



**VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN, INNOVACIÓN
Y TRANSFERENCIA DE TECNOLOGÍA**

CENTRO DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL
TÍTULO DE MAGISTER EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA**

**TEMA: ANÁLISIS DE LA CONCENTRACIÓN CREDITICIA EN EL
ECUADOR Y SU IMPACTO EN LA RENTABILIDAD DE LOS BANCOS
PRIVADOS EN EL PERIODO 2006 AL 2016**

AUTORA: TAPIA YACELGA, ADRIANA ELIZABETH

DIRECTOR: Dr. CADENA CEPEDA, MEITNER NASSARY

SANGOLQUÍ

2019



**VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN, INNOVACIÓN Y
TRANSFERENCIA DE TECNOLOGÍA
CENTRO DE POSGRADOS
CERTIFICACIÓN**

Certifico que el trabajo de titulación “Análisis de la concentración crediticia en el Ecuador y su impacto en la rentabilidad de los bancos privados en el periodo 2006 al 2016” fue realizado por la señora Ing. Tapia Yacelga, Adriana Elizabeth, el mismo que ha sido revisado en su totalidad, analizado por la herramienta de verificación de similitud de contenido; por lo tanto cumple con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, razón por la cual me permito acreditar y autorizar para que lo sustente públicamente

Sangolquí, 07 de Noviembre 2019

Firma

Dr. Cadena Cepeda Meitner Nassary

CI: 1708069115



VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN, INNOVACIÓN Y
TRANSFERENCIA DE TECNOLOGÍA
CENTRO DE POSGRADOS
AUTORIA DE RESPONSABILIDAD

Yo, Tapia Yacelga, Adriana Elizabeth, con cedula de ciudadanía n° 1712486867, declaro que el contenido, ideas y criterios del trabajo de titulación: "Análisis de la concentración crediticia en el Ecuador y su impacto en la rentabilidad de los bancos privados en el periodo 2006 al 2016" es de mi autoría y responsabilidad, cumpliendo con los requisitos teóricos, científicos, técnico, metodológicos y legales establecido por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, respetando los derechos intelectuales de terceros y referenciando las citas bibliográficas.

Consecuentemente el contenido de la investigación mencionada es veraz

Sangolqui, 07 de noviembre 2019

Firma

Ing. Tapia Yacelga, Adriana Elizabeth

CI: 1712486867



**VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN, INNOVACIÓN Y
TRANSFERENCIA DE TECNOLOGÍA
CENTRO DE POSGRADOS
AUTORIZACIÓN**

Yo, Tapia Yacelga, Adriana Elizabeth, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar el trabajo de titulación: “Análisis de la concentración crediticia en el Ecuador y su impacto en la rentabilidad de los bancos privados en el periodo 2006 al 2016” en el repositorio Institucional, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi responsabilidad.

Sangolqui, 07 de noviembre 2019

Firma

Ing. Tapia Yacelga, Adriana Elizabeth

CI: 1712486867

DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado primero a Dios por todas las bendiciones recibidas en todo momento.

A mi Familia, mi Amado esposo Renato, mis hijos Camila y Nicolás por quien soy cada día mejor, todo este esfuerzo es para ellos.

A mis Padres Macario y Anita por ser los pilares fundamentales en mi vida y estar siempre apoyándome incondicionalmente.

A todos los amigos y compañeros de la maestría que con sus palabras de aliento no me dejaron desfallecer en el camino pedregoso para obtener este logro.

Con mucho cariño, Adriana

AGRADECIMIENTO

Al Masters Patricio Pugarín y mi tutor Dr. Cadena Cepeda Meitner Nassary que fon los que me guiaron en este proyecto de investigación apoyándome e incentivándome, a los docentes de la maestría que impartieron sus conocimientos en todo este largo camino por sus enseñanzas, paciencia y buenos consejos profesionales y personales.

Al personal de la Superintendencia de bancos del Ecuador, por la apertura y apoyo brindado para la extracción de datos y la verificación de datos del índice de concentración del crédito.

ÍNDICES DE CONTENIDOS

| | |
|--|-------------|
| CERTIFICACIÓN | i |
| AUTORIA DE RESPONSABILIDAD | ii |
| AUTORIZACIÓN..... | iii |
| DEDICATORIA | iv |
| AGRADECIMIENTO | v |
| ÍNDICES DE CONTENIDOS..... | vi |
| ÍNDICES DE TABLAS..... | viii |
| ÍNDICES DE FIGURAS..... | ix |
| ÍNDICES DE ANEXOS | x |
| NOTACIÓN UTILIZADA | xi |
| RESUMEN..... | xii |
| ABSTRACT | xiii |
| INTRODUCCIÓN..... | 1 |
| CAPÍTULO I | 2 |
| 1 EL PROBLEMA | 2 |
| 1.1 Planteamiento del problema | 2 |
| 1.2 Formulación del problema a resolver..... | 3 |
| 1.3 Justificación e importancia..... | 4 |
| 1.4 Objetivos. | 5 |
| CAPÍTULO II..... | 6 |
| 2 MARCO TEÓRICO | 6 |

| | | |
|--|---|-----------|
| 2.1 | Marco teórico financiero | 6 |
| 2.2 | Marco teórico matemático..... | 18 |
| 2.3 | Modelación Matemática..... | 31 |
| 2.4 | AIC..... | 34 |
| 2.5 | BIC..... | 36 |
| CAPÍTULO III..... | | 37 |
| 3 ANÁLISIS DE LAS REGRESIONES..... | | 37 |
| 3.1 | Análisis de datos..... | 37 |
| 3.2 | Estimación de los parámetros..... | 38 |
| 3.3 | Selección del modelo | 44 |
| 3.4 | Calculo de pesadez de la cola..... | 47 |
| CAPITULO V..... | | 49 |
| 4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES..... | | 49 |
| 4.1 | Respuestas planteadas en este trabajo | 49 |
| 4.2 | Conclusiones | 51 |
| 4.3 | Recomendaciones..... | 53 |
| 4.4 | Trabajos a futuro | 54 |
| BIBLIOGRAFÍA..... | | 55 |
| ÍNDICE DE ANEXO | | 58 |

ÍNDICES DE TABLAS

| | |
|--|----|
| Tabla 1 <i>Sistema financiero Activo, Pasivo y Patrimonio</i> | 7 |
| Tabla 2 <i>Parámetros -regresión lineal simple</i> | 38 |
| Tabla 3 <i>Prueba de normalidad</i> | 40 |
| Tabla 4 <i>Regresión Múltiple</i> | 40 |
| Tabla 5 <i>Pruebas de normalidad</i> | 41 |
| Tabla 6 <i>Parámetros método Nelder-Mead, $c=1$, $k=1$</i> | 42 |
| Tabla 7 <i>Parámetros método sann, $c=1$, $k=1$, $b_0=0$</i> | 43 |
| Tabla 8 <i>Parámetro de regresión múltiple Burr XII</i> | 44 |
| Tabla 9 <i>Valores de AIC y BIC regresión simple</i> | 45 |
| Tabla 10 <i>AIC y BIC calculados</i> | 46 |
| Tabla 11 <i>Regresión múltiple</i> | 46 |
| Tabla 12 <i>Pesadez de cola regresión simple Burr XII</i> | 47 |
| Tabla 13 <i>Cálculo de pesadez de cola múltiple</i> | 48 |

ÍNDICES DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| <i>Figura 1.</i> Rentabilidad operativa sobre activo bancos privados..... | 9 |
| <i>Figura 2.</i> Rentabilidad patrimonio bancos privados | 10 |
| <i>Figura 3.</i> Índice de Herfindahl Hirschman bancos privados..... | 12 |
| <i>Figura 4.</i> Tasa de inflación mensual | 13 |
| <i>Figura 5.</i> Remesas al Ecuador (miles USD)..... | 15 |
| <i>Figura 6.</i> Precio del barril del petróleo WT (USD)..... | 16 |
| <i>Figura 7.</i> Índice de liquidez bancos privados..... | 17 |
| <i>Figura 8.</i> Distribución normal | 19 |
| <i>Figura 9.</i> Función de distribución acumulativa tipo Burr XII..... | 26 |
| <i>Figura 10.</i> Densidad de la distribución Burr XII..... | 28 |
| <i>Figura 11.</i> Histogramas de Variables..... | 38 |
| <i>Figura 12.</i> Índice de crédito Herfindhal –Hirschman bancos privados..... | 50 |

ÍNDICES DE ANEXOS

| | |
|---|----|
| ANEXO 1 Valores de cálculos de métodos Sann y variable c, k, b0 variables..... | 58 |
| ANEXO 2 Valores de estimados con método CG, valores iniciales variados | 59 |
| ANEXO 3 Valores Estimados con método de regresión múltiples | 60 |

NOTACIÓN UTILIZADA

| NOMBRE | DESCRIPCIÓN |
|------------------|--|
| $\sum_{i=1}^n x$ | Notación de sumatoria |
| HHI | Índice de Herfindhal- Hirschman |
| RE | Remesas recibidas al Ecuador |
| ROA | Rentabilidad operativa sobre activo |
| ROE | Rentabilidad patrimonio |
| IL | Índice de liquidez |
| I | Inflación en % |
| PPB | Precio del barril del petróleo |
| SUN | Salario uniforme .nominal |
| OECD | Organización para la Cooperación Económica y el Desarrollo |
| X | Representación de una variable aleatoria. |
| X | Realización de la variable (valor observado X). |
| \hat{x} | Estimación de X para el valor realizado |
| Cov | Covarianza |
| Var | Varianza |
| σ^2 | Símbolo de la varianza |
| μ | Símbolo de la media |
| EMV | Estimador de máxima verosimilitud |

RESUMEN

La presente investigación resalta la importancia del estudio del Índice de Concentración del Crédito Bancario perteneciente al sistema financiero Ecuatoriano relacionado con factores macro económicos para el periodo comprendido entre el 2006 al 2016, con el propósito de relacionarlo por medio de un modelo estadístico de regresiones lineales de cola pesada, tipo Burr XII versus un modelo de regresiones lineales con distribución normal, analizando que la regresión tipo Burr XII posee una mejor relación que la regresión lineal común. Primeramente, el análisis se enfoca a desarrollar el índice de concentración de Herfindahl - Hirschman (HHI), por ser el más utilizado a nivel mundial, con datos recopilados de la Superintendencia de Bancos del Ecuador, realizado con la cartera de crédito de 24 bancos privados, validando dichos datos, con los valores que se desarrollan en la Superintendencia de Bancos, pues estos datos no son expuestos al público. Posteriormente, se recopila datos de variables macroeconómicas y financieras obtenidas del Banco Central de Ecuador y del Instituto Nacional de Estadísticas y Censos. Con estos se realiza las diferentes relaciones; primero, regresiones lineales simples y múltiples con distribución normal, las cuales nos ayudan con los valores iniciales para trabajar luego con el modelo de regresión tipo Burr XII. Todo esto se realiza con el programa computacional R, con la finalidad de obtener los resultados de valores con cola pesada y analizar que las regresiones Tipo Burr XII posee un mejor modelo.

PALABRAS CLAVE:

- **ÍNDICE DE CONCENTRACIÓN DE HERFINDAHL – HIRSCHMAN**
- **MODELO DE COLA PESADA**
- **REGRESIÓN TIPO BURR XII.**

ABSTRACT

This research highlights the importance of the study of the Bank Credit Concentration Index belonging to the Ecuadorian Financial System related to macro-economic factors for the period from 2006 to 2016, with the purpose of relating it through a statistical model of linear regressions of heavy tail, type Burr XII versus a linear regression model with normal distribution, analyzing that the Burr XII regression has a better relationship than the common linear regression. First, the analysis focuses on developing the Herfindahl - Hirschman (HHI) concentration index, as it is the most widely used worldwide, with data collected from the Superintendence of Banks of Ecuador, carried out with the credit portfolio of 24 private banks, validating said data, with the values that are developed in the Superintendence of Banks, because these data are not exposed to the public. Subsequently, data on macroeconomic and financial variables obtained from the Central Bank of Ecuador and of the National Statistics and Census Institute is collected. With these the different relationships are realized; first, simple and multiple linear regressions with normal distribution, which help us with the initial values to then work with the Burr XII type regression model. All this is done with the R computer program, in order to obtain the results of heavy-tailed values and analyze that the Burr XII regression has a better model.

KEY WORDS:

- **HERFINDAHL CONCENTRATION INDEX - HIRSCHMAN,**
- **HEAVY TAIL MODEL,**
- **BURR XII REGRESSION.**

INTRODUCCIÓN

Con frecuencia se realizan estudios de regresiones lineales comunes para relacionar variables con datos aleatorios, buscando que los datos sigan una distribución normal y evaluarlos con métodos que sigan dicha distribución, se pierden valores en las colas, desaprovechando el análisis de cálculos y trabajando la regresión con datos recortados sin tomar en cuenta los valores extremos, perdiendo información valiosa, es por esto que se plantea el análisis de una regresión de cola pesada para evaluar dichos valores y analizarlos en el estudio, relacionando tema de interés como son los créditos dependiendo del rendimiento en las entidades bancarias privadas del Ecuador desde el año 2006 hasta 2016.

La estructura de la investigación, inicia con el planteamiento del problema, en el primer capítulo se desarrolla la formulación, justificación y objetivos de la investigación.

En el segundo capítulo se describe el marco teórico que consta de una parte financiera, donde se detalla los parámetros del sistema financiero que se utilizó en esta investigación y se describen las variables macro económicas, tal como la rentabilidad, el índice de concentración crediticia y además se observa un marco teórico matemático, donde se detalla el modelo lineal, el modelo de regresión de cola pesada, regresión tipo Burr XII, lineal y múltiple, además parámetros como el AIC y BIC.

El tercer capítulo es el desarrollo del análisis del índice de concentración del crédito Herfindahl – Hirschman, las regresiones lineales simple y múltiple de cola pesada, estimación y ajuste de los parámetros de la regresión, normal y tipo Burr XII, selección del modelo y pesadez de la cola.

El último capítulo muestra las conclusiones y recomendaciones que se obtuvo de todo el proceso de investigación.

CAPÍTULO I

I EL PROBLEMA

1.1 Planteamiento del problema

Un sistema financiero es la agrupación de instituciones que tienen como objetivo canalizar el ahorro de las personas. La captación de estos fondos permite el desarrollo de varias actividades económicas haciendo que estos recursos lleguen desde las personas que tienen excedentes monetarios hacia las personas que necesitan los mismos. Los intermediarios financieros crediticios son las entidades encargadas de captar depósitos del público y por otra parte, prestarlos a los demandantes de recursos.

