



**ESPE**

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

## **DEPARTAMENTO DE CIENCIAS ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTROMECAÁNICA**

**“METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO DEL EJE PRINCIPAL DE  
UNA TURBINA TIPO FRANCIS DE LA CENTRAL  
HIDROELÉCTRICA AGOYÁN MEDIANTE EL MÉTODO DE  
ELEMENTOS FINITOS.”**

**AUTOR: CHICAIZA ESCOBAR, EDISON LEONARDO**

**ING. MANJARRÉS ARIAS, FÉLIX XAVIER  
DIRECTOR DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**



# PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Desarrollar una metodología para el análisis y diseño del eje principal de una turbina tipo Francis en la central hidroeléctrica Agoyán.

Conocer los parámetros mecánicos de funcionamiento del eje de la turbina tipo Francis

La necesidad de una metodología para la determinación de los parámetros mecánicos de funcionamiento del eje que permita el ahorro de tiempo y recursos.

Contribuir en el mejoramiento de las tareas de mantenimiento preventivo o correctivo



# OBJETIVOS

## Objetivo General:

- Desarrollar una metodología para el análisis y diseño del eje principal de una turbina tipo Francis en la central hidroeléctrica Agoyán



## *Objetivos Específicos:*

- Realizar una investigación científica acerca del diseño de ejes basados en el método del elemento finito.
- Elaborar un análisis de las cargas que intervienen en el eje de la turbina tipo Francis de la central hidroeléctrica Agoyán.
- Realizar el dibujo CAD (diseño asistido por ordenador), analizando las posibilidades de rediseño del eje de la turbina tipo Francis.



- Realizar una programación en el lenguaje “M”, que disponga de una interfaz amigable con el usuario(GUI) fundamentada en el método del elemento finito para proporcionar una herramienta de análisis de ejes de turbinas Francis que sea de utilidad a la empresa.
- Validar los resultados obtenidos por métodos analíticos mediante la comparación con simulaciones apropiadas mediante el software CAE(Ingeniería asistida por computador) “ANSYS”
- Implementar la metodología desarrollada en la central hidroeléctrica Agoyán

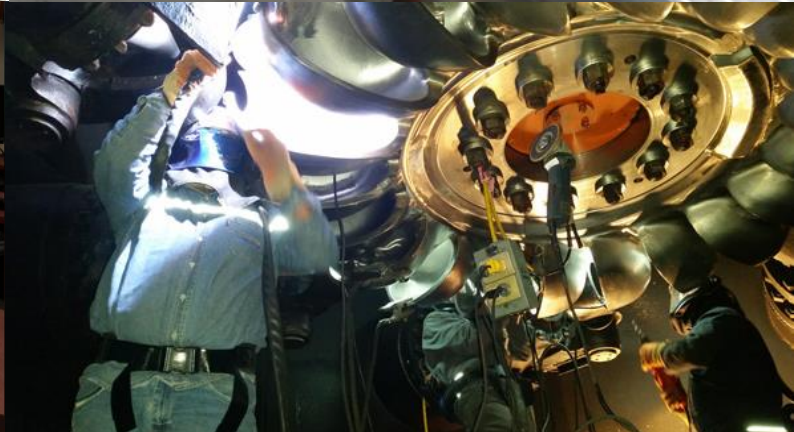
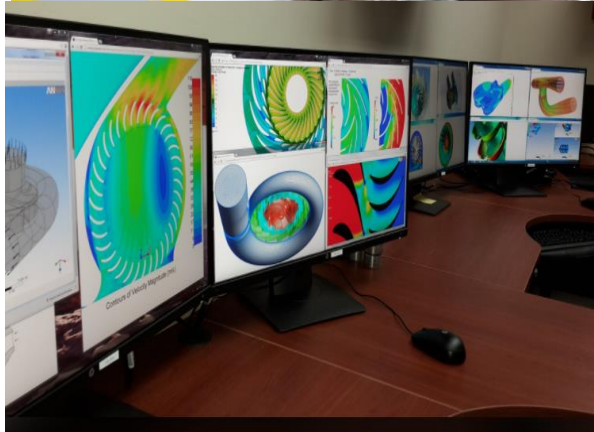
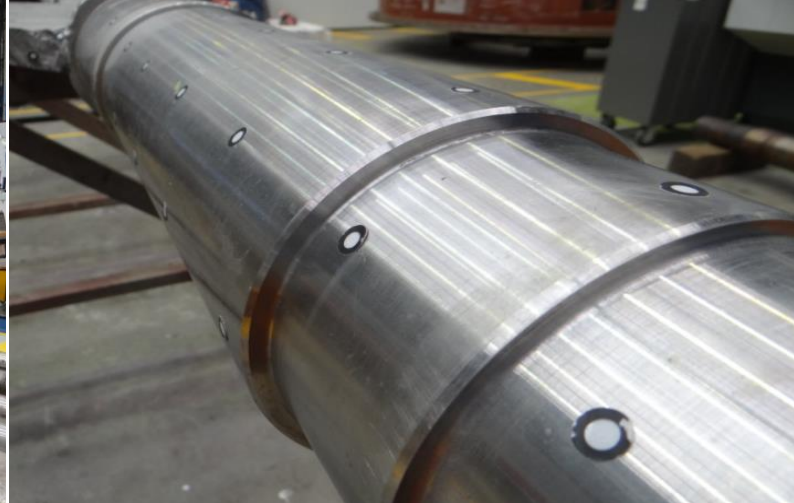


# HIPÓTESIS

La metodología para el diseño del eje principal de una turbina tipo Francis mediante el método de elementos finitos permitirá contribuir en el mantenimiento, rediseño o repotenciación de máquinas industriales presentes en la central hidroeléctrica Agoyán.



- **RECUPERACIÓN DE PARTES INDUSTRIALES**



# ANÁLISIS DE ESFUERZOS QUE SOPORTA EL EJE DE LA TURBINA

**ESFUERZO TORSIONAL :** Debido al par motor transmitido al generador.

**ESFUERZO DE FLEXIÓN:** Debido al peso del rodete.

**ESFUERZO AXIAL:** Debido a las fuerzas conducidas por la reacción del agua.

En el dimensionamiento del eje de la turbinas hidráulicas se toma en cuenta el esfuerzo torsional que es el más importante (**Mataix, 1975**).





# DETERMINACIÓN DEL TORQUE

## Ecuación fundamental de Euler para turbomáquinas

$$T = \dot{m} * [(r * C_u)_1 - (r * C_u)_2]$$

**Donde:**

$\dot{m} = \rho * Q$  (flujo másico)

