



## CAPITULO IV

### ANÁLISIS SISMICO EN SENTIDO TRANSVERSAL DEL APOYO CENTRAL.

---

#### 4.1. Análisis Sísmico de Pilotes con Elementos Finitos.

En el caso de los pilotes, se modelo con elementos finitos lineales en los cuales se distribuye la masa uniformemente, para el cálculo de la matriz de Rigidez y de la matriz de Masas se utiliza las funciones de forma lineales que son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 \phi_1(x) &= 1 - \frac{X}{L} & \phi_2(x) &= 1 - 3\frac{X^2}{L^2} + 2\frac{X^3}{L^3} \\
 \phi_3(x) &= X * \left(1 - \frac{X}{L}\right)^2 & \phi_4(x) &= \frac{X}{L} \\
 \phi_5(x) &= \frac{X^2}{L^2} * \left(3 - 2\frac{X}{L}\right) & \phi_6(x) &= -\frac{X}{L} * \left(1 - \frac{X}{L}\right)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Donde: L = Longitud del Elemento

X = Abscisa del elemento, distancia del nudo inicial a un punto cualquiera P.

### 4.1.1. Matriz de Rigidez

Para obtener la matriz de rigidez se usan las funciones de forma vistas anteriormente, la expresión utilizada es una integral simple con un dominio que va desde cero hasta L.

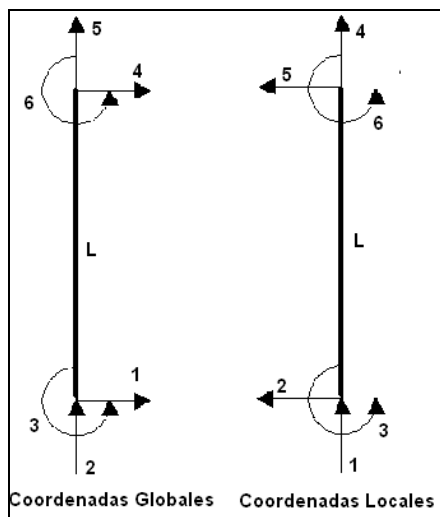
Se representa con la siguiente expresión:

$$K(i, j) = \int_0^L (E.I)_o . \phi_i'' . \phi_j'' dx \tag{4.2}$$

Donde:  $\phi_i, \phi_j$  = Funciones de forma.

$EI_o$  = Rigidez a flexión del elemento.

La matriz de rigidez debe de estar en coordenadas globales. En la figura 4.1 se indica las coordenadas locales y globales.



**Figura 4.1:** Sistema de coordenadas

$$K = \begin{bmatrix} t & 0 & -b & -t & 0 & -b' \\ r & 0 & 0 & -r & 0 & 0 \\ & k & b & 0 & a & \\ & & t & 0 & b' & \\ & & & r & o & \\ & & & & k' & \end{bmatrix}$$

**Figura 4.2:** Matriz de Rigidez del Pilote<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Análisis Matricial de Estructuras, R. Aguiar (2006)



El significado de cada una de las variables de la matriz de rigidez se indican en el Libro de Análisis Matricial de Estructura, Aguiar (2006).

#### 4.1.2. Matriz de Masas

La matriz de masas se obtiene con la siguiente fórmula, la cual está en función de las funciones de forma ya mencionadas.

$$m(i, j) = \int_0^L \bar{m} \phi_i \cdot \phi_j dx \quad (4.3)$$

Donde:  $m$  = masa por unidad de longitud.

$\phi_i, \phi_j$  = Funciones de forma.

Una vez calculado la matriz de Rigidez y Masas se realiza el ensamblaje directo y luego se condensa a los grados de libertad principales, con estas dos matrices se puede obtener los modos de vibración.

#### 4.1.3. Matriz de Amortiguamiento

Para la matriz de amortiguamiento se trabaja con el algoritmo de Wilson y Penzien, ya que este utiliza todos los modos de vibración para el cálculo. La ecuación se presenta a continuación:



$$C_i = \frac{2\xi_i W n_i}{M_i^*} [M \phi_i] [\phi_i^t M] \quad (4.4)$$

$$M_i^* = \phi_i^t M \phi_i \quad (4.5)$$

Donde:  $\xi_i$  = Factor de amortiguamiento del modo i.

$W n_i$  = Frecuencias de Vibración de cada modo i.

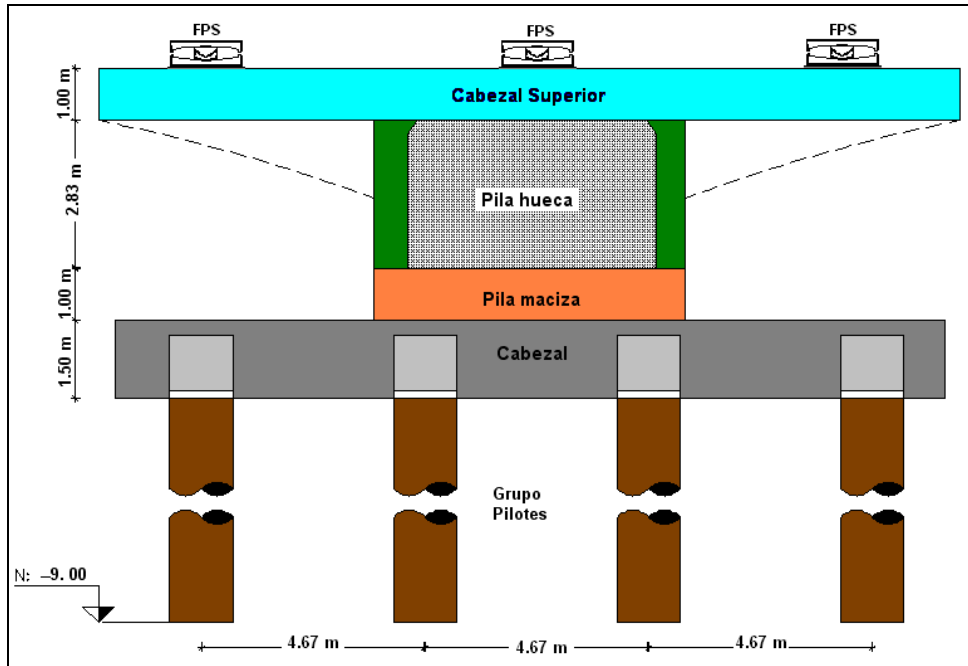
M = Matriz de masas.

$\phi_i$  = Modos de vibración i.

## 4.2. Modelo Numérico de Calculo

Sobre el Estuario del Río Esmeraldas, el Cuerpo de Ingenieros del Ejército, construyo el Puente Ramal Norte 1, para lo cual se va a realizar el Análisis Sísmico de la Pila, incorporando el análisis de los pilotes y la capacidad resistente del suelo.

En la figura 4.3, se pueden visualizar las secciones de la pila y la profundidad a la cual se va cimentar el grupo de pilotes, en esta figura se incluye los aisladores FPS. Se ha considerado un coeficiente de poisson de 0.20 y un módulo de Elasticidad de  $2'030.000T/m^2$ .



