

**ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO**

**CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL**

**MANUAL DE DISEÑO DE CIMENTACIONES TIPO  
BLOQUE PARA EQUIPO DINÁMICO**

**Previa la obtención del Título de:**

**INGENIERO CIVIL**

**ELABORADO POR:**

**MIGUEL ANGEL ANGOS TACO**

**SANGOLQUÍ, OCTUBRE 08 DEL 2009**

## **ESTRACTO**

Este Manual proporciona los distintos aspectos de planificación, análisis y diseño de cimentaciones tipo bloque para equipo dinámico mediante ejemplos prácticos.

Los contenidos están ordenados en secuencia para presentar al lector la importancia de la medición de vibración en el sistema equipo-cimentación. La idea es que el lector comprenda el significado práctico de la prioridad de las frecuencias y amplitudes en el análisis de cimentaciones tipo bloque para equipo dinámico. El alcance de este Manual incluye el análisis de equipos sujetos a fuerzas de impacto y a fuerzas periódicas.

Finalmente, se incluye el análisis y diseño de la cimentación para un equipo recíproco.

## **ABSTRACT**

This Handbook giving the various aspects of planning, analysis and design of machine foundation type block illustrated with practical examples.

The contents are arranged in a sequence to introduce the reader into the importance of the vibration measurement in the machine-foundation system. The idea is to make him realize the practical significance of frequency and amplitude prior on the analysis of machine foundation type block. The scope of this handbook includes analysis for machines subjects to impact type forces and periodical forces.

Finally, the analysis and design of the foundation for a reciprocating machine is included in this handbook.

## **CERTIFICACIÓN**

Certifico que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por el Sr. Miguel Ángel Angos Taco como requerimiento parcial para la obtención del título de INGENIERO CIVIL.

Sangolquí, octubre 08 del 2009

---

Ing. Marcelo Guerra Avendaño

**DIRECTOR**

---

Ing. Ernesto Pro Zambrano

**CODIRECTOR**

REVISADO POR

---

Ing. Jorge Zúñiga

**RESPONDABLE ACADÉMICO**

## **DEDICATORIA**

A mis Padres, Ángel y Blanca, por ser mi apoyo en cada una de las etapas de mi vida, que Dios y la Virgen los siga cuidando.

**Miguel Ángel Angos Taco.**

## **AGRADECIMIENTO**

A Dios y a la Virgen, por obsequiarme salud para cumplir con las metas alcanzadas.

A mis padres por su comprensión y apoyo.

Al Sr. Ing. Marcelo Guerra, por su ayuda y orientación para culminar con éxito el presente Manual.

Al Sr. Ing. Ernesto Pro, por haber confiado en el desarrollo del presente Manual.

A Luis, Carlos, Jorge, Christian, Jacqueline y a mi Tíos, Guillermo y Olga, quienes con paciencia, dedicación e insuperable apoyo estuvieron junto a mí para ayudarme a cumplir cada uno de mis objetivos.

A Verónica, por compartir momentos de inolvidable felicidad.

A la ESPE, y a todas las amistades con quien compartí mi formación académica.

**Miguel Ángel Angos Taco.**

# ÍNDICE

<b>Contenido.</b>	<b>Pág.</b>
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>INTRODUCCIÓN</b>	
1.1 Introducción.	1
1.2 Requerimientos Generales.	2
1.3 Criterios de dimensionamiento.	3
1.4 Datos de diseño.	4
1.5 Amplitudes permisibles.	4
1.6 Presiones permisibles.	6
1.7 Resonancia y sus efectos.	7
1.8 Teoría de un grado de libertad.	8
1.9 Teoría de dos grados de libertad.	16
1.9.1 Caso no amortiguado.	16
1.9.2 Caso amortiguado.	22
1.10 Evaluación de Parámetros de diseño.	31
1.10.1 Importancia de los parámetros de diseño.	31
1.10.2 Propiedades Geométricas de las cimentaciones.	34
1.10.2.1 Centro de Gravedad.	34
1.10.2.2 Momento de Inercia.	35
1.10.2.3 Momento de Inercia de Masas.	36
1.10.2.4 Constantes del suelo y sus relaciones.	36

1.10.2.5	Expresiones para rigidez de resortes elásticos.	38
1.10.2.6	Coefficiente de Amortiguamiento $\zeta$ .	46

## **CAPÍTULO II**

### **TIPOS DE CIMENTACIONES PARA EQUIPO DINÁMICO.**

2.1	Tipos de Equipo Dinámico.	48
2.1.1	Equipo Giratorio.	48
2.1.2	Equipo Recíproco.	49
2.1.3	Equipo de Generación.	50
2.1.4	Otros Tipos de Equipo Dinámico.	52
2.2	Tipos de Cimentaciones.	52
2.2.1	Cimentaciones Tipo Bloque.	52
2.2.2	Cimentaciones Tipo Bloque Combinado.	52
2.2.3	Cimentaciones Tipo Marco.	53
2.2.4	Cimentaciones Tipo Marco con Aisladores.	54
2.2.5	Cimentaciones Tipo Pilar sobre Pilotes.	55

## **CAPÍTULO III**

### **ANÁLISIS Y DISEÑO DE CIMENTACIONES TIPO BLOQUE.**

3.1	Modos de vibración de una cimentación tipo bloque.	56
3.2	Revisión de métodos para análisis dinámico.	57
3.2.1	Métodos Empíricos.	57

3.2.2 Métodos Basados en Considerar al Suelo como un suelo semi-infinito elástico.	59
3.3 Métodos de Análisis para cimentaciones tipo bloque.	75
3.3.1 Traslación Vertical.	77
3.3.2 Desplazamiento y oscilación en el plano xz.	78
3.3.3 Desplazamiento y oscilación en el plano yz.	81
3.3.4 Movimiento de Torsión alrededor del eje z.	81
3.4 Consideraciones de Análisis y Diseño.	83
3.4.1 Consideraciones especiales en la etapa de planificación.	83
3.4.2 Criterios de diseño.	85
3.4.3 Datos de Diseño.	86
3.4.4 Cálculo de Fuerzas y Momentos inducidos.	87
3.4.5 Fuerzas Actuantes en la Cimentación.	93
3.4.6 Distribución de Fuerzas Inerciales.	95
3.4.7 Cimentaciones con Amortiguadores de Vibración.	98
3.4.8 Cimentaciones Sujetas a Fuerzas Tipo Impacto.	102
3.4.8.1 Consideraciones especiales en la planificación.	103
3.4.8.2 Datos de Diseño.	105
3.4.8.3 Criterios de Diseño.	106
3.4.8.4 Cimentaciones que descansan en el suelo: Principales etapas de cálculo.	107
3.4.8.5 Cimentaciones con Amortiguadores de Vibración.	
	116



3.4.8.6 Cimentaciones para Martillo tipo bloque de respuesta.	122
3.5 Fuerza periódica producida por un Equipo Recíproco.	129
3.6 Consideraciones para el Análisis Dinámico de una Cimentación Tipo Bloque para un Equipo Recíproco.	129
3.6.1 Diseño Preliminar.	129
3.6.1.1 Vibración Vertical.	129
3.6.1.2 Vibración Horizontal.	130
3.6.1.3 Vibración de Cabeceo.	130
3.6.2 Diseño Definitivo.	130
3.6.2.1 Vibración Vertical.	130
3.6.2.2 Vibración Acoplada de Cabeceo y Horizontal.	131

## **CAPÍTULO IV.**

### **ANÁLISIS DINÁMICO DE CIMENTACIONES TIPO BLOQUE PARA DIFERENTES EQUIPOS DINÁMICOS.**

4.1 Análisis dinámico de una Cimentación Tipo Bloque para un Compresor Horizontal.	134
4.2 Análisis dinámico de una Cimentación Tipo Bloque para un Motor a Diesel.	139

4.3 Análisis dinámico de una Cimentación Tipo Bloque para un Compresor Vertical sobre resortes.	143
4.4 Análisis dinámico de una Cimentación Tipo Bloque apoyada directamente sobre el suelo para un Martillo.	147
4.5 Análisis dinámico de una Cimentación Tipo Bloque apoyada sobre resortes para un Martillo.	151

## **CAPÍTULO V.**

### **MEMORIA DE CÁLCULO DE UNA CIMENTACIÓN PARA UN TURBOGENERADOR G. E. LM6000/60HZ DE 32 MW +/- 10%.**

5.1 Cimentación del Turbogenerador.	157
5.1.1 Alcance	157
5.1.2 Dimensiones	157
5.1.3 Destino	157
5.1.4 Estructuración	157
5.1.5 Materiales	158
5.1.6 Códigos y Reglamentos	158
5.1.7 Cargas	159

5.1.7.1 Cargas Muertas	159
5.1.7.2 Cargas no permanentes	159
5.1.7.3 Cargas de operación de los equipos	159
5.1.7.4 Cargas accidentales de viento	160
5.1.7.5 Cargas accidentales de sismo	160
5.1.8 Condiciones de Carga	163
5.1.8.1 STD1: Cargas Muerta del equipo	165
5.1.8.2 STD2: Carga de balanceo de la turbina	166
5.1.8.3 STD3: Carga de Torsión por arranque del generador	167
5.1.8.4 STD4: Carga de operación estática de turbina y generador	168
5.1.8.5 STD5: Carga de operación continua de turbina en alta presión	169
5.1.8.6 STD6: Carga de operación continua de turbina en baja presión	170
5.1.8.7 STD7: Carga de operación continua de compresor en baja presión	171
5.1.8.8 STD8: Carga de operación continua de compresor en alta presión	172

5.1.8.9 STD9: Carga de operación de corto plazo de compresor en baja presión	173
5.1.8.10 STD10: Carga de operación de corto plazo de compresor en alta presión	174
5.1.8.11 STD11: Carga de operación de corto de turbina en alta presión	175
5.1.8.12 STD12: Carga de operación de corto plazo de turbina en baja presión	176
5.1.8.11 STD13: Carga de operación debida a viento en dirección longitudinal (dirección x)	177
5.1.8.14 STD14: Carga de operación debida a viento en dirección transversal (dirección y)	178
5.1.8.15 STD15: Carga sísmica en dirección longitudinal (dirección x)	179
5.1.8.16 STD16: Carga sísmica en dirección transversal (dirección y)	180
5.1.8.17 STD17: Carga sísmica en dirección vertical	181
5.1.9 Combinaciones de carga	182
5.1.9.1 Acciones de Diseño	182
5.1.8.2 Combinaciones de acciones	182
5.1.9.3 Factores de Carga	183

5.1.8.4 Combinaciones para Análisis y Diseño según ACI y R.C.D.F.	184
5.1.8.5 Combinaciones para revisión de esfuerzos admisibles y desplazamientos según ACI y RCD.F	186
5.1.10 Análisis Pseudo-dinámico de la cimentación	187
5.1.11 Modelación de la cimentación en SAP2000v12.0.0	192
5.1.11.1 Selección del modelo	192
5.1.11.2 Selección de líneas y espacios de cuadrícula	193
5.1.11.3 Ejes de referencia de la cimentación	193
5.1.11.4 Discretización de la Cimentación	194
5.1.11.5 Definición de la resistencia a compresión del hormigón	195
5.1.11.6 Definición del tipo de elemento	195
5.1.11.7 Asignación del esfuerzo admisible a compresión del suelo	196
5.1.11.8 Asignación de restricciones en la cimentación	197
5.1.11.9 Definición de Condiciones de carga según la sección 5.1.8	198
5.1.11.10 Asignación de fuerzas en los puntos de descarga	198

5.1.11.11 Creación de combinaciones de carga	199
5.1.11.12 Definición de funciones para estados dinámicos	200
5.1.12 Revisión de Estados Límite	204
5.1.13 Análisis modal y resonancia	214
5.1.14 Velocidad Máxima	214
5.1.15 Diseño estructural	215
5.1.15.1 Análisis Estático	215
5.1.15.2 Análisis Dinámico	215
5.1.15.3 Diseño a Flexión	221
5.1.15.4 Diseño a Cortante	225
5.1.15.5 Punzonamiento	227
5.1.15.6 Área de acero necesaria para absorber contracciones	227

## **CAPÍTULO VI.**

### **PLANOS DE INGENIERÍA DE DETALLE.**

5.1 Cimentación Turbogenerador, plantas	229
5.2 Cimentación Turbogenerador Elevación	230
5.3 Cimentación. Skip: Planta y Elevación	231
5.4 Cimentación. Detalle Anclajes 1 de 2	232

5.5 Cimentación. Detalle Anclajes 2 de 2	233
5.5 Cimentación. Detalle Anclaje de Montaje	234
<b>CAPÍTULO VIII: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.</b>	
6.1 Conclusiones	235
6.2 Recomendaciones	236
<b>BIBLIOGRAFÍA.</b>	237
<b>BIOGRAFÍA</b>	239

## LISTADO DE TABLAS

Tabla.	Pág.
CAPÍTULO I	
INTRODUCCIÓN	
<b>Tabla 1.1:</b> Tipo de Equipo y Amplitudes Permisibles.	6
<b>Tabla 1.2:</b> Relaciones para un sistema de un grado de libertad.	15
<b>Tabla 1.3:</b> Variación del factor dinámico $\mu_1$ para la masa $m_1$ .	28
<b>Tabla 1.4:</b> Variación del factor dinámico $\mu_2$ para la masa $m_2$ .	30
<b>Tabla 1.5:</b> Momento de Inercia de masas ( $\varphi$ ) referido al eje centroidal.	36
<b>Tabla 1.6:</b> Valores recomendados para $C_z$ . (Code of Practice for Design and Construction of Machine Foundations - Part I: Foundation for Reciprocating Type Machines, 1982).	37
<b>Tabla 1.7:</b> Tabla de Resorte Cilíndricos, Carga Admisible y Rigidez Axial.	40
<b>Tabla 1.8:</b> Coeficientes para la frecuencia natural de pilotes.	43
<b>Tabla 1.9:</b> Valores de $C_p$ (Soviet Code of Practice of Foundations Subject to Dynamic Effects, 1978).	44
<b>Tabla 1.10:</b> Factor de corrección $\alpha$ para un grupo de pilotes.	44



## CAPÍTULO III

### ANÁLISIS Y DISEÑO DE CIMENTACIONES TIPO BLOQUE.

<b>Tabla 3.1:</b> Funciones F1 y F2 (Hsieh, 1962).	64
<b>Tabla 3.2:</b> Factor $\alpha$ basado en la forma de la cimentación ( Ford y Haddow, 1960).	66
<b>Tabla 3.3:</b> Expresiones para la relación la masa y Amplitudes (Richart,1970)	72
<b>Tabla 3.4:</b> Relación de Amortiguamiento Equivalente (Richart, 1970).	74
<b>Tabla 3.5:</b> Ángulo de cuña para motores multi-cilindros.	88
<b>Tabla 3.6:</b> Fuerzas desbalanceadas para motores multi-cilindros ( Newcomb, 1957 ).	92
<b>Tabla 3.7:</b> Fuerzas en la Cimentación.	94
<b>Tabla 3.8:</b> Espesor de las láminas de madera bajo el yunque. (Major, 1962).	104
<b>Tabla 3.9:</b> Amplitudes permisibles para Yunques (Mayor, 1962).	106
<b>Tabla 3.10:</b> Espesor mínimo de la cimentación. (Major, 1962)	108

## CAPÍTULO V

### MEMORIA DE CÁLCULO DE LA CIMENTACIÓN PARA UN TURBOGENERADOR G. E. LM6000/60HZ DE 32 MW +/- 10%

<b>Tabla 5.1:</b> Carga muerta del turbogenerador	165
<b>Tabla 5.2:</b> Carga de balanceo de la turbina	166
<b>Tabla 5.3:</b> Carga de torsión por arranque del generador	167
<b>Tabla 5.4:</b> Carga de operación estática de turbina y generador	168
<b>Tabla 5.5:</b> Carga de operación continua de turbina en alta presión	169
<b>Tabla 5.6:</b> Carga de operación continua de turbina en baja presión	170
<b>Tabla 5.7:</b> Carga de operación continua de compresor en baja presión	171
<b>Tabla 5.8:</b> Carga de operación continua de compresor en alta presión	172
<b>Tabla 5.9:</b> Carga de operación de corto plazo de compresor en baja presión	173
<b>Tabla 5.10:</b> Carga de operación de corto plazo de compresor en alta presión	174
<b>Tabla 5.11:</b> Carga de operación de corto plazo de turbina en alta presión	175
<b>Tabla 5.12:</b> Carga de operación de corto plazo de turbina en baja presión	176

<b>Tabla 5.13:</b> Carga debida a viento en dirección longitudinal (dirección x)	177
<b>Tabla 5.14:</b> Carga debida a viento en dirección transversal (dirección y)	178
<b>Tabla 5.15:</b> Carga sísmica dirección longitudinal (dirección x)	179
<b>Tabla 5.16:</b> Carga sísmica dirección transversal (dirección y)	180
<b>Tabla 5.17:</b> Carga sísmica dirección vertical	181
<b>Tabla 5.18:</b> Combinaciones para análisis y diseño	185
<b>Tabla 5.19:</b> Combinaciones para esfuerzos admisibles y desplazamientos	186
<b>Tabla 5.20:</b> Funciones para “Time History”	200
<b>Tabla 5.21:</b> Funciones para “Steady State”	202

## LISTADO DE FIGURAS

<b>Figura.</b>	<b>Pág.</b>
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>INTRODUCCIÓN</b>	
<b>Figura 1.1:</b> Límites de amplitud de desplazamiento en función de Frecuencia de vibración (Richart, 1962).	5
<b>Figura 1.2:</b> Sistema de un grado de libertad.	8
<b>Figura 1.3:</b> Respuesta de un sistema amortiguado de un grado de libertad. (a) Fuerza de excitación constante. (b) Fuerza de excitación variable. (Srinivasulu, Vaidyanthan, Handbook of Machine Foundations, New Delhi, 1978).	12
<b>Figura 1.4:</b> Sistema de dos grados de libertad (a) sin amortiguamiento, (b) con amortiguamiento.	16
<b>Figura 1.5:</b> Variación de la relación de frecuencias $\eta$ con la relación de masas $\alpha$ para el caso cuando $\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1}$ . (Srinivasulu, Vaidyanthan, Handbook of Machine Foundations, New Delhi, 1978).	17
<b>Figura 1.6.</b> Curvas de respuesta para un sistema no amortiguado de dos grados de libertad para el caso cuando $\alpha = 0,2$ y $\frac{K_2}{m_2} = \frac{K_1}{m_1}$ . (Srinivasulu, Vaidyanthan, Handbook of Machine Foundations, New Delhi, 1978).	22

- Figura 1.7:** Respuesta de la masa  $m_1$  para varias relaciones de amortiguamiento ( $\zeta$ ). (Srinivasulu, Vaidyanthan, Handbook of Machine Foundations, New Delhi, 1978). 26
- Figura 1.8:** Apoyo (a) Uniformemente distribuida. (b) Punto de soporte. 35
- Figura 1.9:** (a) Prisma rectangular. (b) Cilindro circular sólido. 36
- Figura 1.10:** Factor  $\alpha$  en función de  $\frac{h}{D}$  y  $\frac{\delta_z}{h}$  para resortes de acero. (Vibration Analysis and design of Foundations for machines and turbines, Akademiai Kiato, Budapest, 1962). 41
- Figura 1.11:** Características de Vibración Vertical en el extremo del pilote bajo cargas axiales (Richart, F.E., Jr, "Foundation Vibrations", Trans. ASCE, 127, Pt.I, pp.863-98, 1962). 43
- Figura 1.12:** Bloque de cimentación sobre pilotes. 45
- Figura.1.13:** Curva de respuesta bajo vibración forzada. (Vibration Analysis and design of Foundations for machines and turbines, Akademiai Kiato, Budapest, 1962). 46
- Figura 1.14:** Curva . (Vibration Analysis and design of Foundations for machines and turbines, Akademiai Kiato, Budapest, 1962). 47

## CAPÍTULO II

### TIPOS DE EQUIPOS DINÁMICOS Y TIPOS DE CIMENTACIONES

<b>Figura 2.1:</b> Diagrama de Equipo Giratorio	49
<b>Figura 2.2:</b> Diagrama de Equipo Recíproco.	49
<b>Figura 2.3:</b> Fuerza Horizontal para un presión de forjado.	51
<b>Figura 2.4:</b> Cimentación Tipo Bloque.	53
<b>Figura 2.5:</b> Cimentación Tipo Bloque Combinado.	53
<b>Figura 2.6:</b> Cimentación Tipo Marco.	54
<b>Figura 2.7:</b> Cimentación Tipo Marco con Aisladores.	54

## CAPÍTULO III

### ANÁLISIS Y DISEÑO DE CIMENTACIONES TIPO BLOQUE.

<b>Figura 3.1:</b> Modos de Vibración de una Cimentación Tipo Bloque.	56
<b>Figura 3.2:</b> Datos Gráficos para una Cimentación Tipo Bloque. (“Performance Records of Engine Foundations”, ASTM Special Technical Publication No.156, 1953).	58
<b>Figura 3.3:</b> Tipos de Distribución de Presiones. (a) Uniforme, (b) Parabólica,(c) Base Rígida.	59

- Figura 3.4:** Características Verticales. Están determinadas en función de la relación de Inercia  $b$ . (Richart, F.E., Jr., “ Foundation Vibrations”, Trans. ASCE, 127N(I),863-898,1965). 61
- Figuras: (3.5)** Deslizamiento Puro, (3.6) Volcamiento. Las figuras están determinadas en función de la relación de Inercia  $b$ . (Richart, F.E., Jr., “ Foundation Vibrations”, Trans. ASCE, 127N(I),863-898,1965). 62
- Figura 3.7:** Traslación Vertical como función de la relación de inercia modificada  $B$ . (Richart, F.E., Jr. , Vibration of Soils and Foundations, Prince-Hall, New Jersey, USA, 1970). 68
- Figura 3.8:** Traslación Horizontal (deslizamiento puro) como función de la relación de inercia modificada  $B$ . (Richart, F.E., Jr., Vibration of Soils and Foundations, Prince-Hall, New Jersey, USA, 1970). 69
- Figura 3.9:** Oscilación como función de la relación de inercia modificada  $B$ . (Richart, F.E., Jr. , Vibration of Soils and Foundations, Prince-Hall, New Jersey, USA, 1970) 70
- Figura 3.10:** Torsión como función de la relación de masa modificada  $B$ . (Richart, F.E., Jr, Vibration of Soils and Foundations, Prince-Hall, New Jersey, USA, 1970). 71
- Figura 3.11:** Parámetros equivalentes de equipo-cimentación a) Vertical. b) Desplazamiento con Oscilación. c) Modos Torsionales. 73
- Figura 3.12:** Parámetros útiles para cimentaciones rectangulares. (Richart,F.E., Jr, Vibration of Soils and Foundations, Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1970) 74

<b>Figura 3.13:</b> Desplazamiento de la cimentación bajo fuerzas oscilatorias en el plano xz.	75
<b>Figura 3.14:</b> Centro de rotación del movimiento acoplado de desplazamiento y torsión.	80
<b>Figura 3.15:</b> Modo de vibración torsional.	81
<b>Figura 3.16:</b> Gráfico Ilustrativo de la (3.63), (Vibration Analysis and Design of Foundations for Machines and Turbines, Akademiai Kiado, Budapest, 1962).	83
<b>Figura 3.17:</b> Representación General de las fuerzas excitadora en un cimentación tipo bloque.	87
<b>Figura 3.18:</b> Fuerzas excitadoras en un motor vertical recíproco dos cilindros	89
<b>Figura 3.19:</b> Fuerza Excitante en diferentes direcciones.	95
<b>Figura 3.20:</b> Distribución de las fuerzas Inerciales.	96
<b>Figura 3.21:</b> Sistema de dos grados de libertad con amortiguamiento.	99
<b>Figura 3.22:</b> Figura Ilustrativa de la Zona de Eficiencia de los Amortiguadores (Barkan,Dynamics of Bases and Foundations,McGraw-Hill, New York,1962)	102
<b>Figura 3.23:</b> Cimentación típica para martillos.	103
<b>Figura 3.24:</b> Criterio de localización de cimentaciones vecinas. (IS:2974, Pt. II-1966, Indian Standars Institution, New Delhi).	105
<b>Figura 3.25:</b> Modelo del sistema para el análisis dinámico-Yunque y Cimentación.	109
<b>Figura 3.26:</b> Fuerzas actuantes en una cimentación para martillo. (a) sección a-a, (b) planta.	114



<b>Figura 3.27:</b> Distribución típica del refuerzo en la cimentación para martillos.	115
<b>Figura 3.28:</b> Cimentación para martillos en amortiguadores.	116
<b>Figura 3.29:</b> Fuerzas actuantes en una cimentación apoyada en resorte.	121
<b>Figura 3.30:</b> Sistema de trabajo de un martillo tipo bloque de respuesta.	122
<b>Figura 3.31:</b> Respuesta transitoria para un sistema de un grado de libertad debido a un pulso rectangular.	124
<b>Figura 3.32:</b> Cimentación rectangular apoyada directamente en el suelo.	127
<b>Figura 3.33:</b> Cimentación apoyada en resortes.	128
<b>Figura 3.34:</b> Dimensiones que interviene en la vibración acoplada de traslación en x y giro con respecto a y.	131

## **CAPÍTULO V**

### **MEMORIA DE CÁLCULO DE LA CIMENTACIÓN PARA UN TURBOGENERADOR G. E. LM6000/60HZ DE 32 MW +/- 10%**

<b>Figura 5.1:</b> Geometría de la cimentación	163
<b>Figura 5.2:</b> Selección del modelo	192
<b>Figura 5.3:</b> Geometría de la cimentación SAP	193
<b>Figura 5.4:</b> Ejes de referencia de la cimentación	193
<b>Figura 5.5:</b> Discretización de la cimentación	194

<b>Figura 5.6:</b> Definición de $f'c$	194
<b>Figura 5.7:</b> Definición del elementos cimentación	195
<b>Figura 5.8:</b> Asignación del esfuerzo admisible a compresión del suelo	196
<b>Figura 5.9:</b> Asignación de restricciones en la cimentación	197
<b>Figura 5.10:</b> Definición de condiciones de carga	198
<b>Figura 5.11:</b> Asignación de fuerzas en los puntos de descarga	199
<b>Figura 5.12:</b> Creación de combinaciones de carga	199
<b>Figura 5.13:</b> Definición de la función sinusoidal para el estado “Time History”	201
<b>Figura 5.14:</b> Definición de la función sinusoidal para el estado “Steady State”	203
<b>Figura 5.15:</b> Geometría de la cimentación y localización esquemática de cargas	205
<b>Figura 5.16:</b> Desplazamientos horizontales permitidos	210
<b>Figura 5.17:</b> Momento flector máximo	215
<b>Figura 5.18:</b> Cortante Máximo V13	216
<b>Figura 5.19:</b> Cortante Máximo V23	216
<b>Figura 5.20:</b> Cortante Máximo ADV23	218
<b>Figura 5.20:</b> Cortante Máximo ADV13	218

## LISTADO DE ANEXOS

### ANEXOS.

**Anexo 1:** Información Técnica del Turbogenerador G. E. *LM6000/60HZ* DE 32 MW +/- 10%.

**Anexo 2:** Planos de cargas y anclajes suministrados por GE.

**Anexo 3:** Información Técnica de Grout.

**Anexo 4:** Fotografías de la construcción de una cimentación tipo bloque para equipo dinámico.

# CAPÍTULO I

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 Introducción.

La industrialización del país requiere la instalación de distintos tipos de equipos dinámicos en los complejos industriales públicos o privados. El diseño de la cimentación para equipo dinámico requiere de conocimiento especializado, para lo cual a los equipos se los divide en distintos grupos según su modo de funcionamiento, es así que se tienen: giratorios, recíprocos, de generación, de impacto, entre los más importantes.

Es imperioso que los planificadores, diseñadores y constructores conozcan los aspectos fundamentales de las cimentaciones para equipo dinámico con la finalidad de producir diseños eficientes y confiables.

Este Manual presenta criterios de diseño basados en el tipo de equipo dinámico, requerimientos generales, criterios de dimensionamiento, e información de diseño de la cimentación para equipo dinámico, además de la inclusión de ejemplos con la finalidad de ser un guía confiable para diseño y construcción de cimentaciones económicas y eficientes, debido que las equipos dinámicos son vitales y muy costosos componentes de un complejo industrial.

## **1.2 Requerimientos Generales.**

El diseño debe satisfacer los siguientes requisitos:

- a.** La cimentación debe ser capaz de soportar cargas sin falla a corte o aplastamiento.
- b.** Los asentamientos deben estar dentro de los límites permisibles.
- c.** La combinación del centro de gravedad de la máquina o equipo y el centro de gravedad de la cimentación deben estar más cerca como sea posible en la misma línea vertical.
- d.** No debe presentar resonancia. La frecuencia natural del sistema suelo-cimentación debe ser muy grande o muy pequeño comparado con la frecuencia de operación de la máquina o equipo. Para máquinas de baja velocidad, la frecuencia natural debe ser alta, y viceversa.
- e.** Las amplitudes de las condiciones de servicio, deben estar dentro de los límites permisibles. Los límites permisibles son generalmente prescritos por los fabricantes de las máquinas.
- f.** Todas las partes de la máquina que giran y se muevan deben estar bien balanceadas para minimizar desbalances por fuerzas o momentos, este requerimiento es responsabilidad del ingeniero mecánico.

Desde el punto de vista práctico se deben cumplir los siguientes requisitos:

- a.** El índice de humedad debe ser lo más bajo posible, y el nivel freático debe estar al menos a una cuarta parte del ancho inferior de la cimentación. Este

límite de propagación de vibración, agua-suelo, es un buen conductor de las ondas de vibración.

- b. La cimentación debe estar separada de los componentes adyacentes de edificaciones mediante juntas de expansión.
- c. Cualquier tubería de vapor o aire caliente empotrada en la cimentación debe ser apropiadamente aislada.
- d. La cimentación debe ser protegida de los lubricantes de la máquina o equipo dinámico por apropiados tratamientos químicos o revestimientos.
- e. La cimentación para equipo dinámico debe estar a un nivel más bajo que el nivel de cimentación de edificaciones colindantes.

### **1.3 Criterios de Dimensionamiento.**

Las dimensiones de las cimentaciones para equipo dinámico son fijadas de acuerdo a los requerimientos de operación de los equipos. El límite de las dimensiones de la cimentación son generalmente proporcionadas por los constructores de los equipos dinámicos. Sí, la elección de las dimensiones es asignada al diseñador, deben ser adoptadas las mínimas dimensiones posibles que sean satisfactorias a los criterios de diseño.

Dadas las dimensiones de la cimentación y las condiciones particulares del sitio, el diseñador debe determinar la frecuencia natural del sistema suelo-cimentación y las amplitudes de movimiento bajo las condiciones de operación. Para satisfacer el diseño, se deben cumplir los requerimientos explicados en la sección 1.2. Si los requerimientos de diseño no son satisfactorios, el diseñador podría sugerir

alteraciones en las dimensiones de la cimentación sugeridas por los proveedores de los equipos dinámicos.

#### **1.4 Datos de Diseño**

Los datos específicos dependen del tipo de equipo dinámico. Sin embargo, los requerimientos generales para los datos de diseño son los siguientes:

- a. Fuerza del motor y velocidad de operación.
- b. Diagrama detallado de las partes empotradas, aberturas, orificios, etc.
- c. Propiedades del suelo.

#### **1.5 Amplitudes Permisibles.**

Las amplitudes permisibles son generalmente especificadas por los diseñadores del equipo dinámico. La amplitud permisible de la cimentación es gobernada por la relativa importancia del equipo dinámico y la sensibilidad de las estructuras cercanas a la vibración.

Cuando la hoja técnica del equipo dinámico no contiene las amplitudes permisibles, los valores de la Figura 1.1 sugerida por Richard podrían ser adoptados para diseños preliminares. La línea sombreada en la Figura 1.1 indica solo el límite de seguridad, y no, el límite para el funcionamiento satisfactorio del equipo dinámico.

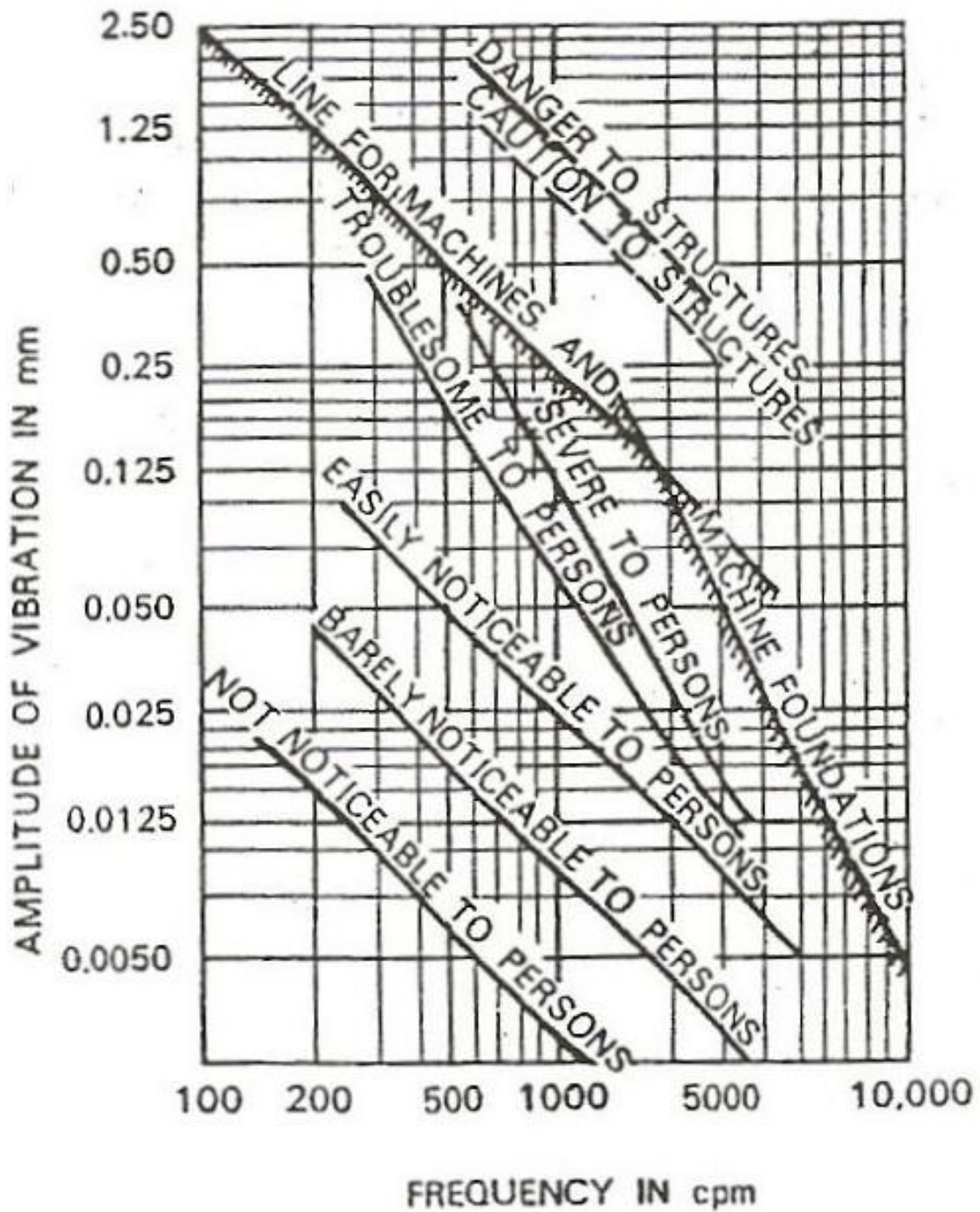


Figura 1.1: Límites de amplitud de desplazamiento en función de Frecuencia de vibración (Richart, 1962).

Barkan ha propuesto los siguientes valores para el buen funcionamiento de los equipos:



Tabla 1.1: Tipo de Equipo y Amplitudes Permisibles.

Tipo	Amplitudes Permisibles	
	(cm)	
1. Equipo de baja velocidad (500 rpm)	0.02	0.025
2. Cimentación para martillos	0.1	0.12
3. Equipo de alta velocidad		
a. 3000 rpm		
i. Vibraciones Verticales	0.002	0.003
ii. Vibraciones Horizontales	0.004	0.005
b. 1500 rpm		
i. Vibraciones Verticales	0.004	0.006
ii. Vibraciones Horizontales	0.007	0.009

La sensibilidad de los equipos, las pruebas de calibración, la precisión deben ser establecidas por los usuarios y diseñadores del equipo dinámico. Para instalaciones en las cuales el equipo por sí mismo no es la fuente de vibración, es necesario evaluar el ambiente de vibración en el sitio y proveer apropiado aislamiento para contener las amplitudes del movimiento dentro de los límites aceptables.

## 1.6 Presiones Permisibles.

### a. Suelo.

La presión sobre el suelo debería ser evaluada por adecuadas pruebas de acuerdo con el “Code of practice for subsurface investigations for foundations, 1979” (Código de Recomendaciones prácticas para investigaciones del subsuelo de cimentaciones) y “Code of practice for design and construction of foundations in

soils: general requirements, 1986” (Código de recomendaciones para el diseño y construcción de cimentaciones) o especificaciones equivalentes.

**b. Estructura.**

La presión permisible en la viga podría ser tomada del IS:883-1966 (Indian Standard Code of Practice for Use of Structural Timber in Buildings) o especificaciones equivalentes.

**c. Otros materiales.**

La presión permisible en otros materiales elásticos como fieltro, corcho o caucho es generalmente proporcionada por las empresas constructoras de estos materiales. En el Presente Manual no se sugerirá algún valor específico porque los valores pueden variar ampliamente.

**1.7 Resonancia y sus efectos.**

**a. Frecuencia**

Es el número de ciclo en una unidad de tiempo.

**b. Periodo de Vibración.**

Es el tiempo que tarda en completar un ciclo.

**c. Resonancia**

Es un fenómeno que se produce cuando un cuerpo capaz de vibrar es sometido a la acción de una fuerza periódica.

Todo sistema físico tiene una frecuencia característica llamada “Frecuencia Natural”. Esta se la define como la frecuencia a la cual el sistema podría vibrar si

está expuesta a vibración libre. Cuando la frecuencia de operación de un equipo dinámico se acerca a la frecuencia natural de su cimentación, las amplitudes tienden a ser grandes. Se dice que el sistema está en “Resonancia” cuando las dos frecuencias llegan a ser iguales. En resonancia, se producen amplitudes excesivas y también grandes asentamientos.

En el diseño de las cimentaciones para equipo dinámico, es importante evitar la resonancia con la finalidad que las amplitudes de vibración no puedan ser excesivas. La incidencia de la resonancia puede ser matemáticamente explicada al considerar un caso simple de un sistema de un grado de libertad.

### **1.8 Teoría de un sistema de un grado de libertad.**

Considerando un sistema de un grado de libertad (Figura 1.2) formada por una masa rígida  $m$  apoyada en un resorte de rigidez  $k$  y una fuerza de amortiguamiento  $c$ . Se conoce como un sistema de un grado de libertad cuando su movimiento está restringido en una sola dirección.

#### **a. Vibración Libre.**

Permite que el sistema se mueva en una sola dirección al proporcionar una velocidad inicial  $V$  a la masa. La ecuación de movimiento para el sistema de libre vibración es:

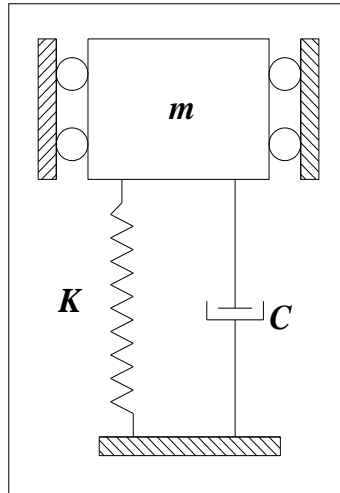


Figura 1.2: Sistema de un grado de libertad.

$$m\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = 0 \quad (1.1)$$

Fuerza Inercial + Fuerza en el Amortiguador + Fuerza en el Resorte = 0

En (1.1),  $z$  denota el desplazamiento,  $\dot{z}$  la velocidad y  $\ddot{z}$  la aceleración de la masa. La parte derecha de la ecuación es cero porque no hay fuerza externa en el sistema durante la vibración.

La solución de (1.1) se puede escribir como:

$$z = a_d e^{-C*t/2m} \sin \sqrt{\frac{K}{m} - \frac{C^2}{4m^2}} \quad (1.2)$$

Donde:

C: Coeficiente de Amortiguamiento.

t: Tiempo.

Donde  $a_d$  es una constante que representa el máximo desplazamiento y es conocida como “amplitud libre” de un sistema con amortiguamiento. La frecuencia de oscilación está dada por:

$$w_{nd} = \sqrt{\frac{K}{m} - \frac{C^2}{4m^2}}$$

(1.3)

Donde  $w_{nd}$  denota la frecuencia natural de un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento.

Para obtener la amplitud libre  $a_d$ , se debe considerar las siguientes condiciones:

$t = 0$ ,  $z = 0$  y  $\dot{z} = V$ , sustituyendo, se obtiene lo siguiente:

$$a_d = \frac{V}{\sqrt{\frac{K}{m} - \frac{C^2}{4m^2}}}$$

(1.4)

Al sustituir,  $C_c = 2\sqrt{km}$ , donde  $C_c$  es llamado el “amortiguamiento crítico” y

$\frac{C}{C_c} = \zeta$ , donde  $\zeta$  es el Factor de Amortiguamiento.

$$w_{nd} = \sqrt{\frac{K}{m}} \sqrt{1 - \zeta^2}$$

(1.5)

$$a_d = \frac{V}{\sqrt{\frac{K}{m}} \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

(1.6)

La ecuación (1.5) y (1.6) son la frecuencia natural y la amplitud libre de un sistema amortiguado de un grado de libertad.

Si un sistema no se encuentra amortiguado,  $C = 0$  o  $\zeta = 0$ , por lo que las ecuaciones (1.5) y (1.6) se reducen a:

$$w_{nd} = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

(1.7)

$$a_d = \frac{V}{\sqrt{\frac{K}{m}}}$$

(1.8)

Las ecuaciones (1.7) y (1.8) serán utilizadas en el análisis de cimentaciones para equipo tipo martillo.

## **b. Vibración Forzada.**

Se presenta cuando el sistema mostrado en la Figura 1.2 está sujeto a una fuerza armónica  $P_0 \sin w_m t$ . Dependiendo del tipo de excitación, se pueden considerar dos casos: un caso en el cual la amplitud de la excitación es constante y otro en el cual la amplitud es proporcional al cuadrado de la frecuencia de operación  $w_m$ .

### **i) Fuerza constante de excitación:**

En este caso, la amplitud de la fuerza excitadora ( $P_0$ ) es constante, independiente de la frecuencia.

La ecuación del movimiento de un sistema amortiguado de un grado de libertad sujeto a una fuerza excitadora es:

$$m\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = P_0 \sin w_m t$$

(1.9)

Fuerza	Fuerza en	Fuerza en	Fuerza
Inercial	el Amortiguador	el Resorte	Excitadora

Bajo una constante fuerza excitadora, el sistema tiende a vibrar a la frecuencia de operación  $w_m$ . La solución a la (1.9) bajo esta condición podría ser expresada como:

$$z = a_d \sin (w_m t + \alpha)$$

(1.10)

Al sustituir (1.10) en (1.9) y resolviendo para  $a_d$  y  $\alpha$ , se obtiene:

$$a_d = \frac{P_0}{\sqrt{(K-mw_m^2)+C^2w_m^2}}$$

(1.11)

$$\tan \alpha = \frac{Cw_m}{K-mw_m^2}$$

(1.12)

Al sustituir,  $w_n^2 = \frac{K}{m}$ ,  $\zeta = \frac{C}{2\sqrt{Km}}$  y  $\eta = \frac{w_m}{w_n}$ , las ecuaciones (1.11) y (1.12) se reducen a:

$$a_d = \frac{P_0}{K\sqrt{(1-\eta^2)^2+(2\eta\zeta)^2}}$$

(1.13)

$$\tan \alpha = \frac{2\eta\zeta}{1-\eta^2}$$

(1.14)

Substituyendo  $\frac{P}{K} = z_{st}$ , el desplazamiento estático, la (1.13) puede escribirse

como:

$$z = z_{st} \mu$$

(1.15)

Donde:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2\eta\xi)^2}}$$

(1.16)

$\mu$  es llamado “Factor de Amplificación Dinámico” y  $\eta$  es la relación entre la frecuencia del equipo y la frecuencia natural. La Figura 1.3 presenta la variación de  $\mu$  respecto a  $\eta$  para varios valores de  $\xi$ .



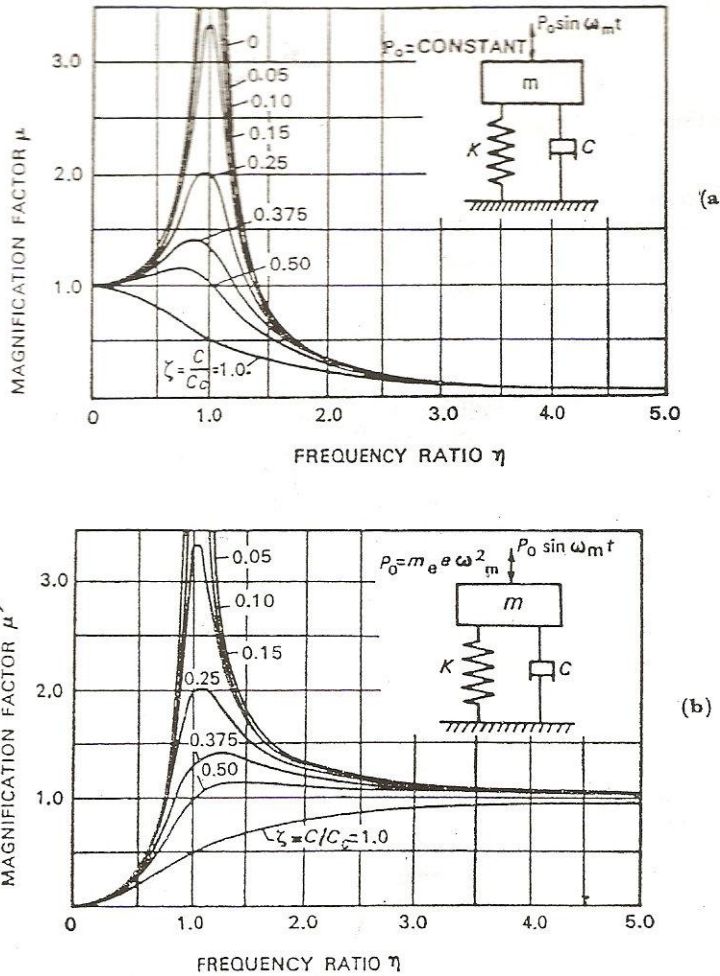


Figura 1.3: Respuesta de un sistema amortiguado de un grado de libertad. (a) Fuerza de excitación constante. (b) Fuerza de excitación variable. (Srinivasulu, Vaidyanthan, Handbook of Machine Foundations, New Delhi, 1978).