De esta forma se crea un beneficio y ciclo donde los ahorristas y la institución trabajan en pro de ganar un interés o utilidad respectivamente, gracias a inversiones que realiza la institución financiera. De esta forma se crean empresas que generan trabajo, produciendo movimiento en el aparato productivo del país.

En el Ecuador se tenía 22 bancos privados en el año 2006, “la banca privada representa el 96% de la cartera comercial del sistema financiero, cinco instituciones financieras (Pichincha, Produbanco, Citibank, Guayaquil y Bolivariano), concentraron el 86.9 % del volumen de crédito concedido en diciembre del 2006” (Banco central del Ecuador, 2006), lo cual nos indica que existía pocas instituciones financieras que predominaban en el mercado, lo que muestra que no existía un mercado equilibrado.

Por tal efecto, la investigación contempla un análisis de los índices de concentración de los créditos en los bancos privados en el Ecuador, en los años 2006 al 2016, diez años en donde se

pretende visualizar si existe una concentración en los créditos y cuál es su relación con la rentabilidad.

El nivel de concentración se lo estudiará a través del índice de Herfindahl-Hirschman (HHI), índice recomendado por la Organización para la Cooperación Económica y el Desarrollo (OECD, 1993), esto se relacionará por medio de regresiones tipo Burr XII para poder visualizar cual posee una mejor respuesta con una regresión lineal simple y múltiple. Asistido del programa estadístico R, que nos proporciona gran ayuda en los análisis estadísticos que se pretende realizar.

1.2 Formulación del problema a resolver

Las preguntas que orientan la presente investigación son:

- ¿Cómo se mide la concentración crediticia?
- ¿Cuál ha sido la concentración crediticia en el Ecuador de los bancos privados en el periodo entre el 2006-2016?
- ¿En dónde se encuentran los puntos de máxima y mínima concentración crediticia en el Ecuador en el periodo 2006-2016?
- ¿Cuáles factores macroeconómicos y financieros ejercen una mayor influencia en la concentración crediticia en el Ecuador?
- ¿Cuál es la estimación de rentabilidad financiera respecto a la máxima concentración crediticia en el Ecuador?

1.3 Justificación e importancia

La propuesta política del Estado Ecuatoriano elaborada en Montecristi en el año 2011, emite una gran revolución al cambio, teniendo en cuenta lo siguiente.

Según (Corraggio, 2011) afirma

La nueva economía consolida el principio del monopolio público sobre los recursos estratégicos, pero a su vez establece una dinámica de uso y aprovechamiento de esos recursos desde una óptica sustentable, con la necesidad de disponer de mecanismos de regulación y control en la prestación de los servicios públicos desde la sociedad. Igualmente habrá que considerar las diversas formas de hacer economía: estatal, pública, privada, mixta, familiar, comunitaria, asociativa, cooperativa (p.27).

Con esto se tiene en cuenta que el dinero que poseen unos pocos, puede servir para ayudar a estabilizar y lograr una economía igualitaria por medio de créditos, desarrollar negocios, vivienda, consumo, etc. y propender a un equilibrio en la sociedad donde se mejore las expectativas de vida de los ciudadanos.

Los créditos son importantes en la economía de un país ya que generan actividad económica así como fuentes de empleo, dinamizan la economía, garantizan la producción y reproducción de materiales, insumos y productos; sin embargo debe haber políticas claras para que no exista un monopolio o una demanda que se vuelva ganancia para unos pocos por las altas tasas de interés que estos créditos posean, causando no un beneficio para el usuario sino más bien una camisa de fuerza que lleve al endeudamiento y la falta de pago al cliente.

Con esto se quiere hacer notar que sin clientes no sirve de nada los créditos y no tendría su razón de ser de las entidades financieras, es por eso que se realiza esta investigación, para conocer a detalle cual es el impacto de los créditos en la rentabilidad de los bancos privados, cuales son los

factores que han influenciado para que los créditos se enmarquen en un segmento, o a su vez sean muy escasos en otros segmentos de la población.

Además, se pretende examinar como la economía mundial ha influenciado en nuestro país, como, por ejemplo, el valor del petróleo y su influencia en los créditos, así como en las remesas migratorias, desastres naturales como el terremoto del 2016 entre otros, han influido en la rentabilidad de las instituciones financieras.

1.4 Objetivos.

a) Objetivo general

- Analizar la concentración crediticia en el Ecuador y su impacto en la rentabilidad financiera de los bancos privados en el periodo comprendido entre el 2006 al 2016.

b) Objetivos específicos

- Identificar medidas de concentración crediticia.
- Valorar los puntos de máxima concentración crediticia en el Ecuador en el periodo 2006-2016.
- Examinar que factores macroeconómicos y financieros influyen en la concentración de créditos.
- Sistematizar y describir la experiencia de la investigación.

CAPÍTULO II

2 MARCO TEÓRICO

2.1 Marco teórico financiero

2.1.1 Sistema financiero

Un sistema financiero obedece principalmente al nivel de desarrollo económico y al tipo de normas que se apliquen en cada país. El mercado financiero se podría definir como el conjunto de canales de interrelación entre oferta y demanda de fondos. En general, se puede hablar de dos tipos de organización: el sistema con interés en el mercado de capitales y el de banca universal.

El primero, obtienen la mayor parte de su financiamiento a través del mercado de capitales. En el segundo, los bancos juegan un papel mucho más importante en todas las etapas del proceso de inversión corporativa. (Lafuente, D., & Valle, A., 1997)

El Ecuador posee un sistema de banca universal, esto quiere decir que brinda los servicios comerciales, hipotecarios, de inversión, sociedad capitalizadora en una misma institución; siendo el mercado de valores muy limitado.

El sistema financiero ecuatoriano se subdivide en bancos privados, instituciones públicas, sociedades financieras, mutualistas y cooperativas de ahorro y crédito.

Según datos de la Superintendencia de Bancos del Ecuador: “En junio de 2016, el sistema financiero ecuatoriano, estuvo conformado por 22 bancos privados, 3 bancos públicos, 4 mutualistas, 8 sociedades financieras y 25 cooperativas de ahorro y crédito” (Ecuador, SBS, 2016).

La tabla 1 muestra un resumen detallado del sistema financiero con valores de activo, pasivo y patrimonio, su tasa de crecimiento anual y el apalancamiento.

Tabla 1
Sistema financiero Activo, Pasivo y Patrimonio

| | Número | Activo | Pasivo | Patrimonio | Tasa de crecimiento anual (%) | | | Apalancamiento (veces) |
|--|-----------|-----------------|-----------------|----------------|-------------------------------|-------------|-------------|------------------------|
| | | | | | Activo | Pasivo | Patrimonio | |
| Bancos privados | 22 | 32.386,8 | 29.057,6 | 3.231,3 | 0,79 | 0,51 | 5,48 | 8,99 |
| Bancos Públicos | 3 | 7.072,7 | 4.717,4 | 2.277,7 | 0,35 | -3,09 | 9,79 | 2,07 |
| Subtotal sistema bancario | 25 | 39.459,5 | 33.775,0 | 5.509,0 | 0,71 | -0,01 | 7,22 | 6,13 |
| Mutualistas | 4 | 802,1 | 722,8 | 79,0 | 15,42 | 17,09 | 4,27 | 9,15 |
| Sociedades financieras | 8 | 1.529,6 | 1.197,0 | 316,1 | -13,80 | -17,83 | 7,30 | 3,79 |
| Cooperativas de Ahorro y Crédito (1) | 25 | 5.808,0 | 4.921,6 | 852,2 | 5,75 | 4,60 | 13,50 | 5,77 |
| Subtotal otras instituciones financieras | 37 | 8.139,7 | 6.841,4 | 1.247,4 | 2,24 | 0,92 | 11,25 | 5,48 |
| Total | 62 | 47.599,1 | 40.616,4 | 6.756,3 | 0,97 | 0,15 | 7,94 | 6,01 |

Fuente: Reporte de estabilidad financiera, (Ecuador, SBS, 2016)

En el campo de las finanzas existen diferentes habilidades, técnicas y procedimientos que dan a conocer si una institución financiera está manejando sus recursos de la mejor manera es por eso que según el código orgánico monetario y Financiero: “Se deben publicar periódicamente información sobre el estado de pérdidas y ganancias, estado de situación general y los indicadores de liquidez, solvencia, rentabilidad y eficiencia”. (Código Orgánico Monetario y Financiero, 2014), de esta información se ha tomado para la investigación y se detalla los índices que más nos representan.

2.1.2 Rentabilidad.

Según Sánchez, afirma:

Rentabilidad es una noción que se aplica a toda acción económica en la que se movilizan unos medios, materiales, humanos y financieros con el fin de obtener unos resultados. En la literatura económica, aunque el término rentabilidad se utiliza de forma muy variada y son muchas las aproximaciones doctrinales que inciden en una u otra faceta de la misma, en sentido general se denomina rentabilidad a la medida del rendimiento que en un determinado periodo de tiempo producen los capitales utilizados en el mismo. Esto supone la comparación entre la renta generada y los medios utilizados para obtenerla con el fin de permitir la elección entre

alternativas o juzgar la eficiencia de las acciones realizadas, según que el análisis realizado sea a priori o a posteriori. (Sánchez, 2002).

Existen varios tipos de rentabilidad entre los cuales se detalla los utilizados en el trabajo de investigación: la rentabilidad operativa sobre Activo y la rentabilidad Patrimonio.

2.1.2.1 Rentabilidad Operativa sobre Activo

Según Garzo y Perero dice: “Mide la rentabilidad de los activos. Mayores valores de esta ratio, representan una mejor condición de la empresa. Para los meses diferentes a diciembre su fórmula será”: (Tapia, S., 2019)

$$ROA = \frac{\text{Ingresos} - \text{Gastos}}{\text{número de mes}} * 12$$

Activo Total Promedio

La rentabilidad operativa sobre activo para esta investigación, se puede visualizar en la figura. 1, los datos mensuales que van desde enero del 2006 hasta diciembre del 2007 tienden a bajar, pero existe un notable cambio entre los meses de julio a diciembre del 2008, recuperándose para inicios del año 2011, siendo su máximo 0.0280, en los meses iniciales del 2006, tendiendo a una rentabilidad a la baja desde el 2006 y obteniendo un valor mínimo en febrero del 2016 de 0.0059.

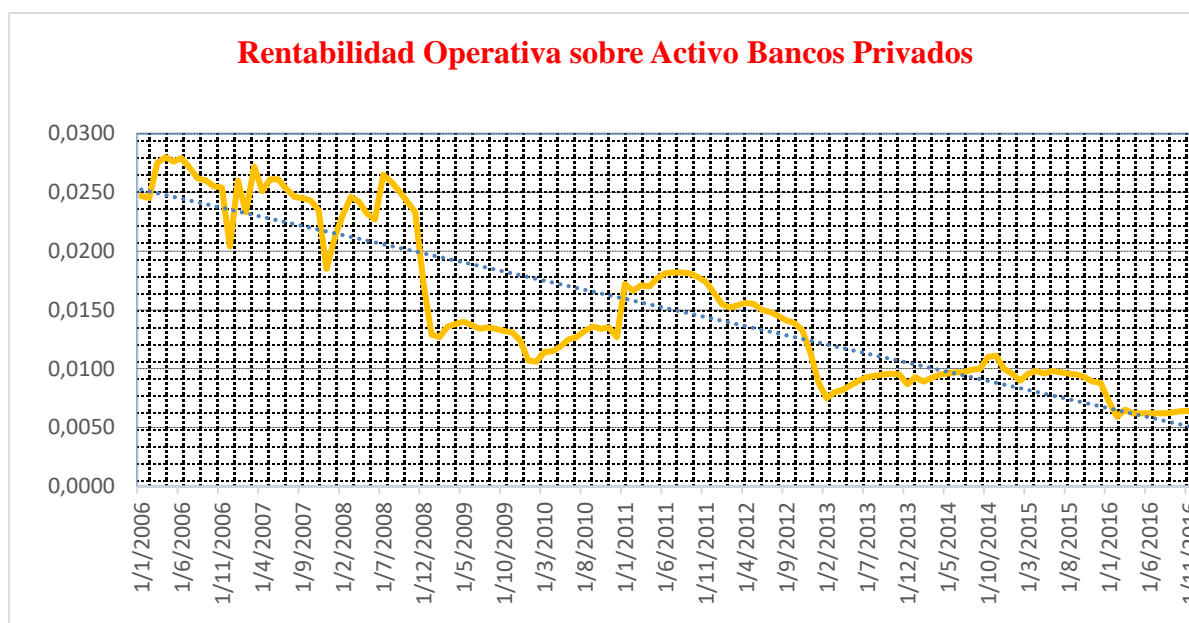


Figura 1. Rentabilidad operativa sobre activo bancos privados

Fuente: (SBS-Ec, 2018)

2.1.2.2 Rentabilidad Patrimonio.

Según Garzo y Perero indica:

Mide el rendimiento promedio del patrimonio invertido por los accionistas de la entidad financiera. Se calcula como la razón entre la utilidad neta anualizada y el patrimonio neto promedio. Su fórmula es la siguiente:

$$ROE = \frac{\text{utilidad o Pérdida (Cuenta 3402)}}{\text{Patrimonio promedio}}$$

Los rubros que se deben recoger para el cálculo del índice de rentabilidad en referencia al Patrimonio ROE están acogidos en la estructura de los estados de situación financiera publicados de acuerdo lo estipula la normativa actual en los códigos:

- ✓ 3402 Utilidad/perdida del ejercicio
- ✓ 3 Patrimonio promedio (13 meses). (Garzozi, R., Perero, J., Rangel, E., & Vera, J., 2017)

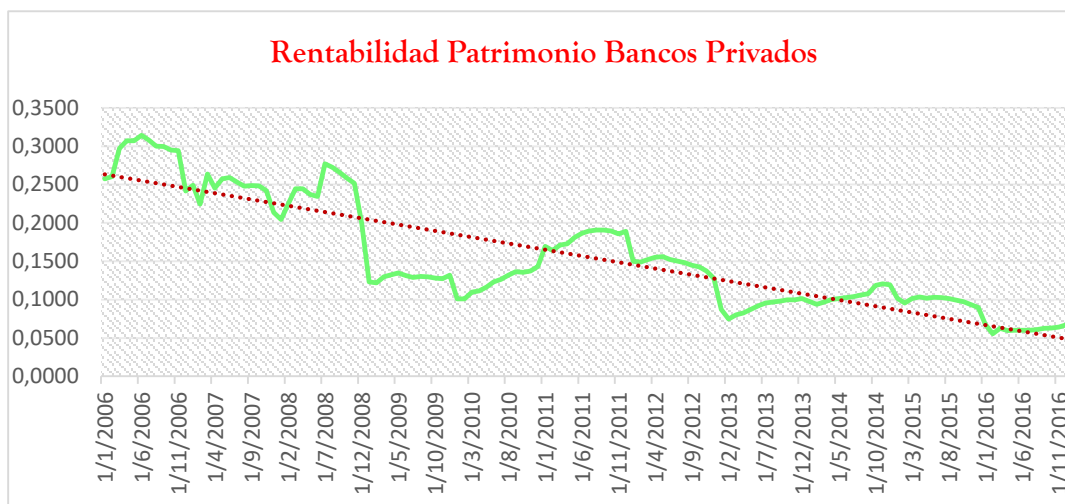


Figura 2. Rentabilidad patrimonio bancos privados

Fuente: (SBS-Ec, 2018)

En la figura. 2 se puede observar que los valores de rentabilidad patrimonio del 2006 al 2016 poseen un valor mínimo de 0.055 en los meses de inicio del 2016, un máximo de 0.31 en el año 2006, un cambio pronunciado en junio del 2008 a diciembre del mismo año, por estas fechas según Rampell (2008) se tiene el inicio de la crisis económica más grande en la historia iniciada en los Estados Unidos con el cierre del banco estadounidense [Lehman Brothers](#), u otros bancos, afectando los créditos e hipotecas a nivel mundial.