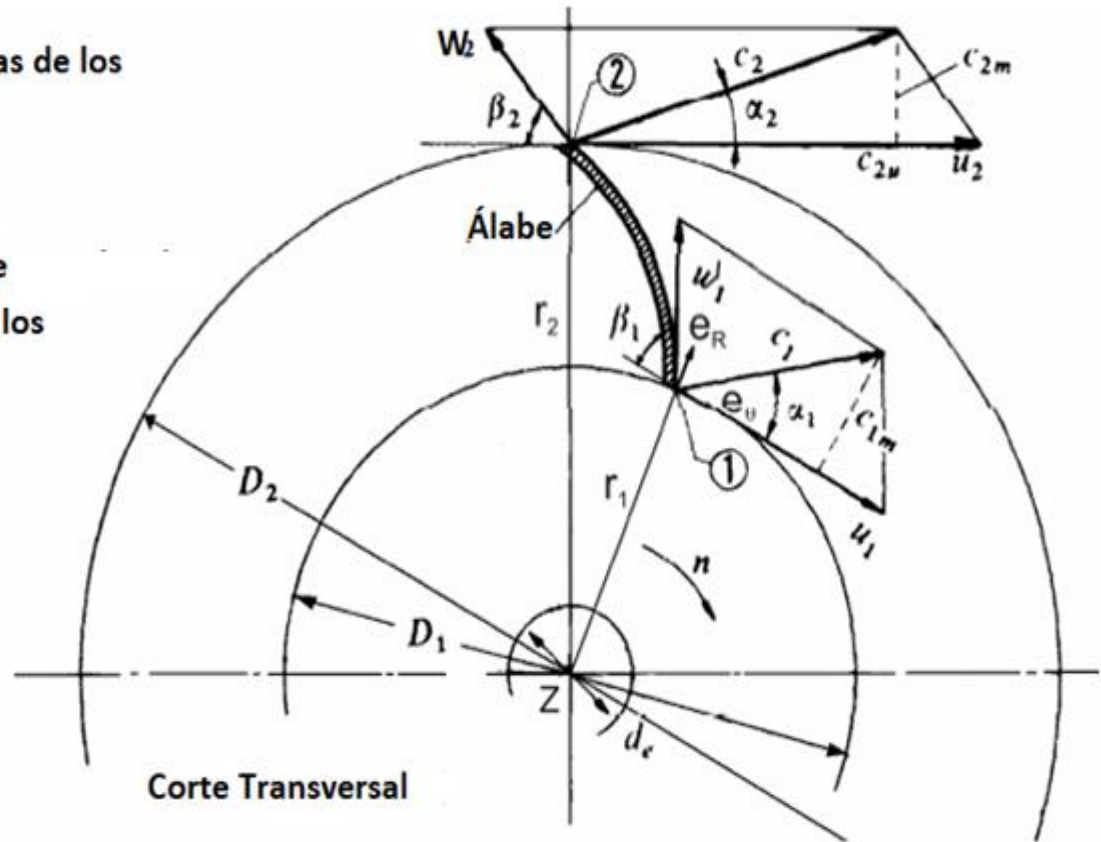
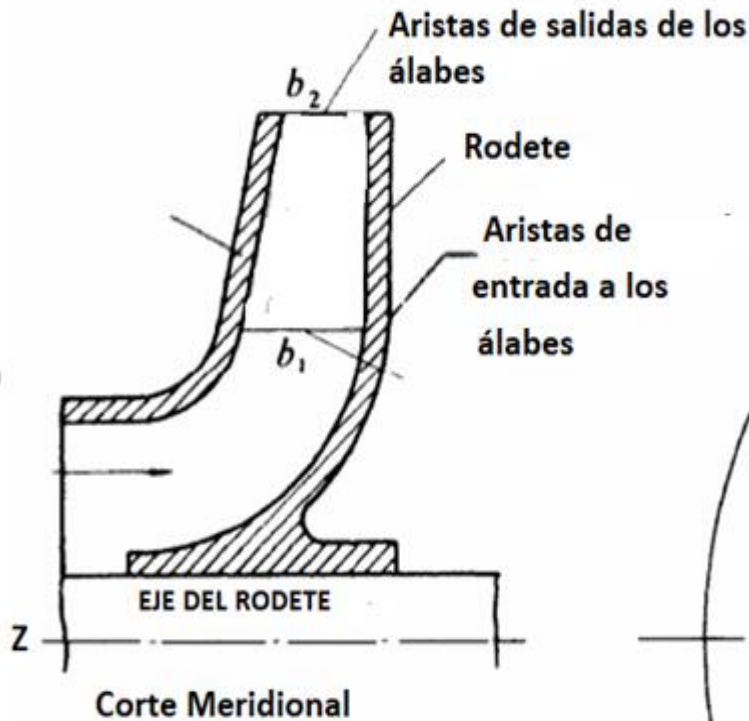
$r_1$  y  $r_2$  = radios de entrada y salida del flujo de agua del rodete

$C_{u1}$ ,  $C_{u2}$ : La componente periférica de la velocidad de entrada y salida del flujo en el rodete



# DETERMINACIÓN DEL TORQUE

## Rodete de una bomba centrífuga con sus triángulos de velocidades



# DETERMINACIÓN DEL TORQUE

## Determinación de parámetros para el cálculo del torque

### Flujo másico

$$\dot{m} = \rho * Q$$

$\rho =$  Densidad del agua

$Q =$  caudal neto

$$\dot{m} = 1000 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} * 59.3 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

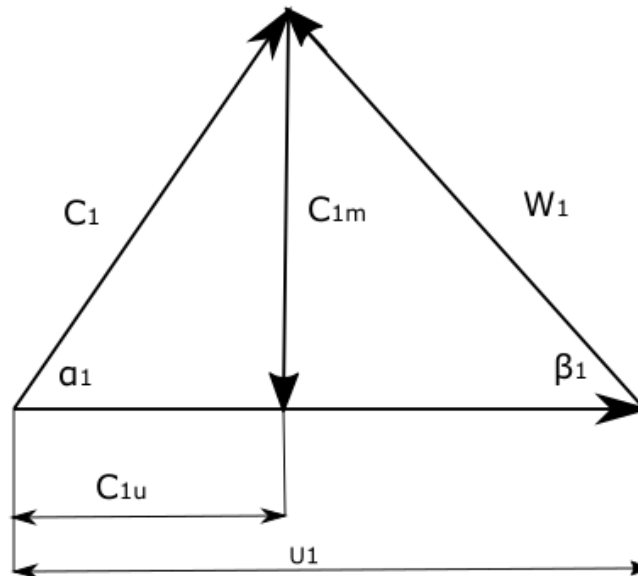


# DETERMINACIÓN DEL TORQUE

## Componentes periférica de la velocidad de entrada y salida del rodete

$$(C_u)_1 \quad \text{y} \quad (C_u)_2$$

Para la obtención del rendimiento máximo la componente de salida  $(C_u)_2$  debe ser cero.



# DETERMINACIÓN DEL TORQUE

## Componentes periférica de la velocidad de entrada y salida del rodete

- Componente tangencial de la velocidad en la entrada del rodete

### Datos:

Velocidad angular de la turbina  $n$ : 225 rpm.

Diámetro entrada del rodete  $D_1$ : 3.35 m.

$$u_1 = \frac{\pi * n * D_1}{60}$$

$$u_1 = \frac{\pi * 225 \text{ rpm} * 3.35 \text{ m}}{60}$$

$$u_1 = 39.446 \text{ m/s}$$



# DETERMINACIÓN DEL TORQUE

## Componentes periférica de la velocidad de entrada y salida del rodete

### ➤ Cálculo de la velocidad específica de la turbina.

$$n_s = \frac{N \cdot \sqrt{P_t}}{(H_n)^{\frac{5}{4}}}$$

#### ▪ Potencia hidráulica

$$P_t = \rho * g * Q * H_n$$

$H_n = 157$  m (altura neta)

$$g = 9.8 \frac{m}{s^2}$$

$$P_t = 1000 \frac{Kg}{m^3} * 9.8 \frac{m}{s^2} * 59.3 \frac{m^3}{s} * 157m$$

$$P_t = 91238.98 \text{ KW}$$

#### ▪ Potencia en unidades [CV]

$$P_t [CV] = \frac{P_t [KW]}{0.73549875}$$

$$P_t = 124050.4895 [CV]$$

#### ▪ Velocidad específica

$$n_s = \frac{225 * \sqrt{124050.4895}}{(157)^{\frac{5}{4}}}$$

$$n_s = 142 \text{ rpm}$$



# Determinación de parámetros para el cálculo del torque

## Componentes periférica de la velocidad de entrada y salida del rodete

Rangos de velocidad específicas de las turbinas hidráulicas

Tipo	$\Omega_{sp}$	$\eta\%$
Rodete Pelton		
Jet único	0.02-0.18	88-90
Dos jets	0.09-0.26	89-92
Tres jets	0.10-0.30	89-92
Cuatro jets	0.12-0.36	86
Francis		
Velocidad Lenta	0.39-0.65	90-92
Velocidad Normal	0.65-1.2	93
Velocidad Rápida	1.2-1.9	93-96
Velocidad extrema	1.9-2.3	89-91
Turbina Kaplan	1.55-5.17	87-94
Turbina de bulbo	3-8	

Nota. Tomada de (Korpela, 2011).

Tipo de turbina según revoluciones específicas

$n_s$	Turbina
$2 \leq n_s \leq 30$	Pelton de una boquilla
$30 \leq n_s \leq 60$	Pelton de varias boquillas
$60 \leq n_s \leq 200$	Francis lenta
$n_s = 200$	Francis normal
$200 \leq n_s \leq 450$	Francis rápida
$450 \leq n_s \leq 500$	Francis de varios rodetes
$500 \leq n_s \leq 1350$	Hélice

Nota. Tomada de (Hidalgo, 2015).

### Rendimiento hidráulico

$$\eta_h = 0,94$$



# Determinación de parámetros para el cálculo del torque

## Componentes periférica de la velocidad de entrada y salida del rodete

➤ Cálculo de la altura de Euler

**Datos:**

$H_n$ : 157 m(altura neta)