## ii) Fuerza excitadora tipo masa rotatoria

La fuerza excitadora  $P$  en el caso de una masa desbalanceada es de la forma:

$$P = (m_e e \omega_m^2) \sin \omega_m t$$

(1.17)

Donde  $m_e$  es la masa giratoria desbalanceada,  $e$  es el desplazamiento en el caso de un equipo recíprocante y la excentricidad de una masa desbalanceada en el caso de un mecanismo giratorio, y  $\omega_m$  es la frecuencia del movimiento. La

amplitud de la fuerza excitadora  $P_0 = m_e e \omega_m^2$  en este caso es directamente proporcional al cuadrado de la frecuencia de operación ( $\omega_m$ ).

La ecuación de movimiento para un sistema de un grado de libertad sujeto a este tipo de fuerza excitadora está dado por:

$$m\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = (m_e e \omega_m^2) \sin \omega_m t$$

(1.18)

Al sustituir  $P_0 = (m_e e \omega_m^2)$  en (1.11), se obtiene:

$$a_d = \frac{m_e e \omega_m^2}{\sqrt{(K - m\omega_m^2)^2 + C^2\omega_m^2}}$$

(1.19)

Al sustituir  $\omega_m^2 = \frac{K}{m}$ ,  $\zeta = \frac{C}{2\sqrt{Km}}$  y  $\eta = \frac{\omega_m}{\omega_n}$ , en la (1.19), se obtiene:

$$\frac{a_d}{m_e e/m} = \eta^2 \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2\eta\zeta)^2}}$$

(1.20)

ó

$$\mu' = \eta^2 \mu$$

(1.21)

Donde  $\mu'$  es un “Factor de mayoración” definido por la parte izquierda de (1.20),  $\mu$  es el factor de mayoración Figura 1.3 (a). La Figura 1.3 (b) muestra la variación de  $\mu'$  con  $\eta$  para varios valores de  $\zeta$ .

La ecuación para determinar  $\alpha$  es (1.14)

Cuando en el sistema se tiene que  $C = 0$  o  $\zeta = 0$ :

$$\mu = \frac{1}{1-\eta^2} \quad \text{Para una fuerza de excitación constante.}$$

(1.22)

$$\mu' = \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \quad \text{Para una masa rotatoria.}$$

(1.23)

Sí,  $\eta = 1$ ,  $\mu$  y  $\mu'$  tienden a infinito. Esto marca la etapa de “Resonancia”. Por lo cual es deseable asegurar en el diseño de cualquier estructura cargada dinámicamente, el valor de  $\eta$  sea muy diferente a la unidad. De acuerdo al “Code of Practice for Design and Construction of Machine Foundations - Part I: Foundation for Reciprocating Type Machines” (Código Práctico para el diseño y construcción de cimentaciones para máquinas- Parte I: Cimentación para equipo recíproco), el rango de trabajo para  $\eta$  está dado por la siguiente desigualdad:

$$1.4 < \eta < 0.5$$

(1.24)

La Figura 1.3 presenta la relación amplitud-frecuencia para una fuerza de vibración amortiguada de un sistema de masa-resorte bajo la acción de un tipo de fuerza constante y para una masa rotatoria.

La Figura 1.3 presenta las curvas para los dos casos son aparentemente similares. Sin embargo, la cima de la resonancia para el incremento de los valores de amortiguamiento, gradualmente se desplazan en las ordenadas a  $\eta = 1$ . La cima se produce en valores menores a 1, en el caso de una fuerza constante de excitación, y en valores mayores a 1 en el caso de una fuerza excitadora tipo masa rotatoria.

Las expresiones para la frecuencia de resonancia y amplitudes para un sistema viscoso amortiguado de un grado de libertad para los dos casos están dadas por:

Tabla 1.2: Relaciones para un sistema de un grado de libertad.

	<b>Fuerza Constante de Excitación</b> ( $P_0 = cte.$ )	<b>Fuerza Excitadora tipo masa rotatoria</b> ( $P_0 = m_e e \omega_m^2$ )
Frecuencia de resonancia	$f_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}$	$f_n \frac{1}{\sqrt{1 - 2\zeta^2}}$
Amplitud de Frecuencia $f$	$\frac{P_0}{K} \left[ \frac{1}{(1 - \eta^2)^2 + (2\eta\zeta)^2} \right]^{\frac{1}{2}}$	$\frac{m_e e}{m} \eta^2 \left[ \frac{1}{(1 - \eta^2)^2 + (2\eta\zeta)^2} \right]^{\frac{1}{2}}$
Max. Amplitud de Vibración.	$\frac{P_0}{K} * \frac{1}{2\zeta} * \frac{1}{\sqrt{(1 - \zeta^2)}}$	$\frac{m_e e}{m} * \frac{1}{2\zeta \sqrt{(1 - \zeta^2)}}$
Donde:		
	Frecuencia Natural ( $f_n$ ) = $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$	
	Coeficiente de Amortiguamiento ( $\zeta$ ) = $\frac{c}{c_c}$	
	Amortiguamiento Crítico ( $c_c$ ) = $2\zeta \sqrt{Km}$	

*Aplicación:* La teoría de un sistema de masa-resorte bajo vibración forzada es usada en el análisis de cimentaciones tipo bloque para equipo recíproco o rotatorio.

### 1.9 Teoría de un sistema de dos grados de libertad.

### 1.9.1 Caso no Amortiguado.

#### a. Vibraciones libres.

La Figura 1.4 presenta un sistema de dos grados de libertad consistente de masas  $m_1$  y  $m_2$  y resortes de rigidez  $K_1$  y  $K_2$ . Las vibraciones libres son inducidas en el sistema al aplicar una velocidad inicial o desplazamiento a una de las masas. Las ecuaciones diferenciales que caracterizan el movimiento de las masas  $m_1$  y  $m_2$  son:

$$m_1 \ddot{z}_1 + K_1 z_1 + K_2 (z_1 - z_2) = 0$$

(1.25)

$$m_2 \ddot{z}_2 + K_2 (z_2 - z_1) = 0$$

(1.26)

Las frecuencias circulares naturales del sistema son:

$$f(w_n^2) = w_n^4 - (\bar{w}_{n1}^2 + \bar{w}_{n2}^2)(1 + \alpha)w_n^2 + (1 + \alpha) * \bar{w}_{n1}^2 * \bar{w}_{n2}^2 = 0$$

(1.27)

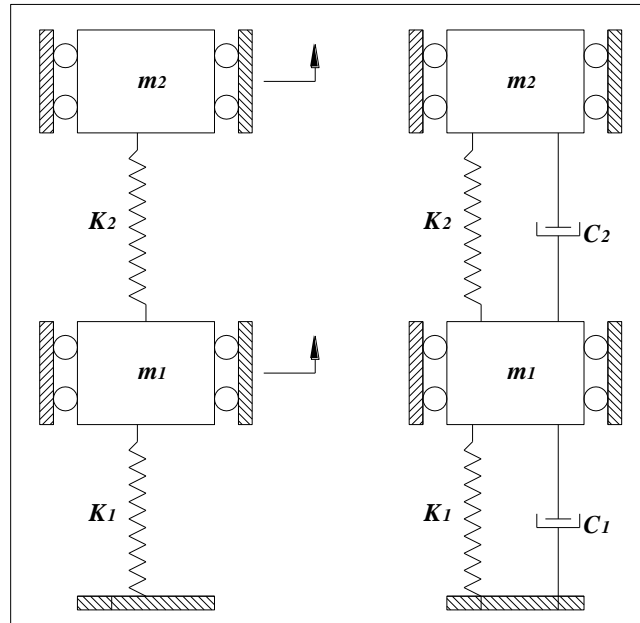


Figura 1.4: Sistema de dos grados de libertad (a) sin amortiguamiento, (b) con amortiguamiento.

Donde  $\bar{\omega}_{n1}$  y  $\bar{\omega}_{n2}$  son las “frecuencias límites”, las cuales son definidas como:

$$\bar{\omega}_{n2}^2 = \frac{K_2}{m_2}$$

(1.28)

$$\bar{\omega}_{n1}^2 = \frac{K_1}{m_1 + m_2}$$

(1.29)

$$\alpha = \frac{m_2}{m_1}$$

(1.30)

$\bar{\omega}_{n2}$  es la frecuencia del sistema cuando la rigidez  $K_1$  se asume infinita (la base del resorte es rígida) y  $\bar{\omega}_{n1}$  es la frecuencia cuando  $K_2$  se asume infinita.

Por lo tanto (1.27) puede ser de la siguiente forma:

$$\left(\frac{w_n}{\bar{w}_{n2}}\right)^4 - \left(\frac{w_n}{\bar{w}_{n2}}\right)^2 \left(\frac{\alpha + \beta + \alpha\beta}{\beta}\right) + \frac{\alpha}{\beta} = 0$$

(1.31)

Donde:  $\beta = \frac{K_2}{K_1}$

La (1.31) es cuadrática en  $\left(\frac{w_n}{\bar{w}_{n2}}\right)^2$  y origina dos raíces reales para  $w_n$ , las cuales son las dos frecuencias circulares naturales de un sistema. La Figura 1.5 presenta la variación de  $\frac{w_n}{\bar{w}_{n2}}$  con la relación de masa  $\alpha$  para el caso particular donde  $\beta = \alpha$

ó  $\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1}$ .

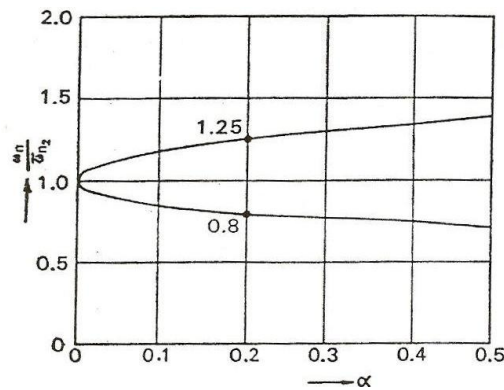


Figura 1.5: Variación de la relación de frecuencias  $\eta$  con la relación de masas  $\alpha$  para el caso cuando  $\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1}$ . (Srinivasulu, Vaidyanthan, Handbook of Machine Foundations, New Delhi, 1978).

El movimiento libre de las dos masas puede ser expresado como:

$$z_1 = A_1 \sin w_{n1}t + A_2 \sin w_{n2}t$$

(1.32)

$$z_2 = B_1 \sin w_{n1}t + B_2 \sin w_{n2}t$$

(1.33)

Para obtener las amplitudes libres de las dos masas, se debe usar las condiciones iniciales. Se asume que las vibraciones libres están en conjunto cuando a la masa

superior se la da una velocidad inicial  $V$ . Este caso se ilustrará en el análisis de cimentaciones para martillos.

Las condiciones iniciales a ser usadas son:

En el tiempo  $t = 0$

$$z_1 = z_0 = 0$$

(1.34)

$$\dot{z}_2 = V \quad \text{y} \quad \dot{z}_1 = 0$$

(1.35)

Usando estas condiciones iniciales, los desplazamientos  $z_1$  y  $z_2$  de las masas  $m_1$  y  $m_2$  pueden ser expresados como:

$$z_1 = \frac{(\bar{w}_{n2}^2 - w_{n2}^2)(\bar{w}_{n2}^2 - w_{n1}^2)}{\bar{w}_{n2}^2(w_{n1}^2 - w_{n2}^2)} V \left\{ \frac{\sin w_{n1}t}{w_{n1}} - \frac{\sin w_{n2}t}{\bar{w}_{n2}} \right\}$$

(1.36)

$$z_1 = \frac{V}{(w_{n1}^2 - w_{n2}^2)} \left\{ \frac{(\bar{w}_{n2}^2 - w_{n2}^2)}{w_{n1}} \sin w_{n1}t - \frac{(\bar{w}_{n2}^2 - w_{n1}^2)}{w_{n2}} \sin w_{n2}t \right\}$$

(1.37)

Sí,  $w_{n1} > w_{n2}$ , se desprecia la parte contribuida por esta frecuencia natural, y las amplitudes  $a_1$  y  $a_2$  se determina de la siguiente manera:

$$a_1 = - \frac{(\bar{w}_{n2}^2 - w_{n2}^2)(\bar{w}_{n2}^2 - w_{n1}^2)}{\bar{w}_{n2}^2(w_{n1}^2 - w_{n2}^2)} \frac{V}{w_{n2}}$$

(1.38)

$$a_2 = - \frac{(\bar{w}_{n2}^2 - w_{n1}^2)}{(w_{n1}^2 - w_{n2}^2)} \frac{V}{w_{n2}}$$

(1.39)



*Aplicación:* estos criterios se aplican en el análisis de cimentaciones para martillos.

**b. Vibraciones forzadas.**

**Caso 1:** cuando la fuerza excitante sólo actúa en la masa  $m_2$  .

Considerando el sistema de dos grados de libertad de la Figura 1.4(a), la masa  $m_2$  está sujeta a la acción de una fuerza oscilante  $P_0 \sin w_m t$  , donde  $P_0$  es la fuerza máxima y  $w_m$  es la frecuencia de operación del equipo dinámico. Las ecuaciones diferenciales del movimiento del sistema por oscilación forzada son:

$$m_1 \ddot{z}_1 + K_1 z_1 + K_2 (z_1 - z_2) = 0$$

(1.40)

$$m_2 \ddot{z}_2 + K_2 (z_2 - z_1) = P_0 \sin w_m t$$

(1.41)

Las amplitudes  $a_1$  y  $a_2$  de las masas  $m_1$  y  $m_2$  son:

$$a_1 = \frac{\bar{w}_{n2}^2}{m_1 f(w_n^2)} P_0$$

(1.42)

$$a_2 = \frac{[(1+\alpha)\bar{w}_{n1}^2 + \alpha\bar{w}_{n2}^2 - w_m^2]}{m_2 f(w_n^2)} P_0$$

(1.43)

Donde  $\bar{w}_{n1}$  y  $\bar{w}_{n2}$  y  $\alpha$  están definidos por (1.29), (1.28) y (1.30) respectivamente.

$$f(w_m^2) = w_m^4 - (\bar{w}_{n1}^2 + \bar{w}_{n2}^2)(1 + \alpha)w_m^2 + (1 + \alpha) * \bar{w}_{n1}^2 * \bar{w}_{n2}^2 = 0$$

(1.44)

*Aplicación:* se usa para el análisis de de cimentaciones tipo bloque sobre amortiguadores para motores recíprocos verticales, y para el análisis de un marco de una cimentación tipo marco por el método de la amplitud.

**Caso 2:** cuando la fuerza excitante actúa sólo en la masa  $m_1$ .

Considerando la Figura 1.4(a), la fuerza oscilante  $P_0 \sin w_m t$  actuando en la masa  $m_1$ . Las ecuaciones diferenciales que caracterizan el movimiento del sistema son:

$$m_1 \ddot{z}_1 + K_1 z_1 + K_2 (z_1 - z_2) = P_0 \sin w_m t \quad (1.45)$$

$$m_1 \ddot{z}_2 + K_2 (z_2 - z_1) = 0 \quad (1.46)$$

Las amplitudes  $a_1$  y  $a_2$  se obtienen así:

$$a_1 = \frac{P_0}{m_1 f(w_m^2)} (\bar{w}_{n2}^2 - w_m^2) \quad (1.47)$$

$$a_2 = \frac{P_0}{m_1 f(w_m^2)} \bar{w}_{n2}^2 \quad (1.48)$$

(1.47) y (1.48) pueden ser escritas en la forma de expresiones para factores dinámicos  $\mu_1$  y  $\mu_2$  con las apropiadas sustituciones:

$$\mu_1 = \frac{|a_1|}{a_{st}} = \frac{\eta_2^2 (\eta_1^2 - \eta_1^2 \eta_2^2)}{(\eta_1^2 - \eta_1^2 \eta_2^2) (\eta_2^2 + \eta_1^2 \alpha - \eta_1^2 \eta_2^2) - \eta_1^4 \alpha} \quad (1.49)$$

$$\mu_2 = \frac{|a_2|}{a_{st}} = \frac{\eta_1^2 \eta_2^2}{(\eta_1^2 - \eta_1^2 \eta_2^2)(\eta_2^2 + \eta_1^2 \alpha - \eta_1^2 \eta_2^2) - \eta_1^4 \alpha}$$

(1.50)

Donde :

$$a_{st} = \frac{P_0}{K_1}$$

$$\eta_1 = \frac{w_m}{\sqrt{\frac{K_1}{m_1}}}$$

$$\eta_2 = \frac{w_m}{\sqrt{\frac{K_2}{m_2}}}$$

Par el caso particular cuando  $\frac{K_2}{m_1} = \frac{K_1}{m_2}$ , tenemos  $\eta_1 = \eta_2$ , por lo tanto (1.49) y

(1.50) se simplifican a:

$$\mu_1 = \frac{1 - \eta^2}{(1 - \eta^2)(1 + \alpha - \eta^2) - \alpha}$$

(1.51)

$$\mu_2 = \frac{1}{(1 - \eta^2)(1 + \alpha - \eta^2) - \alpha}$$

(1.52)

La Figura 1.6 presenta la variación de  $\mu_1$  y  $\mu_2$  con  $\eta$  para el caso cuando  $\alpha = 0,2$ .

Los dos puntos notables para esta figura son:

i. Dos valores de  $\eta$  en los cuales  $\mu_1$  y  $\mu_2$  son  $\infty$ . Los valores correspondientes a estas ordenadas infinitas son las frecuencias naturales  $w_{n1}$  y  $w_{n2}$ .

ii. Cuando  $\eta = 1$ ,  $w_m = \bar{w}_{n2}$ ,  $a_1 = 0$

En otras palabras, cuando los valores  $m_2$  y  $K_2$  están como  $\sqrt{\frac{K_2}{m_2}}$  son iguales a la frecuencia ( $w_m$ ) de la fuerza excitante actuando en la masa  $m_1$ , entonces la amplitud de la masa  $m_1$  es cero.

Cuando  $\bar{w}_{n2} = w_m$ , mientras  $a_1 = 0$ , la amplitud de la masa  $m_2$  puede ser obtenida de la siguiente ecuación:

$$a_2 = \left| \frac{P_0}{K_2} \right|$$

(1.53)

Así la amplitud de la masa  $m_2$  es igual a su desplazamiento estático (desplazamiento de  $m_2$  bajo la influencia estática de  $P_0$ ).

*Aplicación:* El anterior tratamiento teórico puede ser usado en la aplicación de un neutralizador de vibración no amortiguado para una cimentación tipo bloque.

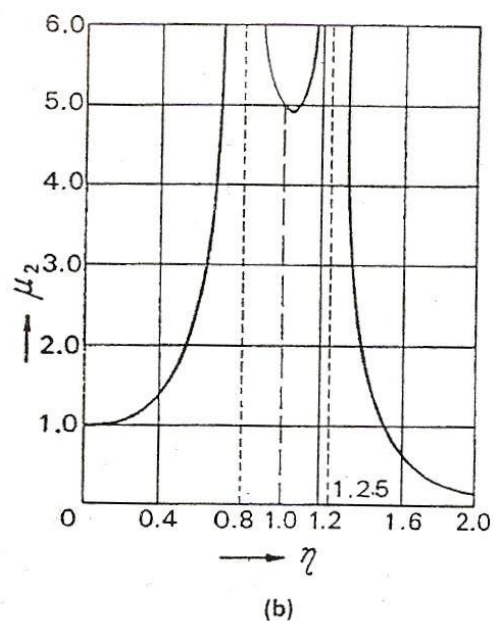
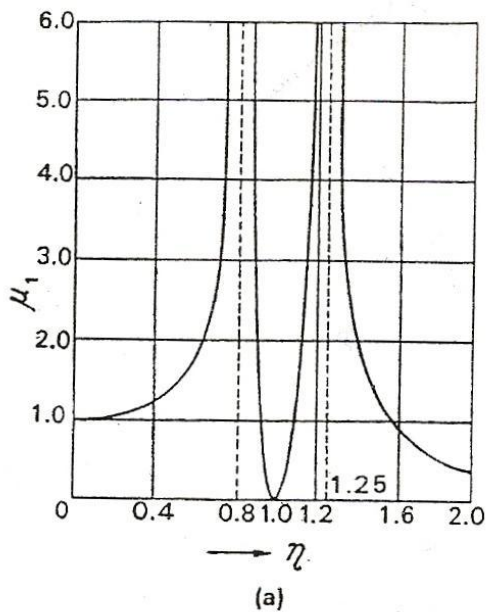


Figura 1.6. Curvas de respuesta para un sistema no amortiguado de dos grados de libertad para el caso cuando  $\alpha = 0,2$  y  $\frac{K_2}{m_2} = \frac{K_1}{m_1}$ . (Srinivasulu, Vaidyanthan, Handbook of Machine Foundations, New Delhi, 1978).

## 1.9.2 Caso Amortiguado.

### a. Vibraciones libres.

Considerando la Figura 1.4(b), los amortiguadores viscosos con coeficientes de amortiguamiento  $C_1$  y  $C_2$  se introducen en este análisis. En la práctica es muy difícil precisar los valores de  $C_1$  y  $C_2$ , y consecuentemente no son generalmente considerados en diseños prácticos basados en sistemas de múltiples grados de libertad. Sin embargo, el siguiente tratamiento teórico podría ser útil en casos donde la influencia del amortiguamiento no puede ser omitida, y los datos pueden ser obtenidos de mediciones de campo. Las ecuaciones de movimiento del sistema pueden ser escrita como:

$$m_1 \ddot{z}_1 + C_1 \dot{z}_1 + K_1 z_1 + K_2(z_1 - z_2) + C_1(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) = 0$$

(1.54)

$$m_2 \ddot{z}_2 + C_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + K_2(z_2 - z_1) = 0$$

(1.55)

Ambos  $z_1$  y  $z_2$  son funciones armónicas y pueden ser representadas por vectores.

Escribiendo los vectores como números complejos y substituyendo, se tiene:

$$z_1 = a_1 e^{i\omega_n t}$$

(1.56)

$$z_2 = a_2 e^{i w_n t}$$

(1.57)

Resolviendo (1.56) y (1.57), la siguiente ecuación gobernante es obtenida para las frecuencias naturales del sistema:

$$\{F(w_m^2)\}^2 + 4w_m^2 \left\{ \zeta_1 \bar{w}_{n1} (\bar{w}_{n2}^2 - w_m^2) \sqrt{(1 + \alpha)} + \zeta_2 \bar{w}_{n2} (\bar{w}_{n1}^2 - w_m^2) (1 + \alpha) \right\}^2 = 0$$

(1.58)

Donde

$$F(w_m^2) = w_m^4 - w_m^2 (1 + \alpha) \left( \bar{w}_{n1}^2 + \bar{w}_{n2}^2 + 4\zeta_1 \zeta_2 \bar{w}_{n1} \bar{w}_{n2} \sqrt{(1 + \alpha)} + \bar{w}_{n1}^2 \bar{w}_{n2}^2 (1 + \alpha) \right)$$

(1.59)

Donde  $\bar{w}_{n1}$ ,  $\bar{w}_{n2}$  y  $\alpha$  son valores definidos en la (1.29), (1.28) y (1.30) respectivamente;  $\zeta_1$  y  $\zeta_2$  son las relaciones de amortiguamiento definidas por:

$$\frac{c_1}{m_1} = 2\zeta_1 \sqrt{\frac{K_1}{m_1}}$$

(1.60)

$$\frac{c_2}{m_2} = 2\zeta_2 \sqrt{\frac{K_2}{m_2}}$$

(1.62)

*Corolario:* cuando  $\zeta_1 = 0$ , y  $\zeta_2 = 0$ , la (1.59) se reduce a la ecuación dada por la (1.27) para el caso no amortiguado.

## b. Vibraciones forzadas

**Caso 1:** cuando la fuerza armónica  $P_0 \sin w_m t$  actúa en la masa  $m_1$ .

La ecuación de movimiento para el sistema puede ser escrita como:

$$m_1 \ddot{z}_1 + C_1 \dot{z}_1 + K_1 z_1 + K_2(z_1 - z_2) + C_2(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) = P_0 \sin w_m t \quad (1.63)$$

$$m_2 \ddot{z}_2 + C_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + K_2(z_2 - z_1) = 0 \quad (1.64)$$

Subsecuentemente el sistema se mueve a la frecuencia de la fuerza excitante bajo condiciones estables, por lo que la solución puede ser asumida en la siguiente forma:

$$z_1 = a_1 e^{i w_n t} \quad (1.65)$$

$$z_2 = a_2 e^{i w_n t} \quad (1.66)$$

Substituyendo estas relaciones en (1.63) y (1.64), y resolviendo, se obtienen las siguientes relaciones para  $a_1$  y  $a_2$ .

$$a_1 = \frac{P_0}{m_1} \left[ \frac{(\bar{w}_{n2}^2 - w_m^2) + 2i\zeta_2 \bar{w}_{n2} w_m}{F(w_m^2) + 2i w_n \{ \zeta_1 \bar{w}_{n1} (\bar{w}_{n2}^2 - w_m^2) \} \sqrt{(1+\alpha) + \zeta_2 \bar{w}_{n2} (\bar{w}_{n1}^2 - w_m^2)} (1+\alpha)} \right] \quad (1.67)$$

y

$$a_2 = \frac{a_1 (K_2 + C_2 i w)}{K_2 - m_2 w^2 + C_2 i w} \quad (1.68)$$

Donde  $F(w_m^2)$  está dado por la (1.59).

Usando los principios de algebra compleja, el módulo de  $a_1$  y  $a_2$  pueden ser escritas como:

$$a_1 = \frac{P_0}{m_1} \sqrt{\frac{(\bar{w}_{n2}^2 - w_m^2)^2 + 4\zeta_2^2 \bar{w}_{n2}^2 w_m^2}{\{F(w_m^2)\}^2 + 4w_m^2 \{\zeta_1 \bar{w}_{n1} (\bar{w}_{n2}^2 - w_m^2) \sqrt{(1+\alpha)} + \zeta_2 \bar{w}_{n2} (\bar{w}_{n1}^2 - w_m^2) (1+\alpha)\}^2}}$$

(1.69)

$$a_2 = \frac{P_0}{m_1} \sqrt{\frac{w_{n2}^4 + 4\zeta_2^2 \bar{w}_{n2}^2 w_m^2}{\{F(w_m^2)\}^2 + 4w_m^2 \{\zeta_1 \bar{w}_{n1} (\bar{w}_{n2}^2 - w_m^2) \sqrt{(1+\alpha)} + \zeta_2 \bar{w}_{n2} (\bar{w}_{n1}^2 - w_m^2) (1+\alpha)\}^2}}$$

(1.70)

**Caso particular:** cuando  $\zeta_1 = 0$  (el amortiguamiento es muy bajo y es omitido) y  $\zeta_2 = \zeta$ , la amplitud de la masa  $m_1$  sujeta a una fuerza armónica  $P_0 \sin w_m t$  está dada por:

$$a_1 = \frac{P_0}{m_1} \left[ \frac{(\bar{w}_{n2}^2 - w_m^2)^2 + 4\zeta^2 \bar{w}_{n2}^2 w_m^2}{\{F(w_m^2)\}^2 + 4w_m^2 \zeta^2 \bar{w}_{n2}^2 \{(1+\alpha)^2 (\bar{w}_{n1}^2 - w_m^2)^2\}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

(1.71)

$$a_2 = \frac{P_0}{m_1} \left[ \frac{\bar{w}_{n2}^4 + 4\zeta^2 \bar{w}_{n2}^2 w_m^2}{\{F(w_m^2)\}^2 + 4w_m^2 \zeta^2 \bar{w}_{n2}^2 \{(1+\alpha)^2 (\bar{w}_{n1}^2 - w_m^2)^2\}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

(1.72)

Donde  $F(w_m^2)$  está determinado por la (1.44), o en términos de parámetros básico, substituyendo  $C_1 = 0$  y  $C_2 = C$ .

$$a_1 = P_0 \left[ \frac{(K_2 - m_2 w_m^2)^2 + C^2 w_m^2}{\{(K_1 - m_1 w_m^2)(K_2 - m_2 w_m^2) - K_2 m_2 w_m^2\}^2 + C^2 w_m^2 \{K_1 - m_1 w_m^2 - m_2 w_m^2\}^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

(1.73)



$$a_2 = P_0 \left[ \frac{K_2^2 + C^2 w_m^2}{\{(K_1 - m_1 w_m^2)(K_2 - m_2 w_m^2) - K_2 m_2 w_m^2\}^2 + C^2 w_m^2 \{K_1 - m_1 w_m^2 - m_2 w_m^2\}^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.74)$$

Expresadas en forma no dimensional (1.73) y (1.74), pueden ser escrita como:

$$\mu_1 = \frac{|a_1|}{a_{st}} = \left[ \frac{(1 - \eta_2^2)^2 + 4\zeta^2 \eta_2^2}{[\alpha \eta_1^2 - (\eta_1^2 - 1)(\eta_2^2 - 1)]^2 + 4\zeta^2 \eta_2^2 (\eta_1^2 - 1 + \alpha \eta_1^2)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.75)$$

$$\mu_2 = \frac{|a_2|}{a_{st}} = \left[ \frac{1 + 4\zeta^2 \eta_2^2}{[\alpha \eta_1^2 - (\eta_1^2 - 1)(\eta_2^2 - 1)]^2 + 4\zeta^2 \eta_2^2 (\eta_1^2 - 1 + \alpha \eta_1^2)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.76)$$

Donde:

$$a_{st} = \frac{P_0}{K_1} \quad (1.77)$$

$$\eta_1 = \frac{w_m}{\sqrt{\frac{K_1}{m_1}}} \quad (1.78)$$

$$\eta_2 = \frac{w_m}{\sqrt{\frac{K_2}{m_2}}} \quad (1.79)$$

$$\alpha = \frac{m_2}{m_1} \quad (1.80)$$

$$\zeta = \frac{C}{C_c} \quad (1.81)$$

Para este caso  $\frac{K_2}{m_2} = \frac{K_1}{m_1}$  (considerado en el caso precedente),  $\eta_1 = \eta_2 (= \eta)$ , la

Fig.1.7 presenta la variación de  $\mu_1$  con  $\eta$  para varios valores de amortiguamiento ( $\zeta$ ).

Es necesario notar en la Figura 1.7 que independientemente del grado de amortiguamiento, todas las curvas de respuesta pasan a través de dos puntos fijos  $S_1$  y  $S_2$ , la abscisa de los cuales puede ser obtenida como raíces de la siguiente ecuación:

$$\eta^4 - 2\eta^2 \left( \frac{1+\beta^2+\alpha\beta^2}{2+\alpha} \right) + \frac{2\beta^2}{2+\alpha} = 0$$

(1.82)

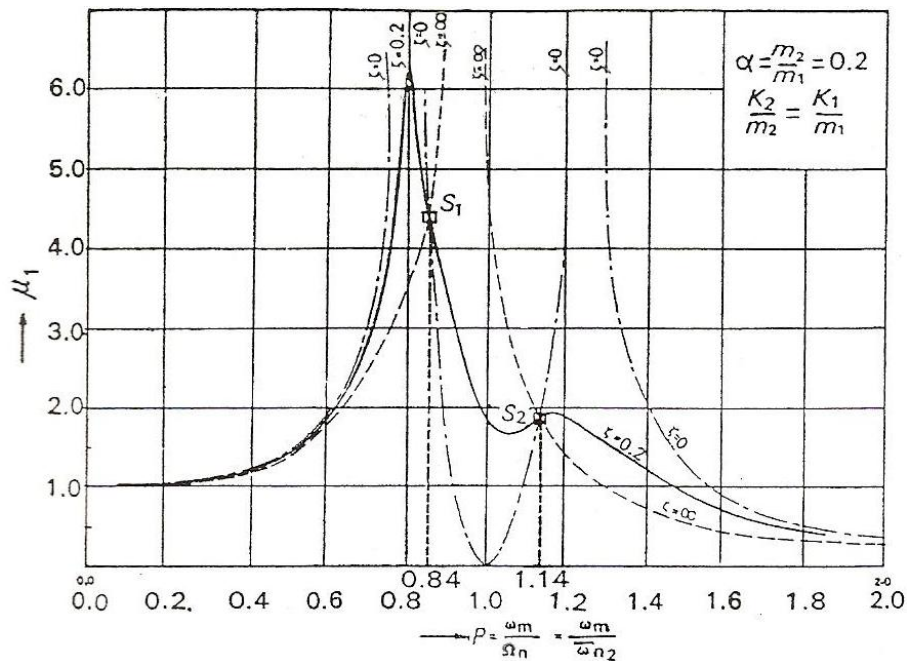


Figura 1.7: Respuesta de la masa  $m_1$  para varias relaciones de amortiguamiento ( $\zeta$ ). (Srinivasulu, Vaidyanthan, Handbook of Machine Foundations, New Delhi, 1978)

Donde  $\beta = \frac{\eta_1}{\eta_2}$ .

Para este caso particular se considera  $\eta_1 = \eta_2, \beta = 1,0$ .

Substituyendo, las abscisas de los puntos fijos  $S_1$  y  $S_2$  en la Figura 1.7 son los siguientes:

$$\eta^4 - 2\eta^2 + \left(\frac{2}{2+\alpha}\right) = 0$$

(1.83)

Cuando en este caso  $\alpha = 0,2$

Las Tabla 1.3 y Tabla 1.4 presentan los valores de  $\mu_1$  y  $\mu_2$  para varios valores de la relación de frecuencia  $\eta$ , relación de masas  $\alpha$  y relación de amortiguamiento  $\zeta$  para el caso particular cuando  $\eta_1 = \eta_2$  ó la relación  $\frac{K_2}{m_2} = \frac{K_1}{m_1}$  es satisfecha.

*Aplicación:* la teoría antes explicada es usada en el diseño amortiguadores auxiliares de vibración de masas para una cimentación tipo bloque.

Tabla 1.3: Variación del factor dinámico  $\mu_1$  para la masa  $m_1$

**VARIACIÓN DEL FACTOR DINÁMICO  $\mu_1$  PARA LA MASA  $m_1$**

$$\left(\frac{K_2}{m_2} = \frac{K_1}{m_1}\right)$$

$\eta$	$\alpha$	0,1				0,2				0,3			
	$\zeta$	0,00	0,05	0,10	0,20	0,00	0,05	0,10	0,20	0,00	0,05	0,10	0,20
<b>0,1</b>		1,01	1,011	1,011	1,011	1,012	1,012	1,012	1,012	1,013	1,013	1,013	1,013
<b>0,2</b>		1,05	1,046	1,046	1,046	1,051	1,051	1,051	1,050	1,055	1,055	1,055	1,055
<b>0,3</b>		1,11	1,111	1,111	1,111	1,123	1,123	1,123	1,123	1,136	1,136	1,136	1,136
<b>0,4</b>		1,22	1,218	1,218	1,218	1,247	1,247	1,247	1,247	1,277	1,277	1,277	1,277
<b>0,5</b>		1,4	1,395	1,395	1,394	1,463	1,463	1,463	1,461	1,538	1,538	1,537	1,534
<b>0,6</b>		1,71	1,712	1,711	1,706	1,896	1,894	1,891	1,877	2,122	2,119	2,112	2,087
<b>0,7</b>		2,42	2,411	2,396	2,351	3,146	3,126	3,074	2,924	4,509	4,441	4,265	3,826
<b>0,8</b>		5,49	5,288	4,869	4,18	$\infty$	19,8	10,6	6,486	5,769	5,778	5,798	5,848
<b>0,9</b>		4,23	4,574	4,341	6,826	1,51	1,67	2,077	3,223	0,918	1,016	1,263	1,959
<b>1</b>		0	0,995	1,961	3,714	0	0,498	0,981	1,857	0	0,332	0,654	1,238
<b>1,1</b>		2,73	2,786	2,872	2,96	1,061	1,162	1,373	1,738	0,659	0,729	0,887	1,199
<b>1,2</b>		8,87	5,312	3,371	2,287	4,661	3,546	2,524	1,799	1,846	1,752	1,58	1,352
<b>1,3</b>		2,25	2,149	1,942	1,594	4,996	3,654	2,451	1,565	22,33	4,426	2,358	1,386
<b>1,4</b>		1,32	1,305	1,259	1,143	1,813	1,725	1,536	1,203	2,878	2,439	1,828	1,197
<b>1,5</b>		0,94	0,929	0,912	0,865	1,124	1,103	1,05	0,919	1,408	1,349	1,214	0,952
<b>1,6</b>		0,72	0,714	0,707	0,685	0,812	0,804	0,783	0,722	0,937	0,919	0,873	0,755
<b>1,7</b>		0,58	0,574	0,571	0,558	0,631	0,628	0,618	0,585	0,699	0,691	0,671	0,61
<b>1,8</b>		0,48	0,476	0,474	0,468	0,512	0,511	0,505	0,486	0,554	0,549	0,539	0,505
<b>1,9</b>		0,41	0,404	0,403	0,697	0,429	0,427	0,424	0,412	0,456	0,453	0,447	0,426
<b>2</b>		0,35	0,349	0,348	0,344	0,366	0,365	0,363	0,355	0,385	0,383	0,379	0,366

$\eta$	$\alpha$	0,4				0,5			
	$\zeta$	0,00	0,05	0,10	0,20	0,00	0,05	0,10	0,20
<b>0,1</b>		1,014	1,014	1,014	1,014	1,015	1,015	1,015	1,015
<b>0,2</b>		1,06	1,06	1,06	1,06	1,065	1,065	1,065	1,065
<b>0,3</b>		1,149	1,149	1,149	1,149	1,162	1,162	1,162	1,162
<b>0,4</b>		1,309	1,309	1,309	1,308	1,343	1,343	1,342	1,342
<b>0,5</b>		1,622	1,621	1,62	1,616	1,714	1,714	1,712	1,706
<b>0,6</b>		2,41	2,405	2,392	2,384	2,787	2,78	2,757	2,683
<b>0,7</b>		7,956	7,597	6,804	5,347	33,78	21,52	13,2	7,684
<b>0,8</b>		2,848	2,911	3,09	3,685	1,89	1,937	2,068	2,524
<b>0,9</b>		0,66	0,73	0,906	1,394	0,515	0,569	0,708	1,08
<b>1</b>		0	0,249	0,49	0,928	0	0,199	0,392	0,743
<b>1,1</b>		0,479	0,531	0,653	0,91	0,374	0,417	0,516	0,732
<b>1,2</b>		1,151	1,136	1,105	1,051	0,836	0,838	0,842	0,85
<b>1,3</b>		3,452	2,626	1,809	1,171	1,87	1,674	1,357	0,983
<b>1,4</b>		6,977	3,462	1,971	1,127	16,44	3,492	1,83	1,022
<b>1,5</b>		1,887	1,709	1,39	0,956	2,857	2,231	1,537	0,93
<b>1,6</b>		1,107	1,068	0,974	0,776	1,352	1,265	1,084	0,783
<b>1,7</b>		0,782	0,768	0,731	0,631	0,888	0,862	0,797	0,646
<b>1,8</b>		0,602	0,595	0,577	0,522	0,659	0,648	0,618	0,536
<b>1,9</b>		0,486	0,483	0,472	0,439	0,512	0,515	0,499	0,451
<b>2</b>		0,405	0,403	0,397	0,376	0,429	0,425	0,416	0,385

Tabla 1.4: Variación del factor dinámico  $\mu_2$  para la masa  $m_2$

**VARIACIÓN DEL FACTOR DINÁMICO  $\mu_2$  PARA LA MASA  $m_2$**

$$\left(\frac{K_2}{m_2} = \frac{K_1}{m_1}\right)$$

$\eta$	$\alpha$	0,1				0,2				0,3			
		$\zeta$	0,00	0,05	0,10	0,20	0,00	0,05	0,10	0,20	0,00	0,05	0,10
0,1		1,02	1,021	1,021	1,021	1,022	1,022	1,022	1,022	1,022	1,022	1,022	1,022
0,2		1,09	1,09	1,09	1,09	1,095	1,095	1,094	1,094	1,098	1,098	1,098	1,098
0,3		1,22	1,221	1,22	1,219	1,234	1,234	1,234	1,233	1,247	1,247	1,247	1,245
0,4		1,45	1,45	1,448	1,442	1,485	1,484	1,482	1,476	1,519	1,519	1,517	1,511
0,5		1,86	1,86	1,852	1,832	1,951	1,949	1,943	1,92	2,049	2,047	2,04	2,014
0,6		2,68	2,669	2,647	2,566	2,962	2,952	2,924	2,825	3,312	3,299	3,264	3,137
0,7		4,74	4,694	4,574	4,197	6,169	6,089	5,869	5,219	8,833	8,639	8,135	6,822
0,8		15,2	14,38	12,52	9,113	$\infty$	53,85	27,26	14,14	16,01	15,7	14,89	12,74
0,9		22,3	21,85	20,74	17,82	7,943	7,973	8,064	8,415	4,828	4,847	4,901	5,11
1		10	10	10	10	5	5	5	5	3,333	3,333	3,333	3,333
1,1		13	11,82	9,668	6,633	5,053	4,93	4,623	3,894	3,133	3,092	2,983	2,685
1,2		20,2	11,73	6,917	3,897	10,59	7,83	5,178	3,064	4,19	3,865	3,239	2,3
1,3		3,26	3,086	2,721	2,079	7,24	5,245	3,434	2,041	32,33	6,35	3,3	1,807
1,4		1,38	1,358	1,307	1,179	1,888	1,795	1,595	1,24	2,995	2,536	1,897	1,233
1,5		0,75	0,746	0,741	0,727	0,899	0,886	0,853	0,773	1,126	1,082	0,981	0,8
1,6		0,46	0,461	0,466	0,481	0,52	0,519	0,517	0,509	0,6	0,593	0,575	0,531
1,7		0,31	0,307	0,314	0,336	0,334	0,336	0,339	0,352	0,369	0,369	0,369	0,414
1,8		0,21	0,215	0,222	0,244	0,229	0,231	0,237	0,255	0,247	0,248	0,252	0,264
1,9		0,16	0,157	0,163	0,184	0,164	0,166	0,172	0,19	0,174	0,176	0,181	0,197
2		0,12	0,12	0,12	0,14	0,12	0,12	0,129	0,15	0,128	0,13	0,14	0,15

$\eta$	$\alpha$	0,4				0,5			
	$\zeta$	0,00	0,05	0,10	0,20	0,00	0,05	0,10	0,20
0,1		1,024	1,024	1,024	1,024	1,026	1,026	1,026	1,026
0,2		1,104	1,104	1,104	1,104	1,109	1,109	1,109	1,109
0,3		1,262	1,262	1,262	1,261	1,277	1,277	1,277	1,275
0,4		1,559	1,558	1,556	1,55	1,598	1,598	1,596	1,589
0,5		2,162	2,16	2,152	2,123	2,286	2,283	2,274	2,241
0,6		3,765	3,748	3,7	3,533	4,355	2,332	4,265	4,037
0,7		15,6	14,79	12,99	9,544	66,23	41,91	25,21	13,71
0,8		7,911	7,92	7,943	8,033	5,252	5,268	5,316	55,02
0,9		3,473	3,484	3,517	3,641	2,711	2,718	2,739	2,82
1		2,5	2,5	2,5	2,5	2	2	2	2
1,1		2,273	2,253	2,2	2,04	1,783	1,771	1,739	1,641
1,2		2,615	2,509	2,268	1,79	1,900	1,950	1,727	1,448
1,3		5,003	3,771	2,535	1,527	2,711	2,404	1,901	1,282
1,4		7,267	3,603	2,047	1,162	17,12	3,635	1,901	1,053
1,5		1,509	1,372	1,129	0,804	2,286	1,792	1,249	0,782
1,6		0,709	0,689	0,642	0,546	0,867	0,817	0,715	0,552
1,7		0,411	0,411	0,402	0,38	0,47	0,461	0,438	0,389
1,8		0,269	0,269	0,27	0,276	0,294	0,293	0,29	0,281
1,9		0,186	0,188	0,192	0,203	0,2	0,2	0,203	0,208
2		0,14	0,137	0,14	0,16	0,14	0,14	0,15	0,16

## 1.10 Evaluación de Parámetros de Diseño.

### 1.10.1 Importancia de parámetros de diseño.

Los parámetros que influyen en el diseño de una cimentación para equipo dinámico son:

- a) Centro de gravedad.
- b) Momento de Inercia de la base.

- c) Momento de Inercia de masas.
- d) Rigidez de la base o apoyo.
- e) Amortiguamiento.

Los tres primeros son las propiedades geométricas del sistema de cimentación del equipo dinámico, mientras que los dos últimos son propiedades físicas de la base de cimentación.

El centro de gravedad, momento de inercia y momento de inercia de masas serán detallados en el presente capítulo.

Se debe tener en cuenta que la excentricidad del centro de gravedad de la cimentación respecto al eje vertical que pasa a través de la base debe estar dentro de los límites permisibles (5%) para evitar modos acoplados de vibración.

El momento de inercia de la base de la cimentación y el momento de inercia de masas intervienen en los cálculos dinámicos para el modo de vibración oscilatorio (o cabeceo). El momento de inercia y el momento de inercia de masas son dependientes del sentido de análisis.

La rigidez efectiva y el amortiguamiento presentado por la base depende del tipo de soporte o base provista bajo la cimentación, por lo que pueden ser: suelo, resorte, láminas elásticas, etc.

**a) Suelo.**

Es necesario determinar el módulo de corte ( $G$ ) y el coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) preferiblemente *in situ* por evaluación dinámica.