**Figura 4.3:** Geometría de la Pila y Profundidad de Cimentación.

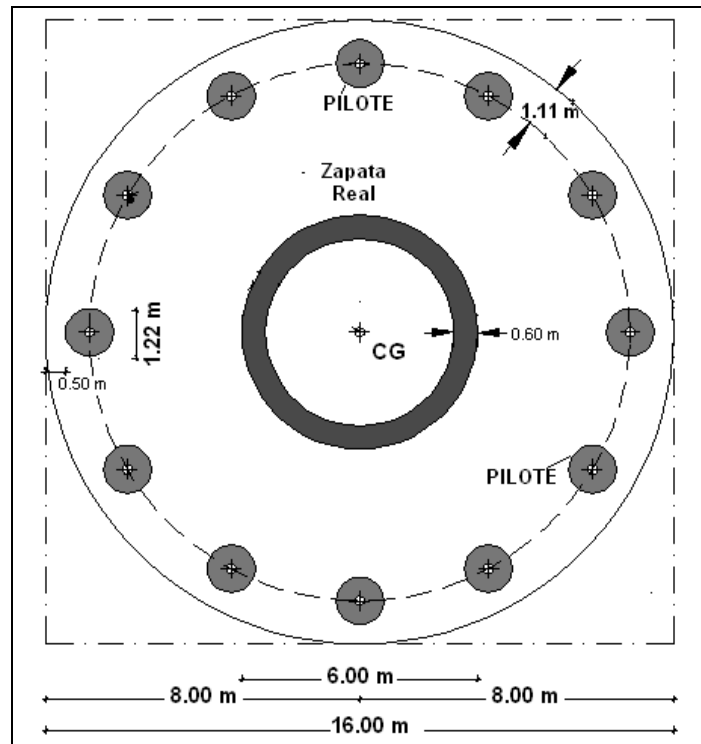
### 4.2.1. Pilotes

La Pila del Puente Norte 1, está conformada por una zapata circular de 16 metros de diámetro y una altura o peralte de 1.50 metros, la cual es totalmente maciza de hormigón armado.

La zapata se apoya sobre 12 pilotes prefabricados de hormigón armado cuyo diámetro es de 1.22 metros (incluido encamisado). El número de pilotes es definido en función de la carga que le corresponde a la Pila.

Los pilotes están distribuidos en el contorno de la zapata, con una separación de 3.00 metros aproximadamente entre pilotes con el fin de que estos trabajen individualmente.

Para un mejor entendimiento en la figura 4.4 se puede observar lo antes mencionado.



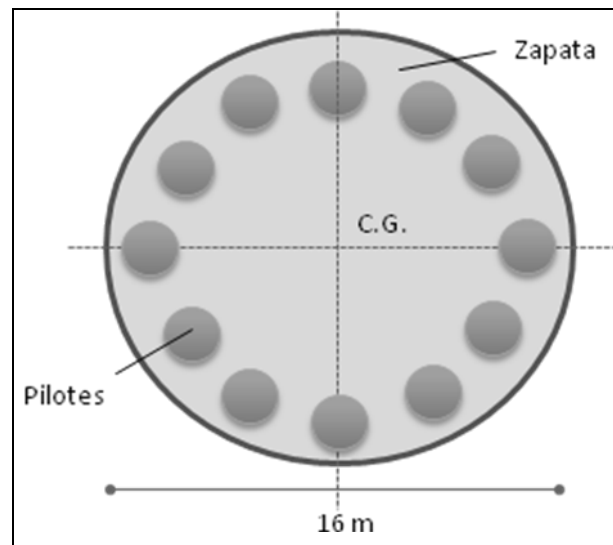
**Figura 4.4:** Distribución de pilotes en zapata real

Continuando con el modelo numérico lo que se desea es encontrar un equivalente rectangular para lo cual se debe de igualar los momentos de inercia con respecto al Centro de Gravedad (C.G) de la distribución perimetral del grupo de pilotes.

A continuación se presenta el cálculo del grupo de pilotes:

**Dimensiones de la pila**

- Diámetro zapata = 16 m
- Diámetro pilotes = 1,22 m
- Numero de pilotes = 12 u
- Distancia libre zapata pilote = 0,5 m



**Figura 4.5:** Dimensiones de la zapata y Centro de Gravedad

Se calcula la inercia de un pilote y el área del mismo, para luego encontrar el centro de gravedad del grupo de pilotes, previo a ello , como la geometría de la zapata es una circunferencia se debe de hallar un radio que va ser el mismo para todos los pilotes, tal como se puede apreciar en la figura 4.5.

**Inercia del pilote**

$$I_p = \frac{\pi * 1,22^4}{64}$$

$I_p = 0,109 \text{ m}^4$

**Área del pilote**

$$A_p = \frac{\pi * 1,22^2}{4}$$

$A_p = 1,169 \text{ m}^2$

**Radio del Pilote**

$R = 6,89 \text{ m}$

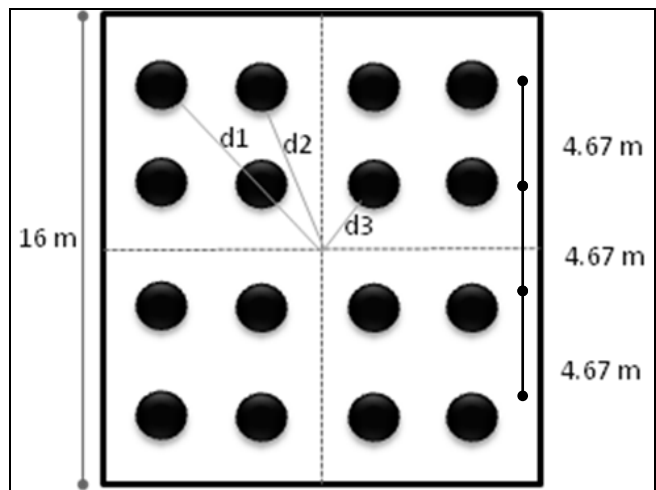
Utilizando el Teorema de Steiner o el de los Ejes Paralelos se calcula el Momento de inercia del grupo de pilotes con respecto al Centro de Gravedad.

$$I_{cg} = (I_p + R^2 * A_p) * 12$$

$I_{cg} =$	$667,23 \text{ m}^4$
------------	----------------------

Con el momento de inercia obtenido, se adopta un valor arbitrario para la nueva sección rectangular en nuestro caso adoptamos un valor de 16 metros ya que es la dimensión real de la zapata de cimentación.

Se debe de distribuir los pilotes sobre toda la superficie rectangular con una distancia **d** que va del centro de gravedad a cada eje de pilote. Como se aprecia en la figura 4.6.



**Figura 4.6:** Distribución de pilotes en sección rectangular

Luego se ve cuantos pilotes tienen la misma distancia **d** y se coloca un diámetro de pilote igual para todos, se saca la inercia del grupo de pilotes y si es igual al momento de inercia con respecto al Centro de Gravedad, el diámetro adoptado es el correcto.