$\eta_h = 0,94$

$$H_u = \eta_h * H_n$$

$$H_u = 0.94 * 157m$$

$$H_u = 147.580 m$$

➤ Ecuación de Euler para el rendimiento máximo

$$H_u = \frac{u_1 * C_{1u}}{g}$$

$$C_{1u} = \frac{9.8 \frac{m}{s^2} * 147.580m}{39.446 m/s}$$

$$C_{1u} = 36.665 \frac{m}{s}$$





# Cálculo del torque del eje de la turbina

- Cálculo del torque mediante ecuación de Euler

$$T = \dot{m} * [(r * C_u)_1]$$

$$\dot{m} = 1000 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} * 59.3 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$r = (D/2) = (3.35 / 2) \text{ m.}$$

$$C_{1u} = 36.665 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T = 1000 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} * 59.3 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} * \left[ \left( \frac{3.35 \text{ m}}{2} * 36.665 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \right]$$

$$T = 3.641 \text{ MNm}$$

- Cálculo del torque mediante ecuación convencional

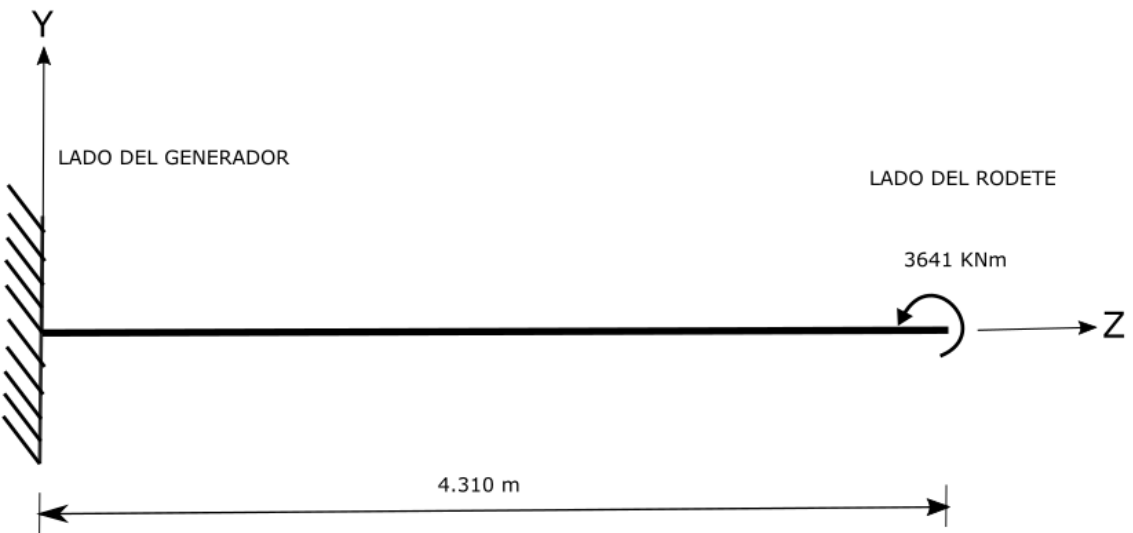
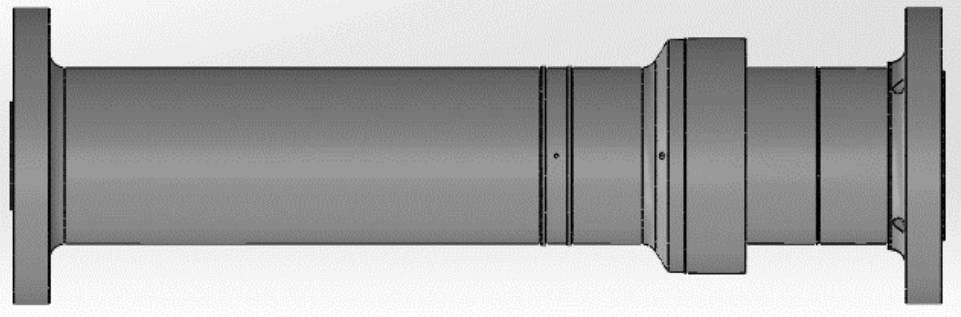
$$T = \frac{P}{\omega}$$

$$T = \frac{78 \text{ MW}}{23.56 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}}$$

$$T = 3.310 \text{ MNm}$$



# Eje de la turbina Tipo Francis, Central Hidroeléctrica Agoyán



# Análisis Estático del Eje

## ➤ Esfuerzo cortante

Datos del eje:

$d_o$ : 0.81 m

$d_i$ : 0.2 m

$$\tau_{nom} = \frac{16 * T}{\pi d_o^3} * B \quad \alpha = \frac{d_i}{d_o} \quad B = \frac{1}{1 - \alpha^4}$$

$$\alpha = \frac{0.2m}{0.81m} = 0.246$$

$$B = \frac{1}{1 - 0.246^4} = 1.0036$$

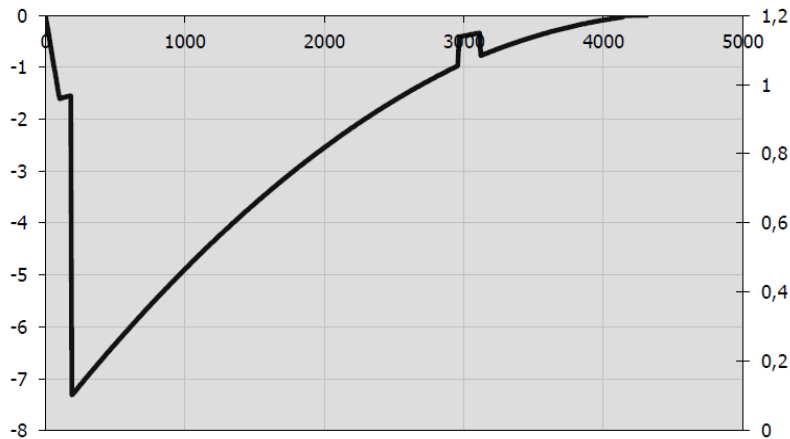
$$\tau_{nom} = \frac{16 * 3.641 \text{ MNm}}{\pi * (0.81m)^3} * 1.0037$$

$$\tau_{nom} = 34.892 \text{ MPa}$$



# Cálculo de los esfuerzos normales en el eje

## ➤ Esfuerzo de flexión



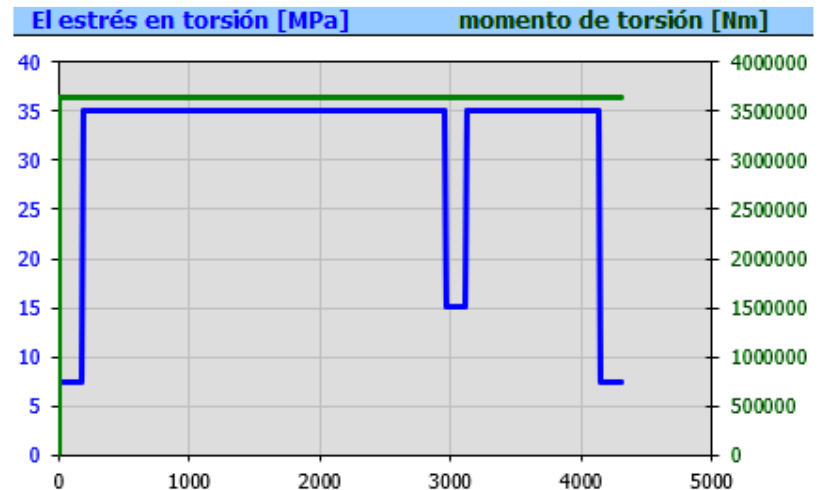
$$\sigma_{xnom} = 7.3 \text{ MPa}$$

## ➤ Esfuerzo cortante principal.

$$\tau_1 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}$$

$$\tau_1 = \sqrt{\left(7.3 \frac{\text{MPa}}{2}\right)^2 + (34.892 \text{ MPa})^2}$$

$$\tau_1 = 35.082 \text{ MPa}$$



# Análisis Dinámico del Eje

**Resistencia a la fatiga del elemento mecánico.**

$$S_e = S'_e * K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * K_f$$

➤  **$S'_e$** : límite de resistencia a la fatiga de la muestra de viga rotatoria.

$$S'_e = 0.5S_{ut}$$

$$S'_e = 0.5 * 600 \text{ MPa}$$

$$S'_e = 300 \text{ MPa}$$

➤  **$K_a$** : factor de superficie.

$$K_a = aS_{ut}^b$$

$$K_a = 272 * 600^{-0.995}$$

$$K_a = 0.468 \text{ Mpa}$$



## Análisis Dinámico del Eje

➤ Factor de tamaño **kb**

Diámetro externo  $d_0$ : 810 mm

Se toma un valor de 1 debido a que en las ecuaciones no especifican un valor para diámetros mayores que 250 mm, el valor máximo de resistencia a la fatiga para una viga giratoria es uno.

$$K_b = 1$$

➤ Factor de modificación de carga **Kc**

$$K_c = 0.59 \text{ torsión}$$

➤ Factor de corrección por temperatura **kd**.

