



**ESPE**

**UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS**  
**INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA**

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y  
LA CONSTRUCCIÓN**

**CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO  
AMBIENTE**

**PROYECTO DE INVESTIGACIÓN PREVIO A LA  
OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERA GEÓGRAFA Y  
DEL MEDIO AMBIENTE**

**TEMA: “DETERMINACIÓN DE ALTURAS DE TRES  
PRINCIPALES CUMBRES ECUATORIANAS, MEDIANTE  
POSICIONAMIENTO GNSS, REFERIDAS AL DATUM  
VERTICAL OFICIAL DEL ECUADOR Y AL GEOPOTENCIAL  
 $W_0$ ”**

**AUTORA:**

**MERIZALDE MORA, MARÍA JOSÉ**

**DIRECTOR: ING. LEIVA GONZÁLEZ, CÉSAR ALBERTO MSc.**

**SANGOLQUÍ**

**2020**



**ESPE**  
**UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS**  
**INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA**

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y LA CONSTRUCCIÓN**

**CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE**

**CERTIFICACIÓN**

Certifico que el trabajo de titulación, “**DETERMINACIÓN DE ALTURAS DE TRES PRINCIPALES CUMBRES ECUATORIANAS, MEDIANTE POSICIONAMIENTO GNSS, REFERIDAS AL DATUM VERTICAL OFICIAL DEL ECUADOR Y AL GEOPOTENCIAL  $W_0$** ”, fue realizado por la señorita Merizalde Mora, María José, ha sido revisado en su totalidad y analizado por la herramienta de verificación de similitud de contenido; por lo tanto cumple con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE, razón por la cual me permito acreditar y autorizar para que lo sustente públicamente.

Sangolquí, 27 de enero de 2020

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'César Alberto Leiva', is written over a horizontal dotted line.

Ing. Leiva González, César Alberto. MSc  
CI. 1715416689  
DIRECTOR



**ESPE**  
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y LA CONSTRUCCIÓN**

**CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE**

**AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD**

Yo, Merizalde Mora, María José, declaro que el contenido, ideas y criterios del trabajo de titulación, **“DETERMINACIÓN DE ALTURAS DE TRES PRINCIPALES CUMBRES ECUATORIANAS, MEDIANTE POSICIONAMIENTO GNSS, REFERIDAS AL DATUM VERTICAL OFICIAL DEL ECUADOR Y AL GEOPOTENCIAL  $W_0$ ”**, es de mi autoría y responsabilidad, cumpliendo con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE, respetando los derechos intelectuales de terceros y referenciando las citas bibliográficas.

Consecuentemente la totalidad del contenido de esta investigación es veraz y se alinea con los principios de ética.

Sangolquí, 27 de enero de 2020

Una firma manuscrita en tinta azul que parece decir 'Merizalde Mora', escrita sobre una línea de puntos.

Merizalde Mora, María José

CC. 1721760955



# ESPE

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y LA CONSTRUCCIÓN**

**CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y DEL MEDIO AMBIENTE**

### AUTORIZACIÓN

Yo, Merizalde Mora, María José, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE publicar el trabajo de titulación, “**DETERMINACIÓN DE ALTURAS DE TRES PRINCIPALES CUMBRES ECUATORIANAS, MEDIANTE POSICIONAMIENTO GNSS, REFERIDAS AL DATUM VERTICAL OFICIAL DEL ECUADOR Y AL GEOPOTENCIAL  $W_0$** ”, en el Repositorio Institucional, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi responsabilidad.

Sangolquí, 27 de enero de 2020

Una firma manuscrita en tinta azul que parece decir 'Merizalde Mora'.

Merizalde Mora, María José

CC. 1721760955

## DEDICATORIA

*“Todo mi esfuerzo, sin duda alguna, siempre será dedicado a mis padres y a mi  
hermana.”*

## AGRADECIMIENTO

A la vida que me ha traído hasta aquí. A mis papis que nunca han dejado de apoyarme. A mi ñaña, que desde que llegó, se convirtió en una de mis razones de ser. Gracias por estar conmigo siempre y darme esta oportunidad. Siempre con ustedes. A mis perritos, que son la alegría de la casa. A todos, los quiero con todo mi corazón.

Embarcarme en este proyecto y poder involucrar mi formación académica con lo que más amo hacer, fue de lo más genial. Por eso estaré agradecida siempre con mi tutor de tesis, Ing. César Leiva, quién me propuso desarrollar este trabajo, y poder entender lo que en las aulas no se puede, *¡La geografía se hace en campo!* Igualmente, con mis padres, que no dudaron ni un segundo en apoyarme para realizar este trabajo.

En todo este trayecto, agradezco a todos quienes estuvieron allí, y me brindaron su ayuda. Gracias por su tiempo, recursos y conocimiento.

A mis profes, que, sin ser parte del proyecto, estuvieron siempre al pendiente de mis salidas. Amigos de toda la vida, amigos que hice en el camino, gracias. A Dennys, gracias por todo, ya sabes.

Agradezco al Crnl. Pazmiño y Gnral. Moreira, quienes apenas se enteraron del proyecto, me apoyaron con personal militar para llevar a cabo los ascensos. Gracias al grupo de comandos andinistas de la Brigada de Fuerzas Especiales, especialmente al Capt. Trávez, ahora, buenos amigos, con quienes pude compartir la cumbre del Cotopaxi y Cayambe, y los intentos al Chimborazo.

Gracias por llevarme a la cumbre del Chimborazo Cris, y aguantar tanto frío ese día, y gracias mami por haberme acompañado aquella vez.

A la montaña, que me ha dado más de lo que he podido imaginar, es por eso que siempre querré volver, gracias por llenarme de tanta paz. Y sin duda, si, la vida es como subir una montaña... *¡Cada vez falta menos, más cumbres, más vida!*

## ÍNDICE

CERTIFICACIÓN.....	ii
AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD.....	iii
AUTORIZACIÓN.....	iv
DEDICATORIA.....	v
AGRADECIMIENTO.....	vi
ÍNDICE DE TABLAS.....	xi
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xii
ACRÓNIMOS Y SIGLAS.....	xiv
LISTA DE ANEXOS.....	xvi
RESUMEN.....	xvii
ABSTRACT.....	xviii
CAPÍTULO I.....	1
PROBLEMA.....	1
1.1 Antecedentes.....	1
1.2 Planteamiento del Problema.....	3
1.3 Justificación e Importancia.....	4
1.4 Objetivos.....	4
1.4.1 Objetivo General.....	4
1.4.2 Objetivos Específicos.....	5
1.5 Metas.....	5
CAPÍTULO II.....	6
MARCO TEÓRICO.....	6
2.1 Geodesia.....	6
2.1.1 Definición.....	6
2.2 Superficies de referencia.....	7
2.2.1 Superficie física o topográfica.....	7
2.2.2 Elipsoide.....	8
2.2.3 Geoide.....	9
2.2.4 Cuasigeoide.....	10
2.2.5 Teluroide.....	10
2.2.6 Nivel medio del mar.....	10
2.2.7 Datum vertical.....	12

2.3 Sistema de alturas .....	12
2.3.1 Números geopotenciales y alturas dinámicas .....	17
2.3.2 Altura ortométrica.....	18
2.3.3 Alturas normales.....	20
2.3.4 Altura elipsoidal .....	22
2.3.5 Relación entre superficies de referencia, alturas y gravedad.....	22
2.3.6 Alturas niveladas .....	25
2.3.7 Ondulación o Altura Geoidal.....	26
2.3.8 Modelo EGM08.....	26
2.4 Sistemas de Navegación Global por Satélite (GNSS).....	27
2.4.1 Introducción.....	27
2.4.2 Global Positioning System (GPS) .....	28
2.4.3 GLONASS.....	30
2.4.4 Galileo .....	31
2.5 Métodos de Posicionamiento.....	31
2.5.1 Posicionamiento absoluto .....	32
2.5.2 Posicionamiento relativo o diferencial .....	32
2.5.3 Errores en el posicionamiento .....	35
2.5.4 Determinación de coordenadas con posicionamiento estático .....	37
2.6 Determinación de alturas .....	42
2.6.1 Nivelación geométrica.....	43
2.6.2 Nivelación trigonométrica .....	46
2.6.3 Nivelación GPS .....	48
2.7 Sistemas de Referencia.....	50
2.7.1 Sistemas de Referencia Geocéntrico .....	50
2.7.2 Sistemas de Referencia para el Ecuador .....	53
2.8 Recopilación histórica de las mediciones realizadas a las montañas del Ecuador ...	55
2.8.1 Primera Misión Geodésica Francesa .....	55
2.8.2 Alexander Von Humboldt .....	58
2.8.3 W. Reiss y A. Stübel.....	59
2.8.4 Edward Whymper.....	61
2.8.5 Segunda Misión Geodésica Francesa .....	65



2.8.6 Otras expediciones del siglo XIX .....	66
2.8.7 Cayambe y el vértice 0 .....	66
2.8.8 Tercera Misión Geodésica Francesa .....	67
CAPÍTULO III .....	68
METODOLOGÍA.....	68
3.1 Planificación del trabajo en campo.....	68
3.2 Ascensos a las tres principales cumbres ecuatorianas .....	77
3.2.1 Ascenso al volcán Cotopaxi .....	77
3.2.2 Ascenso al volcán Cayambe .....	79
3.2.3 Ascenso al volcán Chimborazo .....	82
3.3 Posicionamiento GNSS en cumbres, refugios y placas de nivelación .....	85
3.3.1 Fase 1: posicionamiento GNSS en cumbres y refugios.....	85
3.3.2 Fase 2: Posicionamiento placas de nivelación.....	87
3.4 Procesamiento de datos .....	88
3.4.1 Procesamiento Refugios .....	88
3.4.2 Procesamiento Cumbres .....	92
3.4.3 Procesamiento Placas de Nivelación .....	93
3.5 Aplicación Nivelación GPS.....	93
3.5.1 Ondulaciones geoidales .....	94
3.5.2 Determinación de alturas referidas al datum vertical del Ecuador.....	95
3.6 Aproximación al geopotencial $W_0$ .....	96
3.6.1 Análisis de la diferencia de potencial entre el n.m.m. y $W_0$ .....	96
3.6.2 Alturas referidas al geopotencial $W_0$ .....	97
3.7 Comparación con la cartografía oficial del Ecuador .....	97
3.8 Distancias al geocentro.....	98
CAPÍTULO IV .....	99
ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	99
4.1 Análisis y Discusión de Resultados.....	99
CAPÍTULO V .....	105
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	105
5.1 Conclusiones.....	105
5.2 Recomendaciones .....	107
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	108

ANEXOS .....	113
ANEXO 1: MEMORIA DE LOS ASCENSOS A LAS TRES PRINCIPALES CUMBRES DEL PAÍS .....	113
ANEXO 2: REPORTE DE PROCESAMIENTO DE DATOS GNSS Y AJUSTES DE PUNTOS BASE .....	114
ANEXO 3: ELENCO DE COORDENADAS .....	115
ANEXO 4: MATERIAL FOTOGRÁFICO .....	116



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Elipse y elipsoide de revolución.....	8
Figura 2. Geoide, elipsoide y superficie topográfica .....	9
Figura 3. Diferencias entre los mareógrafos ubicados en América Latina .....	11
Figura 4. Principio de nivelación geométrica .....	13
Figura 5. Esquema real de la nivelación geométrica .....	14
Figura 6. Perfil de superficie de un punto 0.....	15
Figura 7. Altura ortométrica .....	19
Figura 8. Altura normal con relación al cuasigeoide .....	21
Figura 9. Desviación de la vertical y ondulación geoidal.....	23
Figura 10. Superficies de referencia y alturas.....	24
Figura 11. Alturas niveladas .....	25
Figura 12. Simple diferencia de fase.....	38
Figura 13. Doble diferencia de fase .....	40
Figura 14. Triple diferencia de fase .....	41
Figura 15. Cota y desnivel entre dos puntos .....	43
Figura 16. Estructura de la nivelación geométrica.....	44
Figura 17. Error de colimación .....	45
Figura 18. Error por curvatura terrestre .....	45
Figura 19. Error por refracción .....	46
Figura 20. Nivelación Trigonométrica.....	47
Figura 21. Nivelación GPS .....	49
Figura 22. Errores en Nivelación GPS para el Ecuador.....	49
Figura 23. Gradiente de ondulación geoidal (EGM08) para Ecuador continental .....	50
Figura 24. Estaciones ITRF .....	52
Figura 25. Red de Control Básico del Ecuador.....	54
Figura 26. Boceto de triángulos .....	56
Figura 27. Empleo del cuarto de círculo para la medición de ángulos .....	57
Figura 28. Naturgemälde .....	59
Figura 29. Boceto del Chimborazo, elaborado con ayuda de Troya R. ....	61
Figura 30. "Nos encontrábamos a 20 mil pies de altura" .....	63
Figura 31. Whymper y Carrel plantando sus equipos.....	63

Figura 32. Ilustración del Cayambe, visto desde el oeste .....	64
Figura 33. Diagrama de flujo de la metodología aplicada .....	69
Figura 34. Volcanes Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe sobre las zonas de variación de ondulación geoidal .....	70
Figura 35. Ubicación del volcán Cotopaxi y placa de nivelación.....	71
Figura 36. Ubicación del volcán Cayambe y placa de nivelación .....	72
Figura 37. Ubicación del volcán Chimborazo y placa de nivelación .....	73
Figura 38. Distancia hacia las EMC .....	75
Figura 39. Distancias cumbres-refugios .....	76
Figura 40. Posicionamiento del equipo base-Volcán Cotopaxi.....	78
Figura 41. Posicionamiento en la cumbre del volcán Cotopaxi.....	79
Figura 42. Primer intento de cumbre al volcán Cayambe.....	80
Figura 43. Posicionamiento del equipo base- Volcán Cayambe.....	81
Figura 44. Equipo posicionado en la cumbre del volcán Cayambe.....	82
Figura 45. Posicionamiento del equipo base-Volcán Chimborazo.....	83
Figura 46. Posicionamiento en la cumbre del volcán Chimborazo .....	84
Figura 47. Posicionamiento sobre la placa de nivelación para el volcán Chimborazo....	85
Figura 48. Esquema de procesamiento-Cotopaxi .....	89
Figura 49. Esquema de procesamiento-Cayambe .....	90
Figura 50. Esquema de procesamiento-Chimborazo .....	91
Figura 51. Diferencias entre superficies geopotenciales.....	96
Figura 52. Tercera Misión Geodésica Francesa 2016.....	102
Figura 53. Posicionamiento en la cumbre del volcán Chimborazo 2019 .....	102

## ACRÓNIMOS Y SIGLAS

DORIS: Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite

EGM08: Earth Gravitational Model 2008

EMC: Estaciones de Monitoreo Continuo

GLONASS: Globalnaya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema

GNSS: Global Navigation Satellite System

GPS: Global Positioning System

IAG: International Association of Geodesy

IG: Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional

IGM: Instituto Geográfico Militar

IRD: Instituto de Investigación para el Desarrollo-Francia

IHRS: International Height Reference System

ITRF: International Terrestrial Reference Frame

ITRS: International Terrestrial Reference System

LLR: Lunar Laser Ranging

MAE: Ministerio del Ambiente del Ecuador

m.s.n.m.: metros sobre el nivel del mar

NGA: National Geospatial – Intelligence Agency

PSAD 56: Dátum Provisional Sudamericano de 1956

QZSS: Quasi – Zenith Satellite System

RCBV: Red de Control Básico Vertical

RENAGE: Red Nacional GPS del Ecuador

REGME: Red GNSS de Monitoreo Continuo del Ecuador

RTK: Real Time Kinematic

SLR: Satellite Laser Ranging

TBC: Trimble Business Center

UTM: Universal Transversal de Mercator

VLBI: Very Long Baseline Interferometry

WGS84: World Geodetic System 1984

## **LISTA DE ANEXOS**

ANEXO 1: MEMORIA DE LOS ASCENSOS A LAS TRES PRINCIPALES CUMBRES DEL PAÍS

ANEXO 2: REPORTE DE PROCESAMIENTO DE DATOS GNSS Y AJUSTES DE PUNTOS BASE

ANEXO 3: ELENCO DE COORDENADAS

ANEXO 4: MATERIAL FOTOGRÁFICO



## RESUMEN

La determinación de las alturas de montañas, volcanes y más elevaciones, ha sido de interés científico a lo largo del tiempo. En Ecuador, se tiene vastos registros de expedicionarios que han llegado al país con la finalidad de ejercer estudios sobre su geografía. Entre los más destacados están las Misiones Geodésicas Francesas, Humboldt, Reiss y Stübel, y Whymper. De los conocimientos invaluable que han dejado su paso por el país, están datos de alturas de elevaciones como el Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe, que fueron determinadas mediante mediciones barométricas y métodos trigonométricos. La cartografía oficial del país registra las alturas de las elevaciones más importantes de la geografía, sin embargo, estas no son datos precisos debido a que no han sido determinadas mediante métodos directos. Entre los métodos para la determinación de alturas está la nivelación geométrica y trigonométrica, sin embargo, no son aplicables sobre terrenos muy agrestes. Actualmente, gracias al posicionamiento satelital, es posible aplicar metodologías como la nivelación GPS, la cual ha sido validada en el país. A su vez, la tendencia global, en cuanto a los sistemas de alturas, consta en unificarlos a una sola superficie geopotencial ( $W_0$ ), establecida por la IAG. Con este antecedente, el objetivo de esta investigación fue determinar las alturas de las tres principales cumbres ecuatorianas (Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe) mediante posicionamiento GNSS, referidas al datum vertical oficial del Ecuador, con la finalidad de tener valores precisos de estas elevaciones. Para ello, se realizó posicionamiento GNSS en las cumbres de estos volcanes, así como en placas de nivelación cercanas para la aplicación del método de nivelación GPS. A estas alturas, se aplicó la diferencia potencial entre el nivel medio del mar y  $W_0$ . Además, las alturas referidas al nivel medio del mar, determinadas en este estudio, se compararon con otras alturas registradas.

### PALABRAS CLAVE

- **GEOGRAFÍA**
- **ALTURAS**
- **VOLCANES**
- **GNSS**
- **NIVELACIÓN GPS**
- **GЕOPOTENCIAL**

## ABSTRACT

The determination of heights of mountains, volcanoes and more elevations, has been of scientific interest over time. In Ecuador, there are many records of expeditionaries who have come to this country in order to carry out studies on their geography. Among the most important expeditions, are the French Geodetic Missions, Humboldt, Reiss and Stübel, and Whymper. Their passage through the country, have left invaluable knowledge, as data of heights of elevations such as Chimborazo, Cotopaxi and Cayambe, through barometric measurements and trigonometric methods. The official cartography of the country records the altitudes of the most important elevations of the geography; however, they are not accurate data, due to they have not been taken by direct methods. Among the methods for the determination of heights is the geometric and trigonometric leveling, however, due to the limitations of the field it is not possible to apply it on very rough terrain. Nowadays, thanks to satellite positioning, it is possible to apply methodologies such as GPS leveling, which has been validated in the country. In turn, the global trend, in terms of height systems, consists in unifying them to a single geopotential surface ( $W_0$ ), established by IAG. With this background, the objective of this investigation was to determine the heights of the three main summits of the country (Chimborazo, Cotopaxi and Cayambe) by means of GNSS positioning, referring to the official vertical datum of Ecuador and to the geopotential  $W_0$ , in order to have accurate values of these elevations. For this, positioning GNSS was performed on the summit of the volcanoes, as well as on leveling plates nearby for the application of the GPS leveling method. To these heights, was applied the correction of the potential difference between the mean sea level and the geopotential surface,  $W_0$ . Also, the heights referred to mean sea level, determinate in this study, was compared with another registered heights.

### KEY WORDS

- **GEOGRAPHY**
- **HEIGHTS**
- **VOLCANOES**
- **GNSS**
- **GPS LEVELING**
- **GEOPOTENTIAL**

# CAPÍTULO I

## PROBLEMA

### 1.1 Antecedentes

La cartografía oficial del país es uno de los insumos más utilizados en múltiples proyectos que requieren información sobre la geografía de un territorio. El Instituto Geográfico Militar (IGM), ente rector de la cartografía en el país, es quien emite la información cartográfica a nivel nacional, y por ende determina las alturas oficiales de los puntos más importantes de la geografía ecuatoriana.

El Ecuador posee una geografía muy diversa con alturas que van desde el nivel medio del mar hasta elevaciones por sobre los 6000 m.s.n.m., es por ello que tener una descripción real y actual sobre el territorio es de interés general. Las alturas de los principales volcanes y montañas ecuatorianas que se encuentran en las cartas topográficas, parte de la cartografía oficial del país, son datos que en su mayoría fueron tomados de los resultados de expediciones realizadas el siglo pasado, las cuales fueron determinadas mediante métodos trigonométricos y barométricos. Con este antecedente, se puede concluir que no se tiene datos precisos de las alturas de estas elevaciones.

Actualmente, los métodos de posicionamiento GNSS brindan facilidades en cuanto a la obtención de coordenadas, por ello, tener una actualización de la cartografía, específicamente, datos fiables de los elementos geográficos más importantes, brindarían una mejor aproximación al conocimiento de la estructura del territorio.

Adicionalmente, en el Ecuador se construyó la Red de Control Básico Vertical (RCBV), utilizando técnicas de nivelación geométricas, a partir del datum vertical para el Ecuador, definido sobre el mareógrafo ubicado en La Libertad; sin embargo, la tendencia actual en la región, encabezado por SIRGAS, es unificar un sistema de referencia vertical enlazándose al datum global  $W_0$ , el cual a su vez es una superficie física (Cañizares, 2015).

A nivel mundial, muchos estudios se han enfocado en la determinación precisa de las alturas de montañas más emblemáticas. Para el caso de la elevación más alta del mundo, el Monte Everest, se registra una serie de mediciones a lo largo del tiempo, entre ellas el estudio denominado “Progress in technology for the 2005 height determination of Qomolangma Feng (Mt. Everest)” (Chen, et al., 2006), el cual recopila las travesías de las campañas de medición

empleando equipos GNSS y técnicas tradicionales, como la nivelación. Así mismo, para la montaña más alta de Norteamérica, el Denali, en el 2015 un grupo de expertos del United States Geological Survey (USGS) coronaron esta montaña junto con equipos GPS para la determinación de su altura (USGS, 2015).

En Suramérica, se tiene registro de estudios como el realizado en Venezuela por (Pérez, et al., 2005) en donde el objetivo fue determinar la altura sobre el nivel del mar y la altura ortométrica del Pico Bolívar, la mayor altura venezolana emblema de la geografía del país, y de otros picos localizados en los Andes de Venezuela, a partir de observaciones dentro del Sistema de Posicionamiento Global (GPS) y aproximaciones a un modelo geoidal local. Este estudio concluyó que la altura obtenida para el Pico Bolívar,  $4978.4 \text{ m} \pm 0.4 \text{ m}$ , es 23.6 m menor que la altura obtenida (5002 m) por Alfredo Jahn en 1912, la cual fue calculada a partir de una triangulación geodésica y observaciones barométricas realizadas en la aledaña ciudad de Mérida, y es 28.6 m menor que la altura oficial vigente (5007 m) desde 1928. Otro estudio referente es el realizado en el año 2012, por el Instituto Geográfico Nacional de Argentina (IGN, 2012) con su programa denominado “Sistema de Investigación GPS del Monte Aconcagua-SIGMA”, el cual llevó a cabo una expedición para determinar la altura con precisión del Aconcagua en base a las estaciones instaladas en varios puntos del cerro, inclusive en su cumbre. Esta expedición concluyó que la altura oficial es de 6960.8 m.s.n.m. obteniendo una variación de 1.4 m, con relación a la expedición realizada en el año 1956 por la Universidad de Buenos Aires.

En el año 2016 se llevó cabo en el Ecuador, la “Tercera Misión Geodésica” integrada por el Instituto de Investigación para el Desarrollo de Francia (IRD), Instituto Geográfico Militar del Ecuador (IGM) y el Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional (IG). La finalidad de esta misión fue comprobar que la cumbre del volcán Chimborazo corresponde al punto más alejado del planeta, mediante técnicas GPS. Además, en este trabajo, se obtuvo, por parte del IGM, una altura de 6263.47 m y por parte del IG una altura de 6268 m (El Comercio, 2016). Cabe destacar que la altura determinada por el IGM empleó el modelo geoidal EGM08 (COMACO, 2016) y no fue referida al datum vertical oficial del Ecuador.

Adicionalmente, para poder alinearse a la tendencia global, es necesario que en el país se empiece a obtener aproximaciones de alturas de carácter físico referidas al  $W_0$ . El estudio realizado por (Carrión, 2017) vinculó la RCBV del Ecuador al IHRs mediante el cálculo de números geopotenciales referidos al datum vertical global establecido por el IAG, dando como

resultado la diferencia potencial entre el nivel medio del mar, referido al mareógrafo de la Libertad, y la superficie geopotencial establecida por la International Association of Geodesy IAG (W<sub>0</sub>).

## 1.2 Planteamiento del Problema

Las montañas, las cuales pueden ser volcánicas o no, son cuerpos geodinámicos que debido a sus actividades volcánicas poseen variaciones en cuanto a su estructura y forma. Los datos de alturas de las principales cumbres ecuatorianas, que se registran en las cartas topográficas, no son cantidades precisas, debido a que el Instituto Geográfico Militar (IGM) en ciertos casos adoptó los datos determinados por expediciones realizadas entre finales del siglo XVIII y el siglo XIX. Estas alturas se registran en documentos históricos de las expediciones antes mencionadas y se determinaron en base a métodos trigonométricos en conjunto con mediciones barométricas. Durante esa época, varios expedicionarios científicos llegaron al Ecuador con la finalidad de estudiar los andes ecuatoriales y determinar las alturas de las elevaciones que se mostraban a su paso. Entre los que más destacan, están los académicos franceses de la Primera Misión Geodésica Francesa, el científico alemán Alexander Von Humboldt, los alemanes W. Reiss y A. Stübel y uno de los alpinistas más importantes de esa época, el inglés Edward Whymper, quien fue el único que tomó mediciones directas sobre las cumbres del Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe mediante el uso de sus barómetros de mercurio. En el 2016, una nueva altura del Chimborazo fue determinada por la “Tercera Misión Geodésica Francesa” con GPS, empleando el modelo geoidal EGM08 (COMACO, 2016), sin referir la misma al nivel medio del mar

Frente a esto, se puede decir que, en el país, no se ha evidenciado registros de mediciones geodésicas directas para la definición de las alturas referidas al datum vertical oficial, de las montañas del Ecuador, y que la cartografía oficial dispone solamente de valores aproximados de estos accidentes geográficos.

La RCBV del Ecuador maneja alturas niveladas, en donde las redes de nivelación están en proceso de ajuste asumiendo el efecto de la gravedad como un error más de medición. Debido a las inconsistencias que se tiene por la omisión de este efecto, las alturas actuales con las que se trabaja oficialmente son cantidades puramente geométricas sin reducciones gravimétricas.

Debido a lo antes expuesto, el objetivo de este estudio fue determinar las alturas de las tres principales cumbres del Ecuador con mediciones geodésicas directas utilizando técnicas GNSS. Estas alturas serán referidas al nivel medio del mar y aproximadas al  $W_0$ , que corresponde al datum vertical global, establecido por IAG.

### **1.3 Justificación e Importancia**

Tener datos geográficos actuales y precisos, brinda una mayor aproximación en cuanto al conocimiento de un territorio se refiere. Por ello es necesario realizar mediciones directas con técnicas actuales, de los accidentes geográficos más importantes, para que pueda servir como base para el conocimiento real del territorio. Adicionalmente, en el Ecuador, las cartas topográficas asumen las alturas referidas al nivel medio del mar como oficiales, pero a nivel internacional la tendencia es a usar alturas físicas referidas al  $W_0$ .

El conocimiento de los accidentes geográficos de un territorio, como son las montañas, volcanes y nevados, es de utilidad para una región en el ámbito del manejo de sus recursos, así como la gestión de riesgos cuando estas representan serias amenazas a las poblaciones aledañas por su cercana ubicación a estas formaciones geológicas.

El empleo de técnicas de posicionamiento GNSS permite la obtención de resultados fiables y precisos, de coordenadas horizontales y verticales de puntos sobre la superficie terrestre, optimizando recursos técnicos y logísticos en relación con los métodos geodésicos topográficos tradicionales

Con este antecedente, brindar una aproximación más precisa de las alturas de las tres principales cumbres del país, referidas al nivel medio del mar y a la superficie geopotencial empleada a nivel internacional,  $W_0$ , es un avance significativo en cuanto al conocimiento de nuestro territorio.

### **1.4 Objetivos**

#### **1.4.1 Objetivo General**

Determinar las alturas de las tres principales cumbres del país (Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe) mediante posicionamiento GNSS, referidas al datum vertical oficial del Ecuador y al geopotencial  $W_0$  para tener valores precisos de estas elevaciones.

### 1.4.2 Objetivos Específicos

- Realizar el posicionamiento GNSS de las tres principales cumbres ecuatorianas para determinar sus coordenadas geodésicas mediante el post proceso de los datos.
- Realizar el posicionamiento GNSS en las placas de control Básico Vertical cercanas, enlazadas a la Red Geodésica Nacional (REGME), para determinar alturas referidas al nivel medio del mar mediante nivelación GPS.
- Aproximar las alturas de las tres principales cumbres del país al datum vertical global, establecido por la IAG, mediante el análisis de la compensación entre el datum vertical del Ecuador y el geopotencial  $W_0$ , para tener un acercamiento a alturas de carácter físico.
- Determinar la diferencia que existe entre la cartografía nacional mediante la comparación con los datos obtenidos de las alturas para estimar el error de las tres elevaciones en estudio.

### 1.5 Metas

- Memoria de los ascensos a las tres principales cumbres del país.
- Reporte de procesamiento de datos GNSS.
- Tabla de alturas referidas al nivel medio del mar y alturas físicas referidas al geopotencial  $W_0$  de las tres principales cumbres del país.
- Cuadro comparativo de las alturas referidas al nivel medio del mar obtenidas en este estudio, con las alturas descritas en la cartografía oficial del país.
- Tabla comparativa de alturas determinadas de las tres principales cumbres ecuatorianas y alturas determinadas por expediciones científicas anteriores

## **CAPÍTULO II**

### **MARCO TEÓRICO**

#### **2.1 Geodesia**

##### **2.1.1 Definición**

La geodesia significa en griego “dividir de la tierra”, y su principal objetivo está enfocado en proveer un marco preciso para el control de las mediciones topográficas nacionales e internacionales. Por ello geodesia es la ciencia que determina el tamaño y la forma de la Tierra y las relaciones de puntos seleccionados sobre la superficie de ella mediante el uso de técnicas directas o indirectas (Rapp, 1991).

Entre las primeras definiciones, está la realizada Helmert en 1887, y la define como “la ciencia que estudia el tamaño figura y campo gravitacional de la Tierra”. Un concepto más actual es “ciencia interdisciplinaria que utiliza medios espaciales y medios aéreos remotamente censados, y mediciones basadas en la Tierra para estudiar la forma y el tamaño de la Tierra, los planetas y sus satélites, y sus cambios; para determinar en forma precisa posiciones y velocidades de puntos u objetos que se encuentran en la superficie u orbitando el planeta, dentro de un sistema de referencia terrestre definido, y para utilizar ese conocimiento a una variada gama de aplicaciones científicas y de ingeniería, usando las ciencias matemáticas, física, astronómica y computacional” (Rapp, 1991).

Actualmente se considera que la geodesia en realidad va todavía mucho más allá de las definiciones anteriores. La geodesia está catalogada como una geociencia que maneja la Tierra como un sistema dinámico complejo, como un cuerpo que se compone de varias capas, rodeado por la atmósfera y los océanos. La geodesia aborda temas como: el monitoreo de la Tierra sólida, el monitoreo de las variaciones en la Tierra líquida, el monitoreo de las variaciones en la rotación de la Tierra, el monitoreo de la atmósfera con técnicas geodésicas satelitales y el monitoreo de las variaciones temporales en el campo de gravedad de la Tierra. Además, determina, con máxima precisión, las órbitas para satélites científicos, así como las posiciones y sus cambios con el tiempo, de puntos que se encuentran sobre o en la superficie de la Tierra (IAG, 2010).



## **2.2 Superficies de referencia**

Las superficies dentro del campo de la geodesia ayudan a comprender la forma de la Tierra mediante modelos que brindan una aproximación a la misma, sin embargo, el uso de cada una de ellas dependerá del trabajo que se desee llevar a cabo. En este sentido, el elipsoide de revolución proporciona alturas de carácter matemático lo cual no es aplicable para trabajos que demandan alta precisiones, por lo que el nivel medio del mar ayudaría a determinar una superficie de referencia mediante el principio de que el agua se mantiene en plano horizontal si este no presentara perturbaciones, pero la realidad es que este nivel siempre está en continuo movimiento y cambio debido a las corrientes, mareas, etc. (Enríquez & Cárdenas, 2019).

Es por ello que la superficie más adecuada para representar la forma de la Tierra, es el geoide el cual es la superficie equipotencial del campo gravitatorio terrestre que es más próximo al nivel del mar en reposo, pero su determinación conlleva a considerar valores físicos, por lo que usualmente es elegido como la cota cero para los sistemas de alturas para varios países (Cañizares, 2015).

Dentro de las superficies más conocidas esta la topográfica o física, elipsoide, geoide y el nivel medio del mar.