La teoría de cálculo propuesta por Barkan se basa en considerar al suelo como un resorte lineal no amortiguado, para lo cual se requiere conocer los siguientes parámetros.

- i) Coeficiente de compresión elástico uniforme ( $C_z$ ) .
- ii) Coeficiente de corte elástico uniforme ( $C_\tau$ ) .
- iii) Coeficiente de compresión elástico no uniforme ( $C_\theta$ ) .
- iv) Coeficiente de corte elástico no uniforme ( $C_\psi$ ) .

Los Coeficientes mencionados son utilizados para la evaluación de la rigidez del suelo en los varios modos de vibración.

El coeficiente de compresión elástico uniforme ( $C_z$ ) es definido como la relación del esfuerzo de compresión aplicado a un bloque rígido de la cimentación para la parte “elástica” del asentamiento inducido consecuentemente. Existe una relación proporcional entre el asentamiento elástico y la presión externa uniforme del suelo.

El coeficiente de corte elástico uniforme ( $C_\tau$ ) podría igualmente ser definido como la relación del promedio del esfuerzo de corte en el área de contacto de la cimentación para la parte “elástica” del momento por deslizamiento de la cimentación.

Los dos coeficientes descritos son función del tipo de suelo y del tamaño y forma de la cimentación. No obstante, para propósitos prácticos se asume a menudo sólo en función del tipo de suelo.

El amortiguamiento del suelo es la medida de disipación de energía de un sistema.

## **b) Otros soportes elásticos.**

Otros soportes elásticos que pueden ser usados bajo la cimentación del equipo son: láminas de goma, láminas de corcho, resortes, etc., la rigidez, el amortiguamiento, la presión permisible y otros parámetros de diseño deben ser proporcionados por los fabricantes de los mismos. La rigidez en los varios modos puede ser evaluada usando la formulación que se proporcionará en el capítulo respectivo. Es deseable que cada producto tenga pruebas certificadas para que los mismos puedan ser usados con confianza en el diseño.

### **1.10.2 Propiedades Geométricas de las Cimentaciones.**

#### **1.10.2.1 Centro de gravedad.**

El equipo dinámico y la cimentación están divididos en un número de masas  $m_i$  que tienen formas geométricas regulares. Las coordenadas del centro de gravedad de masa de cada masa  $m_i$  referida a ejes arbitrarios son  $(x_i, y_i, z_i)$ , por lo tanto las coordenadas del centro de gravedad son  $(\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i)$  y están definidas como:

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$

(1.84)

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}$$

(1.85)

$$\bar{z}_i = \frac{\sum_i m_i z_i}{\sum_i m_i}$$

(1.86)

### 1.10.2.2 Momento de Inercia.

a) Si la cimentación es rectangular de dimensiones  $L \times B$ , los momentos de inercia son:

$$I_x = \frac{LB^3}{12}$$

(1.87)

$$I_y = \frac{LB^3}{12}$$

(1.88)

$$I_z = I_x + I_y$$

(1.89)

b) Si la cimentación es soportada en  $N$  soportes separados, el momento de inercia del grupo  $I'$  está dado por:

$$I'_x = \sum_i y_i^2$$

(1.90)

$$I'_y = \sum_i x_i^2$$

(1.91)

$$I'_z = I'_x + I'_y = \sum_i (y_i^2 + x_i^2)$$

(1.92)

$\sum_i$  es la sumatoria en  $N$  soporte ( $i=1, N$ ).

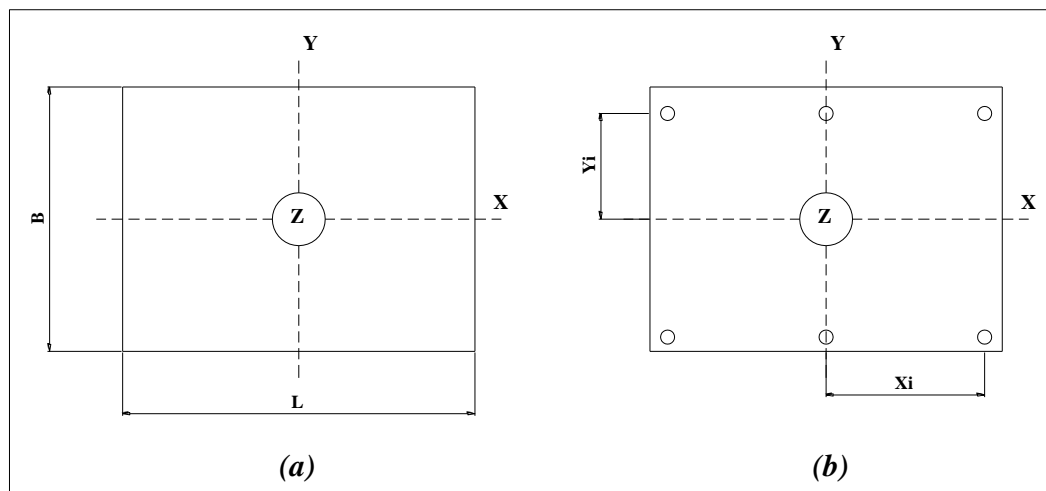


Figura 1.8: Apoyo (a) Uniformemente distribuido. (b) Punto de soporte.

### 1.10.2.3 Momento de inercia de masas.

Tabla 1.5: Momento de Inercia de masas ( $\varphi$ ) referido al eje centroidal.

<b>Momento de Inercia de masas (<math>\varphi</math>) referido al eje centroidal</b>			
<b>Forma del elemento</b>	$\varphi_x$	$\varphi_y$	$\varphi_z$
<b>Prisma rectangular</b>	$\frac{m}{12} (l_y^2 + l_z^2)$	$\frac{m}{12} (l_x^2 + l_z^2)$	$\frac{m}{12} (l_x^2 + l_y^2)$
<b>Cilindro circular sólido</b>	$\frac{m}{12} \left( \frac{3}{4} D^2 + l^2 \right)$	$\frac{m}{8} D^2$	$\frac{m}{12} \left( \frac{3}{4} D^2 + l^2 \right)$

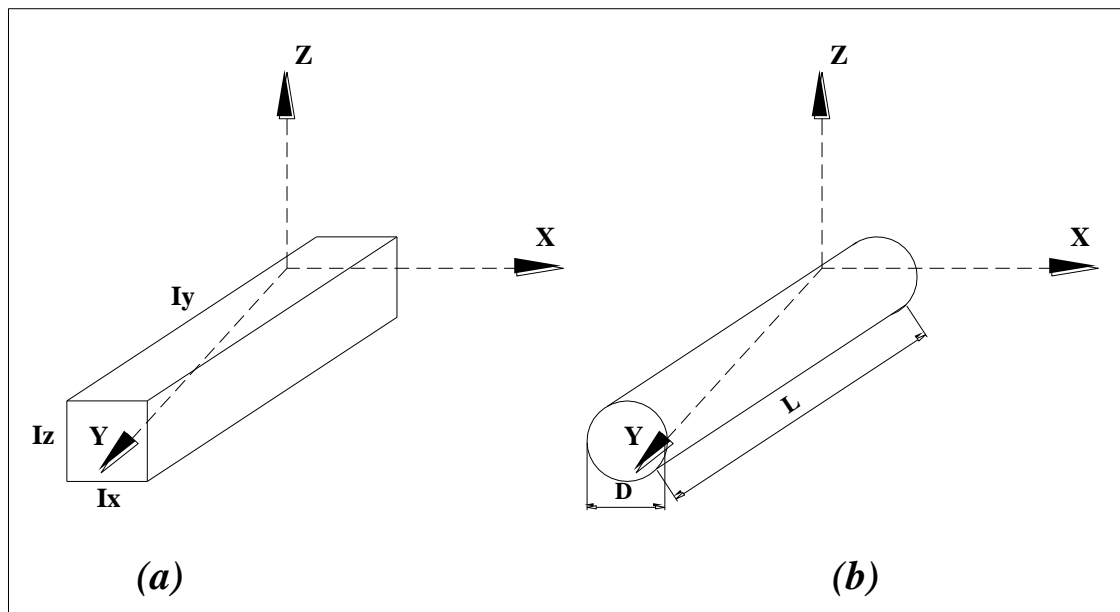


Figura 1.9: (a) Prisma rectangular. (b) Cilindro circular sólido.

#### 1.10.2.4 Constantes del suelo y sus relaciones.

Los valores de las constantes  $C'_Z$ ,  $C'_\tau$  para ser usadas en el diseño de cimentaciones se obtienen de las siguientes relaciones:

$$C'_Z = C_Z \sqrt{\frac{A_b}{A_f}}$$

(1.93)

$$C'_\tau = C_\tau \sqrt{\frac{A_b}{A_f}}$$

(1.94)

$A_b$  : área de la base del bloque de concreto.

$A_f$  : área de cimentación.

Cuando no existen datos del suelo disponibles, el valor de  $C_z$  para diseños preliminares se da en la Tabla 1.6. Los valores pueden ser usados para cimentaciones de áreas mayores a  $10 \text{ m}^2$  o más, si el área es menor, los valores tabulados deben ser multiplicados por  $\sqrt{\frac{10}{A_f}}$ .

Tabla 1.6: Valores recomendados para  $C_z$ . (Code of Practice for Design and Construction of Machine Foundations - Part I: Foundation for Reciprocating Type Machines, 1982).

Tipo de Suelo	Esfuerzo permisible del suelo	Coefficiente de compresión elástico del suelo
	$\sigma_p \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	$C_z \text{ (kg/cm}^3\text{)}$
Suelo débil	1	2
	2	4
Suelo medio	3	5
	4	6
Suelo duro	5	7
Roca	>5	>7

Determinado  $C_z$ , las otras constantes dinámicas del suelo se valoran utilizando las siguientes relaciones sugeridas por Barkan.

(i) Coeficiente de compresión elástico no uniforme  $C_\theta = 2C_z$   
(1.95)

(ii) Coeficiente de corte elástico uniforme  $C_\tau = 0,5C_z$   
(1.96)

(iii) Coeficiente de corte elástico no uniforme  $C_\psi = 0,5C_z$   
(1.97)

### 1.10.2.5 Expresiones para la rigidez de resorte de soporte elásticos.

#### a) Suelo.

Los coeficientes de rigidez ( $K$ ) para los modos de vibración son:

i. Para movimiento vertical  $K_z = C_z A_f$ .  
(1.98)

ii. Para movimiento horizontal (deslizamiento)  $K_\tau = C_\tau A_f$ .  
(1.99)

iii. Para oscilación o cabeceo  $K_\theta = C_\theta I_{x(o y)}$   
(1.100)

iv. Para torsión (rotación alrededor del eje vertical)  $K_\psi = C_\psi I_z$ .  
(1.101)

#### b) Láminas elásticas.

i. Para traslación vertical  $K_z = \frac{EA}{t}$ .  
(1.102)

ii. Para traslación horizontal  $K_x = \frac{GA}{t}$ .  
(1.103)

iii. Para rotación en un plano vertical ( $xz$ ) o ( $yz$ )  $K_\theta = \frac{EI_{y(o x)}}{t}$ .  
(1.104)

iv. Para torsión en el plano horizontal  $xy$   $K_\psi = \frac{EI_z}{t}$ .  
(1.105)

( $E$ ) es el módulo de elasticidad del material y ( $G$ ) es el módulo de corte del material. ( $A$ ) es el área de contacto de la lámina elástica y ( $t$ ) es el espesor de la lámina.

Si la cimentación está soportada en  $N$  láminas elásticas, el resultado de su rigidez es:

i. Traslación Vertical

$$K_z = N \frac{EA}{t}.$$

(1.107)

ii. Traslación Horizontal

$$K_x = \frac{GA}{t}.$$

(1.108)

iii. Rotación en un plano vertical ( $xz$ ) o ( $yz$ )

$$K_\theta = K_z \frac{I'_x}{N}.$$

(1.109)

iv. Torsión

$$K_\psi = K_x \frac{I'_x}{N}.$$

(1.110)

( $A$ ) se refiere al área de cada lámina e ( $I'$ ) es el momento de inercia del conjunto de soportes alrededor de los respectivos ejes.

### c) Resortes de Acero.

El calibre es ( $d$ ), el diámetro del espiral del resorte es ( $D$ ), ( $n$ ) es el número de revoluciones de cada espiral, ( $h$ ) altura de cada resorte y ( $G$ ) el módulo de corte del material del alambre (para acero  $G \approx 8 \times 10^6$  T/m<sup>2</sup>). Los factores de rigidez del espiral del resorte son:



i. Rigidez vertical de un resorte ( $K_s$ )

$$K_s = \frac{1}{n} \frac{Gd^4}{8D^3}$$

(1.111)

Si hay  $N$  es el número de resortes en el espiral, la resultante de la rigidez vertical ( $K_s$ ) está dada por ( $NK_s$ ). La carga permisible ( $P$ ) en el espiral del resorte está dada por:

$$P = \frac{\tau \pi d^3}{8\alpha D}$$

(1.112)

Donde  $\alpha$  es un factor dado por:

$$\alpha = 1 + 1,25 \frac{d}{D} + 0,875 \left(\frac{d}{D}\right)^2 + \left(\frac{d}{D}\right)^3$$

(1.113)

Y  $\tau$  es el esfuerzo permisible a corte del material del espiral.

La Tabla 1.7 contiene el valor de  $K_s$  (para  $n=1$ ) y  $P$  para un espiral de resorte para diferentes valores de  $D$  y  $d$ .

Tabla 1.7: Tabla de Resorte Cilíndricos, Carga Admisible y Rigidez Axial.

D	P	Ks	P	Ks	P	Ks	P	Ks	P	Ks	P	Ks
	kg	kg/mm	kg	kg/mm	kg	kg/mm	kg	kg/mm	kg	kg/mm	kg	kg/mm
mm	6 mm	10 mm	12 mm	14 mm	16 mm	20 mm						
20	171,85	168,08										
30	131,20	49,80	506,41	384,26								
40	105,10	21,01	425,98	162,11	687,41	336,15						
50	87,42	10,76	364,45	83,00	596,90	172,11	897,63	318,85	1267,89	543,95		
60	74,75	6,23	317,39	48,03	524,81	99,60	797,01	184,52	1137,13	314,79	2025,62	768,52
70			280,65	30,25	467,17	62,72	714,33	116,20	1026,31	198,23	1854,68	483,97

80	251,33	20,26	420,41	42,02	646,07	77,84	933,00	132,80	1703,91	324,22
90	227,44	14,23	381,89	29,51	589,13	54,67	854,11	93,27	1572,41	227,71
100	207,64	10,38	349,69	21,51	541,09	39,86	786,87	67,99	1457,82	166,00
120			299,00	12,45	464,74	23,07	678,92	39,35	1269,57	96,06
140					406,97	14,53	596,44	24,78	1122,61	60,50
160							531,56	16,60	1005,31	40,53
180									909,77	28,46
200									830,56	20,75

D	P	Ks	P	Ks	P	Ks	P	Ks	P	Ks	P	Ks
	kg	kg/mm	kg	kg/mm	kg	kg/mm	kg	kg/mm	kg	kg/mm	kg	kg/mm
mm	22	mm	24	mm	26	mm	28	mm	30	mm	32	mm
70	2373,06	708,57										
80	2191,97	474,69	2749,62	672,30								
90	2031,15	333,39	2558,55	472,18	3155,43	650,36	3821,94	874,77	4557,65	1152,78		
100	1889,22	243,04	2387,59	344,22	2954,39	474,11	3590,51	637,71	4296,29	840,38	5071,56	1087,90
120	1653,09	140,65	2099,25	199,20	2610,31	274,37	3188,04	369,04	3833,81	486,33	4548,53	629,57
140	1466,59	88,57	1868,68	125,44	2331,50	172,78	2857,32	232,40	3448,04	306,26	4105,23	396,46
160	1316,56	59,34	1681,66	84,04	2103,40	115,75	2584,29	155,69	3126,51	205,17	3732,01	265,60
180	1193,67	41,67	1527,58	59,02	1914,33	81,30	2356,53	109,35	2856,53	144,10	3416,44	186,54
200	1091,37	30,38	1398,75	43,03	1755,53	59,26	2164,34	79,71	2627,59	105,05	3147,49	135,99
220	1004,98	22,83	1289,59	32,33	1620,51	44,53	2000,34	59,89	2431,50	78,92	2916,26	102,17
240			1196,01	24,90	1504,43	34,30	1858,94	46,13	2261,95	60,79	2715,69	78,70
260					1403,65	26,98	1735,89	36,28	2114,03	47,81	2540,31	61,90
280							1627,90	29,05	1983,97	38,28	2385,77	49,56
300									1868,76	31,13	2248,66	40,29
320											2126,23	33,20

$$G=830000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau =6000 \text{ kg/cm}^2.$$

ii. Rigidez horizontal de un resorte ( $K_x$ ) es:

$$K_x = K_s \left[ \frac{1}{0,385 \alpha \left\{ 1 + \frac{0,77}{D^2} h^2 \right\}} \right]$$

(1.114)

Donde  $\alpha$  se obtiene de la Figura 1.10 para valores conocidos de  $\frac{h}{D}$  y  $\frac{\delta_z}{h}$ ,  $h$  es la altura del espiral del resorte, y  $\delta_z$  es la compresión estática del espiral del resorte.

Si existen  $N$  resortes en el espiral, la rigidez horizontal resultante es  $NK_s$ .

iii. La rigidez de rotación ( $K_\theta$ ) en un plano vertical para un grupo de resorte es:

$$K_\theta = \frac{I' G d^4}{n 8 D^3} = I'_{x(o y)} K_s$$

(1.115)

Donde  $I'$  es el momento de inercia de un grupo de resortes aislados alrededor del eje de rotación en  $x$  o  $y$ .

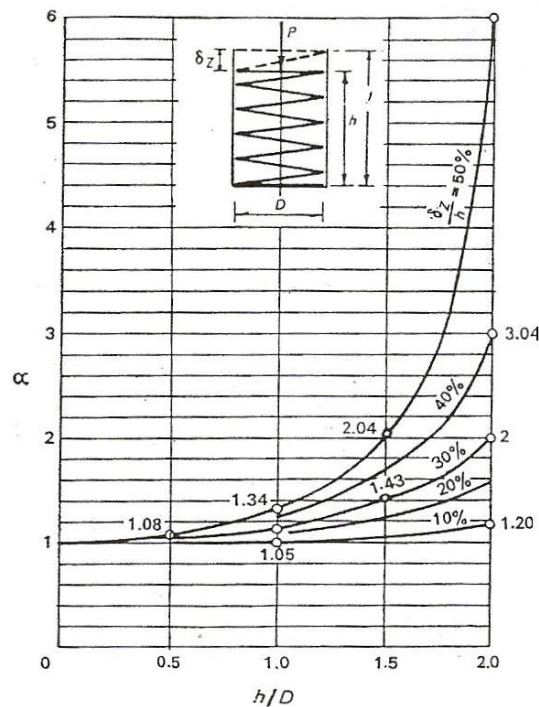


Figura 1.10: Factor  $\alpha$  en función de  $\frac{h}{D}$  y  $\frac{\delta_z}{h}$  para resortes de acero. (Vibration Analysis and design of Foundations for machines and turbines, Akademiai Kiado, Budapest, 1962).

iv. Rigidez torsional para un grupo de resortes ( $K_\psi$ ).

$$K_{\psi} = \frac{I_z' G d^4}{n 8 D^3} \left[ \frac{1}{0,385 \alpha \left\{ 1 + \frac{0,77}{D^2} h^2 \right\}} \right]$$

(1.116)

$I_z'$  se obtiene de un grupo de resorte de la (1.92).

#### d) Pilotes.

##### i. Rigidez Vertical.

Pilote de cimiento: la frecuencia natural de las vibraciones verticales del extremo del pilote que soporta una carga  $W$  puede ser obtenida de la siguiente relación:

$$\beta \tan \beta = \alpha$$

(1.117)

Donde  $\alpha$  es la relación del peso propio del pilote para la carga externa que soporta, y

$$\beta = w_n H \sqrt{\frac{\gamma}{Eg}}$$

(1.118)

$E$  y  $\gamma$  son el módulo de elasticidad y densidad del material del pilote;  $H$  es la altura del pilote.

La Tabla 1.8 presenta los valores de  $\beta$  (correspondientes al primer modo de vibración) para varios valores de  $\alpha$  para el cual la (1.117) es válida.

Alternativamente, la frecuencia natural del extremo del pilote puede ser obtenida de la Figura 1.11 sugerida por Richart. La Figura 1.11 presenta la variación de la

frecuencia natural ( $f_n$ ) en rpm con la longitud del pilote ( $H$ ) en pies para diferentes materiales bajo márgenes de esfuerzo directo.

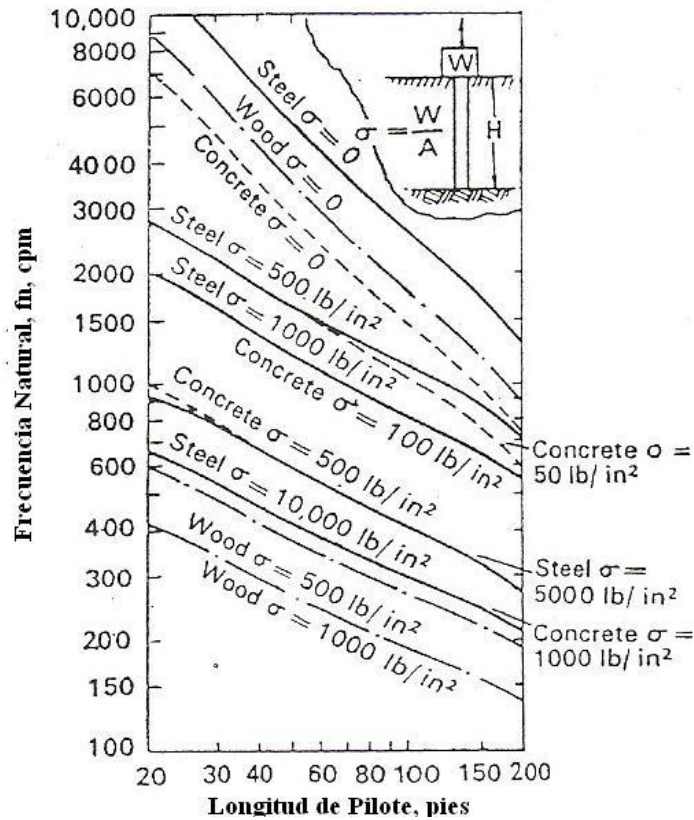


Figura 1.11: Características de Vibración Vertical en el extremo del pilote bajo cargas axiales (Richart, F.E., Jr, "Foundation Vibrations", Trans. ASCE, 127,Pt.I,pp.863-98, 1962).

La rigidez vertical ( $K_z$ ) de un pilote puede ser obtenida calculando la frecuencia natural, en consecuencia se tiene:

$$K_z = \frac{w_n^2}{g} \left(1 + \frac{\alpha}{3}\right) W$$

(1.119)

La (1.119) asume la validez de un sistema de un grado de libertad con un tercio del peso del pilote agregado a  $W$  para los cálculos.

Tabla 1.8: Coeficientes para la frecuencia natural de pilotes.

$\alpha$	0,01	0,10	0,50	0,70	0,90	1,00	1,50	2,00	3,00	4,00	5,00	10,00	20,00	100	$\infty$
$\beta$	0,10	0,32	0,65	0,75	0,82	0,86	0,98	1,08	1,20	1,27	1,32	1,42	1,52	1,57	$\pi/2$

**Fricción del Pilote:** la expresión para  $K_z$  de un pilote está dada por:

$$K_z = C_p A_s$$

(1.120)

Donde  $C_p$  es el coeficiente elástico de resistencia y  $A_s$  es el área del pilote.

El valor de  $C_p$  depende del espaciamiento de los pilotes y las características del suelo, cuando el espaciamiento entre pilotes es mayor a seis veces el diámetro, podemos tomar el respectivo valor de los siguientes datos:

Tabla 1.9: Valores de  $C_p$  (Soviet Code of Practice of Foundations Subject to Dynamic Effects, 1978).

Tipo de Suelo	$C_p$
	(T/m <sup>3</sup> )
a) Arcillas suaves y arenosas	500
b) Suelos arenosos	2500
c) Marga y arcilla arenosa	3000

Si el espaciamiento de pilotes es muy pequeño respecto al diámetro, entonces se debe multiplicar por un factor de corrección ( $\alpha$ ) definido en la Tabla 1.10, y debe ser aplicado en la (1.120).

Tabla 1.10: Factor de corrección  $\alpha$  para un grupo de pilotes.

S/D	$\alpha$
3	0,35
5	0,58
6	0,63
$\infty$	1

ii. Rigidez Horizontal.

Asumiendo que el pilote está libre del cerco del suelo y fijado en la cima y en la base en una longitud  $h$  como la Figura 1.12, la rigidez lateral del pilote está dada por:

$$K_{x(o y)} = \frac{12 E}{h^3} I_{x(o y)}$$

(1.121)

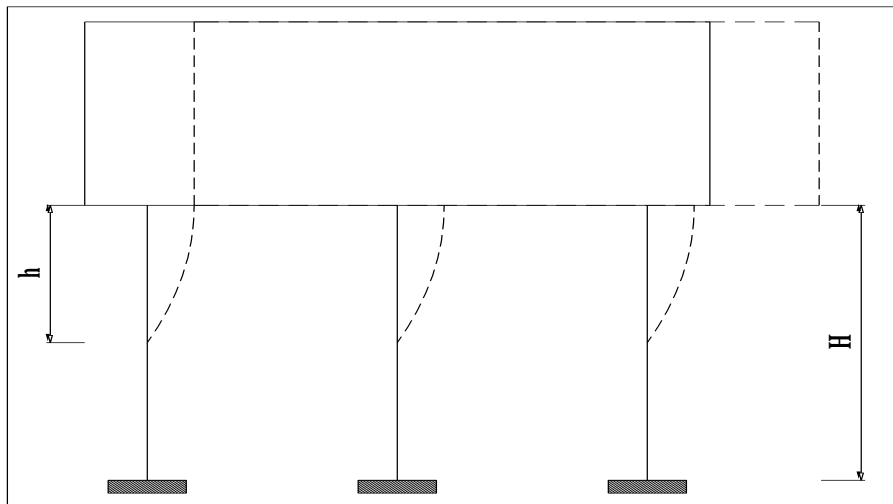


Figura 1.12: Bloque de cimentación sobre pilotes.

Donde  $I_{x(o y)}$  es el momento de inercia de la sección transversal del pilote alrededor del eje  $x$  o  $y$ ;  $h$  es generalmente  $\frac{1}{4}$  ó  $\frac{1}{2}$  de la profundidad total del pilote ( $H$ ).

iii. Rigidez de rotación.

La rigidez a rotación ( $K_\theta$ ) de un grupo de pilotes en el plano  $yz$  o  $xz$  está dada por:

$$K_\theta = I'_{x(o y)} K_z$$

(1.122)

Donde  $K_z$  es la rigidez vertical de un pilote y  $I'_{x(o y)}$  es el momento de inercia del grupo de pilotes alrededor del eje  $x$  o ( $y$ ), ecuaciones (1.90), (1.91) y (1.92).

iv. Rigidez a torsión.

El factor de rigidez ( $K_\psi$ ) está definido por:

$$K_\psi = K_{x(o y)} I'_z$$

(1.123)

#### 1.10.2.6 Coeficiente de amortiguamiento ( $\zeta$ )

**a. De la prueba de vibración forzada:** un oscilador mecánico se monta en un bloque de concreto de manera que este induce vibración vertical pura. La respuesta de la amplitud vertical es obtenida de la cima para varias frecuencias de excitación hasta que se llega a la “resonancia”. La Figura 1.13 presenta la curva



entre la amplitud y la frecuencia de excitación. La frecuencia ( $f_n$ ) correspondiente a la cima de la amplitud, representa la “frecuencia de resonancia”.

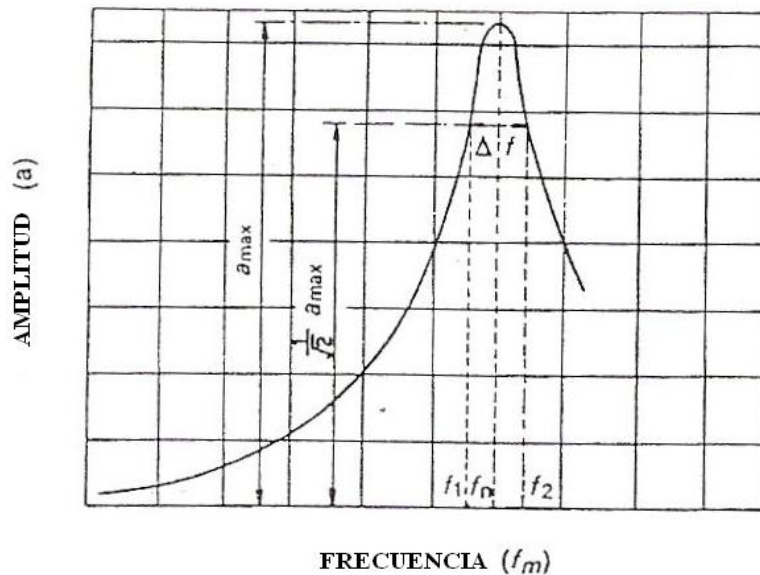


Figura 1.13: Curva de respuesta bajo vibración forzada. (Vibration Analysis and design of Foundations for machines and turbines, Akademiai Kiado, Budapest, 1962).

El factor de amortiguamiento ( $\zeta$ ) puede ser obtenido de la siguiente relación:

$$\zeta = \frac{\Delta f}{2f_n} \quad (1.124)$$

Donde  $\Delta f$  es la intersección entre dos puntos en la curva de respuesta a la cual la amplitud es  $0,707$  ( o  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ) veces la cima de la amplitud y  $f_n$  es la frecuencia de resonancia ( a la cual al amplitud es la máxima).

**b. De prueba de vibración libre:** las vibraciones libres son inducidas en el bloque de manera conveniente, hasta golpear el bloque en la cima con un martillo. La disminución de la curva de la Figura 1.14 es obtenida en un registrador de

vibración conectado a un recolector de vibraciones fijado en el bloque de concreto. El factor de amortiguamiento es obtenido mediante la siguiente fórmula:

$$\zeta = \frac{1}{2\pi} \log \frac{a_1}{a_2}$$

(1.125)

Donde  $a_1$  y  $a_2$  son las amplitudes de vibración a dos sucesivos picos o cimas de la curva.

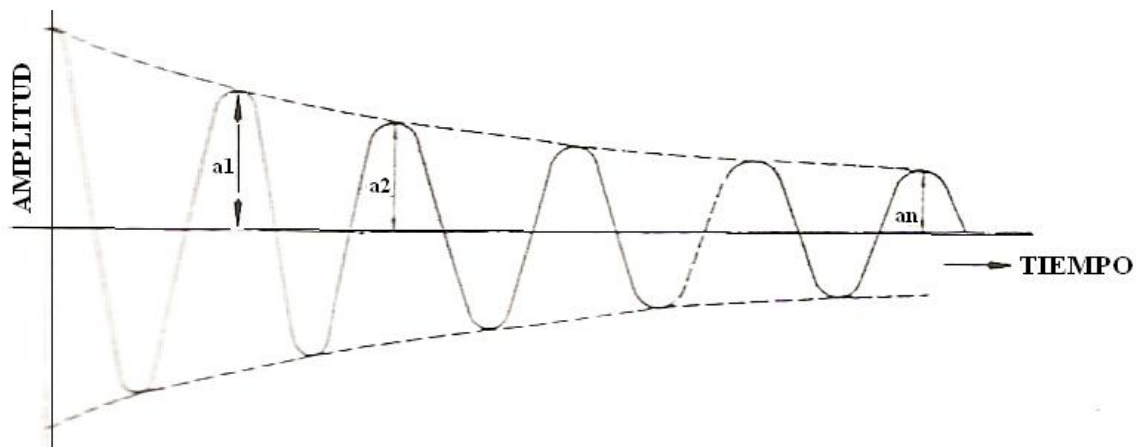


Figura 1.14: Curva . (Vibration Analysis and design of Foundations for machines and turbines, Akademiai Kiado, Budapest, 1962).

## CAPÍTULO II

### TIPOS DE EQUIPOS DINÁMICOS Y TIPOS DE CIMENTACIONES

#### 2.1 Tipos de Equipo Dinámico.

### 2.1.1 Equipo Giratorio.

Incluye turbinas a gas, turbinas a vapor, bombas, compresores, ventiladores y centrifugadoras. Se caracteriza por el movimiento de rotación de los impulsores o rotores.

Las fuerzas desbalanceadas en este tipo de Equipo son originadas cuando el centro de masas de las partes que giran no coincide con el centro de rotación (Figura 2.1). La fuerza dinámica está en función del eje de masas, la velocidad de rotación y la magnitud del desplazamiento. El desplazamiento debería ser menor a las condiciones de construcción cuando el Equipo está bien equilibrado o balanceado, y sin desgaste o corrosión. Los cambios en el alineamiento, operación próxima a la resonancia, y otras condiciones indeseables pueden grandemente incrementar la fuerza aplicada al rotor. La operación del Equipo normalmente llega hasta los límites de vibración permitidos, por lo cual la acción dinámica en la cimentación resulta muy importante.

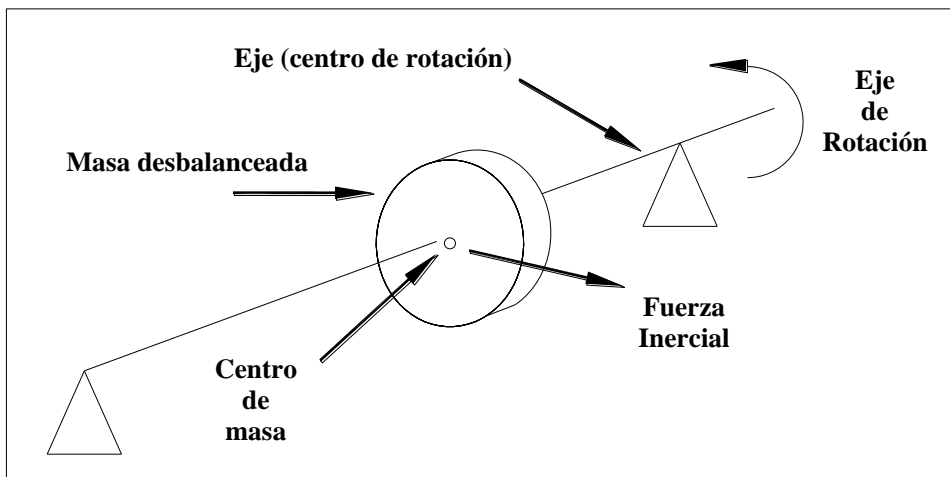


Figura: 2.1: Diagrama de Equipo Giratorio.

### 2.1.2 Equipo Recíproco.

Son los compresores y motores a diesel. Consiste en un pistón moviéndose en un cilindro que interactúa con un fluido a través de la rotación de un cigüeñal.

(Figura 2.2)

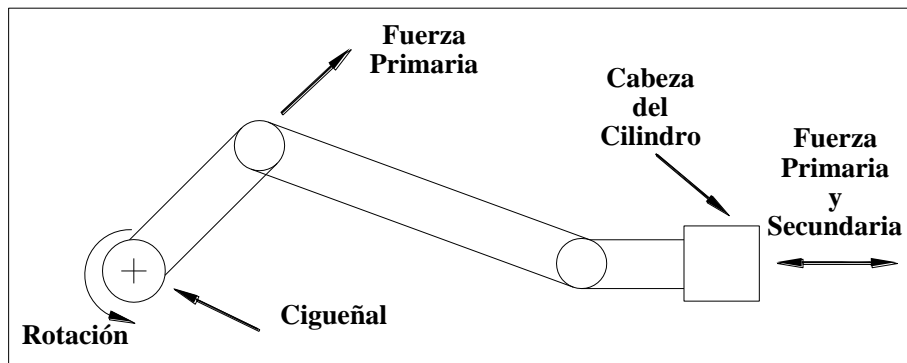


Figura 2.2: Diagrama de Equipo Recíproco.

El Equipo Recíproco con más de un pistón requiere un alineamiento particular del cigüeñal para minimizar las fuerzas y momentos desbalanceados. Deberá prevalecer un diseño mecánico que satisfaga los requerimientos de operación, cuando no se cumple este objetivo, se producen cargas desbalanceadas, las cuales deben ser resistidas por la cimentación.

La fuerza del fluido de cada cilindro actúa en la cabeza del cilindro y en el interior del cigüeñal (Figura 2.2). En un cilindro rígido y el armazón, esta fuerza está internamente balanceada, pero en grandes máquinas una parte significativa de esta fuerza es transmitida a la cimentación. Particularmente en grandes compresores con cilindros horizontales es inapropiado y poco conservador asumir que la armadura del compresor y cilindro son suficientemente rígidas para internamente balancear todas las fuerzas.

### **2.1.3 Equipo de Generación.**

Son martillos forjadores y prensas de forjado de metal, los cuales operan con impactos regulados o golpes en diferentes partes del equipo. La carga del golpe es frecuentemente transmitida al sistema de cimentación del equipo y este es un factor importante en el diseño de la cimentación.

Los martillos forjadores, típicamente operan al apisonar una carga en el metal caliente, forjándolo a una determinada forma. Durante los golpes finales, el material forjado es enfriado y toma forma. De esta manera, la energía cinética de pre-impacto se transforma en energía cinética de post-impacto. Mientras desciende el martillo, este llega a ser una masa dinámica simple oscilando por sí sola. El sistema debería estar bien amortiguado para que las oscilaciones desciendan antes de cada siguiente golpe. El tiempo de golpeteo está en el rango de 40-100 golpes/min. El peso de cada pistón varía desde unas cuantas libras hasta 35000 libras (156kN). La velocidad de impacto está en un rango común de 25 ft/s ó 7,6 m/s. Algunos martillos que a menudo están constituidos por dos piezas consisten en una armadura para el matillo y un yunque.

La presión de forjado es similar a la presión de construcción las cuales son comúnmente manejadas mecánicamente o hidráulicamente. Las presiones actúan sobre la materia a baja velocidad pero con gran fuerza. El sistema de manejo mecánico genera acciones dinámicas horizontales que el ingeniero debería considerar en el diseño del sistema de soporte. La estabilización oscilatoria del soporte es muy importante. La Figura 2.3 muestra una función de fuerza

horizontal típica mediante un completo conjunto de golpes requeridos para la presión de forjado.

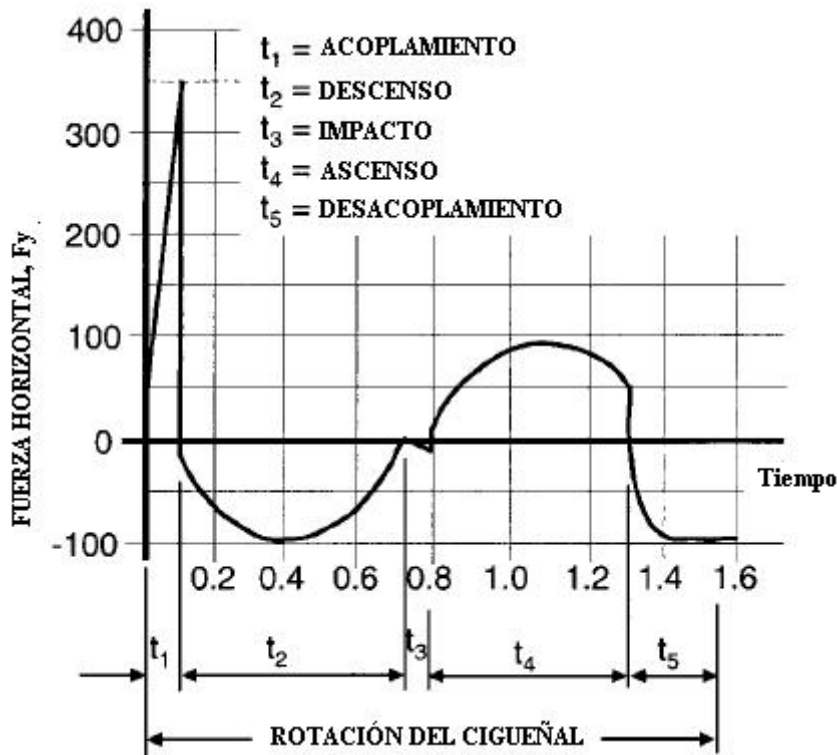


Figura 2.3: Fuerza Horizontal para un presión de forjado.

La presión mecánica de forjado opera entre el prensado y corte del metal a través de dos troqueles. A causa de esto, este equipo puede variar ampliamente en tamaño, peso, velocidad y operación. La velocidad de operación puede variar desde 30 hasta 1800 golpes/min. La fuerza dinámica para la presión se desarrolla por dos fuentes: por el balance mecánico del movimiento de las partes de equipo y la reacción de la armadura de presión cuando el material es cortado. También pueden ocurrir desbalances mecánicos horizontales y verticales. Los equipos de alta velocidad se encuentran bien balanceados, sin embargo, los equipos de baja velocidad no están muchas veces balanceados porque las fuerzas inerciales a baja

velocidad son pequeñas. Las fuerzas dinámicas generadas por todas estas presiones pueden ser significativas cuando estas son transmitidas y propagadas a través de la cimentación.

#### **2.1.4 Otros tipos de Equipo Dinámico.**

Otras maquinarias que generan acciones dinámicas son las trituradoras de roca y trituradoras de metal. Mientras parte de las acciones dinámicas de este tipo de equipo tienden a basarse en la rotación desbalanceada, existe también un rango característico de indicadores dinámicos que varían de acuerdo a una operación particular.

### **2.2 Tipos de cimentaciones.**

#### **2.2.1 Cimentaciones Tipo Bloque.**

Se localizan preferentemente cerca de la rasante para minimizar la diferencia de elevación entre la máquina, las fuerzas dinámicas y el centro de gravedad del sistema de la máquina-fundación con la finalidad de obtener el centro de masas cercano a la rasante (Figura 2.4). El uso de este tipo de cimentación depende principalmente de la calidad del suelo. Estas cimentaciones se diseñan casi siempre como estructuras rígidas. La respuesta dinámica de una cimentación tipo bloque depende de la carga dinámica, la cimentación, la masa, las dimensiones, y características del suelo.

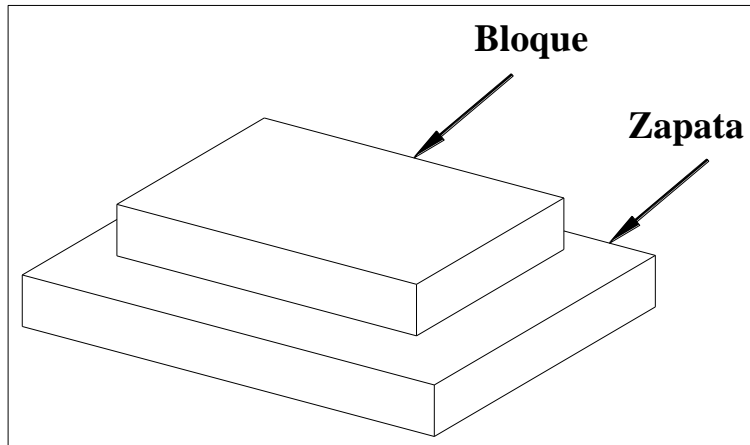


Figura 2.4: Cimentación Tipo Bloque.

### 2.2.2 Cimentaciones Tipo Bloque Combinado.

Son utilizadas para soportar equipo combinado. Los bloques combinados (Figura 2.5), son difícil de diseñar a causa de la combinación de fuerzas de dos o mas equipos y la posible carencia de rigidez de una gran losa de cimentación. Se recomienda obtener el centro de masas cercano a la rasante.

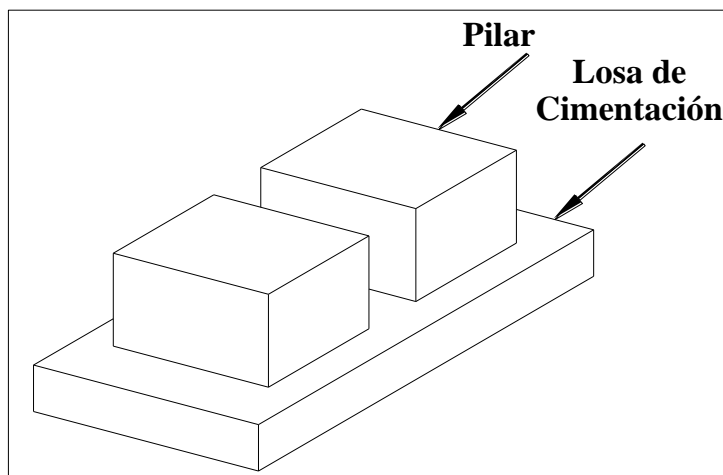


Figura 2.5: Cimentación Tipo Bloque Combinado.

### 2.2.3 Cimentación Tipo Marco



Son soportes elevados, y comúnmente se utilizan para equipos con grandes turbinas y que generan electricidad. La elevación permite acceder a ductos, tuberías y elementos auxiliares que están localizados bajo el equipo. La losa de la estructura se la diseña para ser flexible. Su respuesta a las acciones dinámicas es compleja y depende del movimiento de los elementos (columnas, vigas y cimentación), y del suelo en el cual se cimenta. Figura 2.6.

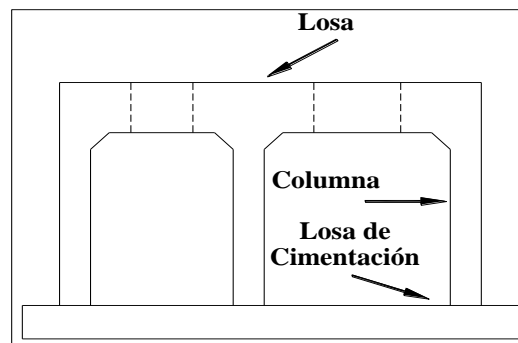


Figura 2.6: Cimentación Tipo Marco.

#### 2.2.4 Cimentación Tipo Marco con Aisladores.

Los aisladores (resorte y amortiguadores) se localizan en la parte superior de la columna para minimizar el efecto de las acciones dinámicas (Figura 2.7.). La eficiencia de los aisladores depende de la velocidad del equipo y la frecuencia natural de la cimentación.