$$K_d = 0.975 + 0.432(10^{-3})T_F - 0.115(10^{-5})T_F^2 + 0.104(10^{-8})T_F^3 - 0.595(10^{-12})T_F^4$$

$$K_d = 0.975 + 0.432(10^{-3}) * 70 - 0.115(10^{-5})70^2 + 0.104(10^{-8})70^3 - 0.595(10^{-12})70^4$$

$$K_d = 0.999$$



# Análisis Dinámico del Eje

- Factor de confiabilidad  **$k_e$**

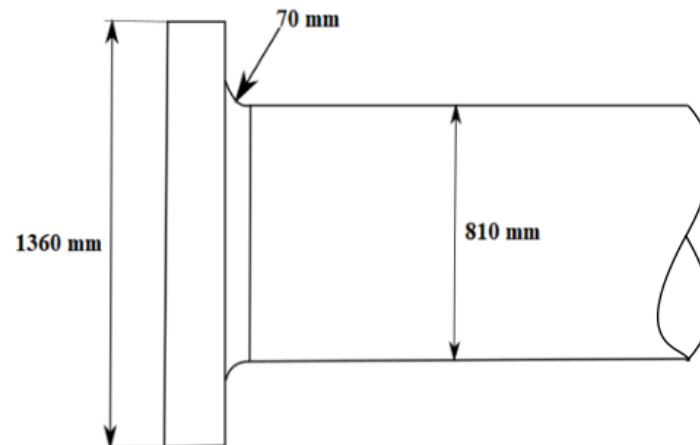
$$K_e = 1 - 0.008Z_a$$

$$K_e = 1 - 0.008 * 3.719$$

$$K_e = 0.97$$

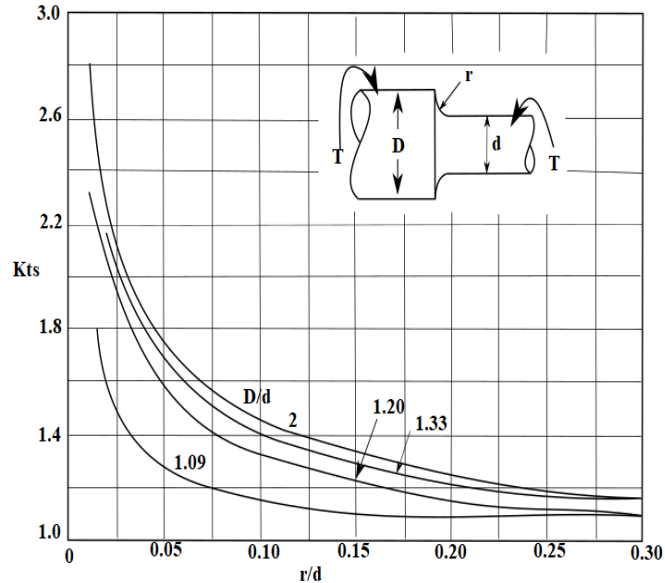
- Factor de Concentración de Esfuerzos  **$K_f$**  en las Zonas Críticas del Eje

etapa 1



# Análisis Dinámico del Eje

## Redondeo con filete en torsión



$$\frac{r}{d} = \frac{70\text{mm}}{810\text{mm}} = 0.08$$

$$\frac{D}{d} = \frac{1360\text{mm}}{810\text{mm}} = 1.679$$

$$K_{ts} = 1.48$$

- **Coefficiente  $K_{fs}$**

$$K_{fs} = 1 + q_{cortante}(K_{ts} - 1)$$

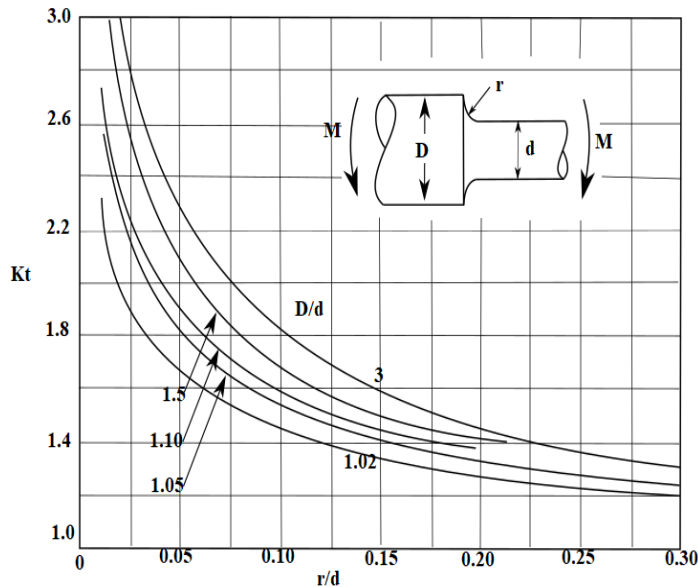
$$K_{fs} = 1 + 0.2(1.48 - 1)$$

$$K_{fs} = 1.096$$



# Análisis Dinámico del Eje

## Redondeo con filete en Flexión



$$\frac{r}{d} = \frac{70\text{mm}}{810\text{mm}} = 0.08$$

$$\frac{D}{d} = \frac{1360\text{mm}}{810\text{mm}} = 1.679$$

$$K_t = 1.82$$

- Coeficiente  $K_{fs1}$

$$K_{fs1} = 1 + q_{cortante}(K_t - 1)$$

$$K_{fs1} = 1 + 0.2(1.82 - 1)$$

$$K_{fs1} = 1.164$$

# Análisis Dinámico del Eje

Factores de concentración de esfuerzo para el eje de la turbina tipo Francis

<b>Factores de concentración de esfuerzos</b>			
<b>Esfuerzos</b>	<b>Etapa 1</b>	<b>Etapa 2</b>	<b>Etapa 3</b>
Torsión $K_{ts}$	1.48	1.45	1.46
Flexión $K_t$	1.82	1.75	1,74

Los factores tienen pequeñas variaciones debido a que los radios de los filetes son los mismos para las tres etapas, además por efecto de la apreciación de valores en las tablas y del cálculo, por ende tomamos los valores para  $K_f$  correspondiente a los factores de la etapa 1 como valor mas grande para incluir en la ecuación general de Marín.



# Análisis Dinámico del Eje

$$S_e = S_e' * K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * K_f$$

$$S_e = 300MPa * 0.468 Mpa * 1 * 0.59 * 0.999 * 0.97 * 1.096 * 1.164$$

$$S_e = 102.40 MPa$$

## ➤ Cálculo del Factor de Seguridad Según los Criterios de Falla

- Goodman Modificado

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{7.3 MPa}{102.40 MPa} + \frac{34.892 MPa}{600 MPa} = \frac{1}{n}$$

$$n = 7.72$$

- ASME-Elíptica

$$\left(\frac{n\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{n\sigma_m}{S_y}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{n * 7.3MPa}{102.4 MPa}\right)^2 + \left(\frac{n * 34.892 MPa}{300 MPa}\right)^2 = 1$$

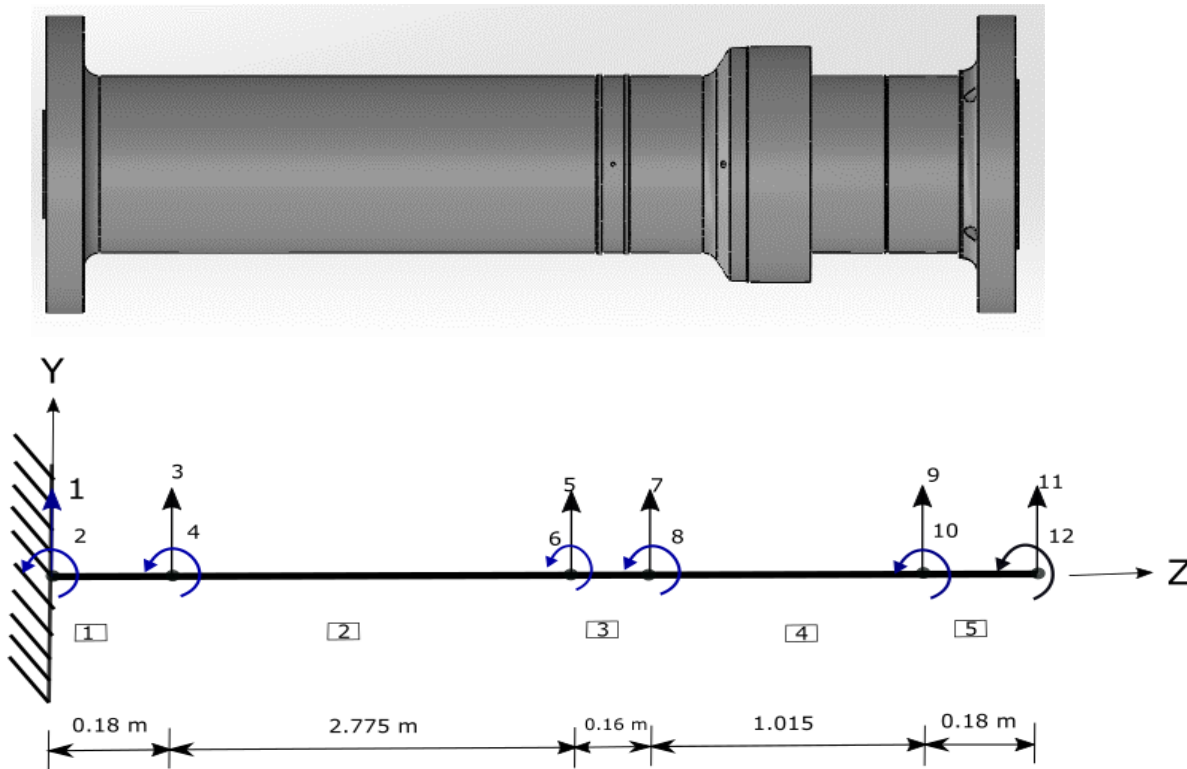
$$n = 7.33$$



## Análisis Del Eje Mediante Software 1

### Análisis Mediante Ansys (APDL).

Aplicación de la teoría para vigas de Timoshenko.



