



**Modelado y control clásico de un cuadricóptero para el despegue y aterrizaje suave en interior**

Andrango Ledesma, Luis Elias

Departamento de Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones

Carrera de Ingeniería en Electrónica, Automatización y Control

Trabajo de titulación, previo a la obtención del título de Ingeniería en Electrónica,  
Automatización y Control

Ing. Orozco Brito, Luis Alberto MSc.

20 de julio del 2021



URKUND

## Urkund Analysis Result

Analysed Document: Tesis\_LuisAndrango Urkund.pdf (D111760888)  
 Submitted: 8/27/2021 7:36:00 PM  
 Submitted By: biblioteca@espe.edu.ec  
 Significance: 2 %



### Sources included in the report:

1043-3315-1-RV(1).pdf (D41875165)

<https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/001/1727/1/TGT-410.pdf>

<https://www.redalyc.org/jatsRepo/2570/257054721003/html/index.html>

<http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/11059/9025/1/T629.1326%20G984.pdf>

<https://docplayer.es/85093365-U-n-i-v-e-r-s-i-d-a-d-e-p-i-u-r-a.html>

<https://www.riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/115401/Negr%C3%ADn%20-%20Control%20y%20monitorizaci%C3%B3n%20de%20un%20prototipo%20de%20dron%20con%20NI%20myRIO%20y%20LabVIEW.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

### Instances where selected sources appear:

7





**DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y  
TELECOMUNICACIONES**

**CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA, AUTOMATIZACIÓN Y  
CONTROL**

**RESPONSABILIDAD DE AUTORÍA**

Yo, **Andrango Ledesma, Luis Elias**, con cédula de ciudadanía n° 1206526186, declaro que el contenido, ideas y criterios del trabajo de titulación: **“Modelado y control clásico de un cuadricóptero para el despegue y aterrizaje suave en interior”** es de mi autoría y responsabilidad, cumpliendo con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos, y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, respetando los derechos intelectuales de terceros y referenciando las citas bibliográficas.

**Sangolquí, 25 de agosto de 2021**

Firma

**Andrango Ledesma, Luis Elias**

C.C.: 1206526186



**DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y  
TELECOMUNICACIONES**

**CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA, AUTOMATIZACIÓN Y  
CONTROL**

**AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN**

Yo **Andrango Ledesma, Luis Elias**, con cédula de ciudadanía n° 1206526186, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar el trabajo de titulación: **“Modelado y control clásico de un cuadricóptero para el despegue y aterrizaje suave en interior”** en el Repositorio Institucional, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi responsabilidad.

**Sangolquí, 25 de agosto de 2021**

Firma

.....  


**Andrango Ledesma, Luis Elias**

C.C.: 1206526186

### **Dedicatoria**

El presente trabajo dedico a mis padres, por la ayuda dada en todos estos años de vida y por apoyarme en el transcurso de mi formación.

A mi madre por fomentar en mí el amor hacia el estudio.

A mi padre por ser fuente de inspiración y ejemplo del trabajo duro y el sacrificio.

Y a mis hermanas, Karla y Karen.

Luis Andrango

## **Agradecimiento**

En primer lugar, agradezco a mis padres por el apoyo dado a lo largo de vida y por ser fuente de inspiración.

Al Ingeniero Luis Orozco, por la ayuda prestada en el desarrollo del presente proyecto, por su paciencia y conocimiento brindado para la

A los docentes de la Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE, por todo el conocimiento brindado en todos mis años de formación académica.

Luis Andrango

## Índice de Contenido

Índice de Contenido .....	8
Índice de Tablas.....	12
Índice de Figuras .....	13
Resumen.....	16
Abstract.....	17
Introducción.....	18
Antecedentes .....	18
Justificación e Importancia.....	20
Objetivos .....	21
Objetivo General .....	21
Objetivos Específicos.....	21
Alcance.....	22
Marco Teórico .....	25
Vehículos Aéreos no tripulados .....	25
Cuadricóptero.....	26
Componentes de un Cuadricóptero.....	27
Motor sin Escobillas .....	28

Controlador Electrónico de Velocidad (ESC) .....	28
Unidad de Medición Inercial (IMU).....	28
Propelas .....	28
Controladores Clásicos.....	29
Controlador Proporcional .....	30
Controlador Integral.....	30
Controlador Derivativo .....	30
Controlador PI .....	31
Controlador PD.....	31
Controlador PID.....	31
Modelado del Cuadricóptero .....	32
Descripción.....	32
Movimientos básicos de un cuadricóptero .....	33
Modelado Cinemático .....	34
Modelado Dinámico .....	38
Euler - Lagrange.....	38
Simplificación del modelo dinámico .....	45
Simplificación subsistema rotación .....	47
Simplificación subsistema altitud .....	48
Identificación de la Planta.....	50

Descripción del cuadricóptero .....	50
Motor MN3510-15 .....	51
Propela T-Motor 14x4.8R.....	52
ESC Multirotor 4 en 1 .....	53
Batería Lipo 4 celdas Turnigy .....	53
Momentos de Inercia .....	54
Identificación de la constante de proporcionalidad entre la fuerza de empuje y guiñada del sistema motor-propela .....	56
Determinación Fuerza Empuje .....	57
Determinación Fuerza Guiñada .....	63
Función de transferencia del motor y la propela .....	66
Función de transferencia Motor 1 .....	68
Función de transferencia Motor 2 .....	69
Función de transferencia Motor 3 .....	69
Función de transferencia Motor 4 .....	70
Diseño del controlador .....	73
Controlador PID Orientación.....	73
Controlador PID Altitud .....	74
Simulación en Matlab.....	75
Implementación.....	79

Características de los elementos.....	79
Arduino Uno.....	79
MPU 6050.....	80
HC-SR04 .....	81
Módulo Bluetooth HC-06.....	82
Diagrama de conexiones .....	82
Filtro Complementario.....	83
Aplicación en Android .....	84
Diagrama de flujo del programa en Arduino.....	86
Montaje del cuadricóptero.....	88
Pruebas .....	89
Sintonización de los controladores .....	90
Conclusiones y Recomendaciones .....	94
Conclusiones.....	94
Recomendaciones .....	95
Referencias Bibliográficas .....	97
Anexos .....	98

## Índice de Tablas

<b>Tabla 1</b> Clasificación UAV respecto al tipo de ala.....	25
<b>Tabla 2</b> Dimensiones de los motores del cuadricóptero .....	54
<b>Tabla 3</b> Fuerza de empuje motor-propela .....	57
<b>Tabla 4</b> Fuerza de guiñada Motor 3.....	64
<b>Tabla 5</b> Controlador PID Orientación.....	74
<b>Tabla 6</b> Controlador PID Altitud .....	75
<b>Tabla 7</b> Caracteres utilizados para el accionamiento del cuadricóptero.....	84
<b>Tabla 8</b> Controlador PID Orientación Implementado.....	90
<b>Tabla 9</b> Controlador PID Altitud Implementado .....	90
<b>Tabla 10</b> Tiempo de establecimiento despegue del cuadricóptero.....	93
<b>Tabla 11</b> Controlador PD Orientación Implementado.....	94

## Índice de Figuras

<b>Figura 1</b> Diagrama en Simulink del Sistema de Control implementado en el trabajo de titulación: 'Diseño y construcción de un prototipo experimental de un cuadricóptero estabilizado por control difuso' .....	19
<b>Figura 2</b> Diagrama de bloques Banco de Pruebas .....	23
<b>Figura 3</b> Diagrama de Bloques de Implementación del Controlador .....	23
<b>Figura 4</b> Configuración en "X" de un cuadricóptero .....	26
<b>Figura 5</b> Configuración en "+" de un cuadricóptero .....	27
<b>Figura 6</b> Respuesta a un controlador .....	29
<b>Figura 7</b> Configuración de los motores de un cuadricóptero .....	32
<b>Figura 8</b> Variación velocidad rotores. ....	33
<b>Figura 9</b> Esquema Cuadricóptero.....	34
<b>Figura 10</b> Rotación de un cuerpo rígido .....	36
<b>Figura 11</b> Sistema dinámico del cuadricóptero dividido en dos subsistemas .....	45
<b>Figura 12</b> Cuadricóptero .....	50
<b>Figura 13</b> Motor MN3510-15.....	51
<b>Figura 14</b> Propela.....	52
<b>Figura 15</b> ESC Multirotor 4 en 1 .....	53
<b>Figura 16</b> Batería Lipo .....	53
<b>Figura 17</b> Diagrama de bloques para la medición de la Fuerza .....	56
<b>Figura 18</b> Medición Fuerza Empuje.....	57

<b>Figura 19</b> Fuerza de empuje del Motor 1 .....	58
<b>Figura 20</b> Fuerza de empuje del Motor 2 .....	59
<b>Figura 21</b> Fuerza de empuje del Motor 3 .....	60
<b>Figura 22</b> Fuerza de empuje del Motor 4 .....	61
<b>Figura 23</b> Fuerza de empuje del Motor 1, Motor 2, Motor 3 y Motor 4 .....	62
<b>Figura 24</b> Medición Fuerza Guiñada .....	64
<b>Figura 25</b> Fuerza de guiñada del Motor 3 .....	65
<b>Figura 26</b> Diagrama de bloques medición de la fuerza del motor .....	67
<b>Figura 27</b> Respuesta al escalón Motor 1 .....	68
<b>Figura 28</b> Respuesta al escalón Motor 2.....	69
<b>Figura 29</b> Respuesta al escalón Motor 3.....	69
<b>Figura 30</b> Respuesta al escalón Motor 4.....	70
<b>Figura 31</b> Diagrama en Simulink Simulación Cuadricóptero .....	75
<b>Figura 32</b> Subsistema Rotación.....	76
<b>Figura 33</b> Subsistema Altitud.....	77
<b>Figura 34</b> Respuesta del Subsistema Orientación.....	77
<b>Figura 35</b> Respuesta del Subsistema Altitud .....	78
<b>Figura 36</b> Tarjeta Arduino Uno .....	79
<b>Figura 37</b> Módulo MPU6050.....	80
<b>Figura 38</b> Sensor HC-SR04.....	81
<b>Figura 39</b> Módulo Bluetooth HC-06 .....	82
<b>Figura 40</b> Diagrama conexiones Arduino .....	83

<b>Figura 41</b> Aplicación.....	85
<b>Figura 42</b> Diagrama del programa implementado en Arduino.....	86
<b>Figura 43</b> Cuadróptero desde una vista superior .....	88
<b>Figura 44</b> Estructura para pruebas del cuadróptero.....	89
<b>Figura 45</b> Prueba Roll .....	91
<b>Figura 46</b> Prueba Pitch .....	91
<b>Figura 47</b> Prueba Yaw .....	92

## Resumen

El presente proyecto pretende el desarrollo del modelo y control clásico del cuadricóptero para el despegue y aterrizaje suave en interior. El desarrollo del modelo fue realizado mediante una metodología que puede aplicarse tanto para un cuadricóptero comercial o no comercial. Esta metodología se basa en el análisis del modelo dinámico del cuadricóptero mediante Euler-Lagrange, el modelo obtenido está formado por dos subsistemas: rotación y translación, por lo que para controlar el cuadricóptero se propone dos subsistemas de control. Para desarrollar el aplicativo del presente trabajo, se simplifica el modelo, considerando que estará en estado estacionario y la variación de los ángulos de Tait-Bryan será muy pequeña.

Los parámetros del modelo se obtuvieron mediante un banco de pruebas, determinando la ecuación de fuerza de empuje y de guiñada, así como las funciones de transferencia del sistema motores-propela.

A través de las pruebas realizadas, se obtuvo un subsistema de rotación, encargado de controlar los ángulos de Tait-Bryan formado por 3 controladores PD, mientras el subsistema encargado de controlar la altitud del cuadricóptero para el despegue y aterrizaje, está formado por un controlador PID.

Empleando la metodología descrita en el presente trabajo, se pudo controlar el cuadricóptero para que despegue, se mantenga a una altitud de 50cm y aterrice de manera suave.

- Palabras clave:
  - **CUADRICÓPTERO**
  - **MODELO**
  - **CONTROLADOR**

### **Abstract**

This project aims to develop the classic model and control of the quadcopter for soft take-off and landing indoors. The development of the model was carried out using a methodology that can be applied to both a commercial or non-commercial quadcopter. This methodology is based on the analysis of the dynamic model of the quadcopter using Euler-Lagrange, the model obtained is made up of two subsystems: rotation and translation, therefore, to control the quadcopter, two control subsystems are proposed. To develop the application of this work, the model is simplified, considering that it will be in a steady state and the variation of the Tait-Bryan angles will be very small.

The model parameters were obtained using a test bench, determining the thrust and yaw force equation, as well as the transfer functions of the motor-propeller system.

Through the tests carried out, a rotation subsystem was obtained, in charge of controlling the Tait-Bryan angles formed by 3 PD controllers, while the subsystem in charge of controlling the altitude of the quadcopter for takeoff and landing, is formed by a controller PID.

Using the methodology described in the present work, the quadcopter could be controlled to take off, stay at an altitude of 50cm and land smoothly.

- Keywords:
  - **QUADRICOPTER**
  - **MODEL**
  - **CONTROLLER**

## Introducción

### Antecedentes

Un cuadricóptero es un dron de ala rotatoria, el cual tiene en su estructura cuatro motores, que sirven para impulsarlo, el movimiento de los motores se realiza en pares, es decir dos motores se moverán en sentido de las agujas del reloj, mientras los otros dos se moverán en sentido contrario, esto garantiza la estabilidad del cuadricóptero.

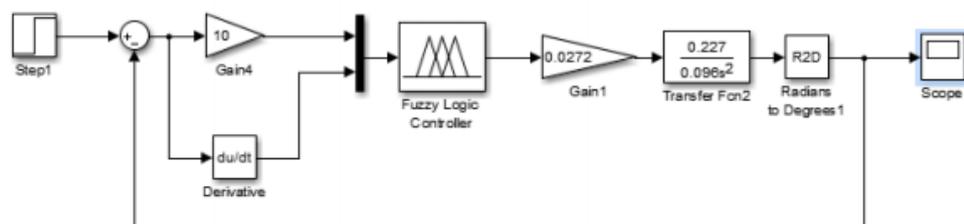
En los diversos trabajos relacionados, el modelado del dron es obtenido mediante alguna metodología particular pensada para el prototipo utilizado; impidiéndose así, replicar dicha metodología para modelar otros prototipos comerciales o académicos. A continuación, se mencionan dos ejemplos de trabajos de titulación desarrollados en la Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE, en los cuales se emplean diferentes metodologías de modelado y control.

En el proyecto previo a la obtención de su título de Ingeniería Mecatrónica desarrollada por: Marco Antonio Robles Erazo y Pamela Carolina Sáenz Abril, cuyo tema fue ‘Diseño y construcción de un prototipo experimental de un cuadricóptero estabilizado por control difuso’; desarrollaron un cuadricóptero, el mismo que fue controlado con un módulo Arduino, programado un controlador difuso, este controlador permitía realizar el movimiento del cuadricóptero enviado de un control remoto mediante señal bluetooth, es decir el movimiento del cuadricóptero dependía de una persona, por lo que se desarrolló un prototipo a control remoto. En este trabajo se utiliza un controlador Fuzzy, el cual es realizado mediante un análisis de las fuerzas de empuje de los motores, como entrada utilizan las señales de error de los ángulos (Roll, Pitch, Yaw) y la velocidad angular, para obtener como salida un

valor de PWM. En la Figura 1, se puede observar el controlador implementado en el citado trabajo de titulación.

### Figura 1

*Diagrama en Simulink del Sistema de Control implementado en el trabajo de titulación: 'Diseño y construcción de un prototipo experimental de un cuadricóptero estabilizado por control difuso'*



*Nota.* Tomado de *Diseño y construcción de un prototipo experimental de un cuadricóptero estabilizado por control difuso* (p. 59), por M. Robles & P. Sáenz, 2015.

Actualmente el prototipo se encuentra en el laboratorio de Robótica de la Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE, el mismo que está a disposición de los estudiantes de la universidad para el desarrollo de trabajos de investigación y/o tesis de grado.

En el trabajo de titulación de tema: 'Diseño e implementación de un sistema de control de posición para el cuadricóptero AR. DRONE 2.0 de Parrot', realizado por: Germmy Franklin Coloma Vallejo y Kid Coleman Oyos Piarpuesan, se presenta una metodología de modelado en base a la realización de vuelos del cuadricóptero y la obtención de los parámetros empleando el software TrackDrone lite 2.0 realizado en la Universidad Politécnica de Valencia, por lo que tan solo se puede aplicar esta metodología con el prototipo AR. DRONE 2.0; la misma permite obtener una función

de transferencia en Roll y otra en Pitch, al realizar esta metodología no se emplea el análisis de momentos de inercia, ni las fuerzas de empuje en el cuadricóptero, además que se simplifica en un modelo SISO lineal.

Otra problemática son las acciones de despegue y aterrizaje de un cuadricóptero, dado que se puede llegar a tener averías en un prototipo; en el caso de cuadricópteros controlados remotamente este tipo de averías es mucho más frecuente, ya que se necesita de una persona con mucha habilidad en el manejo, dado que la respuesta en el cuadricóptero puede ser muy brusca una vez que este ha superado su inercia.

### **Justificación e Importancia**

En el presente proyecto se desarrollará y propondrá una metodología de modelado considerando las características mecánicas del cuadricóptero, la misma que pueda servir para futuros trabajos, para la obtención de los parámetros de un modelo matemático que describa al cuadricóptero (comercial o no comercial). Con esta base, se propondrá un sistema de control., y el seguimiento de trayectoria; dado que para la realización de las mismas es fundamental tener un modelo matemático sólido que represente al cuadricóptero; puesto que, si se posee de un buen modelo el sistema de control diseñado, será eficiente y eficaz; ya que se podrá desarrollar mediante diversos métodos y estrategias, que pueden ser simuladas y representaría características similares a las reales, con lo cual se puede llegar a optimizar el sistema de control. Se pretende la generalización de una metodología de modelado, es decir, que esta pueda ser empleada para realizar el modelamiento de cualquier tipo de prototipo ya sea comercial o no comercial.