### **2.2.1 Superficie física o topográfica**

Según (Torge, 2001), la superficie de referencia física de la Tierra es el límite entre las masas sólidas o fluidas y el ambiente, en donde se incluye el fondo oceánico el cual se convierte en la superficie límite entre el cuerpo terrestre sólido y las masas de agua. Esta superficie no puede ser representada por una simple función matemática, es por ello que la manera de ser representada es a través de coordenadas de puntos de control, con las cuales, mediante una densa red de puntos de control, el detalle de la estructura de esta superficie puede ser determinado empleando métodos de interpolación con datos topográficos e hidrográficos.

### 2.2.2 Elipsoide

Las nuevas observaciones e ideas astronómicas y físicas que surgieron en los siglos XVI y XVII, fueron claves para el desarrollo de nuevas percepciones sobre la forma de la Tierra (Torge, 2001). En este contexto, Isaac Newton, basado en esas observaciones y sus estudios sobre gravedad e hidrostática, fue quien desarrollo un modelo de la Tierra basado en las características físicas que se tenían hasta el momento. El modelo planteado fue un elipsoide de rotación como una figura para una Tierra homogénea, fluida y giratoria que se encuentra en equilibrio (Torge, 2001).

Actualmente, se lo puede describir como un modelo físico matemático que representa a la Tierra, caracterizado por las constantes geométricas  $a$  (semieje mayor),  $b$  (semieje menor) y  $f$  (aplanamiento), y los parámetros físicos  $\omega$  (velocidad angular de rotación) y  $m$  (masa) (Martínez & Sánchez, 1997).

Este elipsoide de revolución constituye la primera aproximación a la forma real de la Tierra, por el achatamiento en los polos, la cual se caracteriza por la rotación de una elipse alrededor de su eje menor (Strang & Borre, 1997). En la Figura 1 se muestra la elipse y el elipsoide de referencia con sus constantes geométricas.

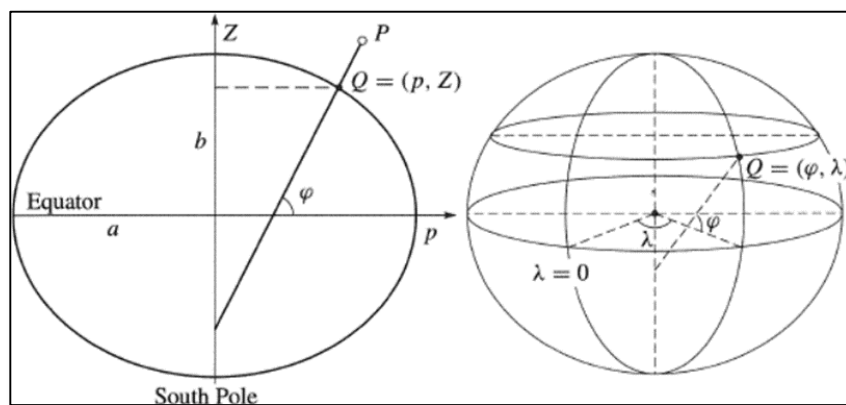


Figura 1. Elipse y elipsoide de revolución

Fuente: (Strang & Borre, 1997)

Un punto  $Q$  puede ser descrito mediante la determinación de  $(\varphi, \lambda) =$  latitud y longitud. La latitud geodésica ( $\varphi$ ) corresponde al ángulo entre el plano normal que pasa por el punto  $Q$  y el plano ecuatorial. Se debe tener en cuenta que, para una elipse, la normal que nace del punto  $Q$  no llegará al centro, debido a que este ángulo ( $\varphi$ ) no nace del centro del elipsoide. La

longitud ( $\lambda$ ) es el ángulo entre el plano meridiano de Q y el plano meridiano de referencia de Greenwich (Strang & Borre, 1997).

### 2.2.3 Geoide

Geoide significa “forma de la Tierra” y su concepto fue introducido aproximadamente en 1873, preliminarmente por Listing, como la superficie equipotencial resultante de considerar una superficie equipotencial de los océanos en calma y prologado por debajo de los continentes (Dalda, et al., 2008).

El elipsoide se constituye como descripción matemática de la superficie de la Tierra, mientras que la superficie definida por el nivel medio del mar proporciona una aproximación más cercana a la figura de la Tierra (Illert, 2014), aunque en un principio Helmert (1884) pensó en definirla sin las masas oceánicas pero debido a su deformación por las corrientes y fenómenos marinos no resultaba viable (Rapp, 1991). Esta superficie se conoce como el geoide.

El geoide es una superficie de gravedad equipotencial en donde la dirección de la gravedad siempre es perpendicular al geoide. Es una superficie irregular la cual se debe a las anomalías de distribución de las masas dentro de la Tierra. Debido a las fuerzas de marea y las diferencias de gravedad, el nivel de la mar varía en todo el planeta, por lo que el geoide solo podría ser descrito en base a mediciones reales (Illert, 2014). En la Figura 2 se ilustra las diferentes superficies.

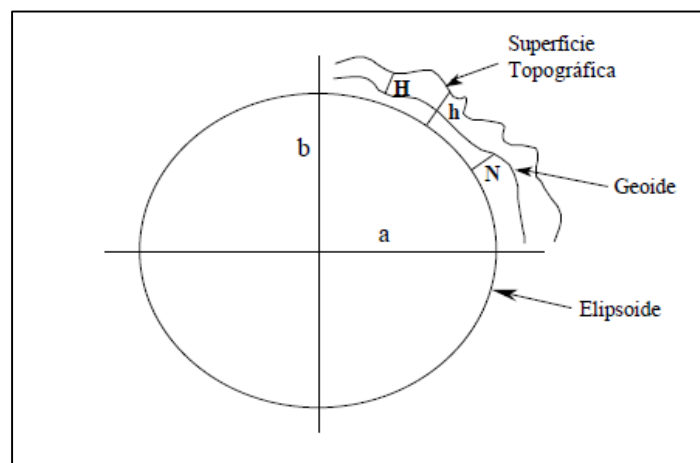


Figura 2. Geoide, elipsoide y superficie topográfica

Fuente: (Rapp, 1991)

La diferencia existente entre el geoide y el elipsoide en un punto determinado es conocido como ondulación o altura geoidal, el cual es un concepto sumamente importante para el cálculo de alturas físicas mediante el empleo de GPS. La determinación del geoide conlleva a un análisis riguroso de las variables que se requieren para establecer un modelo matemático del mismo. Entre los principales datos que se deben tener para poder establecer el geoide son datos de gravedad, además de la determinación de coeficientes de los armónicos esféricos del potencial gravitatorio el cual se determina mediante las anomalías de la gravedad con datos registrados satelitalmente (Dalda, et al., 2008).

#### **2.2.4 Cuasigeoide**

La idea de esta superficie fue propuesta por Molodensky, al analizar la anomalía de altura y su relación con las superficies de referencia. Es una superficie no equipotencial del campo de gravedad, no posee un significado físico ni es una superficie de nivel (Barahona, 2016).

Resulta de comprender el sistema de alturas físicas, y tiene una estrecha relación con el geoide, ya que sus diferencias son mínimas, llegando a ser de unos cuantos metros en zonas montañosas (Kuhn & Featherstone, 2010).

#### **2.2.5 Teluroide**

Este término fue introducido por Hivonen en 1960, cuando se definía una superficie a partir de dos puntos donde en los que el potencial normal ( $U$ ) resulta ser el mismo que el potencial real ( $W$ ) (Heiskanen & Moritz, 1985).

La anomalía de altura es la distancia que se encuentra por encima del teluroide hasta llegar a la superficie terrestre (Introcaso, 2006).

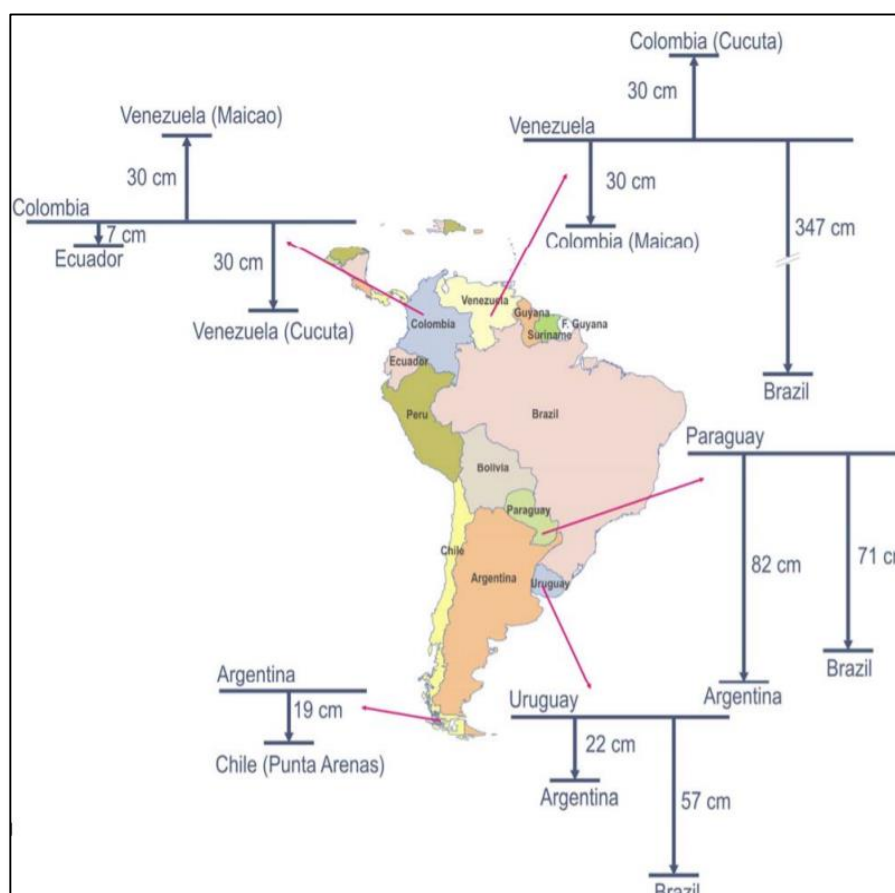
#### **2.2.6 Nivel medio del mar**

La superficie del mar sería una fiel representación física del geoide, la superficie equipotencial del campo de gravedad, si se mantuviera en calma y si su densidad y presión atmosférica fueran espacialmente uniformes en su superficie. Pero esto no es la realidad,

debido a que el océano se encuentra en constante movimiento, presenta una variabilidad espacial y temporal de su topografía, lo cual es compleja, y cuyas diferencias, en comparación con el geoide, forman un índice rico en información sobre las características de dicho movimiento (Le Provost, 1990).

Las mediciones del nivel medio del mar tienen registro desde el siglo pasado, y en algunos puertos se ha medido de forma continua a lo largo de los años. Estas observaciones principalmente han servido para estudios hidrográficos, pero el estudio de estas series a largo plazo ha podido dar paso a estudios relacionados a su definición real, su relación con el geoide, sus variaciones espaciales y temporales, su extensión y la importancia de las relaciones entre varios indicadores de mareas y datos geodésicos de referencia (Le Provost, 1990).

En la Figura 3 se muestran las diferencias entre los niveles medios de mar de los diferentes países de Suramérica.



*Figura 3.* Diferencias entre los mareógrafos ubicados en América Latina

Fuente: (Sánchez, 2007)

El nivel medio del mar se define mediante registros en mareógrafos ubicados en cada país, ya que por las condiciones antes descritas no puede ser generalizado a nivel mundial un solo punto de referencia vertical, es por lo que definido su nivel medio muchos países adoptan ese punto como el datum vertical como un punto de referencia desde donde los trabajos ingenieriles se puedan referir. En el Ecuador, el datum oficial vertical se encuentra en el mareógrafo de La Libertad, y su coordenada precisa involucra la distancia en vertical desde su punto hasta la superficie de referencia (Cañizares, 2015).

### **2.2.7 Datum vertical**

El datum vertical es la realización de un sistema de alturas establecido en una región, y generalmente está asociado con el nivel medio del mar. Debido a que cada país ha establecido su nivel medio de mar independientemente, no es posible tener un datum vertical global. Estos niveles varían de acuerdo con la condición topográfica de cada país, y a las épocas de referencias (SIRGAS, 2010).

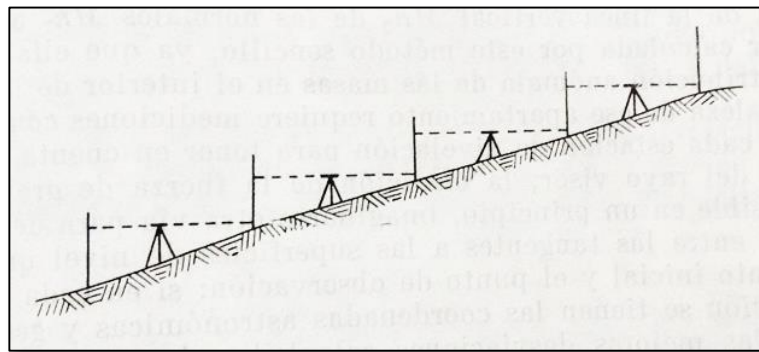
De manera general, se considera que este datum vertical coincide con el geoide en dicho punto, ya que el nivel medio del mar es una aproximación al geoide. En el Ecuador, este datum vertical se encuentra en el mareógrafo de La Libertad, provincia de Santa Elena, el cual fue instalado por el Instituto Oceanográfico de la Armada (INOCAR) en el año de 1948, con ayuda del IAGS. El cálculo del nivel medio del mar requiere un tiempo de observación, por ello este nivel fue calculado en los años 1960 y 1961 con observaciones extraídas de los mareogramas entre 1950 y 1959. Fue oficializado por el IGM, quienes llevaron todas las cotas ya establecidas a este datum mediante nivelación geométrica (Paredes, 1986).

## **2.3 Sistema de alturas**

Las alturas son puntos de la superficie terrestre que ayudan a determinar la figura de la Tierra, y sus puntos aislados en relación con la superficie de medición inicial. Si se tiene las coordenadas geodésicas que determinan la posición de un punto, su proyección sobre el elipsoide de referencia, se denomina altura elipsoidal, el cual corresponde a la distancia del punto al elipsoide de acuerdo con la normal del mismo (Zakatov, 1997).

Se conoce que la gravedad varía en función de la altura, de la latitud, y de la densidad de los materiales; además que el geode es la superficie equipotencial de referencia para los diferentes sistemas de alturas, sin embargo, estas superficies equipotenciales no son paralelas entre sí, y la causa principalmente se debe a que la distribución de las masas dentro de la Tierra no es uniforme, además se debe considerar la densidad de las mismas (Introcaso, 2006) (Dalda, et al., 2008).

Si las superficies de nivel fueran paralelas, el esquema ideal de la nivelación geométrica se representa básicamente como la Figura 4. Pero este es perturbado por lo mencionado anteriormente (Zakatov, 1997).



*Figura 4.* Principio de nivelación geométrica

Fuente: (Zakatov, 1997)

Este no paralelismo trae consigo dos consecuencias. Una corresponde a que el nivel no identifica variación entre dos puntos a lo largo de una superficie equipotencial, sin embargo, la distancia entre estos hacia la superficie equipotencial del nivel medio del mar, siguiendo la línea de la plomada, es diferente. La segunda, consiste en que la nivelación geométrica va a depender del camino seguido en este método, debido a que la diferencia entre las superficies equipotenciales entre un punto y el otro, puede ser mayor o menor. Por este error, es necesario que se realicen correcciones por el efecto de la gravedad (Cañizares, 2015).

Para comprender de mejor manera, el esquema real de la nivelación geométrica se muestra en la Figura 5, en donde  $uo$  representa la superficie de lectura (elipsoide),  $Mn$  es la normal a dicha superficie y  $Mk$  es una recta paralela a la superficie  $uo$ .

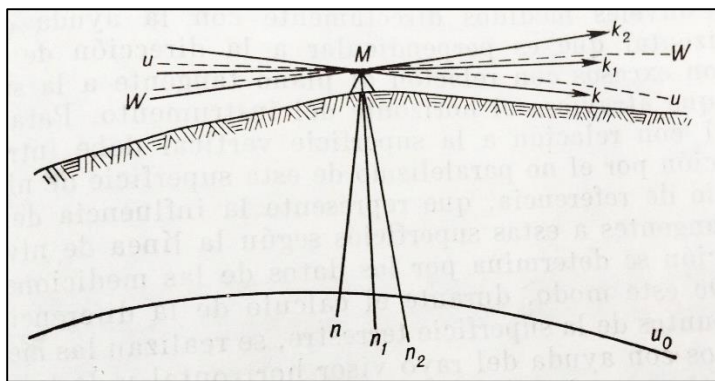


Figura 5. Esquema real de la nivelación geométrica

Fuente: (Zakatov, 1997)

La superficie del campo normal que pasa por el punto de nivelación y  $Mn_1$  es la normal a esta superficie. Si el campo gravitacional real de la Tierra coincidiera con la normal, la dirección de la línea vertical coincidiría también con la normal  $Mn_1$  y el rayo visor sería la tangente  $Mk_1$  a la superficie  $u$ ; por lo tanto, el no paralelismo, en este caso, se manifestaría en la lectura de la mira debido a la influencia del ángulo entre  $Mk$  y  $Mk_1$ . Sin embargo, a consecuencia de las masas anómalas, la dirección real de la línea vertical se representa por la dirección del segmento  $Mn_2$ , perpendicular a la superficie de nivel real  $W$ ; la dirección real del rayo visor desde el nivel está representada por la dirección del segmento  $Mk_2$  el cual es tangente a la superficie  $W$  que pasa por la estación de observación. Los desniveles obtenidos directamente con la ayuda del rayo visor horizontal, el cual es perpendicular a la dirección de la línea vertical, son excesos con relación al plano tangente a la superficie de nivel que atraviesa el horizonte del instrumento. Para obtener el desnivel vinculado a la superficie vertical debe introducirse una corrección por el no paralelismo de la superficie de nivel y de referencia, que involucre el ángulo entre las tangentes a estas superficies según la línea de nivelación. Esta corrección es conocida como gravimétrica (Zakatov, 1997).

En la Figura 6, se muestra el perfil de la superficie terrestre que atraviesa el punto 0, el cual sirve de inicio para la lectura de las alturas para determinar la altura del punto  $M$ .



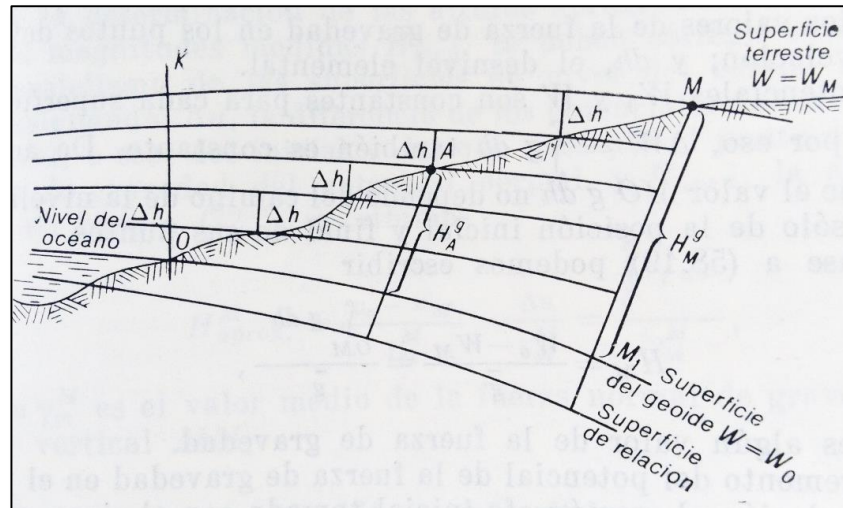


Figura 6. Perfil de superficie de un punto 0

Fuente: (Zakatov, 1997)

Los segmentos  $\Delta h$  representan los desniveles que se han obtenido de las observaciones mediante la nivelación sucesiva a lo largo del camino hasta  $M$ . La suma de estos desniveles a lo largo de dicha línea da un resultado a lo cual se le denominada  $H_{med}$ , representada en la ecuación (2.1) (Zakatov, 1997):

$$H_{med} = \sum_0^M \Delta h \quad (2.1)$$

O también puede ser representado por la ecuación (2.2), como el desnivel elemental  $h$ , en donde  $H_{med}$  depende del camino de la nivelación.

$$H_{med} = \int_0^M dh \quad (2.2)$$

Entonces, se va a suponer que la nivelación 0-M se realiza por dos caminos, el primero del punto 0 a  $K$  y del punto  $K$  hacia  $M$  siguiendo la superficie de nivel, y el segundo, del punto 0 a lo largo de la superficie del geode hacia el punto  $M_1$ , y del punto  $M_1$  a  $M$ . Claramente se puede notar que el primer camino de nivelación, la magnitud  $H_{med}$  está definido por el segmento  $OK$  y el segundo por el segmento  $MM_1$ , y que evidentemente no son equivalentes. Si estas superficies hubieran sido paralelas, normalmente  $H_{med} = \sum \Delta h$  correspondería a la altura del punto  $M$  desde el geode. Esta suposición solo es admisible en trabajo de poca precisión, o nivelaciones exactas de muy pequeña extensión. Para trabajos de nivelación de alta precisión que abarquen grandes extensiones no funciona (Zakatov, 1997).

Para determinar los diferentes sistemas de alturas teniendo en cuenta el no paralelismo de estas superficies del nivel del campo normal de la Tierra, la influencia de las masas anómalas sin importar el camino que tome la nivelación, se llega partiendo de la ecuación (2.3) para el potencial de la fuerza de gravedad,

$$-\delta W = g dh \quad (2.3)$$

En donde, para el caso presentado se escribiría como la ecuación (2.4):

$$\int_0^M dW = W_0 - W_M = \Delta W = \int_0^M g dh \quad (2.4)$$

$W_0$  y  $W_M$  son los valores de los potenciales de la fuerza de gravedad para las superficies de nivel que pasan por los puntos de paso de la nivelación y  $dh$  el desnivel elemental. Los potenciales  $W_0$  y  $W$  son constantes, por lo tanto  $\Delta W = \int g dh$ , también lo es. Se deduce entonces, que el valor de  $\int_0^M g dh$  no depende del camino de nivelación sino solo de la posición inicial y final de sus puntos, por consiguiente, se define la ecuación (2.5):

$$H_M = \frac{W_0 - W_M}{\bar{g}} = \frac{\int_0^M g dh}{\bar{g}} \quad (2.5)$$

La expresión  $\bar{g}$  representa cierto valor de la fuerza de gravedad. El incremento del potencial de la fuerza de gravedad en el punto dado con relación al mareógrafo inicial el cual es tomado con signo contrario se denomina geopotencial. Es decir, el geopotencial para el punto  $M$  con relación a  $0$  está definido por la ecuación (2.6).

$$-(W_M - W_0) = \int_0^M g dh \quad (2.6)$$

Este geopotencial es la principal característica de la altura de referencia. Si la altura de un punto inicial no es cero, es decir el punto A con altura  $H_A$  es el punto inicial de la nivelación, se tendrá la ecuación (2.7):

$$H_M - H_A = \frac{W_A - W_M}{\bar{g}} \quad (2.7)$$

Además, el geoide al ser adoptado como la superficie equipotencial de referencia para los sistemas de alturas, no mantendría un paralelismo entre las demás superficies equipotenciales como se explicó anteriormente. La diferencia en distancia existente entre un punto en el geoide

y el elipsoide corresponde a la ondulación geoidal, el cual es un concepto básico para el análisis de alturas determinadas con sistemas GPS. (Dalda, et al., 2008).

Las diferentes superficies de referencia determinan la existencia de los sistemas de alturas las cuales están alineadas a las características de cada una de estas superficies y de las propiedades físicas del campo gravitacional. Entre ellas está la altura ortométrica, normal y dinámica, las cuales son de carácter físico, mientras que las alturas elipsoidales y niveladas están vinculadas al geométrico.

### 2.3.1 Números geopotenciales y alturas dinámicas

Un punto cualquiera ( $P$ ) puede atribuirse a una superficie de nivel definida por su potencial de gravedad ( $W$ ), el cual es diferente al potencial geoidal ( $W_0$ ). Por lo tanto, la diferencia de potencial entre ese punto a  $W_0$ , se define como número geopotencial, y está basado en la siguiente expresión (2.8) (Heiskanen & Moritz, 1967):

$$C = W_0 - W_p = - \int_0^P dW = \int g \, dn \quad (2.8)$$

Esta integral es independiente del camino, ya que estas diferencias de potencial son constantes a lo largo de la trayectoria de dichas superficies. Para los puntos ubicados sobre el geoide la  $\Delta C_p$  es nula, y positiva o negativa dependiendo si se encuentran sobre o bajo el geoide.

Estas diferencias de potencial en un circuito cerrado son cero, lo contrario con relación a los desniveles obtenidos mediante la nivelación geométrica, sus diferencias no pueden ser cero (Introcaso, 2006). Por lo que  $C$  podría ser determinado mediante nivelación geométrica junto con medidas de gravedad a lo largo del camino de  $P$  y  $P_0$ . El valor de  $C$  siempre será constante a lo largo de una misma superficie equipotencial, y puede ser considerado como una “altura” pese a que no esté en unidades métricas, en diferentes campos de aplicación como la oceanografía e hidráulica (Torge, 2001). Sus unidades están definidas en u.g.p (unidad geopotencial), donde se puede llevar a la siguiente relación (2.9):

$$1 \text{ u.g.p} = 1 \text{ kgal metro} = 100 \text{ gal metro} \quad (2.9)$$

Para poder llevar este valor a unidades de longitud, la gravedad puede expresarse como  $g = 0.98\text{kgal}$ . Si aplicamos en la fórmula para determinar  $C$  en función de la altura sobre el geoide ( $H$ ), se tendría la relación (2.10):

$$C = gH; C = 0.98H \quad (2.10)$$

Por lo que, los números geopotenciales son casi iguales al valor de altura sobre el nivel medio del mar, en metros (Heiskanen & Moritz, 1985). Para analizar esta conversión, se definió como altura dinámica la ecuación (2.11):

$$H_{dim} = \frac{C}{\gamma_0} \quad (2.11)$$

Donde  $\gamma_0$  corresponde a la gravedad normal para una latitud arbitraria, que usualmente es  $45^\circ$ , y la división para esta constante es la que transforma el numero geopotencial es un valor métrico (Heiskanen & Moritz, 1967), pero no tienen una interpretación geométrica ya que se necesitarían extensas correcciones para convertir los resultados de una nivelación en alturas dinámicas (Torge, 2001).

A partir de estos números geopotenciales, se derivan el estudio y análisis de las diferentes alturas físicas, como la ortométrica, normal y dinámica que se revisó en esta sección; ya que dependen directamente de este valor, y principalmente difieren en los tipos de gravedad a las que estas alturas están relacionadas (Cañizares, 2015).

### 2.3.2 Altura ortométrica

Se denominan alturas ortométricas a las distancias medidas siguiendo la línea de plomada hasta el geoide ( $W_0$ ), a lo largo de las líneas verticales que pasan por los puntos (Ver figura 7).

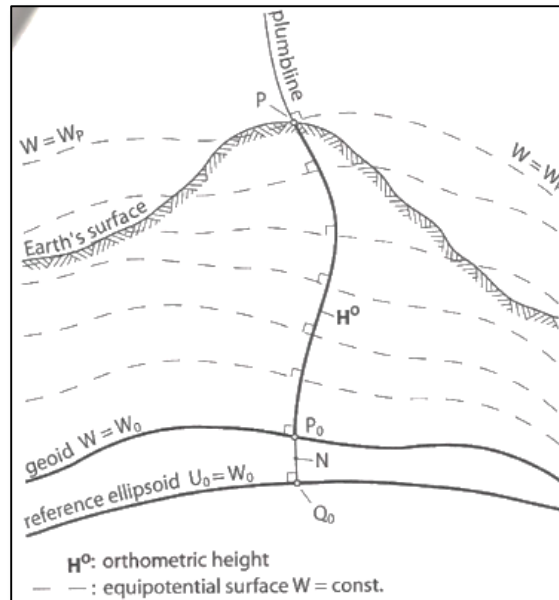


Figura 7. Altura ortométrica

Fuente: (Valverde, 2014)

El número geopotencial para  $P$ , es entonces la ecuación (2.12), que parte de la expresión (2.8):

$$C = W_0 - W_P \quad (2.12)$$

La altura ortométrica se define en  $P$  (referido a la línea de la plomada) y  $P_0$  (referido al geoide). Entonces  $C$ , se define en la ecuación (2.13) a lo largo de la línea de plomada, y esto es posible ya que el resultado es independiente del camino tomado.

$$C = \int_0^H g dH \quad (2.13)$$

Para aplicar la ecuación (2.8) que defina a esta altura, se determina otro modo de diferencia de potenciales, sabiendo que  $O$  y  $P_0$  están sobre una misma superficie de nivel, se tiene la ecuación (2.14).

$$C = W_0 - W_P = W_{P_0} - W_P = \int_0^P g dh = \int_{P_0}^P g dh \quad (2.14)$$

Esta ecuación contiene  $H$  implícitamente, aunque se lo puede definir explícitamente mediante la ecuación (2.15):

$$dC = -dW = g dH, \quad dH = -\frac{dW}{g} = \frac{dC}{g} \quad (2.15)$$

Despejando  $H$ , se obtiene la ecuación (2.16):

$$H = - \int_{P_o}^P \frac{dW}{g} = \int_0^C \frac{dC}{g} \quad (2.16)$$

Esta integración, como se definió antes, va a lo largo de la línea de plomada. Esta es la forma explícita de  $H$ , sin embargo, una fórmula más practica para determinar  $H$ , se deriva de la expresión (2.17):

$$C = \int_0^H g dH = H \cdot \frac{1}{H} \int_0^H g dH \quad (2.17)$$

De modo que,  $C = \bar{g}H$ , donde  $\bar{g}$  es definida por la ecuación (2.18):

$$\bar{g} = \frac{1}{H} \int_0^H g dH \quad (2.18)$$

$\bar{g}$  representa el valor medio de gravedad a lo largo de la línea de plomada, entre el geoide, el punto  $O$  y la superficie terrestre, el punto  $M$ .

Al despejar de  $C = \bar{g}H$ , resulta la ecuación (2.19).

$$H = \frac{C}{\bar{g}} \quad (2.19)$$

Sabiendo el valor de  $\bar{g}$ , se podría conocer el valor de  $H$ , pero justamente es uno de los problemas al momento de calcular estas alturas, determinar el valor de  $\bar{g}$ .

Con esto se deduce que las alturas ortométricas no dependen del camino de nivelación, y que si los puntos están ubicados en una misma superficie de nivel tendrán valores diferentes, debido a que las distancias desde el geoide no son iguales a los diferentes puntos. Es necesario acotar que estas alturas no pueden ser determinadas exactamente ya que la magnitud  $\bar{g}$  depende de la distribución de las densidades dentro de la Tierra, y no son conocidas por completo. Por lo tanto,  $H$  se puede calcular definiendo una hipótesis de distribución de masas (Zakatov, 1997).

### 2.3.3 Alturas normales

Quién introdujo la definición de estas alturas fue Molodensky, en un intento por mejorar la definición de las alturas ortométricas. Estas constituyen netamente una aproximación a las ortométricas ya que describe alturas sobre una superficie ficticia denominada cuasigeoide. Para ello, se supone que el campo gravitacional de la Tierra es normal  $W=U$  y la gravedad media es reemplazada por la gravedad normal media a lo largo de la línea de la plomada  $g=\bar{\gamma}$ , y se

obtiene dividiendo los números geopotenciales sobre  $\bar{\gamma}$ . Las ecuaciones (2.20), (2.21) y (2.22) se deducen de lo explicado,

$$W_0 - W = C = \int_0^{H^N} \gamma dH^N \quad (2.20)$$

$$H^N = \int_0^C \frac{dC}{\gamma} \quad (2.21)$$

$$H^N = \frac{C}{\bar{\gamma}} \quad (2.22)$$

Donde  $\bar{\gamma}$  puede ser también calculado en el campo de gravedad normal de un modelo de tierra elipsoidal. Como se indicó anteriormente, la altura normal está dirigida hacia el cuasigeoide, por lo tanto, esta altura corresponde a la distancia desde un punto P hasta dicha superficie (altura elipsoidal). Esta superficie denominada cuasigeoide, difiere muy poco del geoide, con diferencias de milímetros hasta centímetros en altitudes cercanas al nivel medio del mar, y hasta un metro en zonas de montaña (Figura 8), cabe recalcar que en los océanos estas superficies prácticamente coinciden (Introcaso, 2006).