Determinada la configuración geométrica y las condiciones de contornos del elemento se procede a la simulación.

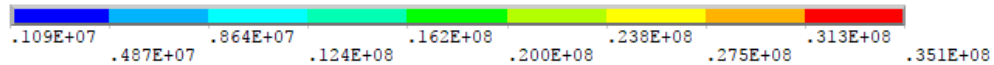
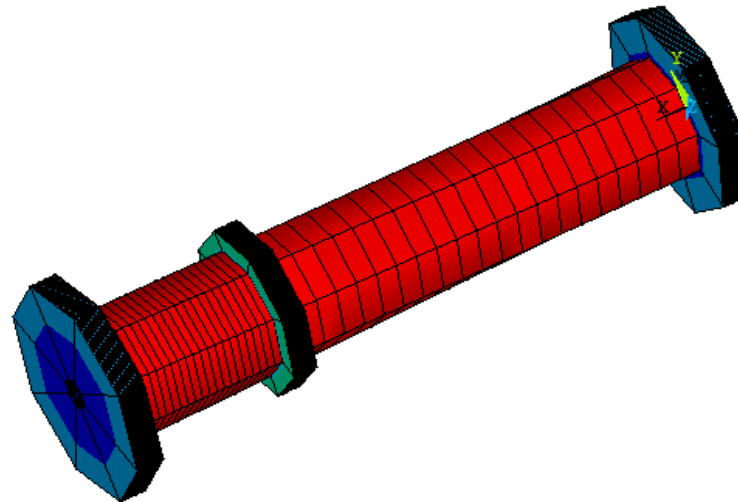


# Análisis Del Eje Mediante Software 1

## Análisis de esfuerzo cortante

TIME=1  
S1 (AVG)  
DMX =.002978  
SMN =.109E+07  
SMX =.351E+08

JUL 28 2020  
22:09:48

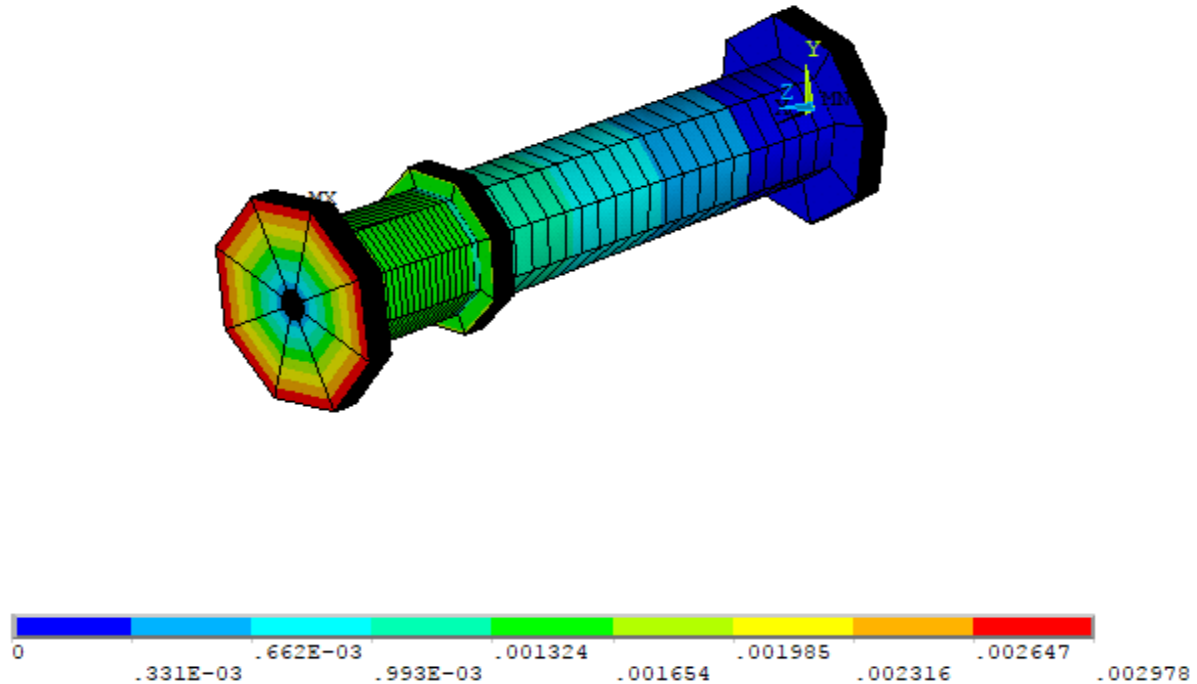


Esfuerzo cortante es de 35 MPa



# Análisis Del Eje Mediante Software 1

## Análisis de desplazamientos



Desplazamiento es 0.029 rad



## Análisis Del Eje Mediante Software 1

Software desarrollado para el análisis de desplazamientos mediante la teoría de vigas de Timoshenko.

- Eje discretizado con todas sus condiciones de contorno
- Matriz de rigidez elemental de Timoshenko

$$K = \frac{EI}{L^3(1 + \phi)} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & L^2(4 + \phi) & -6L & L^2(2 - \phi) \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & L^2(2 - \phi) & -6L & L^2(4 + \phi) \end{bmatrix}$$

- Dimensiones del elemento y sus condiciones de contorno
- Características del material: módulo de elasticidad, coeficiente de Poisson , módulo de corte.



# Análisis Del Eje Mediante Software 1

## Dimensiones de los elementos discretizados

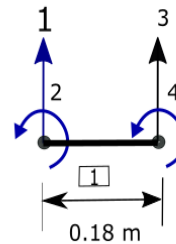
Dimensiones de los elementos discretizados			
Elementos	Diámetro externo D(m)	Diámetro interno d(m)	Longitud L(m)
Elemento 1	1.36	0.2	0.18
Elemento 2	0.81	0.2	2.775
Elemento 3	1.07	0.2	0.16
Elemento 4	0.81	0.2	1.015
Elemento 5	1.36	0.2	0.18





# Análisis Del Eje Mediante Software 1

## Grados de libertad de cada elemento discretizado



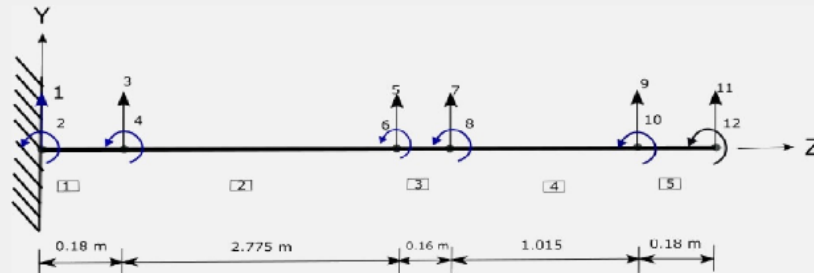
Grados de libertad de los elementos

Elementos	Ny	Nz	Fy	Fz
Elemento 1	1	2	3	4
Elemento 2	3	5	5	6
Elemento 3	5	6	7	8
Elemento 4	7	8	9	10
Elemento 5	9	10	11	12



# Interfaz del Software desarrollado

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS "ESPE"  
ELEMENTOS FINITOS MEDIANTE LA TEORIA DE VIGAS DE TIMOSHENKO  
ANÁLISIS DE DESPLAZAMIENTOS DEL EJE DE UNA TURBINA TIPO FRANCIS



## INGRESO DE DATOS

DoF:   
n:   
v:   
E(Pa)   
G(Pa)

INGRESAR DATOS GENERALES

## DATOS DEL ELEMENTO

D(m)  d(m)  L(m)   
GRADOS DE LIBERTAD  
Ny:  Fy:   
Nz:  Fz:

INGRESAR DATOS

## VECTOR DE CARGAS

V(1,0)=   
V(2,0)=   
V(3,0)=   
V(4,0)=   
V(5,0)=   
V(6,0)=   
V(7,0)=   
V(8,0)=   
V(9,0)=   
V(10,0)=

## DESPLAZAMIENTOS

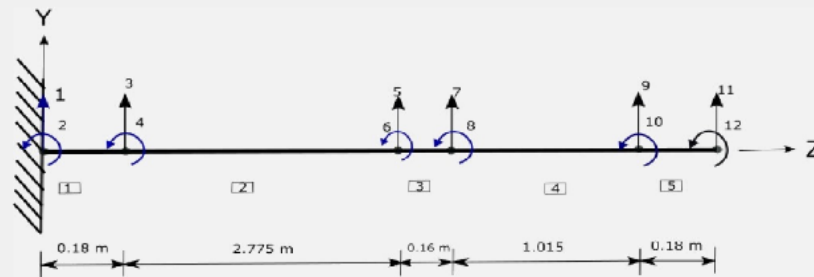
CALCULAR DESPLAZAMIENTOS

LIMPIAR VALORES



# Ejecución del Software desarrollado

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS "ESPE"  
 ELEMENTOS FINITOS MEDIANTE LA TEORIA DE VIGAS DE TIMOSHENKO  
 ANÁLISIS DE DESPLAZAMIENTOS DEL EJE DE UNA TURBINA TIPO FRANCIS