Al momento de realizar el despegue de un cuadricóptero se suele presentar problemas dado que cuando se supera la inercia que tiene el cuadricóptero para

mantenerse en el suelo, se produce un movimiento brusco en la elevación debido a que las velocidades empleadas en los motores son muy grandes, lo cual puede producir desestabilización del mismo e incluso accidentes. Este fenómeno se evidencia de mejor manera en los cuadricópteros operados remotamente; al momento de elevarse una vez que se supera la inercia, se tiene que disminuir la fuerza de empuje de los motores, para estabilizar el cuadricóptero; realizar esta maniobra requiere de un operador con cierto nivel de experiencia, caso contrario un operador con poca experiencia suele tener complicaciones. En el caso del aterrizaje, se presenta la situación de un cuadricóptero en vuelo y se tiene que ir disminuyendo la velocidad de los motores de tal manera que no se produzca un impacto con el piso. Para solucionar estos inconvenientes en el presente trabajo se pretende desarrollar un sistema de control que permita un despegue y aterrizaje suave en un ambiente interior, de tal manera que no se presenten los inconvenientes antes planteados.

## **Objetivos**

### ***Objetivo General***

Modelar un cuadricóptero mediante una propuesta metodológica, para el diseño de un controlador clásico que permita el despegue y aterrizaje en un ambiente interior.

### ***Objetivos Específicos***

- Restaurar la parte estructural del cuadricóptero desarrollado por: Marco Antonio Robles Erazo y Pamela Carolina Sáenz Abril en su tesis previa a la obtención de su título de ingeniería mecatrónica, puesto que será utilizado como prototipo de pruebas en el desarrollo del presente trabajo.

- Desarrollar un banco de pruebas para la obtención de los parámetros del modelo cinemático y dinámico, mediante una propuesta metodológica.
- Diseñar un Sistema de control clásico basado en el modelo matemático del cuadricóptero, para el despegue y aterrizaje suave en un ambiente interior.
- Comprobar el correcto funcionamiento del sistema de control mediante simulación en el software Matlab.
- Implementar el sistema de control diseñado mediante el empleo de un microprocesador o una tarjeta de control en el cuadricóptero restaurado, y diseñar un protocolo de pruebas para la verificación del desempeño en el despegue y aterrizaje del cuadricóptero en un ambiente interior.

### **Alcance**

En este proyecto de investigación se propone una metodología de modelado de un cuadricóptero, mediante el análisis y selección del mejor método para el modelado de un cuadricóptero comercial y no comercial, diseñando un banco de pruebas que servirá para obtener los parámetros del modelo cinemático y dinámico. Se utilizará como prototipo de pruebas el cuadricóptero desarrollado por: Marco Antonio Robles Erazo y Pamela Carolina Sáenz Abril en su tesis previa a la obtención de su título de ingeniería mecatrónica.

El banco de pruebas será una estructura en la cual se sujetará un motor del cuadricóptero junto con su respectiva propela, para la obtención del valor de las fuerzas de empuje del motor tanto en posición vertical como en posición horizontal, las mismas que servirán en la obtención de los parámetros del modelo del

cuadricóptero. En la Figura 2, se presenta el diagrama de bloques el cual representa el banco de pruebas.

### Figura 2

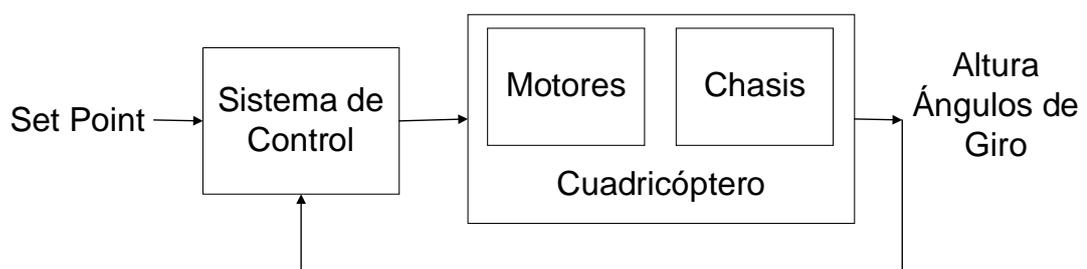
*Diagrama de bloques Banco de Pruebas*



El sistema de control será desarrollado en el software Matlab, haciendo uso de la herramienta Simulink y el modelo obtenido; mediante simulación se comprobará el desempeño del controlador diseñado, una vez que se tenga el controlador clásico más óptimo se implementará en un microprocesador o una tarjeta de control. En la Figura 3, se presenta un diagrama de bloques, con la representación del controlador y su relación con el modelo desarrollado.

### Figura 3

*Diagrama de Bloques de Implementación del Controlador*



Se desarrollará una interfaz la misma que permitirá el accionamiento de las operaciones de despegue y aterrizaje del cuadricóptero, en el desarrollo de estas el cuadricóptero no necesitará la ayuda de un operario, sino que las realizará de manera autónoma.

Para evitar accidentes el cuadricóptero estará sujeto de manera que no pueda moverse de un cierto margen que tendrá únicamente para su despegue y aterrizaje.

## Marco Teórico

### Vehículos Aéreos no tripulados

Un vehículo aéreo no tripulado o UAV, es un dispositivo de aviación que vuela sin un piloto a bordo.

La clasificación de los UAV según la forma de control es: pilotaje remoto, semiautomático y totalmente automático.

Pilotaje remoto: una persona controla la trayectoria de vuelo del UAV.

Pilotaje semiautomático: la intervención del ser humano tan solo será en momentos específicos, como: despegue, aterrizaje.

Pilotaje totalmente automático: se implementa elementos electrónicos, como sistemas de vuelo, sensores, y otros; para que el UAV pueda realizar el vuelo sin necesidad de intervención humana.

Según la aplicación (González, Martínez, Bueno, & Arias, 2017) clasifica a los UAV: UAV objetivo y señuelo, aplicaciones civiles y comerciales. de combate, de logística, de investigación y desarrollo, y de reconocimiento,

### Tabla 1

*Clasificación UAV respecto al tipo de ala*

Clasificación	Características
Ala fija	Necesita de una pista para el despegue o aterrizaje

<b>Clasificación</b>	<b>Características</b>
Ala rotatoria	Puede despegar o aterrizar en vertical Alta maniobrabilidad
Globos aerostáticos	Livianos
Alas aleteantes	Alas pequeñas y flexibles

*Nota:* Tomado de *Vehículos aéreos no tripulados: descripciones generales y aplicaciones* (p. 4), por C. Sánchez, 2017.

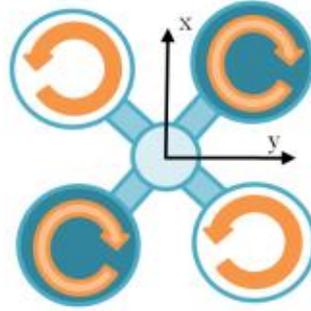
### **Cuadrícóptero**

Es un tipo de UAV, el cual posee cuatro rotores que permiten el vuelo del mismo. Son utilizados para realizar operaciones de gran altitud o larga distancia. Tienen un bajo consumo de energía, el despegue y aterrizaje lo pueden hacer en vertical.

El movimiento del cuadrícóptero depende de la velocidad de rotación de sus motores. En la Figura 4 y la Figura 5 se puede visualizar las diferentes configuraciones de un cuadrícóptero: “X” y “+”. La configuración en “X” es más estable respecto a la “+”.

### **Figura 4**

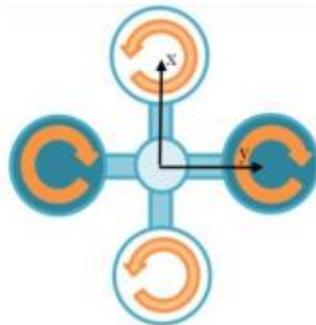
*Configuración en “X” de un cuadrícóptero*



*Nota:* Tomado de *Quadrotos unmanned aerial vehicles: a review* (p. 312), por S. Norouzi, 2016.

### **Figura 5**

*Configuración en “+” de un cuadricóptero*



*Nota:* Tomado de *Quadrotos unmanned aerial vehicles: a review* (p. 312), por S. Norouzi, 2016.

### **Componentes de un Cuadricóptero**

Los principales componentes de un cuadricóptero son: chasis, tren de aterrizaje, motores, batería, sensores, propelas, tarjeta de control y ESC.

***Motor sin Escobillas***

Es un tipo de motor DC, su principal característica es que no posee escobillas, sino que el rotor está formado por imanes permanentes y el estator tiene el embobinado.

Un parámetro importante es el  $kV$ , el cual indica las revoluciones por minuto que gira el motor por cada voltio.

***Controlador Electrónico de Velocidad (ESC)***

Es dispositivo electrónico que permite el control de velocidad de los motores del cuadricóptero y el control del sentido de giro.

***Unidad de Medición Inercial (IMU)***

Es un dispositivo electrónico, el cual tiene integrado funciones de acelerómetros, giroscopios, magnetómetros y sensores de presión. Permite la medición de velocidad, orientación y fuerzas gravitatorias.

***Propelas***

Son las encargas de mover el aire, y con esto producir el movimiento del cuadricóptero. Se caracterizan de acuerdo a su longitud, a mayor longitud son capaces de mover mayor cantidad de aire y por lo tanto producen una mayor fuerza de empuje.

En un cuadricóptero el movimiento de dos propelas será en sentido antihorario, y las otras dos en sentido horario.

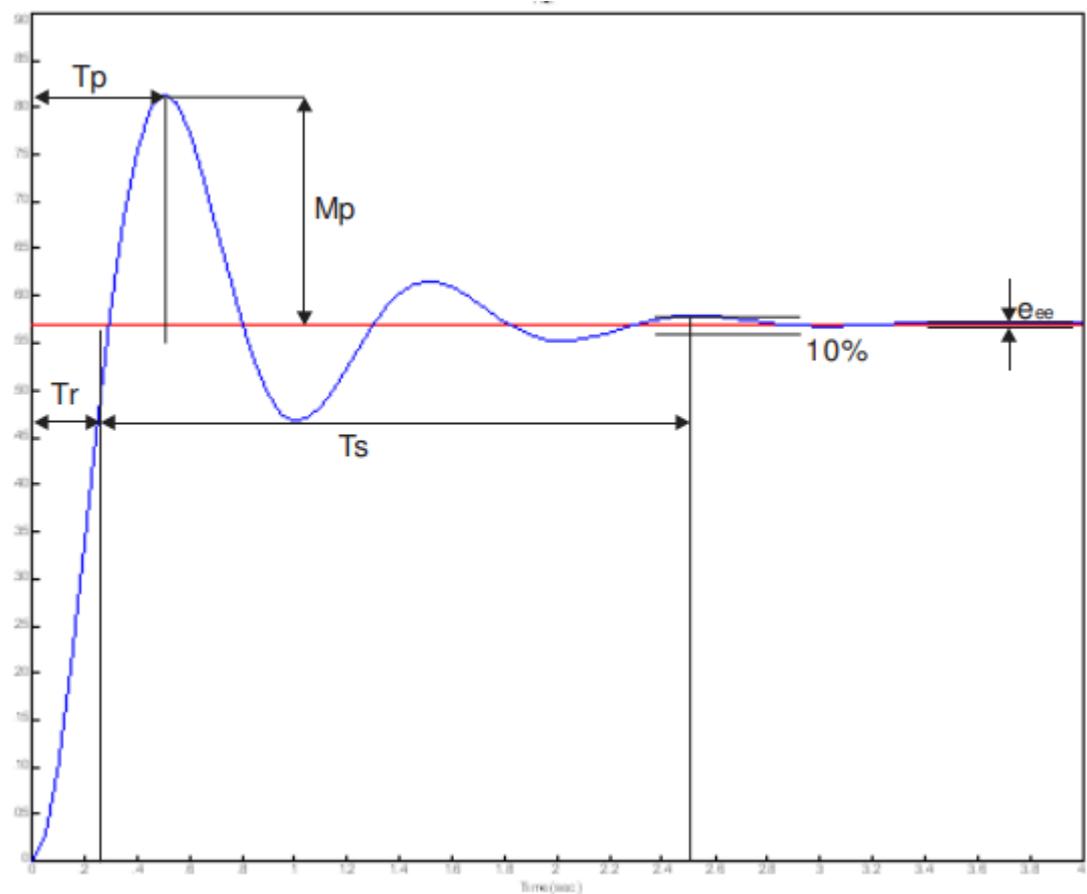
## Controladores Clásicos

El control del cuadricóptero será realizado mediante un controlador clásico, a continuación, se muestra los controladores clásicos que se pueden llegar a utilizar para lograr el objetivo del despegue y aterrizaje suave.

En la Figura 6, se visualiza la respuesta a un controlador y las características que posee esta respuesta.

### Figura 6

*Respuesta a un controlador*



*Nota:* Tomado de *Controladores PID y Controladores Difusos: a review* (p. 3), por A. Lorandi, 2011.

Máximo sobre impulso  $M_p$ , es el valor máximo que tiene la salida.

Tiempo pico  $T_p$ , es el tiempo en que se presenta el sobre impulso.

Tiempo de asentamiento  $T_s$ , es el tiempo en que la respuesta entra un rango cercano al valor requerido.

### ***Controlador Proporcional***

Emplea un factor de ganancia  $K_p$ , de manera que:  $u(t) = K_p e(t)$ , siendo  $u(t)$ , la salida del controlador y  $e(t)$  la señal de error.

Como características, este controlador reduce el error en estado estacionario, aumenta el sobre amortiguamiento y reduce el tiempo de subida.

### ***Controlador Integral***

Tiene la forma  $u(t) = K_i \int e(t)$ , siendo  $u(t)$ , la salida del controlador y  $e(t)$  la señal de error.

Como características, este controlador elimina el error en estado estacionario, aumenta el sobre amortiguamiento y aumenta el tiempo de establecimiento.

### ***Controlador Derivativo***

Tiene la forma  $u(t) = K_d \frac{d e(t)}{dt}$ , siendo  $u(t)$ , la salida del controlador y  $e(t)$  la señal de error.

Como características, este controlador aumenta la estabilidad del sistema, disminuye la velocidad del sistema y no influye en el error en estado estacionario.

### **Controlador PI**

Tiene la forma  $u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t)$ , siendo  $u(t)$ , la salida del controlador y  $e(t)$  la señal de error.

### **Controlador PD**

Tiene la forma  $u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{d e(t)}{dt}$ , siendo  $u(t)$ , la salida del controlador y  $e(t)$  la señal de error.

### **Controlador PID**

Tiene la forma  $u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) + K_d \frac{d e(t)}{dt}$ , siendo  $u(t)$ , la salida del controlador y  $e(t)$  la señal de error.

### Modelado del Cuadricóptero

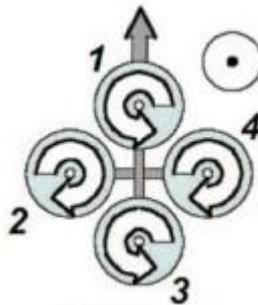
La propuesta metodológica para el modelado de un cuadricóptero comercial y no comercial propuesta, está basada en el modelo dinámico del cuadricóptero mediante el empleo de Euler-Lagrange, el cual permite formular un modelo dinámico, encontrando la energía total del sistema (L), la misma que se encuentra mediante la diferencia entre la energía cinética y la energía potencial.

#### Descripción

Un cuadricóptero es un vehículo aéreo no tripulado, el cual tiene cuatro motores, los cuales mediante variaciones de velocidad producen el movimiento del cuadricóptero.

#### Figura 7

*Configuración de los motores de un cuadricóptero*



*Nota:* Tomado de *Modelado y control de un cuadricóptero* (p. 5), por E. Paiva, 2016.

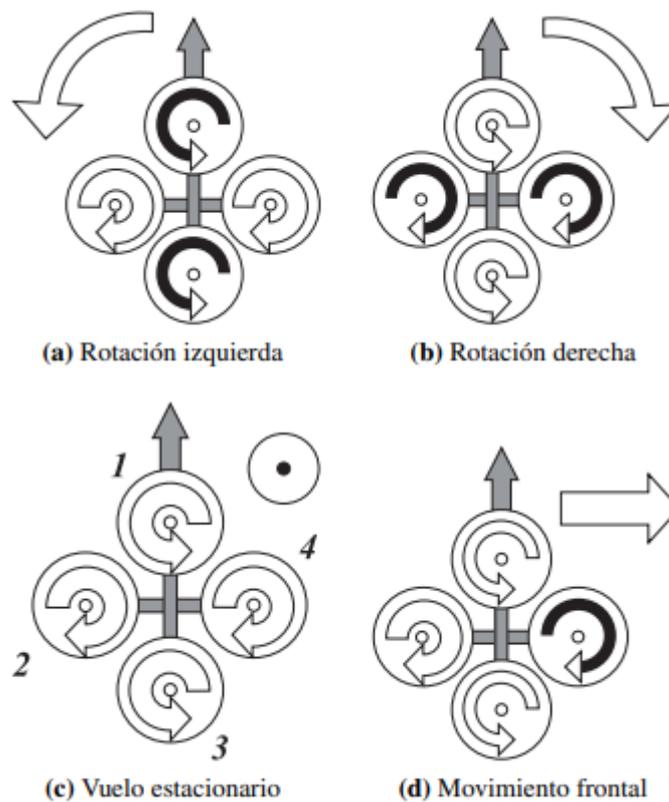
En la Figura 7, se visualiza la configuración de los motores del cuadricóptero, se puede observar que funcionan en pares, es decir, mientras unos giran en sentido horario (2 y 4), otro par gira en sentido antihorario (1 y 3). Esta configuración sirve para tener un equilibrio en los pares de arrastre.

### **Movimientos básicos de un cuadricóptero**

El movimiento de un cuadricóptero, varía de acuerdo a la velocidad de los motores que lo componen.