**Tabla 4.1:** Numero de pilotes con la distancia **d**

Pilotes d1	4 u
Pilotes d2	8 u
Pilotes d3	4 u
<b>Total</b>	<b>16 u</b>





**Diámetro adoptado**

D =	1,00 m
-----	--------

Con el diámetro adoptado de 1 metro se calcula las distancias d, las mismas que se calculan con la nueva sección rectangular obtenida.

**Diámetros del centro de gravedad al eje de pilote**

d1 = 9,89 m

d2 = 7,37 m

d3 = 3,29 m

**Inercia del pilote diámetro =1 m**

**Área del pilote diámetro =1 m**

$$I_p = \frac{\pi * 1,00^4}{64}$$

I<sub>p</sub> = 0,049 m<sup>4</sup>

$$A_p = \frac{\pi * 1,00^2}{4}$$

A<sub>p</sub> = 0,785 m<sup>2</sup>

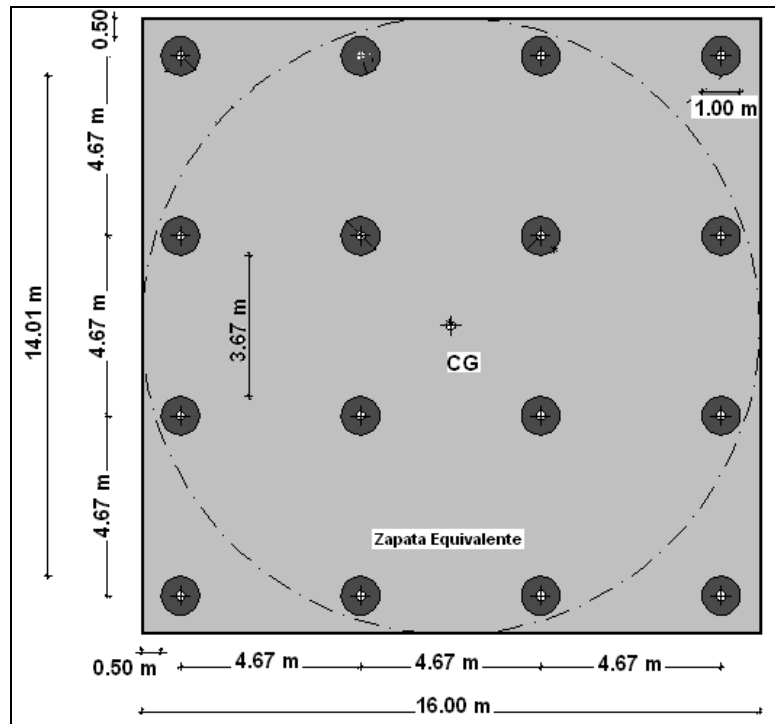
**Inercia con respecto al centro de gravedad**

Para encontrar la inercia del grupo de pilotes, los cuales están distribuidos en forma rectangular se debe calcular con los datos obtenidos aplicando Steiner.

$$I = [(I_p + A_p * d_1^2) * 4] + [(I_p + A_p * d_2^2) * 8] + [(I_p + A_p * d_3^2) * 4] = 684.95 m^4$$

La inercia del grupo de pilotes que se encuentra distribuido de forma circular debe ser similar a la inercia del grupo de pilotes que se encuentra distribuido en forma rectangular.

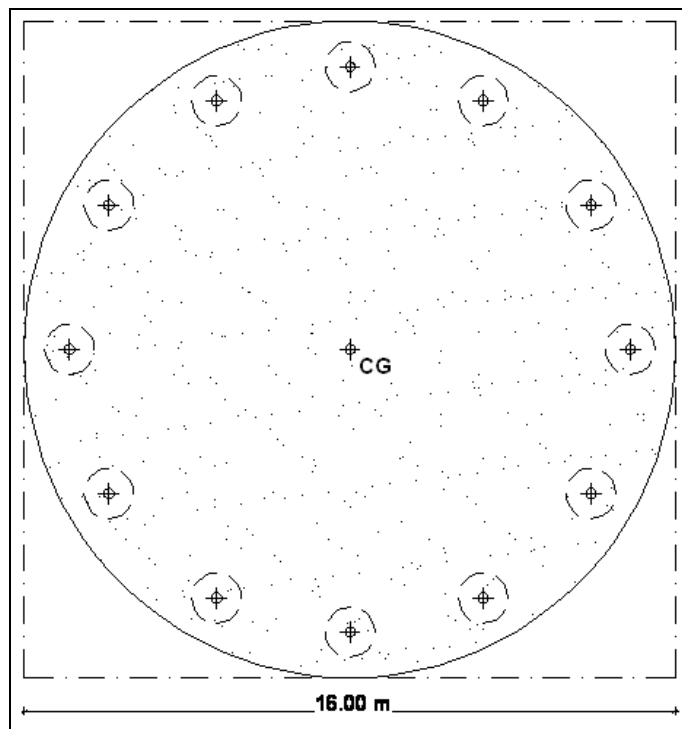
Del modelo numérico de análisis, que tiene el mismo momento de inercia con respecto al C.G. Se tienen 16 pilotes de 1.0 m., de diámetro. Se adoptó esta configuración para tener un eje de cuatro pilotes y poder realizar un análisis sísmico en dos dimensiones.



**Figura 4.7:** Equivalente rectangular de grupo de pilotes

### 4.2.2. Viga Cabezal de Pilotes (Zapata)

La viga cabezal de los pilotes es circular con un diámetro de 16.0 metros como se puede apreciar en la figura 4.7, bajo esta se colocaran los pilotes ya calculados para una sección rectangular.



**Figura 4.8:** Dimensiones reales de la zapata o cabezal.

El momento de inercia de la sección circular con un diámetro de 16 m es:

$$I = \frac{\pi * D^4}{64}$$

$$I = \frac{\pi * 16^4}{64}$$

$$I = 3217m^4$$

Igualando la inercia de la zapata circular, con la inercia de una sección rectangular se asume un valor de la altura para nuestro caso se asumió 14m debido a que es la distancia que existe entre los pilotes.