## INGRESO DE DATOS

DoF:   
 n:   
 v:   
 E(Pa)   
 G(Pa)

INGRESAR DATOS GENERALES

## DATOS DEL ELEMENTO

D(m)  d(m)  L(m)

### GRADOS DE LIBERTAD

Ny:  Fy:   
 Nz:  Fz:

INGRESAR DATOS

## VECTOR DE CARGAS

V(1,0)=   
 V(2,0)=   
 V(3,0)=   
 V(4,0)=   
 V(5,0)=   
 V(6,0)=   
 V(7,0)=   
 V(8,0)=   
 V(9,0)=   
 V(10,0)=

## DESPLAZAMIENTOS

1.75705e-06  
 1.95227e-05  
 0.00338555  
 0.00241924  
 0.00377625  
 0.00246457  
 0.00672324  
 0.00334231  
 0.00732661  
 0.00336183

CALCULAR DESPLAZAMIENTOS

LIMPIAR VALORES



# RESULTADOS OBTENIDOS

1.75705e-06 U3  
1.95227e-05 U4  
0.00338555 U5  
0.00241924 U6  
0.00377625 U7  
0.00246457 U8  
0.00672324 U9  
0.00334231 U10  
0.00732661 U11  
0.00336183 U12

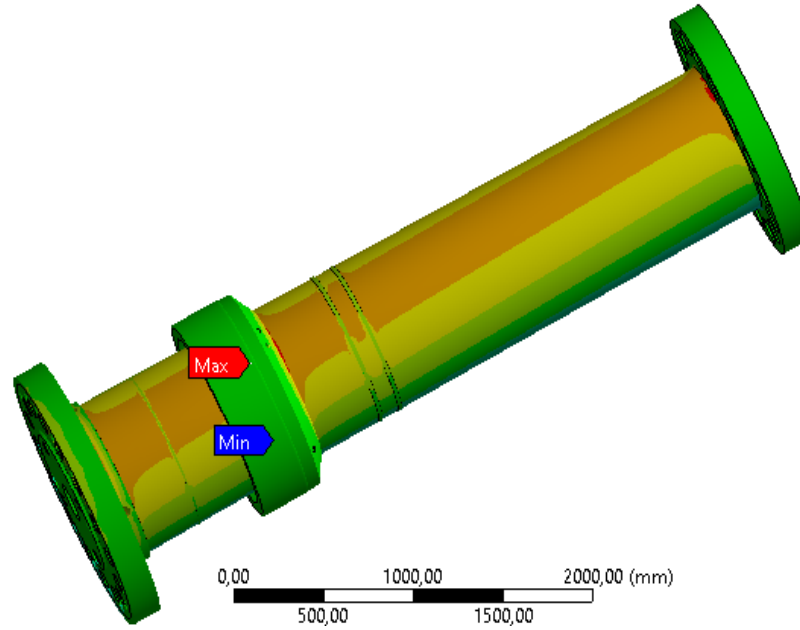
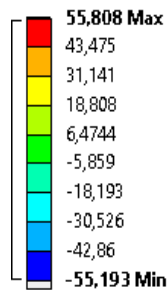
Resultados obtenidos			
Nodos	Solución	Ansys Student	Error (%)
	analítica(software)	APDL	
Nodo U10	0.00334	0.002647	26.923
Nodo U12	0.00336	0.002978	13.793



# Análisis Del Eje Mediante Software 2

## Análisis de esfuerzo cortante

**B: Static Structural**  
Shear Stress  
Type: Shear Stress(XY Plane)  
Unit: MPa  
Global Coordinate System  
Time: 1  
26/7/2020 15:17



$$\tau_{max} = \tau_{norm} * K_{ts}$$

### Etapa 1

$$\tau_{max} = 35.08 \text{ Mpa} * 1.48$$

$$\tau_{max} = 51.9184 \text{ MPa}$$

### Etapa 2

$$\tau_{max} = 35.08 \text{ Mpa} * 1.45$$

$$\tau_{max} = 50.866 \text{ MPa}$$

### Etapa 3

$$\tau_{max} = 35.08 \text{ Mpa} * 1.46$$

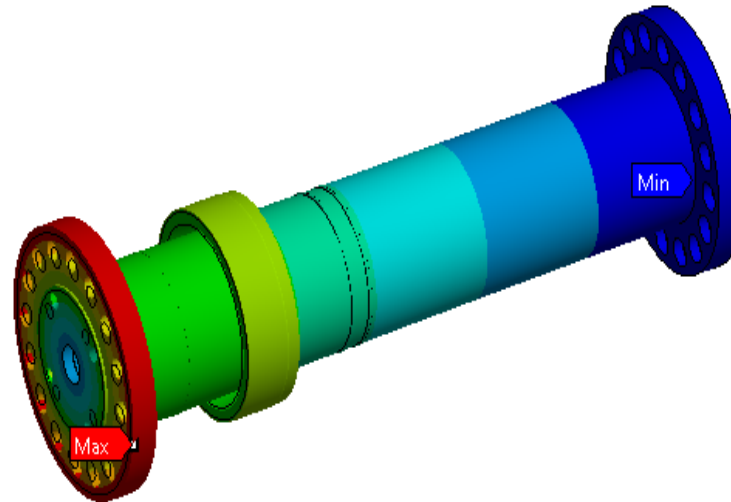
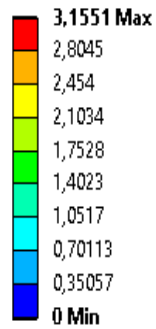
$$\tau_{max} = 51.216 \text{ MPa}$$



# Análisis Del Eje Mediante Software 2

## Análisis de desplazamientos

**B: Static Structural**  
Total Deformation  
Type: Total Deformation  
Unit: mm  
Time: 1  
26/7/2020 15:05

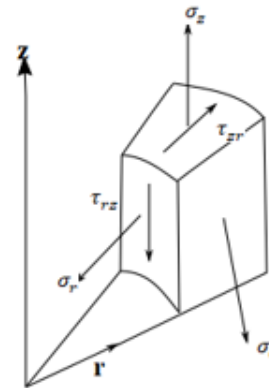
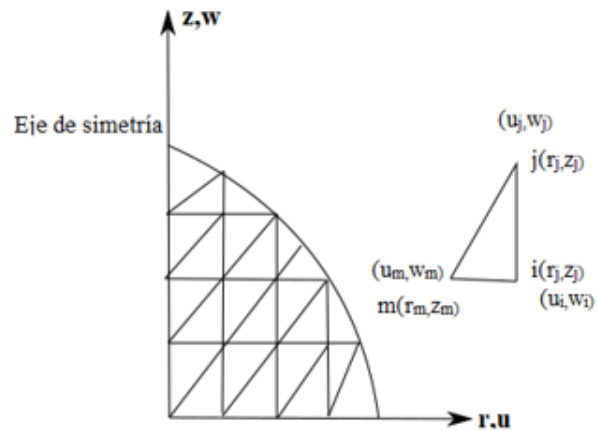
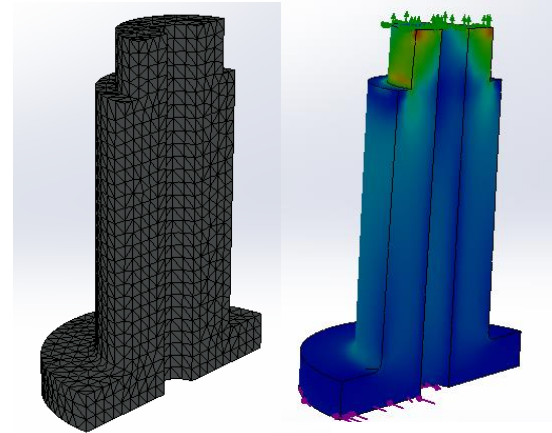
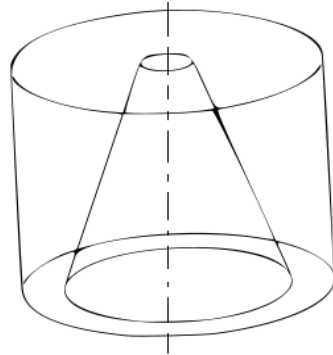


Desplazamiento máximo de 3.15 mm



## Análisis Del Eje Mediante Software 2

Software Para el Análisis de desplazamientos en Elementos Axisimétricos.



Nota: (Daryl, 2012).



## Análisis Del Eje Mediante Software 2

- Discretizar elementos y sus condiciones de contorno
- Matriz de rigidez elemental

$$[K] = 2\pi\bar{r}[\bar{B}]^T[D][B]$$

- [B] matriz de deformación unitaria
- [D] matriz de propiedades del material.
- Determinación de desplazamientos.