#### **Figura 8**

*Variación velocidad rotores.*



*Nota:* Tomado de *Modelado y control robusto de un vehículo aéreo no tripulado quadrotor, en ambientes cerrados* (p. 16), por P. Ortiz, 2014.

En Figura 8, se presentan los cuatro movimientos básicos de un cuadricóptero. Las líneas anchas, representan una velocidad mayor, y las líneas delgadas representan una velocidad menor a las líneas gruesas.

Empuje o Throttle: movimiento producido por aumento o disminución de la velocidad de todos los motores (en igual magnitud). Se produce una fuerza vertical,

la cual hace que el cuadricóptero suba, baje o se mantenga suspendido. Es representado por:  $U1$

Alabeo o Roll: movimiento producido por la variación de la velocidad de los motores 1 y 3; sea que el motor 1 aumente su velocidad y el 3 disminuya o de manera contraria. Esta variación produce un desequilibrio de fuerzas en el eje que une los motores 1 y 3, y es representado por  $U2$ .

Cabeceo o Pitch: movimiento producido por la variación de la velocidad de los motores 2 y 4; sea que el motor 2 aumente su velocidad y el 4 disminuya o de manera contraria. Esta variación produce un desequilibrio de fuerzas en el eje que une los motores 2 y 4, y es representado por  $U3$ .

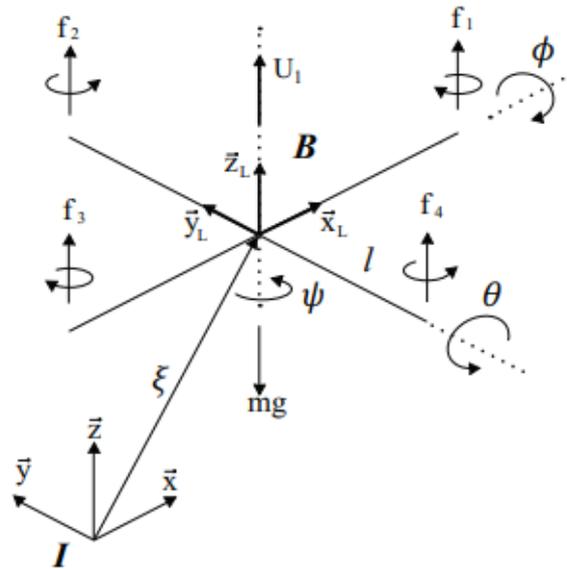
Guiñada o Yaw: movimiento producido por la variación de las velocidades de todos los motores del cuadricóptero; sea que los motores 1 y 3 aumenten su velocidad y los motores 2 y 4 disminuyan o de manera contraria. Esta variación produce un desequilibrio de fuerzas en el eje vertical, y es representado por  $U4$ .

### **Modelado Cinemático**

En la Figura 9, se representa el cuadricóptero y las fuerzas que actúan en el mismo. Se tiene un sistema de referencia  $I$  y un sistema de coordenadas del cuadricóptero  $B$ .

### **Figura 9**

*Esquema Cuadricóptero.*



Nota: Tomado de *Modelado y control de un helicóptero quadrotor* (p. 10), por G. Raffo, 2007.

Ángulo Roll ( $\phi$ ): es el ángulo de rotación alrededor del eje x.

Ángulo Pitch ( $\theta$ ): es el ángulo de rotación alrededor del eje y.

Ángulo Yaw ( $\psi$ ): es el ángulo de rotación alrededor del eje z.

A continuación, se presenta la matriz de rotación para Roll, Pitch y Yaw.

$$\mathbf{R}_{(x,\phi)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\text{sen } \phi \\ 0 & \text{sen } \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{(y,\theta)} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \text{sen } \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen } \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{(z,\psi)} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\text{sen } \psi & 0 \\ \text{sen } \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matriz de rotación del sistema  $B$  respecto a  $I$ , es definida en (Raffo, 2007) mediante la ecuación **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia. ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.:**

$$\mathbf{R}_I^B = \mathbf{R}_{(z,\psi)} \cdot \mathbf{R}_{(y,\theta)} \cdot \mathbf{R}_{(x,\phi)} \quad (1)$$

$$\mathbf{R}_I^B = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

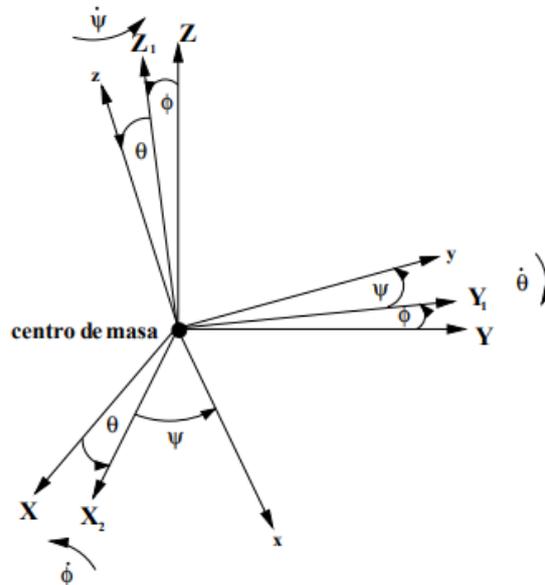
$$\mathbf{R}_I^B = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}$$

En lugar de escribir  $\cos$ , se utilizará la letra  $c$  y en lugar de escribir  $\sin$ , se utilizará la letra  $s$ , esto permite disminuir la extensión de la expresión matemática, con lo cual se tiene:

$$\mathbf{R}_I^B = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2)$$

## Figura 10

*Rotación de un cuerpo rígido*



*Nota:* Tomado de *Modelado y control de un helicóptero quadrotor* (p. 13), por G. Raffo, 2007.

Las velocidades angulares respecto al cuerpo rígido se definen por:  $\omega = (p, q, r)^T$  y los ángulos de Tait-Bryan por:  $\Theta = (\phi, \theta, \psi)^T$ . En (Olfati, 2001) se establece la siguiente relación entre estas variables en la ecuación (3), donde  $\mathbf{T}$  es la matriz de Euler.

$$\dot{\Theta} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{T}\omega \quad (3)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen } \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\text{sen } \phi \\ 0 & \text{sen } \phi & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

Al reemplazar las ecuaciones (3) y (4), se obtiene la relación entre la derivada de los ángulos de Tait-Bryan y las velocidades angulares.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen } \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\text{sen } \phi \\ 0 & \text{sen } \phi & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (5)$$

Para obtener la relación entre las velocidades angulares respecto al cuerpo rígido y la derivada de los ángulos de Tait-Bryan, se manipula matemáticamente la ecuación ( 5 ), mediante la obtención de su inversa.

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen } \phi \\ 0 & \cos \phi & \text{sen } \phi \cos \theta \\ 0 & -\text{sen } \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (6)$$

En (Raffo, 2007) se establece que la translación del cuadricóptero tiene componentes de velocidad en sus ejes inerciales  $\mathbf{v} = [u_0 \quad v_0 \quad w_0]^T$  y componentes de velocidad absoluta  $\mathbf{V} = [u_L \quad v_L \quad w_L]^T$  y su relación está dada por la ecuación ( 7 ):

$$\mathbf{v} = \mathbf{R}_I^B \cdot \mathbf{V} \quad (7)$$

## Modelado Dinámico

### Euler - Lagrange

Relaciona la energía cinética y potencial, y se define en la ecuación ( 8 ).

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (8)$$

$$L = E_c - E_p$$

$L$  es la función Lagrangiana

$E_c$  es la energía cinética

$E_p$  es la energía potencial

$q_i$  coordenada generalizada

$\dot{q}_i$  primera derivada de la coordenada generalizada respecto al tiempo

$\Gamma_i$  fuerzas o pares generalizados generados por fuerzas o pares no conservativos

Para poder desarrollar las ecuaciones de Euler-Lagrange, se considera el sistema inercial  $I = [\vec{x} \ \vec{y} \ \vec{z}]$  y sistema de coordenadas del cuadricóptero  $B = [\vec{x}_L \ \vec{y}_L \ \vec{z}_L]$ , descritos en la Figura 9.

Las coordenadas generalizadas son definidas por (Castillo, Lozano, García, & Albertos, 2007) de la siguiente manera:

$$\mathbf{q} = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T \in \mathbb{R}^6$$

La posición del centro de masa respecto a  $I$  es:  $\xi = [x \ y \ z]^T \in \mathbb{R}^3$  y los ángulos de Tait-Bryan está dado por:  $\Theta = (\phi, \theta, \psi)^T \in \mathbb{R}^3$ .

El Lagrangiano para un cuadricóptero está dado por:

$$L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = E_{cTras} + E_{cRot} - E_p \quad (9)$$

$E_{cTrans}$  es la energía cinética traslacional

$E_{cRot}$  es la energía cinética rotacional

En la ecuación ( 7 ) se define la velocidad lineal, la misma que puede ser representada por  $\dot{\xi} = v$  y el cuadrado de la velocidad sería:

$$\dot{\xi}^2(x, y, z) = (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) = \dot{\xi}^T \xi$$

Por lo tanto, la energía cinética traslacional se puede definir como:

$$E_{cTras} = \frac{1}{2} \int \dot{\xi}^2(x, y, z) dm = \frac{m}{2} \dot{\xi}^2(x, y, z) = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \xi \quad (10)$$

$m$  es la masa del cuadricóptero

La energía cinética rotacional es definida por (Raffo, 2007) de la siguiente manera:

$$E_{cRot} = \frac{1}{2} I_{xx} (\dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta)^2 + \frac{1}{2} I_{yy} (\dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta)^2 \quad (11)$$

$$+ \frac{1}{2} I_{zz} (\dot{\theta} \sin \phi - \dot{\psi} \cos \phi \cos \theta)^2$$

La matriz de inercia se define mediante la ecuación ( 12 ).

$$J = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (12)$$

La ecuación ( 11 ), se puede simplificar mediante el uso de la ecuación ( 12

); **Error! No se encuentra el origen de la referencia..**

$$E_{cRot} = \frac{1}{2} I_{xx} p^2 + \frac{1}{2} I_{yy} q^2 + \frac{1}{2} I_{zz} r^2 = \frac{1}{2} w^T J w \quad (13)$$

El Jacobiano que relaciona  $w$  con  $\theta$  en la ecuación ( 6), se define como  $W_\eta$ , de tal manera que se obtiene:

$$J = J(\eta) = W_\eta^T J W_\eta$$

La expresión que define la energía cinética rotacional, sería:

$$E_{cRot} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J \dot{\eta} \quad (14)$$

La energía potencial  $E_p$  es representada por la ecuación ( 15 ).

$$E_p = mgz \quad (15)$$

Empleado la ecuación ( 8 ) y ( 9 ), se define que el movimiento completo del cuadricóptero a través de la ecuación ( 16 ).

$$\begin{bmatrix} F_\xi \\ \tau_\eta \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (16)$$

$F_\xi = R_I^B \widehat{F}$  es la fuerza traslacional, producto de  $U1$ .

$\tau_\eta \in \mathbb{R}^3$  son los momentos de balanceo, cabeceo y guiñada

Las ecuaciones de Euler-Lagrange pueden ser separadas en dinámica traslacional y dinámica rotacional, debido a que el Lagrangiano no tiene energía cinética que combine  $\dot{\xi}$  y  $\dot{\eta}$ .

$$L(\xi, \dot{\xi}) = E_{cTras} - E_p$$

$$\frac{\partial L(\xi, \dot{\xi})}{\partial \xi} = -mg\mathbf{E}_3$$

$$\frac{\partial L(\xi, \dot{\xi})}{\partial \dot{\xi}} = m\dot{\xi}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(\xi, \dot{\xi})}{\partial \dot{\xi}} \right) = m\ddot{\xi}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(\xi, \dot{\xi})}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial L(\xi, \dot{\xi})}{\partial \xi} = \mathbf{F}_\xi$$

$$m\dot{\xi} + mg\mathbf{E}_3 = \mathbf{F}_\xi \quad (17)$$

Considerando el vector de efectos aerodinámicos  $\alpha_T = [A_x \quad A_y \quad A_z]^T$

y el vector de estados  $\xi$ , la ecuación ( 17 ) sería:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} (\cos \psi \operatorname{sen} \theta \cos \phi + \operatorname{sen} \psi \cos \phi) U_1 + \frac{A_x}{m} \quad (18)$$

$$\ddot{y} = \frac{1}{m} (\operatorname{sen} \psi \operatorname{sen} \theta \cos \phi - \cos \psi \cos \phi) U_1 + \frac{A_y}{m}$$

$$\ddot{z} = -g + \frac{1}{m} (\cos \theta \cos \phi) U_1 + \frac{A_z}{m}$$

$U_1$  representa la sumatoria de todas las fuerzas,  $U_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$

$m$  representa la masa del cuadricóptero

(Raffo, 2007) describe las ecuaciones de Lagrange-Euler para el movimiento rotacional, de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\eta}} \right) - \frac{\partial L(\eta, \dot{\eta})}{\partial \eta} = \tau_{\eta}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L(\eta, \dot{\eta})}{\partial \phi} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L(\eta, \dot{\eta})}{\partial \theta} \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L(\eta, \dot{\eta})}{\partial \psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{\phi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\psi} \end{bmatrix}$$

$$\tau_{\eta} = \begin{bmatrix} \tau_{\phi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} lU_2 \\ lU_3 \\ T_q lU_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l(F_1 - F_3) \\ l(F_2 - F_4) \\ T_q l(F_1 - F_2 + F_3 - F_4) \end{bmatrix}$$

De manera general, (Castillo, Lozano, García, & Albertos, 2007) plantean el siguiente modelo:

$$\mathbf{M}(\eta)\ddot{\eta} + \mathbf{C}(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} = \tau_{\eta} \quad (19)$$

$$\mathbf{M}(\eta) = \mathbf{J}(\eta)$$

$$\mathbf{M}(\eta) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx}s\theta \\ 0 & I_{yy}c^2\phi + I_{zz}s^2\phi & (I_{yy} - I_{zz})c\phi s\phi c\theta \\ -I_{xx}s\theta & (I_{yy} - I_{zz})c\phi s\phi c\theta & I_{xx}s^2\theta + I_{yy}s^2\phi c^2\phi + I_{zz}c^2\phi c^2\theta \end{bmatrix}$$

En lugar de escribir *cos*, se utilizará la letra *c* y en lugar de escribir *sen*, se utilizará la letra *s*.

La matriz  $\mathbf{C}(\eta, \dot{\eta})$  antisimétrica es:

$$\mathbf{C}(\eta, \dot{\eta}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

Donde:

$$c_{11} = 0$$

$$c_{12} = (I_{yy} - I_{zz})(\dot{\theta}\cos\phi\sin\phi + \dot{\psi}\sin^2\phi\cos\theta) + (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi}\cos^2\phi\cos\theta - I_{xx}\dot{\psi}\cos\theta$$

$$c_{13} = (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi}\cos\phi\sin\phi\cos^2\theta$$

$$c_{21} = (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\theta}\cos\phi\sin\phi + \dot{\psi}\sin^2\phi\cos\theta) + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi}\cos^2\phi\cos\theta + I_{xx}\dot{\psi}\cos\theta$$

$$c_{22} = (I_{zz} - I_{yy})\dot{\phi}\cos\phi\sin\phi$$

$$c_{23} = -I_{xx}\dot{\psi}\sin\theta\cos\theta + I_{yy}\dot{\psi}\sin^2\phi\cos\theta\sin\theta + I_{zz}\dot{\psi}\cos^2\phi\sin\theta\cos\theta$$

$$c_{31} = (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi}\cos^2\theta\sin\phi\cos\phi - I_{xx}\dot{\theta}\cos\theta$$

$$c_{32} = (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\theta}\cos\phi\sin\phi\sin\theta + \dot{\phi}\sin^2\phi\cos\theta) + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi}\cos^2\phi\cos\theta + I_{xx}\dot{\psi}\sin\theta\cos\theta - I_{yy}\dot{\psi}\sin^2\phi\cos\theta\sin\theta - I_{zz}\dot{\psi}\cos^2\phi\sin\theta\cos\theta$$

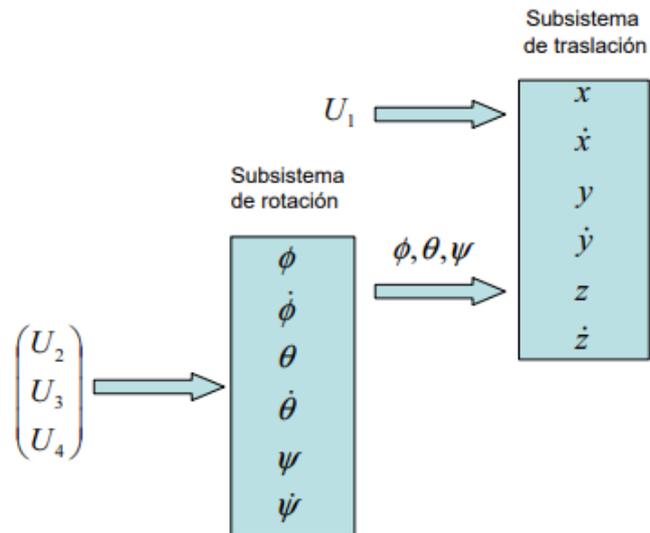
$$c_{33} = (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}\cos\phi\sin\phi\cos^2\theta - I_{yy}\dot{\theta}\sin^2\phi\cos\theta\sin\theta - I_{zz}\dot{\theta}\cos^2\phi\sin\theta\cos\theta + I_{xx}\dot{\theta}\cos\theta\sin\theta$$

Las ecuaciones que describen el movimiento rotacional del cuadricóptero, desarrolladas mediante Lagrange-Euler, sería representada por la siguiente ecuación:

$$\ddot{\eta} = \mathbf{M}(\eta)^{-1}(\tau_{\eta} - \mathbf{C}(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta}) \quad (20)$$

**Figura 11**

*Sistema dinámico del cuadricóptero dividido en dos subsistemas*



*Nota:* Tomado de *Modelado y control de un helicóptero quadrotor* (p. 27), por G. Raffo, 2007.