**Inercia sección rectangular**

$$I = \frac{b * h^3}{12}$$

$$3217 = \frac{b * h^3}{12}$$

$$3217 = \frac{b * 14^3}{12}$$

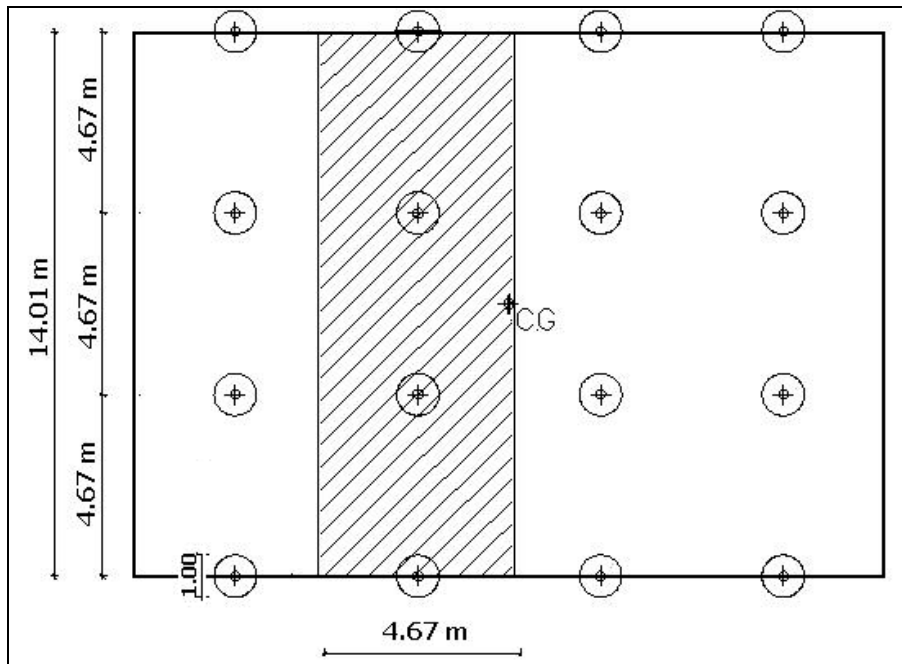
**Despejando la base se obtiene:**

$$b = 14.01 \text{ m}$$

La longitud de análisis es 14 metros en un sentido y 4,67 metros en el otro que es la base, para obtener el valor de 4,67 metros se dividió 14.01 metros para 3, ya que solo necesitamos una franja de pilotes para el análisis sísmico con elementos finitos como se puede apreciar en la figura 4.8.

Esta dimensión de 14.01 metros vendría a ser la altura “**h**” de la sección transversal equivalente. El ancho “**b**” de la sección rectangular que tenga una inercia similar a 3217 m<sup>4</sup>. En estas situación el ancho equivalente de la viga de análisis es 4.67 metros.

Para el análisis se tomara en cuenta una franja de pilotes calculas en la sección anterior en nuestro caso serán 4 pilotes como se puede apreciar en la figura 4.9.



**Figura 4.9:** Dimensiones de Viga cabezal para el análisis.

### 4.2.3. Pila Circular Maciza

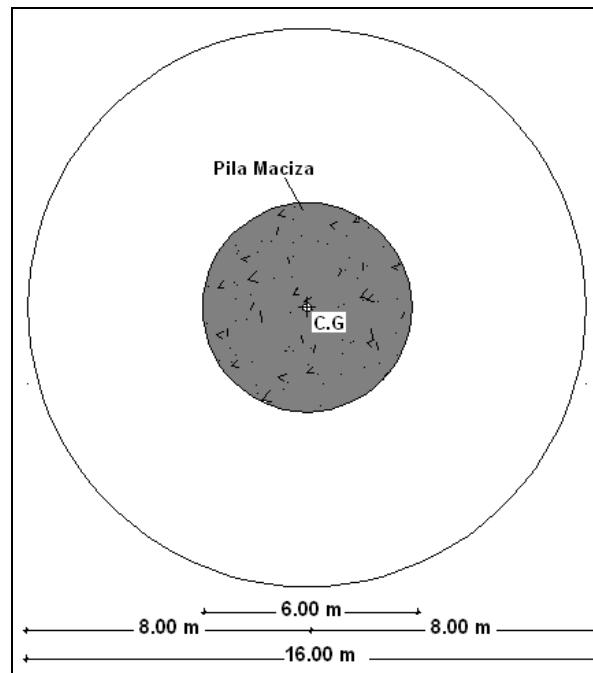
La pila maciza esta se encuentra sobre la zapata, esta pila es circular con una altura de 1 metro y 6 metros de diámetro, como se indica en la figura 4.10. Esta sección circular maciza, la convertiremos en una sección rectangular, igualando los momentos de inercia como se ha venido haciendo con los elementos anteriores.

#### Inercia Pila Maciza

$$I = \frac{\pi * D^4}{64}$$

$$I = \frac{\pi * 6^4}{64}$$

$$I = 63.62 \text{ m}^4$$



**Figura 4.10:** Dimensiones reales de la pila maciza.

Una vez encontrada la inercia del bloque real se debe igualar buscando un valor que nos de la misma inercia, como en nuestro modelo de análisis se debe dividir en elementos finitos iguales la mejor opción era tomar una longitud de 7 metros para dividir en 6 elementos finitos, por esa razón se adopto esta medida.

Igualando los momentos de inercia se obtuvo un valor de ancho equivalente de 2.23 metros. El momento de inercia del elemento analizado es:

$$I = \frac{b * h^3}{12}$$

$$63.62 = \frac{b * h^3}{12}$$

$$63.62 = \frac{b * 7.0^3}{12}$$

Despejando la base se obtiene:

$$b = 2.23 \text{ m}$$

En la figura 4.11 se puede apreciar la sección que se va a analizar, para modelar con elementos finitos se debe tomar un diferencial, como el análisis va a ser en sentido transversal el espesor va a ser 2.23 dividido para 3, dicho espesor es 0.74 metros.

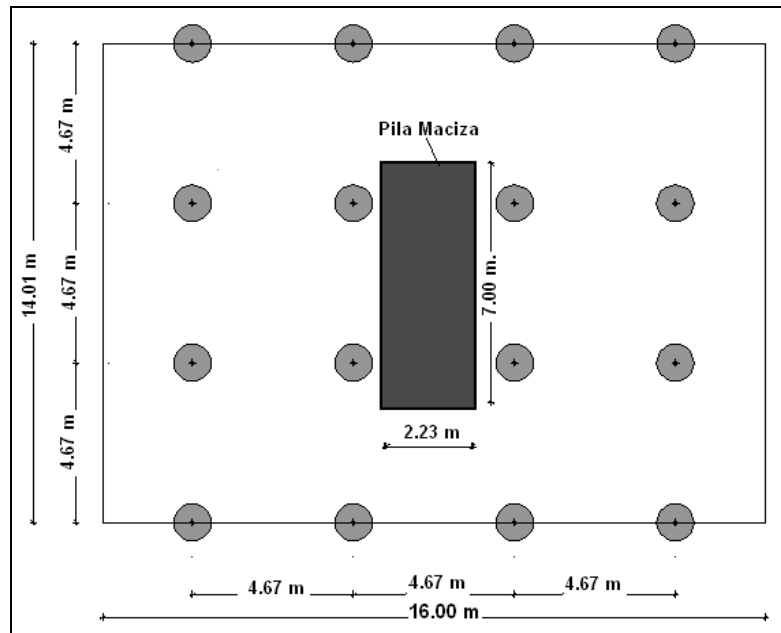


Figura 4.11: Modelo adopta para el análisis.