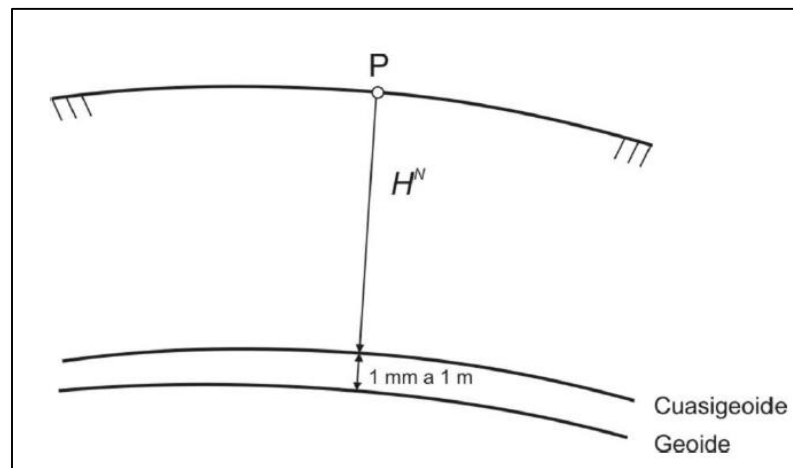


Figura 8. Altura normal con relación al cuasigeoide

Fuente: (Introcaso, 2006)

La ecuación (2.23), desarrollada por (Heiskanen & Moritz, 1967) es empleada para el cálculo más próximo de las alturas normales.

$$H^N = \frac{C}{\gamma} \left[ 1 + (1 + f + m - 2f \text{sen}^2 \varphi) \frac{C}{a\gamma} + \frac{C^2}{a^2\gamma^2} + \dots \right] \quad (2.23)$$

Donde,

$\gamma$  es la gravedad normal en el elipsoide de referencia

$f$  es el achatamiento del elipsoide

$a$  es el semieje mayor del elipsoide

$m$  corresponde a la expresión:  $(\omega^2 a^2 b)/GM$ , donde  $GM$  representa el producto de la masa de la Tierra y la constante gravitacional

$\varphi$  representa la latitud geodésica del punto

Esta gravedad  $\gamma$  puede ser deducida mediante la fórmula internacional de la gravedad la cual fue definida en la asamblea General de la IUGG (Unión Internacional de Geodesia y Geofísica), basada en un elipsoide de revolución, que para el último adoptado, el GRS80, es la ecuación (2.24) (Moritz, 1992):

$$\gamma = 9.7803267715 + (1 + 0.0052790414\text{sen}^2\varphi + 0.0000232718\text{sen}^4\varphi + 0.0000001262\text{sen}^6\varphi + 0.0000000007\text{sen}^8\varphi) \quad (2.24)$$

### 2.3.4 Altura elipsoidal

Es la distancia entre la superficie topográfica y el elipsoide de referencia empleado, se denota con  $h$ , y son independientes al campo de gravedad, es por ello por lo que esta altura no coincide con la diferencia entre equipotenciales (altura normal).

Estas alturas son las que se obtiene de los equipos GPS mediante observación satelital para puntos sobre la superficie terrestre, mientras que para los océanos con altimetría satelital (Introcaso, 2006).

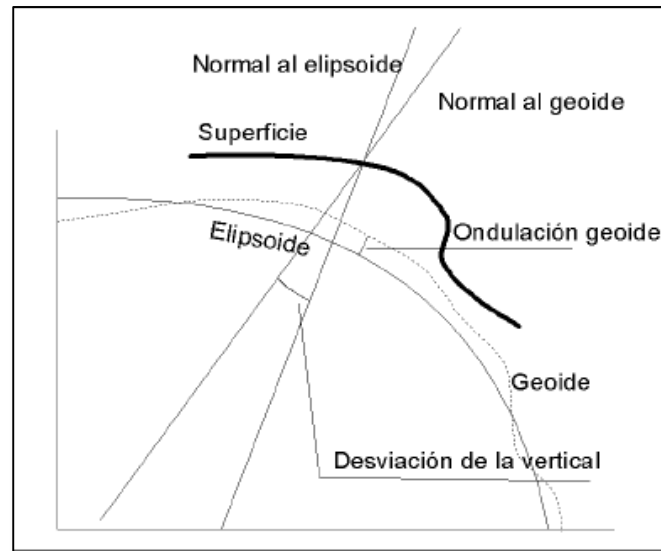
### 2.3.5 Relación entre superficies de referencia, alturas y gravedad

La diferencia en distancia vertical entre el geoide y un elipsoide es conocido como ondulación geoidal o altura geoidal ( $N$ ). Este es uno de los conceptos clave al momento de evaluar alturas con equipos GPS (GNSS), ya que se relaciona directamente con el cálculo de alturas físicas mediante la adición de este valor a la altura elipsoidal. La ecuación (2.25) relaciona lo antes mencionado:



$$H = h + N \quad (2.25)$$

De aquí también se deriva otro concepto importante denominado desviación de la vertical ( $\varepsilon$ ), el cual es el ángulo existente en un punto conocido, entre la normal al elipsoide y la normal al geoide (Figura 9). Este ángulo explica claramente el no paralelismo de las líneas de plomada, ya que, por la irregularidad de la superficie topográfica, estas líneas convergen siempre en un punto (Cañizares, 2015).



*Figura 9.* Desviación de la vertical y ondulación geoidal

Fuente: (Introcaso, 2006)

Hasta aquí se ha relacionado la superficie terrestre, el geoide y el elipsoide. Considerando las otras superficies, como se muestra en la Figura 10, se puede identificar otras relaciones.

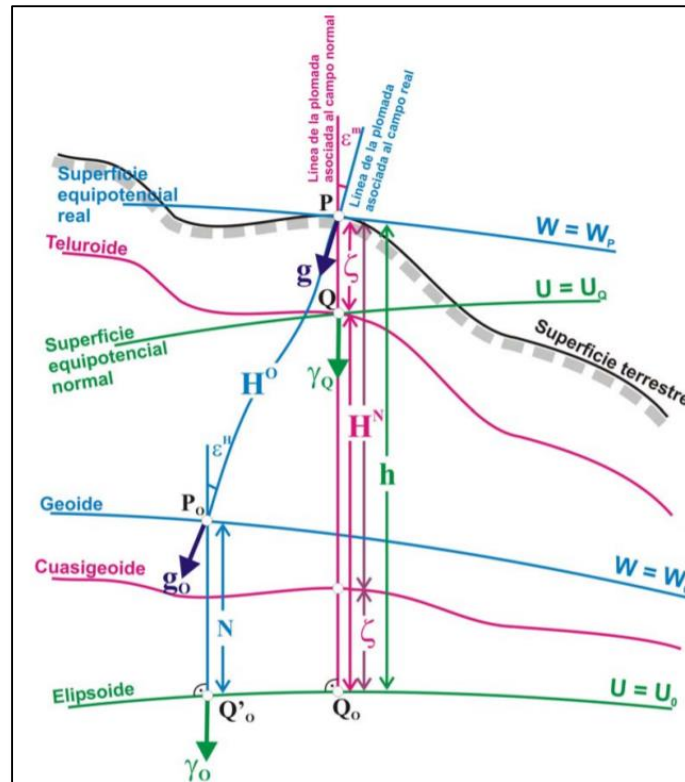


Figura 10. Superficies de referencia y alturas

Fuente: (Sánchez, 2002)

Entre la superficie terrestre y el teluroide, así como entre el cuasigeoide y el elipsoide, se observa una distancia la cual es conocida como anomalía de altura ( $\zeta$ ), aunque para la última relación es mejor conocida como altura cuasigeoide.

También se identifican la diferencia entre el potencial gravitacional  $W$  referido al geoide y  $U$ , referido al elipsoide. Considerando el vector de gravedad en el punto  $P_o$ ,  $g_o$  y en el punto  $Q'_o$ ,  $\gamma_o$ , esta diferencia se define como vector anómalo de gravedad y teniendo en cuenta que un vector se caracteriza por magnitud y sentido, este vector puede descomponerse de forma tal que la diferencia en magnitud se denomina anomalía de gravedad (ver ecuación 2.26).

$$\Delta g = g_o - \gamma_o \quad (2.26)$$

Mientras que la diferencia en dirección viene a ser la desviación de la vertical antes revisada.

### 2.3.6 Alturas niveladas

Estas alturas son obtenidas mediante técnicas topográficas, específicamente con el método de nivelación geométrica, en el cual se obtiene desniveles a partir de un punto con altura nivelada conocida. Estas alturas no toman en cuenta el no paralelismo de las superficies de referencia, y estos desniveles son obtenidos de las distancias verticales existentes entre las diferentes superficies equipotenciales (Ver Figura 11).

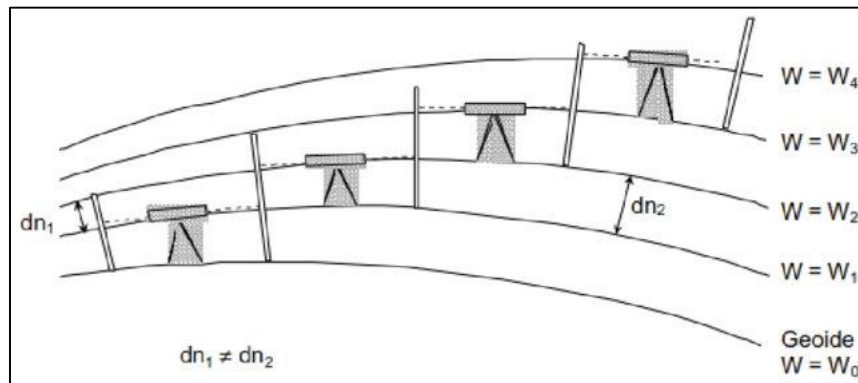


Figura 11. Alturas niveladas

Fuente: (Drewes, et al., 2002)

Este desnivel de un punto A a B es descrito mediante la ecuación 2.27:

$$\Delta n_A^B = Lectura_B - Lectura_A \quad (2.27)$$

Por lo tanto, la altura nivelada es la suma de los desniveles observados, que viene arrastrada de un punto fundamental denominado datum vertical el cual está referido al nivel medio del mar.

Para conocer, entonces la altura nivelada de un punto B ( $H_B$ ), sabiendo la altura nivelada de un punto A ( $H_A$ ), se aplica la ecuación 2.28:

$$H_B = \frac{\Delta n_A^B - \Delta n_B^A}{2} + H_A \quad (2.28)$$

En donde se observa que es necesario tener los desniveles ( $\Delta n$ ) con lecturas de A hacia B y viceversa.

Estos desniveles, o distancias verticales varían según la trayectoria de nivelación, por lo que estas alturas dependen directamente de la ruta de nivelación y se debe tener precaución en

este sentido ya que se pueden obtener diferentes alturas para un mismo punto, por lo tanto es recomendable emplear estas alturas en áreas reducidas donde no se considere la figura elipsoidal ni las variaciones de su campo de gravedad (Drewes, et al., 2002).

### 2.3.7 Ondulación o Altura Geoidal

La ondulación o altura geoidal es la diferencia entre el elipsoide de referencia y el geoide (Heiskanen & Moritz, 1967), lo que equivale a decir la diferencia entre la altura elipsoidal ( $h$ ) y la altura sobre el geoide ( $H$ ). Se emplea principalmente para obtener estas alturas, por medio de la altura elipsoidal obtenida mediante posicionamiento GPS, mediante la ecuación 2.25.

### 2.3.8 Modelo EGM08

De manera general, los modelos geoidales se emplean para la determinación de ondulaciones geoidales, que, a su vez, estos datos son fundamentales para el cálculo de alturas de carácter físico (Tierra, 2009). Estos modelos pueden dividirse en mundiales y regionales. Para el Ecuador, no existe un modelo geoidal oficial, por lo que se emplea los mundiales. Entre los más destacados está el EGM96, EIGEN CG03, entre otros. De los más recientes y evaluados a nivel mundial, es el EGM08, el cual fue creado por el Equipo de Desarrollo EGM de la Agencia Nacional de Inteligencia Geoespacial de los EE. UU, y desarrollado en base a la determinación de coeficientes armónicos esféricos del potencial gravitacional terrestre (NGA, 2014).

Este modelo fue completado hasta el grado armónico esférico y orden 2159, incluyendo coeficientes adicionales hasta el grado 2190 y orden 2159, lo que representó una mejoría en la precisión con respecto a los modelos anteriores. El EGM08 a su vez, permite obtener ondulaciones geoidales referidas al WGS84, cuyas constantes para definir el elipsoide de referencia son las siguientes (NGA, 2014):

- $a = 6378137.00 \text{ m}$  (eje semi mayor del elipsoide WGS 84)
- $f = 1 / 298.257223563$  (aplanamiento del elipsoide WGS 84)
- $GM = 3.986004418 \times 10^{14} \text{ m}^3\text{s}^{-2}$  (Producto de la masa de la Tierra y la constante gravitacional)
- $\omega = 7292115 \times 10^{-11} \text{ rad/s}$  (velocidad angular de la Tierra)

El error que se tendría al emplear este modelo en el Ecuador es de alrededor de 3.5 m (Tierra, 2009), por lo que se debe tomar en cuenta que no serviría para trabajos de alta precisión.

## **2.4 Sistemas de Navegación Global por Satélite (GNSS)**

### **2.4.1 Introducción**

Antes de que empiece la era tecnológica, la geodesia estaba limitada debido a la falta de visibilidad a largas distancias, y no superaban distancias de 200 Km al menos. Es por ello que para conseguir una posición absoluta de un punto se empleaban observaciones astronómicas cuando por razones de visibilidad no se lo podía realizar de la forma convencional. Desde el lanzamiento del primer satélite al espacio, la historia de la geodesia satelital comenzó (Peñafiel & Zayas, 2001).

GNSS comprende al conjunto sistemas de navegación por satélite, los cuales son GPS (EEUU), GLONASS (Rusia), Galileo (Europa), QZSS (Japón), BEIDOU (China), entre los más destacados, los cuales son sistemas capaces de calcular la posición del objeto en términos de latitud, longitud, altitud, velocidad, dirección y tiempo utilizando un proceso matemático denominado trilateración (Rao, 2010).

Estos satélites están constituidos por tres segmentos, los cuales son indispensables para su total funcionamiento. Estos son el segmento espacial, segmento de control y de usuario.

El segmento espacial está conformado por los satélites de cada sistema los cuales se mantienen en órbita desde su lanzamiento con relojes de alta precisión, que envían las señales de navegación con la pseudodistancia registrada. El segmento de control es el encargado de realizar el seguimiento a los satélites que están en órbita y está pendiente de su mantenimiento, para poder corregir cualquier alteración en la recepción de las señales de estos. Así mismo, se encarga de corregir los relojes atómicos, datos atmosféricos y el almacenamiento de los datos enviados. El segmento de usuario, finalmente, se constituye por los receptores localizados en la Tierra que reciben la señal de estos satélites. La estructura básica de un receptor es la antena, la colectora, procesador, y batería. Estos pueden estar montados sobre cualquier plataforma, tomando en cuenta sus limitaciones por la recepción de señal, y son capaces de proveer una posición precisa independientemente de las condiciones climáticas (Rao, 2010).

## 2.4.2 Global Positioning System (GPS)

El sistema de posicionamiento global (GPS) inicio en el año de 1973 a partir del proyecto de los Estados Unidos denominado NAVSTAR (Navigation Satellite Timing and Ranging), el cual fue desarrollado por el departamento de defensa de ese país, con fines de seguridad nacional y uso militar, a medida que requerían una cobertura global y a tiempo completo. En función a este requerimiento, el primer satélite GPS se puso en órbita el 22 de febrero de 1978. Para el año de 1994 se tenía en órbita ya 24 satélites de la constelación GPS, y finalmente el 27 de abril de 1995, el sistema GPS fue declarado totalmente funcional (Olmedillas, 2012). Para enero del 2020, se encontraban 31 satélites operativos en la constelación GPS (GPS.gov, 2020).

### 2.4.2.1 Segmento espacial GPS

El segmento espacial para el sistema en la actualidad cuenta con 24 satélites funcionando el 95% del tiempo, y con el fin de brindar un mayor respaldo se tienen en órbita 31 satélites GPS. Vuelan a una altura de 20.200 Km sobre la superficie terrestre, y cada satélite rodea la Tierra dos veces al día. Estos satélites están distribuidos uniformemente en seis planos orbitales, y en cada plano existen 4 ranuras cuya estructura permite que los usuarios al menos siempre puedan observar al menos cuatro satélites desde cualquier lugar de la Tierra. Debido a una ampliación en las ranuras, por un proyecto puesto en marcha por los EE. UU. de expansión de satélites, tres de los 24 espacios se expandieron, lo que provocó que seis satélites se reubicaran, de modo que se adicionaron tres satélites más para convertirse en la línea base de la constelación, por lo que a la fecha se cuenta con una constelación de 27 ranuras con una cobertura mayor.

La constelación de satélites es una mezcla de nuevos y antiguos, los mismos que están distribuidos en bloques conforme han sido enviados.

Estos satélites a su vez, para lograr la precisión requerida poseen relojes, los cuales específicamente son osciladores atómicos los cuales poseen una alta frecuencia y estabilidad, lo que permite tener medición de tiempo muy precisas (Huerta, et al., 2005). La mencionada estabilidad está en función de  $\Delta f/f$ , donde  $\Delta f$  se refiere a la posible variación de la frecuencia en un determinado lapso de tiempo, mientras que  $f$  es la frecuencia específica del reloj.

El segmento de control también está relacionado con las portadoras y códigos. Los satélites de la constelación emiten dos señales de radio llamadas “L1”, “L2” y “L5”, estas señales se denominan portadoras. Estas señales poseen la siguiente información: código pseudoaleatorio, datos de efemérides, y datos de almanaque. El código identifica la señal que emite cada satélite, los datos de las efemérides proporcionan la ubicación de los satélites en cualquier momento, mientras que los datos de almanaque poseen información sobre el estado del satélite, fecha y hora actualizadas (Huerta, et al., 2005).

La portadora “L1” contiene los códigos C/A y P, mientras que la portadora “L2” solo contiene el código P. La portadora “L5” corresponde a la tercera señal civil de GPS, que fue diseñada con el fin de brindar mayor seguridad a las operaciones en Tierra (GPS.gov, 2020). El código C/A es el correspondiente al uso civil, con el que no se alcanzarías grandes precisiones si se usa solamente. El código “P” llamado de esta manera ya que se asocia a precisión y ser un código protegido (Peñañiel & Zayas, 2001).

#### **2.4.2.2 Segmento de control GPS**

Como se mencionó anteriormente las funciones del segmento de control, para el sistema GPS no es distinto. Está integrada por una Estación de Control Maestra, varias estaciones de monitoreo y antenas terrestres, distribuido alrededor del globo terrestre (GPS.gov, 2020).

Dichas estaciones de monitoreo tienen coordenadas conocidas precisas, las cuales tienen receptores GPS de frecuencias L1/L2 y L5, y un reloj de cesio. Recopilan señales de navegación y datos atmosféricos y a su vez, envían la información recopilada a una estación maestra, en conjunto con datos meteorológicos. Así mismo, estas estaciones maestras, gracias a las estaciones de monitoreo determinan los parámetros orbitales y de los relojes (GPS.gov, 2020).

Las estaciones de monitoreo del segmento de control, se compone de 10 elementos y son las siguientes:

1. Colorado Springs (EEUU)
2. Isla Ascensión (Atlántico Sur)
3. Diego García (Índico)
4. Kwajalein (Pacífico Occidental)
5. Hawaii (Pacífico Oriental)

6. Quito (Ecuador)
7. Buenos aires (Argentina)
8. Hermitage (Inglaterra)
9. Bahrein (Golfo Pérsico)
10. Smithfield (Australia)

#### **2.4.2.3 Segmento de usuario**

Está relacionado a todos los instrumentos capaces de recibir las señales GPS en la Tierra. En esencia, se requiere de un receptor y una antena para poder obtener los datos enviados por los satélites. Dependiendo del método de posicionamiento que se realice se puede emplear más de un equipo, esto se tratará adelante.

#### **2.4.3 GLONASS**

Al igual que GPS, es un sistema integrado por satélites, manejado por las fuerzas espaciales rusas por lo cual tiene importantes aplicaciones tanto en el campo civil como militar. Nació en los años 70 mediante el Ministerio de Defensa Soviético (Huerta, et al., 2005).

Su segmento espacial está conformado por 24 satélites igualmente que GPS, pero estos están agrupados en 3 planos orbitales con 8 satélites inclinados aproximadamente  $65^\circ$  con respecto al Ecuador. Una de las principales desventajas, radica en que la información de las efemérides no alcanza las condiciones adecuadas para trabajos de alta precisión, a diferencia de GPS.

El segmento de control de GLONASS tiene su sistema central de Control de Moscú en conjunto con una red de estaciones de seguimiento y control distribuidas alrededor de Rusia. Aparte de estas estaciones de monitoreo, GLONASS posee otras distribuidas a nivel mundial con el fin de obtener parámetros de transformación del Sistema GLONASS PZ-90, el cual es el sistema de referencia en el que trabaja GLONASS, al sistema WGS84, además de la determinación de orbitas y observación y análisis de las anomalías de los satélites (Blass & Bermejo, 1998).



#### **2.4.4 Galileo**

Corresponde a un proyecto europeo con el fin de ofrecer un posicionamiento más preciso con relación a GPS y GLONASS, y se caracteriza por ser el único sistema civil hasta el momento. Fue creado con la intención de no depender de sistemas pertenecientes a otros países.

Actualmente, consta de 22 satélites que brindan servicios PNT (Posición, Navegación y Tiempo). Mantiene 26 satélites en órbita, 2 de prueba, 1 no disponible y 1 de reserva. Entre los principales servicios que Galileo ofrece es un “Open Service”, un servicio de libre acceso para posicionamiento, navegación y tiempo. Además, el servicio denominado Search and Rescue Service (SAR) pretende mejorar la seguridad para localizar a las personas en peligro. Su segmento de control se encuentra disperso en Europa y en varios puntos alrededor del mundo (Armendariz, 2019)

#### **2.5 Métodos de Posicionamiento**

Con el apareamiento de los diferentes sistemas de posicionamiento global, se implantaron mejoras en cuanto a calidad y tiempo en la toma de puntos con técnicas topográficas tradicionales. Actualmente, gracias al sistema GNSS se han desarrollado métodos que emplean los datos emitidos por los satélites en tiempo real. Las ventajas sobre los métodos tradicionales son múltiples, entre ellas está que no se requiere visual entre puntos para efectuar un levantamiento, además, las condiciones meteorológicas no son impedimento y se puede recopilar información del terreno en menor tiempo, de manera que existe una optimización de recursos. A su vez, también se debe tomar consideraciones ya que la señal de los satélites puede verse afectada por obstáculos que se encuentren cerca del receptor de señal, por ello su aplicación es muy bien destacada en trabajos que no tengan interferencias considerables.

Los métodos de posicionamiento se clasifican de acuerdo a diferentes consideraciones, entre ellas el origen de la medición o de acuerdo a como se obtienen los resultados. A continuación, se discutirá estos métodos clasificándolos de acuerdo a como se origina la medición.

### **2.5.1 Posicionamiento absoluto**

Se dice que un posicionamiento es absoluto cuando se obtiene datos finales de la posición de un punto calculados solamente a partir de las medidas de pseudodistancia procedentes de los códigos o portadoras propios de los satélites. La precisión que se alcanza con este tipo de posicionamiento, por lo tanto, no es alta ya que dependiendo del código que se emplee se podría tener de 15 a 100 m. Este tipo de posicionamiento no serviría para trabajos geodésicos, por lo tanto, su aplicación está ligada a dar una información a tiempo real aproximada (Peñafiel & Zayas, 2001).

### **2.5.2 Posicionamiento relativo o diferencial**

En este tipo de posicionamiento se involucran dos o más receptores los cuales simultáneamente reciben señales de los satélites durante un periodo de tiempo determinado, de acuerdo con la precisión requerida. Al estar estos dos receptores enlazados entre sí, es posible corregir los errores propios de los sistemas de posicionamiento como son:

- Disponibilidad selectiva
- Retardo ionosférico
- Retardo troposférico
- Error en las efemérides
- Error del reloj satélite

Las aplicaciones propias de este método son redes geodésicas de amplia cobertura, seguimiento de movimiento tectónicos, entre otras. Dentro de este posicionamiento se tiene a los métodos estáticos y cinemático (Peñafiel & Zayas, 2001).

#### **2.5.2.1 Método estático**

- **Estático**

Se lo emplea cuando se tiene largas distancias, generalmente distancias mayores a 20 Km, sin embargo, puede emplearse para distancias menores, y se requiere precisiones altas, fundamentalmente se lo emplea para determinar líneas base (Peñafiel & Zayas, 2001). En este posicionamiento se requiere como mínimo 2 receptores. Uno

para que cumpla la función de base de coordenadas determinadas, es decir se mantenga fijo durante todo el posicionamiento, mientras el otro equipo receptor móvil del cual se requiere conocer su posición. El tiempo se determinará en base a la distancia entre estos dos receptores, es decir la longitud de la línea base. La precisión en este posicionamiento dependerá de la geometría de los satélites (PDOP), número de satélites rastreados, perturbaciones ionosféricas, distancia entre receptores y obstrucciones principalmente. Las precisiones que se pueden alcanzar están al orden del milímetro. Sus principales aplicaciones es el control geodésico, redes geodésicas, movimiento de placas tectónicas, entre otros (Peñafiel & Zayas, 2001).

- **Estático rápido**

Este método es útil cuando se tiene distancias más cortas, lo que lleva a tiempos de observación más cortos, de esta forma se asegura su precisión. El equipo móvil estará en función del base, así como en el método estático normal, y debido a que las distancias son cortas se puede tener más receptores móviles mientras la base siga fija.

### 2.5.2.2 Método cinemático

- **Cinemático**

Es llamado de esta manera ya que el receptor se encuentra en constante movimiento, en donde los puntos a determinar las coordenadas se encuentran cercanos uno del otro y basta con posicionar unos cuantos minutos. Este receptor móvil debe estar en relación con una referencia, para lo cual se debe realizar un primer paso conocido como “iniciación” en el cual se enlaza el móvil y la referencia totalmente estáticos por un lapso (5-20 minutos recomendable) mediante un posicionamiento estático, en el cual se registran los datos necesarios con el fin de resolver las ambigüedades. Luego de este enlace, el móvil está listo para tomar los puntos a levantar. De este método se derivan otros similares como “Stop&Go” (Peñafiel & Zayas, 2001).

- **RTK (Real Time Kinematic)**

Es una tendencia actual en cuanto a levantamientos topográficos ya que su metodología es muy versátil y sirve en muchas aplicaciones. Básicamente se trata de

obtener coordenadas en tiempo real dentro de un sistema de referencia adoptado con ayuda de una señal de radio entre la base y el móvil, la cual permite resolver las ambigüedades en movimiento, ya que se transmiten las observaciones de código y fase del receptor base al móvil (Noguera & Mangiaterra, 2012). El limitante de este método es la distancia del alcance de la señal de radio y las obstrucciones que presente el terreno (ESTEIO Engenharia e Aerolevantamentos S.A., 2017). La ventaja radica en la obtención de levantamientos en tiempos relativamente cortos, dependiendo del tipo de comunicación que exista (IGN España, 2009).

### 2.5.2.3 Tiempos de observación y precisiones

En la Tabla 1 se reúne los métodos mencionados anteriormente con sus respectivas especificaciones.

Tabla 1.  
*Especificaciones de los métodos de posicionamiento*

<b>Método</b>	<b>Número mínimo de satélites</b>	<b>Tiempo de observación</b>	<b>Intervalos de observación</b>	<b>Precisión alcanzada aproximada</b>	<b>Otras especificaciones</b>
<b>Estático</b>	4	Minutos a horas (en función de la distancia)	15-30 s	5 mm+ 1ppm	15 Km para equipos de una frecuencia Doble frecuencia sin restricción
<b>Estático Rápido</b>	4	5-30 minutos	3-5 s	1 cm+ 1ppm	-
<b>Cinemático</b>	4	2 épocas	1-5 s	2 cm+ 2ppm	Limite 15 Km Se requiere reinicializar si se pierde la señal
<b>RTK</b>	4	2 épocas	1-5 s	2 cm+ 2ppm	Limite 10 Km Enlace por radio Se requiere reinicializar si se pierde la señal

Fuente: (IGN España, 2009)

Específicamente, para el método estático se puede tener a detalle los tiempos de observación en función de la distancia entre receptores. En la Tabla 2 se describe las especificaciones para aplicar el método estático en función de la longitud de la línea base (IGN España, 2009).

Tabla 2.  
*Especificaciones para método estático*

<b>Longitud de línea base</b>	<b>Número mínimo de satélites</b>	<b>GDOP</b>	<b>Tiempo de observación</b>	<b>Precisión posible alcanzada</b>
20-50 Km	Más de 4	Menor a 6	2- 3 horas	5 mm+ 1ppm
50-100 Km	Más de 4	Menor a 6	Mínimo 3 horas	5 mm+ 1ppm
Más de 100 Km	Más de 4	Menor a 6	Mínimo 4 horas	5 mm+ 1ppm

Fuente: (IGN España, 2009)

### 2.5.3 Errores en el posicionamiento

Las fuentes de error durante se realiza el posicionamiento podría dividirse en los siguientes grupos (IGN España, 2009):

- **Satélites**
  - **Variaciones en los parámetros orbitales:** se da debido al cálculo de las efemérides, es decir, las posiciones orbitales de los satélites ya que no es posible conocer su posición exacta. Sin embargo, para mermar este error se puede emplear en el procesamiento de datos las efemérides precisas.
  - **Errores en el oscilador:** es decir en el reloj del satélite, debido a las diferencias entre este y al tiempo que se maneja en los sistemas de posicionamiento global.
  - **Disponibilidad selectiva S/A:** se refiere a la degradación intencionada de la señal por parte del Departamento de Defensa de los EEUU para los usuarios civiles. Gracias a los equipos receptores diferenciales, este error es casi nulo.

## - **Propagación de la señal**

- **Refracción ionosférica:** la capa ionosférica es un medio dispersivo para las ondas en tanto que su índice de refracción está en función de la frecuencia de onda. Es un error negativo que se vincula en la medida de fase, y positivo para las pseudodistancias, es decir el código del receptor GPS se retrasa lo que resulta pseudodistancias de código más largas en comparación con la distancia geométrica al satélite, y las de fase son más cortas. Para eliminar este retardo se emplean dos señales de distintas frecuencias, es por ello que los equipos de alta precisión usan L1, L2 y L5.
- **Refracción troposférica:** la troposfera, la cual es la capa más baja de la atmósfera, es en donde se producen retardos significativos. A pesar de que no es un medio disperso para ciertas ondas de radios, este retardo se genera por la señal que va del satélite a un punto sobre la superficie. Existen modelos que ayudan a mermar este retardo y de igual forma con posicionamiento diferencial es mínimo.
- **Multipath:** se refiere a las diversas reflexiones de la señal emitida por el satélite en las superficies que se encuentran próximas al receptor, por lo tanto, la señal recorre un camino más largo, pudiendo tener una distorsión en la amplitud y forma de la onda.

## - **Observaciones y receptores**

- **Error en el reloj:** debido a la escala de tiempo, va a existir este desfase como se indicó en el reloj del satélite. Este error podría ser mejorado si se instala relojes atómicos en los receptores. Sin embargo con posicionamiento diferencial de doble fase se elimina este error.
- **Variación del centro de fase de la antena:** se produce en función de la no coincidencia del centro radioeléctrico o al punto en el que el receptor recibe la señal. Además, el centro de fase varía con respecto a la altura de los satélites. En los receptores de doble frecuencia, se tendrá dos centros de fase. Por ello,

es recomendable, al momento del posicionamiento, orientar las antenas hacia el mismo punto.

#### 2.5.4 Determinación de coordenadas con posicionamiento estático

En este posicionamiento, el objetivo radica en obtener las coordenadas de un punto incógnita empleando para ello las coordenadas de otro al que se lo denomina base para lo cual se realiza observaciones simultaneas mediante un tiempo común, como se mencionó en el apartado 2.5.2.1.

De forma matemática, la determinación de sus coordenadas se expresa mediante esta suposición. Teniendo en cuenta que un punto A es la base y B es el punto por determinar, lo que se desea tener como resultado mediante un posicionamiento relativo son las componentes del vector entre los dos puntos, expresado matemáticamente se tiene la ecuación 2.29:

$$\overline{AB} = \begin{bmatrix} X_B - X_A \\ Y_B - Y_A \\ Z_B - Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_{AB} \\ \Delta y_{AB} \\ \Delta z_{AB} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Por lo que las coordenadas del punto B son obtenidas mediante la ecuación 2.30:

$$\begin{bmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x_{AB} \\ \Delta y_{AB} \\ \Delta z_{AB} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Ahora, para determinar las diferencias de fase, se asume que se realizan observaciones simultaneas en los puntos antes mencionados a dos satélites j y k, se puede obtener ecuaciones como combinaciones lineales de lo descrito anteriormente. Dichas combinaciones se las conoce como simples diferencias, dobles diferencias y triples diferencias de fase (Huerta, et al., 2005). La ecuación 2.31 corresponde a la observación con un numero de satélites j-esimo, el receptor i-ésimo y el instante t:

$$\frac{1}{\lambda} \rho_{i,j}(t) = N_{i,j} + \Phi_{i,j}(t) - f_j \Delta \delta_{i,j}(t) - f_j \Delta A_{i,j}(t) \quad (2.31)$$

Donde,

$N$ : ambigüedad correspondiente a un satélite observado de una estación a partir de una época específica.

$\Phi$ : observable de fase

$\lambda$ : longitud de onda

$f$ : frecuencia emitida por el satélite

$\rho$ : distancia geométrica entre receptor y el satélite

$\Delta\delta$ : diferencia de entre el reloj del receptor y el reloj de satélite

$\Delta A$ : alteraciones en el tiempo de recorrido de la onda (refracción atmosférica)

Estos errores sistemáticos incluidos en la ecuación de observación original muestran una sólida correlación con las señales recibidas simultáneamente por distintos receptores desde diferentes satélites. Estas ecuaciones de diferencias de fase permiten tener una mayor precisión ya que emplean estas correcciones de manera que se puede llegar inclusive en ciertos casos a la eliminación o la reducción de estos efectos (Huerta, et al., 2005).

- **Simple diferencia de fase**

Esta se puede aplicar entre receptores o satélites. Se tienen dos receptores  $R_A$  y  $R_B$ , para los cuales en un tiempo  $t$ , reciben una señal de un satélite  $j$ , como se muestra en la Figura 12.

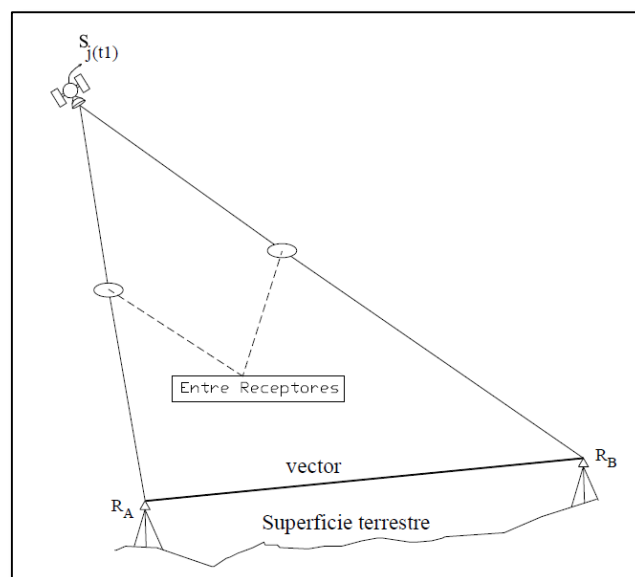


Figura 12. Simple diferencia de fase

Fuente: (Huerta, et al., 2005)



Se aplica la ecuación correspondiente para el punto A y el punto B que parte de la ecuación de observación analizada 2.31,

$$\Phi_{A,j}(t) - f_i \delta_j = \frac{1}{\lambda} \rho_{A,j}(t) - N_{A,j} - f_i \delta_A(t) + f_i \Delta A_{A,j}(t) \quad (2.32)$$

$$\Phi_{B,j}(t) - f_i \delta_j = \frac{1}{\lambda} \rho_{B,j}(t) - N_{B,j} - f_i \delta_B(t) + f_i \Delta A_{B,j}(t) \quad (2.33)$$

Donde:

$\delta_j$ : error en el satélite

$\delta_A$ : error en el receptor

Si se realiza la diferencia entre ambas ecuaciones se tiene:

$$\begin{aligned} [\Phi_{B,j}(t) - \Phi_{A,j}(t)] - [f_i \delta_j - f_i \delta_j] &= \frac{1}{\lambda} [\rho_{B,j}(t) - \rho_{A,j}(t)] - [N_{B,j} - N_{A,j}] - \\ & f_i [\delta_B(t) - \delta_A(t)] + f_i [\Delta A_{B,j}(t) - \Delta A_{A,j}(t)] \end{aligned} \quad (2.34)$$

Cuyo resultado de la operación es la ecuación 2.35:

$$\Phi_{AB,j}(t) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB,j}(t) - N_{AB,j} - f_i \delta_{AB}(t) + f_i \Delta A_{AB,j}(t) \quad (2.35)$$

Donde:

$\Phi_{AB,j}(t)$ : diferencia de fase entre los receptores A y B

$\rho_{AB,j}(t)$ : diferencia de la distancia geométrica entre el receptor A y B

$N_{AB,j}$ : diferencia de ambigüedades de los receptores A y B.

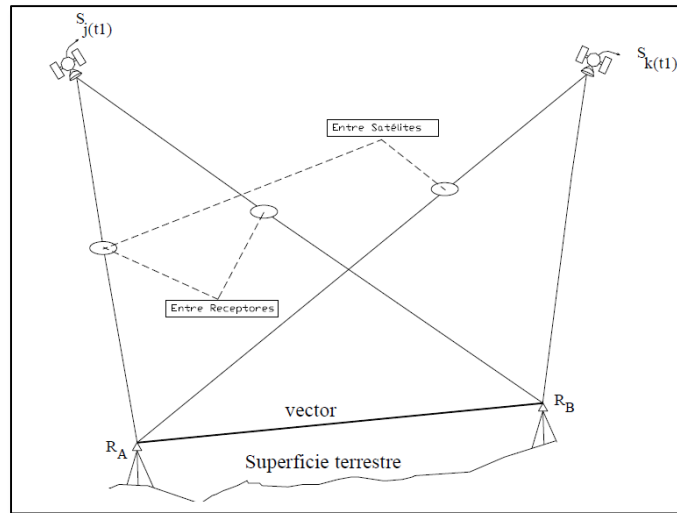
$\delta_{AB}(t)$ : diferencia del error de los relojes de los receptores A y B.

$\Delta A_{AB,j}(t)$ : diferencia de los errores orbitales de los receptores A y B.

Por lo tanto, el error del satélite fue eliminado por diferencia de términos.

- **Doble diferencia de fase**

Se aplica la misma ecuación para simples diferencias de fase para la época  $t$ , que corresponde a los dos receptores mencionados anteriormente, pero ahora con dos satélites  $j$  y  $k$  (ver Figura 13).



*Figura 13.* Doble diferencia de fase

Fuente: (Huerta, et al., 2005)

Ahora tenemos las ecuaciones para dos satélites, la misma que resultado de la diferencia de simple fase en el apartado anterior:

Para el satélite  $j$ , la ecuación 2.36:

$$\Phi_{AB,j}(t) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB,j}(t) - N_{AB,j} - f_i \delta_{AB}(t) + f_i \Delta A_{AB,j}(t) \quad (2.36)$$

Para el satélite  $k$ , la ecuación 2.37:

$$\Phi_{AB,k}(t) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB,k}(t) - N_{AB,k} - f_k \delta_{AB}(t) + f_j \Delta A_{AB,k}(t) \quad (2.37)$$

Por lo tanto, se aplica una diferencia entre estas, de forma que:

$$\begin{aligned} & [\Phi_{AB,j}(t) - \Phi_{AB,k}(t)] = \\ & \frac{1}{\lambda} [\rho_{AB,j}(t) - \rho_{AB,k}(t)] - [N_{AB,j} - N_{AB,k}] - f_i [\delta_{AB}(t) - \delta_{AB}(t)] + f_i [\Delta A_{AB,j}(t) - \\ & \Delta A_{AB,k}(t)] \end{aligned} \quad (2.38)$$

La ecuación 2.39 es resultante de la doble diferencia de fase:

$$\Phi_{AB,jk}(t) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB,jk}(t) - N_{AB,jk} + f_i \Delta A_{AB,jk}(t) \quad (2.39)$$

Donde:

$\Phi_{AB,jk}(t)$ : diferencias de fase entre los satélites j y k.

$\rho_{AB,jk}(t)$ : diferencia de la distancia geométrica entre los satélites j y k.

$N_{AB,jk}$ : diferencia de las ambigüedades entre los satélites j y k.

$\Delta A_{AB,j}(t)$ : diferencia de los errores orbitales de los satélites j y k.

Por lo tanto, se evidencia la eliminación el error producido por los relojes de los receptores.

- **Triple diferencia de fase**

Con el fin de eliminar la ambigüedad, la cual es independiente del tiempo, se propuso realizar una diferencia de las dobles diferencias en dos épocas distintas, es decir  $t_1$  y  $t_2$  (Huerta, et al., 2005). La representación gráfica es la Figura 14:

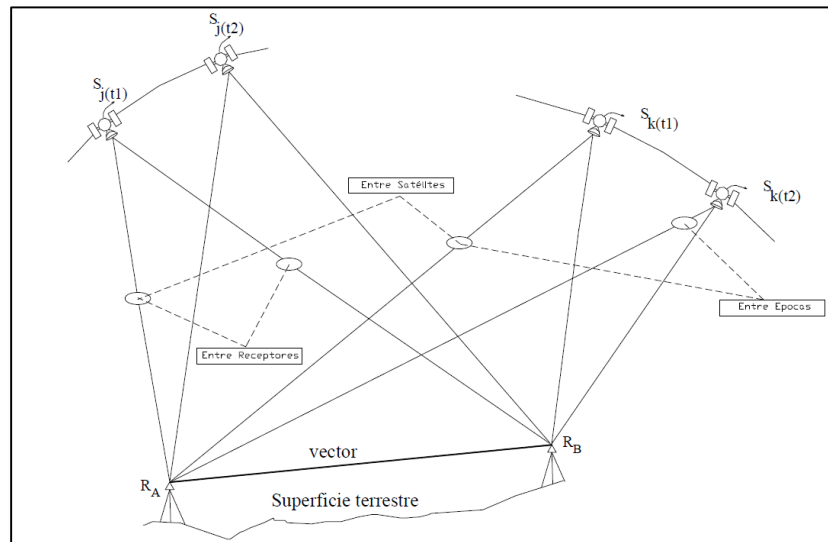


Figura 14. Triple diferencia de fase

Fuente: (Huerta, et al., 2005)

Con lo antes mencionado, se emplea entonces la ecuación resultante de la diferencia de la doble fase, definiéndola en las épocas  $t_1$  y  $t_2$ .

Para  $t_1$ , la ecuación 2.40:

$$\Phi_{AB,jk}(t_1) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB,jk}(t_1) - N_{AB,jk} + f_i \Delta A_{AB,jk}(t_1) \quad (2.40)$$

Para  $t_2$ , la ecuación 2.41:

$$\Phi_{AB,jk}(t_2) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB,jk}(t_2) - N_{AB,jk} + f_i \Delta A_{AB,jk}(t_2) \quad (2.41)$$

Aplicando la diferencia para estas dos ecuaciones se obtiene:

$$\begin{aligned} [\Phi_{AB,jk}(t_2) - \Phi_{AB,jk}(t_1)] &= \frac{1}{\lambda} [\rho_{AB,jk}(t_2) - \rho_{AB,jk}(t_1)] - [N_{AB,jk} - N_{AB,jk}] + \\ & f_i [\Delta A_{AB,jk}(t_2) - \Delta A_{AB,jk}(t_1)] \end{aligned} \quad (2.42)$$

Por lo tanto, la ecuación 2.43 resulta de la operación:

$$\Phi_{AB,jk}(t_1 t_2) = \frac{1}{\lambda} \rho_{AB,jk}(t_1 t_2) + f_i \Delta A_{AB,k}(t_1 t_2) \quad (2.43)$$

Donde:

$\Phi_{AB,jk}(t_1 t_2)$ : diferencia de fase entre las épocas  $t_1$  y  $t_2$ .

$\rho_{AB,jk}(t_1 t_2)$ : diferencia de la distancia geométrica de las épocas  $t_1$  y  $t_2$ .

$\Delta A_{AB,k}(t_1 t_2)$ : diferencia de los errores orbitales de las épocas  $t_1$  y  $t_2$ .

Por lo que las ambigüedades fueron eliminadas al realizar esta operación.

## 2.6 Determinación de alturas

Como se revisó en el apartado 2.3, se puede tener diferentes alturas dependiendo de la superficie de referencia a la cual se rija. Sin embargo, para su determinación existen varios métodos que parte fundamentalmente del concepto de nivelación.

Se conoce como nivelación al proceso de medición de alturas de puntos sobre la superficie de la Tierra, el cual está ligado a las condiciones del campo de gravedad. (Casanova, 2002) Dentro de la nivelación es indispensable conocer algunos términos como es la cota absoluta y el desnivel (ver Figura 15).

- La cota absoluta de un punto corresponde a la distancia vertical entre la superficie equipotencial que pasa por este y la superficie de referencia en la cual se esté trabajando.
- El desnivel entre dos puntos es la distancia en vertical entre las superficies equipotenciales en la que están los dos puntos, también se define como la diferencia de cotas de dichos puntos.

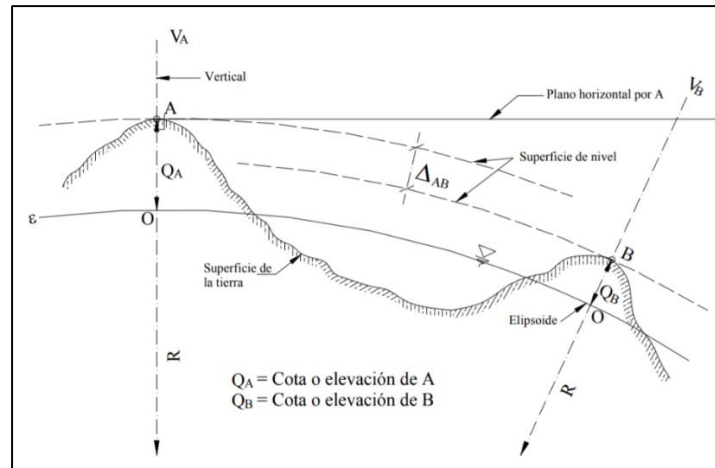


Figura 15. Cota y desnivel entre dos puntos

Fuente: (Casanova, 2002)

Entre los métodos para nivelar están:

- Nivelación geométrica
- Nivelación trigonométrica
- Nivelación GPS

A continuación, se explicará cómo se funciona cada uno de estos tipos de nivelación.

### 2.6.1 Nivelación geométrica

La nivelación geométrica también conocida como diferencial permite determinar el desnivel existente entre dos puntos empleando un nivel y una mira. Específicamente, se mide la diferencia de nivel entre dos puntos mediante la línea visual horizontal que sale del nivel hacia la mira que se encuentra en cada uno de los puntos, para lo cual este nivel se soporta sobre un trípode, el cual ayudará a que se encuentre perpendicular a la línea de la plomada (NOAA, 2001). Gráficamente se lo puede representar con la Figura 16.

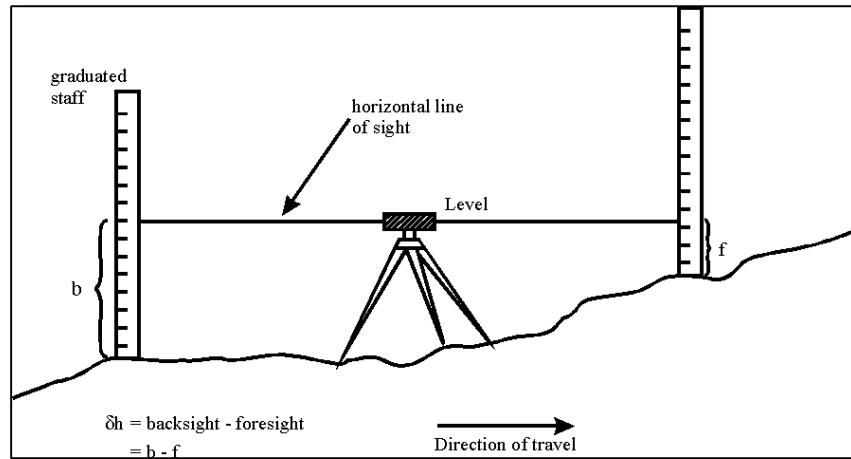


Figura 16. Estructura de la nivelación geométrica

Fuente: (NOAA, 2001)

Como se puede observar en la figura anterior, el nivel realiza una lectura hacia adelante y atrás, por lo que las diferencias entre ambas lecturas corresponden a la diferencia de altura entre los dos puntos.

Esta nivelación puede ser simple si los puntos a nivelar se pueden estimar con una sola estación, por lo contrario, es compuesta si debido al alcance visual no es posible trabajar con una sola estación. También existe la denominada nivelación cerrada, es decir que se vuelve al punto de partida por lo que la cota del punto inicial debe ser la misma del punto final (Casanova, 2002).

Cabe recalcar que con esta nivelación se puede lograr un alto grado de exactitud ya que, al ser visuales horizontales, los errores tienen una mínima influencia sobre las lecturas. Generalmente se considera en una nivelación técnica una precisión de  $\pm 10$  a  $\pm 40$  mm por Km, y para nivelaciones de precisión o primer orden, el Instituto Geográfico Militar del Ecuador ha determinado una precisión de (IGM, 2006):

Primer orden:  $4 \text{ mm } \sqrt{K}$ , donde K corresponde a la distancia en kilómetros

Segundo orden:  $8.4 \text{ mm } \sqrt{K}$

$9 \text{ mm } \sqrt{K}$  (planos de ciudades)

La nivelación de precisión, conocidas también como geodésicas es empleada para trabajos relacionados con deformaciones en la corteza terrestre, redes geodésicas, entre otras.

Esta nivelación presenta algunos errores como son el error de colimación, error debido a la curvatura terrestre y error debido a la refracción.

- **Error de colimación:** este ocurre cuando el eje de colimación no se encuentra verdaderamente horizontal mientras el equipo se encuentra nivelado (ver Figura 17).

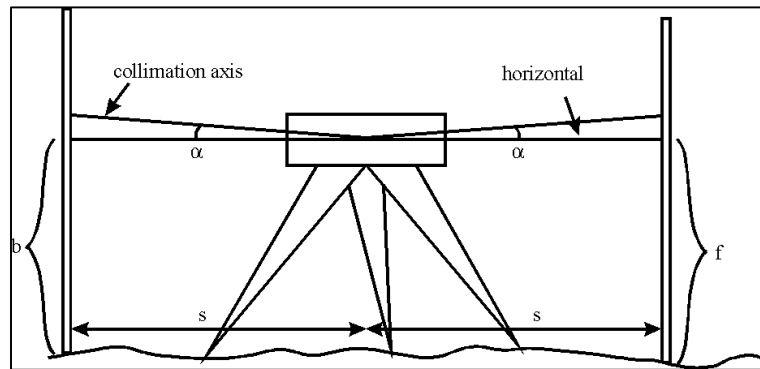


Figura 17. Error de colimación

Fuente: (NOAA, 2001)

- **Curvatura terrestre:** este error se da debido a la forma de la Tierra, y es proporcional al cuadrado de la distancia de observación. Si se considera que la superficie equipotencial de la Tierra está curvada de manera uniforme, este error puede ser reducido si se toma las mismas distancias de lectura, como se muestra en la Figura 18, los errores  $C_B$  y  $C_F$ , se cancelarían (NOAA, 2001).

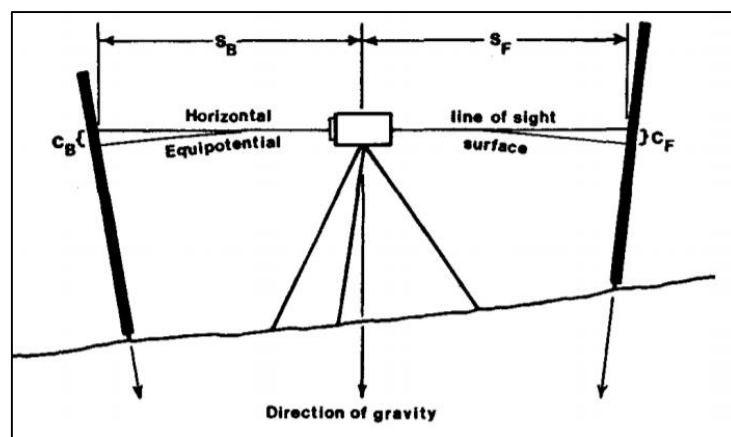
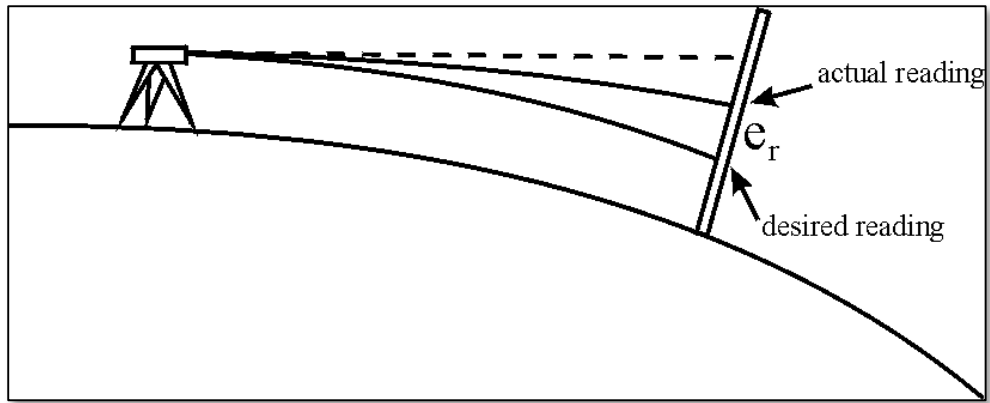


Figura 18. Error por curvatura terrestre

Fuente: (NOAA, 2001)

- **Refracción:** debido a la variable densidad de la atmósfera, se produce una curvatura del rayo desde el bastón al nivel. Este error se describe en la Figura 19.



*Figura 19.* Error por refracción

Fuente: (NOAA, 2001)

### 2.6.2 Nivelación trigonométrica

Se conoce de esta manera ya que se emplea la distancia de la pendiente y el ángulo cenital para determinar el desnivel entre dos puntos, de forma que matemáticamente se obtiene la elevación de un punto utilizando fórmulas trigonométricas. Puesto que no se emplea solo la línea de visión horizontal, el proceso es más flexible y se puede recopilar los datos de elevación rápidamente.

Es posible, con esta nivelación alcanzar buenas precisiones similares a la nivelación geométrica, siempre y cuando se realicen los procedimientos adecuados. Esta nivelación es más ventajosa aplicarla en superficies accidentadas, como terrenos montañosos o boscosos donde emplear el nivel sería muy dificultoso (Casanova, 2002).

De manera general, los ángulos verticales se miden con el teodolito y las distancias inclinadas con la mira. Una vez medido estas dos incógnitas, se considera que se forma un triángulo rectángulo. El esquema de la nivelación trigonométrica se tendría como la Figura 20 indica:



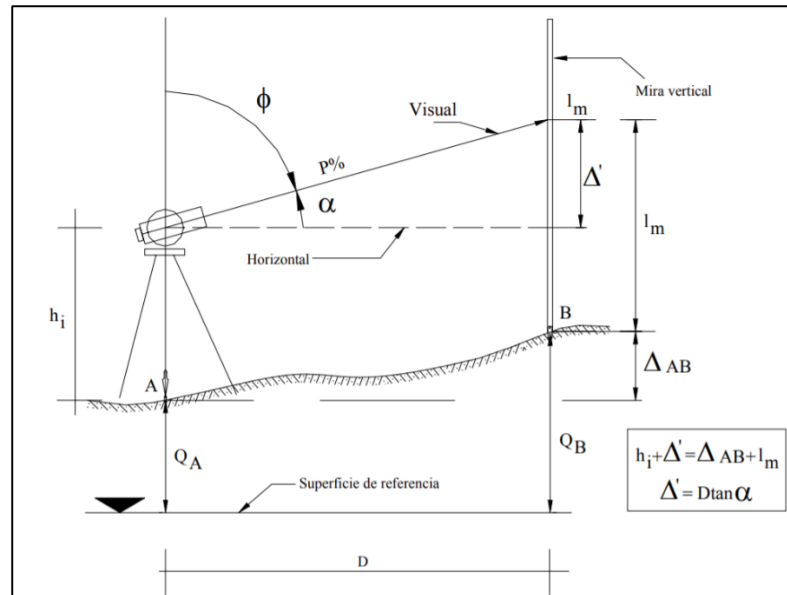


Figura 20. Nivelación Trigonométrica

Fuente: (Casanova, 2002)

El desnivel de AB se lo puede determinar mediante las ecuaciones (2.44), (2.45) y (2.46):

$$\Delta AB = D \tan \alpha + h_i - l_m \quad (2.44)$$

$$\Delta AB = D \cotg \Phi + h_i - l_m \quad (2.45)$$

$$\Delta AB = \frac{P \cdot D}{100} + h_i - l_m \quad (2.46)$$

Donde:

$\Delta AB$ : desnivel entre el punto A y B

$D$ : distancia horizontal

$\alpha$ : ángulo vertical de elevación

$\Phi$ : ángulo cenital

$P$ : inclinación de la visual en %

$h_i$ : altura del instrumento

$l_m$ : altura del punto de lectura en mira

### 2.6.3 Nivelación GPS

Gracias a la geodesia satelital, que permite la determinación de coordenadas precisas sobre la superficie terrestre, es posible determinar alturas niveladas aproximadas, es decir referidas al nivel medio del mar, con el apoyo de las redes de nivelación establecidas en cada país. Entre la serie de ventajas que presenta este método esta la reducción de tiempo en trabajos de campo, lo que conlleva también a una reducción de costos de operación.

Este proceso se lleva a cabo mediante posicionamiento GNSS, específicamente mediante el posicionamiento estático y el uso de datos de ondulación geoidal (Kenyeres, 2016). Para llevar a cabo esta nivelación hay que considerar que se debe tener un punto con altura nivelada conocida. Esta nivelación es óptima para trabajos en los que no se requiere una alta precisión, basta con tener al orden del centímetro, además cuando no es muy conveniente, debido a las condiciones del terreno, el uso de los equipos requeridos para aplicar nivelación geométrica o trigonométrica. Asimismo, este método tiene limitaciones relacionados con la funcionalidad de los equipos GNSS, es decir las condiciones de observación satelital, obstrucción de señal por estructuras, etc.

La nivelación GPS se basa matemáticamente considerando dos puntos, P y Q, en donde el punto Q será el cual tenga la altura nivelada, se puede determinar a la altura sobre el nivel del mar del punto P mediante las ecuaciones (2.47) y (2.48):

$$H_P^n = h_P - \eta_P \quad (2.47)$$

$$H_Q^n = h_Q - \eta_Q \quad (2.48)$$

Donde:

$H_Q^n$ : altura nivelada del punto Q

$\eta_Q$ : ondulación geoidal del punto Q

$h_Q$ : altura elipsoidal del punto Q

$H_P^n$ : altura nivelada del punto P

$\eta_P$ : ondulación geoidal del punto P

$h_P$ : altura elipsoidal del punto P

Restando estas dos ecuaciones se tiene la ecuación 2.49,

$$H_P^n - H_Q^n = h_P - h_Q - \eta_P + \eta_Q \quad (2.49)$$

Despejando la altura nivelada del punto P, se tiene la ecuación 2.50,

$$H_P^n = H_Q^n + (h_P - h_Q) - (\eta_P - \eta_Q) \quad (2.50)$$

Debido a que la RCBV del Ecuador asume que el nivel medio del mar coincide en un punto con el geode, es decir en el datum vertical, se asumirá que  $H^n \cong H$ . La Figura 21 muestra la interpretación de este desarrollo matemático.

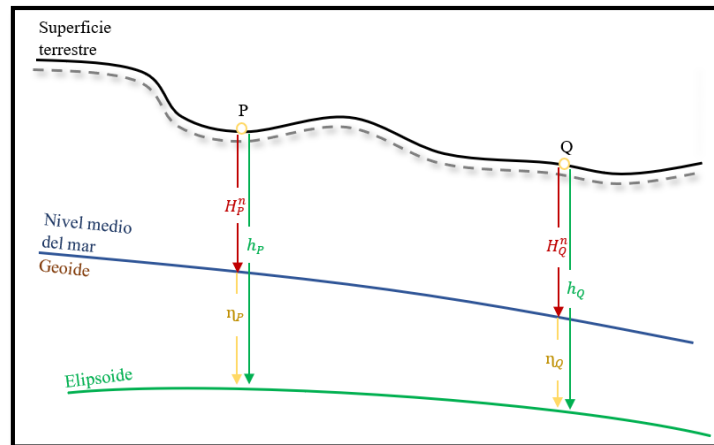


Figura 21. Nivelación GPS

Fuente: (Sánchez, 2002)

El reciente estudio de (Enríquez & Cárdenas, 2019), evidenció la aplicabilidad de este método en el Ecuador, en función del gradiente de la ondulación geoidal obtenida del modelo EGM08, determinando los errores típicos por distancia (ver Figura 22):

Zona de variación	Errores			Distancias (km)
	5 (cm)	10 (cm)	15 (cm)	
1	10.4	13.7	14.6	
2	7.8	11.2	13.8	
3	6.9	10.1	12.0	
4	5.1	7.3	10.1	
5	3.8	6.8	8.9	

Figura 22. Errores en Nivelación GPS para el Ecuador

Fuente: (Enríquez & Cárdenas, 2019)

En la Figura 23, se muestra las zonas de variación de ondulación geoidal (gradiente) obtenida del modelo EGM08 en el Ecuador continental.

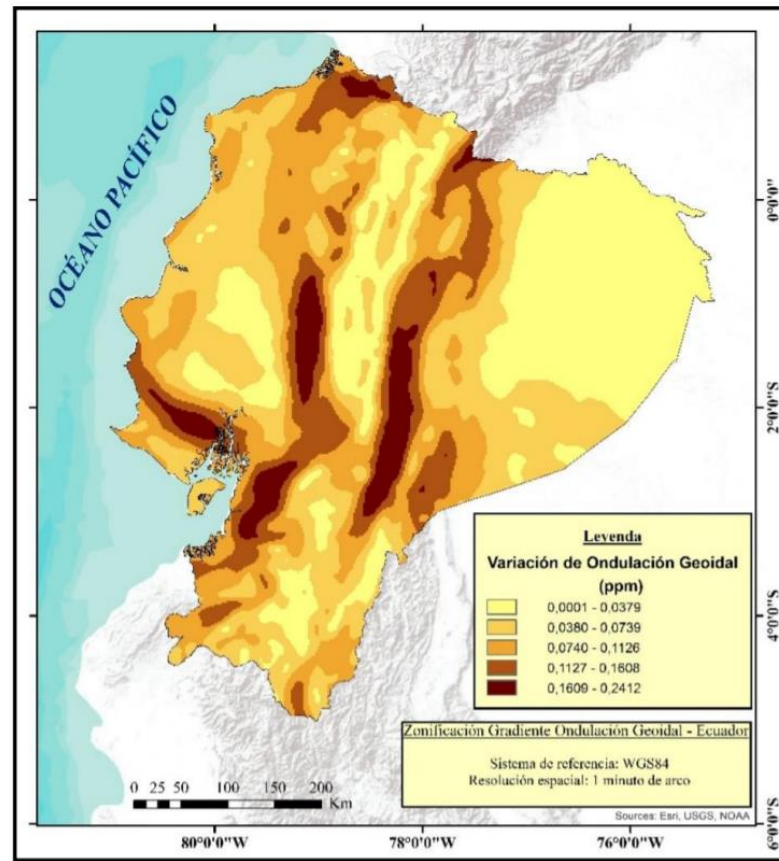


Figura 23. Gradiente de ondulación geoidal (EGM08) para Ecuador continental

Fuente: (Enríquez & Cárdenas, 2019)

## 2.7 Sistemas de Referencia

De manera general, se puede definir a un sistema de referencia como un conjunto de condiciones, constantes, convenciones, modelos y parámetros ideales que se rigen a una ley matemática con el fin de localizar y vincular los puntos sobre la superficie terrestre. La materialización de un sistema de referencia se conoce como marco de referencia, el cual estará referido al mismo (Cañizares, 2015).

### 2.7.1 Sistemas de Referencia Geocéntrico

Un sistema de referencia geocéntrico, como bien su nombre lo indica, tiene origen en el centro de la Tierra, y esto ha sido posible gracias a la geodesia satelital.

A nivel mundial, el sistema de referencia geocéntrico empleado principalmente es el International Terrestrial Reference System (ITRS) y WGS84, los cuales fueron construidos bajo especificaciones necesarias con el fin de definir un origen, escala, orientación y evolución de tiempo (Zurita, 2010).

#### **2.7.1.1 Sistemas Terrestre Internacional de Referencia (ITRS)**

Este sistema corresponde al Servicio Internacional de Rotación Terrestre y Sistemas de Referencia (IERS por sus siglas en inglés), el mismo que fue creado para determinar la rotación de la Tierra. Es de carácter geocéntrico, y la atmosfera y los océanos se constituye dentro del centro de masas terrestre. El eje X de se encuentra muy cercano al meridiano de Greenwich, y lo mismo sucede para el eje Z y el eje de rotación de la Tierra. Es importante recalcar que este sistema incluye un cuarto parámetro que es el tiempo (Dalda, et al., 2008).

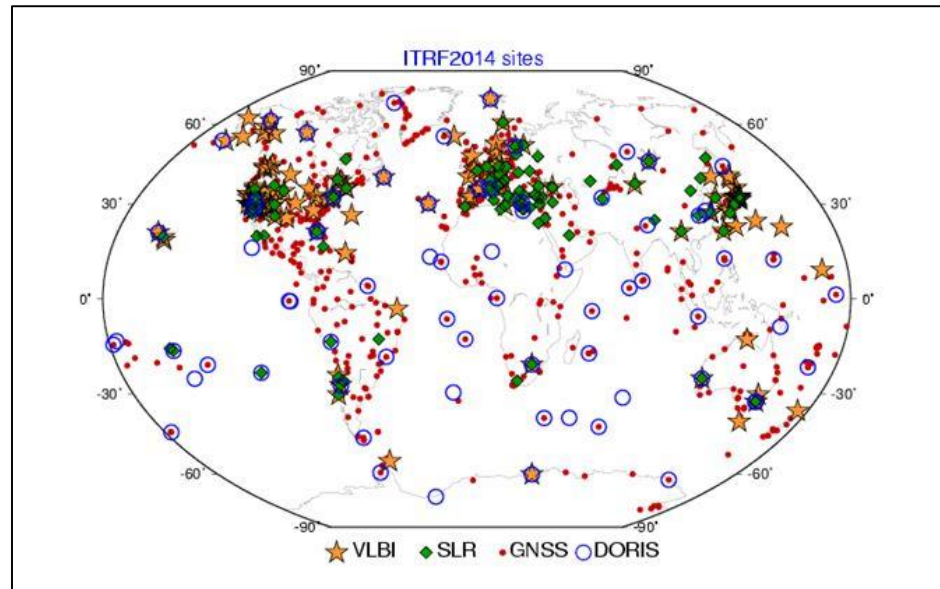
#### **2.7.1.2 Marco Terrestre Internacional de Referencia (ITRF)**

Es la realización física del ITRS, el cual posee alrededor de 900 estaciones, aproximadamente, distribuidas alrededor del mundo (ver Figura 24), las cuales cuentan con coordenadas definidas para una época específica y sus variaciones temporales. Los datos se generan a partir de las soluciones de técnicas geodésicas espaciales como con VLBI, SLR, LLR, GPS, DORIS.

Aproximadamente, cada año se calcula una solución para el ITRF la cual se establece como  $ITRF_{yy}$ . Esta nomenclatura (yy) corresponde al año más reciente de las observaciones que tiene el marco. También el ITRF determina las orbitas precisas de los satélites GPS (Zurita, 2010).

Se requieren determinar 4 parámetros para tener un Datum de un ITRF:

- Orientación
- Origen
- Escala
- Variaciones temporales



*Figura 24.* Estaciones ITRF

Fuente: (ITRF, 2014)

### 2.7.1.3 World Geodetic System 1984 (WGS84)

Fue creado con el fin de determinar las coordenadas de las orbitas de los satélites Doppler, para después ser adaptado a las orbitas de los satélites de la constelación NAVSTAR, por lo que en sus inicios GPS brindaba coordenadas en WGS84. Es importante recalcar que este sistema nunca se materializó, como fue en el caso de ITRS, ya que sus puntos de apoyo se refieren al segmento de control GPS (Dalda, et al., 2008). Con el desarrollo del marco de referencia del ITRS, se han unido esfuerzos con el fin de alinear WGS84 al ITRF, para lo que actualmente se puede asumir de manera general que son similares.

### 2.7.1.4 Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas (SIRGAS)

La concepción de este sistema es muy similar a la del ITRS, y su materialización es parte de una densificación regional del ITRF en América Latina. SIRGAS también emplea sus esfuerzos en la definición y realización de un sistema vertical de referencia, el cual se basa en alturas elipsoidales como componente geométrica y la física, números geopotenciales los cuales están en función de un valor de  $W_0$  global convencional (SIRGAS, 2019).

SIRGAS entrega coordenadas asociadas a una época específica además su variación con el tiempo que está referido a las velocidades de las estaciones SIRGAS o a un modelo continuo

de velocidades para todo el continente. La densificación de este sistema se da a través de las redes nacionales que integran SIRGAS, y a su vez estas son los marcos de referencia de cada país.

Tiene tres grupos de trabajo, el primero que se encarga de la realización y mantenimiento del sistema de referencia geocéntrico se denomina SIRGAS-GTI: Sistema de Referencia. El segundo es conocido como SIRGAS-GTII: SIRGAS a Nivel Nacional el cual se encarga de las actividades asociadas a la densificación y aprovechamiento de SIRGAS a nivel nacional. Por último, el tercer grupo SIRGAS-GTIII: Datum vertical trabaja constantemente en la definición y realización del nuevo sistema vertical de referencia para SIRGAS, el cual debe tener cuatro aspectos fundamentales; debe estar referido a un  $W_0$  global, tener alturas físicas (con correcciones gravimétricas), conectado al sistema de referencia geométrico SIRGAS y finalmente, estar en una época específica de referencia (SIRGAS, 2019).

### **2.7.2 Sistemas de Referencia para el Ecuador**

Para el año de 1992, Ecuador adoptó el sistema PSAD56 como el sistema de referencia oficial del país, al cual debían ser referidos todos los trabajos cartográficos (Zurita, 2010). A medida que se evidenció un continuo cambio a nivel internacional en cuestión de los sistemas de referencias, el Instituto Geográfico Militar vio la necesidad de modernizar sus conceptos por lo cual, se alineó institucionalmente a SIRGAS para implementar este sistema de referencia en el país, llamándolo Sistema de Referencia Nacional “SIRGAS-ECUADOR”, el cual satisface las necesidades actuales de los usuarios, además de tener información compatible a nivel del continente americano.

La materialización de este sistema se denomina REGME (Red GNSS de Monitoreo Continuo del Ecuador), y es apoyada también por una red pasiva conocida como RENAGE (Red Nacional GPS del Ecuador). En este cambio, el IGM se planteó objetivos que ayudarían a fortalecer este sistema, entre los cuales se enmarcan el ajuste de la Red de Control Básico Vertical, ajuste de la Red Gravimétrica Fundamental, cálculo de números geopotenciales con datos de gravedad y desniveles y generación de un modelo geoidal para el país, además del establecimiento de una Red Básica de Gravedad del Ecuador y la densificación de 3500 puntos sobre el control básico vertical (Zurita, 2010).

### 2.7.2.1 Red de Control Horizontal

Corresponde a los puntos establecidos con placas o hitos a lo largo de un territorio, los cuales están definidas sus coordenadas bajo el sistema de referencia vigente en el país (SIRGAS-ECUADOR); y, actualmente, esta red estaría compuesta por los puntos materializados por la RENAGE y REGME.

### 2.7.2.2 Red de Control Básico Vertical

Esta red se encuentra, en su mayoría, sobre los principales ejes viales del país, los cuales son puntos que poseen una cota fija referenciados al datum vertical del Ecuador. Se determinaron mediante nivelación geométrica con observaciones directas a partir del punto BM3 tomado como base del Datum vertical ubicado en el mareógrafo de la Libertad. En la actualidad, se sigue actualizando las líneas de nivelación para mantener cotas fiables de los puntos (Coyago, 2010). En la Figura 25, se muestra la RCBV del Ecuador.



Figura 25. Red de Control Básico del Ecuador

Fuente: (Enríquez & Cárdenas, 2019)



## **2.8 Recopilación histórica de las mediciones realizadas a las montañas del Ecuador**

Ecuador es uno de los países por los cuales atraviesa la cordillera de los Andes, la cual se extiende a lo largo de la costa del Pacífico en América del Sur. Se caracteriza por ser la más larga del planeta y poseer una actividad sísmica y volcánica intensa.

Esta cordillera en el país presenta una extensión de 800 Km de longitud y 100 a 200 Km de ancho aproximadamente y se divide en dos, la cordillera occidental y la oriental o real. A lo largo de la historia, el Ecuador ha sido objeto de muchos estudios debido a su situación geográfica, la composición ecosistémica y su geología.

### **2.8.1 Primera Misión Geodésica Francesa**

Una de las principales expediciones científicas que han llegado al país, fueron las Misiones Geodésicas Francesas, desde su primera llegada en el tiempo de la colonia, entre los años de 1735 a 1744, cuyo objetivo fue verificar la forma real de la Tierra, en donde ya existían precedentes de que se trataba de un esferoide, con un achatamiento en los polos debido a medidas de arco de meridiano y experimentos de gravedad efectuados en Europa. Esto causó que los círculos científicos europeos de los primeros años del siglo XVIII se interesaran en tener una evidencia más precisa sobre aquellas hipótesis. Es así como la Academia de Paris, mediante órdenes del rey, concluye enviar dos expediciones, una al virreinato de Perú sobre la zona ecuatorial y otra a Laponia. La geodesia y los estudios en terreno, en esa época, se los realizaba mediante el método de triangulación, empleando tablas planas, para lo que se requería numerosas líneas de visión desde los picos de los cerros y montañas a los lugares que se deseaba llegar. Por lo tanto, debido a la geografía que presenta el país, los trabajos de esta primera misión tardaron hasta 1743.

Esta Primera Misión Geodésica Francesa estuvo encabezada por el geógrafo Charles-Marie La Condamine, el matemático Luis Godin y el matemático y astrónomo Pierre Bourger, además de Juan José y Antonio de Ulloa (españoles). En Ecuador recibieron la ayuda del riobambeño Pedro Vicente Maldonado, quien era un reconocido estudioso de aquella época. La llegada de esta misión a la Real Audiencia fue motivo de conmoción y festejo, aunque ni los más ilustrados ciudadanos quiteños lograban entender cuál sería el fin de su expedición. Sin duda, la primera aproximación a las montañas con fines científicos fue por parte de esta misión, ya que a su llegada pudieron admirar los colosales volcanes y montañas cubiertos por

un blanco manto que atraviesan el país, por lo que tuvieron que idear la mejor forma de realizar su trabajo en un terreno tan agreste. Yaruquí fue el lugar elegido para definir una línea base de la que partirían todo su trabajo y sobre el cual se afirmarían los demás triángulos. Para ello levantaron un mapa del terreno sobre el cual trazaron sus triángulos y lo iniciaron en las cercanías de Quito. Una vez definida la línea base, que les llevo alrededor de un año levantar, iniciaron la construcción de los triángulos en cada extremo de esta línea, al norte hacia Ibarra y en dirección sur, a Cuenca (ver Figura 26). Definieron que los triángulos abarcarían más de tres grados de latitud con una distancia de 320 kilómetros (Condamine, 1751).

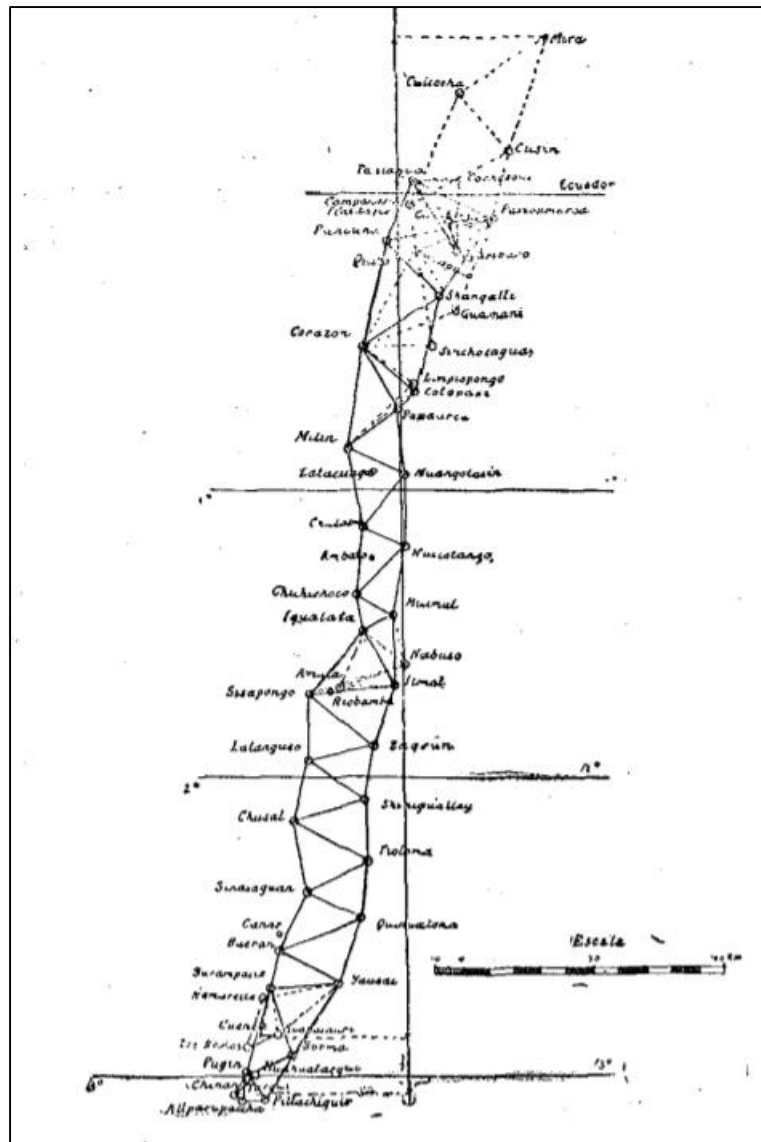
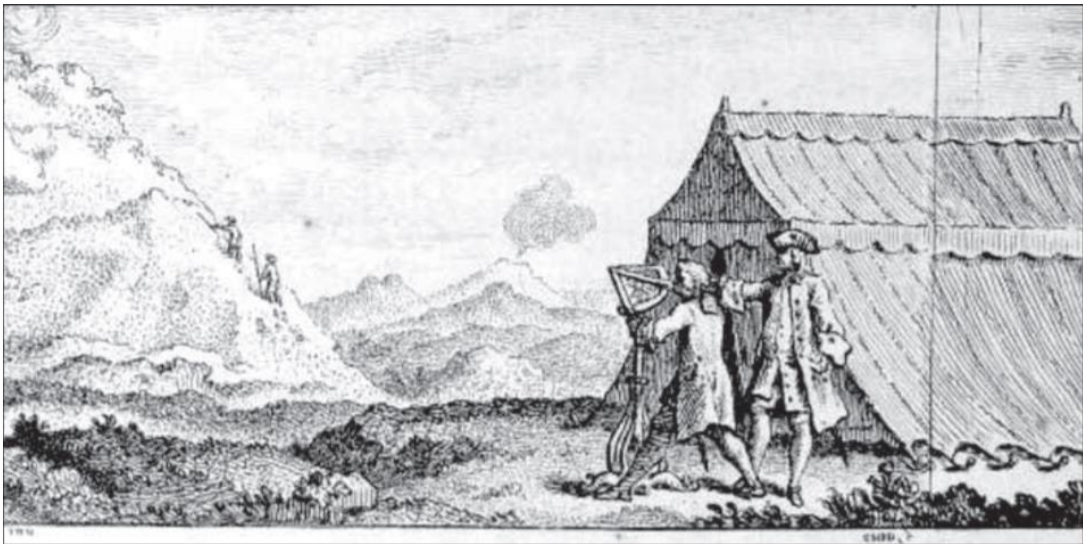


Figura 26. Boceto de triángulos

Fuente: (Condamine, 1751)

Luego de esta fase, el equipo de trabajo tuvo que adentrarse a los páramos y convertirse en andinistas. La finalidad era intercambiar señales desde los respectivos picos a una distancia de 24 kilómetros, y basándose en las observaciones paralelas, definirían los triángulos de la serie. Acompañados de teodolitos, barómetros, telescopios, péndulos, cuartos de círculo y cadenas, comenzaron su trabajo que tardó unos cuantos años en concluir. En la Figura 27 se muestra una ilustración que forma parte del libro escrito por La Condamine en su estadía en Ecuador, en la que emplean un cuarto de círculo para la medición de ángulos.



*Figura 27.* Empleo del cuarto de círculo para la medición de ángulos

Fuente: (Condamine, 1751)

Entre las montañas que visitaron con la finalidad de lograr su trabajo, están el volcán Pambamarca, el volcán Pichincha en el cual permanecieron 23 días en la cima. Las llanuras de Changalli, las faldas del Cotopaxi, Corazón, Quilotoa, Cayambe, Chimborazo, Antisana, Sangay, Cotacachi, principalmente. Ellos fueron los primeros en determinar la altura del Chimborazo, mediante técnicas trigonométricas, y su valor es de 6275.78 metros sobre el nivel del mar, valor que se encuentra en la lápida de La Condamine que se guarda en el colegio de los jesuitas de Quito (Martinez, 1994). Así mismo, lograron determinar la altura del Cotopaxi (5753 m.), Cayambe (5902 m.), Antisana (5878 m.), Sangay (5219 m.), Iliniza (5295 m.), Tungurahua (5122 m.), Cotacachi (5003 m.), Corazón (4814 m.), Guagua Pichincha (4737 m.), todas bajo la misma técnica de medición (Reiss, 1873).

D. Antonio de Ulloa y D. Jorge Juan, ambos oficiales españoles que fueron enviados por España para acompañar a los expedicionarios de la Primera Misión Geodésica Francesa,

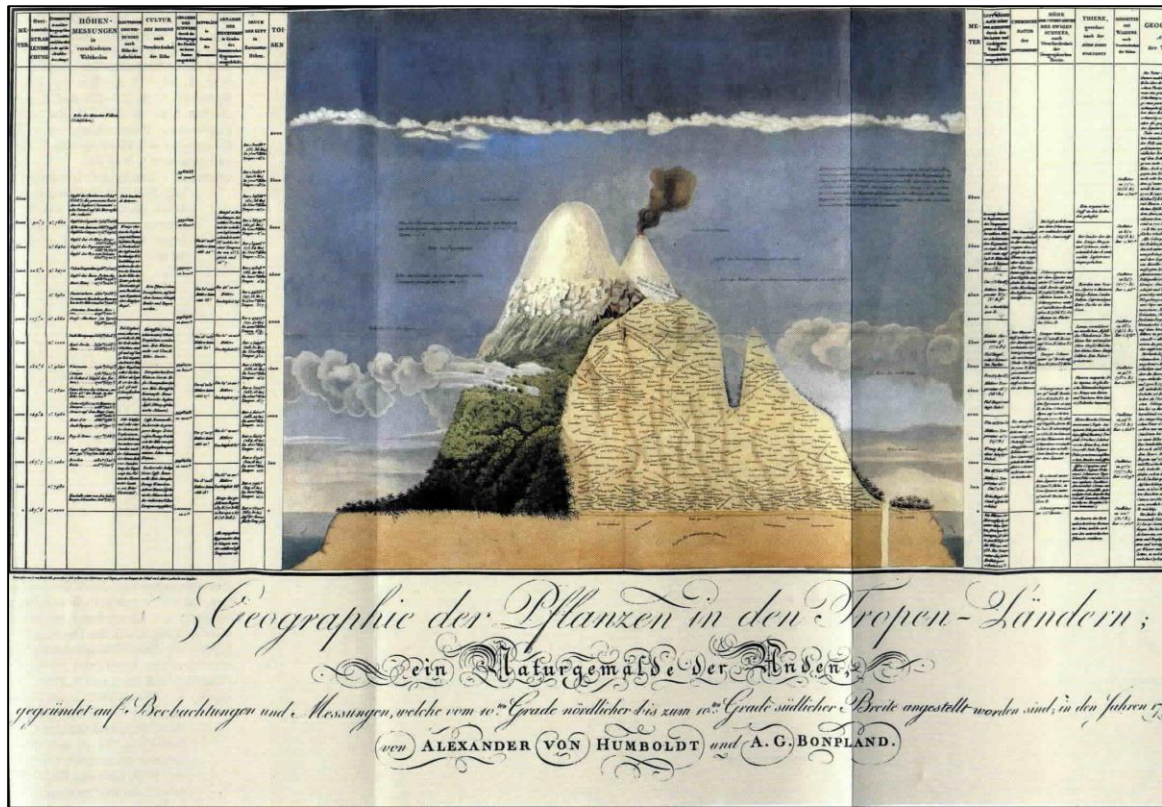
describen, en su obra denominada “Observaciones astronómicas y Phisicas hechas de orden a S. Mag. En los Reynos de Peru” publicada en 1748, que la altura del Chimborazo es de 21 615 pies, equivalente a 6588.25 m, empleando los mismos datos que los científicos franceses pero debido a los diferentes métodos de cálculo aplicados, determinaron otro valor (Martinez, 1994).

Esta primera expedición científica trajo consigo una nueva concepción a la tierra sobre la cual reposaba la línea equinoccial, ahora Ecuador, y que en aquella época pertenecía al Virreinato de Perú. Por lo que, empezó a partir de esto, un sentimiento de reconocimiento nacional por ser parte de esta zona llamada ecuador. Además, esta misión fue el preámbulo de muchas otras expediciones científicas al nuevo mundo, como llamaban a América en ese entonces. Principalmente a Ecuador llegaron expedicionarios con la finalidad de estudiar su geografía, botánica y biología.

### **2.8.2 Alexander Von Humboldt**

Luego de la Primera Misión Geodésica Francesa, llegó a Ecuador el científico naturalista Alexander Von Humboldt en el año de 1802 acompañado del botánico Aimé Bonpland, con la intención de entender las fuerzas de la naturaleza que interactúan entre sí y la relación de la geografía con la flora y fauna. Su encanto por el callejón interandino que pudo apreciar a su llegada, lo llevo a ascender varios volcanes y montañas del Ecuador, en donde en cada una de sus expediciones recolectaba muestras de flora y establecía relaciones con las alturas que tomaba gracias a su barómetro de mercurio que lo acompañaba casi siempre. En la redacción de uno de sus diarios de viaje, describe lo siguiente: “Entrando en la provincia de Quito, me propuse visitar los grandes nevados, uno tras otro, hacer las observaciones mineralógicas, recoger muestras de plantas alpinas, del aire atmosférico de gran altura, registrar la inclinación magnética [...]. Comencé por el Antisana, luego el Cayambé y el Chimborazo, la montaña más alta del mundo”. Una vez instalado en Quito, preparó ascensos al volcán Pichincha y Antisana (Humboldt, 1805). Se aproximó a los glaciares del Cayambe y Cotopaxi, ascendió las faldas del Tungurahua y finalmente realizó dos intentos de alcanzar la cumbre del Chimborazo. En todas estas expediciones formuló relaciones entre la altitud y presencia de flora y fauna del lugar. Las alturas que pudo determinar fueron en base a una combinación de observaciones barométricas y trigonométricas. Los resultados de las alturas que publicó fueron la del Chimborazo (6530 m), Antisana (5833 m), Altar (5321 m), Iliniza (5315 m), Carihuairazo

(4775 m), Tungurahua (5026 m) y Guagua Pichincha (4853 m.). Uno de los más célebres productos de sus expediciones es su ilustración denominada ‘Naturgemälde’, en donde describe la vegetación encontrada en función de la altura del volcán Chimborazo. En la Figura 28 se aprecia esta obra.



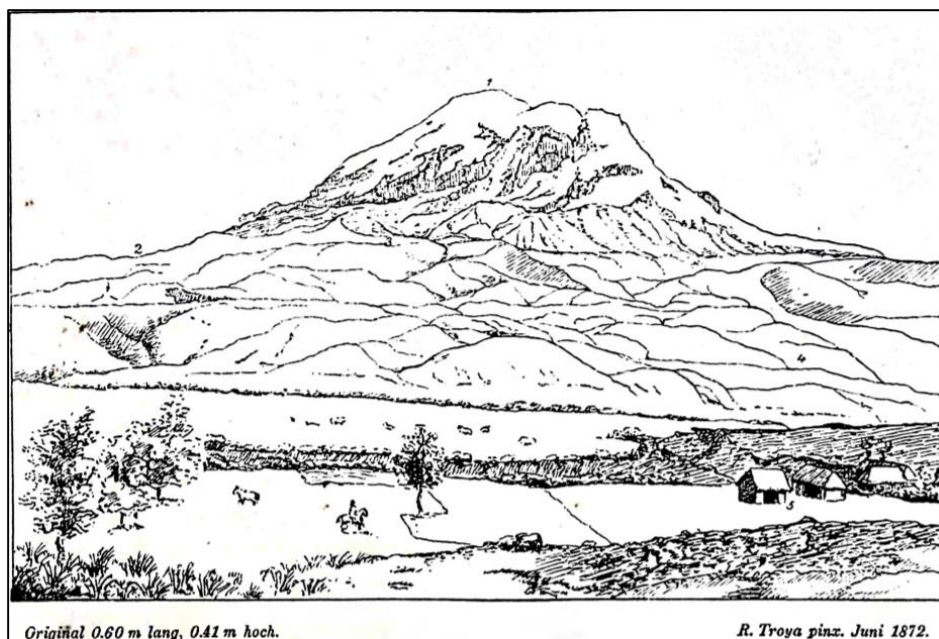
los volcanes y montañas del Ecuador. Llegaron al Ecuador en los años 1870, y su estadía de investigación duró hasta 1874. Uno de sus propósitos era entender la geología de los terrenos ecuatorianos y hacer aproximaciones de sus orígenes. El trabajo fue dividido de manera que W. Reiss se encargó de las mediciones trigonométricas de cada una de las regiones vulcanológicas que visitaron y A. Stübel realizó ilustraciones pictóricas de las montañas volcánicas que iban estudiando a su paso, que lo plasmó en su obra denominada “Las montañas volcánicas del Ecuador. Retratadas y descritas geológica-topográficamente” (Stübel, 1886).

Entre sus obras más significantes como fruto de su estadía y exploraciones en el Ecuador, está el documento llamado “Alturas tomadas en la República del Ecuador, en los años 1871, 1872 y 1873” en el que indican que las alturas presentadas en el mismo son absolutas y están sobre el nivel del mar y que las mediciones se realizaron a través de observaciones barométricas, empleando un barómetro de mercurio y algunas mediante observaciones trigonométricas, las cuales están señaladas en dicho documento. Las alturas determinadas por estos expedicionarios alemanes mediante observaciones trigonométricas son las siguientes (Reiss, 1873):

1. Antisana (5756 m)
2. Altar (5404 m)
3. Cotopaxi (5943 m)
4. Cayambe (5840 m)
5. Chimborazo (6310 m)
6. Sangay (5323 m)
7. Iliniza (5305 m)
8. Carihuairazo (5106 m)
9. Tungurahua (5087 m)
10. Sincholagua (4988 m)
11. Cotacachi (4966 m)
12. Quilindaña (4919 m)
13. Corazón (4816 m)
14. Guagua Pichincha (4787 m)
15. Rumiñahui (4757 m)
16. Rucu Pichincha (4737 m)
17. Imbabura (4582 m)



En los registros se detalla que Reiss fue la primera persona en coronar el volcán Cotopaxi, seguido de Stübel. Como se puede observar, la altura del Chimborazo (6310 m) vigente en la cartografía oficial del Ecuador, data de estos años (ver Figura 29).



*Figura 29. Boceto del Chimborazo, elaborado con ayuda de Troya R.*

Fuente: (Stübel, 1886)

Paralelamente, llegó al Ecuador otro geólogo y geógrafo alemán, Teodoro Wolf, quien escribiría una de las obras más emblemáticas e importantes en la geografía ecuatoriana, denominada “Geografía y Geología del Ecuador publicada por orden del supremo Gobierno de la República.” publicada en 1891. Permaneció más años en el país, realizando viajes con el fin de realizar descripción geográficas y geológicas. Trabajó como profesor en la Escuela Politécnica Nacional desde su llegada. En su libro, plasmó las alturas definidas por Reiss y Stübel, y destaca que en el Ecuador existen 16 cerros nevados, entre volcanes activos y montañas (Wolf, 1892). Realizó ascensiones a varias montañas del país, y su ascenso más destacado fue al volcán Cotopaxi siendo uno de los primeros hombres en alcanzar esta cumbre.

#### **2.8.4 Edward Whymper**

Entre los últimos expedicionarios del siglo XVIII, y uno de los más representantes del montañismo mundial, está el inglés Edward Whymper quien llegó al Ecuador en 1880, a

coronar por primera vez algunas cumbres del país y de quien se puede tener los mejores relatos de los ascensos y sus observaciones en su obra denominada “Viajes a través de los majestuosos Andes del Ecuador”, publicado en 1891 en la ciudad de Londres. E. Whymper decidió venir a Suramérica por algunos motivos, entre ellos los problemas que se le presentaron para viajar a los Himalayas, por lo que prefirió explorar los Andes, que, gracias a las anteriores expediciones, tenían renombre en Europa de ese tiempo. Entre los principales objetivos del viaje, estaba el alcanzar la mayor altura posible y observar los efectos de la baja presión, sobre todo en la cima del Chimborazo, debido a que ya conocía que era la más alta del Ecuador. Estuvo acompañado por su compañero de expediciones, Jean-Antonie Carrel y su primo Louis Carrel. Partieron de Londres y en su llegada al puerto de Guayaquil, el 9 de diciembre de 1879, viajaron hacia Guaranda y durante el trayecto se proveyeron de recursos humanos, necesarios para su travesía, como intérpretes, ayudantes y arrieros. Como guía usaron los mapas realizados por La Condamine y Pedro Vicente Maldonado, y de igual forma los relatos de las expediciones de Humboldt.

Ya en Guaranda emprendieron su travesía hacia la cumbre del Chimborazo. Establecieron tres campamentos con la finalidad de alcanzar el punto más alto. Durante su expedición cuidaron muy sigilosamente el transporte de sus equipos técnicos como los barómetros de mercurio, aneroides y teodolitos. A pesar de haber tenido vasta experiencia en el mundo del alpinismo, Whymper relata haber sufrido las consecuencias del llamado “mal de altura” y durante su trayecto puso en duda las expediciones realizadas por Humboldt y Boussingault, quien fue otro personaje que intentó subir al coloso volcán y registro su altura con un barómetro. Su principal duda fue la celeridad con la que ambos personajes dicen haber alcanzado ciertos puntos, ya que el mientras ascendía, no lograba entender cómo en menos tiempo y menos recursos técnicos de alpinismo lograron llegar a alcanzar las alturas descritas en sus hazañas, y asumió que tal vez tuvieron errores de medición de sus barómetros. En la Figura 30 se muestra una ilustración tomada de su libro, llegando a la cumbre del Chimborazo.

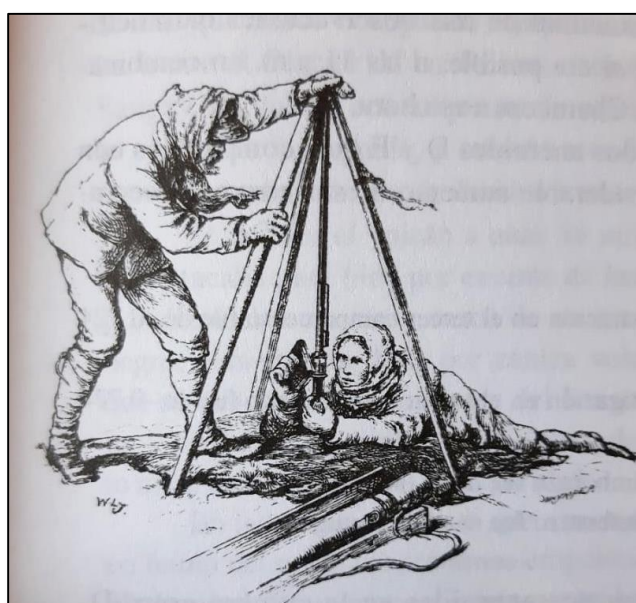




*Figura 30. "Nos encontrábamos a 20 mil pies de altura"*

Fuente: (Whymper, 1993)

Whymper junto a los Carrel, lograron llegar a la cumbre del volcán Chimborazo luego de 8 días de haber partido desde Guaranda, sin embargo, permanecieron más días entre el tercer campamento y la cumbre con la finalidad de corroborar los datos que marcaban sus equipos. En su libro, muestra una ilustración de cómo montaron sus equipos para la determinación de la altura de este volcán (ver Figura 31).



*Figura 31. Whymper y Carrel plantando sus equipos*

Fuente: (Whymper, 1993)

Luego de haber alcanzado la cumbre del Chimborazo, se dirigieron hacia el norte para efectuar más ascensos. Destaca su ascenso al volcán Cotopaxi, en donde relata haber pasado una noche en la cumbre. El 14 de febrero empezaron su acercamiento al volcán y de igual manera que en el Chimborazo, establecieron campamentos a medida que se iban aproximado. El 18 de febrero alcanzaron la cima de este volcán y debido a que su objetivo era permanecer una noche sobre ella, montaron un campamento muy cerca de la cumbre. Realizaron exploraciones nocturnas alrededor del cráter, observaron el comportamiento de los vapores que emergían del inmenso cráter. Tomaron las observaciones y mediciones correspondientes para tener datos de altura, temperatura y direcciones del viento. Al día siguiente comenzó su descenso satisfactoriamente.

Luego de haber alcanzado la cumbre del Sincholagua, Antisana y Pichincha, llegaron hasta el pueblo de Cayambe para alcanzar la cumbre del volcán que lleva el mismo nombre. Whympers relata que en este tiempo se ha supuesto que el Cayambe es la única montaña del mundo emplazada en la línea equinoccial y muy probablemente no exista una más alta en el mundo que pase por dicha línea, así mismo describió su forma y lo grande que se veía su cumbre (ver Figura 32).



*Figura 32.* Ilustración del Cayambe, visto desde el oeste

Fuente: (Whympers, 1993)

Alcanzaron la cumbre el 4 de abril y permanecieron 83 minutos en ella, tomando observaciones con el barómetro mercurial, temperatura y direcciones de los vientos. Whympfer destaca en su relato que es en esta montaña donde alcanzaron la máxima celeridad de ascensión.

Finalmente realizó una segunda ascensión al Chimborazo, en donde verificó que las nuevas mediciones barométricas concordaban con exactitud a las tomadas durante el primer ascenso.

En total realizó ascensos al Chimborazo (2), Cotopaxi, Cayambe, Antisana, Carihuairazo, Cotacachi, Corazón, Iliniza, Guagua Pichincha y Saraurcu. Los resultados de su jornada de expedición por el país se resumen en conclusiones geológicas sobre las observaciones hechas de todos los volcanes y nevados visitados, de los cuales habla sobre su origen y actividad. Así mismo las observaciones barométricas obtenidas y su proceso de compensación con datos de temperatura y datos del barómetro que mantuvo en Guayaquil durante toda su expedición.

