 14 y 15, la secuencia de control conformada para cada motor es lograda.

NOTA: La conformación de entrada puede ser también aplicada a comandos en el espacio de las articulaciones θ_1 y θ_2 , pero como es explicado en (Y., Zhao; C., Wang; X., Yu; M., Tomizuka, 2016), los errores en el seguimiento de trayectoria son mayores.

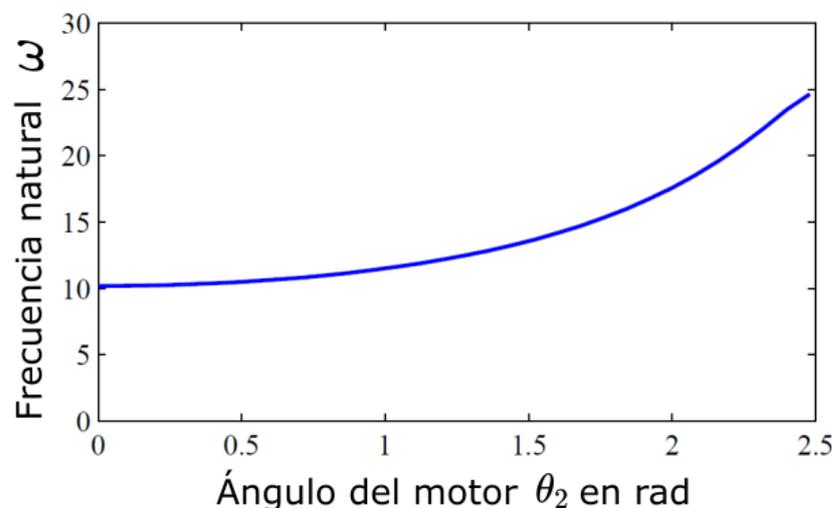


Figura 15 Frecuencia natural como función del ángulo del motor 2

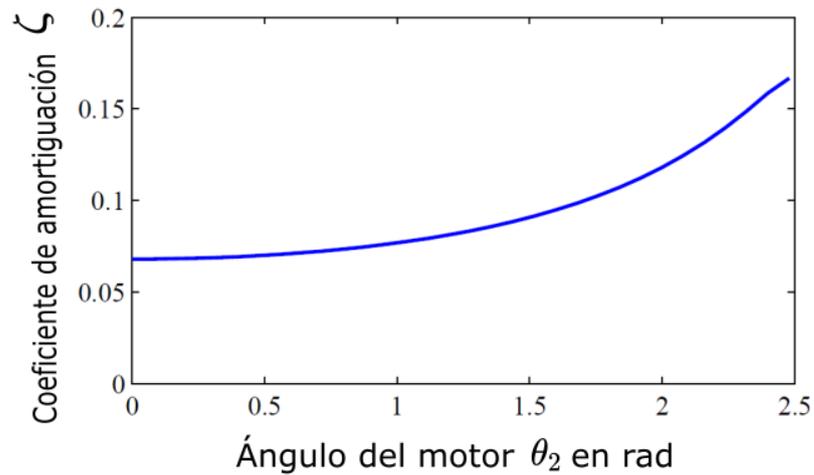


Figura 16 ζ como función del ángulo del motor 2.

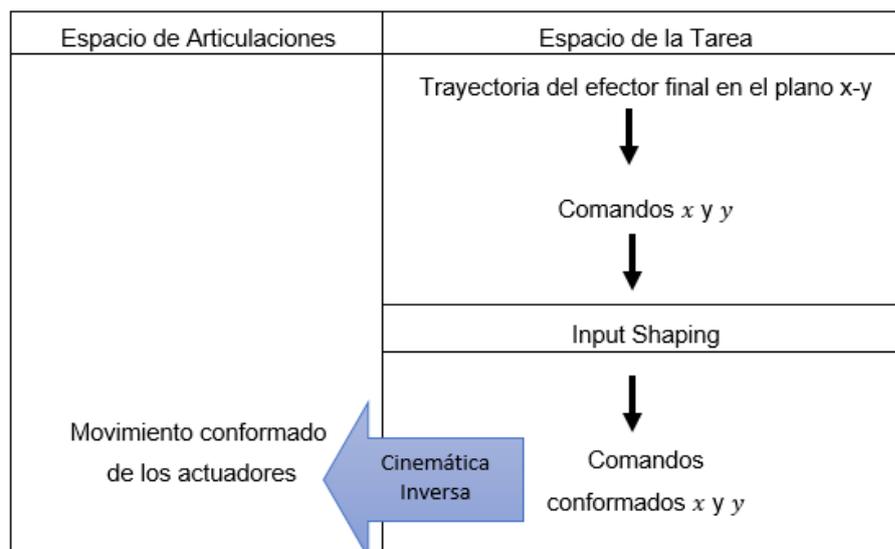


Figura 17 Procedimiento para el conformado de trayectorias

4.3. Perfil de Velocidad Trapezoidal

En robots reales, la velocidad es limitada debido a la capacidad de los actuadores. Por lo tanto, la curva de velocidad del movimiento debe ser aplanada en la parte superior. Una alternativa muy conocida es la trayectoria híbrida, la cual tiene un segmento de velocidad constante con segmentos lineales para la aceleración y desaceleración (Corke, 2011). Este tipo de

movimiento es descrito en la Figura 18. Hay tres fases distintas en el movimiento: (1) aceleración, (2) Velocidad constante (aceleración igual a cero) y (3) desaceleración.

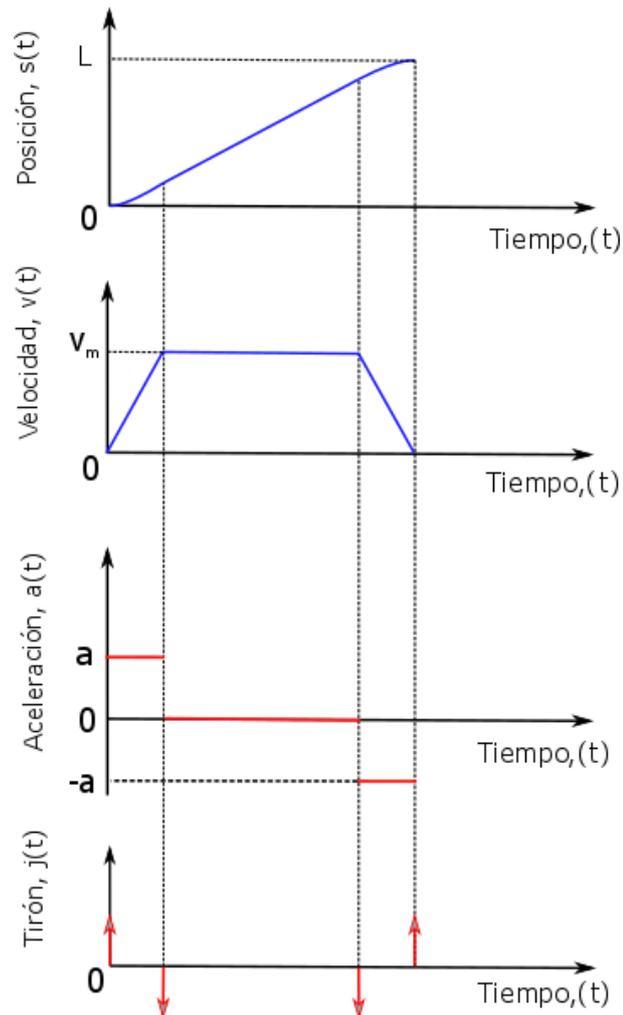


Figura 18 Perfil de posición, velocidad trapezoidal, aceleración y tirón

4.4. Comparación de Diferentes Conformadores

En esta sección los diferentes tipos de conformadores de entrada mencionados en el capítulo 2 son aplicados en el modelo encontrado, todas las fórmulas mencionadas en cada capítulo requiere de los valores de ω y ζ los cuales son mostrados en la Figura 15 y Figura 16. Un punto medio es seleccionado entre la frecuencia máxima y mínima encontrada (asumiendo que el ángulo máximo del motor 2 del robot es 2.5 rad, valores más grandes podrían causar una colisión en aplicaciones reales).

Por lo tanto, los valores usados para el conformador son:

$$\omega = 17,1102 \text{ rad/s}$$

$$\zeta = 0.1174$$

La conformación de entrada es aplicada acorde con el criterio de la sección 4.2 para movimiento en los ejes x y y con velocidad de perfil trapezoidal, descrito en la sección 4.3.

En esta primera prueba una trayectoria aleatoria será tomada como deseada. Esto servirá como ejemplo para diferenciar y analizar los diferentes tipos de Conformadores de Entrada. Para experimentos, la posición inicial del TCP es $(0.5, 0.3)^T$ m y la posición final es $(0.7, 0.5)^T$ m en el espacio de la tarea, siendo $(0.4078, 1.897)^T$ rad y $(0.08518, 1.107)^T$ rad los valores respectivos en el espacio de articulaciones. El tiempo de ejecución del movimiento es de 0.3 s (caso no conformado). El modelo responde de acuerdo a la información de la Figura 19 y Figura 21 para movimientos en el eje x y Figura 20 y Figura 22 para movimientos en el eje y .

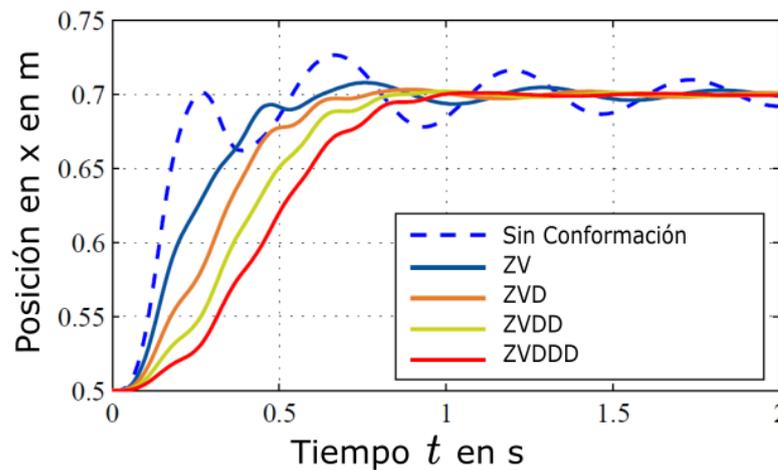


Figura 19 Respuestas en x con conformadores derivativos

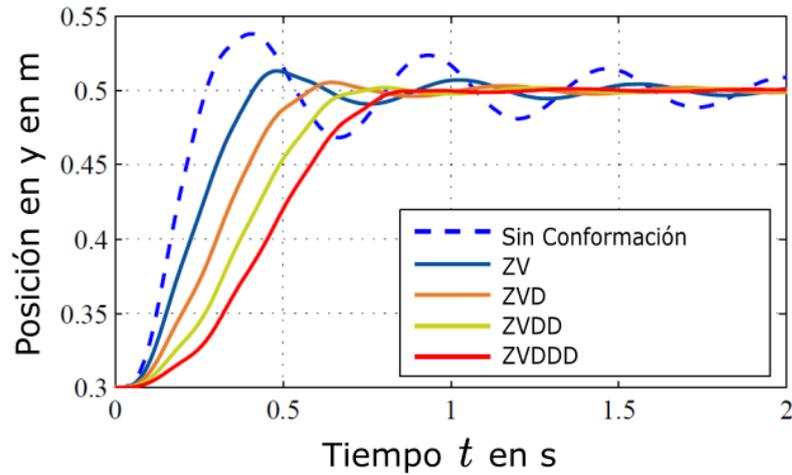


Figura 20 Respuestas en y con conformadores derivativos

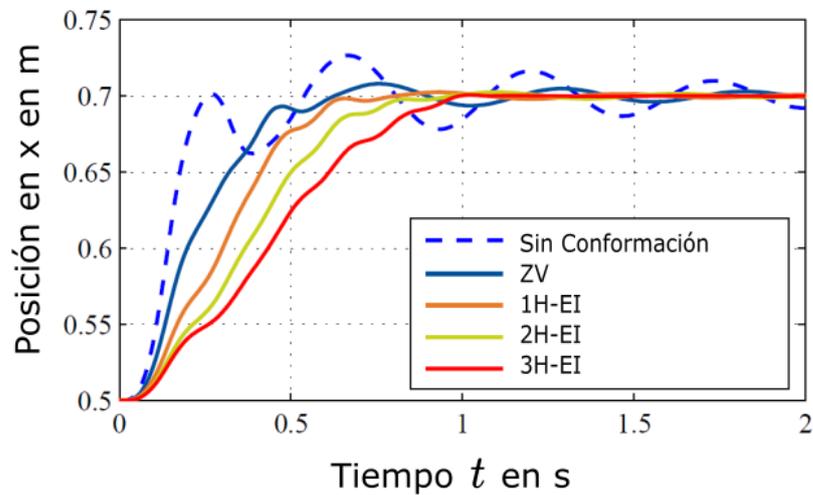


Figura 21 Respuestas en x con conformadores: ZV y Extra Insensitivos

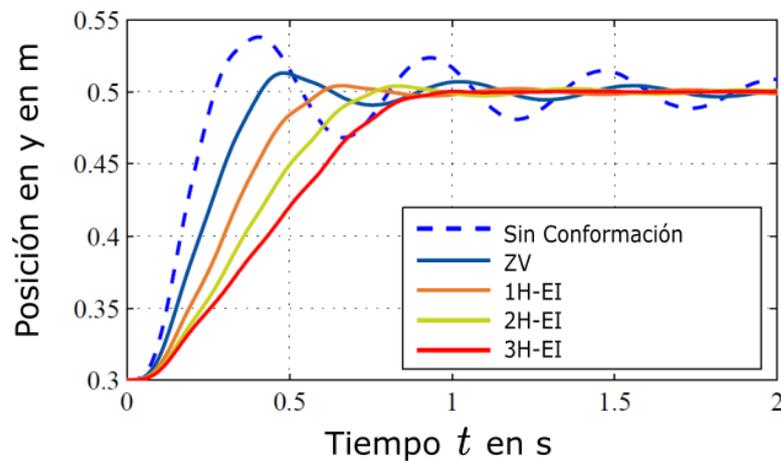


Figura 22 Respuestas en y con conformadores ZV y Extra Insensitivos

Con las posiciones de la trayectoria, la frecuencia varía entre 11.75 rad/s y 16.62 rad/s. Esto es, la frecuencia promedio entre esos valores es 14.185 rad/s. Pero todos los conformadores fueron diseñados para una frecuencia de 17.1102 rad/s. Es decir, se espera que de acuerdo con la Figura 6, el conformador con menos rendimiento en este caso sea un conformador ZV, debido a que su nivel de robustez es bajo, aproximadamente $\pm 3\%$ de la frecuencia de diseño, este tiene un buen control hasta 16.59 rad/s en este caso (su diseño está fuera de la trayectoria). Este conformador es muy usado cuando la frecuencia es exactamente conocida y no varía (Esto es difícil que suceda en aplicaciones reales). Por lo tanto, esta técnica no es útil para nuestro modelo.

Los conformadores ZVD ($\pm 14.5\%$ de robustez) y 1H-EI ($\pm 20\%$ de robustez) deberían dar resultados un poco bajos, ya que ellos tienen teóricamente un buen control hasta un mínimo de 14.63 rad/s y 13.68 rad/s respectivamente, y esos valores están sobre el 11.75 rad/s en la trayectoria.

Pero debido a la robustez de ZVDD y ZVDDD, los resultados deberían ser muy buenos, ya que no hay un cambio drástico en las frecuencias.

Recordar que se está buscando un diseño que cubra los ángulos θ_2 mínimo y máximo. Pero de este primer experimento se lograrán obtener buenas ideas de aplicación del método para reducir oscilaciones.

Los resultados de estos movimientos se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2
Resultados de la prueba 1

Conformador	Duración del comando <i>s</i>	Máxima vibración residual en m		Reducción de sobre impulso en %	
		<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>
No Conformado	0.3	0.0267	0.038	0.00	0.00
ZV	0.4848	0.0081	0.0131	69.66	65.53

CONTINÚA →

ZVD	0.6696	0.0034	0.0054	87.27	85.79
ZVDD	0.8544	0.0021	0.0019	92.13	95.00
ZVDDD	1.0392	0.0011	0.0010	95.88	97.37
1H-EI	0.6696	0.0025	0.0043	90.64	88.68
2H-EI	0.8463	0.0026	0.0040	90.26	89.47
3H-EI	1.0283	0.0007	0.0003	97.38	99.21

Los resultados anteriores son muy similares en amplitud de vibración residual (excepto ZV), debido al pequeño movimiento que causa un ligero cambio en la frecuencia y amortiguamiento y debido al movimiento relativamente lento, pero nos permite observar las diferencias entre tiempos de cada resultado debido al uso de diferentes conformadores.

Los conformadores que más retardan el movimiento son el ZVDDD y 3H-EI, pero al mismo tiempo, ellos proporcionan los niveles más altos de reducción de chapoteo de 97.37 % y 99.21%, respectivamente.

El conformador con el mínimo porcentaje de reducción de vibración es ZV con un 66,53%, pues por teoría se sabe que este es el menos robusto de todos. Es ampliamente utilizado cuando la frecuencia de diseño es bien conocida y no varía en el sistema.

Los conformadores ZVD, ZVDD, 1H-EI y 2H-EI, también muestran buenos resultados y tiempos de duración, solo en este caso, se puede decir que hay un punto intermedio entre buena reducción de oscilaciones y buena velocidad.

De este experimento, también se puede concluir que dependiendo de la trayectoria, la frecuencia varía grandemente o ligeramente. Si el cambio de frecuencia no es abrupto, se puede cambiar la frecuencia de diseño y encontrar el tiempo óptimo para el movimiento (dependiendo del conformador) sin oscilaciones en una trayectoria específica.

Notar que el robot es un sistema no lineal y que las técnicas estudiadas son aplicadas a sistemas lineales, es decir, un cierto tipo de conformado diseñado para limitar la vibración debajo de V_{tol} puede dar un PRV sobre el límite. Sin embargo, debido a la robustez del conformador a errores en el modelo, es posible implementarlo en la misma manera en que este es implementado a sistemas lineales (Singhose, 1997).

4.4.1. Prueba de Robustez

El propósito de esta prueba es observar como el cambio en los parámetros del modelo del robot afectan el rendimiento de las técnicas de reducción de oscilaciones al ejecutar la misma trayectoria de la prueba anterior.

La siguiente prueba nos permite diferenciar la robustez de los conformadores (ya que en la prueba anterior los resultados eran muy similares), hay dos maneras de desarrollar esos experimentos, el primero es hacer un cambio significativo en los valores de la frecuencia natural y coeficiente de amortiguamiento por medio de la variación de los parámetros del robot (por ejemplo masas y constantes elásticas), la otra manera es moviendo el TCP del robot entre puntos bastante separados, de esa manera los valores de las frecuencias y coeficientes de amortiguamiento variarán considerablemente de acuerdo a los resultados de la Figura 15 y Figura 16.

Con el propósito de hacer la prueba de robustez, se deben encontrar los parámetros que deben ser incrementados o reducidos para que exista un cambio en la frecuencia, en este caso, no se encontró una ecuación respuesta simple, para realizar lo mencionado, porque la ecuación que debió ser resuelta era de cuarto orden y fue resuelta por métodos numéricos. Por lo tanto, se realizarán cambios en dos parámetros que normalmente dan valor a la frecuencia natural, los valores de la masa m_3 y la constante del resorte K_1 .

La Figura 23 muestra la variación de la frecuencia natural como función de los valores de m_3 y K_1 , cuando m_3 se reduce (66.66% del valor de diseño en este caso) y K_1 incrementa (33,33% en el valor del diseño en este caso), la frecuencia natural sufre un incremento a 18.55 rad/s, en el caso opuesto, si

los valores de los parámetros m_3 y K_1 incrementa y decrece, respectivamente, la frecuencia natural se reduce a 8.737 rad/s. El final, los valores de las frecuencias del robot cambiarán. Dicha gráfica fue obtenida para un valor de $\theta_2 = 1.5$ rad.

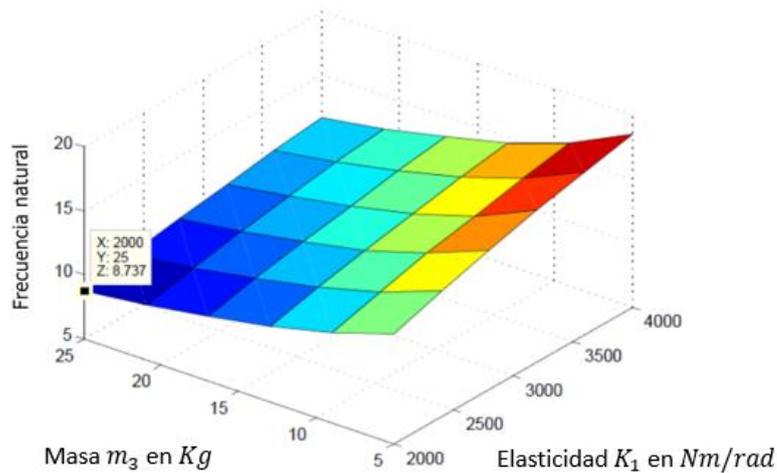


Figura 23 Frecuencia natural como función de m_3 y K_1

El mismo experimento es llevado a cabo, pero con un cambio en el valor de $m_3 = 25$ kg y $K_1 = 2000$ Nm/rad.

La Figura 24, Figura 25, Figura 26 y Figura 27 muestran los resultados en una manera similar a la del primer experimento y los resultados están resumidos en la Tabla 3.

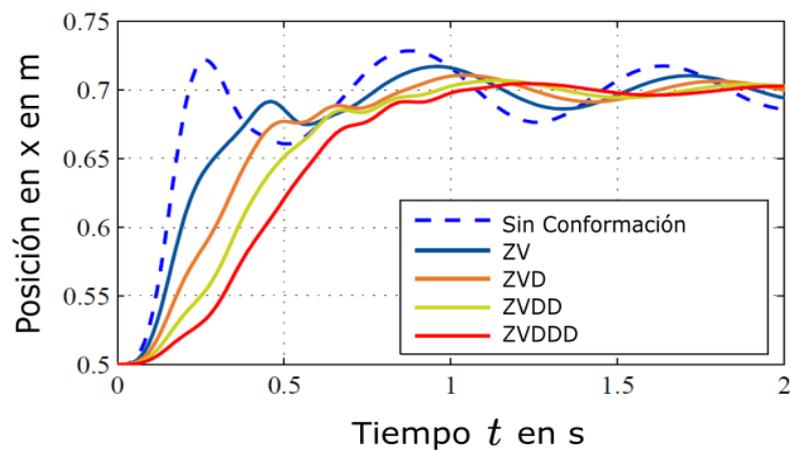


Figura 24 Respuestas en x para conformadores derivativos (Robustez)

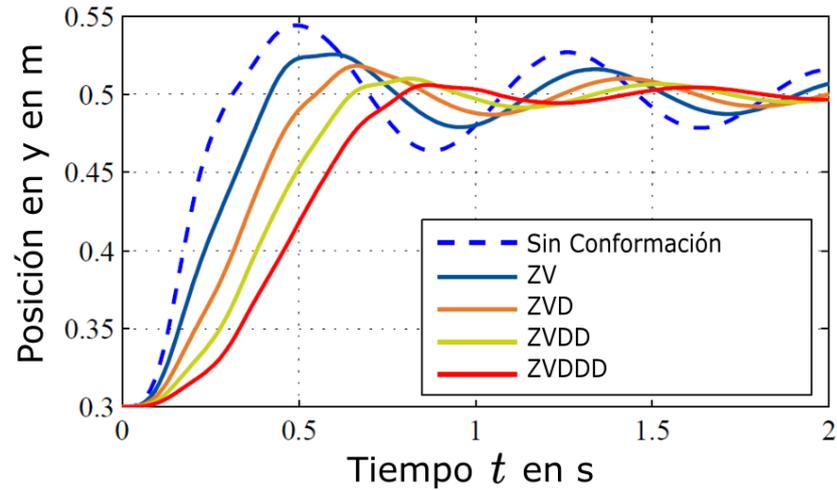


Figura 25 Respuestas en y para conformadores derivativos (Robustez)

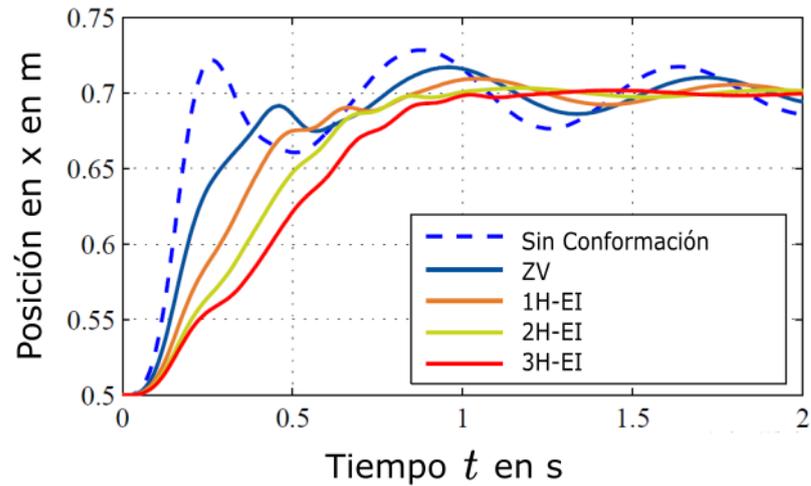


Figura 26 Respuestas en x para conformadores EI (Robustez)

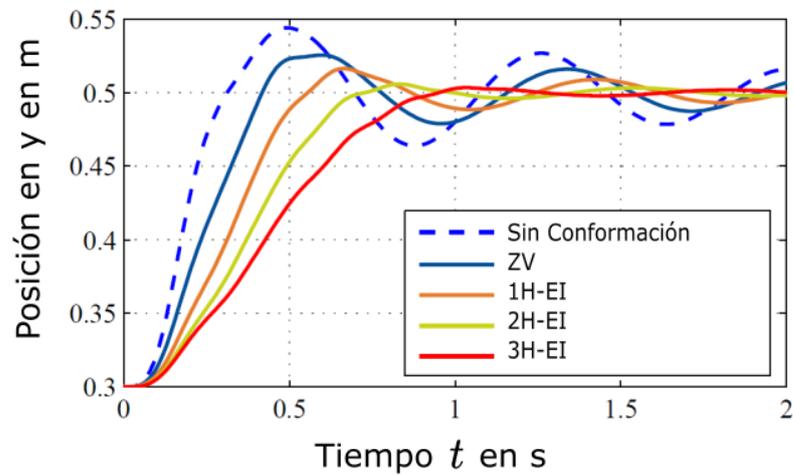


Figura 27 Respuestas en y para conformadores EI (Robustez)

Tabla 3
Resultados de la prueba de robustez

Conformador	Duración del comando <i>s</i>	Máxima vibración residual en m		Reducción de sobre impulso en %	
		<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>
No conformador	0.3	0.0286	0.0439	0.00	0.00
ZV	0.4848	0.0172	0.0255	39.86	41.91
ZVD	0.6696	0.0108	0.0182	62.24	58.54
ZVDD	0.8544	0.0071	0.0100	75.17	77.22
ZVDDD	1.0392	0.0048	0.0059	83.22	86.56
1H-EI	0.6696	0.0096	0.0164	66.43	62.64
2H-EI	0.8463	0.0035	0.0058	87.76	86.79
3H-EI	1.0283	0.0019	0.0034	93.36	92.26

Notar que los tiempos de la Tabla 3 son los mismos que los de la Tabla 2, pues la secuencia del conformador es la misma en ambos caso, pero ahora la diferencia es evidente en cada gráfico resultante. Los resultados de esto claramente indican que el conformador con mayor robustez de todos ellos es el 3H-EI, reduciendo el chapoteo en un 92.26% a pesar de los cambios en los valores de los parámetros. Aquellos que ocupan el segundo lugar en robustez son ZVDDD y 2H-EI con una reducción de chapoteo del 86.56% y 86.79% respectivamente. Haciendo uso de un ZV, ZVD o 1H-EI en estos casos, no serviría de mucho, debido al bajo rendimiento (41.91%, 58.54% y 62.64%, respectivamente).

Es importante decir que, dependiendo de la carga que es sujeta por el robot, es decir m_3 , la frecuencia del sistema podría variar significativamente, por lo tanto, un análisis es requerido para encontrar este nuevo gráfico con

los valores de las frecuencias. Si es necesario, una secuencia de impulsos diferentes deberán ser calculados y utilizados en ese caso.

4.5. Selección de Técnica de Conformación de Entrada

En esta sección la técnica de conformación de entrada necesaria para el modelo del robot con sus parámetros es analizada.

La técnica seleccionada para ser utilizada fue 3H-EI, gracias a la robustez adecuada que se acopla a las características de vibración del modelo. Esta técnica fue seleccionada porque teóricamente la robustez alcanza un $\pm 48\%$ de la frecuencia de diseño, y la frecuencia del robot varía aproximadamente $\pm 42.8\%$ de la frecuencia de diseño (Figura 15). Esto es, el conformador permite que el robot trabaje con oscilaciones reducidas hasta un máximo de $\theta = 2.5$ rad. La robustez del conformador 3H-EI es un poco más que el deseado, pero es necesario debido al incremento o decremento de las frecuencias debido a los procesos de pick and place.

El conformador de entrada con tres corcovas es usado para estudiar tres casos de movimiento del robot, y así realizar la segunda prueba de robustez mencionada, al pasar el TCP del robot por puntos bastante separados.

Los movimientos desarrollados son detallados en la Tabla 4

Tabla 4
Diferentes movimientos del efector final

Caso	Punto en m		Punto en rad		Tiempo de movimiento en s
	Inicial	Final	Inicial	Final	
1	$(0.3, 0.4)^T$	$(0.7, 0.5)^T$	$(-0.1199, 2.094)^T$	$(0.0852, 1.07)^T$	0.3
2	$(0.7, 0.5)^T$	$(0.3, 0.4)^T$	$(0.0852, 1.07)^T$	$(-0.1199, 2.094)^T$	0.3
3	$(0.1, 0.7)^T$	$(0.7, 0.1)^T$	$(0.6435, 1.571)^T$	$(-0.6435, 1.571)^T$	0.4

Los casos son mostrados a continuación:

- Caso 1:

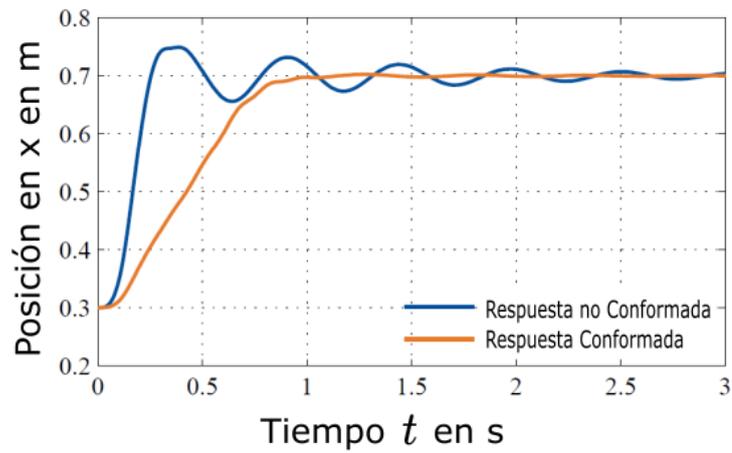


Figura 28 Respostas em x al caso uno

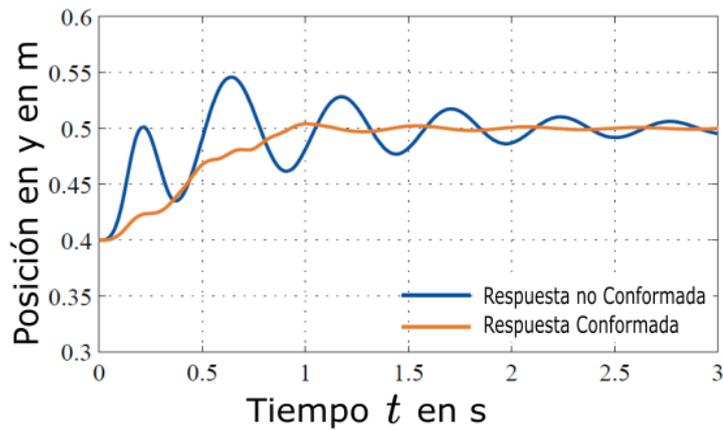


Figura 29 Resposta en y al caso uno

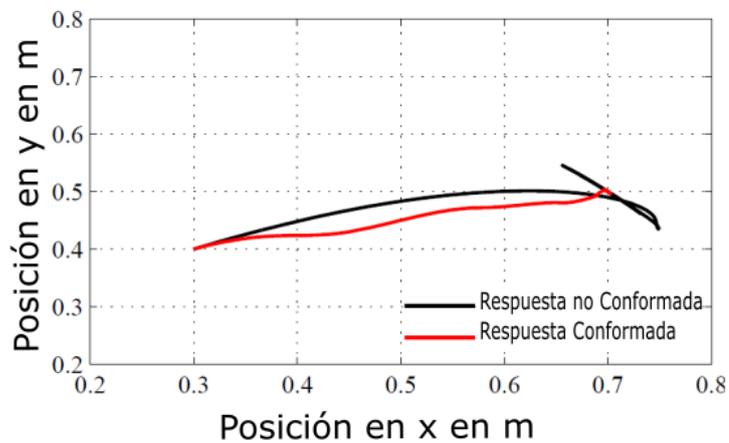


Figura 30 Respostas a trayectoria para el caso uno

- Caso 2:

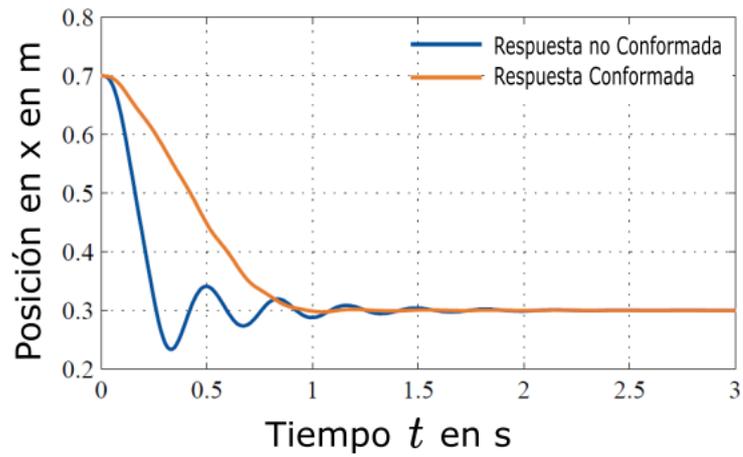


Figura 31 Respuesta en x al caso dos

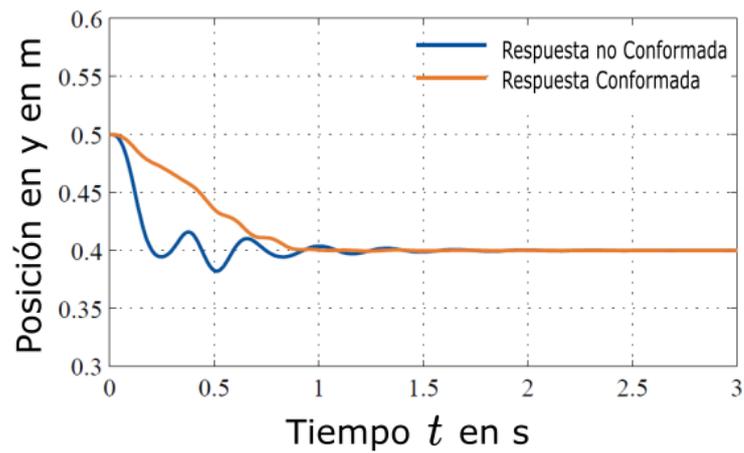


Figura 32 Respuesta en y al caso dos

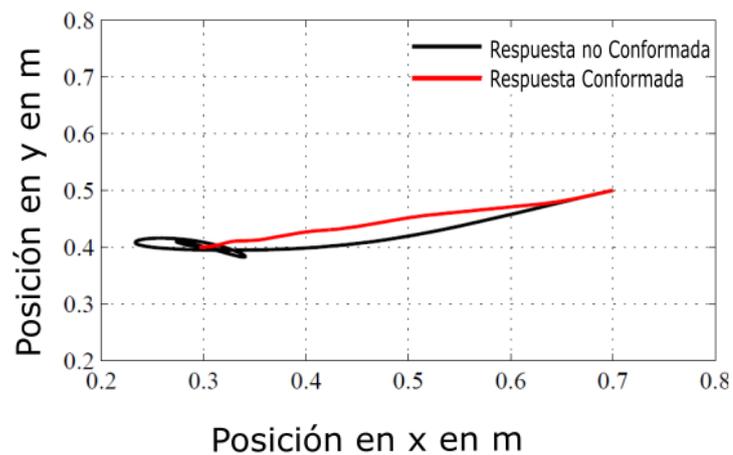


Figura 33 Respuestas a trayectoria para el caso dos

- Caso 3:

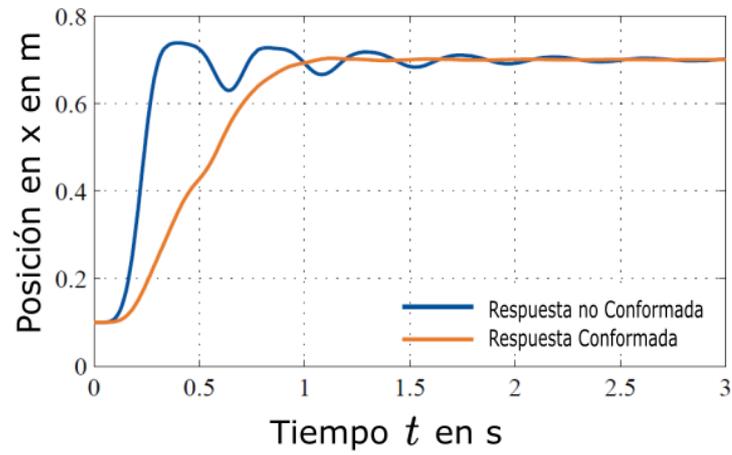


Figura 34 Respuesta en x al caso tres

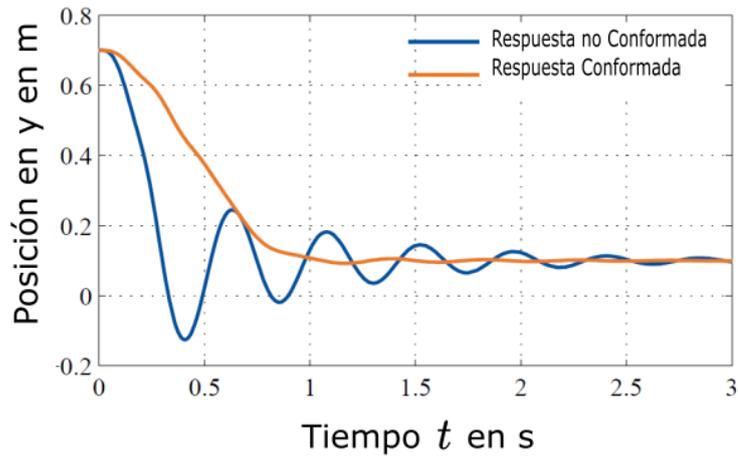


Figura 35 Respuesta en y al caso tres

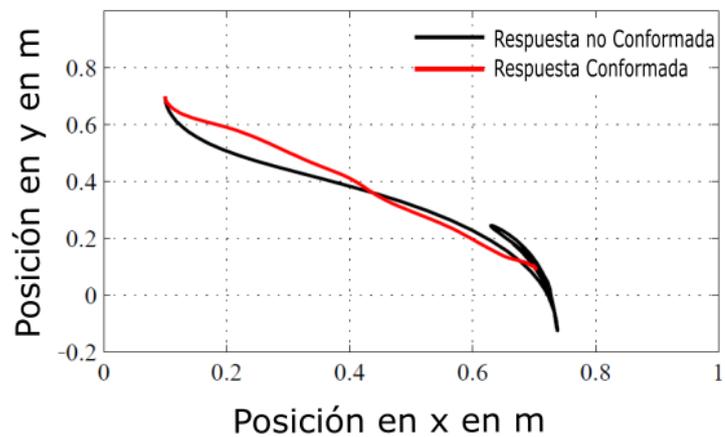


Figura 36 Respuestas a trayectoria para el caso tres

Los resultados están resumidos en la Tabla 5

Tabla 5
Resultados de diferentes movimientos utilizando 3H-EI

Caso	Duración de movimiento en s		Máxima vibración residual absoluta en m		Reducción de sobreimpulso [%]
	No conformado	3H-EI	No conformado	3H-EI	
1	0.3	1.0283	0.0674	0.0049	92.79
2	0.3	1.0283	0.0692	0.0032	95.44
3	0.4	1.1283	0.2284	0.0092	95.96

En todos los movimientos conformados presentados, el porcentaje de reducción es superior al 90% lo cual es bastante conveniente y teóricamente muestra que ha sido posible reducir las oscilaciones en ejecución de trayectorias del robot.

Con miras a obtener una buena idea sobre los movimientos del TCP, la Figura 30, Figura 33 y Figura 36 comparan las trayectorias, notar el sobreimpulso que aparece al final del movimiento en el caso no conformado.

Hay también técnicas para sistemas de múltiples modos de vibración (C. F. Cutforth, 1999) (T. Singh, 1993) donde el segundo modo de vibración no puede ser ignorado, pero esas técnicas trabajan con sistemas con una frecuencia constante o ligeramente variable. No es el caso del SCARA, donde la segunda frecuencia natural tiene a variar demasiado (pero principalmente en nuestro modelo esto no tiene un efecto relevante y desaparece rápidamente y con pequeña amplitud, esto se puede demostrar con las fórmulas de 3.3.3, este efecto es mucho más común en péndulos dobles) que ningún método mencionado en la teoría proporcionaría dicha robustez y utilizar un método como por ejemplo “Derivación de Conformadores de Entrada Multimodo” el cual obtiene la secuencia del conformador de entrada

por medio de la convolución de dos secuencias de impulsos diseñados para cada modo de vibración, eso sería pagado con una pérdida en tiempo, porque la duración total del conformador sería igual a la suma total de los tiempos de los conformadores para cada modo de vibración.

4.6. Alteración en los Comandos causados por el Conformador

En esta sección se examinará como los Conformadores de Entrada alteran la forma básica de los comandos de entrada después de la convolución, cuando el tiempo de transición es muy corto comparado al periodo del sistema.

Para explicar este efecto, primero, se planeará un comando de movimiento en un solo eje. El inicio del movimiento es $(0.0, 0.4)^T$ m y el final es $(0.7, 0.4)^T$ m (solo en el eje x) en el espacio de trabajo, desde $(0.4115, 2.319)^T$ rad a $(0.1139, 1.266)^T$ m en el espacio de articulaciones.

Los siguientes experimentos con el modelo muestran los resultados de aplicar la misma técnica de conformación de entrada (3H-EI) a la misma trayectoria pero con diferentes tiempos de transición, para obtener una mejor visualización del efector final, el movimiento en el plano $x - y$ es mostrado.

El primer experimento es una aplicación del Conformador de Entrada con un tiempo de movimiento de 0.4 s. En la Figura 37 la respuesta no conformada mantiene oscilaciones después del movimiento de los motores que tardaron 0.4 s, pero con el comando conformado la respuesta no muestra oscilaciones visibles pero por supuesto el tiempo de movimiento de los motores ha incrementado a 0.9283 s. Observar el sobreimpulso de la trayectoria no conformada al final del movimiento en la Figura 38, no así en el caso de la trayectoria conformada.

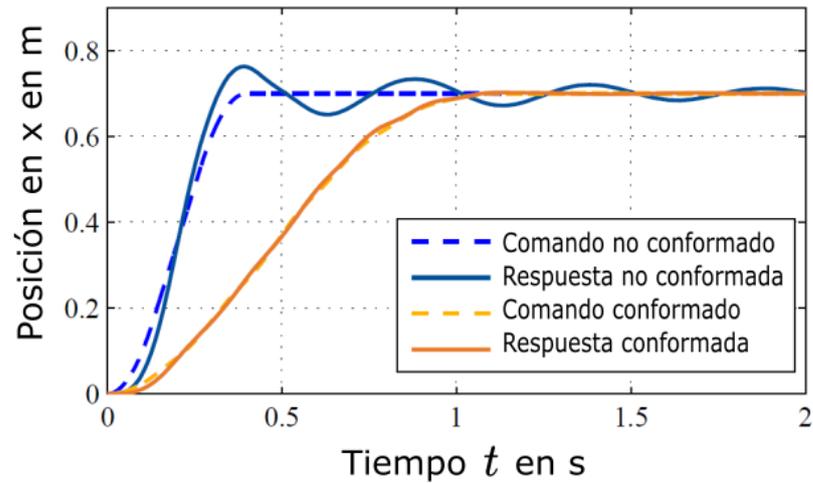


Figura 37 Respuestas en x para un tiempo de transición de 0.4 s.

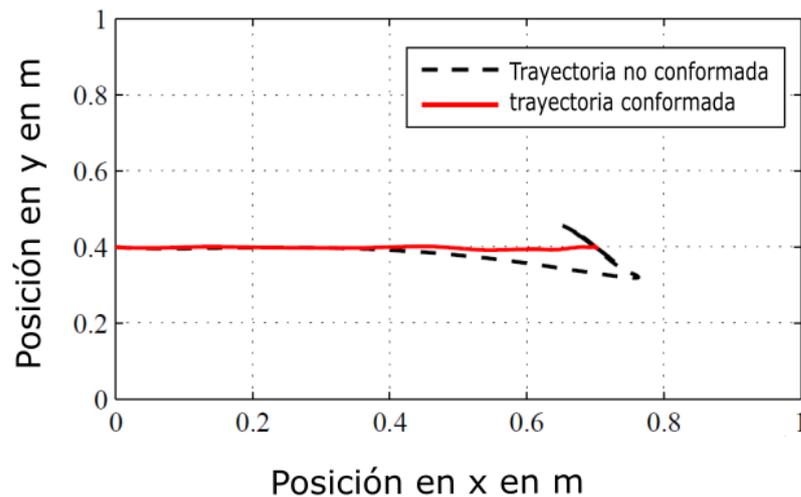


Figura 38 Trayectoria para un tiempo de transición de 0.4 s

Es muy lógico pensar que si el tiempo de transición incrementa, la amplitud de vibración residual será menor, y el conformador no tendrá más un efector relevante en el sistema. Por lo tanto el comando no conformado y el comando conformado se parecerán más, es por eso que menos vibraciones ocurrirán en ambos casos. Esto se demostró en la Figura 39 y Figura 40. El tiempo de transición ahora es 0.7 s.

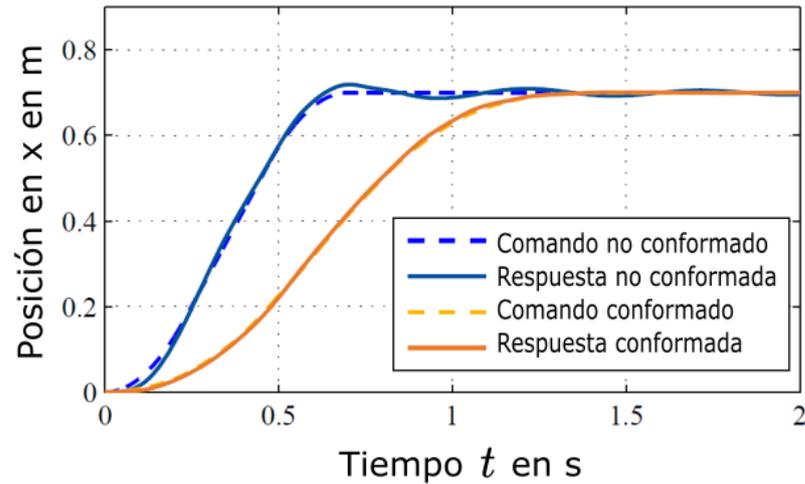


Figura 39 Respuesta en x para un tiempo de transición de 0.7 s.

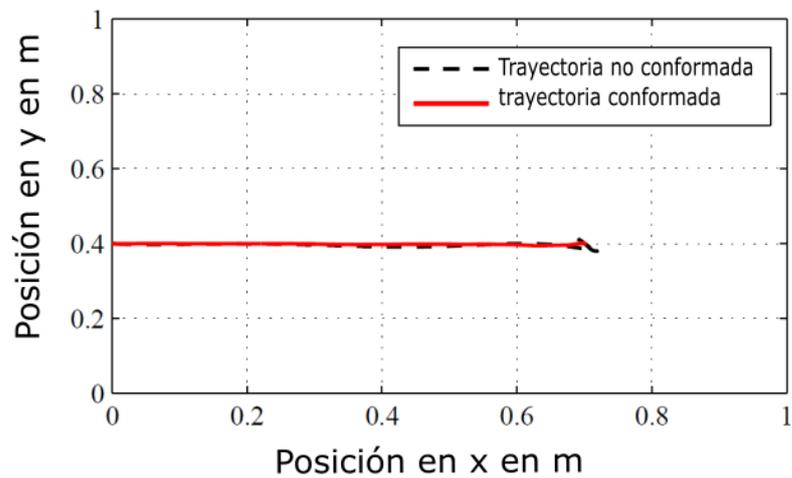


Figura 40 Trayectoria para un tiempo de transición de 0.7 s

Pero cuando el tiempo de transición es muy corto, como se mencionó, el comando conformado presenta escaleras, pero aun así proporciona mejores resultados que la respuesta del modelo ante comandos no conformados, la Figura 41 y Figura 42 demuestran lo que es mencionado con 0.2 s como tiempo de transición.

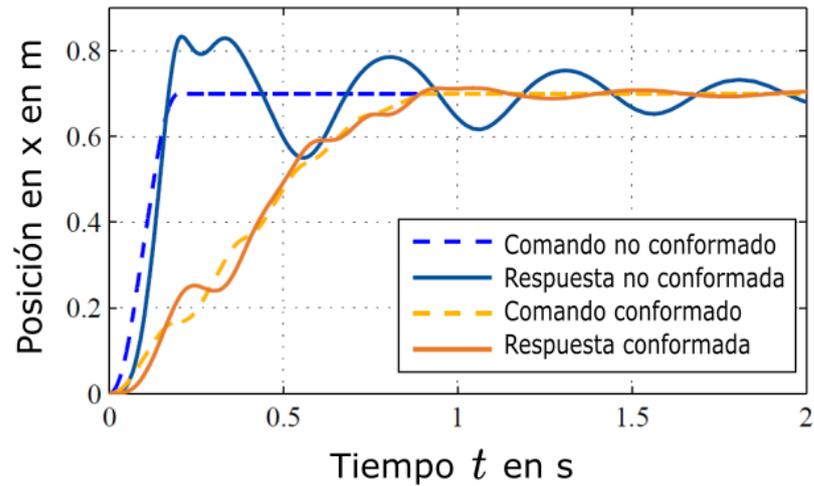


Figura 41 Respuesta en x para un tiempo de transición de 0.2 s.

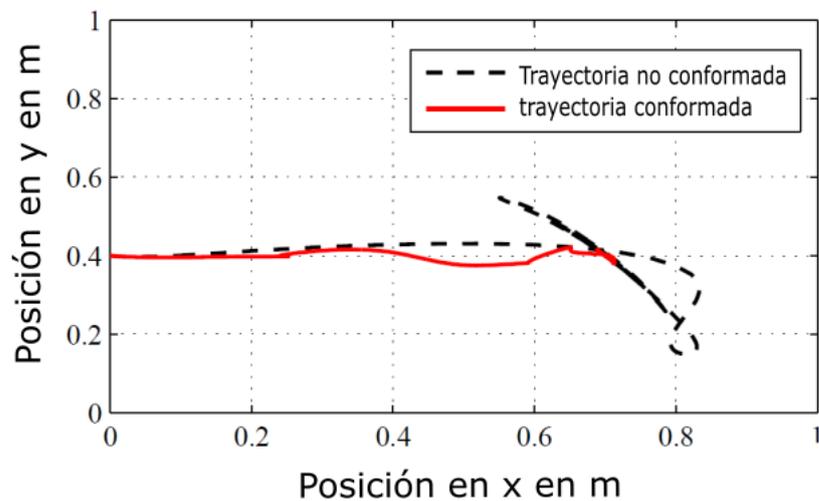


Figura 42 Trayectoria para un tiempo de transición de 0.2 s

Comparando cada figura, se puede observar que cuando el tiempo de transición es muy rápido, la trayectoria conformada no presenta la forma básica del comando de entrada, pero cuando el movimiento de un punto a otro es lento (relativamente) la forma de la trayectoria aún tiene la forma básica.

A pesar de cualquier deformación en la forma básica de la trayectoria no conformada, la trayectoria conformada termina en la misma posición final deseada.

Los resultados están resumidos en la Tabla 6. Una conclusión importante de esta prueba es la comparación del caso 1 con el caso 3. El porcentaje de reducción de sobreimpulso se reduce, cuando el tiempo de transición decrece.

Con un tiempo de movimiento de 0.2 s la reducción de sobreimpulso es igual a 89.56% y con un tiempo de 0.7 s la reducción de sobreimpulso es 96.33%. Si el tiempo de operación debe ser menor a 0.7 s, el diseñador debe aceptar que el PRV tenderá a incrementarse. Pero si la frecuencia no cambia, otro tipo de conformador de entrada podría ser seleccionado.

Tabla 6
Resultados del mismo movimiento del TCP con varios tiempos.

Caso	Duración de movimiento en s		Máxima vibración residual absoluta en m		Reducción de sobreimpulso [%]
	No conformado	3H-EI	No conformado	3H-EI	
1	0.2	0.9283	0.1332	0.0135	89.8648
2	0.4	1.1283	0.0629	0.0024	96.1844
3	0.7	0.0191	0.0191	0.0007	96.3350

4.7. Alteraciones en la Trayectoria Deseada

El Conformador de Entrada tiende a alterar la trayectoria deseada, esa es la explicación del porque su uso en aplicaciones de seguimiento de trayectoria ha sido cuestionado. En aplicaciones relacionadas con precisión, como pintado, cortado o escaneado, un cambio en la trayectoria podría arruinar los resultados. Pero in trayectorias donde se requiere que el robot evite algo o llegue a un punto sin oscilaciones, este método es útil, y ese es el caso de esta investigación (W. Singhose N. S., 1994) (W. Singhose T. C., 1995)

Para explicar este problema, una trayectoria cuadrada es analizada (los resultados son ignorados como tiempos de reducción y porcentajes de reducción de sobreimpulso). Los comandos de entrada al robot son mostrados en la Figura 43. La trayectoria deseada tiene la siguiente secuencia: $(0.3, 0.6)^T$ m, $(0.6, 0.6)^T$ m, $(0.6, 0.3)^T$ m y $(0.3, 0.3)^T$ m en el espacio de la tarea, y $(0.2717, 1.671)^T$ rad, $(0.2278, 1.115)^T$ rad, $(-0.3718, 1.671)^T$ rad y

$(-0.3472, 2.265)^T$ rad en el espacio de las articulaciones. Note que en el momento en que el comando x no conformado termina, su trayectoria desde 0.3 m a 0.6 m después de 2 s, el movimiento en la dirección y empieza inmediatamente desde 0.6 m a 0.3 m para formar un cuadrado (Figura 44). Pero después que el comando es conformado, el movimiento en la dirección y , empieza antes que el movimiento en x concluya, esta es la razón por la que una alteración en la trayectoria aparece, la cual es observada en la Figura 45, pero las oscilaciones han sido reducidas.

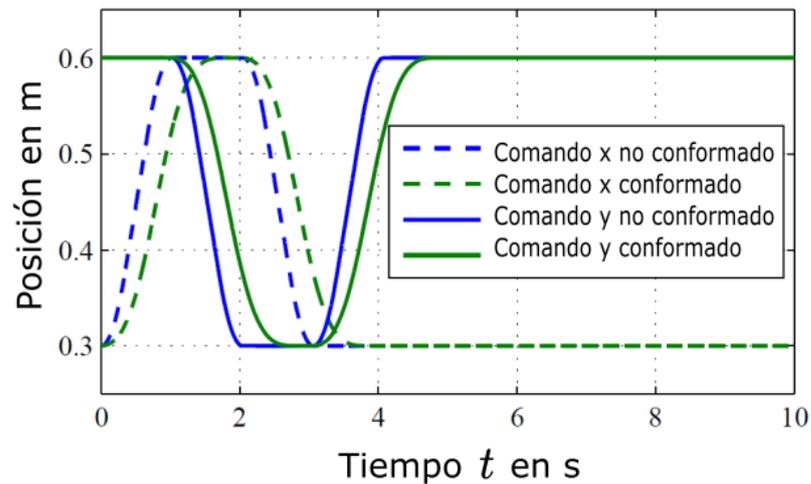


Figura 43 Comandos para una trayectoria cuadrada.

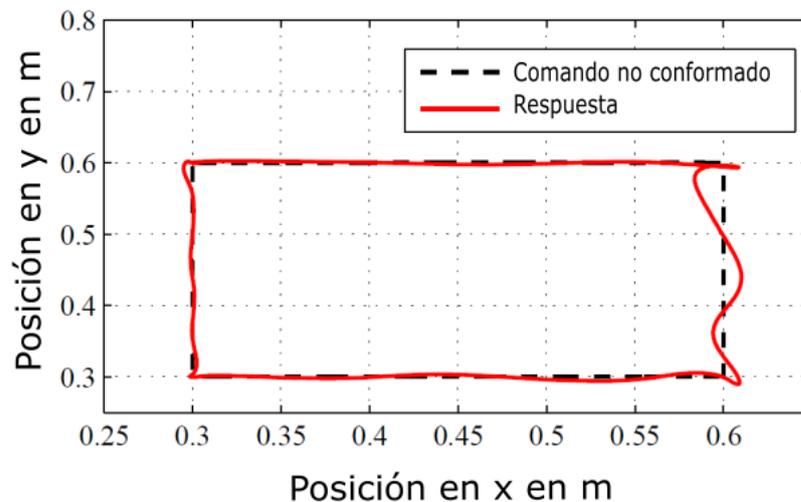


Figura 44 Trayectoria cuadrada sin aplicación del conformador

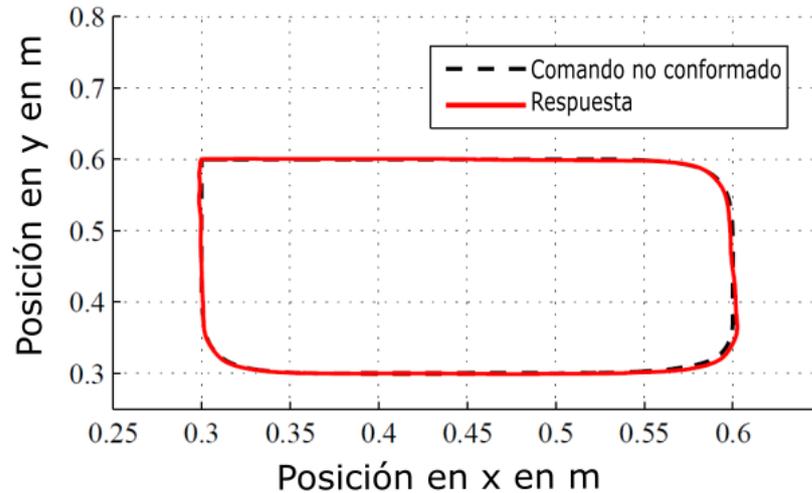


Figura 45 Trayectoria cuadrada con aplicación del conformador

4.8. Comandos con los mismos Tiempos de Duración

En esta sección, se valida con un ejemplo como las técnicas de conformación de entrada reducen las oscilaciones aun cuando la señal no conformada ha incrementado su duración de movimiento. Los resultados de la conformación de entrada reducen las oscilaciones, pero por supuesto como se vio antes, la trayectoria se distorsiona.

El movimiento deseado tiene la siguiente secuencia, $(0.3, 0.6)^T$ m, $(0.6, 0.6)^T$ m, $(0.6, 0.3)^T$ m, $(0.2, 0.4)^T$ m y $(0.3, 0.5)$ m y no se detiene durante todo el movimiento. En el espacio de articulaciones: $(0.2717, 1.671)^T$ rad, $(0.2278, 1.115)^T$ rad, $(-0.3718, 1.671)^T$ rad, $(0, 2.214)^T$ rad y $(0.08211, 1.897)^T$ rad.

En la Figura 46, todos los comandos conformados y no conformados terminan en 4.2 s. Los resultados en cada dirección pueden ser vistos en la Figura 47 y Figura 48. Los resultados de los comandos conformados tienden a seguir la trayectoria (recordar que esta ha cambiado), pero los resultados de los comandos no conformados presentan oscilaciones.

Después de observar a la Figura 49, la cual muestra los resultados en el plano $x - y$. Nosotros podemos concluir que las técnicas de conformación de

entrada reducen realmente las oscilaciones, la pérdida en el tiempo debido a la aplicación de este método es pagado con una alteración en la trayectoria, y dependiendo de la velocidad del movimiento, las técnicas de conformación de entrada podría cambiar completamente la trayectoria, recordar el efecto de las escaleras.

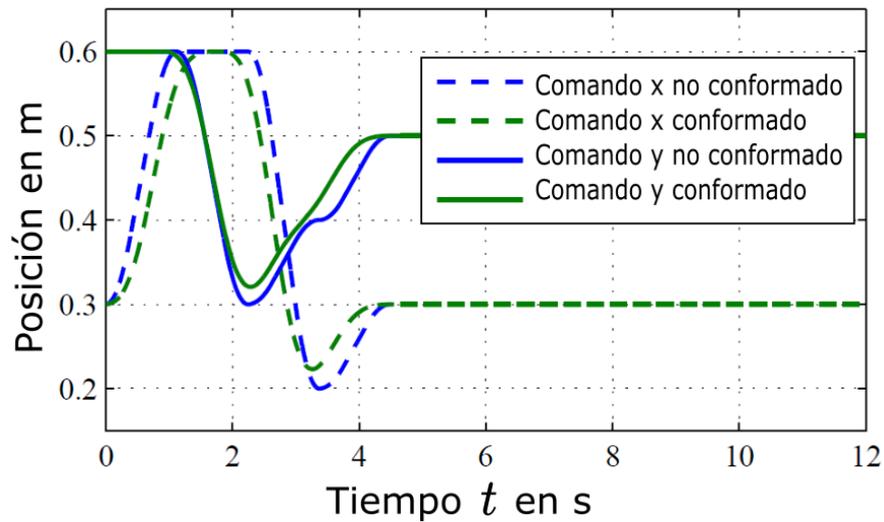


Figura 46 Comandos con el mismo tiempo de duración

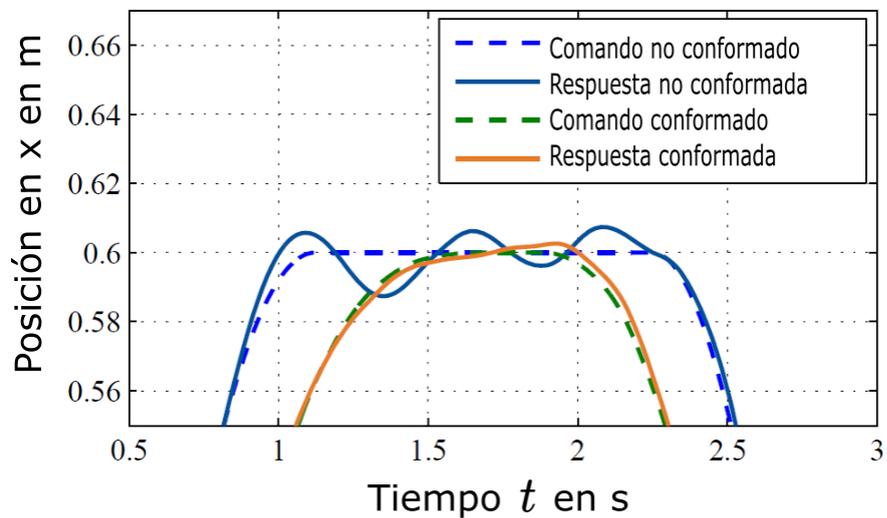


Figura 47 Resultados en x con el mismo tiempo de duración

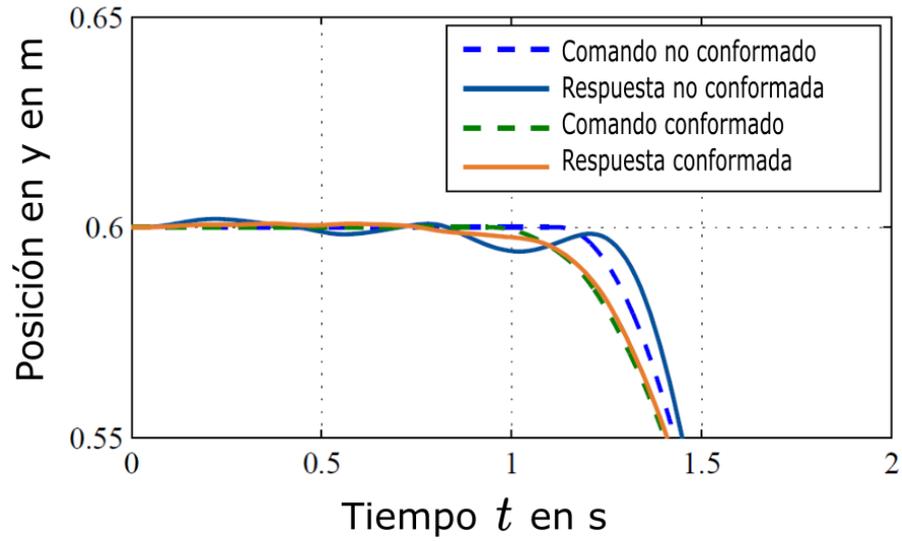


Figura 48 Resultados en y con el mismo tiempo de duración

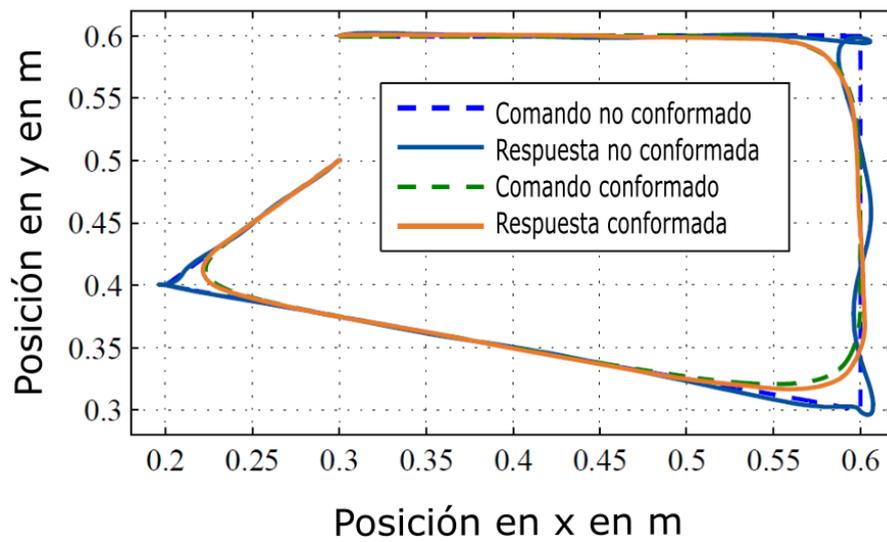


Figura 49 Comandos y respuestas en el plano x-y.

CAPÍTULO V

IMPLEMENTACIÓN DE TÉCNICAS DE CONFORMACIÓN DE ENTRADA EN SCARA

5.1. Procedimiento de Medición de Parámetros

Primeramente, un acelerómetro fue posicionado en el TCP. Este sensor midió la aceleración en los ejes x , y y z . La Figura 50 muestra dicho sensor.



Figura 50 Acelerómetro del Centro de Mecatrónica

Este sensor tiene propiedades magnéticas y el TCP no, es por eso que una regla de metal fue utilizada, por sus propiedades metálicas y su peso ligero sobre el TCP (como un intermediario). La Figura 51 muestra el robot SCARA con el sensor.

El principio teórico fue seguido y las vibraciones residuales del robot fueron medidas a diferentes puntos.

Un movimiento oscilatorio de los eslabones fue creado mientras los rotores de los motores mantenían su posición fija. Los datos del sensor fueron procesados por una computadora y almacenados para su posterior análisis con la herramienta informática Matlab.

5.2. Análisis de Datos

Las oscilaciones residuales de la posición en cualquier eje fueron descritas en la sección 3.3.3, por lo tanto, la aceleración tiene la forma (después de derivar y unir términos semejantes):

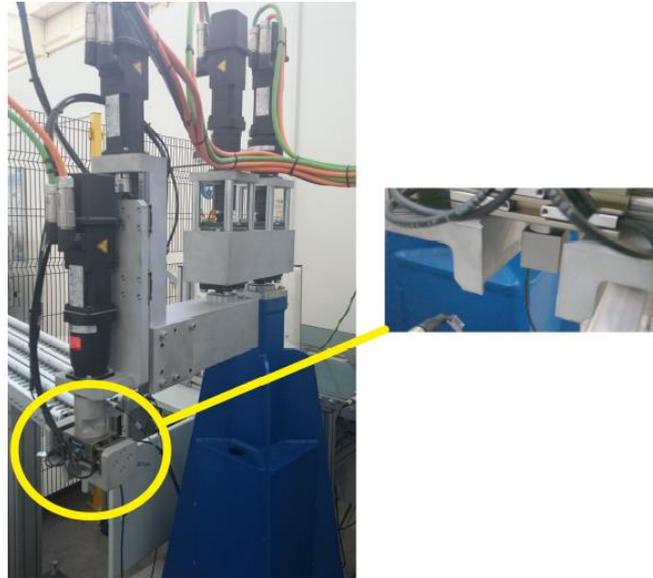


Figura 51 Sensor sobre el TCP del Robot

$$\ddot{x}(t) = C_3 e^{-\zeta\omega t} \cos(\omega_d t + \psi_3) \quad (30)$$

$$\ddot{y}(t) = C_4 e^{-\zeta\omega t} \cos(\omega_d t + \psi_4)$$

Note que de acuerdo con la teoría, la frecuencia en x y y tiene los mismos valores de ω y ζ . Los ejes del acelerómetro no están exactamente alineados con los ejes del TCP, pero sabiendo la aceleración total medida, con un ángulo de error, los componentes x y y podrían ser estimados.

Ya que el ángulo de error es constante (y no se conoce), la vibración libre del TCP tiene la misma frecuencia de la aceleración medida por el acelerómetro. Encontrando los valores de las frecuencias de las aceleraciones medidas, será suficiente para diseñar un conformador y utilizarlo en los comandos x y y .

Los datos medidos por el acelerómetro a diferentes ángulos de θ_2 son presentados en la Figura 52.

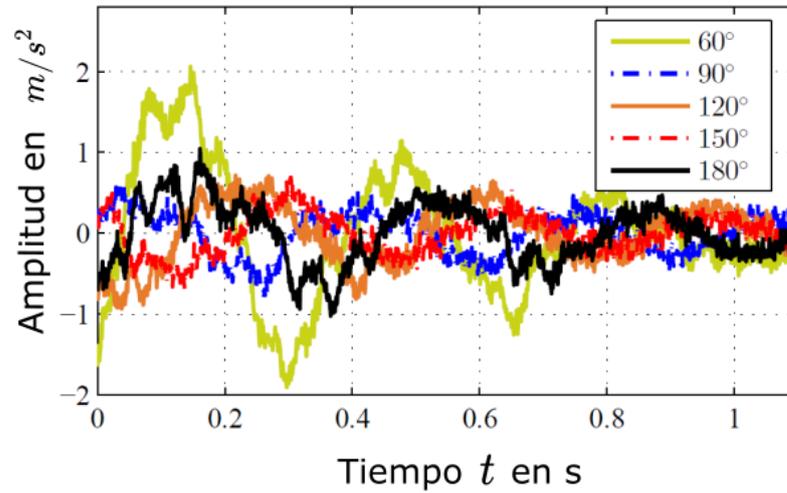


Figura 52 Aceleraciones residuales medidas en diferentes ángulos θ_2

La información presenta ruido, por lo tanto se optó por filtrar las señales utilizando un filtro Savitzky-Golay, con un polinomio de tercer grado (Figura 53), los resultados mejoran.

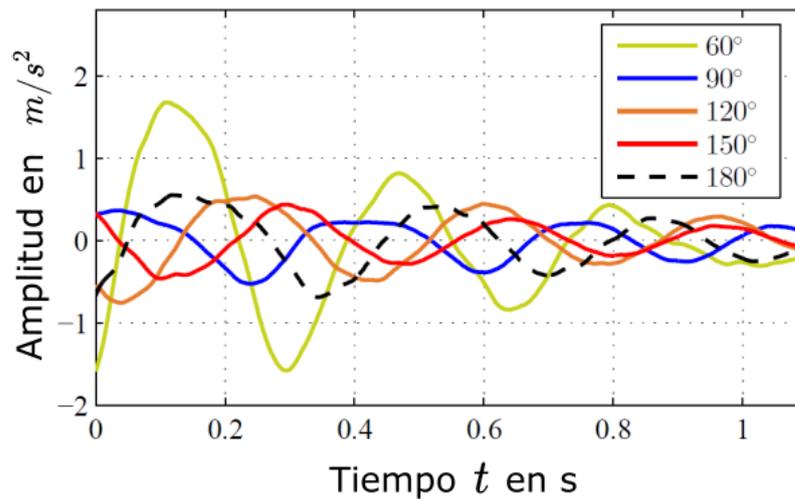


Figura 53 Datos de aceleración después de ser filtrados

La idea clave para la identificación de parámetros es encontrar curvas que tengan la forma de la ecuación 30 con forma de las curvas de la Figura 53. A fin de lograr esto, herramientas computacionales fueron usadas. El toolbox utilizado fue Curve Fitting de Matlab. Este utiliza el Método de los Mínimos Cuadrados y proporciona la opción de escribir una ecuación de referencia general para calcular los parámetros aproximados. La ecuación general en este caso es 30. (Recordar que $\omega_d = \omega\sqrt{1 - \zeta^2}$)

Por ejemplo, los datos medidos cuando $\theta_2 = 120^\circ$ fueron filtrados y son mostrados en la Figura 54 como “Aceleración Filtrada”. Entonces al utilizar “Curve Fitting”, la ecuación general puede ser escrita.

El problema fue resuelto por medio del Algoritmo Levenberg-Marquardt con “Bisquare” o “Bicadrado” como su nivel de robustez. La curva conformada puede ser vista en la Figura 54.

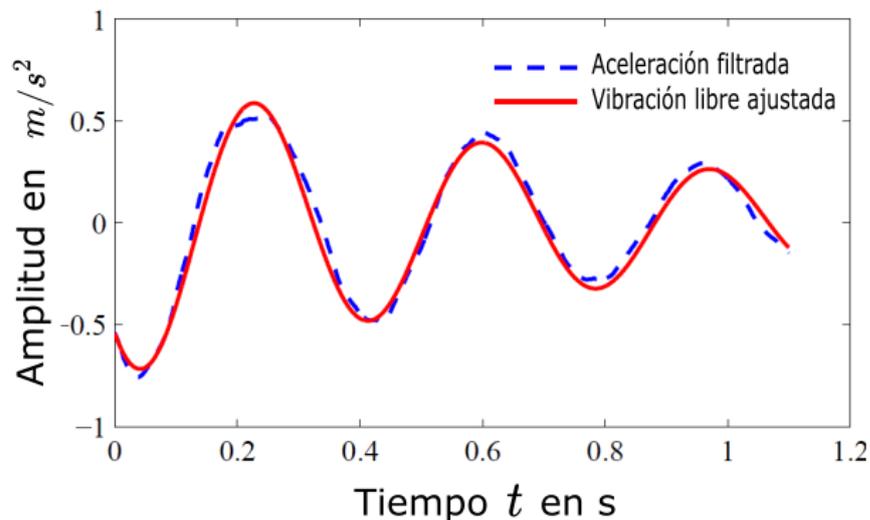


Figura 54 Aceleración medida y curva ajustada para un ángulo de 120°

Un proceso similar es desarrollado para todos los ángulos. Los resultados están resumidos en la Tabla 7.

Tabla 7
Aproximaciones de ω y ζ para cada ángulo del segundo motor

Ángulo	ω en rad/s	ζ
60°	18.4201	0.1186
90°	17.6146	0.0787
120°	16.9442	0.0635
150°	16.9365	0.0656
180°	17.14	0.0948

5.3. Diseño del Conformador y Pruebas el Modelo

De los datos de la Tabla 7, un valor promedio entre el máximo y el mínimo es calculado, por lo tanto, un porcentaje de error puede ser calculado.

$$\omega = 17.6783 \text{ rad/s} \pm 5\% \quad (31)$$

$$\zeta = 0.09105 \pm 31 \%$$

Con esos valores es posible estimar un modelo con la forma de una ecuación lineal de segundo orden (Y., Zhao; C., Wang; X., Yu; M., Tomizuka, 2016), la función de transferencia tendría la forma:

$$G(s) = \frac{K_s \omega^2}{s^2 + 2\zeta \omega s + \omega^2}$$

Con una ganancia K_s igual a 1. La ecuación de transferencia es:

$$G(s) = \frac{312.52}{s^2 + 3.22 s + 312.52}$$

El porcentaje de variación de la frecuencia natural es $\pm 5\%$ (Ecuación 31), aparentemente una técnica de conformación semi robusta será necesaria, de acuerdo con la teoría. Un conformador ZVD es seleccionado, este asegura un PRV menor a 5 % con una variación de ω del ± 15 .

Las curvas de sensibilidad no muestran usualmente mucha variación con el cambio de ζ , es por eso que normalmente solo ω aparece en el eje horizontal (Figura 6). Un cambio de 31% de ζ no causaría una alteración significativa en el valor del PRV (Y., Zhao; C., Wang; X., Yu; M., Tomizuka, 2016).

Los valores de las amplitudes y tiempos para un conformador ZVD son calculados utilizando las formulas 6, y los resultados son los siguientes:

$$ZVD = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3264 & 0.4898 & 0.1838 \\ 0 & 0.1785 & 0.3569 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Para validar el funcionamiento del conformador, la entrada al sistema será una función escalón, la cual es convolucionada con una secuencia de impulsos 32. Los resultados se presentan en la Figura 55.

El valor del PRV es 0.04 %, el cual está muy abajo del 5%, pero esto es debido a que se conoce exactamente la frecuencia de vibración del sistema.

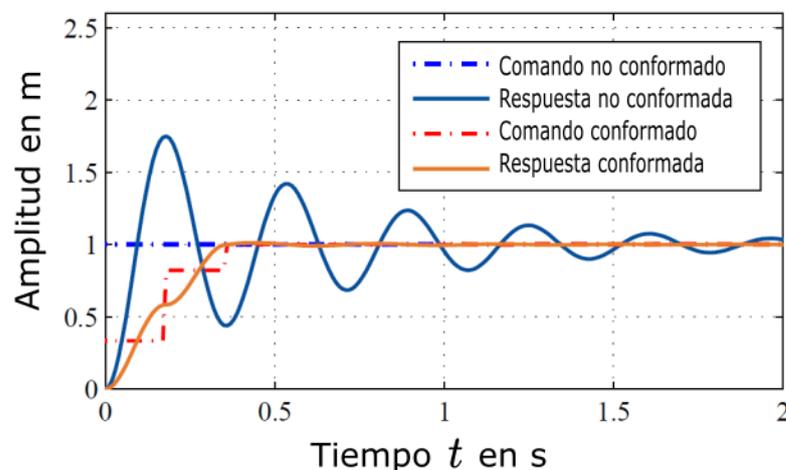


Figura 55 Respuesta del sistema ante una entrada escalón.

El test de robustez muestra que el conformador aún mantiene un PRV menos del 5% aún después de un incremento del 10% en el valor de la frecuencia de diseño, la cual será 19.44 rad/s (Figura 56).

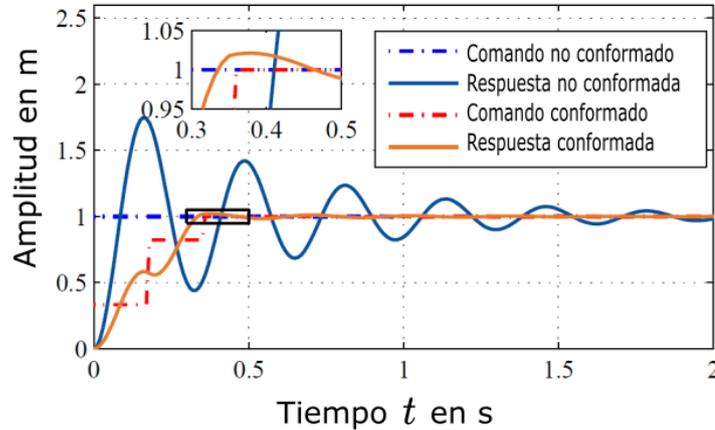


Figura 56 Respuesta del sistema a una entrada escalón. Error en ω .

En este caso el PRV es 2.23%. Recordar que este conformador trabaja correctamente con un cambio en ω hasta $\pm 15\%$. Esa robustez es útil para errores en la identificación de parámetros.

5.4. Pruebas en el Robot SCARA

En esta sección, los resultados de la aplicación de las técnicas de conformación de entrada aplicados a un robot SCARA real son mostrados. Los comandos no conformados pueden ser vistos en la Figura 57 para x y y .

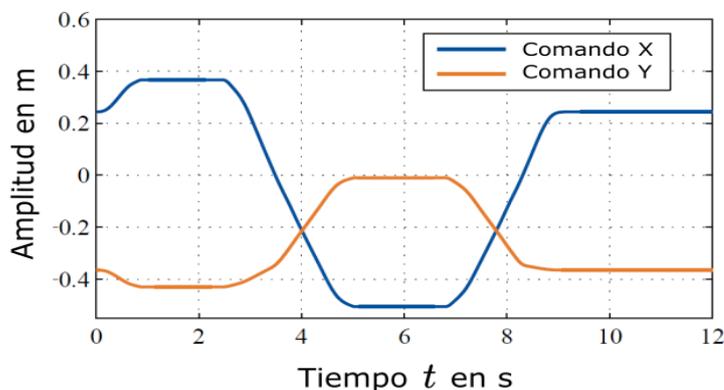


Figura 57 Comandos X y Y para el proceso de Pick and Place.

La trayectoria deseada formada por esos comandos es mostrada en la Figura 58. El movimiento empieza en la posición $(0.2433, -0.364)^T$ m. Entonces el SCARA se mueve a $(0.3668, -0.4285)^T$ m donde este toma un objeto y después en $(-0.5045, -0.0095)^T$ m el objeto es dejado y el SCARA regresa su TCP a $(0.2433, -0.364)^T$ m. El tiempo de ejecución es alrededor de 9.119 s.

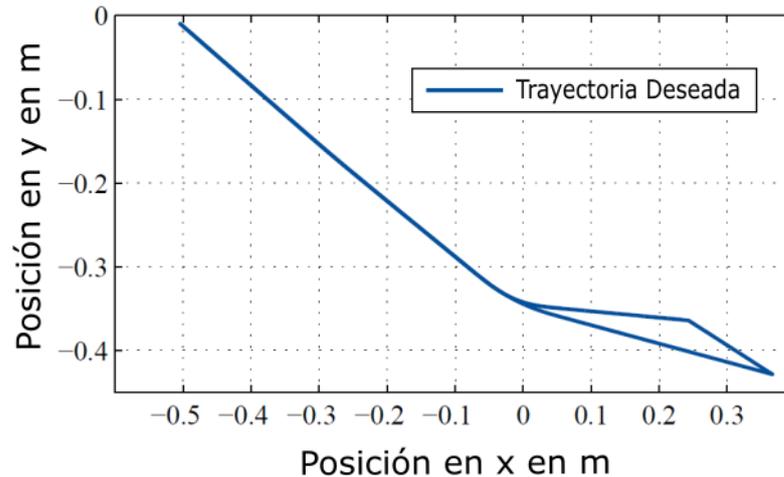


Figura 58 Trayectoria deseada para el proceso de Pick and Places

Además del conformador ZVD, dos técnicas que serán aplicadas también, que son 1H-EI (robustez similar a ZVD) y 3H-EI (el más robusto de los conformadores). Los siguientes valores son las secuencias de impulsos que serán convolucionados con los comandos también.

$$1H - EI = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.346 & 0.456 & 0.1979 \\ 0 & 0.1799 & 0.3569 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$3H - EI = \begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2087 & 0.275 & 0.265 & 0.1733 & 0.078 \\ 0 & 0.19 & 0.3638 & 0.5346 & 0.7048 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Los resultados de la aceleración total medida por el acelerómetro están mostrados en la Figura 59. Se puede observar como la aceleración de las oscilaciones decrece notablemente después de aplicar cualquier de los tres

tipos de conformadores. La aplicación del conformador 3H-EI muestra los mejores resultados en la reducción de oscilaciones. Existen zonas donde las aceleraciones parecen no reducirse ni la mitad (ejemplo desde el segundo 3 al 4), pero la razón es debido a aceleraciones positivas y negativas que aparecen debido a la velocidad trapezoidal (Figura 18).

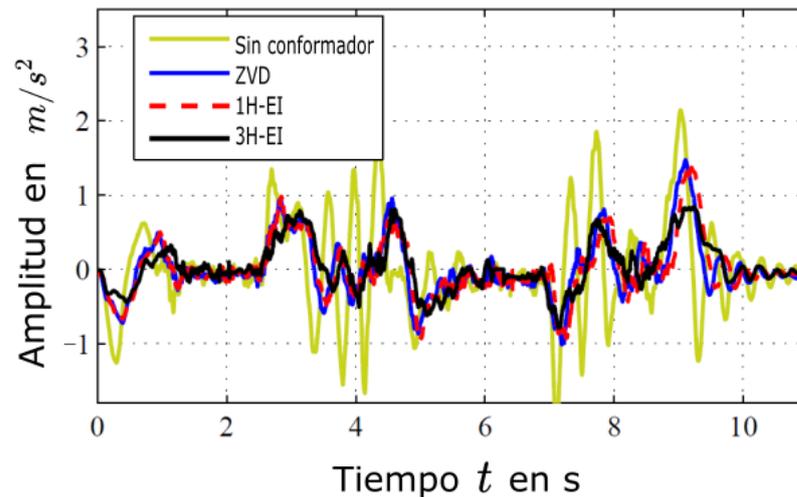


Figura 59 Aceleración total medida por el sensor durante trayectoria

En los primeros dos movimientos de la ejecución de trayectorias, el robot toma y deposita la pieza. Es por ello que se producen oscilaciones (muy pequeñas, pero que representan mal los resultados) debido al movimiento simultáneo de los ejes tercero y cuarto, en conjunto con el TCP, debido a esto se analizarán las oscilaciones solo al final de la ejecución de la trayectoria. Esas aceleraciones son mostradas en la Figura 60. La amplitud de la aceleración máxima residual es 1.158 m/s^2 y ocurre cuando ningún conformador es aplicado. Los resultados del conformador ZVD muestran una aceleración máxima de 0.2706 m/s^2 , eso es un 76.63% de reducción de la aceleración. El los resultados de aplicar el conformador 1H-EI muestran una amplitud de aceleración máxima residual de 0.1719 m/s^2 lográndose un 85.15% de reducción de la aceleración. Pero con un conformador 3H-EI la amplitud de la aceleración es 0.1043 m/s^2 . En este caso el porcentaje de reducción de aceleración ha sido del 90.1%.

Por lo tanto, el conformador con el mejor rendimiento fue 3H-EI. Este es más robusto que los demás pero es el que más retarda los comandos de entrada.

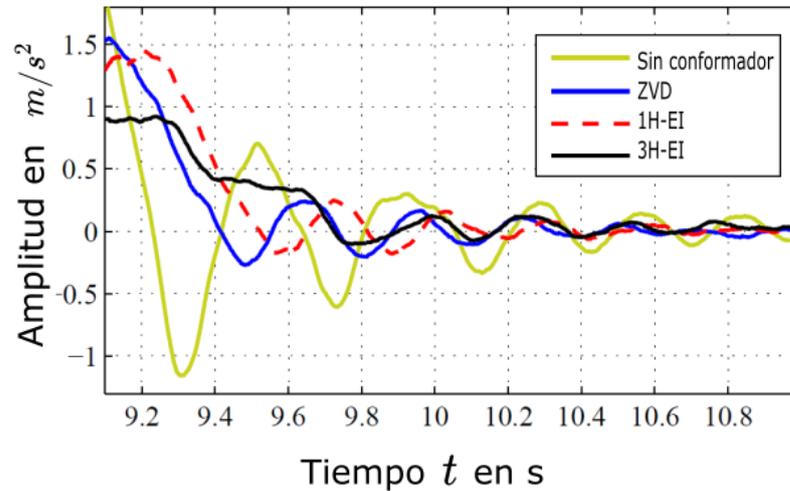


Figura 60 Aceleración del TCP al final del movimiento.

La aproximación y selección teórica del conformador ZVD, no mostró los resultados esperados. Por lo que se recomienda utilizar un conformador mucho más robusto, en este caso 3H-EI, debido a los errores en mediciones y aproximaciones. Los tiempos de retardo son 0.168 s, 0.251 s y 0.451 s para un ZVD, 1H-EI y 3H-EI, respectivamente. Teóricamente los tiempos de un ZVD y 1H-EI deberían ser iguales y 3H-EI debería ser el que más retarde el comando y por ende el resultado.

Nota: La diferencia entre los valores de los tiempos medidos con respecto a los teóricos (ecuaciones 32, 33 y 34) tal vez se deban a efectos no considerados y errores de precisión, además, los comandos no fueron ejecutados al mismo tiempo, es decir, no tienen un tiempo preciso de comienzo en los diferentes casos. Pero teóricamente, el conformador 3H-EI retarda el doble del tiempo que ZVD o 1H-EI.

CAPÍTULO VI

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1. Conclusiones

- Como resultado de la flexibilidad de ciertos componentes en el robot, las trayectorias del TCP pueden presentar oscilaciones. Esas oscilaciones pueden llevar a pérdidas en la calidad y tiempo en las líneas de producción. Debido a eso, la aplicación de técnicas de reducción de vibraciones es necesaria. Una técnica económica para resolver este problema es la conformación de entrada, cuyo uso ha sido examinado en este trabajo.
- Se realizó una investigación utilizando diferentes fuentes científicas a fin de aplicar correctamente las técnicas de conformación de entrada a un robot SCARA.
- Un modelo del robot SCARA ha sido propuesto, considerando las características de la dinámica de robots con articulaciones flexibles en el capítulo 2. Elasticidad y amortiguamiento fueron agregados a cada articulación del robot, es decir, la conexión entre el rotor y cada eslabón es elástica amortiguada.
- Para simular el SCARA, fue necesario resolver el problema cinemático del mismo. La cinemática inversa permitió calcular los valores de las posiciones de los motores $(\theta_1, \theta_2)^T$ dependiendo de la trayectoria deseada en el espacio de trabajo. La cinemática directa fue utilizada para encontrar la posición real del TCP dependiendo de los ángulos de $(q_1, q_2)^T$. La diferencia entre la posición deseada y la real fue debido a la flexibilidad de las articulaciones.
- El ambiente utilizado para pruebas virtuales fue Simulink. Una técnica de cálculo iterativo fue utilizada para resolver el problema no lineal del modelo. Para lograr verificar que las fórmulas del modelo encontrado

eran correctas, los resultados de este modelo se compararon con otro modelo diseñado con herramientas de SimMechanics de Matlab. Los resultados fueron casi idénticos.

- Las frecuencias naturales y coeficientes de amortiguación fueron requeridos para aplicar las técnicas de conformación de entrada. Las ecuaciones dinámicas fueron linealizadas de acuerdo a los ángulos $(\theta_1, \theta_2)^T$ y ese proceso permitió encontrar los valores de ω y ζ de las vibraciones libres que el robot tendría dependiendo de los ángulos θ_2 de sus motores.
- Todas las técnicas de conformación de entrada detalladas en el capítulo 2, con sus respectivas fórmulas, han sido aplicadas y comparadas de acuerdo a sus tiempos de retardo y porcentajes de vibración residual. Las técnicas fueron aplicadas de acuerdo al criterio de conformación en el espacio de tarea (sección 4.2) y perfil de velocidad trapezoidal (sección 4.3). Una prueba de robustez de las técnicas de entrada fue desarrollada cambiando algunos parámetros del robot los cuales producen cambios en la frecuencia. Los conformadores más rápidos, pero no tan robustos fueron ZV, ZVD y 1H-EI. Los de velocidad media y robustez media fueron ZVDD, 2H-EI, y los bastante robustos pero lentos fueron ZVDDD y 3H-EI.
- Entre todos los conformadores utilizados, el que cumplió con los resultados deseados en reducción de oscilación en el modelo fue un 3H-EI. Debido específicamente a sus niveles de robustez. Con este conformador, otro tipo de prueba de robustez fue desarrollado al establecer realizar diferentes movimientos en el espacio de la tarea, a fin de cambiar los valores de las frecuencias. La relación entre la velocidad del movimiento del comando de entrada y la habilidad del conformador para reducir oscilaciones fue estudiado e indicó que cuando el tiempo de movimiento es muy corto, escaleras son creadas en el comando de entrada conformado y el conformador pierde su rendimiento.

- La aplicación práctica fue llevada a cabo, la cual consistió primeramente en medir las vibraciones residuales del robot SCARA en diferentes posiciones. Para esto, un sensor acelerómetro fue utilizado.
- Los datos del sensor fueron filtrados y varias curvas fueron adaptadas a esos valores. La ecuación de referencia de esta curva fue la aceleración teórica del TCP, la cual contiene los parámetros ω y ζ .
- Con los valores encontrados de la información medida, una función de transferencia del movimiento cartesiano del robot fue estimada. Y para compensar los errores de medición y tolerancias de la frecuencia de diseño y coeficientes de amortiguamiento, un conformador ZVD fue seleccionado. Las amplitudes y tiempos necesarios para aplicar el conformador fueron calculados y dos pruebas con funciones escalón como entradas fueron desarrollados, la segunda prueba fue con un error del 10% en el valor de ω . Los resultados mostraron un PRV menor al 5% en ambos casos.
- Aparecen aceleraciones de oscilaciones durante la ejecución de trayectorias, es probable que una frecuencia no haya sido considerada o encontrada, otra razón probable es que, los valores ω y ζ de las mediciones de las oscilaciones no son suficientes cuando se crean oscilaciones libres con los motores en una posición fija.
- Existe una base bastante alta y larga del robot, este podría ser un motivo para producirse oscilaciones y explicar por qué los valores de ω y ζ no cambiaron durante la medición de oscilaciones residuales.
- La técnica ZVD fue aplicada al robot SCARA y para reducir aún más las oscilaciones se utilizaron otras técnicas, estas fueron 1H-EI y 3H-EI. Los resultados mostraron que con un conformador 3H-EI la aceleración residual es reducida a un 90.1%, este fue el mejor resultado logrado.
- Cuando el robot realiza el proceso de Pick and Place, en sus posiciones estacionarias, activa el tercer y cuarto eje, además del

efector final, esto en conjunto podría generar oscilaciones y alterar los resultados esperados. Esto explica aceleraciones residuales en los tiempos donde la pieza es tomada o depositada.

- No se realizó un movimiento de Pick and Place debido a que la banda transportadora no se encontraba en funcionamiento, y podrían acumularse las piezas en la misma, además, el objeto a transportar era liviano. Además, existen medidas de seguridad que prohíben el ingreso al laboratorio cuando los elementos se encuentran energizados.
- El sensor acelerómetro no proporciona suficientes datos como para calcular una trayectoria aproximada real del robot, por lo tanto los datos no son adecuados para demostrar la reducción de oscilaciones durante la ejecución de trayectorias (solo se puede decir que en la práctica visualmente las oscilaciones fueron reducidas notablemente y la aceleración durante la ejecución de trayectorias también.).

6.2.Recomendaciones

- En este caso, no se encontró otra frecuencia de oscilación en la práctica, pero es posible que con mejores mediciones pueda encontrarse. Por lo tanto, para mejorar el control, será necesario aplicar una técnica de conformación de entrada para varios modos de vibración (siempre que el segundo modo de vibración sea relevante).
- Si se requieren medidas mucho más precisas de la posición del TCP para crear un modelo más preciso, será necesario utilizar un acelerómetro con un giroscopio, con este sensor es posible medir trayectorias en el espacio, aun cuando el acelerómetro ha rotado (en el caso del robot). Esto es decir, que los valores de q serán encontrados, cuando se resuelva la cinemática inversa del robot con los datos medidos, por lo tanto un mejor modelo puede ser estimado.
- Recordar que si el robot tiene características flexibles en sus eslabones, ya sea por la longitud de los mismos o por el material

netamente flexible, el modelo propuesto en esta tesis no sería útil y debería modelarse la flexión en los eslabones.

- Para aplicar y estudiar las técnicas de conformación de entrada, es recomendable realizar trayectorias con cambio de dirección (no simplemente lineales), pues los efectos de la técnica son más notorios.
- Si las mediciones demuestran un cambio en la frecuencia dependiendo del ángulo de los actuadores del robot, las técnicas de conformación pueden modificarse dependiendo de las trayectorias a realizarse, de esta manera se optimizarían los tiempos de ejecución sin sobrepasar el porcentaje de reducción de vibración.
- Debido a las características no lineales del robot, los resultados pueden no ser los esperados, es por esto que se recomienda utilizar un conformador con el doble de robustez de lo necesario teóricamente.
- Debido a la alteración de comandos de entrada, se recomienda que el tiempo de transición para aplicar la técnica de conformación de entrada sea menor al periodo de oscilación del brazo robótico.
- El método llamado “Conformación de Entrada sin Retardo de Comandos para Movimientos Suaves de Robots Industriales” podría ser útil para eliminar el tiempo que aparece luego de la convolución en la señal de entrada. Los autores de este método aseguran inclusive que las trayectorias no sufren alteraciones (Y., Zhao; C., Wang; X., Yu; M., Tomizuka, 2016).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bohlke, K. (1995). *Using Input Shaping to Minimize Residual Vibration in Flexible Space Structures*. Tesis de Doctorado, Massachusetts Institute of Technology.
- Bruno Siciliano, O. K. (2008). *Handbook of Robotics* (Primera ed.). Berlin Heidelberg: Springer.
- C. F. Cutforth, L. Y. (1999). A modified method for multiple actuator input shaping. *American Control Conference*, 1, págs. 66–70.
- Corke, P. (2011). *Robotics, Vision and Control: Fundamental algorithms in Matlab*. (Primera ed.). Berlin Heidelberg: Springer.
- IMES-LUH. (Febrero de 2018). *Institute for Mechatronic Systems*. Recuperado el 19 de Febrero de 2018, de <https://goo.gl/yXfVXY>
- Knoblauch, M. (2015). *Linealización de ecuaciones diferenciales*. Universidad Nacional de La Plata., La Plata.
- Mark W. Spong, S. H. (2011). *Robot Modeling and Control* (Primera ed.). John Wiley and Sons.
- Mendonça, M. B. (2015). Development and Control of a Prototype Manipulator SCARA Type as Teaching Tool. *International Federation of Automatic Control* (págs. 209-2013). Salvador, Brazil: ScienceDirect.
- Reducing deviations from trajectory components with input shaping. (1995). *American Control Conference*, 1.
- Singhose, W. E. (1997). *Command Generation For Flexible Systems*. Massachusetts Institute of Technology.
- T. Singh, G. R. (1993). Shaped Input Control of a System With Multiple Modes. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*.
- Vaughan, J. (2008). *Dynamics and control of mobile cranes*. Tesis de Doctorado, Georgia Institute of Technology.

- W. Singhose, N. S. (1994). Initial investigations into the effects of input shaping on trajectory following. *American Control Conference*, 3, págs. 2526-2532.
- W. Singhose, T. C. (1995). Reducing deviations from trajectory components with input shaping., 1, págs. 929-933. doi:DOI 10.1109/ACC.1995.529384
- Y., Z., C., W., X., Y., & M., T. (2015). Complete Dynamic Modelling of Flexible Joint Robots. *Proceedings of the ASME 2015 Dynamic Systems and Control Conference*. doi:DOI 10.1115/DSCC2015–9813
- Y., Zhao; C., Wang; X., Yu; M., Tomizuka. (2016). Zero time delay input shaping for smooth settling of industrial robots. *IEEE International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*, (págs. 620-625).
- Younis, M. I. (2011). *MEMS Linear and Nonlinear Statics and Dynamics* (Primera ed.). New York: Springer.

ANEXOS



DEPARTAMENTO DE ENERGÍA Y MECÁNICA
CARRERA DE INGENIERÍA MECATRÓNICA

CERTIFICACIÓN

Se certifica que el presente trabajo fue desarrollado por el señor: **IVÁN ISAÍAS BARONA ZAMORA**

En la ciudad de Latacunga, a los **19 días del mes de Febrero del 2018.**

Ing. Andrés Gordón

DIRECTOR DEL PROYECTO

Aprobado por:

Ing. Vicente Hallo

DIRECTOR DEL CARRERA

Dr. Rodrigo Vaca