2.1.3 Índices de Concentración crediticia.

Las medidas o índices de concentración, tienen como objetivo principal, medir la diferencia que existe en la distribución de una magnitud económica como: crédito, capital, rentas, negocio, beneficios, etc., entre un grupo determinado de objetos, mercados, individuos, familias, empresas, etc. Para el estudio nos centraremos en la concentración del crédito en los diferentes bancos privados del Ecuador.

Como dice Rosero: En el Ecuador, se observa una desigualdad en la distribución de la riqueza nacional, esto da origen a altas tasas de pobreza, quedando la riqueza en pocas manos. En el ámbito financiero, los créditos que se otorgan son también a un cierto grupo de personas específicas que

cumplen con ciertas normas estipuladas por las mismas instituciones financieras y que hacen difícil la accesibilidad para toda la población. (Rosero, 2013).

Existen algunas medidas para calcular la concentración en un mercado, pero las más usadas y recomendadas por la (OECD., 1993) son: Ratio de Concentración (CRn) y el Índice de Herfindahl-Hirschman (HHI).

Estas medidas describen la relación entre el porcentaje acumulado de producción y el número acumulado de empresas en la industria, ordenadas de acuerdo a su producción o venta.. (Sánchez, U.; Mogro, S. & Cruz, C., 2018).

2.1.3.1 Índice de Herfindahl Hirschman.-

“Es una medida de concentración, que otorga a cada empresa una ponderación correspondiente a su parte relativa del mercado. Este índice, muestra la importancia combinada de todas las empresas en el mercado” (Rosero, 2013) .

Se calcula con la siguiente fórmula

$$HHI = \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{x} * 100 \right)^2 \quad \text{Donde } i= 1, \dots, n \quad \text{Ec. 1}$$

Dónde:

x_i Son los activos observados, de la cartera de crédito de cada banco

x Los activos de la cartera de crédito total.

$\frac{x_i}{x} * 100$ Sea la participación porcentual de la cartera de crédito de los bancos

n es el número total de las bancos privados en el sistema. (Regalado, P. & Espinoza, V., 2018).

HHI toma un valor máximo de 10.000 para un monopolio, la concentración del mercado varía dependiendo de los siguientes niveles:

- Menor de 100: Mercado muy competitivo.
- Entre 100 y 1.500: Mercado desconcentrado
- Entre 1.500 y 2.500: Mercado concentrado.
- Más de 2.500: Mercado altamente concentrado.

Los datos del índice de concentración de Herfindahl Hirschman en esta investigación se utiliza para calcular el índice de concentración de los créditos de los bancos privados en el Ecuador, estos se obtuvieron mediante cálculos con la ecuación (1), con datos mensualizados para describir de mejor manera su variabilidad, validados por personal de la superintendencia de bancos del Ecuador.

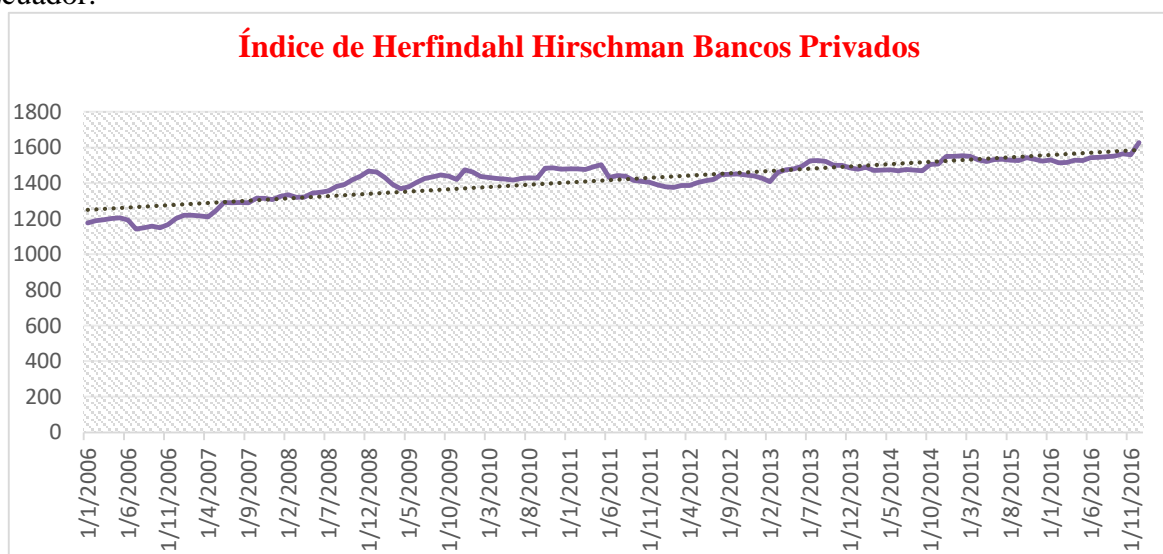


Figura 3. Índice de Herfindahl Hirschman bancos privados

En la figura. 3 se puede observar que posee un valor mínimo de 1141.9, un máximo de 1391.03, además posee una media de 1247.38 con una desviación estándar de 76.014, según estos

datos existe una concentración de crédito desconcentrada en los años 2006 al 2016, siendo estable y tendiendo a aumentar.

2.1.4 Factores macroeconómicos

2.1.4.1 Tasa de Inflación.

“La inflación es uno de los principales indicadores de la economía, ya que mide el porcentaje de variación del nivel de precios durante tiempos específicos. Se puede decir que la inflación es la causante de la disminución del poder adquisitivo de la moneda.

A partir de la crisis del 99 no se generó una rápida devaluación y una lenta inflación, pero al producirse la dolarización los precios subieron aceleradamente hasta estabilizarse en un nivel para que la moneda pueda tener una relativa estabilidad. La inflación llegó a una alta tasa de 95,51% en el año 2000. (Rosero, 2013)

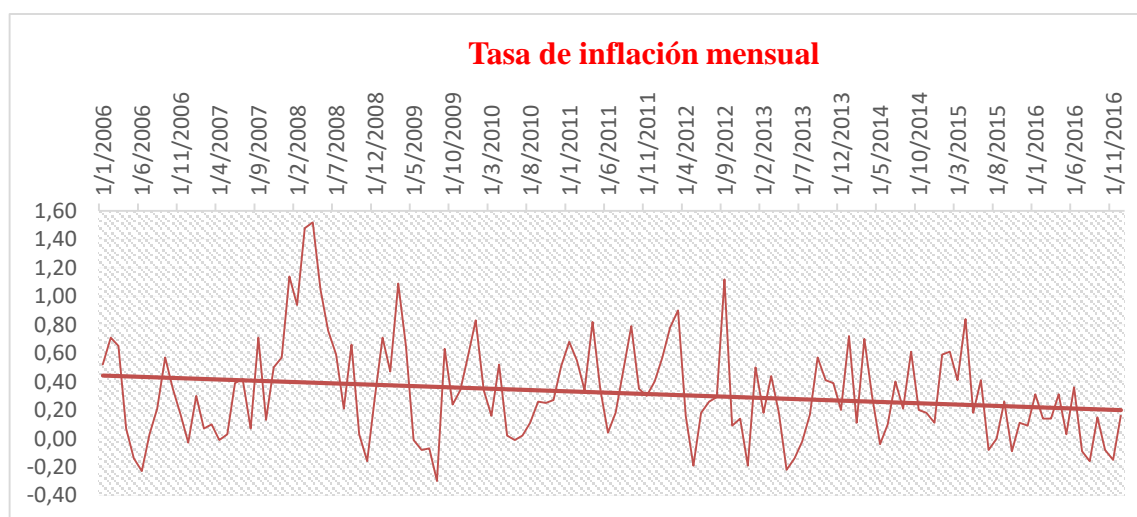


Figura 4. Tasa de inflación mensual

Fuente: (Ecuador, SBS, 2016)

Como se puede observar en la figura. 4, los datos de inflación oscilan en un mínimo de -0.23 y un máximo de 1.52 con una media de 0.391 con una desviación estándar grande de 0.435, según el grafico 4 podemos ver que la inflación fluctúa de valores positivo a negativos, teniendo una gran variabilidad, adquiriendo la más alta inflación en abril del 2008 y la más baja en agosto del 2009 con -0.3, de igual manera se poseemos en el año 2008 la influencia de la crisis financiera internacional de 2008 por la crisis de los derivados de hipotecas de baja calidad en EE.UU., que repercutió de forma negativa en la economía mundial.

2.1.4.2 Remesas recibidas al Ecuador.

“Las divisas que los emigrantes obtienen trabajando en el extranjero y luego remiten a familiares en su país de origen es una de las consecuencias de la emigración en los países en que ésta se origina.” (BCE-Ec, 2019).

Según Rosero afirma:

Un comportamiento general ocasionado por la crisis económica, fue el aumento considerable de las tasas de migración a diferentes países, especialmente a Estados Unidos y España; situación que se produjo por la falta de oportunidades de empleo y generó un flujo constante de compatriotas que buscaban mejores condiciones de vida. Este aspecto negativo, no obstante, permitió disponer de un nuevo ingreso dado principalmente por las remesas, que debido a su volumen pasaron a ser una fuente importante para el crecimiento económico interno. (Rosero, 2013).

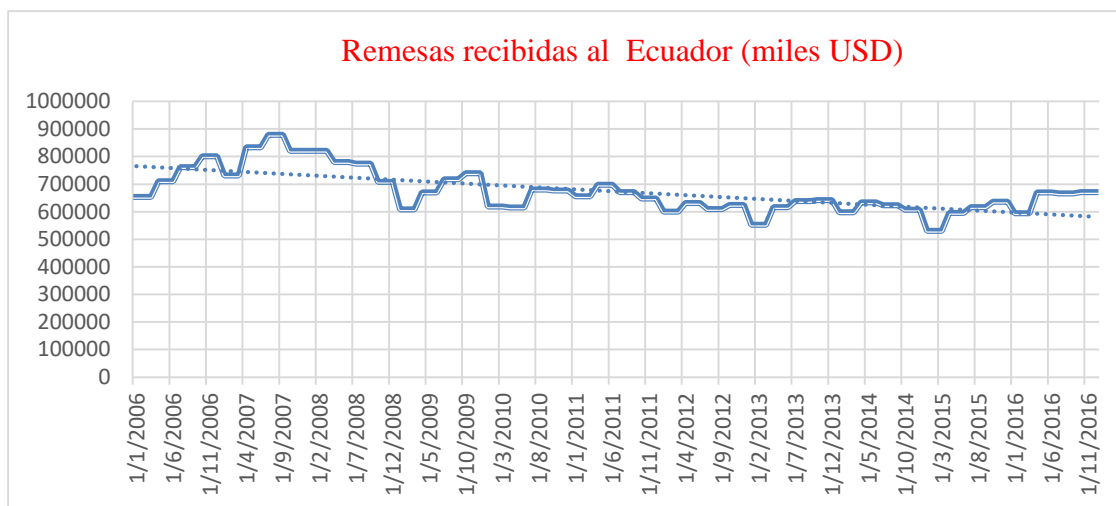


Figura 5. Remesas al Ecuador (miles USD)

Fuente: (BCE-Ec, 2019)

Como se puede observar en la figura.5, los datos de remesas de migrantes al Ecuador, oscilan en un mínimo de 530.441,3 miles de USD y un máximo de 878.900,58 miles de USD con una media de 773.000,1 miles de USD y una desviación estándar de 63.147,4 miles de USD, siendo el año 2007 el de mayor valor y el 2015 el menor valor obtenido por remesas recibidas al Ecuador, la ley que se implanto a migrantes se acogieron al regreso voluntarios, con algunos beneficios, hizo que se mantenga estables este valoren los siguiente años. (SENAMI, 2012)

2.1.4.3 Precio del barril de petróleo.

Es el precio que se le da a un del barril de petróleo según la West Texas Intermediate, de referencia en EE. UU, considerándose un barril como 180 litros de petróleo (42 galones). El precio puede variar dependiendo de la economía mundial, según ciertas características como: las épocas de bonanza, niveles de consumo, especulación, cantidad de reservas disponibles y acontecimientos sociales importantes, en aquellos países productores y consumidores.

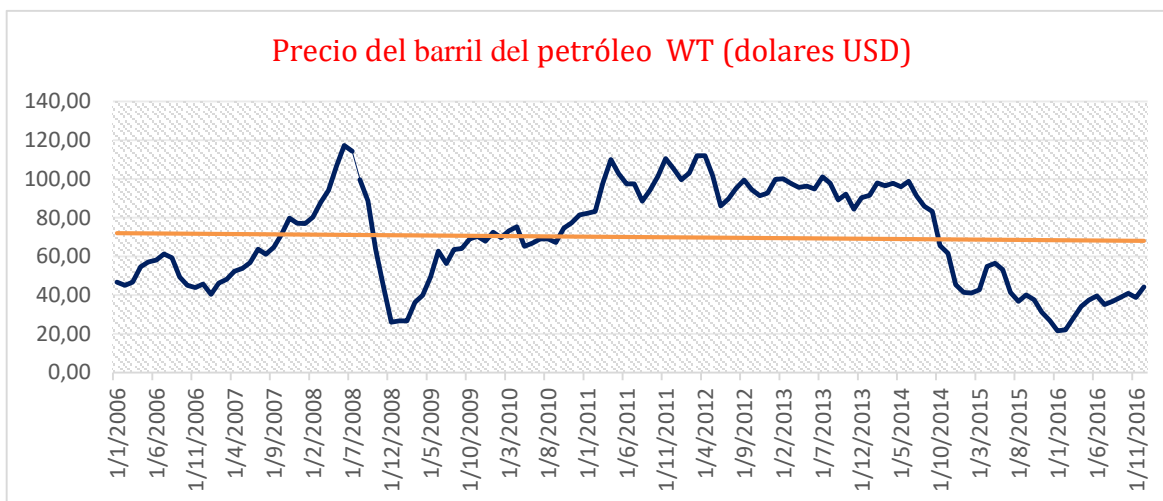


Figura 6. Precio del barril del petróleo WT (USD)

Fuente: (Ecuador, SBS, 2016; BCE-Ec, 2019)

Como se puede observar en la figura. 6, los datos del precio del barril del petróleo, oscilan con un mínimo de 21.5 y un máximo de 117.36 con una media 70.04, en julio del 2008 fue el precio más alto que se obtuvo del petróleo debió al crecimiento de la demanda de China e India, así como la fijación de la oferta a cierto nivel por parte de los países productores, pero el mismo año baja excesivamente a precio de 35 dólares el barril, por una desacelerada demanda, para el 2009 existe un alza en los precios, pues se reactiva la economía en países europeos.

2.1.5 Factores financieros

2.1.5.1 Índice de liquidez.

La liquidez es: “La capacidad de atender pasivos de corto plazo, por poseer dinero en efectivo o activos que se transforman fácilmente en efectivo. Dentro de una institución financiera, la liquidez se evalúa por la capacidad para atender los requerimientos de encaje, los requerimientos de efectivo de sus depositantes en el tiempo en que lo soliciten y nuevas solicitudes de crédito. (Brealey, 2010)” (Garzozzi, R., Perero, J., Rangel, E., & Vera, J., 2017).

Como Garzozzi aclara:

Para analizar el grado de liquidez se considera el nivel de los fondos disponibles en relación al total de los fondos a corto plazo. Los fondos disponibles son los recursos de la entidad que representan dinero efectivo, y los fondos a corto plazo son todos los depósitos a un plazo menor de 90 días. Un mayor valor del índice representa una mejor situación de liquidez de la entidad. Su fórmula es la siguiente: (Garzozzi, R., Perero, J., Rangel, E., & Vera, J., 2017).

$$\text{índice de liquidez} = \frac{\text{activos corriente}}{\text{pasivo corriente}}$$

Los bancos privados del Ecuador aplican dicha fórmula con los correspondientes estados de situación financiera presentada.

Como se puede observar en la figura. 7, los datos de índice de liquidez, oscilan en un mínimo de 0.256 y un máximo de 0.3886 con una media 0.3102 y una desviación estándar de 0.0362, en la gráfica se puede ver en marzo del 2015 existe una menor liquidez, teniendo una notoria variación en los años 2007 y 2008.

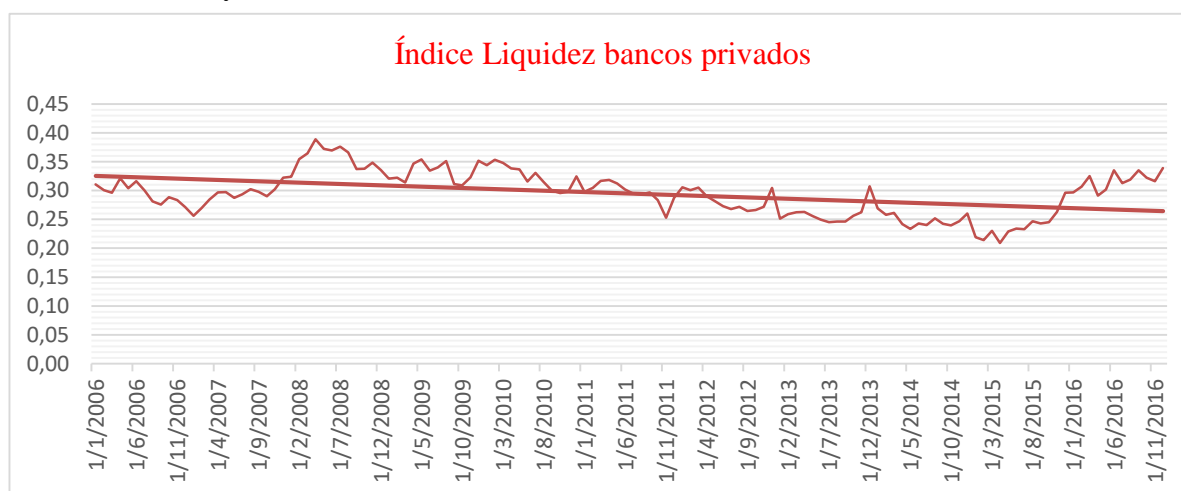


Figura 7. Índice de liquidez bancos privados

Fuente: (SBS-Ec, 2018)

2.2 Marco teórico matemático

En el siguiente marco teórico se describe; primero el modelo de regresión lineal con distribución normal, simple y múltiple, con el método de estimación de máxima verosimilitud por ser la regresión comúnmente asumida, esta servirá de base para compararla con el segundo método que es la base de esta investigación, la regresión lineal con distribución tipo Burr XII, simple y múltiple con el método de estimación de Máxima verosimilitud.

2.2.1 Modelos de Regresión con Distribución normal.

El objetivo primordial de la regresión lineal es obtener un modelo que admita establecer relaciones entre dos variables: la variable Y dependiente y X independiente. Para este estudio, además de la relación entre variables, existe un cierto grado de error o aleatoriedad, donde ϵ_i es la variable aleatoria que tiene una distribución de probabilidad específica con media cero y varianza constante que describe a un modelo probabilístico normal.

2.2.1.1 Modelo regresión lineal simple

La estructura del modelo de regresión lineal simple es la que se describe a continuación

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i, \text{ en donde } \epsilon_i \rightarrow N(0, \sigma^2) \quad i=1, 2, 3, \dots, n \quad \text{Ec. 2}$$

Siendo:

y_i : Variable observada dependiente

x_i : Variable observada independiente

β_0 :: intercepto, ordenada al origen o constante de regresión, que es la altura a la que la recta corta al eje "Y.

β_1 : Parámetro que indica la pendiente de la regresión lineal y da la proporción de cambio en y_i por cada unidad de cambio en x_i , también recibe el nombre de coeficiente de regresión.

ϵ_i : Perturbación o error aleatorio

El objetivo principal de la regresión es la determinación o estimación de β_0, β_1 a partir de la información que se dispone de las muestras, construyendo una función que posea una buena aproximación con la nube de puntos (x_i, y_i) . Como hablamos de regresión lineal con distribución normal, se detalla la definición y características que debe tener el modelo:

Definición 1.-: Una variable aleatoria continua X que tiene la distribución en forma de campana ver figura 8. Se llama variable aleatoria normal.

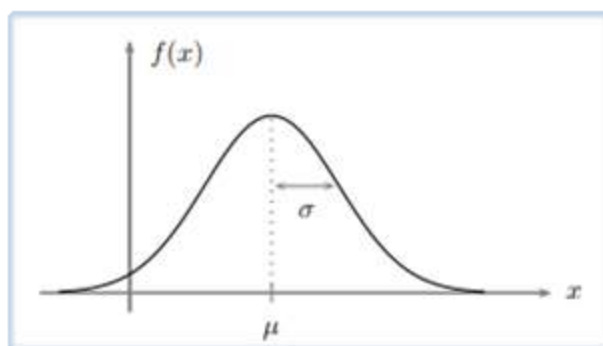


Figura 8. Distribución normal

Fuente: uploaded by [Arturo González-Baheza](#)

Se dice que: “La ecuación matemática para la distribución de probabilidad de la variable normal depende de dos parámetros μ y σ , su media y su desviación estándar. Por lo tanto se representan los valores de densidad de X por $n(x; \mu, \sigma)$ ”. (Walpole, E., Myers, H., & Maldonado, G., 1992).

La función de densidad de la variable aleatoria normal X, con media μ y variancia σ^2 , es la que se describe a continuación con la ecuación 3:

$$n(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty \quad \text{Ec. 3}$$

De lo anterior se tiene que:

- los errores aleatorios sean en media cero para cualquier valor de x_i .
- la varianza de ϵ_i sea constante para cualquier valor de x_i .

$$Var(\epsilon | X = x) = \sigma^2$$

- La distribución del error aleatorio sea normal esto quiere decir de media 0 y desviación σ . (Palacios, L.;Pérez, M., Rivas, R., & Talavera,O., 2013).

Existen varios métodos para poder estimar los parámetros de la recta, en esta investigación se detalla el método de máxima verosimilitud.

Supóngase que se tiene una muestra x_1, x_2, \dots, x_n de n observaciones independientes e idénticamente distribuidas extraídas de una función de distribución normal con función de densidad detalla en la ecuación. 3 (o función de probabilidad) $f_0(\cdot)$. Se sabe, sin embargo, que f_0 pertenece a una familia de distribuciones normales, llamada modelo paramétrico, de manera que f_0 corresponde a $\theta = \theta_0$ que es el verdadero valor del parámetro. Se desea encontrar el valor $\hat{\theta}$ (o estimador) que esté lo más próximo posible al verdadero valor θ_0 .

Se toma una muestra que sigue una distribución $N(\theta, \sigma^2)$.

Para realizar la estimación de los parámetros por el método de máxima verosimilitud se detallan los siguientes pasos.

- Se tiene la función de verosimilitud de la función de distribución normal.

$$L(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(\theta; x_i) \quad \text{Ec. 4}$$

- Con la ecuación de densidad Ec.3 se reemplaza en la Ec.4 y se tiene la función de verosimilitud de la densidad de la distribución normal

$$L(\theta, \sigma^2 | x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)^n}} e^{(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta)^2)} \quad \text{Ec. 5}$$

A esta ecuación 5, se aplica a los dos lados logaritmo para que la ecuación sea más sencilla de resolverse, en esta investigación se utiliza log como logaritmo natural.

$$\log L(\theta, \sigma^2 | x_1, x_2, \dots, x_n) = -\frac{n}{2} \log(2\pi) - \frac{n}{2} \log \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta)^2 \quad \text{Ec. 6}$$

- A la ecuación 6 se realiza las derivadas parciales de θ y σ igualando a cero, para obtener los parámetros que maximicen la fórmula de verosimilitud.

$$\frac{dL}{d\theta} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i) = \sum_{i=1}^n (\theta)$$

De donde se tiene que el estimador es igual a la media

$$\hat{\theta} = \bar{x} \quad \text{Ec. 7}$$

- Se obtiene la derivada parcial de parámetros σ en la ecuación 6

$$\frac{dL}{d\sigma^2} = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta)^2 = 0$$

Despejando σ^2 :

$$\frac{n}{2\sigma^2} = \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta)^2$$

$$\frac{\sigma^4}{\sigma^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \theta)^2$$

Se simplifica σ^2 y se reemplaza la Ec. 7, de donde se tiene el valor de la varianza

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

✚ Los valores de β_0 y β_1 se calcula de la siguiente forma

De la ecuación. 2 se despeja ϵ_i y se tiene que el error aleatorio es

$$\hat{\epsilon}_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i \quad \text{Ec. 8.}$$

A esta ecuación se reemplaza en la Ec. 3 y se tiene

$$L(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\theta}, \hat{\sigma}^2 | x_1, x_2, \dots, x_n) = -\frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)^n}} e^{(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2)}$$

Para poder resolver las ecuaciones se aplica a los dos lados de la igualdad logaritmos como se realizó anteriormente.

$$\begin{aligned} \log L(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\theta}, \hat{\sigma}^2 | x_1, x_2, \dots, x_n) &= \\ \log L(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\theta}, \hat{\sigma}^2 | x_1, x_2, \dots, x_n) &= -\frac{n}{2} \log(2\pi) - \frac{n}{2} \log \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \\ &\beta_1 x_i)^2 \end{aligned} \quad \text{Ec. 9}$$

Con la ecuación 9 se realiza las derivadas parciales de $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ igualando a cero, para obtener los parámetros $\widehat{\beta}_0$ y $\widehat{\beta}_1$.

$$\frac{dL}{d\beta_0} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i) = n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n (x_i)$$

$$\frac{dL}{d\beta_1} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i) x_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2$$

$$\bar{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \bar{x} \quad \sum_{i=1}^n x_i^2$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{x_i y_i}{n} = \hat{\beta}_0 \bar{x} + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n}$$

$$\widehat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\text{cov}(x_i, y_i)}{\text{var}(x_i)} \quad \text{Ec. 10}$$

$$\widehat{\beta}_0 = \bar{y} - \widehat{\beta}_1 \bar{x} \quad \text{Ec. 11}$$

El valor del parámetro $\widehat{\beta}_0$ y $\widehat{\beta}_1$ se detalla en las ecuaciones Ec.10 y 11.

2.2.1.2 Modelo regresión Múltiple

La estructura del modelo de regresión lineal múltiple es el que se tiene en la ecuación 12

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n + \epsilon_i, \text{ En donde } \epsilon_i \rightarrow N(0, \sigma^2) \quad \text{Ec. 12}$$

Siendo:

y_i : Variable observada dependiente

x_i : Variable observada independiente

β_1, \dots, β_n : Parámetro que indica la pendiente de la regresión lineal y da la proporción de cambio en y_i por cada unidad de cambio en x_i , también recibe el nombre de coeficiente de regresión o parámetros de la regresión múltiple.

ϵ_i : Perturbación o error aleatorio

De la misma manera que se realizó para la regresión simple se realiza los mismos pasos para la regresión múltiple, cabe recalcar que para este tipo de resolución de ecuaciones por ser más complejas se realiza con sistemas computacionales, métodos numéricos para poder resolver dichas ecuaciones.

2.2.2 Regresiones con Distribuciones de cola pesada

Según Martínez:

La frecuencia y la necesidad de explorar los valores extremos hace obligatorio la utilización de modelos estadísticos más sofisticados que puedan ayudarnos en este campo, como por ejemplo la distribución log normal que se utiliza para reflejar el comportamiento de seguros de motores de auto, la distribución de Pareto que es muy utilizada para modelar reclamaciones causadas por incendios, la distribución Burr, la distribución Weibull, Distribución loggama, entre otra que son distribuciones de cola pesada. (Martínez, 2007).

En la siguiente investigación se ha tomado como modelo la regresión de cola pesada, específicamente la regresión tipo Burr XII para el análisis.

A continuación, se postula definiciones y proposiciones que nos ayudaran a reforzar el conocimiento de las regresiones de cola pesada.

Definición 2.- Una función de distribución F con características de dominio de $(0, \infty)$ quiere decir datos positivos, es de cola pesada

si para todas $x > 0$

$$M(s) = \infty,$$

$M(s)$ es una función generadora de momentos. (Martínez A. , 2007)

Proposición- Una función de distribución F tiene cola pesada si para toda $\lambda > 0$ el límite inferior es mayor que cero evaluado hasta el infinito positivo.

$$\liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{\bar{F}(x)}{e^{-\lambda x}} > 0$$

Donde $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$, para $x > 0$.

2.2.3 Regresión lineal Burr XII.

La familia Burr comprende 12 distribuciones que se ha aplicado en varias áreas; fue introducido por Irving W. Burr (1942). La distribución Burr XII se denomina distribución de rebabas y fue introducida para justificar los histogramas, dada su flexibilidad, su aplicación se extendió a muchos más campos, como el área de control de calidad, modelos de duración o tiempo de fallas, modelos de distribución de ingresos, bioensayos y pruebas de hipótesis, entre otras.

La familia de distribuciones Burr se implantó considerando funciones de distribución que satisfacen la siguiente ecuación diferencial (Fry, 1989):

$$F(x) = \frac{1}{(1+e^{-G(x)})}$$

Donde

$$G(x) = \int_{-\infty}^x g(u) du$$

Y de las posibles soluciones de la ecuación diferencial, que se dio a G(x) se obtiene las 12 soluciones siendo la de este estudio la distribución Burr XII, que a continuación se describe:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - (1 + x^c)^{-k} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad c, k > 0, \quad \text{Ec. 13}$$

De esta distribución Burr XII se tiene la función de densidad que es la siguiente:

$$f(x) = \frac{kcx^{c-1}}{(1+x^c)^{k+1}} \quad x > 0 \quad \text{Ec. 14}$$

Donde c, k son valores siempre positivos.

En teoría de probabilidad, estadística y econometría, la distribución de Burr Tipo XII o simplemente la distribución de Burr es una distribución de probabilidad continua para una variable aleatoria no negativa. También se conoce como la distribución Singh-Maddala y es una de varias distribuciones diferentes, a veces denominadas "distribución log-logística generalizada.

Las características que poseen son las siguientes:

- Sus parámetros c y k son importantes por ser potencias de la función.
- El índice de k*c describe la media y la varianza de esta distribución:
 - ❖ k*c ≥ 2 poseen media y varianza.
 - ❖ k*c entre (2, 1] tiene media y la varianza en infinita.
 - ❖ k*c < 1 no tiene ni media, ni varianza.

2.2.3.1 Modelos de Regresión tipo Burr XII

El objetivo fundamental de la regresión lineal de Burr XII es obtener un modelo que permita establecer relaciones entre dos variables: la variable Y dependiente y X independiente.

Para este estudio, además de la relación entre variables, existe un cierto grado de errores o aleatoriedad, donde ϵ_i es la variable aleatoria que tiene una distribución de probabilidad específica Burr XII, dando lugar a un modelo probabilístico continuo no negativo

Teniendo su gráfico de función de distribución acumulada como se muestra en la figura

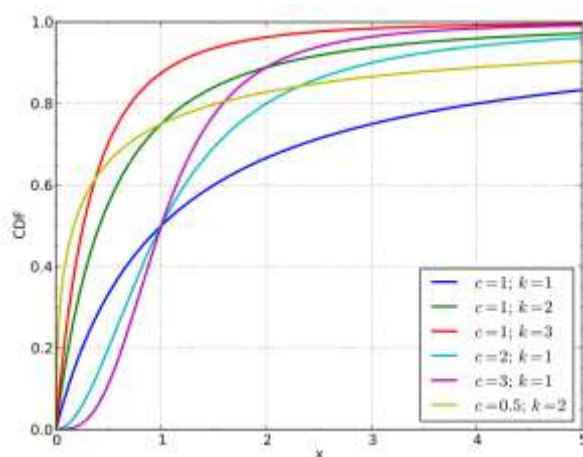


Figura 9. Función de distribución acumulada tipo Burr XII

Fuente: Arthena|Wikimedia Commons

2.2.3.1.1 Modelo regresión lineal simple

La estructura del modelo de regresión lineal Burr XII es el que se tiene en la ecuación 15

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \epsilon_i, \quad \text{Ec. 15}$$

En donde $\epsilon_i \rightarrow$ se analiza por distribución Burr XII $i=1, 2, 3, \dots, n$

Siendo:

Y_i : Variable dependiente

X_i : Variable independiente.

β_0 :: intercepto, ordenada al origen o constante de regresión.

β_1 : Parámetro que indica la pendiente de la regresión lineal y da la proporción de cambio en y_i por cada unidad de cambio en x_i , también recibe el nombre de coeficiente de regresión.

ϵ_i : Residuo.

El propósito principal de la regresión es la determinación o estimación de los parámetros c , k , β_0 , β_1 a partir de la información que se dispone de las muestras, siendo estas variables aleatorias continuas según la siguiente definición:

De la ecuación (15) se despeja ϵ_i y se tiene que:

$$\hat{\epsilon}_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i \quad \text{Ec. 16}$$

Ahora se procede a utilizar la técnica, llamada método de máxima verosimilitud, este procedimiento se basa en inferencia estadística y es utilizado con la finalidad de estimar parámetros ajustando un modelo a los datos. La función de verosimilitud se define como la función de densidad de probabilidad de los datos dados los parámetros, esto es:

$$l(\theta) = P(\theta|\hat{y}) \quad \text{Ec. 17}$$

Donde θ corresponde al vector de parámetros a estimar, \hat{y} es el vector que agrupa los datos de salida disponibles.

Los datos de entrada se consideran determinísticos, por lo que no afectan en la función de densidad de probabilidad que se puede ver en la figura 10.

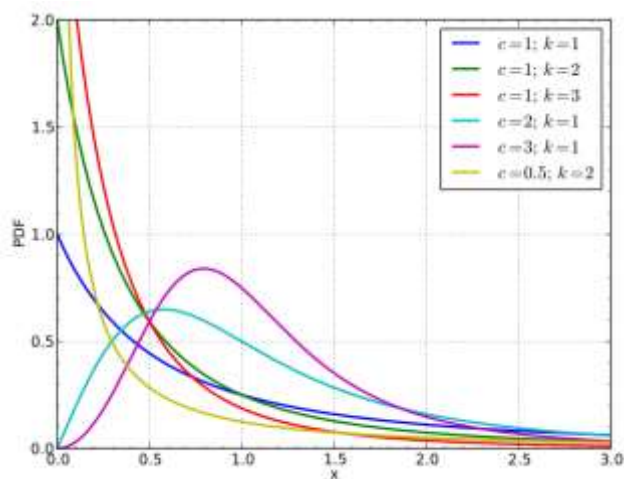


Figura 10. Densidad de la distribución Burr XII

Fuente: Arthena|Wikimedia Commons

Con estas definiciones, el problema a resolver se puede expresar como encontrar el parámetro óptimo $\hat{\theta}$ tal que:

$$\hat{\theta} = \arg \text{máx } l(\theta) \quad \text{Ec. 18}$$

Para este estudio se tiene un grupo de n datos, los cuales son independientes y distribuidos con una función de densidad Burr XII que es la siguiente:

$$f(x) = \frac{kcx^{c-1}}{(1+x^c)^{k+1}} \quad \text{Ec. 19}$$

Existen varios métodos para poder estimar los parámetros de la recta, en esta investigación se detalla el método de máxima verosimilitud, el cual ya se desarrolló para la distribución normal.

$$L(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(\theta; x_i) \quad \text{Ec. 20}$$

Con la ecuación de densidad Ec.19 se reemplaza en Ec.20 y se tiene la función de verosimilitud de la distribución Burr XII.

$$i.- \quad L(c, k | x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n \frac{kcx_i^{c-1}}{(1+x_i^c)^{k+1}} \quad \text{Ec.21}$$

Se opera el productorio y se tiene,

$$L(c, k | x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{kcx_1^{c-1}}{(1+x_1^c)^{k+1}} \cdot \frac{kcx_2^{c-1}}{(1+x_2^c)^{k+1}} \cdots \cdots \cdots \frac{kcx_n^{c-1}}{(1+x_n^c)^{k+1}} \quad \text{Ec. 22}$$

A esta ecuación 22, se aplica logaritmo para encontrar el estimador de máxima verosimilitud

$$\begin{aligned} L(c, k|x_1, x_2, \dots, x_n) &= \log L(c, k|x_1, x_2, \dots, x_n) = \\ &= n \log(k) + n \log(c) + (c-1) \sum_{i=1}^n \log x_i - (k+1) \sum_{i=1}^n \log(1+x_i^c) \end{aligned} \quad \text{Ec. 23}$$

Para obtener los parámetros c, k, se deriva con respecto a cada factor c, k y luego se iguala a cero.

$$\frac{\partial L}{\partial c} = 0 + \frac{n}{c} + \sum_{i=1}^n \log x_i - (k+1) \sum_{i=1}^n \frac{x_i^c \log(x_i)}{1+x_i^c} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial k} = \frac{n}{k} + 0 - \sum_{i=1}^n \log(1+x_i^c) = 0$$

De donde \hat{k} se tiene

$$\hat{k} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \log(1+x_i^c)} \quad \text{Ec. 24}$$

El despeje de c es más complejo su demostración

ii.- La ecuación 22 se reemplaza en la ecuación 24 y se tiene la siguiente ecuación.

$$L(\beta_0, \beta_1, c, k|x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n \frac{kc(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^{c-1}}{(1+(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^c)^{k+1}} \quad \text{Ec. 25}$$

Operando el productorio se tiene,

$$\begin{aligned} L(\beta_0, \beta_1, c, k|x_1, x_2, \dots, x_n) &= \\ &= \frac{kc(y_1 - \beta_0 - \beta_1 x_1)^{c-1}}{(1+(y_1 - \beta_0 - \beta_1 x_1)^c)^{k+1}} \cdot \frac{kc(y_2 - \beta_0 - \beta_1 x_2)^{c-1}}{(1+(y_2 - \beta_0 - \beta_1 x_2)^c)^{k+1}} \cdots \cdots \frac{kc(y_n - \beta_0 - \beta_1 x_n)^{c-1}}{(1+(y_n - \beta_0 - \beta_1 x_n)^c)^{k+1}} \end{aligned}$$

Para la resolución de esta función se aplica el logaritmo El método de la máxima verosimilitud estima θ_0 buscando el valor de θ que maximiza $L(\beta_0, \beta_1, c, k|x_1, x_2, \dots, x_n)$. Este es el llamado estimador de máxima verosimilitud (MLE) de θ_0 .

$$\begin{aligned}
L(\beta_0, \beta_1, c, k) &= \log L(\beta_0, \beta_1, c, k) = \\
&= n \log(k) + n \log(c) + (c-1) \sum_{i=1}^n \log(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) - (k+1) \sum_{i=1}^n \log(1 + (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^c)
\end{aligned}$$

Ec. 26

Para obtener los parámetros se deriva con respecto a cada factor β_0, β_1, c, k y luego se iguala a cero, para resolver se tuvo que recurrir a optimizaciones numéricas

$$\frac{\partial L}{\partial c} = \frac{n}{c} + \sum_{i=1}^n \log(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) - (k+1) \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^c \log((y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^c)}{1 + (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^c} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial k} = \frac{n}{k} - \sum_{i=1}^n \log(1 + (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^c) = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_0} = (1-c) \sum_{i=1}^n \frac{1}{(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)} + c \cdot (k+1) \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^{c-1}}{[1 + (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^c]} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta_1} = (1-c) \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)} + c \cdot (k+1) \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^{c-1} \cdot x_i}{[1 + (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^c]} = 0$$

2.2.3.1.2 Modelo regresión lineal múltiple

La estructura del modelo de regresión lineal múltiple es el que se tiene en la ecuación 27

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_i x_i + \epsilon_i,$$

Ec. 27

ϵ_i se analiza por distribución Burr XII Donde $i = 1, 2, 3, \dots, n$ es el número de datos

Siendo:

y_i : Variable observada dependiente

x_i : Variable observada independiente

β_1, \dots, β_n : Parámetro que indica la pendiente de la regresión lineal y da la proporción de cambio en y_i por cada unidad de cambio en x_i , también recibe el nombre de coeficiente de regresión o parámetros de la regresión múltiple.

ϵ_i : Perturbación o error aleatorio

De la misma manera que se realizó para la regresión simple se realiza para la regresión múltiple, cabe recalcar que para este tipo de resolución de ecuaciones por ser más complejas se realiza con sistemas computacionales, métodos de optimización numérica para poder resolver dichas ecuaciones.

2.3 Modelación Matemática

En la presente investigación se desarrolló un modelo matemático de acuerdo a las necesidades encontradas que se detallan a continuación:

1.- Se realizó la recolección de los datos en la Superintendencia de Bancos, por medio de la página web, los datos constan en una base de datos múltiple, es decir que los datos no se encuentran por ítem se tuvo que realizar un trabajo minucioso para su recopilación por banco, por año y después unirlos todo en una sola Data que es la que se está utilizando para el presente estudio, adicional a esto se tiene los datos mensuales pues los datos son fluctuantes mes a mes, Adicional los datos macro económicos y financieros se obtuvo de la base de datos del banco Central y del instituto nacional de estadísticas y censos INEC.

2.- Para modelar se utilizan las funciones que se estructuran en el marco teórico la ecuación 6 para el modelo de regresión simple, la ecuación 12 para el modelo múltiple normal, para la

regresión Burr XII simple la ecuación 23 y para la regresión múltiple Burr la ecuación 29, el dominio para dichas funciones son reales positivos.

3.-La estimación de los parámetros se realiza con el método de máxima verosimilitud, donde se quiere obtener el estimar máximo o más cercano para que la función converja, cada variable fue analizada por el programa con R,

4.-Para Desarrollar el método de regresión tipo Burr XII se tuvo que trabajar con métodos de optimización numérica para obtener los resultados, verificando que el modelo es complejo y de difícil convergencia, para esto se desarrolló de cada variable 5 métodos de optimización para verificar su convergencia y de estos se realizó con parámetros de k y c de 4 valores diferentes, obteniendo 120 métodos de los cuales se verifico la convergencia para dos métodos de optimización en la regresión simple y para 1 método en la regresión múltiple.

5.- Después para escoger el mejor modelo se calculó los valores del AIC y BIC de los métodos obteniendo valores más bajos con la regresión Burr XII.

2.3.1 Optimización

Los algoritmos para solucionar problemas de optimización, en especial para determinar los valores mínimos o máximos en un modelo matemático, son empleados en diferentes campos como las naves espaciales, estructuras civiles, componentes mecánicos, industria, la economía, análisis de datos estadísticos y construcción de modelos a partir de datos experimentales para obtener la representación más realista de un fenómeno físico entre otros.

De estos métodos nombraremos a los que se utilizó para evaluar la investigación:

- Algoritmo simplex es una implementación de Nelder y Mead: El algoritmo simplex Nelder-Mead es un algoritmo de optimización, que sirve para la minimización de una función

objetiva en un espacio multidimensional, no se obtiene información de la derivada (ni implícita ni explícitamente). para dicho algoritmo se utiliza la siguiente definición:

Definición. - Según Kelley se define:

“Definimos simplex n-dimensional como una figura geométrica en dimensiones n de volumen no nulo, que es la envolvente convexa de n+1 puntos. Esto es, dados los puntos a_1, a_2, \dots, a_{n+1} , el simplex será

$$\Delta = \{x \in R^N \quad x = \sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i a_i \text{ con } 0 \leq i \leq n+1; 0 \leq \lambda_i \leq 1; \sum_{i=1}^{n+1} \lambda_i = 1\} \text{Ec.28}$$

El proceso de transformación del simplex es la parte principal del algoritmo”. (Kelley, 1999).

- “El método "BFGS" es un método de casi Newton, publicado en 1970 por Broyden, Fletcher, Goldfarb y Shanno., de los cuales llevan sus iniciales, este método cuasi se utilizan si la derivada de la función objetivo es difícil de calcular, o ésta viene dada de forma numérica. Se basan en sustituir las derivadas por aproximaciones en diferencias finitas.” (Martínez L. , 2001)
- El método "CG" es un método de gradientes conjugados basado en el de Fletcher y Reeves (1964).

“Los métodos de gradiente conjugado combina las características de la convergencia cuadrática del método de las direcciones conjugadas con las del método del gradiente. El método posee un adelanto del método del gradiente con sólo un pequeño incremento en el esfuerzo de cálculo. El método del gradiente conjugado, básicamente, combina la información obtenida del vector gradiente con la información acerca del vector gradiente de iteraciones previas. Lo que hace el método es calcular la nueva dirección de búsqueda utilizando una combinación

lineal del gradiente en la etapa considerada y el de la etapa anterior”. (Martínez L. , 2001)

- El método "L-BFGS-B" es el de Byrd *et. Alabama.* (1995) que permite *restricciones de caja*, es decir, a cada variable se le puede dar un límite inferior y / o superior. El valor inicial debe satisfacer las restricciones. Esto utiliza una modificación de memoria limitada del método BFGS cuasi-Newton. Si se suministran límites no triviales, se seleccionará este método, con una advertencia.
- El método "SANN" es por defecto una variante del recocido simulado que se da en Belisle (1992). El recocido simulado pertenece a la clase de métodos de optimización global estocásticos. Utiliza solo valores de función, pero es relativamente lento. También funcionará para funciones no diferenciables. Esta implementación utiliza la función Metropolis para la probabilidad de aceptación. Por defecto, el siguiente punto candidato se genera a partir de un Kernel Gaussiano Markov con una escala proporcional a la temperatura real (Martínez L. , 2001).

2.4 AIC

En 1974 Akaike publicó: un artículo en el que desarrollaba una medida de bondad de ajuste para modelos estadísticos. “Basado en la teoría de la información, el criterio de Akaike proporciona una estimación de la cantidad de la información pérdida al representar un conjunto de datos con un modelo.

Se calcula a partir de la verosimilitud obtenida con el modelo ajustado y el número de parámetros de éste, y trata de cuantificar el nivel de compromiso entre la calidad del ajuste y la complejidad del modelo.” [Akaike, 1974] (Zavershynskyy, 2019).

Su fórmula exacta es:

$$AIC = 2k - 2 \ln (L) \quad \text{Ec.29}$$

Donde k es el número de parámetros del modelo.

L el valor de la función de verosimilitud alcanzado en el óptimo.

Se prefiere el AIC bajo en los modelos, porque su valor decrece conforme aumenta la verosimilitud, y por tanto, la bondad del ajuste, aumenta a medida que se incorporan más parámetros en el modelo, y por tanto, su complejidad.

Los valores del criterio de Akaike son similares a otras medidas de bondad de ajuste como la ratio de verosimilitudes

El AIC para seleccionar entre modelos alternativos es equivalente elegir el modelo que minimice el valor a elegir aquel modelo que haga mínima la diferencia $k - \ln (L)$, pues es simplemente una cuestión de multiplicación por una constante.

Una de sus ventajas es que, permite comparar modelos no anidados. El principal inconveniente es que no es un test estadístico en el sentido de que no se conoce la distribución, ni siquiera asintóticamente.

Por consiguiente, el AIC se utiliza para elegir el modelo más apropiado entre los posibles.

Los criterios para aceptar son los siguientes:

$\Delta AIC < 2$ -> evidencia sustancial para el modelo.

$3 > \Delta AIC > 7$ -> menos soporte para el modelo.

$\Delta AIC > 10$ -> el modelo es poco probable.

2.5 BIC

El en contexto de procedimientos basados en la verosimilitud, Schwarz(1978) sugirió que el AIC podría no ser asintóticamente justificable, y presentó un criterio de información alternativo a partir de un enfoque bayesiano, el BIC (Criterio de información Bayesiano). Con este criterio, se penaliza el número de parámetros en \ln en lugar de 2 así,

$$BIC = k * \ln(n) - 2 \ln(L)$$

Dónde:

k es el número de parámetros del modelo.

$\ln(L)$ es la función de log-verosimilitud para el modelo estadístico.

El BIC y el AIC dan una formulación matemática del principio de parsimonia en la construcción de modelos. Cuantitativamente, dado que el procedimiento de Schwarz difiere del de Akaike solo en que la dimensión es multiplicada por un n , el BIC se inclina más que el AIC hacia modelos de dimensión más baja cuando el número de observaciones es $n \geq 8$. Para un número elevado de observaciones, existen diferencias notables ente el AIC y el BIC.(Peña, 2002).

CAPÍTULO III

3 ANÁLISIS DE LAS REGRESIONES

3.1 Análisis de datos

Para el análisis de la presente investigación se utiliza datos de fuentes publicada en la Superintendencia de Bancos del Ecuador, El Banco Central del Ecuador y el INEC, obteniendo los datos de las variables de una fuente secundaria.

Las variables iniciales obtenidas son: Remesas recibidas al Ecuador, Rentabilidad operativa sobre Activo, Rentabilidad Patrimonio, Índice de liquidez, inflación %, precio del barril del petróleo, salario uniforme. nominal, todas son datos numéricos continuos, dichos datos serán las variables independientes, que se van a relacionar con el índice de concentración del crédito para su modelización.

La muestra está constituida por 132 datos (mensuales) de los bancos privados del Ecuador y variables económicas y financieras. Los datos fueron tomados durante el periodo 2006 al 2016.

Como se detalla en el marco teórico el índice de concentración recomendado por la OECD es el índice de Herfindahl-Hirschman (HHI), con el cual se trabaja y se calcula como se detalló en la ecuación (1), además de ser validados por el personal de la Superintendencia de Banco del Ecuador.

Inmediatamente se analiza las variables por medio de histogramas, de las cuales se evidencia que son datos asimétricos hacia la derecha, las variables de inflación, Remesas, Salario nominal, rentabilidad operativa sobre Activo, rentabilidad patrimonio y variables sesgadas a la izquierda, el índice de HHI, índice de liquidez y precio del barril del petróleo, además de constatar que son variables continuas.

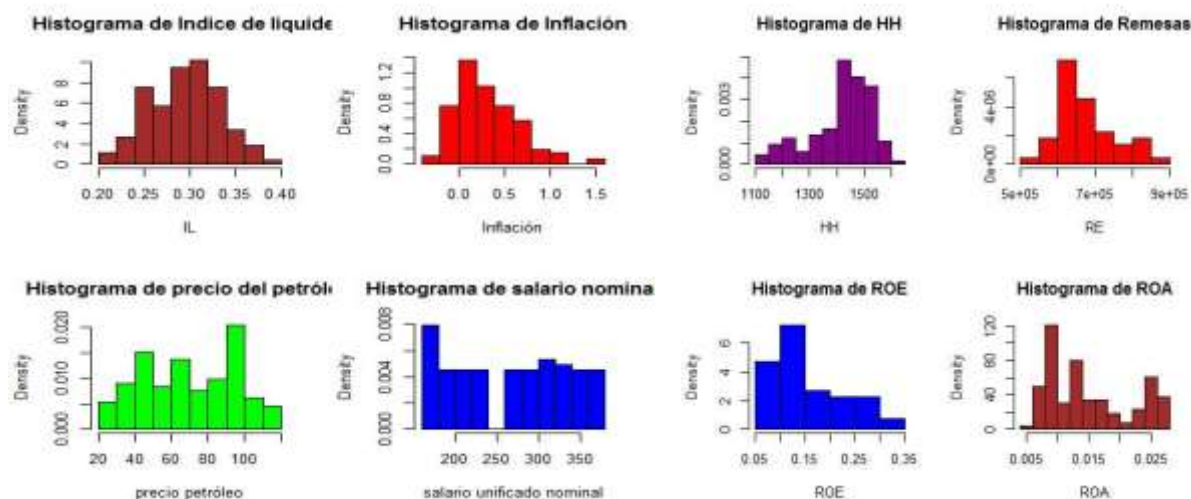


Figura 11. Histogramas de Variables

3.2 Estimación de los parámetros

3.2.1 Regresión simple con supuesto de normalidad

En un modelo de regresión simple con supuesto de normalidad, se estima los parámetros desconocidos β_0 y β_1 , esta regresión se realiza con programación en R, obteniendo los siguientes resultados que se verifican en la tabla 2, donde se puede visualizar los diferentes valores que toma el intercepto β_0 , el valor donde la recta corta al eje vertical y el coeficiente β_1 la pendiente de la recta, además sus errores estándares.

Tabla 2

Parámetros -regresión lineal simple

| RELACION | INTERCEPTO | ERROR STAND | PENDIENTE | ERROR STAND |
|----------|------------|-------------|-----------|-------------|
| HH~RE | 2019.00 | 6.6E+01 | -8.93E-04 | 9.68E-02 |
| HH~I | 1429.83 | 13.15 | -37.15 | 27.94 |
| HH~IL | 1614.45 | 72.82 | -666.65 | 244.92 |
| HH~ROE | 1628.92 | 11.10 | -1350.95 | 64.57 |
| HH~ROA | 1637.5600 | 11.59 | -14561.99 | 703.35 |
| HH~PPB | 1416.00 | 28.52 | 0.0227 | 0.383 |
| HH~SUN | 1080.55 | 24.26 | 1.25 | 0.0872 |

De la tabla anterior podemos ver que solo la relación de precio del barril del petróleo y salario uniforme nominal posee una pendiente positiva, los demás poseen una pendiente negativa esto quiere decir que un índice mayor posee un menor valor en las remesas, inflación, índice de liquidez, rentabilidad operativa activa y rentabilidad patrimonio.

A pesar de que el modelo de regresión asumiendo que el error residual sigue una distribución normal, fue considerado a fin de tenerlo como un modelo de referencia respecto al análisis de modelos basados en distribuciones de cola pesada, se presenta a continuación algunas pruebas que permiten evaluar si los datos analizados siguen efectivamente una distribución normal. Para el modelo de regresión lineal con una variable se considera el mejor entre aquellos realizados, esto es $HH \sim ROE$.

Entre estas pruebas se ha considerado la prueba de Shapiro para evaluar la normalidad de los datos. Esta prueba asume como hipótesis nula que los datos analizados siguen una distribución normal, mientras que, como hipótesis alternativa, aquellos datos no siguen una distribución normal. Otra prueba analizada es la prueba de Jarque – Bera que analiza si el sesgo y la curtosis de los datos corresponden al sesgo y a la curtosis de una distribución normal. En este caso, bajo la hipótesis nula se asume que los datos analizados siguen una distribución normal. La última prueba analizada es la prueba de Kolmogorov-Smirnov para comparar la distribución empírica de los datos con la distribución teórica de la distribución normal. Para esta última prueba se requiere que los parámetros de la distribución analizada sean conocidos, lo cual no es el caso bajo los datos que se analizan. Por ello, para esta prueba se usó una versión modificada de esta prueba, la cual admite que los parámetros de la distribución normal analizada sean desconocidos. Las estimaciones de estos parámetros provienen de los datos. En esta prueba, bajo la hipótesis nula se asume que los datos analizados siguen una distribución normal.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Tabla 3

Prueba de normalidad

| MODELO | PRUEBA DE SHAPIRO (VALOR P) | PRUEBA DE JARQUE – BERA (VALOR P) | PRUEBA DE KOLMOGOROV – SMIRNOV (VALOR P) |
|----------|-----------------------------|-----------------------------------|--|
| HH ~ ROE | 0.2314 | 0.2233 | 0.3558 |

Estos resultados muestran que no se puede rechazar la hipótesis de normalidad.

3.2.2 Regresión múltiple con supuesto de Normalidad.

En un modelo de regresión múltiple con distribución normal, se estima los parámetros desconocidos β_0 , β_1 y β_2 , El modelo de regresión múltiple es la extensión a k variables explicativas del modelo de regresión simple, estos parámetros son estimados usando programación computacional en R el cual nos entrega los siguientes valores en la tabla 3.

Tabla 4

Regresión Múltiple

| RELACIÓN | INTERCEPTO | ERROR STAND | B1 | ERROR STAND | B2 | ERROR STAND |
|------------|------------|-------------|-----------|-------------|---------|-------------|
| HH~ROA+I | 1634,36 | 11,77 | -14761,80 | 714,95 | 19,41 | 13,79 |
| HH~ROA+IL | 1585,73 | 35,96 | -14939,39 | 742,5 | 195,13 | 128,22 |
| HH~ROA+ROE | 1633,10 | 11,74 | -5496,80 | 5018,18 | -847,20 | 464,42 |

De la tabla anterior se tiene las siguientes relaciones

$$HHI = 1634,36 - 14761,8 \text{ rentabilidad patrimonio} + 1379 \text{ inflación} + \varepsilon$$

$$HHI = 1585,73 - 14939,39 \text{ rentabilidad patrimonio} + 128,22 \text{ indice de liquidez} + \varepsilon$$

$$HHI = 1633,1 - 5496,8 \text{ rentabilidad patrimonio} + 464,4 \text{ inflación} + \varepsilon$$

Bajo el supuesto de normalidad en los modelos de regresión múltiple, se toma en cuenta el modelo que mejor ajusta a los datos, esto es HH ~ ROA ROE. Los resultados en cuanto a los estadísticos para evaluar la normalidad del modelo son:

Tabla 5

Pruebas de normalidad

| MODELO | PRUEBA DE SHAPIRO (VALOR P) | PRUEBA DE JARQUE – BERA (VALOR P) | PRUEBA DE KOLMOGOROV – SMIRNOV (VALOR P) |
|--------------|-----------------------------|-----------------------------------|--|
| HH ~ ROA ROE | 0.1689 | 0.2882 | 0.1478 |

Estos resultados muestran que no se puede rechazar la hipótesis de normalidad.