Las alturas de los volcanes y montañas determinadas por Whympfer son las siguientes:

1. Chimborazo (6247 m)
2. Cotopaxi (5978 m)
3. Antisana (5893 m)
4. Cayambe (5848 m)
5. Carihuairazo (5034 m)
6. Cotacachi (4968 m)
7. Guagua Pichincha (4851 m)
8. Corazón (4838 m)

En relación con las expediciones anteriores a Whympfer, destaca que las alturas determinadas por él fueron mediante observaciones barométricas directas sobre las cumbres de dichas elevaciones.

### **2.8.5 Segunda Misión Geodésica Francesa**

Por parte de Francia, a la entrada del siglo XIX, se decide volver a enviar un grupo de expedicionarios como parte de una “Segunda Misión Geodésica Francesa” con la finalidad de medir nuevamente la distancia equivalente a un grado de latitud determinado por La

Condamine, en la “Primera Misión Geodésica”. Esta iniciativa se da también por interés del presidente Gabriel García Moreno, quien fue un apasionado por las ciencias. En esta expedición, calcularon nuevamente la altura del volcán Chimborazo con ayuda de equipos más perfeccionados y métodos más actuales de la época, determinando una altura de 6272 m, y la altura del Cotopaxi de 5897 m (Martinez, 1994).

### **2.8.6 Otras expediciones del siglo XIX**

Luego de poco tiempo, llegó al país, en 1903, otro gran sabio alemán, Hans Meyer, con la finalidad de estudiar las regiones cubiertas de hielo de la cordillera ecuatorianas. Pese a que no obtuvo datos relevantes sobre las alturas de las montañas, su legado para la geología del Ecuador fue muy reconocido (Martinez, 1994).

Otro importante expedicionario, considerado como el padre del andinismo ecuatoriano, fue el ambateño Nicolás Martínez, quien también aportó con descripciones geológicas, biológicas y topográficas de los andes ecuatorianos. En su trayectoria llegó a ser director del Observatorio Astronómico de Quito, entre varios cargos importantes en el medio académico y científico, esto fue también lo que le motivó a llevar a cabo múltiples hazañas con la finalidad de observar el comportamiento de los volcanes y montañas del Ecuador. Fue el primer ecuatoriano en alcanzar la mayoría de las cumbres del país entre los años de 1890-1933. Realizó escritos de cada uno de sus viajes, describiendo anteriores hazañas y comparando observaciones, las cuales publicó en varios diarios de ese entonces (Martinez, 1994).

### **2.8.7 Cayambe y el vértice 0**

Entre otros aspectos relevantes que poseen estas tres elevaciones en estudio, está la ubicación del volcán Cayambe, como Humboldt expresó “el Ecuador atraviesa la cima del Cayambe, que puede considerarse como uno de esos monumentos eternos por medio de los cuales ha señalado la Naturaleza las grandes divisiones del globo terrestre” en los párrafos de su libro denominado “Vistas de las cordilleras y monumentos de los pueblos indígenas de América”. En el año 2009, un grupo de expedicionarios mexicanos conformaron un viaje hacia los andes ecuatoriales para comprobar si la línea equinoccial atraviesa los glaciares del Cayambe. Con esta travesía se logró ubicar, con cierta precisión, el vértice cero sobre la ladera

sur del volcán, precisamente sobre el glaciar denominado Ecuador a una altura de 4681 m (Montero, 2010).

### **2.8.8 Tercera Misión Geodésica Francesa**

Por conmemorarse los 280 años de la Primera Misión Geodésica Francesa, en el año 2016, se programó una “Tercera Misión Geodésica”, esta vez con un objetivo puntual, comprobar que el Chimborazo es el punto más alejado desde el centro de la Tierra. En este trabajo se contó con la participación del Instituto de Investigación para el Desarrollo de Francia (IRD), Instituto Geográfico Militar del Ecuador (IGM) y el Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional (IG). Para lograr su objetivo, planificaron el trabajo en campo para lo cual requirieron llevar a la cumbre del volcán Chimborazo un equipo GPS de doble frecuencia, cabe recalcar que el IGM y el IG llevaron sus propios equipos. El 5 de febrero del 2016 alcanzaron la cima del volcán y para la toma de datos permanecieron alrededor de dos horas en el lugar, según informes del IGM. Para la determinación de la distancia desde el centro de la Tierra a la cumbre del volcán, fue necesario procesar los datos tomados por el equipo plantado en la cumbre y así obtener sus coordenadas. Cada una de las instituciones del país que participaron en el trabajo, IGM e IG, procesaron sus datos y determinaron la altura de esta elevación. Según los reportes del IGM, para el procesamiento se enlazó a una estación de monitoreo continuo del Ecuador, y tomaron tres placas de la red vertical del Ecuador y en conjunto con el modelo geoidal EGM08 determinaron una altura de 6263.47 m (IGM, 2016) (COMACO, 2016), mientras que el IG precisó una altura de 6268 m (El Comercio, 2016). El resultado de este trabajo, a su vez, concluyó que el volcán Chimborazo es “el más alto del mundo”, medido desde el centro de la Tierra, superando al Monte Everest por aproximadamente dos kilómetros (COMACO, 2016).

## **CAPÍTULO III METODOLOGÍA**

### **3.1 Planificación del trabajo en campo**

El trabajo en campo consistió principalmente en dos aspectos, el ascenso a las tres elevaciones más altas del país, que constan en la cartografía oficial del Ecuador y corresponden al volcán Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe, y el posicionamiento GNSS. Para los ascensos se realizó una planificación preliminar con un cronograma de salidas, sin embargo, fue necesario llevar a cabo algunas salidas más para alcanzar las cumbres, como se explicará en las siguientes páginas. Es necesario tomar en cuenta que, para realizar un ascenso a una alta montaña, como son las mencionadas anteriormente, conlleva una preparación integral en el aspecto físico, mental y conocimientos técnicos de seguridad. Entre el equipo que acompañó en estas salidas estuvieron personal militar especializado en andinismo, guías de montaña y andinistas aficionados. Las salidas a las tres elevaciones, fue coordinado y puesto en conocimiento a las autoridades del Ministerio del Ambiente de las áreas protegidas a las que pertenecen cada una de estas montañas.

En el aspecto técnico, se realizó un análisis previo de la ubicación de los volcanes y las placas de nivelación pertenecientes a la RCBV del Ecuador, con el fin de identificar las más próximas a las elevaciones en estudio, ya que serán necesarias para la aplicación del método de nivelación GPS. Además, es necesario identificar en qué zona de variación de ondulación geoidal se encuentran los puntos con la finalidad de asumir el error esperado al emplear este método (Ver Figura 22). Así mismo, se ubicó las EMC más cercanas a estas tres elevaciones para estimar el tiempo óptimo de rastreo GPS de las bases.

Para sintetizar la metodología aplicada en este trabajo, se presenta el diagrama de flujo en el Figura 33.

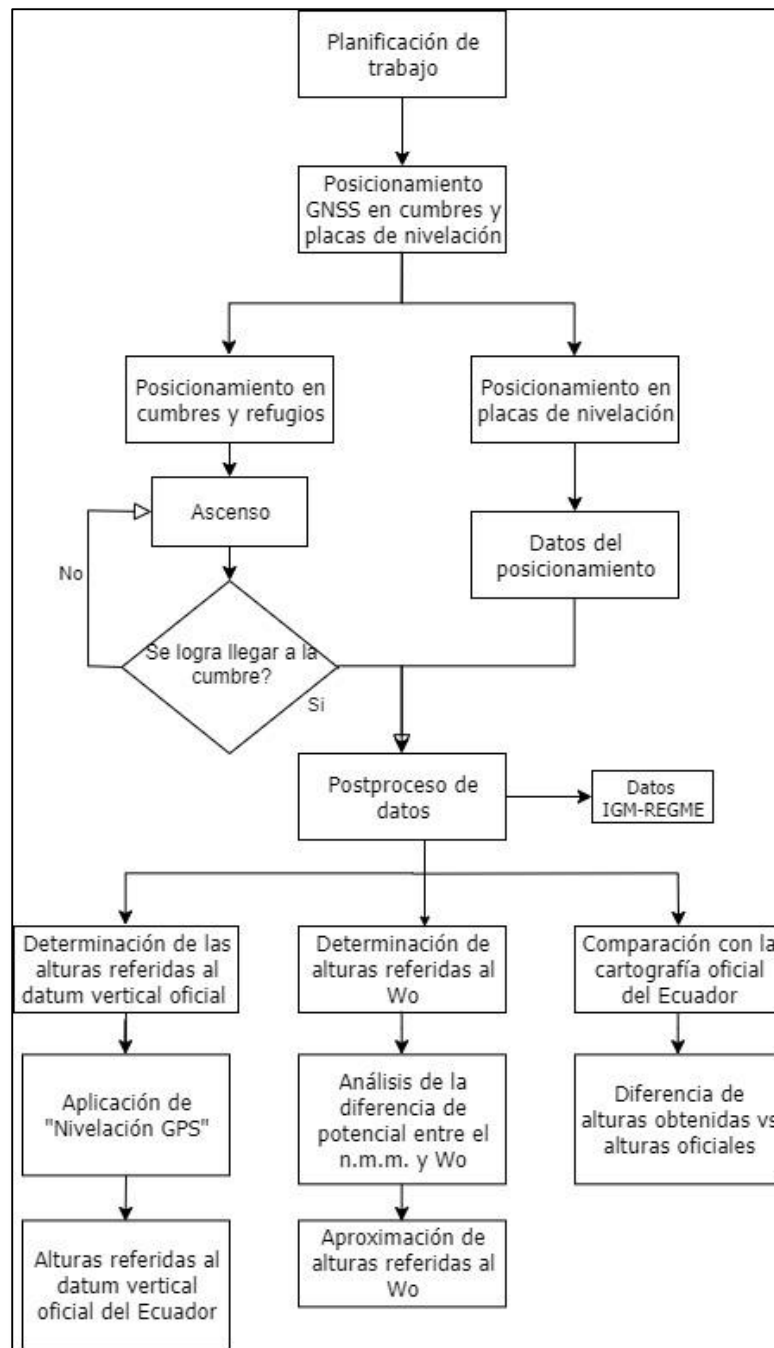


Figura 33. Diagrama de flujo de la metodología aplicada

Fuente: Autor

En la Figura 34, se muestra el mapa de esta red y los volcanes Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe, sobre las zonas de variación de la ondulación geoidal en el país.



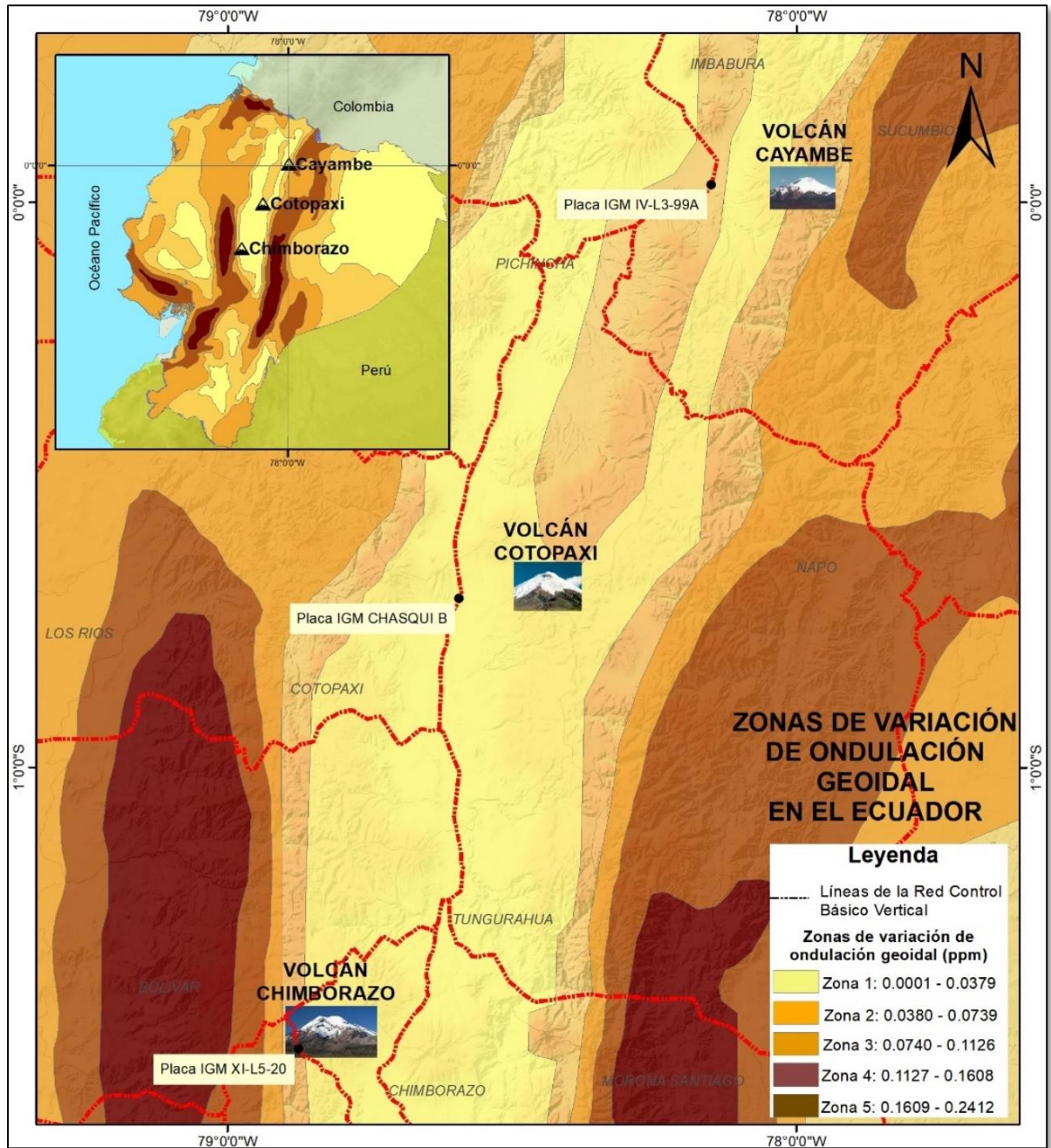


Figura 34. Volcanes Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe sobre las zonas de variación de ondulación geoidal

Fuente: Autor

Se determinaron las placas más cercanas, y se solicitó al Instituto Geográfico Militar la información correspondiente de cada una de ellas. En la Tabla 3 se presenta un resumen de este análisis.



Tabla 3.  
Placas utilizadas y sus distancias a las respectivas cumbres

Volcán	Placa de nivelación	Zona de variación	Distancia a la cumbre
Cotopaxi	CHASQUI B	1	17 Km
Cayambe	IV-L3-99A	1	17 Km
Chimborazo	XI-L5-20	1	7 Km

Para el volcán Cotopaxi, la placa de nivelación más cercana se encuentra a lo largo de la carretera Quito-Latacunga E35, a la altura de la entrada al Parque Nacional Cotopaxi en sentido Norte-Sur de la vía. En la Figura 35 se muestra la ubicación de los puntos.

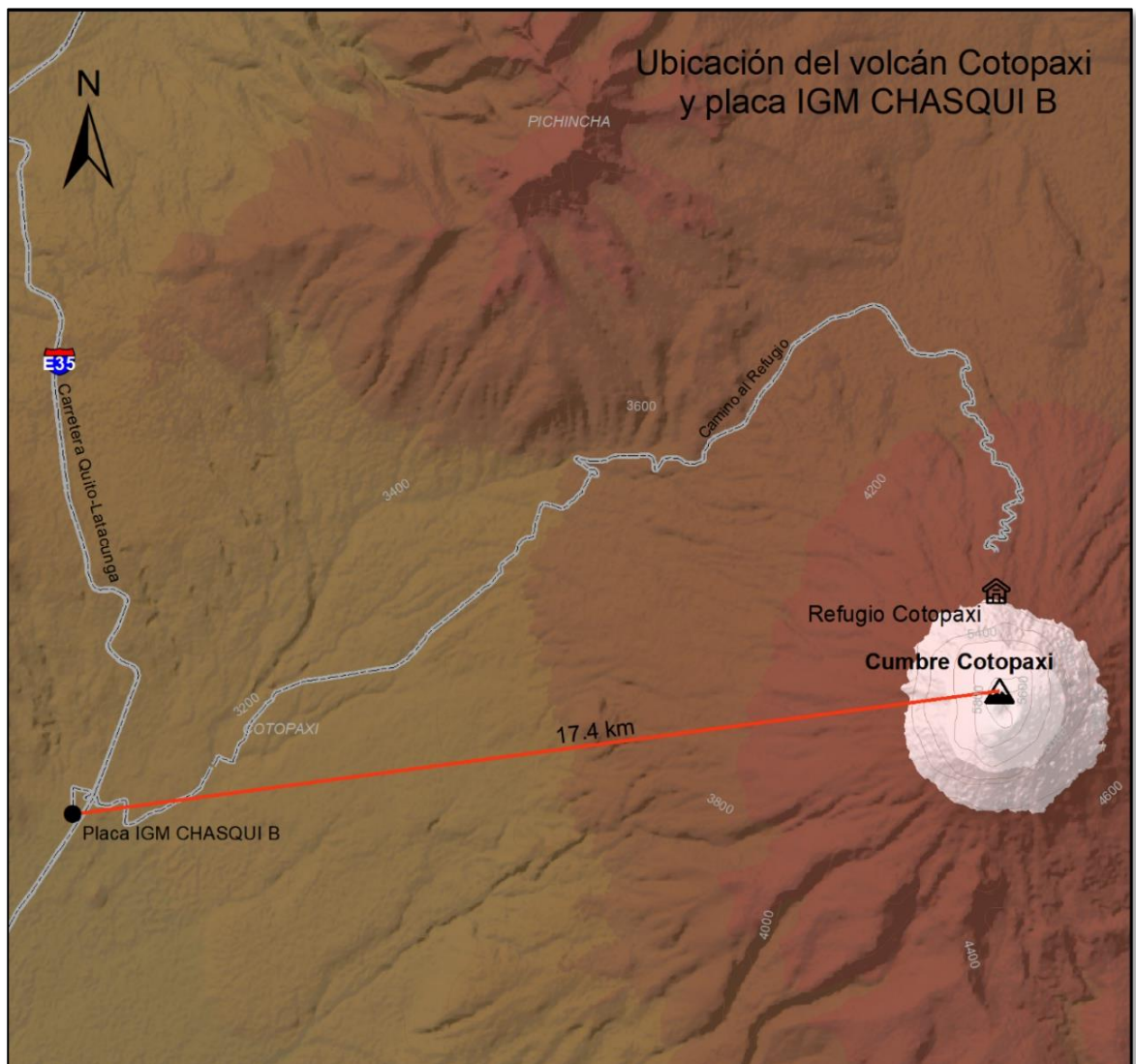


Figura 35. Ubicación del volcán Cotopaxi y placa de nivelación

Fuente: Autor

En el volcán Cayambe, la Figura 36 muestra la placa de nivelación IV-L3-99A, la que se encuentra en el borde del Parque Yasnán del cantón Cayambe, al borde de la carretera Quito-Cayambe E35 en sentido Sur-Norte de la vía.

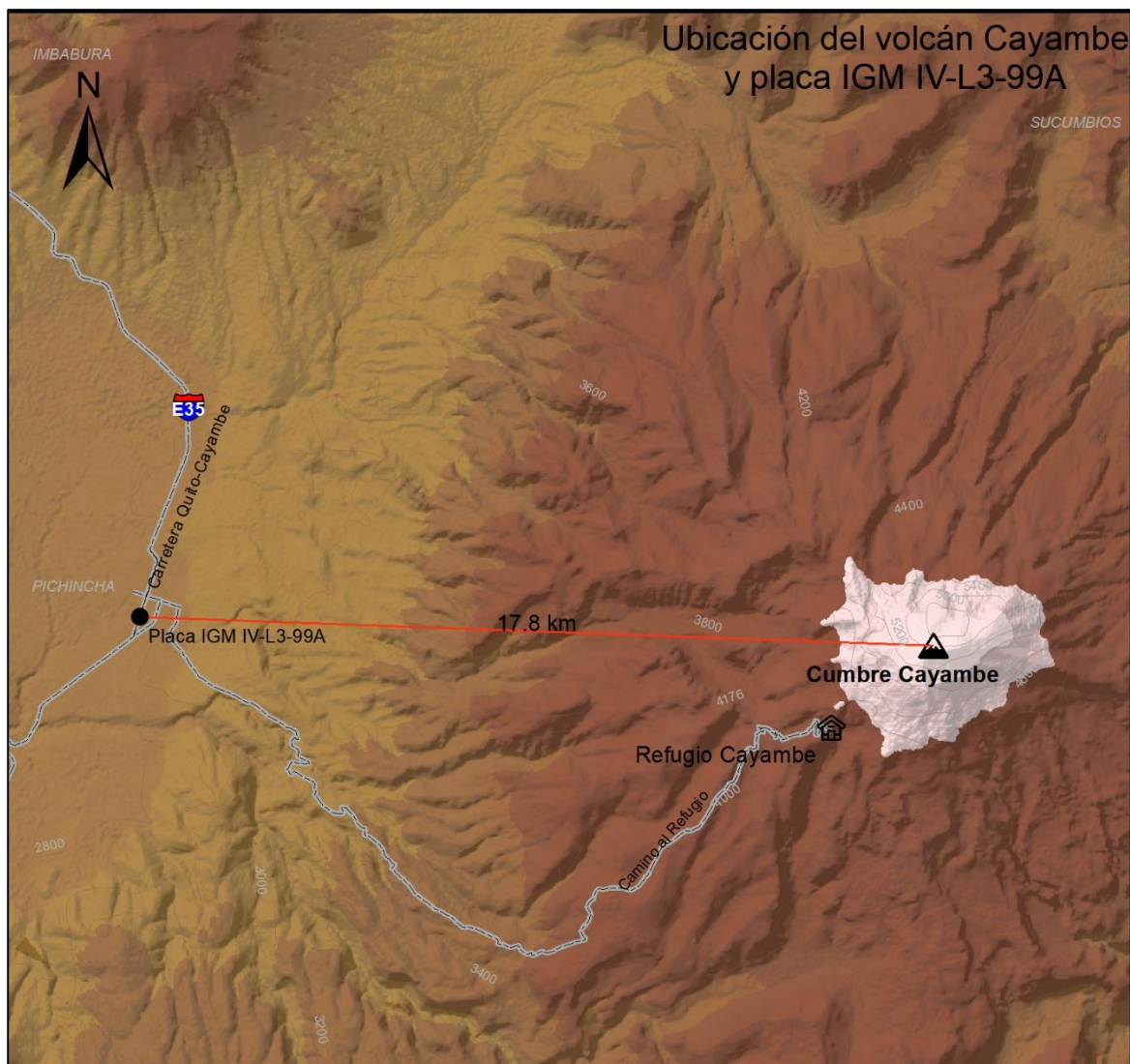


Figura 36. Ubicación del volcán Cayambe y placa de nivelación

Fuente: Autor

La placa de nivelación más próxima al volcán Chimborazo se encuentra sobre la carretera Riobamba – El Arenal, a unos metros del control de entrada a la Reserva de Producción Faunística Chimborazo. Esta placa se denomina XI-L5-20, y en la Figura 37 se muestra su ubicación en relación con el volcán.



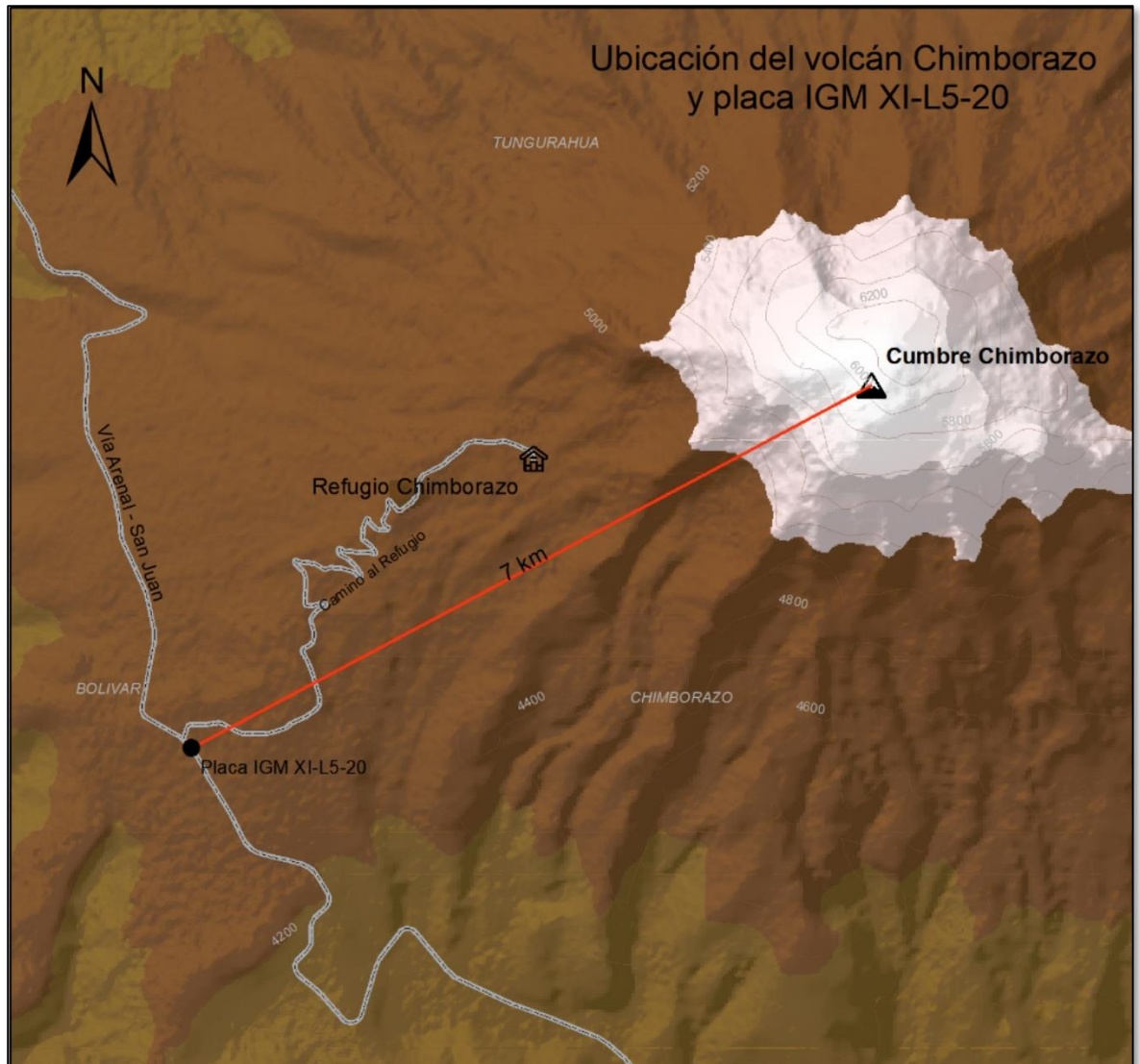


Figura 37. Ubicación del volcán Chimborazo y placa de nivelación

Fuente: Autor

Por lo tanto, en referencia al estudio realizado por (Enríquez & Cárdenas, 2019), el error esperado al aplicar el método de nivelación GPS, está en función la distancia que separa la placa de nivelación a las cumbres de los volcanes, los cuales corresponden al punto con altura niveladas conocida y el punto con altura nivelada por conocer, y su ubicación en la zona variación de ondulación geoidal. En la Figura 22, los errores están definidos para distancias puntuales y debido a que las distancias entre las placas y cumbres no son las especificadas en dicha Figura, se concluyó que se tomaría el valor del error para la distancia más próxima. Esto se resume en la Tabla 4.

Tabla 4.  
*Errores esperados*

<b>Volcán</b>	<b>Distancia Placa-cumbre</b>	<b>Zona de variación de ondulación geoidal</b>	<b>Error esperado aprox.</b>
Cotopaxi	17 Km	1	15 cm
Cayambe	17 Km	1	15 cm
Chimborazo	7 Km	1	5 cm

El posicionamiento GNSS, se planificó en dos fases. La primera, el posicionamiento en las cumbres y refugios de los volcanes, y la segunda, el posicionamiento en las placas de nivelación. Para todo este trabajo, se empleó antenas GNSS R4 doble frecuencia, trípodes y bases nivelantes.

Para el posicionamiento del equipo en las cumbres, se usó una extensión metálica para la base nivelante, de manera que el equipo pueda mantenerse nivelado todo el tiempo sobre la superficie glaciaria. Además, con la finalidad de asegurar una buena precisión del trabajo, se colocó un equipo GNSS como base en los refugios de los volcanes y permaneció encendido durante toda la travesía de ascenso y regreso.

El tiempo de observación que se determinó para el posicionamiento GNSS, se lo realizó en base a las especificaciones que recomienda el IGM, mediante la relación: *Tiempo de observación* = 30 minutos + (2 minutos \* Distancia en Km) (IGM, 2006). La distancia de las EMC hacia las zonas de estudio se muestra en la Figura 38.

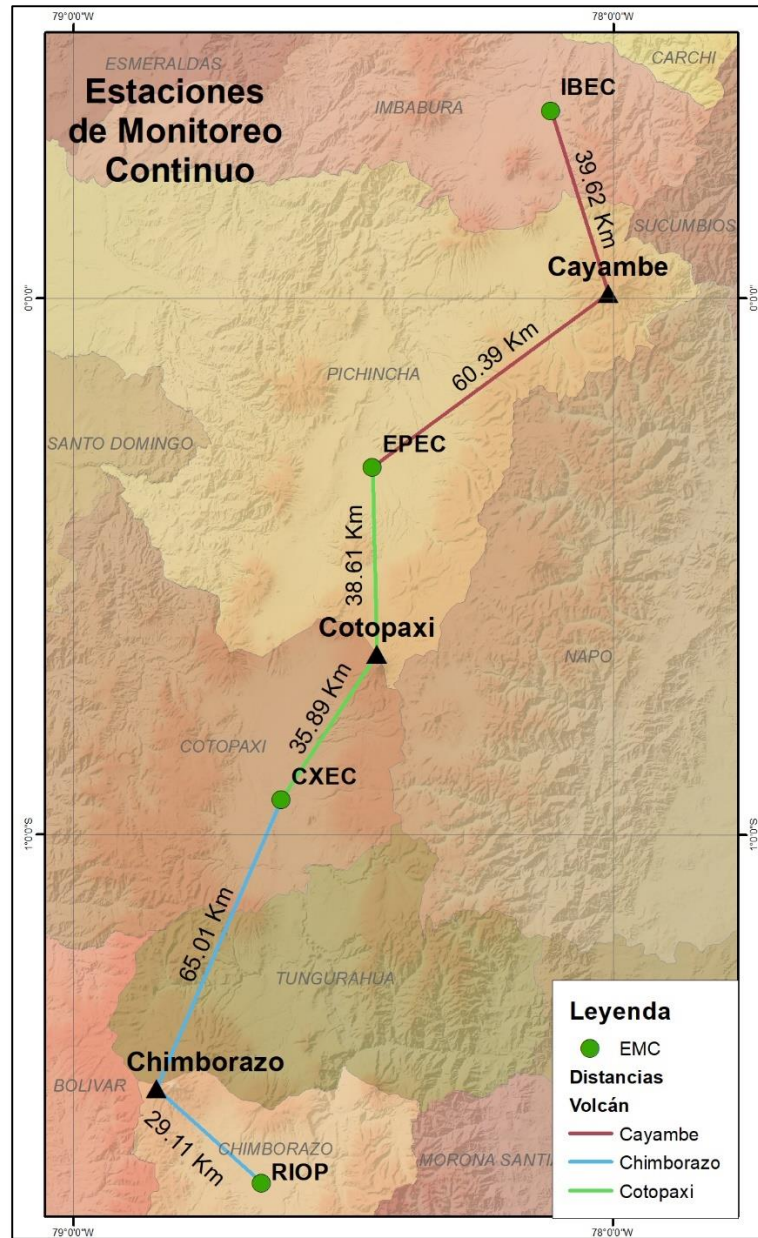


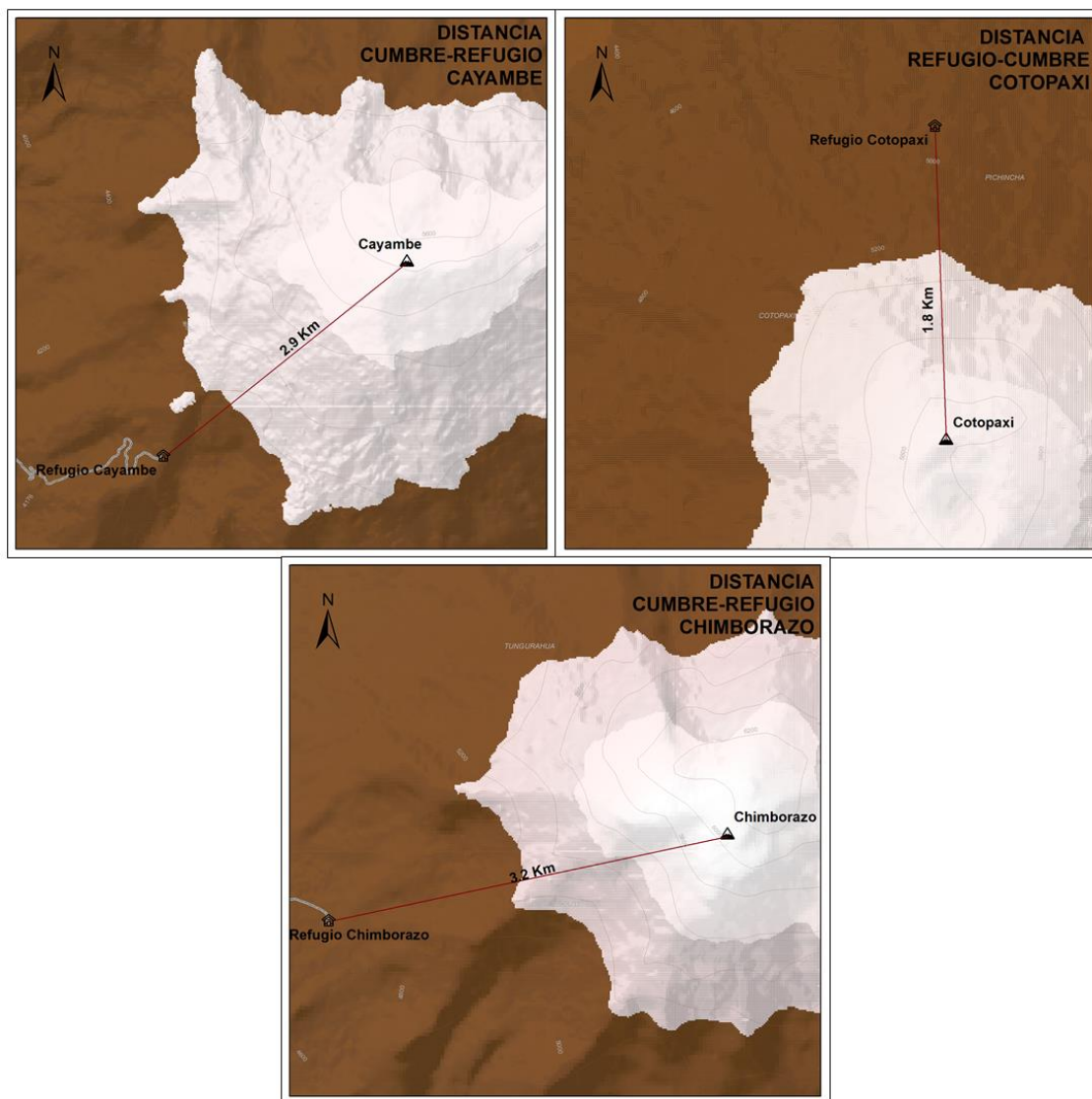
Figura 38. Distancia hacia las EMC

Fuente: Autor

Con esto, se determinó el tiempo de observación para cada una de las elevaciones, hacia la estación de monitoreo más cercana. En el procesamiento de datos, se tomó los datos de estaciones, para la determinación de las coordenadas de las bases.

- Cotopaxi: 102 minutos / 1 h 45 min
- Cayambe: 110 minutos / 1 h 50 min
- Chimborazo: 88 minutos / 1 h 30 min

Estos serían los tiempos de observación óptimos para un trabajo geodésico, como indica el IGM. Sin embargo, el equipo base que permaneció en cada uno de los refugios, cumplió más tiempo de observación de lo determinado anteriormente. El tiempo de observación que se planificó para el equipo que se plantó en las cumbres fue de una hora, considerando la distancia entre estas y los respectivos refugios (Ver Figura 39), y las condiciones meteorológicas.



*Figura 39.* Distancias cumbres-refugios

Fuente: Autor

Con este antecedente, se partió a realizar las dos fases del trabajo en campo, en las fechas que se muestran en la Tabla 5. Es importante recalcar que hubo algunos intentos a las cumbres,

ya que por condiciones climáticas no se pudo llegar en las fechas que fueron previstas en un principio, como se explicará en el siguiente apartado.

Tabla 5.  
*Cronograma del trabajo en campo*

<b>Fase 1. Posicionamiento en cumbres</b>		
<b>Fecha</b>	<b>Volcán</b>	<b>Provincia</b>
27 y 28 de abril	Cotopaxi	Cotopaxi
07 y 08 de junio	Cayambe	Pichincha
11 y 12 de julio	Chimborazo	Chimborazo
<b>Fase 2. Posicionamiento en placas de nivelación</b>		
<b>Fecha</b>	<b>Placa</b>	<b>Volcán</b>
17 de agosto	CHASQUI B	Cotopaxi
7 de agosto	IV-L3-99A	Cayambe
12 de julio	XI-L5-20	Chimborazo

### **3.2 Ascensos a las tres principales cumbres ecuatorianas**

La parte fundamental de este trabajo fue alcanzar las cumbres de las tres elevaciones más altas del país para así lograr los objetivos planteados. La logística que se requiere para realizar este tipo de actividades requiere tanto de preparación personal, una adecuada indumentaria, equipo técnico y conocimientos de seguridad. Además, que se debe solicitar los permisos pertinentes al Ministerio del Ambiente para realizar ascensos a altas montañas en el Ecuador.

A partir de la ejecución del trabajo, se planificó los ascensos a semana seguida, sin embargo, cada una de las montañas presentó condiciones meteorológicas adversas que no permitieron realizarlo como se planeó en un inicio. A continuación, se detallará cada uno de los ascensos.

#### **3.2.1 Ascenso al volcán Cotopaxi**

Los días previstos para el ascenso fueron el 27 y 28 de abril del 2019, por lo que se solicitó los permisos pertinentes para el equipo de trabajo. Se ingresó al Parque Nacional Cotopaxi alrededor de 15h00 y se realizó el campamento en la zona denominada “La Rinconada”. Se



coordinó la conformación de las cordadas y se procedió a descansar para iniciar la preparación para el ascenso a las 22h00. A la hora prevista, se partió rumbo al refugio llamado “José Ribas”, el cual es el lugar de inicio de la travesía hacia la cumbre del volcán Cotopaxi. En el refugio, se plantó un equipo GNSS sobre una placa de control gravimétrico que se encuentra en las afueras del mencionado lugar, el cual fue la base para el posicionamiento (Ver Figura 40). Una vez plantado y encendido el equipo, se midió su altura, y a las 00h30 aproximadamente se inició la travesía.



*Figura 40.* Posicionamiento del equipo base-Volcán Cotopaxi

Fuente: Autor

Se alcanzó la cumbre un poco antes de las 06h00 siendo las primeras cordadas en llegar, lo que permitió nivelar el equipo GNSS, tranquilamente, ya que el área de la cumbre no es extensa. El equipo fue encendido a las 06h34 y se tomó su altura, permaneciendo durante una hora receptando datos. El clima estuvo favorable en la cumbre, sin vientos fuertes ni nevadas, pero si temperaturas bajas (Ver Figura 41).





*Figura 41.* Posicionamiento en la cumbre del volcán Cotopaxi

Fuente: Autor

Una vez concluida la hora de posicionamiento, se procedió a levantar el equipo y emprender el descenso. Aproximadamente, se llegó al refugio a las 10h30 y de igual forma, se apagó el equipo base que se dejó allí, para concluir con el trabajo.

En esta ocasión se pudo alcanzar la cumbre al primer intento, ya que, a pesar de los fuertes vientos durante el ascenso, no hubo señal de tormenta o acumulación de nieve que impida llegar. En esta salida acompañaron el grupo de comandos andinistas del Ejército Ecuatoriano, un ingeniero geógrafo y andinistas aficionados.

El posicionamiento en la placa de nivelación se realizó un día diferente ya que se encontraba en las afueras del Parque Nacional Cotopaxi.

### **3.2.2 Ascenso al volcán Cayambe**

Como se mencionó anteriormente, la planificación se la realizó a semana seguida, por lo que se realizó el primer intento de cumbre al volcán Cayambe el 04 y 05 de abril. Se ingresó al Parque Nacional Cayambe Coca alrededor de las 14h00, y al parqueadero del Refugio “Ruales Oleas Berge” a las 16h00. Se procedió a realizar el campamento en las afueras del

refugio, en donde hubo fuertes vientos y una ligera nevada que no permitían armar adecuadamente el equipo, sin embargo, se logró completar el campamento y se dispuso a descansar hasta las 23h00.

Una vez listos para el ascenso, se plantó el equipo base en la esquina del refugio, el cual fue materializado con un clavo y una cinta de color, ya que por ser un área protegida no se podía hacer algo más representativo. Comenzó el ascenso alrededor de las 00h30, con fuertes vientos. El volcán Cayambe se caracteriza por tener una gran cantidad de grietas a lo largo de su travesía y mucho más cuando no ha tenido nevadas en los días anteriores, por lo que durante las primeras horas del ascenso se tuvo que atravesar muchas grietas, con las precauciones del caso para evitar un accidente. Alrededor de las 04h30, a una altura de 5400 m aproximadamente, empezó a nevar y con ello a tener dificultades de visibilidad. A las 05h30, con una capa de hielo encima de todos los integrantes del grupo, se perdió totalmente la visibilidad para trazar una ruta hacia la cumbre, un puente de hielo por el cual se podía llegar no estaba lo suficientemente seguro y grietas bastante profundas. A pesar de estar bastante cerca a la cumbre, por seguridad, se decidió volver en una próxima ocasión, esperando que las condiciones climáticas sean favorables (Ver Figura 42). A pesar de haber revisado las condiciones climáticas de la montaña, no se esperaba que fueran adversas.



*Figura 42.* Primer intento de cumbre al volcán Cayambe

Fuente: Autor

Debido a esto, se planificó para una nueva fecha, un segundo intento hacia la cumbre del volcán Cayambe, asimismo se revisó las condiciones climáticas para las semanas siguientes. Se determinó regresar el 07 y 08 de junio. En esta ocasión, no se hizo campamento debido a que se llegó al refugio a las 23h00. Se procedió a preparar para el ascenso y plantar el equipo en el mismo punto que se materializó en el primer intento (Ver Figura 43). El equipo empezó a tomar datos desde las 00h28, se tomó la altura de este y se inició la travesía hacia la cumbre.



*Figura 43.* Posicionamiento del equipo base- Volcán Cayambe

Fuente: Autor

No hubo mayor complicación por el clima y estuvo bastante despejado hasta las 05h00. Ya bastante cerca, empezó a nublarse la cumbre, por lo que se trató de llegar lo más pronto posible. Se alcanzó la cumbre a las 06h00 aproximadamente, completamente nublado y una brisa helada que lograba cubrir con un manto blanco toda la indumentaria, apenas se lograba distinguir el sol del amanecer. Se procedió a plantar rápidamente el equipo en la parte más prominente que se pudo observar, y comenzó a tomar datos 06h35. Se midió la altura del equipo y se lo aseguró compactando nieve alrededor de la base con la finalidad de que el viento no logró mover el equipo y se desnivele. Esperar el tiempo de observación del equipo en la

cumbre, fue, sin duda, un reto ya que la temperatura estaba alrededor de los 15° bajo cero, esto acompañado de los vientos helados. En la Figura 44 se puede observar las condiciones de la cumbre y el equipo posicionado.



*Figura 44.* Equipo posicionado en la cumbre del volcán Cayambe

Fuente: Autor

Una vez completada la hora de observación, comenzó el descenso, el cual estuvo acompañado de un clima espectacular que permitió admirar la belleza de los glaciares de este volcán. Ya en el refugio, se levantó el equipo base y se guardó todo el equipo para regresar. En esta ocasión, el equipo que llegó a la cumbre estuvo conformada por los comandos andinistas del Ejército Ecuatoriano y mi persona.

Debido a que la placa de nivelación más cercana se encontraba en la ciudad de Cayambe, no se realizó un posicionamiento simultaneo con el equipo base del refugio.

### **3.2.3 Ascenso al volcán Chimborazo**

Para lograr la cumbre de este volcán se llevaron a cabo 3 intentos previos. En la primera ocasión, el 19 de mayo del 2019, se alcanzó la cumbre Veintimilla, el cual corresponde al segundo más alto de esta elevación, acompañado de un mal clima que nublo toda la cumbre y



una nevada constante. A pesar de estar a menos de una hora de la cumbre máxima, por seguridad se decidió volver en otra ocasión ya que se evidenció una gran acumulación de nieve en la última travesía.

Se realizó un segundo y tercer intento entre el mes de junio y julio. En estos meses, las montañas del país generalmente presentan fuertes vientos, sin embargo, es buena temporada para intentar llegar a la cumbre. En estos dos intentos no se logró alcanzar ni mitad de la travesía ya que los vientos estuvieron demasiado fuertes y no permitían permanecer de pie en varias ocasiones.

Se llevó a cabo un cuarto intento el 11 y 12 de julio. Esta vez, se descansó fuera de la reserva, sin embargo, antes de las 16h00, se presentó en el control del Ministerio del Ambiente, los permisos correspondientes. Alrededor de las 21h00, se ingresó a la Reserva de Producción Faunística Chimborazo para comenzar el ascenso. Una vez en el parqueadero del refugio “Hermanos Carrel”, se plantó el equipo GNSS base sobre un tubo metálico fijo que sirvió para referencia del punto. Una vez plantado, se midió su altura y comenzó a rastrear datos a las 21h24 (Ver Figura 45).



*Figura 45.* Posicionamiento del equipo base-Volcán Chimborazo

Fuente: Autor

Comenzó el ascenso, con un clima bastante favorable. A las 05h00 se alcanzó la cumbre Veintimilla, y empezó a nublarse de a poco, sin embargo, no hubo impedimento para continuar. En la cumbre máxima, también conocida como Whympur, se llegó alrededor de las 06h00 con un frío intenso. Se procedió a plantar el equipo GNSS, en la parte más prominente que se pudo observar, a pesar de que esta cumbre es bastante extensa. Se midió su altura y comenzó a tomar datos a las 06h24 (Ver Figura 46). El clima no fue muy favorable durante la espera ya que parecía que la temperatura iba descendiendo cada vez más. Concluida la hora de observación, se levantó el equipo rápidamente y se procedió a descender.



*Figura 46.* Posicionamiento en la cumbre del volcán Chimborazo

Fuente: Autor

Al refugio se llegó alrededor de las 11h00, y debido a que la placa de nivelación estaba a menos de 30 minutos, se realizó el posicionamiento simultáneo, dejando el equipo base en el refugio y llevando el que se posicionó en la cumbre, hacia la placa de nivelación. Se plantó sobre la placa de nivelación ubicada sobre la carretera Vía El Arenal-San Juan, durante una hora (Ver Figura 47).



*Figura 47.* Posicionamiento sobre la placa de nivelación para el volcán Chimborazo

Fuente: Autor

Una vez concluido el tiempo de observación, se procedió a levantar y guardar los equipos. En esta ocasión, el equipo de trabajo se conformó de 3 personas, contando con el apoyo de un guía profesional de montaña para alcanzar la cumbre.

En el siguiente apartado se detallan los aspectos técnicos de los posicionamientos. En el Anexo 1, se encuentran las memorias de los ascensos, donde se relata con más detalle estas salidas.

### **3.3 Posicionamiento GNSS en cumbres, refugios y placas de nivelación**

Para la descripción del posicionamiento se dividió en dos fases. La primera corresponde al posicionamiento en las cumbres y refugios de las elevaciones en estudio y la segunda fase, el posicionamiento en las placas de nivelación correspondiente a cada volcán.

#### **3.3.1 Fase 1: posicionamiento GNSS en cumbres y refugios**

Para el posicionamiento GNSS del equipo base se empleó el método estático, que fue el equipo que se plantó en los refugios. Los parámetros del rastreo de la antena fueron:

- Intervalo de grabación: 1 s

- PDOP (Dilución de la Precisión en Posición): máximo 6
- Máscara de elevación: 15°

Para el posicionamiento GNSS en la cumbre, el método utilizado fue estático rápido.

- Intervalo de grabación: 1 s
- PDOP (Dilución de la Precisión en Posición): máximo 6
- Máscara de elevación: 15°

Para esta fase, se empleó dos antenas GNSS marca TRIMBLE R4 doble frecuencia, un trípode, bases nivelantes. Se dejó un equipo como base en los refugios, en puntos de referencia fijos y el segundo equipo se lo llevó a los ascensos para posicionarlo en las cumbres.

Las especificaciones del posicionamiento de esta fase se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6.  
*Especificaciones del posicionamiento (Fase 1)*

Posicionamiento Fase 1							
Punto	Fecha	Día GPS	Hora Inicio	Hora Fin	Altura antena / Medido a	Intervalo Registro	Satélites
Refugio Cotopaxi “José Ribas”	28 abril	118	00h23	10h30	0.906 m Centro del tope protector	1 s	GPS GLONASS
Cumbre volcán Cotopaxi			06h34	07h49	0.161 m Base del soporte de la antena		
Refugio Cayambe “Ruales Oleas Berge”	08 junio	159	00h28	11h10	1.542 m Centro del tope protector	1 s	GPS GLONASS
Cumbre volcán Cayambe			06h35	07h28	0.139 m Base del soporte de la antena		
Refugio Chimborazo “Hermanos Carrel”	11-12 julio	193	21h24 (11 de julio)	13h06 (12 de julio)	1.178 m Centro del tope protector	1 s	GPS GLONASS

Continua→



Cumbre volcán	12	06h2		0.149 m
Chimborazo	julio	4	07h26	Base del soporte de la antena

### 3.3.2 Fase 2: Posicionamiento placas de nivelación

Como se mencionó anteriormente, para el volcán Cotopaxi y Cayambe, el posicionamiento en las placas de nivelación se lo hizo un día diferente, mientras que en el Chimborazo se realizó el mismo día del posicionamiento en cumbre debido a que se encontraba bastante cercano al refugio de este volcán.

En el caso del volcán Cotopaxi, se realizó un posicionamiento simultaneo en la placa de nivelación CHASQUI B y donde se colocó el equipo base, anteriormente, durante una hora aproximadamente. Mientras que para el volcán Cayambe, se realizó el posicionamiento solamente sobre la placa de nivelación debido a la dificultad de acceso al refugio, por lo tanto, se enlazó este punto a dos Estaciones de Monitoreo Continuo para su procesamiento.

Para el posicionamiento GNSS en las placas de nivelación, el método utilizado fue estático.

- Intervalo de grabación: 1 s
- PDOP (Dilución de la Precisión en Posición): máximo 6
- Máscara de elevación: 15°

En la Tabla 7 se resume los detalles de esta fase de posicionamiento.

Tabla 7.  
*Especificaciones del posicionamiento (Fase 2)*

Posicionamiento Fase 2							
Placa / Volcán	Fecha	Día GPS	Hora Inicio	Hora Fin	Altura antena / Medido a	Intervalo Registro	Satélites
CHASQUI B Cotopaxi	17 agosto	229	11h06	12h10	1.914 m Centro del tope protector	1 s	GPS GLONASS

Continua→

IV-L3-99A Cayambe	7 agosto	219	13h0 4	15h05	1.505 m Centro del tope protector	1 s	GPS GLONASS
XI-L5-20 Chimborazo	12 julio	193	12h0 8	13h06	0.151 m Base de soporte de la antena	1 s	GPS GLONASS

### 3.4 Procesamiento de datos

Para el procesamiento de los datos se empleó el software Trimble Business Center (TBC). El procesamiento para cada uno de los volcanes se realizó en tres partes, el procesamiento de la base (refugios), procesamiento de datos de las cumbres y por último el procesamiento del posicionamiento de las placas de nivelación.

El proyecto fue configurado bajo las siguientes condiciones:

- Proyección: UTM Zona 17 S
- Máscara de elevación: 15°
- Intervalo de procesamiento: 1 s
- Tipo de efeméride: precisa
- Satélites: GPS, GLONASS

#### 3.4.1 Procesamiento Refugios

Para procesar estos datos se empleó el software Trimble Business Center (TBC) versión 3.9 y se enlazó a dos Estaciones de Monitoreo Continuo (EMC) de las REGME, más cercanas a los refugios, a través del método estático diferencial. Se empleó las soluciones semanales de la red SIRGAS-CON a la cual pertenecen estas estaciones, con el fin de tener coordenadas referidas a la época en la que se realizó el trabajo en campo.

- **Cotopaxi**

Los datos empleados para procesar la base fueron:

- Refugio Cotopaxi: 37861180.T01 “REFU-COTO”

- EMC 1: CXEC118.T02
- EMC 2: EPEC118.T02

En la Figura 48 se muestra el esquema de procesamiento de estos puntos.

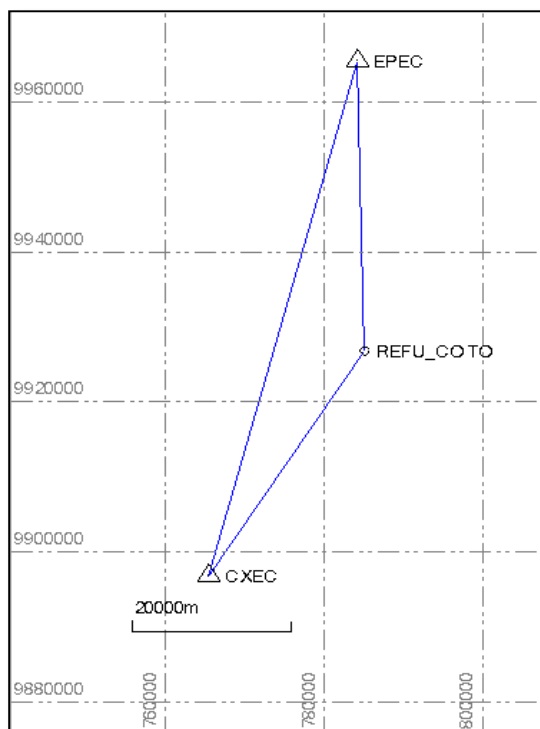


Figura 48. Esquema de procesamiento-Cotopaxi

Fuente: Autor

Una vez procesadas las líneas base, se realizó un ajuste de red y se obtuvieron los resultados que se muestran en la Tabla 8.

Tabla 8.

Resultados de procesamiento-Refugio Cotopaxi

Punto	Coordenadas UTM 17S			Error		
	Este	Norte	Alt. Elipsoidal	$\sigma_E$ (m)	$\sigma_N$ (m)	$\sigma_h$ (m)
REFU_COTO	785128.1439	9926556.5890	4884.6563	0.003	0.003	0.011
CXEC	765451.1479	9896539.8281	2808.4937	-	-	-
EPEC	784250.7904	9965160.3867	2522.9757	-	-	-

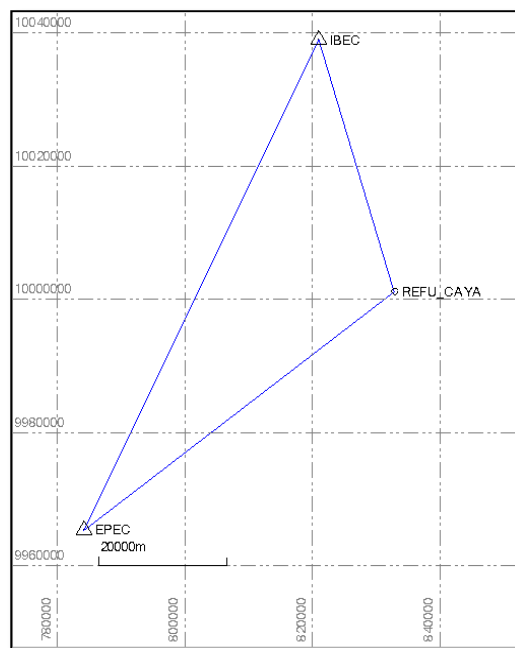
Estas coordenadas se encuentran en el marco de referencia IGS14, época 2019.3.

- **Cayambe**

Los datos empleados para procesar la base fueron:

- Refugio Cayambe: 37861590.T01 “REFU\_CAYA”
- EMC 1: IBEC159.T02
- EMC 2: EPEC159.T02

En la Figura 49 se muestra el esquema de procesamiento de estos puntos.



*Figura 49.* Esquema de procesamiento-Cayambe

Fuente: Autor

Una vez procesadas las líneas base, se realizó un ajuste de red y se obtuvieron los resultados que se muestran en la Tabla 9.

Tabla 9.

*Resultados del procesamiento-Refugio Cayambe*

Punto	Coordenadas UTM 17S			Error		
	Este	Norte	Alt. Elipsoidal	$\sigma_E$ (m)	$\sigma_N$ (m)	$\sigma_h$ (m)

Continua→

REFU_CAYA	832898.2055	10000939.2204	4647.4776	0.002	0.002	0.007
IBEC	821082.4595	10038752.3857	2246.1876	-	-	-
EPEC	784250.7873	9965160.3867	2522.9718	-	-	-

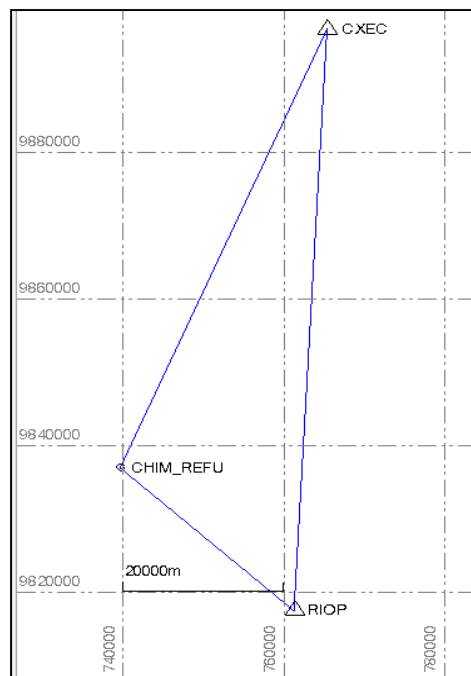
Estas coordenadas se encuentran en el marco de referencia IGS14, época 2019.4.

- **Chimborazo**

Los datos empleados para procesar la base fueron:

- Refugio Chimborazo: 37861930.T01 “CHIMB\_REFU”
- EMC 1: CXEC193.T02
- EMC 2: RIOP193.T02

En la Figura 50 se muestra el esquema del procesamiento de estos datos.



*Figura 50.* Esquema de procesamiento-Chimborazo

Fuente: Autor

Una vez procesadas las líneas base, se realizó un ajuste de red y se obtuvieron los resultados que se muestran en la Tabla 10.

Tabla 10.  
Resultados del procesamiento- Refugio Chimborazo

Punto	Coordenadas UTM 17S			Error		
	Este	Norte	Alt. Elipsoidal	$\sigma E$ (m)	$\sigma N$ (m)	$\sigma h$ (m)
CHIM_REFU	739675.8901	9836854.8716	4873.6360	0.003	0.003	0.007
CXEC	765451.1448	9896539.8312	2808.4938	-	-	-
RIOP	761338.8162	9817404.8452	2817.1704	-	-	-

Estas coordenadas se encuentran en el marco de referencia IGS14, época 2019.5.

### 3.4.2 Procesamiento Cumbres

Una vez, procesados los datos de los refugios en cada uno de los volcanes, se procedió a fijar como punto base las coordenadas que se muestran en las tablas anteriores, aplicando el método estático a través de radiales, esto fue procesado en el software Trimble Business Center (TBC). El resultado del procesamiento de las líneas base de los refugios hacia las cumbres se resume en la Tabla 11.

Tabla 11.  
Resultados de procesamiento de las cumbres

Cumbres	Coordenadas UTM 17S			Error		
	Este	Norte	Alt. Elipsoidal	$\sigma E$ (m)	$\sigma N$ (m)	$\sigma h$ (m)
Cotopaxi	785194.333	9924705.67	5920.5575	0.002	0.001	0.01
<i>Época de referencia</i>	IGS14 2019.32					
Cayambe	835201.212	10002792.7	5823.142	0.002	0.002	0.005
<i>Época de referencia</i>	IGS14 2019.43					
Chimborazo	742820.378	9837544.69	6295.4363	0.001	0.001	0.008
<i>Época de referencia</i>	IGS14 2019.53					

### 3.4.3 Procesamiento Placas de Nivelación

Finalmente, se procesó los datos del posicionamiento sobre las placas de nivelación. Para el volcán Cotopaxi y Chimborazo se procesó las líneas base con el punto base en el refugio, mientras que para la placa de nivelación del volcán Cayambe, debido a que no hubo un procesamiento simultáneo como se indicó anteriormente, se procesó con dos EMC cercanas a la placa. Los resultados del procesamiento se presentan en la Tabla 12.

Tabla 12.

*Resultados del procesamiento de placas de nivelación*

Placa	Coordenadas UTM 17S			Error		
	Este	Norte	Alt. Elipsoidal	$\sigma E$ (m)	$\sigma N$ (m)	$\sigma h$ (m)
CHASQUI B Cotopaxi	767922.7663	9922396.1767	3154.7603	0.003	0.002	0.021
<i>Época de referencia: IGS14 2019.6</i>						
IV-L3-99A Cayambe	817331.401	10003440.1639	2811.3345	0.002	0.002	0.013
<i>Época de referencia: IGS14 2019.6</i>						
XI-L5-20 Chimborazo	736493.8243	9834171.3943	4373.9226	0.002	0.002	0.004
<i>Época de referencia: IGS14 2019.5</i>						

En Anexo 2 se encuentran los reportes de procesamiento y los ajustes de los puntos base, y en el Anexo 3, el elenco de coordenadas de todos los puntos determinados.

### 3.5 Aplicación Nivelación GPS

Para la aplicación de esta metodología se necesitó los siguientes insumos:

- Ondulaciones geoidales
  - Cumbres de los volcanes
  - Placas de nivelación
- Alturas elipsoidales
  - Cumbres de los volcanes

- Placas de nivelación
- Alturas niveladas
  - Placas de nivelación

### 3.5.1 Ondulaciones geoidales

La ondulación geoidal se obtuvo mediante la aplicación `hsynth_WGS84.exe`, desarrollada por la U.S National Geospatial-Intelligence Agency (NGA), la cual se ejecuta en función de dos archivos denominados Tide Free Spherical Harmonic Coefficients (EGM2008\_to2190\_TideFree) y Correction Model (Zeta-to-N\_to2160\_egm2008). Esta aplicación se descarga de la página oficial del EGM08 (NGA, 2014). En un archivo de entrada INPUT.DAT en formato .txt, se coloca las coordenadas geodésicas de los puntos de los cuales se requiere conocer la ondulación geoidal, el resultado se presenta en un archivo de salida denominado OUTPUT.DAT

Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 13.

Tabla 13.

*Ondulaciones geoidales de las cumbres y placas de nivelación*

<b>Punto</b>	<b>Ondulación Geoidal EGM08 (m)</b>
Cumbre Cotopaxi	27.172
CHASQUI B Cotopaxi	26.867
Cumbre Cayambe	27.641
IV-L3-99A Cayambe	27.687
Cumbre Chimborazo	26.174
XI-L5-20 Chimborazo	25.978



### 3.5.2 Determinación de alturas referidas al datum vertical del Ecuador

Para el cálculo correspondiente se utilizaron los datos que se muestran en la Tabla 14.

Tabla 14.

*Datos utilizados para el cálculo de alturas niveladas*

	<b>Altura nivelada del punto de control</b>	<b>Altura elipsoidal del punto de control</b>	<b>Altura elipsoidal del punto a determinar</b>	<b>Ondulación geoidal del punto de control</b>	<b>Ondulación geoidal del punto a determinar</b>
<b>Cotopaxi</b>	<i>Placa CHASQUI B</i>	<i>Placa CHASQUI B</i>	<i>Cumbre</i>	<i>Placa CHASQUI B</i>	<i>Cumbre</i>
	3126.755	3154.76	5920.5575	26.867	27.172
<b>Cayambe</b>	<i>Placa IV-L3-99A</i>	<i>Placa IV-L3-99A</i>	<i>Cumbre</i>	<i>Placa IV-L3-99A</i>	<i>Cumbre</i>
	2783.1287	2811.335	5823.142	27.687	27.641
<b>Chimborazo</b>	<i>Placa XI-L5-20</i>	<i>Placa XI-L5-20</i>	<i>Cumbre</i>	<i>Placa XI-L5-20</i>	<i>Cumbre</i>
	4345.9363	4373.923	6295.4363	25.978	26.174

Mediante la ecuación 2.50 se determinó las alturas niveladas que se presentan en la Tabla 15, con su respectivo error aproximado, dado por el método empleado (Ver Figura 22).

Tabla 15.

*Alturas niveladas de las cumbres obtenidas mediante nivelación GPS*

<b>Punto</b>	<b>Altura nivelada (m)</b>	<b>Error aproximado</b>
Cumbre Cotopaxi	5892.2472	15 cm
Cumbre Cayambe	5794.982	15 cm
Cumbre Chimborazo	6267.254	5 cm

Los errores corresponden a una aproximación a lo que se determina en (Enríquez & Cárdenas, 2019), ya que se tenía distancias específicas para cada error, sin embargo, en términos prácticos se aproximó a las distancias más cercanas.

### 3.6 Aproximación al geopotencial $W_0$

#### 3.6.1 Análisis de la diferencia de potencial entre el n.m.m. y $W_0$

De acuerdo con el estudio desarrollado por (Carrión, 2017) en el que se realizó el vínculo del datum vertical del Ecuador al Sistema Internacional de Alturas (IHR), se determinó una compensación (offset), el cual compensaría la diferencia entre el geopotencial referido al nivel medio del mar ( $W_0^i$ ) y al datum vertical global ( $W_0$ ) establecido por la IAG.

Para la aproximación, se debe tener en cuenta la siguiente relación expresada en la ecuación 3.1.

$$\delta W = W_0 - W_0^i \quad (3.1)$$

Los resultados de estudio determinaron un offset entre estas dos superficies geopotenciales de  $2.8014 \text{ m}^2/\text{s}^2$ . Para llevarlo a una cantidad métrica, a este valor queda dividirlo para la gravedad en la superficie de la Tierra, la cual corresponde a  $9.7809 \text{ m/s}^2$  (Carrión, 2017). La cantidad resultante corresponde a  $0.2864 \text{ m}$ . En la Figura 51, se muestra una representación de este análisis.

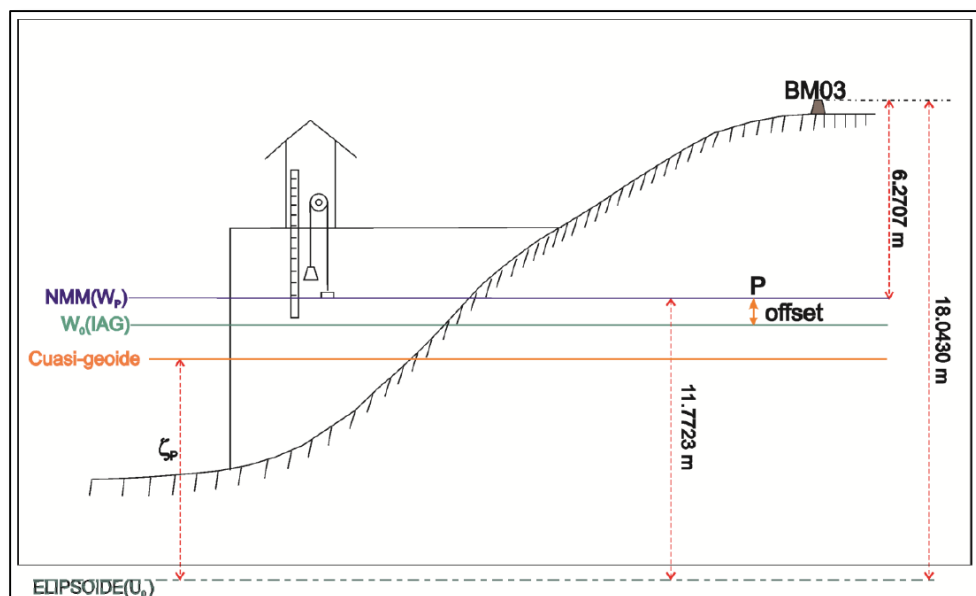


Figura 51. Diferencias entre superficies geopotenciales

Fuente: (Carrión, 2017)

### 3.6.2 Alturas referidas al geopotencial $W_0$

Para el cálculo de esta aproximación, se sumó el valor del offset en unidades métricas a las alturas niveladas obtenidas de las cumbres en estudio. Los resultados se presentan en la Tabla 16.

Tabla 16.  
*Alturas de las cumbres referidas al  $W_0$*

<b>Volcán</b>	<b>Altura nivelada (m)</b>	<b>Altura referida al <math>W_0</math> (m)</b>
Chimborazo	6267.254	6267.5404
Cotopaxi	5892.2472	5892.5336
Cayambe	5794.9822	5795.2686

### 3.7 Comparación con la cartografía oficial del Ecuador

De acuerdo con la cartografía oficial del Ecuador, las alturas del volcán Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe que se registran en las cartas topográficas son las siguientes:

- Chimborazo: 6310 m
- Cotopaxi: 5897 m
- Cayambe: 5790 m

Como se revisó anteriormente, estas alturas fueron adoptadas de expediciones científicas en el siglo pasado.

En la Tabla 17 se muestra una comparación entre las alturas obtenidas en este estudio y los que se registran en las cartas topográficas vigentes en el Ecuador.

Tabla 17.  
*Comparación de las alturas determinadas y las publicadas en la cartografía oficial del país.*

<b>Volcán</b>	<b>Alturas niveladas 2019 (m)</b>	<b>Cartografía oficial del Ecuador (m)</b>	<b>Diferencia (m)</b>
Chimborazo	6267.254	6310	-42.746
Cotopaxi	5892.247	5897	-4.753

Continua→

Cayambe	5794.982	5790	4.982
---------	----------	------	-------

Como se puede observar, la mayor diferencia se encuentra en la altura del volcán Chimborazo. El dato que se adoptó en la cartografía del Ecuador corresponde al año de 1871, determinado por Reiss y Stübel, mediante “métodos trigonométricos” como se indica en su documento “Alturas principales tomadas en la república del Ecuador en los años de 1870, 1871, 1872 y 1873” (Reiss, 1873). Sin embargo, en este documento no indica mayores detalles de la determinación de esta altura, por lo que se puede entender que asumieron algunos errores. El dato de la altura del volcán Chimborazo determinado en este estudio, corresponde a un dato cercano a los determinados por otras expediciones, lo cual se discutirá más adelante.

Las diferencias obtenidas de los volcanes Cotopaxi y Cayambe, corresponden a una variación de alrededor de 5 m, teniendo en cuenta que los datos de la cartografía del país datan de algunas décadas atrás, esta diferencia puede corresponder a la precisión de los equipos empleados en esa época y al método empleado.

### 3.8 Distancias al geocentro

Con el fin de conocer cuan alejadas están las cumbres del volcán Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe del centro de la Tierra, se determinó la distancia hacia el geocentro de las mismas en base a las coordenadas cartesianas, empleando la fórmula de la distancia euclidiana. La fórmula de este cálculo corresponde a la ecuación 3.2.

$$D = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad (3.2)$$

Los resultados de este cálculo se presentan en la Tabla 18.

Tabla 18.  
*Distancias de las cumbres al centro de la Tierra*

<b>Volcán</b>	<b>Distancia desde el centro de la Tierra (m)</b>
Chimborazo	6384418.5
Cotopaxi	6384054.57
Cayambe	6383960.14

## CAPÍTULO IV

### ANÁLISIS DE RESULTADOS

#### 4.1 Análisis y Discusión de Resultados

Los resultados obtenidos del procesamiento de los datos presentaron errores relativamente pequeños, inferiores a 10 cm, en función del objetivo de este trabajo. Sin embargo, el error de las alturas está en función de la aplicación del método de nivelación GPS, como se indicó anteriormente. Por lo tanto, el error dependió de la zona de variación de ondulación geoidal y la distancia hacia las placas de nivelación. La zona de variación de ondulación geoidal en la que se ubicaron los tres volcanes corresponden a la zona 1, la cual es considerada de baja variación, según el estudio realizado por (Enríquez & Cárdenas, 2019).

Para el caso del volcán Cotopaxi y Cayambe, debido a que las placas de nivelación con las que se trabajó se encontraban a una mayor distancia de la que se especifica en la Figura 22, se puede inferir que los errores sobrepasarían los 15 cm, ya que la distancia correspondiente para este error es de 14.6 Km, y las distancias entre las placas y las cumbres de los volcanes mencionados corresponden a 17 Km. Para el volcán Chimborazo, el error obtenido mediante este método, fue de 5 cm aproximadamente. Es importante recalcar que estos errores se aproximaron a los que presentaba mencionado estudio (Enríquez & Cárdenas, 2019), debido a que los valores de las distancias eran puntuales para cada error. Sin embargo, sería factible tener una mejor definición de los errores esperados al aplicar el método de nivelación GPS en el país. Debido a las condiciones propias de los volcanes en estudio, los errores al nivel del centímetro son descartables, ya que, dependiendo de las condiciones climáticas pueden existir nevadas o vientos, que provoquen una subida o reducción del nivel del glaciar en las cumbres.

Las alturas obtenidas de los volcanes en estudio, referidas al datum vertical global (DVG), son aproximaciones a la superficie geopotencial  $W_0$ , establecida por la IAG, mediante la aplicación de la compensación (offset) entre la superficie geopotencial que atraviesa por el datum vertical del Ecuador  $W_0^i$ , establecida por (Carrión, 2017). Sin embargo, hay que tomar en cuenta que esta aproximación podría ser más rigurosa y tener una mayor consistencia de unidades si las alturas fueran de carácter físico (alturas ortométricas), las cuales emplean medidas de gravedad. Cabe recalcar que ésta es una aproximación, ya que en el trabajo realizado por (Carrión, 2017), se detectaron inconsistencias en algunas líneas de nivelación.

La determinación de alturas de puntos extremos mediante técnicas de posicionamiento satelital ha sido empleada en muchas montañas emblemáticas alrededor del mundo, debido a que los equipos de posicionamiento GNSS no se limitan a las condiciones de terreno como la nivelación tradicional. Sin embargo, hay que considerar el acceso a las cumbres de las montañas y su respectiva preparación para completar la travesía.

A nivel de Latinoamérica, las montañas que se han medido bajo esta técnica son el Huascarán (Perú), Aconcagua (Argentina), Ojos del Salado (Chile-Argentina), Pico Bolívar (Venezuela), y a nivel mundial están el Monte Everest (Nepal-China), Kilimanjaro (Tanzania-Kenia), Mont Blanc (Francia-Italia), Denali (Estados Unidos), entre las principales.

Entre los trabajos más relevantes, está la medición de la altura del Monte Everest en el 2005. Fue llevado a cabo por gobierno chino, luego de varias campañas geodésicas en años anteriores. En este estudio se realizó la medición con dos técnicas, GPS y la nivelación clásica (nivelación trigonométrica y laser ranging) además se integró un radar de penetración con la finalidad de medir el espesor de la capa de hielo y nieve en la cumbre. Los datos de la cumbre se enlazaron a las redes de control GPS del país, y a los puntos que se dejaron en los campamentos base antes del ascenso. Lograron tener una mejoría en el campo de gravedad local y el geoide sobre la cumbre del Monte Everest, para lo cual tomaron datos de gravedad en el terreno aledaño. Además de una mejor precisión en sus resultados en comparación a campañas anteriores, con una óptima recepción de datos del equipo GPS en cumbre, ya que anteriormente por la afluencia de montañistas en la pequeña área de cumbre, la señal se vio distorsionada significativamente. En la cumbre tomaron datos por 39 minutos y se logró tener la altura sobre la nieve con una precisión de 0.180 m (Chen, et al., 2006).

En el contexto histórico, cabe recalcar las expediciones que formaron parte de la historia del Ecuador entre el siglo XVIII, XIX y hasta la actualidad a los Andes. Las redacciones y textos que dejaron las históricas hazañas de científicos como La Condamine, Humboldt, Reiss, Whymper, entre otros, reflejan diferencias muy significativas a lo que hoy en día resulta planificar un ascenso con fines científicos. El uso de instrumentos como el barómetro era indispensable en aquellas épocas y los cuales fueron los principales para determinar alturas. Así mismo, aplicaron métodos trigonométricos para determinar alturas de los puntos que resultaron inaccesibles. Las alturas determinadas por estos expedicionarios, de las tres cumbres principales del Ecuador, tienen diferencias de algunos metros. En la Tabla 19 se muestra un resumen de estos datos.

Tabla 19.  
Comparación de alturas determinadas por las diferentes expediciones científicas

Volcán	Alturas (m.s.n.m.) determinadas por:						
	I Misión Geodésica Francesa	Alexander Von Humboldt	W. Reiss y A. Stübel	Edward Whymper	II Misión Geodésica Francesa	III Misión Geodésica Francesa	Misión 3 cumbres-2019
Chimborazo	6276	6530	6310	6247	6271.7	6263.47(IGM) 6268 (IG)	6267.254
Cotopaxi	5753	-	5943	5978	5897	-	5892.247
Cayambe	5902	-	5840	5848	-	-	5794.982

Fuente: (Condamine, 1751), (Humboldt, 1805), (Martinez, 1994), (Reiss, 1873), (Whymper, 1993) (COMACO, 2016) (El Comercio, 2016)

Con relación al trabajo realizado por la Tercera Misión Geodésica Francesa en el 2016, según la información publicada, se determinaron dos alturas, una por parte del IGM empleando el modelo EGM08 de 6263.47 m; y la otra por parte del IG y IRD, de 6268 m. El trabajo en campo fue distinto al realizado en el presente trabajo ya que solamente se posicionó un equipo en la cumbre del volcán, y consecuentemente también la metodología de procesamiento. Cabe recalcar que las condiciones del volcán fueron distintas, la cumbre del volcán Chimborazo en ese entonces presentaba bloques de glaciación. En las Figuras 52 y 53 se puede observar las diferentes condiciones del terreno en la cumbre.



*Figura 52. Tercera Misión Geodésica Francesa 2016*

Fuente: (COMACO, 2016)



*Figura 53. Posicionamiento en la cumbre del volcán Chimborazo 2019*

Fuente: Autor



En esta misión también se determinó que el Chimborazo es punto más alejado del planeta medido desde el centro de la Tierra, y que supera a la distancia del Monte Everest en dos kilómetros aproximadamente. El IGM también determinó una altura elipsoidal de 6292.876 m y una altura ortométrica de 6270.703 m, según reportan sus informes (IGM, 2016).

La diferencia entre la altura del volcán Chimborazo determinada en este estudio (6267.25 m), con la altura determinada por el IGM (6263.47 m) como parte de esta Tercera Misión Geodésica, es de 3.78 m. Esta diferencia puede radicar principalmente en el empleo del modelo EGM08 para la determinación de la altura. Según (Tierra, 2009) el error que se espera al emplear este modelo geoidal en el Ecuador, es de alrededor 4 m., por lo que se puede inferir que esta diferencia sea principalmente por el empleo de dicho modelo. Con respecto a la altura determinada por el IG y IRD (6268 m), la diferencia es de pocos centímetros, sin embargo, no se logró obtener mayor información sobre como fue el procesamiento para llegar al mencionado valor, ya que el IG mencionó que dicho procesamiento estuvo a cargo del personal francés.

Con las distancias determinadas en la Tabla 18, se realizó una lista comparativa de las distancias desde el centro de la Tierra de las montañas más altas que se encuentran en la zona ecuatorial principalmente, debido a que es la parte más más ensanchada del planeta, y por lo cual cuál arrojarían mayores distancias. Se tomó información de las alturas de sitios web oficiales de cada país. En la Tabla 20 se muestra una recopilación de las elevaciones que presentan las distancias más alejadas del centro de la Tierra, y su diferencia con el volcán Chimborazo.

Tabla 20.

*Principales elevaciones más alejadas del centro de la Tierra y su diferencia con el volcán Chimborazo*

<b>Orden</b>	<b>Elevación</b>	<b>Distancia desde el centro de la Tierra (m)</b>	<b>Altura (m.s.n.m.)</b>	<b>Diferencia con distancia del volcán Chimborazo (m)</b>	<b>País</b>	<b>Tipo de montaña</b>
1	Chimborazo	6384418.505	6267.254	-	Ecuador	Volcán activo
2	Huascarán	6384361.512	6768	56.993	Perú	Macizo
3	Yerupaja	6384097.904	6635	320.601	Perú	Nevado
4	Cotopaxi	6384054.566	5892.247	363.939	Ecuador	Volcán activo
5	Huandoy	6384009.666	6360	408.839	Perú	Nevado

Continua→

6	Kilimanjaro	6383971.306	5895	447.199	Tanzania-Kenia	Nevado
7	Chopicalqui	6383962.982	6355	455.523	Perú	Nevado
8	Cayambe	6383960.138	5794.982	458.367	Ecuador	Volcán activo
9	Antisana	6383893.461	5704	525.044	Ecuador	Volcán activo
10	Palcaraju	6383849.967	6275	568.538	Perú	Nevado
11	Siula Grande	6383806.026	6345	612.479	Perú	Nevado
12	Alpamayo	6383578.681	5947	839.824	Perú	Nevado
13	Nevado Huila	6383445.465	5750	973.040	Colombia	Estratovolcán activo
14	El Altar	6383435.115	5319	983.390	Ecuador	Volcán extinto
15	Sangay	6383341.12	5300	1077.385	Ecuador	Volcán activo
16	Nevado Ruiz	6383303.742	5311	1114.763	Colombia	Volcán activo
17	Pico Simón Bolívar	6383162.497	5775	1256.008	Colombia	Nevado
18	Pico Cristóbal Colón	6383161.965	5776	1256.540	Colombia	Nevado
19	Monte Everest	6382306.772	8848	2111.733	Nepal-China	Nevado
20	Ojos del Salado	6380661.03	6893	3757.475	Chile-Argentina	Volcán activo
21	Aconcagua	6378910.511	6962	5507.994	Argentina	Nevado

Como se puede observar en la Tabla 20, Ecuador presenta la mayoría de los volcanes activos más altos medidos desde el centro de la Tierra. En cambio, Perú es el territorio que posee más elevaciones, debido a sus extensos sistemas montañosos que forman parte de la cordillera de los Andes. La situación geográfica del Ecuador, a pesar de ser un país relativamente pequeño en extensión, alberga elevaciones con características inigualables en todo el planeta.

## **CAPÍTULO V**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

#### **5.1 Conclusiones**

Se planificó el trabajo en campo, en función a la aplicabilidad de la nivelación GPS, para ello se identificó las placas de nivelación más cercanas al volcán Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe correspondientemente. Se determinó así, los errores esperados de acuerdo con la zonificación de gradiente de ondulación geoidal y la distancia de las cumbres a las placas de nivelación más cercanas para cada una de ellas. Todos los volcanes se ubicaron en la zona 1 correspondiente a una baja variabilidad de ondulación geoidal (0.0001 – 0.0379 ppm), mientras que las distancias correspondieron a 7 Km para el volcán Chimborazo y 17 Km aproximadamente para el volcán Cotopaxi y Cayambe, con esto, los errores esperados en la determinación de la altura sobre el nivel medio del mar corresponden a 5 cm para el volcán Chimborazo y alrededor 15 cm para el volcán Cotopaxi y Cayambe.

Se realizó el ascenso a las tres elevaciones más altas del Ecuador (Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe) con la finalidad de realizar un posicionamiento GNSS en cada una de las cumbres. En resumen, se dejó un equipo base en los refugios de estos volcanes, el cual permaneció encendido durante toda la travesía de ascenso y descenso aplicando el método estático, mientras que, en las cumbres el equipo rastreó datos por una hora, en promedio, en función del método estático rápido y las condiciones climáticas extremas. Además, se posicionó en las 3 placas de nivelación de la Red de Control Básico Vertical (RCBV) del Ecuador más cercanas a cada una de estas elevaciones con el método estático.

Los datos fueron procesados y se enlazaron la Red GNSS de Monitoreo Continuo del Ecuador (REGME). Una vez determinadas las coordenadas geodésicas, se aplicó el método de nivelación GPS, con la finalidad de obtener las alturas de estas tres elevaciones referidas al datum vertical del Ecuador. Para ello se obtuvo las ondulaciones geoidales de las elevaciones y de las placas de nivelación empleadas con el modelo geoidal EGM08, con los datos obtenidos del posicionamiento. Para este cálculo, se empleó las ondulaciones y las alturas elipsoidales de las cumbres y placas de nivelación, y las alturas niveladas de las placas. Se aplicó la fórmula de la nivelación GPS y se obtuvo las alturas niveladas de las cumbres del volcán Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe.

La aplicación del método de nivelación GPS resultó ser bastante efectivo para la medición de estas elevaciones, ya que, por la dificultad de accesibilidad, no resulta práctico aplicar los métodos de nivelación convencionales. Así mismo, la reducción de tiempo en la adquisición de datos es significativa. Sin embargo, las restricciones existentes como la distancia a una placa de nivelación deben ser tomadas en cuenta para la determinar el error esperado al aplicar esta metodología, según el estudio realizado por (Enríquez & Cárdenas, 2019), el cual validó la aplicación de este método en el país.

Los errores obtenidos, no interfieren significativamente en el dato de las alturas, ya que, por las condiciones meteorológicas, las cumbres de las montañas estarán siempre expuestas a nevadas o deshielos que provocarán un crecida o disminución de la capa superficial de las cumbres.

Con la aproximación de las alturas al  $W_0$ , se obtuvieron los datos de las elevaciones referidos a un datum vertical global, el mismo que fue establecido por la Asociación Internacional de Geodesia (IAG). La tendencia actual es poder establecer un solo sistema vertical de referencia, por lo que todos los trabajos que se enmarquen en adecuar el sistema propio de cada país, a un global, deben ser tomados en cuenta. Además, Ecuador al pertenecer a SIRGAS, debe reunir esfuerzos para consolidar su sistema vertical de referencia de carácter físico.

Se determinó las diferencias entre las alturas obtenidas de las cumbres del volcán Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe con las definidas en la cartografía oficial del país. Se obtuvieron diferencias menores a los 10 metros a excepción del volcán Chimborazo, que tiene una diferencia de alrededor de 42 metros. Cabe recalcar que las alturas del volcán Cotopaxi y Cayambe que constan en los datos oficiales son bastante aproximados a los determinados en este estudio, con relación a los métodos empleados y la fecha en la que fueron levantados estos valores.

Se calculó las distancias desde el centro de la Tierra de las cumbres del volcán Chimborazo, Cotopaxi y Cayambe y se realizó una comparación con otras distancias de elevaciones ubicadas en la zona ecuatorial y otras emblemáticas a nivel mundial, donde se identificó que el país posee los volcanes activos más cercanos al sol, es decir con las distancias más alejadas desde el centro de la Tierra.

La ubicación geográfica del Ecuador ha llamado la atención de un sin número de científicos en diversas áreas, a lo largo del tiempo. Entre los trabajos más emblemáticos están

las expediciones geodésicas francesas, y la última con la finalidad de conocer la distancia del punto más alejado de la Tierra, que corresponde al volcán Chimborazo, mediante posicionamiento GPS. Todos los expedicionarios que han llegado al Ecuador han dejado sin duda, un importante legado dentro de la historia del conocimiento ecuatoriano en el campo de la geología, geografía, biología y muchas otras ciencias más. No fue casualidad la llegada de los científicos franceses en los años de 1736, teniendo lugares mucho más cercanos a Francia para realizar las mediciones del arco de meridiano sobre la línea equinoccial. Fue sin duda, por la geografía que brindan los andes equinociales y para ese entonces, ya suponían que las mejores observaciones podrían tener sobre un terreno como el del Ecuador, ya que como se conoce actualmente, es donde se sitúa la zona más alejada del planeta.

## **5.2 Recomendaciones**

Se recomienda implementar estudios que determinen la capa glaciaria sobre las cumbres de las elevaciones más altas del país, con el propósito de evaluar el impacto climático y su dinámica en conjunto con la actividad volcánica. Así mismo, identificar cambios morfológicos mediante datos provenientes del posicionamiento GNSS.

De acuerdo con la factibilidad de la aplicación del método de nivelación GPS para este tipo de trabajos, se recomienda realizar mediciones periódicas a las principales elevaciones del país con la finalidad de tener un registro y monitoreo para estudios geodinámicos, climáticos, históricos, entre otros.

En relación al estudio de la validación del método de nivelación GPS en el Ecuador (Enríquez & Cárdenas, 2019), se recomienda definir los errores a un rango de distancias, ya que los especificados en este estudio, están referidos a distancias puntuales.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Armendariz, L. (2019). *El Sistema Galileo*. Valencia: Universidad Politecnica de Valencia.
- Barahona, C. (2016). *Metodología para la determinación del cuasigeoide en el Ecuador continental aplicando la teoría de Molodensky*. Sangolquí: Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE.
- Blass, M., & Bermejo, J. (1998). *GPS y GLONASS*. Madrid.
- Cañizares. (2015). Sistema de Alturas para el Ecuador. *Congreso de Ciencia y Tecnología ESPE*, 88-94.
- Cañizares, C. (2015). *Análisis del sistema de alturas para la Red de Control Básico Vertical del Ecuador*. Sangolquí: ESPE.
- Carrión. (2017). *Modernización de la Red Vertical de Referencia Fundamental de Ecuador en contexto del establecimiento del International Height Reference System*. Aguascalientes: SIRGAS.
- Carrión. (2017). *Vínculo do Datum Vertical Equatoriano ao International Height Reference System - IHRS*. Curitiba.
- Casanova, L. (2002). *Topografía Plana*. Mérida: Taller de Publicaciones de Ingeniería ULA.
- Chen, et al. (2006). Progress in technology for the 2005 height determination of Qomolangma Feng (Mt. Everest). *Science in China-Series D Earth Sciences*, 49(5), 531-538.
- COMACO. (2016). *Fuerzas Armadas y científicos franceses participaron en la Tercera Misión Geodésica franco-ecuatoriana en el ascenso al volcán Chimborazo*. Quito: Comando Conjunto FF.AA.
- Condamine, L. (1751). *Journal du voyage fait par ordre du roi à l'équateur: servant d'introduction historique à la "Mesure des trois premiers degrés du méridien"*. Paris: l'Imprimerie royale.
- Coyago, R. (2010). *Ajuste de la red de Control Básico Vertical en función de números geopotenciales*. Quito: Repositorio ESPE.

- Dalda, et al. (2008). *Curso Avanzado de Posicionamiento por Satélites*. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid.
- Drewes, et al. (2002). Scientific Foundations of the SIRGAS Vertical Reference System. *Vertical Reference Systems, International Association of Geodesy Symposia*, 124, 297-301.
- El Comercio. (6 de abril de 2016). El Chimborazo tiene 5 metros menos. pág. 1.
- Enríquez, D., & Cárdenas, S. (Febrero de 2019). *Validación del método de nivelación GPS en el Ecuador Continental, mediante el análisis de variación de ondulación geoidal*. Obtenido de Repositorio ESPE: <https://repositorio.espe.edu.ec/bitstream/21000/18712/1/T-ESPE-039012.pdf>
- ESTEIO Engenharia e Aerolevantamentos S.A. (2017). *Levantamento RTK*. Sao Paulo: ESTEIO.
- GPS.gov. (15 de Enero de 2020). *Official U.S. government information about the Global Positioning System (GPS) and related topics*. Obtenido de GPS-Segments: <https://www.gps.gov/systems/gps/control/>
- Heiskanen, W., & Moritz, H. (1967). *Physical Geodesy*. San Francisco y Londres: W. H. Freeman.
- Heiskanen, W., & Moritz, H. (1985). *Geodesia Física*. Madrid: Instituto Geográfico Nacional.
- Huerta, et al. (2005). *GPS: posicionamiento satelital*. Rosario: UNR Editora- Universidad Nacional de Rosario.
- Humboldt, A. (1805). *Essai sur la Géographie des plantes, accompagné d'un tableau physique des régions équinoxiales. Naturgemälde*. Paris: Chez, Shoell et Compagnie, Libraires.
- IAG. (2010). *The International Association of Geodesy*. Obtenido de <http://www.iag-aig.org/>
- IGM. (2006). *Especificaciones Técnicas Generales para la realización de cartografía topográfica a cualquier escala*. Quito: Instituto Geográfico Militar del Ecuador.
- IGM. (2016). *Tercera Misión Geodésica FrancoEcuatoriana*. Quito: IGM, IG-EPN, IRD.
- IGN. (2012). *Se dio a conocer la nueva altura oficial del cerro Aconcagua 6.960,8 metros*. Obtenido de Ministerio de la Defensa-Presidencia de la Nación: <http://www.ign.gob.ar/Novidades/NuevaAlturaAconcagua>

- IGN España. (2009). Fuentes de error GPS y modelización. *Curso avanzado de posicionamiento por satélite*. (pág. 45). Madrid : IGN.
- IGN España. (2009). Métodos de observación. *Curso avanzado en sistemas de posicionamiento por satélite* (pág. 51). Madrid: Dirección General del Instituto Geográfico Nacional.
- Illert, A. (2014). Geodesy and Topography. *Encyclopedia of Life Support Systems(EOLSS)*, 13.
- Introcaso, A. (2006). Geodesia Física. *Boletín del Instituto de Fisiografía y Geología*.
- ITRF. (2014). *ITRF2014*. Obtenido de [http://itrf.ensg.ign.fr/ITRF\\_solutions/2014/](http://itrf.ensg.ign.fr/ITRF_solutions/2014/)
- Kenyeres, A. (2016). GPS/Leveling. *Switzerland: E.W. Grafarend, Encyclopedia of Geodesy*.
- Kuhn, M., & Featherstone, W. (2010). Height systems and vertical datums: A review in the Australian context. *Spatial Science*, 51, 21-41.
- Le Provost, C. (1990). The geoid and the sea level. *International Hydrographic Review*, 171-175.
- Martínez, L., & Sánchez, W. (1997). *Guía metodológica para la obtención de alturas sobre el nivel medio del mar utilizando el Sistema GPS*. Bogotá: División de Geodesia de la Subdirección de Geografía y Cartografía-Instituto Geográfico Agustín Codazzi.
- Martinez, N. (1994). *Pioneros y percursores del andinismo ecuatoriano*. Quito: Reedicion- Coleccion Tierra Incognita (1933).
- Montero, I. (2010). *En el vértice Ecuador*. México: Arturo Montero.
- Moritz, H. (1992). Geodetic Reference System 1980. *Bulletin Geodesique*, 66(2), 187-192. doi:<https://doi.org/10.1007/BF00989270>
- NGA. (2014). *EGM08 - WGS84 Version*. Obtenido de [https://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08\\_wgs84.html](https://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08_wgs84.html)
- NOAA. (2001). *Geodetic Levelling*. Rockville: National Geodetic Survey.
- Noguera, G., & Mangiaterra, A. (2012). *PPP-RTK, Una alternativa de posicionamiento preciso en tiempo real en regiones de estaciones permanentes poco densas*. Concepción: SIRGAS.
- Olmedillas, J. (2012). *Introducción a los sistemas de navegación por satélite*. Barcelona: UOC.



- Paredes. (1986). Determinación del Datum Vertical en la Libertad, Ecuador. *Acta Oceanográfica del Pacífico-INOCAR*, 3(1), 205-209.
- Peñañiel, & Zayas. (2001). *Fundamentos del sistema GPS y aplicaciones en topografía*. Madrid: Colegio Ficial De Ingenieros Tecnicos En Topografía.
- Pérez, O., Hoyer, M., Hernández, J., Rodríguez, C., Marqués, V., Sué, N., . . . Deiros, D. (2005). Alturas del Pico Bolívar y otras cimas andinas venezolanas a partir de observaciones GPS. *Interciencia*, 30(4), 213-216 . doi:ISSN 0378-1844
- Rao, G. S. (2010). *Global Navigation Satellite Systems with essentials of satellite communications*. New Delhi: McGraw Hill.
- Rapp, R. (1991). *Geodesia Geométrica*. Columbia, Ohio: Ohio State University.
- Reiss, W. (1873). *Alturas principales tomadas en la republica del Ecuador en los años de 1870[-1873]: 1871, 1872 y 1873: Las provincias de Pichincha, Leon y Tunguragua, de Los Rios, del Chimborazo y Azuay*. Quito: Imprenta de Manuel V. Flor, por R. Guzman.
- Sánchez. (2002). *Determinación de alturas físicas en Colombia*. Dresde Alemania: Institut Für Planetare Geodäsie.
- Sánchez, L. (2007). Realización del nivel de referencia vertical para SIRGAS dentro de una definición global. *Semana Geomática*. Bogotá : Colombia.
- SIRGAS. (2010). *Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas (SIRGAS)*. Obtenido de Grupo de trabajo III: Datum vertical: [http://www.sirgas.org/es/organization/working\\_groups/sirgas-wgiii-vertical-datum/](http://www.sirgas.org/es/organization/working_groups/sirgas-wgiii-vertical-datum/)
- SIRGAS. (2019). *SIRGAS: Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas*. Obtenido de <http://www.sirgas.org/es/>
- Strang, G., & Borre, K. (1997). *Linear Algebra, Geodesy and GPS*. USA: SIAM.
- Stübel, A. (1886). *Skizzen aus Ecuador*. Berlín: Asher & Co.
- Tierra, A. (2009). *Evaluación Del EGM08 Y EGM96 en el Ecuador a partir de datos de GPS Y Nivelación Geométrica*. Sangolquí: ESPE.
- Torge, W. (2001). *Geodesy*. Berlin: Walter de Gruyter.

- USGS. (2015). *A new, official height for Denali has been measured at 20,310 feet, just 10 feet less than the previous elevation of 20,320 feet which was established using 1950's era technology*. USA: USGS .
- Valverde, F. (2014). *Geodesia física y geofísica*. Costa Rica: Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia.
- Whymper, E. (1993). *Travels Amongst the Great Andes of the Equator*. Quito: Reedición, traducida al español: Abya Yala (ORIGINAL 1891).
- Wolf, T. (1892). *Geografía y Geología del Ecuador publicada por orden del supremo Gobierno de la República*. Quito: Leipzig, Alemania: Tipografía de F. A. Brockhaus.
- Yudilevich, D. (2004). *Alexander Von Humboldt. Mi viaje por el camino del Inca (1801, 1802) (Traducción)*. Santiago de Chile: Editorial Universitaria.
- Zakatov, P. (1997). *Curso de Geodesia Superior*. Madrid: Rubiños.
- Zurita, P. (2010). *Adopción del nuevo marco de referencia para el Ecuador*. Quito: IGM. Obtenido de [sirgas.org](http://www.sirgas.org): [http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Bol15/37a\\_Zurita\\_et\\_al\\_Reporte\\_Ecuador.PDF](http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Bol15/37a_Zurita_et_al_Reporte_Ecuador.PDF)

## **ANEXOS**

### **ANEXO 1: MEMORIA DE LOS ASCENSOS A LAS TRES PRINCIPALES CUMBRES DEL PAÍS**

**ANEXO 2: REPORTE DE PROCESAMIENTO DE DATOS GNSS Y AJUSTES DE PUNTOS BASE**

**ANEXO 3: ELENCO DE COORDENADAS**

**ANEXO 4: MATERIAL FOTOGRÁFICO**