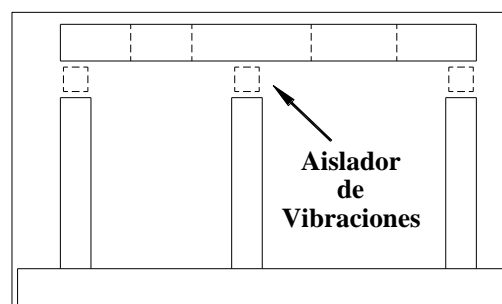


Figura 2.7: Cimentación Tipo Marco con Aisladores.

### 2.2.5 Pilar sobre Pilotes.

Algunas de las cimentaciones previamente mencionadas pueden estar asentadas directamente sobre el suelo o en pilotes. Los pilotes son utilizados donde las condiciones del suelo resultan muy bajas (Figura 2.8.) para soportar presiones y presentan significativos asentamientos. Los pilotes utilizan la presión final, la adhesión friccional o una combinación de ambas para transferir las cargas axiales al suelo soportante. Las cargas transversales son resistidas por la presión del suelo generada en la punta del pilote o por los lados del pilote. Algunos tipos de pilotes utilizados son: pilotes tipo taladro, pilotes barrenados.

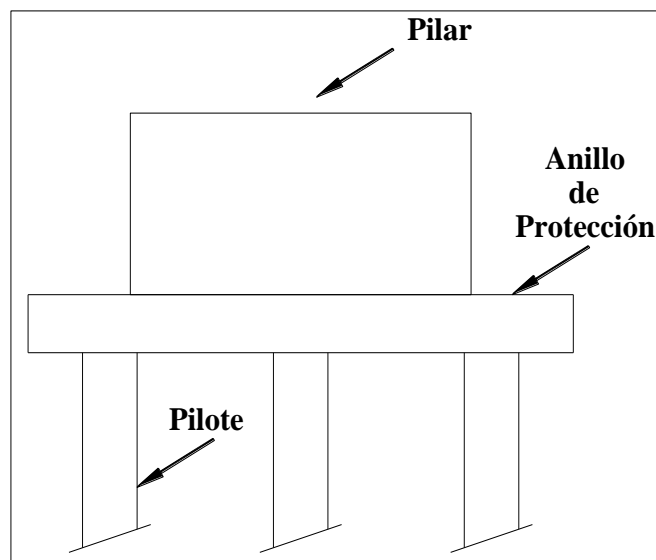


Fig.2.8: Cimentación Tipo Pilar sobre Pilotes.

## CAPÍTULO III

### ANÁLISIS Y DISEÑO DE CIMENTACIONES TIPO BLOQUE

#### 3.1 Modos de Vibración de una Cimentación Tipo Bloque.

Una cimentación Tipo Bloque tiene en general seis grados de libertad, por lo tanto seis frecuencias naturales (cada frecuencia corresponde a cada modo de vibración). Tres de ellas son de traslación y tres de rotación a lo largo de los tres principales ejes (Figura 3.1.).

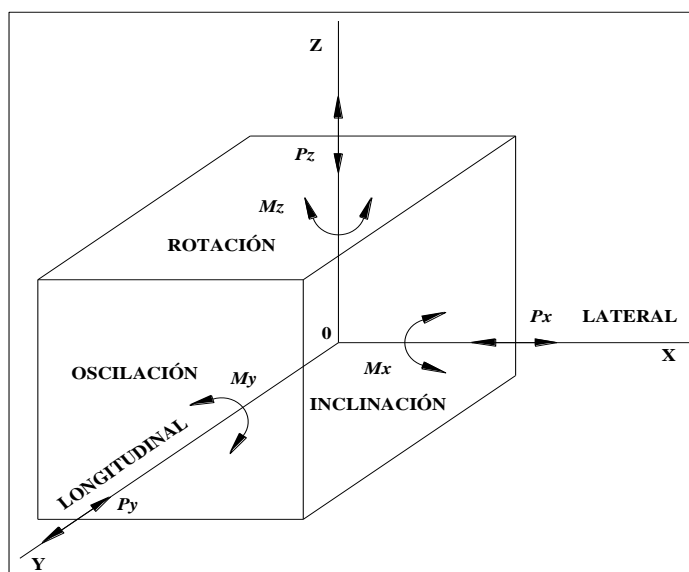


Figura 3.1: Modos de Vibración de una Cimentación Tipo Bloque.

Los modos de vibración pueden ser acoplados o desacoplados dependiendo de la relativa posición del centro de gravedad de la cimentación y el centroide del área cimentada. La frecuencia natural se determina en un modo particular (acoplado o desacoplado) y es comparada con la frecuencia de operación.

### 3.2 Revisión de Métodos para Análisis Dinámico.

#### 3.2.1 Método Empírico.

Este método se basa en datos recolectados de manera práctica.

a) Tschebotarioff, dió un relación aproximada entre el área de contacto de la Cimentación y una variable que determinó como “reducción de la frecuencia natural” ( $f_{nr}$ ). Más tarde se la definió como el producto de la frecuencia natural y la raíz cuadrada de la presión de contacto.

$$f_{nr} = f_n \sqrt{\sigma}$$

(3.1)

$$\sigma = \frac{W}{A_t}, \quad t/ft^2$$

(3.2)

Donde:

W: Peso de la Cimentación.

$A_t$ : Área la Cimentación.

Esta correlación se muestra en la Figura 3.2. y es usada para determinar la frecuencia natural en condiciones del peso del equipo dinámico, mas la cimentación y el área de contacto. El gráfico está dado solo para cuatro tipos particulares de suelo y su uso para cualesquier otro tipo de suelo no es justificado.

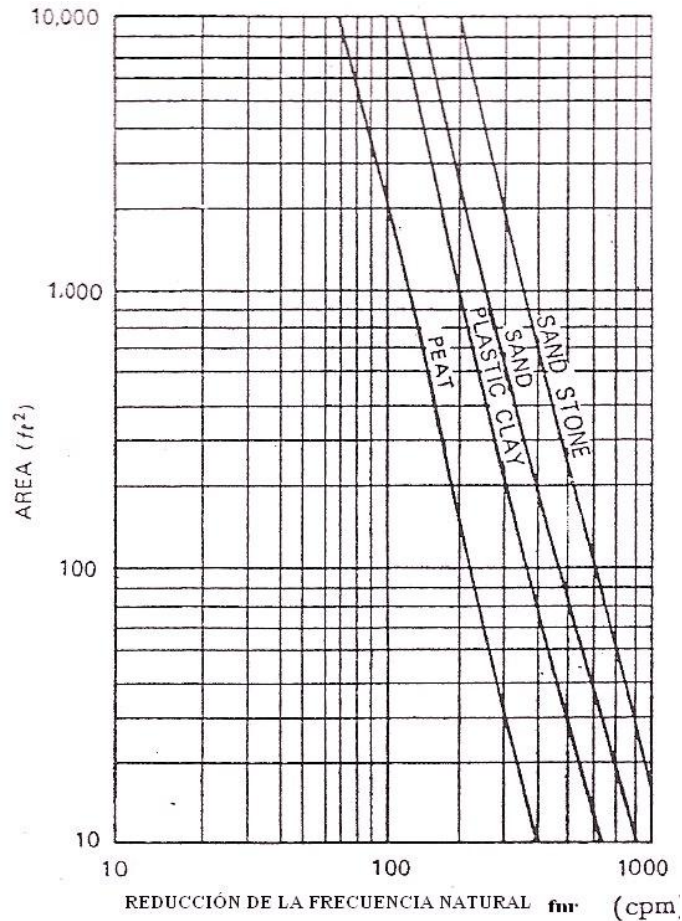


Figura 3.2: Datos Gráficos para una Cimentación Tipo Bloque. (“Performance Records of Engine Foundations”, ASTM Special Technical Publication No.156, 1953).

b) Alpan usó los datos de Tschebotarioff y desarrolló la siguiente expresión para la frecuencia natural:

$$f_n = \frac{\alpha}{\sqrt{W}} * (A_f)^{\frac{1}{4}}$$

(3.3)

Donde:

$f_n$ : Frecuencia Natural

W: Peso de la Cimentación y del equipo dinámico (kg).

$A_t$ : Área la Cimentación. ( $m^2$ ).

$\alpha$ : Es una constante igual a 3900 para turba, 69000 para arcilla plástica, 82000 para arena y 111000 para arena molida.

En vista de la naturaleza empírica de estos métodos, solamente se podrían utilizar para diseños preliminares cuando las constantes del suelo no son disponibles.

### 3.2.2 Método Basado en considerar al Suelo como un Medio Semi-Infinito Elástico.

El suelo se considera como un medio semi-infinito, elástico lineal, isotrópico y homogéneo, el cual está sujeto a vibraciones de un oscilador de base circular.

La condición “oscilador” corresponde a la cimentación. Las propiedades elásticas del suelo son: (1) El Módulo de Corte  $G$ , (2) El Coeficiente de Poisson  $\nu$ , y (3) El peso específico  $\rho$ . La Teoría predice que las amplitudes del movimiento resultan de una fuerza periódica. Bajo esta hipótesis, se asume tres tipos de distribución de presiones basadas en la cimentación: (1) uniforme, (2) parabólica, y (3) la producida por una base rígida.

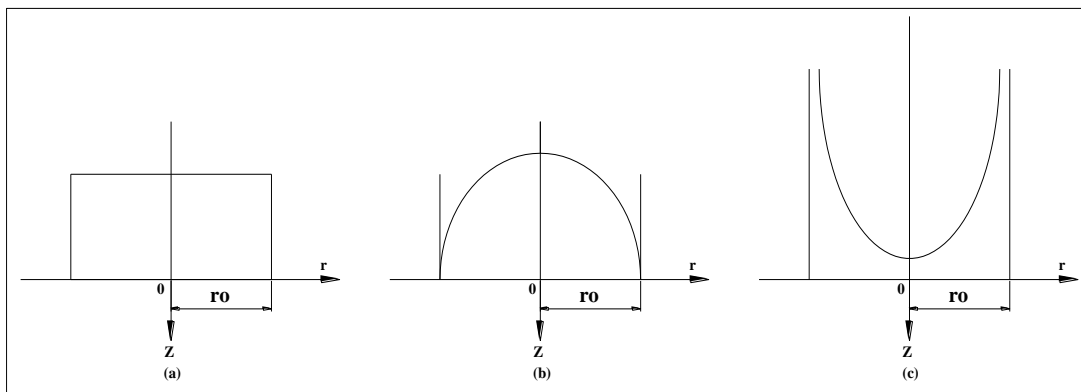


Figura 3.3: Tipos de Distribución de Presiones. (a) Uniforme, (b) Parabólica, (c) Base Rígida.

a) Una solución disponible para el problema de vibraciones verticales fue ofrecida por Sung y más tarde desarrollada por Richart.

Este método está basado en asumir una distribución de presiones bajo la cimentación en una base rígida. Se considera dos tipos de fuerzas, un tipo en la cual la amplitud de la fuerza excitadora es constante, y otra, la cual depende de la frecuencia de excitación.

La Figura 3.4 presenta trazos adimensionales con el factor de frecuencia ( $w_o$ ) y el factor de amplitud ( $a_1$  y  $a_2$ ), los cuales se ubican respectivamente en la abscisa y el radio de masa ( $b_z$ ) en las ordenadas para varios valores del Módulo de Poisson ( $\nu$ ).

La notación usada es la siguiente:

- Factor de Frecuencia:  $W_o = W_z r_o \sqrt{\frac{\rho}{G}}$

(3.4)

- Radio de Masa:  $b_z = \frac{m}{\rho r_o^3}$

(3.5)

Donde,  $\rho$  es el peso específico,  $m$  es la masa de la cimentación,  $r_o$  es el radio

equivalente circular  $\sqrt{\frac{A_t}{\pi}}$  y  $A_t$  es el área de la cimentación.

- El Factor de Amplitud ( $a_1$  y  $a_2$ )

$$a_1 = a_z G \frac{r_o}{P_o} \text{ Para una fuerza de excitación } P_o.$$

(3.6)

$$a_2 = a_z \frac{\rho r_o^3}{e * m_e} \text{ Para una excitación de masa giratoria } (m_e e \omega_m^2)$$

(3.7)

Donde  $a_z$  es la amplitud de resonancia (vertical).

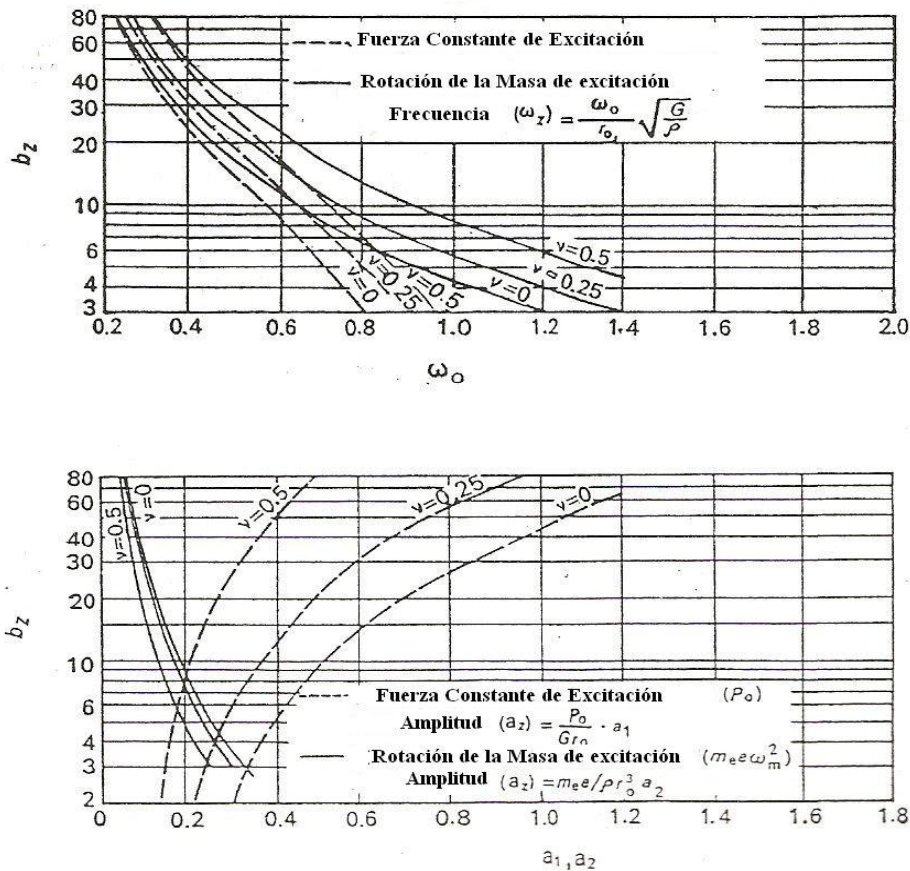


Figura 3.4: Características Verticales. Están determinadas en función de la relación de Inercia  $b$ . (Richart, F.E., Jr., "Foundation Vibrations", Trans. ASCE, 127N(I),863-898,1965).

b) Arnold, Bycroft and Warburton examinaron el deslizamiento y volcamiento de una cimentación cilíndrica ubicada sobre un suelo semi-infinito elástico. La



distribución de presiones bajo la cimentación fue asumida como una base rígida. Un solo caso de Modulo de Poisson (igual a cero) fue considerado para demostrar la relación amplitud-frecuencia. Las Figura 3.5 y Figura 3.6 presentan las características de deslizamiento y volcamiento de la cimentación. Cada figura es autoexplicativa. Para cimentaciones sin ninguna base circular, el radio equivalente de la base se obtiene de la siguiente manera:

$$\text{Para Traslación: } r_o = \sqrt{\frac{A_t}{\pi}}$$

(3.8)

$$\text{Para rotación alrededor de un eje horizontal } r_\theta = \sqrt[4]{\frac{4 I_o}{\pi}}$$

(3.9)

Donde  $I_o$  es el momento de inercia de la base alrededor del eje de rotación y  $A_t$  es el área de cimentación.

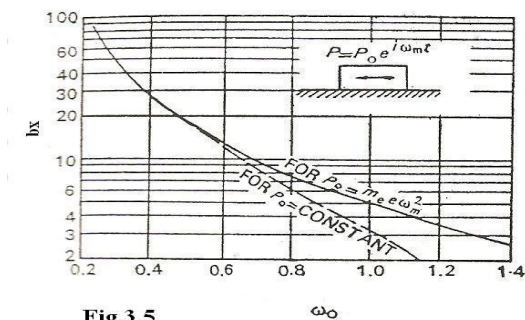


Fig.3.5

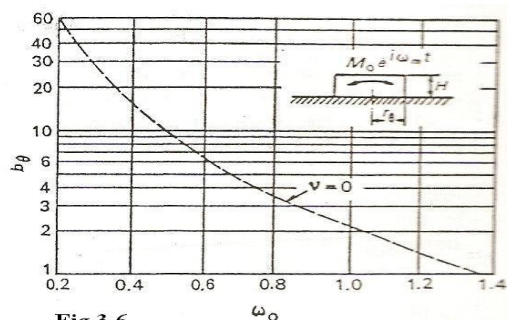
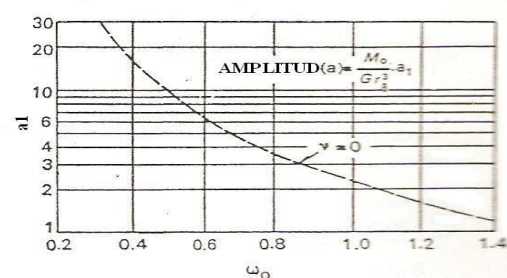
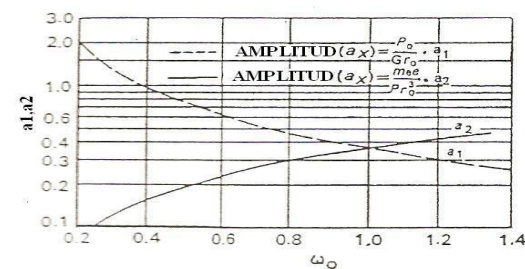


Fig.3.6



Figuras: (3.5) Deslizamiento Puro, (3.6) Volcamiento. Las figuras están determinadas en función de la relación de Inercia  $b$ . (Richart, F.E., Jr., “Foundation Vibrations”, Trans. ASCE, 127N(I),863-898,1965).

La relación de masa  $b_x$  en la Figura 3.5 está determinada por:

$$b_x = \frac{m}{\rho r_o^3}$$

(3.10)

El factor de frecuencia  $w_o$ , y la relación de inercia  $b_\theta$  para el modo rotatorio en la Figura 3.6 está determinado por:

$$w_o = w_\theta r_\theta \sqrt{\frac{\rho}{G}}$$

(3.11)

y

$$b_\theta = \frac{\varphi_o}{\rho r_\theta^3}$$

(3.12)

Donde  $r_\theta$  se determina por la (3.9).

La amplitud ( $a_z$ ) bajo deslizamiento puro por oscilación se obtiene de la relación similar de la (3.6) y la (3.7) al reemplazar  $a_z$  por  $a_x$ .

Para la rotación por oscilación Figura 3.6, la amplitud del momento por rotación o volcamiento ( $M_o$ ) se asume como constante.

En la cimentación, de cualquier manera, el momento de excitación es función de la frecuencia de operación.

c) Hsieh, determinó un tratamiento analítico al problema de la cimentación circular bajo la suposición de una distribución de presiones tipo base rígida. Se expresó las ecuaciones de movimiento de la cimentación.

$$\text{Traslación: } m\ddot{x} + \sqrt{\rho G} r_o^2 F_2 \dot{x} + F_1 G r_o x = P_o \sin w_m t$$

(3.13)

$$\text{Rotación: } \varphi \ddot{\theta} + \sqrt{\rho G} r_o^4 F_2 \dot{\theta} + F_1 G r_o^3 \theta = M_o \sin w_m t$$

(3.14)

Donde:

$F_1, F_2$  son funciones que se obtienen de la Tabla 4.1.

$$\alpha_1, \alpha_2 \text{ se contienen en la expresión para } F_1, \text{ tal que } F_1 = \alpha_1 - \alpha_2 w_o^2$$

(3.15)

$$w_o \text{ es el factor de frecuencia} = w_n r_o \sqrt{\frac{\rho}{G}}$$

(3.16)

y  $P_o$  es la amplitud de la fuerza excitadora.

Tabla 3.1: Funciones  $F_1$  y  $F_2$  (Hsieh, 1962).

<b>Funciones F1 y F2 (Hsieh, 1962)</b>			
<b>Modo</b>	<b>Módulo de Poisson</b>	<b>F1</b>	<b>F2</b>
Vertical	0	4.0 - 0.5 $W_o^2$	3.3 - 0.4 $W_o$
(0 < $W_o$ < 1.5)	0.25	5.3 - 1.0 $W_o^2$	4.4 - 0.8 $W_o$
	0.5	8.0 - 2.0 $W_o^2$	6.9
Horizontal	0	4.5 - 0.2 $W_o^2$	2.4 - 0.3 $W_o$

(0 < Wo < 2.0)	0.25	4.8 - 0.2 Wo <sup>2</sup>	2.5 - 0.3 Wo
	0.5	5.3 - 0.1 Wo <sup>2</sup>	2.8 - 0.4 Wo
Oscilatorio	0	2.5 - 0.4 Wo <sup>2</sup>	0.4 Wo
(0 < Wo < 1.5)			
Torsión	Todos	5.1 - 0.3 Wo <sup>2</sup>	0.5 Wo
(0 < Wo < 2.0)			

Al sustituir  $F_1 = \alpha_1 - \alpha_2 w_0^2$  en la (3.13) y la (3.14) estas ecuaciones se reducen a lo siguiente:

$$(m + \alpha_2 \rho r_0^3) \ddot{x} + \sqrt{\rho G} r_0^2 F_2 \dot{x} + \alpha_1 G r_0^3 x = P_0 \sin w_m t$$

(3.17)

$$(\varphi + \alpha_2 \rho r_0^5) \ddot{\theta} + \sqrt{\rho G} r_0^4 F_2 \dot{\theta} + \alpha_1 G r_0^3 \theta = M_0 \sin w_m t$$

(3.18)

Igualando (3.17) y (3.18) con la ecuación fundamental para un grado de libertad, se concluyó lo siguiente:

**i)** Los términos  $\alpha_2 \rho r_0^3$  representan la “masa efectiva del suelo” que participa en los modos traslacionales. La expresión correspondiente para la “masa del momento de inercia del suelo” para los modos rotacionales es  $\alpha_2 \rho r_0^5$ .

**ii)** El término  $\sqrt{\rho G} r_0^2 F_2$  tiene un rol equivalente al coeficiente de amortiguamiento (C) para los modos traslacionales. La expresión correspondiente los modos de rotación es  $\sqrt{\rho G} r_0^4 F_2$ .

**iii)** El término  $\alpha_1 G r_0^3$  equivale a la rigidez del resorte para los modos traslacionales. La expresión correspondiente para los modos de rotación es  $\alpha_1 G r_0^3$ .

Conociendo la masa efectiva, el amortiguamiento y la rigidez equivalente para un sistema de un grado de libertad, las frecuencias naturales y las amplitudes pueden ser obtenidas usando las expresiones de la Tabla 2.1. Para distribución de presiones uniformes y parabólicas bajo la cimentación, Hsieh sugiere que la relación  $\alpha r_o$  puede ser usada en la anterior expresión, donde  $\alpha$  es 0.78 y 0.59 respectivamente.

iv) Ford y Haddow determinaron un método analítico para determinar la frecuencia natural de la cimentación. El método se basa en el principio de conservación de Rayleigh, donde se asume que el sistema es conservativo. La expresión para la frecuencia natural de la vibración vertical es:

$$f_z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2G(1+\nu)\beta_o g}{\frac{\rho g}{\beta_o} + \sigma}}$$

(3.19)

Donde:

$\beta_o$  : factor de reducción que representa el rango de disminución de la amplitud con la profundidad del suelo.

$\rho$  : peso específico.

$g$  : aceleración de la gravedad.

$\sigma$  : presión del suelo.

El valor de  $\beta_o$  se obtiene de:

$$\beta_o = \frac{c}{\alpha \sqrt{A_t(1-\nu^2)}}$$

(3.20)

Donde:

$\alpha$  es una constante (Tabla 3.2.) que depende de la forma de la cimentación.

$C$  es una constante del suelo ( $C=2$  para arenas y  $1.5$  para arcillas)

$A_t$  es el área de cimentación en  $\text{ft}^2$ .

Tabla 3.2: Factor  $\alpha$  basado en la forma de la cimentación (Ford y Haddow, 1960).

Factor $\alpha$ basado en la forma de la cimentación								
Forma	Circular	Cuadrada	Rectangular					
Relación L/B	-	1.0	1.5	2	3	5	10	100
$\alpha$	0.96	0.95	0.94	0.92	0.88	0.82	0.71	0.37

La expresión para la frecuencia natural es la siguiente:

$$f_x = f_y = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{G\beta_0 g}{\frac{\rho g}{\beta_0} + \sigma}}$$

(3.21)

v) El uso de la relación de la masas modificado: para usar el método llamado “Relación de la Masa Modificada” para vibración vertical introducido por Lysmer y otros modos por Hall, se considera la influencia del módulo de Poisson (comparados con los párrafos i) y ii). Usando las relaciones de la Tabla 3.3, un único conjunto de curvas podría ser dibujado para la amplificación de los factores  $\mu$  y  $\mu'$  (los cuales están relacionados a las amplitudes) y el factor de frecuencia ( $w_0$ ) como función de la relación de la masa modificada ( $B$ ) para todos los

valores del módulo de Poisson. Richart presenta en la Figura 3.4 vibraciones verticales para los diferentes Módulos de Poisson.

Las Figuras 3.7 - 3.10, presentan curvas del factor de frecuencia ( $w_o$ ) y del factor de amplificación ( $\mu, \mu'$ ) por separado para fuerzas de excitación constante (líneas discontinuas) y para la masa de excitación giratoria (líneas continuas) como función de la relación de la masa modificada.

La notación utilizada en la Tabla 3.3 es la siguiente:

Factor de Frecuencia ( $w_o$ )

i) Para traslación vertical  $w_o = w_z r_o \sqrt{\frac{\rho}{G}}$   
(3.22)

ii) Para traslación horizontal  $w_o = w_x r_o \sqrt{\frac{\rho}{G}}$   
(3.23)

iii) Para oscilación.  $w_o = w_\theta r_\theta \sqrt{\frac{\rho}{G}}$   
(3.24)

iv) Para torsión.  $w_o = w_\psi r_\psi \sqrt{\frac{\rho}{G}}$   
(3.25)

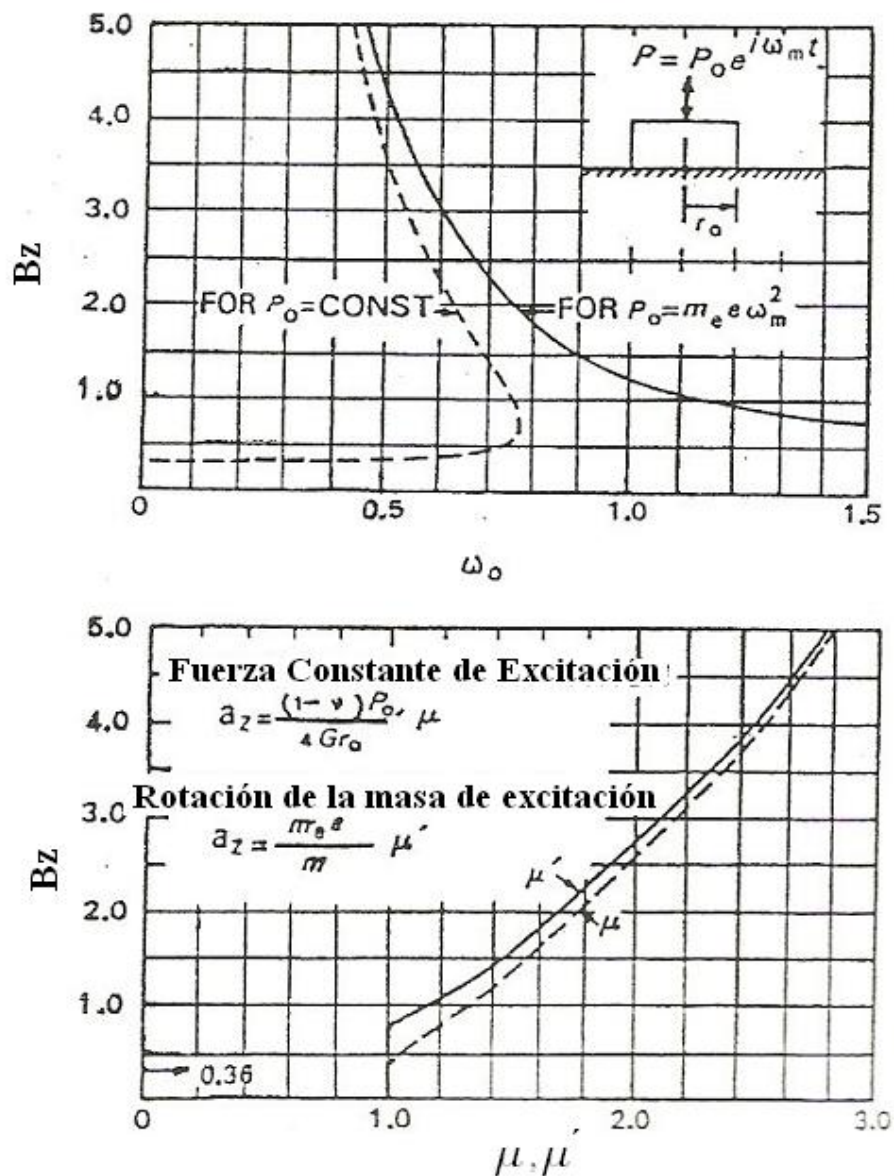


Figura 3.7: Traslación Vertical como función de la relación de inercia modificada B. (Richart, F.E., Jr. , Vibration of Soils and Foundations, Prince-Hall, New Jersey, USA, 1970).



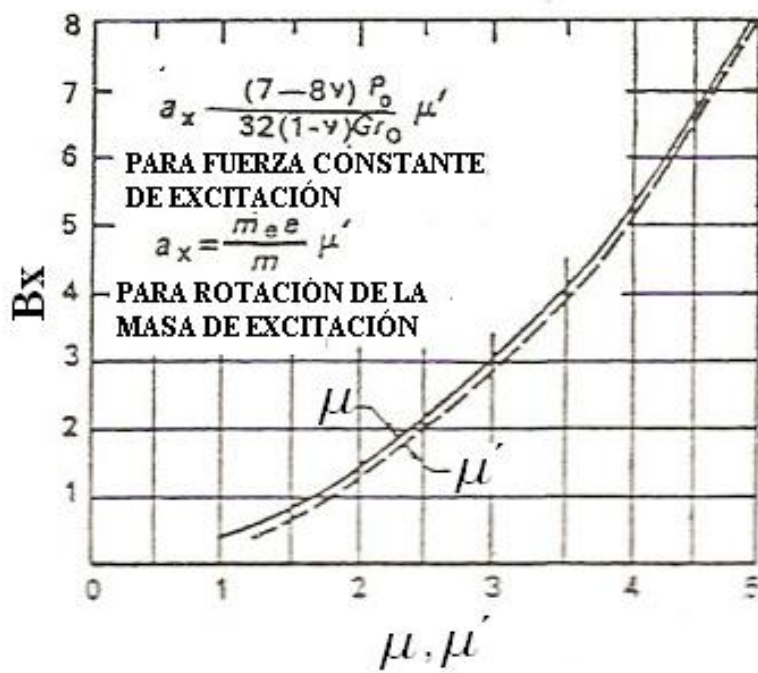
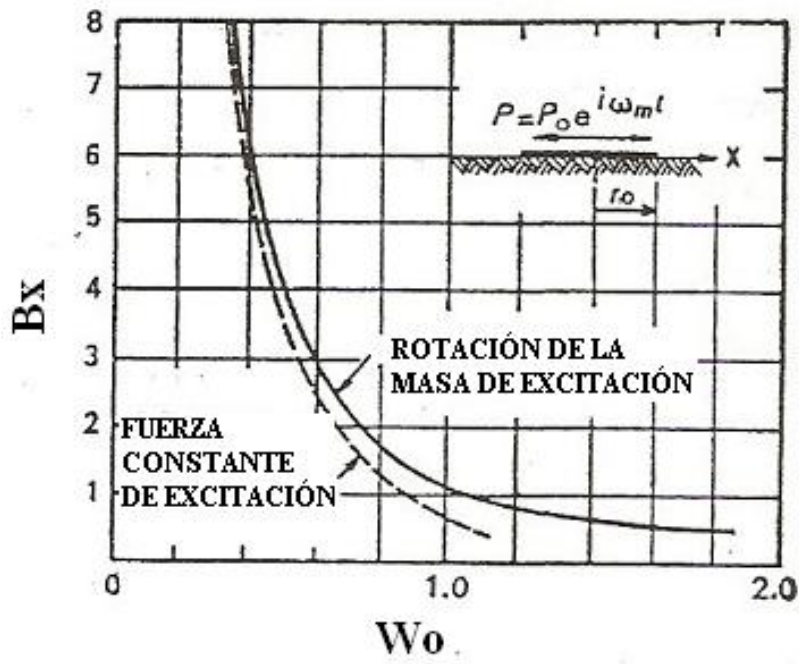


Figura 3.8: Traslación Horizontal (deslizamiento puro) como función de la relación de inercia modificada B. (Richart, F.E., Jr., Vibration of Soils and Foundations, Prince-Hall, New Jersey, USA, 1970).

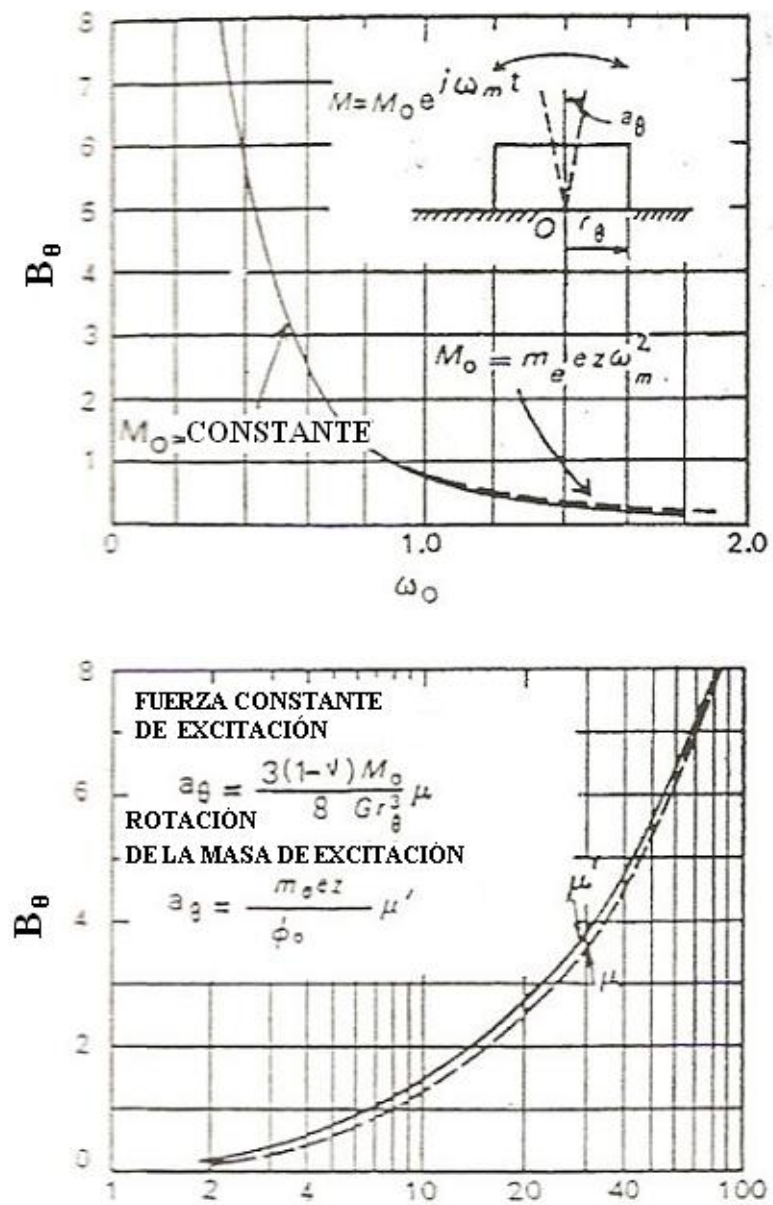


Figura 3.9: Oscilación como función de la relación de inercia modificada B.  
 (Richart, F.E., Jr. , Vibration of Soils and Foundations, Prince-Hall, New Jersey, USA, 1970)

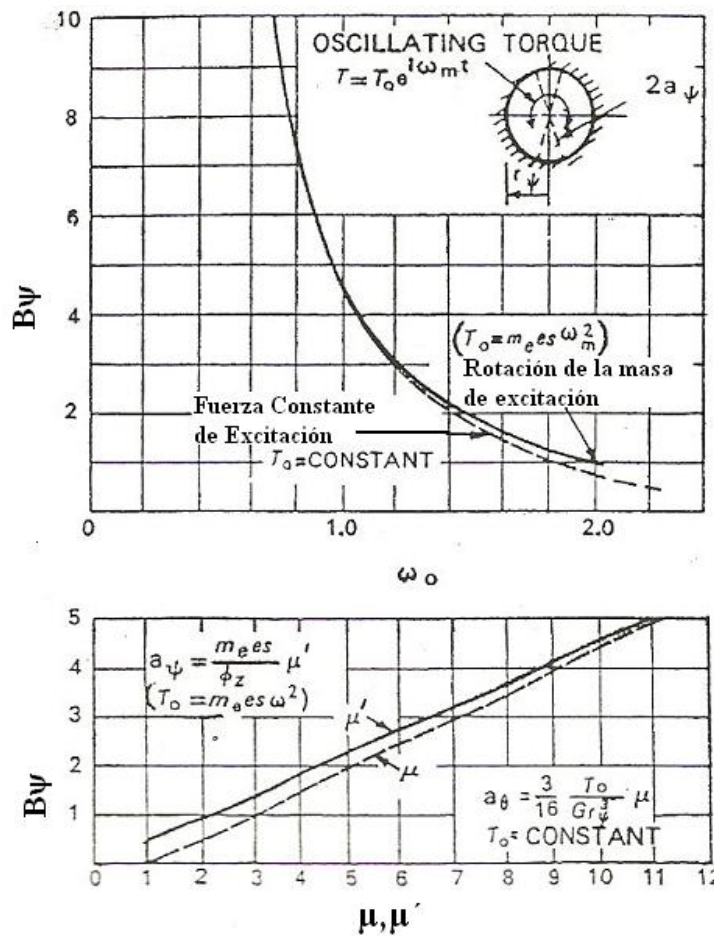


Figura 3.10: Torsión como función de la relación de masa modificada B. (Richart, F.E., Jr, Vibration of Soils and Foundations, Prince-Hall, New Jersey, USA, 1970).

Para una base rectangular, el radio circular equivalente ( $r_0$ ) se obtiene de la siguiente relación:

i) Para Traslación.  $r_o = \sqrt{\frac{A_t}{\pi}}$

(3.26)

ii) Para Oscilación.  $r_\theta = \sqrt[4]{\frac{4I_o}{\pi}}$

(3.27)

iii) Para Torsión.  $r_\psi = \sqrt[4]{\frac{2I_z}{\pi}}$  (3.28)      donde

$$I_z = I_x + I_y$$

vi) Método de la Masa-Resorte Equivalente: La cimentación que descansa sobre un medio semi-infinito, puede idealizarse como un resorte y un bloque rígido en movimiento. La ecuación del movimiento se define como:

$$m\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = P(t)$$

(3.29)

Donde  $m$  es la masa equivalente,  $C$  es la constante equivalente del resorte,  $K$  es la rigidez equivalente, y  $P(t)$  la fuerza en función del tiempo.

Tabla 3.3: Expresiones para la relación de la masa y Amplitudes (Richart, 1970).

Modo	Relación de Masa B	Amplitud		Observaciones
		Fuerza Contante de excitación	Rotación de la masa de excitación	
Vertical	$B_z = \frac{(1-\nu)}{4} * \frac{m}{\rho r_0^3}$	$\frac{(1-\nu)P_0}{4Gr_0} \mu$	$\frac{m_e e}{m} \mu'$	
Oscilación	$B_\theta = \frac{3(1-\nu)}{8} * \frac{\varphi_n}{\rho r_\theta^5}$	$\frac{3(1-\nu)M_0}{8Gr_\theta^3} \mu$	$\frac{m_e e z}{\varphi_0} \mu'$	

<b>Deslizamiento</b>	$B_x = \frac{(7-8\nu)}{32(1-\nu)} * \frac{m}{\rho r_0^3}$	$\frac{(7-8\nu)P_0}{32(1-\nu)Gr_0} \mu$	$\frac{m_e e}{m} \mu'$	$z = \frac{M_0}{m_e e w_m^2}$
<b>Torsión</b>	$B_\psi = \frac{\varphi_z}{\rho r_\psi^5}$	$\frac{3T_0}{16Gr_\psi^3} \mu$	$\frac{m_e e s}{\varphi_z} \mu'$	$s = \frac{T_0}{m_e e w_m^2}$

La masa del equipo dinámico y la cimentación se la toma como una sola masa. La equivalencia típica se la determina en la siguiente figura.

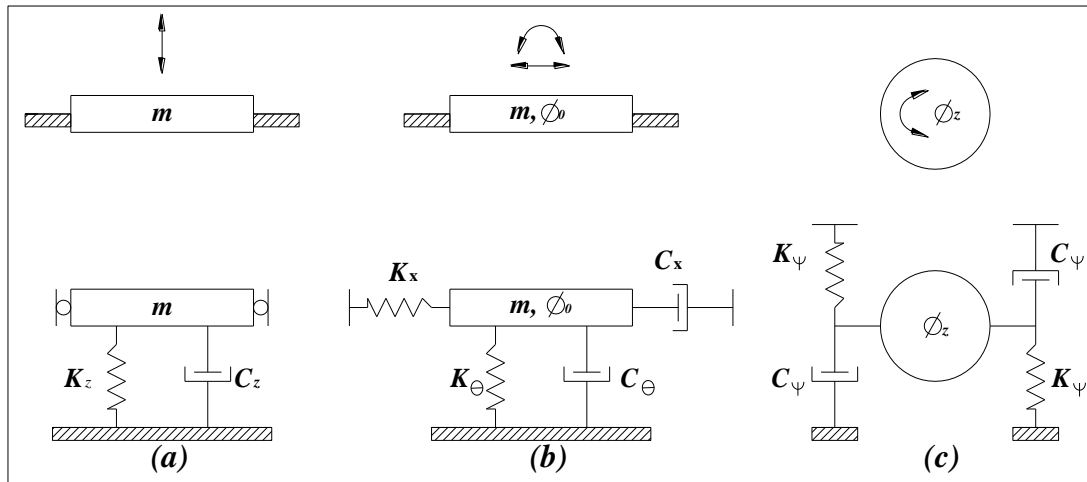


Figura 3.11: Parámetros equivalentes de equipo-cimentación a) Vertical. b) Desplazamiento con Oscilación. c) Modos Torsionales.

Las constantes de rigidez (K) de una cimentación circular que se apoya en un medio elástico para los diferentes modos de vibración son:

i) Vertical. 
$$K_z = \frac{4Gr_0}{1-\nu}$$
 (3.30)

ii) Horizontal. 
$$K_x = \frac{32(1-\nu) Gr_0}{7-8\nu}$$
 (3.31)

iii) Oscilación. 
$$K_{\theta} = \frac{8Gr_{\theta}^3}{3(1-\nu)}$$
 (3.32)

iv) Torsión. 
$$K_{\psi} = \frac{16}{3}Gr_{\psi}^3$$
 (3.33)

Sino se tiene el radio equivalente, para una base rectangular de dimensiones (LxB) y que descansa en un medio semi-elástico, las constantes de la rigidez pueden ser determinadas por las siguientes expresiones:

i) Vertical. 
$$K_z = \frac{G}{1-\nu} \alpha_z \sqrt{LB}$$
 (3.34)

ii) Horizontal. 
$$K_x = 2(1-\nu)G \alpha_x \sqrt{LB}$$
 (3.35)

iii) Oscilación. 
$$K_{\theta} = \frac{G}{1-\nu} \alpha_{\theta} BL^2$$
 (3.36)

Los parámetros  $\alpha_z$ ,  $\alpha_x$  y  $\alpha_{\theta}$  se obtiene de la siguiente gráfica:

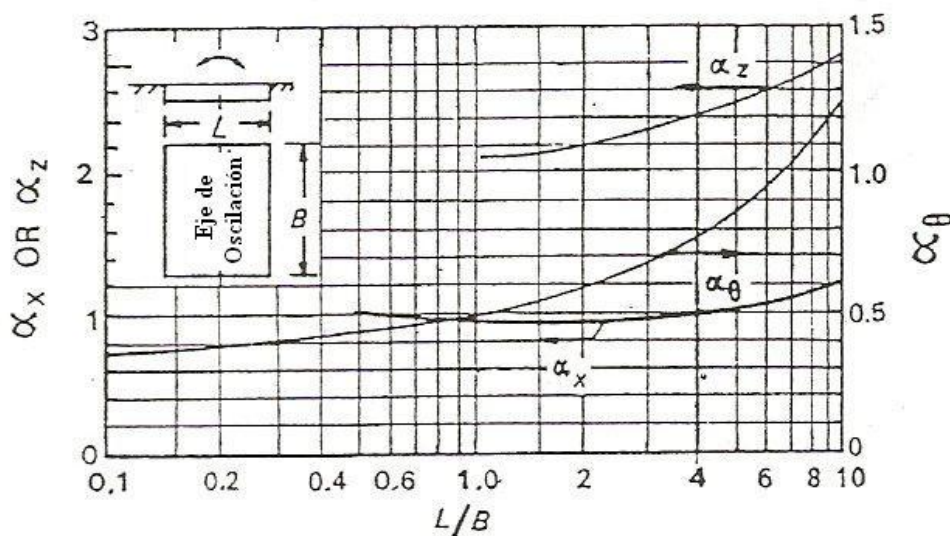


Figura 3.12: Parámetros útiles para cimentaciones rectangulares. (Richart, F.E., Jr, *Vibration of Soils and Foundations*, Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1970).

La frecuencia de resonancia y amplitudes se obtienen de la expresiones definidas en la

Tabla 1.2. La fracción de amortiguamiento se obtiene de las expresiones de la siguiente tabla:

Tabla 3.4: Relación de Amortiguamiento Equivalente (Richart, 1970).

Modo	Relación de Inercia (Bi)	Fracción de Amortiguamiento ( $\xi_i$ )
Vertical	$B_z = \frac{(1 - \nu)}{4} * \frac{m}{\rho r_0^3}$	$\zeta_z = \frac{0.425}{\sqrt{B_z}}$
Desplazamiento	$B_x = \frac{(7 - 8\nu)}{32(1 - \nu)} * \frac{m}{\rho r_0^3}$	$\zeta_x = \frac{0.288}{\sqrt{B_x}}$
Cabeceo	$B_\theta = \frac{3(1 - \nu)}{8} * \frac{\varphi_n}{\rho r_\theta^5}$	$\zeta_\theta = \frac{0.15}{(1 + B_\theta)\sqrt{B_\theta}}$
Torsión	$B_\psi = \frac{\varphi_z}{\rho r_\psi^5}$	$\zeta_\psi = \frac{0.5}{1 + B_\psi}$

### 3.3 Método de Análisis para Cimentaciones Tipo Bloque.

Como se determinó en la sección 3.2.2 la base teórica de este método se explica a continuación.

Se asume que el centro combinado de gravedad del equipo y cimentación se encuentra en la misma línea vertical que el centroide del plano de la base. Los modos de traslación vertical y torsional son desacoplados, mientras que el desplazamiento y la oscilación en cada uno de los dos planos verticales (xz y yz) que pasan a través del centro común de gravedad del equipo y cimentación están acoplados. El movimiento de la cimentación en el plano xz se examina primero.

La Figura 3.13 muestra una cimentación tipo bloque que tiene una masa  $m \left( \frac{W}{g} \right)$  y un área en la base  $A_t$  y sujeta a la acción de las cargas de oscilación  $P_z(t), P_x(t)$  y el momento  $M_y(t)$ , donde  $t$  es del parámetro del tiempo.

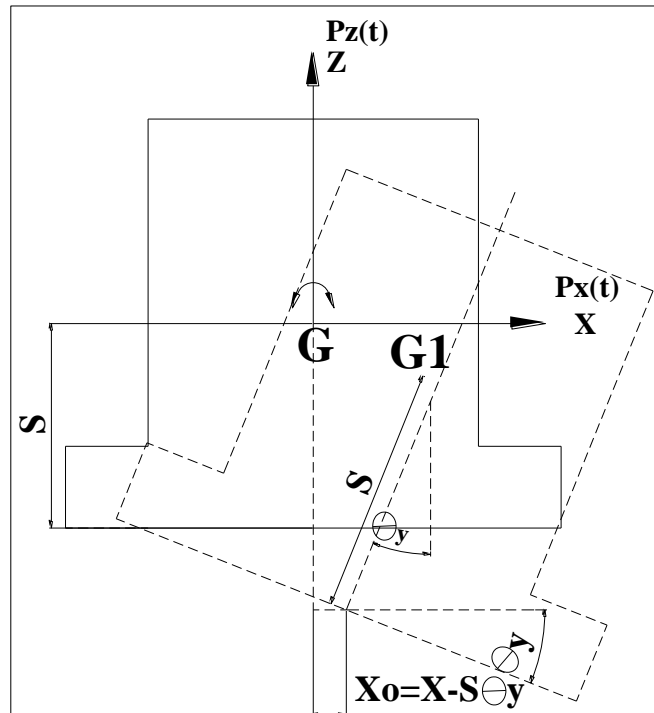


Figura 3.13: Desplazamiento de la cimentación bajo fuerzas oscilatorias en el plano xz.

Los ejes principales se ubican en el centro de gravedad común  $G$ , en el cual también se ubican los ejes de coordenadas y  $S$  es la altura de  $G$  sobre el medio de soporte. La Figura 3.14 muestra como  $S$  debería ser medido para los diferentes medios de soporte que pueden estar bajo la cimentación.  $K_z, K_x,$  y  $K_{\theta_y}$  son respectivamente, la rigidez del soporte usado en compresión vertical, corte horizontal y rotación (alrededor del eje  $y$ ).  $\varphi_y$  es el momento de inercia de masa de la cimentación alrededor del eje  $y$ .  $x, y$  y  $\theta_y$  son respectivamente los desplazamientos a lo largo de los ejes  $x$  y  $z$  y la rotación alrededor del eje  $y$ .



Las ecuaciones de movimiento de la cimentación para el caso no amortiguado son:

Vertical:

$$m\ddot{z} + K_z z = P_z(t)$$

(3.37)

Horizontal:

$$m\ddot{x} + K_z(x - s\theta_y) = P_z(t)$$

(3.38)

Oscilación:

$$\varphi_y \ddot{\theta} + K_z S x + (K_{\theta y} - WS + K_x S^2) \theta_y = P_z(t)$$

(3.39)

La (3.37) representa que el movimiento de traslación a lo largo del eje z es independiente de las otras dos coordenadas x o  $\theta$ , mientras que la (3.38) y la (3.39) contienen los movimientos en x y  $\theta$ . La (3.38) y la (3.39) forman un sistema de ecuaciones mientras que la (3.37) puede resolverse separadamente como un sistema de un solo grado de libertad.

Para obtener las ecuaciones de movimiento en el plano yz, los sufijos y y x, deberán ser intercambiados en la (3.38) y la (3.39). La ecuación para el movimiento de torsión (rotación alrededor del eje z) bajo la influencia de un movimiento torsional oscilante  $T_0 \sin wt$  está dada por:

$$\varphi_z \psi + K_\psi \psi = T_0 \sin wt$$

(3.40)

Donde  $\varphi_z$  es el momento de inercia de masas alrededor del eje z,  $\psi$  es el ángulo de torsión y  $K_\psi$  es la rigidez de soporte para rotación alrededor del eje vertical.

La (3.40) es independiente de los otros modos y puede resolverse como un sistema separado de un grado de libertad. La solución de las ecuaciones de movimiento (3.37) y (3.40) conduce a las siguientes expresiones para las frecuencias naturales y amplitudes de los varios modos.

### 3.3.1 Traslación Vertical.

i. La frecuencia natural circular ( $w_z$ ) para una traslación vertical desacoplada lo largo del eje z está dada por:

$$w_z = \sqrt{\frac{K_z}{m}}$$

(3.41)

Para cimentaciones que están directamente en el suelo:

$$w_z = \sqrt{\frac{C_z A_f}{m}}$$

(3.42)

ii. La amplitud vertical ( $a_z$ ) bajo la acción de la fuerza excitante  $P_z \sin w_m t$ , siendo está dada por:

$$\alpha_z = \frac{P_z}{m(w_z^2 - w_m^2)}$$

(3.43)

### 3.3.2 Deslizamiento y oscilación en el plano xz.

**i. Frecuencias Naturales:** las dos frecuencias naturales  $w_{n1}, w_{n2}$  las cuales representa el movimiento acoplado (desplazamiento en el eje x y oscilación alrededor del eje y) en el plano xz están dada por las raíces de la siguiente ecuación cuadrática en  $w_n^2$

$$w_n^4 - \left( \frac{w_{\theta y}^2 + w_x^2}{\alpha_y} \right) w_n^2 + \frac{w_{\theta y}^2 w_x^2}{\alpha_y} = 0$$

(3.44)

Donde  $\alpha_y$  es la relación entre el momento de inercia de masas ( $\varphi_y$ ) alrededor del eje y, y el momento de inercia de masas alrededor del eje paralelo a través del centro de la base ( $\varphi_{\theta y}$ ).

$$\alpha_y = \frac{\varphi_y}{\varphi_{\theta y}}$$

(3.45)

$$w_{\theta y}^2 = \frac{(K_{\theta y} - WS)}{\varphi_{\theta y}}$$

(3.46)

y

$$w_x^2 = \frac{K_x}{m}$$

(3.47)

Para cimentaciones que están directamente en el suelo:

$$w_{\theta y}^2 = \frac{C_{\theta} I_y - WS}{\varphi_{\theta y}}$$

(3.48)

y

$$w_x^2 = \frac{c_t A_t}{m}$$

(3.49)

Los términos  $w_x$  y  $w_{\theta y}$  son llamados “frecuencias límite” del movimiento acoplado;  $w_x$  representa la frecuencia natural circular para “desplazamiento puro” a lo largo del eje x cuando se asume que la cimentación posee infinita resistencia a la oscilación (alrededor del eje y) y  $w_{\theta y}$  es la frecuencia natural circular para “oscilación pura” alrededor del eje y cuando se asume que la cimentación posee infinita resistencia al desplazamiento a lo largo del eje x.

Las dos raíces  $w_{n1}, w_{n2}$  de la (3.44) están dadas por:

$$w_{n1}^2 = \frac{1}{2\alpha_y} \left[ w_{\theta y}^2 + w_x^2 + \sqrt{(w_{\theta y}^2 + w_x^2)^2 - 4\alpha_y w_{\theta y}^2 w_x^2} \right]$$

(3.50)

y

$$w_{n2}^2 = \frac{1}{2\alpha_y} \left[ w_{\theta y}^2 + w_x^2 - \sqrt{(w_{\theta y}^2 + w_x^2)^2 - 4\alpha_y w_{\theta y}^2 w_x^2} \right]$$

(3.51)

La cimentación vibra con frecuencia natural circular  $w_{n1}$  y  $w_{n2}$  (donde  $w_{n1} > w_{n2}$ ) alrededor de dos centros de rotación ( $0_1$  y  $0_2$ ) Figura 3.15, los cuales están respectivamente situados a distancias  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  del centro de gravedad común, donde:

$$\alpha_1 = \frac{w_x^2 s}{w_x^2 - w_{n1}^2}$$

(3.52)

y

$$\alpha_2 = \frac{w_x^2 S}{w_x^2 - w_{n2}^2}$$

(3.53)

Esto comprueba que:

$$\alpha_1 \alpha_2 = \frac{\varphi_y}{m}$$

(3.54)

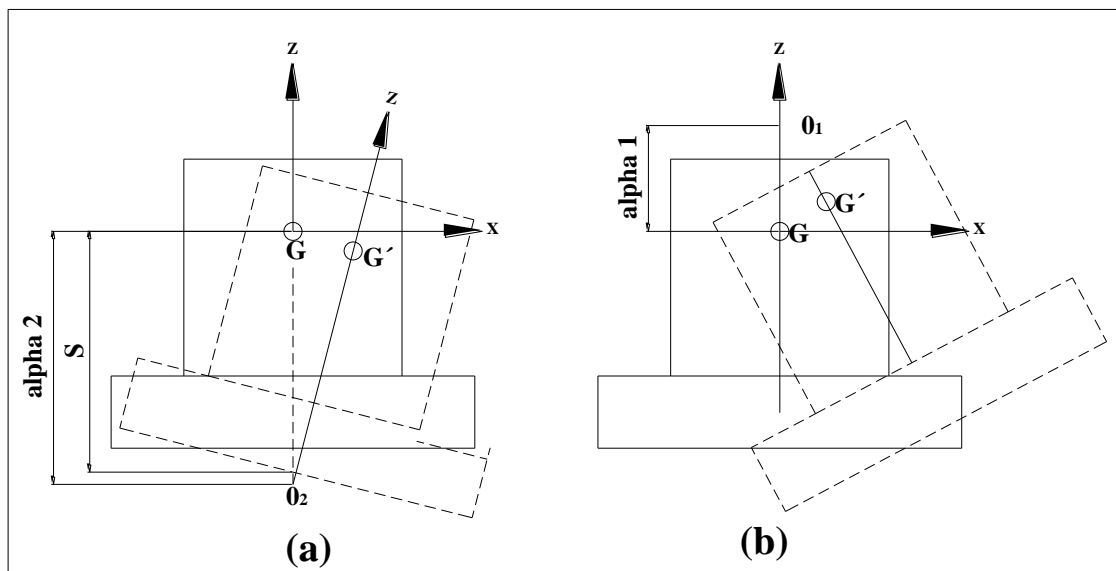


Figura 3.14: Centro de rotación del movimiento acoplado de desplazamiento y torsión.

**ii. Amplitudes:** La amplitud horizontal ( $\alpha_x$ ) y amplitud rotacional ( $\alpha_{\theta_y}$ ) de la cimentación sujeta a acciones simultáneas de una fuerza excitante  $P_0 \sin w_m t$  y un momento excitante  $M_y \sin w_m t$  están dadas por:

$$a_x = [(K_{\theta y} - WS + K_x S^2 - \varphi_y w_m^2)P_x + (K_x S)M_y] \frac{1}{f(w_m^2)}$$

(3.55)

y

$$a_{\theta y} = [(K_x S)P_x + (K_x - m w_m^2)M_y] \frac{1}{f(w_m^2)}$$

(3.56)

Donde

$$f(w_m^2) = m \varphi_y (w_{n1}^2 - w_m^2)(w_{n2}^2 - w_m^2)$$

(3.57)

El desplazamiento horizontal (a lo largo del eje x) del borde superior de la cimentación es igual a:

$$a_x + (H - S)a_{\theta y}$$

(3.58)

Donde H es la altura de la cimentación.

### 3.3.3 Deslizamiento y oscilación en el plano yz.

La frecuencia natural del desplazamiento acoplado (a lo largo del eje y) y la oscilación de la cimentación (alrededor del eje x) están dados por una ecuación similar a la (3.44) obtenida con los sufijos x y y intercambiados.

Las amplitudes  $a_y$  y  $a_{\theta y}$  pueden ser igualmente obtenidas de la (3.55) y la (3.56), con los sufijos x y y intercambiados. La amplitud horizontal (a lo largo del eje y) del borde superior de la cimentación es:

$$a_y + (H - S)a_{\theta x}$$

(3.59)

**d) Movimiento de Torsión alrededor del eje z.**

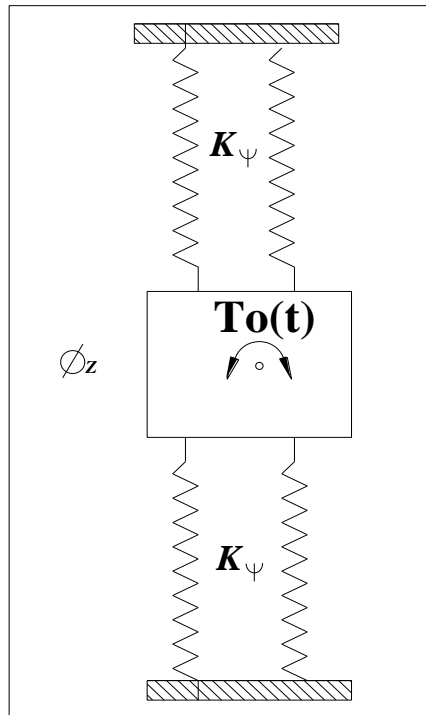


Figura 3.15: Modo de vibración torsional.

La frecuencia natural ( $w_\psi$ ) para el modo de torsión y la amplitud bajo la acción del momento de torsión  $T_0 \sin w_m t$  están dadas por las siguientes expresiones:

$$w_\psi = \sqrt{\frac{K_\psi}{\varphi_z}}$$

(3.60)

Para cimentaciones que están directamente en el suelo:

$$w_\psi = \sqrt{\frac{C_\psi I_z}{\varphi_z}}$$

(3.61)

$$a_{\psi} = \frac{1}{(w_{\psi}^2 - w_m^2)} \left\{ \frac{T_0}{\varphi_z} \right\} T_0$$

(3.62)

Sí el centro de gravedad combinado del equipo-cimentación y el centroide de la base de la cimentación no están en la misma línea vertical, la vibración vertical no es independiente de vibración horizontal y la oscilación. En este caso, las vibraciones vertical, horizontal y oscilación en los planos xz o yz son interacoplados y las tres frecuencias naturales acopladas  $w_1$ ,  $w_2$  y  $w_3$  (tres en cada plano xz y yz) están dadas por las raíces de la siguiente expresión:

$$w_n^2 e_x^2 = \frac{\alpha (w_z^2 - w_n^2)(w_{n1}^2 - w_n^2)(w_{n2}^2 - w_n^2)}{w_z^2 (w_x^2 - w_n^2)}$$

(3.63)

Donde  $w_z$ ,  $w_{n1}$ ,  $w_{n2}$  están determinados por la (3.41), (3.50) y (3.51), y  $e_x$  es la excentricidad del centroide de la base del área medida a lo largo del eje x del centro de gravedad de la cimentación y

$$\alpha = \frac{\varphi_y}{m}$$

(3.64)

Para obtener las raíces de la (3.63), la expresión del lado derecho es evaluada para varios valores de  $w_n^2$  y graficados por curvas A y B en la Figura 3.16.



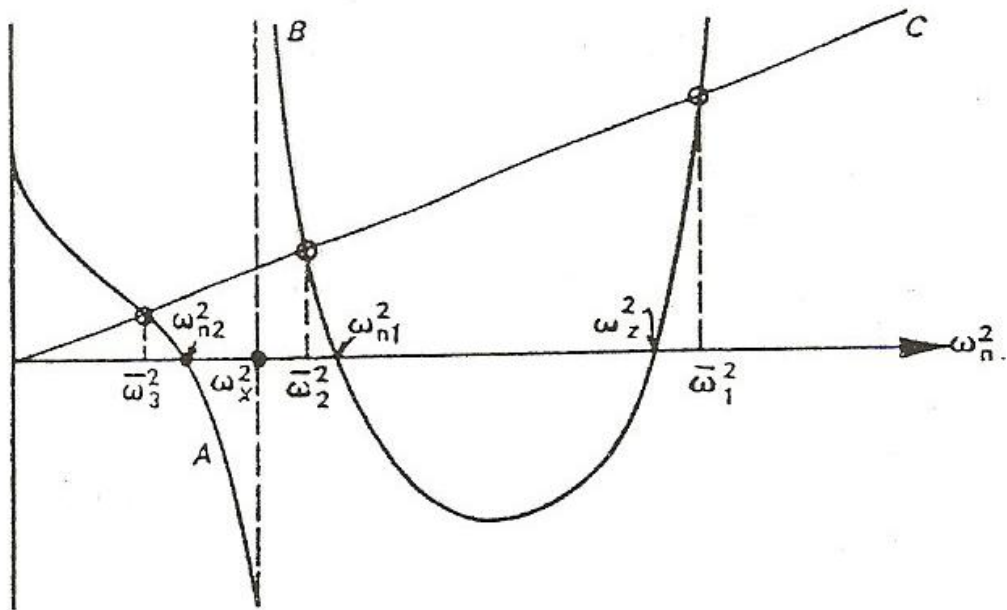


Figura 3.16: Gráfico Ilustrativo de la (3.63), (Vibration Analysis and Design of Foundations for Machines and Turbines, Akademiai Kiado, Budapest, 1962).

La línea continua corresponde al lado derecho de la (3.63). Los puntos de intersección de las abscisas de los trazos dan las tres raíces desconocidas ( $\overline{\omega_1^2}, \overline{\omega_2^2}, \overline{\omega_3^2}$ ) las cuáles son las tres frecuencias naturales circulares del movimiento acoplado de la cimentación.

Nota: Sí la excentricidad es menor al 5% de la longitud correspondiente al lado de la cimentación, la misma podría ser omitida en los cálculos.

### 3.4 Consideraciones de Análisis y Diseño.

#### 3.4.1 Condiciones especiales en la Etapa de Planificación.

Las dimensiones de la cimentación serán para equipos de baja velocidad (velocidad de operación menor a 500RPM) y frecuencia natural alta, y viceversa. Para obtener una frecuencia natural alta, la cimentación debe tener una base grande y un pequeño peso. La cimentación recomendada para estos casos es tipo bloque o cajón. Para obtener una frecuencia natural baja, la cimentación debe ser bastante voluminosa o masiva, o debe estar soportada en resortes u otros materiales semejantes a resortes.

- Equipos de velocidad baja,  $w_o < 500\text{rpm}$ : para esta clase de equipo se debe utilizar un cimientado de alta frecuencia. La primera frecuencia natural debe ser de 40% a 50% mayor que la frecuencia de operación del equipo.
- Equipos de velocidad intermedia,  $500 < w_o < 1000\text{rpm}$ : se podrá usar un cimientado de baja o alta frecuencia, el que sea más práctico. La primera frecuencia natural del sistema debe ser de 40% a 50% más pequeña que la frecuencia de excitación en el primer caso, y de 40% a 50% mayor que la frecuencia de excitación en el segundo caso.
- Equipos de alta velocidad,  $w_o > 1000\text{rpm}$ : para máquinas de alta velocidad, es obligatorio un cimientado de baja frecuencia. La primera frecuencia natural del sistema debe ser de 40% a 50% más baja que la frecuencia de operación del equipo. Durante la puesta en marcha y paro, el sistema pasará a través de varias frecuencias naturales, y las amplitudes del sistema pueden resultar excesivas.

El límite de las dimensiones de la cimentación (en la planificación) es generalmente proporcionado por los constructores de los equipos dinámicos. La

altura de la cimentación podría ser determinada tentativamente en base al estrato del suelo *in situ* y a los niveles de operación del equipo. Así, las dimensiones podrían ser modificadas según los requerimientos para satisfacer y ser aceptados los criterios de diseño definidos en la sección 3.3.2.

Los siguientes puntos deben ser considerados mientras se planifica la cimentación para el equipo dinámico recíproco.

- i) La excentricidad común del centro de gravedad del equipo y la cimentación con respecto al centroide del área no debería exceder el 5% respecto a las dimensiones del área de la cimentación.
- ii) Para disminuir la transmisión de las vibraciones a las estructuras adyacentes, es necesario proveer un boquete alrededor de la cimentación. Donde existan resortes bajo la cimentación, en la última capa debe colocarse hormigón armado.
- iii) Para reducir las amplitudes horizontales, la altura de la cimentación debería ser seleccionada como la más baja posible. Se elige una gran dimensión de la base en la dirección del momento oscilatorio, o de cualquiera actuante en la cimentación.
- iv) Si varios equipos dinámicos se localizan cerca en la misma antecámara, se recomienda una cimentación común para todos los equipos, particularmente cuando el suelo es blando. Sin embargo, el análisis de las vibraciones de la cimentación para un grupo de equipos es complejo. Para propósitos prácticos, la cimentación debería ser considerada como dividida en secciones correspondientes a cimentaciones individuales y el cálculo se lo realiza como

cimentaciones separadas. Las amplitudes permisibles pueden incrementarse a 0.25mm.

### **3.4.2 Criterios de Diseño.**

Los principales criterios de diseño para cimentaciones sujetas a fuerzas periódicas son los siguientes:

- i) La frecuencia natural debe ser al menos un 30% mayor o menor que la velocidad de operación del equipo.
- ii) La amplitud de la cimentación no debería normalmente exceder 0.2mm.
- iii) La tensión del suelo (o de otras capas elásticas como corcho, resortes, etc. que son usadas) bajo la influencia de la combinación de las cargas estáticas y acciones dinámicas debe estar en los respectivos valores permisibles. Para diseños preliminares, la presión del suelo debido a cargas estáticas solo puede ser tomada como 0.4 veces la presión admisible del suelo.

Las dimensiones mínimas posibles de la cimentación deberán ser seleccionadas satisfaciendo los criterios de diseño anteriormente mencionados.

### **3.4.3 Datos de Diseño.**

Los datos proporcionados por los fabricantes del equipo dinámico deben incluir lo siguiente:

- i) La velocidad y potencia normal del equipo.
- ii) Magnitud y posición de las cargas estáticas del equipo y cimentación.
- iii) Magnitud y posición de las acciones dinámicas que se producen durante la operación del equipo. Alternativamente, el diseñador debería

suministrar todos los datos necesarios para el cálculo de las fuerzas excitadoras.

- iv) Posición y dimensiones de los accesos o aberturas provistas en la cimentación para tornillos, líneas de tuberías, controladores, etc.
- v) Cualquier otra información específica del equipo, elementos que pueden ser agregados considerando la particularidad de un equipo, entre ellos se podrían mencionar, asentamientos diferenciales permitidos, amplitudes admisibles, etc.

### 3.4.4 Cálculo de fuerzas y momentos inducidos.

Se realiza permitiendo que una cimentación tipo bloque actúe bajo una fuerza excitadora  $P$ , las componentes de dicha fuerza en sus respectivas direcciones son:  $P_x, P_y$  y  $P_z$  (Figura 3.17). Siendo  $(x_e, y_e, z_e)$  las coordenadas de un punto de aplicación de la fuerza respecto a los ejes principales pasando a través del centro de gravedad común ( $G$ ) como eje de coordenadas los momentos desbalanceadores  $M_x, M_y$  y  $M_z$  alrededor de los respectivos ejes pueden ser expresados como:

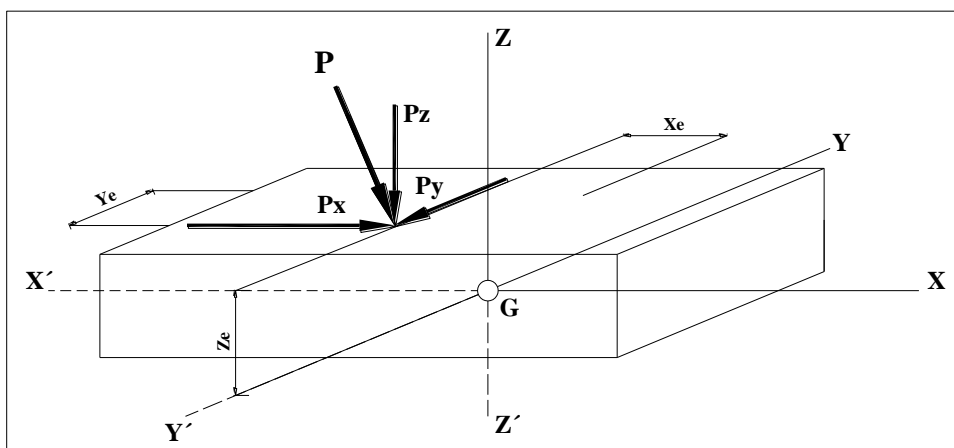


Figura 3.17: Representación General de las fuerzas excitadora en un cimentación tipo bloque.

$$M_x = P_z y_e + P_y z_e$$

(3.65)

$$M_y = P_z x_e + P_x z_e$$

(3.66)

$$M_z = P_x y_e + P_y z_e$$

(3.67)

**a) Motores multi-cilindros.**

Para un motor multi-cilindros que tiene cilindros paralelos, las fuerzas inducidas, se determinan por las siguientes expresiones:

**i) Paralelo al eje del cilindro ( $P_1$ ).**

$$P_1 = \sum_{n=1}^m [r_n w_m^2 (m_{rot} + m_{rec}) \cos(w_m t + \beta_n) ]$$

(3.68)

**ii) Perpendicular aleje del árbol ( $P_2$ ).**

$$P_2 = \sum_{n=1}^m [r_n w_m^2 m_{rot} \sin(w_m t + \beta_n) ]$$

(3.69)

Donde  $r_n$  es el radio del cigüeñal para  $n$  número de cilindros,  $w_n$  es la velocidad angular de rotación, y  $m_{rot}$  son la reciprocidad total y las masas giratorias respectivamente,  $\beta_n$  es el ángulo de la cuña (ángulo entre el cigüeñal de  $n$  número de cilindros y el primer cigüeñal) y  $m$  es el número de cilindros en el motor. Los

ángulos de cuña para varias configuraciones de cigüeñales están dados en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5: Ángulo de cuña para motores multi-cilindros.

Tipo de motor y configuración del cigüeñal	Ángulo de cuña ( $\beta_n$ )
1. Motores de dos cilindros.	
( a ) Cigüeñales en la misma Dirección.	$\beta_1=0 ; \beta_2=2\pi$
( b ) Cigüeñales formando $90^\circ$	$\beta_1=0 ; \beta_2=\pi/2$
( c ) Cigüeñales formando $180^\circ$	$\beta_1=0 ; \beta_2=\pi$
2. Motores de tres cilindros.	$\beta_1=0 ; \beta_2=2\pi/3 ; \beta_3=4\pi/3$
3. Motores de cuatro cilindros	$\beta_1=0 ; \beta_2=\pi ; \beta_3=\pi ; \beta_4=2\pi$
4. Motores de seis cilindros.	$\beta_1=0 ; \beta_2=2\pi/3 ; \beta_3=4\pi/3$
	$\beta_4=4\pi/3 ; \beta_5=2\pi ; \beta_6=8\pi/3$

Para una posición arbitraria de cilindros, las fuerzas inducidas deberían ser consideradas para cada cilindro separadamente. Separar a las fuerzas inducidas, produce que se originen momentos inducidos, los cuales son determinados utilizando la (3.65), (3.66) y (3.67). En un motor multi-cilindros se debe considerar la suma algebraica de los momentos inducidos en cada cilindro.

El siguiente ejemplo ilustra el cálculo de las fuerzas excitadoras y momentos para un motor vertical de dos cilindros.

Considerando un motor vertical de dos cilindros (Figura 3.18) y teniendo cilindros idénticos con cigüeñales ubicados a  $90^\circ$ , la fuerza inducida en los cilindros a lo largo del eje de los cilindros (eje vertical) son  $P_{z1}$  y  $P_{z2}$ , y en la dirección

perpendicular son  $P_{x1}$  y  $P_{x2}$ . La altura del eje común es  $l_z$ . Las expresiones para las fuerzas inducidas y los momentos para la configuración presentada son las siguientes:

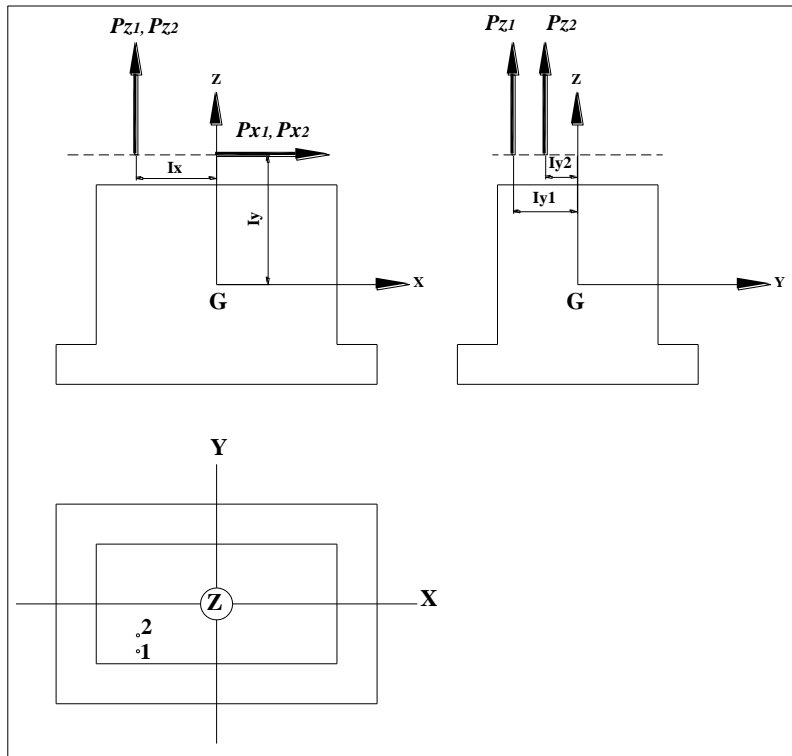


Figura 3.18: Fuerzas excitadoras en un motor vertical recíproco de dos cilindros.

**i) Fuerzas inducidas paralelas al eje cilíndrico (eje z).**

$$P_{z1} = rw_m^2 (m_{rot} + m_{rec}) \cos w_m t$$

(3.70)

$$P_{z2} = rw_m^2 (m_{rot} + m_{rec}) \cos \left( w_m t + \frac{\pi}{2} \right)$$

(3.71)

$$P_{z2} = -rw_m^2 (m_{rot} + m_{rec}) \sin w_m t$$

(3.72)



Fuerza Total ( $P_z$ ) =  $P_{z1} + P_{z2}$

$$P_z = rw_m^2 (m_{rot} + m_{rec}) (\cos w_m t - \sin w_m t)$$

(3.73)

$$P_z = \sqrt{2} rw_m^2 (m_{rot} + m_{rec}) \cos \left( w_m t + \frac{\pi}{4} \right)$$

(3.74)

**ii) Fuerzas inducidas perpendiculares al eje cilíndrico (eje x).**

$$P_{x1} = rw_m^2 m_{rot} \sin w_m t$$

(3.75)

$$P_{x2} = rw_m^2 m_{rot} \sin \left( w_m t + \frac{\pi}{2} \right)$$

(3.76)

Fuerza Total ( $P_x$ ) =  $P_{x1} + P_{x2}$

$$P_x = rw_m^2 m_{rot} (\sin w_m t + \cos w_m t)$$

(3.77)

$$P_x = \sqrt{2} rw_m^2 m_{rot} \cos \left( w_m t + \frac{\pi}{4} \right)$$

(3.78)

La fuerza total inducida en cada dirección es por lo tanto  $\sqrt{2}$  veces la fuerza inducida en cada cilindro.

**iii) Momentos Inducidos:** refiriéndose a la Figura 3.14, los momentos inducidos respecto a los ejes coordenados que pasan a través del centro de gravedad común de la máquina y cimentación ( $G$ ) son:

$$M_x = P_{z1}I_{y1} + P_{z2}I_{y2}$$

(3.79)

$$M_y = (P_{x1} + P_{x2}) I_z + (P_{z1} + P_{z2}) I_x$$

(3.80)

$$M_z = P_{x1}I_{y1} + P_{x2}I_{y2}$$

(3.81)

Las relaciones anteriores son válidas solamente para motores que tienen cilindros principales y no auxiliares. Si los motores tienen cilindros auxiliares, en el cálculo de las fuerzas inducidas, las cargas impuestas por los cilindros auxiliares deberán ser agregadas a las producidas por los cilindros principales. Las fuerzas inducidas por los auxiliares son generalmente muy pequeñas y podrían omitidas en el cálculo de las vibraciones de la cimentación.

**b) Procedimiento de Newcomb para el diseño de cimentaciones para motores.**

Newcomb expresa las fuerzas inerciales ( $P$ ) actuando a lo largo del eje del pistón de la siguiente forma:

$$P = 0,0000284 W r f_m^2 \left( \cos \theta + \frac{r}{l} \cos(2\theta) \right)$$

(3.82)

Donde  $P$  es la fuerza inercial en libras,  $r$  es el radio del cigüeñal en pulgadas,  $W$  es el peso de las partes recíprocas en libras,  $f_m$  es la velocidad del motor en rpm, y

$l$  la longitud de la barra en pulgadas y  $\theta$  es la inclinación del cigüeñal respecto al eje del pistón.

El primer término en los corchetes representa la fuerza inercial primaria y el segundo término la fuerza inercial secundaria.

La máxima fuerza corresponde a  $\theta = 0$ , por lo cual  $P_{max}$  es:

$$P_{max} = 0,0000284 W r f_m^2 \left( 1 + \frac{r}{l} \right)$$

(3.81)

Tabla 3.6: Fuerzas desbalanceadas para motores multi-cilindros (Newcomb,1957).

Posición del Cigüeñal	Fuerzas		Momentos	
	Primaria	Secundaria	Primario	Secundario
	(P1)	(P2)	(M1)	(M2)
<b>i. Cigüeñal simple</b>	P1 sin contra pesos. 0.5P1 con contra pesos	P2	cero	cero
<b>ii. Dos cigüeñales a 180°</b>				
a) Cilindros en línea	cero	2P2	P1D sin contra pesos. P1D/2 con contra	cero
b) Cilindros Opuestos	cero	cero	cero	cero
<b>iii. Dos cigüeñales a 90°</b>				
	1.41P1 sin contra pesos. 0.707P1 con contra	cero	1.41P1D sin contra pesos. 0.707P1D con contra pesos	P2D
<b>iv. Dos cilindros en un cigüeñal. cilindros a 90°</b>				
	P1 sin contra pesos. Cero con contra pesos	1.41P2	cero	cero
<b>v. Dos cilindros en un cigüeñal. Cilindros opuestos</b>				
	2P1 sin contra pesos. P1 con contra pesos	cero	cero	cero
<b>vi. Tres cilindros a 120°</b>				
	cero	cero	3.46P1D sin contra pesos, 1.73P1D con contra pesos	3.46P2D
<b>vii. Cuatro cilindros</b>				
a) Cigüeñales a 180°	cero	cero	cero	cero
b) Cigüeñales a 90°	cero	cero	1.41P1D sin contra pesos, 0.707P1D con contra pesos	4.0P2D
<b>viii. Seis Cilindros</b>				
	cero	cero	cero	cero

Donde:

P: peso de los cigüeñales.

d: distancia entre ejes.

$$\text{Fuerza Primaria Máxima } (P_1) = 0,0000284 W r f_m^2$$

(3.83)

$$\text{Fuerza Secundaria Máxima } (P_2) = P_1 \frac{r}{l}$$

(3.84)

La Tabla 3.6 proporciona las fuerzas desbalanceadas desarrolladas por un motor multi-cilindros que tiene cilindros idénticos. Si los cilindros no son idénticos, la Tabla no debería ser usada. Las fuerzas desbalanceadas deberían ser calculadas para cada cilindro separadamente y los resultados superimpuestos. Las fuerzas desbalanceadas para un equipo en particular deberán estar disponibles por los fabricantes, sino no lo estuvieran, el diseñador deberá proporcionar todos los datos para el cálculo de las mismas.

### **3.4.5 Fuerzas Actuantes en la Cimentación.**

Para el diseño estructura, se deberá considerar las siguientes fuerzas para mantener la cimentación en equilibrio:

- 1) Fuerzas inducidas (y momentos) multiplicados por un factor de fatiga.
- 2) Fuerzas Inerciales.
- 3) Acciones dinámicas.

El método de cálculo de las fuerzas inducidas y momentos para varios tipos de motores se presentó en las anteriores secciones. El factor de fatiga ( $\xi$ ) puede ser tomado como 3.

Las ecuaciones para fuerzas inerciales y dinámicas (y momentos) para los varios casos de fuerzas excitantes y momentos están dados en la Tabla 3.7.

Tabla 3.7: Fuerzas en la Cimentación.

Caso	Fuerza Inercial (F <sub>m</sub> ) y Momento (M <sub>m</sub> )	Fuerza Dinámica (F <sub>d</sub> ) y Momento (M <sub>d</sub> )
1.Fuerza Excitante actuando verticalmente y pasando a través del centro combinado de gravedad del equipo y cimentación. Fig.3.15(a)	$(F_m) = \xi m a w_m^2$	$(F_d)_z = \xi K_z a_z$
2.Fuerza Excitante actuando verticalmente pero con excentricidad a ambos lados. Fig.3.15(b)	$(F_m)_z = \xi m a_z w_m^2$ $(F_m)_x = \xi m a_x w_m^2$ $(F_m)_y = \xi m a_y w_m^2$ $(M_m)_x = \xi \varphi_x a_{\theta x} w_m^2$ $(M_m)_y = \xi \varphi_y a_{\theta y} w_m^2$	$(F_d)_z = \xi K_z a_z$ $(F_d)_x = \xi K_x (a_x - S a_{\theta x})$ $(F_d)_y = \xi K_y (a_y - S a_{\theta y})$ $(M_d)_x = \xi K_{\theta x} a_{\theta x}$ $(M_d)_y = \xi K_{\theta y} a_{\theta y}$
3.Fuerza Excitante actuando horizontalmente en x o y a una cierta altura sobre el centro de gravedad Fig.3.15(c)	(i) $(F_m)_z = 0$ (ii) $(F_m)_x = \xi m a_x w_m^2$ $(F_m)_y = \xi m a_y w_m^2$ (iii) $(M_m)_x = \xi \varphi_x a_{\theta x} w_m^2$ $(M_m)_y = \xi \varphi_y a_{\theta y} w_m^2$	(i) $(F_d)_z = 0$ (ii) $(F_d)_x = \xi K_x (a_x - S a_{\theta y})$ $(F_d)_y = \xi K_y (a_y - S a_{\theta x})$ (iii) $(M_d)_x = \xi K_{\theta x} a_{\theta x}$ $(M_d)_y = \xi K_{\theta y} a_{\theta y}$
4.Momento excitante (torsional) alrededor del eje z que pasa a través del centro de gravedad.	$(F_m)_x = (F_m)_y = (F_m)_z = 0$ $(M_m)_x = (M_m)_y = 0$ $(M_m)_z = \xi \varphi_z a_{\psi} w_m^2$	$(F_d)_x = (F_d)_y = (F_d)_z = 0$ $(M_d)_x = (M_d)_y = 0$ $(M_d)_z = \xi K_{\psi} a_{\psi}$

Donde:

$m$  : Masa del quipo y la cimentación.

$w_m$  : Frecuencia circular de operación.

$k_x, k_y, k_z$  : Rigidez en la dirección x, y, y z.

$a_x, a_y, a_z$  : Amplitudes de traslación en las respectivas direcciones.

$a_{\theta_x}, a_{\theta_y}, a_{\theta_z}$  : Amplitudes de rotación alrededor de los respectivos ejes.

$(F_m)_x, (F_m)_y, (F_m)_z$  : Fuerzas inerciales en las respectivas direcciones.

$(F_d)_x, (F_d)_y, (F_d)_z$  : Fuerzas dinámicas en las respectivas direcciones.

$(M_m)_x, (M_m)_y, (M_m)_z$  : Momentos de Inercial en las respectivas direcciones.

$(M_d)_x, (M_d)_y, (M_d)_z$  : Momentos dinámicos en las respectivas direcciones.

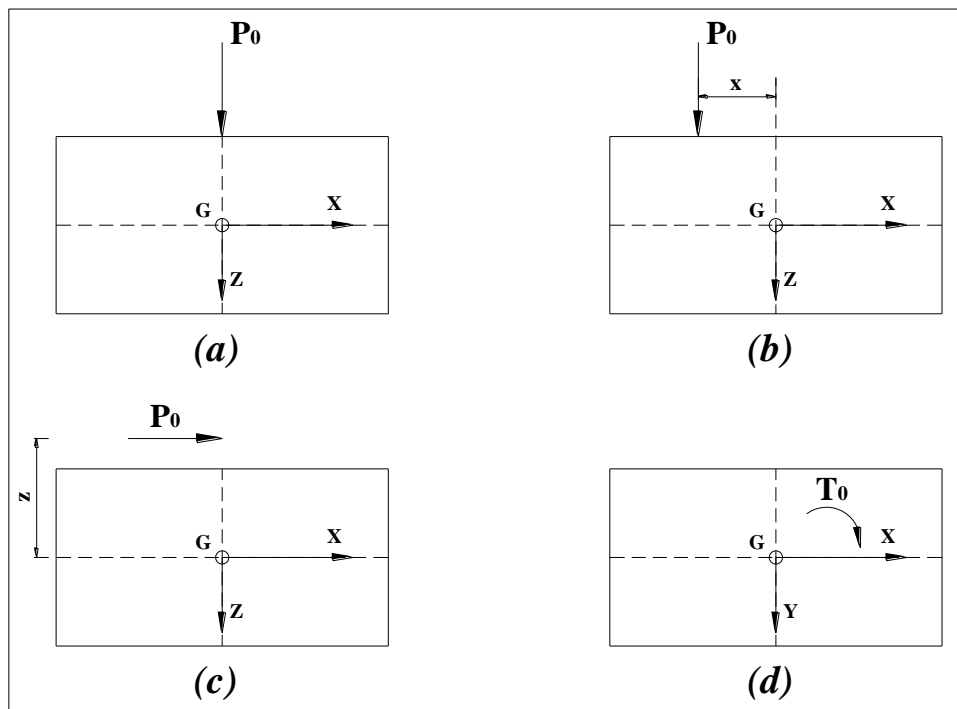


Figura 3.19: Fuerza Excitante en diferentes direcciones.

### 3.4.6 Distribución de Fuerzas Inerciales.

La fuerza inercial total (vertical y horizontal), como el momento inercial actuante en la cimentación, puede ser evaluada con las ecuaciones de la Tabla 3.7, como las fuerzas inerciales son comunes para el equipo dinámico y varias partes de la cimentación, éstas son explicadas a continuación.

La Figura 3.20 muestra una cimentación que consiste en un número de partes rectangulares  $ABB'A'$ ,  $CDEF$  y  $C'D'E'F'$ . Tomaremos la parte  $CDEF$ .

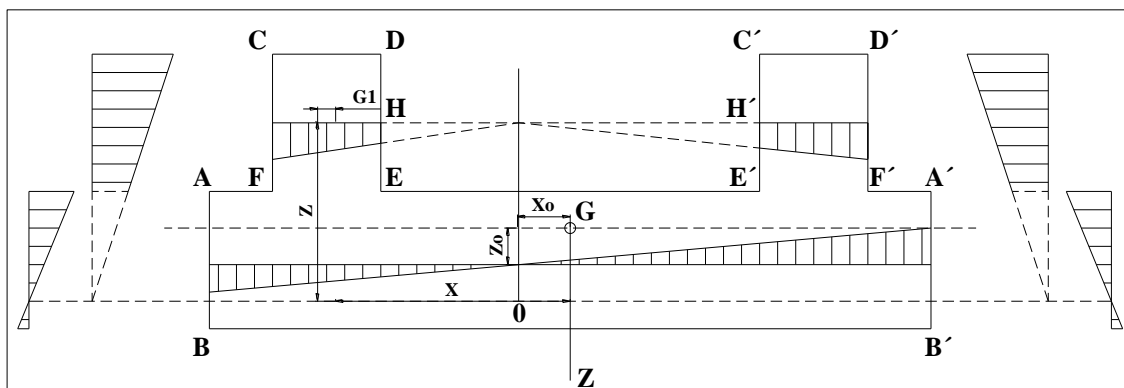


Figura 3.20: Distribución de las fuerzas Inerciales.

Donde:

$$x_0 = -\frac{a_z}{a_{\theta y}}$$

(3.85)

$$z_0 = -\frac{a_x}{a_{\theta y}}$$

(3.86)

Considerando el movimiento en el plano  $xz$ ,  $a_z$  y  $a_x$  son las amplitudes horizontal y vertical, y  $a_{\theta y}$  que es la amplitud de rotación de la cimentación, el centro de rotación "0" es definido por las coordenadas  $x_0$  y  $z_0$  (referidos a los ejes



principales a través del centro de gravedad común  $G$  a partir de los ejes coordenados).

$(F_m)_z$ ,  $(F_m)_x$  denotan la fuerza inercial total y  $(M_m)_y$  el momento inercial total, los cuales se determinan de la Tabla 3.8.  $W_1$  es el peso de la parte tomada de la cimentación y  $(x, z)$  son las coordenadas del centro de gravedad ( $G_1$ ) referido al centro común de gravedad ( $G$ ) como el origen, la fuerza inercial para esta parte de la cimentación (teniendo el peso  $W_1$ ) está dada por las siguientes relaciones.

- Fuerza Inercial Vertical ( $F_{mz}$ ) , distribuida por el peso  $W_1$

$$(F_{mz})_1 = W_1 \left[ \frac{(F_m)_z}{W} \pm \frac{(M_m)_y}{\varphi_y} * \frac{x}{g} \right]$$

(3.87)

- Fuerza Inercial Horizontal ( $F_{mx}$ ) , distribuida por el peso  $W_1$

$$(F_{mx})_1 = W_1 \left[ \frac{(F_m)_z}{W} \pm \frac{(M_m)_y}{\varphi_y} * \frac{x}{g} \right]$$

(3.88)

Donde  $W$  es el peso total del equipo dinámico y su cimentación, y  $\varphi_y$  es el momento de inercia de la masa alrededor del eje de rotación.

El diagrama de distribución de la fuerza inercial podría ser en forma de trapecoide a partir de triángulos dependiendo de la posición del centro de rotación (Figura 3.20).

La (3.87) y la (3.88) quedan de la siguiente forma:

$$(F_{mz})_1 = \frac{W_1}{\varphi_y} (M_m)_y * \frac{x}{g}$$

(3.89)

y,

$$(F_{mx})_1 = \frac{W_1}{\varphi_y} (M_m)_y * \frac{Z}{g}$$

(3.90)

Donde

$$X = x - x_0$$

(3.91)

y

$$Z = z - z_0$$

(3.92)

X y Z son las coordenadas de  $G_1$  referidas al centro de rotación (0) como origen.

Asumiendo una distribución de masa uniforme, las ordenadas del diagrama de distribución de la fuerza inercial para cada parte rectangular de la cimentación pueden ser evaluadas con las siguientes consideraciones:

**i)** La línea que une el final de las ordenadas de la fuerza inercial vertical podría unir la línea de base en un punto en el cual esté la línea vertical pasando a través del centro de rotación.

**ii)** La línea que une el final de las ordenadas de la fuerza inercial horizontal podría unir su línea de base (una línea vertical en este caso) en un punto en el cual esté la línea horizontal pasando a través del centro de rotación.

**iii)** El área de desarrollo del diagrama de desarrollo de la fuerza inercial (área completa en el caso de un trapecio, y la diferencia de área en el caso de un par de

triángulos) debería ser igual a la magnitud calculada por la (3.89) y la (3.90), mientras sea el caso.

El cálculo de las fuerzas inerciales podría ser omitido en la frecuencia natural de la cimentación, ( $f_n$ ) es considerada mayor que la frecuencia de operación del equipo dinámico ( $f_m$ ), por lo tanto esta frecuencia es insignificante en este caso. Entonces, la cimentación puede ser considerada en equilibrio bajo la acción de la fuerza inducida ( $i$ ) multiplicada por un factor de fatiga ( $\xi$ ), y las acciones dinámicas ( $ii$ ).

#### **3.4.7. Cimentaciones con amortiguadores de vibraciones.**

En casos especiales, dependiendo de las condiciones del medio, podría ser necesario limitar las amplitudes de vibración a valores inferiores de los usualmente adoptados, esto no podría ser aplicable para conseguir este requerimiento para una apropiada selección de masas o la base del área de cimentación, en estos casos, se recomiendan que los amortiguadores se usen bajo la cimentación. Los resortes son relativamente baratos y efectivos para disminuir las amplitudes producidas por las fuerzas de vibración.

Los resortes son usualmente ubicados en pedestales aislados o en una losa delgada llamada “Plato Único” que descansa en el suelo. Los amortiguadores soportan en su parte superior la cimentación, en la cual el equipo dinámico está anclado.

El uso de amortiguadores bajo el bloque de cimentación resulta como un sistema de dos masas soportadas en dos resortes. Aunque cada masa (considerada rígida) tiene en general seis grados de libertad, en consecuencia 12 grados de libertad para todo el sistema, sin embargo para propósitos prácticos se considera que las

vibraciones en la dirección vertical son dependientes de otros modos, por lo tanto el sistema se reduce a un sistema de dos grados de libertad (Figura 3.21). En este caso  $m_1$  es la masa de la cimentación en la cual el resorte está ubicado,  $m_2$  es la masa de la cimentación (que incluye el equipo dinámico) sobre los resortes,  $k_1$  es la rigidez del suelo bajo la masa inferior y  $k_2$  es la rigidez del juego de resortes.

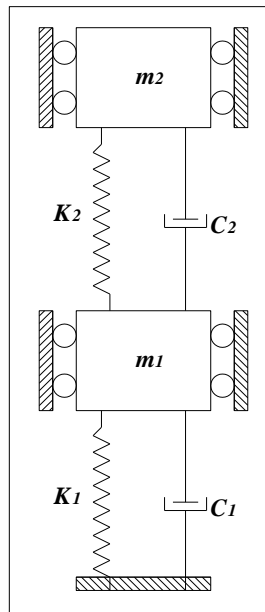


Figura 3.21: Sistema de dos grados de libertad con amortiguamiento.

Las amplitudes  $a_1$  y  $a_2$  de las masas  $m_1$  y  $m_2$  bajo la influencia de una fuerza de oscilación inducida  $P_0 \sin w_m t$  actuante en la masa  $m_2$  están dadas por:

$$a_1 = \frac{\overline{w_{n2}^2}}{m_1 f(w_m^2)} * P_0$$

(3.93)

y

$$a_2 = \frac{[(1+\alpha)\overline{w_{n1}^2} + \alpha\overline{w_{n2}^2} - w_m^2]}{m_2(w_m^2)} * P_0$$

(3.94)

Donde

$$\overline{w_{n2}^2} = \frac{k_2}{m_2}$$

(3.95)

$$\overline{w_{n1}^2} = \frac{k_1}{m_1+m_2}$$

(3.96)

$$f(w_m^2) = w_m^4 - (1 + \alpha)(\overline{w_{n1}^2} + \overline{w_{n2}^2})w_m^2 + (1 + \alpha)(\overline{w_{n1}^2} * \overline{w_{n2}^2})$$

(3.97)

y

$$\alpha = \frac{m_2}{m_1}$$

La fuerza excitadora es proporcional al cuadrado de la frecuencia de operación del motor ( $W_m$ )

$$P_0 = \gamma w_m^2$$

(3.98)

Donde  $\gamma$  es un factor, el cual depende de las características del motor y es suministrado por el proveedor.

Sustituyendo la (3.98) al lado derecho de la (3.93) y resolviéndola, obtenemos:

$$a_1 = \frac{\gamma}{m_1} \left[ \frac{\eta_2^2}{1-(1+\alpha)(\eta_1^2 + \eta_2^2 - \eta_1^2 \eta_2^2)} \right]$$

(3.99)

Donde:

$$\eta_1 = \frac{\overline{w_{n1}}}{w_m}$$

(3.100)

y

$$\eta_2 = \frac{\overline{w_{n2}}}{w_m}$$

(3.101)

Si no hay disipadores, la amplitud  $a_z$  de la cimentación está dado por:

$$a_z = \frac{P_0}{(m_1 + m_2)(\overline{w_{n1}^2} - w_m^2)}$$

(3.102)

En términos de  $\gamma$  y  $\alpha$ ,

$$a_z = \frac{\gamma}{m_1} \left( \frac{1}{1-\alpha} \right) \left( \frac{1}{\eta_1^2 - 1} \right)$$

(3.103)

El grado de absorción  $\beta$  está definido como:

$$\beta = \frac{a_z}{a_1} = \frac{1 - (1+\alpha)(\eta_1^2 + \eta_2^2 - \eta_1^2 \eta_2^2)}{(1+\alpha)(\eta_1^2 - 1)\eta_2^2}$$

(3.104)

Esto puede ser verificado de la (3.104). Cuando  $\eta_2 \rightarrow 0$ ,  $\beta \rightarrow \infty$  y cuando  $\eta_2 \rightarrow \infty$ ,  $\beta \rightarrow 1.0.$ , La Figura 3.22. presenta la variación de  $\eta_2$  con  $\beta$ . Del diagrama se determina que los amortiguadores pueden ser efectivos ( $\beta < -1$ ) sólo cuando  $\eta_2$  se encuentra entre 0 y un valor  $\eta_0$  donde  $\eta_0$  puede se expresa como:

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{(1+\alpha)\eta_1^2 - 1}{2(1+\alpha)(\eta_1^2 - 1)}}$$

(3.105)

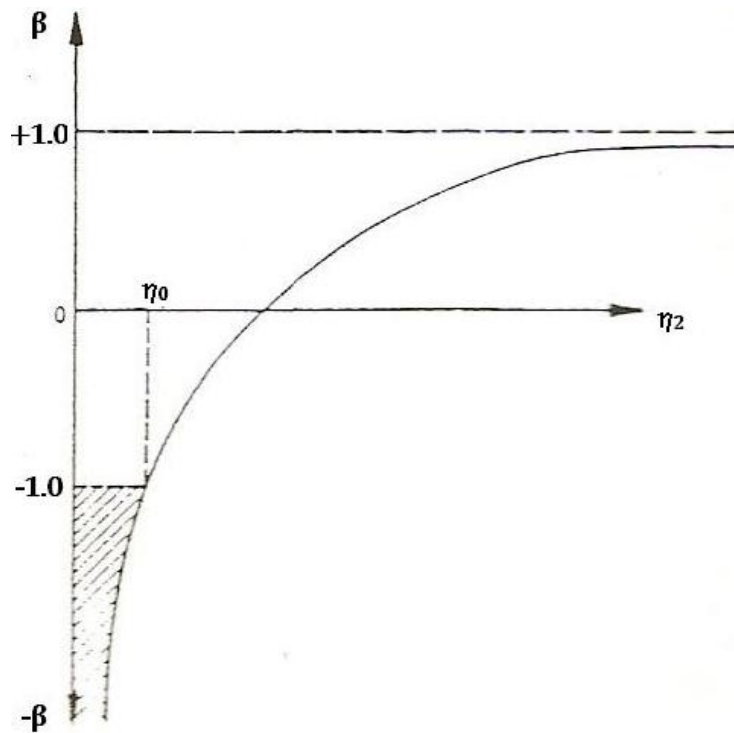


Figura 3.22: Figura Ilustrativa de la Zona de Eficiencia de los Amortiguadores (Barkan, Dynamics of Bases and Foundations, McGraw-Hill, New York, 1962).

Sí, el grado de absorción  $\beta$  es conocido de la (3.104),  $\eta_2$  se obtiene de:

$$\eta_2^2 = \frac{1-(1+\alpha)\eta_1^2}{(1+\alpha)(\beta-1)(\eta_1^2-1)} \quad (3.106)$$

### 3.4.8 Cimentaciones sujetas a Fuerzas Tipo Impacto.

Los martillos son los típicos ejemplos de equipo dinámico tipo impacto, desde el punto de vista de diseño se consideran dos tipos: uno en el cual el yunque se encuentra fijo y otro en el cual cae.

Refiriéndose a la Figura 3.23, el yunque (2) en el cual la masa (3) que cae repetidamente está usualmente ubicado en una capa elástica (J1) la cual está formada por madera, corcho, etc. La cimentación (3) puede estar ubicada directamente en el suelo como en la Figura 3.23(b) o en una conveniente capa elástica (J2) como en la Figura 3.23(a). Estas capas elásticas bajo la cimentación sirven para el propósito de proveer aislamiento y protección al medio de los efectos dañinos de la vibración causada por los impactos. El marco (4) del martillo puede descansar directamente en la cimentación (Fig.3.23(a)) o puede ser soportada desde afuera como sea conveniente.

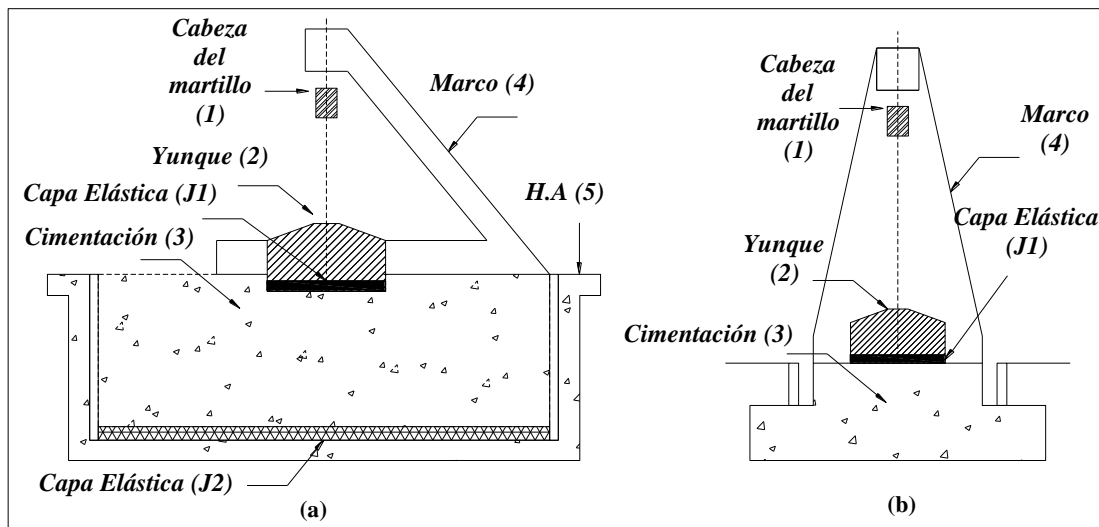


Figura 3.23: Cimentación típica para martillos.

### 3.4.8.1 Consideraciones especiales en la planificación.



- a) La cimentación debe disponerse de manera que la línea centro del yunque y el centroide del área de la base estén en una línea vertical que pase a través del centro de gravedad común del equipo dinámico y de la cimentación.
- b) Cuando se usan capas elásticas bajo el yunque y la cimentación, se debe tener cuidado en asegurar una distribución uniforme de cargas y protección de estos materiales frente al agua, aceite, etc., los cuales pueden causar deterioro progresivo de las propiedades elásticas de los mismos. Es recomendable que la cimentación sea aislada con paredes de concreto armado. La cimentación y las paredes deben ser separadas por una cavidad llena de un material elástico.
- c) Si se usa madera como soporte elástico bajo el yunque, las vigas de madera deben ser colocadas horizontalmente en forma de grilla. Las vigas deben ser impregnadas con tratamiento para la protección de la humedad.
- d) El espesor de las capas elásticas provistas está gobernado por el esfuerzo permisible de los respectivos materiales. La Tabla 3.8 provee una guía de los espesores de las láminas bajo el yunque.

Tabla 3.8: Espesor de las láminas de madera bajo el yunque. (Major,1962).

Tipo de Martillo	Espesor de la lámina para el peso de caída		
	sobre 1 T	1-3T	>3T
	(m)	(m)	(m)
Doble caída de martillo	0,2	0,2 a 0,6	0,6 a 1,2

Caída simple de martillo	0,1	0,1 a 0,4	0,4 a 0,9
Martillo de forjado.	0,2	0,2 a 0,6	0,6 a 1

e) Cuando dos cimentaciones vecinas están ubicadas a diferentes profundidades, la línea continua que conecta a los bordes adyacentes deberían formar un ángulo que no excede los  $25^\circ$  con la horizontal (Figura 3.24). Sin embargo, si las cimentaciones se encuentran muy cerca, estas pueden ubicarse a una misma profundidad.

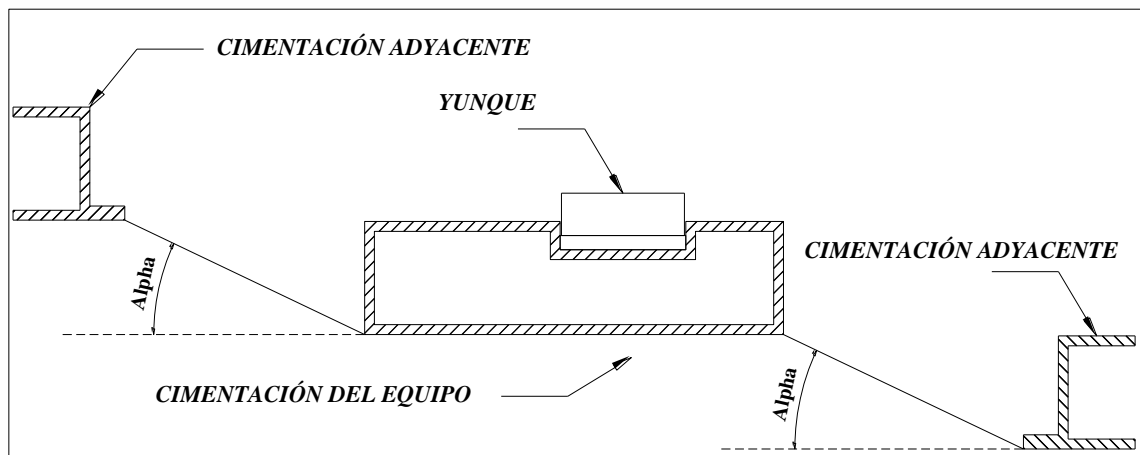


Figura 3.24: Criterio de localización de cimentaciones vecinas. (IS:2974, Pt. II-1966, Indian Standards Institution, New Delhi).

### 3.4.8.2 Datos de diseño.

Los siguientes datos son comúnmente administrados por el diseñador de la máquina.

- a) Tipo de Martillo.
- b) Peso de la cabeza del martillo ( $W_t$ ).
- c) Peso del yunque ( $W_a$ ).
- d) Peso del martillo soportado en la cimentación ( $W_{st}$ ).
- e) Dimensiones de la base del yunque ( $L_a \times B_a$ ).
- f) Máximo golpe o caída del martillo ( $h$ ).
- g) Presión efectiva de trabajo en el pistón ( $p$ ) y área del pistón ( $A$ ).
- h) Posición de pernos de anclaje, niveles de operación, etc.

### 3.4.8.3 Criterios de diseño.

a) La amplitud del bloque de cimentación y yunque no deben exceder los siguientes valores permisibles:

i. Para el bloque de cimentación:

La máxima amplitud vertical de la cimentación no debe exceder 1,2 mm. En el caso que la cimentación esté sobre arena bajo el nivel freático, la amplitud permisible límite debería ser 0,8 mm.

ii. Para el yunque:

La amplitud permisible del yunque ( $a_a$ ), la cual depende del peso de la cabeza del martillo es:

Tabla 3.9: Amplitudes permisibles para Yunques (Mayor, 1962).

Peso de la cabeza del martillo ( $W_t$ )	>1 T	2 T	3 T
Max. Amplitud Permisible	1 mm	2 mm	3-4 mm

b) El máximo esfuerzo del suelo y otras capas elásticas deberán ser menores a los límites permisibles para los diferentes materiales.

#### 3.4.8.4 Cimentaciones que descansan en el suelo: Principales etapas en el cálculo del diseño.

##### a) Mínimo peso de la cimentación y área requerida.

El mínimo peso ( $W_t$ ) de la cimentación se basa en los requerimientos para la amplitud de vibración y es menos que el límite permisible de 1 mm.

$$W_{min} = W_t \left[ 8(1 + k)v - \frac{W_a + W_{st}}{W_t} \right]$$

(3.107)

Donde  $k$  es el coeficiente de impacto ( $k = 0,5$  para martillos de impresión y  $0,25$  para martillos forjadores), y  $v$  es la velocidad inicial de la cabeza del martillo. El término  $W_{st}$  se usa en la (3.107) si el martillo está descansando directamente en la cimentación.

La mínima área de la cimentación se decide por los requerimientos del esfuerzo permisible del suelo ( $\sigma_p$ ).

$$A_{min} = \frac{20(1+k)}{\sigma_p} v * W_t$$

(3.108)

La Tabla 3.10 presenta el mínimo espesor de la cimentación bajo el yunque para diferentes pesos de la cabeza del martillo.

Tabla 3.10: Espesor mínimo de la cimentación. (Major, 1962)

<b>Peso de la cabeza del martillo (T)</b>	<b>Espesor mínimo de la cimentación bajo el yunque (m)</b>
1,0	1,00
2,0	1,25
4,0	1,75
6,0	2,25
>6	>2,25

**b) Análisis para vibraciones verticales.**

Las cimentaciones para martillos se analizan esencialmente para las vibraciones verticales. Los principales pasos para el análisis dinámico de vibraciones verticales son los siguientes:

- Masas de la cabeza del martillo

$$\frac{W_t}{g} \left( \frac{t \cdot \text{seg}^2}{m} \right).$$

$m_t =$
- Masa del yunque

$$\frac{W_a}{g} \left( \frac{t \cdot \text{seg}^2}{m} \right).$$

$m_a =$
- Masa de la cimentación

$$\frac{W_f}{g} \left( \frac{t \cdot \text{seg}^2}{m} \right).$$

$m_f =$
- Masa del martillo ubicado sobre la cimentación

$$\frac{W_{st}}{g} \left( \frac{t \cdot \text{seg}^2}{m} \right).$$

$m_{st} =$
- Área de la cimentación

$$B (m^2).$$

$= L *$
- Área de la base del yunque

$$B_a (m^2).$$

$= L_a *$
- Espesor de la lámina elástica bajo el yunque

$= t_a (m).$
- Módulo de elasticidad de la lámina elástica

$= E_a \left( \frac{T}{m^2} \right).$
- Velocidad inicial de impacto

$= v \left( \frac{m}{\text{seg}} \right).$

Para el análisis de las vibraciones verticales, se debe adoptar el sistema de dos masas con resortes (Figura 3.25)

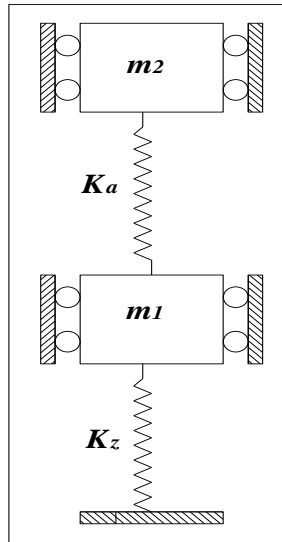


Figura 3.25: Modelo del sistema para el análisis dinámico-Yunque y Cimentación.

i. La masa:

$$m_f = \frac{(W_f + W_{st})}{g}$$

(3.109)

$$m_f = \frac{m_a}{g}$$

(3.110)

ii. La rigidez de la capa: la rigidez vertical ( $K_z$ ) del suelo está definida por:

$$K_z = C'_z A_f$$

(3.111)

$$C'_z = \alpha C_z$$

(3.112)

Donde  $C_z$  es el coeficiente de compresión elástico uniforme del suelo correspondiente al área actual de la cimentación y  $\alpha$  es un factor determinado experimentalmente, el cual puede ser tomado como 3 en cimentaciones para martillos.

La rigidez de la lámina bajo el yunque ( $K_a$ ) es:

$$K_a = \frac{E_a A_a}{t_a}$$

(3.113)

iii. Las frecuencias límite ( $w_a, w_z$ ): el cuadrado de la frecuencia límite ( $w_a$ ) se define como la frecuencia de la vibración natural del yunque asumiendo que el suelo es rígido ( $K_z = \infty$ ), es:

$$w_a^2 = \frac{K_a}{m_a}$$

(3.114)

El cuadrado de la otra frecuencia límite ( $w_z$ ) del sistema completo asumiendo ( $K_a = \infty$ ) es:

$$w_z^2 = \frac{K_z}{m_f + m_a + m_{st}}$$

(3.115)

El término  $m_{st}$  debe ser sumado al denominador sólo si el martillo está directamente apoyado en la cimentación.

iv. Las frecuencias naturales ( $w_{n1}, w_{n2}$ ): del análisis del sistema de dos grados de libertad (Figura 3.25) sujeto a vibración libre como se explica en la Sección 1.9,



las dos frecuencia naturales  $w_{n1}, w_{n2}$  debe ser determinadas como las raíces de la siguiente ecuación cuadrática en  $w_n^2$

$$w_n^4 - (w_a^2 + w_z^2)(1 + \alpha)w_n^2 + (1 + \alpha)w_a^2w_z^2 = 0$$

(3.116)

Donde:

$$\alpha = \frac{m_a}{m_f + m_{st}}$$

(3.117)

v. La velocidad de la cabeza del martillo antes del impacto ( $v$ ):

(a) Para caída libre del martillo:

$$v = \alpha\sqrt{2gh_0}$$

(3.118)

Donde  $h_0$  es la altura de caída

$\alpha$  : es el factor de corrección el cual caracteriza la resistencia de la descarga de vapor ( $\alpha \approx 1$  para martillos bien ajustados).

(b) Para un martillo de doble acción:

$$v = \alpha\sqrt{\frac{2g(W_t + pA)l}{W_t}}$$

(3.119)

Donde:

$v$ : es la presión media del pistón.

$\alpha$ : es el área del pistón. Varía entre 0,5 a 0,8, pero se puede tomar un valor medio de 0,65

$l$ : es la longitud que recorre el yunque antes de golpear.

La energía de impacto ( $E_0$ ) está definida por los fabricantes del martillo, por lo cual se tiene:

$$h_0 = \frac{E_0}{W_t}$$

(3.120)

$$v = \sqrt{2gh_0}$$

(3.121)

vi. La velocidad después del Impacto ( $V$ ): para un golpe central, la velocidad ( $V$ ) con la cual el sistema se podría mover después del impacto es:

$$V = \frac{(1+k)}{\left(1 + \frac{W}{W_t}\right)} v$$

(3.122)

Donde  $W$  es el peso del sistema que recibe el impacto,  $W = W_a$ .

Para un golpe excéntrico, la velocidad inicial ( $V$ ) y la velocidad inicial angular ( $\dot{\theta}$ ) del sistema en movimiento después del impacto están definidas por las siguientes relaciones:

$$V = \frac{(1+k)}{\left(1 + \frac{W}{W_t} + \frac{e^2}{i^2}\right)} v$$

(3.123)

$$\dot{\theta} = \frac{(1+k)e}{i^2\left(1+\frac{W}{W_t}\right)+e^2} v$$

(3.124)

Donde  $i^2 = \frac{\varphi}{m}$ ,  $\varphi$  es el momento de inercia de masas del sistema en movimiento alrededor del eje de rotación,  $m$  es la masa, y  $e$  es la excentricidad de impacto.

vii. Las amplitudes ( $a$ ):

la amplitud de la cimentación ( $a_f$ ) está dada por:

$$a_f = \frac{-(w_a^2 - w_{n2}^2)(w_a^2 - w_{n1}^2)V}{w_a^2(w_{n1}^2 - w_{n2}^2)w_{n2}}$$

(3.125)

La amplitud del yunque ( $a_a$ ) está dada por:

$$a_a = \frac{-(w_a^2 - w_{n1}^2)}{(w_{n1}^2 - w_{n2}^2)w_{n2}} V$$

(3.126)

### c) Cálculo de las fuerzas dinámicas.

i. La fuerza dinámica bajo la cimentación  $(F_d)_t$  es:

$$(F_d)_t = \xi K_z a_f$$

(3.127)

Donde  $\xi$  es el factor de fatiga, el cual se asume como 3.

ii. La fuerza dinámica bajo el yunque  $(F_d)_a$  es:

$$(F_d)_a = \xi(a_f - a_a)K_a$$

(3.128)

#### **d) Chequeos en el diseño.**

i. Las amplitudes calculadas con la (3.125) y la (3.126) deben estar dentro de los límites permitidos en la Sección 3.4.8.3.

ii. El esfuerzo en el suelo ( $\sigma_s$ ) asumiendo distribución uniforme de cargas es:

$$\sigma_s = \frac{W+(F_d)_t}{A_f}$$

(3.129)

Donde  $W$  es el peso total del equipo dinámico y la cimentación. El esfuerzo ( $\sigma_a$ ) en la capa elástica usada bajo el yunque es:

$$\sigma_a = \frac{W_a+(F_d)_a}{A_a}$$

(3.130)

Los esfuerzos  $\sigma_s$  y  $\sigma_a$  deben estar dentro de los límites permisibles según sus respectivos materiales.

#### **e) Diseño Estructural.**

Momentos Flectores debido a cargas dinámicas: refiriéndose a la Figura 3.26, el bloque de cimentación se encuentra en equilibrio bajo la acción de  $(F_d)_a$  y  $(F_d)_t$  y la fuerza de inercia ( $F_m$ ) asumiendo que las amplitudes  $a_f$  y  $a_a$  son positivas, y para su equilibrio se debe satisfacer la siguiente relación:

$$F_m \downarrow = (F_d)_a \uparrow + (F_d)_t \uparrow$$

(3.131)

Las flechas indican la dirección de las fuerzas.

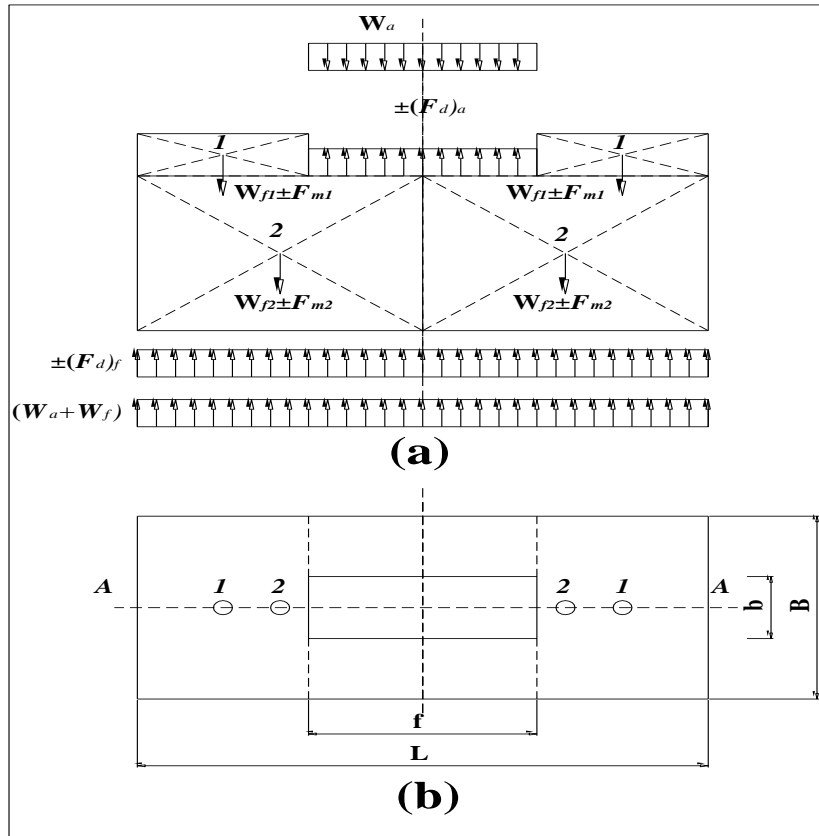


Figura 3.26: Fuerzas actuantes en una cimentación para martillo. (a) sección a-a, (b) planta.

Si la cimentación consiste en un número de bloques rectangulares como en la Figura 3.26, la fuerza inercial total  $F_m$  es distribuida a estas partes de la cimentación con la siguiente relación:

$$(F_m)_i = \frac{W_i}{\sum W_i} F_m$$

(3.132)

Las fuerzas inerciales asociadas con las partes del equipo (ej. soporte del martillo) apoyadas en la cimentación deberían ser consideradas de la misma manera.

Los momentos Flectores ( $M_d$ ) y corte ( $Q_d$ ) en cualquier sección debido a las cargas dinámicas pueden ser calculados de la Figura 3.26 considerando todas las fuerzas actuando a la izquierda o derecha de una sección en particular.

Los momentos extremos y cortantes son:

$$F = M_{st} \pm M_d$$

(3.133)

$$Q = Q_{st} \pm Q_d$$

(3.134)

Donde  $M_{st}$  y  $Q_{st}$  son los momentos y cortantes respectivos debido a cargas estáticas.

La cantidad de acero de refuerzo calculado en base a los momentos flectores es generalmente pequeña en cimentaciones para martillos, por lo cual se adopta la cuantía mínima.

El refuerzo mínimo bajo el yunque consiste al menos de dos capas horizontales en forma de grilla de varillas de  $\emptyset = 12 \text{ mm} - 14 \text{ mm}$  espaciadas a 20 - 30 cm en las dos direcciones.

Además de esto, se debe verter una cantidad mínima de  $25 \text{ kg/m}^3$  de hormigón en la cimentación.

La Figura 3.27, presenta la distribución típica del refuerzo en la cimentación para martillos.

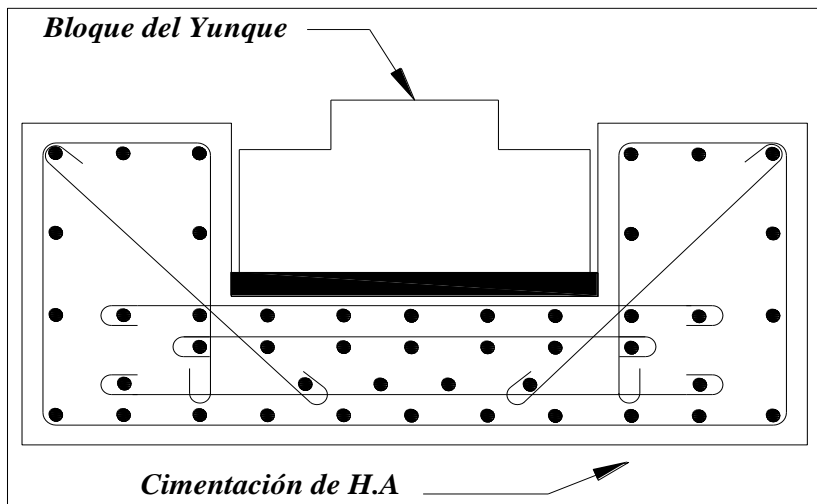


Figura 3.27: Distribución típica del refuerzo en la cimentación para martillos.

#### 3.4.8.5 Cimentaciones en amortiguadores de vibración.

Para reducir las amplitudes de vibración de una cimentación para martillo que se apoya directamente en el suelo se debe aumentar la masa de la cimentación y su área de contacto con el suelo, sin embargo esto no siempre es posible debido a las dificultades prácticas como espacios limitados, etc. Por otra parte, las condiciones ambientales podrían a veces requerir que las amplitudes de vibración bajo la cimentación sean reducidas a valores menores a los usualmente aceptados, por lo cual, en estos casos se usan amortiguadores de vibración. Comúnmente se usan amortiguadores tipo resorte para este propósito. Los conjuntos de resortes son ubicados entre dos bloques de cimentación, como se muestra en la Figura 3.28.

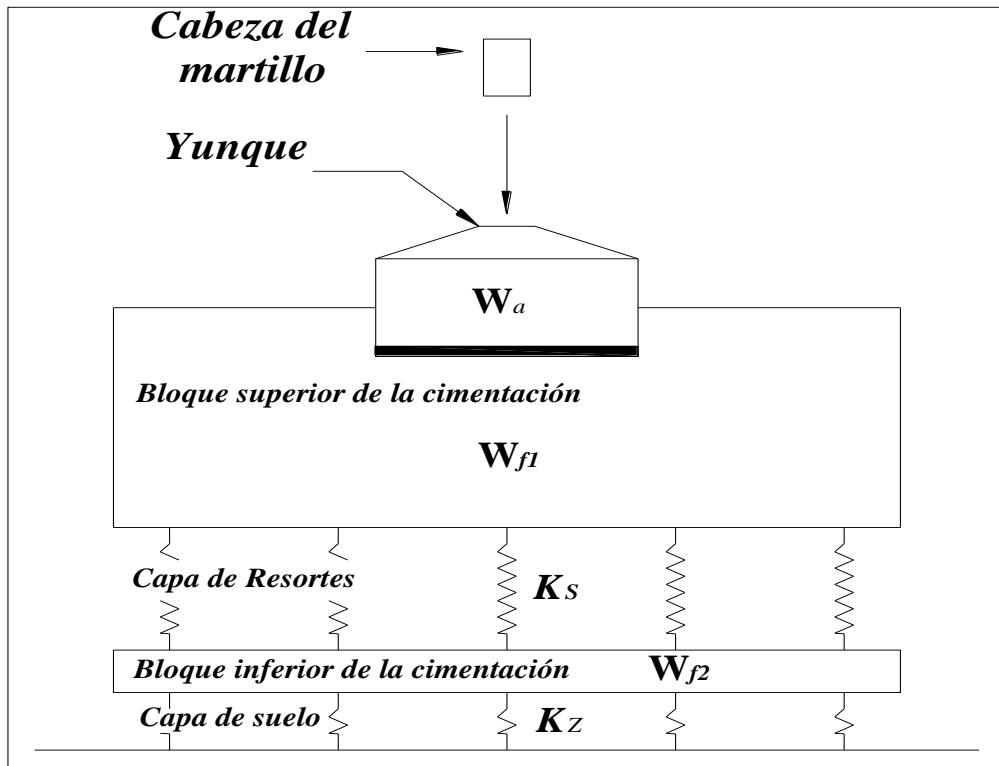


Figura 3.28: Cimentación para martillos en amortiguadores.

**a) Datos requeridos.**

Además de los datos mencionados con anterioridad, se requiere obtener la amplitud permisible del yunque y de la cimentación, tomando en cuentas sus condiciones particulares.

**b) Análisis de las vibraciones verticales.**

En la primera aproximación, se considera al sistema vibratorio que tiene un grado de libertad (omitiendo que tenga alguna capa de amortiguación bajo el bloque del yunque), la amplitud de vibración de la parte superior del bloque de cimentación se expresa como:



$$a_a = \frac{(1+k)W_t V}{W w_{na}}$$

(3.135)

Donde  $W$ , es el peso de la parte amortiguada, que es igual al peso del yunque ( $W_a$ ) mas el peso del bloque superior de la cimentación ( $W_{f1}$ ). Substituyendo

$w_{na} = \sqrt{\frac{K_s g}{W}}$ , donde  $K_s$  es la rigidez del resorte, la (3.135) es:

$$a_a = \frac{(1+K)W_t V}{\sqrt{W} \sqrt{K_s g}} = \frac{\alpha}{\sqrt{K_s W}}$$

(3.136)

Donde

$$\alpha = (1+k)W_t \frac{V}{\sqrt{g}}$$

(3.137)

El asentamiento estático ( $\delta$ ) de la parte de la cimentación sobre los resortes está dado por:

$$\delta = \frac{W}{K_s}$$

(3.138)

El valor de  $\delta$  puede ser inicialmente asumido como 0,01 a 0,02 m. De la (3.136) y (3.138) se obtienen las siguientes relaciones las cuales definen el peso total de la cimentación sobre los resortes y la rigidez necesaria del resorte a ser usado:

$$W = \frac{\alpha}{a_a} \sqrt{\delta}$$

(3.139)

$$K_s = \frac{W}{\delta}$$

(3.140)

El efecto de la capa elástica bajo el yunque es omitido en esta aproximación.

La justificación a esta suposición es debido a que la rigidez de la capa elástica bajo el yunque es generalmente muy grande comparada con la rigidez del resorte ensamblado bajo la cimentación.

**c) Principales etapas en el cálculo.**

i. El valor de  $\alpha$  es calculado de la (3.137).

ii. Usando los valores asumidos de  $\delta$  (0,01 a 0,02 m) y el valor conocido de la amplitud permisible del yunque ( $a_a$ ), el peso total sobre los amortiguadores es calculado de (3.139).

iii. El peso del bloque superior de la cimentación ( $W_{f1}$ ) es igual al peso total  $W$  menos el peso del yunque ( $W_a$ ) y otras partes como el marco del martillo ( $W_{st}$ ) que se apoya en la cimentación.

iv. La rigidez del resorte se obtiene de la (3.140).

v. Considerando el sistema de la Figura 3.28 para el análisis de vibraciones verticales, las frecuencias circulares límite ( $w_a, w_z$ ) son:

$$w_a = \sqrt{\frac{K_s g}{W_{f1} + W_a + W_{st}}}$$

(3.141)

$$W_z = \sqrt{\frac{K_s g}{W_{f1} + W_{f2} + W_a + W_{st}}}$$

(3.142)

vi. Las frecuencias naturales acopladas se obtienen de la (3.115).

vii. Las amplitudes del bloque inferior de cimentación ( $a_{f2}$ ) y del bloque superior ( $a_{f1}$ ) se obtienen respectivamente de la (3.125) y la (3.126). La velocidad ( $V$ ) se obtiene de la (3.122), con  $W_a$  reemplazado por ( $W_{f1} + W_a + W_{st}$ ).

#### **d) Diseño de los resortes.**

Si  $n_1$  es el número de conjuntos de resortes ensamblados, y  $n_2$  es el número de espirales de resorte en cada conjunto, la rigidez correspondiente de cada resorte es:

$$K_i = \frac{K_s}{n_1 n_2}$$

(3.143)

La rigidez de cada resorte está dada por:

$$K_i = \frac{1}{8n} \frac{d^4}{D^3} G$$

(3.144)

Donde:

$n$  : es el número de giros de cada espiral del resorte.

$d$  : es el calibre del resorte.

$D$  : es el diámetro del espiral del resorte.

$G$ : es el módulo de corte del material del resorte.

La Tabla 1.7, contiene el valor de  $K_i$  para  $n = 1$  y  $G = 8,3 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ , de la (3.143) y la (3.144) se tiene:

$$n_1 n_2 = \frac{8nK_s D^3}{G d^4}$$

(3.145)

El número total de conjuntos de resortes ( $n_1$ ) y el número requerido de resortes ( $n_2$ ) en cada conjunto puede ser convenientemente obtenido de las anterior ecuación.

**e) Chequeos de diseño.**

- i. La carga total en cada resorte debe ser menor a la permisible.
- ii. El esfuerzo en el suelo no debe exceder los límites aceptables.

**f) Diseño estructural**

Si  $F_d$  es la fuerza dinámica sobre los resortes y  $W_{f1}$  es el peso del bloque superior de la cimentación ( $W_{f1} = \sum W_{f1}$ ) y si los soportes elásticos bajo la cimentación están muy juntos, la cimentación puede ser soportada uniformemente en el área de presión (Figura 3.28). La fuerza inercial total  $F_m$  en este caso es igual a  $F_d$  y la distribución de las varias partes de la cimentación del martillo se la realiza de misma manera explicada de acuerdo a la (3.132). La distribución de las fuerzas reactivas producidas por los resortes  $F_p$  y  $F_q$  (Figura 3.27) se expresan de la siguiente manera:

$$F_p = (F_p)_{estático} \pm (F_p)_{dinámico}$$

$$F_p = [W_a + W_f \pm F_d] * \frac{B}{4(L+B)}$$

(3.146)

$$F_q = (F_q)_{estático} \pm (F_q)_{dinámico}$$

$$F_p = [W_a + W_f \pm F_d] * \frac{B}{4(L+B)}$$

(3.147)

Donde  $L$  y  $B$  se definen en la Figura 3.29 y  $W_f$  es el peso de la cimentación incluidas las partes del martillo.

La posición de las fuerzas se presenta en la Figura 3.29. Los momentos flectores y cortes en la mitad de la sección y en el borde del yunque pueden ser calculados como se determinó en la anterior sección.

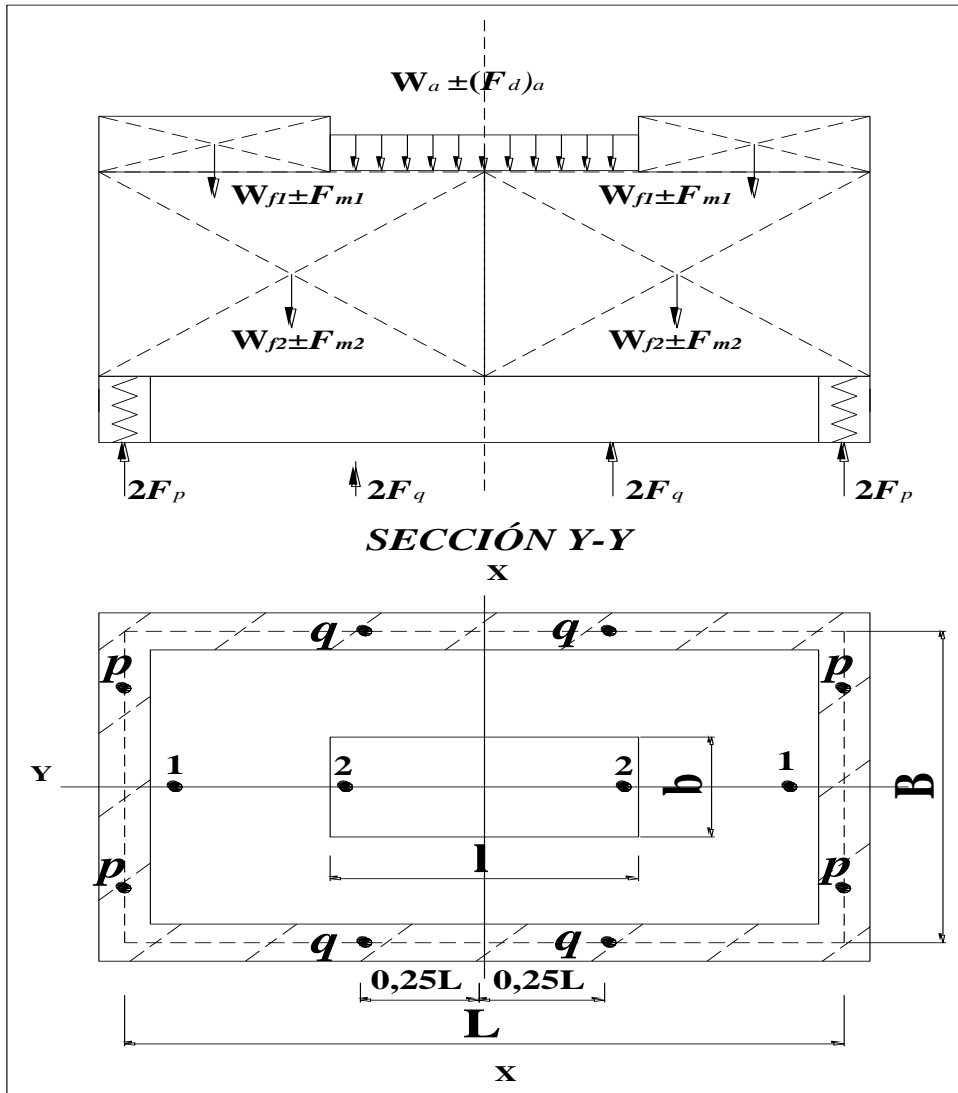


Figura 3.29: Fuerzas actuantes en una cimentación apoyada en resorte.

### 3.4.8.6 Cimentaciones para martillo tipo bloque de respuesta.

Los martillos tipo bloque de respuesta se caracterizan por el hecho que el impacto es causado por el golpeteo superior e inferior de las masas. Estos son operados por un compresor de aire o vapor. Las partes superiores e inferiores que se mueven son generalmente de pesos desiguales, siendo la parte inferior la más pesada.

Comparados con los martillos colocados en yunques, este tipo de martillos transmiten relativamente menos energía de impacto a sus cimentaciones.

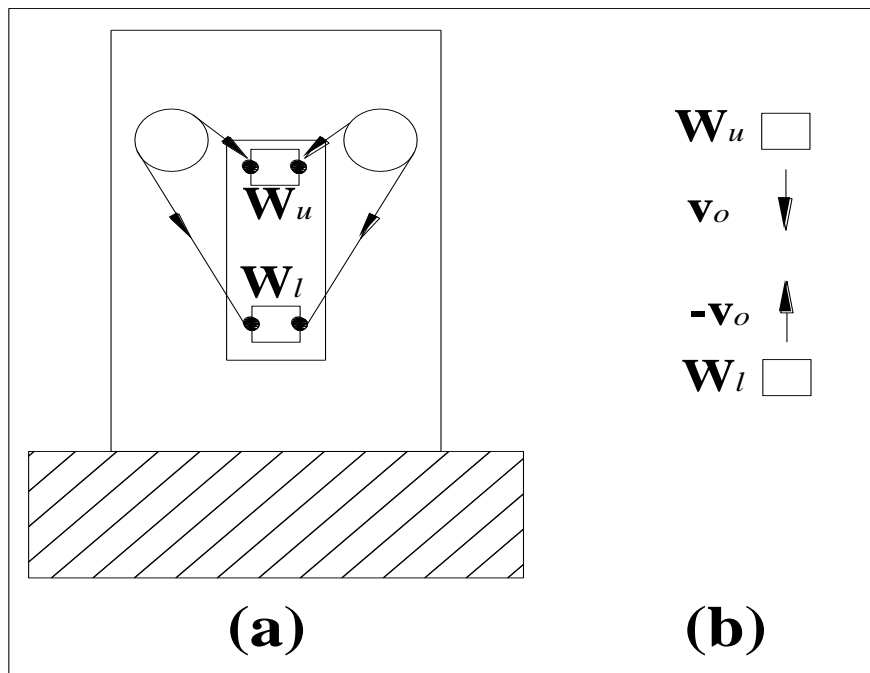


Figura 3.30: Sistema de trabajo de un martillo tipo bloque de respuesta.

**a) Datos requeridos para el diseño.**

- Peso total del equipo dinámico.  $W_m$  (T)
- Peso de la masa superior.  $W_u$  (T)
- Peso de la masa inferior.  $W_i$  (T)
- Velocidad antes del impacto.  $v$  (m/seg)
- Longitud de movimiento de cada masa.  $h$  (m)
- Frecuencia de operación del martillo.  $f_m$  (rpm)

**b) Principales etapas de cálculo.**

El proceso de trabajo del martillo incluye dos impactos sucesivos. Para propósitos de diseño, se debe considerar el efecto acumulativo. El siguiente procedimiento se basa en aproximaciones sugeridas por Rausch.

i. Primer Impacto: el efecto del primer impacto debería considerarse como si el peso  $W_d = (W_1 - W_u)$  golpea a una velocidad  $v$ . El impulso de impacto ( $S_1$ ) está dado por:

$$S_1 = \frac{W_d v}{g}$$

(3.148)

- La aceleración con la cual golpea la masa  $(\ddot{z}) = \frac{v^2}{2h}$

(3.149)

- La fuerza de impacto  $(P) = \frac{W_d \ddot{z}}{g}$

(3.150)

- El periodo de Impacto  $(T) = \frac{2h}{v}$

(3.151)

- El periodo natural de la cimentación asumiendo 1gdl  $(T_n) = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_z}}$

(3.152)

Donde  $K_z$  es la rigidez de la capa elástica o suelo bajo la cimentación y  $m$  es la masa total de la cimentación y del equipo dinámico. Asumiendo una relación rectangular carga-tiempo de impacto y el máximo factor dinámico de Figura 3.31, la fuerza dinámica ( $F_1$ ) debida al primer impacto es:

$$F_1 = \xi \mu P$$

(3.153)



Donde  $\xi$  es el factor de fatiga igual a 3.

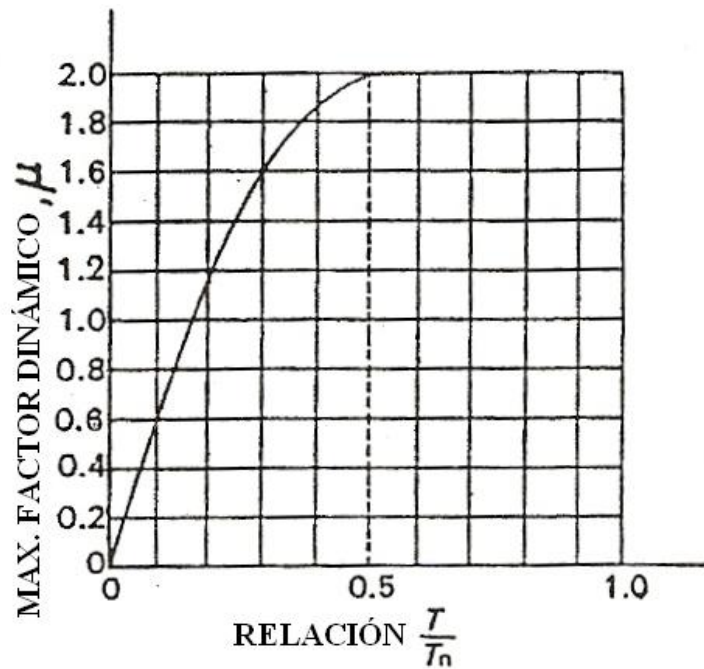


Figura 3.31: Respuesta transitoria para un sistema de un grado de libertad debido a un pulso rectangular.

ii. Segundo Impacto: después del primer impacto, la masa superior se desplaza con relativa velocidad ( $V$ ) dada por:

$$V = \frac{4W_d v}{W_u + W_1}$$

(3.154)

Debido a la gravedad, la masa superior cae hacia atrás y golpea nuevamente con la misma velocidad, en consecuencia causando un segundo impacto. Dado que los dos impactos ocurren uno después de otro, es necesario considerar los dos efectos en la diseño de la cimentación.

Para el cálculo de la fuerza dinámica debido al segundo impacto, es necesario conocer la rigidez ( $K_s$ ) de la banda de resortes, la cual controla el movimiento de las masas. La fuerza de impacto inducida por la banda de resortes ( $P_2$ ) es:

$$P_2 = V \sqrt{\frac{K_s W_u}{g}}$$

(3.155)

Asumiendo que el segundo impacto es causado por la masa inferior (la cual es más pesada), la expresión para la fuerza dinámica debida al segundo impacto puede ser obtenida de:

$$F_2 = 7,5V \sqrt{\frac{K_s W_u}{g}} \frac{W_1}{W_u}$$

(3.156)

El factor 7,5 es producto del factor de fatiga igual a 3, un factor dinámico igual a 2 y un factor de corrección de 1,25 los cuales consideran posibles incertidumbres en la evaluación de la rigidez de la banda de resortes.

La fuerza dinámica total es:

$$F_d = F_1 + F_2$$

(3.157)

### c) Procedimiento alternativo de diseño.

El siguiente procedimiento simplificado puede ser adoptado cuando la frecuencia natural de la cimentación es baja  $\left(\frac{f_m}{f_n}\right) \geq 2$ , este caso se presenta cuando la cimentación está soportada en amortiguadores. Para cimentaciones que se apoyan

directamente en el suelo, este método sobreestima las fuerzas dinámicas en la cimentación y por lo tanto es muy conservativo.

- Impulso de Impacto ( $S_1$ ) debido al primer impacto  $= \frac{W_d}{g} v$

$$(3.158)$$

- Impulso de Impacto ( $S_2$ ) debido al segundo impacto  $= 1,25 \frac{W_d}{g} V$

$$(3.159)$$

Donde  $V$  está dado por la (3.154) y el multiplicador 1,25 es el factor de corrección, el cual considera posibles incertidumbres en la evaluación de la rigidez de la banda de resortes.

- Impulso total de Impacto  $(S) = (S_1 + S_2)(1 + k)$

$$(3.160)$$

Donde  $k$  es el coeficiente de impacto, el cual puede ser tomado como 0,6.

Si  $w_n$  es la frecuencia natural de la cimentación, la fuerza dinámica total es:

$$F_d = \xi w_n S$$

$$(3.161)$$

Donde  $\xi$  es el factor de fatiga igual a 3.

#### **d) Chequeos de diseño.**

i. Para cimentaciones que se apoyan directamente en el suelo, el máximo esfuerzo permisible ( $\sigma_{sp}$ ) es:

$$\sigma_{sp} = \frac{W_m + W_f + F_d}{A_f} \text{ debe ser } < \sigma_s$$

(3.162)

Donde  $W_m$ ,  $W_f$  y  $A_f$  denotan el peso del equipo dinámico, peso de la cimentación y área de la cimentación.

**e) Diseño estructural.**

La Figura 3.32 presenta una cimentación rectangular para un martillo tipo bloque de respuesta.  $(L * B)$  son las dimensiones del área de cimentación, y  $(l * b)$  son las dimensiones del plato de base del equipo dinámico.  $W_m$  es el peso del equipo dinámico y  $F_d$  es la fuerza dinámica inducida por su operación.

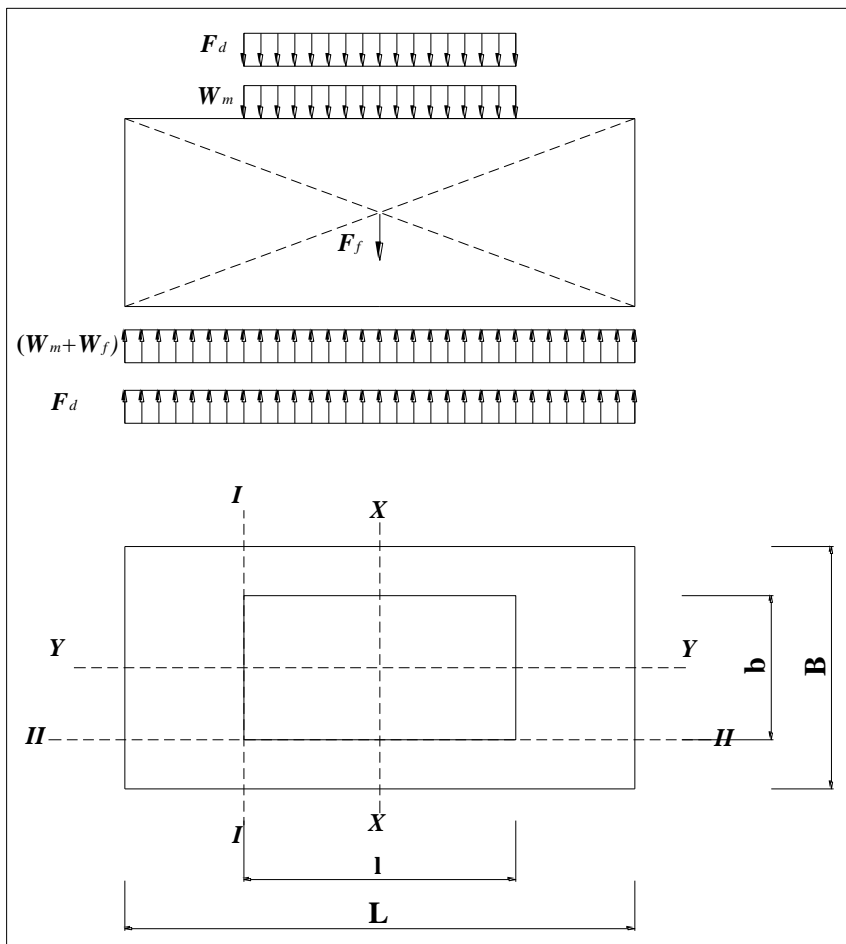


Figura 3.32: Cimentación rectangular apoyada directamente en el suelo.

De la Figura 3.32, el momento flector en la mitad de la sección  $XX$  y  $YY$  es:

$$M_{xx} = \left[ \frac{W_m \pm F_d}{8} \right] [L - l]$$

(3.163)

$$M_{yy} = \left[ \frac{W_m \pm F_d}{8} \right] [B - b]$$

(3.164)

El corte en los bordes del plato de base es:

$$Q_{I-I} = \left[ \frac{W_m \pm F_d}{L} \right] \left[ \frac{L-l}{2} \right]$$

(3.165)

$$Q_{II-II} = \left[ \frac{W_m \pm F_d}{B} \right] \left[ \frac{B-b}{2} \right]$$

(3.166)

Las cimentaciones que se apoyan en resortes u otros soportes elásticos alrededor del perímetro de la base pueden ser consideradas como en la sección 3.4.8.5.

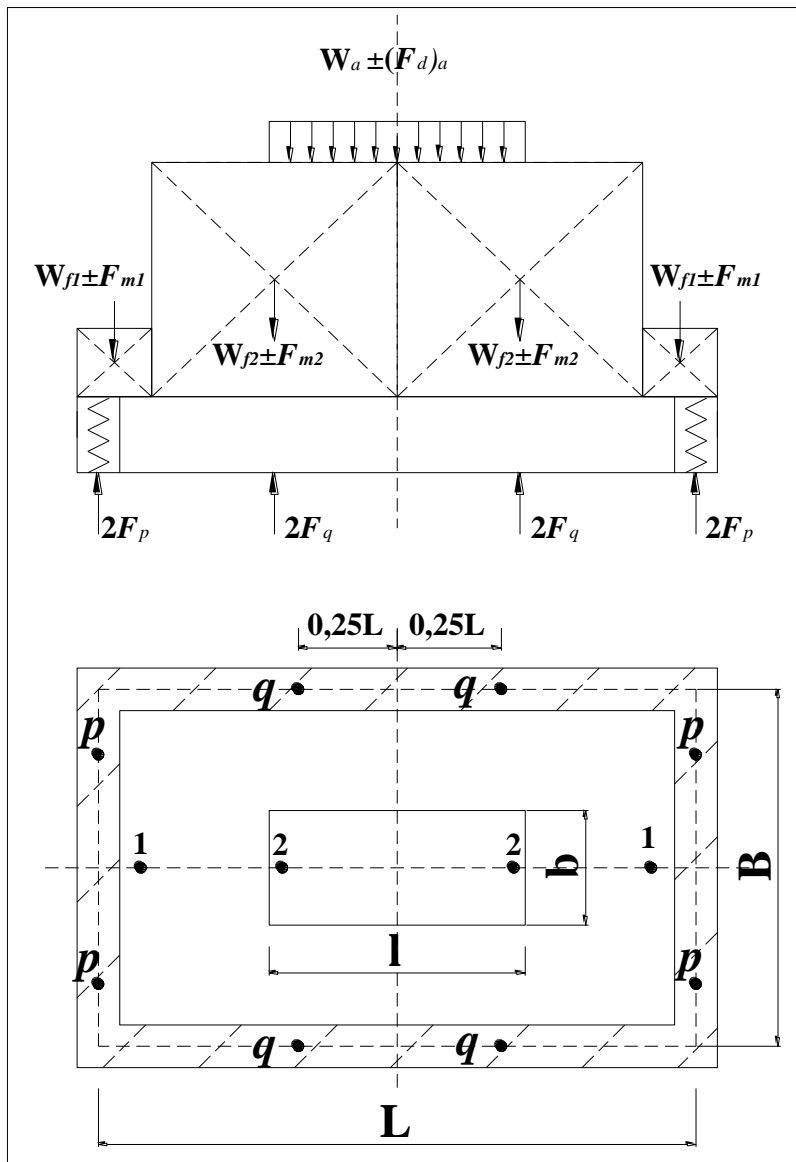


Figura 3.33: Cimentación apoyada en resortes.

### 3.5 Fuerza Periódica producidas por un Equipo Recíproco

El desbalance de un rotor en un equipo recíproco produce fuerzas normales en una dirección normal al eje de rotación descritas por la siguiente ecuación:

$$F(t) = mew^2 \sin(wt)$$

(3.167)

Donde:

$m$  : Porción de la masa del rotor que se encuentra desbalanceada.

$e$  : Excentricidad

$w$  : Velocidad angular de operación del equipo.

$t$  : Tiempo.

### **3.6 Consideraciones para el Análisis Dinámico de una Cimentación Tipo**

#### **Bloque para un Equipo Recíproco.**

##### **3.6.1 Diseño Preliminar.**

###### **3.6.1.1 Vibración Vertical.**

- i) Cálculo del peso del equipo y cimentación.
- ii) Cálculo de la rigidez del resorte vertical equivalente,  $K_z$ , utilizando la (3.30).
- iii) Cálculo de la frecuencia natural vertical.
- iv) Verificación de la frecuencia admisible según la sección 3.4.1.

###### **3.6.1.2 Vibración Horizontal.**

- i) Cálculo del peso del equipo y cimentación.

ii) Cálculo de la rigidez del resorte vertical equivalente,  $K_x$ , utilizando la (3.31).

iii) Cálculo de la frecuencia natural horizontal.

iv) Verificación de la frecuencia admisible según la sección 3.4.1.

### **3.6.1.3 Vibración de Cabeceo.**

i) Cálculo del peso del equipo y cimentación.

ii) Cálculo de la rigidez del resorte vertical equivalente,  $K_\phi$ , utilizando la (3.32).

iii) Localización del centro de gravedad de la cimentación.

iv) Cálculo del momento de inercia de la masa del cimientado con respecto al eje que pasa por su centro de gravedad y es paralelo al eje de rotación.

v) Cálculo del momento total de inercia, de las masas de la máquina y cimentación respecto al eje de balanceo de la base.

vi) Cálculo de la frecuencia natural de balanceo.

### **3.6.2 Diseño Definitivo.**

#### **3.6.2.1 Vibración Vertical.**

i) Cálculo del factor de amortiguamiento,  $\zeta_z$ , Tabla 3.4.

ii) Cálculo de la Amplitud de Vibración  $A_z$ , Tabla 1.2:

$$A_z = \frac{P_{zo}}{K_z} \sqrt{\left[ \left( 1 - \frac{f_o^2}{f_n^2} \right)^2 + \left( 2\zeta_z \frac{f_o}{f_n} \right)^2 \right]}$$

iii) Verificación de la amplitud permisible.



### 3.6.2.2 Vibración Acoplada de Cabeceo y Horizontal.

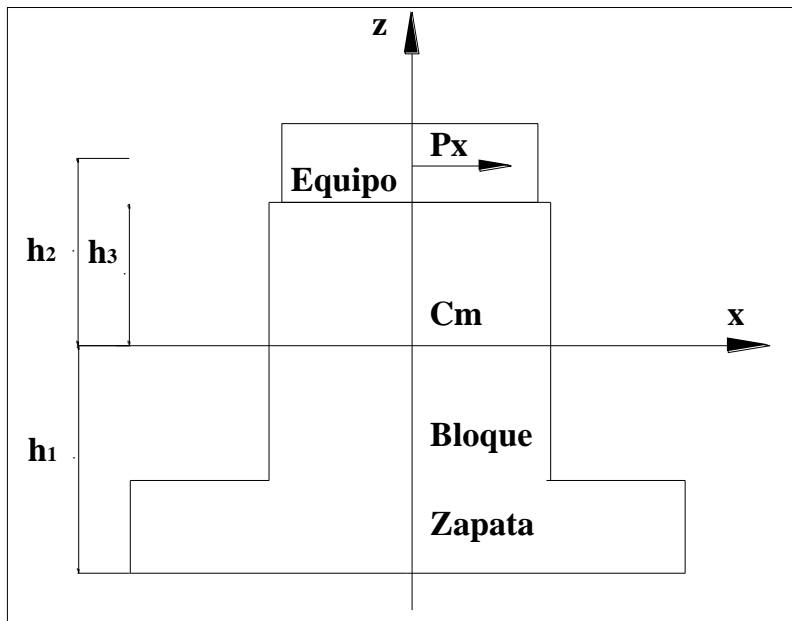


Figura 3.34: Dimensiones que interviene en la vibración acoplada de traslación en x y giro con respecto a y.

Debido a que en la práctica estos dos movimientos se presentan al mismo tiempo, el efecto del acoplamiento puede ser importante en las amplitudes horizontales y de cabeceo. En el análisis preliminar, el acoplamiento se puede despreciar, pero en el análisis final se debe incluir.

- i) Cálculo de la masa del equipo y del cimiento.
- ii) Cálculo de las constantes de amortiguamiento  $C_x$  y  $C_\phi$ . Tabla 1.2.
- iii) Cálculo del momento de inercia total respecto al eje de desplazamiento y de cabeceo.
- iv) Cálculo de la Fuerza Dinámica.
- v) Cálculo de la altura,  $h_1$ .

vi) Cálculo de la altura  $h_2$ .

A continuación se debe resolver el siguiente sistema:

$$(mw_o^2 - K_x)x_1 + C_x w_o x_2 + h_1 K_x a_1 - h_1 C_x w_o a_2 = -P_x$$

(3.168)

$$C_x w_o x_1 - (mw_o^2 - K_x)x_2 - h_1 C_x w_o a_1 - h_1 K_x a_2 = 0$$

(3.169)

$$h_1 K_x x_1 - h_1 C_x w_o x_2 + (I_o w_o^2 - K_\emptyset - h_1^2 K_x) a_1 + (h_1^2 C_x w_o + C_\emptyset w_o) a_2 = -P_x h_2$$

(3.170)

$$h_1 C_x w_o x_1 - h_1 K_x x_2 + (h_1^2 C_x w_o + C_\emptyset w_o) a_1 + (I_o w_o^2 - K_\emptyset - h_1^2 K_x) a_2 = 0$$

(3.171)

Las soluciones son para  $x_1, x_2, a_1$  y  $a_2$ .

- La Amplitud Horizontal está definida como:  $A_h = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$

(3.172)

- El ángulo de fase horizontal se define como:  $\tan \theta_x = \frac{x_1}{x_2}$

(3.173)

- La Amplitud de Cabeceo se define como:  $A_c = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

(3.174)

- El Ángulo de fase de cabeceo se define como:  $\tan \theta_\emptyset = \frac{a_1}{a_2}$

(3.175)

Existe una diferencia de fase entre las componentes y de cabeceo de la respuesta, igual a:  $\theta_x - \theta_\emptyset$ . Despreciando esta diferencia, la amplitud horizontal total de la vibración acoplada de la cimentación es:

$$A_x = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} + h_3 \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

(3.176)

$h_3$  es la distancia del centro de masas del conjunto cimentación-equipa a la cara superior de la cimentación.

Nota: la amortiguación por cabeceo es relativamente baja; cuando la amortiguación del cabeceo a la amplitud total sea demasiado grande, se debe disminuir la altura del cimiento o incrementar la dimensión del cimiento en la dirección del cabeceo.

## CAPÍTULO IV

### ANÁLISIS DINÁMICO DE CIMENTACIONES TIPO BLOQUE PARA DIFERENTES EQUIPOS DINÁMICOS.

#### 4.1 Análisis Dinámico de una Cimentación Tipo bloque para un Compresor Horizontal.

Las dimensiones de la cimentación para un compresor horizontal son delimitadas por los fabricantes del equipo. Los datos son los siguientes:

Nota: El usuario debe ingresar los datos solamente en las celdas de color amarillo.

#### CIMENTACIÓN TIPO BLOQUE PARA UN COMPRESOR HORIZONTAL

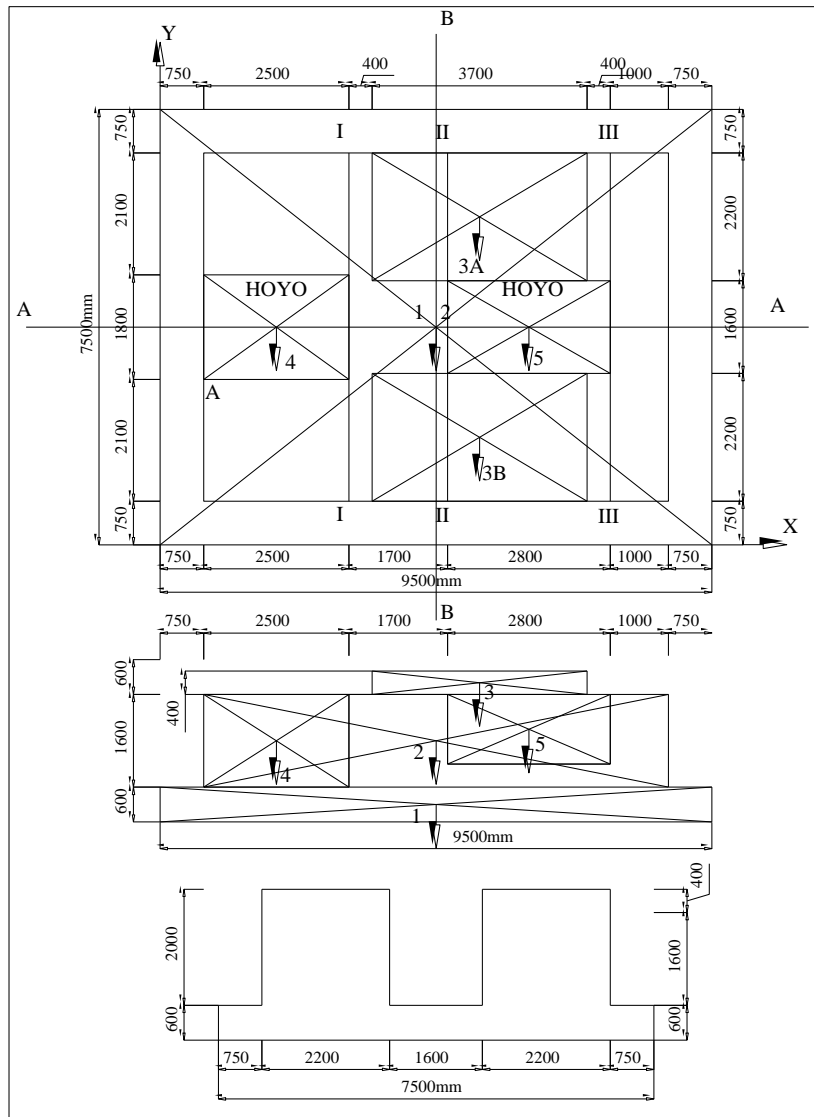
##### DATOS DEL EQUIPO

Peso del Equipo	36 t
Px	12 t
Altura	2,2 m
Área (At)	71,25 m <sup>2</sup>
ρ <sub>h</sub>	2,4 t/m <sup>3</sup>

##### DATOS DEL SUELO

Tipo de Suelo	Arenoso
Capacidad del Suelo	2 kg/cm <sup>2</sup>
Coefficiente Uniforme de Corte Elástico $\bar{c}_s$	2,25 kg/cm <sup>3</sup>

CIMENTACIÓN	X (m)	9,5
	Y (m)	7,5



Elemento (i)	Dimensión de Elementos			Peso	Masa	Coordenadas del Centro de Gravedad del Elemento			Momento Estático de Masa			Momento De Inercia del Elemento alrededor del eje Y que pasa a través del centro de gravedad del elemento	I <sub>yy</sub>	I <sub>zz</sub>	I <sub>yz</sub>		
	L <sub>1</sub> (mm)	L <sub>2</sub> (mm)	L <sub>3</sub> (mm)			w <sub>1</sub> (mm)	w <sub>2</sub> (mm)	w <sub>3</sub> (mm)	x <sub>1</sub> (mm)	y <sub>1</sub> (mm)	z <sub>1</sub> (mm)					x <sub>2</sub> (mm)	y <sub>2</sub> (mm)
Compresor				36,000	3,673	3,650	3,750	2,800	13,408	13,776	10,286						
1	9,5	7,5	0,6	102,600	10,459	4,750	3,750	0,300	49,679	39,220	3,138	78,972	-0,003	0,940	9,240		
2	8	6	1,6	184,320	18,789	4,750	3,750	1,400	89,248	70,459	26,305	104,216	-0,003	-0,160	0,482		
3A	3,7	2,2	0,4	7,814	0,797	5,500	5,650	2,400	4,381	4,501	1,912	0,919	-0,753	-1,160	1,524		
3B	3,7	2,2	0,4	7,814	0,797	5,500	1,850	2,400	4,381	1,474	1,912	0,919	-0,753	-1,160	1,524		
4	2,5	1,8	1,6	17,280	1,761	2,000	3,750	1,400	3,523	6,606	2,466	1,293	2,747	-0,160	13,333		
5	2,8	1,6	1,2	12,902	1,315	6,350	3,750	1,600	8,352	4,932	2,104	1,017	-1,603	-0,360	3,552		
				<b>308,366</b>	<b>31,438</b>				<b>149,222</b>	<b>117,891</b>	<b>38,981</b>	<b>182,717</b>			<b>9,243</b>		

**a) Centro de Gravedad**

$$\bar{x} = 4,747 \text{ m} = \frac{\sum m_1 x_1}{\sum m_1} \quad \text{Excentricidad en la dirección x} = 0,036\% = \frac{x - \bar{x}}{x} \approx 100\% \quad \text{BIEN}$$

$$\bar{y} = 3,75 \text{ m} = \frac{\sum m_2 y_2}{\sum m_2} \quad \text{Excentricidad en la dirección y} = 0,000\% = \frac{y - \bar{y}}{y} \approx 100\% \quad \text{BIEN}$$

$$\bar{z} = 1,24 \text{ m} = \frac{\sum m_3 z_3}{\sum m_3}$$

**b) Parámetros de Diseño**

i) Masa de la cimentación	31,438 tseg <sup>2</sup> /m		
ii) Momento (My) causado por la fuerza excitadora horizontal (Px) actuante a una altura de 0,6m sobre el top de la cimentación	18,721 t*m		
iii) Frecuencia de operación del equipo (fm)	150,000 rpm		
Frecuencia Circular (Wm)	15,708 rad/seg		
iv) Momento de Inercia (Iy) de la base alrededor del eje que pasa por su centro de gravedad y perpendicular al plano de vibración.	535,859 m <sup>4</sup>	$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12}$	
v) Momento de inercia de masa de todo el sistema alrededor del eje Y que pasa a través del centro de gravedad común y perpendicular al plano de vibración $\varphi_y$	191,960 tm <sup>2</sup>	$\varphi_y = \frac{1}{12} \sum m_i (I_{xx}^2 + I_{zz}^2) + \sum m_i (x_{G_i}^2 + z_{G_i}^2)$	
vi) Momento de Inercia alrededor del eje que pasa a través del centroide de la base y perpendicular al plano de vibración.	240,294 tm <sup>2</sup>	$\varphi_{G_y} = \varphi_y + m z^2$	
vii) Relación ( $\alpha_y$ )	0,798853	$\alpha_y = \frac{\varphi_y}{\varphi_{G_y}}$	ec.3.45
viii) Límite de Frecuencias	20068,54 seg-2	$w_{G_y}^2 = \frac{c_p \cdot I_y \cdot w^2}{\varphi_{G_y}}$	ec.3.48
	5099,383 seg-2	$w_{G_z}^2 = \frac{c_p \cdot I_z}{\varphi_{G_z}}$	ec.3.49

**c. Frecuencias Naturales Acopladas**

$$w_{G_y}^2 - \left( \frac{w_{G_z}^2 + w_{G_y}^2}{2} \right) w_{G_z}^2 + \frac{w_{G_z}^2 w_{G_y}^2}{2} = 0 \quad \text{ec.3.44.}$$

661033  
281033  
281033  
112242

$$w_{G_z}^2 = 26709 \text{ seg-2}$$

$$w_{G_y}^2 = 4796,4 \text{ seg-2}$$

$$w_{G_z}^2 = \frac{1}{2\alpha_y} \left[ w_{G_y}^2 + w_{G_z}^2 + \sqrt{(w_{G_y}^2 + w_{G_z}^2)^2 - 4\alpha_y w_{G_y}^2 w_{G_z}^2} \right] \quad \text{ec.3.50}$$

$$w_{G_y}^2 = \frac{1}{2\alpha_y} \left[ w_{G_y}^2 + w_{G_z}^2 - \sqrt{(w_{G_y}^2 + w_{G_z}^2)^2 - 4\alpha_y w_{G_y}^2 w_{G_z}^2} \right] \quad \text{ec.3.51}$$

**Frecuencias Naturales**

f1 = 26,01037 cps  
f2 = 11,02242 cps

$$f = \frac{w}{2\pi}; \text{ cps}$$

f1 = 1560,622 cpm  
f2 = 661,3454 cpm

$$f = \frac{w}{2\pi} \approx \text{ED}; \text{ cpm; rpm}$$

**d. Amplitudes**

**Amplitud Horizontal**

$$f(w_m^2) = 7,27E+11$$

$$f(w_m^2) = m\varphi_y (w_m^2 - w_{m1}^2)(w_m^2 - w_{m2}^2) \quad \text{ec.3.57}$$

W1:0%

W2:0%

W3:0%

$$u_m = 8,81E-05 \text{ m}$$

$$u_m = 0,08806 \text{ mm}$$

$$u_m = \left[ (C_p A_t \delta - W S + C_p A_t S^2 - \varphi_y w_m^2) P_y + (C_p A_t \delta) M_y \right] \frac{1}{f(w_m^2)} \quad \text{ec.3.55}$$

**Amplitud Rotacional**

$$u_{\varphi_y} = 7,21E-06 \text{ m}$$

$$u_{\varphi_y} = 0,007214 \text{ mm}$$

$$u_{\varphi_y} = \left[ (C_p A_t \delta) P_y + (C_p A_t \delta - m w_m^2) M_y \right] \frac{1}{f(w_m^2)} \quad \text{ec.3.56}$$

**Límite de Amplitud al nivel de la base**

$$= u_m - S u_{\varphi_y}$$

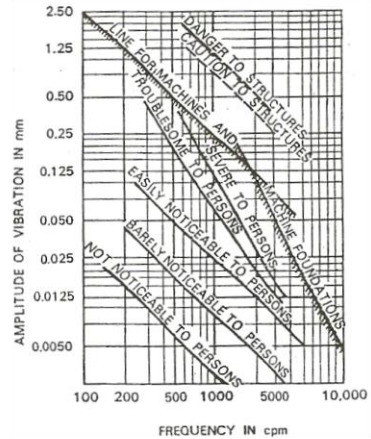
$$u_m - S u_{\varphi_y} = 0,079115 \text{ mm}$$

**Límite de Amplitud en el tope de la cimentación**

$$= u_m + (H - S) u_{\varphi_y} \quad \text{ec.3.58}$$

$$u_m + (H - S) u_{\varphi_y} = 0,094986 \text{ mm} \quad \text{ok}$$

Comprobar el límite permisible en la Fig1.1.



**e. Fuerzas Dinámicas Referencia: Tabla.3.8**

$$\xi = 3$$

**Fuerza Dinámica**

$$(F_d)_y = 38,049 \text{ t} \quad (F_d)_y = \xi C_p A_t \delta (u_m - S u_{\varphi_y})$$

**Momento Dinámico**

$$(M_d)_y = 104,37 \text{ t}^* \text{m} \quad (M_d)_y = \xi C_p I_y u_{\varphi_y}$$

**f. Chequeo del esfuerzo del suelo:**

Peso estático del equipo y cimentación

308,366 T

$$\sigma = \frac{W}{A_x} \pm \frac{M_y (I - S)}{I_y} \quad \text{Esfuerzo Mínimo} = 3,4034 \text{ T/m}^2 \quad \text{BIEN}$$

$$\text{Esfuerzo Máximo} = 5,2525 \text{ T/m}^2 \quad \text{BIEN}$$

**g. Diseño estructural-Dirección Longitudinal**

**i) Cargas Estáticas**

Nota: la excentricidad del centro de gravedad del equipo y cimentación respecto al centroide de la base es muy pequeña, por lo que la reacción del suelo se asume como uniforme

$$\text{Intensidad de la reacción del Suelo} = 4,328 \text{ t/m}^2$$

Elemento (i)	FUERZAS INERCIALES					FUERZAS INERCIALES	
	Peso W (t)	x (m)	Xi (m)	z (m)	Zi (m)	Vertical (t)	Horizontal (t)
			$\bar{X} = x - x_c$		$\bar{Z} = z - z_c$		

1	102,600	0,003	0,003	-0,940	11,267	0,00017997	0,629241214
2	184,320	0,003	0,003	0,160	12,367	0,000323314	1,24079249
3A	7,814	0,753	0,753	1,160	13,367	0,003203979	0,056858128
3B	7,814	0,753	0,753	1,160	13,367	0,003203979	0,056858128
4	17,280	-2,747	-2,747	0,160	12,367	-0,02583676	0,116324296
5	12,902	1,603	1,603	0,360	12,567	0,011259915	0,088260135
						0,044007917	2,18833439

$$x_0 = 2E-04 \text{ m} \quad x_0 = -\frac{x_z}{a_{\varphi_y}} \quad \text{ec.3.85} \quad a_x = \frac{F_x}{m(w_m^2 - w_{m1}^2)} \quad \text{ec.3.43} \quad w_m = \sqrt{\frac{C_p A_t \delta}{m}}$$

$$x_0 = -12,2 \text{ m} \quad x_0 = -\frac{x_z}{a_{\varphi_y}} \quad \text{ec.3.86}$$

$$(M_{in})_y = 1,025 \text{ T}^* \text{m} \quad (M_{in})_y = \xi \varphi_y a_{\varphi_y} w_m^2 \quad \text{Tabla.3.8}$$

Fuerzas Inerciales: Vertical:  $(F_{in})_1 = \frac{W_1}{\varphi_y} (M_{in})_y \frac{x}{y} \quad \text{ec.3.89}$

Horizontal:  $(F_{in})_1 = \frac{W_1}{\varphi_y} (M_{in})_y \frac{z}{y} \quad \text{ec.3.90}$

ii) Fuerzas Dinámicas

a) **Momento Excitador =** 18,721 t\*m  
 $\xi = 3$

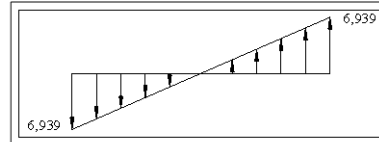
**Momento excitador por fatiga =** 56,162 t\*m

**Fuerza Excitadora Distribuida =** 3,734 t/m



b) **Momento Dinámico =** 104,3743 T\*m

**Fuerza Dinámica Distribuida =** 6,939 t/m



c) **Fuerza Inercial**

$\frac{F_{in}}{F_{ex}} = 0,22681$

$(F_{in})_x = 2,049218 \text{ t}$

$(F_{in})_x = \xi m a_x \omega_{ms}^2$  **Tabla.3.8**

**Momento Inercial**

$(M_{in})_y = 1,025061 \text{ t*m}$

$(M_{in})_y = \xi \varphi_y a_y \omega_{ms}^2$  **Tabla.3.8**

**Coordenadas del centro de rotación**

$x_0 = 0 \text{ m}$

$x_0 = -\frac{M_{ex}}{F_{ex}}$  **ec.3.85**

$x_0 = -0,08192 \text{ m}$

$x_0 = -\frac{M_{ex}}{F_{ex}}$  **ec.3.86**

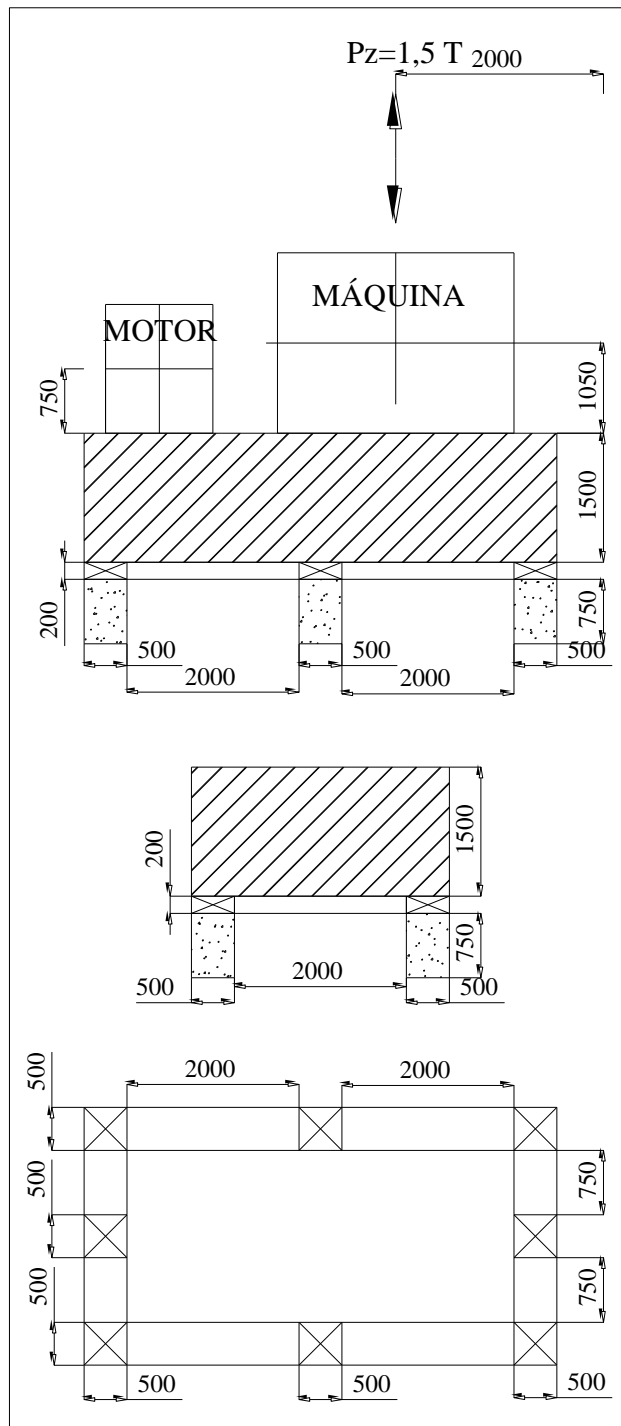


## 4.2 Análisis Dinámico de una Cimentación Tipo Bloque para un Motor a Diesel.

### CIMENTACIÓN TIPO BLOQUE PARA UN MOTOR A DIESEL

#### Datos:

- i) Peso total del equipo ( $P_z$ ) 6 t
- ii) Velocidad de Operación del equipo ( $f_m$ ) 1200 RPM 125,664 seg-1
- iii) Fuerza excitante vertical  $\pm$  ( $F_z$ ) 1,5 t
- iv) Amplitud permisible al nivel del piso 0,04 mm
- v) Naturaleza del suelo Arcilla Dura



Debido a que el suelo es rígido y los conjuntos de resortes son cortos y rígidos, la influencia del suelo puede ser ignorada.

a) Cálculo del Centro de Gravedad y Momentos de Inercia

Parte	$W_i$	$m_i$	$x_i$	$z_i$	$W_i x_i$	$W_i z_i$	Momento de inercia alrededor de un eje paralelo al eje Y y que pasa a través del centro de gravedad común $I_{py}$
	(t)	(t.seg <sup>2</sup> /m)	(m)	(m)	(t.m)	(t.m)	( t.m.seg <sup>2</sup> )
Máquina	4	0,4077	3,5	2,55	14	10,2	1,274
Motor	2	0,2039	1,5	2,25	3	4,5	0,248
Bloque de Cimentación	59,4	6,0550	2,75	0,75	163,35	44,55	16,399
Sumatoria	65,4	6,6667			180,35	59,25	17,922

$$\bar{x} = 2,758 \text{ m} \quad \bar{x} = \frac{\sum W_i x_i}{\sum W_i} \quad \bar{z} = 0,906 \text{ m} \quad \bar{z} = \frac{\sum W_i z_i}{\sum W_i}$$

b) Momento de Inercia

$$I_{py} = 17,922 \text{ t.m.seg}^2$$

$$S = 1,006 \text{ m}$$

Momento de Inercial alrededor del eje paralelo (paralelo al eje X) a través de la base

$$I_{poy} = 24,668 \text{ t.m.seg}^2$$

$$I_{poy} = I_{py} + mS^2$$

$$\text{Factor } \alpha_y = 0,727$$

$$\alpha_y = \frac{I_{py}}{I_{poy}} \text{ ec.3.45}$$

c) Dimensionamiento de los Resortes: cada grupo de resortes contiene 9 resortes espirales

Número de grupos de resortes =	8
Número de resortes por grupo =	9
Número Total de Resortes =	72
Carga Estática en cada resorte $P_{res}$ =	908,333 Kg

De la tabla 1.7. Cada resorte tiene las siguientes características

Diámetro del espiral (D)=	120 mm
Diámetro del alambre del resorte (d)=	20 mm
Número de revoluciones (n) =	5
$G =$	830000 kg/cm <sup>2</sup>
$\tau =$	6000 kg/cm <sup>2</sup>

Coefficiente del resorte $(K_{py}) =$	96,0648148 kg/mm	para 1 revolución
$(K_{py}) =$	19,212963 t/m	para 5 revoluciones

Capacidad de Carga del resorte (P) = 1270 Kg      Tabla.1.7

$$\text{Momento de Inercia de la base apoyada en resortes } I_{py} = 337,5 \text{ m}^2 \quad I_{py} = \# \text{GRUPOS} * \# \text{RESORTES} * d^2 \text{ ec.1.91}$$

d) Cálculo de la Frecuencia

i. Vibración Vertical

Coefficiente Vertical del Resorte  $(K_{py}) = nK_s$

$$(K_{py}) = 1383,333 \text{ t/m}$$

Masa de todo el sistema (m) = 6,667 t.seg<sup>2</sup>/m

$$\text{Frecuencia Natural Vertical } \omega_{nuz} = \sqrt{\frac{K_{py}}{m}}$$

$$f_{nuz} = 14,405 \text{ seg}^{-1} \\ 137,556 \text{ cpm}$$

**ii. Vibración en el plano xz**

Longitud del espiral bajo la carga estática ( $h$ ) = 18 cm

Factor de esbeltez  $h/D$  = 1,5

Compresión del resorte bajo la acción de la Carga Estática  $\delta_{z0} = 0,047$  m  
 $\delta_{z0} = 4,728$  cm

$$\delta_{z0} = \frac{1}{K_z} W$$

$$\frac{\delta_{z0}}{h} = 0,26265$$

El valor de  $\alpha$  tomado de la Fig.1.11 es = 1,3

Coefficiente de rigidez horizontal del resorte  $K_{zx} = 1011,49$  t/m

$$K_{zx} = K_z \frac{1}{\alpha + 0,385 \left[ 1 + 0,77 \left( \frac{h}{D} \right)^2 \right]} \quad \text{ec.1.114}$$

Coefficiente de rigidez a rotación del resorte  $K_{\theta y} = 6484,38$  t/m

$$K_{\theta y} = K_z J_y \quad \text{ec.1.116}$$

Límite de frecuencias

$$\omega_{\theta y}^2 = 262,862152 \text{ seg}^{-2} \quad \omega_{\theta y}^2 = \frac{K_{\theta y}}{I_{\theta y}} \quad \text{ec.3.46}$$

$$\omega_{zx}^2 = 151,723848 \text{ seg}^{-2} \quad \omega_{zx}^2 = \frac{K_{zx}}{m} \quad \text{ec.3.47}$$

La ecuación para las frecuencias naturales acopladas es:

$$\omega_{zx}^4 - \left( \frac{\omega_{\theta y}^2 + \omega_{zx}^2}{\alpha_y} \right) \omega_{zx}^2 + \frac{\omega_{\theta y}^2 \omega_{zx}^2}{\alpha_y} = 0 \quad \text{ec.3.44}$$

$$\omega_{zx1}^2 = 448,159 \text{ seg}^{-2} \quad \omega_{zx2}^2 = 21,170 \text{ seg}^{-2} \quad \omega_{zx1}^2 = \frac{1}{2\alpha_y} \left[ \omega_{\theta y}^2 + \omega_{zx}^2 + \sqrt{(\omega_{\theta y}^2 + \omega_{zx}^2)^2 - 4\alpha_y \omega_{\theta y}^2 \omega_{zx}^2} \right] \quad \text{ec.3.50}$$

$$\omega_{zx2}^2 = 122,491 \text{ seg}^{-2} \quad \omega_{zx2}^2 = 11,068 \text{ seg}^{-2} \quad \omega_{zx2}^2 = \frac{1}{2\alpha_y} \left[ \omega_{\theta y}^2 + \omega_{zx}^2 - \sqrt{(\omega_{\theta y}^2 + \omega_{zx}^2)^2 - 4\alpha_y \omega_{\theta y}^2 \omega_{zx}^2} \right] \quad \text{ec.3.51}$$

$$f_{v1} = 202,156 \text{ rpm} \quad \text{BIEN}$$

$$f_{v2} = 105,688 \text{ rpm} \quad \text{BIEN}$$

**e) Cálculo d Amplitudes:**

**i. Amplitud Vertical**

$$a_{z0} = -1,444E-05 \text{ m} \quad a_{z0} = \frac{P_z}{m(\omega_{zx}^2 - \omega_{zx0}^2)} \quad \text{ec.3.43}$$

$$a_{z0} = -0,014438 \text{ mm} \quad \text{BIEN: Amplitud Permissible}$$

**ii. Amplitud Horizontal**

$$a_{x0} = \frac{(K_{\theta y} S) M_y}{f(\omega_{zx}^2)} \quad \text{ec.3.55}$$

$$f(\omega_{zx}^2) = 2,8724E+10 \quad f(\omega_{zx}^2) = m\alpha_y (\omega_{zx1}^2 - \omega_{zx}^2)(\omega_{zx2}^2 - \omega_{zx}^2) \quad \text{ec.3.57}$$

$$e = 0,75$$

$$M_y = 1,125 \text{ t.m} \quad M_y = P * e$$

$$a_{x0} = 3,9852E-08 \text{ m} \quad \text{BIEN: Amplitud Permissible}$$

**iii. Amplitud Rotacional**

$$a_{\theta y} = -4,084E-06 \text{ m} \quad a_{\theta y} = \frac{(K_{zx} - m\omega_{zx}^2) M_y}{f(\omega_{zx}^2)} \quad \text{ec.3.56}$$

Amplitud horizontal neta en la cara superior de la cimentación  $a_{x0sp} = -2E-06 \text{ m}$

$$a_{x0sp} = a_{x0} + (H - S) a_{\theta y} \quad \text{ec.3.58}$$

$$a_{x0sp} = -0,002 \text{ mm} \quad \text{BIEN: Amplitud Permissible}$$

**f) Fuerzas Dinámicas**

**i. Fuerza Dinámica Vertical**

$$V_{dz} = \pm \xi K_z a_{z0} \quad \text{Tabla.3.8} \quad \xi = 3$$

$$V_{dz} = -0,060 \text{ t}$$

**ii. Fuerza Dinámica Horizontal**

$$H_{dx} = \pm \xi K_{\theta y} (a_{x0} - S a_{\theta y}) \quad \text{Tabla.3.8}$$

$$H_{dx} = 0,0126 \text{ t}$$

**iii. Momento Dinámico en el plano vertical**

$$M_{dz} = \pm \xi K_{\theta y} a_{\theta y} \quad \text{Tabla.3.8}$$

$$M_{dz} = -0,079 \text{ t.m}$$

Relación de frecuencia

$$\frac{f_{v1}}{f_{v2}} = 5,936 \quad \text{BIEN}$$

g) Carga Dinámica en los resortes: *la relación de frecuencia debe ser mayor a dos para que la fuerza generada sea considerada como estática y se pueda chequear la fuerza total ejercida en los resortes*

$$\begin{aligned} P_z &= \pm 3 \text{ t} \\ M_z &= 2,25 \text{ t.m} \end{aligned} \quad M_z = P_z \cdot e$$

La fuerza dinámica en el resorte más distante está dado por:  $P_{z2} = \pm 58,333 \text{ kg}$

$$P_{z2} = \pm \left( \frac{P_z}{n_2} + \frac{M_z}{L n_2} \right)$$

$l$  es la distancia entre los conjuntos de resortes **5** m  
 $n_1$  es el número de resortes en el lado de análisis **27**

La carga máxima en el resorte más distante es:

$$P_{\text{max}} = P_{z2} + P_z$$

$$P_{\text{max}} = 966,667 \text{ kg} \quad \text{BIEN}$$

h) Fuerzas Inerciales: Coordenadas del centro de rotación

$$x_0 = -3,536 \text{ m} \quad x_0 = -\frac{M_z}{E_{G,y}} \quad \text{ec.3.85}$$

$$z_0 = 0,010 \text{ m} \quad z_0 = -\frac{M_x}{E_{G,y}} \quad \text{ec.3.86}$$

Debido a que  $z_0$  es un valor muy pequeño, la fuerza inercial horizontal actuante en la cimentación es omitida.

Fuerza Actuantes para el Diseño Estructural:

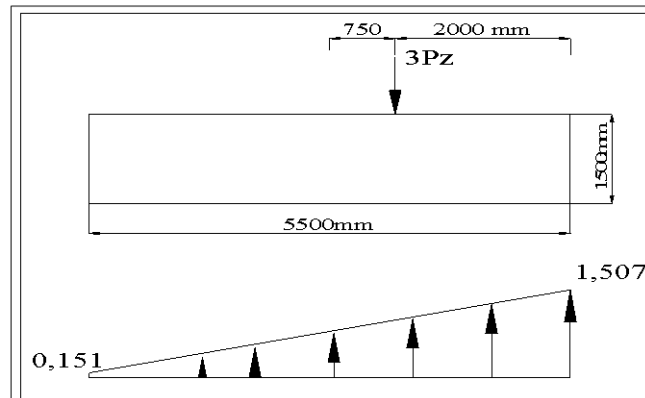
$$L = 5,5 \text{ m}$$

- i) Fuerza Excitante 4,5 t
  - ii) Fuerzas Inerciales 0 t
  - iii) Fuerzas Dinámicas 0,058 t
- $$P_z = 4,5833333 \text{ t}$$

$$w_1 = 1,507 \text{ t/m}$$

$$w_2 = 0,151 \text{ t/m}$$

$$w = \frac{P_z}{L} \left( 1 \pm \frac{5e}{L} \right)$$



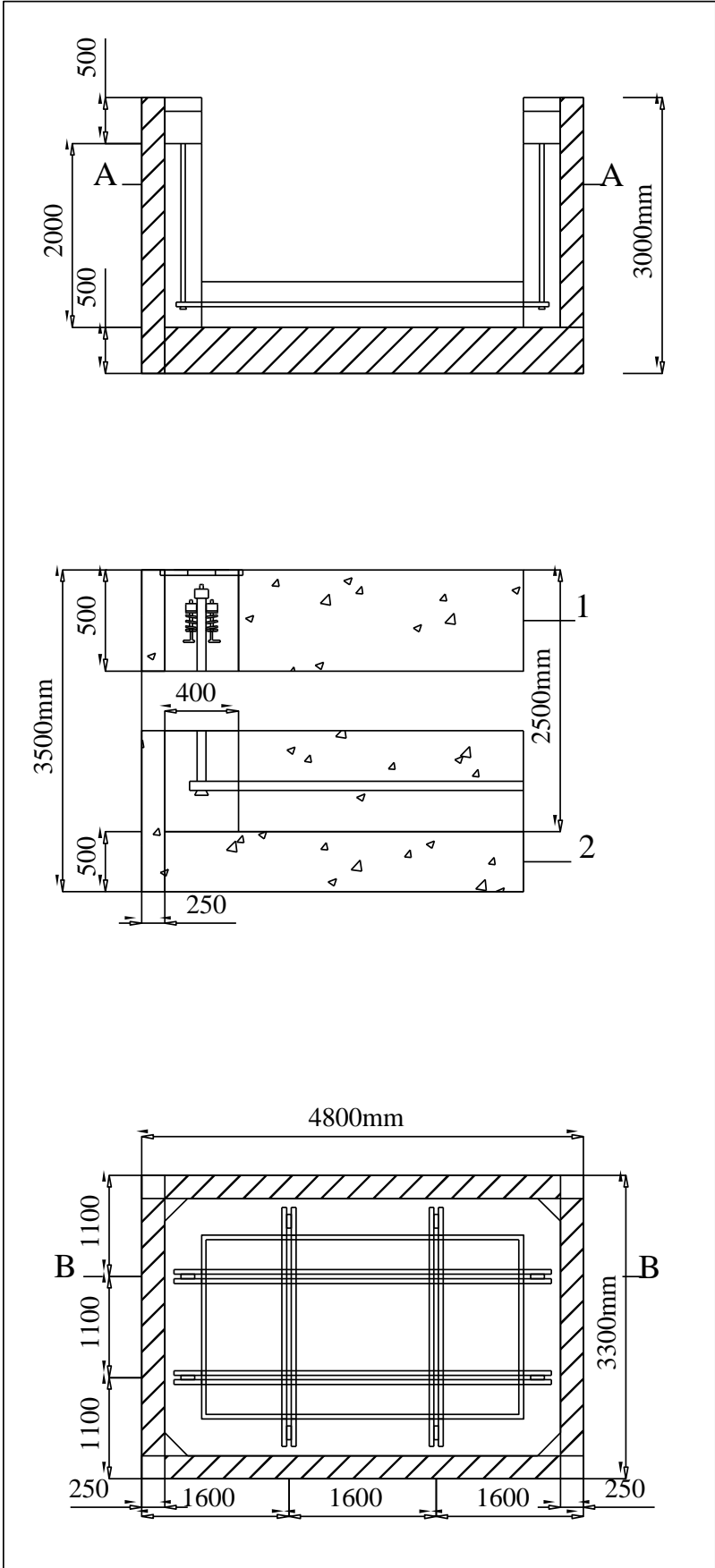
### 4.3 Análisis dinámico de una Cimentación Tipo Bloque para un Compresor Vertical sobre Resortes.

La cimentación estará suspendida sobre amortiguadores. Se considera al sistema que tiene dos grados de libertad.

#### CIMENTACIÓN TIPO BLOQUE PARA UN COMPRESOR VERTICAL SOBRE RESORTES

##### Datos:

i) Producción del Motor		100	Kw
ii) Velocidad de operación del equipo		360	rpm
iii) Fuerza Excitante en la dirección vertical	(P <sub>z</sub> )	3	t
iv) Amplitud permisible de la cimentación	(u <sub>z</sub> )	0,04	mm
v) Coeficiente elástico uniforme de compresión del suelo	(C <sub>s</sub> )	2000	t/m <sup>3</sup>
vi) Base de la cimentación		3,3	m
vii) Longitud de la Cimentación		4,8	m
viii) Área de cimentación en contacto con el suelo		15,84	m <sup>2</sup>
ix) Peso de la cimentación bajo los amortiguadores		41,81	t
x) Peso de la cimentación sobre los amortiguadores		42	t
xi) Coeficiente de Rigidez de la base (suelo)	(K <sub>s</sub> )	31680	t/m
xii) Masa de la cimentación bajo los amortiguadores	(m <sub>z1</sub> )	4,262	t.seg <sup>2</sup> /m
xiii) Masa de la cimentación sobre los amortiguadores	(m <sub>z2</sub> )	4,281	t.seg <sup>2</sup> /m



a) Límite de la frecuencia natural ( $\overline{\omega}_{n1}$ )

$$(\overline{\omega}_{n1}^2) = 3708,159 \text{ seg}^{-2} \quad (\overline{\omega}_{n1}^2) = \frac{K_1}{m_1 + m_2} \quad \text{ec.1.29}$$

i) Coeficiente ( $\alpha$ )

$$\eta_{n1}^2 = 2,609 \quad \eta_{n1} = \frac{\overline{\omega}_{n1}}{\omega_{cr}} \quad \text{ec.3.100}$$

ii) Relación de masas

$$\alpha = 1,005 \quad \alpha = \frac{m_2}{m_1}$$

iii) Amplitud vertical sin amortiguamiento ( $\alpha_v$ )

$$\alpha_v = 0,00015 \text{ m} \quad \alpha_v = \frac{F_D}{(m_1 + m_2)(\overline{\omega}_{n1}^2 - \omega_{cr}^2)} \quad \text{ec.3.102}$$

$$\alpha_v = 0,154 \text{ mm}$$

iv) Grado de absorción de los amortiguadores ( $\beta$ )

$$\beta = 3,839 \quad \beta = \frac{K_2}{\alpha_1} \quad \text{ec.3.104}$$

Refiriéndose la Fig.3.22

v)

$$\beta = -5$$

El valor se encuentra entre -1 e infinito

$$\eta_{n2}^2 = 0,219$$

$$\eta_{n2}^2 = \frac{1 - (1 + \alpha)\eta_{n1}^2}{(1 + \alpha)(\beta - 1)(\eta_{n1}^2 - 1)} \quad \text{ec.3.106}$$

vi) Límite de frecuencia natural ( $\overline{\omega}_{n2}$ )

$$(\overline{\omega}_{n2}^2) = 310,639 \text{ rpm} \quad \overline{\omega}_{n2}^2 = \eta_{n2}^2 * \omega_{cr}^2 \quad \text{ec.3.101}$$

vi) Rigidez de los amortiguadores ( $K_2$ )

$$K_2 = 1329,954 \text{ T/m} \quad K_2 = \overline{\omega}_{n2}^2 * m_2$$

b) Frecuencias Naturales

$$f(\omega_{cr}^2) = \omega_{cr}^4 - (\overline{\omega}_{n1}^2 + \overline{\omega}_{n2}^2)(1 + \alpha)\omega_{cr}^2 + (1 + \alpha) * \overline{\omega}_{n1}^2 * \overline{\omega}_{n2}^2 = 0 \quad \text{ec.1.27}$$

$$a = 1,000$$

$$b = 8055,859$$

$$c = 2309034,442$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\omega_{cr1}^2 = -297,624 \text{ seg}^{-2}$$

$$\omega_{cr2}^2 = -7758,236 \text{ seg}^{-2}$$

$$f_{n1} = 164,742 \text{ rpm} \quad \text{Bien}$$

$$f_{n2} = 841,110 \text{ rpm} \quad \text{Bien}$$

c) Diseño de los amortiguadores

i) Número de resortes en cada conjunto

$$n_1 = 2$$

ii) Número de conjuntos de resortes

$$n_2 = 8$$

Rigidez de cada resorte

$$K_{cr} = 83,122 \text{ t/m}$$

$$K_{cr} = \frac{K_2}{n_1 n_2}$$

Tabla 1.7

Diámetro del espiral (D) = 80 mm

Calibre del resorte (d) = 24 mm

$K_s = 672 \text{ kg/mm}$

Ps = 2750 kg

Número de giros del resorte = 8

$$K_{cr} = 84 \text{ t/m} \quad \text{Bien}$$



d) Amplitudes  $f(w_{\text{est}}^2) = w_{\text{est}}^4 - (1 + \alpha)(\bar{w}_{\text{est}1}^2 + \bar{w}_{\text{est}2}^2)w_{\text{est}}^2 + (1 + \alpha) * \bar{w}_{\text{est}1}^2 * \bar{w}_{\text{est}2}^2$  ec.3.97

$$f(w_{\text{est}}^2) = -7120263,52$$

$$\begin{aligned} w_{\text{est}2} &= -0,00062 \text{ m} \\ w_{\text{est}2} &= -0,62235 \text{ mm} \end{aligned} \quad w_{\text{est}} = \frac{[(1 + \alpha)\bar{w}_{\text{est}1}^2 + \alpha\bar{w}_{\text{est}2}^2 - w_{\text{est}}^2]}{m_2 f(w_{\text{est}}^2)} P_0 \quad \text{ec.3.94}$$

$$w_{\text{est}1} = -0,03071 \text{ mm} \quad w_{\text{est}1} = \frac{\alpha_1}{\beta} \quad \text{ec.3.104}$$

e) Fuerza dinámica en los resortes:  $(F_{\text{d}}) = K_2(|x_2| + |x_1|)$

$$F_{\text{d}} = 0,869 \text{ t}$$

f) Carga total en los resortes  $F_{\text{T}} = W + F_{\text{d}}$

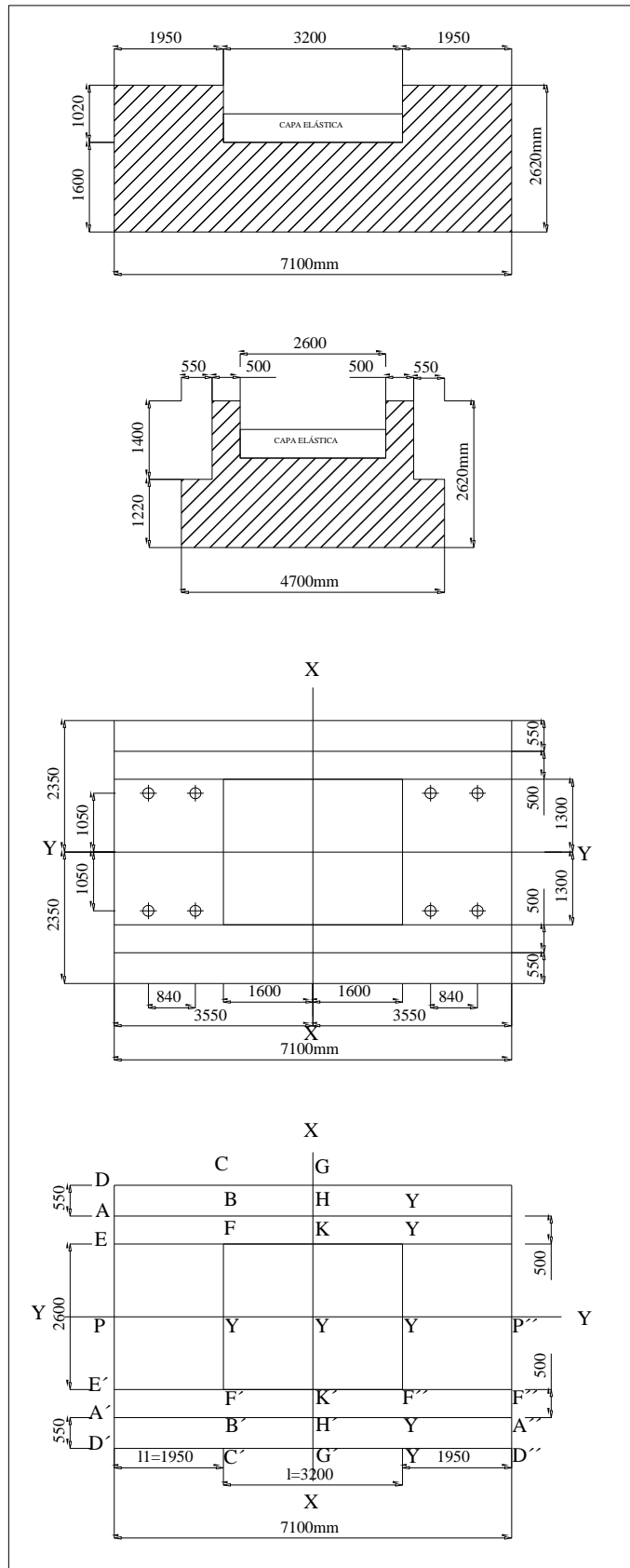
$$F_{\text{T}} = 42,869 \text{ t}$$

g) Carga en cada resorte  $F_{\text{R}} = \frac{F_{\text{T}}}{x_1 + x_2}$

$$F_{\text{R}} = 2,679 \text{ t}$$

La Carga en cada resorte es menor a la admisible

#### 4.4 Análisis dinámico para una Cimentación apoyada directamente sobre el suelo Tipo Bloque apoyada directamente sobre el suelo para un Martillo.



**CIMENTACIÓN TIPO BLOQUE PARA MARTILLO (CIMENTACIÓN APOYADA EN EL SUELO)**

**a. Datos**

i) Peso de la cabeza del martillo	$(W_c)$	3400	kg
ii) Peso del yunque	$(W_y)$	75000	kg
iii) Peso del marco apoyado en la cimentación	$(W_m)$	38350	kg
iv) Área de la base del yunque	$(A_{y,b})$	83200	cm <sup>2</sup>
v) Espesor de la capa de madera bajo el yunque	$(t_m)$	60	cm
vi) Elasticidad de la capa de madera	$(E_m)$	13000	kg/cm <sup>2</sup>
vii) Velocidad de caída de la cabeza del martillo	$(v)$	600	cm/seg
viii) Coeficiente de restitución	$(k)$	0,25	
ix) Capacidad admisible del suelo	$(\sigma_p)$	3,5	kg/cm <sup>2</sup>
x) Coeficiente elástico de compresión del suelo	$(C_c)$	3,8	kg/cm <sup>3</sup>
xi) Amplitud permisibles		1	mm

**b. Dimensionamiento Preliminar**

i) De la Tabla 3.10 el mínimo espesor de cimentación bajo el yunque 1,6 m

ii) De la tabla 4.13: Espesor de la lámina elástica bajo el yunque 0,6 m

iii) **Peso mínimo requerido de la cimentación**

$$W_{\min} = 90,650 \text{ t} \quad W_{\min} = W_c \left[ 3(1+k)v - \frac{W_m + W_y}{W_c} \right] \text{ ec.3.107}$$

Peso de la cimentación  $W_y = 163,2 \text{ t}$  *Verificar el valor según prediseño*

Peso bruto	209,8	t
Hueco del yunque	20,36	t
Bordes	26,24	t

$$163,2 \quad W_y \geq W_{\min} \quad 90,65 \quad \text{Bien}$$

iv) **Área mínima requerida de la cimentación**

$$A_{\min} = 14,571 \text{ m}^2 \quad A_{\min} = \frac{30(1+k)}{\alpha_p} v \cdot W_c \text{ ec.3.108}$$

Área de la cimentación  $A_y = 33,37 \text{ m}^2$  *Verificar según el prediseño*

B =	4,7
L =	7,1

$$33,37 \quad A_y \geq A_{\min} \quad 14,571 \quad \text{Bien}$$

c. Análisis Dinámico

i) Coeficiente de rigidez de la Lámina bajo el yunque  $K_{Lz} = 1802666,67 \text{ t/m}$   $K_{Lz} = \frac{E_z A_z}{L_z}$  ec.3.113

ii) Masa del yunque  $m_{Lz} = 7,645 \text{ t*seg}^2/\text{m}$

iii) Frecuencia límite del yunque  $w_{Lz}^2 = 235788,80 \text{ seg}^{-2}$   $w_{Lz}^2 = \frac{K_{Lz}}{m_{Lz}}$  ec.3.114

iv) Coeficiente de rigidez del suelo  $K_z = 3804180 \text{ kg/cm}$   
 $K_z = 380418 \text{ t/m}$   $K_z = C_z + A_z$  ec.3.111

v) Masa total de la cimentación  $(m_f + m_{z2})$

$(m_f + m_{z2}) = 20,545 \text{ t*seg}^2/\text{m}$   
 $(m_f + m_{z2}) = 205,454 \text{ kg*seg}^2/\text{m}$

vi) Frecuencia límite de todo el sistema  $w_{z2}^2 = 13494,488 \text{ seg}^{-2}$   $w = \frac{m_z}{m_f + m_{z2}}$  ec.3.115

vii) La relación entre la masa del yunque para la masa de la cimentación.  $w = 0,372$   $w_z^2 = \frac{K_z}{m_f + m_z + m_{z2}}$  ec.3.117

viii) Velocidad después del Impacto  $V = 32,526 \text{ cm/seg}$   
 $V = 0,325 \text{ m/seg}$   $V = \frac{(1+k)}{(1+\frac{W}{W_z})} V$  ec.3.122

ix) Substituyendo y resolviendo  $w_z^4 - (w_z^2 + w_{z2}^2)(1+a)w_z^2 + (1+a)w_{z2}^2w_z^2 = 0$  ec.3.116

$a = 1$   
 $b = 342045,6126$   
 $c = 43658666333$   $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$w_{z21}^2 = 13279,553 \text{ seg}^{-2}$   
 $w_{z22}^2 = 328766,060 \text{ seg}^{-2}$

$w_{z21} = 115,237 \text{ seg}^{-1}$   
 $w_{z22} = 573,381 \text{ seg}^{-1}$

x) Amplitud de la Cimentación  $a_f = 0,00078 \text{ m}$   
 $a_f = 0,7850 \text{ mm}$   $a_f = \frac{-(w_z^2 - w_{z22}^2)(w_z^2 - w_{z21}^2)V}{w_z^2(w_{z21}^2 - w_{z22}^2)w_{z22}}$  ec.3.125

$a_f = 0,00016 \text{ m}$   
 $a_f = 0,1578 \text{ mm}$

$a_f = 0,785 \text{ mm}$   $a_f < 1\text{mm}$  **Bien**

xii) Amplitud del yunque  $a_z = 0,00083 \text{ m}$   
 $a_z = 0,83182 \text{ mm}$   $a_z = \frac{-(w_z^2 - w_{z21}^2)V}{(w_{z21}^2 - w_{z22}^2)w_{z22}}$  ec.3.126

$a_z = 0,0004 \text{ m}$   
 $a_z = 0,4001 \text{ mm}$

$a_z = 0,8318 \text{ mm}$   $a_z < 1\text{mm}$  **Bien**

xii) Fuerza Dinámica bajo el yunque  $(F_d)_z = -253,353 \text{ t}$   $(F_d)_z = f(a_f - a_z)K_z$  ec.3.128  
 El signo indica la dirección de la fuerza

$f = 3$

xiii) Fuerza Dinámica bajo la cimentación  $(F_d)_f = 895,851 \text{ t}$   $(F_d)_f = f K_z a_f$  ec.3.127  
 El signo indica la dirección de la fuerza

xiv) Presión en la capa elástica bajo el yunque  $\sigma_z = 39,465 \text{ t/m}^2$   
 $\sigma_z = 3,947 \text{ kg/cm}^2$   $\sigma_z = \frac{W_z + (F_d)_z}{A_z}$  ec.3.130

xv) Presión en el suelo  $\sigma_s = 35,133 \text{ t/m}^2$   
 $\sigma_s = 3,513 \text{ kg/cm}^2$   $\sigma_s = \frac{W_f + (F_d)_z}{A_f}$  ec.3.129



$$d. \text{ Diseño Estructural } \frac{W_1 + W_2}{L} + \frac{W_3}{L} - (E_1 + E_2 + E_3) \pm (P_1) \pm \frac{D \pm 2}{L} + (E_1 + E_2 + E_3)$$

Fuerza Inercial 642,498 t

El signo indica la dirección de la fuerza

Parte de la Cimentación	C1	C2	C3	C4	C5	C6 C7 C8 C9			
						Momento debido a:			
						Peso Propio		Fuerzas Inerciales	
Desde borde del yunque	Desde la mitad de la sección	En el Borde del yunque	En la Mitad de la sección						
(T)	(T)	(m)	(m)	(T.m)	(T.m)	(T.m)	(T.m)		
ABB´A´	23,587	75,183	0,975	2,575	22,998	60,737	73,303	193,596	F1
DCC´D´	26,835	85,535	0,975	2,575	26,164	69,100	83,397	220,254	F2
CGG´C´	22,019	70,183		0,8	0,000	17,615	0,000	56,146	F3
BHKF									
B´H´K´F´	5,376	17,136		0,8	0,000	4,301	0,000	13,709	F4
FKK´F´	3,794	12,093		0,8	0,000	3,035	0,000	9,674	F5
MARCO Equi	19,175	61,119	0,975	2,575	18,696	49,376	59,591	157,382	F6
	100,786	321,249			67,857	204,164	216,292	650,761	

Considerando el sentido de análisis en la dirección YY, los momentos flectores debido a las cargas estáticas y dinámicas son:

**i. Cargas Estáticas**

75 t

201,55 t

7,1 m

3,2 m

1,95 m

4,7 m

204,164 t.m

Los momentos flectores en la mitad de la sección y al borde del yunque son:

11,274 t.m

6,198 t.m

**ii. Cargas Dinámicas**

144,307 t.m

23,601 t.m

**iii. Momentos máximos**

155,581 t.m

El signo indica la dirección.

-133,032 t.m

29,798 t.m

El signo indica la dirección.

-17,403 t.m

**iv. Corte**

30,563 t

El signo indica la dirección.

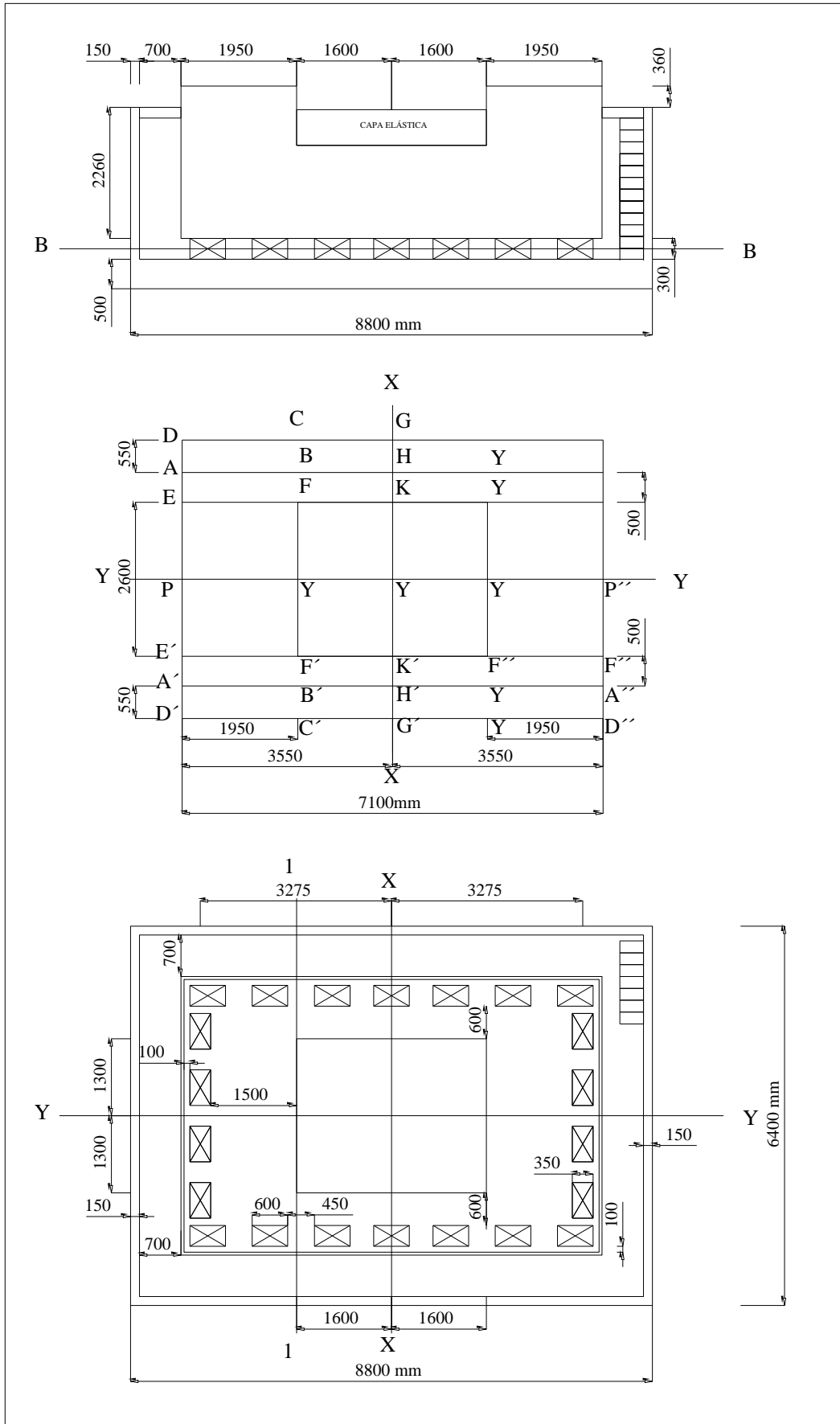
-17,849 t

## 4.5 Cimentación Tipo Bloque apoyada sobre resortes para un Martillo.

### CIMENTACIÓN TIPO BLOQUE PARA MARTILLO (SOBRE RESORTES)

#### a. Datos

i) Peso de la cabeza del martillo	$(W_2)$	3400	kg
ii) Peso del yunque	$(W_2)$	75000	kg
iii) Peso del marco apoyado en la cimentación	$(W_{22})$	38350	kg
iv) Área de la base del yunque	$(L_{22} \times B_{22})$	83200	cm <sup>2</sup>
v) Espesor de la capa de madera bajo el yunque	$(t_m)$	60	cm
vi) Elasticidad de la capa de madera	$(E_m)$	13000	kg/cm <sup>2</sup>
vii) Velocidad de caída de la cabeza del martillo	$(v)$	600	cm/seg
viii) Coeficiente de restitución	$(e)$	0,25	
ix) Capacidad admisible del suelo	$(\sigma_p)$	1,5	kg/cm <sup>2</sup>
x) Coeficiente elástico de compresión del suelo	$(C_s)$	3,8	kg/cm <sup>3</sup>
xi) Amplitud límite del yunque	$(a_m)$	3	mm
xii) Peso de la cimentación sobre los resortes	$(W_f)$	163,2	t
xiii) Longitud exterior	$(L_{ext})$	8,8	m
xiv) Base exterior	$(B_{ext})$	6,4	m
xv) Amplitud máxima bajo la cimentación	$a_{p1} =$	2	mm
xvi) Amplitud máxima Bajo el yunque	$a_{p2} =$	3	mm





**b. Dimensionamiento Preliminar**

Coefficiente de Restitución  $k = 0,25$

i) Factor  $w = 8,142$   $w = (1+k)W_z \frac{V}{\sqrt{g}}$  ec.3.137

ii) Peso de la cimentación (incluido el martillo) sobre los resortes  $W_F = 271,384$  t  $W_F = \frac{w}{w_z} \sqrt{g}$  ec.3.139

$\delta = 0,01$  m *Asumido*

iii) Peso de la cimentación sobre los resortes  $W_{F1} = 158,034$  t  $W_{F1} = W_F - (W_z + W_{zs})$

iv) Peso actual total sobre los resortes 276,550 t

*El espesor de la losa de cimentación bajo los resortes es 0,5m y el espesor de las paredes periféricas es 0,15m*

**c. Análisis dinámico**

**i) Factores de Rigidez**

Rigidez requerida de los resortes  $K_z = 27655$  t/m  $K_z = \frac{W_F}{\delta}$  ec.3.140

Rigidez de la lámina de madera bajo el yunque  $K_{z1} = 18026666,7$  kg/cm  
 $K_{z2} = 1802666,67$  t/m  $K_{z1} = \frac{E_z A_z}{t_z}$  ec.3.113

Rigidez del suelo bajo el bloque inferior de la cimentación  $K_{z3} = 642048$  t/m  $K_{z3} = C_z + A_f$  ec.3.111

**ii) Masas**

Masa superior  $m_{z2} = 28,191$  t.seg<sup>2</sup>/m  $m_{z2} = \frac{W_z + W_{zs} + W_{F1}}{g}$

Masa inferior  $m_{z1} = 9,689$  t.seg<sup>2</sup>/m *Losa y paredes perimetrales*

iii) Frecuencias límite  $w_{z1}^2 = 981$  seg<sup>-2</sup>  $w_{z1} = \sqrt{\frac{K_{z1} g}{W_{F1} + W_z + W_{zs}}}$  ec.3.141

$w_{z2}^2 = 16949,694$  seg<sup>-2</sup>  $w_{z2} = \sqrt{\frac{K_{z2} g}{W_{F1} + W_{F2} + W_z + W_{zs}}}$  ec.3.142

Relación de masas  $w = 2,910$   $w = \frac{m_{z2}}{m_{z1}}$

**iv) Frecuencias acopladas**

$w_z^4 - (w_{z1}^2 + w_{z2}^2)(1+w)w_z^2 + (1+w)w_{z1}^2 w_{z2}^2 = 0$  ec.3.116

a = 1  
 b = 70100,9298  
 c = 65006614,5  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$w_{z11}^2 = 939,932$  seg<sup>-2</sup>

$w_{z12}^2 = 69160,998$  seg<sup>-2</sup>

$w_{z21} = 30,658$  seg<sup>-1</sup>

$w_{z22} = 262,985$  seg<sup>-1</sup>

v) Velocidad después del Impacto  $V = 0,091$  m/seg  $V = \frac{(1+k)}{(1+W/W_z)} v$  ec.3.122

**vi) Amplitudes**

Bloque superior de cimentación (con el yunque)

$$a_{f2} = 0,00297 \text{ m} \quad a_{f2} = \frac{-(w_2^2 - w_{21}^2)}{(w_{21}^2 - w_{22}^2)w_{12}} V \quad \text{ec.3.126}$$

$$a_{f2} = 2,969 \text{ mm}$$

$$a_{f2} = 2,969 \quad a_{f2} < 3\text{mm} \quad \text{Bien}$$

Bloque de cimentación inferior

$$a_{f1} = 0,00012 \text{ m} \quad a_{f1} = \frac{-(w_2^2 - w_{22}^2)(w_2^2 - w_{21}^2) V}{w_2^2(w_{21}^2 - w_{22}^2)w_{12}} \quad \text{ec.3.125}$$

$$a_{f1} = 0,124 \text{ mm}$$

$$a_{f1} = 0,124 \text{ mm} \quad a_{f1} < 2\text{mm} \quad \text{Bien}$$

**d. Diseño de los resortes.**

**i) Dimensiones adoptadas**

Diámetro del espiral

$$D = 100 \text{ mm}$$

Calibre del resorte

$$d = 32 \text{ mm}$$

Número de ciclos

$$n = 5$$

Rigidez de un resorte Tabla 1.7

$$K_s = 10880 \text{ kg/cm}$$

$$K_s = \frac{1}{8n} \frac{d^4}{D^3} G \quad \text{ec.3.144}$$

Rigidez de cada resorte

$$K_r = 2176 \text{ kg/cm}$$

Carga Permissible Tabla 1.7

$$P = 5060 \text{ kg}$$

Número de resortes requeridos

$$n_1 n_2 = 127,091$$

$$n_1 n_2 = \frac{8nK_s D^3}{G d^4} \quad \text{ec.3.145}$$

Número adoptado de conjuntos

$$n_{11} = 6$$

Número de resorte

$$n_{12} = 22$$

$$132 \quad n_1 n_2 \text{ adoptado} \geq n_1 n_2 \text{ calculado} \quad 127$$

**Bien**

Compresión permisible del resorte

$$\delta = 2,325 \text{ cm}$$

$$\delta = \frac{P}{K_s}$$

Compresión actual del resorte

$$\delta_s = 1,297 \text{ cm}$$

$$\delta_s = \delta + a_{f2}$$

$$1,297 \quad \delta_s \leq \delta \quad 2,325 \quad \text{Bien}$$

**e. Fuerzas Dinámicas**

**i) Fuerza Dinámica en los resortes**

$$F_{d2} = 236,033 \text{ t}$$

$$F_{d2} = \zeta(a_{f2} - a_{f1})K_s \quad \text{ec.3.128}$$

$$\zeta = 3$$

**ii) Fuerza Dinámica en el suelo**

$$F_{d1} = 239,429 \text{ t}$$

$$F_{d1} = \zeta K_s a_{f1} \quad \text{ec.3.127}$$



### f. Fuerzas Inerciales

Para equilibrio dinámico  $(F_{in})_1 = (F_{in})_2$   $\sum (F_{in})_1 = (F_{in})_2$

$$(F_{in})_2 = 236,03274 \text{ T}$$

$$(F_{in})_1 = \frac{W_2}{\sum W_2} \left( \frac{F_m}{2} \right)$$

Parte de la Cimentación	$W_2$ Peso de la cimentación	$(F_{in})_1$ Fuerza Inercial	Distancia del centro de gravedad de cada parte		Momento Estático		Momento Dinámico	
			Desde borde del yunque	Desde la mitad de la sección	en el Borde del yunque	en la Mitad de la sección	En el Borde del yunque	En la Mitad de la sección
	(t)	(t)	$Z_1$ (m)	$Y_1$ (m)	$WF_2 X_1$ (T.m)	$WF_2 Y_1$ (T.m)	$F_{in} X_1$ (T.m)	$F_{in} Y_1$ (T.m)
ABB'A'	23,587	20,130	0,975	2,575	22,998	60,737	19,627	51,834
DCC'D'	26,835	22,902	0,975	2,575	26,164	69,100	22,329	58,972
CGG'C'	22,019	18,791	0	0,8	0,000	17,615	0,000	15,033
BHKF								
B'H'K'F'	5,376	4,588	0	0,8	0,000	4,301	0,000	3,670
FKK'F'	3,794	3,238	0	0,8	0,000	3,035	0,000	2,590
Marco Equip	19,175	16,364	0,975	2,575	18,696	49,376	15,955	42,138
Yunque	37,500	32,003	0	0,8	0,000	30,000	0,000	25,603
	<b>138,286</b>	<b>118,016</b>			<b>67,857</b>	<b>234,164</b>	<b>57,911</b>	<b>199,841</b>

### g. Chequeos de diseño

i) Carga total en los resortes (Estática+Dinámica) = 512,583 t

Carga por resorte = 3,883 t **Bien**

ii) Carga Total en el suelo (Estática+Dinámica) = 611,028 t

iii) Esfuerzo en el suelo

$\sigma = 10,849 \text{ T/m}^2$

$\sigma = 1,085 \text{ kg/cm}^2$  **Bien**

### h. Diseño estructural

Considerando la flexión en la dirección YY, los momentos flectores y cortes son:

Superponiendo las cargas estáticas y dinámicas en el bloque superior de la cimentación y cargando uniformemente a lo largo del perímetro del ensamble de los resortes se tiene:

Perímetro = 21,4 m

b1 = 4,15 m

l1 = 3,275 m

#### i) Cargas Estáticas

Refiriéndose al plano, la fuerza reactiva por metro lineal del soporte de resortes es = 12,923 t/m

$(F_{gr})_x = 53,630 \text{ t}$

$(F_{gr})_y = 42,322 \text{ t}$

Momento estático flector a la mitad de la sección XX  $(M_{st})_{XX} = 80,081 \text{ t.m}$   $(M_{st})_{XX} = [(F_{gr})_x + (F_{gr})_y] * l1 - \sum W_1 Y_1$

Momento flector al borde del yunque  $(M_{st})_Y = 58,222 \text{ t.m}$

### ii) Cargas Dinámicas

Refiriéndose al plano, la carga dinámica por metro lineal del soporte de resortes es =  $11,030 \text{ t/m} = \frac{(F_d)_2}{P}$

$$(F_p)_2 = 45,773 \text{ t}$$

$$(F_q)_2 = 36,122 \text{ t}$$

Momento flector a la mitad de la sección  $(M_d)_{xx} = 68,364 \text{ t.m}$

$$(M_d)_{xx} = [(F_p)_2 + (F_q)_2] \cdot \frac{L}{4} - \sum F_{mi} \cdot X_i$$

Momento flector al borde del yunque  $(M_d)_{yy} = 49,732 \text{ t.m}$

### iii) Momentos Máximos

A la mitad de la sección  $M_x \pm M_y = 148,444 \text{ t.m}$

$$M_x \pm M_y = 30,348 \text{ t.m}$$

Al borde del yunque  $107,954 \text{ t.m}$

$$(M_x)_{yy} \pm (M_y)_{yy} = 8,489 \text{ t.m}$$

### iv) Corte

$$V \text{ al borde del yunque} = 50,728 \text{ t}$$
$$3,920 \text{ t}$$