3.2.3 Regresión simple con distribución Burr XII

En un modelo de regresión simple con distribución Burr XII en el error aleatorio, se estima los parámetros desconocidos que son c , k , β_0 y β_1 , los valores de c y k dan el valor de pesadez de la cola y son positivos. Estos son estimados usando el método de máxima verosimilitud, que consiste en proporcionar la estimación que otorgue una máxima probabilidad o verosimilitud a los datos observados, todo este proceso se lo realiza con el programa R con métodos de optimización β_0 es la intersección o término “constante de la regresión lineal” y β_1 es la pendiente de la regresión lineal, la función de densidad para ser optimizada es la misma de la ecuación 25.

$$l(c, k, \beta_0, \beta_1) = \prod_{i=1}^n \frac{kc(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^{c-1}}{(1 + (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^c)^{k+1}}$$

A esta función aplicamos métodos de optimización iterativos como el método de ("Nelder-Mead", "CG", "SANN", para el cálculo colocamos valores iniciales c , k , β_0 y β_1 teniendo para la tabla 4, el método de Nelder Mead y valores $c = 1$, $k = 1$, $b_0=0$, $b_1=$ valores estimados para cada variable con el método de regresión lineal simple de distribución normal.

Una vez alcanzada la convergencia del método iterativo, se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 6

Parámetros método Nelder-Mead, $c=1$, $k=1$

| RELACIÓN | EMV | K | ERROR STAND ALTO-BAJO | C | ERROR STAND ALTO-BAJO | INTERCEPTO | ERROR STAND ALTO-BAJO | PENDIENTE | ERROR STAND ALTO-BAJO |
|------------|----------|--------------|-----------------------------|--------------|--------------------------|--------------|--------------------------|-------------------|--------------------------|
| HH~RE | na | na | na | na | na | na | na | na | na |
| HH~I | 1,289.13 | 0.01871 | (0,05486 ;-0,01743) | 7.81264 | (22,9268 ;-7,3015) | 127.015 7 | na | 784.6 483 | na |
| HH~IL | 1074.08 | 4.46E- 03 | (0,00666 ;0,002246) | 4.12E+0 1 | (62,8323 ;19,6380) | 1011.40 | na | 431.4 000 | na |
| HH~ROE | 974.876 | 2.84E+0 3 | (0,003627 ;0,002057) | 7.09E+0 1 | (96,7713 ;49,4234) | 1421.80 | na | - 961.2 0 | na |
| HH~RO A | 977.003 | 1.63E- 01 | (0,2813 ;0,04408) | 1.2722 | (2,1765 ;0,3679) | 1498.20 | na | - 14518 .00 | na |
| HH~PPB | 1198.39 | 0.04245 | (0,1585 ; -0,0736) | 3.772 | (14,0644 ;-6,5202) | -15.45 | na | 11.61 39 | na |
| HH~SUN | 1155.36 | 0.06093 | na | 2.6994 | na | 1.1781 | na | 3.614 1 | na |

nota: na - no se reportan valores

De la tabla anterior se tiene que la relación con los datos de las remesas al Ecuador no existe relación, tenemos el valor de k muy alto en la relación de rentabilidad patrimonio, la relación con rentabilidad patrimonio y rentabilidad operativa sobre activo su pendiente es negativa, se resalta el modelo que presenta el mejor ajuste.

Tabla 7

Parámetros método sann, $c=1$, $k=1$, $b_0=0$

| RELACION | EMV | K | ERROR STAND ALTO-BAJO | C | ERROR STAND ALTO-BAJO | BO | ERROR STAND ALTO-BAJO | B1 | ERROR STAND ALTO-BAJO |
|------------|-------------|---------------|--------------------------|-----------|--------------------------|-----------|--------------------------|--------------------|--------------------------|
| HH~RE | na | Na | na | na | na | na | na | na | na |
| HH~I | 1351.5 3 | 0.0335 | (0.069;0. 0666) | 4.05 7 | (2.050;8.075) | 7.41 0 | na | -36.565 | na |
| HH~IL | 1347.9 4 | 0.0563 | (0.112; 0.008) | 2.41 7 | (4.8019;0.031 8) | 8.32 7 | na | 70.029 | na |
| HH~RO E | 1372.0 2 | 4.685e-02 | na | 2.89 6 | na | 2.72 3 | na | - 1.351e+0 3 | na |
| HH~RO A | 1352.8 1 | 7.344E- 02 | na | 1.89 8 | na | 4.56 4 | na | - 1.352e+0 3 | na |
| HH~PP B | na | Na | na | Na | na | na | na | na | na |
| HH~SU N | na | Na | na | Na | na | na | na | na | na |

nota: na - no se reportan valores

De la tabla anterior se tiene que no existen valores que relacionen al precio del barril del petróleo, ni al salario uniforme nominal y de las remesas, de las demás variables poseen una pendiente negativa la variable de inflación, rentabilidad. De los otros métodos se tiene resultados en los anexos 3 y con los otros métodos no se obtuvieron la convergencia, se resalta el modelo que presenta el mejor ajuste.

3.2.4 Regresión múltiple con distribución Burr XII

En un modelo de regresión múltiple con distribución Burr XII, se estima los parámetros desconocidos que son c , k , β_0 , β_1 y β_2 , de la misma manera se toma como variable dependiente el índice de concentración HHI y como variables independientes a la rentabilidad operativa de activo, índice de liquidez, rentabilidad patrimonio e inflación, obteniendo los siguiente valores que

se exponen en la tabla 6. Dichos valores poseen convergencia cero en el proceso y valores iniciales $k=1$, $c=1$, $b_0=0$, se realizan con el método “SANN” y Nelder Mead

Tabla 8

Parámetro de regresión múltiple Burr XII

| MÉTODO SANN | | | | | | |
|--------------------|----------|------------|------------|-----------|-----------------|------------|
| relación | EMV | k | c | b0 | b1 | b2 |
| HH~ROA+I | 1372.275 | 9.9040E-02 | 1.3646E+00 | 4.543E+00 | -1.456E+04 | 1.5264E+0 |
| HH~ROA+IL | 1372.837 | 4.658E-02 | 2.890E+00 | 2.426E+03 | - 1.4564E+04 | 3.400E+00 |
| HH~ROA+ROE | 1372.546 | 4.7165E-02 | 2.914E+00 | 5.774E+00 | - 1.4560E+02 | 1.3778+00 |
| MÉTODO NELDER MEAD | | | | | | |
| relación | EMV | k | c | b0 | b1 | b2 |
| HH~ROA+I | 936.670 | 4.8471E-02 | 4.517E+00 | 1.494E+03 | - 1.4498E+04 | 7.0343E+01 |

En la tabla anterior se puede observar que el valor de máxima verosimilitud es similares para las tres relaciones, se resalta el modelo que presenta el mejor ajuste.

3.3 Selección del modelo

3.3.1 Cálculo de valores de AIC Y BIC regresión simple

El objetivo de esto es seleccionar el modelo estadístico que más se ajuste a los datos obtenidos, esta bondad de ajuste se realiza basados en la teoría de la información, el criterio de akaike. Por la complejidad del modelo, adicional a esto también se procede a utilizar el Criterio de información Bayesiano, que es medir la bondad del ajuste de la recta de regresión a los datos observados y ponderar al mismo tiempo la calidad de asociación lineal que existente entre las variables mencionadas.

El AIC y BIC que es un método de bondad de ajuste para modelos estadísticos, se calcula a partir de los puntos máximos optimizados y además el programa R tiene un comando que lo calcula

automáticamente, obteniendo los valores para la regresión simple con distribución normal en la tabla 3, los criterios establecen que si son mayores 10 el modelo es poco probable.

Tabla 9

Valores de AIC y BIC regresión simple

| RELACION | LM | | CALCULADO CON EMV | |
|----------|---------|------------|----------------------|---------|
| | AIC | BIC | AIC | BIC |
| HH~RE | 1556.44 | 1565.09000 | 22.1361 | 31.1006 |
| HH~I | 1621.08 | 1629.72800 | 22.3234 | 31.2880 |
| HH~IL | 1615.55 | 1624.19500 | 21.9584 | 30.9230 |
| HH~ROE | 1428.27 | 1436.91700 | 21.7646 | 30.7292 |
| HH~ROA | 1430.41 | 1439.05700 | 21.7690 | 30.7336 |
| HH~PPB | 1622.86 | 1631.50800 | 22.1775 | 31.1421 |
| HH~SUN | 1497.45 | 1506.10200 | 22.1043 | 31.0689 |

Siendo los valores más pequeños los que se toman para detectar el mejor ajuste del modelo a relacionar, obteniendo la relación entre el índice de concentración HHI y la rentabilidad patrimonio, con valor de AIC 1428.27 y un valor de BIC 1436.92 para regresión lineal simple calculada con la fórmula y valor de la máxima verosimilitud se tiene la misma variable con AIC de 21.7646 y el BIC de 30.729, se puede verificar que los valores calculados con la optimización son valores mucho más pequeños, pese a esto son mayor que 10 que se afirma que el modelo es poco probable de ajuste con la distribución normal.

Con los valores de la máxima verosimilitud se tiene para el método Nelder Mead, SANN y regresión simple común en la siguiente tabla 10. Calculados.

Tabla 10
AIC y BIC calculados

| RELACION | NELDER MEAD | | | SANN | | | REGRESION LINEAL COMÚN | |
|----------|-------------|---------|---------|---------|----------|------------|------------------------|---------|
| | EMV | AIC | BIC | EMV | AIC | BIC | AIC | BIC |
| HH~RE | na | na | na | na | na | na | 22.1361 | 31.1006 |
| HH~I | 1,289.13 | 1.77941 | 5.20776 | 1351.53 | 1.738349 | 5.11322256 | 22.3234 | 31.288 |
| HH~IL | 1074.08 | 1.93792 | 5.57276 | 1347.94 | 1.740659 | 5.11854213 | 21.9584 | 30.923 |
| HH~ROE | 974.876 | 2.02210 | 5.76659 | 1372.02 | 1.725279 | 5.08312892 | 21.7646 | 30.7292 |
| HH~ROA | 977.003 | 2.02021 | 5.76223 | 1352.81 | 1.737526 | 5.11132931 | 21.769 | 30.7336 |
| HH~PPB | 1198.39 | 1.84280 | 5.35374 | na | na | na | 22.1775 | 31.1421 |
| HH~SUN | 1155.36 | 1.87457 | 5.42688 | na | na | na | 22.1043 | 31.0689 |

De los cálculos obtenidos se puede observar que el mejor ajuste a dicho modelo es la relación del índice de concentración y la inflación en el método de Nelder –Mead y la rentabilidad patrimonio con el método SANN, siendo los valores más bajos,

3.3.2 Cálculo de valores de AIC Y BIC regresión múltiple

De igual forma se calcula los valores de bondad de ajuste el AIC y el BIC obteniendo los siguientes valores para la regresión múltiple tipo Burr XII,

Tabla 11
Regresión múltiple

| RELACIÓN | MÉTODO SANN | | | LM | |
|--------------------|-------------|--------|--------|----------|----------|
| | EMV | AIC | BIC | AIC | BIC |
| HH~ROA+I | 1372.275 | 1.7251 | 5.0828 | 1430.398 | 1441.929 |
| HH~ROA+IL | 1372.837 | 1.7248 | 5.0819 | 1430.06 | 1441.591 |
| HH~ROA+ROE | 1372.546 | 1.7249 | 5.0824 | 1429.047 | 1440.578 |
| MÉTODO NELDER MEAD | | | | | |
| relación | EMV | AIC | BIC | | |
| HH~ROA+I | 936.67 | 2.0568 | 5.8465 | | |

Existe una relación entre HHI y la rentabilidad operativa activa y el índice de liquidez en la mejor selección de modelo,

3.4 Cálculo de pesadez de la cola

La pesadez de la cola se mide por el producto de los parámetros $k*c$ y se puede verificar los cálculos en la tabla 12.

Tabla 12
Pesadez de cola regresión simple Burr XII

| RELACIÓN | NELDER MEAD | | | SANN | | |
|----------|-------------|----------|-----------|----------|-------|------------|
| | K | C | K*C | K | C | K*C |
| HH~RE | na | na | na | na | na | na |
| HH~I | 0.01871 | 7.81264 | 0.1461745 | 0.0335 | 4.057 | 0.1359095 |
| HH~IL | 4.46E-03 | 4.12E+01 | 0.183752 | 0.0563 | 2.417 | 0.1360771 |
| HH~ROE | 2.84E+03 | 7.09E+01 | 201356 | 4.69E-02 | 2.896 | 0.1356776 |
| HH~ROA | 1.63E-01 | 1.2722 | 0.2073686 | 7.34E-02 | 1.898 | 0.13938912 |
| HH~PPB | 0.04245 | 3.772 | 0.1601214 | na | na | na |
| HH~SUN | 0.06093 | 2.6994 | 0.1644744 | na | na | na |

De lo anterior tenemos el valor de $k*c$ muy alto en la relación de rentabilidad patrimonio lo cual nos índice que su cola es muy ligera, mientras más bajo sea el índice su cola es más pesada en este caso tenemos a la relación del índice de concentración HHI y la inflación con cola más pesada en el método Nelder Mead, y en el método SANN la relación del HHI y la rentabilidad patrimonio.

La pesadez para la regresión múltiple se tiene en la tabla 13.

Tabla 13*Cálculo de pesadez de cola múltiple*

| MÉTODO SANN | | | |
|---------------------------|----------|----------|------------|
| RELACIÓN | K | C | K*C |
| HH~ROA+I | 9.90E-02 | 1.36E+00 | 0.13515 |
| HH~ROA+IL | 4.66E-02 | 2.89E+00 | 0.13462 |
| HH~ROA+ROE | 4.72E-02 | 2.91E+00 | 0.13744 |
| METODO NELDER MEAD | | | |
| RELACIÓN | K | C | K*C |
| HH~ROA+I | 4.85E-02 | 4.52E+00 | 0.21894 |

Para la regresión múltiple se tiene que una cola pesa posee la relación del índice HHI y la rentabilidad operativa de activo y el índice de liquidez.

CAPITULO V

4 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1 Respuestas planteadas en este trabajo

Como se dispuso en el capítulo 1 del presente trabajo de investigación se procede a responder las preguntas planteadas.

- ¿Cómo se mide la concentración crediticia?

La concentración crediticia se mide según el Índice de Herfindahl Hirschman que es los más reconocidos a nivel mundial y recomendado por la Organization for Economic Cooperation and Development, a nivel de Sudamérica son muy pocas las entidades que las utilizan, es más utilizado en Europa para mercados concentrados.

- ¿Cuál ha sido la concentración crediticia en el Ecuador de los bancos privados en el periodo entre el 2006-2016?

Para una mejor observación se realiza los cálculos de la concentración anualmente y se la visualizan por medio de una gráfica detalla en la figura 12.

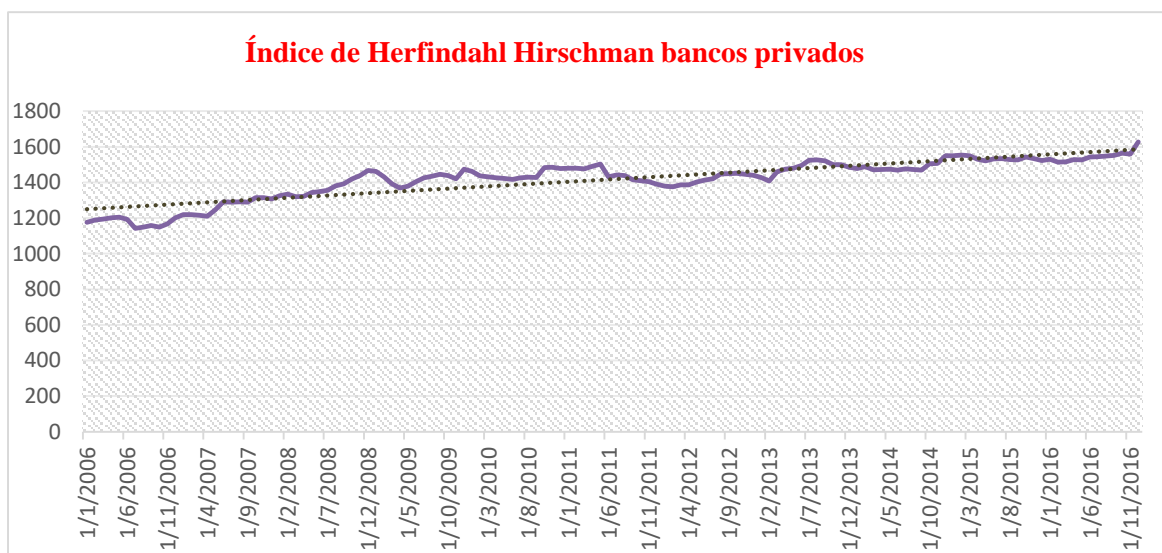


Figura 12. Índice de crédito Herfindhal –Hirschman bancos privados

La concentración más baja está en el año 2006, mientras que la concentración más alta está en año 2016, existe un pequeño declive en el año 2012

- ¿En dónde se encuentra los puntos de máxima y mínima concentración crediticia en el Ecuador en el periodo 2006-2016?

Los puntos de máxima concentración se tienen en el año 2016 en los meses de diciembre, y el de mínima concentración está en el año 2006 en el mes de junio.

- ¿Cuál de estos factores macroeconómicos y financieros ejerce una mayor influencia en la concentración crediticia en el Ecuador? Según los cálculos realizados los factores que influyen al índice de concentración del crédito son la rentabilidad patrimonio, rentabilidad operativa de activo y la inflación.
- ¿Cuál es la estimación de rentabilidad patrimonio respecto a la máxima concentración crediticia en el Ecuador?

$$\text{índice de concetracion HH} = -1351 \text{ rentabiliada patrimonio} + 2.723 + \varepsilon$$

4.2 Conclusiones

Del análisis realizado se concluye:

- El modelo que más se ajusta a la regresión lineal simple Burr XII según el método de optimización Nelder Mead, por el criterio de información bayesiano y el criterio de información de Akaike más bajos es:

$$\text{Indice de concetracion HHI} = 784.65 \text{ inflación} + 127.015 + \varepsilon$$

Esto quiere decir que:

- ✓ El índice de concentración de Herfindhal –Hirschman estimado es igual a 127.015(si la inflación fuera cero).
 - ✓ Por cada 1% de inflación, el índice de concentración HHI aumenta en 784.65 unidades.
- El modelo que más se ajusta a la regresión lineal simple Burr XII según el método de optimización SANN, por el criterio de información bayesiano y el criterio de información de Akaike más bajos es:

$$\text{indice de concetracion HH} = -1351 \text{ rentabiliada patrimonio} + 2.723 + \varepsilon$$

Esto quiere decir que:

- ✓ El índice de concentración de Herfindhal –Hirschman estimado es igual a 2.723(si la rentabilidad patrimonio fuera cero).
- ✓ Por cada 1% de rentabilidad patrimonio, el índice de concentración HHI disminuye en 1351 unidades.

- La ecuación predictiva de la regresión múltiple dada el modelo Burr tipo XII, con un mejor modelo más apto, según su selección de modelo es

$$\text{índice HH} = -14564 \text{ rentabilidad operativa activa} + 3.4 \text{ índice de liquidez} + 2426 + \varepsilon.$$

Esto quiere decir que:

- ✓ El índice de concentración de Herfindhal –Hirschman estimado es igual a 2426 (si están constantes las demás variables).
 - ✓ Por cada 1% de rentabilidad patrimonio, el índice de concentración HHI disminuye en 14564 unidades, suponiendo que las otras variables permanezcan constantes.
 - ✓ Por cada 1% de inflación, el índice de concentración HHI aumenta en 3.4 unidades, suponiendo que se mantienen constantes las otras variables.
- Se confirma que una mejor bondad de ajuste posee la regresión múltiple de Burr tipo XII pues sus valores de AIC Y BIC son más bajos que la regresión lineal Burr tipo XII y muy por debajo de la regresión lineal simple, esto quiere decir que con mayor parámetro mejora la bondad de ajuste, pero se tiene mayor complejidad en la regresión.
- La estimación por medio de máxima verosimilitud es muy recomendable para datos insesgados pues con el método de mínimos cuadrados dificulta la interpretación de los parámetros o se tienen que mutilar datos para una buena respuesta.
- Se puede verificar que, al validar el modelo, por la teoría de la información AIC y BIC los valores con la regresión tipo Burr XII es mucho más pequeña que la regresión lineal con distribución normal.

- Se pudo observar el valor de pesadez de cola, esto quiere decir que la cola más pesada se tiene entre la relación del índice de HHI y la inflación en el método Nelder Mead y en la relación del Índice de HHI y rentabilidad patrimonio en el método de Sann, afirmando que estas relaciones poseen el ajuste perfecto para el modelo de regresión tipo Burr XII.

4.3 Recomendaciones.

- Se recomienda por medio de estas investigaciones y para aporte para el estado, a las entidades estatales proporcionar datos claros, detallados y compactados por años, subniveles, ítem, etc., que pueden servir para un mejor manejo de la información y ayuda a una rápida investigación de datos públicos.
- Realizar trabajos de investigación de regresión de cola pesada con diferentes tipos de distribuciones para tener un amplio estudio de los mismos, con datos reales que ayuden a ampliar la utilización de dichos métodos
- De la regresión tipo Burr XII, en el país no se encuentra estudios realizados, siendo el presente trabajo un referente a este tema, más aún referentes a créditos o índice de concentración, introduciendo un precedente para futuras investigaciones con bases a este tipo de regresión de cola pesada.
- Se recomienda el uso de la regresión Burr XII, en datos insesgados de cola pesada por tener un buen ajuste y proporcionar estimadores más cercanos a la realidad.

4.4 Trabajos a futuro

- Se deja planteado para futuro trabajo a realizarlo la comparación con otros índices de concentración como la ratio, índice de entropía, gini, Índice de Rosenbluth, Hall & Tideman, entre otros, etc. y analizar cuáles son los beneficios que se tiene con la regresión lineal tipo Burr XII.
- Se deja a consideración para un nuevo estudio comparaciones entre métodos regresión de valores extremos como Pareto, Weibull, loggama, etc.
- Se deje planteado la inquietud de estudios de la regresión Burr XII, para encontrar el método de convergencia más óptimo, con diferentes métodos numéricos y emplearlo con datos reales que servirán de ayuda al país.

BIBLIOGRAFÍA

- Alcívar Z, J. A., & Sandoya, F. (2000). *Análisis y valoración del sistema crediticio en el Ecuador, tanto para bancos como instituciones financieras* . Guayaquil.
- Banco central del Ecuador. (31 de 12 de 2006). *Evolución del crédito y tasas de interés*. Recuperado el 05 de 10 de 2019, de Banco central del Ecuador:
<https://contenido.bce.fin.ec/documentos/Estadisticas/SectorMonFin/BoletinTasasInteres/ct200612.pdf>
- BCE-Ec. (2019). *Banco central del Ecuador*. (BCE, Ed.) Recuperado el 12 de 09 de 2019, de <https://contenido.bce.fin.ec/documentos/PublicacionesNotas/Catalogo/Cuadernos/Cuad130.pdf>
- Caraballo, E.; Arteché, J. & Etcheverry, G. (2013). Análisis de rentabilidad. *Análisis contable*.
- Corraggio, J. (2011). Economía social y solidaria, el trabajo antes que el capital. 27.
- Ecuador, SBS. (2016). *Reporte de estabilidad financiera*. Quito: Superintendencia de bancos del Ecuador.
- Fry, T. R. (1989). Univariate and multivariate Burr distributions:a survey. *Department of econometrics Monash University*, ISSN 1032-3813.
- Garzozzi, R., Perero, J., Rangel, E., & Vera , J. (02 de 09 de 2017). Análisis de los indicadores financieros de los principales bancos privados del Ecuador. *Revista de negocios & PyMES*, 3(9), 1-16. Recuperado el 09 de 05 de 2019, de https://www.ecorfan.org/spain/researchjournals/Negocios_y_PyMES/vol3num9/Revista_de_Negocios_&_PYMES_V3_N9_1.pdf
- Kelley, C. (1999). *Iterative methods for optimization*. SIAM.

- Kishurim, T. (2013). *El modelamiento matemático en la formación del ingeniero*. Colombia: Universidad central de Colombia.
- Lafuente, D., & Valle, A. (1997). Heterogeneidad eficiencia en el sistema bancario privado ecuatoriano. (nota técnica, 40.).
- Martínez, A. (2007). *Análisis y simulación de la probabilidad*. México: UNAM.
- Martínez, L. (2001). Optimizacion y ajuste de parametros mediante el metodo simplex (Nelder-Mead). *EcosimPro*, 19-1 C19.
- Morales, A. (2019). *Economia y toma de decisiones financieras de inversion*.
- OECD. (1993). Glossary of industrial organization economics and competition Law. organization for economic. *Organization for economic cooperation and development*.
- Palacios, L.;Pérez, M., Rivas, R., & Talavera,O. (2013). investigación clinica XVIII del juicio clinico al modelo de regresion lineal. *medica del Instituto mexicano del seguro social*, 51(6), 656-661.
- Peña, D. (2002). *Análisis de datos multivariantes*. Madrid: McGraw-Hill.
- Pierre, D. (1986). *Optimization theory with applications*. New York.
- Rampell, C. (2008). The ‘Great recession’ earns its title. *New York Times*. Recuperado el 12 de 08 de 2019
- Regalado, P. & Espinoza, V. (04 de 2018). Desarrollo financiero en Ecuador: Análisis de la concentración del sector cooperativo de ahorro y crédito del segmento 1. *X-pedientes económicos*, 2(2), 20-36. Recuperado el 12 de 08 de 2019, de https://ojs.supercias.gob.ec › X-pedientes_Economicos › article › download
- Roldán, P. (26 de 08 de 2018). *Economipedia*. Obtenido de Economipedia: <https://economipedia.com/author/p-nicole/page/4>

- Rosero, G. (2013). *Análisis de la Evolución de la concentración de los créditos*. tesis, Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Economía, Quito. Recuperado el 12 de 08 de 2019, de <http://repositorio.puce.edu.ec/handle/22000/6121>
- Sanchez, A. (1994). La rentabilidad económica y financiera de la gran empresa española. Analisis de los factores determinantes. *revista española de financiación y contabilidad*, 159-179.
- Sánchez, J. (05 de 04 de 2002). *Análisis de rentabilidad de la empresa*. Recuperado el 10 de 05 de 2019, de <http://www.5campus.com/leccion/anarenta>
- Sánchez, U.; Mogro, S. & Cruz, C. (2018). Estructura de mercado del sistema bancario ecuatoriano: concentración y poder de mercado. *Cumbres*, 4(1), 49-62.
- SBS-Ec. (10 de 07 de 2018). *Superintendencia de bancos*. Obtenido de https://estadisticas.superbancos.gob.ec/portalestadistico/portalestudios/?page_id=1054
- SENAMI. (02 de 08 de 2012). *Secretaria nacional del migrante*. Recuperado el 12 de 09 de 2019, de www.senami.gov.ec
- tapia. (2019). *hola*.
- Tapia, F. (2011). *Los procesos de concesión crediticia y su incidencia en la rentabilidad de la cooperativa de ahorro y crédito Dirección Provincial de salud de Cotopaxi*. Latacunga.
- Walpole, E., Myers, H., & Maldonado, G. (1992). *Probabilidad y estadística*.
- Yepez, V. (10 de 05 de 2019). *Universidad politecnica de Valencia*. Obtenido de <https://victoryepes.blogs.upv.es/docencia/polimedias/optimizacion/>
- Zavershynskyy, O. (13 de 05 de 2019). *Análisis comparativo de tres modelos de densidad compuesta para el estudio de sinisetros de cola pesada*. Obtenido de Universitas complvtensis matritensis: https://eprints.ucm.es/42142/1/TFM_OleksandZavershynskyy.pdf

ÍNDICE DE ANEXO

ANEXO 1 Valores de cálculos de métodos Sann y variable c , k , b_0 variables

ANEXO 2 Valores de estimados con método CG, valores iniciales variados

ANEXO 3 Valores Estimados con método de regresión múltiples