#### 4.2.4. Pila Circular Hueca

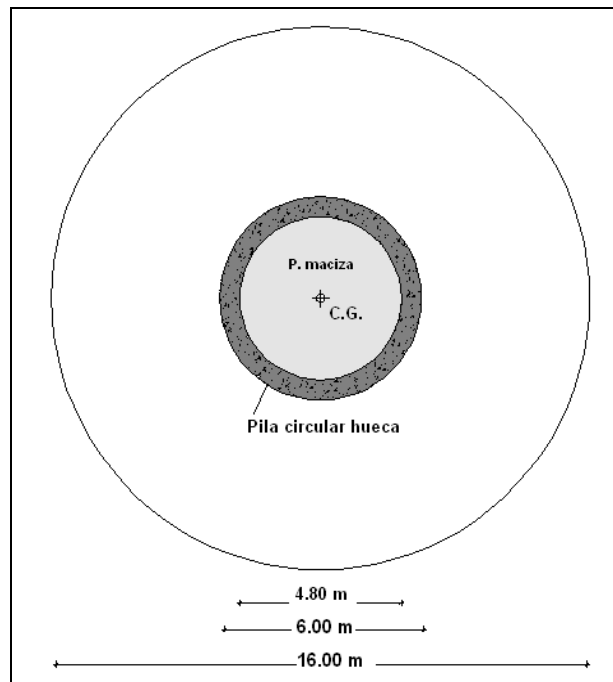
Luego de la pila maciza, se tiene una pila circular hueca, con un diámetro exterior de 6.0 metros., y un diámetro interior 4.80 metros. El momento de inercia es:

$$I = \frac{\pi * (d_1^4 - d_2^4)}{64}$$

$$I = \frac{\pi * (6.0^4 - 4.80^4)}{64}$$

$$I = 37.56 \text{ m}^4$$

Luego el momento de inercia es  $37.56 \text{ m}^4$ . La sección transversal que tenga este momento debe ser de 7.0 metros ya que los elementos finitos deben presentar simetría.



**Figura 4.12:** Geometría de Pila Hueca

Igualando el momento de inercia de la Pila hueca se encuentra el ancho equivalente, este de igual manera que el cabezal se debe dividir para 3, debido a que solo queremos una parte para el análisis. Se encuentra la base equivalente igualando las inercias.

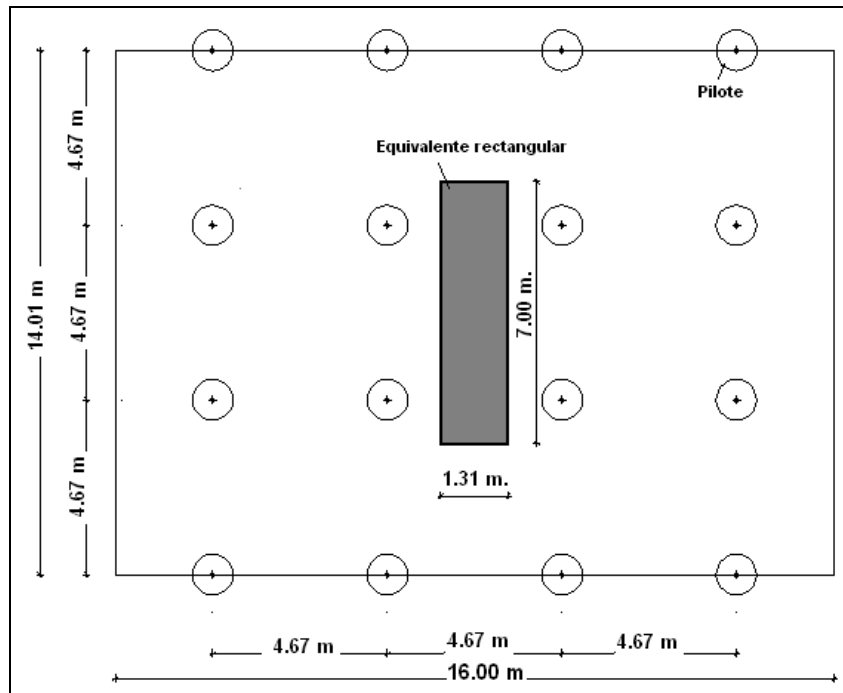
$$I = \frac{b * h^3}{12}$$

$$37.56 = \frac{b * h^3}{12}$$

$$37.56 = \frac{b * 7.0^3}{12}$$

$$b = 1.31 \text{ m}$$





**Figura 4.13:** Modelo equivalente de Pila Hueca.

#### 4.2.5. Aisladores FPS.

El FPS se modeló como un resorte con rigidez<sup>2</sup>, Se destaca que el FPS empieza a funcionar cuando la fuerza que genera el sismo es superior a  $\nu W$ . Siendo  $\nu$  el coeficiente de fricción entre el deslizador y la superficie cóncava del FPS y es función de la presión que sobre el gravita y de la velocidad de deformación.

$$Kp = \frac{W}{R} \quad (4.6)$$

Donde: W = El peso que gravita en el aislador

R = El radio del aislador encontrado para un período de 3 s.

<sup>2</sup> Aguiar et al. (2008)



### 4.3. Descripción del Análisis Sísmico

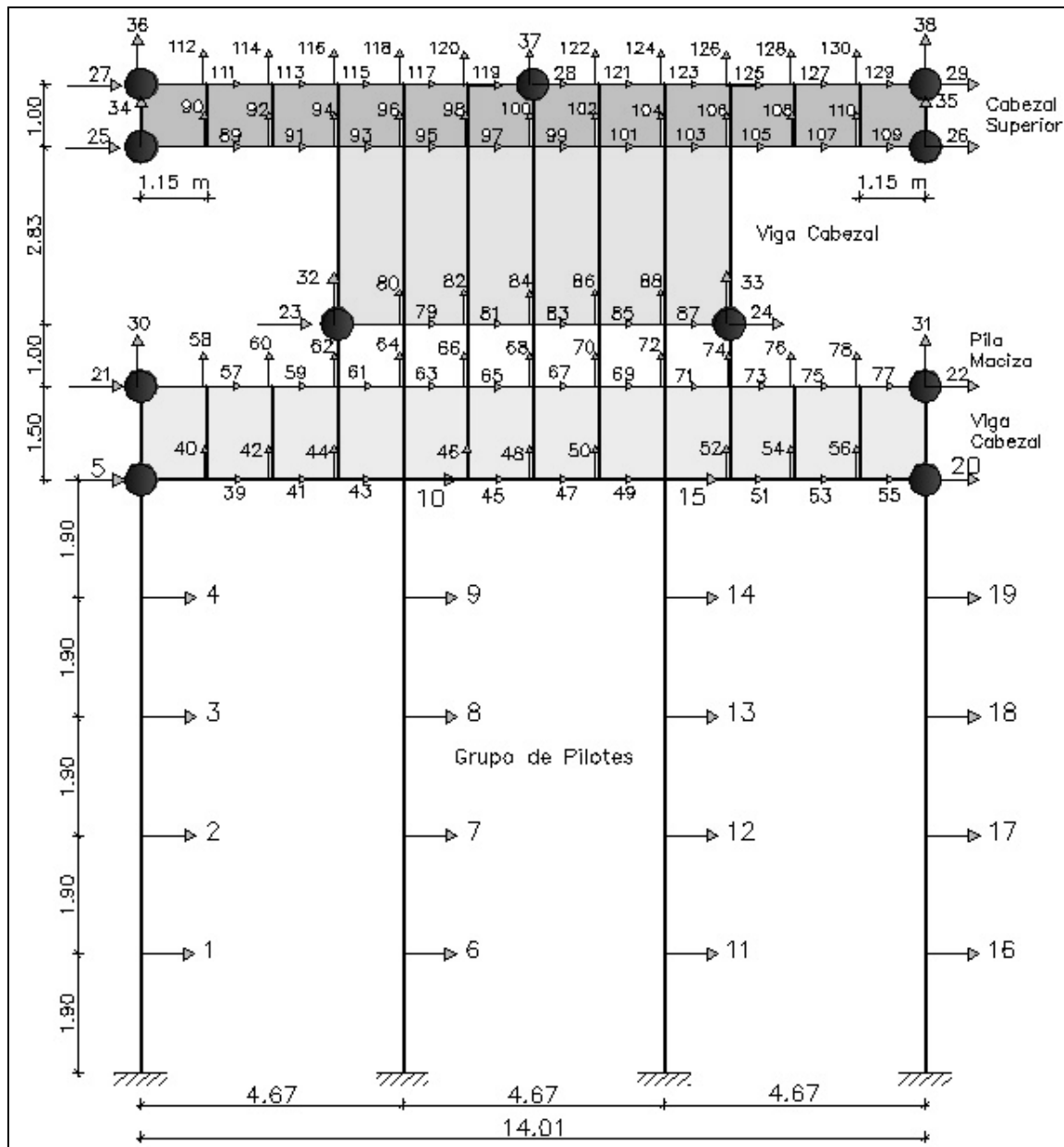
El Modelo de análisis sísmico utilizado en sentido transversal se muestra en la figura 4.14 en el cual se definen los grados de libertad tanto en los pilotes como en la pila. En cada uno de los pilotes cuya profundidad es de 9.50 metros, se considero cinco elementos finitos de 1.90 metros de longitud, la masa de los pilotes está considerada en toda la longitud del pilote en forma distribuida. La luz de los pilotes es de 4.67 metros entre ejes. Sobre los cuales se encuentra un cabezal o zapata que se dividió en doce elementos finitos con una longitud de 1.16 metros cada elemento y una altura de 1.50 metros.

La pila maciza se divido con 6 elementos finitos de 1.16 metros de longitud y una altura de 1 metro, la pila hueca se divide en 6 elementos finitos con una altura de 2.83 metros de alto y por último la viga cabezal superior se dividió en 12 elementos y una altura de 1 metro. En total hay 36 elementos finitos tipo rectangular, pero a diferencia de los pilotes, las masas son concentradas en los extremos de la pila central del Puente Norte 1.

De esta manera se halló la matriz de masas y la de rigidez, se condenso a los grados de libertad principales los cuales como se dijo están en los extremos de la Pila, estos son el 5, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28 y 29 en sentido horizontal y en sentido vertical son el 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37 y 38. Se trabajó con un módulo de elasticidad de  $2'030000 \text{ T/m}^2$  y un coeficiente de poisson de 0.20.

La rigidez del suelo también fue modelada para verificar el comportamiento de los pilotes, los datos fueron procesados de las curvas Carga Deformación (P-y) con un modelo

bilineal, y estas rigideces se modelaron como un resorte en sentido horizontal y en vertical la cual depende del desplazamiento.



**Figura 4.14:** Modelo de Análisis Utilizado.

El análisis fue realizado en el programa CEINCI-LAB, los datos mencionados se introdujeron en el programa y se analizó ante un sismo compatible con el Código Ecuatoriano de la Construcción.

#### 4.4. Sismo Artificial Compatible con el Espectro del Código Ecuatoriano de la Construcción CEC-2000

En el Ecuador no existen registros de sismos fuertes con aceleraciones máximas mayores al 10% de la aceleración de la gravedad, razón por la cual se tiene que crear un sismo artificial que sean compatibles con los espectros de diseño elástico del CEC-2000.

De acuerdo al CEC-2000, en Esmeraldas la aceleración máxima del suelo es 0.4 g para un período de retorno de 475 años. Siendo g la aceleración de la gravedad en roca. En la figura 4.15 se puede apreciar los dos espectros tanto el elástico como el inelástico.

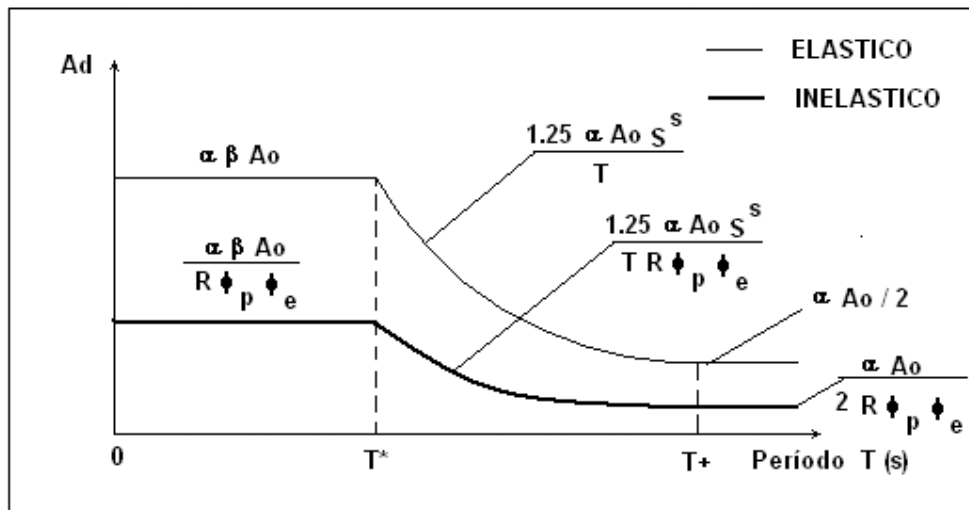
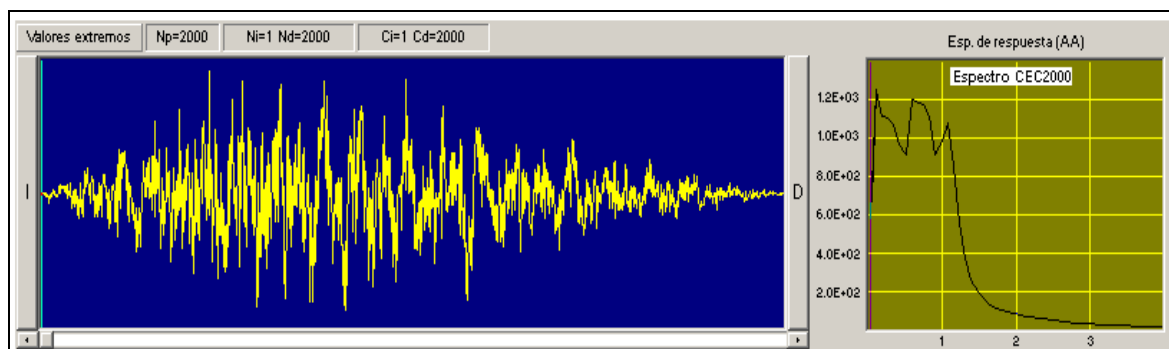


Figura 4.15: Espectros: Elástico e Inelástico del CEC-2000

Se muestra el modelo numérico adoptado, para el análisis sísmico en sentido transversal; ante la acción de un sismo artificial de 20 s. Se muestra el espectro de respuesta elástico

para un 5% de amortiguamiento, ya que el CEC-2000 presenta un espectro de diseño para un factor de amortiguamiento del 5%. El acelerograma artificial generado es compatible con el espectro del Código Ecuatoriano de la Construcción, CEC-2000 para un perfil de suelo S3<sup>3</sup> suelo blando.



**Figura 4.16:** Acelerograma artificial (izquierda) y Espectro Elástico (derecha)

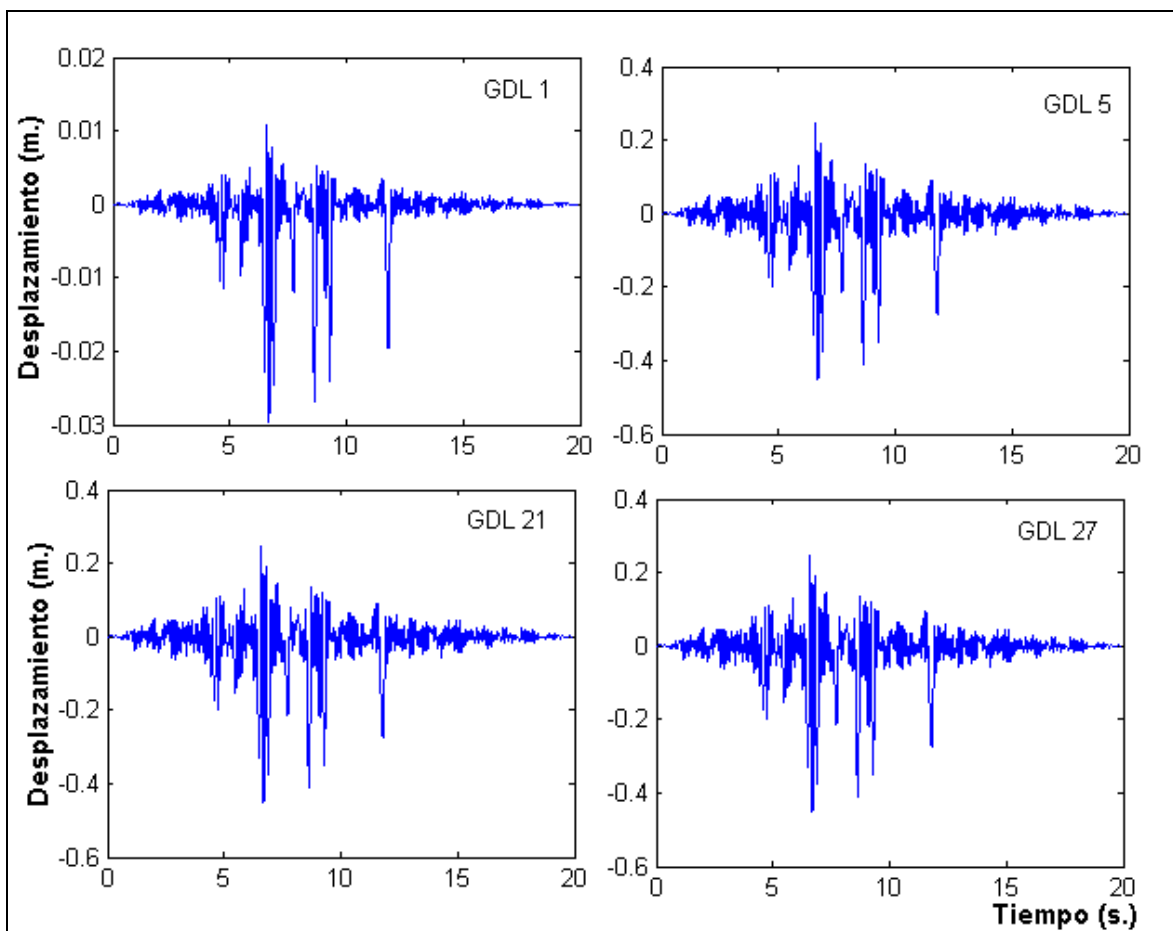
#### 4.5. Resultados Análisis Sísmico en Sentido Transversal

Se utilizó el programa CEINCI-LAB, desarrollado por Aguiar (2010), para el análisis sísmico del la Pila del Puente Norte 1. Los resultados del desplazamiento se indican en la figura 4.17, Los resultados reportados son para los grados de libertad, 1, 5, 21 y 27; los grados de libertad, se indican en la figura 4.14.

En la figura 4.17, se muestra los desplazamientos horizontales, el grado de libertad, 1 corresponde a una altura de 1.90 metros desde el nivel donde se cimento los pilotes, se podría decir que es el nivel cero, nótese que el desplazamiento máximo es de alrededor de los 3 mm. El grado de libertad, 5 es el desplazamiento en la parte superior de los pilotes,

<sup>3</sup> Clasificación de suelos CEC 2000

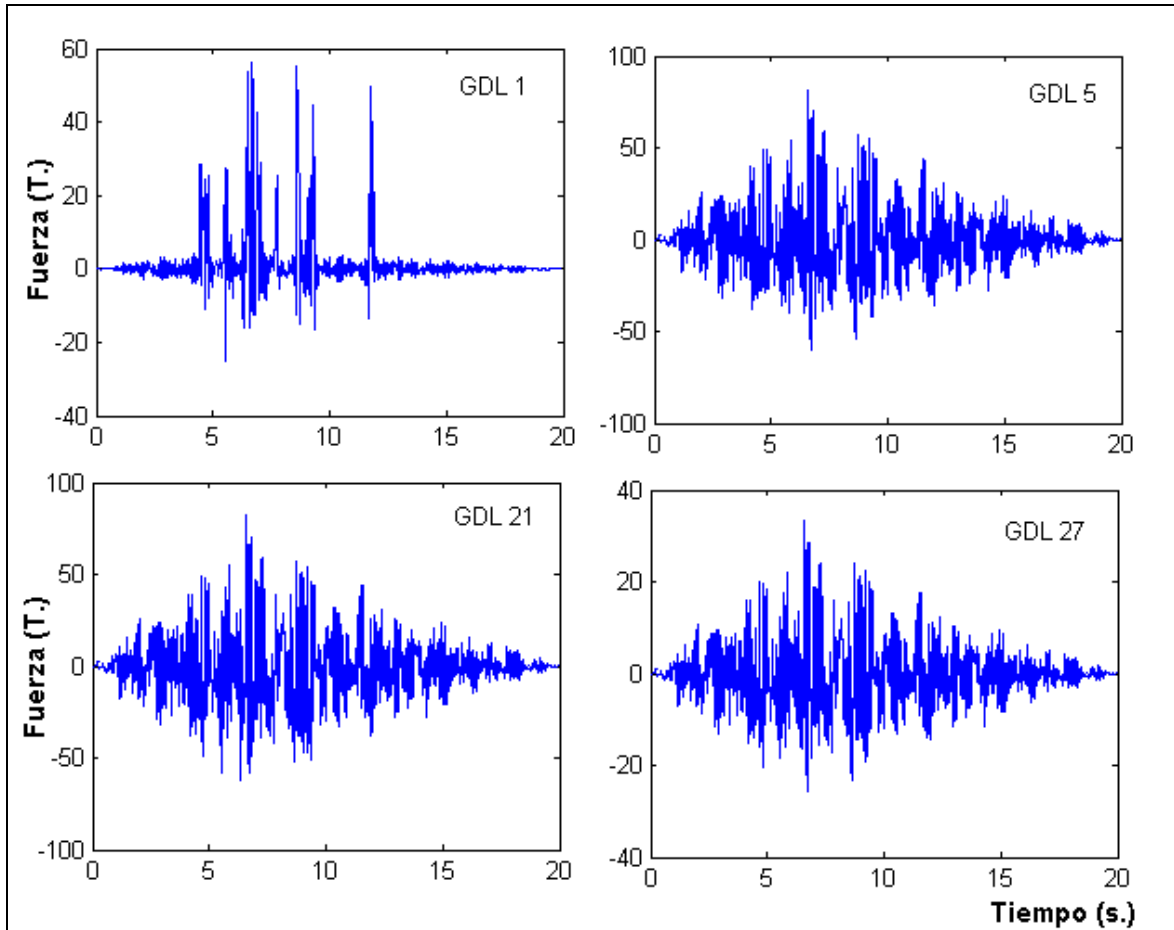
precisamente en la unión con el cabezal, el grado de libertad 21 es en la parte superior de la viga cabezal de los pilotes de igual manera se puede apreciar que el desplazamiento es de 41 mm. La respuesta de desplazamientos de los grados de libertad, 5, 21 y 27 es prácticamente la misma como se puede apreciar en la figura 4.17. De tal manera que el comportamiento de la viga cabezal, pila y viga superior es como cuerpo rígido. Son los pilotes los que se deforman debido al sismo.



**Figura 4.17:** Desplazamientos laterales en grados de libertad 1, 5, 21 y 27.

En la figura 4.18 se muestra la respuesta de las fuerzas horizontales en los mismos grados de libertad, se puede apreciar que en los pilotes se aplica una fuerza de aproximadamente 50 toneladas, pero en la pila como se puede apreciar que trabaja monolíticamente se aplica

una fuerza de 55 toneladas aproximadamente en cada uno de los grados de libertad analizados.

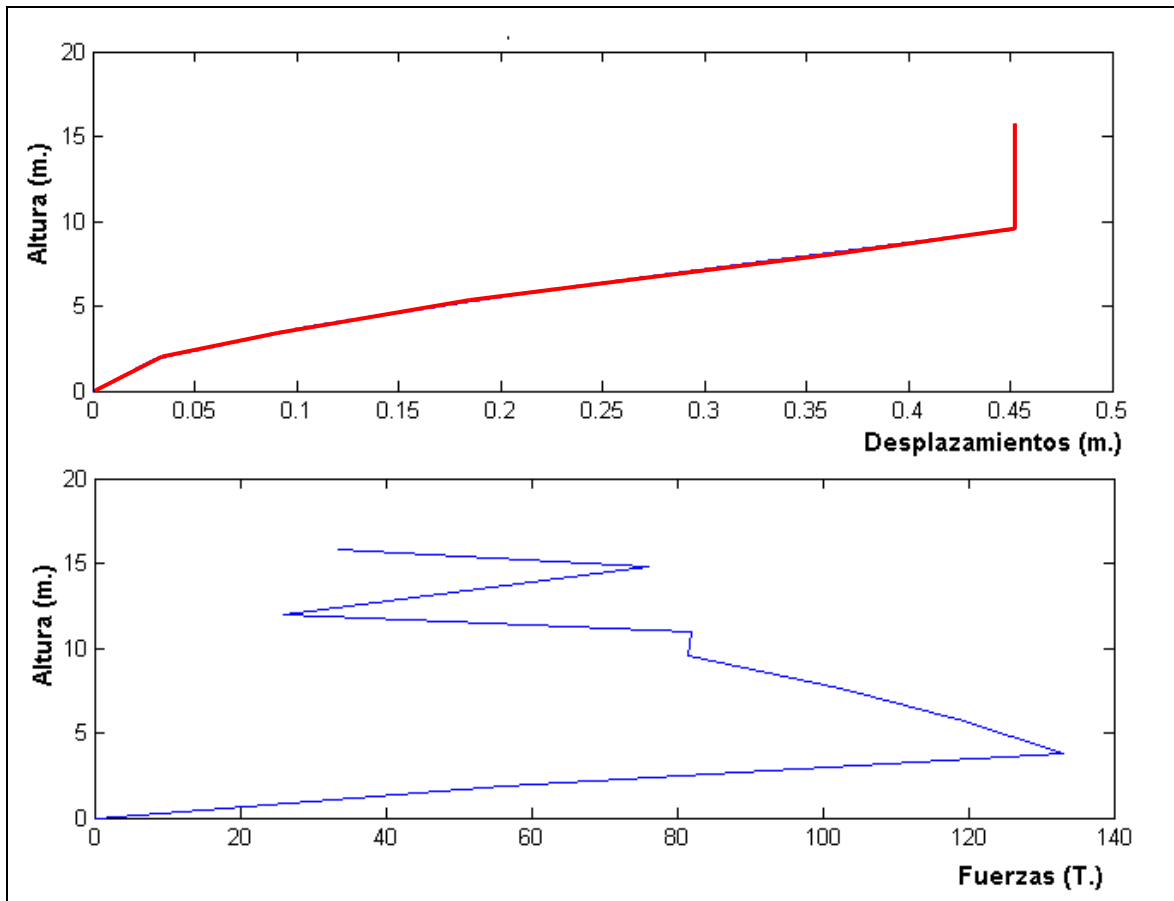


**Figura 4.18:** Fuerzas horizontales en grados de libertad 1, 5, 21 y 27.

Finalmente, en la figura 4.19 se muestran los desplazamientos y fuerzas máximas, en valor absoluto vs la altura total del apoyo la cual es de **15.83 metros**. En la parte superior de esta figura se aprecia que son los pilotes los que se deforman su deformación es de 45 cm y lo que está sobre ellos se comporta como cuerpo rígido que su deformación prácticamente es cero. Las deformaciones que se presentan son considerables a nivel de los pilotes, debido a la baja rigidez del suelo.

Prácticamente no existen desplazamientos relativos entre la viga superior y la estructura, esto se debe en parte a que la estructura que está sobre pilotes es suficientemente rígida y a la presencia del apoyo FPS.

En la parte inferior se muestra que el cortante máximo se produce a una altura que está entre los 4.0 m., y 5.0 m., medidos a partir del fondo del pilote, como se puede apreciar la fuerza de corte que se produce es de 138 toneladas.



**Figura 4.19:** Valores máximos de desplazamientos y fuerzas horizontales.