

CAPITULO III

ANÁLISIS SÍSMICO DE ESTRIBOS DEL PUENTE NORTE 1

3.1. Características de los Estribos del Puente Norte 1

El tipo de estribos de este puente son tipo cajón, sus características se detallaron en el capítulo 1, referente a tipos de estribos.

El cuerpo de este estribo puede ser de hormigón armado o mampostería, además están conformados por celdas rellenadas con material granular seleccionado compactado.

La sección rectangular del estribo visto transversalmente es de: 18.90m x 9m, con una altura de 7.20m.

Los aisladores de base "FPS" que separan a los apoyos de la superestructura, se encuentran alojados a los 4.20m de altura sobre una sección rectangular de: 1.70mx18.90mx1.20m de altura. Dicha sección es reforzada con una viga de hormigón armado.



En cada estribo se colocaron 3 aisladores, separados a una distancia de 2.95m entre el extremo del estribo y el aislador y a una distancia de 6.50m entre ejes de los aisladores. Sobre dichos aisladores se asientan 6 vigas metálicas longitudinales tipo **I.**

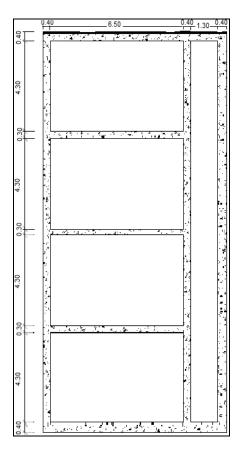


Figura 3.1: Vista en planta y elevación de estribo del Puente Norte 1.



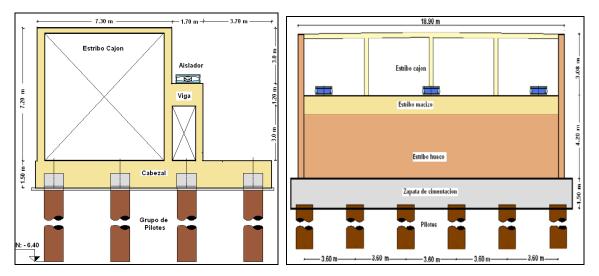


Figura 3.2: Vista Lateral y transversal del estribo del Puente Norte 1.

3.2. Análisis Sísmico de estribos con Elementos finitos

3.2.1. Elementos Finitos

Para el análisis de los elementos finitos primero debe definirse la geometría del elemento finito a modelar. Una vez identificado la geometría debe analizarse un método que resuelva la integral doble en un dominio rectangular. Dicho método que permite resolver lo anterior es la cuadratura de Gauss-Legendre.

3.2.2. Cuadratura de Gauss-Legendre

Este método se lo conoce como la Cuadratura de Gauss-Legendre en honor a sus autores Carl Gauss (1777-1855) y Adrien Legendre (1752-1833). Para resolver la integral doble expresada en la ecuación 1, se deben seguir los siguientes pasos:



$$I = \iint f(a,b) \ da.db \tag{3.1}$$

En primer lugar debemos seleccionar el número de puntos a considerar en cada eje de coordenadas naturales, cada punto debe de tener un valor f(a,b) y un área cooperante del punto discreto i, denominado Ai. La sumatoria se extiende al número de puntos seleccionados como se aprecia en la ecuación 3.2. En la figura 3.1 se tiene dos ejes de referencia que se han denominado s(abscisas) y t(ordenadas).

$$I = \sum f(a_i, b_i) A_i \tag{3.2}$$

En esta ecuación se tiene que $f(a_i,b_i)=a_i^2+b_i^2$ donde x_i es la distancia que existe desde el origen hasta el eje t restado del valor del punto discreto (S_i) ; y_i es la distancia que existe desde el origen hasta el eje s restado el valor del punto discreto (t_i) , A_i es el área cooperante para cada punto discreto el mismo que está en función de unos pesos R_i .

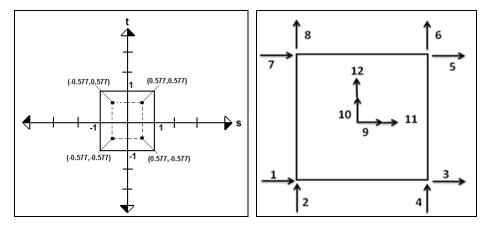


Figura 3.3: Dominio de integración para dos puntos y gdl del elemento finito

En la tabla 3.1 se presentan el número de puntos a considerar en la Cuadratura de Gauss, denominados como S_i , que van de 1 a 5, estos están dentro de un dominio de -1 a 1, por



lo tanto su longitud es 2. En la figura 3.1 se presentan las coordenadas de los puntos discretos para cuando se han seleccionado dos puntos de la Cuadratura de Gauss por lado lo que da un total de 4 puntos, aquí se puede observar que se tiene dos ejes de referencia que se han denominado S para las abscisas y t para las ordenadas. Como se puede observar en la tabla 1 el valor para este caso es $s = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577$.

Tabla 3.1: Puntos de la Cuadratura de Gauss

Número de puntos	s_i	R_i
1	0	2
2	$\pm \frac{1}{\sqrt{3}} = \pm 0.577$	1
	0	<u>5</u> 9
3	$\pm \sqrt{\frac{3}{5}} = \pm 0.774$	8 9
4	$\pm \sqrt{\frac{3 - 2\sqrt{\frac{6}{5}}}{7}} = \pm 0.339$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{6\sqrt{\frac{6}{5}}}$
	$\pm \sqrt{\frac{3+2\sqrt{\frac{6}{5}}}{7}} = \pm 0.861$	$\frac{1}{2} - \frac{1}{6\sqrt{\frac{6}{5}}}$
	0	128 255
5	$\pm \frac{1}{3} \sqrt{5 - 4\sqrt{\frac{5}{14}}} = \pm 0,538$	$\frac{161}{450} + \frac{13}{180\sqrt{\frac{5}{14}}}$
	$\pm \frac{1}{3} \sqrt{5 + 4 \sqrt{\frac{5}{14}}} = \pm 0,906$	$\frac{161}{450} - \frac{13}{180\sqrt{\frac{5}{14}}}$



3.2.3. Coordenadas Reales y Naturales

Las coordenadas reales son aquellas que están localizadas respecto al eje de las abscisas y de las ordenadas, por lo tanto dichas coordenadas son (X_i, Y_i) . Las coordenadas naturales tienen el eje de coordenadas (S_i, t_i) por consiguiente el dominio es de -1 a 1, con dos unidades de longitud cuando son dos puntos de integración.

En la figura 3.2, a la izquierda se muestra las coordenadas reales de un elemento finito rectangular, a la derecha en cambio tenemos las coordenadas naturales del mismo elemento.

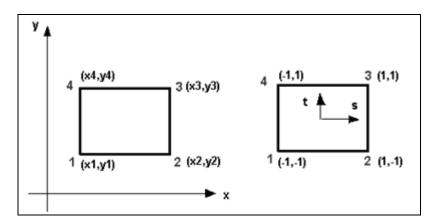


Figura 3.4: Coordenadas reales y naturales de un elemento finito rectangular

3.2.4. Matriz Jacobiana

La matriz Jacobiana se la emplea para encontrar el área cooperante A_i , mientras que el determinante del Jacobiano permite expresar el diferencial de área en coordenadas naturales. A continuación se presenta la ecuación, con la cual se calcula el Jacobiano.



$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \end{bmatrix}$$
(3.3)

En la ecuación 3.4 se encuentran las formulas para encontrar las coordenadas de los puntos de integración, donde *X1*, *X2*, *X3*, *X4*, *Y1*, *Y2*, *Y3*, *Y4* son constantes.

$$x = 0.25 \left[(1-s)(1-t)x1 + (1+s)(1-t)x2 + (1+s)(1+t)x3 + (1-s)(1+t)x4 \right]$$

$$y = 0.25 \left[(1-s)(1-t)y1 + (1+s)(1-t)y2 + (1+s)(1+t)y3 + (1-s)(1+t)y4 \right]$$
(3.4)

A continuación se presentan las derivadas parciales que se obtienen a partir de la ecuación 3.4:

$$\frac{\partial x}{\partial s} = 0.25 \left[-(1-t)x1 + (1-t)x2 + (1+t)x3 - (1+t)x4 \right]
\frac{\partial y}{\partial s} = 0.25 \left[-(1-t)y1 + (1-t)y2 + (1+t)y3 - (1+t)y4 \right]
\frac{\partial x}{\partial t} = 0.25 \left[-(1-s)x1 - (1+s)x2 + (1+s)x3 + (1-s)x4 \right]
\frac{\partial x}{\partial t} = 0.25 \left[-(1-s)y1 - (1+s)y2 + (1+s)y3 + (1-s)y4 \right]$$
(3.5)

3.2.5. Matriz de Rigidez

En la ecuación 3.6 se muestra la integral con la cual se determina la matriz K de rigidez de un elemento finito.

$$K_{e} = \int_{V} B^{t} * E * B * dV$$
 (3.6)



Donde: B = Matriz de Transformación del punto de integración.

E = Matriz de Elasticidad del elemento finito.

$$k_{e} = \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} B^{t} * E * B * \det(J) * e * dA$$

$$K_{e} = \sum_{i=1}^{4} B_{i}^{t} * E * B_{i} * \det(J) * e * A_{i}$$
(3.7)

En la ecuación 3.6, se calcula la doble integral para un dominio de 2 unidades (-1 a 1), también se calcula la matriz (B_i), para las 4 funciones de forma principales y 2 auxiliares de flexión, para lo cual se debe obtener la matriz inversa Jacobiana.

Una vez obtenida la matriz (B_i), se obtiene la traspuesta de esta (B_i^t). En esta fórmula también se considera la matriz de Elasticidad (E).

Se determina el determinante de la matriz Jacobiana (det (J)) y esta se multiplica por el espesor de diseño (e) y por los pesos (A_i) .

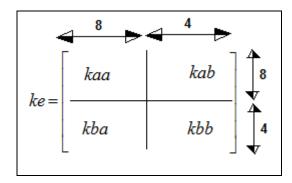
En la ecuación 3. 7 se determina la sumatoria de las matrices k_e de cada elemento finito (K_e) .

3.2.6. Condensación Estática de la Matriz de Rigidez del elemento finito (Ke):

Esta condensación se realiza para poder transformar una matriz k de (12x12) en una matriz k de (8x8), puesto que se desea trabajar con un modelo de elemento finito de 8gdl.



Para la condensación estática de la matriz de rigidez (k_e) , en primer lugar debemos particionar dicha matriz de la siguiente manera:



Luego de particionar esta matriz, debemos encontrar la nueva matriz Ke condensada de 8 grados de libertad por elemento finito, para lo cual utilizamos la siguiente fórmula:

$$Ke = kaa - kab * kbb^{-1} * kba$$
(3.8)

3.2.7. Condensación de la Matriz de Rigidez de la Estructura (K):

Para encontrar la matriz de Rigidez total de la Estructura, debemos hallar los vectores de colocación de cada elemento finito (VC) y luego debemos ensamblar la matriz Ke en función de VC.

Por lo tanto la Matriz K debe tener las dimensiones de los grados de libertad de la estructura, los mismos que están en función del número de elementos finitos con el cual se modeló la estructura. Para nuestro caso, el estribo se modelo con 120 elementos finitos, para sismo horizontal en sentido *X*, *Y*.



3.2.8. Matriz de Masas (M):

Para calcular la masa que se genera en el estribo, se tiene que encontrar la matriz de masas (M), para lo cual se debe tener el peso que se genera en cada elemento finito.

Por lo tanto la masa de cada elemento finito se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$Masa = \frac{Peso}{g} \tag{3.9}$$

Donde: $g = gravedad (9.8 \text{m/s}^2)$,

Luego la matriz de masas (M) se expresa de la siguiente forma:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{as} \end{bmatrix}$$
 (3.10)

La matriz de masas (M) tiene un tamaño de (48x48), debido a que para el análisis del estribo, esta se modeló con 24 masas, las mismas que están distribuidas hacia los lados, 12 en él un extremo y 12 en el otro. Cada masa tiene una componente horizontal y vertical por lo tanto se tienen dos valores de masa por nudo de colocación. En total suman 48 masas y es por eso el tamaño de la matriz (M).

La colocación de las masas se realizó donde se encuentran localizados los grados de libertad principales. En la figura 3.5 podemos apreciar cómo se distribuyeron las masas.



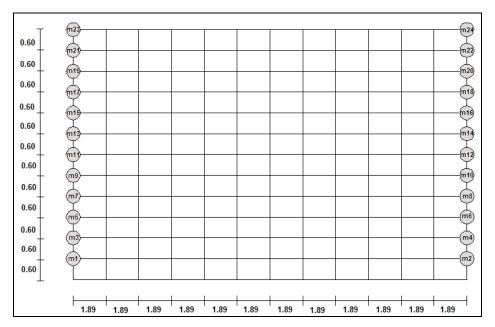


Figura 3.5: Distribución de las masas en el estribo

3.3.Secciones Rectangulares Equivalentes

3.3.1. Criterio y Momentos de Inercia

Las secciones rectangulares equivalentes se basan en el criterio de igualar los momentos de inercia tanto de la sección real de la estructura como de la sección rectangular equivalente, para lo cual a continuación se detallan los pasos a seguir:

1.- Debemos encontrar las dimensiones y geometría de la estructura real. Para nuestro caso, la estructura a analizar es el Estribo del PN 1, cuyas dimensiones se muestran en la figura 3.6.



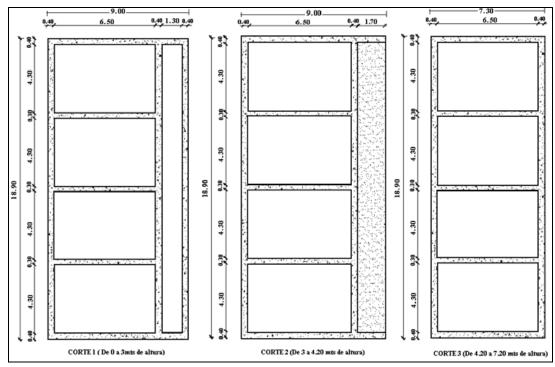


Figura 3.6: Vista en planta de los Cortes 1, 2 y 3.

2.- Luego, debemos dividir dicho estribo en elementos rectangulares, procurando obtener un número de elementos considerables. Tomando en cuenta lo anterior, a nuestro estribo se lo dividió en 10 elementos, tal como se muestra en la figura 3.7.

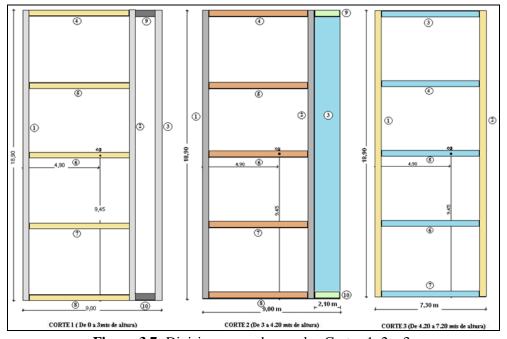


Figura 3.7: Divisiones para beq en los Cortes 1, 2 y 3.



3.- Después de haber realizado las divisiones en cada corte, debemos encontrar el centro de gravedad (cg) de los mismos, para lo cual se requiere previamente encontrar el Área (A), la distancia respecto al eje x desde el vértice hasta el cg de cada elemento (Xi), la distancia respecto al eje y desde el vértice hasta el cg de cada elemento (Yi); una vez realizado lo anterior, se multiplica el área (A) por la distancia Xi de cada elemento, para obtener la sumatoria de esta ($\Sigma(A*Xi)$). De la misma manera lo hacemos respecto al eje y ($\Sigma(A*Yi)$). Para hallar el cg del estribo debemos realizar lo siguiente:

Para hallar el cg respecto al eje x:
$$\bar{x} = \frac{\sum (A * Xi)}{\sum A}$$

Para hallar el cg respecto al eje y:
$$\frac{-}{y} = \frac{\sum (A * Yi)}{\sum A}$$

En las tablas 3.2, 3.3, 3.4, se muestran los cálculos realizados para obtener el centro de gravedad en cada Corte del Estribo.

Tabla 3.2: Calculo del Centro de Gravedad (cg) del Corte 1 de Estribo

Elemento	Se	cción	Área	Dis	tancia		
	base	altura	A	Xi	Yi	A.Xi	A.Yi
1	0,40	18,90	7,56	0,20	9,45	1,51	71,44
2	0,40	18,90	7,56	7,10	9,45	53,68	71,44
3	0,40	18,90	7,56	8,80	9,45	66,53	71,44
4	6,50	0,40	2,60	3,65	18,70	9,49	48,62
5	6,50	0,30	1,95	3,65	14,05	7,12	27,40
6	6,50	0,30	1,95	3,65	9,45	7,12	18,43
7	6,50	0,30	1,95	3,65	4,85	7,12	9,46
8	6,50	0,40	2,60	3,65	0,20	9,49	0,52
9	1,30	0,40	0,52	7,95	18,70	4,13	9,72
10	1,30	0,40	0,52	7,95	0,20	4,13	0,10
$\Sigma =$			34,77			170,31	328,57
Centr	Centro de						
Grave	dad:	cg:	$\mathbf{x} =$	4,90	m		
			y =	9,45	m		



Tabla 3.3: Calculo del Centro de Gravedad (cg) del Corte 2 de Estribo.

Elemento	Se	cción	Área	Dis	tancia		
	base	altura	A	Xi	Yi	A.Xi	A.Yi
1	0,40	18,90	7,56	0,20	9,45	1,51	71,44
2	0,40	18,90	7,56	7,10	9,45	53,68	71,44
3	1,70	18,10	30,77	8,15	9,45	250,78	290,78
4	6,50	0,40	2,60	3,65	18,70	9,49	48,62
5	6,50	0,30	1,95	3,65	14,05	7,12	27,40
6	6,50	0,30	1,95	3,65	9,45	7,12	18,43
7	6,50	0,30	1,95	3,65	4,85	7,12	9,46
8	6,50	0,40	2,60	3,65	0,20	9,49	0,52
9	1,70	0,40	0,68	8,15	18,70	5,54	12,72
10	1,70	0,40	0,68	8,15	0,20	5,54	0,14
Σ =			58,3			357,38	550,93
Centr							
Grave	dad:	cg:	x =	6,13			
			y =	9,45	m		

Tabla 3.4: Calculo del Centro de Gravedad (cg) del Corte 3 de Estribo

Elemento	Se	cción	AREA	Dis	tancia		
	base	altura	A	Xi	Yi	A.Xi	A.Yi
1	0,40	18,90	7,56	0,20	9,45	1,512	71,442
2	0,40	18,90	7,56	7,10	9,45	53,676	71,442
3	6,50	0,40	2,6	3,65	18,70	9,49	48,62
4	6,50	0,30	1,95	3,65	14,05	7,1175	27,3975
5	6,50	0,30	1,95	3,65	9,45	7,1175	18,4275
6	6,50	0,30	1,95	3,65	4,85	7,1175	9,4575
7	6,50	0,40	2,6	3,65	0,20	9,49	0,52
$\Sigma =$			26,17			95,52	247,30
Centro de G	ravedad:	cg:	x =	3,65	m		
			y =	9,45	m		



- 4.- Para encontrar el momento de inercia que se genera en el estribo respecto al eje x, y; primero debemos encontrar la inercia de cada elemento (Icg), luego encontramos la distancia perpendicular al eje (d), desde el centro de gravedad (cg) hacia cada uno de los cg de cada elemento. Después utilizamos las siguientes fórmulas para encontrar el momento de inercia:
 - Respecto al Centro de Gravedad (Icg):

$$I_{cgx} = I_o + A * d^2 (3.11)$$

 $I_{cgy} = I_1 + A * d_1^2$; Con estos valores calculamos respecto al eje X, Y.

• Respecto al Eje x (Ixx):

$$I_{XX} = I_{cgx} + A * \overline{y}^{2}$$
 (3.12)

• Respecto al Eje y (Iyy):

$$I_{yy} = I_{cgy} + A * x^{-2}$$
 (3.13)

En las tablas 3.5, 3.6, 3.7, se muestran los cálculos realizados para obtener el momento de inercia respecto al eje X, Y.



Tabla 3.5: Calculo del Momento de Inercia respecto al Eje X, Y del Corte 1.

	o ae Iner	(Ixx)	Momento	de		
Elemento	Área (A)	Inercia (Io)	d(cgi-cg)	A.d ²	Elemento	Á
	m2	m4	m	m4		1
1	7,56	225,04	0,00	0,00	1	7
2	7,56	225,04	0,00	0,00	2	7
3	7,56	225,04	0,00	0,00	3	7
4	2,60	0,03	9,25	222,46	4	2
5	1,95	0,01	4,60	41,26	5	1
6	1,95	0,01	0,00	0,00	6	1
7	1,95	0,01	4,60	41,26	7	1
8	2,60	0,03	9,25	222,46	8	2
9	0,52	0,01	9,25	44,49	9	0
10	0,52	0,01	9,25	44,49	10	0
Σ =	34,77	675,25		616,43	Σ =	3

Momento	de Iner	cia respe	ecto al Eje	Y (Iyy)
Elemento	Área (A)	Inercia (Io)	d(cgi-cg)	A.d ²
	m2	m4	m	m4
1	7,56	0,10	4,70	167,00
2	7,56	0,10	2,20	36,59
3	7,56	0,10	3,90	114,99
4	2,60	9,15	1,25	4,06
5	1,95	6,87	1,25	3,05
6	1,95	6,87	1,25	3,05
7	1,95	6,87	1,25	3,05
8	2,60	9,15	1,25	4,06
9	0,52	0,07	3,05	4,84
10	0,52	0,07	3,05	4,84
Σ =	34,77	39,35		345,52

Icg y= 384,8727 m4

Cálculo de Ixx:

Cálculo de Iyy:

$$I_{XX} = Icg_X + A * y^{-2}$$
 $I_{YY} = Icg_Y + A * x^{-2}$ $I_{XX} = 1291.68 + (34.77 * 9.45^2)$ $I_{XX} = 4396.74 \ m^4$ $I_{YY} = 384.87 + (34.77 * 4.90^2)$ $I_{YY} = 1219.15 \ m^4$

Tabla 3.6: Calculo del Momento de Inercia respecto al Eje X, Y del Corte 2.

Moment	o de Ir	ercia respec	to al Eje X	X (Ixx)	Momento de Inercia respecto al Eje Y (Iyy)				
Elemento	Área (A)	Inercia (Io)	d(cgi-cg)	$\mathbf{A}.\mathbf{d}^2$	Elemento	Área (A)	Inercia (Io)	d(cgi-cg)	$\mathbf{A}.\mathbf{d}^2$
	m2	m4	m	m4		m2	m4	m	m4
1	7,56	225,04	0,00	0,00	1	7,56	0,10	5,93	265,85
2	7,56	225,04	0,00	0,00	2	7,56	0,10	0,97	7,11
3	30,77	840,05	0,00	0,00	3	30,77	7,41	2,02	125,55
4	2,60	0,03	9,25	222,46	4	2,60	9,15	2,48	15,99
5	1,95	0,01	4,60	41,26	5	1,95	6,87	2,48	11,99
6	1,95	0,01	0,00	0,00	6	1,95	6,87	2,48	11,99
7	1,95	0,01	4,60	41,26	7	1,95	6,87	2,48	11,99
8	2,60	0,03	9,25	222,46	8	2,60	9,15	2,48	15,99
9	0,68	0,01	9,25	58,18	9	0,68	0,16	2,02	2,77
10	0,68	0,01	9,25	58,18	10	0,68	0,16	2,02	2,77
Σ =	58,3	1290,26258		643,814	Σ =	58,30	46,84		472,03
	Icg x= 1934,077 m4 Icg y= 518,87 m4								



Cálculo de Ixx:

Cálculo de Iyy:

$$I_{XX} = Icg_X + A * y^2$$
 $I_{YY} = Icg_Y + A * x^{-2}$
 $I_{XX} = 1934.08 + (58.30 * 9.45^2)$ $I_{YY} = 518.87 + (58.30 * 6.13^2)$
 $I_{XX} = 7140.41 \ m^4$ $I_{YY} = 2709.62 \ m^4$

Tabla 3.7: Calculo del Momento de Inercia respecto al Eje X, Y del Corte 3

Momen	to de I1	nercia respec	to al Eje X	(Ixx)		Momento d	le Inerc	ia respec	to al Eje Y	(Iyy)
Elemento	Área (A)	Inercia (Io)	d(cgi-cg)	A.d ²		Elemento	Área (A)	Inercia (Io)	d(cgi-cg)	A.d ²
	m2	m4	m	m4			m2	m4	m	m4
1	7,56	225,04	0,00	0.00		1	7,56	0,10	3,45	89,98
	-			-		2	7,56	0,10	3,45	89,98
2	7,56	225,04	0,00	0,00		3	2,60	9,15	0,00	0,00
3	2,6	0,03	9,25	222,46	Ī	4	1,95	6,87	0,00	0,00
4	1,95	0,01	4,60	41,26	T	5	1,95	6,87	0,00	0,00
5	1,95	0,01	0,00	0,00		6	1,95	6,87	0,00	0,00
6	1,95	0,01	4,60	41,26		7	2,60	9,15	0,00	0,00
7	2,6	0,03	9,25	222,46	L					
Σ =	26,17	450,19		527,45	ļ	Σ =	26,17	39,11		179,97
		Icg x =	m4				Icg y=	219,07	m4	

Cálculo de Ixx:

Cálculo de Iyy:

$$I_{XX} = Icg_X + A*\overline{y}^2$$
 $I_{YY} = Icg_Y + A*\overline{x}^2$ $I_{XX} = 977.65 + (26.17*9.45^2)$ $I_{XX} = 3314.69 \ m^4$ $I_{YY} = 567.72 \ m^4$

4.- Luego de encontrar los momentos de inercia en cada uno de los cortes, debemos hallar la sección rectangular equivalente, esto se logra igualando la inercia obtenida con la inercia de la sección rectangular, despejando de esta fórmula la base equivalente (beq), que es lo



que se necesita conocer y teniendo como dato la altura de la sección, la misma que depende del eje de análisis.

3.3.2. Cálculo de las dimensiones de la Sección Rectangular Equivalente del Corte 1 del Estribo.

Análisis en Sentido X:

Los datos conocidos para proceder a determinar la base equivalente de la sección rectangular son:

$$Ixx = 4396.74m^4$$

$$h = 18.90m$$

$$y = 9.45m$$

Se requiere encontrar beq, por lo cual se debe igualar la inercia calculada Ixx con la inercia de la sección rectangular equivalente, tal como se muestra a continuación:

$$I_{XX} = Icg_X + A*\overline{y}^2$$

$$I_{XX} = \left(\frac{b_{eq}*h^3}{12}\right) + (b_{eq}*h)*\overline{y}^2$$

$$4396.74 = \left(\frac{b_{eq}*18.90^3}{12}\right) + (b_{eq}*18.90)*9.45^2$$

$$b_{eq} = 1.95m$$

Una vez obtenido el valor de beq, se calcula el peso de la sección rectangular equivalente y de la sección real del Corte 1, para luego realizar una aproximación y determinar el nuevo valor de beq que se ajusta al peso de la sección real del estribo en el Corte 1.



Peso de la Sección Rectangular Equivalente:

$$Peso_{eq} = beq *espesor *h * \gamma_h$$

$$Peso_{ea} = 1.95*18.90*3*2.4$$

$$Peso_{eq} = 265.86 T$$

Peso de la Sección Real:

$$Peso = 250.34 T$$

Calculo del beq₁ aproximado:

$$265.86 \longrightarrow 1.95$$

$$250.34 \longrightarrow beq_1$$

$$beq_1 = 1.84 \ m$$

Análisis en Sentido Y:

Los datos conocidos para proceder a determinar la base equivalente de la sección rectangular son:

$$Iyy = 1219.15m^4$$

$$h = 9.00m$$

$$x = 4.90m$$

Se requiere encontrar beq, por lo cual se debe igualar la inercia calculada Iyy con la inercia de la sección rectangular equivalente, tal como se muestra a continuación:



$$I_{YY} = Icg_Y + A*x^{-2}$$

$$I_{YY} = \left(\frac{b_{eq} * h^3}{12}\right) + (b_{eq} * h)*x^{-2}$$

$$1219.15 = \left(\frac{b_{eq} * 9.00^3}{12}\right) + (b_{eq} * 9.00)*4.90^2$$

$$b_{eq} = 4.41m$$

Una vez obtenido el valor de beq, se calcula el peso de la sección rectangular equivalente y de la sección real del Corte 1, para luego realizar una aproximación y determinar el nuevo valor de beq que se ajusta al peso de la sección real del estribo en el Corte 1.

Peso de la Sección Rectangular Equivalente:

$$Peso_{eq} = beq*espesor*h*\gamma_h$$

 $Peso_{eq} = 4.41*9*3*2.4$
 $Peso_{eq} = 285.51 T$

Peso de la Sección Real:

$$Peso = 250.34 T$$

Calculo del beq₁ aproximado:

$$285.51 \longrightarrow 4.41$$

$$250.34 \longrightarrow beq_1$$

$$beq_1 = 3.86 m$$



3.3.3. Cálculo de las dimensiones de la Sección Rectangular Equivalente del Corte 2 del Estribo.

Análisis en Sentido X:

Los datos conocidos para proceder a determinar la base equivalente de la sección rectangular son:

$$Ixx = 7140.41m^4$$

h = 18.90m

y = 9.45m

Se requiere encontrar beq, por lo cual se debe igualar la inercia calculada Ixx con la inercia de la sección rectangular equivalente, tal como se muestra a continuación:

$$I_{XX} = Icg_X + A*\overline{y}^2$$

$$I_{XX} = \left(\frac{b_{eq}*h^3}{12}\right) + (b_{eq}*h)*\overline{y}^2$$

$$7140.41 = \left(\frac{b_{eq}*18.90^3}{12}\right) + (b_{eq}*18.90)*9.45^2$$

$$b_{eq} = 3.17m$$

Una vez obtenido el valor de beq, se calcula el peso de la sección rectangular equivalente y de la sección real del Corte 2, para luego realizar una aproximación y determinar el nuevo valor de beq que se ajusta al peso de la sección real del estribo en el Corte 2.



Peso de la Sección Rectangular Equivalente:

$$Peso_{eq} = beq * espesor * h * \gamma_h$$

$$Peso_{ea} = 3.17*18.90*1.20*2.4$$

$$Peso_{eq} = 172.71 T$$

Peso de la Sección Real:

Peso =
$$167.90 \text{ T}$$

Calculo del beq₁ aproximado:

$$172.71 \longrightarrow 3.17$$

$$167.90 \longrightarrow beq_1$$

$$beq_1 = 3.08 \ m$$

Análisis en Sentido Y:

Los datos conocidos para proceder a determinar la base equivalente de la sección rectangular son:

$$Iyy = 2709.62m^4$$

$$h = 9.00m$$

$$x = 6.13m$$

Se requiere encontrar beq, por lo cual se debe igualar la inercia calculada Iyy con la inercia de la sección rectangular equivalente, tal como se muestra a continuación:



$$I_{YY} = Icg_Y + A * \overline{x}^2$$

$$I_{YY} = \left(\frac{b_{eq} * h^3}{12}\right) + (b_{eq} * h) * \overline{x}^2$$

$$2709.62 = \left(\frac{b_{eq} * 9.00^3}{12}\right) + (b_{eq} * 9.00) * 6.13^2$$

$$b_{eq} = 6.79m$$

Una vez obtenido el valor de beq, se calcula el peso de la sección rectangular equivalente y de la sección real del Corte 2, para luego realizar una aproximación y determinar el nuevo valor de beq que se ajusta al peso de la sección real del estribo en el Corte 2.

Peso de la Sección Rectangular Equivalente:

$$Peso_{eq} = beq * espesor * h * \gamma_h$$
$$Peso_{eq} = 6.79 * 9 * 1.20 * 2.4$$

$$Peso_{eq} = 176.05 \ T$$

Peso de la Sección Real:

Peso = 167.90 T

Calculo del beq₁ aproximado:

$$176.05 \longrightarrow 6.79$$

$$167.90 \longrightarrow beq_1$$

$$beq_1 = 6.48 \ m$$



3.3.4. Cálculo de las dimensiones de la Sección Rectangular Equivalente del Corte 3 del Estribo.

Análisis en Sentido X:

Los datos conocidos para proceder a determinar la base equivalente de la sección rectangular son:

$$Ixx = 3314.69m^4$$

$$h = 18.90m$$

$$y = 9.45m$$

Se requiere encontrar beq, por lo cual se debe igualar la inercia calculada Ixx con la inercia de la sección rectangular equivalente, tal como se muestra a continuación

$$I_{XX} = Icg_X + A*\overline{y}^2$$

$$I_{XX} = \left(\frac{b_{eq}*h^3}{12}\right) + (b_{eq}*h)*\overline{y}^2$$

$$3314.69 = \left(\frac{b_{eq}*18.90^3}{12}\right) + (b_{eq}*18.90)*9.45^2$$

$$b_{eq} = 1.47m$$

Una vez obtenido el valor de beq, se calcula el peso de la sección rectangular equivalente y de la sección real del Corte 3, para luego realizar una aproximación y determinar el nuevo valor de beq que se ajusta al peso de la sección real del estribo en el Corte 3.



Peso de la Sección Rectangular Equivalente:

$$Peso_{eq} = beq *espesor *h * \gamma_h$$

$$Peso_{eq} = 1.47 * 18.90 * 3 * 2.4$$

$$Peso_{eq} = 200.43 T$$

Peso de la Sección Real:

$$Peso = 196.59 T$$

Calculo del beq₁ aproximado:

$$200.43 \longrightarrow 1.47$$

$$196.59 \longrightarrow beq_1$$

$$beq_1 = 1.44 \ m$$

Análisis en Sentido Y:

Los datos conocidos para proceder a determinar la base equivalente de la sección rectangular son:

$$Iyy = 567.72m^4$$

$$h = 9.00m$$

$$x = 3.65m$$

Se requiere encontrar beq, por lo cual se debe igualar la inercia calculada Iyy con la inercia de la sección rectangular equivalente, tal como se muestra a continuación:

$$I_{YY} = Icg_Y + A * \overline{x}^2$$

$$I_{YY} = \left(\frac{b_{eq} * h^3}{12}\right) + (b_{eq} * h) * \overline{x}^2$$

$$567.72 = \left(\frac{b_{eq} * 9.00^3}{12}\right) + (b_{eq} * 9.00) * 3.65^2$$

$$b_{eq} = 3.14m$$



Una vez obtenido el valor de beq, se calcula el peso de la sección rectangular equivalente y de la sección real del Corte 3, para luego realizar una aproximación y determinar el nuevo valor de beq que se ajusta al peso de la sección real del estribo en el Corte 3.

Peso de la Sección Rectangular Equivalente:

$$Peso_{eq} = beq * espesor * h * \gamma_h$$

$$Peso_{eq} = 3.14 * 9 * 3 * 2.4$$

$$Peso_{eq} = 203.64 \ T$$

Peso de la Sección Real:

Peso = 188.42 T

Calculo del beq₁ aproximado:

$$203.64 \longrightarrow 1.47$$

$$196.59 \longrightarrow beq_1$$

$$beq_1 = 3.03 \ m$$

5.- En la tabla 3.8 se muestra un resumen de las dimensiones de las secciones rectangulares equivalentes tanto para sismo horizontal en sentido X, Y.

Tabla 3.8: Anchos Equivalentes en los Cortes 1, 2, 3 del Estribo.

SISMO HO	RIZONTAL SEI	NTIDO Y	SISMO HORIZONTAL SENTIDO X				
ALTURA	SECCION		TURA SECCION		ALTURA	SECC	ION
Н	base(beq)	altura(h)	Н	base(beq)	altura(h)		
(m)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)		
0 - 3	1.84	18.90	0 - 3	3.86	9.00		
3- 4.20	3.08	18.90	3-4.20	6.48	9.00		
4.20 - 7.20	1.44	18.90	4.20 - 7.20	3.03	9.00		

6.- En la figura 3.6 se muestra un resumen de las dimensiones de las secciones rectangulares equivalentes tanto para sismo horizontal en sentido X, Y.



En la figura 3.7 se muestra el estribo en vista longitudinal y transversal con las secciones rectangulares equivalentes.

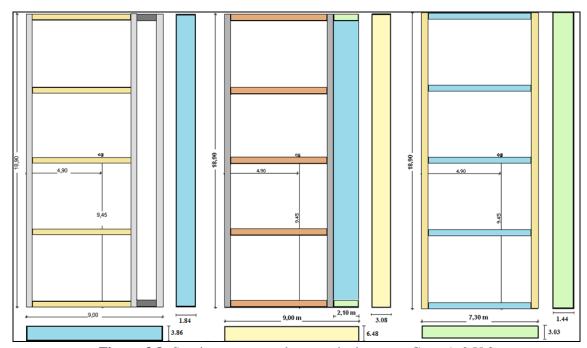


Figura 3.8: Secciones rectangulares equivalentes en Corte 1, 2 Y 3

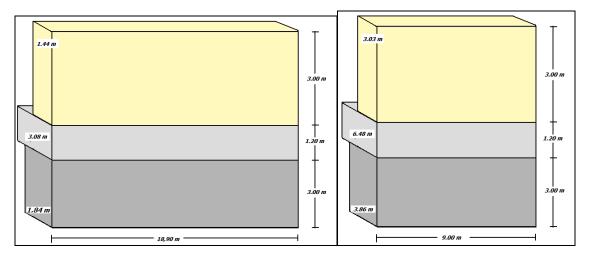


Figura 3.9: Vista transversal y longitudinal del estribo con secciones equivalentes.



3.3.5. Acelerograma utilizado para el Análisis Sísmico.

La acción sísmica utilizada tanto en el estudio con secciones equivalentes como con diferentes materiales, es la correspondiente a la componente horizontal del sismo de El Centro de 1940, que tiene una aceleración máxima de 306.9 gals. En la figura 3.8 se muestra el respectivo acelerograma.

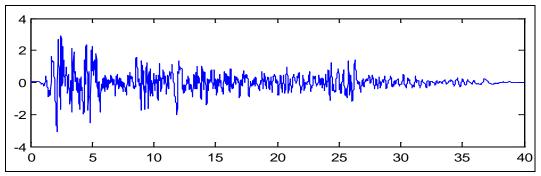


Figura 3.10: Acelerograma utilizado. Sismo de El Centro de 1940.

3.4. Análisis Sísmico en sentido X, Y

Los resultados que se van a mostrar a continuación se obtuvieron utilizando el programa CEINCI LAB.

Análisis Sísmico con Peso Específico Equivalente (γ eq), para sismo horizontal en sentido Y.

En este programa los datos de ingreso a emplear son:

- El número de divisiones del estribo en sentido X (dx = 10).
- El número de divisiones del estribo en sentido Y (dy = 12).
- Longitud del estribo en sentido de análisis (Lx = 18.90m).
- Altura del estribo (Ly = 7.20m).
- Módulo de elasticidad del proyecto (E=2'030.000 T/m²).
- Módulo de poisson (0.20).



- Zeda $(\xi = 0.05)$.
- Espesor constante para los 120 elementos finitos (espesor = 1.20m)

Los datos de salida del mismo son:

 Desplazamientos ubicados a una altura de 7.20m y 0.60m medidos desde la base del estribo. Dichos desplazamientos están ubicados en las masas, las mismas que se concentraron en los extremos del estribo, que es donde existe mayor afectación de la misma.

En la figura 3.9 se muestran los desplazamientos máximos obtenidos del Análisis Sísmico con Base Equivalente (beq), para sismo horizontal en sentido Y

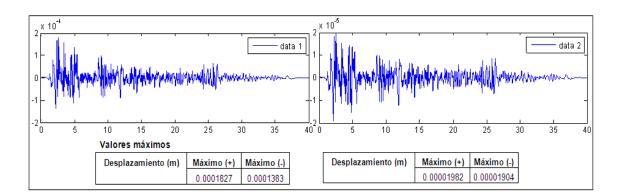


Figura 3.11: Desplazamientos a 7.20 m y 0.60 m., para sismo en sentido Y

Análisis Sísmico con Peso Específico Equivalente (γ eq), para sismo horizontal en sentido X.

En este programa los datos de ingreso a emplear son:

- El número de divisiones del estribo en sentido X (dx = 10).
- El número de divisiones del estribo en sentido Y (dy = 12).
- Longitud del estribo en sentido de análisis (Lx = 9.00m).
- Altura del estribo (Ly = 7.20m).



- Módulo de elasticidad del proyecto (E=2'030.000 T/m²).
- Módulo de poisson (0.20).
- Zeda ($\xi = 0.05$).
- Espesor constante para los 120 elementos finitos (espesor = 1.70m)

Los datos de salida del mismo son:

 Desplazamientos ubicados a una altura de 7.20m y 0.60m medidos desde la base del estribo. Dichos desplazamientos están ubicados en las masas, las mismas que se concentraron en los extremos del estribo, que es donde existe mayor afectación de la misma.

En la figura 3.10 se muestran los desplazamientos máximos obtenidos del Análisis Sísmico con Base Equivalente (beq), para sismo horizontal en sentido X

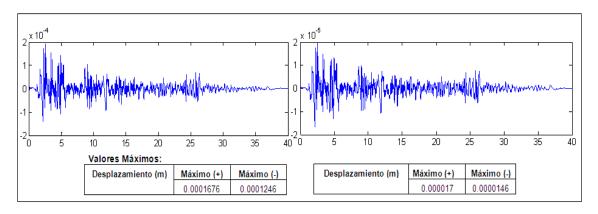


Figura 3.12: Desplazamientos a 7.20 m y a 0.60 m., para sismo en sentido X.



3.5. Secciones con Diferentes Materiales

3.5.1. Criterio y Pesos Específicos

Las secciones con diferentes materiales se basan en realizar un artificio que consiste en dividir la sección real en un cierto número de partes que dependerán de la longitud y del número de elementos finitos a modelar previo al análisis sísmico del estribo. Luego se debe calcular el peso de cada división del estribo y encontrar la sumatoria del mismo. Al final se debe llegar a encontrar el peso específico equivalente en cada división, para lo cual se desarrollan algunos cálculos que se van a detallar más adelante.

Para llegar a obtener el peso específico equivalente en cada corte del Estribo se deben seguir los siguientes pasos:

1.- Dividir a cada uno de los cortes del estribo en función de la longitud que viene a ser la distancia perpendicular al sentido del sismo. Para nuestro caso, se dividió el estribo en 10 partes, dentro de las cuales algunas de estas son semejantes. En la figura 3.11 podemos visualizar a los cortes1, 2 y 3 divididos en 10 partes.



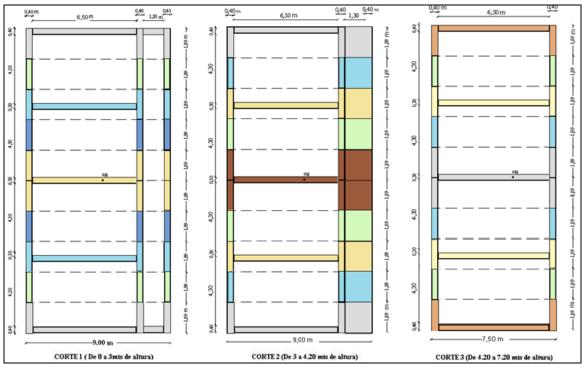


Figura 3.13: Vista en planta de los Cortes 1, 2 y 3, divididos en 10 partes

3.- Luego de haber realizado las divisiones en cada corte, debemos encontrar el peso de los mismos y obtener un peso total. Dicho peso debe igualarse a un nuevo peso donde la incógnita es el peso específico equivalente (γeq) y el volumen se obtiene partiendo del área de las figuras que se generan en cada división, sin considerar las repetidas, tal como se muestra en la tabla..., en dicha tabla la dimensión paralela al sentido del sismo es igual a 1.20m debido a que es la suma de las distancias parciales macizas del estribo.

<u>Formula del Peso:</u> Peso = Volumen * Peso Específico.

 $Peso = Volumen * \gamma h$



3.6. Calculo de los Pesos Específicos equivalentes (γ eq) para Sismo horizontal en sentido Y.

3.6.1. Cálculo de los pesos específicos implementados en el Corte 1 del Estribo

Peso específico equivalente ($\gamma 1$):

En las tablas 3.9 y 3.10 se calculan tanto el peso real (Peso) como el nuevo volumen (Volumen 2) de la primera división realizada en el corte 1 del estribo.

Tabla 3.9: Calculo del Peso de la primera división.

Elemento	Sección		Sección		Sección		Área	Н	Volumen	Peso Especifico	Peso
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)	(T/m3)	(Ton)				
1	0,40	9,00	3,60	3,00	10,80	2,40	25,92				
2	1,49	0,40	0,60	3,00	1,79	2,40	4,29				
3	1,49	0,40	0,60	3,00	1,79	2,40	4,29				
4	1,49	0,40	0,60	3,00	1,79	2,40	4,29				
Σ=					16,16		38,79				

Tabla 3.10: Calculo del nuevo volumen de la primera división.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen 2
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)
1	0,40	1,20	0,48	3,00	1,44
2	1,49	1,20	1,79	3,00	5,36
Σ=					6,80

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente ($\gamma 1$):



$$\gamma_1 = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{38.79}{6.80}$$

$$\gamma_1 = 5.70 \ T/m^3$$

Peso específico equivalente (γ 2):

En las tablas 3.11 y 3.12 se calculan tanto el peso real (Peso) como el nuevo volumen (Volumen 2) de la segunda división realizada en el corte 1 del estribo.

Tabla 3.11: Calculo del Peso de la segunda división.

Elemento	Sección		Sección Área		Volumen	Peso Especifico	Peso
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)	(T/m3)	(Ton)
1	1,89	0,40	0,76	3,00	2,27	2,40	5,44
2	1,89	0,40	0,76	3,00	2,27	2,40	5,44
3	1,89	0,40	0,76	3,00	2,27	2,40	5,44
$\Sigma =$					6,80		16,33

Tabla 3.12: Calculo del nuevo volumen de la segunda división.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen 2
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)
1	1,89	1,20	2,27	3,00	6,80
Σ =					6,80

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente (γ 2):

$$\gamma_2 = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{16.33}{6.80}$$

$$\gamma_2 = 2.40 \ T/m^3$$



Peso específico equivalente (γ 3):

En las tablas 3.13 y 3.14 se calculan tanto el peso real (Peso) como el nuevo volumen (Volumen 2) de la tercera división realizada en el corte 1 del estribo.

Tabla 3.13: Calculo del Peso de la tercera división.

Peso Sección Área H Volumen Especifico Base Altura (m2) (m) (m3)(T/m3)

Elemento Peso (Ton) 1 0,92 0,40 0,37 3,00 1,10 2,40 2,65 2 0,92 0,40 0,37 3,00 1,10 2,40 2,65 3 0,92 0,37 3,00 1,10 2,40 0,40 2,65 4 0,30 7,30 2,19 3,00 6,57 2,40 15,77 5 0,30 0,40 0,12 3,00 0,36 2,40 0,86 6 0,40 0,27 3,00 0,80 0,67 2,40 1,93 0,27 7 0,67 0,40 3,00 0,80 2,40 1,93 8 0,67 0,40 0,27 3,00 0,80 2,40 1,93 $\Sigma =$ 12,65 30,37

Tabla 3.14: Calculo del nuevo volumen de la tercera división.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen 2
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)
1	0,92	1,20	1,10	3,00	3,31
4	0,67	1,20	0,80	3,00	2,41
6	0,30	1,20	0,36	3,00	1,08
Σ =					6,80

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente (γ 3):

$$\gamma_3 = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{30.37}{6.80}$$

$$\gamma_3 = 4.46 \ T/m^3$$



Peso específico equivalente ($\gamma 4$):

En las tablas 3.15 y 3.16 se calculan tanto el peso real (Peso) como el nuevo volumen (Volumen 2) de la quinta división realizada en el corte 1 del estribo.

Tabla 3.15: Calculo del Peso de la quinta división.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen	Peso Especifico	Peso
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)	(T/m3)	(Ton)
1	1,74	0,40	0,70	3,00	2,09	2,40	5,01
2	1,74	0,40	0,70	3,00	2,09	2,40	5,01
3	1,74	0,40	0,70	3,00	2,09	2,40	5,01
4	0,15	0,40	0,06	3,00	0,18	2,40	0,43
5	0,15	7,30	1,10	3,00	3,29	2,40	7,88
Σ =					9,73		23,35

Tabla 3.16: Calculo del nuevo volumen de la quinta división.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen 2
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)
1	1,74	1,20	2,09	3,00	6,26
4	0,15	1,20	0,18	3,00	0,54
Σ =					6,80

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente (γ 4):

$$\gamma_4 = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{23.35}{6.80}$$

$$\gamma_4 = 3.43 \ T/m^3$$



3.6.2. Calculo de los Pesos Específicos equivalentes (γ eq) para el Corte 2 del estribo con sismo horizontal en sentido Y.

Peso específico equivalente (γ 5):

En las tablas 3.17 y 3.18 se calculan tanto el peso real (Peso) como el nuevo volumen (Volumen 2) de la primera división realizada en el corte 2 del estribo.

Tabla 3.17: Calculo del Peso de la primera división.

Elemento	Sección		Sección Área H		Volumen	Peso Especifico	Peso
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)	(T/m3)	(Ton)
1	0,40	9,00	3,60	1,20	4,32	2,40	10,37
2	1,49	0,40	0,60	1,20	0,72	2,40	1,72
3	1,49	0,40	0,60	1,20	0,72	2,40	1,72
4	1,49	1,70	2,53	1,20	3,04	2,40	7,30
$\Sigma =$					8,79		21,10

Tabla 3.18: Calculo del nuevo volumen de la primera división.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen 2
	Base	Altura	(m)	(m)	(m3)
1	0,40	1,20	0,48	1,20	0,58
2	1,49	1,20	1,79	1,20	2,15
$\Sigma =$					2,72

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente (γ 5):



$$\gamma_5 = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{21.10}{2.72}$$

$$\gamma_5 = 7.75 \ T/m^3$$

Peso específico equivalente (γ6):

En las tablas 3.19 y 3.20 se calculan tanto el peso real (Peso) como el nuevo volumen (Volumen 2) de la segunda división realizada en el corte 2 del estribo.

Tabla 3.19: Calculo del Peso de la segunda división.

Elemento	Se	cción	Área	Н	Volumen	Peso Especifico	Peso
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)	(T/m3)	(Ton)
1	1,89	0,40	0,76	1,20	0,91	2,40	2,18
2	1,89	0,40	0,76	1,20	0,91	2,40	2,18
3	1,89	1,70	3,21	1,20	3,86	2,40	9,25
$\Sigma =$					5,67		13,61

Tabla 3.20: Calculo del nuevo volumen de la segunda división.

Elemento	Se	cción	Área	Н	Volumen 2
	Base Altura		(m2)	(m)	(m3)
1	1,89	1,20	2,27	1,20	2,72
$\Sigma =$					2,72

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente (γ6):

$$\gamma_6 = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{13.61}{2.72}$$

$$\gamma_6 = 5.00 \ T/m^3$$



Peso específico equivalente (γ 7):

En las tablas 3.21 y 3.22 se calculan tanto el peso real (Peso) como el nuevo volumen (Volumen 2) de la tercera división realizada en el corte 2 del estribo.

Peso Elemento Sección Área Η Volumen **Especifico** Peso Base Altura (m2)(m) (m3)(T/m3)(Ton) 0,92 0,40 0,37 1,20 0,44 2,40 1,06 1 2 0,92 0,40 0,37 1,20 0,44 2,40 1,06 3 0,92 1,70 1,56 1,20 1,88 2,40 4,50 4 9,00 2,70 3,24 0,30 1,20 2,40 7,78 5 0,40 0,27 0,67 1,20 0,32 2,40 0,77 6 0,67 0,40 0,27 1,20 0,32 2,40 0,77 7 0,67 1,70 1,14 1,20 1,37 2,40 3,28 $\Sigma =$ 8,01 19,22

Tabla 3.21: Calculo del Peso de la tercera división.

Tabla 3.22: Calculo del nuevo volumen de la tercera división.

Elemento	Se	cción	Área	Н	Volumen 2
	Base Altura		(m2)	(m)	(m3)
1	0,92	1,20	1,10	1,20	1,32
4	0,30	1,20	0,36	1,20	0,43
5	0,67	1,20	0,80	1,20	0,96
Σ =	2,72				

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente (γ 7):

$$\gamma_7 = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{19.22}{2.72}$$

$$\gamma_7 = 7.06 \ T/m^3$$



Peso específico equivalente ($\gamma 8$):

En las tablas 3.23 y 3.24 se calculan tanto el peso real (Peso) como el nuevo volumen (Volumen 2) de la quinta división realizada en el corte 2 del estribo.

Tabla 3.23: Calculo del Peso de la quinta división.

Elemento	Se	cción	Área	Н	Volumen	Peso Especifico	Peso
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)	(T/m3)	(Ton)
1	1,74	0,40	0,70	1,20	0,84	2,40	2,00
2	1,74	0,40	0,70	1,20	0,84	2,40	2,00
3	1,74	1,70	2,96	1,20	3,55	2,40	8,52
4	0,15	9,00	1,35	1,20	1,62	2,40	3,89
Σ =					6,84		16,42

Tabla 3.24: Calculo del nuevo volumen de la quinta división.

Elemento	Se	cción	Área	Н	Volumen 2
	Base Altura		(m2)	(m)	(m3)
1	1,74	1,20	2,09	1,20	2,51
4	0,15	1,20	0,18	1,20	0,22
Σ =	2,72				

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente (γ8):

$$\gamma_8 = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{16.42}{2.72}$$

$$\gamma_8 = 6.03 \ T/m^3$$



3.6.3. Calculo de los Pesos Específicos equivalentes (yeq) para el Corte 3 del estribo con sismo horizontal en sentido Y.

Peso específico equivalente (γ 9):

En las tablas 3.25 y 3.26 se calculan tanto el peso real (Peso) como el nuevo volumen (Volumen 2) de la primera división realizada en el corte 3 del estribo.

Tabla 3.25: Calculo del Peso de la primera división.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen	Peso Especifico	Peso
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)	(T/m3)	(Ton)
1	0,40	7,30	2,92	3,00	8,76	2,40	21,02
2	1,49	0,40	0,60	3,00	1,79	2,40	4,29
3	1,49	0,40	0,60	3,00	1,79	2,40	4,29
$\Sigma =$					12,34		29,61

Tabla 3.26: Calculo del nuevo volumen de la primera división.

Elemento	Se	cción	Área	Н	Volumen 2
	Base Altura		(m2)	(m)	(m3)
1	0,40	1,20	0,48	3,00	1,44
2	1,49	1,20	1,79	3,00	5,36
Σ =	6,80				

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente (γ 9):

$$\gamma_9 = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{29.61}{6.80}$$

$$\gamma_9 = 4.35 \ T/m^3$$



Peso específico equivalente (γ10):

En las tablas 3.27 y 3.28 se calculan tanto el peso real (Peso) como el nuevo volumen (Volumen 2) de la segunda división realizada en el corte 3 del estribo.

Tabla 3.27: Calculo del Peso de la segunda división.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen	Peso Especifico	Peso
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)	(T/m3)	(Ton)
1	1,89	0,40	0,76	3,00	2,27	2,40	5,44
2	1,89	0,40	0,76	3,00	2,27	2,40	5,44
Σ =					4,54		10,89

Tabla 3.28: Calculo del nuevo volumen de la segunda división.

Elemento	Se	cción	Área	Н	Volumen 2
	Base Altura		(m2)	(m)	(m3)
1	1,89 1,20		2,27	3,00	6,80
Σ =					6,80

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente ($\gamma 10$):

$$\gamma_{10} = \frac{Peso}{Volumen 2} = \frac{10.89}{6.80}$$

$$\gamma_{10}=1.60~T/m^3$$

Peso específico equivalente (γ11):

En las tablas 3.29 y 3.30 se calculan tanto el peso real (Peso) como el nuevo volumen (Volumen 2) de la tercera división realizada en el corte 3 del estribo.



Tabla 3.29: Calculo del Peso de la tercera división.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen	Peso Especifico	Peso
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)	(T/m3)	(Ton)
1	0,92	0,40	0,37	3,00	1,10	2,40	2,65
2	0,92	0,40	0,37	3,00	1,10	2,40	2,65
3	0,30	7,30	2,19	3,00	6,57	2,40	15,77
4	0,67	0,40	0,27	3,00	0,80	2,40	1,93
5	0,67	0,40	0,27	3,00	0,80	2,40	1,93
$\Sigma =$					10,39		24,93

Tabla 3.30: Calculo del nuevo volumen de la tercera división.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen 2
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)
1	0,92	1,20	1,10	3,00	3,31
3	0,30	1,20	0,36	3,00	1,08
4	0,67	1,20	0,80	3,00	2,41
$\Sigma =$					6,80

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente ($\gamma 11$):

$$\gamma_{11} = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{24.93}{6.80}$$

$$\gamma_{11} = 3.66 \ T/m^3$$

Peso específico equivalente (γ 12):

En las tablas 3.31 y 3.32 se calculan tanto el peso real (Peso) como el nuevo volumen (Volumen 2) de la quinta división realizada en el corte 3 del estribo.



Tabla 3.31: Calculo del Peso de la quinta división.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen	Peso Especifico	Peso
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)	(T/m3)	(Ton)
1	1,74	0,40	0,70	3,00	2,09	2,40	5,01
2	1,74	0,40	0,70	3,00	2,09	2,40	5,01
3	0,15	7,30	1,10	3,00	3,29	2,40	7,88
$\Sigma =$					7,46		17,91

Tabla 3.32: Calculo del nuevo volumen de la quinta división.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen 2
	Base Altura		(m2)	(m)	(m3)
1	1,74	1,20	2,09	3,00	6,26
3	0,15 1,20		0,18	3,00	0,54
$\Sigma =$					6,80

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente (γ 12):

$$\gamma_{12} = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{17.91}{6.80}$$

$$\gamma_{12}=2.63~T/m^3$$

3.7. Calculo de los Pesos Específicos equivalentes (γ eq) para Sismo horizontal en sentido X.

3.7.1. Cálculo de los pesos específicos implementados en el Corte 1,2 y 3 del Estribo.



Peso específico equivalente ($\gamma 1$):

Tabla 3.33: Cálculo del Peso.

Elemento	Sec	ción	Área	Н	Volumen	Peso Específico	Peso
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)	(T/m3)	(Ton)
1	18,90	0,40	7,56	3,00	22,68	2,40	54,43
2	0,40	0,50	0,20	3,00	0,60	2,40	1,44
3	0,30	0,50	0,15	3,00	0,45	2,40	1,08
4	0,30	0,50	0,15	3,00	0,45	2,40	1,08
5	0,30	0,50	0,15	3,00	0,45	2,40	1,08
6	0,40	0,50	0,20	3,00	0,60	2,40	1,44
$\Sigma =$					25,23		60,55

Tabla 3.34: Calculo del nuevo volumen.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen 2
	Base Altura		(m2)	(m)	(m3)
1	1,70	0,40	0,68	3,00	2,04
2	1,70 0,50		0,85	3,00	2,55
Σ =		4,59			

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente ($\gamma 1$):

$$\gamma_1 = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{60.55}{4.59}$$

$$\gamma_1 = 13.19 \ T/m^3$$



Peso específico equivalente (γ 2):

Tabla 3.35: Cálculo del Peso.

Elemento	Se	cción	Área	Н	Volumen	Peso Específico	Peso
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)	(T/m3)	(Ton)
1	0,40	0,90	0,36	3,00	1,08	2,40	2,59
2	0,30	0,90	0,27	3,00	0,81	2,40	1,94
3	0,30	0,90	0,27	3,00	0,81	2,40	1,94
4	0,30	0,90	0,27	3,00	0,81	2,40	1,94
5	0,40	0,90	0,36	3,00	1,08	2,40	2,59
Σ =					4,59		11,02

Tabla 3.36: Calculo del nuevo volumen.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen 2
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)
1	1,70	0,90	1,53	3,00	4,59
Σ =					4,59

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente (γ 2):

$$\gamma_2 = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{11.02}{4.59}$$

$$\gamma_2 = 2.40 \ T/m^3$$



Peso específico equivalente (γ 3):

Tabla 3.37: Cálculo del Peso.

Elemento	Sec	ción	Área	Н	Volumen	Peso Específico	Peso
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)	(T/m3)	(Ton)
1	0,40	0,60	0,24	3,00	0,72	2,40	1,73
2	0,30	0,60	0,18	3,00	0,54	2,40	1,30
3	0,30	0,60	0,18	3,00	0,54	2,40	1,30
4	0,30	0,60	0,18	3,00	0,54	2,40	1,30
5	0,40	0,60	0,24	3,00	0,72	2,40	1,73
6	18,90	0,30	5,67	3,00	17,01	2,40	40,82
Σ =					20,07		48,17

Tabla 3.38: Calculo del nuevo volumen.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen 2
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)
1	1,70	0,60	1,02	3,00	3,06
6	1,70	0,30	0,51	3,00	1,53
Σ =					4,59

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente ($\gamma 3$):

$$\gamma_3 = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{48.17}{4.59}$$

$$\gamma_3 = 10.49 \ T/m^3$$



Peso específico equivalente (γ 4):

Tabla 3.39: Cálculo del Peso

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen	Peso Específico	Peso
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)	(T/m3)	(Ton)
1	0,40	0,80	0,32	3,00	0,96	2,40	2,30
2	0,40	0,80	0,32	3,00	0,96	2,40	2,30
3	18,90	0,10	1,89	3,00	5,67	2,40	13,61
$\Sigma =$					7,59		18,22

Tabla 3.40: Calculo del nuevo volumen

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen 2
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)
1	1,70	0,80	1,36	3,00	4,08
2	1,70	0,10	0,17	3,00	0,51
Σ =					4,59

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente ($\gamma 4$):

$$\gamma_4 = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{18.22}{4.59}$$

$$\gamma_4 = 3.97 \ T/m^3$$



Peso específico equivalente (γ 5):

Tabla 3.41: Cálculo del Peso.

Elemento	Sec	Sección		Н	Volumen	Peso Específico	Peso
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)	(T/m3)	(Ton)
1	0,40	0,90	0,36	1,20	0,43	2,40	1,04
2	0,40	0,90	0,36	1,20	0,43	2,40	1,04
3	18,10	0,90	16,29	1,20	19,55	2,40	46,92
Σ =	$\Sigma =$						48,99

Tabla 3.42: Calculo del nuevo volumen.

Elemento	Sección		Área	Н	Volumen 2
	Base	Altura	(m2)	(m)	(m3)
1	1,70	0,90	1,53	1,20	1,84
Σ =					1,84

Una vez obtenidos el Peso y el Volumen 2 se procede a calcular el Peso Específico Equivalente (γ5):

$$\gamma_5 = \frac{Peso}{Volumen \ 2} = \frac{48.99}{1.84}$$

$$\gamma_5 = 26.68 \ T/m^3$$

En la figura 3.12, se muestran los Pesos Específicos Equivalentes para el Análisis Sísmico en Y considerando un ancho constante del estribo igual a 1.20m. El análisis está hecho con vista en elevación del estribo, la misma que se dividió en 10 partes en la base y 12 partes en altura. En este caso las dimensiones del modelo rectangular son las siguientes: espesor



constante igual a 1.20m, longitud en sentido Y igual a 18.90 m., y la altura del elemento 7.20 m.

En este análisis cada elemento finito es una sección rectangular que tiene las siguientes dimensiones: 1.20 m./ 1.89 m. / 0.60 m. En total la estructura tiene 120 elementos finitos, con los pesos específicos indicados en la figura 3.12.

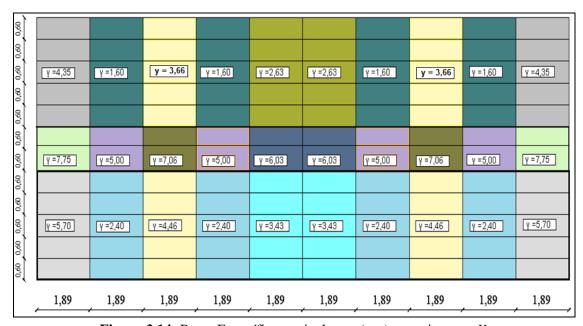


Figura 3.14: Pesos Específico equivalentes (γeq) para sismo en *Y*.

En la Figura 3.13, se muestran los pesos específicos equivalentes para el Análisis Sísmico en X, considerando un ancho constante del estribo igual a 1.70 m. De igual manera se trabajo con 10 divisiones en el sentido X y 12 divisiones en sentido vertical. Por lo tanto las dimensiones del modelo rectangular de espesor constante son: 1.70 m./ 9.0 m. / 7.20 m.



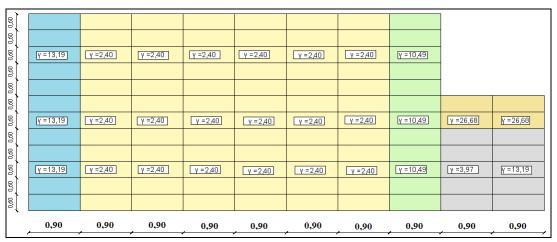


Figura 3.15: Pesos Específico equivalentes (yeq) para sismo en X.

3.8. Análisis Sísmico en sentido X, Y.

Los resultados que se van a mostrar a continuación se obtuvieron utilizando el programa CEINCI LAB.

Análisis Sísmico con Base Equivalente (beq), para sismo horizontal en sentido Y.

En este programa los datos de ingreso a emplear son:

- El número de divisiones del estribo en sentido X (dx = 10).
- El número de divisiones del estribo en sentido Y (dy = 12).
- Longitud del estribo en sentido de análisis (Lx = 18.90m).
- Altura del estribo (Ly = 7.20m).
- Módulo de elasticidad del proyecto (E=2'030.000 T/m²).
- Módulo de poisson (0.20).
- Zeda $(\xi = 0.05)$.

Los datos de salida del mismo son:

 Desplazamientos ubicados a una altura de 7.20m y 0.60m medidos desde la base del estribo. Dichos desplazamientos están ubicados en las masas, las mismas que se



concentraron en los extremos del estribo, que es donde existe mayor afectación de la misma.

En la figura 3.14 se muestran los desplazamientos máximos resultados obtenidos del Análisis Sísmico con Base Equivalente (beq), para sismo horizontal en sentido Y.

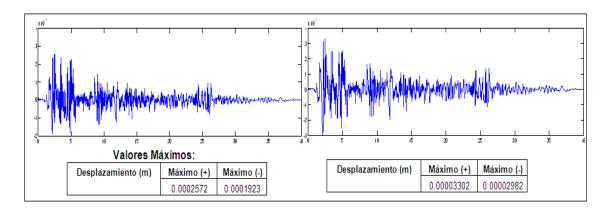


Figura 3.16: Desplazamientos a 7.20 m., y a 0.60 m., para sismo en sentido Y.

Análisis Sísmico con Base Equivalente (beq), para sismo horizontal en sentido X.

En este programa los datos de ingreso a emplear son:

- El número de divisiones del estribo en sentido X (dx = 10).
- El número de divisiones del estribo en sentido Y (dy = 12).
- Longitud del estribo en sentido de análisis (Lx = 9.00m).
- Altura del estribo (Ly = 7.20m).
- Módulo de elasticidad del proyecto (E=2'030.000 T/m²).
- Módulo de poisson (0.20).
- Zeda $(\xi = 0.05)$.

Los datos de salida del mismo son:

 Desplazamientos ubicados a una altura de 7.20m y 0.60m medidos desde la base del estribo. Dichos desplazamientos están ubicados en las masas, las mismas que se



concentraron en los extremos del estribo, que es donde existe mayor afectación de la misma.

En la figura 3.15 se muestran los desplazamientos máximos obtenidos del Análisis Sísmico con Base Equivalente (beq), para sismo horizontal en sentido X.

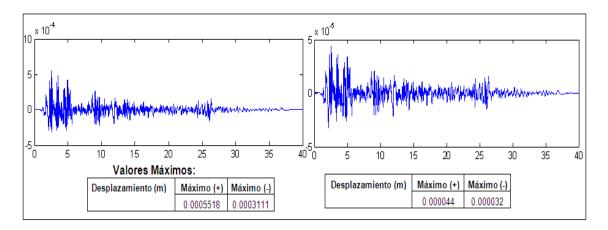


Figura 3.17: Desplazamientos a 7.20 m., y a 0.60 m., para sismo en sentido X

3.9. Comparación de Resultados

En las figuras 3.16 y 3.17 se muestra una comparación de los desplazamientos máximos con sismo horizontal en sentido Y, aplicados en el punto más alto del estribo que es a los 7.20 m y a 0.60m de la base del mismo, generados mediante el método de secciones equivalentes (beq) y el de pesos específicos equivalentes (γeq).

Los desplazamientos máximos más críticos se generan entre los primeros 10 segundos, en donde se puede apreciar que el método de las secciones equivalentes (línea roja) genera menos desplazamiento en el estribo que el de pesos específicos equivalentes (línea azul).



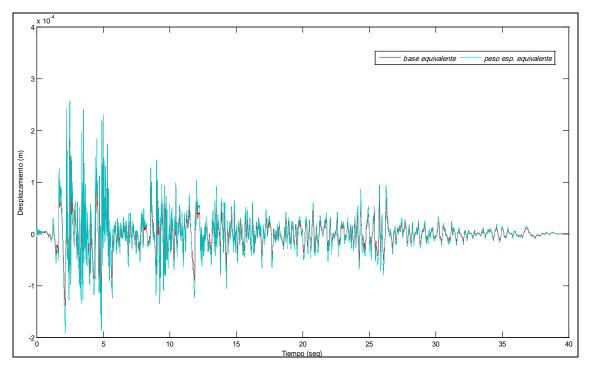


Figura 3.18: Comparación de desplazamientos entre beq y γeq a 7,20m – sentido Y

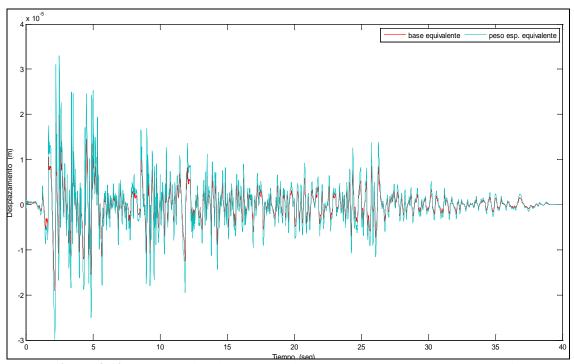


Figura 3.19: Comparación de desplazamientos entre beq y γeq a 0,60m – sentido Y.

En las figuras 3.18 y 3.19 se muestra una comparación de los desplazamientos máximos con sismo horizontal en sentido X, aplicados en el punto más alto del estribo que es a los



7.20 m y a 0.60m de la base del mismo, generados mediante el método de secciones equivalentes (beq) y el de pesos específicos equivalentes (γeq).

Los desplazamientos máximos más críticos se generan entre los primeros 30 segundos, en donde se puede apreciar que el método de las secciones equivalentes (línea roja) genera menos desplazamiento en el estribo que el de pesos específicos equivalentes (línea azul).

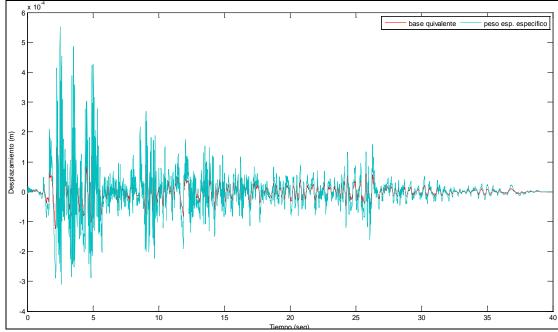


Figura 3.20: Comparación de desplazamientos entre beq y γeq a 7,20m – sentido X.

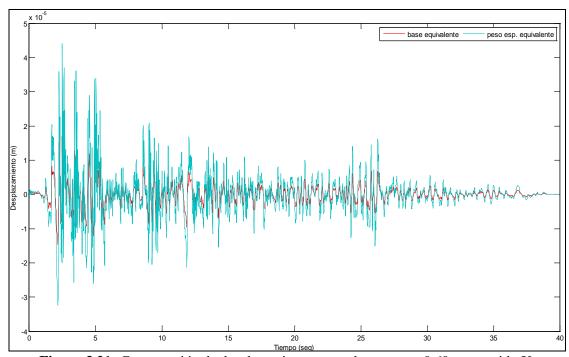


Figura 3.21: Comparación de desplazamientos entre beq y γeq a 0,60m – sentido X.



- Figura 3.1: Vista en planta y elevación de estribo del Puente Norte 1.
- Figura 3.2: Vista Lateral y transversal del estribo del Puente Norte 1.
- Figura 3.3: Dominio de integración para dos puntos y gdl del elemento finito
- Figura 3.4: Coordenadas reales y naturales de un elemento finito rectangular
- Figura 3.5: Distribución de las masas en el estribo
- Figura 3.6: Vista en planta de los Cortes 1, 2 y 3.
- Figura 3.7: Divisiones para bed en los Cortes 1, 2 y 3.
- Figura 3.8: Secciones rectangulares equivalentes en Corte 1, 2 Y 3
- Figura 3.9: Vista transversal y longitudinal del estribo con secciones equivalentes.
- Figura 3.10: Acelerograma utilizado. Sismo de El Centro de 1940.
- Figura 3.11: Desplazamientos a 7.20 m y 0.60 m., para sismo en sentido Y
- Figura 3.12: Desplazamientos a 7.20 m y a 0.60 m., para sismo en sentido X.
- Figura 3.13: Vista en planta de los Cortes 1, 2 y 3, divididos en 10 partes
- Figura 3.14: Pesos Específico equivalentes (yeq) para sismo en Y.
- Figura 3.15: Pesos Específico equivalentes (yeq) para sismo en X.
- Figura 3.16: Desplazamientos a 7.20 m., y a 0.60 m., para sismo en sentido Y.
- Figura 3.17: Desplazamientos a 7.20 m., y a 0.60 m., para sismo en sentido X
- Figura 3.18: Comparación de desplazamientos entre beq y γeq a 7,20m sentido Y
- Figura 3.19: Comparación de desplazamientos entre beq y γeq a 0,60m sentido Y.
- **Figura 3.20:** Comparación de desplazamientos entre beq y yeq a 7,20m sentido X.
- **Figura 3.21:** Comparación de desplazamientos entre beq y γeq a 0,60m sentido X.
- Tabla 3.1: Puntos de la Cuadratura de Gauss
- **Tabla 3.2:** Calculo del Centro de Gravedad (cg) del Corte 1 de Estribo
- **Tabla 3.3:** Calculo del Centro de Gravedad (cg) del Corte 2 de Estribo.
- Tabla 3.4: Calculo del Centro de Gravedad (cg) del Corte 3 de Estribo
- **Tabla 3.5:** Calculo del Momento de Inercia respecto al Eje X, Y del Corte 1.
- **Tabla 3.6:** Calculo del Momento de Inercia respecto al Eje X, Y del Corte 2.
- **Tabla 3.7:** Calculo del Momento de Inercia respecto al Eje X, Y del Corte 3
- **Tabla 3.8:** Anchos Equivalentes en los Cortes 1, 2, 3 del Estribo.
- Tabla 3.9: Calculo del Peso de la primera división.
- **Tabla 3.10:** Calculo del nuevo volumen de la primera división.
- Tabla 3.11: Calculo del Peso de la segunda división.
- Tabla 3.12: Calculo del nuevo volumen de la segunda división.
- **Tabla 3.13:** Calculo del Peso de la tercera división.
- **Tabla 3.14:** Calculo del nuevo volumen de la tercera división.
- **Tabla 3.15:** Calculo del Peso de la quinta división.
- Tabla 3.15: Calculo del nuevo volumen de la quinta división.
- **Tabla 3.17:** Calculo del Peso de la primera división.
- **Tabla 3.18:** Calculo del nuevo volumen de la primera división.
- Tabla 3.19: Calculo del Peso de la segunda división.
- Tabla 3.20: Calculo del nuevo volumen de la segunda división.
- Tabla 3.21: Calculo del Peso de la tercera división.
- Tabla 3.22: Calculo del nuevo volumen de la tercera división.
- Tabla 3.23: Calculo del Peso de la quinta división.
- Tabla 3.24: Calculo del nuevo volumen de la quinta división.
- **Tabla 3.25:** Calculo del Peso de la primera división.



- **Tabla 3.26:** Calculo del nuevo volumen de la primera división.
- Tabla 3.27: Calculo del Peso de la segunda división.
- Tabla 3.28: Calculo del nuevo volumen de la segunda división.
- Tabla 3.29: Calculo del Peso de la tercera división.
- Tabla 3.30: Calculo del nuevo volumen de la tercera división.
- Tabla 3.31: Calculo del Peso de la quinta división.
- Tabla 3.32: Calculo del nuevo volumen de la quinta división.
- Tabla 3.33: Cálculo del Peso.
- Tabla 3.34: Calculo del nuevo volumen.
- Tabla 3.35: Cálculo del Peso.
- Tabla 3.36: Calculo del nuevo volumen.
- Tabla 3.37: Cálculo del Peso.
- Tabla 3.38: Calculo del nuevo volumen.
- Tabla 3.39: Cálculo del Peso
- Tabla 3.40: Calculo del nuevo volumen
- Tabla 3.41: Cálculo del Peso.
- Tabla 3.42: Calculo del nuevo volumen.