El subsistema de rotación, tiene como entradas los pares  $(U_2, U_3)$  y  $(U_3, U_4)$  y como salidas los ángulos Tait-Bryan.

El subsistema de traslación, tiene como entradas los ángulos de Tait-Bryan y el empuje total  $U_1$ , como salida tendrá la posición del cuadricóptero en  $(x, y, z)$ .

### **Simplificación del modelo dinámico**

El modelo obtenido de la dinámica rotacional presenta una gran dificultad para la identificación de la planta, debido a que es no lineal; por este motivo (Bouabdallah, 2007) plantea una simplificación, la cual considera que el punto de operación tiene una variación pequeña de los ángulos de Tait-Bryan.

$$\cos\phi \approx \cos\theta \approx \cos\psi \approx 1$$

$$\text{sen}\phi \approx \text{sen}\theta \approx \text{sen}\psi \approx 0$$

Tomando en cuenta estas consideraciones, la ecuación ( 19 ) sería:

$$\mathbf{M}(\eta)\ddot{\eta} + \mathbf{C}(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} = \tau_{\eta}$$

$$\mathbf{M}(\eta) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{C}(\eta, \dot{\eta}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

Donde:

$$c_{11} = 0$$

$$c_{12} = (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi} - I_{xx}\dot{\psi}$$

$$c_{13} = 0$$

$$c_{21} = (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi} + I_{xx}\dot{\psi}$$

$$c_{22} = 0$$

$$c_{23} = 0$$

$$c_{31} = -I_{xx}\dot{\theta}$$

$$c_{32} = (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi}$$

$$c_{33} = 0$$

Reemplazando datos y realizando las operaciones matriciales, se obtiene:

$$I_{xx}\ddot{\phi} + (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi}\dot{\theta} - I_{xx}\dot{\psi}\dot{\theta} = \tau_{\phi}$$

$$I_{yy}\ddot{\theta} + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi}\dot{\phi} + I_{xx}\dot{\psi}\dot{\phi} = \tau_{\theta}$$

$$I_{zz}\ddot{\psi} + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi}\dot{\theta} - I_{xx}\dot{\theta}\dot{\phi} = \tau_{\psi}$$

Despejando, se obtiene:

$$\ddot{\phi} = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}}\dot{\psi}\dot{\theta} + \dot{\psi}\dot{\theta} + \frac{\tau_{\phi}}{I_{xx}} + \frac{A_p}{I_{xx}} \quad (22)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}}\dot{\psi}\dot{\phi} - \dot{\psi}\dot{\phi} + \frac{\tau_{\theta}}{I_{yy}} + \frac{A_q}{I_{yy}}$$

$$\ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}}\dot{\phi}\dot{\theta} + \dot{\theta}\dot{\phi} + \frac{\tau_{\psi}}{I_{zz}} + \frac{A_r}{I_{zz}}$$

Se consideran como perturbaciones, el vector de efectos aerodinámicos  $\beta_T =$

$$[A_p \quad A_q \quad A_r]^T.$$

Conociendo:

$$\tau_{\eta} = \begin{bmatrix} \tau_{\phi} \\ \tau_{\theta} \\ \tau_{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} lU_2 \\ lU_3 \\ T_q lU_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l(F_1 - F_3) \\ l(F_2 - F_4) \\ T_q l(F_1 - F_2 + F_3 - F_4) \end{bmatrix}$$

### Simplificación subsistema rotación

La ecuación ( 22 ) representa el modelo dinámico del cuadricóptero de rotación. En el se plantea una simplificación al modelo, considerando al

cuadricóptero en estado estacionario y de esta manera eliminando los efectos giroscópicos. El modelo resultante sería:

$$I_{xx}\ddot{\phi} = l U_2 \quad (23)$$

$$I_{yy}\ddot{\theta} = l U_3$$

$$I_{zz}\ddot{\psi} = l T_q U_4$$

Las ecuaciones de ( 23 ), en el dominio de Laplace, según (Bouabdallah, 2007), estas ecuaciones toman en cuenta la dinámica linealizada de los motores.

$$\phi(s) = \frac{Kl}{s^2(\zeta s + 1)I_{xx}} U_2 \quad (24)$$

$$\theta(s) = \frac{Kl}{s^2(\zeta s + 1)I_{yy}} U_3$$

$$\psi(s) = \frac{KT_q l}{s^2(\zeta s + 1)I_{zz}} U_4$$

### Simplificación subsistema altitud

El subsistema altitud, está formado por la ecuación ( 18) del modelo dinámico del cuadricóptero de translación, para desarrollar el controlador de altitud se utiliza la ecuación que relaciona el movimiento en el eje z, esta expresión se simplifica considerando como perturbación  $A_z$  y que los ángulos  $\theta$  y  $\phi$  trabajan en un ángulo muy pequeño.

$$\ddot{z} = -g + \frac{1}{m} U_1 \quad (25)$$

La ecuación ( 25), en el dominio de Laplace empleando la función de transferencia del sistema propela-motor, según (Wang, Ma, Xia, Weng, & Ye, 2013), sería:

$$Z(s) = \frac{K}{s^2(\zeta s + 1)m} U_1 \quad (26)$$

El modelo obtenido representado por las ecuaciones ( 18) y ( 22) son empleados para representar a cualquier cuadricóptero comercial o no comercial.

En el presente proyecto se utiliza el modelo de las ecuaciones ( 24) y ( 25), puesto que es un modelo simplificado ya que toma en cuenta una variación muy pequeña de los ángulos de Tait-Bryan y se ajusta a las necesidades requeridas para la aplicación deseada.

## Identificación de la Planta

En el presente capítulo se desarrolla la identificación de los parámetros del modelo simplificado para el cuadricóptero empleado. Primero se calcula los momentos de inercia a partir de los datos de los motores, luego se determina la constante  $T_q$  para lo cual se encuentra las ecuaciones de fuerza de empuje y de guiñada, por último, se obtiene las funciones de transferencia del sistema motor-propela analizando su respuesta ante una entrada PWM.

### Descripción del cuadricóptero

El prototipo utilizado es el desarrollado por: Marco Antonio Robles Erazo y Pamela Carolina Sáenz Abril en la tesis previa a la obtención de su título de Ingeniería Mecatrónica, cuyo tema fue 'Diseño y construcción de un prototipo experimental de un cuadricóptero estabilizado por control difuso'.

Componentes del prototipo:

- Chasis de carbono
- 4 motores brushless T-Motor MN3510-15
- 4 propelas T-Motor 14x4.8L
- ESC Multirotor 4 en 1
- Batería Lipo 4 celdas Turnigy

### Figura 12

*Cuadricóptero*



*Nota:* En la imagen se visualiza el cuadricóptero ya restaurado

### ***Motor MN3510-15***

Es un motor brushless desarrollado por la marca T-Motor, algunas de sus características son:

- IP 67
- KV de 630
- Soporta baterías Lipo de 3 o 4 celdas

### **Figura 13**

*Motor MN3510-15*



*Nota:* Se visualiza el motor en el brazo del cuadricóptero.

### ***Propela T-Motor 14x4.8L***

Propela desarrollada por la marca T-Motor, algunas de sus características son:

- Peso: 19.2 [g]
- Material: fibra de carbono
- Diámetro: 35.56 [cm]
- Pitch: 12.19 [cm]

### **Figura 14**

*Propela*



*Nota:* Se visualiza la propela sujeta en el motor desde una vista superior.

### **ESC Multirotor 4 en 1**

- Alimentación: Baterías Lipo 2-4S
- Soporta hasta 25A
- Posee BEC, 5V / 3A
- Peso: 130 g
- Programable

### **Figura 15**

*ESC Multirotor 4 en 1*



*Nota:* Fotografía del ESC empleado.

### **Batería Lipo 4 celdas Turnigy**

Es una batería tipo Lipo de 4 celdas, con un voltaje de 14.8 V y 5000mAH.

### **Figura 16**

*Batería Lipo*



*Nota:* Se visualiza la batería Lipo usada para alimentar al cuadricóptero.

### Momentos de Inercia

La matriz  $\mathbf{M}(\eta)$  de la ecuación ( 21 ), representa los momentos de inercia del cuadricóptero, dichas expresiones pueden ser obtenidas en base a los datos de la Tabla 2. Para lo cual se emplea el análisis de (Brito, 2009).

**Tabla 2**

*Dimensiones de los motores del cuadricóptero*

Descripción	Valor
$l_x[m]$	0.021
$l_y[m]$	0.021
$l_z[m]$	0.036
$d_{cg}[m]$	0.328
$m_m[kg]$	0.095

Nota: La tabla indica los valores de los motores del cuadricóptero

Determinación del momento de inercia  $I_{xx}$ :

$$I_{x1} = I_{x3} = \frac{1}{12} m_m (l_y^2 + l_z^2) = 8.2507 \times 10^{-5} [kg \cdot m^2]$$

$$I_{x2} = I_{x4} = \frac{1}{12} m_m (l_y^2 + l_z^2) + m_m d_{cg}^2 = 0.0102 [kg \cdot m^2]$$

$$I_{xx} = 2I_{x1} + 2I_{x2} = 0.0206 [kg \cdot m^2]$$

Determinación del momento de inercia  $I_{yy}$ :

$$I_{y1} = I_{y3} = \frac{1}{12} m_m (l_x^2 + l_z^2) + m_m d_{cg}^2 = 0.0102 [kg \cdot m^2]$$

$$I_{y2} = I_{y4} = \frac{1}{12} m_m (l_x^2 + l_z^2) = 8.2507 \times 10^{-5} [kg \cdot m^2]$$

$$I_{yy} = 2I_{y1} + 2I_{y2} = 0.0206 [kg \cdot m^2]$$

Determinación del momento de inercia  $I_{zz}$ :

$$I_{z1} = I_{z2} = I_{z3} = I_{z4} = \frac{1}{12} m_m (l_x^2 + l_y^2) + m_m d_{cg}^2 = 0.0102 [kg \cdot m^2]$$

$$I_{zz} = 4I_{z1} = 0.0409 [kg \cdot m^2]$$

$$\mathbf{M}(\eta) = \begin{bmatrix} 0.0206 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0206 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0409 \end{bmatrix} \quad (27)$$

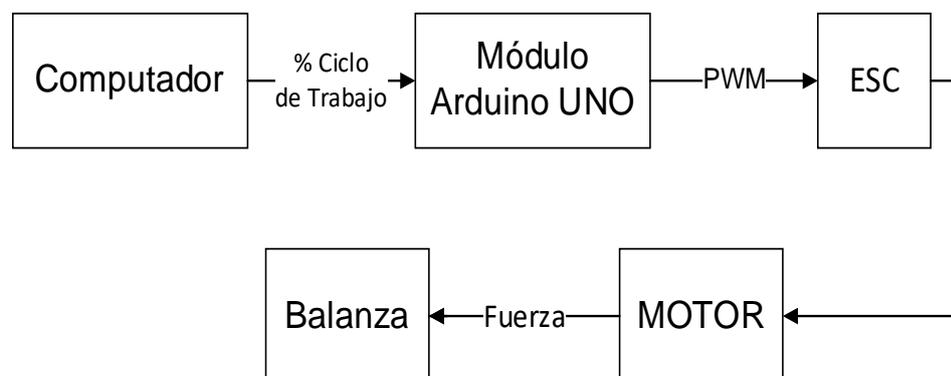
## Identificación de la constante de proporcionalidad entre la fuerza de empuje y guiñada del sistema motor-propela

La constante de proporcionalidad entre la fuerza de empuje y guiñada del sistema motor-propela, es representada por:  $T_q$ , indica la conversión de fuerza de empuje a fuerza de guiñada. Para poder identificarla se usa una estructura, la cual estabiliza el cuadricóptero en un eje, y permite el movimiento en su otro eje; para medir la fuerza de empuje del motor con la propela. La medición de la fuerza se realiza mediante el empleo de una balanza. En primera instancia el motor junto con su propela se coloca en posición normal, es decir con la propela paralela al suelo para obtener una ecuación que represente la fuerza de empuje; luego se realiza con la propela perpendicular al suelo, de esta manera se obtiene una ecuación que representa la fuerza de guiñada.

Para la realización de las pruebas se empleó un Aduino Uno, el cual tiene una salida PWM con frecuencia de 450 Hz.

### Figura 17

*Diagrama de bloques para la medición de la Fuerza*



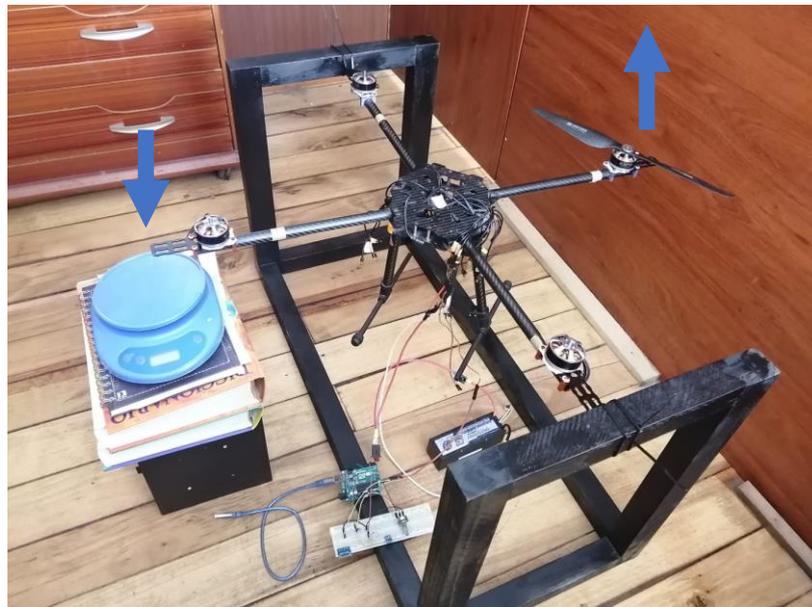
*Nota:* El diagrama representa la manera como se va a poder medir la fuerza de empuje y guiñada del motor y su respectiva propela.

### ***Determinación Fuerza Empuje***

Para determinar la fuerza de empuje, se emplea la estructura de la Figura 18, la cual permite sujetar el cuadricóptero en sus extremos y permitir el movimiento en un eje. Se envía una señal PWM al ESC de un Motor, para que este actúe y realice un empuje, el mismo que será medido mediante el empleo de una balanza. La balanza es colocada en el brazo del cuadricóptero opuesto al que tiene la propela con el motor. Mediante este experimento se determina la fuerza de empuje que tiene el motor junto con la propela.

### **Figura 18**

#### *Medición Fuerza Empuje*



*Nota:* Se observa la estructura en madera y la posición del cuadricóptero, para poder medir la fuerza de empuje.

### **Tabla 3**

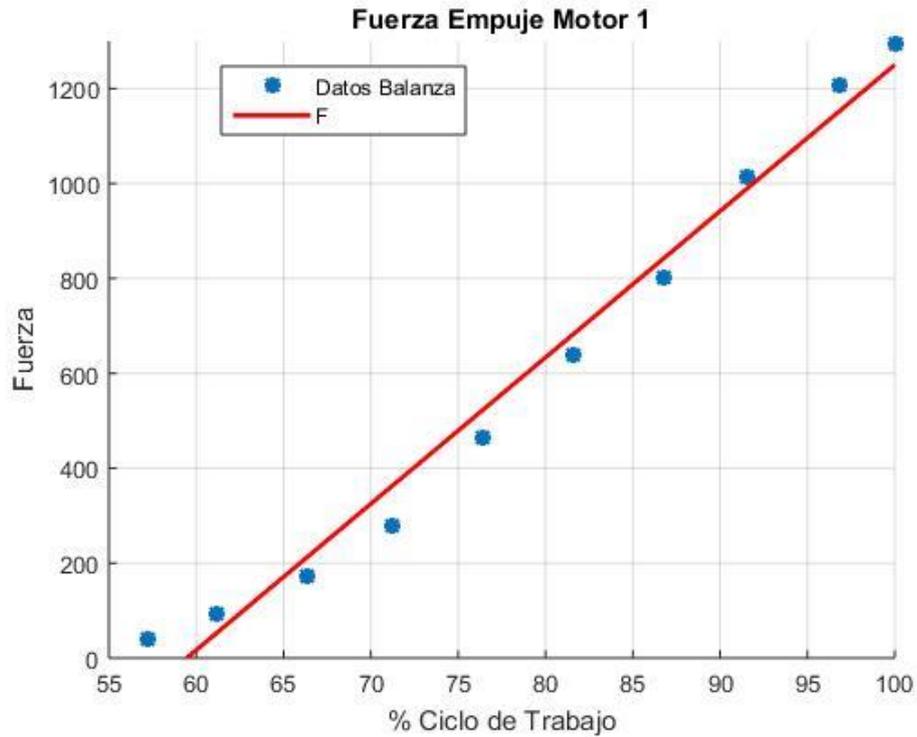
#### *Fuerza de empuje motor-propela*

<b>%Ciclo de Trabajo</b>	<b>Motor 1 Fuerza [g]</b>	<b>Motor 2 Fuerza [g]</b>	<b>Motor 3 Fuerza [g]</b>	<b>Motor 4 Fuerza [g]</b>
57.2	40	52	54	58
61.2	91	123	111	120
66.4	174	218	197	215
71.2	277	385	350	368
76.4	464	589	536	512
81.6	683	695	657	669
86.8	803	848	861	848
91.6	1015	1002	1020	1004
96.8	1206	1179	1167	1166
100	1293	1258	1251	1260

*Nota:* La tabla indica la fuerza de empuje medida en gramos, ante una entrada PWM.

### **Figura 19**

*Fuerza de empuje del Motor 1*



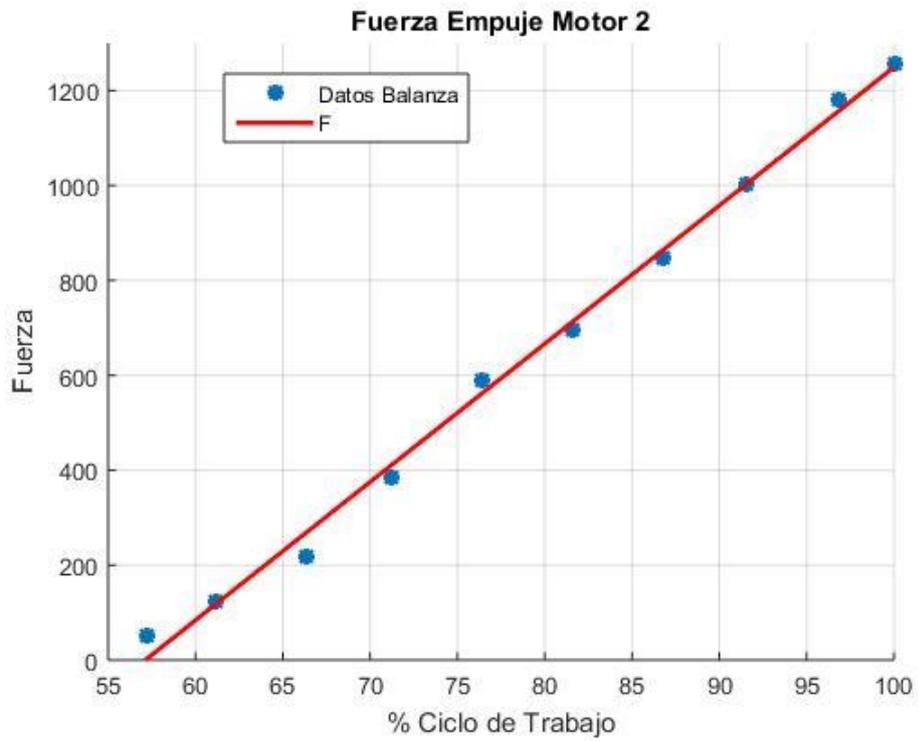
*Nota:* La gráfica muestra en azul los datos obtenidos mediante experimentación, la línea roja es la recta de tendencia.

La ecuación de la recta  $F$ , sería:

$$F_{M1} = 30.8 CT_{PWM} - 1833.8 \quad (28)$$

**Figura 20**

*Fuerza de empuje del Motor 2*



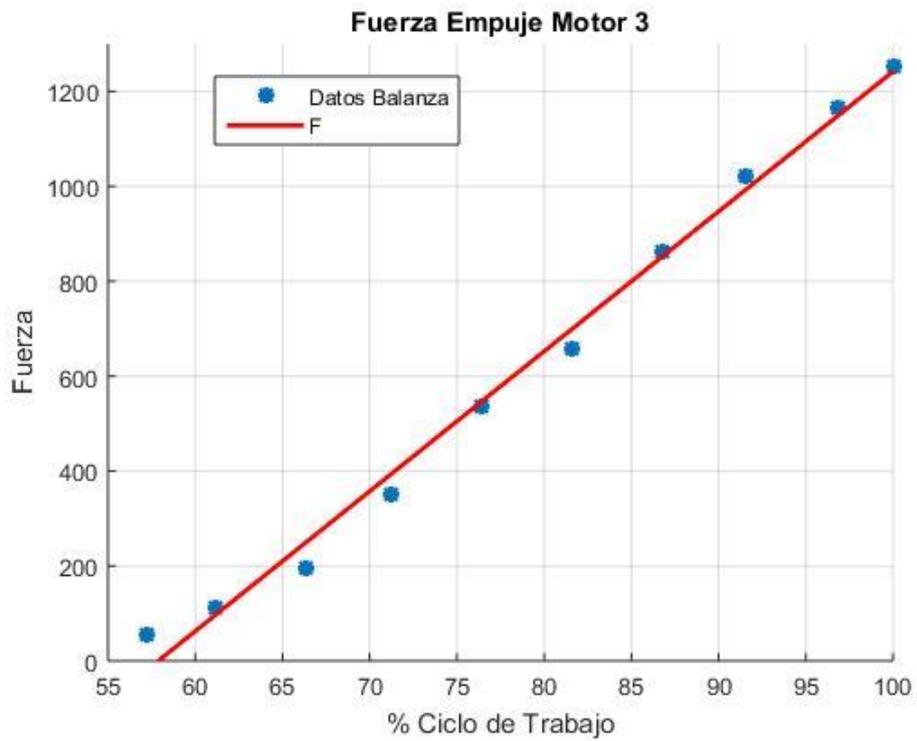
*Nota:* La gráfica muestra en azul los datos obtenidos mediante experimentación, la línea roja es la recta de tendencia.

La ecuación de la recta  $F$ , sería:

$$F_{M2} = 29.1 CT_{PWM} - 1648.8 \quad (29)$$

**Figura 21**

*Fuerza de empuje del Motor 3*



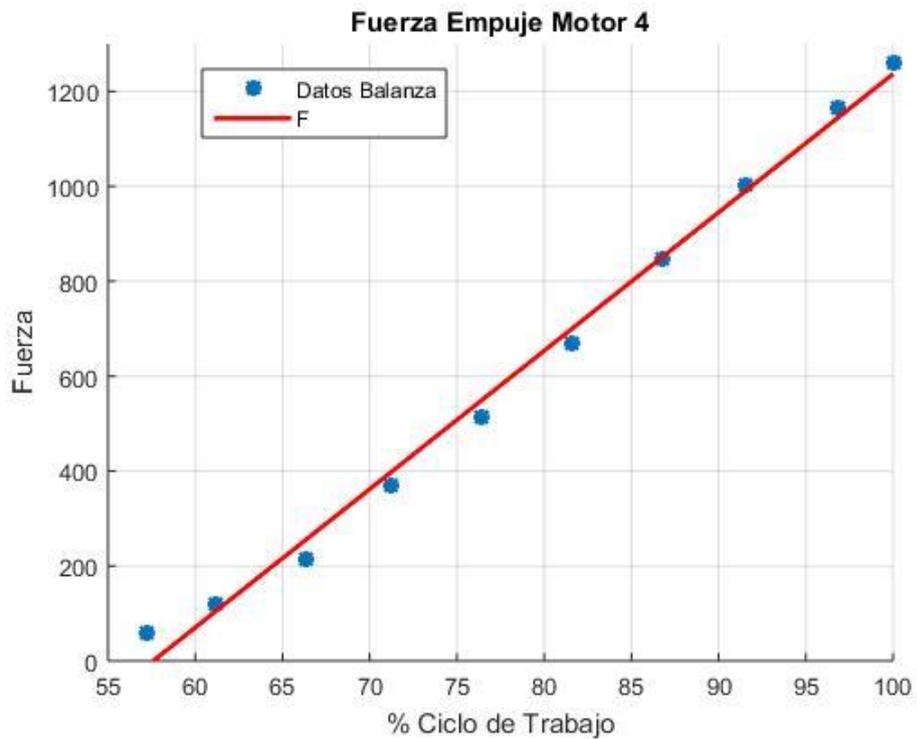
*Nota:* La gráfica muestra en azul los datos obtenidos mediante experimentación, la línea roja es la recta de tendencia.

La ecuación de la recta  $F$ , sería:

$$F_{M3} = 29.5 CT_{PWM} - 1707 \quad (30)$$

## Figura 22

*Fuerza de empuje del Motor 4*



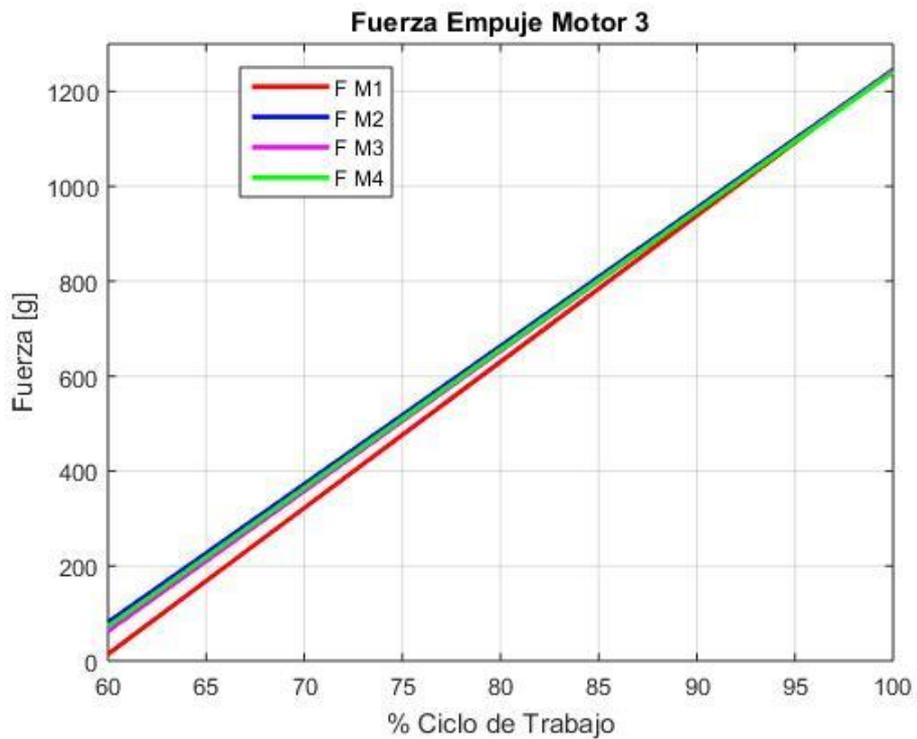
Nota: La gráfica muestra en azul los datos obtenidos mediante experimentación, la línea roja es la recta de tendencia.

La ecuación de la recta  $F$ , sería:

$$F_{M4} = 29.2 CT_{PWM} - 1679.7 \quad (31)$$

### Figura 23

*Fuerza de empuje del Motor 1, Motor 2, Motor 3 y Motor 4*



Nota: En el gráfico se visualiza las rectas de las ecuaciones ( 28), ( 29), ( 30) y ( 31).

Para encontrar el valor de  $F$ , se realiza un promedio de las ecuaciones ( 28), ( 29), ( 30) y ( 31).

$$F = 29.7 CT_{PWM} - 1721.3 [g] \quad ( 32 )$$

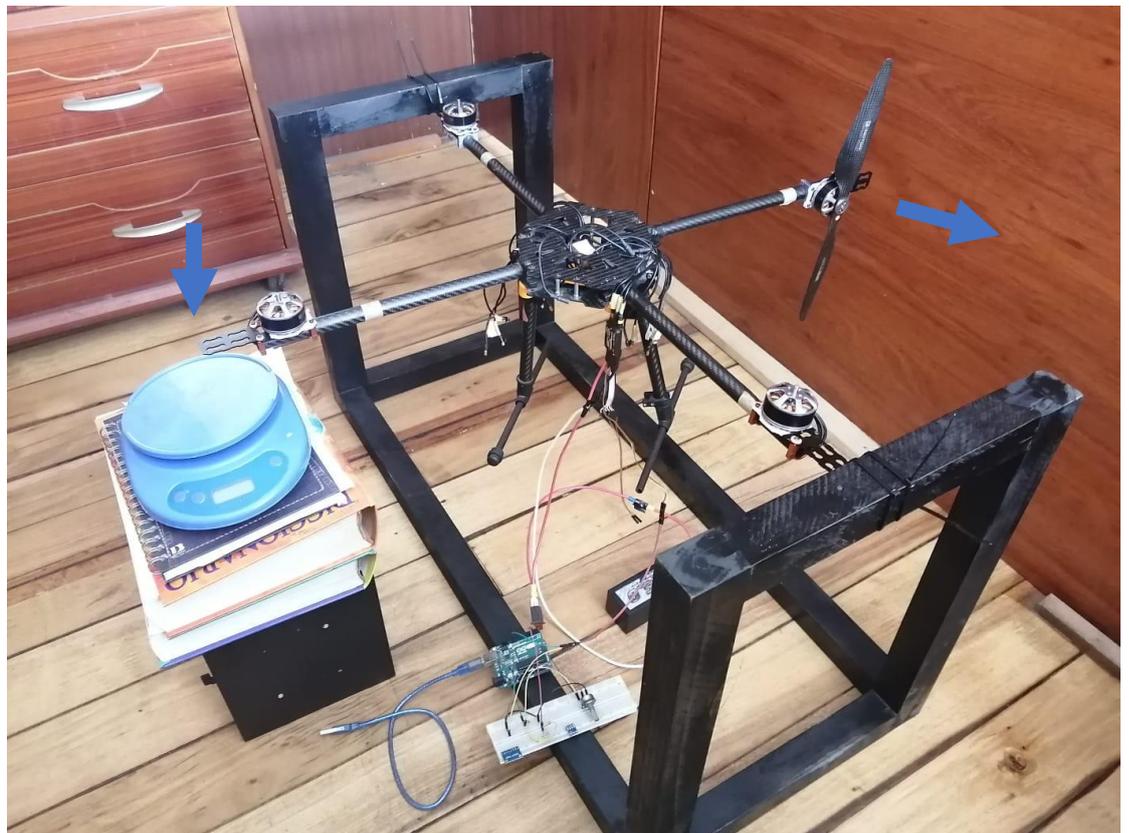
### **Determinación Fuerza Guiñada**

Para determinar la fuerza de guiñada, se emplea la estructura de la Figura 24, la cual sujeta al cuadricóptero en unos extremos, permitiendo el movimiento en un eje. Se envía una señal PWM al ESC del Motor 3, para que este actúe y mueva la propela; este movimiento provoca una fuerza, la misma que será medida mediante el empleo de una balanza, colocada de manera que pueda medir la fuerza del brazo

opuesto al que posee la propela con el motor. Se utiliza tan solo el Motor 3, ya que la fuerza  $F_{M3}$ , tiene un valor similar a  $F$ .

**Figura 24**

*Medición Fuerza Guiñada*



*Nota:* Se observa la estructura en madera y la posición del motor, para poder medir la fuerza de guiñada.

**Tabla 4**

*Fuerza de guiñada Motor 3*

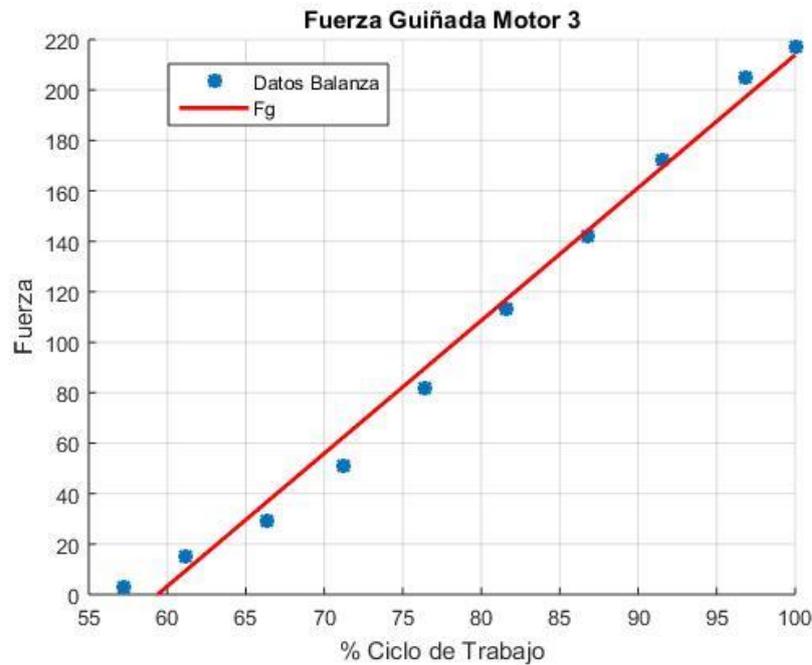
<b>%Ciclo de Trabajo</b>	<b>Fuerza [g]</b>
57.2	3

<b>%Ciclo de Trabajo</b>	<b>Fuerza [g]</b>
61.2	15
66.4	29
71.2	51
76.4	82
81.6	113
86.8	142
91.6	172
96.8	205
100	217

*Nota:* La tabla indica la fuerza de guiñada del Motor 3 medida en gramos, ante una entrada PWM.

### **Figura 25**

*Fuerza de guiñada del Motor 3*



*Nota:* La gráfica muestra en azul los datos obtenidos mediante experimentación, la línea roja es la recta de tendencia.

La ecuación de la recta  $F_g$ , sería:

$$F_g = T_q F = 5.27 CT_{PWM} - 312.79 \text{ [g]} \quad (33)$$

Para determinar  $T_q$ , se utiliza las ecuaciones ( 32) y ( 33 ) las cuales se dividen.

$$\frac{F_g}{F} = T_q = 0.1817$$

### **Función de transferencia del motor y la propela**

En (Brito, 2009) se deduce que la función de transferencia es de primer orden, como en la ecuación ( 34 ). Como característica presenta una ganancia  $K$  y una constante de tiempo  $\tau$ .

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (34)$$

Obtención del valor de la ganancia  $K$ , se lo realiza analizando la Figura 23 de la fuerza de empuje, obteniendo el valor de la pendiente de la recta. A continuación, se presenta el valor de  $K$  tanto para una entrada ciclo de trabajo, como para un ancho de pulso en ms.

$$K_{M1} = 30.8 (g/\%CT), K_{M1} = 1.54 (g/ms)$$

$$K_{M2} = 29.1 (g/\%CT), K_{M2} = 1.46 (g/ms)$$

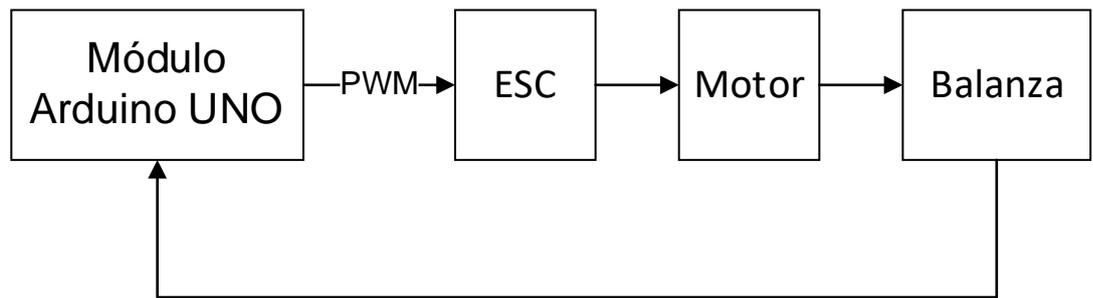
$$K_{M3} = 29.5 (g/\%CT), K_{M3} = 1.48 (g/ms)$$

$$K_{M4} = 29.2 (g/\%CT), K_{M4} = 1.46 (g/ms)$$

El valor de la constante  $\tau$ , se obtiene analizando la gráfica de respuesta al escalón y se observa el tiempo que tarda en tener el 63% de la salida del escalón estable. Se empleará el análisis de la gráfica tiempo vs fuerza [g] de la respuesta al escalón del sistema motor-propela. Para medir la fuerza se utiliza una balanza. La entrada escalón fue de: 186%CT o 1490ms y 230%CT o 1845ms.

## Figura 26

*Diagrama de bloques medición de la fuerza del motor*

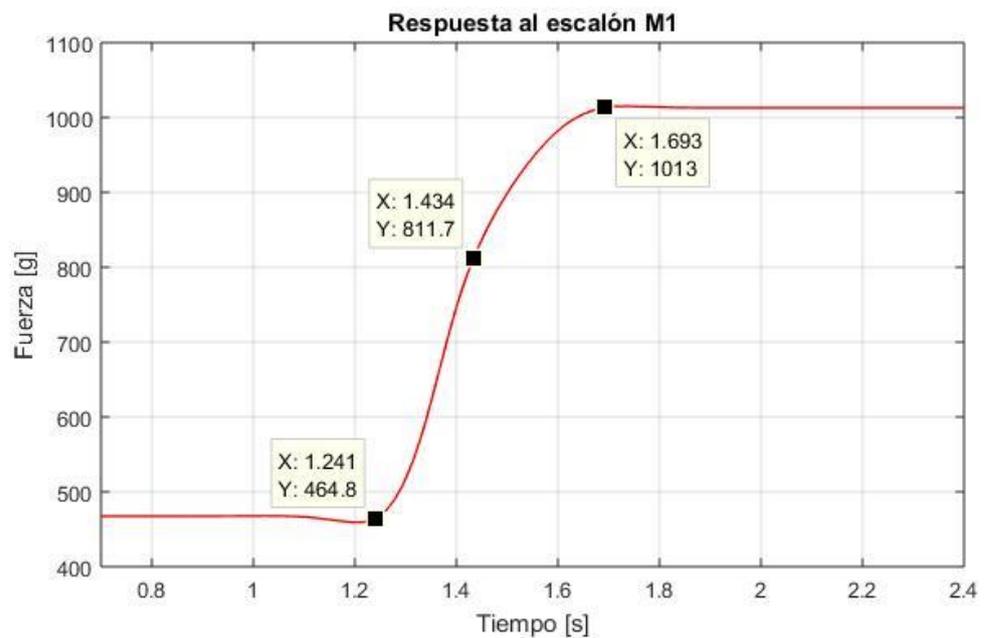


*Nota:* El diagrama representa la manera en la cual se obtuvo la fuerza del Motor.

### ***Función de transferencia Motor 1***

**Figura 27**

*Respuesta al escalón Motor 1*



*Nota:* Respuesta del Motor 2 a una entrada escalón.

$$\tau = 1.434 - 1.241 = 0.193$$

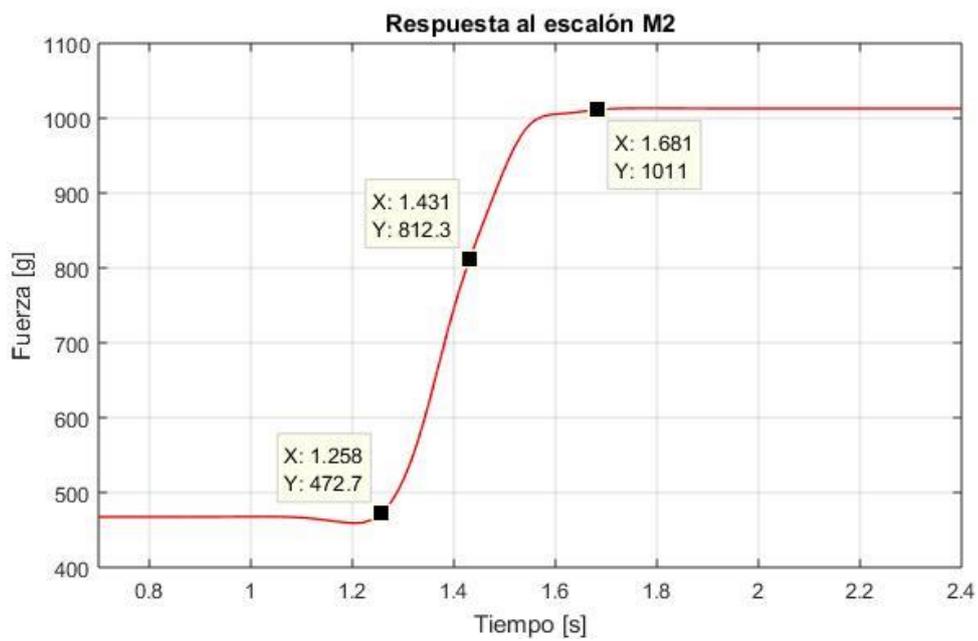
Por lo tanto, la función de transferencia para el Motor 1 sería:

$$G_{m1}(s) = \frac{1.54}{0.17s + 1}$$

### ***Función de transferencia Motor 2***

#### **Figura 28**

#### *Respuesta al escalón Motor 2*



*Nota:* Respuesta del Motor 2 a una entrada escalón.

$$\tau = 1.431 - 1.258 = 0.173$$

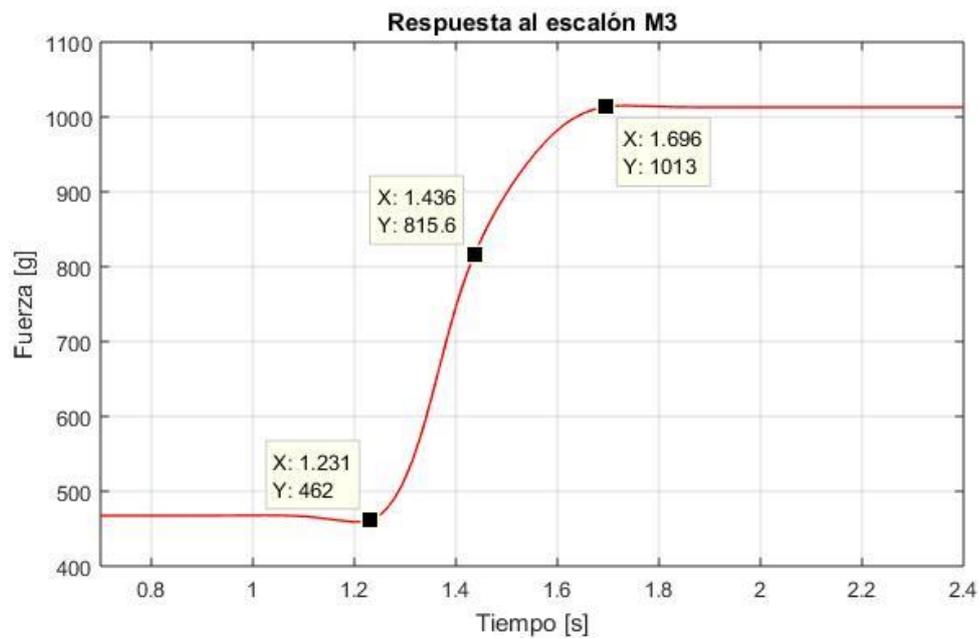
Por lo tanto, la función de transferencia para el Motor 2 sería:

$$G_{m2}(s) = \frac{1.46}{0.17s + 1}$$

### ***Función de transferencia Motor 3***

#### **Figura 29**

#### *Respuesta al escalón Motor 3*



*Nota:* Respuesta del Motor 3 a una entrada escalón.

$$\tau = 1.436 - 1.231 = 0.20$$

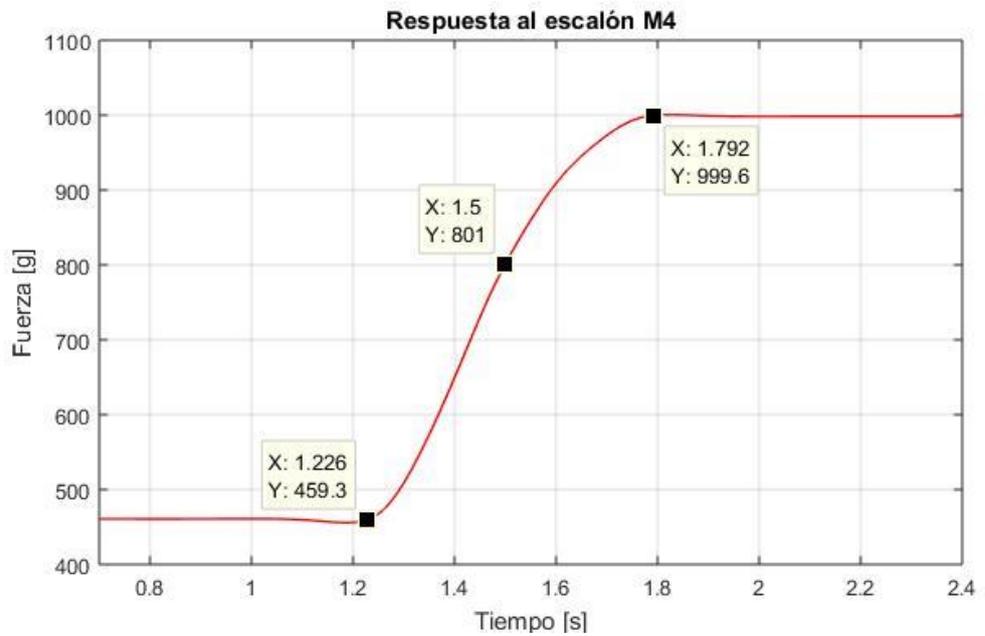
Por lo tanto, la función de transferencia para el Motor 3 sería:

$$G_{m3}(s) = \frac{1.48}{0.20s + 1}$$

***Función de transferencia Motor 4***

**Figura 30**

*Respuesta al escalón Motor 4*



Nota: Respuesta del Motor 4 a una entrada escalón.

$$\tau = 1.5 - 1.226 = 0.274$$

Por lo tanto, la función de transferencia para el Motor 4 sería:

$$G_{m4}(s) = \frac{1.46}{0.27s + 1}$$

En resumen, las funciones de transferencia del motor y su propela serían:

$$G_{m1}(s) = \frac{30.8}{0.17s + 1} \quad (35)$$

$$G_{m2}(s) = \frac{1.46}{0.17s + 1}$$

$$G_{m3}(s) = \frac{1.48}{0.20s + 1}$$

$$G_{m4}(s) = \frac{1.46}{0.27s + 1}$$

### Diseño del controlador

En la Figura 11, se establece que la estructura de control va a estar formada por dos subsistemas: rotación y traslación. En el presente trabajo el objetivo es el diseño de un controlador clásico que permita el despegue y aterrizaje en un ambiente interior, por lo que la parte de traslación se limita al eje z, ya que solo se controlará la altitud del cuadricóptero. El controlador a diseñar será un controlador PID para rotación y PID para la altitud.

#### Controlador PID Orientación

Para el desarrollo del controlador se utiliza las ecuaciones de ( 24 ). El valor  $K$  es el promedio del valor de las ganancias de las funciones de transferencia de los motores y el valor  $\zeta$  es el promedio de  $\tau$  de las ecuaciones de ( 35).  $l$  es la longitud desde el motor hasta al centro del cuadricóptero.

$$K = 1.485 \quad (36)$$

$$\zeta = 0.2$$

$$l = 0.325 [m]$$

$$T_q = 0.1817$$

Reemplazando los datos de ( 36) y ( 27) en ( 24), se obtiene:

$$\phi(s) = \frac{0.48}{0.004s^3 + 0.0206s^2} U_2 \quad (37)$$

$$\theta(s) = \frac{0.48}{0.004s^3 + 0.0206s^2} U_3$$

$$\psi(s) = \frac{0.0876}{0.008s^3 + 0.0409s^2} U_4$$

Para hallar el valor de las constantes del controlador PID, se utiliza las ecuaciones de ( 37). Con lo cual se obtiene:

**Tabla 5**

*Controlador PID Orientación*

Constantes	ROLL	PITCH	YAW
$K_p$	0.005	0.005	0.3
$K_i$	$5.85 * 10^{-5}$	$5.85 * 10^{-5}$	0.0048
$K_d$	0.1	0.1	4.155

*Nota:* La tabla indica el valor de las constantes de los controladores PID para la orientación.

### **Controlador PID Altitud**

El valor  $K$  es el promedio del valor de las ganancias y el valor  $\zeta$  de es el promedio de  $\tau$  de las ecuaciones de ( 35).  $m$  es la masa del cuadricóptero.

$$K = 1.485 \quad (38)$$

$$\zeta = 0.2$$

$$m = 2 \text{ [kg]}$$

Reemplazando los datos de ( 38) en ( 26), se obtiene:

$$Z(s) = \frac{1.48}{0.4s^3 + 2s^2} U_1 \quad (39)$$

Para hallar el valor de las constantes del controlador PID, se utiliza la ecuación ( 39). Con lo cual se obtiene:

**Tabla 6**

*Controlador PID Altitud*

Constantes	ROLL
$K_p$	20
$K_i$	12
$K_d$	40

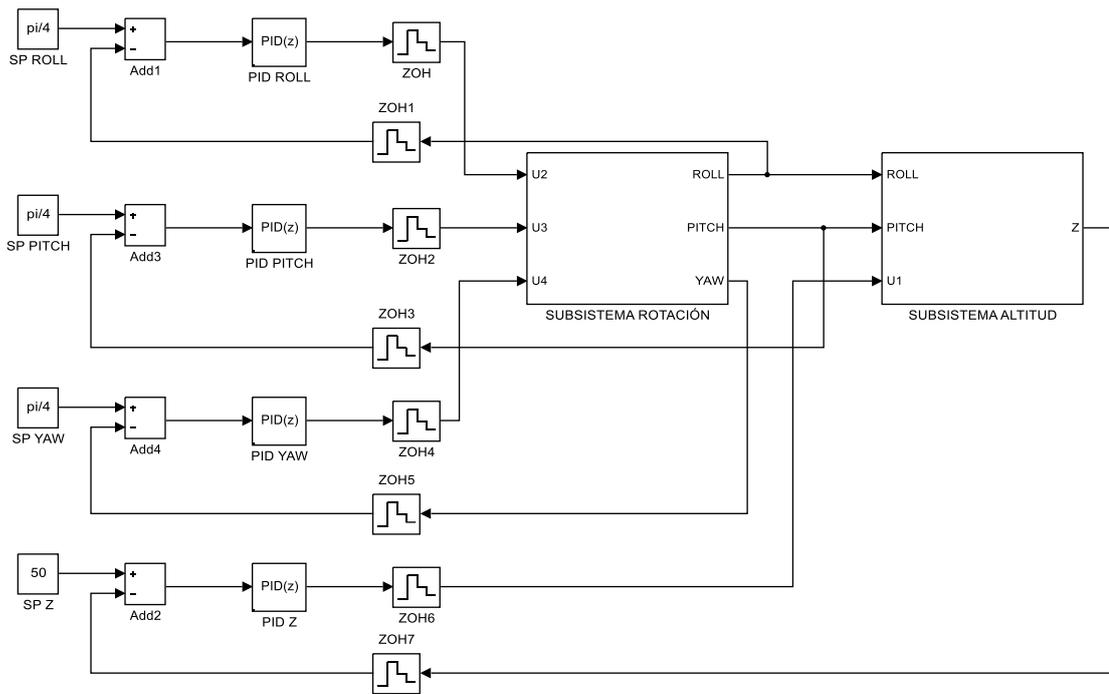
*Nota:* La tabla indica el valor de las constantes de los controladores PID para la altitud.

### **Simulación en Matlab**

La simulación será realizada en Simulink de Matlab, la cual servirá para verificar el funcionamiento de los controladores diseñados.

### **Figura 31**

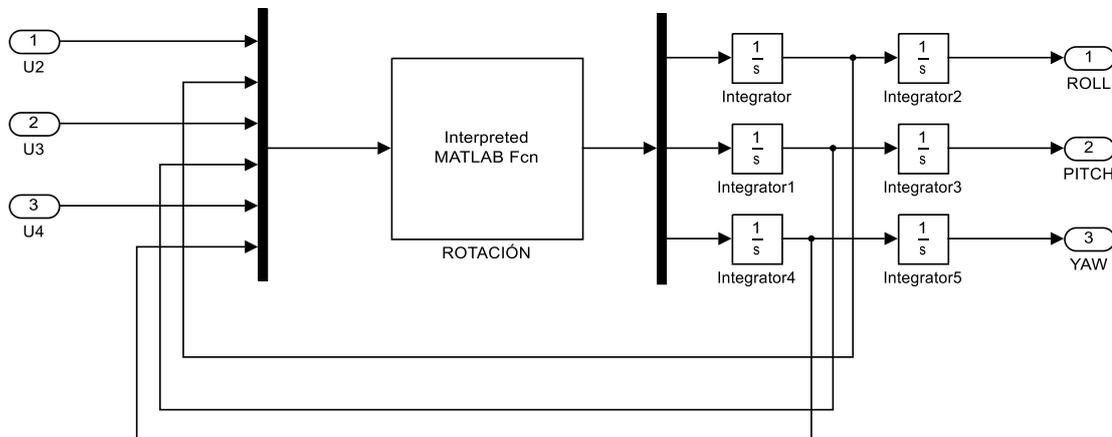
*Diagrama en Simulink Simulación Cuadricóptero*



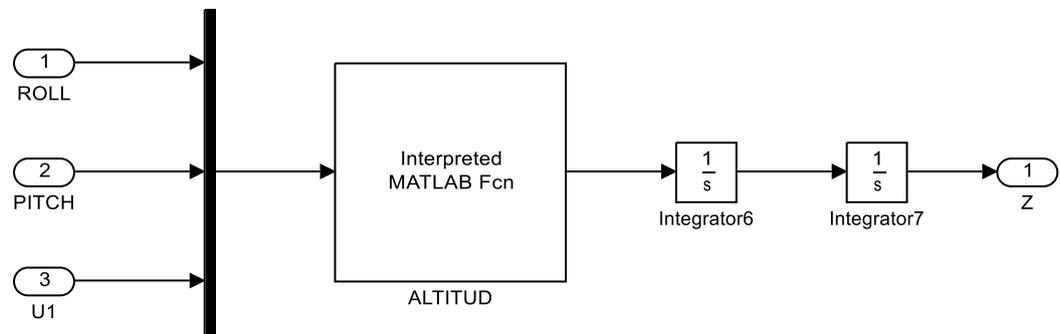
*Nota:* En la imagen se observa los controladores diseñados, y los subsistemas de rotación y altitud que representan el comportamiento dinámico del cuadricóptero.

**Figura 32**

*Subsistema Rotación*

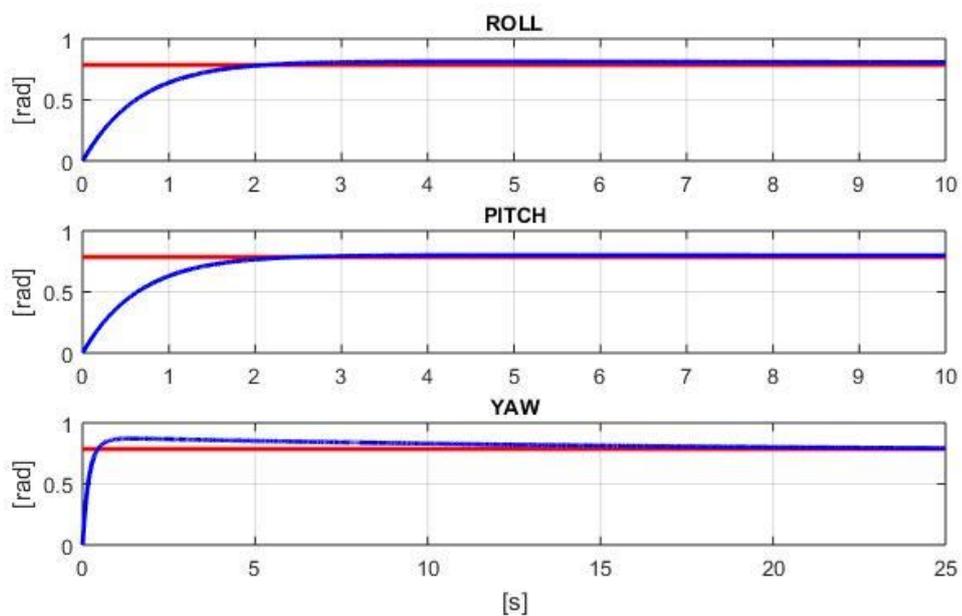


*Nota:* La función ROTACIÓN contiene las ecuaciones de ( 22). El programa se lo puede ver en ANEXO B.

**Figura 33***Subsistema Altitud*

*Nota:* La función Altitud contiene la ecuación del eje Z de ( 18). El programa se lo puede ver en ANEXO C.

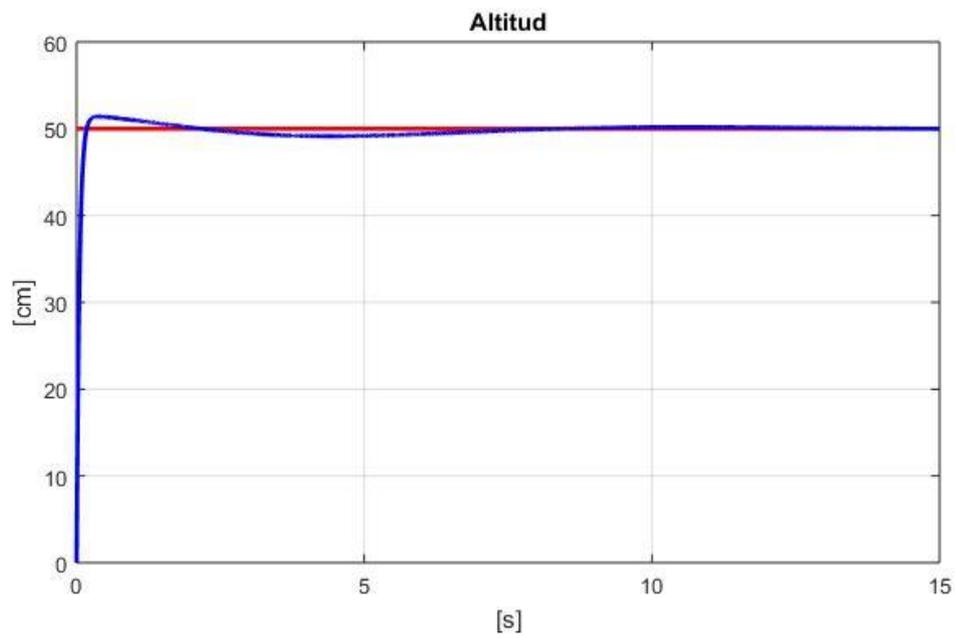
A continuación, se presentan los gráficos de la simulación.

**Figura 34***Respuesta del Subsistema Orientación*

Nota: Se visualiza la evolución de  $\phi$ ,  $\theta$  y  $\varphi$

**Figura 35**

*Respuesta del Subsistema Altitud*



Nota: Se visualiza la evolución de  $Z$ .

## Implementación

En el capítulo anterior se diseñaron los controladores PID para: roll, pitch, yaw y altitud, en el presente capítulo serán programados en la tarjeta de control Arduino Uno, para obtener los ángulos:  $\phi$ ,  $\theta$  y  $\psi$  se utilizará el sensor MPU6050, y para obtener el valor de la altura el sensor HC-SR04. Las ordenes de despegue y aterrizaje serán enviadas desde un teléfono inteligente mediante una aplicación en Android y comunicación bluetooth con el Arduino.

### Características de los elementos

A continuación, se mencionan las características de los dispositivos electrónicos empleados para poder implementar los controladores.

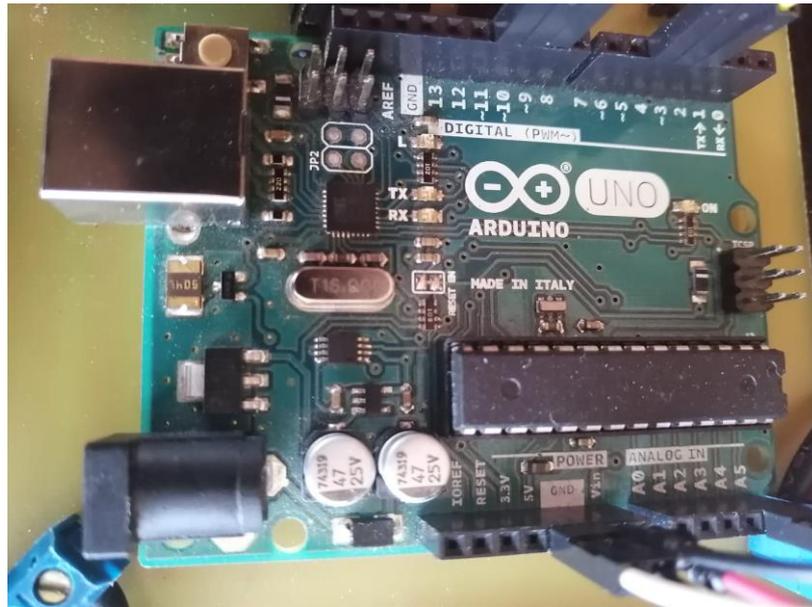
#### **Arduino Uno**

- Permite la programación en C
- Velocidad de reloj: 16 MHz
- Voltaje de entrada: 7,5 a 12 voltios
- Memoria: 32 KB, 2KB RAM y 1KB EEPROM
- Microcontrolador: ATmega328P
- Frecuencia de la señal PWM: (pines :490 Hz) y (pines 5 y 6: 980Hz)

La elección de la tarjeta Arduino Uno, se debe a que presenta un entorno de programación sencillo, con bibliotecas para la utilización de los sensores, además la velocidad de respuesta permite una acción rápida de la señal PWM.

### **Figura 36**

*Tarjeta Arduino Uno*



*Nota:* Fotografía del Arduino Uno empleado.

### ***MPU 6050***

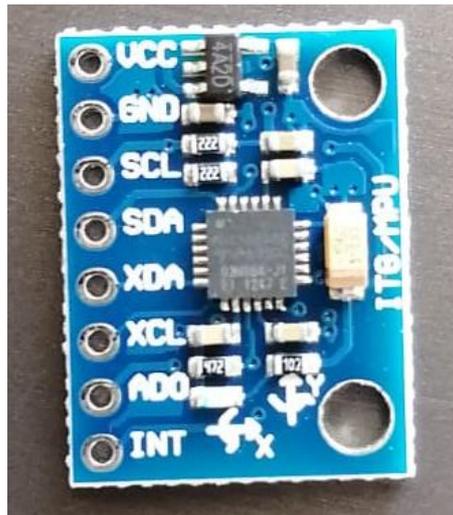
Es un dispositivo electrónico que tiene integrado un acelerómetro y un giroscopio. El principio físico en el cual se basa su funcionalidad es el principio piezoeléctrico.

Los datos del sensor pueden ser enviados a Arduino mediante comunicación serie I2C. Empleando las bibliotecas MPU6050 e I2Cdev, el entorno de programación de Arduino permite obtener el valor del acelerómetro y giroscopio.

El voltaje de alimentación es de 5V, consta de un regulador de voltaje para alimentar con 3.3V a los circuitos integrados.

### **Figura 37**

*Módulo MPU6050*



*Nota:* Fotografía del sensor MPU6050 empleado.

### **HC-SR04**

Permite determinar la distancia entre el sensor y un objeto, está formado por dos transductores, un emisor y un receptor; el emisor emite pulsos de ultrasonido (40KHz), mientras el receptor detecta la onda de rebote.

- Rango de medición: 2cm a 4m
- Precisión:  $\pm 3\text{mm}$
- Voltaje de alimentación: 5V

### **Figura 38**

*Sensor HC-SR04*



*Nota:* Fotografía del sensor HC-SR04 empleado.

### **Módulo Bluetooth HC-06**

- Voltaje de alimentación: 3.3 a 5 V
- Frecuencia: 2.4 Hz
- Alcance: 10 m
- Interfaz de comunicación: Serial UART TTL
- Compatible con Android

### **Figura 39**

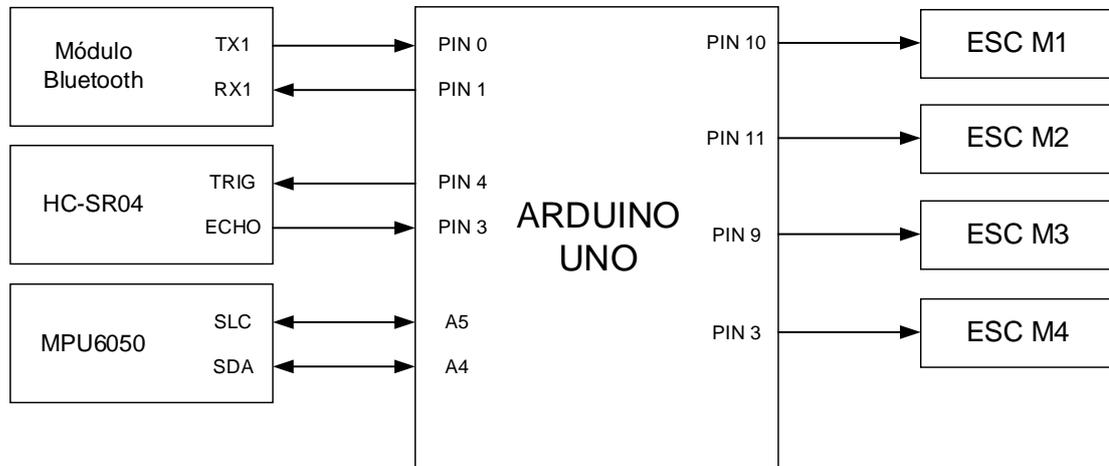
*Módulo Bluetooth HC-06*



*Nota:* Fotografía del módulo Bluetooth HC-06 empleado.

### **Diagrama de conexiones**

En la Figura 40, se presenta el diagrama de conexión de los sensores y los pines PWM de los ESC con el controlador Arduino.

**Figura 40***Diagrama conexiones Arduino*

*Nota:* En el diagrama no se presenta la alimentación de los circuitos integrados. Tan solo se muestra señales de datos.

### Filtro Complementario

Permite obtener los ángulos de rotación, mediante el uso de los ángulos calculados por el giroscopio y por el acelerómetro del MPU6050. Este filtro se caracteriza por un bajo costo computacional y de fácil diseño, está formado por dos filtros, uno pasa alto que tiene efecto en el giroscopio y uno pasa bajo que tiene efecto en el acelerómetro. Permite reducir el ruido producido por los sensores.

A continuación, se presenta la ecuación para el cálculo de los ángulos empleando el filtro complementario.

$$\text{Ángulo} = \alpha(\text{Ángulo} + \text{Ángulo1} * dt) + (1 - \alpha)\text{Ángulo\_Ac} \quad (40)$$

- *Ángulo1* es el ángulo determinado mediante uso del giroscopio anteriormente.

- $\text{Ángulo\_Ac}$  es el ángulo determinado mediante uso del acelerómetro.
- $\alpha$  ganancia del filtro pasa alto
- $(1 - \alpha)$  ganancia del filtro pasa bajo
- $dt$  inverso de la frecuencia de muestreo

Constante del tiempo filtro pasa bajo y pasa alto.

$$\tau = \frac{\alpha \cdot dt}{1 - \alpha}$$

La frecuencia de muestro es de 250 Hz, por lo que se despeja  $\alpha$  para encontrar su valor.

$$\alpha = 0.98$$

La ecuación del filtro complementario sería:

$$\text{Ángulo} = 0.98(\text{Ángulo} + \text{Ángulo1} * dt) + 0.2\text{Ángulo\_Ac} \quad (41)$$

### Aplicación en Android

La aplicación fue desarrollada en App Inventor, esta permitirá: encender, apagar, accionar el despegue y accionar el aterrizaje del cuadricóptero, mediante el envío de letras a través de una señal bluetooth, la cual será receptada por el Arduino por medio del módulo HC-06.

### Tabla 7

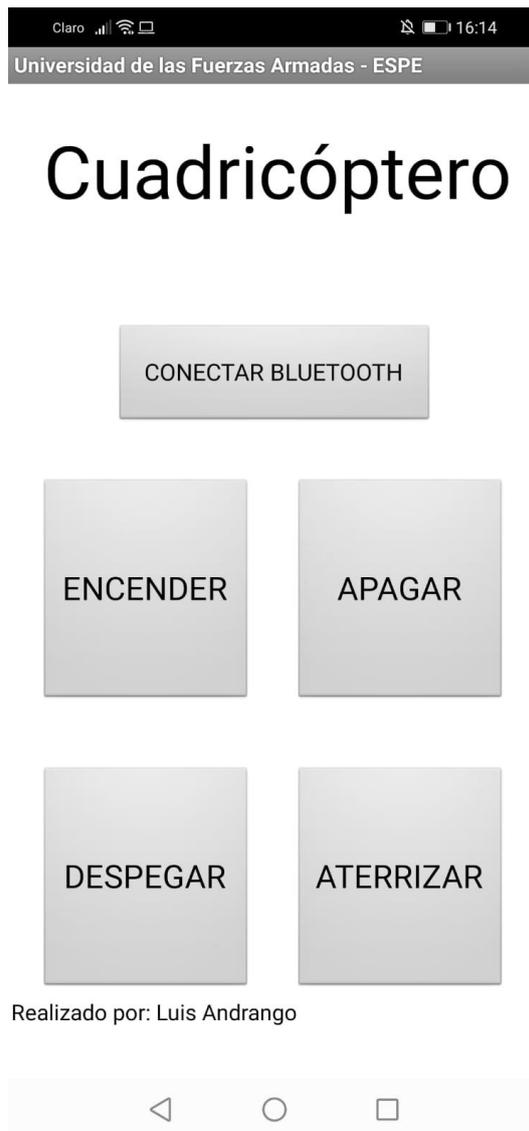
*Caracteres utilizados para el accionamiento del cuadricóptero*

<b>Letra</b>	<b>Acción</b>
<b><i>a</i></b>	Encendido
<b><i>b</i></b>	Apagado
<b><i>c</i></b>	Despegue
<b><i>d</i></b>	Aterrizaje

*Nota:* La tabla indica la interpretación del Arduino de los caracteres enviados por la aplicación Android.

#### **Figura 41**

*Aplicación*



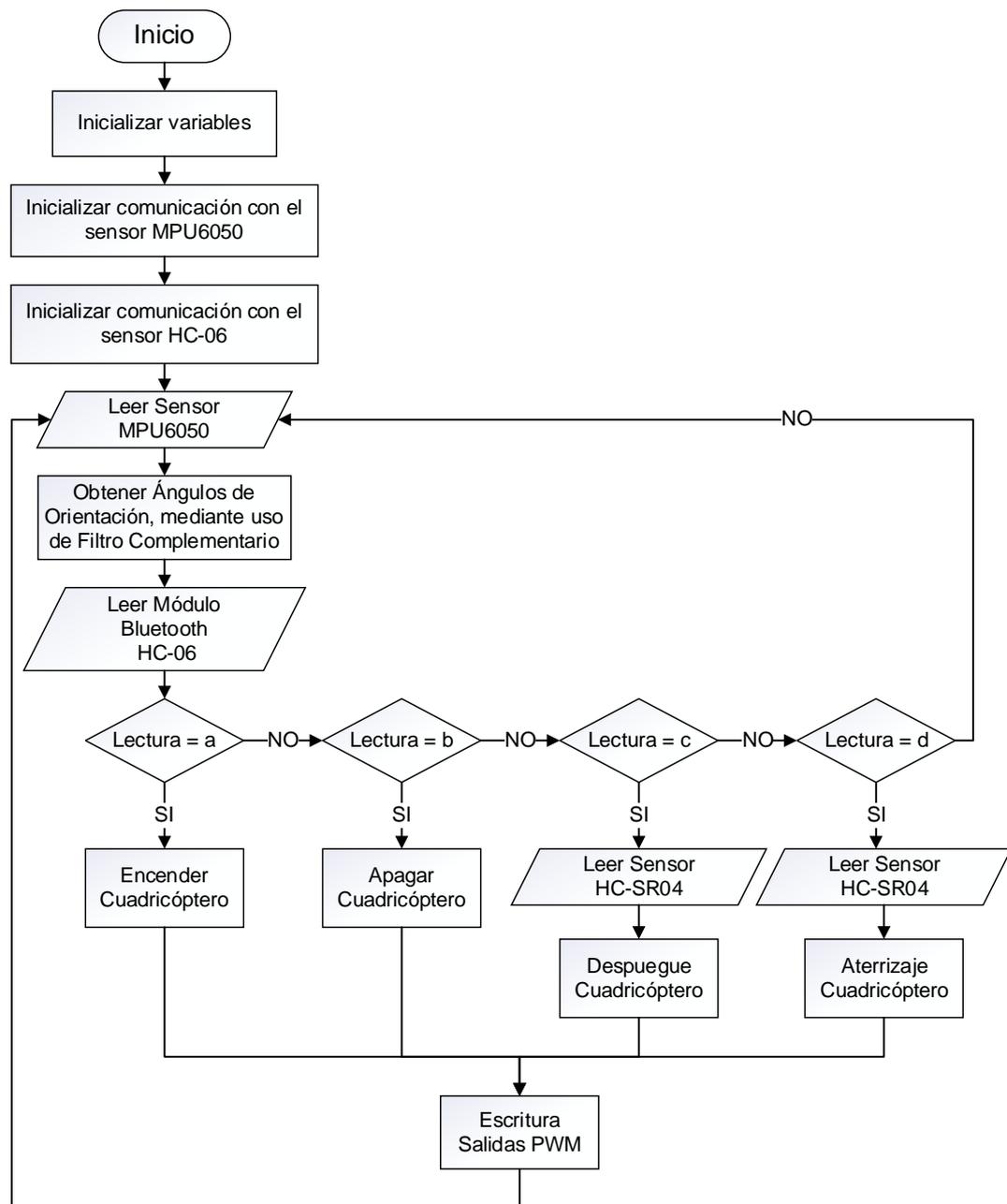
*Nota:* Se visualiza una captura de pantalla de la aplicación diseñada.

## Diagrama de flujo del programa en Arduino

El diagrama de flujo de la Figura 42, representa al programa que será implementado en la tarjeta Arduino Uno, el código se lo puede ver en ANEXO D.

## Figura 42

*Diagrama del programa implementado en Arduino*



*Nota:* El sensor HC-06 es el módulo Bluetooth y el sensor HC-SR04 es el sensor ultrasonido que permite obtener la altura a la que se encuentra el cuadricóptero.

En encender cuadricóptero, se establece como señal de salida PWM de 140, la cual permite un movimiento de las propelas, sin un desplazamiento vertical.

En encender cuadricóptero, se establece como señal de salida PWM de 123, la cual permite un movimiento muy lento de las propelas.

En despegue cuadricóptero, se establece como set point en z un valor de 50[cm], el cual va ser la altura a la que debe de llegar el cuadricóptero una vez complete el despegue. entran en funcionamiento los controladores PID diseñados.

En aterrizaje cuadricóptero, se establece como set point en z un valor de 22[cm], el cual es la altura desde el sensor HC-SR04 ubicado en el cuadricóptero hasta el suelo. Entran en funcionamiento los controladores PID diseñados.

El set point para roll es  $10^\circ$ , pitch es  $-10^\circ$  y yaw es  $20^\circ$ .

### Montaje del cuadricóptero

Los sensores, baterías, tarjeta de control y ESCs son colocados en el cuadricóptero, y se realizan las conexiones de señales de acuerdo a la Figura 40.

### Figura 43

*Cuadricóptero desde una vista superior*



*Nota:* Se visualiza el controlador, sensores y ESCs ubicados en la parte superior del centro del cuadricóptero.

## Pruebas

Para poder realizar las pruebas de los controladores, se fabricó la estructura de Figura 44, permite realizar las pruebas de los controladores para Roll, Pitch y Yaw.

### Figura 44

*Estructura para pruebas del cuadricóptero*



*Nota:* Está formada por una articulación mecánica la cual permite el movimiento en los 3 ejes.

Para verificar el funcionamiento del controlador PID de Roll, Pitch y Yaw, se envió diversos sets points, y los resultados fueron obtenidos mediante la comunicación serial del Arduino a la Computadora.

### **Sintonización de los controladores**

A continuación, se presenta el valor de las constantes de los controladores empleados para las pruebas y que fueron obtenidos mediante la experimentación.

**Tabla 8**

*Controlador PID Orientación Implementado*

<b>Constantes</b>	<b>ROLL</b>	<b>PITCH</b>	<b>YAW</b>
$K_p$	0.005	0.005	0.3
$K_i$	0	0	0.005
$K_d$	0.1	0.1	4.2

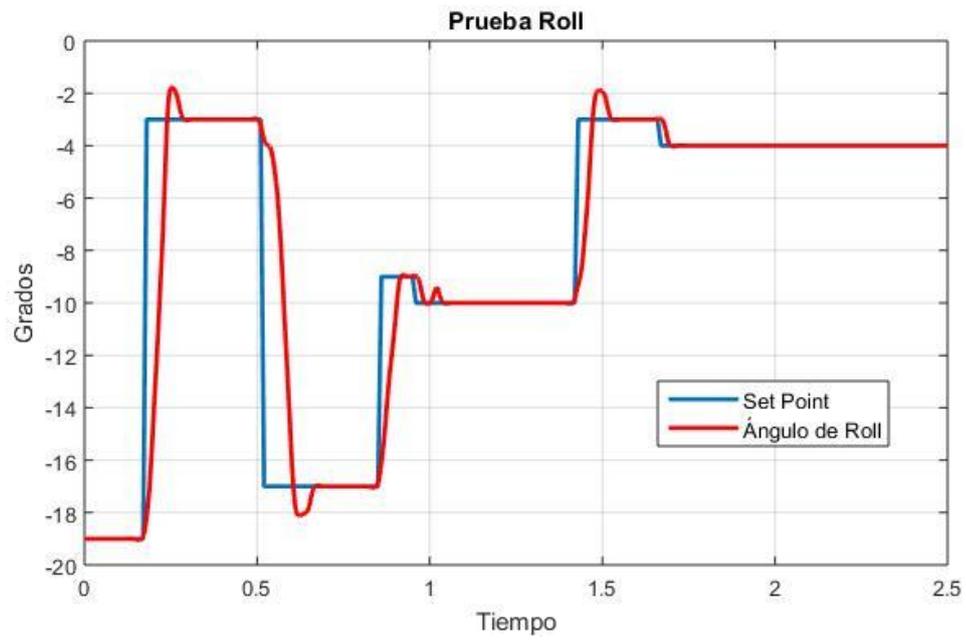
*Nota:* La tabla indica el valor de las constantes de los controladores PID de orientación implementados.

**Tabla 9**

*Controlador PID Altitud Implementado*

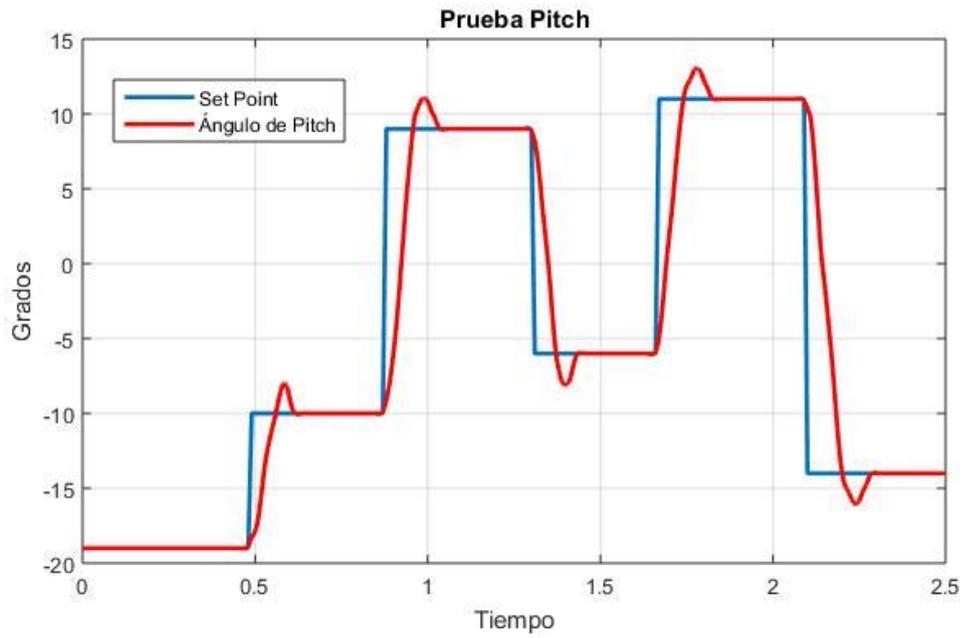
<b>Constantes</b>	<b>ROLL</b>
$K_p$	16
$K_i$	6
$K_d$	45

*Nota:* La tabla indica el valor de las constantes de los controladores PID de altitud implementado.

**Figura 45***Prueba Roll*

Nota: El gráfico representa la evolución de  $\phi$ .

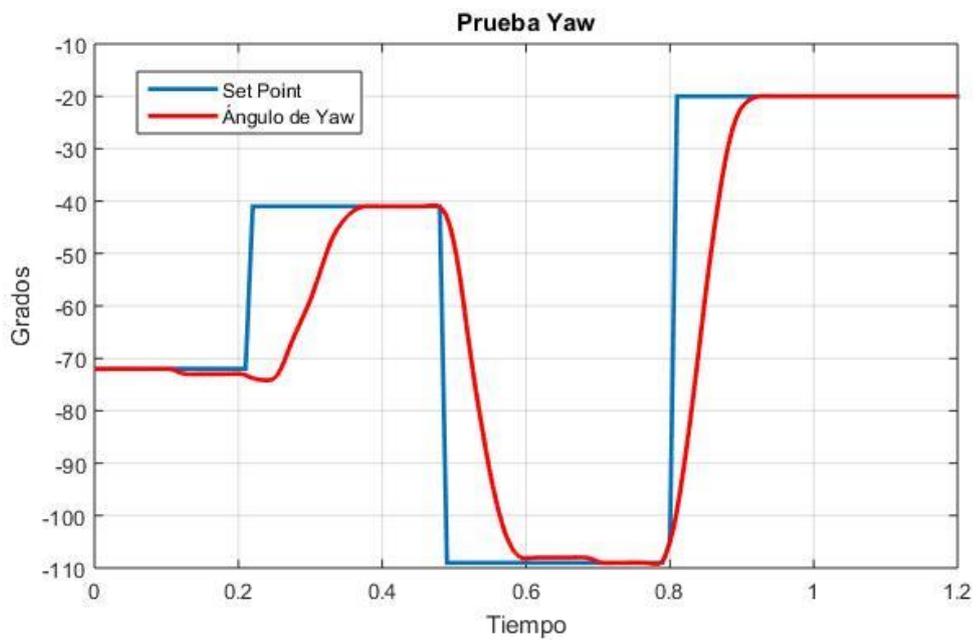
**Figura 46***Prueba Pitch*



*Nota:* El gráfico representa la evolución de  $\theta$ .

**Figura 47**

*Prueba Yaw*



*Nota:* El gráfico representa la evolución de  $\theta$ .

Las gráficas anteriores representan el comportamiento de los controladores en la estructura de pruebas. Para verificar el funcionamiento de los controladores se utilizó variaciones de ángulos grandes, sin embargo, en la práctica las variaciones serán pequeñas ya que fue un aspecto que se estableció en el capítulo del diseño de los controladores.

En la Tabla 10, se presenta los datos del tiempo que tarda el cuadricóptero en alcanzar la altura deseada, desde que se envía la orden mediante la aplicación.

**Tabla 10**

*Tiempo de establecimiento despegue del cuadricóptero*

<b>Altitud</b>	<b>Tiempo Establecimiento [s]</b>
<b>30</b>	14
<b>35</b>	16
<b>40</b>	17
<b>45</b>	18

*Nota:* La tabla indica el tiempo que tarda el cuadricóptero en despegar y alcanzar la altitud deseada.

Al momento de estabilizar el cuadricóptero en el aire luego de su despegue, se presentó la situación que el cuadricóptero giraba, para solucionar se sintonizó el controlador en Yaw, además de la aplicación del filtro complementario en la obtención del valor del ángulo de rotación en Yaw, de esta manera se obtuvo que el controlador para Yaw, es un controlador PD.

**Tabla 11***Controlador PD Orientación Implementado*

<b>Constantes</b>	<b>ROLL</b>	<b>PITCH</b>	<b>YAW</b>
$K_p$	0.005	0.005	0.3
$K_d$	0.1	0.1	4.2

*Nota:* La tabla indica el valor de las constantes de los controladores PD de orientación implementados.

## **Conclusiones y Recomendaciones**

### **Conclusiones**

El desarrollo del modelo de un cuadricóptero comercial o no comercial se lo puede realizar mediante Euler-Lagrange, esta metodología es sencilla y permite el desarrollo de controladores que permiten operar el cuadricóptero de manera remota o autónoma.

La simplificación del modelo, considerando que el cuadricóptero está en estado estacionario y variaciones de ángulos muy pequeños, permite obtener un modelo sencillo y desarrollar una estructura de control a partir de ella, sin embargo, su aplicación se limita a las consideraciones, por lo que si se requiere realizar aplicativos complejos se debe de considerar el modelo completo.

Los parámetros del modelo, se puede determinar mediante la medición de la fuerza de empuje y de guiñada, las dimensiones del cuadricóptero y del motor, y la función de transferencia del motor.

El banco de pruebas permite obtener las ecuaciones de la fuerza de empuje y de guiñada de los motores junto con sus propelas. La relación entre estas ecuaciones es la constante  $T_q$ .

Las funciones de transferencia del sistema motor-propela son encontradas mediante el análisis de la respuesta del sistema ante una entra PWM.

El control de los ángulos de Tait-Bryan, presentó una mejor respuesta cuando tan solo fueron PD, es decir se tuvo una mayor estabilidad del cuadricóptero y una respuesta en régimen permanente estable.

El modelo obtenido permite la simulación en la herramienta Simulink de Matlab.

Un controlador clásico permite la operación de un cuadricóptero de manera automática en interior.

### **Recomendaciones**

Emplear un filtro complementario para la estimación de los ángulos de Tait Bryan, mediante el uso del filtro se elimina el ruido. Este filtro tiene un costo computacional bajo.

Verificar el funcionamiento de los controladores uno por uno, para de esta manera poder sintonizar los controladores.

Emplear una tarjeta de control que permita el procesamiento de los controladores de manera simultánea, y analizar el tiempo de respuesta del cuadricóptero ante perturbaciones.

Colocar los elementos del cuadricóptero de tal manera que el centro de masa total se encuentre en el centro.

Calibrar el sensor MPU6050, para que no afecte la variación del nivel del piso.

Retirar las hélices de los motores al momento de realizar pruebas de funcionamiento de los sensores del cuadricóptero, para que no se puedan producir accidentes.

### Referencias Bibliográficas

- Bouabdallah, S. (2007). *Desing and control of quadrotors with application to autonomous flying*. Lausanne: Ecole Polytechnique Federale de Lausanne.
- Brito, J. (2009). *Quadrotor prototype*. Lisboa.
- Castillo, P., Lozano, R., García, P., & Albertos, P. (2007). Modelado y Estabilización de un helicóptero con cuatro rotores. *RIAI*, 41-57.
- Gonzáles, H., Martínez, J., Bueno, M., & Arias, P. (2017). *Unmanned Aerial Systems for Civil Applications: A*. Vigo.
- Gupta, S., Ghonge, M., & Jawandhiya, P. (2013). *Review of Unmanned Aircraft System (UAS)*. IJARCET.
- Lorandi, A., & Hermedia, G. (2011). *Controladores PID y Controladores Difusos*. Veracruz: AcademiaJournals.
- Olfati, R. (2001). *Nonlinear control of underactuated mechanical systems with application to robotics and aerospace vehicles*. Massachusetts.
- Raffo, G. V. (2007). *Modelado y control de un helicóptero quadrotor*. Sevilla.
- Robles, M., & Sáenz, P. (2015). *Diseño y construcción de un prototipo experimental de un cuadricóptero estabilizado por control difuso*. Sangolquí.
- Sánchez, C. (2017). *Vehículos aéros no tripulados: descripciones generales y aplicaciones*. Colinnovacion.
- Wang, W., Ma, H., Xia, M., Weng, L., & Ye, X. (2013). *Attitude and altitude controller desing for quad-rotor type MAVs*. Jiangsu: Hindawi.

## **Anexos**

ANEXO A. Código Arduino Toma Datos Motor

ANEXO B. Código Función Matlab Rotación Cuadróptero

ANEXO C. Código Función Matlab Altitud Cuadróptero

ANEXO D. Código ControlCuadróptero