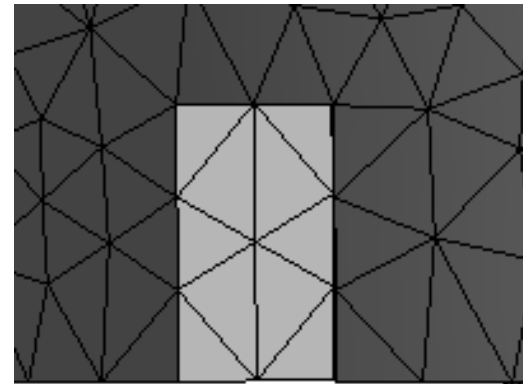
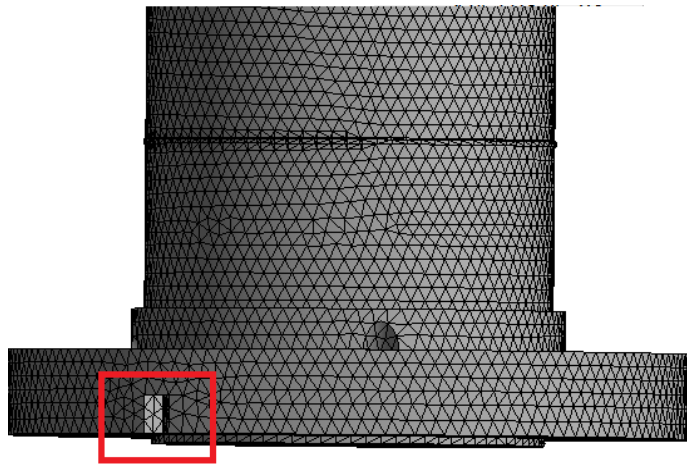
$$\{\vec{U}\} = [K]^{-1}\{\vec{F}\}$$





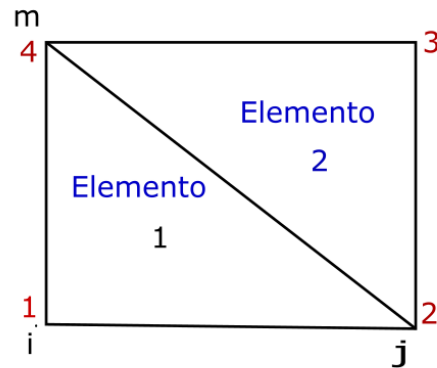
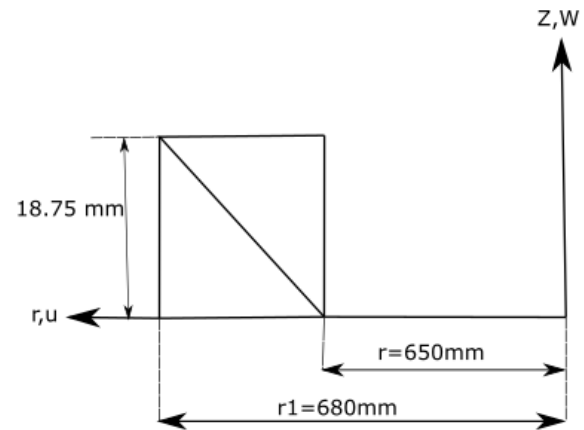
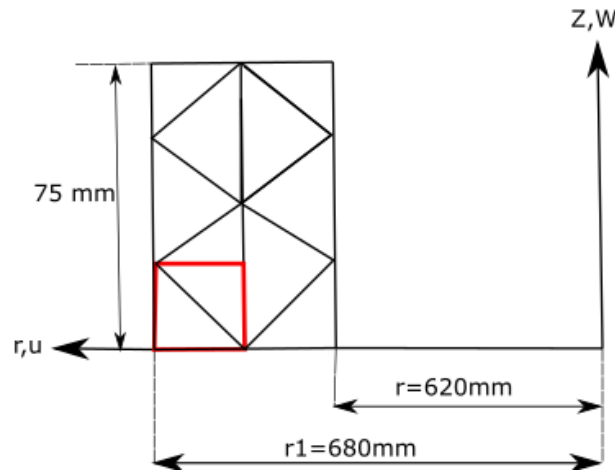
# Análisis Del Eje Mediante Software 2

## Discretización de elementos



# Análisis Del Eje Mediante Software 2

## Discretización de elementos



## Análisis Del Eje Mediante Software 2

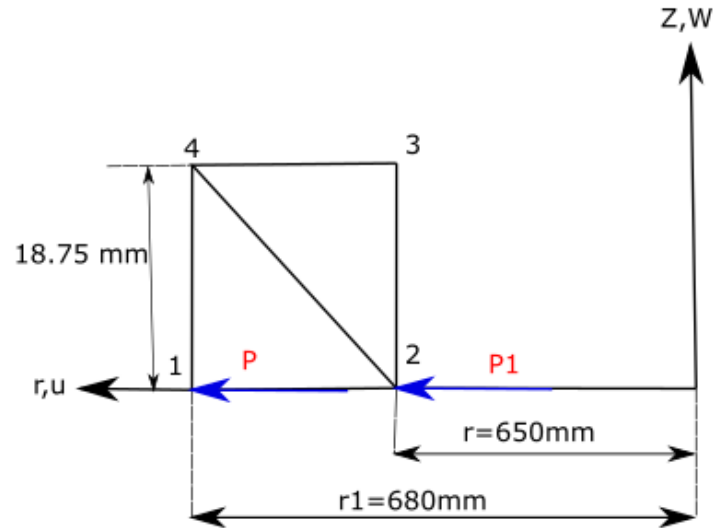
Coordenadas en notación global		
Nodos	Coordenadas(mm)	
	r	Z
Nodo 1	680	0
Nodo 2	650	0
Nodo 3	650	18.75
Nodo 4	680	18.75

Coordenadas de los elementos en notación local					
Coordenadas del elemento 1(mm)					
ri	680	rj	650	rm	680
Zi	0	zj	0	zm	18.75
Coordenadas del elemento 2(mm)					
ri	650	rj	650	rm	680
Zi	0	zj	18.75	zm	18.75



## Análisis Del Eje Mediante Software 2

### Aplicación de cargas en los elementos discretizados



$$\{f_s\} = \frac{2\pi r_j (z_m - z_j)}{2} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p_r \\ p_z \\ p_r \\ p_z \end{Bmatrix}$$

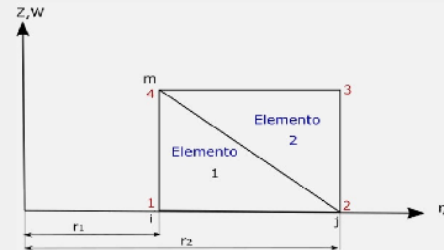
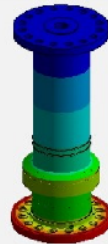
$$\{f_s\} = \frac{2\pi * 650(18.75 - 0)}{2} * 51.918$$

$$\{f_s\} = 1.9878 \text{ MN}$$



# Interfaz del Software 2 desarrollado

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS "ESPE"  
ELEMENTOS FINITOS PARA SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN (AXISIMÉTRICOS)  
ANÁLISIS DE DESPLAZAMIENTOS DEL EJE DE UNA TURBINA TIPO FRANCIS



## INGRESO DE DATOS

E(GPa)   
v:

INGRESAR DATOS GENERALES

## DATOS DEL ELEMENTO

COORDENADAS ELEMENTO 1 (mm)

ri:  rj:  rm:

zi:  zj:  zm:

COORDENADAS ELEMENTO 2 (mm)

ri:  rj:  rm:

zi:  zj:  zm:

INGRESAR DATOS

## VECTOR DE CARGAS(N)

V(1,0)=

V(2,0)=

V(3,0)=

V(4,0)=

V(5,0)

V(6,0)=

V(7,0)=

V(8,0)

## DESPLAZAMIENTOS(mm)

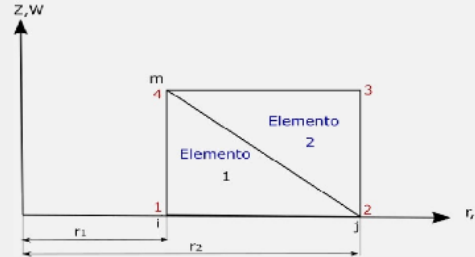
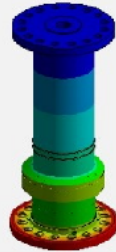
CALCULAR DESPLAZAMIENTOS

LIMPIAR



# Ejecución del Software 2 desarrollado

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS "ESPE"  
ELEMENTOS FINITOS PARA SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN (AXISIMÉTRICOS)  
ANÁLISIS DE DESPLAZAMIENTOS DEL EJE DE UNA TURBINA TIPO FRANCIS



### INGRESO DE DATOS

E(GPa)   
v:

INGRESAR DATOS GENERALES

### DATOS DEL ELEMENTO

#### COORDENADAS ELEMENTO 1 (mm)

ri:  rj:  rm:   
zi:  zj:  zm:

#### COORDENADAS ELEMENTO 2 (mm)

ri:  rj:  rm:   
zi:  zj:  zm:

INGRESAR DATOS

### VECTOR DE CARGAS(N)

V(1,0)=   
V(2,0)=   
V(3,0)=   
V(4,0)=   
V(5,0)=   
V(6,0)=   
V(7,0)=   
V(8,0)=

### DESPLAZAMIENTOS(mm)

CALCULAR DESPLAZAMIENTOS

LIMPIAR

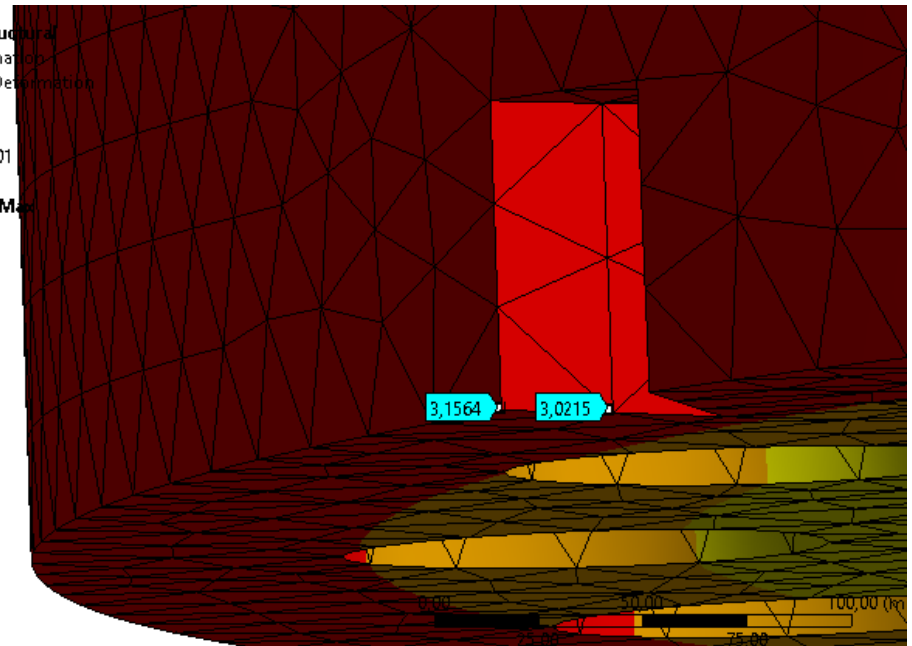
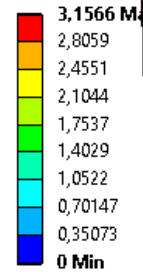


# RESULTADOS OBTENIDOS

## DESPLAZAMIENTOS(mm)

3.11249	u1
-0.39526	w1
3.35251	u2
0	w2
0	u3
0	w3
0	u4
0	w4

B: Static Structural  
 Total Deformation  
 Type: Total Deformation  
 Unit: mm  
 Time: 1  
 4/8/2020 15:01



## Resultados obtenidos

Nodos	Solución	Ansys Student	Error (%)
	analítica(software)	Workbenck	
Nodo U1	3.1124	3.1564	1.38
Nodo U2	3.3525	3.0222	10.92



# CONCLUSIONES

- Para el análisis de deflexión del eje de la turbina Francis de la central hidroeléctrica Agoyán se necesitan definir su geometría total y los esfuerzos a los cuales está sujeto, en base a esto se determinó el esfuerzo de torsión de 34.892 MPa, esfuerzo de flexión de 7.3 MPa estos esfuerzos son causados por el torque de 3.641 MNm resultante de la energía potencial del agua y transformada en potencia mecánica, el esfuerzo axial es de 3.84 MPa causado por el empuje hidráulico, en el dimensionamiento del eje de la turbinas hidráulicas se toma en cuenta el esfuerzo torsional que es el más importante a considerar debido a que los otros esfuerzos son pequeños, para nuestro análisis se consideró el esfuerzo de torsión y flexión resultante del torque.





- Para el análisis de esfuerzos en el eje no es obligatorio la determinación de estos en todas las secciones del eje, basta con determinarlos en las zonas críticas donde se tiene mayor incidencia de la carga y donde existen concentradores de esfuerzos, los factores de concentración de esfuerzo para el eje sometido al análisis son 1.48 y 1.82 para el esfuerzo torsional y para la flexión respectivamente localizados en la variación de sección del eje de la etapa 1, el factor de torsión da un esfuerzo torsional resultante de 51.91[MPa] correspondiente a la zona crítica de la etapa 1 donde se tiene incidencia de la carga torsional.



- La resistencia a la fatiga depende de varios factores, así como también en gran medida de los factores de concentración de esfuerzos, en base a los factores de 1.48 y 1,82 correspondientes a los factores de esfuerzo de torsión y flexión se determinó el factor  $K_f$  para la ecuación de Marín obteniendo valores de 1.096 y 1.164 lo cual da como resultado 102.40 [MPa] para la resistencia a la fatiga, mediante la ecuación de ASME-Elíptica se determina el factor de seguridad correspondiente a 7.3 que está en el rango para este tipo de elementos de máquinas.



- De acuerdo con el análisis y comparación de los desplazamientos obtenidos entre el software desarrollado en base a la teoría de Timoshenko y Ansys Student APDL se tiene un porcentaje de error de convergencia de 26.92% y 13.79% correspondientes a los grados de libertad rotacional U10 y U12, no se tiene una buena convergencia de resultados, esto se debe a la geometría de eje el cual fue analizado como una viga y presentó deformaciones en su modelado, la deflexión ocasionada por las cargas externas son quienes causan estos desplazamientos, para minimizar la deflexión del eje su longitud debe ser tan corta como se pueda además de que esto también permitirá reducir sus esfuerzos.



- En el análisis de desplazamientos mediante el software desarrollado para elementos axisimétricos y Ansys Student Workbenck se tiene un porcentaje de error en la convergencia de resultados de 1.38% y 10.92% para el nodo U1 y U2, se tiene una buena convergencia de resultados debido a que se analizó en una zona crítica del eje donde se tiene la incidencia directa de la carga torsional causante de los máximos desplazamientos del eje, no obstante de igual manera la deflexión provocada por cargas externas son quienes generan estos desplazamientos.



- Los errores de convergencia obtenidos en el análisis en base a la teoría de Timoshenko y al método de los elementos axisimétricos se deben a que ambos métodos trabajan con ecuaciones diferenciales las cuales su principio fundamental es la aproximación de resultados, también se debe a que en los métodos analíticos como los expuestos anteriormente la aplicación de las cargas es puntual lo que no sucede con los paquetes computacionales de alta calidad en donde son aplicadas en forma de gradiente, para tener una buena convergencia de resultados los pasos en la malla deben tender a cero lo cual imposibilitaría el análisis mediante los métodos expuestos.



- El método de elementos finitos resulta una eficaz herramienta que presenta validez en la determinación de parámetros de diseño y comportamiento mecánico de estructuras permitiendo reducir el tiempo y recursos computacionales.
- La metodología desarrollada para el análisis y diseño de la turbina tipo Francis en base a medios de análisis convencionales y no convencionales como el método de elementos finitos permite la modificación rápida de parámetros como la aplicación de cargas, características del material y geometrías lo cual facilita determinación de los parámetros de comportamiento mecánico del eje reduciendo tiempos y recursos a la hora del análisis.



## RECOMENDACIONES

- La deformación del eje causada por las cargas superficiales genera desplazamientos y esfuerzos, para una buena apreciación de estos desplazamientos y esfuerzos se deben elegir zonas de alta incidencia, estas zonas dependerán de la geometría y la aplicación de cargas en el eje.
- En el diseño y análisis de ejes se debe reducir la longitud del eje tanto como sea posible con la finalidad de minimizar efectos de deflexión y momentos flexionantes, se debe evitar la configuración de ejes en voladizo debido a que este tipo de ejes presentan mayor deflexión ante las cargas.
- Realizar análisis con materiales de diferentes características y diferentes configuraciones geométricas con la finalidad de reducir la deflexión y los esfuerzos y así aumentar la durabilidad del elemento mecánico.



- La falla por fatiga se puede reducir mediante el incremento de la resistencia del material y por los factores de concentración de esfuerzo por ende la correcta selección del material sus tratamientos ya sean superficiales o térmicos y la geometría del eje son importantes para el diseño dinámico.
- En la aplicación del elemento finito como herramienta de análisis para la determinación de los parámetros de comportamiento mecánico y estructural del eje se deben tomar pequeñas regiones de gradientes de alto estrés o desplazamientos para que el método de evaluación por un punto centroide sea viable y convergente, esto para el análisis de sólidos de revolución o llamados también elementos axisimétricos.





*“Cuando pensamos que el día de mañana nunca llegará, ya se ha convertido en el ayer”*

*Henry Ford*

**GRACIAS POR SU ATENCIÓN**



**ESPE**  
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA