



# Fundamentos de transferencia de calor

## Teoría y problemas resueltos

Oscar Arteaga, William Bonilla, Héctor Terán y Jorge Eduardo Meythaler



*Fundamentos de transferencia de calor*  
*Teoría y problemas resueltos*

Oscar Arteaga, William Bonilla, Héctor Terán y Jorge Eduardo Meythaler

**Primera edición electrónica:** agosto, 2021

**ISBN:** 978-9942-765-65-9

**Revisión científica:**

Dra. Elvia Victoria Cabrera Maldonado

Ph. D. Ricardo Andrés Narváez Cueva

**Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE**

Crnl. E.M.C. Roberto Jiménez Villareal, Dr.

Rector

**Publicación autorizada por:**

Comisión Editorial de la Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE

Tcn. I. GEO. Xavier Molina Ph. D.

Presidente

**Corrección de estilo y diseño**

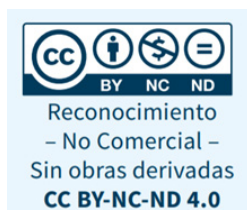
Lcdo. Xavier Chinga

**Imagen de cubierta:** <https://acortar.link/FWPWB>

Derechos reservados. Se prohíbe la reproducción de esta obra por cualquier medio impreso, reprográfico o electrónico. El contenido, uso de fotografía, gráficos, cuadros, tablas, y referencias es de exclusiva responsabilidad de los autores.

Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE  
Av. General Rumiñahui s/n, Sangolquí, Ecuador  
[www.espe.edu.ec](http://www.espe.edu.ec)

Los derechos de esta edición electrónica son de la Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE, para consulta de profesores y estudiantes de la universidad e investigadores en [www.repositorio.espe.edu.ec](http://www.repositorio.espe.edu.ec).





---

# Fundamentos de transferencia de calor

## Teoría y problemas resueltos

Oscar Bladimir Arteaga López  
William M. Bonilla Jiménez  
Héctor Cochise Terán Herrera  
Jorge Eduardo Meythaler Naranjo







---

*A Dios Todopoderoso por ser la fuente de  
inspiración y fortaleza de cada día para  
cumplir nuestras metas.*





---

## *Agradecimiento*

*A Dios Todopoderoso por brindarnos cada día vida, salud, alegría y fortaleza para alcanzar nuestros objetivos.*

*A nuestros familiares, amigos, conocidos y todas esas personas que aportaron su grano de arena en los momentos más difíciles.*

*A la Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE por abrir las puertas a nuestros conocimientos y servicios.*





---

## **Oscar Bladimir Arteaga López**

obarteaga@espe.edu.ec

Ingeniero mecánico, Escuela Politécnica del Chimborazo ESPOCH. Magister en Tecnología de la Información y Multimedia Educativa. Magister en Gestión de Energía. Investiga en temas: Diseño y construcción de bastidores y carrocerías para Vehículos de competición (FORMULA STUDENT), Diseño y Construcción de Vehículos blindados 4x4. Diseño y construcción de prótesis robóticas.

## **William Moisés Bonilla Jiménez**

wmbonilla@espe.edu.ec

Ingeniero mecánico, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo ESPOCH, Diplomado Superior en Gestión del Aprendizaje Universitario, Magister en Gestión de Energías. Investiga en temas: Diseño de elementos de máquinas, Utilización de energías renovables en generación eléctrica para sistemas mecánicos.

## **Héctor Cochise Terán Herrera**

hcteran@espe.edu.ec

Ingeniero electromecánico, Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE, Magíster en Gestión de Energías y Magíster en Seguridad Industrial y Riesgos del trabajo. Investiga en temas: Mecanizado en Máquinas Herramientas convencionales y de Control Numérico Computarizado, Procesos de soldadura, Metalurgia y Tecnología de la Fundición, Energías renovables, Automatización Industrial.

## **Jorge Eduardo Meythaler Naranjo**

jemeythaler@espe.edu.ec

Ingeniero mecánico, Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE, Diplomado Superior en Autotrónica, Diplomado Superior en Gestión de Aprendizaje Universitario, Magíster en Gestión de Energías. Investiga en temas de Termodinámica, Transferencia de Calor y energías renovables.

---





# Índice

Dedicatoria.....	3
Agradecimiento.....	5
Presentación.....	29
<b>Capítulo I - Conceptos generales de los procesos de transferencia de calor.....</b>	<b>31</b>
Introducción.....	33
Modos de transferencia de calor.....	34
Conducción.....	34
Problema 1.1.....	36
Problema 1.2.....	38
Problema 1.3.....	39
Problema 1.4.....	40
Problema 1.5.....	42
Convección.....	43
Problema 1.6.....	44
Problema 1.7.....	45
Radiación.....	46
Problema 1.8.....	48
Problema 1.9.....	49
Problema 1.10.....	51
Conducción de calor en sistemas simples.....	52
Conducción de calor a través de una pared plana.....	52

Conducción de calor a través de paredes planas compuestas en serie y en paralelo.....	53
Problema 1.11.....	54
Problema 1.12.....	56
Conducción de calor a través de paredes cilíndricas.....	59
Conducción de calor a través de paredes cilíndricas compuestas.....	60
Conducción de calor a través de paredes esféricas.....	61
Conducción y convección de calor simultáneas.....	62
Conducción y convección de calor simultáneas en paredes planas.....	62
Problema 1.13.....	63
Problema 1.14.....	66
Problema 1.15.....	68
Problema 1.16.....	71
Conducción y convección de calor simultáneas en paredes cilíndricas.....	77
Problema 1.17.....	78
Conducción y convección de calor simultáneas en paredes cilíndricas.....	80
Problema 1.18.....	81
Problema 1.19.....	84
Problema 1.20.....	85
Problema 1.21.....	88
Radio crítico de aislamiento.....	91

Problema 1.22.....	93
Sistemas con generación de calor.....	94
Pared plana con generación de calor.....	95
Problema 1.23.....	96
Problema 1.24.....	98
Sistemas con generación de calor.....	99
Problema 1.25.....	101
Esfera con generación de calor.....	102
Problema 1.26.....	104
<b>Capítulo III - Conducción uni-bidimensional</b> .....	107
Superficies extendidas.....	109
Aletas.....	109
Eficiencia de las aletas.....	115
Problema 2.1.....	116
Problema 2.2.....	118
Problema 2.3.....	120
Problema 2.4.....	122
Problema 2.5.....	124
Problema 2.6.....	127
Problema 2.7.....	129
Conducción de calor bidimensional.....	131
Problema 2.8.....	132
Problema 2.9.....	134

Conducción de calor en estado transitorio.....	136
Conducción de calor en estado transitorio.....	136
Problema 2.10.....	138
Problema 2.11.....	141
Problema 2.12.....	143
Flujo de calor transitorio en sólidos, paredes planas grandes, cilindros largos y esferas con efectos espaciales.....	147
Problema 2.13.....	151
<b>Capítulo III - Convección y radiación.....</b>	<b>155</b>
Capa límite.....	157
Capa límite de velocidad.....	157
Capa límite térmica.....	158
Flujo de fluidos.....	159
Flujo laminar, transición y turbulento.....	160
Número de Reynolds.....	160
Mecanismo físico de la convección.....	162
Número de Nusselt.....	163
Número de Prandtl.....	163
Convección forzada para flujo externo.....	163
Flujo sobre placas planas.....	164
Problema 3.1.....	166
Problema 3.2.....	167
Problema 3.3.....	169

Problema 3.4.....	171
Problema 3.5.....	173
Flujo a través de cilindros y esferas.....	174
Problema 3.6.....	176
Flujo a través de bancos de tubos.....	178
Problema 3.7.....	181
Problema 3.8.....	185
Convección interna.....	189
Flujo laminar en tubos circulares.....	189
Problema 3.9.....	189
Problema 3.10.....	191
Flujo laminar en tubos circulares.....	194
Problema 3.11.....	195
Problema 3.12.....	198
Flujo turbulento en tubos circulares lisos.....	201
Problema 3.13.....	202
Flujo turbulento en tubos circulares rugosos.....	206
Problema 3.14.....	206
Flujo turbulento en tubos no circulares.....	209
Problema 3.15.....	209
Problema 3.16.....	212
Radiación.....	215
Factor de forma.....	217

Problema 3.17.....	220
Transferencia de calor por radiación en superficies negras.....	222
Problema 3.18.....	225
Transferencia de calor por radiación en superficies grises y difusas.....	225
Problema 3.19.....	226
Transferencia de calor por radiación en recintos cerrados de dos superficies.....	230
Problema 3.20.....	230
<b>Capítulo IV - Ejercicios aplicados a la ingeniería.....</b>	<b>235</b>
Problema 4.1.....	229
Problema 4.2.....	230
Problema 4.3.....	231
<b>Referencias.....</b>	<b>231</b>
<b>Bibliografía recomendada.....</b>	<b>232</b>
<b>Anexos.....</b>	<b>234</b>
Anexo 1.....	236
Anexo 2.....	237
Anexo 3.....	238
Anexo 4.....	239
Anexo 5.....	240
Anexo 6.....	241
Anexo 7.....	242

Anexo 8.....	243
Anexo 9.....	244
Anexo 10.....	244
Anexo 11.....	245
Anexo 12.....	245
Anexo 13.....	246
Anexo 14.....	246
Anexo 15.....	249
Anexo 16.....	249
Anexo 17.....	
Anexo 18.....	
Anexo 19.....	
Anexo 20.....	
Anexo 21.....	
Anexo 22.....	
Anexo 23.....	
Anexo 24.....	
Anexo 25.....	
Anexo 26.....	

## Índice de tablas

Tabla 1 <i>Correlaciones empíricas para el número de Nusselt promedio, para convección forzada sobre cilindros circulares y no circulares en flujo cruzado.....</i>	170
Tabla 2 <i>Correlaciones del número de Nusselt para flujo cruzado sobre bancos de tubos.....</i>	174
Tabla 3 <i>Factor de corrección F.....</i>	174
Tabla 4 <i>Número de Nusselt para flujo laminar completamente desarrollado en tubos de diversas secciones transversales.....</i>	188
Tabla 5 <i>Resultados de los valores ejecutados en los tres análisis</i>	
Tabla 6 <i>Resultados de temperatura.....</i>	
Tabla 7 <i>Resultados.....</i>	
Tabla 8 <i>Resultados.....</i>	

## Índice de figuras

Figura 1 <i>Análisis termodinámico y de transferencia de calor en un motor de automóvil.....</i>	27
Figura 2 <i>Convención de signos para el flujo de calor por conducción.....</i>	29
Figura 3 <i>Transferencia de calor por conducción unidimensional.....</i>	30
Figura 4 <i>Diagrama del problema 1.1.....</i>	30
Figura 5 <i>Diagrama problema 1.2.....</i>	32
Figura 6 <i>Diagrama del problema 1.3.....</i>	33



Figura 7 Diagrama problema 1.4.....	35
Figura 8 Diagrama problema 1.5. Aparato para medir la conductividad térmica de un material, usando dos muestras idénticas y un calentador de resistencia delgada.....	36
Figura 9 Perfil de velocidad y temperatura para transferencia de calor por convección de una placa calentada con flujo sobre su superficie.....	38
Figura 10 Diagrama problema 1.6.....	39
Figura 11 Esquema del ejemplo 1.7.....	40
Figura 12 Diagrama de radiación cuerpo 1 y recinto 2.....	41
Figura 13 Esquema del ejemplo 1.8.....	42
Figura 14 Diagrama problema 1.9.....	44
Figura 15 Esquema del ejemplo 1.10.....	45
Figura 16 Distribución de temperatura para conducción en régimen permanente a través de una pared plana y analogía entre circuitos térmico y eléctrico.....	47
Figura 17 Conducción a través de un sistema de tres capas en serie.....	47
Figura 18 Conducción de calor a través de una sección de una pared con dos trayectorias en paralelo.....	48
Figura 19 Pared plana compuesta en serie y en paralelo.....	48
Figura 20 Esquema del ejemplo 1.11.....	49
Figura 21 Circuito Térmico del ejemplo 1.11.....	50
Figura 22 Diagrama problema 1.12.....	51
Figura 23 Flujo de calor unidimensional a través de un cilindro hueco.....	54
Figura 24 Flujo de calor unidimensional a través de paredes cilíndricas compuestas.....	54

Figura 25 <i>Esfera hueca con temperatura superficial uniforme y sin generación de calor.....</i>	55
Figura 26 <i>Red de resistencias térmicas para la transferencia de calor a través de una pared plana.....</i>	56
Figura 27 <i>Red de resistencias térmicas para la transferencia de calor a través de una pared plana de dos capas sujeta a convección sobre ambos lados.....</i>	57
Figura 28 <i>Diagrama problema 1.13.....</i>	58
Figura 29 <i>Diagrama problema 1.14.....</i>	61
Figura 30 <i>Diagrama problema 1.15.....</i>	63
Figura 31 <i>En un tubo que conduce agua caliente el calor se pierde hacia el aire del exterior en la dirección radial y, como consecuencia, la transferencia de calor desde un tubo largo es unidimensional.....</i>	71
Figura 32 <i>Red de resistencias térmicas para un casco cilíndrico (o esférico) sujeta a convección tanto en el lado interior como en el exterior.....</i>	71
Figura 33 <i>Diagrama problema1.17.....</i>	72
Figura 34 <i>Diagrama Esfera hueca con temperatura superficial uniforme y sin generación de calor, con convección en las superficies interior y exterior.....</i>	75
Figura 35 <i>Diagrama problema 1.18.....</i>	76
Figura 36 <i>Esquema del ejercicio 1.19.....</i>	78
Figura 37 <i>Diagrama problema 1.20.....</i>	80
Figura 38 <i>Diagrama problema 1.21.....</i>	83
Figura 39 <i>Radio crítico de aislamiento.....</i>	85
Figura 40 <i>Diagrama problema 1.22.....</i>	87
Figura 41 <i>Pared plana con generación de calor.....</i>	90

Figura 42 Diagrama del problema 1.23.....	90
Figura 43 Diagrama problema 1.24.....	92
Figura 44 Nomenclatura para conducción de calor en un cilindro circular largo con generación interna de calor.....	95
Figura 45 Diagrama problema 1.25.....	95
Figura 46 El calor conducido a través de un casco cilíndrico de radio $r$ es igual al calor generado dentro de él.....	97
Figura 47 Diagrama problema 1.26.....	98
Figura 48 Algunos diseños de aletas.....	103
Figura 49 Las aletas de placa delgada del radiador de un automóvil aumentan mucho la razón de la transferencia de calor hacia el aire.....	104
Figura 50 Elemento de volumen de una aleta en la ubicación $x$ , con una longitud de $\Delta x$ , área de la sección transversal $A_c$ y perímetro $p$ .....	104
Figura 51 Condiciones de frontera en la base de la aleta y en la punta de ella.....	106
Figura 52 Esquema del Caso 1.....	107
Figura 53 Aleta con punta aislada Caso 2.....	107
Figura 54 Representación esquemática de frontera en la punta de una aleta. Caso 3.....	108
Figura 55 Diagrama problema 2.1.....	111
Figura 56 Diagrama problema 2.2.....	113
Figura 57 Diagrama 2.3.....	114
Figura 58 Diagrama problema 2.4.....	116
Figura 59 Diagrama problema 2.5.....	118
Figura 60 Diagrama problema 2.6.....	121

Figura 61 <i>Diagrama problema 2.7</i> .....	123
Figura 62 <i>Diagrama problema 2.8</i> .....	126
Figura 63 <i>Diagrama problema 2.9</i> .....	129
Figura 64 <i>Configuración geométrica y parámetros que intervienen en el análisis de sistemas concentrados</i> .....	131
Figura 65 <i>Esquema del ejemplo 2.10</i> .....	132
Figura 66 <i>Diagrama problema 2.11</i> .....	135
Figura 67 <i>Diagrama problema 2.12, (esfera)</i> .....	138
Figura 68 <i>Diagrama problema (cubo) 2.12</i> .....	139
Figura 69 <i>Diagrama problema (prisma rectangular) 2.12</i> .....	140
Figura 70 <i>Configuración geométrica simple: a) pared plana grande, b) cilindro largo, y c) esfera</i> .....	142
Figura 71 <i>Perfiles de temperatura transitoria en una pared expuesta a convección desde sus superficies para <math>T_i &gt; T_\infty</math></i> .....	143
Figura 72 <i>Diagrama problema 2.13</i> .....	146
Figura 73 <i>Perfiles de velocidad en capas de límite laminar, de transición y turbulenta en flujo sobre una placa plana</i> .....	151
Figura 74 <i>Desarrollo de la capa límite sobre una superficie debido a la condición de no deslizamiento</i> .....	152
Figura 75 <i>Capa límite térmica sobre una placa plana (el fluido está más caliente que la superficie de la placa)</i> .....	153
Figura 76 <i>Perfil de velocidad de un fluido en una tubería</i> .....	153
Figura 77 <i>Comportamiento del flujo laminar y turbulento en una tubería</i> .....	154
Figura 78 <i>Diámetro hidráulico para diferentes secciones</i> .....	155
Figura 79 <i>Transferencia de calor de una superficie caliente por convección y conducción</i> .....	156

Figura 80 <i>Regiones laminar y turbulenta de la capa límite durante el flujo sobre una placa plana.....</i>	
Figura 81 <i>Diagrama problema 3.1.....</i>	
Figura 82 <i>Diagrama problema 3.2.....</i>	162
Figura 83 <i>Diagrama problema 3.3.....</i>	163
Figura 84 <i>Diagrama problema 3.4.....</i>	165
Figura 85 <i>Diagrama problema 3.5.....</i>	167
Figura 86 <i>Flujo sobre un cilindro circular, separación de la capa límite laminar con una estela turbulenta.....</i>	168
Figura 87 <i>Diagrama problema 3.6.....</i>	171
Figura 88 <i>Patrones de flujo y disposición de los tubos para bancos de tubos: a) alineados y b) escalonados.....</i>	173
Figura 89 <i>Diagrama problema 3.7.....</i>	176
Figura 90 <i>Diagrama problema 3.8.....</i>	179
Figura 91 <i>Diagrama problema 3.9.....</i>	183
Figura 92 <i>Diagrama para la resolución del problema 3.10.....</i>	186
Figura 93 <i>Esquema del ejemplo 3.11.....</i>	189
Figura 94 <i>Esquema del ejemplo 3.11.....</i>	190
Figura 95 <i>Diagrama problema 3.12.....</i>	192
Figura 96 <i>Diagrama problema 3.14.....</i>	200
Figura 97 <i>Diagrama del problema 3.15.....</i>	203
Figura 98 <i>Esquema.....</i>	204
Figura 99 <i>Diagrama problema 3.16.....</i>	206
Figura 100 <i>Objeto caliente en una cámara al vacío pierde calor sólo por radiación.....</i>	209

Figura 101 <i>Espectro de ondas electromagnéticas</i> .....	210
Figura 102 <i>Todo lo que nos rodea emite constantemente radiación térmica</i> .....	210
Figura 103 <i>Regla de superposición</i> .....	212
Figura 104 <i>Regla de simetría</i> .....	213
Figura 105 <i>Diagrama problema 3.17</i> .....	214
Figura 106 <i>Radiación de calor entre superficies negras</i> .....	216
Figura 107 <i>Diagrama problema 3.18</i> .....	217
Figura 108 <i>Analogía eléctrica de la resistencia superficial a la radiación</i> .....	219
Figura 109 <i>Diagrama problema 3.19</i> .....	220
Figura 110 <i>Esquema de un recinto cerrado de dos superficies y su red de radiación</i> .....	224
Figura 111 <i>Diagrama problema 3.20</i> .....	225
Figura 112 <i>Modelo del sólido a analizar</i> .....	
Figura 113 <i>Espacio de trabajo de CAD-CAE, selección de las unidades</i> .....	
Figura 114 <i>Selección del trazado de rectángulo con el que se trabajará</i> .....	
Figura 115 <i>Trazado de un rectángulo de centro en el plano alzado</i> .....	
Figura 116 <i>Se muestra la opción en donde se deben igualar las entidades</i> .....	
Figura 117 <i>Establecimiento con cota inteligente de las dimensiones del cubo interno</i> .....	
Figura 118 <i>Pestaña de opción para realizar un extruido del sólido</i> .....	

Figura 119 <i>Parámetros establecidos en el primer extruido</i> .....	210
Figura 120 <i>Trazado de un siguiente rectángulo de centro. (Cubo Externo)</i> .....	210
Figura 121 <i>Igualación de las entidades del segundo plano mediante cota inteligente</i> .....	212
Figura 122 <i>Parámetros de extruido para el cubo externo</i> .....	213
Figura 123 <i>Resultado final de los dos objetos extruidos, cubo externo e interno</i> .....	214
Figura 124 <i>Pestaña de opción de vaciado ubicada en operaciones</i> .....	216
Figura 125 <i>Parámetros establecidos para el vaciado del cubo externo</i> .....	217
Figura 126 <i>Vista de sección del sólido de análisis después de haber realizado el vaciado</i> .....	219
Figura 127 <i>Opción de vista “estructura alámbrica”</i> .....	220
Figura 128 <i>Pestaña de operación “Convertir entidades”, ubicada en croquis</i> .....	224
Figura 129 <i>Resultado de las entidades internas convertidas y alargadas para realizar el partido</i> .....	225
Figura 130 <i>Dirección de la opción “Partir” para cortar las entidades</i> .....	
Figura 131 <i>Parámetros establecidos en la opción de “Partir”</i> .....	
Figura 132 <i>Se debe activar las pestañas de los sólidos nuevos</i> .....	
Figura 133 <i>Botón o pestaña de operación de Simulación de Fluido</i> .....	
Figura 134 <i>Ventana “Wizard”, donde se especificarán los parámetros de simulación</i> .....	
Figura 135 <i>Selección del tipo de fluido en la misma ventana Wizard</i> .....	

Figura 136 <i>Determinación del tipo de material con el que se trabaja.....</i>	210
Figura 137 <i>Parámetros de temperatura especificados.....</i>	210
Figura 138 <i>Ventana de Dominio Computacional que ayudará a proyectar la simulación.....</i>	212
Figura 139 <i>Ventana desplegada del dominio computacional.....</i>	213
Figura 140 <i>Opción del panel para insertar materiales.....</i>	214
Figura 141 <i>Sección de materiales, se seleccionó un aislante.....</i>	216
Figura 142 <i>Superficie del sólido al que se trató como aislante.....</i>	217
Figura 143 <i>Pestaña para el ingreso de las cargas de calor al sólido.....</i>	219
Figura 144 <i>Primera carga de calor aplicada.....</i>	220
Figura 145 <i>Parámetros de la segunda carga térmica aplicada.....</i>	224
Figura 146 <i>Parámetros de la tercera carga térmica aplicada.....</i>	225
Figura 147 <i>Pestaña para insertar la opción de Global Goals de la temperatura en el sólido.....</i>	
Figura 148 <i>Parámetros a seleccionar dentro de Global Goals.....</i>	
Figura 149 <i>Resultado final de las operaciones de Global Goals.....</i>	
Figura 150 <i>Opción para cambiar la transparencia del sólido.....</i>	
Figura 151 <i>Ventana de selección para el análisis del solver.....</i>	
Figura 152 <i>Parámetros que deben ir seleccionados en la ventana para el cálculo.....</i>	
Figura 153 <i>Opción para ocultar el dominio computación para mejor visualización.....</i>	
Figura 154 <i>Opción para agregar la malla del sólido.....</i>	
Figura 155 <i>Ventana para agregar el nivel de mallado.....</i>	



Figura 156 Ejecución del análisis en “Input Data” .....	210
Figura 157 Parámetros a establecer dentro de la ejecución.....	210
Figura 158 Ventana de ejecución del solver.....	212
Figura 159 Opción para la simulación transitoria.....	213
Figura 160 Opción para agregar el diagrama de corte.....	214
Figura 161 Parámetros de alzado y temperatura a establecer.....	216
Figura 162 Primer resultado del análisis térmico de flujo.....	217
Figura 163 Opción para obtener los resultados ejecutados.....	219
Figura 164 Segundo resultado del análisis de flujo térmico.....	220
Figura 165 Tercer resultado del análisis de flujo térmico.....	224
Figura 166 Creación de nueva pieza.....	225
Figura 167 Dimensiones de la pieza.....	
Figura 168 Extracción de la pieza.....	
Figura 169 Extrucción de la pieza.....	
Figura 170 Selección del material.....	
Figura 171 Pieza con el material asignado.....	
Figura 172 Activación de la pestaña de simulación.....	
Figura 173 Selección de simulación térmica.....	
Figura 174 Aplicación de la potencia calorífica.....	
Figura 175 Coeficiente de Transferencia convectiva y temperatura.....	
Figura 176 Ejecución de la simulación.....	
Figura 177 Resultados temperatura máxima.....	

Figura 178 Resultados temperatura mínima.....	210
Figura 179 Variación del espesor de la pieza.....	210
Figura 180 Temperatura de la pieza con la variación del espesor.....	212
Figura 181 Dimensiones de la pieza.....	213
Figura 182 Pieza extruida.....	214
Figura 183 Nuevo croquis.....	216
Figura 184 Operación rectángulo de centro.....	217
Figura 185 Rectángulo de centro.....	219
Figura 186 Operación extruir.....	220
Figura 187 Operación extruir.....	224
Figura 188 Vaciado.....	225
Figura 189 Corte para observar el vaciado.....	
Figura 190 Estructura alámbrica.....	
Figura 191 Nuevo croquis.....	
Figura 192 Convertir a entidades.....	
Figura 193 Alargamiento de las entidades.....	
Figura 194 Partir el sólido.....	
Figura 195 División de sólidos.....	
Figura 196 Solid Flow Simulation.....	
Figura 197 Flow Simulation.....	
Figura 198 Nuevo Wizard.....	
Figura 199 Sistema Internacional.....	
Figura 200 Gravedad.....	

Figura 201 <i>Gases</i> .....	210
Figura 202 <i>Material Steel Mild</i> .....	210
Figura 203 <i>Temperatura en grados Kelvin</i> .....	212
Figura 204 <i>Edit definition</i> .....	213
Figura 205 <i>Simulación 2D</i> .....	214
Figura 206 <i>Insertar material</i> .....	216
Figura 207 <i>Material aislante</i> .....	217
Figura 208 <i>Heat Source</i> .....	219
Figura 209 <i>Temperatura máxima</i> .....	220
Figura 210 <i>Temperatura mínima</i> .....	224
Figura 211 <i>Temperatura de la pieza contenida</i> .....	225
Figura 212 <i>Insert Global Goals</i> .....	
Figura 213 <i>Temperatura</i> .....	
Figura 214 <i>Transparency</i> .....	
Figura 215 <i>Variación de la transparencia</i> .....	
Figura 216 <i>Ejecutar la simulación</i> .....	
Figura 217 <i>Resultados</i> .....	
Figura 218 <i>Temperature</i> .....	
Figura 219 <i>Variación de la temperatura</i> .....	
Figura 220 <i>Cambio de unidades</i> .....	
Figura 221 <i>Nuevo croquis</i> .....	
Figura 222 <i>Rectángulo de centro</i> .....	
Figura 223 <i>Dimensiones de la pared</i> .....	

Figura 224 Operación extruir.....	210
Figura 225 Material.....	210
Figura 226 Acero AISI 1020.....	212
Figura 227 SolidWorks Simulation.....	213
Figura 228 SolidWorks Simulation.....	214
Figura 229 Cargas térmicas.....	216
Figura 230 Temperatura.....	217
Figura 231 Convección.....	219
Figura 232 Coeficiente de convección.....	220
Figura 233 Simulación.....	224
Figura 234 Potencia.....	225
Figura 235 Modificación de unidades.....	
Figura 236 Creación del material.....	
Figura 237 Activación de "Simulation" .....	
Figura 238 Nuevo estudio.....	
Figura 239 Aplicar/editar material.....	
Figura 240 Materiales disponibles.....	
Figura 241 Selección del material.....	
Figura 242 Propiedades modificadas.....	
Figura 243 Estudio de temperatura.....	
Figura 244 Temperatura 1 ejemplo 3.....	
Figura 245 Temperatura 2 ejemplo 3.....	
Figura 246 Malla ejemplo 3.....	

Figura 247 <i>Análisis de la potencia térmica por conducción</i> .....	210
Figura 248 <i>Lista térmica de resultados</i> .....	210
Figura 249 <i>Opciones de la lista termal</i> .....	212
Figura 250 <i>Lista térmica</i> .....	213



## Presentación

En este texto se presenta en forma elemental los principios básicos de transferencia de calor, los cuales se complementan con numerosos ejercicios resueltos que adoptan el sistema de unidades internacional e inglés en toda la obra. Cada tema termina con una sección de problemas a fin de que el estudiante pueda comprobar los conocimientos adquiridos.

Se tratan temas que en la mayoría de programas de las universidades se analizan y que son muy importantes en la formación profesional de los ingenieros mecánicos, automotrices, petroquímicos, entre otros. Como base se tomó la experiencia adquirida en el dictado de los cursos de Transferencia de Calor en la Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE.

El libro consta de 4 capítulos y su respectiva bibliografía.

En el primer capítulo se encontrará todo a lo referente a los principios básicos de la Transferencia de Calor, los cuales tratan de la rapidez de la transferencia de energía térmica, resaltando las aplicaciones de la física y del mundo real. Muestra además los principios fundamentales junto con sus descripciones matemáticas, y a su vez varias aplicaciones comunes en la ingeniería. Se analizará la conducción unidimensional de calor en estado estacionario en una pared plana, un cilindro y una esfera, así como también se desarrollarán relaciones para la resistencia térmica en estas configuraciones geométricas. También se analizan relaciones de la resistencia térmica para condiciones de frontera de convección y radiación, aplicando este concepto en problemas de conducción de calor en paredes planas, cilindros y esferas de capas múltiples, y se generalizan hacia sistemas que comprenden transferencia de calor en dos o tres dimensiones. Adicionalmente, se discute la resistencia térmica por contacto y el coeficiente total de transferencia de calor, desarrollando así relaciones para el radio crítico del aislamiento para un cilindro y una esfera.

En el segundo capítulo se revisa la transferencia de calor estacionario, desde superficies con aletas y algunas configuraciones geométricas complejas comunes en encontrar en la práctica, a través del uso de factores de forma de conducción. También se realiza el análisis de los sistemas concentrados, en los cuales la temperatura de un cuerpo varía con el tiempo, pero permanece uniforme en cualquier instante.

En seguida, se considera la variación de temperatura con el tiempo, así como con la posición para problemas unidimensionales de conducción de calor, asociados con una pared plana grande, un cilindro largo, una esfera

y un medio semi-infinito, usando diagramas de temperatura transitoria y soluciones analíticas.

En el tercer capítulo se considerará la convección, la cual constituye el mecanismo de transferencia de calor a través de un fluido en presencia de un movimiento masivo. Se inicia con la descripción física general de la convección, se discuten las capas límite de velocidad y térmica, así como los flujos laminar y turbulento. Posteriormente, se realiza la discusión de los números adimensionales, como son los números de Reynolds, Prandtl y Nusselt, y su significado físico. Continúa este capítulo con un panorama general de un flujo externo, con énfasis en la resistencia al movimiento o arrastre por la fricción y la presión, la separación del flujo y la evaluación de los coeficientes de arrastres y de convección promedio. Se analiza el flujo paralelo en placas planas, el flujo cruzado alrededor de cilindros y esferas, se presentan gráficas y correlaciones empíricas para los coeficientes de arrastres y los números de Nusselt. Se estudia el flujo cruzado sobre bancos de tubos en configuraciones alineadas y escalonadas, se representan correlaciones para la caída de presión y el número de Nusselt promedio para ambas configuraciones. Por último, se centrará especial atención en el tercer mecanismo de transferencia de calor: la radiación, la cual es una característica diferente a la convección y a la radiación.

En conclusión, el presente texto está dirigido a estudiantes de Ingeniería Mecánica, Automotriz y Petroquímica por docentes que imparten los cursos de Transferencia de Calor; así como a ingenieros e investigadores en el área de Energía y Termofluidos.

Dedicamos este libro de manera especial a nuestros alumnos de Transferencia de Calor de la Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE, quienes con sus consultas nos motivaron a escribirlo y con su renovada energía nos permitieron culminar con éxito este trabajo.

*Los autores*





# CAPÍTULO I

Conceptos generales de los procesos de transferencia de calor



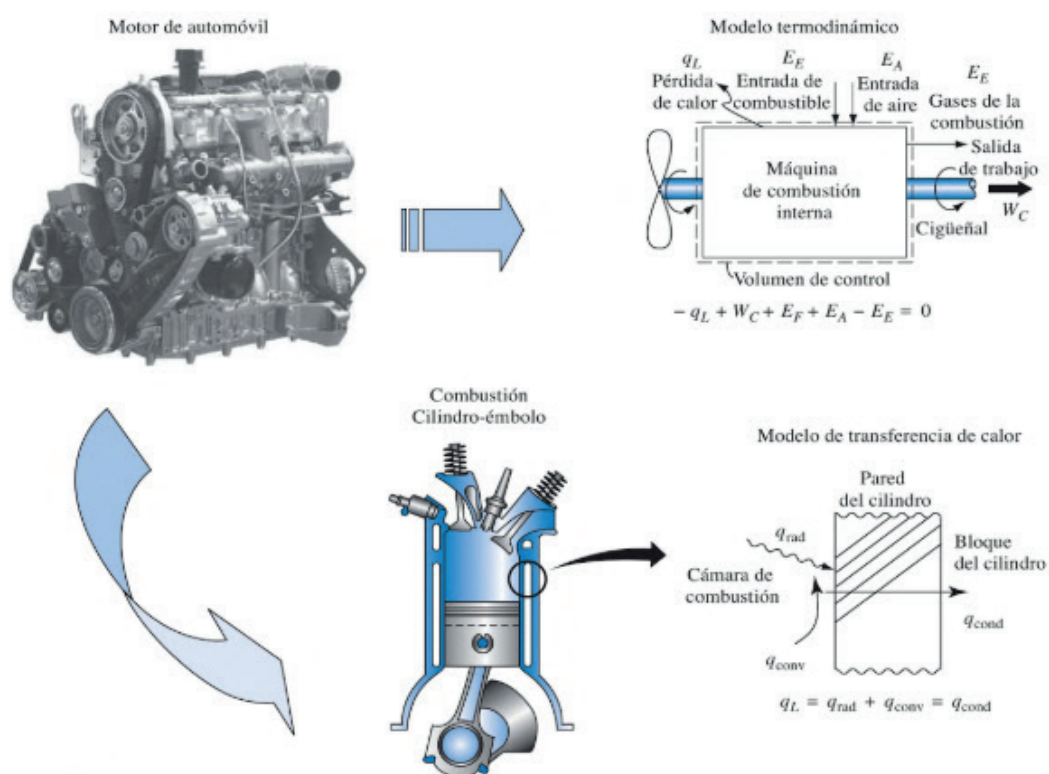


## Introducción

El esquema de motor mostrado en la Figura 1 ilustra la diferencia entre el análisis termodinámico y de transferencia de calor. La *primera ley de la termodinámica* conocida como *principio de conservación de la energía* (la cual expresa que, durante un proceso, la energía no se puede crear ni destruir, solo puede cambiar de forma) es aplicable para ambos análisis. Desde el punto de vista termodinámico, la cantidad de calor transferido durante un proceso es igual a la diferencia entre el cambio de energía del sistema y el trabajo realizado. Este tipo de análisis no considera ni el mecanismo de flujo de calor ni el tiempo requerido para transferir el calor. Solamente prescribe la cantidad de calor que se debe suministrar o rechazar de un sistema durante un proceso. La cuestión de cuánto tiempo se tardará en transferir una cantidad de calor a través de los diferentes mecanismos y procesos de transferencia de calor (tanto en términos de espacio como de tiempo) son analizados mediante la Ingeniería de Transferencia de Calor (Kreith, 2011).

Figura 1

Análisis termodinámico y de transferencia de calor en un motor de automóvil.



Nota. Tomado de Kreith (2011)

La transferencia de calor es la ciencia que trata la rapidez de transferencia de energía térmica. La transferencia de energía térmica siempre se produce del medio que tiene la temperatura más elevada (caliente) hacia el de temperatura más baja (frío) y esa transferencia se detiene cuando ambos alcanzan la misma temperatura (Kreith, 2011).

El requisito principal para la transferencia de calor es la diferencia de temperatura. No existe transferencia neta de calor entre dos medios que están a la misma temperatura. La velocidad de la transferencia de calor depende de la magnitud del gradiente de temperatura (la diferencia de temperatura por unidad de longitud en esa dirección). A mayor gradiente de temperatura, mayor es la razón de la transferencia de calor (Kreith, 2011).

## Modos de transferencia de calor

Todos los mecanismos de transferencia de calor requieren que exista una diferencia de temperatura y siempre ocurren desde el medio que posee la temperatura más elevada hacia otro de temperatura más baja. Los tres mecanismos básicos de transferencia de calor son:

- **Conducción**, constituye un proceso de propagación de energía dentro de un medio sólido, líquido o gaseoso mediante la comunicación molecular directa. Sin embargo, la transferencia de calor por conducción es de particular importancia en los sólidos cuando existe un gradiente de temperatura.
- **Convección**, es el modo de transferencia de calor entre una superficie sólida y el líquido o gas adyacente que están en movimiento, y comprende los efectos combinados de la conducción y del movimiento del fluido.
- **Radiación**, es la energía emitida por la materia en forma de ondas electromagnéticas (o fotones), como resultado de los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas.

## Conducción

La rapidez o razón de la conducción de calor a través de un medio depende de su configuración geométrica, su espesor y el material de que esté hecho, así como de la diferencia de temperatura a través de él (Kreith, 2011).

$$q_k = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1.1)$$

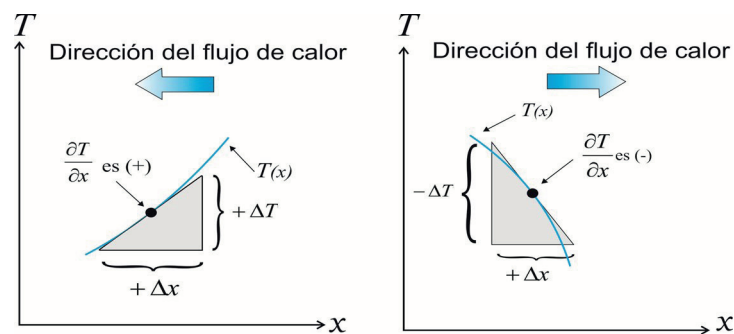
Donde:

- $q_k$  es la rapidez de transferencia de calor por conducción, en  $W$  o  $Btu/h$
- $\partial T/\partial x$  es el gradiente de temperatura en la dirección del flujo de calor y se define por la pendiente de la curva del diagrama  $T$  vs  $x$ .
- $k$  es la conductividad térmica del material y mide la capacidad del material para conducir calor (se obtiene de tablas), en  $W/m \cdot ^\circ C$  o  $Btu/h \cdot ft \cdot ^\circ F$
- $A$  es el área de transferencia de calor, en  $m^2$  o  $ft^2$ .

El signo menos es una consecuencia de la segunda ley de la termodinámica, que requiere que el calor fluya en la dirección de mayor a menor temperatura, como se ilustra en la Figura 2.

Figura 2

Convención de signos para el flujo de calor por conducción



A la ecuación 1.1 se le llama ley de Fourier de la conducción del calor, en honor de J. Fourier quien la expresó por primera en 1822.

Para el caso simple de flujo de calor unidimensional en estado estacionario a través de la pared plana (figura 1.3), cuyas superficies están expuestas a dos temperaturas constantes  $T_1$  y  $T_2$ , el flujo de calor por conducción viene dado por:

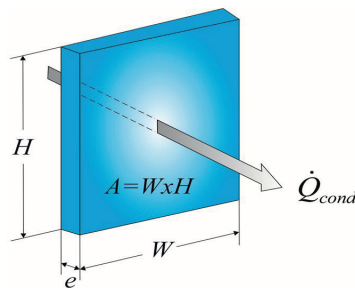
$$\begin{aligned} \dot{Q}_{cond} &= -kA \frac{dT}{dx} \\ \int_0^L \dot{Q}_{cond} dx &= \int_{T_1}^{T_2} -kAdT \\ \dot{Q}_{cond} x \Big|_0^L &= -kAT \Big|_{T_1}^{T_2} \\ \dot{Q}_{cond} L &= -kA(T_2 - T_1) \\ \dot{Q}_{cond} &= \frac{kA}{L}(T_1 - T_2) \end{aligned} \tag{1.2}$$

Donde:

- $T_1$  es la temperatura del lado caliente.
- $T_2$  es la temperatura del lado frío.
- $L$  es el espesor de la pared plana.
- $k$  es la conductividad térmica del material a la temperatura promedio  $(T_1+T_2)/2$ .
- $A$  es el área de transferencia de calor por conducción y es siempre perpendicular a la dirección del flujo de calor.

Figura 3

Transferencia de calor por conducción unidimensional



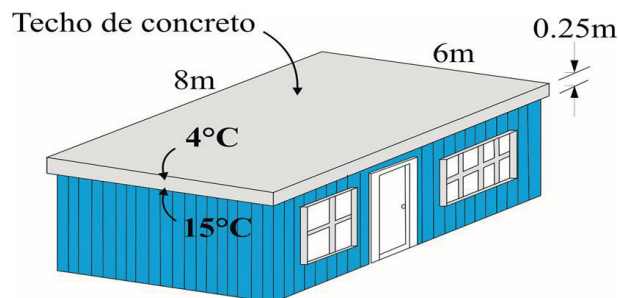
### Problema 1.1

El techo de una casa calentada eléctricamente tiene 8 m de largo, 6 m de ancho y 0.25 m de espesor, y está hecha de una capa plana de concreto cuya conductividad térmica es  $k=0.8 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ . Las temperaturas de las superficies interior y exterior se miden como de  $15^\circ\text{C}$  y  $4^\circ\text{C}$ , respectivamente, durante un período de 11 horas. Determine:

- La razón de la pérdida de calor a través del techo esa noche.
- El costo de esta pérdida de calor para el propietario de la casa si el costo de la electricidad es de  $0.09 \text{ \$/kWh}$ .

Figura 4

Diagrama del problema 1.1



**Datos:**

$$A = b \times h = 6 \text{ m} \times 8 \text{ m} = 48 \text{ m}^2$$

$$L = 0.25 \text{ m}$$

$$k = 0.8 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$T_1 = 15^\circ\text{C} \text{ y } T_2 = 4^\circ\text{C}$$

$$t = 11 \text{ h}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones estacionarias de operación durante toda la noche, dado que las temperaturas de las superficies del techo permanecen constantes a los valores especificados.
2. Se pueden usar propiedades constantes para el techo.

**Propiedades:** La conductividad térmica del techo se da como  $k = 0.8 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ .

**Análisis:**

- a. La transferencia de calor a través del techo es por conducción y que el área de este es  $A = 6 \text{ m} \times 8 \text{ m} = 48 \text{ m}^2$ , la razón de la transferencia de calor en estado estacionario a través del techo se determina por:

$$\dot{Q}_{cond} = \frac{kA}{L}(T_1 - T_2)$$

$$\dot{Q}_{cond} = \frac{0.8 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} * 48 \text{ m}^2}{0.25 \text{ m}} (15 - 4)^\circ\text{C} = 1689.6 \text{ W} \text{ ó } 1.689 \text{ kW}$$

- b. La cantidad de pérdida de calor a través del techo durante un periodo de 11 h y su costo se determinan a partir de:

$$\dot{Q}_{cond} = \frac{Q}{\Delta t}$$

$$Q = \dot{Q}_{cond} * \Delta t$$

$$Q = 1.689 \text{ kW} * 11 \text{ h} = 18.58 \text{ kWh.}$$

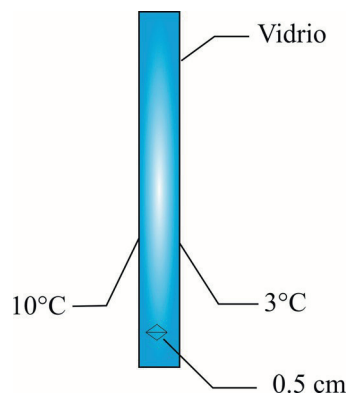
$$18.58 \text{ kWh} * \frac{0.09\$}{\text{kWh}} = 1,67 \$$$

## Problema 1.2

Durante el invierno las superficies interior o exterior de una ventana de vidrio de 0.5 cm de espesor y de 2 m x 2 m están a 10°C y 3°C, respectivamente. Si la conductividad térmica del vidrio es  $0.78 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ . Determinar la cantidad de pérdida de calor en kJ, a través de él durante un periodo de 6 horas. ¿Cuál sería su respuesta si el vidrio tuviera 1 cm de espesor?

Figura 5

Diagrama problema 1.2.



**Datos:**

$$L = 0.5 \text{ cm}$$

$$A = 4 \text{ m}^2$$

$$T_1 = 10^\circ\text{C} \text{ y } T_2 = 3^\circ\text{C}$$

$$k = 0.78 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$t = 6 \text{ horas}$ .

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de operación estables, ya que las temperaturas de la superficie del vidrio permanecen constantes a los valores especificados.
2. Las propiedades térmicas del vidrio son constantes.

**Propiedades:** La conductividad térmica del vidrio es  $k = 0.78 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ .

**Análisis:** En condiciones estables, la velocidad de transferencia de calor a través del vidrio por conducción es:



$$\dot{Q}_{cond} = \frac{kA}{L}(T_1 - T_2)$$

$$\dot{Q}_{cond} = \frac{0.78 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} * 4 m^2}{5 \times 10^{-3} m} (10 - 3)^\circ C = 4\,368 W \text{ ó } 4.368 kW$$

La cantidad de transferencia de calor durante un período de 6 h se convierte.

$$Q_{cond} = 4.368 kW * 6 h = 26.21 kWh$$

$$26.21 kWh * \frac{1 kJ}{1 kW s} * \frac{3600 s}{1 h} = 94\,356 kJ$$

Si el grosor del cristal se duplicó a 1 cm, la cantidad de transferencia de calor bajará a la mitad a 47 178 kJ.

$$\dot{Q}_{cond} = \frac{kA}{L}(T_1 - T_2)$$

$$\dot{Q}_{cond} = \frac{0.78 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} * 4 m^2}{0.01 m} (10 - 3)^\circ C = 2\,184 W \text{ ó } 2.184 kW$$

$$Q_{cond} = 2.184 kW * 6 h = 13.104 kWh$$

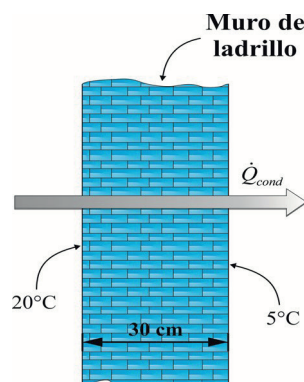
$$13.104 kWh * \frac{1 kJ}{1 kW s} * \frac{3600 s}{1 h} = 47\,174.4 kJ$$

### Problema 1.3

Las superficies interior y exterior de un muro de ladrillos de 5 m x 8 m, con espesor de 30 cm y conductividad térmica de  $0.69 W/m \cdot K$ , se mantienen a las temperaturas de  $20^\circ C$  y  $5^\circ C$ , respectivamente. Determine la razón de la transferencia de calor a través del muro en W.

Figura 6

Diagrama del problema 1.3



**Datos:**

$$A = 5 \text{ m} \times 8 \text{ m} = 40 \text{ m}^2$$

$$L = 30 \text{ cm}$$

$$k = 0.69 \text{ W/m} \cdot \text{K}$$

$$T_1 = 20^\circ\text{C} \text{ y } T_2 = 5^\circ\text{C}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de operación estables, ya que las temperaturas de la superficie de la pared permanecen constantes a los valores especificados.
2. Las propiedades térmicas de la pared son constantes.

**Propiedades:** La conductividad térmica de la pared es  $k = 0.69 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ .

**Análisis:** En condiciones estables, la tasa de transferencia de calor a través de la pared es:

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = \frac{kA}{L}(T_1 - T_2)$$

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = \frac{0.69 \text{ W}}{\text{m} \cdot \text{K}} * 40\text{m}^2}{0.3 \text{ m}} (293 - 278) \text{ K} = 1\,380 \text{ W}$$

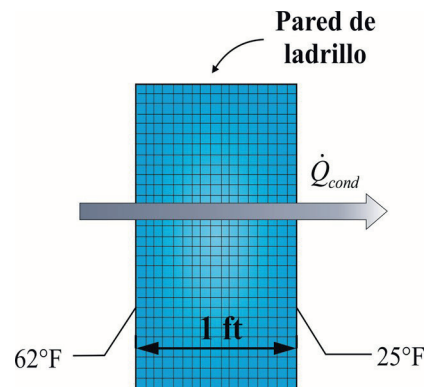
**Problema 1.4**

El muro norte de una casa calentada eléctricamente tiene 21 ft de largo, 11 ft de alto y 1 ft de espesor y está hecha de ladrillo cuya conductividad térmica es  $k = 0.42 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$ . En cierta noche de invierno se miden las temperaturas de las superficies interior y exterior y resultan ser de alrededor de  $62^\circ\text{F}$  y  $25^\circ\text{F}$ , respectivamente, durante un periodo de 8 horas.

Determine a) la razón de la pérdida de calor a través del muro en la noche, y b) el costo de esa pérdida de calor para el propietario de la casa, si el costo de la electricidad es 0.08 dólar/kWh.

Figura 7

Diagrama problema 1.4

**Datos:**

$$T_1 = 62^\circ\text{F} \quad T_2 = 25^\circ\text{F} \quad A = 21 \times 11 \text{ ft}^2 = 231 \text{ ft}^2 \quad L = 1 \text{ ft} \quad \Delta t = 8 \text{ h}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de operación constantes, ya que las temperaturas de la superficie de la pared permanecen constantes a los valores especificados durante toda la noche.
2. Las propiedades térmicas de la pared son constantes.

**Propiedades:** La conductividad térmica de la pared de ladrillo se da  $k = 0.42 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$ .

**Análisis:** Teniendo en cuenta que la transferencia de calor a través de la pared es por conducción y es el área de la superficie de la pared es  $A = 21 \times 11 \text{ ft}^2 = 231 \text{ ft}^2$ , la tasa constante de transferencia de calor a través de la pared se puede determinar a partir de:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{cond} &= kA \frac{T_1 - T_2}{L} = \left( 0.42 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}} \right) (231 \text{ ft}^2) \frac{(62 - 25)^\circ\text{F}}{1 \text{ ft}} = 3589.74 \frac{\text{Btu}}{\text{h}} \\ &= 1.052 \text{ kW} \end{aligned}$$

La cantidad de calor perdido durante un período de 8 horas y su costo es:

$$\begin{aligned} Q &= \dot{Q} \Delta t = (1.052 \text{ kW})(8 \text{ h}) = 8.416 \text{ kWh} \text{ Costo} \\ &= (\text{Cantidad de energía})(\text{Costo unitario de energía}) \text{ Costo} \\ &= (8.416 \text{ kWh}) \left( \$ \frac{0.08}{\text{kWh}} \right) = \$ 0.67 \end{aligned}$$

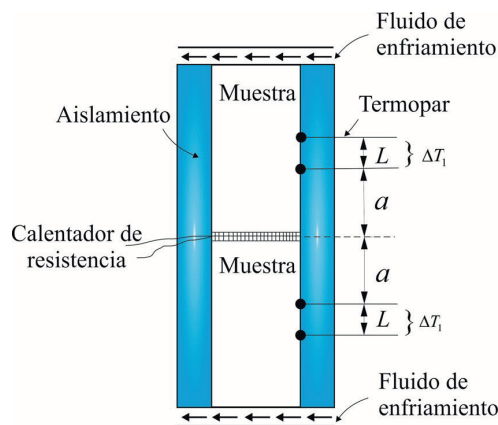
Por lo tanto, el costo de la pérdida de calor a través del muro para el propietario esa noche es de \$ 0.67

### Problema 1.5

En cierto experimento se usan muestras cilíndricas con un diámetro de 4 cm y una longitud de 7 cm. Los dos termopares en cada una de las muestras se colocan con 3 cm de separación. Después de los transitorios iniciales, se observa que el calentador eléctrico consume 0.6 A a 110 V, y los dos termómetros diferenciales dan como lectura una diferencia de temperatura de 10°C. Determine la conductividad térmica de la muestra (Cengel Y., 2011).

#### Figura 8

Diagrama problema 1.5. Aparato para medir la conductividad térmica de un material, usando dos muestras idénticas y un calentador de resistencia delgada.



**Datos:**

$$T_1 = 20^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 10^\circ\text{C} \quad I = 0.6 \text{ A} \quad V = 110 \text{ V} \quad \Delta T = 10^\circ\text{C} \quad L = 3 \text{ cm} \quad D = 4 \text{ cm}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de operación constantes ya que las lecturas de temperatura no cambian con el tiempo.
2. Las pérdidas de calor a través de las superficies laterales del aparato son insignificantes ya que esas superficies están bien aisladas, y de este modo todo el calor generado por el calentador se conduce a través de las muestras.
3. El aparato posee simetría térmica.

**Análisis:**

La energía eléctrica consumida por el calentador y convertida en calor es:

$$\dot{W}_e = VI = (110 \text{ V})(0.6) = 66 \text{ W}$$

La tasa de flujo de calor a través de cada muestra es:

$$\dot{Q} = \frac{\dot{W}_e}{2} = \frac{66 \text{ W}}{2} = 33 \text{ W}$$

Debido a la simetría, solo la mitad del calor generado a través de cada muestra. El área de transferencia de calor es perpendicular a la dirección del flujo de este.

Entonces la conductividad térmica de la muestra se convierte:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(0.04 \text{ m})^2}{4} = 0.001257 \text{ m}^2 \dot{Q} = kA \frac{\Delta T}{L} \rightarrow k = \frac{\dot{Q}L}{A \Delta T} \\ &= \frac{(33 \text{ W})(0.03 \text{ m})}{(0.001257 \text{ m}^2)(10 \text{ }^\circ\text{C})} = \frac{78.8 \text{ W}}{\text{m} \cdot \text{ }^\circ\text{C}} \end{aligned}$$

## Convección

La transferencia de calor por convección es un proceso de transporte de energía que consiste en dos mecanismos que funcionan simultáneamente. La transferencia de energía debido al movimiento molecular, es decir, por conducción y la transferencia de energía por el movimiento del fluido. Mientras más rápido es el movimiento del fluido, mayor es la transferencia de calor por convección. En ausencia de movimiento del fluido, la transferencia de calor entre una superficie sólida y el fluido adyacente es por conducción pura.

Para Cengel Y. (2011), la rapidez de la transferencia de calor por convección de una placa cuya superficie se mantiene a una temperatura  $T_s$  y disipa calor hacia un fluido cuya temperatura es  $T_\infty$  (Figura 4), viene dado por:

$$\dot{Q}_{conv} = h_\infty A_s (T_s - T_\infty) \quad (1.3)$$

Donde:

- $h_\infty$  es el coeficiente local de transferencia de calor por convección en  $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{o } \text{Btu}/\text{h} \cdot \text{ft}^2 \cdot \text{ }^\circ\text{F}$ .
- $A_s$  es el área de transferencia de calor por convección
- $T_s$  temperatura de la superficie
- $T_\infty$  temperatura del fluido

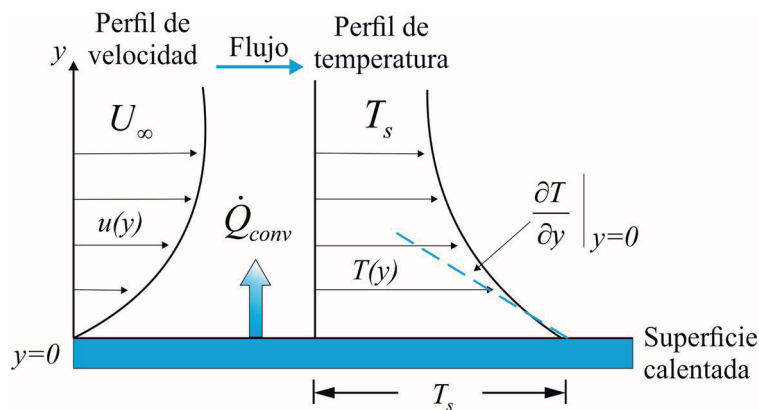
La ecuación 1.3 se conoce como la *ley de Newton del enfriamiento*.

La transferencia de calor por convección se clasifica en dos categorías:

- Convección forzada, es cuando el fluido es forzado a fluir sobre la superficie mediante medios externos como un ventilador, una bomba o agentes meteorológicos.
- Convección libre o natural, cuando el movimiento del fluido es causado por las fuerzas de empuje que son inducidas por los gradientes de densidad que se producen debido a la variación de la temperatura en el fluido (Cengel Y., 2011).

**Figura 9**

Perfil de velocidad y temperatura para transferencia de calor por convección de una placa calentada con flujo sobre su superficie.



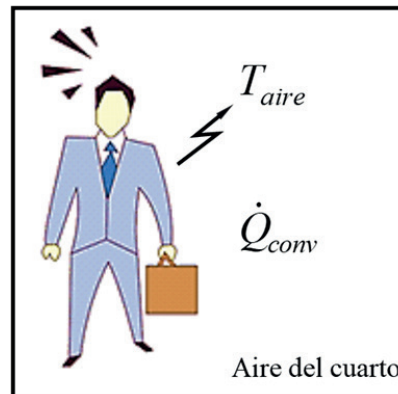
### Problema 1.6

Para los fines de la transferencia de calor, un hombre de pie se puede considerar como si fuera un cilindro vertical de 35 cm de diámetro y 165 cm de longitud, con la superficie superior e interior aisladas y con la superficie lateral a una temperatura promedio de 34°C.

Para un coeficiente de transferencia de calor por convección de  $20 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ . Determine la razón de la pérdida de calor de este hombre por convección, en un medio ambiente de 19 °C.

Figura 10

Diagrama problema 1.6.

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de operación estables.
2. La transferencia de calor por radiación no se considera.
3. El ambiente está a una temperatura uniforme.

**Análisis:**

El área de superficie de transferencia de calor de la persona es:

$$A_s = \pi DL = \pi(0.35 \text{ m})(1.65 \text{ m}) = 1.8142 \text{ m}^2$$

En condiciones estables, la tasa de transferencia de calor por convección es:

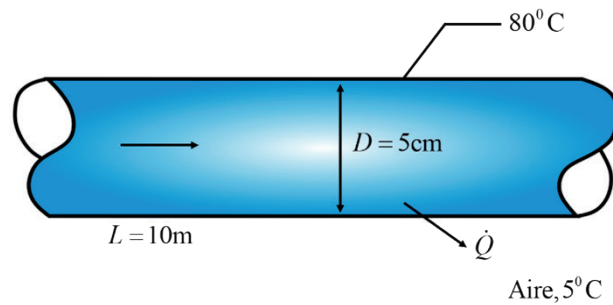
$$\begin{aligned}\dot{Q}_{conv} &= h_{\infty} A_s (T_s - T_{\infty}) \\ \dot{Q}_{conv} &= 20 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} (1.8142 \text{ m}^2) (34 - 19) ^\circ\text{C} \\ \dot{Q}_{conv} &= 544.26 \text{ W}\end{aligned}$$

**Problema 1.7**

Un tubo de agua caliente con un diámetro exterior de 5 cm y de 10 m de largo a  $80^\circ\text{C}$  está perdiendo calor hacia el aire circundante a  $5^\circ\text{C}$ , por convección natural con un coeficiente de transferencia de calor de  $25 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ . Determine la razón de transferencia de calor del tubo por convección natural, en W. (Cengel, Y., 2011).

Figura 11

Esquema del ejemplo 1.7.

**Datos:**

$$\emptyset = 5 \text{ cm} \quad L = 10 \text{ m} \quad T_s = 80 \text{ }^\circ\text{C} \quad T_\infty = 5 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$h = 25 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de operación estables.
2. La transferencia de calor por radiación no se considera.
3. El coeficiente de transferencia de calor de convección es constante y uniforme sobre la superficie.

**Análisis:**

El área de transferencia de calor es:

$$A_s = \pi DL = \pi(0.05 \text{ m})(10 \text{ m}) = 1.571 \text{ m}^2$$

En condiciones estables, la tasa de transferencia de calor por convección es:

$$\dot{Q}_{conv} = hA_s\Delta T = \left(25 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \text{ }^\circ\text{C}\right) (1.571 \text{ m}^2)(80 - 5) \text{ }^\circ\text{C} \quad \dot{Q}_{conv} = 2\,945 \text{ W}$$

## Radiación

Según Kreith, (2011), cuando dos cuerpos negros (radiador térmico ideal) intercambian calor por radiación, como se ilustra en la figura 1.12, el intercambio de calor neto viene dado por:

$$q_r = \sigma A_1(T_1^4 - T_2^4) \quad (1.4)$$



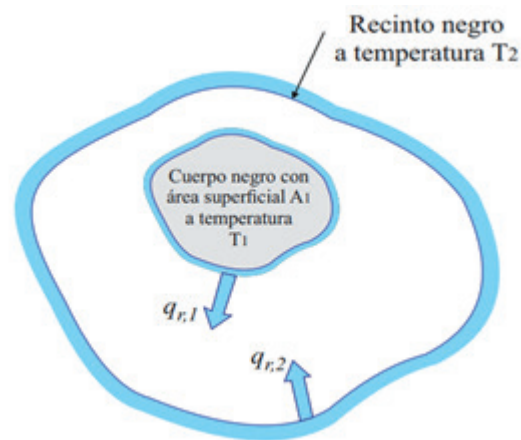
Donde:

- $\sigma$  es la constante de Stefan-Boltzmann =  $5,669 \cdot 10^{(-8)} \text{ W/m}^2 \cdot \text{°K}^4$  o  $0,1714 \cdot 10^{(-8)} \text{ Btu/h} \cdot \text{ft}^2 \cdot \text{°R}^4$
- $A_1$  es el área de la superficie radiante 1.  $A_2 \gg A_1$
- $T_1 = T_s$  es la temperatura absoluta de cuerpo caliente.
- $T_2 = T_{\text{alred}}$  es la temperatura absoluta de cuerpo frío (paredes circundantes)

La ecuación 1.4 se conoce como la *ley de Stefan-Boltzmann*.

Figura 12

Diagrama de radiación cuerpo 1 y recinto 2.



Kreith (2011) menciona que un cuerpo real no tiene las características de un cuerpo negro debido a que emite una menor cantidad de radiación. El flujo que emite una superficie real está dado por la expresión:

$$\dot{Q}_{rad} = \varepsilon \sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4) \quad (1.5)$$

Donde:

- $\varepsilon$  es la emisividad y numéricamente es igual al cociente de la emisión de radiación del cuerpo en estudio con respecto a la de uno negro

La ecuación 1.5 se conoce como la *ley de Prevost*.

El flujo neto de energía radiante entre dos cuerpos reales puede calcularse con:

$$\dot{Q}_{rad} = \sigma A_1 F (T_1^4 - T_2^4) \quad (1.6)$$

Donde:

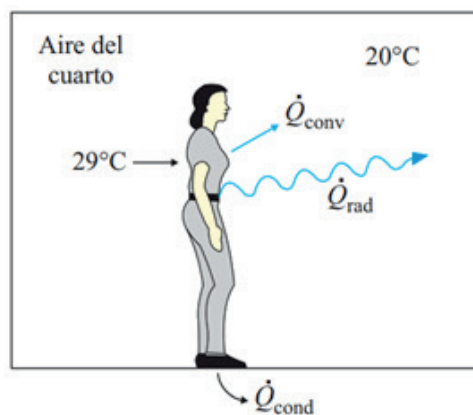
- $F$  es un factor que depende de las características superficiales de ambos cuerpos y del arreglo geométrico que guardan entre sí.

**Problema 1.8**

Considere una persona que está parada en un cuarto con brisa a 20°C. Determine la razón total de transferencia de calor desde esta persona, si el área superficial expuesta y la temperatura promedio de la superficie exterior de ella son de 1.6 m<sup>2</sup> y 29 °C, respectivamente, y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 6 W/m<sup>2</sup>·°C. (Cengel Y., 2011).

Figura 13

Esquema del ejemplo 1.8.

**Datos:**

$$T_{\infty} = T_{alred} = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_s = 29 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$h = 6 \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{ }^{\circ}\text{C}} \right)$$

$$\sigma = 5.669 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$$

$$A_s = 1.6 \text{ m}^2$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones estacionarias de operación.
2. La persona está por completo rodeada por las superficies interiores del cuarto.
3. Las superficies circundantes están a la misma temperatura que el aire en el cuarto.
4. La conducción del calor hacia el piso, a través de los pies, es despreciable.

**Propiedades:** La emisividad de una persona es  $\varepsilon=0.95$

**Análisis:**

La transferencia de calor entre la persona y el aire del cuarto es por convección (en lugar de por conducción), ya que se puede concebir que el aire que se encuentra en la vecindad de la piel o de la ropa se calienta y sube, como resultado de la transferencia de calor del cuerpo, iniciándose corrientes naturales de convección. Por lo que, la razón de la transferencia de calor de la persona al aire del cuarto es:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{conv} &= hA_s(T_s - T_\infty) \\ \dot{Q}_{conv} &= 6 \left( \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right) * 1.6 m^2 * (29 - 20)^\circ C \\ \dot{Q}_{conv} &= 86.4 W\end{aligned}$$

1. Cálculo del calor perdido por radiación (este se calcula debido a que la persona está encerrada por completo y se da una transferencia de calor de la persona hacia las paredes, techo y superficies circundantes).

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{rad} &= \varepsilon \cdot \sigma \cdot A_s \cdot (T_s^4 - T_{alred}^4) \\ \dot{Q}_{rad} &= (0.95) * \left( 5.669 * 10^{-8} \frac{W}{m^2 * K^4} \right) * (1.6 m^2) * (302^4 - 293^4) K^4 \\ \dot{Q}_{rad} &= 81.7 W\end{aligned}$$

2. Razón de transferencia total de calor del cuerpo.

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{total} &= \dot{Q}_{conv} + \dot{Q}_{rad} \\ \dot{Q}_{total} &= (86.4 + 81.7)W \\ \dot{Q}_{total} &= 168 W\end{aligned}$$

### Problema 1.9

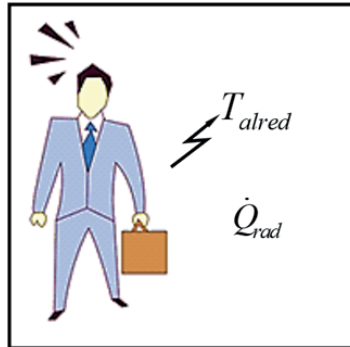
Considere una persona que se encuentra parada en un cuarto que se mantiene a  $20^\circ C$  en todo momento. Se observa que las superficies de las paredes, pisos y techo de la casa están a una temperatura promedio de  $12^\circ C$  en el invierno y  $23^\circ C$  en el verano.

Determine las razones de la transferencia de calor entre esta persona y las superficies circundantes, tanto en el verano como en el invierno, si el área su-

periférica expuesta, la emisividad y la temperatura promedio de la superficie exterior de esa persona son  $1.4 \text{ m}^2$ ,  $0.94$  y  $32^\circ\text{C}$ , respectivamente.

Figura 14

Diagrama problema 1.9.



Datos:

$$T_{alred1} = 296\text{K} \quad T_{alred2} = 285\text{K}$$

$$T_s = 305\text{K}$$

$$\varepsilon = 0.94$$

$$A_s = 1.4 \text{ m}^2$$

Suposiciones:

1. Existen condiciones de operación estables.
2. La transferencia de calor por convección no se considera.
3. La persona está completamente rodeada por las superficies interiores de la habitación.
4. Las superficies circundantes están a una temperatura uniforme.

Propiedades: La emisividad de la persona está dada por  $\varepsilon=0.94$

Análisis:

Al observar que la persona está completamente rodeada por las superficies circundantes, las tasas netas de transferencia de calor de radiación del cuerpo a las paredes, el techo y el piso circundantes en ambos casos son:

a) Verano

$$T_{alred1} = 296\text{K}$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{rad} &= \varepsilon \sigma A_s (T_s^4 - T_{alred1}^4) \dot{Q}_{rad} \\ &= (0.94) \left( 5.67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \right) (1.4 \text{ m}^2) [(305 \text{ K})^4 - (296 \text{ K})^4] \dot{Q}_{rad} \\ &= 72.9 \text{ W} \end{aligned}$$

b) Invierno

$$T_{alred2} = 285 \text{ K}$$

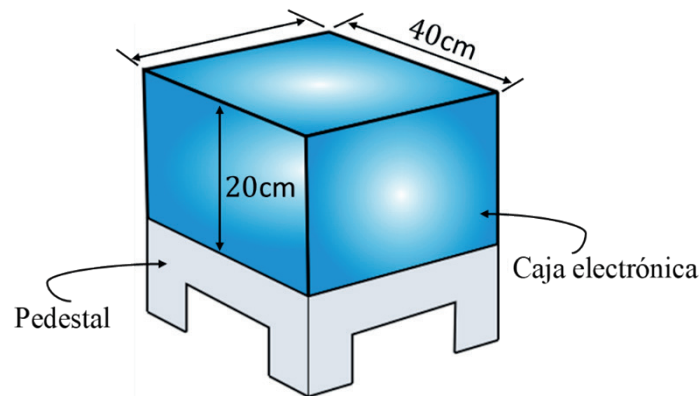
$$\begin{aligned} \dot{Q}_{rad} &= \varepsilon \sigma A_s (T_s^4 - T_{alred2}^4) \dot{Q}_{rad} \\ &= (0.94) \left( 5.67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \right) (1.4 \text{ m}^2) [(305 \text{ K})^4 - (285 \text{ K})^4] \dot{Q}_{rad} \\ &= 153.4 \text{ W} \end{aligned}$$

### Problema 1.10

Considere una caja electrónica sellada de 20 cm de alto, cuyas dimensiones de la base son 40 cm x 40 cm, colocada en una cámara al vacío. La emisividad de la superficie exterior de la caja es 0,95. Si los componentes electrónicos que están en la caja disipan un total de 100 W de potencia y la temperatura de la superficie exterior de ella no debe de sobrepasar 55°C, determine la temperatura a la cual deben mantenerse las superficies circundantes si esta caja se va a enfriar sólo por radiación. Suponga que la transferencia de calor desde la superficie inferior de la caja hacia el pedestal es despreciable. (Cengel Y., 2011).

Figura 15

Esquema del ejemplo 1.10.



**Datos:**

$$\dot{Q} = 100 \text{ W}, T_s = 55 \text{ °C}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de operación estables.
2. La transferencia de calor por convección no se tiene en cuenta.
3. La emisividad de la caja es constante y uniforme sobre la superficie expuesta.
4. La transferencia de calor desde la superficie inferior de la caja al soporte es insignificante.

**Propiedades:**

La emisividad de la superficie exterior de la caja es de 0.95.

**Análisis:**

Sin tener en cuenta el área de la base, el área total de transferencia de calor de la caja electrónica es:

$$A_s = (0.4 \text{ m})(0.4 \text{ m}) + 4 \times (0.2 \text{ m})(0.4 \text{ m}) = 0.48 \text{ m}^2$$

La transferencia de calor de radiación desde la caja se puede expresar como:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{rad} &= \varepsilon \cdot \sigma \cdot A_s (T_s^4 - T_{alred}^4) 100 \text{ W} \\ &= (0.95) \left( 5.67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \right) (0.48 \text{ m}^2) [(55 + 273)^4 - T_{alred}^4] \end{aligned}$$

Lo que da  $T_{alred} = 296.3 \text{ K} = 23.3 \text{ }^\circ\text{C}$ . Por lo tanto, la temperatura de las superficies circundantes debe ser menor de  $23.3 \text{ }^\circ\text{C}$ .

## Conducción de calor en sistemas simples

La transferencia de calor tiene dirección y magnitud. La razón de la transferencia de calor por conducción en una dirección específica es proporcional al gradiente de temperatura en esa dirección.

### Conducción de calor a través de una pared plana

Para la pared plana mostrada en la figura, el flujo de calor viene dado por las siguientes ecuaciones:

*Ley de Fourier*

$$\dot{Q}_{cond} = -kA \frac{dT}{dx}$$

$$\dot{Q}_{cond} dx = -kAdT$$

$$\int_0^L \dot{Q}_{cond} dx = \int_{T_1}^{T_2} -kAdT$$

$$\dot{Q}_{cond} L = -kA(T_2 - T_1)$$

$$\dot{Q}_{cond} = \frac{-kA}{L} (T_2 - T_1)$$

$$\dot{Q}_{cond} = \frac{kA}{L} (T_1 - T_2)$$

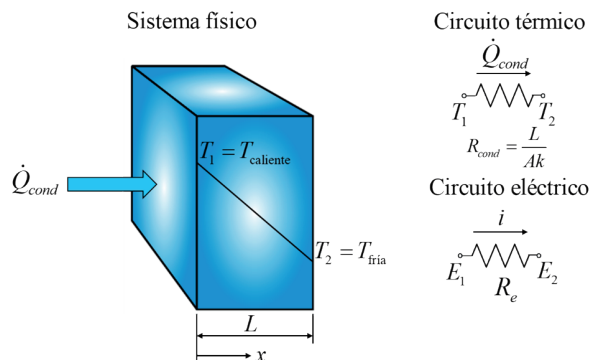
**Resistencia térmica**

$$R_{cond} = \frac{L}{kA} \rightarrow \frac{^{\circ}C}{W}$$

$$\dot{Q}_{cond} = \frac{T_1 - T_2}{R_{cond}}$$

Figura 16

Distribución de temperatura para conducción en régimen permanente a través de una pared plana y analogía entre circuitos térmico y eléctrico.



**Conducción de calor a través de paredes planas compuestas en serie y en paralelo**

Para las paredes planas compuestas mostradas en las siguientes figuras, el flujo de calor viene dado por:

$$\dot{Q}_{cond} = \frac{T_1 - T_2}{\sum R_{cond}} \tag{1.8}$$

Figura 17

Conducción a través de un sistema de tres capas en serie.

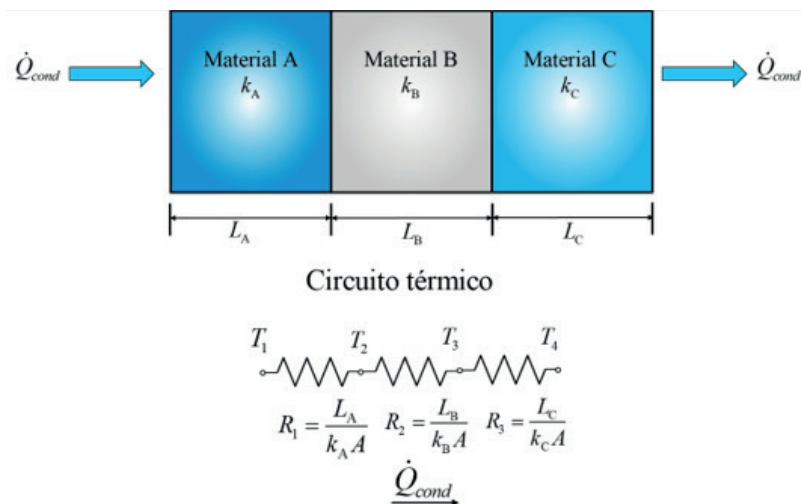


Figura 18

Conducción de calor a través de una sección de una pared con dos trayectorias en paralelo

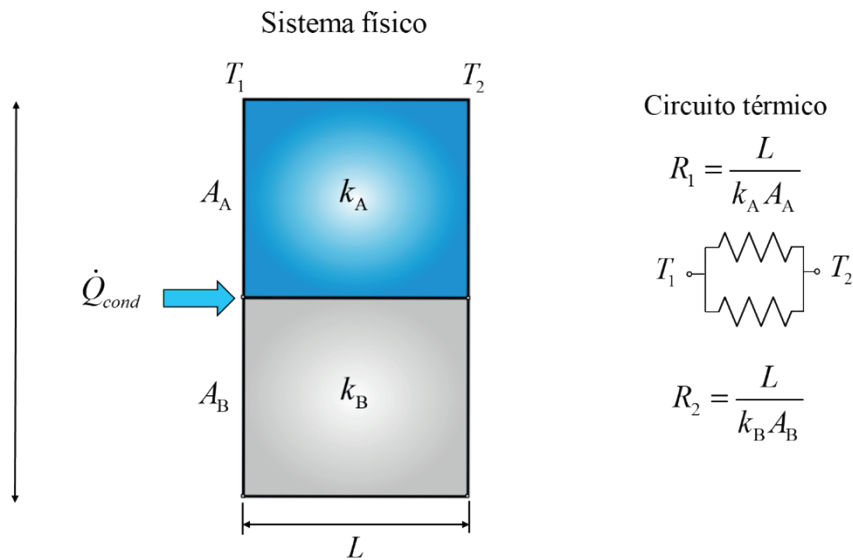
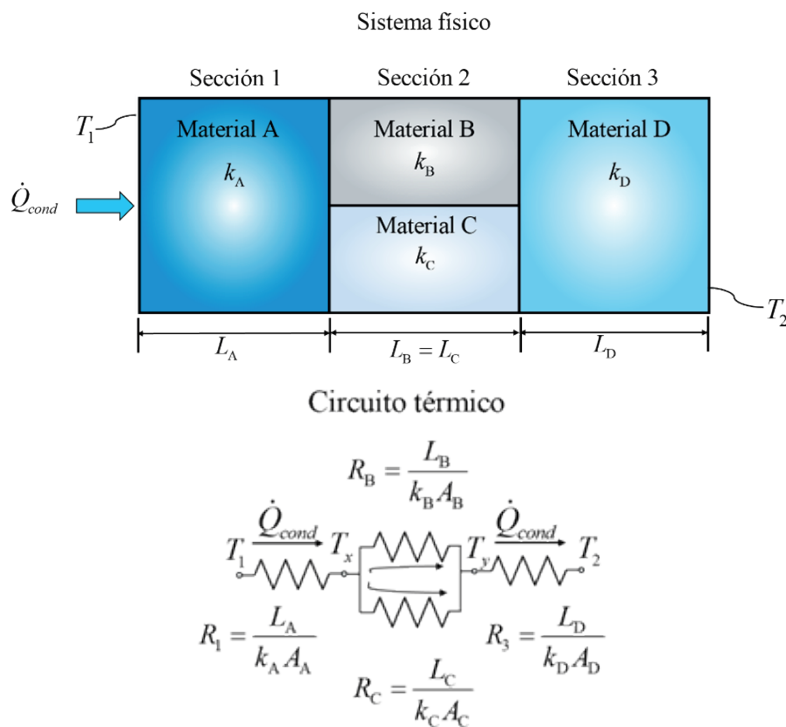


Figura 19

Pared plana compuesta en serie y en paralelo



**Problema 1.11**

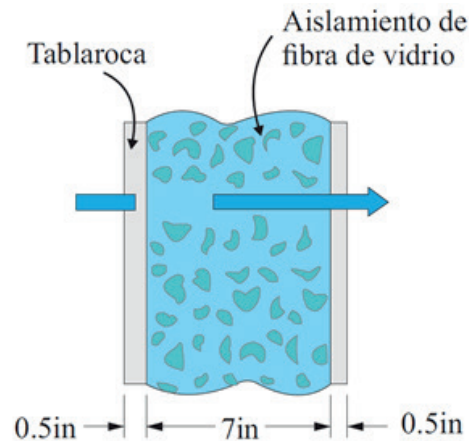
Se construye una pared de dos capas de tablaroca ( $k = 0.10$  Btu/h ft  $^{\circ}$ F) de 0.5 in de espesor, la cual es un tablero hecho con dos capas de papel grueso



separadas por una capa de yeso, colocadas con 7 in de separación entre ellas. El espacio entre los tableros de tablaroca está lleno con aislamiento de fibra de vidrio ( $k = 0.020 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$ ). Determine a) la resistencia térmica de la pared y b) el valor R del aislamiento en unidades inglesas. (Cengel Y., 2011).

Figura 20

Esquema del ejemplo 1.11.



**Datos:**

$$L_1 = 0.5 \text{ in} = 0.041667 \text{ ft}$$

$$L_2 = 7 \text{ in} = 0.5833 \text{ ft}$$

**Suposiciones:**

1. La transferencia de calor a través de la pared es unidimensional.
2. Las conductividades térmicas son constantes.

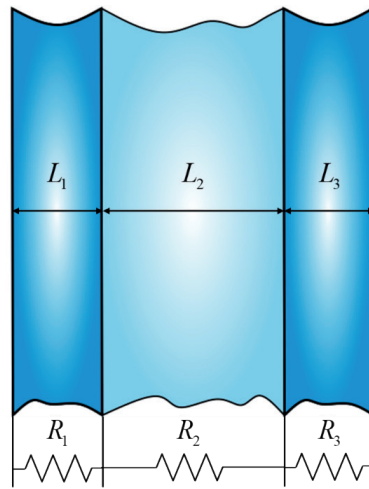
**Propiedades:** Las conductividades térmicas se dan  $k_{\text{tab}} = 0.10 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$  y  $k_{\text{ais}} = 0.020 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$

**Análisis:**

a) No se proporciona el área de la superficie de la pared y, por lo tanto, consideramos un área de superficie unitaria ( $A = 1 \text{ ft}^2$ ). Entonces, el valor R del aislamiento de la pared se vuelve equivalente a su resistencia térmica, que se determina a partir de:

Figura 21

Circuito Térmico del ejemplo 1.11



$$R_{\text{tab}} = R_1 = R_3 = \frac{L_1}{k_1} = \frac{0,041667 \text{ ft}}{0,10 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}}} = 0.41667 \frac{^\circ\text{F} \cdot \text{h}}{\text{Btu}}$$

$$R_{\text{ais}} = R_2 = \frac{L_2}{k_2} = \frac{0,5833 \text{ ft}}{0,020 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}}} = 29.165 \frac{^\circ\text{F} \cdot \text{h}}{\text{Btu}}$$

$$R_T = 2R_1 + R_2$$

$$R_T = 2(0.41667) + 29.165$$

$$R_T = 30 \text{ ft}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h} / \text{Btu}$$

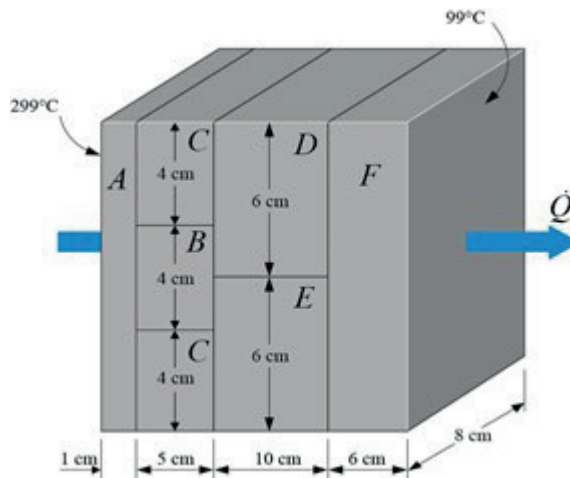
b) Por lo tanto, esto es aproximadamente un muro R-30 en unidades inglesas.

### Problema 1.12

Considere una pared de 5 m de alto, 8 m de largo y 0.22 m de espesor cuya sección transversal representativa se da en la figura. Las conductividades térmicas de los diversos materiales usados, en  $\text{W}/\text{m} \cdot ^\circ\text{C}$ , son  $k_A = k_F = 3$ ,  $k_B = 9$ ,  $k_C = 21$ ,  $k_D = 16$  y  $k_E = 36$ . Las superficies izquierda y derecha de la pared se mantienen a las temperaturas uniformes de  $299^\circ\text{C}$  y  $99^\circ\text{C}$ , respectivamente. Si la transferencia de calor a través de la pared es unidimensional, determine a) la razón de la transferencia de calor a través de ella; b) la temperatura en el punto en el que se encuentran las secciones B, D y E, y c) la caída de temperatura a través de la sección F. Descarte cualesquiera resistencias por contacto entre las interfaces (Cengel Y., 2011).

Figura 22

Diagrama problema 1.12.



**Datos:**

$$A = 0.12 \text{ m} \times 8 \text{ m} = 0.96 \text{ m}^2 \text{ (Área de referencia)} T_1 = 299^\circ\text{C} T_2 = 99^\circ\text{C}$$

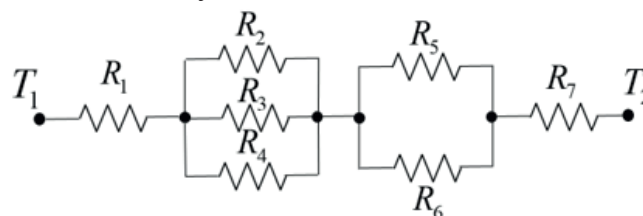
**Suposiciones:**

1. La transferencia de calor es constante ya que no hay indicación de cambio con el tiempo.
2. La transferencia de calor a través de la pared es unidimensional.
3. Las conductividades térmicas son constantes.
4. Las resistencias de contacto térmico en las interfaces no se tienen en cuenta.

**Propiedades:** Las conductividades térmicas se dan para ser  $k_A = k_F = 3, k_B = 9, k_C = 21, k_D = 16$  y  $k_E = 36$  (W/m °C)

**Análisis:**

La red de resistencia térmica y las resistencias térmicas individuales son:



$$A_A = 0.12 \cdot 8 \text{ m}^2 = 0.96 \text{ m}^2$$

$$R_1 = \frac{L_A}{K_A A_A} = \frac{0.01 \text{ m}}{\frac{3 \text{ W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0.96 \text{ m}^2} = 3.47 \times 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$\frac{1}{R_N} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

$$A_C = A_B = 0,04 * 8 \text{ m}^2 = 0,32 \text{ m}^2$$

$$\frac{1}{R_N} = \frac{1}{\frac{L_C}{K_C A_C}} + \frac{1}{\frac{L_B}{K_B A_B}} + \frac{1}{\frac{L_C}{K_C A_C}}$$

$$\frac{1}{R_N} = \frac{1}{\frac{0,05 \text{ m}}{\frac{21 \text{ W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} * 0,32 \text{ m}^2}} + \frac{1}{\frac{0,05 \text{ m}}{\frac{9 \text{ W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} * 0,32 \text{ m}^2}} + \frac{1}{\frac{0,05 \text{ m}}{\frac{21 \text{ W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} * 0,32 \text{ m}^2}}$$

$$R_N = 3,06 \times 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$\frac{1}{R_M} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}$$

$$A_D = A_E = 0,06 * 8 \text{ m}^2 = 0,48 \text{ m}^2$$

$$\frac{1}{R_M} = \frac{1}{\frac{L_D}{K_D A_D}} + \frac{1}{\frac{L_E}{K_E A_E}} = \frac{1}{\frac{0,1 \text{ m}}{\frac{16 \text{ W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} * 0,48 \text{ m}^2}} + \frac{1}{\frac{0,1 \text{ m}}{\frac{36 \text{ W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} * 0,48 \text{ m}^2}}$$

$$R_M = 4 \times 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$A_F = 0,12 * 8 \text{ m}^2 = 0,96 \text{ m}^2$$

$$R_7 = \frac{L_F}{K_F A_F} = \frac{0,06 \text{ m}}{\frac{3 \text{ W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}} * 0,96 \text{ m}^2} = 0,0208 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_T = R_1 + R_N + R_M + R_7$$

$$R_T = (3,47 \times 10^{-3} + 3,06 \times 10^{-3} + 4 \times 10^{-3} + 0,0208) \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_T = 0,03133 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

a)

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_T} = \frac{(299 - 99)^\circ\text{C}}{0,03133 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}} = 6\,383,66 \text{ W}$$

Luego se convierte en una tasa constante de transferencia de calor a través de toda la pared.

$$\dot{Q}_T = \frac{6383,66 \text{ W} * 5 \text{ m} * 8 \text{ m}}{8 \text{ m} * 0,12 \text{ m}} = 265\,985,83 \text{ W}$$

b)

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T}{R_1 + R_N} \rightarrow \dot{Q}(R_1 + R_N) = T_1 - T$$

$$T = T_1 - \dot{Q}(R_1 + R_N)$$

$$T = 299^\circ\text{C} - 6\,383.66\text{W}(3.47 \times 10^{-3} + 3.06 \times 10^{-3}) \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$T = 257.31^\circ\text{C}$$

c)

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_7} \rightarrow \Delta T = \dot{Q} * R_7$$

$$\Delta T = 6\,383.66\text{W} * 0.0208 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$\Delta T = 132.78^\circ\text{C}$$

## Conducción de calor a través de paredes cilíndricas

En un cilindro largo con radio interno  $r_i$ , radio externo  $r_o$  y longitud  $L$ , como el de la Figura 23, el calor fluye en dirección radial y viene dado por:

El área para el flujo de calor en el sistema cilíndrico:

$$A_r = 2\pi rL \quad (1.9)$$

Considerando los radios interno y externo del cilindro:

$$A_{r_i} = 2\pi r_i L$$

$$A_{r_o} = 2\pi r_o L$$

Ley de Fourier:

$$\dot{Q}_{cond} = -KA \frac{dT}{dr}$$

$$\dot{Q}_{cond,cil} = -K(2\pi rL) \frac{dT}{dr}$$

$$\int_{r_i}^{r_o} \dot{Q}_{cond,cil} \frac{dr}{r} = -2\pi LK \int_{T_i}^{T_o} dT$$

$$\dot{Q}_{cond,cil} \ln \ln(r_o - r_i) = -2\pi LK(T_o - T_i)$$

$$\dot{Q}_{cond,cil} \ln \ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right) = 2\pi LK(T_i - T_o)$$

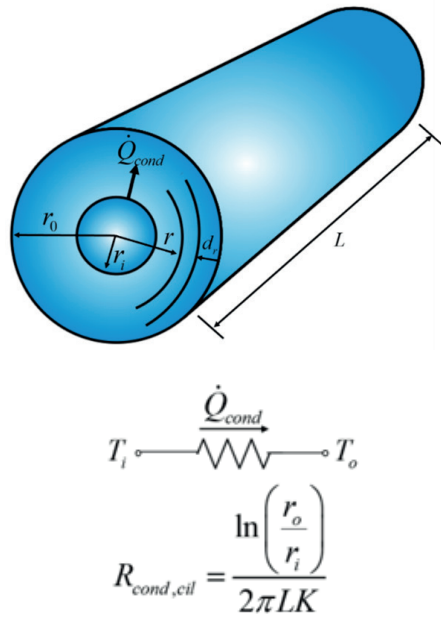
$$\dot{Q}_{cond,cil} = \frac{2\pi LK(T_i - T_o)}{\ln \ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}$$

$$\dot{Q}_{cond,cil} = \frac{(T_i - T_o)}{R_{cond}}$$

$$R_{cond,cil} = \frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right)}{2\pi LK}$$

Figura 23

Flujo de calor unidimensional a través de un cilindro hueco

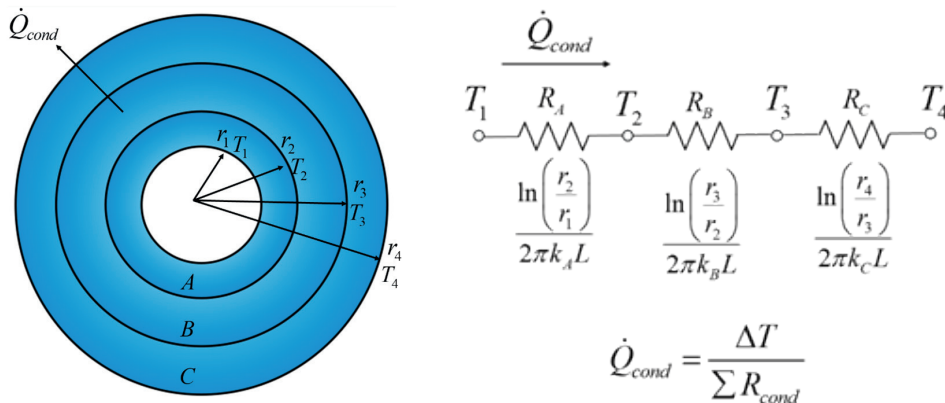


## Conducción de calor a través de paredes cilíndricas compuestas

Para la pared cilíndrica compuesta mostrada en la figura 1.24, el flujo de calor viene dado por:

Figura 24

Flujo de calor unidimensional a través de paredes cilíndricas compuestas



## Conducción de calor a través de paredes esféricas

En una esfera con radio interno  $r_i$  y radio externo  $r_o$ , como el de la Figura 25, el calor fluye en dirección radial y viene dado por:

El área para el flujo de calor en el sistema esférico es:

$$A_r = 4\pi r^2 = \pi D^2 \quad (1.10)$$

Ley de Fourier:

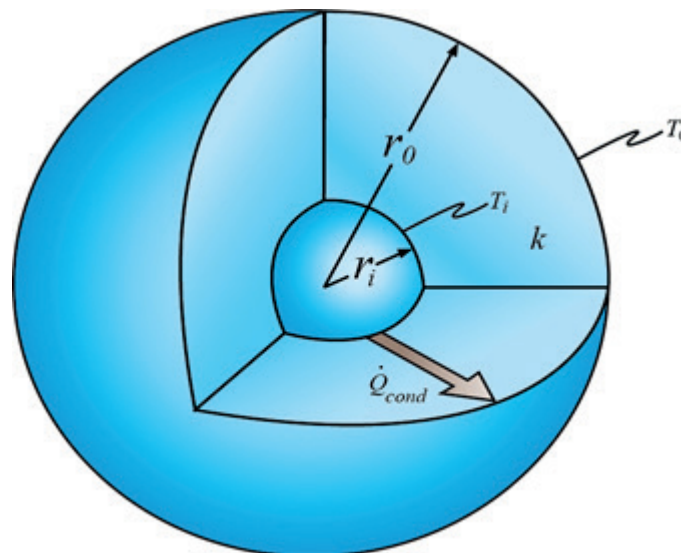
$$\dot{Q}_{cond,esf} = -kA \frac{dT}{dr}$$

$$\dot{Q}_{cond,esf} = -k(4\pi r^2) \frac{dT}{dr}$$

$$\begin{aligned} \int_{r_i}^{r_o} \frac{\dot{Q}_{cond,esf}}{r^2} dr &= -k4\pi \int_{T_i}^{T_o} dT \dot{Q}_{cond,esf} \left( \frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o} \right) = k4\pi(T_i - T_o) \dot{Q}_{cond,esf} \\ &= \frac{k4\pi(T_i - T_o)}{\left( \frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_o} \right)} \dot{Q}_{cond,esf} = \frac{k4\pi r_i r_o (T_i - T_o)}{r_o - r_i} \dot{Q}_{cond,esf} = \frac{\Delta T}{R_{cond}} R_{cond,esf} \\ &= \frac{r_o - r_i}{4\pi k r_i r_o} \end{aligned}$$

Figura 25

Esfera hueca con temperatura superficial uniforme y sin generación de calor



## Conducción y convección de calor simultáneas

La resistencia térmica para la convección de calor es:

$$R_{conv} = \frac{1}{h_{\infty} A_c} \quad (1.11)$$

Donde:

- $A_c$  es el área del sólido en contacto con el fluido.
- $h_{\infty}$  es el coeficiente de transferencia de calor por convección.

## Conducción y convección de calor simultáneas en paredes planas

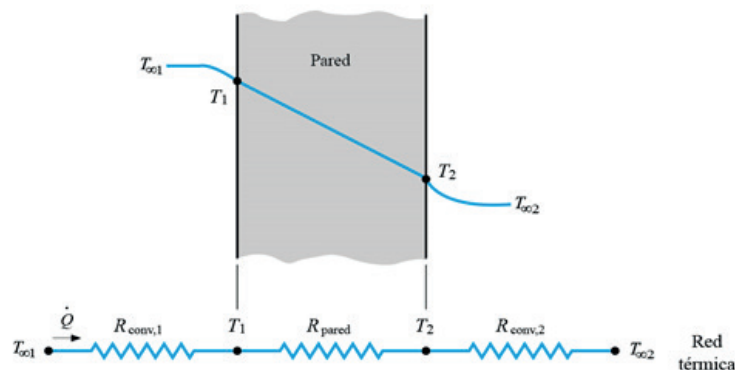
Para las paredes planas mostradas en las siguientes figuras se tiene:

Donde:

- $T_{\infty 1}$  = Temperatura del fluido 1
- $T_{\infty 2}$  = Temperatura del fluido 2
- $Q$  = flujo de calor
- $h_{\infty}$  = coeficiente de transferencia de calor por convección
- $e$  = espesor de la pared
- $T_{1,2}$  = temperatura de superficie 1,2 respectivamente
- $A$  = superficie de la pared
- $R_{(conv,1)}$  = Resistencia de convección 1
- $R_{(conv,2)}$  = Resistencia de convección 2
- $R_k = R_{cond}$  = Resistencia de conducción
- $k$  = conductividad térmica

Figura 26

Red de resistencias térmicas para la transferencia de calor a través de una pared plana sujeta a convección sobre ambos lados y la analogía eléctrica.





$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{total}}$$

$$R_{total} = R_{conv,1} + R_k + R_{conv,2}$$

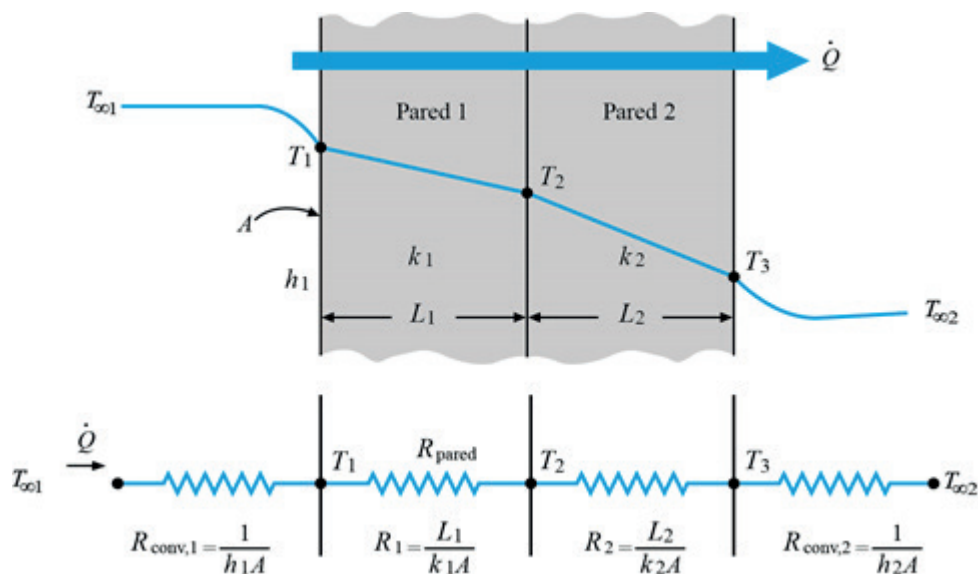
$$R_{total} = \frac{1}{h_{\infty 1} A} + \frac{e}{kA} + \frac{1}{h_{\infty 2} A}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{total}}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{h_{\infty 1} A} + \frac{e}{kA} + \frac{1}{h_{\infty 2} A}}$$

Figura 27

Red de resistencias térmicas para la transferencia de calor a través de una pared plana de dos capas sujeta a convección sobre ambos lados.



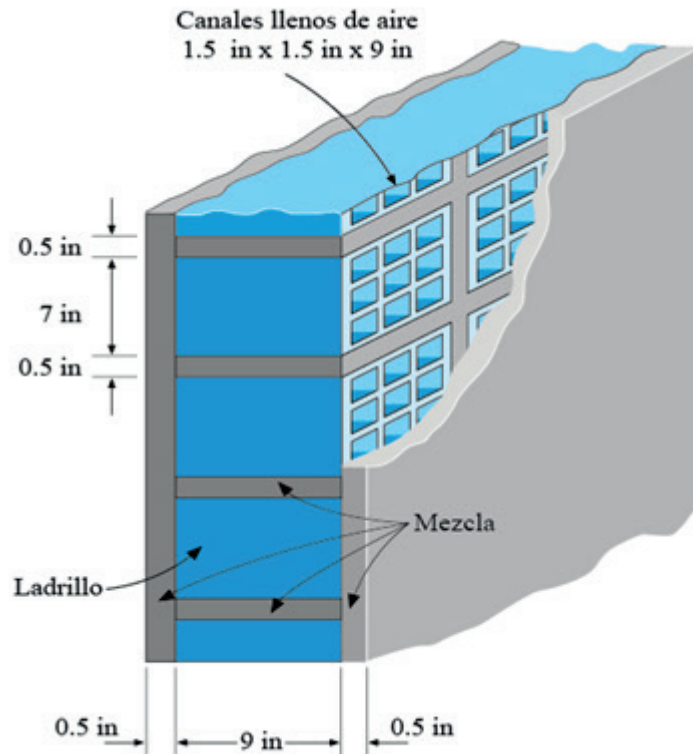
### Problema 1.13

Se va a construir una pared de 10 in de espesor, 30 ft de largo y 10 ft de alto, usando ladrillos sólidos ( $k = 0.40 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$ ) con una sección transversal de 7 in = 7 in; o bien, ladrillos de idéntico tamaño con nueve orificios cuadrados llenos de aire ( $k = 0.015 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$ ) que tienen 9 in de largo y una sección transversal de 1.5 in x 1.5 in. Se tiene una capa de mezcla ( $k = 0.10 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$ ) de 0.5 in de espesor entre dos ladrillos adyacentes, sobre los cuatro lados y sobre los dos lados de la pared. La casa se mantiene a  $79^\circ\text{F}$  y la temperatura

ambiente en el exterior es de 29 °F. Si los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interior y exterior de la pared son 1.5 y 4 Btu/h · ft<sup>2</sup> · °F, respectivamente, determine la razón de la transferencia de calor a través de la pared construida de a) ladrillos sólidos y b) ladrillos con orificios llenos de aire.

Figura 28

Diagrama problema 1.13



Datos:

$$e = 10 \text{ in} \quad L = 30 \text{ ft} \quad A_{\text{ladr}} = 7 \text{ in} \times 7 \text{ in}$$

Suposiciones:

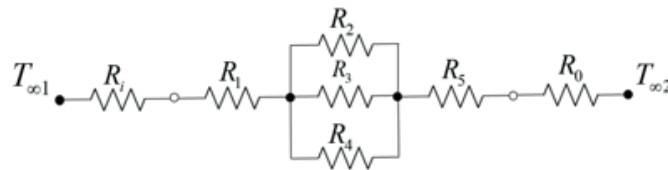
1. La transferencia de calor es constante ya que no hay indicación de cambio con el tiempo.
2. La transferencia de calor a través de la pared es unidimensional.
3. Las conductividades térmicas son constantes.
4. Los coeficientes de transferencia de calor tienen en cuenta la transferencia de calor de la radiación.

**Propiedades:** Las conductividades térmicas se dan  $k = 0.40 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$  para ladrillos,  $k = 0.015 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$  para el aire, y  $k = 0.10 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$  para placas de yeso.

**Análisis:**

a) El área de superficie representativa es:  $7.5 \times 7.5 \text{ in}^2 \times \frac{1 \text{ ft}^2}{(12 \text{ in})^2} = 0.3906 \text{ ft}^2$ .

La red de resistencia térmica y las resistencias térmicas individuales si la pared está construida de ladrillos macizos son:

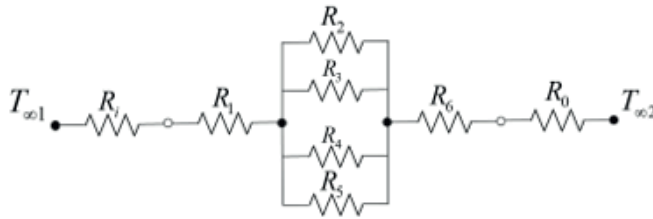


$$\begin{aligned}
 R_i = \frac{1}{h_i A} &= \frac{1}{\left(1.5 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}}\right) (0.3906 \text{ ft}^2)} = 1.7068 \frac{\text{h} \cdot ^\circ\text{F}}{\text{Btu}} \quad R_1 = R_5 = R_{\text{yeso}} = \frac{L}{kA} \\
 &= \frac{0.041 \text{ ft}}{\left(0.10 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}}\right) (0.3906 \text{ ft}^2)} = 1.0667 \frac{\text{h} \cdot ^\circ\text{F}}{\text{Btu}} \quad R_2 = R_{\text{yeso}} = \frac{L}{kA} \\
 &= \frac{0.75 \text{ ft}}{\left(0.10 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}}\right) (0.026 \text{ ft}^2)} = 288 \frac{\text{h} \cdot ^\circ\text{F}}{\text{Btu}} \quad R_3 = R_{\text{yeso}} = \frac{L}{kA} \\
 &= \frac{0.75 \text{ ft}}{\left(0.10 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}}\right) (0.0243 \text{ ft}^2)} = 308.57 \frac{\text{h} \cdot ^\circ\text{F}}{\text{Btu}} \quad R_4 = R_{\text{ladr}} = \frac{L}{kA} \\
 &= \frac{0.75 \text{ ft}}{\left(0.40 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}}\right) (0.3402 \text{ ft}^2)} = 5.51 \frac{\text{h} \cdot ^\circ\text{F}}{\text{Btu}} \quad R_o = \frac{1}{h_o A} \\
 &= \frac{1}{\left(4 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}}\right) (0.3906 \text{ ft}^2)} = 0.64 \frac{\text{h} \cdot ^\circ\text{F}}{\text{Btu}} \quad \frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \\
 &= \frac{1}{288} + \frac{1}{308.57} + \frac{1}{5.51} \rightarrow R_m = 5.3135 \frac{\text{h} \cdot ^\circ\text{F}}{\text{Btu}} \quad R_{\text{total}} \\
 &= R_i + R_1 + R_m + R_5 + R_o \\
 &= 1.7068 + 1.0667 + 5.3135 + 1.0667 + 0.64 = 9.7937 \frac{\text{h} \cdot ^\circ\text{F}}{\text{Btu}} \quad \dot{Q} \\
 &= \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} = \frac{(79 - 29)^\circ\text{F}}{9.7937 \frac{\text{h} \cdot ^\circ\text{F}}{\text{Btu}}} = 5.1053 \frac{\text{Btu}}{\text{h}}
 \end{aligned}$$

Luego se convierte en una tasa constante de transferencia de calor a través de toda la pared.

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \left(5.1053 \frac{\text{Btu}}{\text{h}}\right) \frac{(30 \text{ ft})(10 \text{ ft})}{0.3906 \text{ ft}^2} = 3921 \frac{\text{Btu}}{\text{h}}$$

b) La red de resistencia térmica y las resistencias térmicas individuales si la pared está construida de ladrillos con agujeros de aire son:



$$\begin{aligned}
 A_{aguj} &= 9 \left( \frac{1.5}{12} ft \times \frac{1.5}{12} ft \right) = 0.1406 ft^2 A_{ladr} = 0.3402 ft^2 - 0.1406 ft^2 \\
 &= 0.1997 ft^2 R_4 = R_{aguj} = \frac{L}{kA} = \frac{0.75 ft}{\left( 0.015 \frac{Btu}{h \cdot ft \cdot ^\circ F} \right) (0.1496 ft^2)} \\
 &= 355.62 \frac{h \cdot ^\circ F}{Btu} R_5 = R_{ladr} = \frac{L}{kA} = \frac{0.75 ft}{\left( 0.40 \frac{Btu}{h \cdot ft \cdot ^\circ F} \right) (0.1997 ft^2)} \\
 &= 9.389 \frac{h \cdot ^\circ F}{Btu} \frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \\
 &= \frac{1}{288} + \frac{1}{308.57} + \frac{1}{355.62} + \frac{1}{9.389} \rightarrow R_m = 8.618 \frac{h \cdot ^\circ F}{Btu} R_{total} \\
 &= R_i + R_1 + R_m + R_6 + R_o \\
 &= 1.7068 + 1.0667 + 8.618 + 1.0667 + 0.64 = 13.0992 \frac{h \cdot ^\circ F}{Btu} \dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{total}} \\
 &= \frac{(79 - 29)^\circ F}{13.0992 \frac{h \cdot ^\circ F}{Btu}} = 3.817 \frac{Btu}{h}
 \end{aligned}$$

Luego se convierte en una tasa constante de transferencia de calor a través de toda la pared.

$$\dot{Q}_{total} = \left( 3.817 \frac{Btu}{h} \right) \frac{(30 ft)(10 ft)}{0.3906 ft^2} = 2931 \frac{Btu}{h}$$

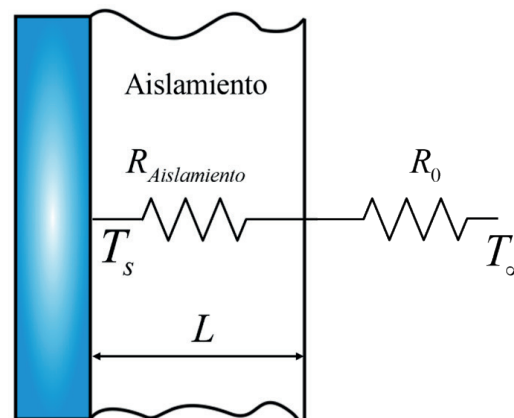
### Problema 1.14

Una sección de pared de 2 m x 1.5 m de un horno industrial en el que se quema gas natural no está aislada y se mide la temperatura en la superficie exterior de esta sección, lo cual resulta ser de 79°C. La temperatura de la sala en donde está el horno es de 29°C y el coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación es de 10 W/m<sup>2</sup>·°C. Se propone aislar esta sección de pared del horno con aislamiento de lana de vidrio (k = 0.038 W/m·°C) con el fin de reducir la pérdida de calor en 90%. Si se supone que la temperatura de la superficie exterior de la sección metálica todavía permanece

alrededor de  $79^{\circ}\text{C}$ , determine el espesor del aislamiento que necesita usarse. El horno opera en forma continua y tiene una eficiencia de 78%. El precio del gas natural es de 1.20 dólar/therm (1 therm = 105 500 kJ de contenido de energía). Si la instalación del aislamiento costará 250 dólares por los materiales y la mano de obra, determine cuánto tiempo tardará el aislamiento en pagarse por la energía que ahorra.

Figura 29

Diagrama problema 1.14.



**Datos:**

$$T_s = 79^{\circ}\text{C} \quad T_{\infty} = 29^{\circ}\text{C} \quad h_{comb} = 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}} \quad A = 3 \text{ m}^2$$

**Suposiciones:**

1. La transferencia de calor a través de la pared es estable y unidimensional.
2. Las conductividades térmicas son constantes.
3. El horno funciona continuamente.
4. El coeficiente de transferencia de calor dado cuenta de los efectos de la radiación.

**Propiedades:** La conductividad térmica del aislamiento de lana de vidrio es  $k = 0.038 \text{ W} / \text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}$ .

**Análisis:**

La tasa de transferencia de calor sin aislamiento es:

$$\dot{Q} = h_{comb} A (T_s - T_{\infty}) = \left( 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}} \right) (3 \text{ m}^2) (79 - 29)^{\circ}\text{C} = 1500 \text{ W}$$

Para reducir la pérdida de calor en un 90%, la nueva tasa de transferencia de calor y la resistencia térmica deben ser:

$$\dot{Q} = 0.10 \times 1500 \text{ W} = 150 \text{ W} \quad \dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{total}} \rightarrow R_{total} = \frac{\Delta T}{\dot{Q}} = \frac{(79 - 29)^\circ\text{C}}{150 \text{ W}} = 0.333 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

Y para tener esta resistencia térmica, el espesor del aislamiento debe ser:

$$\begin{aligned} R_{total} = R_{conv} + R_{aisl} &= \frac{1}{hA} + \frac{L}{kA} = \frac{1}{\left(10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}\right)(3 \text{ m}^2)} + \frac{L}{\left(0.038 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right)(3 \text{ m}^2)} \\ &= 0.333 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} L = 0.034 \text{ m} = 3.4 \text{ cm} \end{aligned}$$

Tomando nota de que el calor se ahorra a razón de  $0.9 \times 1500 = 1350 \text{ W}$  y el horno funciona de forma continua y por lo tanto  $365 \times 24 = 8760 \text{ h}$  por año, y que la eficiencia del horno es 78%, la cantidad de gas natural ahorrado por año es:

$$\dot{Q}_{ahorro} = 0.9 * 1500 \text{ W} = 1350 \text{ W} = 1,350 \text{ kW}$$

$$\text{Energía Ahorrada} = \frac{\dot{Q}_{ahorro} \cdot \Delta t}{\text{eficiencia}}$$

$$= \frac{\left(1.35 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}\right)(8760 \text{ h}) \left(\frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}}\right) \left(\frac{1 \text{ therm}}{105500 \text{ kJ}}\right)}{0.78} = 517.4 \text{ therms}$$

El dinero ahorrado es:

$$\begin{aligned} \text{Dinero ahorrado} &= (\text{Energía ahorrada})(\text{Costo de energía}) \\ &= (517.4 \text{ therms}) \left(\frac{\$1.20}{\text{therm}}\right) \\ &= \$620.88 \text{ al año} \end{aligned}$$

Si la instalación del aislamiento cuesta \$ 250.

$$\begin{aligned} \text{Periodo de recuperación} &= \frac{\text{dinero gastado}}{\text{dinero ahorrado}} = \frac{\$250}{\frac{\$620.88}{\text{año}}} \\ &= 0.40 \text{ años} \rightarrow 4.8 \text{ meses} \end{aligned}$$

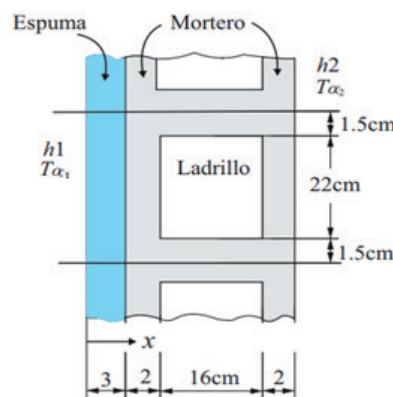
### Problema 1.15

Una pared de 3 m de alto y 5 m de ancho consta de ladrillos de 16 cm x 22 cm de sección transversal horizontal ( $k = 0.72 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$ ) separados por capas de mortero ( $k = 0.22 \text{ W/m } \cdot ^\circ\text{C}$ ) de 3 cm de espesor. También se tienen capas

de mortero de 2 cm de espesor sobre cada lado del ladrillo y una espuma rígida ( $k=0.026 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ) de 3 cm de espesor sobre el lado interior de la pared, como se muestra en la figura. Las temperaturas dentro y fuera son de  $40^\circ\text{C}$  y  $-20^\circ\text{C}$ , respectivamente, y los coeficientes de transferencia de calor por convección sobre los lados interior y exterior son  $h_1=10 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$  y  $h_2=25 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$ , respectivamente. Si se supone transferencia de calor unidimensional y se descarta la radiación, determine la razón de la transferencia de calor a través de la pared.

Figura 30

Diagrama problema 1.15

**Datos:**

$$A = 3 \text{ m} \times 5 \text{ m} = 15 \text{ m}^2 \quad T_{\infty 1} = 40^\circ\text{C} \quad T_{\infty 2} = -20^\circ\text{C}$$

**Suposiciones:**

1. La transferencia de calor es estacionaria dado que no hay indicación de cambio con el tiempo.
2. La transferencia de calor se puede considerar como si fuera unidimensional, ya que se realiza de manera predominante en la dirección  $x$ .
3. Las conductividades térmicas son constantes.
4. La transferencia de calor por radiación es despreciable.

**Propiedades:** Las conductividades térmicas se dan:

$$k_{\text{ladrillo}} = 0,72 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$k_{\text{mor}} = 0,22 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$k_{\text{espuma}} = 0,026 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$h_1 = 10 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$$

$$h_2 = 25 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}.$$

**Análisis:**

Existe un patrón en la construcción de esta pared que se repite cada 25 cm de distancia en la dirección vertical. No hay variación en la dirección horizontal. Por lo tanto, se considera una porción de 1 m de profundidad y 0.25 m de alto de la pared, ya que es representativa de toda ella. Si se supone que cualquier sección transversal de la pared normal a la dirección  $x$  es isotérmica, la red de resistencias térmicas para la sección representativa de la pared queda como se muestra en la Figura 16. Cada una de las resistencias se evalúa como:

$$R_i = R_{conv,1} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{\left(\frac{10W}{m^2 \text{ } ^\circ C}\right) (0,25 * 1m^2)} = 0,4 \frac{^\circ C}{W}$$

$$R_1 = R_{espuma} = \frac{L}{kA} = \frac{0,03 m}{\left(\frac{0,026W}{m \text{ } ^\circ C}\right) (0,25 * 1m^2)} = 4,62 \frac{^\circ C}{W}$$

$$R_2 = R_6 = R_{mortero} = \frac{L}{kA} = \frac{0,02 m}{\left(\frac{0,22W}{m \text{ } ^\circ C}\right) (0,25 * 1m^2)} = 0,36 \frac{^\circ C}{W}$$

$$R_3 = R_5 = R_{mortero} = \frac{L}{kA} = \frac{0,16 m}{\left(\frac{0,22W}{m \text{ } ^\circ C}\right) (0,015 * 1m^2)} = 48,48 \frac{^\circ C}{W}$$

$$R_4 = R_{ladrillo} = \frac{L}{kA} = \frac{0,16 m}{\left(\frac{0,72W}{m \text{ } ^\circ C}\right) (0,22 * 1m^2)} = 1,01 \frac{^\circ C}{W}$$

$$R_0 = R_{conv,2} = \frac{1}{h_2 A} = \frac{1 m}{\left(\frac{25W}{m^2 \text{ } ^\circ C}\right) (0,25 * 1m^2)} = 0,16 \frac{^\circ C}{W}$$

Las tres resistencias  $R_3$ ,  $R_4$  y  $R_5$  están en paralelo y su resistencia equivalente se determina a partir de:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{48,48} + \frac{1}{1,01} + \frac{1}{48,08} = \frac{1,03W}{^\circ C}$$

$$R_{eq} = 0,97 \text{ } ^\circ C/W$$

Ahora todas las resistencias están en serie y la resistencia total es:

$$R_T = R_i + R_1 + R_2 + R_{eq} + R_6 + R_0$$

$$R_T = 0,4 + 4,6 + 0,36 + 0,97 + 0,36 + 0,16$$

$$R_T = 6,78 \text{ } ^\circ C/W$$



Entonces la razón de transferencia de calor estacionaria a través de la pared queda, por área superficial de  $0.25 \text{ m}^2$ .

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} = \frac{(40 - (-20))^{\circ}\text{C}}{6,78 \text{ }^{\circ}\text{C/W}} = 8,85\text{W}$$

El área total de la pared es  $A=3 \text{ m} \times 5 \text{ m}=15 \text{ m}^2$ . Entonces la razón de la transferencia de calor a través de toda la pared queda.

$$\dot{Q}_T = \left( \frac{8,85\text{W}}{0,25\text{m}^2} \right) (15\text{m}^2) = 531\text{W}$$

### Problema 1.16

Considere una casa que tiene una base de  $10 \text{ m} \times 20 \text{ m}$  y paredes de  $4 \text{ m}$  de alto. Las cuatro paredes de la casa tienen un valor  $R$  de  $2.31 \text{ m}^2 \text{ }^{\circ}\text{C/W}$ . Las dos paredes de  $10 \text{ m} \times 4 \text{ m}$  no tienen ventanas. La tercera pared tiene cinco ventanas hechas de vidrio ( $k = 0.78 \text{ W/m }^{\circ}\text{C}$ ) de  $0.5 \text{ cm}$  de espesor y con un tamaño de  $1.2 \text{ m} \times 1.8 \text{ m}$ . La cuarta pared tiene el mismo tamaño y número de ventanas, pero son de hoja doble con un espacio de aire estancado ( $k = 0.026 \text{ W/m }^{\circ}\text{C}$ ) de  $1.5 \text{ cm}$  de espesor encerrado entre dos capas de vidrio de  $0.5 \text{ cm}$  de espesor. El termostato en la casa se fija en  $24^{\circ}\text{C}$  y la temperatura promedio en el exterior en ese lugar es de  $8^{\circ}\text{C}$  durante la larga temporada de calefacción de siete meses. Si se descarta cualquier ganancia o pérdida por radiación directa a través de las ventanas y se toma el coeficiente de transferencia de calor en las superficies interior y exterior de la casa como de  $7$  y  $18 \text{ W/m}^2 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , respectivamente, determine la razón promedio de la transferencia de calor a través de cada pared. Si la casa se calienta eléctricamente y el precio de la electricidad es de  $0.08 \text{ dólar/kWh}$ , determine la cantidad de dinero que este propietario ahorrará por temporada de calefacción al convertir las ventanas de una sola hoja en ventanas de hoja doble. Realizar el sistema térmico para cada caso, literal a, b y c.

- Razón de transferencia de calor, pared sin ventanas.
- Razón de transferencia de calor, pared con ventanas de una sola hoja
- Razón de transferencia de calor, pared con ventanas de hoja doble.
- Cantidad de dinero que este propietario ahorrara por temporada de calefacción al convertir las ventanas de una sola hoja en ventanas de hoja doble. (Cengel Y., 2011).

**Datos:**

Alto = 4m

Largo = 20 m

Ancho = 10 m

$R_{pared} = 2.31 \text{ m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{W}$

$k_{vidrio} = 0.78 \text{ W}/\text{m } ^\circ\text{C}$

$e_{vidrio} = 0.5 \text{ cm}$

$A_{ventana} = 1.2\text{m} * 1.8\text{m} = 2.16\text{m}^2$

$k_{aire} = 0.026 \text{ W}/\text{m } ^\circ\text{C}$

$e_{aire} = 1.5\text{cm}$

$T_{\alpha_1} = 24^\circ\text{C}$

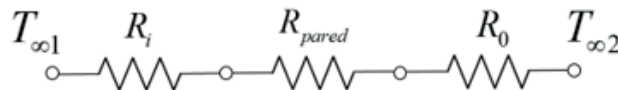
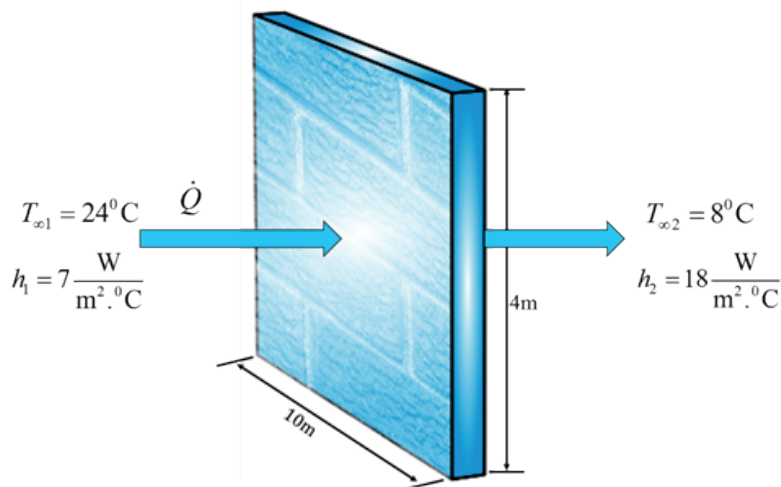
$T_{\alpha_2} = 8^\circ\text{C}$

$h_1 = 7 \text{ W}/\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$

$h_2 = 18 \text{ W}/\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$

Precio de la electricidad =  $0.08 \frac{\text{dólar}}{\text{kWh}}$

a) Razón de transferencia de calor, pared sin ventanas.



$A_{pared} = 4\text{m} * 10\text{m} = 40\text{m}^2$

$$R_i = \frac{1}{h_1 A_{pared}} = \frac{1}{7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} * (4 * 10)\text{m}^2} = 3.5714 * 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{pared} = \frac{L}{kA} = \frac{R}{A} = \frac{2.31 \text{ m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}{40\text{m}^2 \text{ W}} = 0.0577^\circ\text{C}/\text{W}$$

$$R_o = \frac{1}{h_2 A_{pared}} = \frac{1}{18 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} * (4 * 10)m^2} = 1.3889 * 10^{-3} \frac{^\circ C}{W}$$

$$R_T = R_i + R_{pared} + R_o$$

$$R_T = (0.0577 + 3.5714 * 10^{-3} + 1.3889 * 10^{-3}) \frac{^\circ C}{W}$$

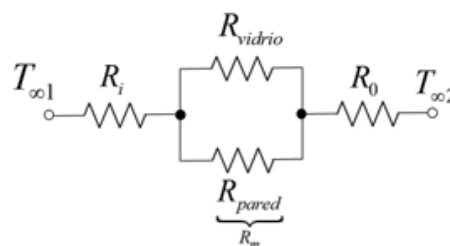
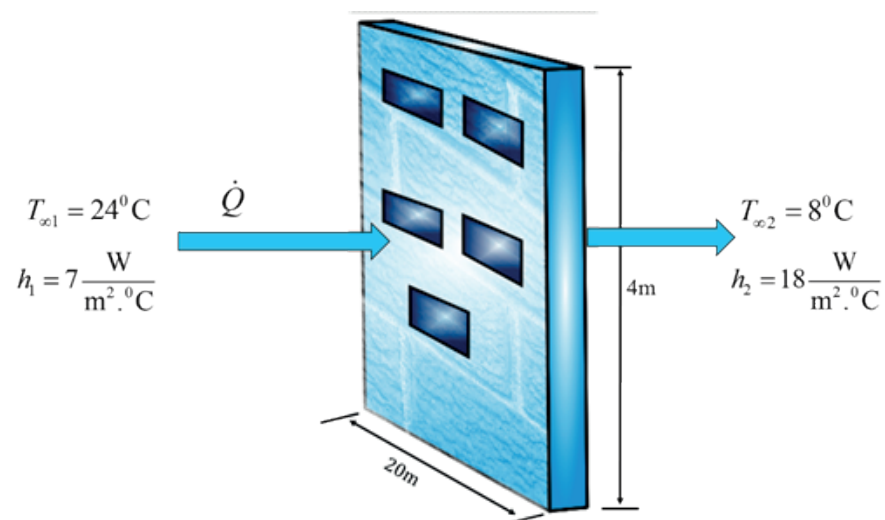
$$R_T = 0,0626 \frac{^\circ C}{W}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_{\alpha_1} - T_{\alpha_2}}{R_T}$$

$$\dot{Q} = \frac{(24 - 8)^\circ C}{0,0626 \frac{^\circ C}{W}}$$

$$\dot{Q} = 255.3449 W$$

b) Razón de transferencia de calor, pared con ventanas de una sola hoja



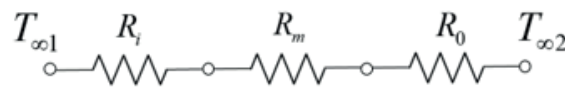
$$R_i = \frac{1}{h_1 A_{pared}} = \frac{1}{7 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} * (20 * 4)m^2} = 1.7857 * 10^{-3} \frac{^\circ C}{W}$$

$$R_o = \frac{1}{h_2 A_{pared}} = \frac{1}{18 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} * (20 * 4)m^2} = 6.9444 * 10^{-4} \frac{^\circ C}{W}$$

$$R_{\text{vidrio}} = \frac{e_{\text{vidrio}}}{kA_{\text{ventana}}} = \frac{0.005\text{m}}{0.78 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} * 5(1.8 * 1.2)\text{m}^2} = 5.9354 * 10^{-4} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_{\text{pared}}} + \frac{1}{R_{\text{vidrio}}} = \frac{1}{0.0334 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}} + \frac{1}{5.9354 * 10^{-4} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}}$$

$$R_m = 5.8317 * 10^{-4} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$



$$R_T = R_i + R_m + R_o$$

$$R_T = 1.7857 * 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} + 5.8317 * 10^{-4} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} + 6.9444 * 10^{-4} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

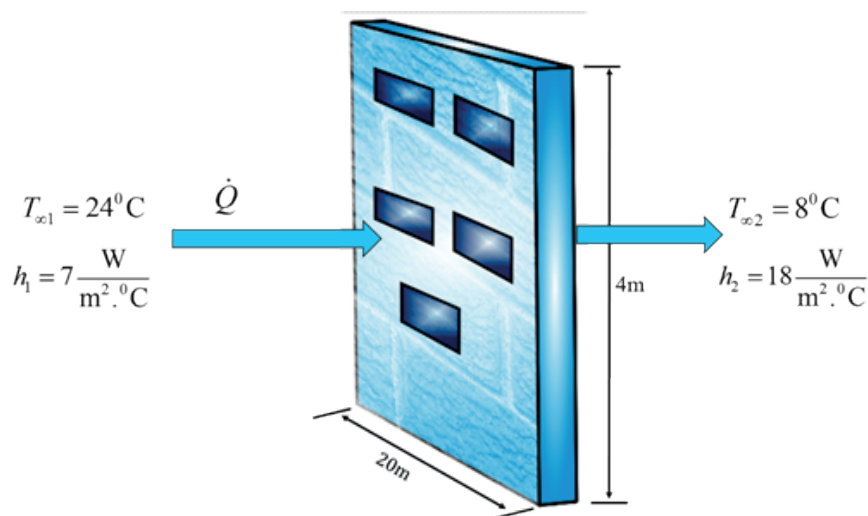
$$R_T = 3.0633 * 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

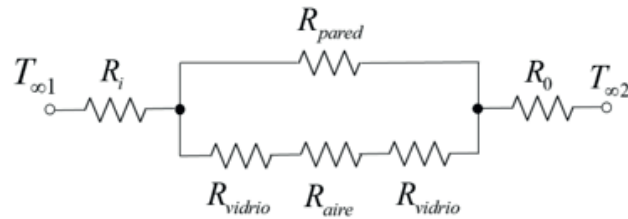
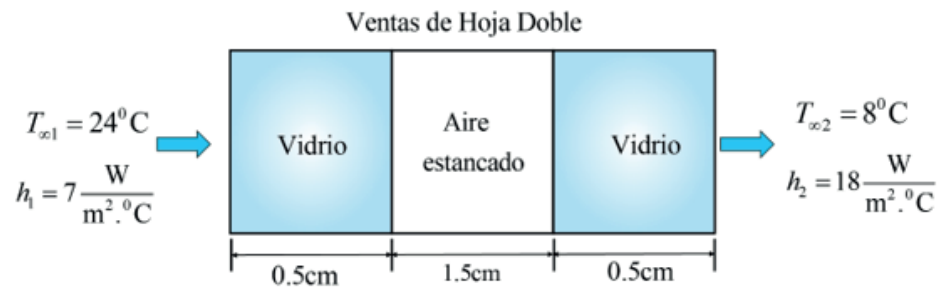
$$\dot{Q}_{\text{pared con ventana de una sola hoja}} = \frac{T_{\alpha_1} - T_{\alpha_2}}{R_T}$$

$$\dot{Q}_{\text{pared con ventana de una sola hoja}} = \frac{(24 - 8)^\circ\text{C}}{3.0633 * 10^{-3} \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}}$$

$$\dot{Q}_{\text{pared con ventana de una sola hoja}} = 5223.9027 \text{ W}$$

c) Razón de transferencia de calor, pared con ventanas de hoja doble.





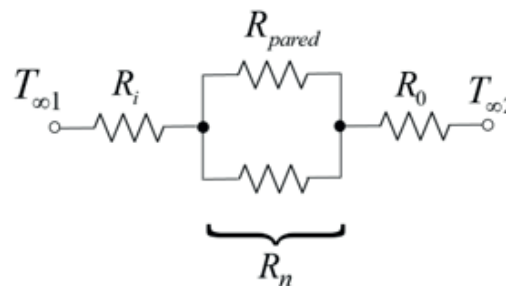
$$R_i = \frac{1}{h_1 A_{pared}} = \frac{1}{7 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} * (20 * 4)m^2} = 1.7857 * 10^{-3} \frac{^\circ C}{W}$$

$$R_o = \frac{1}{h_2 A_{pared}} = \frac{1}{18 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} * (20 * 4)m^2} = 6.9444 * 10^{-4} \frac{^\circ C}{W}$$

$$R_{pared} = \frac{L}{k A_{pared}} = \frac{2.31m^2 \cdot ^\circ C}{W ((20 * 4)m^2 - 5(1.2 * 1.8)m^2)} = 0.0334 \frac{^\circ C}{W}$$

$$R_{vidrio} = \frac{e_{vidrio}}{k A_{ventana}} = \frac{0.005m}{0.78 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} * 5(1.2 * 1.8)m^2} = 5.9354 * 10^{-4} \frac{^\circ C}{W}$$

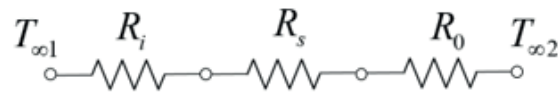
$$R_{aire} = \frac{e_{aire}}{k A_{ventana}} = \frac{0.015m}{0.026 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} * 5(1.2 * 1.8)m^2} = 0.0534 \frac{^\circ C}{W}$$



$$R_n = R_{vidrio} + R_{aire} + R_{vidrio}$$

$$R_n = 5.9354 * 10^{-4} \frac{^\circ C}{W} + 0.0534 \frac{^\circ C}{W} + 5.9354 * 10^{-4} \frac{^\circ C}{W}$$

$$R_n = 0,0546 \frac{^\circ C}{W}$$



$$\frac{1}{R_s} = \frac{1}{R_{pared}} + \frac{1}{R_n}$$

$$\frac{1}{R_s} = \frac{1}{0.0334 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{W}}} + \frac{1}{0.0546 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{W}}}$$

$$R_s = 0.0207 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_T = R_i + R_s + R_o$$

$$R_T = 1.7857 * 10^{-3} \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{W}} + 0.0207 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{W}} + 6.9444 * 10^{-4} \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_T = 0.0232 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{W}}$$

$$\dot{Q}_{pared \text{ con ventana de doble hoja}} = \frac{T_{\alpha_1} - T_{\alpha_2}}{R_T}$$

$$\dot{Q}_{pared \text{ con ventana de doble hoja}} = \frac{(24 - 8)^{\circ}\text{C}}{0.0232 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{W}}}$$

$$\dot{Q}_{pared \text{ con ventana de doble hoja}} = 689.53 \text{ W}$$

d) La razón de transferencia de calor que se guardará si las ventanas de una sola hoja se convierten en ventanas de doble hoja es:

$$\dot{Q}_{guardado} = \dot{Q}_{pared \text{ con ventana de una sola hoja}} - \dot{Q}_{pared \text{ con ventana de doble hoja}}$$

$$\dot{Q}_{guardado} = 5223.9027 \text{ W} - 689.53 \text{ W} = 4534.3727 \text{ W}$$

La cantidad de energía y dinero ahorrado durante una temporada de calefacción de 7 meses al cambiar de ventanas de una sola hoja a ventanas de doble hoja.

$$Q_{guardado} = \dot{Q}_{guardado} \Delta t$$

$$Q_{guardado} = 4534.3727 \text{ W} * (7 * 30 * 24 \text{ h}) * \frac{1 \text{ kW}}{1000 \text{ W}}$$

$$Q_{\text{guardado}} = 22\,853.238 \text{ kWh}$$

$$\text{Dinero ahorrado} = 22853.283 \text{ kWh} * \frac{0.08 \text{ dólares}}{\text{kWh}} = 1\,828.2590 \text{ dólares}$$

## Conducción y convección de calor simultáneas en paredes cilíndricas

Para las paredes cilíndricas mostradas en las figuras 31 y 32 se tiene:

Figura 31

En un tubo que conduce agua caliente el calor se pierde hacia el aire del exterior en la dirección radial y, como consecuencia, la transferencia de calor desde un tubo largo es unidimensional.

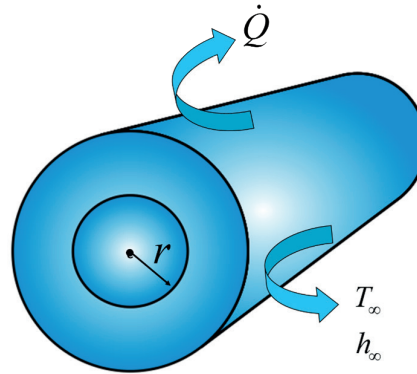
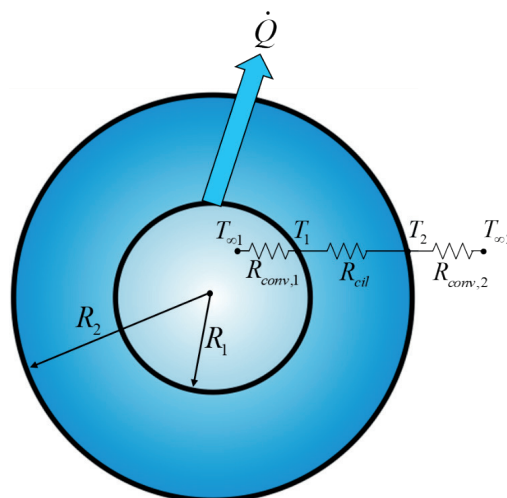


Figura 32

Red de resistencias térmicas para un casco cilíndrico (o esférico) sujeto a convección tanto en el lado interior como en el exterior.



$$R_{\text{total}} = R_{\text{conv},1} + R_{\text{cil}} + R_{\text{conv},2}$$

La razón de transferencia de calor para un casco cilíndrico sujeto a convección tanto en el lado interior como en el exterior se determina a partir de la ecuación.

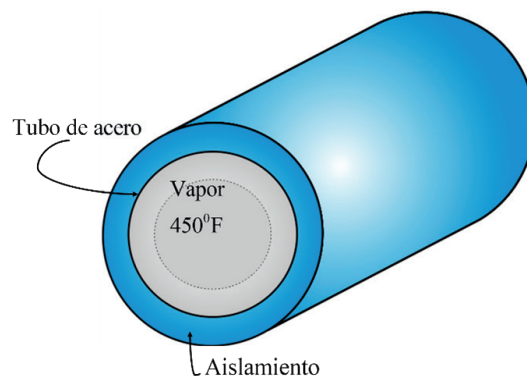
$$\begin{aligned}
 A_1 &= \text{Área interior de convección} = 2\pi r_1 L \\
 A_2 &= \text{Área exterior de convección} = 2\pi r_2 L \\
 \dot{Q} &= \frac{\Delta T}{R_{total}} \\
 R_{total} &= R_{conv,1} + R_{cyl} + R_{conv,2} \\
 R_{total} &= \frac{1}{(2\pi r_1 L)h_{\infty 1}} + \frac{\ln \ln \left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi k L} + \frac{1}{(2\pi r_2 L)h_{\infty 2}} \quad (1.12)
 \end{aligned}$$

### Problema 1.17

Está fluyendo vapor de agua a través de un tubo de acero ( $k = 8.7 \text{ Btu/h. ft.}^\circ\text{F}$ ) cuyos diámetros interior y exterior son 4.5 in y 5.0 in, respectivamente, en un medio a  $55^\circ\text{F}$ . El tubo está aislado con fibra de vidrio ( $k = 0.020 \text{ Btu/h. ft.}^\circ\text{F}$ ) de 3 in de espesor. Si los coeficientes de transferencia de calor sobre el interior y el exterior del tubo son 30 y  $5 \text{ Btu/h.ft}^2.^\circ\text{F}$ , respectivamente, determinar la razón de la pérdida de calor del vapor por pie de longitud del tubo. ¿Cuál es el error en que se incurre al despreciar la resistencia térmica del tubo de acero en los cálculos?

Figura 33

Diagrama problema1.17.



Datos:

$$k_{ACERO} = 8.7 \frac{\text{Btu}}{\text{h. ft.}^\circ\text{F}}$$



$$d_1 = 4.5 \text{ in}$$

$$d_2 = 5 \text{ in}$$

$$T_{\infty,i} = 450^\circ\text{F}$$

$$T_{\infty,o} = 55^\circ\text{F}$$

$$k_{F, \text{VIDRIO}} = 0.020 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}}$$

$$e_{F, \text{VIDRIO}} = 3 \text{ in}$$

$$h_{\infty,i} = 30 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}}$$

$$h_{\infty,o} = 5 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}}$$

$$\dot{Q} = ?$$

$$L = 1 \text{ ft}$$

$$d_3 = d_2 + 2 * e_{F, \text{VIDRIO}} = 5 + 2 * 3 = 11 \text{ in}$$

### Suposiciones:

1. La transferencia de calor es constante ya que no hay indicación de ningún cambio con el tiempo.
2. La transferencia de calor es unidimensional ya que hay simetría térmica alrededor de la línea central y no hay variación en la dirección axial.
3. Las conductividades térmicas son constantes.
4. La resistencia de contacto térmico en la interfaz es insignificante.

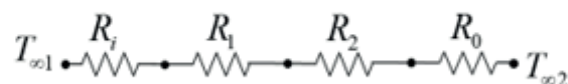
**Propiedades:** Las conductividades térmicas se dan  $k = 8.7 \text{ Btu/h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$  para acero y  $k = 0.020 \text{ Btu} / \text{h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}$  para aislamiento de fibra de vidrio.

### Análisis:

Las áreas de superficie interna y externa de la tubería aislada son:

$$A_i = \pi d_1 L = \pi \left( \frac{4.5 \text{ in} * 1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} \right) (1 \text{ ft}) = 1.178 \text{ ft}^2$$

$$A_o = \pi d_3 L = \pi \left( \frac{11 \text{ in} * 1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} \right) (1 \text{ ft}) = 2.879 \text{ ft}^2$$



$$R_i = \frac{1}{h_{\infty,i} \cdot A_i} = \frac{1}{30 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}} \cdot 1.178 \text{ft}^2} = 0.0282 \frac{\text{h}^\circ\text{F}}{\text{Btu}}$$

$$R_1 = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi \cdot L \cdot K_{\text{ACERO}}} = \frac{\ln\left(\frac{2.5 \text{in}}{2.25 \text{in}}\right)}{2\pi \left(8.7 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}}\right) (1 \text{ft})} = 0.0019 \frac{\text{h}^\circ\text{F}}{\text{Btu}}$$

$$R_2 = \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi \cdot L \cdot K_{\text{F.VIDRIO}}} = \frac{\ln\left(\frac{5.5 \text{in}}{2.5 \text{in}}\right)}{2\pi \left(0.020 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft} \cdot ^\circ\text{F}}\right) (1 \text{ft})} = 6.274 \frac{\text{h}^\circ\text{F}}{\text{Btu}}$$

$$R_o = \frac{1}{h_{\infty,o} \cdot A_o} = \frac{1}{5 \frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}} \cdot (2.879) \text{ft}^2} = 0.069 \frac{\text{h}^\circ\text{F}}{\text{Btu}}$$

$$R_{\text{TOTAL}} = R_i + R_1 + R_2 + R_o = 0.0282 + 0.0019 + 6.274 + 0.069 = 6.373 \frac{\text{h}^\circ\text{F}}{\text{Btu}}$$

Luego, se convierte en la tasa constante de pérdida de calor del vapor por pie de longitud del tubo:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty,i} - T_{\infty,o}}{R_{\text{TOTAL}}}$$

$$\dot{Q} = \frac{(450 - 55)^\circ\text{F}}{6.373 \text{ h} \cdot \frac{^\circ\text{F}}{\text{Btu}}} = 61.98 \text{ Btu/h}$$

Si no se toma en cuenta la resistencia del tubo es decir  $R_{1=0}$  tendremos:

$$R_{\text{TOTAL}} = R_i + R_2 + R_o = 0.0282 + 6.274 + 0.069 = 6.371 \text{ h} \cdot \frac{^\circ\text{F}}{\text{Btu}}$$

El porcentaje de error en los cálculos es:

$$\text{error}\% = \frac{(6.373 - 6.371) \text{h}^\circ\text{F}/\text{Btu}}{6.373 \text{h}^\circ\text{F}/\text{Btu}} \cdot 100\% = 0.0313\% \text{ de error}$$

Lo cual es insignificante.

## Conducción y convección de calor simultáneas en paredes cilíndricas

Considere una capa esférica de radio interior  $r_i$  y radio exterior  $r_o$ , con convección en las superficies interior y exterior. La razón de transferencia de calor se tiene. Resistencia para la conducción a través de una capa esférica:

$$R_{\text{cond}} = \frac{r_o - r_i}{4\pi k r_o r_i}$$

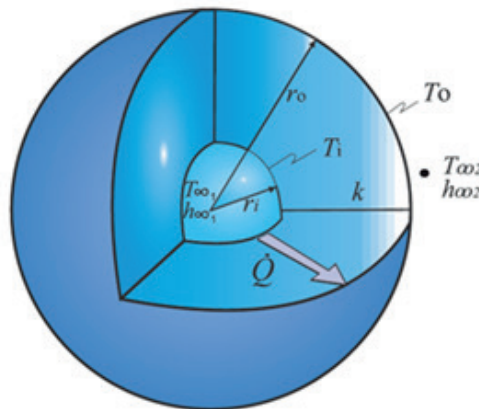
Entonces:

$$\dot{Q}_{total,esf} = \frac{\Delta T}{\sum R_{total}}$$

Para la pared esférica mostrada en la siguiente figura, se tiene:

Figura 34

Diagrama Esfera hueca con temperatura superficial uniforme y sin generación de calor, con convección en las superficies interior y exterior.



La razón de transferencia de calor sobre una capa esférica de radio interior  $r_i$  y radio exterior  $r_o$ , con convección en las superficies interior y exterior, se determina a partir de la siguiente ecuación.

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{(4\pi r_i^2)h_{\infty 1}} + \frac{r_o - r_i}{4\pi k r_i r_o} + \frac{1}{(4\pi r_o^2)h_{\infty 2}}} \quad (1.13)$$

### Problema 1.18

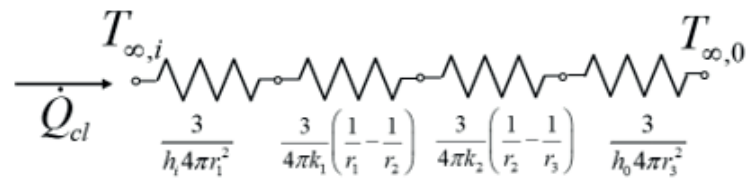
La energía que se transfiere de la cámara anterior del ojo a través de la córnea varía considerablemente dependiendo del uso de un lente de contacto. Trate al ojo como un sistema esférico y suponga que el sistema se encuentra en estado estable. El coeficiente de convección  $h$ , se mantiene inalterable con y sin el lente de contacto en su sitio.

La córnea y el lente cubre un tercio del área de la superficie esférica.

Los valores de los parámetros que representan esta situación son los siguientes:



Con lente:



Pérdida de calor para ambos casos:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty,i} - T_{\infty,o}}{R_{TOTAL}}$$

Sin lentes:

$$\begin{aligned} R_{Tsl} &= \frac{3}{12 \frac{W \cdot K}{m^2} \cdot 4\pi(9.2 \times 10^{-3} m)^2} + \frac{3}{4\pi \times 0.35 \frac{W \cdot K}{m} \left[ \frac{1}{9.2} - \frac{1}{11.7} \right] 10^{-3} m} \\ &+ \frac{3}{6 \frac{W \cdot K}{m^2} \cdot 4\pi(11.7 \times 10^{-3} m)^2} R_{Tsl} = 235.04 \frac{K}{W} + 15.84 \frac{K}{W} + 290.6 \frac{K}{W} \\ &= 541.5 \frac{K}{W} \end{aligned}$$

Con lentes:

$$\begin{aligned} R_{Tcl} &= 235.04 \frac{K}{W} + 15.84 \frac{K}{W} + \frac{3}{4\pi \times 0.80 \frac{W \cdot K}{m} \cdot K \left[ \frac{1}{11.7} - \frac{1}{15.5} \right] 10^{-3} m} \\ &+ \frac{3}{6 \frac{W}{m^2} \cdot K \cdot 4\pi(15.5 \times 10^{-3} m)^2} R_{Tcl} \\ &= 235.04 \frac{K}{W} + 15.84 \frac{K}{W} + 6.25 \frac{K}{W} + 165.61 \frac{K}{W} = 422.744 \frac{K}{W} \end{aligned}$$

De ahí las tasas de pérdida de calor de la cámara anterior son:

Sin lentes:

$$\dot{Q}_{sl} = \frac{T_{\infty,i} - T_{\infty,o}}{R_{Tsl}} = \frac{(37 - 21)^\circ\text{C}}{541.5 \frac{K}{W}} = 0.0295 W$$

Con lentes:

$$\dot{Q}_{cl} = \frac{T_{\infty,i} - T_{\infty,o}}{R_{Tcl}} = \frac{(37 - 21)^\circ\text{C}}{422.744 \frac{K}{W}} = 0.0378 W$$

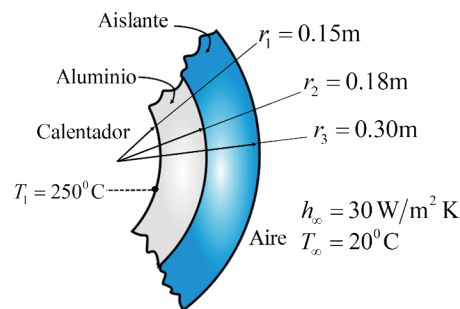
La pérdida de calor de la cámara anterior aumenta aproximadamente un 22% cuando los lentes de contacto están en su lugar, lo que implica que el radio exterior  $r_3$  es menor que el radio crítico (Revisar apartado 1.5 Radio crítico de aislamiento).

**Problema 1.19**

Una esfera hueca de aluminio, con un calentador eléctrico en el centro, se utiliza en pruebas para determinar la conductividad térmica de materiales aislantes. Los radios interior y exterior de la esfera son 0.15 y 0.18 m, respectivamente, y la prueba se hace en condiciones de estado estable, en las que la superficie interna del aluminio se mantiene a 250°C. En una prueba particular, una capa esférica de aislante se funde sobre la superficie externa de la esfera y alcanza un espesor de 0.12 m. El sistema está en un cuarto para el que la temperatura del aire es 20°C, y el coeficiente de convección en la superficie externa del aislante es 30 W/m<sup>2</sup>K. Si se disipan 80 W por el calentador bajo condiciones de estado estable, ¿cuál es la conductividad térmica del aislante? (Incropera, 1999).

**Figura 36**

Esquema del ejercicio 1.19

**Datos:**

$$T_1 = 250 \text{ °C} \quad r_1 = 0.15 \text{ m} \quad r_2 = 0.18 \text{ m} \quad r_3 = 0.30 \text{ m} \quad T_\infty = 20 \text{ °C}$$

$$h_\infty = 30 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

$$k_1 = ?$$

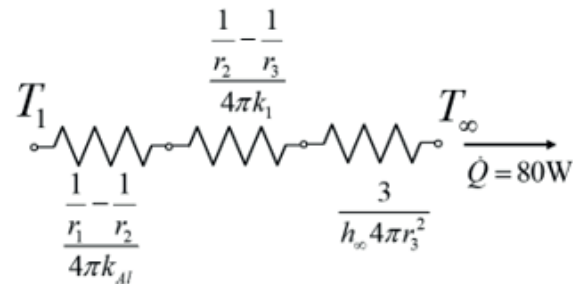
**Suposiciones:**

1. Condiciones de estado estable.
2. Conducción radial unidimensional.
3. Propiedades constantes.
4. Resistencia de contacto insignificante.
5. Intercambio de radiación insignificante en la superficie externa.

**Propiedades:** Las conductividades térmicas se dan al aluminio a (523 K),  $k = 230 \text{ W/mK}$ .

**Análisis:**

Circuito térmico correspondiente:



Cálculo de la conductividad térmica del aislante.

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{TOTAL}} = \frac{T_1 - T_\infty}{\left( \frac{1}{4\pi k_{Ai}} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{4\pi k_1} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right) + \frac{1}{h_\infty (4\pi) r_3^2} \right)}$$

$$\dot{Q} = \frac{(250 - 20)K}{\left( \frac{1}{4\pi(230)} \left( \frac{1}{0.15} - \frac{1}{0.18} \right) + \frac{1}{4\pi k_1} \left( \frac{1}{0.18} - \frac{1}{0.30} \right) + \frac{1}{30(4\pi)(0.3)^2} \right) \frac{K}{W}} = 80 \text{ W} k_1 = 0.062 \frac{W}{m \cdot K}$$

### Problema 1.20

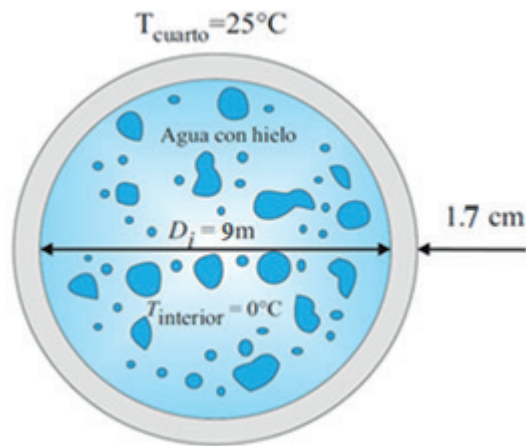
Se usa un tanque esférico con un diámetro interior de 9 m, hecho de lámina de acero inoxidable ( $k = 15 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ ) de 1.7 cm de espesor, para almacenar agua con hielo a  $0^\circ\text{C}$ . El tanque está ubicado en un cuarto cuya temperatura es de  $25^\circ\text{C}$ . Las paredes del cuarto también están a  $25^\circ\text{C}$ .

La superficie exterior del tanque es negra (emisividad  $\varepsilon=1$ ) y la transferencia de calor entre la superficie exterior del tanque y los alrededores es por convección natural y radiación. Los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies interior y exterior del tanque son de  $80 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$  y  $10 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ , respectivamente.

Determine: a) la razón de la transferencia de calor hacia el agua con hielo que está en el tanque, y b) la cantidad de hielo a  $0^\circ\text{C}$  que se funde durante un periodo de 23 h. El calor de fusión del agua a la presión atmosférica es  $h_{if} = 333.7 \text{ kJ/kg}$ .

Figura 37

Diagrama problema 1.20

**Datos:**

$$T_{\infty, o} = 25^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{aire}} = 25^\circ\text{C} \quad T_{\infty, i} = 0^\circ\text{C} \quad D_i = 9\text{ m} \quad D_o = 9.034 \gg m$$

$$h_{\infty, i} = 80 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$h_{\infty, o} = 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$h_{if} = 333.7 \text{ kJ/kg.}$$

**Suposiciones:**

1. La transferencia de calor es constante ya que las condiciones térmicas especificadas en los límites no cambian con el tiempo.
2. La transferencia de calor es unidimensional ya que hay simetría térmica en el punto medio.
3. La conductividad térmica es constante.

**Propiedades:** La conductividad térmica del acero se da para que sea  $k = 15 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ . El calor de fusión del agua a 1 atm es  $h_{if} = 333.7 \text{ kJ/kg}$  su emisividad es  $\varepsilon = 1$ . La superficie exterior del tanque es negra y por lo tanto su emisividad es  $\varepsilon = 1$ .

**Análisis:**

a) Las áreas de la esfera interna y externa de la esfera son:

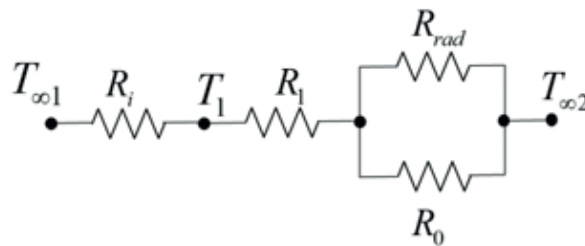
$$A_i = \pi D_i^2 = \pi (9\text{ m})^2 = 254.47\text{ m}^2 \quad A_o = \pi D_o^2 = \pi (9.034\text{ m})^2 = 256.39\text{ m}^2$$



Suponemos que la temperatura de la superficie exterior  $T_2$  es de  $5^\circ\text{C}$  después de comparar los coeficientes de transferencia de calor de convección en las superficies interna y externa del tanque. Con esta suposición, el coeficiente de transferencia de calor de radiación se puede determinar a partir de:

$$\begin{aligned} h_{rad} &= \varepsilon\sigma(T_2^2 + T_s^2)(T_2 + T_s)h_{rad} \\ &= 1 \left( 5.67 * \frac{10^{-8}\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4} \right) [(273 + 5)^2 + (273 + 25)^2][(273 + 5) \\ &\quad + (273 + 25)]\text{K}^3 h_{rad} = \frac{5.424\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \end{aligned}$$

Las resistencias térmicas individuales son:



$$\begin{aligned} R_{conv,i} &= \frac{1}{h_i A_i} = \frac{1}{\left(\frac{80\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}\right) (254.47\text{ m}^2)} = 0.000049 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} R_1 = R_{esf} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi k r_1 r_2} \\ &= \frac{(4.517 - 4.5)\text{m}}{4\pi \left(\frac{15\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right) (4.517\text{ m})(4.5\text{ m})} = 0.0000044 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} R_{conv,o} = \frac{1}{h_o A_o} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{10\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}\right) (256.39\text{ m}^2)} = 0.00039 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} R_{rad} = \frac{1}{h_{rad} A_o} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{5.424\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}\right) (256.39\text{ m}^2)} = 0.000719 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} R_{equi} = \left( \frac{1}{R_{conv,o}} + \frac{1}{R_{rad}} \right)^{-1} \\ &= \left( \frac{1}{0.00039} + \frac{1}{0.000719} \right)^{-1} = 0.000252 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} R_{tot} = R_{conv,i} + R_1 + R_{equi} \\ &= 0.000049 + 0.0000044 + 0.000252 = 0.000305 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} \end{aligned}$$

Luego se convierte en la tasa constante de transferencia de calor al agua helada:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{tot}} = \frac{(25 - 0)^\circ\text{C}}{0.000305 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}} = 81\,859.8\text{W} = 81.85\text{ kW}$$

b) La cantidad total de transferencia de calor durante un período de 23 horas y la cantidad de hielo que se derretirá durante este período son:

$$\begin{aligned}
 Q &= \dot{Q}\Delta t = \left(\frac{81.85 \text{ kJ}}{s}\right) (23 \times 3600 \text{ s}) = 6.777 \times 10^6 \text{ kJ} m_{hielo} = \frac{Q}{h_{ij}} \\
 &= \frac{6.777 \times 10^6 \text{ kJ}}{\frac{333.7 \text{ kJ}}{kg}} = 20\,309.19 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

Verificación: la temperatura de la superficie exterior del tanque es

$$\begin{aligned}
 \dot{Q} &= h_{conv+rad} A_0 (T_{\infty 1} - T_s) T_s = T_{\infty 1} - \frac{\dot{Q}}{h_{conv+rad} A_0} \\
 &= 25^\circ\text{C} - \frac{81\,859.8 \text{ W}}{\left(\frac{10 \text{ W}}{m^2 \cdot ^\circ\text{C}} + \frac{5.424 \text{ W}}{m^2 \cdot ^\circ\text{C}}\right) (256.39 \text{ m}^2)} = 4.29^\circ\text{C}
 \end{aligned}$$

Que está muy cerca de la temperatura supuesta de  $5^\circ\text{C}$  para la temperatura de la superficie exterior utilizada en la evaluación del coeficiente de transferencia de calor de la radiación. Por lo tanto, no es necesario repetir los cálculos.

### Problema 1.21

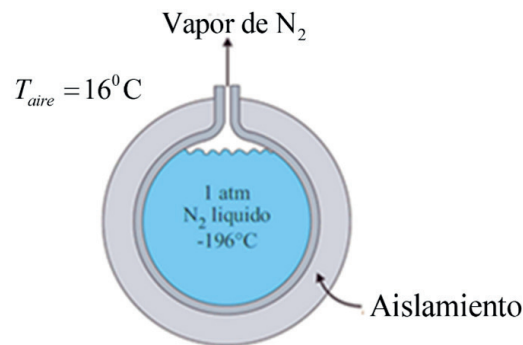
La temperatura de ebullición del nitrógeno a la presión atmosférica al nivel del mar (1 atm) es de  $-196^\circ\text{C}$ . Por lo tanto, es común usar el nitrógeno en los estudios científicos a bajas temperaturas, ya que la temperatura del nitrógeno en un tanque abierto a la atmósfera permanecerá constante a  $-196^\circ\text{C}$  hasta que se agote. Cualquier transferencia de calor hacia el tanque dará por resultado la evaporación de algo del nitrógeno líquido, el cual tiene un calor de vaporización de  $198 \text{ kJ/kg}$  y una densidad de  $810 \text{ kg/m}^3$  a 1 atm.

Considere un tanque esférico de 3.5 m de diámetro que está inicialmente lleno con nitrógeno líquido a 1 atm y  $-196^\circ\text{C}$ . El tanque está expuesto al aire ambiente a  $16^\circ\text{C}$ , con un coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación de  $35 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ . Se observa que la temperatura del delgado casco esférico es casi la misma que la del nitrógeno que está en su interior.

Determine la rapidez de evaporación del nitrógeno líquido que está en el tanque como resultado de la transferencia de calor del aire ambiente, si dicho tanque a) no está aislado, b) está aislado con fibra de vidrio ( $k = 0.035 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ ) de 4.5 cm de espesor y c) está aislado con un super aislamiento de 2.5 cm de espesor que tiene una conductividad térmica efectiva de  $0.00005 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ .

Figura 38

Diagrama problema 1.21

**Datos:**

$$T_{\infty,2} = -196^{\circ}\text{C} \quad T_{\infty,1} = T_{s1} = 16^{\circ}\text{C} \quad D_o = 3,5 \text{ m} \quad P = 1 \text{ atm}$$

**N<sub>2</sub> Líquido**

$$h_{fg} = 198 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad \rho = 810 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\dot{m} = ?$$

**Suposiciones:**

1. La transferencia de calor es constante ya que las condiciones térmicas especificadas en los límites no cambian con el tiempo.
2. La transferencia de calor es unidimensional ya que hay simetría térmica en el punto medio.
3. El coeficiente combinado de transferencia de calor es constante y uniforme en toda la superficie.
4. La temperatura del tanque esférico de capa delgada se dice que es casi igual a la temperatura del nitrógeno en el interior, y por lo tanto la resistencia térmica del tanque y la resistencia de convección interna son insignificantes.

**Propiedades:** El calor de vaporización y la densidad del nitrógeno líquido a 1 atm se dan en 198 kJ / kg y 810 kg / m<sup>3</sup>, respectivamente. Las conductividades térmicas se dan para ser k = 0.035 W / m ° C para aislamiento de fibra de vidrio y k = 0.00005 W / m ° C para super aislamiento.

**Análisis:**

a) La tasa de transferencia de calor y la tasa de evaporación del líquido sin aislamiento son:

$$\begin{aligned}
 A &= \pi D^2 = \pi(3,5 \text{ m})^2 = 38,48 \text{ m}^2 R_o = \frac{1}{h_o A} = \frac{1}{\left(\frac{35 \text{ W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}\right) (38,48 \text{ m}^2)} = 0,000742 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} \dot{Q} \\
 &= \frac{T_{s1} - T_{\infty 2}}{R_{tot}} = \frac{[16 - (-196)]^\circ\text{C}}{0,000742 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}} = 285\,714,2857 \text{ W} \dot{Q} = \dot{m} h_{fg} \rightarrow \dot{m} \\
 &= \frac{\dot{Q}}{h_{fg}} = \frac{285,714 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}}{198 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 1,443 \frac{\text{kg}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

b) La tasa de transferencia de calor y la tasa de evaporación del líquido con una capa de 4.5 cm de espesor de aislamiento de fibra de vidrio son:

$$D = 3,5 + 2 * 0,045 = 3,59 \text{ m}$$

$$\begin{aligned}
 A &= \pi D^2 = \pi(3,59 \text{ m})^2 = 40,489 \text{ m}^2 R_o = \frac{1}{h_o A} = \frac{1}{\left(\frac{35 \text{ W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}\right) (40,489 \text{ m}^2)} \\
 &= 0,0007055 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} R_{aisl} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi k r_1 r_2} = \frac{(1,795 - 1,75) \text{ m}}{4\pi \left(\frac{0,035 \text{ W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right) (1,795 \text{ m})(1,75 \text{ m})} \\
 &= 0,0325 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} R_{total} = R_o + R_{aisl} = 0,0007055 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} + 0,0325 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} \\
 &= 0,0332 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} \dot{Q} = \frac{T_{s1} - T_{\infty 2}}{R_{tot}} = \frac{[16 - (-196)]^\circ\text{C}}{0,0332 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}} = 6\,385,542 \text{ W} \dot{Q} \\
 &= \dot{m} h_{fg} \rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}} = \frac{6,385 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}}{198 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 0,03225 \frac{\text{kg}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

c) La tasa de transferencia de calor y la tasa de evaporación del líquido con una capa de 2.5 cm de espesor de superaislamiento es:

$$D = 3,5 + 2 * 0,025 = 3,55 \text{ m}$$

$$\begin{aligned}
 A &= \pi D^2 = \pi(3,55 \text{ m})^2 = 39,591 \text{ m}^2 R_o = \frac{1}{h_o A} = \frac{1}{\left(\frac{35 \text{ W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}\right) (39,591 \text{ m}^2)} \\
 &= 0,0007216 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} R_{aisl} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi k r_1 r_2} \\
 &= \frac{(1,775 - 1,75) \text{ m}}{4\pi \left(\frac{0,00005 \text{ W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right) (1,775 \text{ m})(1,75 \text{ m})} = 12,80 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} R_{total} = R_o + R_{aisl} \\
 &= 0,0007216 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} + 12,80 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} = 12,80072 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}} \dot{Q} = \frac{T_{s1} - T_{\infty 2}}{R_{tot}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{[16 - (-196)]^{\circ}\text{C}}{12.80072 \frac{\circ\text{C}}{\text{W}}} = 16.561 \text{ W}\dot{Q} = \dot{m}h_{fg} \rightarrow \dot{m} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}} = \frac{0.01664 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}}{198 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} \\
 &= 0.00008364 \frac{\text{kg}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

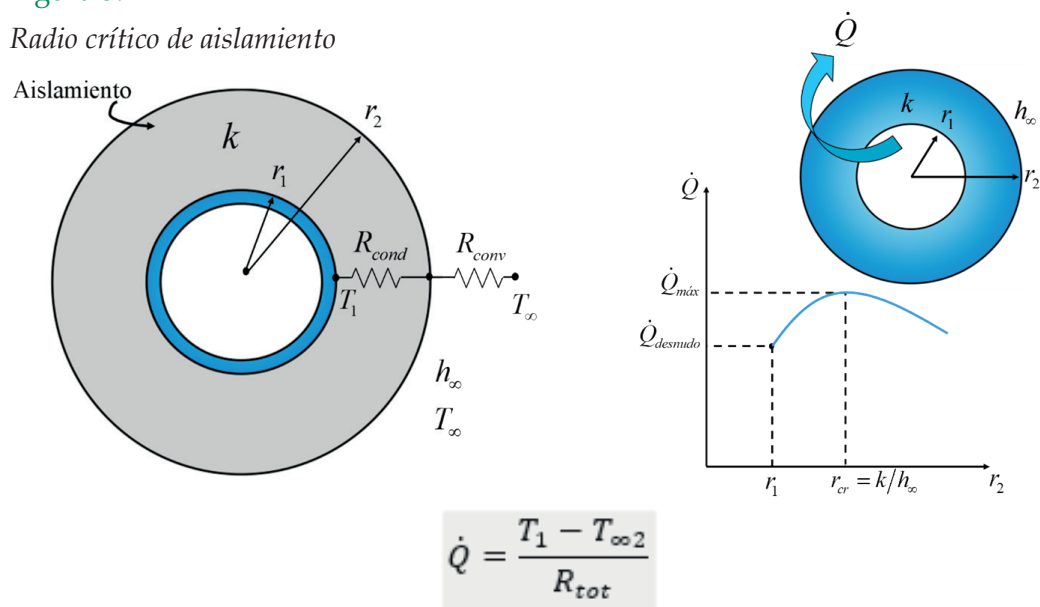
## Radio crítico de aislamiento

Al agregar más aislamiento a una pared plana disminuye la transferencia de calor mientras más grueso es el aislante. Sin embargo, agregar aislamiento a un tubo cilíndrico es diferente. El aislamiento adicional incrementa la resistencia a la conducción de la capa de aislamiento, pero disminuye la resistencia a la convección de la superficie debido al incremento en el área exterior. Por lo tanto, la transferencia de calor puede aumentar o disminuir, dependiendo de cuál sea el efecto dominante.

El radio crítico de aislamiento  $r_{cr}$  depende de la conductividad térmica del aislamiento  $k$  y del coeficiente externo de transferencia de calor por convección  $h_{\infty}$ . En la figura 1.39 se observa que la razón de la transferencia de calor del tubo aumenta con la adición de aislamiento para  $r_2 < r_{cr}$ , alcanza un máximo cuando  $r_2 = r_{cr}$  y empieza a decrecer para  $r_2 > r_{cr}$ . Por lo tanto, aislar el tubo puede aumentar su transferencia de calor en lugar de disminuirla cuando  $r_2 < r_{cr}$ . Es decir, para valores de  $h_{\infty}$  suficientemente pequeños, la pérdida de calor por convección puede incrementarse con la adición de aislante debido al incremento en área de superficie. (Cengel Y., 2011).

Figura 39

Radio crítico de aislamiento



Para un tubo cilíndrico, el radio crítico de aislamiento se obtiene de la si-

$$\begin{aligned}
 \frac{d\dot{Q}}{dr_2} = 0 &= \frac{T_1 - T_{\infty 2}}{\ln \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) + \frac{1}{\frac{2\pi kL}{2\pi L h_{\infty} r_2}}} \frac{d\dot{Q}}{dr_2} = \frac{d}{dr_2} \left( \frac{T_1 - T_{\infty 2}}{\ln \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) + \frac{1}{\frac{2\pi kL}{2\pi L h_{\infty} r_2}}} \right) \frac{dQ}{dr_2} \\
 &= \frac{\left( \frac{\ln \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)}{\frac{2\pi kL}{2\pi L h_{\infty} r_2}} + \frac{1}{2\pi L h_{\infty} r_2} \right) \frac{d}{dr_2} (T_1 - T_{\infty 2}) - (T_1 - T_{\infty 2}) \frac{d}{dr_2} \left( \frac{\ln \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)}{\frac{2\pi kL}{2\pi L h_{\infty} r_2}} + \frac{1}{2\pi L h_{\infty} r_2} \right)}{\left( \frac{\ln \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)}{\frac{2\pi kL}{2\pi L h_{\infty} r_2}} + \frac{1}{2\pi L h_{\infty} r_2} \right)^2} = 0 \\
 &= -(T_1 - T_{\infty 2}) \frac{d}{dr_2} \left( \frac{\ln \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)}{\frac{2\pi kL}{2\pi L h_{\infty} r_2}} + \frac{1}{2\pi L h_{\infty} r_2} \right) = \frac{d}{dr_2} \frac{\ln \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)}{\frac{2\pi kL}{2\pi L h_{\infty} r_2}} + \frac{d}{dr_2} \frac{1}{2\pi L h_{\infty} r_2} \\
 0 &= \frac{1}{2\pi kL} * \frac{d}{dr_2} \ln \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) + \frac{1}{2\pi L h_{\infty}} \frac{d}{dr_2} \left( \frac{1}{r_2} \right) \\
 \frac{d}{dr_2} \ln \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) &= \frac{\frac{d}{dr_2} \ln \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)}{\left( \frac{r_2}{r_1} \right)} = \frac{\frac{1}{r_1}}{\frac{r_2}{r_1}} = \frac{1}{r_2} \\
 0 &= \frac{1}{r_2} + \frac{1}{2\pi h_{\infty} L} \left( -\frac{1}{r_2^2} \right) \\
 0 &= \frac{1}{2\pi kL r_2} - \frac{1}{2\pi h_{\infty} L r_2^2} \\
 0 &= \frac{1}{2\pi L} \left( \frac{1}{k r_2} - \frac{1}{h_{\infty} r_2^2} \right) \\
 \frac{1}{k r_2} &= \frac{1}{h_{\infty} r_2^2} \\
 \frac{k}{h_{\infty}} &= \frac{r_2^2}{r_2} \\
 \frac{k}{h_{\infty}} &= r_2 \text{ Cuando } r_2 = r_{cr} \\
 r_{cr} &= \frac{k}{h_{\infty}} \tag{1.14}
 \end{aligned}$$

De manera semejante, el radio crítico del aislamiento para una capa esférica viene dado por:

$$r_{cr} = \frac{2k}{h_{\infty}} \tag{1.15}$$

Donde:

- $k$  es la conductividad térmica del aislamiento.
- $h_\infty$  es el coeficiente de transferencia de calor por convección sobre la superficie exterior.

El espesor crítico de aislamiento viene dado por la diferencia:

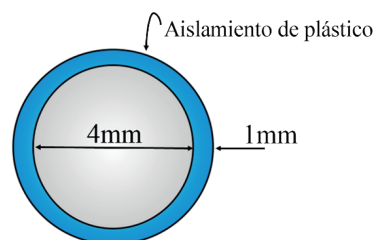
$$e_{cr} = r_{cr} - r_1 \quad (1.16)$$

### Problema 1.22

Una esfera de 4 mm de diámetro a 45°C está cubierta por un aislamiento de plástico ( $k = 0.13 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$ ) de 1 mm de espesor. La esfera está expuesta a un medio a 18°C, con un coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación de  $20 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Determine si el aislamiento de plástico que está sobre la esfera ayudará o dañará a la transferencia de calor desde esta última.

Figura 40

Diagrama problema 1.22



**Datos:**

$$D_i = 4 \text{ mm}$$

$$D_{ext} = 6 \text{ mm}$$

$$r_{ext} = 3 \text{ mm} \quad T_s = 45 \text{ } ^\circ\text{C} \quad T_\infty = 18 \text{ } ^\circ\text{C}$$

**Suposiciones:**

1. La transferencia de calor desde la bola es constante ya que no hay indicación de ningún cambio con el tiempo.
2. La transferencia de calor es unidimensional ya que hay simetría térmica en el punto medio. La resistencia de contacto en la interfaz es insignificante.

3. Las propiedades térmicas son constantes.
4. La resistencia de contacto térmico en la interfaz es insignificante.

**Propiedades:**

La conductividad térmica de la cubierta plástica es  $k = 0.13 \text{ W / m }^\circ\text{C}$ .

**Análisis:**

El radio crítico del aislamiento plástico para la bola esférica es:

$$r_{cr} = \frac{2k}{h} = \frac{2 \left( \frac{0.13 \text{ W}}{\text{m}^\circ\text{C}} \right)}{\frac{20 \text{ W}}{\text{m}^2^\circ\text{C}}} = 0.013 \text{ m} = 13 \text{ mm} > r_{ext}$$

$$r_{cr} > r_{ext}$$

Como el radio exterior de la bola con aislamiento es más pequeño que el radio crítico de aislamiento, el aislamiento plástico aumentará la transferencia de calor desde la esfera.

## Sistemas con generación de calor

En un medio a través del cual se transfiere calor puede tenerse la conversión de energía mecánica, eléctrica, nuclear o química en calor (o energía térmica). En el análisis de la conducción de calor, esos procesos de conversión son caracterizados como generación de calor (o de energía térmica).

Gran cantidad de aplicaciones de los principios de la transferencia de calor están relacionadas con sistemas en los que puede generarse calor internamente, por ejemplo: calentadores de resistencia, conductores eléctricos, ánodos, cátodos, elementos combustibles en reactores nucleares, etc. La razón de generación de calor ( $\dot{e}_{gen}$ ) se expresa por unidad de volumen del medio sólido y viene dado por: (Cengel Y., 2011).

$$\dot{e}_{gen} = \frac{\dot{E}_{gen}}{V} \quad (1.17)$$

Donde:

- $\dot{e}_{gen}$  = Razón de generación de calor por unidad de volumen (W/m<sup>3</sup> o Btu/h.ft<sup>3</sup>)
- $\dot{E}_{gen}$  = Razón total de generación de calor (W o Btu/h)
- V = Volumen del sólido (m<sup>3</sup> o ft<sup>3</sup>)



## Pared plana con generación de calor

La pared plana con fuente de calor distribuida uniformemente  $q = \dot{e}_{gen}$ , mostrada en la Figura 41, tiene una distribución de temperatura parabólica, donde la temperatura máxima se produce en el centro y viene dado por:

$$T_0 = T_{m\acute{a}x}$$

$T_w = T_s$  Temperatura de las superficies externa de la pared.

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{cond} &= \dot{E}_{gen}/2 \\ \left[ -K (A_{pared}) \frac{dT}{dX} \right] &= (\dot{e}_{pared} V)/2 \\ \left[ -K (A_{pared}) \frac{dT}{dX} \right] &= (\dot{e}_{gen} A_{pared} L)/2 \\ \int_{T_0}^{T_w} -dT &= \int_0^L \dot{e}_{gen} \frac{L}{2K} dx \\ -(T_w - T_0) &= \dot{e}_{gen} \frac{L^2}{2K} \\ T_0 - T_w &= \dot{e}_{gen} \frac{L^2}{2K} \\ \dot{q}_{gen} &= \dot{e}_{gen} \\ T_0 &= \frac{\dot{q}_{gen} L^2}{2k} + T_w \end{aligned} \quad (1.18)$$

La ecuación de distribución de temperatura puede escribirse también de forma alternativa:

$$\frac{T - T_w}{T_0 - T_w} = 1 - \frac{x^2}{L^2} \quad (1.19)$$

Si se descarta la radiación, el calor transferido por conducción es igual al de convección en la interface sólido-fluido:

### *Balance de energía:*

Razón de transferencia de calor desde el sólido = Calor total generado en el interior del sólido.

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{conv} &= \dot{E}_{gen} \\ h_{\infty} A_s (T_w - T_{\infty}) &= \dot{e}_{generado} V \\ h_{\infty} 2 A_{pared} (T_w - T_{\infty}) &= \dot{e}_{generado} A_{pared} (2 L) \end{aligned}$$

$$(T_W - T_\infty) = \dot{e}_{generado} \frac{L}{h_\infty}$$

$$\dot{e}_{generado} = \dot{q}_{gen}$$

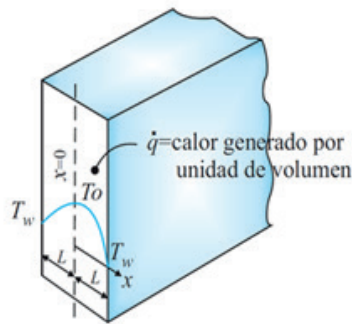
$$T_W = T_\infty + \frac{\dot{q}_{gen} L}{h_\infty} \tag{1.20}$$

Donde:

- $T_0$  es la temperatura máxima que ocurre en el centro de la pared.
- $T_W$  es la temperatura en las superficies externas de la pared.
- $T$  es la temperatura en cualquier posición  $x$  de la pared.

Figura 41

Pared plana con generación de calor

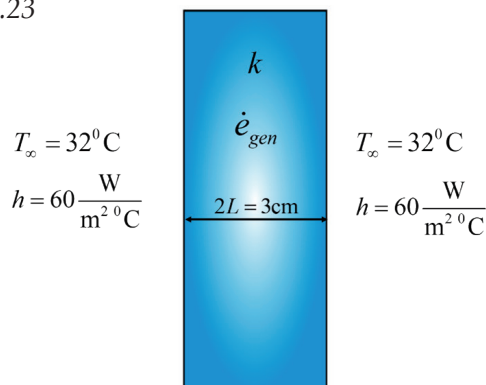


**Problema 1.23**

Considere una placa grande de acero inoxidable de 3 cm de espesor ( $k = 15.1 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ ) en la cual se genera uniformemente calor a razón de  $5.8 \times 10^5 \text{ W/m}^3$ . Ambos lados de la placa están expuestos a un medio a  $32^\circ\text{C}$ , con un coeficiente de transferencia de calor de  $60 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ . Explique en qué sitios de la placa se localizarán las temperaturas más alta y más baja, y determine sus valores.

Figura 42

Diagrama del problema 1.23



$$k = 15.1 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$h = 60 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$$

$$L = 0.015 \text{ m}$$

$$T_\infty = 32 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\dot{e}_{gen} = 5.8 \times 10^5 \text{ W/m}^3$$

$$2L = 3 \text{ cm}$$

### Suposiciones:

1. La transferencia de calor es constante ya que no hay indicios de ningún cambio con el tiempo.
2. La transferencia de calor es unidimensional ya que la placa es grande en relación con su espesor, y hay una simetría térmica alrededor del plano central.
3. La conductividad térmica es constante.
4. La generación de calor es uniforme.

### Propiedades:

La conductividad térmica se da para que sea  $k = 15.1 \text{ W / m }^\circ\text{C}$ .

### Análisis:

La temperatura más baja ocurrirá en las superficies de la placa, mientras que la temperatura más alta ocurrirá en el plano medio. Sus valores se determinan directamente de:

$$T_w = T_\infty + \frac{\dot{q}_{gen}L}{h_\infty}$$

$$T_w = 32 \text{ }^\circ\text{C} + \frac{5.8 \times 10^5 \frac{\text{W}}{\text{m}^3} * 0.015 \text{ m}}{60 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{ }^\circ\text{C}}} = 177 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_w = 177 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_0 = \frac{\dot{q}_{gen}L^2}{2k} + T_w$$

$$T_0 = \frac{5.8 \times 10^5 \frac{\text{W}}{\text{m}^3} * (0.015 \text{ m})^2}{2(15.1 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{ }^\circ\text{C}})} + 177 \text{ }^\circ\text{C}$$

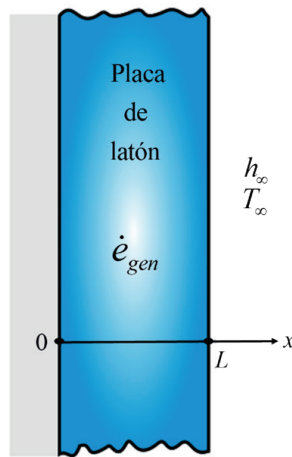
$$T_0 = 181.32 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Problema 1.24**

Considere una placa grande de latón de 4.5 cm de espesor ( $k = 111 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$ ) en la cual se genera uniformemente calor a razón de  $2.5 \times 10^5 \text{ W/m}^3$ . Uno de los lados de la placa está aislado, en tanto que el otro está expuesto a un medio a  $26^\circ\text{C}$ , con un coeficiente de transferencia de calor de  $44 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Explique en qué sitios de la placa se localizarán las temperaturas más alta y más baja, y determine sus valores.

Figura 43

Diagrama problema 1.24

**Datos:**

$$k = 111 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$$

$$h_\infty = 44 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$L = 0.045 \text{ m}$$

$$T_\infty = 26 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\dot{e}_{gen} = 2.5 \times 10^5 \text{ W/m}^3$$

**Suposiciones:**

1. La transferencia de calor es constante ya que no hay indicios de ningún cambio con el tiempo.
2. La transferencia de calor es unidimensional ya que la placa es grande en relación con su espesor, y hay una simetría térmica alrededor del plano central.
3. La conductividad térmica es constante.
4. La generación de calor es uniforme.

**Propiedades:**

La conductividad térmica se da para ser  $k = 111 \text{ W / m}^\circ \text{C}$ .

**Análisis:**

Esta placa aislada cuyo espesor es  $L$  es equivalente a la mitad de una placa no aislada cuyo grosor es de  $2L$  ya que el plano medio de la placa no aislada se puede tratar como superficie aislada. La temperatura más alta ocurrirá en la superficie aislada mientras que la temperatura más baja ocurrirá en la superficie que está expuesta al ambiente. Tenga en cuenta que  $L$  en las siguientes relaciones es el grosor total de la placa dada ya que el lado aislado representa la superficie central de una placa cuyo espesor se duplica. Los valores deseados se determinan directamente de:

$$T_w = T_\infty + \frac{\dot{q}_{gen}L}{h_\infty}$$

$$T_w = 26^\circ \text{C} + \frac{2.5 \times 10^5 \text{ W/m}^3 * 0.045 \text{ m}}{44 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ \text{C}}$$

$$T_w = 281.68^\circ \text{C}$$

$$T_0 = \frac{\dot{q}_{gen}L^2}{2k} + T_w$$

$$T_0 = \frac{2.5 \times 10^5 \text{ W/m}^3 * (0.045 \text{ m})^2}{2 * 111 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ \text{C}}} + 281.68^\circ \text{C}$$

$$T_0 = 283.96^\circ \text{C}$$

## Sistemas con generación de calor

Para un cilindro de radio externo  $r_0$  con fuente de calor uniformemente distribuida y conductividad térmica constante, la temperatura máxima se produce en el centro y viene dado de acuerdo a la siguiente deducción matemática tomando en cuenta el área y el volumen de un cilindro:

$$\text{Área de la superficie del cilindro (As)} = 2\pi rL$$

$$\text{Volumen del cilindro (V)} = \pi r^2 L$$

Sabiendo que la generación de calor es uniforme en todo el cilindro en forma radial, deducimos que el calor generado va a ser igual al calor de conducción, lo que por consiguiente es igual a la transferencia de calor generada por el volumen del cilindro en cuestión:

$$\dot{E}_{gen} = \dot{Q}_{cond} = \dot{e}_{gen} \times V$$

Reemplazando las fórmulas de área, calor de conducción y volumen del cilindro obtenemos que:

$$-K(2\pi rL) \frac{dT}{dr} = \dot{e}_{gen} \times \pi r^2 L$$

Simplificando elementos e integrando para un diferencial de temperatura y un diferencial de radios obtenemos:

$$\int_{T_{m\acute{a}x}}^{T_w} dT = - \int_0^{r_0} \frac{\dot{e}_{gen} r}{2K} dr$$

$$T_{m\acute{a}x} - T_w = \frac{\dot{e}_{gen} r_0^2}{4k}$$

$$T_{m\acute{a}x} = \frac{\dot{q}_{gen} r_0^2}{4k} + T_w \quad (1.21)$$

La ecuación de distribución de temperatura puede escribirse también de forma alternativa:

$$\frac{T - T_w}{T_{max} - T_w} = 1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 \quad (1.22)$$

En la interface sólido-fluido, podemos deducir que el calor generado se va a dar por convección, y al igual que la conducción, va a ser igual a la transferencia de calor por el volumen del cilindro en cuestión de la siguiente manera:

$$\dot{E}_{gen} = \dot{Q}_{conv} = \dot{e}_{gen} \times V$$

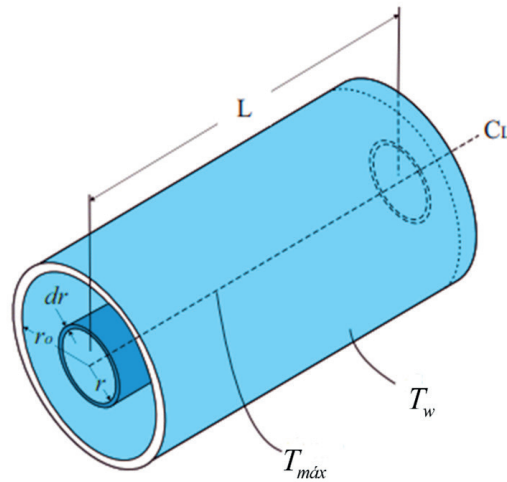
$$\dot{E}_{gen} = h_{\infty} 2\pi r_0 L (t_w - t_{\infty}) = \dot{e}_{gen} \times \pi r_0^2 L$$

Simplificando los términos semejantes y reordenando la ecuación obtenemos la temperatura de la superficie del cilindro en cuestión:

$$T_w = T_{\infty} + \frac{\dot{e}_{gen} r_0}{2h_{\infty}} \quad (1.23)$$

Figura 44

Nomenclatura para conducción de calor en un cilindro circular largo con generación interna de calor.

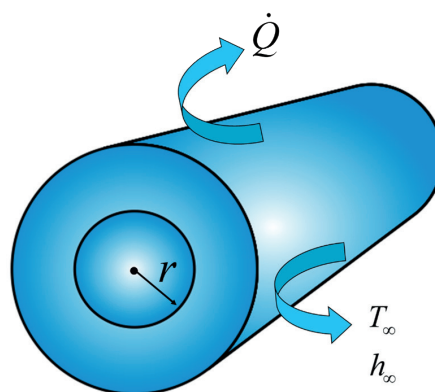


### Problema 1.25

La corriente de 210 A pasa a través de un hilo de acero inoxidable  $k = 19 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  de 4 mm de diámetro, la resistividad del acero puede tomarse como  $70 \mu\Omega \cdot \text{cm}$  y la longitud del hilo es de 2 m. Se sumerge en un líquido de  $110^\circ\text{C}$  siendo el coeficiente de transferencia de calor por convección de  $4 \text{ kW/m}^2\text{C}$ . Calcule la temperatura del centro del hilo.

Figura 45

Diagrama problema 1.25



**Datos:**

$$I = 210 \text{ A}$$

$$r = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\rho = 70 \mu\Omega \cdot \text{cm}$$

$$L = 2 \text{ m}$$

$$T_{\infty} = 110^{\circ}\text{C}$$

$$R = \frac{\rho * L}{A} = \frac{\rho * L}{\pi r^2} = 70 \times 10^{-6} \Omega * \text{cm} * \frac{1\text{m}}{100\text{cm}} * \frac{2\text{m}}{\pi * (2 * 10^{-3})^2 \text{m}^2} = 0,1111 \Omega$$

Sea:

$$P = I^2 R = \dot{Q}_{conv} = h_{\infty} A_s (T_s - T_{\infty})$$

$$(210\text{A})^2 (0,1111 \Omega) = 4000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}} (2\pi)(2 \times 10^{-3} \text{m})(2\text{m})(T_s - 110^{\circ}\text{C})$$

$$T_s = 158,6924^{\circ}\text{C}$$

Sea la fórmula para la generación de calor:

$$T_{m\acute{a}x} = T_s + \frac{\dot{e}_{gen} r_o^2}{4k}$$

Y, además:

$$V = \pi r_o^2 L = \pi (2 \times 10^{-3} \text{m})^2 (2\text{m}) = 2,513 \times 10^{-5} \text{m}^3$$

Entonces:

$$\dot{E}_{gen} = \dot{Q}_{conv} = \dot{e}_{gen} V$$

$$\frac{4895,1\text{W}}{2,513 \times 10^{-5} \text{m}^3} = \dot{e}_{gen}$$

$$\dot{e}_{gen} = 194,79 \times 10^6 \frac{\text{W}}{\text{m}^3}$$

Por lo que la temperatura en el centro es:

$$T_{m\acute{a}x} = T_s + \frac{\dot{e}_{gen} r_o^2}{4k}$$

$$T_{m\acute{a}x} = 158,6924^{\circ}\text{C} + 194,79 * 10^6 \frac{\text{W}}{\text{m}^3} \times \frac{(2 \times 10^{-3} \text{m})^2}{4 \left( \frac{19\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}} \right)} T_{m\acute{a}x} = 168,945^{\circ}\text{C}$$

## Esfera con generación de calor

En una esfera de radio externo  $r_o$  con fuente de calor uniformemente distribuida y conductividad térmica constante, la temperatura máxima se produce en su centro y viene dado tomando en cuenta el área y volumen característico de una esfera:

$$\text{Área de la esfera } (A_s) = 4\pi r^2$$

$$\text{Volumen de la esfera } (V) = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Sabiendo que la generación de calor es uniforme en toda la esfera en forma radial deducimos que el calor generado va a ser igual al calor de conducción



lo que por consiguiente es igual a la transferencia de calor generado por el volumen de la esfera en cuestión:

$$\dot{E}_{gen} = \dot{Q}_{cond} = \dot{e}_{gen} \times V$$

Reemplazando las fórmulas de área, calor de conducción y volumen de la esfera obtenemos que:

$$-k(4\pi r^2) \frac{dT}{dr} = \dot{e}_{gen} \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

Simplificando elementos e integrando para un diferencial de tiempo y un diferencial de radios obtenemos:

$$\int_{T_{max}}^{T_w} dt = - \int_0^{r_0} \frac{\dot{e}_{gen} r}{3k} dr$$

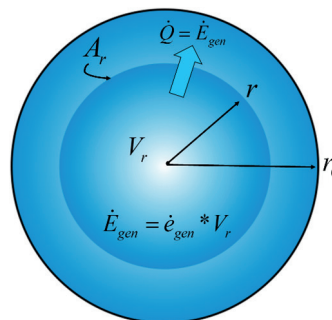
$$T_{m\acute{a}x} - T_w = \frac{\dot{e}_{gen} r_0^2}{6k}$$

$$T_{m\acute{a}x} = \frac{\dot{e}_{gen} r_0^2}{6k} + T_w \tag{1.24}$$

En la interfaz sólido-fluido podemos deducir que el calor generado se va a dar por convección y al igual que la conducción va a ser igual a la transferencia de calor por el volumen de la esfera en cuestión de la siguiente manera:

Figura 46

El calor conducido a través de un casco cilíndrico de radio  $r$  es igual al calor generado dentro de él.



$$\dot{E}_{gen} = \dot{Q}_{conv} = \dot{e}_{gen} \times V$$

$$\dot{E}_{gen} = h_{\infty} 4\pi r_0^2 (T_w - T_{\infty}) = \dot{e}_{gen} \times \frac{4}{3}\pi r_0^3$$

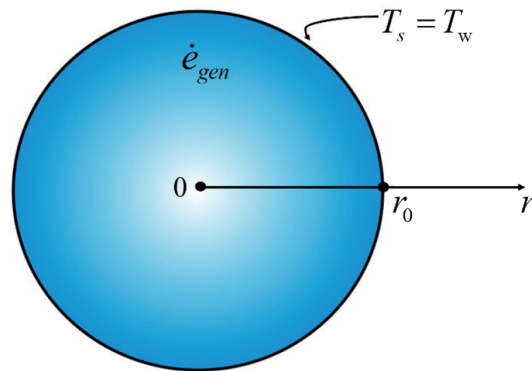
$$T_w = T_{\infty} + \frac{\dot{e}_{gen} r_0}{3h_{\infty}} \tag{1.25}$$

**Problema 1.26**

Considere una pieza esférica homogénea de material radioactivo  $k=14,3 \times 10^{(-2)}$  W/(m °C), de radio igual a 0,4 m que está generando calor a razón constante de  $\dot{e}_{gen}=4 \times 10^3$  W/m<sup>3</sup>. El calor se disipa hacia el exterior de la esfera en un ambiente que se encuentra a 45°C con un coeficiente de transferencia de calor de 44W/(m<sup>2</sup>°C). Determine la temperatura en el centro y la superficie exterior de la misma.

Figura 47

Diagrama problema 1.26

**Datos:**

$$k = 14,3 \times 10^{-2} \frac{W}{m^{\circ}C}$$

$$r = 0.4 \text{ m}$$

$$\dot{e}_{gen} = 4 \times 10^3 \frac{W}{m^3}$$

$$h_{\infty} = 44 \frac{W}{m^2 \cdot ^{\circ}C}$$

**Suposiciones:**

1. La transferencia de calor es constante ya que no hay indicación de ningún cambio con el tiempo.
2. La transferencia de calor es unidimensional ya que hay simetría térmica alrededor del punto medio.
3. La conductividad térmica es constante.
4. La generación de calor es uniforme.

**Análisis:**

- a. Observando que la transferencia de calor es estable y unidimensional en la dirección radial  $r$ , la formulación matemática de este problema puede expresarse como.

Sea:

$$\dot{E}_{gen} = \dot{Q}_{conv} = \dot{e}_{gen}V$$

$$\dot{Q}_{conv} = \dot{e}_{gen} \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\dot{Q}_{conv} = \left(4 \times 10^3 \frac{W}{m^3}\right) * \frac{4}{3} \pi (0,4m)^3$$

$$\dot{Q}_{conv} = 1072,33 W \quad \dot{Q}_{conv} = h_{\infty} A_s (T_s - T_{\infty}) T_s = \frac{\dot{Q}_{conv}}{h_{\infty} A_s} + T_{\infty}$$

$$T_s = \frac{1072,33 W}{44 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} (4\pi(0,4m)^2)} + 45^\circ C T_s = 57.1212^\circ C$$

Entonces la temperatura del centro es:

$$T_o = T_s + \frac{\dot{e}_{gen} r_o^2}{6k}$$

$$T_o = 57.1212^\circ C + 4 \times 10^3 \frac{W}{m^3} \times \frac{(0,4m)^2}{6 \left(\frac{14.3 W}{m \cdot ^\circ C}\right)} T_o = 64.5804^\circ C$$





<https://acortar.link/rCxxJ>

# CAPÍTULO II

## Conducción uni-bidimensional





## Superficies extendidas

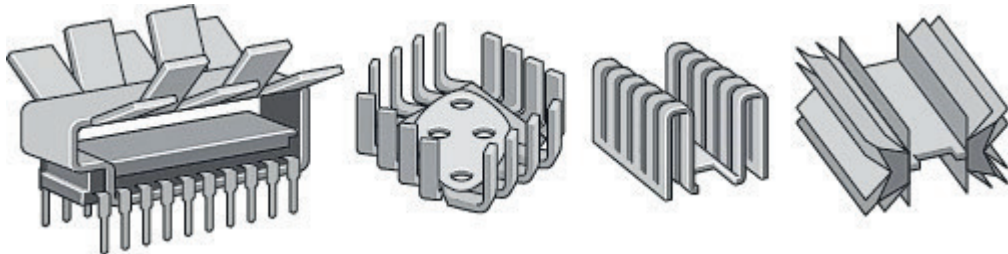
Existen dos maneras de incrementar la rapidez de la transferencia de calor: aumentar el coeficiente de transferencia de calor por convección,  $h_c$ , o aumentar el área superficial  $A_s$ . Para aumentar  $h_c$  se requiere la instalación de bombas o ventiladores, pero este procedimiento puede no ser práctico. La alternativa es aumentar el área superficial agregando unas superficies extendidas llamadas *aletas*, hechas de materiales altamente conductores como el aluminio (Cengel Y., 2011).

### Aletas

El uso de aletas es de especial importancia en aplicaciones donde se desea incrementar el flujo de calor y no se dispone del área suficiente, o el coeficiente de transferencia de calor es relativamente bajo. Aletas como las que se muestran en la figura 2.1, mejoran la transferencia de calor gracias a que exponen un área más grande a la convección y la radiación (Cengel Y., 2011).

Figura 48

Algunos diseños de aletas. (Cengel Y., 2011)

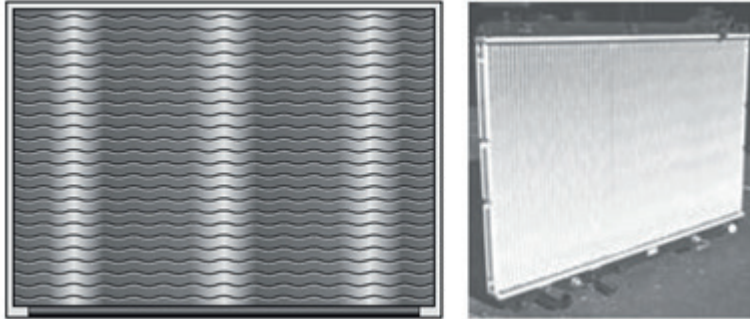


El radiador del automóvil, mostrado en la Figura 48, es un ejemplo de una superficie con aletas. Las delgadas hojas metálicas, colocadas muy cercanas entre sí, que se sujetan a los tubos de agua caliente aumentan el área superficial para la convección y, por consiguiente, aumentan muchas veces la razón de la transferencia de calor por convección desde los tubos hacia el aire.

El análisis de aletas se considera una operación estacionaria sin generación de calor y se supone que la conductividad térmica del material permanece constante. También, por conveniencia, se supone que el coeficiente de transferencia de calor por convección es constante y uniforme sobre toda la superficie de la aleta.

Figura 49

Las aletas de placa delgada del radiador de un automóvil aumentan mucho la razón de la transferencia de calor hacia el aire. (Cengel Y., 2011)

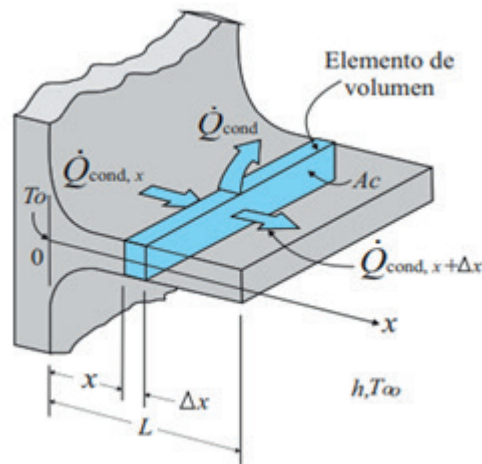


### Ecuación de la aleta

En la Figura 49 se muestra el esquema de una aleta de sección transversal rectangular constante, la cual está adherida a otra superficie cuya temperatura es  $T_0$  y está expuesta a un líquido circundante a una temperatura  $T_\infty$  (Cengel Y., 2011).

Figura 50

Elemento de volumen de una aleta en la ubicación  $x$ , con una longitud de  $\Delta x$ , área de la sección transversal  $A_c$  y perímetro  $p$



En condiciones estacionarias, el balance de energía sobre este elemento diferencial de la aleta cuyo espesor es  $\Delta x$ , se tiene:

$$\text{Energía entra por la cara izq} = \text{energía que sale por la cara der} + \text{energía perdida convección}$$



O sea:

$$\dot{Q}_{cond,x} = \dot{Q}_{cond,x+\Delta x} + \dot{Q}_{conv}$$

Donde:

$$A_{transf,conv} = 2 \cdot \Delta x \cdot w + 2 \cdot \Delta x \cdot t = (2w + 2t)\Delta x = p \cdot \Delta x$$

$$\dot{Q}_{conv} = h_{\infty} \cdot p \cdot \Delta x \cdot (T - T_{\infty})$$

Al sustituir y dividir entre  $\Delta x$ , se obtiene:

$$\dot{Q}_{cond,x+\Delta x} - \dot{Q}_{cond,x} + h_{\infty} \cdot p \cdot \Delta x (T - T_{\infty}) = 0$$

$$\frac{\dot{Q}_{cond,x+\Delta x} - \dot{Q}_{cond,x}}{\Delta x} + h_{\infty} \cdot p (T - T_{\infty}) = 0$$

Al tomar el límite cuando  $\Delta x \rightarrow 0$  da (Definición de derivada)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$\frac{d\dot{Q}_{cond}}{dx} + h_{\infty} \cdot p \cdot (T - T_{\infty}) = 0 \quad (2.1)$$

Con base en la Ley de Fourier de la conducción del calor, se tiene:

$$\dot{Q}_{cond} = -k \cdot A_c \cdot \frac{dT}{dx}$$

La sustitución de esta relación en la ecuación (2.1) da la ecuación diferencial que rige la transferencia de calor en las aletas:

$$\frac{d}{dx} \left( -k \cdot A_c \frac{dT}{dx} \right) + h_{\infty} \cdot p \cdot (T - T_{\infty}) = 0 \quad (2.2)$$

Cengel (2011) menciona que en general, el área de la sección transversal  $A_c$  y el perímetro  $p$  de una aleta varían con  $x$ . lo cual hace que esta ecuación sea difícil de resolver. En el caso especial de una sección transversal constante y conductividad térmica constante, la ecuación diferencial (2.2) se reduce a:

$$-k \cdot A_c \frac{d^2T}{dx^2} + h_{\infty} \cdot p (T - T_{\infty}) = 0$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{h_{\infty} \cdot p}{k \cdot A_c} (T - T_{\infty}) = 0 \quad \text{o} \quad \frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0 \quad (2.3)$$

Donde

$$m^2 = \frac{h_{\infty} p}{k \cdot A_c} \quad (2.4)$$

Y  $\theta = T - T_{\infty}$  es el exceso de temperatura. En la base de la aleta se tiene  $\theta_0 = T_0 - T_{\infty}$ .

La ecuación (2.3), es diferencial lineal, homogénea, de segundo orden con coeficientes constantes.

La solución general de la ecuación diferencial (2.3) es:

$$\theta(x) = C_1 e^{-mx} + C_2 e^{mx}$$

En donde  $C_1$  y  $C_2$  son constantes arbitrarias cuyos valores se deben determinar a partir de las condiciones de frontera en la base y en la punta de la aleta.

Es normal que la temperatura de la placa a la cual se sujetan las aletas se conozca con anterioridad. Por lo tanto, en la base de la aleta se tiene una condición de frontera de temperatura específica, expresada como.

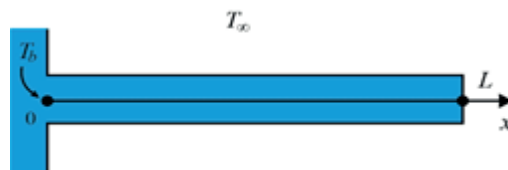
Condición de frontera en la base de la aleta:

$$\theta(0) = \theta_0 = \theta_s = \theta_b = T_b - T_{\infty}$$

En la punta de la aleta se tienen varias posibilidades, que incluyen temperatura específica, pérdida de calor despreciable (idealizada como una punta aislada), convección o convección y radiación combinadas (Figura 51). A continuación, se considera cada caso por separado (Cengel Y., 2011).

Figura 51

Condiciones de frontera en la base de la aleta y en la punta de ella

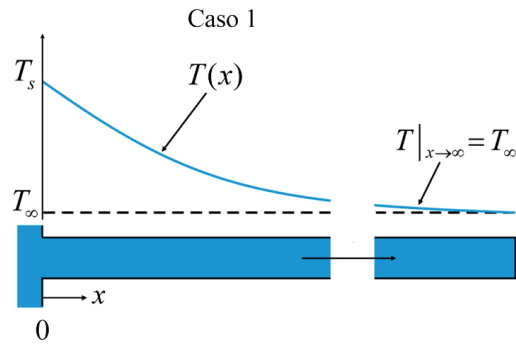


### Caso 1:

La aleta es muy larga y la temperatura en el extremo de la aleta es prácticamente la del líquido que la rodea.

Figura 52

Esquema del Caso 1



Para este caso las condiciones de frontera son:

$$\theta = \theta_o = T_o - T_\infty \quad \text{Cuando } x=0$$

$$\theta = 0 \quad \text{Cuando } x=L$$

La solución es:

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T - T_\infty}{T_o - T_\infty} = e^{-mx} \quad (2.4)$$

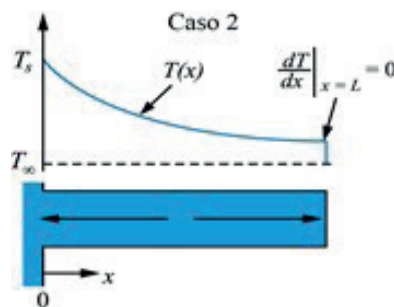
$$\dot{Q} = \sqrt{h_\infty p k A} \theta_o \quad (2.5)$$

**Caso 2:**

El extremo de la aleta se encuentra aislado de manera que:  $dT/dx=0$

Figura 53

Aleta con punta aislada Caso 2



**Condiciones de frontera**

$$\theta_o = T_o - T_\infty \quad x = 0$$

$$\frac{d\theta}{dx} = 0 \quad x = L$$

La solución es:

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T - T_\infty}{T_o - T_\infty} = \frac{\cosh[m(L - x)]}{\cosh(mL)} \quad (2.6)$$

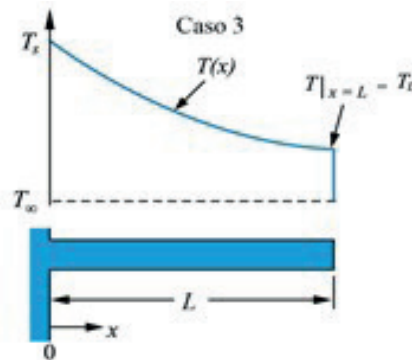
$$\dot{Q} = \sqrt{h_\infty p k A} \tanh(T_o - T_\infty) \tanh(mL) \quad (2.7)$$

### Caso 3:

La aleta tiene una longitud finita y pierde calor por convección por su extremo.

Figura 54

Representación esquemática de frontera en la punta de una aleta. Caso 3



El caso 3 es algebraicamente más complicado y su solución es:

$$\frac{T - T_\infty}{T_o - T_\infty} = \frac{\cosh \cosh [m(L - x)] + \left(\frac{h_\infty}{mk}\right) \sinh \sinh [m(L - x)]}{\cosh \cosh (mL) + \left(\frac{h_\infty}{mk}\right) \sinh \sinh (mL)} \quad (2.8)$$

$$\dot{Q} = \sqrt{h_\infty p k A} (T_o - T_\infty) \frac{\sinh \sinh (mL) + \left(\frac{h_\infty}{mk}\right) \cosh \cosh (mL)}{\cosh \cosh (mL) + \left(\frac{h_\infty}{mk}\right) mL} \quad (2.9)$$

La solución a la ecuación general de aletas para el caso de convección por el extremo es muy compleja, por lo que, un método aproximado, pero práctico de representar la pérdida en la punta de la aleta, es reemplazar la longitud de la aleta  $L$  por una longitud de aleta corregida  $L_c$ .

$$L_c = L + \frac{A}{p} \quad (2.10)$$

$$= \frac{\dot{Q}}{\sqrt{h_\infty p k A} (T_0 - T_\infty) \tanh \tanh (mL_c)} \quad (2.11)$$

## Eficiencia de las aletas

Para evaluar el comportamiento de una aleta es necesario tener en cuenta la caída inherente de temperatura a lo largo de la aleta, puesto que no toda la superficie se encuentra a la temperatura de la base y, por consiguiente, no toda tiene la misma capacidad de transferencia de calor por convección. Para realizar esta evaluación se define la eficiencia de una aleta como:

$$\eta_f = \frac{\text{calor real transferido}}{\text{calor que sería transferido si toda la aleta está a la temperatura de la base}}$$

Caso 1

$$\eta_f = \frac{\sqrt{h_\infty p k A} \theta_0}{h_\infty p L \theta_0} = \frac{1}{mL} \quad (2.12)$$

Caso 2

$$\begin{aligned} \eta_f &= \frac{\sqrt{h_\infty p k A} \theta_0 \tanh \tanh (mL)}{h_\infty p L \theta_0} \\ &= \frac{\tanh \tanh (mL)}{mL} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Caso 3

$$\begin{aligned} \eta_f &= \frac{\sqrt{h_\infty p k A} \theta_0 \tanh \tanh (mL_c)}{h_\infty p L_c \theta_0} \\ &= \frac{\tanh \tanh (mL_c)}{mL_c} \end{aligned} \quad (2.14)$$

En las figuras (Ver Anexos 2,3 y 4), se presentan diferentes ecuaciones y gráficos para determinar la variación de la eficiencia de aletas de diferentes perfiles y geometrías. Las funciones matemáticas  $I$  y  $K$  que aparecen en algunas relaciones son las funciones modificadas de Bessel y sus valores se dan en la tabla (Ver Anexo 1).

En algunos casos, un método válido para la evaluación de la eficiencia de las aletas es comparar la transferencia de calor con la aleta, con la que obtendría sin ella:

$$\frac{\dot{Q}_{con\ aleta}}{\dot{Q}_{sin\ aleta}} = \frac{\eta_f A_f h_\infty \theta_0}{A_b h_\infty \theta_0} = \eta_f \frac{A_f}{A_b} \quad (2.15)$$

Donde:

- $A_f$  es el área de la superficie total de la aleta.
- $A_b$  es el área de la base de la aleta.

Para el caso de aletas suficientemente largas con sección transversal uniforme (caso 1), se tiene:  $A_f = PL$  y  $A_b = A$

$$\frac{\dot{Q}_{con\ aleta}}{\dot{Q}_{sin\ aleta}} = \sqrt{\frac{kP}{h_\infty A}} \quad (2.16)$$

Para el caso de aletas con la punta aislada (caso 2), se tiene:

Algunas conclusiones importantes que deben ser consideradas en el diseño y la selección de las aletas son:

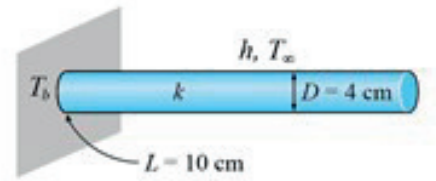
- La conductividad térmica  $k$  del material de la aleta debe ser tan alta como sea posible, como: cobre, aluminio y hierro. El material para aletas que se usa más comúnmente es el aluminio debido a su costo, peso y resistencia a la corrosión.
- La razón entre el perímetro y el área de la sección transversal de la aleta,  $P/A$ , debe ser tan alta como sea posible. Este criterio lo satisfacen las aletas de placa delgada y las de espiga esbelta.
- El uso de aletas es más efectivo en aplicaciones que comprenden un bajo coeficiente de transferencia de calor por convección. Por lo tanto, el uso de las aletas se justifica con más facilidad cuando el medio es un gas en lugar de un líquido y la transferencia de calor es por convección natural en lugar de por convección forzada. Por esta razón, en los intercambiadores de calor de líquido a gas, como el radiador de un automóvil, las aletas se colocan en el lado del gas.

### Problema 2.1

Se fija en una superficie una aleta de aluminio ( $k=237\text{ W}/(m \cdot ^\circ\text{C})$ ) de 4 mm de diámetro y 10 cm de largo. Si el coeficiente de transferencia de calor es de  $12\text{ W}/(m^2 \cdot ^\circ\text{C})$ , determine el porcentaje de error en la estimación de la transferencia de calor desde la aleta al suponer que la aleta es infinitamente larga en lugar de suponer una punta adiabática (Cengel Y., 2011).

Figura 55

Diagrama problema 2.1

**Datos:**

$$k = 237 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$

$$D = 4 \text{ mm}$$

$$h_\infty = 12 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

$$L = 10 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0.10 \text{ m}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de operación estables.
2. La temperatura a lo largo de las aletas varía en una sola dirección (normal a la placa).
3. El coeficiente de transferencia de calor es constante y uniforme en toda la superficie de aleta.
4. Las propiedades térmicas de las aletas son constantes.
5. El coeficiente de transferencia de calor explica el efecto de la radiación de las aletas.

**Propiedades:**

La conductividad térmica de la aleta de aluminio es  $k = 237 \text{ W} / \text{m} \cdot ^\circ \text{C}$ .

**Análisis:**

Caso 1

$$\dot{Q}_{\text{caso 1}} = ?$$

$$p = \pi * D$$

$$A_c = \pi * \frac{D^2}{4}$$

$$\dot{Q}_{\text{caso 1}} = \sqrt{h_\infty * p * k * A_c} * (T_b - T_\infty)$$

## Caso 2

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{caso 2}} &=? \\ \dot{Q}_{\text{caso 2}} &= \sqrt{h_{\infty} * p * k * A_c} * (T_b - T_{\infty}) \tanh \tanh (ml) \\ m &= \sqrt{\frac{h_{\infty} * p}{k * A_c}} \\ \% \text{ ERROR} &= \frac{\dot{Q}_{\text{caso 1}} - \dot{Q}_{\text{caso 2}}}{\dot{Q}_{\text{caso 2}}} \\ \% \text{ ERROR} &= \frac{\sqrt{h_{\infty} * p * k * A_c} * (T_b - T_{\infty}) - \sqrt{h_{\infty} * p * k * A_c} * (T_b - T_{\infty}) \tanh \tanh (ml)}{\sqrt{h_{\infty} * p * k * A_c} * (T_b - T_{\infty}) \tanh \tanh (ml)} \\ \% \text{ ERROR} &= \frac{1}{\tanh \tanh (ml)} - 1 \\ m &= \sqrt{\frac{h_{\infty} * p}{k * A_c}} \\ m &= \sqrt{\frac{12 \frac{W}{m^2 * ^\circ C} * \pi * 0.004m}{237 \frac{W}{m * ^\circ C} * \pi * \frac{(0.004)^2 m^2}{4}}} \\ m &= 7.115 \text{ m}^{-1} \\ \% \text{ ERROR} &= \left( \frac{1}{\tanh \tanh (7.115 \text{ m}^{-1} * 0.1m)} - 1 \right) * 100 = 63.489\% \end{aligned}$$

**Observaciones:**

Este resultado muestra que el uso de suposiciones de aletas infinita larga puede arrojar resultados totalmente erróneos.

**Problema 2.2**

Considere una aleta rectangular muy larga, fijada a una superficie plana en tal forma que la temperatura en el extremo de la aleta es prácticamente la del aire circundante, es decir, 25 °C.

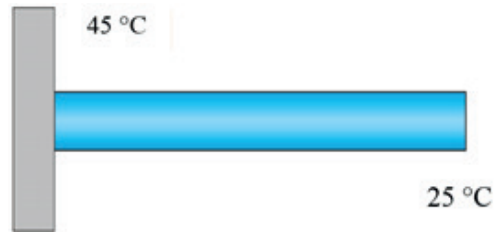
Su ancho es de 4 cm, su espesor de 2 mm, su conductividad térmica de 200 W/m K y su temperatura de la base de 45 °C.

El coeficiente de transferencia de calor es de 20 W/m<sup>2</sup> K. Estime la temperatura de la aleta a una distancia de 6 cm medida desde la base y la razón de pérdida a través de toda la aleta.



Figura 56

Diagrama problema 2.2



**Datos:**

$$T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$$

$$T_0 = T_b = 45^{\circ}\text{C} \quad w = 4 \text{ cm} = 2 \text{ mm} \times 6 \text{ cm}$$

$$T_{(x)} = ?$$

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = ?$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de operación estables.
2. La temperatura a lo largo de las aletas varía en una sola dirección (normal a la placa).
3. El coeficiente de transferencia de calor es constante y uniforme en toda la superficie de aleta.
4. Las propiedades térmicas de las aletas son constantes.
5. El coeficiente de transferencia de calor explica el efecto de la radiación de las aletas.

**Propiedades:**

La conductividad térmica de la aleta es  $k = 200 \text{ W} / \text{m}^{\circ}\text{C}$ .

**Análisis:**

Sea el primer caso de aletas donde:

$$\frac{T - T_{\infty}}{T_0 - T_{\infty}} = e^{-mx} \text{ Donde: } m = \sqrt{\frac{h * p}{k * A_c}} p = 2(2 \times 10^{-3} \text{ m} + 0,04 \text{ m}) = 0,084 \text{ m} A_c$$

$$= 0,04 \text{ m} * 2 \times 10^{-3} \text{ m} = 8 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$m = \sqrt{\frac{20 \frac{\text{W}}{\text{m}^{\circ}\text{C}} * 0,084 \text{ m}}{200 \frac{\text{W}}{\text{m}^{\circ}\text{C}} * 8 \times 10^{-5} \text{ m}^2}} = 10,25 \text{ m}^{-1} T = [e^{-mx}](T_0 - T_{\infty}) + T_{\infty} T$$

$$= [e^{-(10,25)(0,06 \text{ m})}](45^{\circ}\text{C} - 25^{\circ}\text{C}) + 25^{\circ}\text{C} T = 33,11^{\circ}\text{C}$$

$$\text{El calor sería igual a: } \dot{Q}_{\text{aleta}} = \sqrt{h_{\infty} p k A_c} \theta_o \dot{Q}_{\text{aleta}} =$$

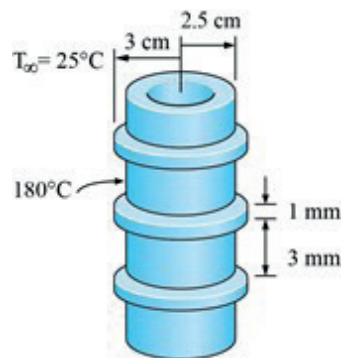
$$\sqrt{\left(20 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}\right) (0.084 \text{ m}) \left(200 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}\right) (8 \times 10^{-5} \text{ m}^2)} * (45 - 25) \text{ } ^\circ\text{C} \dot{Q}_{\text{aleta}} = 2.46 \text{ W}$$

### Problema 2.3

El vapor de un sistema de calefacción fluye por tubos cuyo diámetro exterior es de 5 cm y cuyas paredes se mantienen a 180 °C. Al tubo se le sujetan aletas circulares de la aleación de aluminio 2024-T6 ( $k=186 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$ ), de diámetro exterior de 6 cm y espesor constante de 1 mm. El espacio entre las aletas es de 3 mm y, por tanto, se tienen 250 aletas por metro de longitud del tubo. El calor se transfiere al aire circundante que está a  $T=25 \text{ } ^\circ\text{C}$ , con un coeficiente de transferencia de calor de  $40 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Determine el aumento en la transferencia de calor desde el tubo, por metro de longitud, como resultado de la adición de las aletas (Cengel Y., 2011).

Figura 57

Diagrama 2.3.



**Datos:**

$$D_1 = 5 \text{ cm} \quad T_b = 180 \text{ } ^\circ\text{C} \quad D_2 = 6 \text{ cm} \quad e = 1 \text{ mm} \quad s = 3 \text{ mm} \quad L = 1 \text{ m} \quad n = 250 \frac{\text{aletas}}{\text{m}} \quad h_{\infty}$$

$$= 40 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{ } ^\circ\text{C}} \quad T_{\infty} = 25 \text{ } ^\circ\text{C}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de operación estables.
2. El coeficiente de transferencia de calor es constante y uniforme en toda la superficie de la aleta.
3. La conductividad térmica es constante.
4. La transferencia de calor por radiación es insignificante.

**Propiedades:**

La conductividad térmica de las aletas es  $k = 186 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ .

**Análisis:**

En el caso de que no haya aletas, la transferencia de calor desde el tubo por metro de longitud es:

$$\begin{aligned} A_{\text{sin aleta}} &= \pi D_1 L = \pi(0.05 \text{ m})(1 \text{ m}) = 0.1571 \text{ m}^2 \dot{Q}_{\text{sin aleta}} \\ &= h A_{\text{sin aleta}} (T_b - T_\infty) = \left(40 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}\right) (0.1571 \text{ m}^2) (180 - 25)^\circ\text{C} \\ &= 974 \text{ W} \end{aligned}$$

La eficiencia de la aleta circular es, desde la curva de eficiencia, Figura 56.

$$\begin{aligned} L &= \frac{D_2 - D_1}{2} = \frac{0.06 - 0.05}{2} = 0.005 \text{ m} \frac{r_2 + \left(\frac{t}{2}\right)}{r_1} = \frac{0.03 + \left(\frac{0.001}{2}\right)}{0.025} \\ &= 1.22\xi = L_c^{\frac{3}{2}} \left(\frac{h}{kA_p}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(L + \frac{t}{2}\right) \sqrt{\frac{h}{kt}} \\ &= \left(0.005 + \frac{0.001}{2}\right) \sqrt{\frac{40 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}}{\left(186 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right) (0.001 \text{ m})}} = 0.08 \eta_{\text{aleta}} = 0.97 \end{aligned}$$

La transferencia de calor desde una sola aleta es:

$$\begin{aligned} A_{\text{aleta}} &= 2\pi(r_2^2 - r_1^2) + 2\pi r_2 t = 2\pi(0.03^2 - 0.025^2) + 2\pi(0.03)(0.001) \\ &= 0.001916 \text{ m}^2 \dot{Q}_{\text{aleta}} = \eta_{\text{aleta}} \dot{Q}_{\text{aleta,max}} \\ &= \eta_{\text{aleta}} h A_{\text{aleta}} (T_b - T_\infty) \dot{Q}_{\text{aleta}} \\ &= 0.97 \left(40 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}\right) (0.001916 \text{ m}^2) (180 - 25)^\circ\text{C} = 11.53 \text{ W} \end{aligned}$$

La razón de transferencia de calor entre aletas del tubo es:

$$\begin{aligned} A_{\text{aletas}} &= \pi D_1 s = \pi(0.05 \text{ m})(0.003 \text{ m}) = 0.0004712 \text{ m}^2 \dot{Q}_{\text{aletas}} = h A_{\text{aletas}} (T_b - T_\infty) \\ &= \left(40 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}\right) (0.0004712 \text{ m}^2) (180 - 25)^\circ\text{C} = 2.92 \text{ W} \end{aligned}$$

Hay 250 aletas y, por lo tanto, 250 separaciones entre aletas por metro de longitud del tubo. La transferencia de calor total desde el tubo con aletas se determina a partir de:

$$\dot{Q}_{\text{total,aletas}} = n(\dot{Q}_{\text{aleta}} + \dot{Q}_{\text{aletas}}) = 250(11.53 + 2.92) = 3613 \text{ W}$$

Por lo tanto, el aumento en la transferencia de calor desde el tubo por metro de su longitud como resultado de la adición de las aletas es:

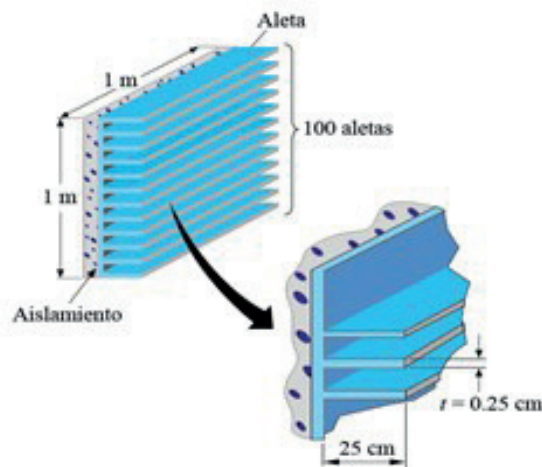
$$\dot{Q}_{\text{aumentado}} = \dot{Q}_{\text{total, aletas}} - \dot{Q}_{\text{sin aleta}} = 3613 - 974 = 2639 \text{ W}$$

### Problema 2.4

Se ha sugerido la adición de aletas de aluminio para aumentar la tasa de disipación de calor de un lado de un dispositivo electrónico de 1 m de ancho y 1 m de altura. Las aletas serán de sección transversal rectangular, de 2.5 cm de longitud y 0.25 cm de espesor, como se muestra en la figura. Habrá 100 aletas por metro. El coeficiente de transferencia de calor por convección, tanto para la pared como para las aletas, se estima que es  $35 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ . Con esta información determine el aumento porcentual en la tasa de transferencia de calor de la pared con aletas comparada con la pared desnuda (Kreith, 2011).

Figura 58

Diagrama problema 2.4



Datos:

$$w = 1 \text{ m}$$

$$h = 1 \text{ m}$$

$$l = 2.5 \text{ cm}$$

$$t = 0.25 \text{ cm}$$

$$n = 100 \text{ aletas}$$

$$h = 35 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

$$k = 240 \text{ W/mK}$$

$$\theta_s = T_s - T_\infty$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de operación estables.
2. El coeficiente de transferencia de calor es constante y uniforme en toda la superficie de la aleta.
3. La conductividad térmica es constante.
4. La transferencia de calor por radiación es insignificante.

**Propiedades:**

La conductividad térmica del aluminio  $k = 240 \text{ W/mK}$  a  $127 \text{ °C}$

**Análisis:**

Tercer caso:

$$\dot{Q}_{aleta} = \sqrt{hPkA} \theta_s \frac{\sin h(mL) + \frac{h}{mk} \cos h(mL)}{(mL) + \left(\frac{h}{mk}\right) \sin h(mL)}$$

$$M = \sqrt{hPkA} \theta_s$$

$$M = \sqrt{h^2(t+w)k(tw)} \theta_s$$

$$M = \sqrt{\left(35 \frac{W}{m^2K}\right)^2 (1,0025m) \left(240 \frac{W}{mK}\right) (0,0025m^2)} \theta_s = 6,49 \theta_s \frac{W}{K}$$

$$mL = L \sqrt{\frac{h \cdot p}{k \cdot A}} = L \sqrt{\frac{h^2(t+w)}{k(t \cdot w)}} = 0,025m \sqrt{\frac{35 \frac{W}{m^2K} * 2(1,0025m)}{240 \frac{W}{mK} * (0,0025m^2)}}$$

$$mL = (0,0025m) \left(10,81 \frac{1}{m}\right) = 0,27025$$

$$\frac{h}{mk} = \frac{35 \frac{W}{m^2K}}{\left(10,81 \frac{1}{m}\right) \left(240 \frac{W}{mK}\right)} = 0,0135$$

$$\dot{Q}_{aleta} = 6,49 \theta_s \frac{W}{K} * \frac{\sin h(0,27) + 0,0135 \cos h(0,27)}{\cos h(0,27) + 0,0135 \sin h(0,27)}$$

$$\dot{Q}_{aleta} = 1,792 \theta_s \frac{W}{K}$$

En  $1 \text{ m}^2$  de área de pared hay 100 aletas  $100(tw)=100(0,0025m)(1m)=0,25\text{m}^2$  de área total de aletas, entonces  $0,75\text{m}^2$  sería el área entre aletas.

$$\dot{Q}_{total} = \dot{Q}_{entre aletas} + 100\dot{Q}_{aleta}$$

$$\dot{Q}_{total} = \left(35 \frac{W}{m^2k}\right) (0,75\text{m}^2) \theta_s + 100(1,792) \theta_s \frac{W}{K}$$

$$\dot{Q}_{total} = 205,3\theta_s \frac{W}{K}$$

La razón de transferencia de calor en la pared sin aletas es:

$$\dot{Q}_{sin\ sin\ aleta} = \left(35 \frac{W}{m^2 k}\right) (1m^2) \theta_s = 35\theta_s \frac{W}{K}$$

El aumento porcentual en la razón de transferencia de calor de la pared con aletas comparada con pared desnuda (sin aletas) es:

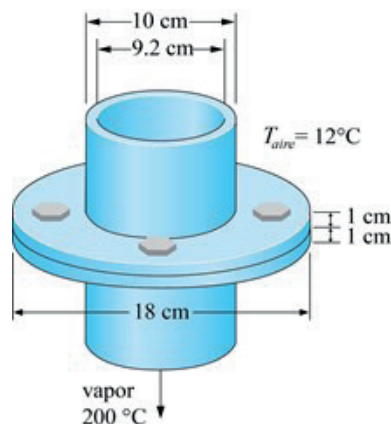
$$\% \text{ aumento} = \frac{205,3 - 35}{35} * 100\% = 486\%$$

### Problema 2.5

Dos tubos de hierro fundido ( $k = 52 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$ ) de 4 m de largo, 0.4 cm de espesor y 10 cm de diámetro que conducen vapor de agua están conectados entre sí por medio de dos bridas de 1 cm de espesor cuyo diámetro exterior es de 18 cm. El vapor fluye en el interior del tubo a una temperatura promedio de  $200^\circ\text{C}$  con un coeficiente de transferencia de calor de  $180 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ . La superficie exterior del tubo está expuesta a un ambiente a  $12^\circ\text{C}$ , con un coeficiente de transferencia de calor de  $25 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ . a) Si se descartan las bridas, determine la temperatura promedio de la superficie exterior del tubo. b) Con esta temperatura para la base de la brida y si se consideran a las bridas como aletas, determine la eficiencia de la aleta y la razón de la transferencia de calor desde ellas. c) ¿A qué longitud del tubo es equivalente la sección de las bridas para los fines de la transferencia de calor?

Figura 59

Diagrama problema 2.5



**Datos:**

*Tubo de hierro fundido.*

$$k = 52 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}$$

$$l = 4 \text{ m}$$

$$t = 0.4 \text{ cm}$$

$$D_o = 10 \text{ cm}$$

$$D_i = 9.8 \text{ cm}$$

*Brida.*

$$t = 1 \text{ cm}$$

$$D_o = 18 \text{ cm}$$

*Datos del fluido interno y externo.*

$$h_{\infty,i} = 180 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

$$h_{\infty,o} = 25 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

$$T_{\infty,i} = 200^\circ C$$

$$T_{\infty,o} = 12^\circ C$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de operación estables.
2. La temperatura a lo largo de las bridas (aletas) varía en una sola dirección (normal a la tubería).
3. El coeficiente de transferencia de calor es constante y uniforme en toda la superficie de la aleta.
4. Las propiedades térmicas de las aletas son constantes.
5. El coeficiente de transferencia de calor explica el efecto de la radiación de las aletas.

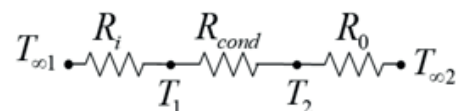
**Propiedades:**

La conductividad térmica del hierro fundido se da para que sea  $k = 52 \text{ W/m}^\circ C$ .

**Análisis:**

- a. Temperatura promedio de la superficie exterior del tubo.

Circuito Térmico.



$$A_i = \pi D_i L = \pi(0.092 \text{ m})(8 \text{ m}) = 2.31 \text{ m}^2$$

$$A_o = \pi D_o L = \pi(0.1 \text{ m})(8 \text{ m}) = 2.51 \text{ m}^2$$

$$R_i = \frac{1}{h_{\infty i} A_i} = \frac{1}{\left(180 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}\right) (2.31 \text{ m}^2)} = 0.0024 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{\text{cond}} = \frac{\ln \ln \left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi k L} = \frac{\ln \ln \left(\frac{5}{4.6}\right)}{2\pi \left(52 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right) (8 \text{ m})} = 0.000031 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_o = \frac{1}{h_{\infty o} A_o} = \frac{1}{\left(25 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}\right) (2.51 \text{ m}^2)} = 0.0159 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

$$R_{\text{Total}} = R_i + R_{\text{cond}} + R_o = 0.018367 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}$$

La razón de transferencia de calor si se descartan las bridas es:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty i} - T_{\infty o}}{R_{\text{Total}}} = \frac{(200 - 12)^\circ\text{C}}{0.018367 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}} = 10\,236.606 \text{ W}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_2 - T_{\infty o}}{R_o}$$

$$\dot{Q} * R_o + T_{\infty o} = T_2 \rightarrow T_2 = (10\,236.606 \text{ W}) \left(0.0159 \frac{^\circ\text{C}}{\text{W}}\right) + 12^\circ\text{C} = 174.75^\circ\text{C}$$

b. Eficiencia de la aleta y la razón de la transferencia de calor desde ellas.

$$L = r_2 - r_1$$

$$L = 9 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

$$\frac{r_2 + \frac{t}{2}}{r_1} = \frac{\left(0.09 + \frac{0.02}{2}\right) \text{ m}}{0.05 \text{ m}} = 2$$

$$\xi = \left(L + \frac{t}{2}\right) \sqrt{\frac{h_{\infty o}}{kt}} = \left(0.04 \text{ m} + \frac{0.02 \text{ m}}{2}\right) \sqrt{\frac{25 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}}{\left(52 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^\circ\text{C}}\right) (0.02 \text{ m})}}$$

$$\xi = (0.05)(4.9029033) = 0.2451$$

$\eta = 0.95$  la eficiencia de la aleta se obtiene en la figura 2.9.

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = \eta \dot{Q}_{\text{aleta, máx}} = \eta h_{\infty o} A_{\text{aleta}} (T_2 - T_{\infty o})$$

$$A_{\text{aleta}} = 2\pi(r_2^2 - r_1^2) + 2\pi r_2 t$$

$$A_{\text{aleta}} = 2\pi(0.09^2 - 0.05^2) + 2\pi(0.09)(0.02 \text{ m}^2)$$



$$A_{aleta} = 0.04649 \text{ m}^2$$

$$\dot{Q}_{aleta} = 0.95 \left( 25 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} \right) (0.04649 \text{ m}^2) (174.75 - 12)^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q}_{aleta} = 179.72 \text{ W} \cong 180 \text{ W}$$

c. Longitud equivalente

*Trasferencia de calor por unidad de metro de tubo.*

$$\dot{Q}_{\text{metro de longitud}} = \frac{10236.606 \text{ W}}{8 \text{ m}} = 1279.45 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

$$\text{Longitud equivalente} = \frac{\dot{Q}_{aleta}}{\dot{Q}_{\text{metro de longitud}}}$$

$$\text{Longitud equivalente} = \frac{179.72 \text{ W}}{1279.45 \frac{\text{W}}{\text{m}}} = 0.14046 \text{ m}$$

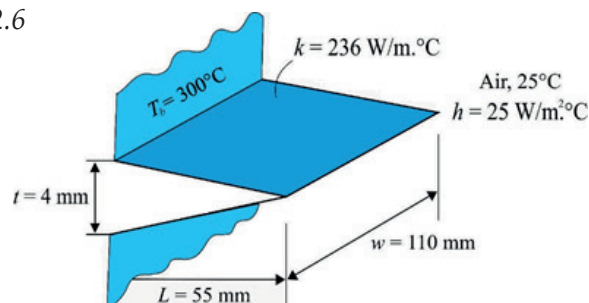
$$\text{Longitud equivalente} = 14.046 \text{ cm}$$

### Problema 2.6

Una pared plana con una temperatura superficial de 300 °C está unida a aletas triangulares de aluminio rectas ( $k = 236 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ ). Las aletas están expuestas al aire ambiental de 25 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 25 W/m<sup>2</sup> K. Cada aleta tiene 55 mm de largo, una base de 4 mm de espesor y ancho de 110 mm. Mediante la tabla del Anexo 1, determine la eficiencia, la razón de transferencia de calor y la efectividad de cada aleta.

Figura 60

Diagrama problema 2.6



**Datos:**

- $T_b = 300^\circ\text{C}$
- $h = 25 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{C}}$
- $k = 236 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$
- $w = 0.110 \text{ m}$
- $T_\infty = 298 \text{ K}$
- $L = 0.055 \text{ m}$
- $t = 0.004 \text{ m}$

Analizando en la figura del Anexo 2, para una aleta triangular recta.

$$mL = \sqrt{\frac{2h}{kt}} L = \sqrt{\frac{2 \left(25 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{C}}\right)}{\left(236 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}\right) (0.004\text{m})}} (0.055 \text{ m}) = 0.4$$

$$A_{\text{aleta}} = 2w \sqrt{L^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2} = 2(0.110 \text{ m}) \sqrt{(0.055)^2 + \left(\frac{0.004 \text{ m}}{2}\right)^2} = 0.01211 \text{ m}^2$$

$$\eta_{\text{aleta}} = \left(\frac{1}{mL}\right) \left(\frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}\right)$$

En la tabla del Anexo 1, se encuentran las funciones modificadas de Bessel, en donde:

$$x = 2mL = 0.8$$

$$e^{-2mL} I_0(2mL) = e^{-0.8} I_0(0.8) = 0.5241$$

$$I_0(0.8) = \frac{0.5241}{e^{-0.8}} = 1.166$$

$$e^{-2mL} I_1(2mL) = e^{-0.8} I_1(0.8) = 0.1945$$

$$I_1(0.8) = \frac{0.1945}{e^{-0.8}} = 0.4329$$

Con los datos anteriores se puede obtener la eficiencia:

$$\eta_{\text{aleta}} = \left(\frac{1}{mL}\right) \left(\frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}\right) = \frac{1}{0.4} \left(\frac{0.4329}{1.166}\right) = 0.928$$

Se obtiene el flujo de transferencia de calor de la aleta:

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = \eta_{\text{aleta}} h A_{\text{aleta}} (T_b - T_\infty)$$

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = (0.928) \left(25 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{C}}\right) (0.01211 \text{ m}^2) (300 - 25)^\circ\text{C} = 77.3 \text{ W}$$

Se halla la efectividad de la aleta:

$$\varepsilon_{aleta} = \frac{\dot{Q}_{aleta}}{\dot{Q}_{base}} = \frac{\dot{Q}_{aleta}}{hA_{base}(T_b - T_{\infty})} = \frac{77.3 \text{ W}}{\left(25 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{°C}}\right)(0.004\text{m})(0.11\text{m})(300 - 25)\text{°C}}$$

$$\varepsilon_{aleta} = 25.5$$

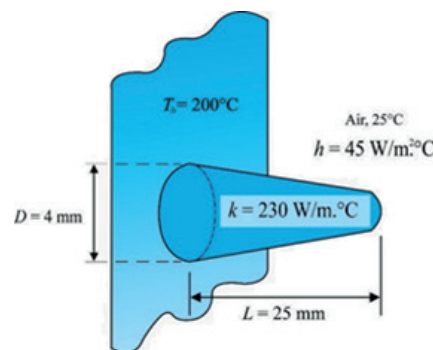
Debido a que  $\varepsilon_{aleta} > 1$  las aletas están mejorando la transferencia de calor desde la superficie.

### Problema 2.7

Se desea enfriar la superficie de una pared plana a 200 °C con aletas de pasador de aluminio de perfil parabólico con puntas romas. Cada aleta tiene una longitud de 25 mm y un diámetro de base de 4 mm. Las aletas están expuestas a una condición de aire ambiental de 25 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 45 W/m<sup>2</sup> K. Si la conductividad térmica de las aletas es de 230 W/m K, determine la razón de transferencia de calor de una sola aleta y el incremento en la razón de transferencia de calor por m<sup>2</sup> de área superficial como consecuencia de adherirle las aletas. Suponga que hay 100 aletas por m<sup>2</sup> de área superficial. (Cengel Y., 2011).

Figura 61

Diagrama problema 2.7



Datos:

- $T_b = 200\text{°C}$
- $h = 45 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{°C}}$
- $k = 230 \frac{\text{W}}{\text{m°C}}$
- $T_{\infty} = 298 \text{ K}$
- $L = 0.025 \text{ m}$
- $D = 0.004 \text{ m}$

Analizando en la figura del Anexo 2, para aletas de perfil parabólico (punta roma).

$$mL = \sqrt{\frac{4h}{kD}} L = \sqrt{\frac{4 \left(45 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}\right)}{\left(230 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}\right) (0.004m)}} (0.025 m) = 0.3497$$

$$A_{\text{aleta}} = \frac{\pi D^4}{96L^2} \left\{ \left[ 16 \left(\frac{L}{D}\right)^2 + 1 \right]^{\frac{3}{2}} - 1 \right\}$$

$$A_{\text{aleta}} = \frac{\pi (0.004 m)^4}{96 (0.025 m)^2} \left\{ \left[ 16 \left(\frac{0.025 m}{0.004 m}\right)^2 + 1 \right]^{\frac{3}{2}} - 1 \right\} = 2.099 \times 10^{-4} m^2$$

En la tabla del Anexo 1, se encuentran las funciones modificadas de Bessel, en donde:

$x = \frac{4}{3} mL$  y se realiza una interpolación para obtener  $I_0$  y  $I_1$ .

$$x = \frac{4}{3} mL = \frac{4}{3} (0.3497) = 0.4663$$

$$e^{-\frac{4}{3} mL} I_0 \left(\frac{4}{3} mL\right) = e^{-0.4663} I_0(0.4663) = 0.669$$

$$I_0(0.4663) = \frac{0.669}{e^{-0.4663}} = 1.06$$

$$e^{-\frac{4}{3} mL} I_1 \left(\frac{4}{3} mL\right) = e^{-0.4663} I_1(0.4663) = 0.1485$$

$$I_1(0.4663) = \frac{0.1485}{e^{-0.4663}} = 0.235$$

Con los datos anteriores se puede obtener la eficiencia

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{3}{2mL} \times \frac{I_1\left(\frac{4mL}{3}\right)}{I_0\left(\frac{4mL}{3}\right)} = \frac{3}{2(0.3497)} \times \frac{0.235}{1.06} = 0.95$$

Otra forma de resolver es mediante el software EES.

En el software EES, se encuentran las funciones modificadas de Bessel en donde, para este caso se insertará la siguiente ecuación para hallar la eficiencia.

$$\text{eta\_aleta} = 3 / (2 * 0.3497) * \text{Bessel\_I1}(4 * 0.3497 / 3) / \text{Bessel\_I0}(4 * 0.3497 / 3)$$

La ecuación nos dará como resultado la eficiencia.

$$\eta_{\text{aleta}} = 0.9738$$

El flujo de transferencia de calor de una aleta.

$$\dot{Q}_{aleta} = \eta_{aleta} h A_{aleta} (T_b - T_{\infty})$$

$$\dot{Q}_{aleta} = (0.9738) \left( 45 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right) (2.099 \times 10^{-4} m^2) (200 - 25)^\circ C = 1,610 W$$

La transferencia de calor para las 100 aletas.

$$\dot{Q}_{aletas, total} = (100)(1,610 W) = 161 W$$

El área superficial de la región entre aletas.

$$A_{entre aletas} = (1 \times 1) m^2 - 100 \left( \frac{\pi D^2}{4} \right) = 1 - 100 \left[ \frac{\pi (0.004 m)^2}{4} \right] = 0.9987 m^2$$

El flujo de transferencia de calor de la región entre aletas.

$$\dot{Q}_{entre aletas} = h A_{entre aletas} (T_b - T_{\infty})$$

$$\dot{Q}_{entre aletas} = (0.9987 m^2) \left( 45 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right) (200 - 25)^\circ C = 7865 W$$

El flujo total de transferencia de calor en la superficie.

$$\dot{Q}_{Total} = \dot{Q}_{aletas, total} + \dot{Q}_{entre aletas} = 161 + 7865 = 8026 W$$

El flujo de calor de la base sin aletas.

$$\dot{Q}_{sinsin aletas} = h A_{sinsin aletas} (T_b - T_{\infty})$$

$$\dot{Q}_{sinsin aletas} = \left( 45 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right) (1 m^2) (200 - 25)^\circ C = 7875 W$$

$$\dot{Q}_{incrementado} = \dot{Q}_{Total} - \dot{Q}_{sinsin aletas} = 8026 - 7875 = 151 W$$

## Conducción de calor bidimensional

Para Cengel (2011), muchos problemas de transferencia de calor que se encuentran en la práctica son bidimensionales y están relacionados con configuraciones geométricas un tanto complicadas. La razón de transferencia de calor estacionaria entre dos superficies que se mantienen a las temperaturas constantes  $T_1$  y  $T_2$ , viene dado por:

$$q = Sk(T_1 - T_2) \quad (2.17)$$

Donde:

- $S$  es el factor de forma de conducción que depende de la configuración geométrica del sistema.
- $k$  es la conductividad térmica del medio entre las superficies.

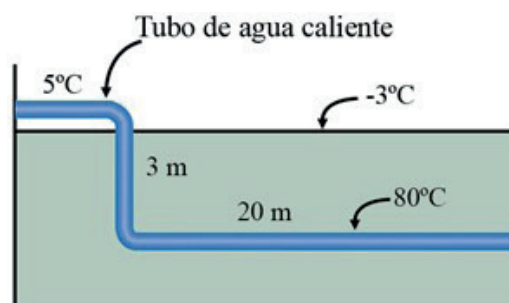
Los factores de forma de conducción sólo son aplicables cuando la transferencia de calor entre las dos superficies es por conducción. Por lo tanto, no se pueden usar cuando el medio entre las superficies es un líquido o un gas, que comprende corrientes naturales o forzadas de convección (Ver Anexo 5 y 6).

### Problema 2.8

Agua caliente a una temperatura promedio de  $80^{\circ}\text{C}$  y a una velocidad promedio de  $1.5\text{ m/s}$  fluye por una sección de  $25\text{ m}$  de un tubo que tiene un diámetro exterior de  $5\text{ cm}$ . El tubo se extiende  $2\text{ m}$  en el aire ambiente arriba del piso, entra verticalmente en el suelo ( $k = 1.5\text{ W/m}^{\circ}\text{C}$ ) una distancia de  $3\text{ m}$  y sigue en forma horizontal a esta profundidad por  $20\text{ m}$  más antes de entrar al siguiente edificio. La primera sección del tubo está expuesta al aire ambiente a  $5^{\circ}\text{C}$ , con un coeficiente de transferencia de calor de  $22\text{ W/m}^2\text{C}$ . Si la superficie del suelo está cubierta con nieve a  $-3^{\circ}\text{C}$ , determine: **a)** la razón total de la pérdida de calor del agua caliente y **b)** la caída de temperatura del agua caliente conforme fluye por esta sección de  $25\text{ m}$  de largo del tubo (Cengel Y., 2011).

Figura 62

Diagrama problema 2.8



Datos:

$$T_1 = T_s = 80^{\circ}\text{C}$$

$$T_2 = -3^{\circ}\text{C}$$

$$T_{\infty} = 5^{\circ}\text{C}$$

$$D = 0.05\text{ m}$$

$$L = 25\text{ m}$$

$$h = 22 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

$$k = \left( 1.5 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \right)$$

$$c_p = 4180 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$$

$$V = 1.5 \text{ m/s}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de funcionamiento estables.
2. La transferencia de calor es bidimensional (sin cambios en la dirección axial).
3. La conductividad térmica del suelo es constante.
4. La tubería está a la misma temperatura que el agua caliente.

**Propiedades:**

La conductividad térmica del suelo se da para ser  $k = 1.5 \text{ W/m}^\circ \text{C}$ .

**Análisis:**

Suponemos que la temperatura de la superficie del tubo es igual a la temperatura del agua. Entonces la pérdida de calor de la parte del tubo en el aire ambiente arriba del piso es:

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty)$$

$$A_s = \pi DL = \pi(0.05m)(2m) = 0.3142m^2$$

$$\dot{Q} = \left( 22 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right) (0.3142m^2) (80 - 5)^\circ C$$

$$\dot{Q} = 518.43 \text{ W}$$

Teniendo en cuenta el factor de forma (Anexo 5), la pérdida de calor para la parte vertical del tubo que está en el suelo se puede determinar a partir de:

$$S = \frac{2\pi L}{\ln \left[ \frac{4L}{D} \right]} = \frac{2\pi(3m)}{\ln \left[ \frac{4(3m)}{0.05m} \right]} = 3.44m$$

$$\dot{Q} = Sk(T_1 - T_2) = (3.44m) \left( 1.5 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \right) [80 - (-3)]^\circ C = 428.28W$$

El factor de forma (Anexo 5), y la tasa de pérdida de calor en la parte horizontal del tubo que está en el suelo se puede determinar a partir de:

$$S = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{4z}{D}\right)} = \frac{2\pi(20\text{m})}{\ln\left(\frac{4(3\text{m})}{0.05\text{m}}\right)} = 22.9 \text{ m}$$

$$\dot{Q} = Sk(T_1 - T_2) = (22.9\text{m})\left(1.5 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}}\right)[80 - (-3)]^\circ\text{C} = 2851.05\text{W}$$

y la tasa total de pérdida de calor del agua caliente se convierte en:

$$\dot{Q}_{\text{total}} = 518.43 + 428.28 + 2851.05 = 3797.76 \text{ W}$$

b) Usando las propiedades del agua a temperatura ambiente, la caída de temperatura del agua caliente a medida que fluye a través de esta 25 m sección de la pared se convierte en:

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \dot{m}C_p\Delta T \\ \Delta T &= \frac{\dot{Q}}{\dot{m}C_p} = \frac{\dot{Q}}{(\rho\dot{V})C_p} = \frac{\dot{Q}}{(\rho VA_c)C_p} \\ \Delta T &= \frac{3797.76 \text{ J/s}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left[\frac{\pi(0.05)^2\text{m}^2}{4}\right](4180 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}})} = 0.31^\circ\text{C} \end{aligned}$$

### Problema 2.9

Considere una casa con un techo plano cuyas dimensiones exteriores son de 12 m x 12 m. Las paredes exteriores de la casa tienen 6 m de alto. Las paredes y el techo de la casa están hechos de concreto ( $k=0.75 \text{ W}/(\text{m}\cdot^\circ\text{C})$ ) de 20 cm de espesor. Las temperaturas de las superficies interior y exterior de la casa son  $15^\circ\text{C}$  y  $3^\circ\text{C}$ , respectivamente.

Si se consideran los efectos de los bordes de las superficies adjuntas, determine la razón de la pérdida de calor de la casa a través de sus paredes y el techo. ¿Cuál es el error que se comete al ignorar los efectos de los bordes y las esquinas y, por simplicidad, tratar el techo como una superficie de 12 m x 12 m y las paredes como superficies de 6 m x 12 m?



**Suposiciones:**

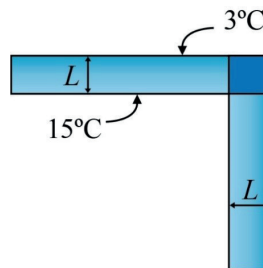
1. Existen condiciones estacionarias de operación.
2. La transferencia de calor en los bordes y esquinas es bidimensional o tridimensional.
3. La conductividad térmica del hormigón es constante.
4. Los efectos de borde de las superficies adyacentes sobre la transferencia de calor deben ser considerados.

**Propiedades:**

Se dice que la conductividad térmica del concreto es  $k=0.75 \text{ W}/(\text{m}\cdot^\circ\text{C})$

Figura 63

Diagrama problema 2.9



**Propiedades:**

La tasa de transferencia de calor excluyendo los bordes y esquinas se determina primero por:

$$A_{total} = (12 - 0.4)(12 - 0.4) + 4(12 - 0.4)(6 - 0.2) = 403.7 \text{ m}^2$$

$$\dot{Q} = \frac{k A_{total}}{L} (T_1 - T_2) = \frac{\left(0.75 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}}\right) (403.7 \text{ m}^2)}{0.2 \text{ m}} (15 - 3)^\circ\text{C} = 18\,167 \text{ W}$$

La tasa de transferencia de calor a través de los bordes se puede determinar utilizando la relación del factor de forma de la Figura 64:

$$S_{esquina+borde} = 4 \cdot esquinas + 4 \cdot bordes = 4 \cdot 0.15L + 4 \cdot 0.54w$$

$$= 4 \cdot 0.15(0.2 \text{ m}) + 4 \cdot 0.54(12 \text{ m}) = 26.04 \text{ m}$$

$$\dot{Q}_{esquina+bordes} = S_{esquina+bordes} k (T_1 - T_2) = (26.04 \text{ m}) \left(\frac{0.75 \text{ W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}}\right) (15 - 3)^\circ\text{C}$$

$$= 234 \text{ W}$$

Entonces:

$$\dot{Q}_{total} = 18\,167 \text{ W} + 234 \text{ W} = 18,4 \text{ kW}$$

Ignorando los efectos de borde de las superficies adyacentes, la tasa de transferencia de calor se determina a partir de:

$$A_{total} = (12)(12) + 4(12)(6) = 432m^2$$

$$\dot{Q} = \frac{kA_{total}}{L} (T_1 - T_2) = \frac{\left(0.75 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}\right) (432m^2)}{0.2m} (15 - 3)^\circ C = 1.94 \cdot 10^4 W$$

$$\dot{Q} = 19.4 kW$$

El porcentaje de error si se ignora los efectos de los bordes se convierte en:

$$\%error = \frac{19.4 - 18.4}{18.4} \cdot 100 = 5.4\%$$

## Conducción de calor en estado transitorio

En general, la temperatura dentro de un cuerpo cambia de punto a punto, así como de tiempo en tiempo. Los procesos de transferencia de calor donde la temperatura del sistema depende del tiempo y de la posición se consideran en *estado transitorio*. A diferencia de los procesos de conducción de calor en estado estable, en los de tipo transitorio hay un aumento o una disminución en la energía interna del sistema mientras ocurre el proceso (Cengel Y., 2011).

### Conducción de calor en estado transitorio

En algunos cuerpos su temperatura interior permanece uniforme en todo momento durante un proceso de transferencia de calor, por lo que, la temperatura de esos cuerpos es sólo una función del tiempo  $T(t)$ . El análisis de la transferencia de calor en estado transitorio en sistemas que utiliza esta idealización es sencillo, se conoce como *análisis de sistemas concentrados* y proporciona una gran simplificación en ciertas clases de problemas sin mucho sacrificio de exactitud. (Cengel Y., 2011).

El primer paso para la aplicación del análisis de sistemas concentrados es, definir la longitud característica  $L_c$ :

$$L_c = \frac{V}{A_s} \quad (2.18)$$

Y el número de Biot, Bi como:

$$Bi = \frac{h_{\infty} L_c}{k} \quad (2.19)$$

Donde:

- $V$  es el volumen del cuerpo.
- $A_s$  es el área superficial del cuerpo.

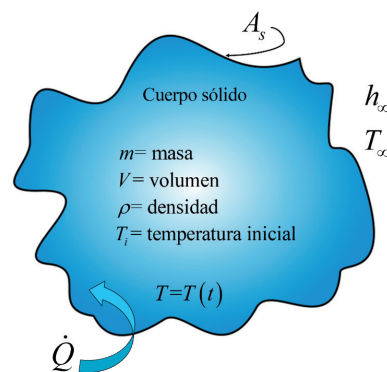
La longitud característica que se utiliza en el número de Biot para formas geométricas simples, como una pared plana larga de espesor  $2L$ , un cilindro largo de radio  $r_0$ , y una esfera de radio  $r_0$ , se convierte en  $L$  (medio espesor),  $r_0/2$  y  $r_0/3$ , respectivamente.

En un cuerpo el número de Biot representa la razón de su resistencia interna a la conducción de calor con respecto a su resistencia externa a la convección de calor. Por lo tanto, un valor pequeño de  $B_i$  indica que la resistencia interior del cuerpo a la conducción de calor es pequeña en relación con la resistencia a la convección entre la superficie y el fluido.

El análisis de sistemas concentrados es exacto cuando  $Bi=0$  y es aproximado cuando  $Bi>0$ . Es decir, entre más pequeño es el número Bi, más exacto es el análisis de los sistemas concentrados. En general se acepta que el análisis de sistemas concentrados es aplicable si  $Bi \leq 0,1$ . (Cengel Y., 2011).

Figura 64

Configuración geométrica y parámetros que intervienen en el análisis de sistemas concentrados.



La temperatura  $T(t)$  del cuerpo mostrado en la figura 2.17, en el instante  $t$ , o de modo alternativo, el tiempo  $t$  requerido para alcanzar el valor específico  $T(t)$ , se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$\frac{T(t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = e^{-bt} \quad (2.20)$$

El recíproco de  $b$  tiene unidad de tiempo (s) y se llama constante de tiempo:

$$b = \frac{h_{\infty} A_s}{\rho V c_p} \quad (2.21)$$

La razón de la transferencia de calor por convección entre el cuerpo y su medio ambiente en ese tiempo es:

$$\dot{Q}(t) = h_{\infty} A_s (T(t) - T_{\infty}) \quad (2.22)$$

La cantidad total de transferencia de calor entre el cuerpo y el medio circundante durante el intervalo desde  $t=0$  hasta  $t$ , viene dado por:

$$Q = m c_p (T(t) - T_i) \quad (2.23)$$

La cantidad de transferencia de calor llega a su límite superior cuando el cuerpo alcanza la temperatura  $T_{\infty}$  del medio circundante. Por lo tanto, la transferencia de calor máxima entre el cuerpo y sus alrededores es:

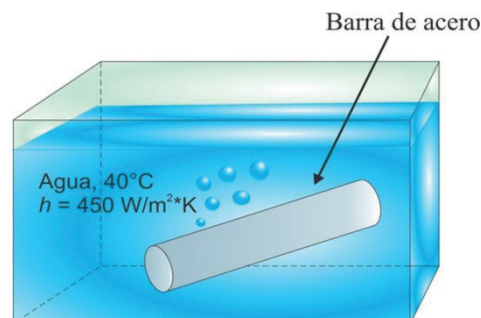
$$Q_{\text{máx}} = m c_p (T_{\infty} - T_i) \quad (2.24)$$

### Problema 2.10

En un proceso de templado, barras de acero ( $\rho = 7\,832 \text{ kg/m}^3$ ,  $C_p = 434 \text{ J/kg K}$  y  $k = 63.9 \text{ W/mK}$ ) se calientan en un horno a  $900^\circ\text{C}$  y después se enfrían en una tina de agua a una temperatura promedio de  $100^\circ\text{C}$ . La tina de agua tiene una temperatura uniforme de  $40^\circ\text{C}$  y un coeficiente de transferencia de calor por convección de  $450 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ . Si las barras de acero tienen un diámetro de  $50 \text{ mm}$  y una longitud de  $3 \text{ m}$ , determine: a) el tiempo necesario para enfriar una barra de acero de  $900^\circ\text{C}$  a  $100^\circ\text{C}$  en la tina de agua y b) la cantidad total de calor que una sola barra transfiere al agua durante el proceso de templado.

Figura 65

Esquema del ejemplo 2.10



**Datos:**

$$T(t) = 100 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_i = 900 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_\infty = 40 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$h = 450 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$D = 50 \text{ mm}$$

$$L = 3 \text{ m}$$

**Solución:** Se debe determinar el tiempo requerido para enfriar una barra de acero en una tina de agua y la cantidad total de calor transferido, durante el proceso de templado.

**Suposiciones:**

1. Las propiedades térmicas de la barra de acero son constantes.
2. El coeficiente de transferencia de calor por convección es uniforme.
3. La transferencia de calor por radiación es despreciable.

**Propiedades:** Las propiedades de la barra de acero son:

$$\rho = 7832 \text{ kg/m}^3$$

$$c_p = 434 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

$$k = 63,9 \text{ W/m K.}$$

**Análisis:**

- a. Para una barra cilíndrica, la longitud característica y el número de Biot son:

$$L_c = \frac{V}{A_s}$$

$$L_c = \frac{\left(\pi \frac{D^2}{4}\right)L}{\pi DL}$$

$$L_c = \frac{D}{4}$$

$$L_c = \frac{0.050\text{m}}{4}$$

$$L_c = 0.0125m$$

$$Bi = \frac{hL_c}{k}$$

$$Bi = \frac{(450 \frac{W}{m^2 \cdot K})(0.0125m)}{63,9 \frac{W}{m \cdot K}}$$

$$Bi = 0.088 < 0.1$$

Dado que  $Bi < 0.1$ , es aplicable el análisis de sistemas concentrados. Entonces, el tiempo requerido para enfriar una barra de acero en una tina de agua de  $900^\circ\text{C}$  a  $100^\circ\text{C}$  es:

$$b = \frac{hA_s}{\rho C_p V}$$

$$b = \frac{h}{\rho C_p L_c}$$

$$b = \frac{450 \frac{W}{m^2 \cdot K}}{7832 \frac{kg}{m^3} (434 \frac{J}{kg \cdot K})(0.0125m)}$$

$$b = 0,01059s^{-1}$$

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt} \rightarrow t = -\frac{1}{b} \ln \left[ \frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \right]$$

$$t = -\frac{1}{0,01059s^{-1}} \ln \left[ \frac{100 - 40}{900 - 40} \right]$$

$$t = 251.42 s$$

- b. La cantidad total de calor transferido durante el proceso de enfriamiento de la barra de acero en la tina de agua es:

$$Q = mc_p [T_i - T(t)]$$

$$Q = \rho V c_p [T_i - T(t)]$$

$$Q = \frac{\pi D^2 L \rho c_p}{4} [T_i - T(t)]$$

$$Q = \frac{\pi(0.050m)^2(3m)(7832 \frac{kg}{m^3})(434 \frac{J}{kg \cdot K})}{4} (900 - 100)K$$

$$Q = 1.6 \times 10^7 J = 16,01 MJ$$

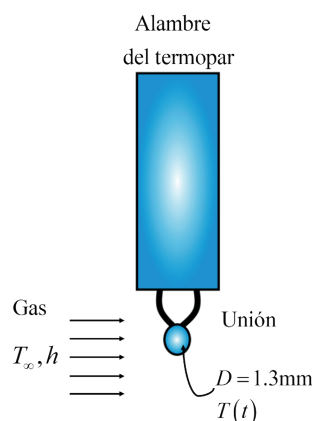
**Discusión:** Para que la temperatura de la tina de agua sea constante, la cantidad de volumen de agua debe ser muy grande o el agua debe enfriarse por medios externos.

### Problema 2.11

Se va a medir la temperatura de una corriente de gas por medio de un termopar cuya unión se puede considerar como una esfera de 1.3 mm de diámetro. Las propiedades de la unión son  $k=35 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ,  $\rho=8\,500 \text{ kg/m}^3$  y  $C_P=320 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ , y el coeficiente de transferencia de calor entre la unión y el gas es  $h=90 \text{ W/m}^2\text{C}$ . Determine cuánto tiempo transcurrirá para que la lectura del termopar sea 98% de la diferencia inicial de temperatura.

Figura 66

Diagrama problema 2.11



**Datos:**

$$D = 0.0013 \text{ m}$$

$$k = 35 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\rho = 8\,500 \text{ kg/m}^3$$

$$C_p = 320 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$$

$$h = 90 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

**Suposiciones:**

1. La unión es esférica en forma con un diámetro de  $D = 0.0013 \text{ m}$ .
2. Las propiedades térmicas de la unión son constantes.
3. El coeficiente de transferencia de calor es constante y uniforme en toda la superficie.
4. Los efectos de radiación son insignificantes.
5. El número de Biot es  $Bi < 0.1$  de modo que el análisis del sistema concentrado es aplicable (este supuesto será verificado).

**Propiedades:**

Las propiedades de la unión serán:  $k=35 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ,  $\rho=8\,500 \text{ kg/m}^3$  y  $C_P=320 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ .

**Análisis:**

La longitud característica de la unión y el número Biot son:

$$L_c = \frac{V}{A_{sup}} = \frac{\pi D^3/6}{\pi D^2}$$

$$L_c = \frac{D}{6} = \frac{0.0013 \text{ m}}{6}$$

$$L_c = 0.000216 \text{ m}$$

El número de Biot se determina:

$$Bi = \frac{hL_c}{k}$$

$$Bi = \frac{(90 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}})(0.000216 \text{ m})}{35 \frac{\text{W}}{\text{mK}}}$$

$$Bi = 0.000555 < 0.1$$



El análisis del sistema concentrado es aplicable. Entonces, el período de tiempo para que el termopar lea el 98% de la diferencia de temperatura inicial se determina a partir de:

$$\frac{T(t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = 0.02$$

El valor del exponente  $b$  es:

$$b = \frac{h \cdot A}{\rho \cdot C_p \cdot V} = \frac{h}{\rho \cdot C_p \cdot L_c}$$

$$b = \frac{90 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}}{8500 \frac{kg}{m^3} \cdot 320 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \cdot 0.000216 m}$$

$$b = 0.1532 s^{-1}$$

Ahora se sustituyen estos valores y se obtiene:

$$\frac{T(t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = e^{-bt}$$

$$0.02 = e^{-0.1532t}$$

$$t = 25.535 s$$

### Problema 2.12

Considere una esfera con un diámetro de 4 cm, un cubo con una longitud de arista de 4 cm y un prisma rectangular con dimensiones de 3 cm x 4 cm x 5 cm, todos inicialmente a 1°C y hechos de plata ( $k=429 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ,  $\rho=10\,500 \text{ kg/m}^3$  y  $C_p=0.235 \text{ kJ/kg }^\circ\text{C}$ ). A continuación, estas tres configuraciones se exponen al aire ambiente a 32°C sobre todas sus superficies, con un coeficiente de transferencia de calor de  $12 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ . Determine cuánto tardará la temperatura de cada configuración geométrica en elevarse hasta 26 °C.

**Datos:**

$$h = 12 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$$

$$T_{\infty} = 32^\circ\text{C}$$

$$T_i = 1^\circ\text{C}$$

$$T(t) = 26^\circ\text{C}$$

**Solución:**

Se determinarán los tiempos de calentamiento de una esfera, un cubo y un prisma rectangular con dimensiones similares.

**Suposiciones:**

1. Las propiedades térmicas de las geometrías son constantes.
2. El coeficiente de transferencia de calor es constante y uniforme en toda la superficie.

**Propiedades**

Las propiedades de la plata son:

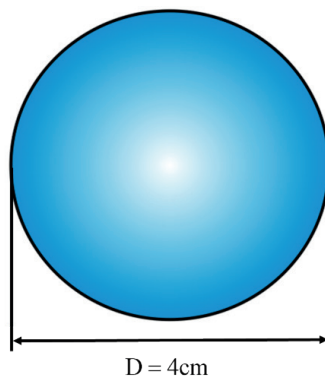
- $k=429 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
- $\rho=10\,500 \text{ kg/m}^3$
- $c_p=235 \text{ J/kg }^\circ\text{C}$
- $h=12 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$

**Análisis**

Esfera:

Figura 67

Diagrama problema 2.12, (esfera).



Longitud característica:

$$L_c = \frac{V}{A_{sup}} = \frac{4\pi r^3/3}{4\pi r^2}$$

$$L_c = \frac{4\pi(0.02)^3/3}{4\pi(0.02)^2}$$

$$L_c = 0.00666 \text{ m}$$

Número de Biot:

$$Bi = \frac{h \cdot L_c}{k} = \frac{(12 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C})(0.00666 \text{ m})}{(429 \frac{W}{m \cdot ^\circ C})} = 0.000186$$

Dado que,  $Bi=0.000186 < 0.1$  el análisis como sistema concentrado es aplicable.

$$b = \frac{h \cdot A}{\rho \cdot C_p \cdot V} = \frac{h}{\rho \cdot C_p \cdot L_c}$$

$$b = \frac{12 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}}{10\,500 \frac{kg}{m^3} \cdot 235 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \cdot 0.00666 \text{ m}}$$

$$b = 0.0007302 \text{ s}^{-1}$$

El período para que la temperatura de la esfera alcance los  $26^\circ C$ , se determina a partir de la siguiente ecuación:

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt}$$

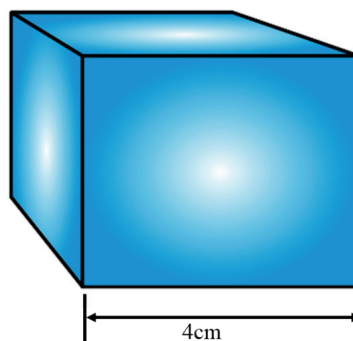
$$\frac{26 - 32}{1 - 32} = e^{-0.0007302t}$$

$$t = 2249.6 \text{ s} = 37.48 \text{ min}$$

Cubo:

Figura 68

Diagrama problema (cubo) 2.12



Longitud característica:

$$L_c = \frac{V}{A_{sup}} = \frac{L^3}{6L^2}$$

$$L_c = \frac{L}{6} = \frac{0.04}{6} = 0.00666 \text{ m}$$

Número de Biot:

$$Bi = \frac{h \cdot L_c}{k} = \frac{(12 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C})(0.00666 m)}{(429 \frac{W}{m \cdot ^\circ C})} = 0.000186$$

Dado que  $Bi=0.000186 < 0.1$ , el análisis como sistema concentrado es aplicable.

$$b = \frac{h \cdot A}{\rho \cdot C_p \cdot V} = \frac{h}{\rho \cdot C_p \cdot L_c}$$

$$b = \frac{12 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}}{10\,500 \frac{kg}{m^3} \cdot 235 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \cdot 0.00666 m}$$

$$b = 0.0007302 s^{-1}$$

El período de tiempo para que la temperatura del cubo alcance los  $26^\circ C$ , se determina a partir de la siguiente ecuación:

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt}$$

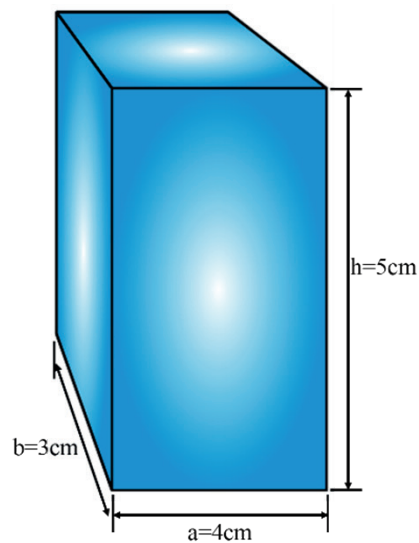
$$\frac{26 - 32}{1 - 32} = e^{-0.0007302 t}$$

$$t = 2249.6 s = 37.48 min$$

Prisma rectangular:

Figura 69

Diagrama problema (prisma rectangular) 2.12



Longitud característica:

$$L_c = \frac{V}{A_{sup}} = \frac{(0.03 \text{ m})(0.04 \text{ m})(0.05 \text{ m})}{2(0.03 \text{ m})(0.04 \text{ m}) + 2(0.03 \text{ m})(0.05 \text{ m}) + 2(0.04 \text{ m})(0.05 \text{ m})}$$

$$L_c = 0.006383 \text{ m}$$

Número de Biot:

$$Bi = \frac{h \cdot L_c}{k} = \frac{(12 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C})(0.006383 \text{ m})}{(429 \frac{W}{m \cdot ^\circ C})} = 0.000178$$

Dado que,  $Bi=0.000178 < 0.1$ , el análisis como sistema concentrado es aplicable.

$$b = \frac{h \cdot A}{\rho \cdot C_p \cdot V} = \frac{h}{\rho \cdot C_p \cdot L_c}$$

$$b = \frac{12 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}}{10500 \frac{kg}{m^3} \cdot 235 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} \cdot 0.006383 \text{ m}}$$

$$b = 0.000762 \text{ s}^{-1}$$

El período de tiempo para que la temperatura del prisma rectangular alcance los  $26^\circ\text{C}$ , se determina a partir de la siguiente ecuación:

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt}$$

$$\frac{26 - 32}{1 - 32} = e^{-0.000762 t}$$

$$t = 2155.15 \text{ s} = 35.92 \text{ min}$$

### Conclusión:

Los tiempos de calentamiento son similares para la esfera y el cubo, mientras que son más pequeños para el prisma rectangular.

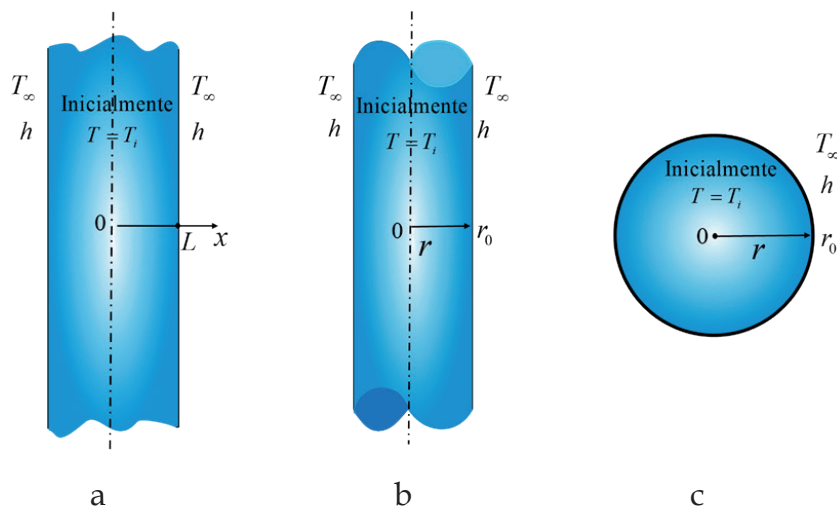
## Flujo de calor transitorio en sólidos paredes planas grandes, cilindros largos y esferas con efectos espaciales.

En general, la temperatura dentro de un cuerpo cambia de punto a punto, así como de tiempo en tiempo, por lo que, muchos problemas no pueden ser analizados como sistemas concentrados.

Considerando la pared plana de espesor  $2L$ , el cilindro largo de radio  $r_0$  y la esfera de radio  $r_0$ , mostrados en la Figura 2.23, inicialmente a temperatura  $T_i$ . En el instante  $t=0$ , cada cuerpo se coloca en un medio a una temperatura constante  $T_\infty$  y se mantiene en ese medio para  $t>0$ . La transferencia de calor se lleva a efecto entre estos cuerpos y sus medios ambientes por convección. Se desprecia la transferencia de calor por radiación, o bien, se incorpora el efecto de la radiación en el coeficiente de transferencia de calor por convección,  $h_\infty$ . (Cengel Y., 2011).

Figura 70

Configuración geométrica simple: a) pared plana grande, b) cilindro largo, y c) esfera.



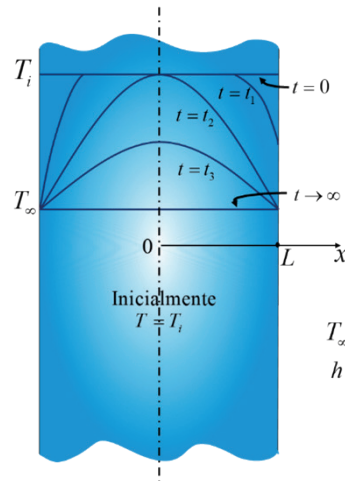
En la Figura 71 se ilustra la variación del perfil de temperatura con el tiempo en la pared plana. Cuando la pared se expone por primera vez al medio circundante que está a  $T_\infty < T_i$  en  $t = 0$ , toda la pared está a la temperatura inicial  $T_i$ . Pero la temperatura de la pared en las superficies y cerca de éstas empieza a caer como resultado de la transferencia de calor de ella hacia el medio circundante. Este crea un gradiente de temperatura en la pared y se inicia la conducción de calor desde las partes internas de ella hacia sus superficies exteriores. Note que la temperatura en el centro de la pared permanece en  $T_i$  hasta  $t = t_2$  y que el perfil de temperatura dentro de ella permanece simétrico en todo momento con respecto al plano central.

El perfil de temperatura se hace más y más aplanado conforme pasa el tiempo como resultado de la transferencia de calor y llega el momento en que se vuelve uniforme en  $T = T_\infty$ . Es decir, la pared alcanza el equilibrio térmico con sus alrededores. En ese punto, la transferencia de calor se detiene, ya que deja

de existir una diferencia de temperatura. Se pueden desarrollar discusiones semejantes para el cilindro largo o la esfera. (Cengel Y., 2011).

**Figura 71**

*Perfiles de temperatura transitoria en una pared expuesta a convección desde sus superficies para  $T_i > T_\infty$*



### *Soluciones aproximadas, analíticas y gráficas*

La determinación exacta de la distribución transitoria de temperaturas en la pared plana, cilindro o esfera conduce a una ecuación diferencial en derivadas parciales; comúnmente, la solución de este tipo de ecuación está relacionada con series infinitas y ecuaciones trascendentes, que no resulta conveniente usar en este nivel de profundidad con que se lleva la presente asignatura, resultando más práctico aplicar soluciones gráficas aproximadas. (Cengel Y., 2011).

La forma apropiada del tiempo adimensional es  $\tau = at/L^2$ , el cual se conoce como número de Fourier,  $F_0$ . Comúnmente se determina la solución para tiempos con  $\tau > 0,2$ , debido a que presenta como resultado un error por debajo de 2%.

Las gráficas de temperaturas transitorias para paredes planas grandes, cilindros largos y esferas, que se muestran a continuación se conocen como gráficas de Heisler (Ver Anexo 7, 8 y 9). (Cengel Y., 2011).

Para cada configuración geométrica se tiene tres gráficas asociadas: La primera es para determinar la temperatura  $T_0$  en el centro de la configuración, en un instante dado  $t$ . La segunda permite determinar la temperatura en otros lugares, en el mismo instante, en términos de  $T_0$ . La tercera sirve para determi-





$$\text{Pared plana:} \quad \left(\frac{q}{q_{max}}\right)_{pared} = 1 - \theta_{0,pared} \frac{\text{sen } \lambda_1}{\lambda_1} \quad (2.32)$$

$$\text{Cilindro:} \quad \left(\frac{q}{q_{max}}\right)_{cil} = 1 - 2\theta_{0,cil} \frac{J_1(\lambda_1)}{\lambda_1} \quad (2.33)$$

$$\text{Esfera:} \quad \left(\frac{q}{q_{max}}\right)_{esf} = 1 - 3\theta_{0,esf} \frac{\text{sen } \lambda_1 - \lambda_1 \cos \lambda_1}{\lambda_1^3} \quad (2.34)$$

Un signo negativo para  $q_{max}$  indica que el cuerpo está rechazando calor.

### Problema 2.13

Capas de trozos de carne ( $k=0.47 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  y  $\alpha=0.13 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ) de 23 cm de espesor, inicialmente a una temperatura uniforme de  $7^\circ\text{C}$  se van a congelar por medio de aire refrigerado a  $-30^\circ\text{C}$  que fluye a una velocidad de 1.4 m/s. El coeficiente promedio de transferencia de calor es de  $20 \text{ W/m}^2\text{C}$ . Si el tamaño de los trozos carne es grande en relación con su espesor, determine cuanto tiempo transcurrirá para que la temperatura del centro de los trozos caiga hasta  $-18^\circ\text{C}$ . Asimismo, determine la temperatura superficial del trozo de carne en ese momento. (Cengel Y., 2011).

**Datos:**

$$T_\infty = -30^\circ\text{C}$$

$$T_i = 7^\circ\text{C}$$

$$T_o = -18^\circ\text{C}$$

$$h = 20 \text{ W/m}^2\text{C}$$

**Solución:**

La temperatura central de los trozos de carne se debe bajar a  $-18^\circ\text{C}$  durante el enfriamiento. Se deben determinar el tiempo de enfriamiento y la temperatura de la superficie de las placas al final del proceso de enfriamiento.

**Suposiciones:**

1. Las capas de los trozos de carne se pueden aproximar como paredes planas muy grandes de medio espesor  $L=11.5\text{cm}$ .
2. La conducción de calor en los trozos de carne es unidimensional debido a la simetría del plano central.

3. Las propiedades térmicas de los trozos de carne son constantes.
4. Las soluciones aproximadas de un término (las tablas de temperatura transitoria o también denominadas graficas de Heisler) son aplicables.
5. El coeficiente de transferencia de calor es constante y uniforme sobre toda la superficie.
6. Los efectos de cambio de fase no son considerados, por lo tanto, el tiempo de enfriamiento real será mucho más largo que el valor determinado.

**Propiedades:**

La conductividad térmica y la difusión térmica de los trozos de carne son:

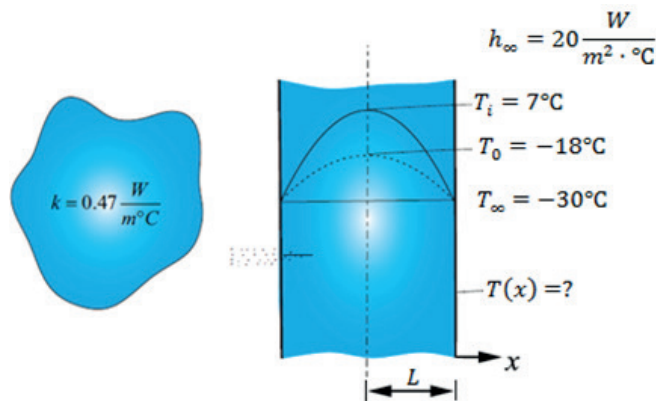
$$k = 0.47 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$

$$\alpha = 0.13 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Estas propiedades se utilizarán para carnes frescas y congeladas.

Figura 72

Diagrama problema 2.13



**Análisis:**

Primero encontramos el número de Biot.

$$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{(20 \text{ W/m}^2\text{°C})(0.115\text{m})}{0.47 \text{ W/m}^\circ\text{C}} = 4.89$$

De la Tabla del Anexo 10, se obtiene realizando una interpolación, para una pared plana,  $\lambda_1=1.308$  y  $A_1=1.239$ .

La sustitución de estos valores en la solución de un término da:

$$\frac{T_o - T_\infty}{T_i - T_\infty}$$

$$\theta_0 = \frac{T_o - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau}$$

$$\frac{-18 - (-30)}{7 - (-30)} = 1.239 e^{-(1308)^2 \tau}$$

$$\tau = 0.783$$

Que es mayor que 0.2 y, por lo tanto, la solución de un término es aplicable. Entonces el tiempo de enfriamiento se determina:

$$\tau = \frac{\alpha t}{L^2}$$

$$t = \frac{\tau L^2}{\alpha} = \frac{(0.783)(0.115\text{m})^2}{0.13 * 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}} = 79\,650\text{ s} = 22.1\text{ h}$$

La temperatura más baja durante el enfriamiento será en la superficie ( $x/L=1$ ), y se determina que es:

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \cos(\lambda_1 x / L) \rightarrow \frac{T(L) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \theta_0 \cos(\lambda_1 L / L) = \frac{T_o - T_\infty}{T_i - T_\infty} \cos(\lambda_1)$$

Sustituyendo:

$$\frac{T(L) - (-30)}{7 - (-30)} = \left( \frac{-18 - (-30)}{7 - (-30)} \right) \cos(\lambda_1)$$

$$\frac{T(L) - (-30)}{7 - (-30)} = 0.3243 * 0.2598$$

$$\frac{T(L) - (-30)}{7 - (-30)} = 0.08425$$

$$T(L) = -26.9\text{ °C}$$

Que está cerca de la temperatura del aire refrigerado.

### **Solución alternativa**

También podríamos resolver este problema usando tablas de temperatura transitoria de la siguiente manera (Gráficas de Heisler).

Se calcula el número de Fourier  $\tau$ , por la gráfica de Heisler correspondiente a la Temperatura en la línea central de placas planas. Anexo 7 (a)

$$\frac{1}{Bi} = \frac{k}{hL} = \frac{0.47 \text{ W/m}^\circ\text{C}}{(20 \text{ W/m}^2\text{C})(0.115 \text{ m})} = 0.204 \quad \frac{T_o - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \frac{-18 - (-30)}{7 - (-30)} = 0.324 \quad \tau$$

$$= \frac{\alpha t}{L^2} = 0.75$$

Seguidamente se despeja el tiempo.

$$t = \frac{\tau L^2}{\alpha} = \frac{(0.75)(0.115)^2}{0.13 \times 10^{-6}} = 76300 \text{ s} = 21.2 \text{ horas.}$$

Se calcula la temperatura de la superficie, por la gráfica de Heisler correspondiente a la Distribución de temperaturas de placas planas. Anexo 7 (b)

$$\frac{1}{Bi} = \frac{k}{hL} = 0.204 \quad \frac{x}{L} = 1 \quad \left. \vphantom{\frac{1}{Bi}} \right\} \frac{T(x) - T_\infty}{T_o - T_\infty} = 0.22$$

Por lo tanto:

$$T_{(L)} = T_\infty + 0.22(T_o - T_\infty)$$

$$T_{(L)} = -30 + 0.22[-18 - (-30)]$$

$$T_{(L)} = -27.4 \text{ }^\circ\text{C}$$

La ligera diferencia entre los dos resultados se debe al error de lectura de los gráficos.



<https://acortar.link/dXKbh>

# CAPÍTULO III

## Convección y radiación



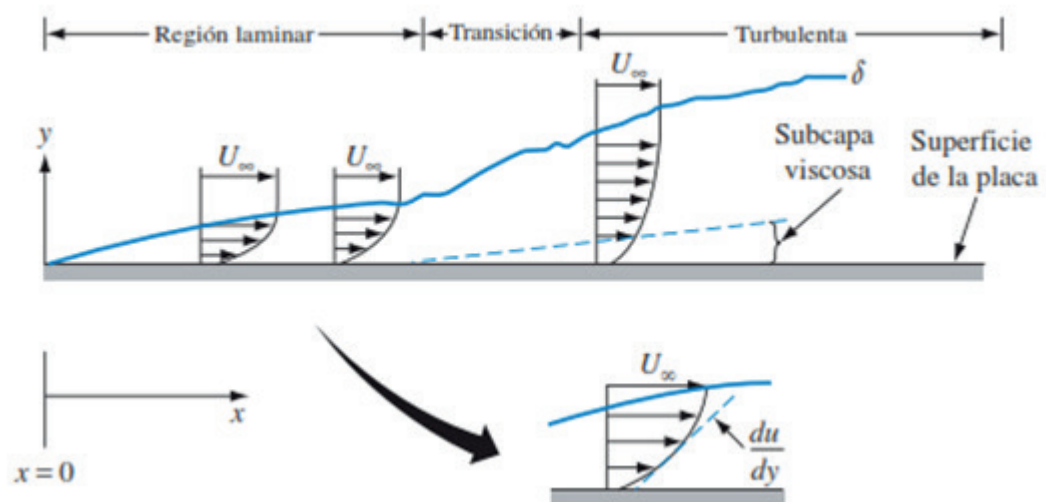


## Capa límite

Si se considera el flujo paralelo de un fluido sobre una placa plana, como se muestra en la Figura 73, el fluido se aproxima a la placa en dirección  $x$  con una velocidad uniforme  $V$ , la cual es prácticamente idéntica a la velocidad de la corriente libre sobre la placa, lejos de su superficie y se puede considerar que el fluido consta de capas adyacentes apiladas una sobre la otra. (Cengel Y., 2011).

Figura 73

Perfiles de velocidad en capas de límite laminar, de transición y turbulenta en flujo sobre una placa plana



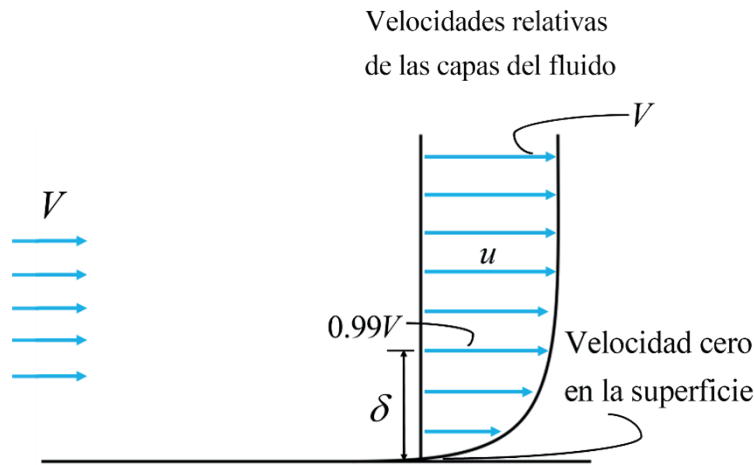
## Capa límite de velocidad

La velocidad de las partículas en la primera capa de fluido adyacente a la placa se vuelve cero debido a la condición de no deslizamiento. Esta capa inmóvil retarda las partículas de la capa vecina como resultado de la fricción de las partículas de ambas capas adjuntas que tienen velocidades diferentes.

Esta última capa retarda las moléculas de la capa siguiente, y así sucesivamente (Figura 74). Por tanto, la presencia de la placa se siente hasta cierta distancia normal  $\delta$ , más allá de la cual la velocidad de la corriente libre permanece esencialmente inalterada. Como resultado, la componente  $x$  de la velocidad del fluido,  $u$ , varía desde 0, en  $y=0$ , hasta casi  $V$ , en  $y=\delta$ . (Cengel Y., 2011)

Figura 74

Desarrollo de la capa límite sobre una superficie debido a la condición de no deslizamiento



La región del flujo arriba de la placa y limitada por  $\delta$ , en la cual se sienten los efectos de las fuerzas cortantes viscosas causadas por la viscosidad del líquido se llama capa límite de la velocidad. El espesor de la capa límite,  $\delta$ , por lo común se define como la distancia y tomada desde la superficie, a partir de la cual  $u=0,99V$ .

La recta hipotética de  $u=0,99V$  divide el flujo sobre una placa en dos regiones: la región de la capa límite, en la cual los efectos viscosos y los cambios de la velocidad son significativos, y la región del flujo no viscoso, en la cual los efectos de la fricción son despreciables y la velocidad permanece esencialmente constante.

## Capa límite térmica

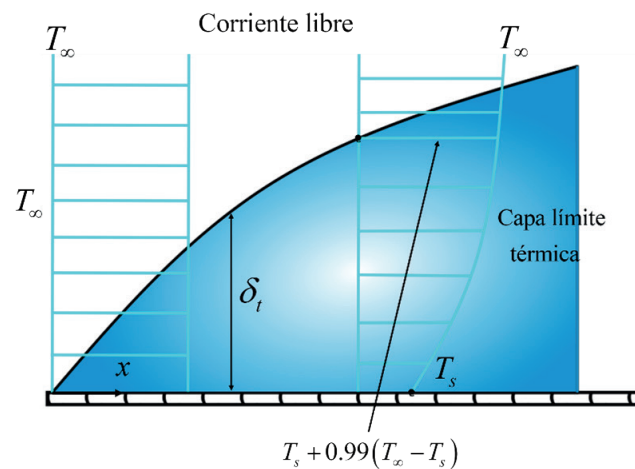
Como se ilustra en la Figura 75, la capa límite térmica se desarrolla cuando un fluido a una temperatura específica  $T_\infty$  fluye sobre una superficie que está a una temperatura diferente  $T_s$ . Las partículas de fluido en la capa adyacente a la superficie alcanzan el equilibrio térmico con la placa y tomarán la temperatura superficial  $T_s$ . Entonces, estas partículas de fluido intercambiarán energía con las partículas que están en la capa adyacente, y así sucesivamente.

Como resultado, se desarrolla un perfil de temperaturas que va desde  $T_s$  en la superficie, hasta  $T_\infty$  suficientemente lejos de ésta. La región del flujo sobre la superficie en la cual la variación de la temperatura en la dirección normal a la superficie es significativa es la capa límite térmica. El espesor de la capa límite térmica  $\delta_t$  se define como la distancia desde la superficie, a la cual la diferencia de temperatura  $T-T_s$  es igual a  $0.99 (T_\infty-T_s)$ . (Cengel Y., 2011).



Figura 75

Capa límite térmica sobre una placa plana (el fluido está más caliente que la superficie de la placa)



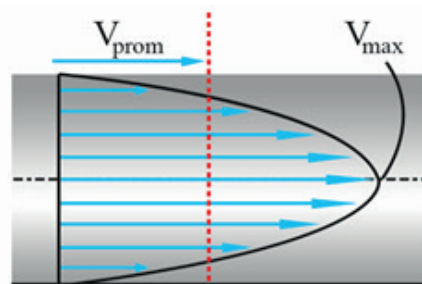
El espesor de la capa límite térmica aumenta en la dirección del flujo, debido a que corriente abajo se sienten los efectos de la transferencia de calor a distancias más grandes de la superficie.

## Flujo de fluidos

La velocidad de un fluido que circula dentro de una tubería varía desde cero en las paredes (debido a la condición de no-deslizamiento) hasta un valor máximo en el centro de la tubería (Figura 76), pero para el análisis del flujo de fluidos, comúnmente se utiliza la velocidad promedio  $V_{avg}$ , que se considera constante cuando el fluido es incompresible y el área de la sección transversal de la tubería es constante. En aplicaciones de calentamiento y enfriamiento  $V_{prom}$  puede variar un poco, debido a los cambios en la densidad que produce la temperatura. Sin embargo, se determinan las propiedades del fluido a una temperatura promedio y se les trata como una constante. (Cengel Y., 2011).

Figura 76

Perfil de velocidad de un fluido en una tubería

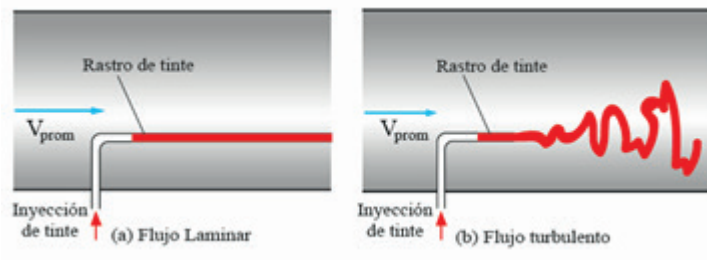


## Flujo laminar, transición y turbulento

Como se ilustra en la Figura 77, mediante una inspección cuidadosa del flujo dentro de una tubería se determina que el flujo de fluidos genera líneas de corriente aproximadamente paralelas a bajas velocidades, pero se vuelve caótico conforme la velocidad del fluido aumenta sobre un valor crítico. El régimen de flujo en el primer caso es laminar, y se caracteriza por líneas de corriente suave y movimiento sumamente ordenado; mientras que en el segundo caso el flujo es turbulento, y se caracteriza por fluctuaciones de velocidad y movimiento desordenado. La transición de flujo laminar a turbulento no ocurre repentinamente y sucede sobre cierta región en la que el flujo fluctúa entre flujos laminar y turbulento antes de volverse totalmente turbulento. La mayoría de los flujos que se encuentran en la práctica son turbulentos. El flujo laminar se produce cuando fluidos muy viscosos, como los aceites, fluyen en tubos de diámetro pequeño o pasos angostos. (Cengel Y., 2011).

Figura 77

Comportamiento del flujo laminar y turbulento en una tubería



## Número de Reynolds

La transición de flujo laminar a turbulento depende de la geometría, rugosidad de la superficie, velocidad del flujo, temperatura de la superficie y tipo de fluido, entre otros factores. El régimen de flujo depende principalmente de la razón de las fuerzas inerciales a las fuerzas viscosas en el fluido. Esta razón se conoce como número de Reynolds (adimensional) y se expresa como:

$$Re = \frac{\text{fuerzas inerciales}}{\text{fuerzas viscosas}} = \frac{\rho V_{avg} L_c}{\mu} = \frac{V_{avg} L_c}{\nu} \quad (3.1)$$

Donde:

- $L_c$  es la longitud característica de la configuración geométrica del sólido.
- $\rho$  es la densidad del fluido.
- $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido.
- $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido.

Para números de Reynolds elevados, el flujo es turbulento y para números de Reynolds pequeños o moderados el flujo es laminar. El número de Reynolds donde el flujo se vuelve turbulento se llama número de Reynolds crítico. El valor del número de Reynolds crítico para flujo interno en una tubería circular es 2300 (Cengel Y., 2011).

Para flujo por el interior de un tubo circular se toma como longitud característica su diámetro  $D$ . Por lo tanto, el número de Reynolds se define como:

$$Re = \frac{\rho V_{prom} D}{\mu} = \frac{V_{prom} D}{\nu} \quad (3.2)$$

Para flujo a través de tuberías no-circulares, el número de Reynolds se basa en el diámetro hidráulico  $D_h$ , que se define como (Figura 78):

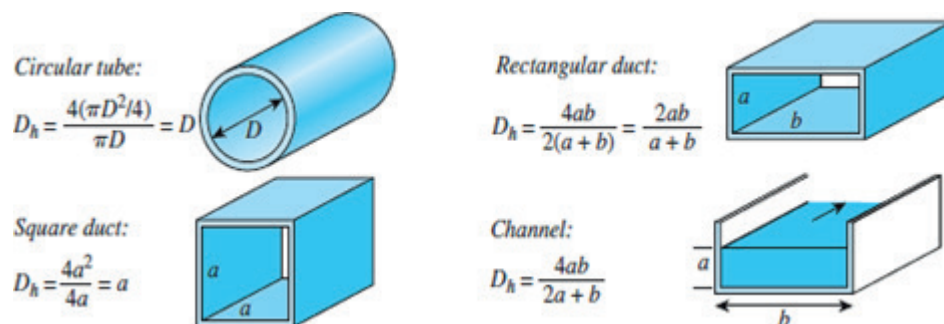
$$D_h = \frac{4A_{tr}}{p} \quad (3.3)$$

Donde:

- $A_{tr}$  es el área de sección transversal del ducto.
- $p$  es el perímetro húmedo.

Figura 78

Diámetro hidráulico para diferentes secciones



En la mayoría de las condiciones prácticas, el flujo en una tubería circular es:

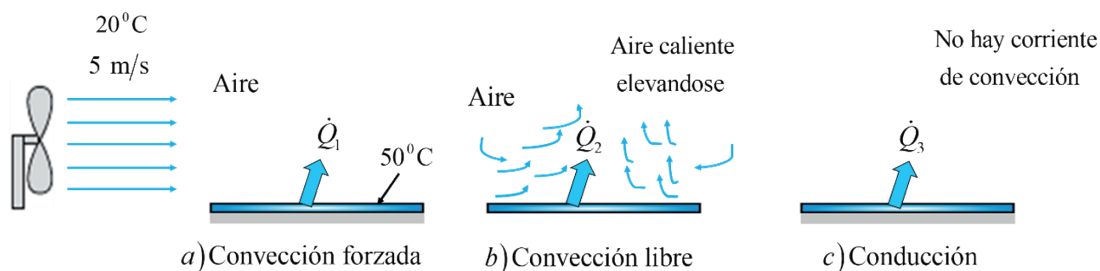
$Re \lesssim 2300$	laminar flow
$2300 \lesssim Re \lesssim 4000$	transitional flow
$Re \gtrsim 4000$	turbulent flow

## Mecanismo físico de la convección

La convección se clasifica como convección natural (o libre) y forzada, dependiendo de la manera en que se inicia el movimiento del fluido (Figura 79). En la convección forzada se obliga a que el fluido fluya sobre una superficie o dentro de un tubo por medios externos, como una bomba o un ventilador. En la convección natural, cualquier movimiento del fluido es causado por medios naturales, como el efecto de flotación, el cual se manifiesta como la subida del fluido caliente y la caída del fluido frío. La convección también se clasifica como externa e interna, dependiendo de si se obliga al fluido a fluir sobre una superficie o dentro de ducto confinado (Cengel Y., 2011).

Figura 79

Transferencia de calor de una superficie caliente por convección y conducción



La conducción difiere de la convección debido a que la convección requiere del movimiento de los fluidos. Por lo tanto, la transferencia de calor por convección es complicada de calcular debido a que comprende movimiento del fluido, así como conducción del calor.

La velocidad de la transferencia de calor a través de un fluido es mucho más alta por convección que por conducción. Entre más alta es la velocidad del fluido, mayor es la velocidad de la transferencia de calor (Cengel Y., 2011).

## Número de Nusselt

El número de Nusselt representa el mejoramiento de la transferencia de calor a través de la misma capa de fluido como resultado de la convección en relación con la conducción. Mientras mayor es el número de Nusselt, más eficaz es la convección. Es el coeficiente adimensional de transferencia de calor por convección y se define como:

$$Nu = \frac{h_{\infty} L_c}{k} \quad (3.4)$$

Donde:

- $L_c$  es la longitud característica de la configuración geométrica del sólido.
- $k$  es la conductividad térmica del fluido.

## Número de Prandtl

La mejor manera de describir el espesor relativo de las capas límite de velocidad y térmica es por medio del parámetro adimensional número de Prandtl, que se define como:

$$Pr = \frac{\text{Difusividad molecular de la cantidad de movimiento}}{\text{Difusividad molecular del calor}} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k} \quad (3.5)$$

Los números de Prandtl de los fluidos van desde menos de 0,01 para los metales líquidos, hasta más de 100 000 para los aceites pesados y sus valores promedio se determina a través de tablas. El calor se difunde con mucha rapidez en los metales líquidos ( $Pr \ll 1$ ) y con mucha lentitud en los aceites ( $Pr \gg 1$ ). Como consecuencia, la capa límite térmica es mucho más gruesa para los metales líquidos y mucho más delgada para los aceites (Cengel Y., 2011).

## Convección forzada para flujo externo

Los fenómenos que afectan la fuerza de resistencia al movimiento también afectan la transferencia de calor y este efecto se refleja en el número de Nusselt.

Los datos experimentales para transferencia de calor a menudo se representan con precisión razonable mediante una simple relación de la ley de las potencias de la forma:

$$Nu = C Re_L^m Pr^n \quad (3.6)$$

Donde:

- $m$  y  $n$  son exponentes constantes.
- $C$  es un coeficiente que depende de la configuración geométrica y del fluido.

Para tomar en consideración la variación de las propiedades con la temperatura, las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura de película, la cual es el promedio aritmético de las temperaturas de la superficie  $T_s$  y del flujo libre  $T_\infty$  y se define como:

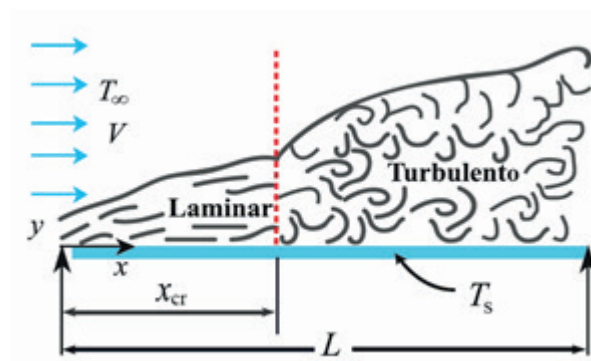
$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} \quad (3.7)$$

## Flujo sobre placas planas

Cuando se tiene flujo sobre una placa plana como en la Figura 80, el flujo en la capa límite se inicia como laminar, pero si la placa es lo suficientemente larga, el flujo se vuelve turbulento a una distancia  $x_{cr}$ , donde el número de Reynolds alcanza el valor crítico para la transición a flujo turbulento (Cengel Y., 2011).

Figura 80

Regiones laminar y turbulenta de la capa límite durante el flujo sobre una placa plana



El número local de Nusselt en una ubicación  $x$ , para el flujo sobre una placa plana, es:

$$\text{Laminar: } Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0,332 Re_x^{0,5} Pr^{1/3} \quad Pr \geq 0,6 \quad (3.8)$$

$$\text{Turbulento: } Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0,0296 Re_x^{0,8} Pr^{1/3} \quad \frac{0,6 \leq Pr \leq 60}{5 \cdot 10^5 \leq Re_x \leq 10^7} \quad (3.9)$$

El número de Nusselt promedio para la placa completa, cuando el flujo es laminar o turbulento sobre toda la placa, viene dado por:

$$\text{Laminar: } Nu = \frac{h_\infty L}{k} = 0,664 Re_L^{0,5} Pr^{1/3} \quad Pr \geq 0,6 \quad (3.10)$$

$$\text{Turbulento: } Nu = \frac{h_\infty L}{k} = 0,037 Re_L^{0,8} Pr^{1/3} \quad \frac{0,6 \leq Pr \leq 60}{5 \cdot 10^5 \leq Re_L \leq 10^7} \quad (3.11)$$

En casos donde la placa plana es lo suficientemente larga como para que el flujo se vuelva turbulento, pero no para descartar la región de flujo laminar, el coeficiente de transferencia de calor promedio sobre la placa completa es:

$$Nu = \frac{h_\infty L}{k} = (0,037 Re_L^{0,8} - 871) Pr^{1/3} \quad \frac{0,6 \leq Pr \leq 60}{5 \cdot 10^5 \leq Re_L \leq 10^7} \quad (3.12)$$

Una correlación que se aplica a todos los fluidos, incluidos los metales líquidos y sirve para todos los números de Prandtl, con una exactitud de hasta 1%, es:

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = \frac{0,3387 Pr^{1/3} Re_x^{1/2}}{\left[1 + \left(\frac{0,0468}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \quad (3.13)$$

Cuando una placa plana se sujeta a flujo uniforme de calor en lugar de a temperatura uniforme, el número de Nusselt local se expresa por:

$$\text{Laminar: } Nu_x = 0,453 Re_x^{0,5} Pr^{1/3} \quad (3.14)$$

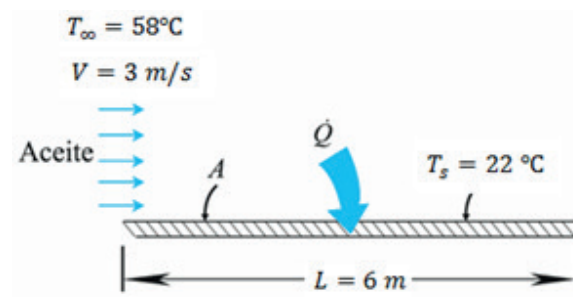
$$\text{Turbulento: } Nu_x = 0,0308 Re_x^{0,8} Pr^{1/3} \quad (3.15)$$

**Problema 3.1**

Aceite para motor a  $58^\circ\text{C}$  fluye sobre una placa plana de 6 m de largo cuya temperatura es de  $22^\circ\text{C}$ , con una velocidad de 3 m/s. Determine la fuerza total de resistencia al movimiento y la razón de la transferencia de calor sobre toda la placa por unidad de ancho de la placa completa.

Figura 81

Diagrama problema 3.1

**Suposiciones:**

1. El flujo es estacionario e incompresible.
2. El número de Reynolds crítico es  $Re_{cr} = 5 \times 10^5$

**Propiedades:** Las propiedades del aceite a temperatura fílmica de  $(T_s + T_\infty)/2 = (58 + 22)/2 = 40^\circ\text{C}$  provienen de la tabla A-13 Cengel

$$\rho = 876 \text{ kg/m}^3 \qquad \nu = 2,485 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.1444 \left( \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}} \right) \qquad Pr = 2962$$

**Análisis:**

$$Re_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{\frac{3\text{m}}{\text{s}} \cdot 6\text{m}}{2,485 \times \frac{10^{-4}\text{m}^2}{\text{s}}} = 7.24 \times 10^4$$

Flujo laminar

$$Nusselt = \frac{h_\infty L}{k} = 0.664 Re_L^{0.5} Pr^{1/3}$$



$$Nusselt = \frac{h_{\infty} L}{k} = 0.664(7.24 \times 10^4)^{0.5} 2962^{1/3}$$

$$Nusselt = \frac{h_{\infty} L}{k} = 2565.86$$

$$h_{\infty} = \frac{Nusselt \cdot k}{L} = \frac{(2565.86) \cdot (0.1444)}{6} = 61.75 \frac{W}{m^2 \cdot ^{\circ}C}$$

$$\dot{Q} = h_{\infty} A \Delta T$$

$$\dot{Q} = 61.75 \frac{W}{m^2 \cdot ^{\circ}C} (6 + 1 m^2) (58^{\circ}C - 22^{\circ}C)$$

$$\dot{Q} = 13\,338.35 W$$

$$C_f = 1.33 Re_L^{-0.5}$$

$$C_f = 1.33(7.24 \times 10^4)^{-0.5} = 4.943 \times 10^{-3}$$

$$F_D = C_f \rho A \frac{V^2}{2}$$

$$F_D = \frac{4.943 \times 10^{-3} \left(876 \frac{Kg}{m^3}\right) (6 m^2) \left(\frac{3m}{s}\right)^2}{2}$$

$$F_D = 38.97 N$$

Esfuerzo cortante:

$$\tau = \frac{F_D}{A} = \frac{38.97 N}{6 m^2} = 6.495 Pa$$

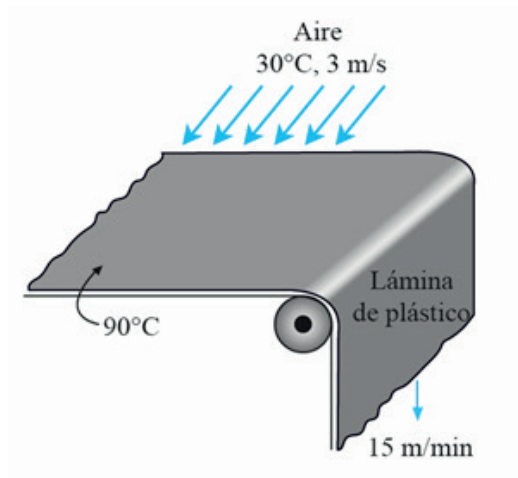
### Problema 3.2

En la sección de formado de una planta de plásticos, se extiende una lámina continua de plástico que tiene 1.2 m de ancho y 2 mm de espesor, con una velocidad de 15 m/min. La temperatura de la lámina es de 90°C cuando se le expone al aire circundante y se sujeta a flujo de aire a 30°C, a una velocidad de 3 m/s, sobre ambos lados y a lo largo de sus superficies perpendiculares a la dirección del movimiento de la propia lámina.

El ancho de la sección de enfriamiento por aire es tal que un punto fijo sobre la lámina de plástico pasa a través de esa sección en 2 s. Determine la razón de la transferencia de calor de la lámina de plástico al aire.

Figura 82

Diagrama problema 3.2.



**Datos:**

$$V = 3 \text{ m/s} \quad T_{\infty} = 30 \text{ °C} \quad L = 1.2 \text{ m} \quad \Delta t = 2 \text{ s} \quad T_s = 90 \text{ °C}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de operación estables.
2. El número crítico de Reynolds es  $Re_{cr} = 5 \times 10^5$
3. Los efectos de la radiación son insignificantes.
4. El aire es un gas ideal con propiedades constantes.

**Propiedades:** Las propiedades del aire a 1 atm y la temperatura fílmica  $(T_s + T_{\infty})/2 = (90 + 30)/2 = 60 \text{ °C}$  provienen de la tabla A-13

$$\rho = 1.059 \text{ kg/m}^3$$

$$\nu = 1.896 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.02808 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{°C}}$$

$$Pr = 0.7202$$

**Propiedades:**

El ancho de la sección de enfriamiento se determina primero a partir de:

$$W = V \Delta t = \left[ \frac{\left( \frac{15}{60} \right) \text{ m}}{\text{ s}} \right] (2 \text{ s}) = 0.5 \text{ m}$$

El número de Reynolds es:

$$Re = \frac{VL}{\nu} = \frac{(3 \frac{m}{s})(1.2 m)}{1.896 \times 10^{-5} m^2/s} = 1.899 \times 10^5$$

Que es menor que el número crítico de Reynolds. Por lo tanto, el flujo es laminar. Usando la relación adecuada en el flujo laminar para el número de Nusselt, se determina que el coeficiente de transferencia de calor promedio y la tasa de transferencia de calor son:

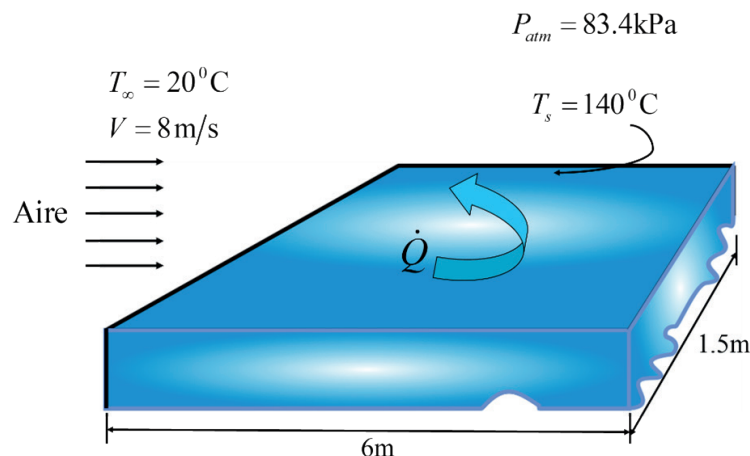
$$\begin{aligned} Nu &= \frac{hL}{k} = 0.664 Re^{0.5} Pr^{\frac{1}{3}} = 0.664 (1.899 \times 10^5)^{0.5} (0.7202)^{\frac{1}{3}} = 259.3 h = \frac{k}{L} Nu \\ &= \frac{0.02808 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}}{1.2 m} 259.3 = 6.07 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} As = 2LW = 2(1.2 m)(0.5 m) \\ &= 1.2 m^2 \dot{Q}_{conv} = hAs(T_\infty - T_s) = \left(6.07 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}\right) (1.2 m^2)(90 - 30)^\circ C \\ &= 437 W \end{aligned}$$

### Problema 3.3

La presión atmosférica en Denver, Colorado (altitud de 1 610 m), es 83.4 kPa. Aire a esta presión y a 20°C fluye con una velocidad de 8 m/s sobre una placa plana de 1.5 m x 6 m cuya temperatura es de 140°C. Determine la razón de la transferencia de calor desde la placa si el aire fluye paralelo a a) el lado de 6 m de largo y b) el lado de 1.5 m.

Figura 83

Diagrama problema 3.3.



**Datos:**

$$L = 6 \text{ m} \quad T_s = 140 \text{ }^\circ\text{C} \quad T_\infty = 20 \text{ }^\circ\text{C} \quad V = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad P_{\text{atm}} = 83.4 \text{ kPa} \cdot \frac{1 \text{ atm}}{101.325 \text{ kPa}} = 0.823 \text{ atm}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones estacionarias de operación.
2. El número crítico de Reynolds es  $Re_{cr} = 5 \times 10^5$ .
3. Los efectos de la radiación son despreciables.
4. El aire es un gas ideal.

**Propiedades:**

Las propiedades  $k$ ,  $\mu$ ,  $C_p$  y  $Pr$  de los gases ideales son independientes de la presión, en tanto que las propiedades  $\nu$  y  $\alpha$  son inversamente proporcionales a la densidad y, por consiguiente, a la presión. Las propiedades del aire a la temperatura de película de  $(T_s + T_\infty)/2 = (140 + 20)/2 = 80^\circ\text{C}$  y una presión de 1 atm son tabla A-15 de Cengel.

$$\nu_{@1\text{atm}} = 2.097 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.02953 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}}$$

$$Pr = 0.7154$$

La presión en Denver

$$\nu = \frac{\nu_{@1\text{atm}}}{P} = \frac{(2.097 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})}{0.823} = 2.548 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

**Análisis:**

a) Cuando el flujo del aire es paralelo al lado largo, se tiene  $L = 6 \text{ m}$ .

El número de Reynolds es:

$$Re = \frac{VL}{\nu} = \frac{(8 \frac{\text{m}}{\text{s}})(6 \text{ m})}{2.548 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 1.884 \times 10^6$$

Que es mayor que el número crítico de Reynolds. Por lo tanto, se tienen flujos laminar y turbulento combinados y se determina que el número de Nusselt promedio para la placa completa es:

$$\begin{aligned} Nu &= \frac{hL}{k} = (0.037Re^{0.8} - 871)Pr^{\frac{1}{3}} = [0.037(1.884 \times 10^6)^{0.8} - 871]0.7154^{\frac{1}{3}} \\ &= 2687h = \frac{k}{L}Nu = \frac{0.02953 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^\circ\text{C}}}{6 \text{ m}} 2687 = 13.2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot^\circ\text{C}} As = LW \\ &= (1.5 \text{ m})(6 \text{ m}) = 9 \text{ m}^2 \dot{Q}_{conv} = hAs(T_\infty - T_s) \end{aligned}$$

$$= \left(13.2 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}\right) (9 m^2) (140 - 20)^\circ C = 1.43 \times 10^4 W$$

b) Cuando el flujo de aire es a lo largo del lado corto, se tiene  $L = 1.5 m$  y el número de Reynolds al final de la placa queda:

$$Re = \frac{VL}{\nu} = \frac{\left(8 \frac{m}{s}\right)(1.5 m)}{2.548 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s}} = 4.71 \times 10^5$$

El cual es menor que el número crítico de Reynolds. Por tanto, se tiene flujo laminar sobre la placa completa y el número de Nusselt promedio es:

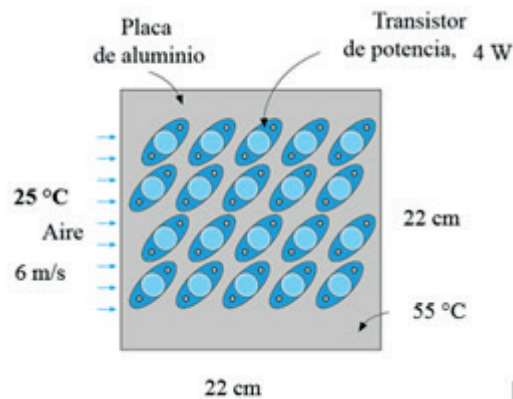
$$\begin{aligned} Nu &= \frac{hL}{k} = 0.664Re^{0.5}Pr^{\frac{1}{3}} = 0.664(4.71 \times 10^5)^{0.5}(0.7154)^{\frac{1}{3}} = 408h = \frac{k}{L}Nu \\ &= \frac{0.02953 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}}{1.5 m} 408 = 8.03 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \dot{Q}_{conv} = hAs(T_\infty - T_s) \\ &= \left(8.03 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}\right) (9 m^2) (140 - 20)^\circ C = 8670 W \end{aligned}$$

### Problema 3.4

El siguiente ejercicio resuelva para un lugar a una altitud de 1520 m, donde la presión atmosférica es de 92,3 kPa. Un arreglo de transistores de potencia, que disipan 4 W de potencia cada uno, se va a enfriar montándolo sobre una placa cuadrada de aluminio de 22 cm y soplando aire a 25°C sobre dicha placa, con un ventilador, a una velocidad de 6 m/s. La temperatura promedio de la placa no debe ser mayor de 55°C. Si la transferencia de calor desde el lado posterior de la placa es despreciable y se descarta la radiación, determine el número de transistores que se pueden colocar sobre esta placa.

Figura 84

Diagrama problema 3.4.



**Datos:**

$$P = 92,3 \text{ kPa}$$

$$A = 22 \text{ cm} \times 22 \text{ cm}$$

$$T_{\infty} = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_s = 55 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones estacionarias de operación,
2. El número crítico de Reynolds es  $Re_{cr} = 5 \times 10^5$ .
3. Los efectos de la radiación son insignificantes
4. La transferencia de calor desde la parte posterior de la placa es insignificante.
5. El aire es un gas ideal con propiedades constantes.
6. La presión atmosférica local es de 1 atm.

**Propiedades:**

$$T_f = \frac{T_s + T_{\infty}}{2} = \frac{55 + 25}{2} = 40 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$k = 0,02662 \frac{\text{W}}{\text{m}^{\circ}\text{C}}$$

$$\nu_{@1\text{atm}} = 1,702 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$Pr = 0,7255$$

$$P = \frac{92,3 \text{ kPa} \times 1 \text{ atm}}{101,325 \text{ kPa}} = 0,9109 \text{ atm}$$

$$\nu = \frac{1,702 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}}{0,9109 \text{ atm}} = 1,868 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

**Análisis:**

$$Re_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 0,22 \text{ m}}{1,868 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 7,06 \times 10^4$$

$$Re_L < Re_{CR} \rightarrow \text{Flujo laminar}$$

$$Nu = \frac{hL}{k} = 0,664 Re^{0,5} Pr^{\frac{1}{3}} = 0,664 (7,06 \times 10^4)^{0,5} (0,7255)^{\frac{1}{3}} = 158,5$$

$$h = \frac{Nu k}{L} = \frac{(158,5) \times 0,02662 \frac{\text{W}}{\text{m}^{\circ}\text{C}}}{0,22 \text{ m}} = 19,18 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}$$

$$A_s = LW = 0.22 \text{ m} \times 0.22 \text{ m} = 0.0484 \text{ m}^2$$

$$\dot{Q}_{conv} = hA_s(T_\infty - T_s)$$

$$\dot{Q}_{conv} = 19.18 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} 0.0484 \text{ m}^2 \times (55 - 25)^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q}_{conv} = 27.85 \text{ W}$$

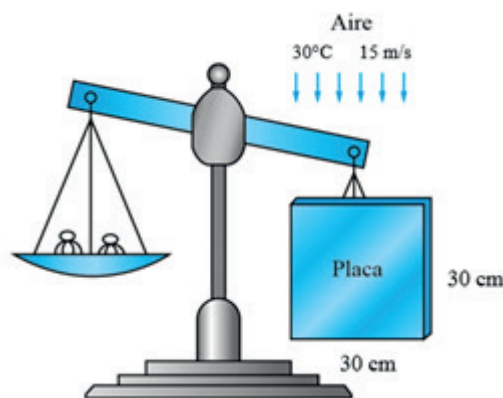
$$n = \frac{27.85 \text{ W}}{4 \text{ W}} = 6.96 \approx 7 \text{ transistores}$$

### Problema 3.5

El peso de una placa plana delgada que tiene un tamaño de 30 cm x 30 cm se equilibra mediante un contrapeso que tiene una masa de 1 kg, como se muestra en la figura. Ahora se enciende un ventilador y aire a 1 atm y 30°C fluye hacia abajo sobre las dos superficies de la placa, con una velocidad de la corriente libre de 15 m/s. Determine la masa que es necesario añadir al contrapeso para equilibrar la placa en este caso.

Figura 85

Diagrama problema 3.5



**Datos:**

$$L = 0.3 \text{ m} \quad V = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad T_\infty = 30^\circ\text{C}$$

**Suposiciones:**

1. El flujo es constante e incompresible.
2. El número crítico de Reynolds es  $Re_{cr} = 5 \times 10^5$ .
3. El aire es un gas ideal.
4. Las superficies de la placa son lisas.

**Propiedades:**

$$\rho = 1.164 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \nu = 1.608 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

**Análisis:**

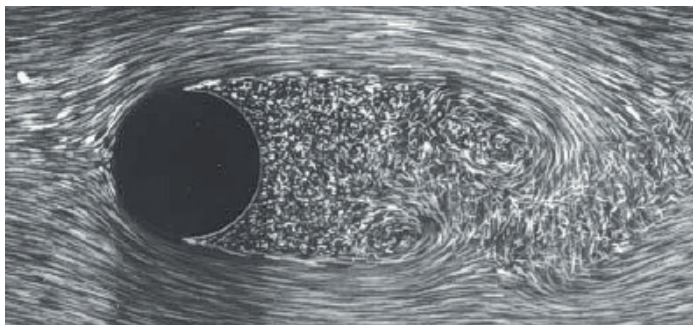
$$\begin{aligned} Re &= \frac{VL}{\nu} = \frac{\left(15 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(0.3 \text{ m})}{1.608 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 2.79 \times 10^5 C_f = \frac{1.33}{Re^{0.5}} = \frac{1.33}{(2.79 \times 10^5)^{0.5}} \\ &= 2.514 \times 10^{-3} F_D = C_f A_s \frac{\rho V^2}{2} \\ &= (2.514 \times 10^{-3})(2 \times 0.3 \times 0.3) \text{ m}^2 \frac{\left(1.164 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \left(15 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} F_D \\ &= 0.0593 \text{ Nm} = \frac{F_D}{g} = \frac{0.0593 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 6.0405 \times 10^{-3} \text{ kg} = 6.04 \text{ g} \end{aligned}$$

## Flujo a través de cilindros y esferas

Como se muestra en la Figura 86, el flujo cruzado sobre cilindros y esferas exhibe patrones complejos de líneas de flujo que influye sobre la transferencia de calor. El fluido que se aproxima al cilindro se ramifica y abraza el cilindro en el lado frontal, formando una capa límite que lo envuelve. Las partículas de fluido sobre el plano medio chocan contra el cilindro en el punto de estancamiento, haciendo que el fluido se detenga por completo y, como consecuencia, se eleva la presión en ese punto. Conforme se aproxima a la parte superior, la capa límite se separa de la superficie y forma una región de separación detrás del cilindro, la misma que se caracteriza por la formación aleatoria de vórtices con presiones muchos más bajas que la del punto de estancamiento (Cengel Y., 2011).

**Figura 86**

*Flujo sobre un cilindro circular, separación de la capa límite laminar con una estela turbulenta.*





Como longitud característica, en las correlaciones para analizar el flujo a través de cilindros circulares o esferas, se toma el diámetro externo  $D$ .

De las varias relaciones que se dispone en la literatura sobre el número de Nusselt promedio para flujo cruzado sobre cilindros, se utiliza la propuesta por Churchill y Bernstein:

$$Nu_{cil} = \frac{h_{\infty} D}{k}$$

$$= 0,3 + \frac{0,62 Re^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0,4}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re}{282\,000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} Pr \quad Pr > 0,2 \quad (3.16)$$

Las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura de película. Para el flujo sobre una esfera, se utiliza la correlación de Whitaker:

$$Nu_{esf} = \frac{h_{\infty} D}{k} = 2 + \left[0,4 Re^{1/2} + 0,06 Re^{2/3}\right] Pr^{0,4} \left(\frac{\mu_{\infty}}{\mu_s}\right)^{1/4}$$

$$\frac{0,7 \leq Pr \leq 380}{3,5 \leq Re \leq 8 \cdot 10^4} \quad (3.17)$$

Las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura de la corriente libre  $T_{\infty}$ , excepto  $\mu_s$  que se evalúa a  $T_s$ .

El número de Nusselt promedio para los flujos a través de cilindros circulares y no circulares se puede expresar en forma compacta como:



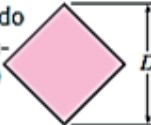

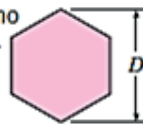


$$Nu = C Re^m Pr^{1/3} \quad (3.18)$$

$C$  y  $m$  se obtienen de la Tabla 1 de la página siguiente.

La ecuación 3.18 es una alternativa más simple para analizar el flujo sobre cilindros. Sin embargo, la ecuación 3.16 es más exacta y, por lo tanto, debe preferirse en los cálculos siempre que sea posible.

Tabla 1

Correlaciones empíricas para el número de Nusselt promedio, para convección forzada sobre cilindros circulares y no circulares en flujo cruzado

Sección transversal del cilindro	Fluido	Rango de Re	Número de Nusselt
Círculo 	Gas o líquido	0.4-4 4-40 40-4 000 4 000-40 000 40 000-400 000	$Nu = 0.989Re^{0.330} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.911Re^{0.385} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.683Re^{0.466} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.193Re^{0.618} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.027Re^{0.805} Pr^{1/3}$
Cuadrado 	Gas	5 000-100 000	$Nu = 0.102Re^{0.675} Pr^{1/3}$
Cuadrado (inclinado 45°) 	Gas	5 000-100 000	$Nu = 0.246Re^{0.588} Pr^{1/3}$
Hexágono 	Gas	5 000-100 000	$Nu = 0.153Re^{0.638} Pr^{1/3}$
Hexágono (inclinado 45°) 	Gas	5 000-19 500 19 500-100 000	$Nu = 0.160Re^{0.638} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.0385Re^{0.782} Pr^{1/3}$
Placa vertical 	Gas	4 000-15 000	$Nu = 0.228Re^{0.731} Pr^{1/3}$
Elipse 	Gas	2 500-15 000	$Nu = 0.248Re^{0.612} Pr^{1/3}$

Nota. Tomado de Zukauskas, Ref. 14, y Jakob, 1949

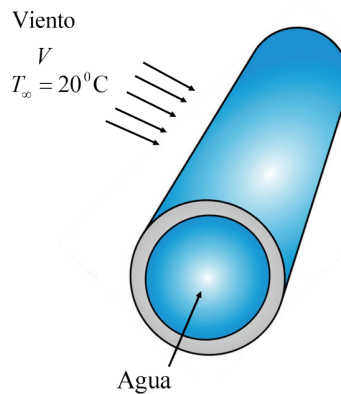
### Problema 3.6

En una planta geotérmica, el agua geotérmica que se usa, a 70°C, entra a un tubo no aislado de 12 cm de diámetro y 300 m de largo, a razón de 7.5 kg/s, y sale a 60°C antes de ser reinyectada de nuevo en el suelo. Viento a 20°C fluye

de manera normal al tubo. Si se descarta la radiación, determine la velocidad promedio del viento en km/h.

Figura 87

Diagrama problema 3.6.



**Datos:**

$$\dot{m} = 7.5 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \quad T_{\infty} = 20^{\circ}\text{C} \quad T_1 = 70^{\circ}\text{C} \quad T_2 = 60^{\circ}\text{C} \quad L = 300 \text{ m}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de operación estables.
2. Los efectos de la radiación son insignificantes.
3. El aire es un gas ideal.
4. La presión atmosférica local es 1 atm.

**Propiedades:** El calor específico del agua a temperatura promedio de  $65^{\circ}\text{C}$  es  $4187 \text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$ , Tabla A-9 (Cengel Y., 2011).

Las propiedades del aire a la temperatura fílmica de  $((65+20))/2=42.5^{\circ}\text{C}$

$$k = 0.026805 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot^{\circ}\text{C}} \quad \nu = 1.726 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad Pr = 0.7248$$

**Análisis:** La razón de transferencia de calor de la tubería es el cambio de energía de agua desde la entrada hasta la salida de la tubería y se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p\Delta T \quad \dot{Q} = 7.5 \frac{\text{Kg}}{\text{s}} \cdot 4,187 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}^{\circ}\text{C}} (70^{\circ}\text{C} - 60^{\circ}\text{C}) \quad \dot{Q} = 314,025 \text{ kW}$$

Este calor es el mismo que pierde por convección, por lo tanto:

$$A = \pi DL = \pi(0,12m)(300m) = 113,09 \text{ m}^2$$

$$\dot{Q} = hA\Delta T = 314,025 \text{ KW} = h(113,09\text{m}^2)(65^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})h = 61,706 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{C}}$$

Para calcular la velocidad del viento se deben calcular las propiedades del fluido a la temperatura fílmica,

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} = \frac{65^\circ\text{C} + 20^\circ\text{C}}{2} = 42,5^\circ\text{C} \quad \nu = 1,726 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad k = 0,026805 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$$

$$Nu = \frac{hD}{k} = \frac{61,706 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{C}} \times 0,12\text{m}}{0,026805 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}} = 276,24$$

La fórmula para el Nusselt de cilindros promedio es:  $Nu = 0,3 + \frac{0,62Re^{\frac{1}{2}}Pr^{\frac{1}{3}}}{\left(1 + (0,4/Pr)^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}}$   $\left[1 + \left(\frac{Re}{282000}\right)^{\frac{4}{5}}\right]^{\frac{1}{4}} = 276,24$

$$\left(\frac{Re}{282000}\right)^{\frac{4}{5}} = 276,24$$

Resolviendo:  $Re = 142239,57 \quad Re = \frac{VD}{\nu} = 142239,57 = \frac{V(0,12\text{m})}{1,726 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} \quad V = 20,45 \text{ m/s} = 73,65 \text{ km/h}$

## Flujo a través de bancos de tubos

En la práctica es común encontrar flujo cruzado a través de bancos de tubos en equipos de transferencia de calor, como refrigeradores, acondicionadores de aire, condensadores y evaporadores. En un intercambiador de calor que contiene un banco de tubos, éstos suelen colocarse en una coraza, en especial cuando el fluido es un líquido, y éste fluye a través del espacio entre los tubos y la coraza.

Los tubos en un banco suelen disponerse alineados o escalonados en la dirección del flujo, como se muestra en la Figura 88. El diámetro exterior del tubo  $D$  se toma como la longitud característica. La disposición de los tubos se caracteriza por el paso transversal  $S_T$ , paso longitudinal  $S_L$  y paso diagonal  $S_D$  entre centros de tubos, siendo:

$$S_D = \sqrt{S_L^2 + \left(\frac{S_T}{2}\right)^2} \quad (3.19)$$

En los bancos de tubos las características del flujo son dominadas por la velocidad máxima  $V_{m\acute{a}x}$  que se tiene dentro del banco. Por lo tanto, el número de Reynolds se define sobre la base de la velocidad máxima:

$$Re_D = \frac{\rho V_{m\acute{a}x} D}{\mu} = \frac{V_{m\acute{a}x} D}{\nu} \quad (3.20)$$

Para la disposición alineada, la velocidad máxima se tiene en el área mínima de flujo entre los tubos y viene dada por:

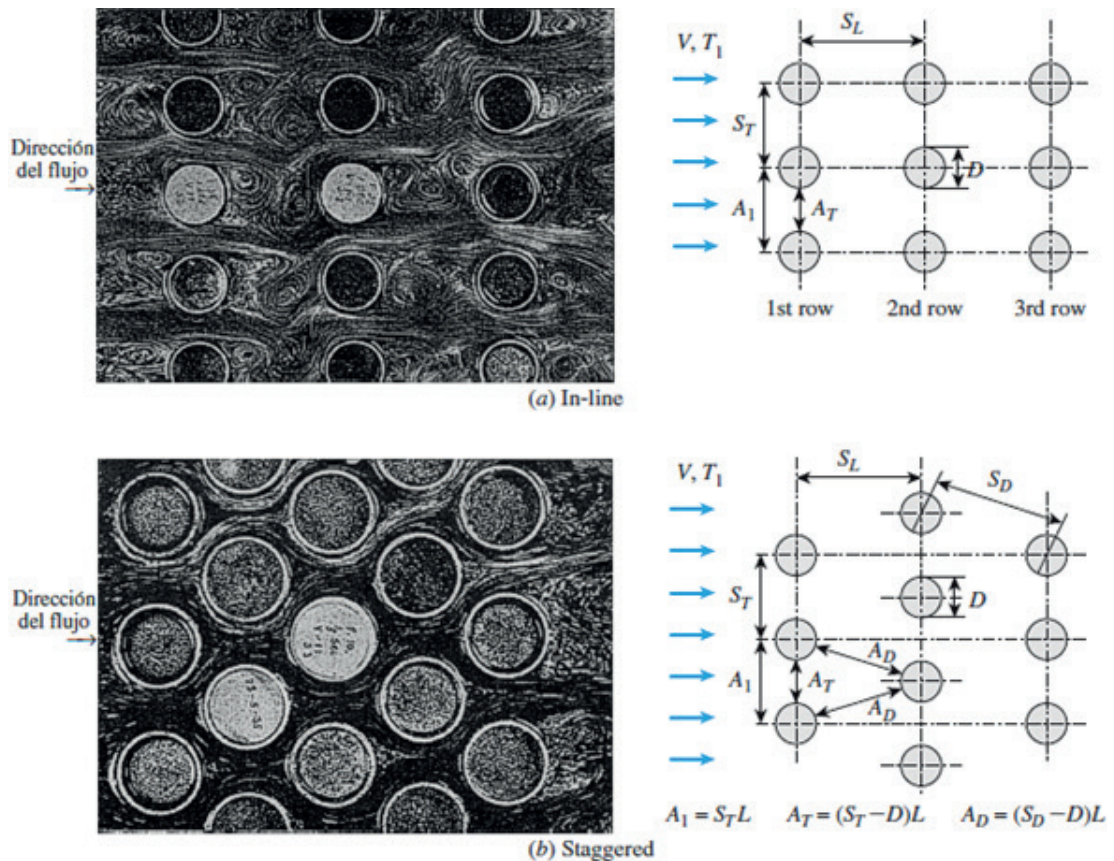
$$V_{m\acute{a}x} = \frac{S_T}{S_T - D} V \quad (3.21)$$

Para la disposición escalonada, si  $2A_D > A_T$ , la velocidad máxima viene dada por la ecuación 3.22, pero si  $2A_D < A_T$ , la velocidad máxima en ocurre en las secciones transversales diagonales y viene dada por:

$$V_{m\acute{a}x} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} V \quad (3.22)$$

Figura 88

Patrones de flujo y disposición de los tubos para bancos de tubos: a) alineados y b) escalonados



En la Tabla 2 se dan las correlaciones para determinar el número de Nusselt explícitamente para  $0,7 < Pr < 500$  y  $0 < Re_D < 2 \cdot 10^6$ .

Todas las propiedades, excepto  $Pr_s$ , deben evaluarse a la temperatura media del fluido:

$$T_m = \frac{T_{\infty i} + T_{\infty e}}{2} \quad (3.23)$$

Donde:

- $T_{\infty i}$  es la temperatura del fluido en la admisión del banco de tubos.
- $T_{\infty e}$  es la temperatura del fluido en la salida del banco de tubos.

Tabla 2

Correlaciones del número de Nusselt para flujo cruzado sobre bancos de tubos

Arrangement	Range of $Re_D$	Correlation
In-line	0–100	$Nu_D = 0.9 Re_D^{0.4} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	100–1000	$Nu_D = 0.52 Re_D^{0.5} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	1000– $2 \times 10^5$	$Nu_D = 0.27 Re_D^{0.63} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	$2 \times 10^5$ – $2 \times 10^6$	$Nu_D = 0.033 Re_D^{0.8} Pr^{0.4} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
Staggered	0–500	$Nu_D = 1.04 Re_D^{0.4} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	500–1000	$Nu_D = 0.71 Re_D^{0.5} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	1000– $2 \times 10^5$	$Nu_D = 0.35 (S_T/S_L)^{0.2} Re_D^{0.6} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$
	$2 \times 10^5$ – $2 \times 10^6$	$Nu_D = 0.031 (S_T/S_L)^{0.2} Re_D^{0.8} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$

Las correlaciones de la tabla 3.2 son para bancos de tubos con 16 o más filas. Para bancos de tubos con  $N_L < 16$ :

$$Nu_{D,N_L} = F Nu_D \quad (3.24)$$

Donde  $F$  es un factor de corrección cuyos valores se dan en la Tabla 3. Para  $Re_D > 1\,000$ , el factor de corrección es independiente del número de Reynolds.

Tabla 3

Factor de corrección  $F$

$N_L$	1	2	3	4	5	7	10	13
In-line	0.70	0.80	0.86	0.90	0.93	0.96	0.98	0.99
Staggered	0.64	0.76	0.84	0.89	0.93	0.96	0.98	0.99

Una vez que se conoce el coeficiente de transferencia de calor promedio para el banco de tubos completo, se puede determinar la razón de la transferencia de calor mediante:

$$q_B = h_{\infty} A_S \Delta T \quad (3.25)$$

Donde:

- $\Delta T = T_s - T_m$
- $A_S$  es el área superficial total de transferencia de calor del banco de tubos  
 $= N \pi D L$

Sin embargo, en general para bancos de tubos, la diferencia de temperatura  $\Delta T$  predice una razón de transferencia de calor en exceso, por lo que, resulta más apropiado utilizar la diferencia de temperaturas media logarítmica  $\Delta T_{ln}$ , que se define como:

$$\Delta T_{ln} = \frac{(T_s - T_e) - (T_s - T_i)}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} \quad (3.26)$$

Entonces, la razón de la transferencia de calor se determina mediante:

$$q_B = h_{\infty} A_S \Delta T_{ln} \quad (3.27)$$

### Problema 3.7

Se va a calentar aire al pasarlo sobre un banco de tubos de 3.5 m de largo en el interior de los cuales se condensa vapor de agua a 102°C. El aire se aproxima al banco en la dirección perpendicular a 21°C y 1 atm, con una velocidad media de 5.5 m/s.

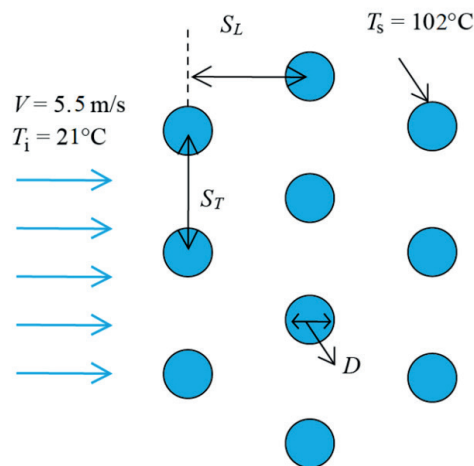
El diámetro exterior de los tubos es de 1.4 cm y se encuentran dispuestos en forma escalonada con pasos longitudinal y transversal de  $SL = ST = 4$  cm. Se tienen 20 filas en la dirección del flujo con 10 tubos en cada una de ellas.

Determine a) la razón de la transferencia de calor, b) la caída de presión a través del banco y c) la razón de la condensación del vapor en el interior de los tubos.



Figura 89

Diagrama problema 3.7

**Solución:**

El aire de combustión se calienta condensando vapor en un banco de tubos. La velocidad de transferencia de calor al aire, la caída de presión del aire y la velocidad de condensación del vapor deben determinarse.

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de funcionamiento estables.
2. La temperatura de la superficie de los tubos es igual a la temperatura del vapor.

**Propiedades:**

La temperatura de salida del aire, y por lo tanto la temperatura media, no se conoce. Evaluamos las propiedades del aire a la temperatura media supuesta de  $35^\circ\text{C}$  (se verificará más adelante) y 1 atm. Tabla A-15 (Cengel Y., 2011):

$$k = 0.02625 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

$$C_p = 1.007 \text{ kJ/kgK}$$

$$\mu = 1.895 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}$$

$$\rho = 1.145 \text{ kg/m}^3$$

$$Pr = 0.7268$$

$$Pr_s = Pr_{@T_s=102^\circ\text{C}} = 0.71065$$



Además, la densidad del aire a la temperatura de entrada de 21 °C (para uso en el cálculo del caudal másico en la entrada) es  $\rho_i = 1.2002 \text{ kg/m}^3$ . La entalpía de vaporización del agua a 102 °C es  $h_{fg} = 2251 \text{ kJ/kg.K}$ . Tabla A-9 (Cengel Y., 2011).

**Análisis:**

a) Se da que  $D = 0.014 \text{ m}$ ,  $S_L = S_T = 0.04 \text{ m}$ , y  $V = 5.5 \text{ m/s}$ . Luego la velocidad máxima y el número de Reynolds basado en la velocidad máxima convertida:

$$V_{m\acute{a}x} = \frac{S_T}{S_T - D} V = \frac{0.04 \text{ m}}{0.04 \text{ m} - 0.014 \text{ m}} * 5.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8.4615 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re_D = \frac{\rho V_{m\acute{a}x} D}{\mu} = \frac{1.145 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 8.4615 \frac{\text{m}}{\text{s}} * 0.014 \text{ m}}{1.895 * 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m.s}}} = 7157.67$$

El número promedio de Nusselt se determina utilizando la relación adecuada de la Tabla 2.

$$Nu_D = 0.35 \left( \frac{S_T}{S_L} \right)^{0.2} Re_D^{0.6} Pr^{0.36} \left( \frac{Pr}{Pr_s} \right)^{0.25}$$

$$Nu_D = 0.35 \left( \frac{0.04}{0.04} \right)^{0.2} 7157.67^{0.6} 0.7268^{0.36} \left( \frac{0.7268}{0.71065} \right)^{0.25} = 64.488$$

Como  $NL = 20$ , es mayor que 16, el número promedio de Nusselt y el coeficiente de transferencia de calor para todos los tubos en el banco de tubos se convierte en:

$$Nu_D = \frac{hD}{k}$$

$$h = \frac{Nu_D k}{D} = \frac{64.488 * 0.02625 \frac{\text{W}}{\text{m.K}}}{0.014 \text{ m}} = 120.915 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

El número total de tubos es  $N = N_L * N_T = 20 * 10 = 200$ . Para una unidad de longitud de tubo ( $L = 1 \text{ m}$ ), el área de superficie de transferencia de calor y el caudal másico de aire (evaluado en la entrada) son:

$$A_s = N \times \pi \times D \times L$$

$$A_s = 200 \times \pi \times 0.014\text{m} \times 1\text{m} = 8.796\text{m}^2$$

$$\dot{m} = \dot{m}_l = \rho_i v (N_T S_T L)$$

$$\dot{m}_l = 1.2002 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left(5.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) (10 \times 0.04\text{m} \times 1\text{m}) = 2.640 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Luego, la temperatura de salida del fluido, la diferencia de temperatura media de registro y la velocidad de transferencia de calor se convierten en:

$$T_e = T_s - (T_s - T_i) e^{\left(-\frac{A_s \times h}{\dot{m} \times C_p}\right)}$$

$$T_e = 102^\circ\text{C} - (102 - 21)^\circ\text{C} \times e^{\left(-\frac{8.796\text{m}^2 \times 120.915 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}}{2.640 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \times 1007 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}}\right)} = 47.708^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{(T_s - T_e) - (T_s - T_i)}{\ln \left[ \frac{(T_s - T_e)}{(T_s - T_i)} \right]}$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{(102 - 47.708) - (102 - 21)}{\ln \left[ \frac{(102 - 47.708)}{(102 - 21)} \right]} = 66.758^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q} = h A_s \Delta T_{lm} = 120.915 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \times 8.796\text{m}^2 \times 66.758^\circ\text{C} = 71001.695\text{W}$$

b) Para este banco de tubos escalonado, el coeficiente de fricción correspondiente a  $ReD = 7158$  y  $ST/D = 4/1.4 = 2.875$  es, de la Figura del Anexo 20 literal b,  $f = 0.32$ . Además,  $\chi = 1$  para los arreglos cuadrados. Entonces, la caída de presión a través del banco de tubos se convierte en:

$$\Delta P = N_L \times f \times \chi \times \rho \times \frac{V_{max}^2}{2}$$

$$\Delta P = 20 \times 0.32 \times 1 \times \frac{1.145 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} (8.4615 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2}$$

$$\Delta P = 262.331 \text{ Pa}$$

c) La tasa de condensación de vapor es:

$$\dot{Q} = \dot{m}_{cond} h_{fg}$$

$$\dot{m}_{cond} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}} = \frac{71.001695 \text{ kW}}{2251 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}}} = 0.03154 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 1.89 \frac{\text{kg}}{\text{min}}$$

**Discusión:**

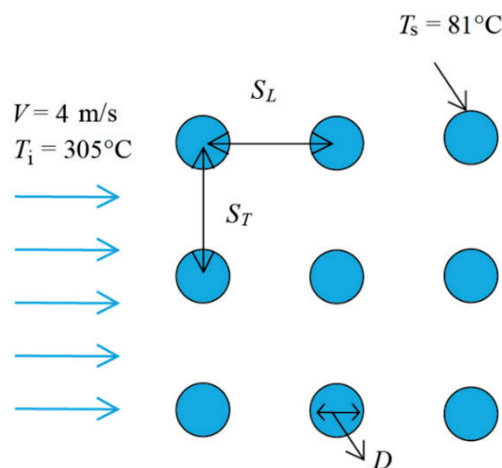
La temperatura media aritmética del fluido es  $((T_i+T_o))/2 = ((21+47.708))/2=34.354 \text{ }^\circ\text{C}$ , que es lo suficientemente cerca al valor asumido de  $35^\circ\text{C}$ . Por lo tanto, no hay necesidad de repetir los cálculos.

**Problema 3.8**

En una instalación industrial se usan gases de escape a 1 atm y  $305^\circ\text{C}$  para precalentar agua, al pasarlos sobre un banco de tubos por los cuales fluye el agua a razón de 6.5 kg/s. La temperatura media de la pared de los tubos es de  $81^\circ\text{C}$ . Los gases de escape se aproximan al banco en la dirección perpendicular a 4 m/s. El diámetro exterior de los tubos es de 2 cm y se encuentran dispuestos en forma alineada con pasos longitudinal y transversal de  $S_T=S_L=8\text{cm}$ . Se tienen 16 filas en la dirección del flujo con ocho tubos en cada una de ellas. Mediante las propiedades del aire para los gases de escape, determine a) la razón de la transferencia de calor por unidad de longitud de los tubos, b) la caída de presión a través del banco, y c) la elevación en la temperatura del agua que fluye por los tubos, por unidad de longitud de estos.

Figura 90

Diagrama problema 3.8



**Datos:**

1 atm

$$T_i = 305^\circ\text{C}$$

$$\dot{m}_{\text{agua}} = 6.5 \text{ kg/s}$$

$$T_s = 81^\circ\text{C}$$

Velocidad: 4 m/s

Diámetro: 2 cm

$$S_T = S_L = 8 \text{ cm}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de funcionamiento estables.
2. Para los gases de escape, se utilizan las propiedades del aire.

**Propiedades:** La temperatura de salida del aire, y por lo tanto la temperatura media, no se conoce. Evaluamos las propiedades del aire según la temperatura media de  $250^\circ\text{C}$  (se comprobará posteriormente) y 1atm. Tomado de la Tabla A-15 (Cengel Y., 2011):

$$k = 0.04104 \text{ W/m K}$$

$$\rho = 0.6746 \text{ kg/m}^3$$

$$C_p = 1033 \text{ kJ/kg K}$$

$$Pr = 0.6946$$

$$Pr_s = Pr_{@T_s=81^\circ\text{C}} = 0,7152$$

$$\mu = \frac{2,76 \times 10^{-5} \text{ kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$$

La densidad de aire a la temperatura de entrada de  $305^\circ\text{C}$  (para uso en el cálculo del caudal másico de la entrada) es  $\rho_i = 0.6109 \text{ kg/m}^3$  El calor específico del agua a  $81^\circ\text{C}$  es  $4.1978 \text{ kJ/kg}\cdot^\circ\text{C}$ . Tabla A-9 (Cengel Y., 2011).

**Análisis:**

a) Se da que  $D = 0.02 \text{ m}$ ,  $S_L = S_T = 0.08 \text{ m}$  y  $V = 4 \text{ m/s}$ . Entonces la velocidad máxima y el número Reynolds basado en la velocidad máxima se convierten en  $SL \quad ST \quad V=4 \text{ m/s}$

**Solución:**

$$V_{max} = \frac{S_T}{S_T - D} V = \frac{0.08}{0.08 - 0.02} \left(4 \frac{m}{s}\right) = 5.33 \text{ m/s}$$

$$Re_D = \frac{\rho V_{max} D}{\mu} = \frac{0.6746 \frac{kg}{m^3} * \frac{5.33m}{s} * 0.02 \text{ m}}{\frac{2,76 \times 10^{-5} kg}{m * s}} = 2607$$

El número medio de Nusselt se determina utilizando la relación adecuada de la tabla 3-2.

$$Nu_D = 0.27 Re_D^{0.63} Pr^{0.36} \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{0.25}$$

$$Nu_D = 0.27 * (2607)^{0.63} * (0.6946)^{0.36} \left(\frac{0.6946}{0,7152}\right)^{0.25} = 33.37$$

NL=16, el número Nusselt medio y el coeficiente de transferencia de calor para todos los tubos en el banco de tubos se convierten en:

$$Nu_{D,NL} = Nu_D = 33,37$$

$$h = \frac{Nu_{D,NL} k}{D} = \frac{33.37(0.04104 \frac{W}{mK})}{2 \text{ cm} * \frac{1m}{100cm}} = 68.5 \frac{W}{m^2K}$$

El número total de tubos es  $N = N_L = N_T = 16 * 8 = 128$ . Para una unidad de longitud del tubo ( $L = 1 \text{ m}$ ), la superficie de transferencia de calor y el caudal másico del aire (evaluado en el punto de entrada) son:

$$A_s = N\pi DL = 128\pi 2 \text{ cm} * \frac{1m}{100cm} * 1m = 8.042m^2$$

$$\dot{m} = \dot{m}_i = \rho_i V(N_T S_T L) = 0.6109 \frac{kg}{m^3} * 4 \frac{m}{s} * 8 * 0.08m * 1m = 1,564 \frac{kg}{s}$$

Entonces, la temperatura de salida del fluido, la diferencia de temperatura media del registro, y la tasa de transferencia de calor se convierten:

$$T_s = T_s - (T_s - T_i) \exp \exp \left( -\frac{A_s h}{\dot{m} C_p} \right)$$

$$T_e = 81 - (81 - 305) \exp \left( - \frac{8.042 m^2 * 68.5 \frac{W}{m^2 K}}{1,564 \frac{kg}{s} * 1033 \frac{kJ}{kg K}} \right)$$

$$T_e = 240^\circ C$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{(T_s - T_i) - (T_s - T_e)}{\ln \left( \frac{T_s - T_i}{T_s - T_e} \right)}$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{(81 - 305) - (81 - 240)}{\ln \ln \left( \frac{81 - 305}{81 - 240} \right)}$$

$$\Delta T_{lm} = 189,65^\circ C$$

$$\dot{Q} = h A_s \Delta T_{lm} = 68.5 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} * 8.042 m^2 * 189,65^\circ C$$

$$\dot{Q} = 104473.8 W$$

b) Para este banco de tubos de arreglo-línea, el coeficiente de fricción correspondiente al  $Re_D=2607$  y  $S_L/D=8/2=4$  es, de la Figura del Anexo 20 literal a, donde se obtiene un factor de fricción  $f=0.2$ , y también un factor de corrección  $\chi=1$  para los arreglos cuadrados. Entonces la caída de presión a través de la orilla del tubo se convierte

$$\Delta P = N_L f \chi \frac{\rho V_{max}^2}{2}$$

$$\Delta P = 16 * 0,2 * 1 * \frac{0.6946 \frac{kg}{m^3} * \left( \frac{5.33 m}{s} \right)^2}{2}$$

$$\Delta P = 31.6 Pa$$

c) El aumento de temperatura del agua es:

$$\dot{Q} = m_{agua} \dot{C}_{p,agua} \Delta T_{agua}$$

$$\Delta T_{agua} = \frac{\dot{Q}}{m_{agua} \dot{C}_{p,agua}}$$

$$\Delta T_{agua} = \frac{104473.8 W}{6.5 \frac{kg}{s} * \frac{4197.8 J}{kg \cdot ^\circ C}}$$

$$\Delta T_{agua} = 3.83^\circ C$$

**Discusión:**

La temperatura media aritmética del fluido es  $((T_i+T_o))/2=((305+240))/2=272.5$  °C, que es lo suficientemente cerca al valor asumido de 250°C. Por lo tanto, no hay necesidad de repetir los cálculos.

## Convección interna

El flujo en un tubo puede ser laminar o turbulento, dependiendo de las condiciones del mismo.

### Flujo laminar en tubos circulares

Para flujo laminar en un tubo circular sujeto a flujo de calor constante en la superficie, el número de Nusselt es:

$$Nu = \frac{h_{\infty} D}{k} = 4,36 \quad (3.28)$$

Para flujo laminar en un tubo circular con temperatura superficial constante  $T_s$ , la relación del número de Nusselt es:

$$Nu = \frac{h_{\infty} D}{k} = 3,66 \quad (3.29)$$

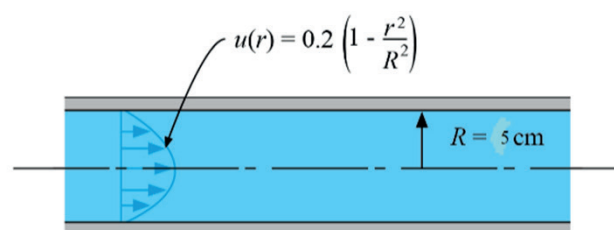
La conductividad térmica  $k$  se evalúa a la temperatura media del fluido  $T_m$ .

### Problema 3.9

Los perfiles de velocidad y temperatura para un fluido que fluye en un tubo circular de radio interno  $R=5$  cm son los siguientes:

Figura 91

Diagrama problema 3.9



$$u(r) = 0.2 \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \text{ (en } \frac{m}{s} \text{)}$$

$$T(r) = 250 + 200 \left( \frac{r}{R} \right)^3 \text{ (en } K \text{)}$$

Determine la velocidad del flujo promedio y la temperatura promedio del fluido en el tubo.

**Solución:**

Mediante los perfiles de velocidad y temperatura dados en un tubo, se deben determinar la velocidad promedio del flujo y la temperatura promedio del fluido.

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones operativas estacionarias.
2. Las propiedades son constantes.

**Análisis:**

Con base en el principio de conservación de la masa, la velocidad promedio en un tubo circular de radio interno  $R$  se expresa como:

$$V_{prom} = \frac{2}{R^2} \int_0^R u(r) r \, dr$$

Al sustituir las cantidades conocidas y llevar a cabo la integración, se determina una velocidad promedio de:

$$\begin{aligned} V_{prom} &= \frac{2}{R^2} \int_0^R 0.2 \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) r \, dr = \frac{2}{R^2} \int_0^R 0.2 \left( r - \frac{r^3}{R^2} \right) dr \\ &= \frac{2 \times 0.2}{R^2} \left( \frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4R^2} \right) \Big|_0^R \\ V_{prom} &= \frac{2 \times 0.2}{R^2} \left( \frac{R^2}{4} \right) = 0.1 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Con base en el principio de conservación de energía, la temperatura promedio (o media) del fluido en la sección transversal se expresa como:

$$T_m = \frac{2}{V_{prom} R^2} \int_0^R T(r) u(r) r \, dr$$



Tras sustituir las cantidades conocidas y llevar a cabo la integración, se tiene que la temperatura promedio es:

$$T_m = \frac{2}{V_{prom} R^2} \int_0^R 0.2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \left(250 + 200 \frac{r^3}{R^3}\right) r dr$$

$$T_m = \frac{2 \times 0.2}{V_{prom} R^2} \left(250 \frac{r^2}{2} - 250 \frac{r^4}{4R^2} + 200 \frac{r^5}{5R^3} - 200 \frac{r^7}{7R^5}\right) \frac{R}{0}$$

$$T_m = \frac{2 \times 0.2}{V_{prom} R^2} \left(250 \frac{R^2}{2} - 250 \frac{R^2}{4} + 200 \frac{R^2}{5} - 200 \frac{R^2}{7}\right) = \frac{2 \times 0.2 \times 73.93}{0.1} = 295.7K$$

**Solución:**

El perfil de velocidad para el flujo en régimen laminar se expresa como:

$$u(r) = 2V_{prom} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

Al comparar este con el perfil dado:

$$u(r) = 0.2 \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

Se puede obtener el mismo valor de la velocidad promedio por observación directa. Además, el perfil de velocidad parabólico indica que éste es un flujo laminar completamente desarrollado.

### Problema 3.10

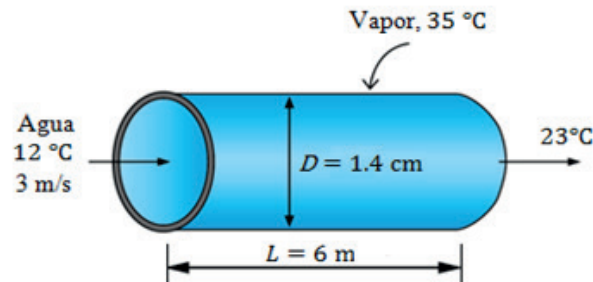
Se usa agua para enfriamiento de la que se dispone a 12°C con el fin de condensar vapor de agua a 35°C en el condensador de una planta termoeléctrica, a razón de 0.20 kg/s, mediante la circulación de aquella por un banco de tubos delgados de cobre de 6 m de largo y 1.4 cm de diámetro interno.

El agua entra en los tubos a una velocidad media de 3 m/s y sale a una temperatura de 23°C. Los tubos son casi isotérmicos a 29°C.

Determine el coeficiente de transferencia de calor promedio entre el agua y los tubos y el número de estos necesarios para lograr la razón de transferencia de calor requerida.

Figura 92

Diagrama para la resolución del problema 3.10

**Datos:**

$$T_i = 12^\circ\text{C}$$

Velocidad media  $V_{media} = 3 \text{ m/s}$ 

$$T_s = 35^\circ\text{C}$$

$$\dot{m}_{cond} = 0.20 \text{ kg/s}$$

Largo del tubo:  $6 \text{ m}$ Diámetro:  $1.4 \text{ cm}$ 

$$T_e = 23^\circ\text{C}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de funcionamiento estables.
2. La temperatura superficial de la tubería es constante
3. La resistencia térmica del tubo es insignificante.

**Propiedades:**

Las propiedades del agua a la temperatura media de  $((12+23)/2)=17.5^\circ\text{C}$ , tomamos de la tabla A-9.

$$\rho = 998.55 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$C_p = 4183.5 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$$

$$h_{fg} = 2419 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

**Análisis:**

El caudal másico de agua y la superficie son:

$$\dot{m} = \rho A_c V_{media}$$

$$\dot{m} = \rho \left( \frac{\pi D^2}{4} \right) V_{media}$$

$$\dot{m} = 998.55 \frac{kg}{m^3} * \frac{\pi(0.014m)^2}{4} * 3 \frac{m}{s}$$

$$\dot{m} = 0.4611 \frac{kg}{s}$$

La tasa de transferencia de calor de un tubo es:

$$\dot{Q} = \dot{m} C_p (T_e - T_i)$$

$$\dot{Q} = 0.4611 \frac{kg}{s} * 4183.5 \frac{J}{kg^{\circ}C} * (23 - 12)^{\circ}C$$

$$\dot{Q} = 21\,219.13W$$

La diferencia de temperatura media logarítmica y la superficie son:

$$\Delta T_{lm} = \frac{T_e - T_i}{\ln \left( \frac{T_s - T_e}{T_s - T_i} \right)}$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{23 - 12}{\ln \left( \frac{35 - 23}{35 - 12} \right)}$$

$$\Delta T_{lm} = 16.908^{\circ}C$$

$$A_s = \pi DL$$

$$A_s = \pi(0.014m)(6m)$$

$$A_s = 0.2639m^2$$

El coeficiente medio de transferencia de calor se determina a partir de:

$$\dot{Q} = h A_s \Delta T_{lm}$$

$$h = \frac{\dot{Q}}{A_s \Delta T_{lm}}$$

$$h = \frac{21219.13W}{0.2639m^2 16.908^{\circ}C} * \left( \frac{1kW}{1000W} \right)$$

$$h = 4.755 \frac{kW}{m^2^{\circ}C}$$

La tasa total de transferencia de calor se determina a partir de:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{total} &= \dot{m}_{cond} h_{fg} \\ \dot{Q}_{total} &= 0.20 \frac{kg}{s} * 2419 \frac{kJ}{kg} \\ \dot{Q}_{total} &= 483.8 kW\end{aligned}$$

Entonces, el número de tubos se convierte en:

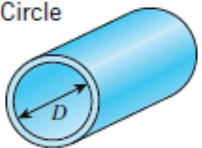
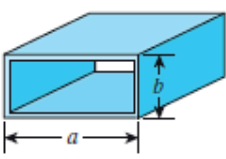
$$\begin{aligned}\dot{Q}_{total} &= N_{tubo} * \dot{Q} \\ N_{tubo} &= \frac{\dot{Q}_{total}}{\dot{Q}} \\ N_{tubo} &= \frac{483\ 800W}{21\ 219.13W} \\ N_{tubo} &= 22.8\end{aligned}$$

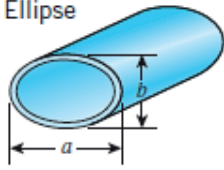
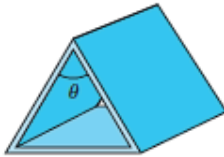
## Flujo laminar en tubos circulares

En la Tabla 3 se dan las relaciones del número de Nusselt para flujo laminar completamente desarrollado en tubos de diversas secciones transversales. Los números de Reynolds y de Nusselt están basados en el diámetro hidráulico  $D_h$ .

Tabla 4

Número de Nusselt para flujo laminar completamente desarrollado en tubos de diversas secciones transversales

Tube Geometry	$a/b$ or $\theta^\circ$	Nusselt Number		Friction Factor $f$
		$T_s = \text{Const.}$	$\dot{q}_s = \text{Const.}$	
Circle 	—	3.66	4.36	64.00/Re
Rectangle 	$a/b$			
	1	2.98	3.61	56.92/Re
	2	3.39	4.12	62.20/Re
	3	3.96	4.79	68.36/Re
	4	4.44	5.33	72.92/Re
	6	5.14	6.05	78.80/Re
	8	5.60	6.49	82.32/Re
	$\infty$	7.54	8.24	96.00/Re

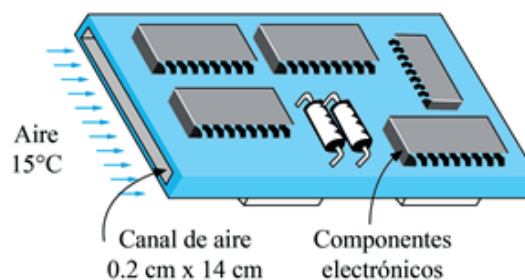
 <p>Ellipse</p>	$a/b$			
	1	3.66	4.36	64.00/Re
	2	3.74	4.56	67.28/Re
	4	3.79	4.88	72.96/Re
	8	3.72	5.09	76.60/Re
16	3.65	5.18	78.16/Re	
 <p>Isosceles Triangle</p>	$\theta$			
	10°	1.61	2.45	50.80/Re
	30°	2.26	2.91	52.28/Re
	60°	2.47	3.11	53.32/Re
	90°	2.34	2.98	52.60/Re
120°	2.00	2.68	50.96/Re	

### Problema 3.11

Un tablero de circuito impreso de 15 cm × 20 cm cuyos componentes no se dejan entrar en contacto directo con el aire por razones de confiabilidad, se debe enfriar al pasar aire frío por un canal de 20 cm de largo con sección transversal de 0.2 cm × 14 cm perforado en el tablero. El calor generado por los componentes electrónicos es conducido a través de la capa delgada del tablero hasta el canal, donde es eliminado por el aire que entra en éste a 15°C. Se puede considerar que el flujo de calor en la superficie superior del canal es uniforme y que la transferencia de calor a través de otras superficies es despreciable. Si la velocidad del aire en la admisión del canal no debe sobrepasar 4 m/s y la temperatura superficial de este último debe permanecer por debajo de 50°C, determine la potencia total máxima de los componentes electrónicos que se pueden montar con seguridad en este tablero.

Figura 93

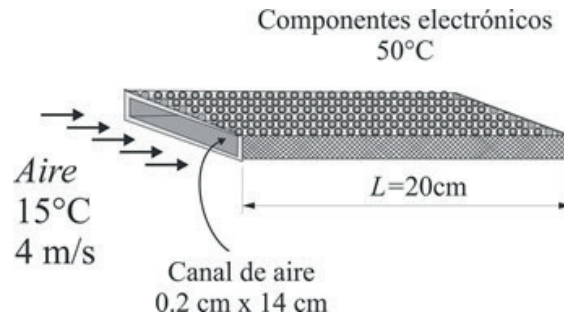
Esquema del ejemplo 3.11



Una placa de circuito se enfría pasando aire frío a través de un canal perforado en la placa. Se determinará la potencia total máxima de los componentes electrónicos.

Figura 94

Esquema del ejemplo 3.11

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de funcionamiento estables.
2. El flujo de calor en la superficie superior del canal es uniforme, y la transferencia de calor a través de otras superficies es despreciable.
3. Las superficies internas del canal son lisas.
4. El aire es un gas ideal con propiedades constantes.
5. La presión del aire en el canal es de 1 atm.

**Propiedades:**

Las propiedades del aire a 1 atm y la temperatura promedio estimada de  $25^\circ\text{C}$  son (Tabla A-15 Cengel).

$$\rho = 1.184 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$k = 0.02551 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$$

$$\nu = 1.562 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$C_p = 1007 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$$

$$Pr = 0.7296$$

**Análisis:**

Las áreas de sección transversal y de transferencia de calor son:

$$A_C = (0.002\text{ m})(0.14\text{ m}) = 0.00028\text{ m}^2$$

$$A_S = (0.2\text{ m})(0.14\text{ m}) = 0.028\text{ m}^2$$

Para determinar el coeficiente de transferencia de calor, primero debemos encontrar el número de Reynolds.

$$D_h = \frac{4A_c}{P} = \frac{4(0.00028m^2)}{2(0.002m + 0.14m)} = 0.003944m$$

$$Re = \frac{V_{avg} D_h}{\nu} = \frac{4 \frac{m}{s} \times 0.003944m}{1.562 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s}} = 1010$$

que es menor que 2300. Por lo tanto, el flujo es laminar y la longitud de entrada térmica es:

$$L_t = 0.05 Re Pr D_h = 0.05(1010)(0.7296)(0.003944m) = 0.1453m < 0.20m$$

Por lo tanto, se ha desarrollado el flujo a través de la mayor parte del canal. Sin embargo, se toma el enfoque conservador y se asume un flujo completamente desarrollado, y de la Tabla 3.4 se lee  $Nu = 8.24$ . Entonces el coeficiente de transferencia de calor se convierte en:

$$h = \frac{k \cdot Nu}{D_h} = \frac{0.02551 \frac{W}{m^{\circ}C}}{0.003944m} \times 8.24 = 53.30 \frac{W}{m^2^{\circ}C}$$

También:

$$\dot{m} = \rho V A_c = \left(1.184 \frac{kg}{m^3}\right) \left(4 \frac{m}{s}\right) (0.028m^2) = 0.001326 \frac{kg}{s}$$

El flujo de calor en la salida se puede escribir como:

$$\dot{q} = h(T_s - T_e)$$

donde  $T_s = 30$  en la salida.

Luego, la tasa de transferencia de calor se puede expresar como:

$$\dot{Q} = \dot{q} A_s = h A_s (T_s - T_e)$$

y la temperatura de salida del aire se puede determinar a partir de:

$$h A_s (T_s - T_e) = \dot{m} C_p (T_e - T_i)$$

$$53.30 \frac{W}{m^2^{\circ}C} (0.028m^2) (50^{\circ}C - T_e) = 0.001326 \frac{kg}{s} \left(1007 \frac{J}{kg^{\circ}C}\right) (T_e - 15^{\circ}C)$$

$$T_e = 33.5^{\circ}C$$

Entonces, la potencia total máxima de los componentes electrónicos que pueden montarse de manera segura en esta placa de circuito se convierte en:

$$\dot{Q} = \dot{m}C_p(T_e - T_i)$$

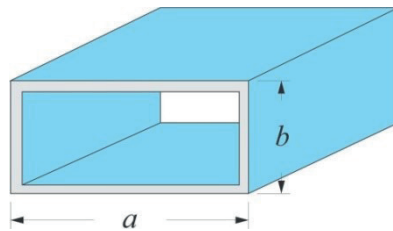
$$\dot{Q} = 0.001326 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \left( 1007 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \right) (33.5^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C}) = 24.7 \text{ W}$$

**Problema 3.12**

Considere un ducto rectangular liso de 15 m de largo, con  $a = 60 \text{ mm}$  y  $b = 30 \text{ mm}$ , que se mantiene a una temperatura superficial constante. Agua líquida ingresa al tubo a  $30^\circ\text{C}$  a una razón de flujo de masa de  $0.02 \text{ kg/s}$ . Determine la temperatura superficial del tubo necesaria para calentar el agua a la temperatura de salida deseada de  $90^\circ\text{C}$ .

**Figura 95**

Diagrama problema 3.12

**Datos:**

Largo = 15 m

 $a = 60 \text{ mm} \approx 0.06 \text{ m}$  $b = 30 \text{ mm} \approx 0.030 \text{ m}$  $T_i = 30^\circ\text{C}$ Razón de flujo de masa de  $0.02 \text{ kg/s}$  $T_e = 90^\circ\text{C}$ **Suposiciones:**

1. Existen condiciones de funcionamiento estable.
2. Las propiedades son constantes.
3. Temperatura constante de la superficie del tubo.

**Propiedades:**

Las propiedades del agua en la Tabla A-9:



$$T_b = \left( \frac{T_i + T_e}{2} \right)$$

$$T_b = \left( \frac{30^\circ\text{C} + 90^\circ\text{C}}{2} \right)$$

$$T_b = 60^\circ\text{C}$$

$$C_p = 4185 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$$

$$k = 0.654 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

$$\mu = 0.467 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

$$Pr = 2.99$$

Análisis: El diámetro hidráulico es:

$$D_h = \frac{4A}{p}$$

$$D_h = \frac{4ab}{2(a+b)}$$

$$D_h = \frac{4(0.06 \cdot 0.03)}{2(0.06 + 0.03)}$$

$$D_h = 0.04\text{m}$$

El número de Reynolds, la longitud de entrada hidrodinámica y térmica con el diámetro hidráulico es:

$$Re = \frac{\rho V_{media} D_h}{\mu}$$

$$V_{media} = \frac{\dot{m}}{\rho A_c}$$

$$Re = \frac{\rho * \frac{\dot{m}}{\rho A_c} * \frac{4A_c}{p}}{\mu}$$

$$Re = \frac{4\dot{m}}{p\mu}$$

$$p = 2(a+b)$$

$$Re = \frac{4\dot{m}}{2(a+b)\mu}$$

$$Re = \frac{4\left(\frac{0.02kg}{s}\right)}{2(0.09)(0.467 \times 10^{-3} \frac{kg}{m \cdot s})}$$

$$Re = 951.7$$

$$Re = 951.7 < 2300$$

$$L_{h,laminar} \approx 0.05ReD_h = 1.9034m < 15m$$

$$L_{h,laminar} \approx 0.05RePrD_h = 5.69m < 15m$$

Por lo tanto, el flujo es laminar y totalmente desarrollado. De la Tabla 3.4 con  $a/b=2$  para la temperatura superficial constante, tenemos:

$$Nu = 3.39$$

$$h = \frac{k}{D_h} Nu$$

$$h = \left( \frac{0.654 \frac{W}{mK}}{0.04m} \right) 3.39$$

$$h = 55.426 \frac{W}{m^2 \cdot C}$$

La temperatura superficial del tubo puede determinarse utilizando:

$$T_s = T_s - (T_s - T_i) \exp\left(-\frac{hA}{\dot{m}C_p}\right)$$

Donde:

$$\frac{hA_s}{\dot{m}C_p} = \frac{55.42 \frac{W}{m^2 \cdot C} * 15m * 2 * (0.03m + 0.06m)}{\left(\frac{0.02kg}{s}\right)\left(\frac{4185J}{kgK}\right)} = 1.788$$

$$90 = T_s - (T_s - 30) \exp(-1.788)$$

$$T_s = 102.054 \text{ } ^\circ\text{C}$$

### Discusión:

El  $Nu = 3.39$  para tubo rectangular con  $a/b=2$  para flujo laminar completamente desarrollado con temperatura superficial constante es ligeramente inferior a su parte del contador del tubo circular,  $Nu = 3.66$

## Flujo turbulento en tubos circulares lisos

Para los tubos lisos, el factor de fricción en el flujo turbulento se determina a partir de la ecuación de Petukhov:

$$f = (0,79 \ln \ln Re - 1,64)^{-2} \quad 3\,000 \leq Re \leq 5 \cdot 10^6 \quad (3.30)$$

El número de Nusselt está relacionado con el factor de fricción y se expresa como:

$$Nu = 0,125 f Re Pr^{1/3} \quad (3.31)$$

Se puede mejorar la precisión de los resultados obtenidos utilizando la ecuación de Dittus-Boelter:

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^n \quad (3.32)$$

Donde:

- $n$  es 0,4 para calentamiento del fluido.
- $n$  es 0,3 para enfriamiento del fluido.

Cuando la diferencia de temperatura entre el fluido y la superficie de la pared es grande, se puede mejorar la precisión y reducir el error, utilizando la siguiente correlación:

$$Nu = 0,027 Re^{0,8} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0,14} \quad \frac{0,7 \leq Pr \leq 17\,000}{Re \geq 10\,000} \quad (3.33)$$

Todas las propiedades se evalúan a la temperatura media del fluido  $T_m$ , excepto  $\mu_s$ , que se evalúa a  $T_s$ .

Las relaciones anteriores no se aplican a los metales líquidos ( $0,004 < Pr < 0,01$ ).

Para metales líquidos con flujo de calor constante en la superficie, el número de Nusselt es:

$$Nu = 6,3 + 0,0167 Re^{0,85} Pr_s^{0,93} \quad 10^4 \leq Re \leq 10^6 \quad (3.34)$$

El subíndice  $s$  indica que el número de Prandtl se debe evaluar a la temperatura de la superficie.

**Problema 3.13**

Agua a 27°C fluye a través de un tubo liso de 9 cm de diámetro con una longitud de 325 m. Determine el factor de fricción de Darcy y la pérdida de presión asociada al tubo para: a) la razón de flujo de masa de 0.07 kg/s y b) la razón de flujo de masa de 0.37 kg/s.

**Datos:**

$$\dot{m} = 0.07 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$\text{Diámetro: } D = 9 \text{ cm} \approx 0.09 \text{ m}$$

$$L = 325 \text{ m}$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de funcionamiento estables.
2. Las propiedades son constantes.
3. El flujo es isotérmico.

**Propiedades:**

Las propiedades del agua a 27°C se obtienen de la Tabla A-9

$$\rho = 996.6 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 0.8538 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

**Análisis:**

a) El número de Reynolds y la longitud de entrada hidrodinámica para el flujo de 0.07 kg/s son:

$$Re = \frac{\rho V_{media} D}{\mu}$$

$$V_{media} = \frac{\dot{m}}{\rho A_c}$$

$$Re = \frac{\rho \frac{\dot{m}}{\rho A_c} D}{\mu}$$

$$A_c = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$Re = \frac{\rho \frac{\dot{m}}{\pi D^2} D}{\mu}$$

$$Re = \frac{4\dot{m}}{\pi\mu D}$$

$$Re = \frac{4(0.07 \frac{kg}{s})}{\pi(0.09m)0.8538 \times 10^{-3} \frac{kg}{m \cdot s}}$$

$$Re = 1159.87$$

El Número de Reynolds es  $1159.87 < 2300$  por lo tanto es flujo laminar.

$L_{(h,laminar)} \approx 0.05ReD = 0.05(1159.87)(0.09m) = 5.22m < 325m$  por lo tanto, es flujo totalmente desarrollado.

La velocidad media es:

$$V_{media} = \frac{\dot{m}}{\rho A_c}$$

$$A_c = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$V_{media} = \frac{\dot{m}}{\rho * \frac{\pi D^2}{4}}$$

$$V_{media} = \frac{4\dot{m}}{\pi D^2 \rho}$$

$$V_{media} = \frac{4 * (0.07 \frac{kg}{s})}{\pi(0.09m)^2 * 996.6 \frac{kg}{m^3}}$$

$$V_{media} = 0.011 \frac{m}{s}$$

Para el flujo laminar completamente desarrollado, el factor de fricción de Darcy y la pérdida de presión son:

$$f = \frac{64}{Re}$$

$$f = \frac{64}{1159.87}$$

$$f = 0.0551$$

$$\Delta P_L = f \frac{\rho V_{media}^2}{2D} L$$

$$\Delta P_L = 0.0551 \frac{996.6 \frac{kg}{m^3} * (0.011 \frac{m}{s})^2}{2(0.09m)} 325m$$

$$\Delta P_L = 11.997 Pa$$

b) El número de Reynolds y la longitud de entrada hidrodinámica para el flujo de 0,37 kg/s son:

$$Re = \frac{\rho V_{media} D}{\mu}$$

$$V_{media} = \frac{\dot{m}}{\rho A_c}$$

$$Re = \frac{\rho \frac{\dot{m}}{\rho A_c} D}{\mu}$$

$$A_c = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$Re = \frac{\rho \frac{\dot{m}}{\pi D^2} D}{\frac{\rho}{4}}$$

$$Re = \frac{4\dot{m}}{\pi \mu D}$$

$$Re = \frac{4(0.37 \frac{kg}{s})}{\pi(0.09m)0.8538 \times 10^{-3} \frac{kg}{m \cdot s}}$$

$$Re = 6130.74$$

El Numero de Reynolds es 6130,74 < 10000 por lo tanto es flujo turbulento.

$L_{(t,turbulento)} \approx 10D = 10(0.09m) = 0.9m < 325 m$  flujo totalmente desarrollado.

La velocidad media es:

$$V_{media} = \frac{\dot{m}}{\rho A_c}$$

$$A_c = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$V_{media} = \frac{\dot{m}}{\rho * \frac{\pi D^2}{4}}$$

$$V_{media} = \frac{4\dot{m}}{\pi D^2 \rho}$$

$$V_{media} = \frac{4 * (0.37 \frac{kg}{s})}{\pi (0.09m)^2 * 996.6 \frac{kg}{m^3}}$$

$$V_{media} = 0.0583 \frac{m}{s}$$

Para el flujo turbulento, el factor de fricción de Darcy y la pérdida de presión son:

$$f = (0.790 \ln Re - 1.64)^{-2}$$

$$f = (0.790 \ln 6130,74 - 1.64)^{-2}$$

$$f = 0.0363$$

$$\Delta P_L = f \frac{\rho V_{media}^2}{2D} L$$

$$\Delta P_L = 0.0363 \frac{996.6 \frac{kg}{m^3} * (0.0583 \frac{m}{s})^2}{2(0.09m)} 325m$$

$$\Delta P_L = 222.011 Pa$$

### **Discusión:**

Aunque el factor de fricción del flujo laminar es mayor que el factor de fricción del flujo turbulento, la pérdida de presión en el flujo turbulento es mayor debido a la mayor velocidad media del flujo.

## Flujo turbulento en tubos circulares rugosos

El número de Nusselt se determina con buena exactitud mediante la siguiente correlación:

$$Nu = \frac{\left(\frac{f}{8}\right) (Re - 1000) Pr}{1 + 12.7 \left(\frac{f}{8}\right)^{0.5} \left(Pr^{\frac{2}{3}} - 1\right)} \quad \begin{array}{l} 0.5 \leq Pr \leq 2000 \\ 3 \cdot 10^3 < Re < 5 \cdot 10^6 \end{array} \quad (3.36)$$

Las propiedades deben evaluarse a la temperatura media del fluido  $T_m'$ .

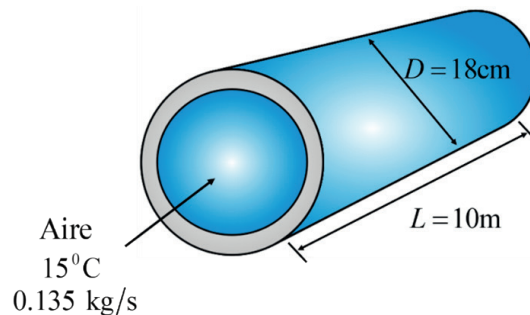
El factor de fricción para flujo turbulento completamente desarrollado se determina en función del número de Reynolds y la rugosidad relativa  $\varepsilon/D$ , mediante el diagrama de Moody mostrado en el Anexo 12. Aunque el diagrama de Moody está desarrollado para tubos circulares, también se puede usar para tubos no circulares, reemplazando el diámetro por el diámetro hidráulico.

### Problema 3.14

Entra aire a  $15^\circ\text{C}$  a un tubo de 18 cm de diámetro y 10 m de largo, a razón de 0.135 kg/s. La superficie interior del tubo tiene una aspereza de 0.35 mm y ese tubo es aproximadamente isotérmico a  $65^\circ\text{C}$ . Determine la razón de transferencia de calor hacia el aire usando la relación del número de Nusselt dada por a) la ecuación 3.31 y b) la ecuación 3.36.

Figura 96

Diagrama problema 3.14



El aire fluye en una tubería cuya superficie interior no es lisa. La velocidad de transferencia de calor se determina utilizando dos relaciones numéricas de Nusselt diferentes.



**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de funcionamiento estables.
2. El aire es un gas ideal con propiedades constantes.
3. La presión del aire es de 1 atm.

**Propiedades:**

Suponiendo una temperatura del fluido promedio en masa de 35 °C, las propiedades del aire son en la Tabla A-15.

$$\rho = 1.145 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$k = 0.02625 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$$

$$\nu = 1.655 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$C_p = 1007 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$$

$$Pr = 0.7268$$

**Análisis:**

La velocidad media del aire y el número de Reynolds son:

$$V_{media} = \frac{\dot{m}}{\rho A_c} = \frac{0.135 \frac{\text{kg}}{\text{s}}}{1.145 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left( \frac{\pi (0.18\text{m})^2}{4} \right)} = 4.633 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re = \frac{V_{media} D}{\nu} = \frac{4.633 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 0.18\text{m}}{1.655 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 50389.124$$

que es mayor que 10,000. Por lo tanto, el flujo es turbulento y las longitudes de entrada en este caso son, aproximadamente:

$$L_h \approx L_t \approx 10D = 10(0.18\text{m}) = 1.8\text{m}$$

que es mucho más corto que la longitud total de la tubería. Por lo tanto, podemos asumir un flujo turbulento completamente desarrollado en todo el conducto. El factor de fricción se puede determinar a partir de la ecuación de Colebrook usando EES para ser:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{0.00035}{\frac{0.18}{3.7}} + \frac{2.51}{50389.124\sqrt{f}} \right)$$

$$f = 0.02635$$

El número de Nusselt con la ecuación 3.31 es:

$$Nu = 0.125 f Re Pr^{\frac{1}{3}}$$

$$Nu = 0.125(0.02635)(50389.124)(0.7268)^{\frac{1}{3}} = 149.222$$

El coeficiente de transferencia de calor es:

$$h = \frac{k \cdot Nu}{D_h} = \frac{0.02625 \frac{W}{m^{\circ}C}}{0.18m} \times 149.22 = 21.761 \frac{W}{m^2^{\circ}C}$$

A continuación, se determina la temperatura de salida del aire.

$$A = \pi DL = \pi(0.18m)(10m) = 5.655m^2$$

$$T_e = T_s - (T_s - T_i)e^{\frac{-hA}{\dot{m}c_p}} = 65 - (65 - 15)e^{\frac{-21.761(5.655)}{0.135(1007)}} = 44.777^{\circ}C$$

Este resultado verifica la suposición de la temperatura media del fluido que fue utilizada para la evaluación de la propiedad. Entonces, la velocidad de transferencia de calor se convierte en:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_i)$$

$$\dot{Q} = 0.135 \frac{kg}{s} \times 1007 \frac{J}{kg^{\circ}C} (44.777 - 15)^{\circ}C = 4048.034W$$

Repetiendo los cálculos usando el número de Nusselt de la ecuación 3.36:

$$Nu = \frac{\left(\frac{f}{8}\right)(Re - 1000)Pr}{1 + 12.7\left(\frac{f}{8}\right)^{0.5}\left(Pr^{\frac{2}{3}} - 1\right)}$$

$$Nu = \frac{\left(\frac{0.02635}{8}\right)(50389.124 - 1000)0.7268}{1 + 12.7\left(\frac{0.02635}{8}\right)^{0.5}\left(0.7268^{\frac{2}{3}} - 1\right)} = 137.42$$

$$h = \frac{k \cdot Nu}{D_h} = \frac{0.02625 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}}{0.18m} \times 137,42 = 20.04 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

$$T_e = T_s - (T_s - T_i) e^{\frac{-hA}{\dot{m}c_p}} = 65 - (65 - 15) e^{\frac{-20,04(5,655)}{0,135(1007)}} = 43.276^\circ C$$

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_i)$$

$$\dot{Q} = 0.135 \frac{kg}{s} \times 1007 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C} (43.276 - 15)^\circ C = 3843.98W$$

El resultado por ecuación 3.31 es aproximadamente un 5 por ciento mayor que el de la ecuación 3.36.

## Flujo turbulento en tubos no circulares

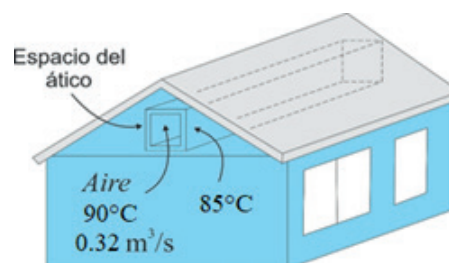
En tubos no circulares se pueden aplicar, con razonable exactitud, las correlaciones antes dadas para flujo turbulento en tubos circulares, al reemplazar en la evaluación del número de Reynolds, el diámetro por el diámetro hidráulico (Cengel Y., 2011).

### Problema 3.15

Aire caliente a la presión atmosférica y a  $90^\circ C$  entra en un ducto cuadrado no aislado de 16m de largo y con sección transversal de  $0.25\text{ m} \times 0.25\text{ m}$  que pasa por el ático de una casa, a razón de  $0.32\text{ m}^3/\text{s}$ . Se observa que el ducto es aproximadamente isotérmico a  $85^\circ C$ . Determine la temperatura de salida del aire y la razón de la pérdida de calor del ducto hacia el espacio en el ático.

Figura 97

Diagrama del problema 3.15



### Solución:

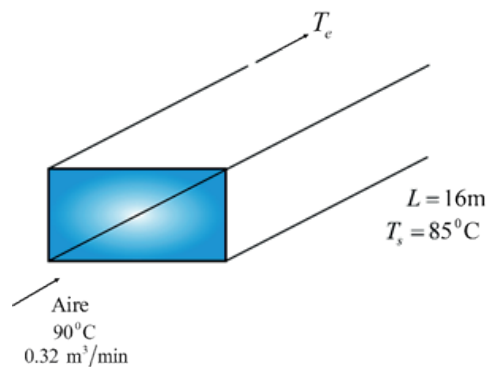
Se considera el flujo de aire caliente a través de conductos cuadrados no aislados de un sistema de calefacción en el ático. La temperatura de salida y la tasa de pérdida de calor deben ser determinadas.

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de funcionamiento estables.
2. Las superficies internas del conducto son lisas.
3. El aire es un gas ideal con propiedades constantes.
4. La presión del aire es de 1 atm.

Figura 98

Esquema

**Propiedades:**

Suponemos que la temperatura media general del aire es de  $90^\circ\text{C}$ , ya que la temperatura media del aire en la entrada no bajará significativamente porque las superficies están a  $85^\circ\text{C}$ . Las propiedades del aire a 1 atm y esta temperatura son en la Tabla A-15.

$$\rho = 0.9718 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$k = 0.03024 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$$

$$\nu = 2.201 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$C_p = 1008 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$$

$$Pr = 0.7132$$

**Análisis:**

La longitud característica que es el diámetro hidráulico, la velocidad media del aire y el número de Reynolds son:

$$D_h = \frac{4A_c}{P} = \frac{4a^2}{4a} = a = 0.25\text{ m}$$

$$V_{media} = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{0.32 \frac{m^3}{s}}{(0.25m)^2} = 5.12 \frac{m}{s}$$

$$Re = \frac{V_{media} D_h}{\nu} = \frac{5.12 \frac{m}{s} \times 0.25m}{2.201 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s}} = 58155.394$$

que es mayor que 10,000. Por lo tanto, el flujo es turbulento y las longitudes de entrada en este caso son aproximadamente:

$$L_h \approx L_t \approx 10D_h = 10(0.25m) = 2.5m$$

Es mucho más corto que la longitud total del conducto. Por lo tanto, podemos asumir un flujo turbulento completamente desarrollado en todo el conducto y determinar el número de Nusselt a partir de:

$$Nu = \frac{hD_h}{k} = 0.023Re^{0.8}Pr^{0.3} = 0.023(58155.394)^{0.8}(0.7132)^{0.3} = 134.698$$

El coeficiente de transferencia de calor es:

$$h = \frac{k \cdot Nu}{D_h} = \frac{0.03024 \frac{W}{m^{\circ}C}}{0.25m} \times 134.698 = 16.293 \frac{W}{m^2^{\circ}C}$$

A continuación, se determina la temperatura de salida del aire:

$$A_s = 4aL = 4(0.25m)(16m) = 16m^2$$

$$\dot{m} = \rho\dot{V} = \left(0.9718 \frac{kg}{m^3}\right) \left(0.32 \frac{m^3}{s}\right) = 0.311 \frac{kg}{s}$$

$$T_e = T_s - (T_s - T_i)e^{-\frac{hA}{\dot{m}c_p}}$$

$$T_e = 85 - (85 - 90)e^{-\frac{16.293(16)}{0.311(1008)}} = 87.177^{\circ}C$$

Luego, la diferencia de temperatura media logarítmica y la tasa de pérdida de calor del aire se convierten en:

$$\Delta T_{lm} = \frac{(T_e - T_i)}{\ln \left[ \frac{(T_s - T_e)}{(T_s - T_i)} \right]} = \frac{87.177 - 90}{\ln \left( \frac{85 - 87.177}{85 - 90} \right)} = 3.395^{\circ}C$$

$$\dot{Q} = hA_s \Delta T_{lm}$$

$$\dot{Q} = 16.293 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} (16m^2)(3.395^\circ C) = 885,036W$$

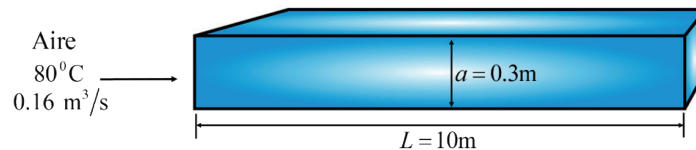
Tenga en cuenta que la temperatura del aire desciende en aproximadamente  $3^\circ C$  a medida que fluye en el conducto como resultado de la pérdida de calor.

### Problema 3.16

Un ducto cuadrado de 10 m de largo, no aislado y con una sección transversal de  $0.3 \text{ m} \times 0.3 \text{ m}$  y una aspereza relativa de  $10^{(-3)}$ , pasa por el espacio del ático de una casa. Entra aire caliente al ducto a 1 atm y  $80^\circ C$ , con un gasto volumétrico de  $0.16 \text{ m}^3/\text{s}$ . La superficie del ducto es aproximadamente isotérmica a  $70^\circ C$ . Determine la razón de la pérdida de calor del ducto hacia el espacio del ático y la diferencia de presión entre las secciones de entrada y de salida del mismo.

Figura 99

Diagrama problema 3.16



#### Datos:

Largo = 10 m

Sección transversal =  $0.3 \text{ m} \times 0.3 \text{ m}$

Aspereza relativa  $\epsilon/D = 10^{(-3)}$

Presión del aire = 1 atm

$T_i = 80^\circ C$

Gasto volumétrico =  $0.16 \text{ m}^3/\text{s}$

$T_s = 70^\circ C$ .

#### Suposiciones:

1. Existen condiciones de funcionamiento estables.
2. El aire es un gas ideal con propiedades constantes.
3. La presión del aire es de 1 atm.

#### Propiedades:

Tomando una temperatura media de fluido a granel de  $80^\circ C$  suponiendo que el aire no pierde mucho calor al ático, las propiedades del aire son en la Tabla A-15.

$$\rho = 0.9994 \text{ kg/m}^3$$

$$k = 0.02953 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$$

$$\nu = 2.097 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$C_p = 1008 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$$

$$Pr = 0.7154$$

### Análisis:

La velocidad media del aire, el diámetro hidráulico, y el número de Reynolds son:

$$V = \frac{\dot{V}}{A}$$

$$V_{media} = \frac{0.16 \text{ m}^3/\text{s}}{(0.3 \text{ m})^2}$$

$$V_{media} = 1.78 \text{ m/s}$$

$$D_h = \frac{4A}{p}$$

$$D_h = \frac{4a^2}{4a}$$

$$D_h = a$$

$$D_h = 0.3 \text{ m}$$

$$Re = \frac{V_{media} D_h}{\nu}$$

$$Re = \frac{1.78 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0.3 \text{ m}}{2.097 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}}$$

$$Re = 25465$$

El número de Reynolds que es mayor que 10,000. Por lo tanto, el flujo es turbulento y las longitudes de entrada en este caso son aproximadamente:

$$L_h \approx L_t \approx 10D_h = 10(0.3 \text{ m}) = 3 \text{ m}$$

$L_h \approx L_t$  es mucho más corto que la longitud total de la tubería. Por lo tanto, podemos asumir el flujo turbulento desarrollado en todo el conducto, y determinar el número Nusselt:

$$Nu = \frac{hD_h}{k}$$

$$Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^{0.3}$$

$$Nu = 0.023(25465)^{0.8}(0.7154)^{0.3}$$

$$Nu = 69.64$$

El coeficiente de transferencia térmica es:

$$h = \frac{kNu}{D_h}$$

$$h = \frac{0.02953 \frac{W}{m^2 \cdot C} * 69.6}{0.3m}$$

$$h = 6.85 \frac{W}{m^2 \cdot C}$$

A continuación, determinamos la temperatura de salida del aire:

$$A = 4aL$$

$$A = 4(0.3m)(10m)$$

$$A = 12m^2$$

$$T_e = T_s - (T_s - T_i)e^{-hA/mc_p}$$

$$\dot{m} = \dot{V}\rho$$

$$T_e = T_s - (T_s - T_i)e^{-hA/\dot{V}\rho c_p}$$

$$T_e = 70 - (70 - 80)e^{-\frac{(6.85)(12)}{0.9994 * 0.16 * 1008}}$$

$$T_e = 76^\circ C$$

Entonces la velocidad de transferencia de calor se convierte en:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_i)$$

$$\dot{m} = \dot{V}\rho$$

$$\dot{Q} = \dot{V}\rho c_p(T_e - T_i)$$

$$\dot{Q} = 0.9994 \frac{kg}{m^3} * \frac{0.16m^3}{s} * 1008 \frac{J}{kg \cdot C} * (80 - 71.3)^\circ C$$

$$\dot{Q} = 644.7 W$$

Según el Diagrama de Moody (Anexo 12):

$$Re = 25465$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = 0.001 \rightarrow f = 0.026$$



Entonces la caída de presión se determina:

$$\Delta P = f \frac{\rho V_{media}^2}{2D} L$$

$$\Delta P = 0.026 \frac{0.9994 \frac{kg}{m^3} (1.78 m/s)^2}{2 * 0.2m} * 10m$$

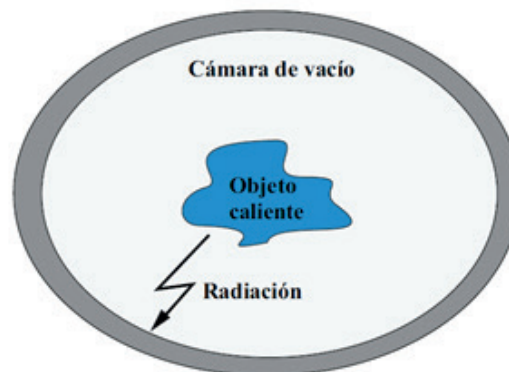
$$\Delta P = 1.37 Pa$$

## Radiación

Se considera un objeto caliente que está suspendido en una cámara en la que se ha hecho el vacío y cuyas paredes se encuentran a la temperatura ambiente como se muestra en la Figura 100. Luego de algún tiempo, el objeto caliente se enfriará, es decir pierde calor hasta que su temperatura alcanza la de las paredes de la cámara. La transferencia de calor entre el objeto y la cámara no puede tener lugar por conducción o convección, porque estos dos mecanismos no pueden desarrollarse en el vacío. Por lo tanto, la transferencia de calor ocurre por radiación (Kreith, 2011).

Figura 100

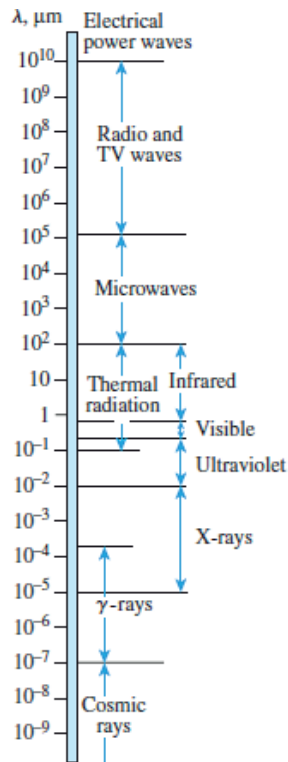
*Objeto caliente en una cámara al vacío pierde calor sólo por radiación*



Las corrientes eléctricas cambiantes dan lugar a campos eléctricos y magnéticos llamados ondas electromagnéticas o radiación electromagnética y representan la energía emitida por la materia debido a los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas. El espectro electromagnético incluye los rayos gamma, rayos X, radiación ultravioleta, luz visible, radiación infrarroja, radiación térmica, microondas y ondas de radio (Figura 101). (Kreith, 2011).

Figura 101

Espectro de ondas electromagnéticas (Cengel Y., 2011).



El tipo de radiación electromagnética relacionada con la transferencia de calor es la radiación térmica emitida como resultado de las transiciones energéticas de las moléculas, los átomos y los electrones de una sustancia. La temperatura es una medida de la intensidad de estas actividades en el nivel microscópico, por lo que, la rapidez de la emisión de radiación térmica se incrementa al aumentar la temperatura. La radiación térmica es emitida en forma continua por toda la materia cuya temperatura está por arriba del cero absoluto. Es decir, todo lo que nos rodea, como las paredes, los muebles, etc., emite y absorbe constantemente radiación (Figura 102). (Kreith, 2011).

Figura 102

Todo lo que nos rodea emite constantemente radiación térmica.



## Factor de forma

La transferencia de calor por radiación entre superficies depende de la orientación de las unas en relación con las otras, así como de sus propiedades con respecto a la radiación y de las temperaturas. El intercambio de energía radiante entre dos o más cuerpos a distintas temperaturas depende de la cantidad de radiación que sale de uno de ellos y que es interceptada por el otro. Para tomar en cuenta los efectos de la orientación de las superficies sobre la transferencia de calor por radiación, se define un parámetro llamado factor de forma o factor de visión  $F_{(i \rightarrow j)}$ .

- $F_{(1 \rightarrow 2)}$  = Fracción de energía radiante que sale de la superficie 1 y es interceptada por la 2.
- $F_{(2 \rightarrow 1)}$  = Fracción de energía radiante que sale de la superficie 2 y es interceptada por la 1.

El factor de forma tiene valores que van desde cero hasta uno y para el análisis de la radiación sobre un recinto cerrado que consta de  $N$  superficies se requiere la evaluación de  $N^2$  factores de forma. Sin embargo, no es necesario evaluar en forma directa todos los factores de forma, debido a que, si se dispone de un número suficiente de ellos, el resto se puede determinar utilizando algunas relaciones fundamentales que existen entre los mismos (Kreith, 2011).

### *Relación de reciprocidad*

El factor de forma cumple con la relación de reciprocidad lo que permite el cálculo de uno de los factores de forma si se conoce el otro.

$$A_1 F_{1 \rightarrow 2} = A_2 F_{2 \rightarrow 1} \quad (3.37)$$

La energía que sale de la superficie 1 y es interceptada por la 2 es:  $q_{(1 \rightarrow 2)} = A_1 e_{b2} F_{(1 \rightarrow 2)}$

Del mismo modo, la energía que sale de la superficie 2 y llega a la 1 es:

$$q_{(2 \rightarrow 1)} = A_2 e_{b2} F_{(2 \rightarrow 1)}$$

Donde:

- $A_1$  y  $A_2$  son las áreas de las superficies 1 y 2 respectivamente.
- $e_{b2}$  es la potencia emisiva monocromática de un cuerpo.

**Regla de la suma**

El principio de conservación de la energía requiere que toda la radiación que sale de cualquier superficie  $i$  de un recinto cerrado sea interceptada por las superficies del propio recinto. Por lo tanto, la suma de los factores de forma desde la superficie  $i$  de un recinto cerrado hacia todas las superficies del propio recinto, incluso hacia sí misma, debe ser igual a la unidad. Esto se conoce como regla de la suma para un recinto cerrado.

$$\sum_{j=1}^N F_{i \rightarrow j} = 1 \quad (3.38)$$

Donde:

- $N$  es el número de superficies del recinto.

Por ejemplo, aplicando la regla de la suma a la superficie 1 de un recinto cerrado con tres superficies, se tiene:

$$\sum_{j=1}^3 F_{1 \rightarrow j} = F_{1 \rightarrow 1} + F_{1 \rightarrow 2} + F_{1 \rightarrow 3} = 1 \quad (3.39)$$

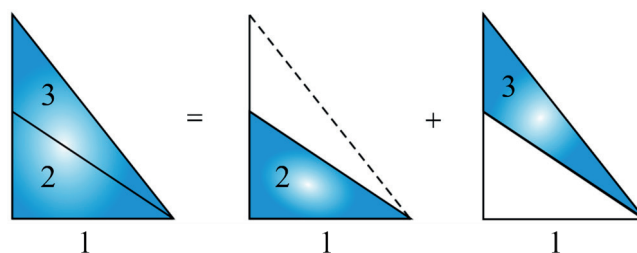
**Regla de superposición**

Cuando en las tablas y diagramas no se encuentra el factor de forma para una configuración geométrica específica, es adecuado expresar dicha configuración como la suma o diferencia de algunas configuraciones con factores de forma conocidos y, a continuación, aplicar la regla de superposición que expresa: el factor de forma desde una superficie  $i$  hacia una superficie  $j$  es igual a la suma de los factores de forma desde la superficie  $i$  hacia las partes de la superficie  $j$ . En la configuración geométrica de la Figura 103, el factor de forma desde la superficie 1 hacia las superficies combinadas 2 y 3 es:

$$F_{1 \rightarrow (2,3)} = F_{1 \rightarrow 2} + F_{1 \rightarrow 3} \quad (3.40)$$

Figura 103

Regla de superposición



Note que el factor de forma desde una superficie  $j$  hacia una superficie  $i$  no es igual a la suma de los factores de forma desde las partes de la superficie  $j$  hacia la superficie  $i$ , es decir, la regla de superposición *no es inversa*.

### Regla de simetría

Resulta adecuado comprobar la existencia de cualquier tipo de simetría en un problema debido a que la determinación de los factores de forma se simplifica si la configuración geométrica posee algún tipo de simetría. Según Kreith (2011), la regla de simetría se expresa como: dos (o más) superficies que poseen simetría con respecto a una tercera tendrán factores de forma idénticos desde esa superficie (Figura 104). Es decir, si  $j$  y  $k$  son simétricas con respecto a la superficie  $i$  entonces:

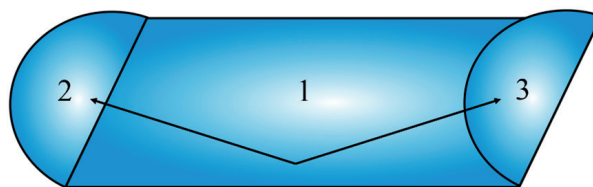
$$F_{i \rightarrow j} = F_{i \rightarrow k} \quad (3.41)$$

Aplicando la relación de reciprocidad se puede demostrar que, en este caso:

$$F_{(j \rightarrow i)} = F_{(k \rightarrow i)}$$

Figura 104

Regla de simetría



$$F_{1 \rightarrow 2} = F_{1 \rightarrow 3} \text{ (además, } F_{2 \rightarrow 1} = F_{3 \rightarrow 1} \text{)}$$

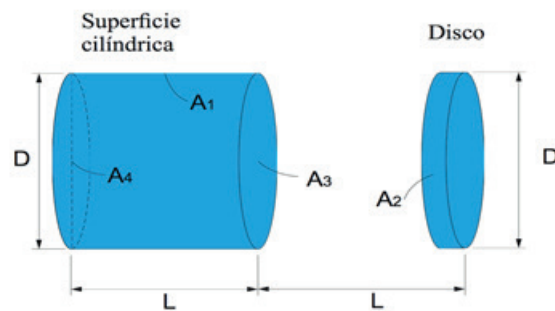
Varias publicaciones tienen evaluados los factores de forma para diferentes configuraciones geométricas comunes. En los Anexos 13 y 14 se muestran las tablas que presentan en forma analítica los factores de forma para varias configuraciones geométricas seleccionadas, mientras que en las figuras de los Anexos 15 al 18 se presentan en forma gráfica. Los factores de forma de la tabla del Anexo 13 son para configuraciones geométricas tridimensionales y los de la tabla del Anexo 14 son para configuraciones geométricas que son infinitamente largas en la dirección perpendicular al plano del papel y, por lo tanto, son bidimensionales.

**Problema 3.17**

Considere una superficie cilíndrica y un disco con orientación coaxial como se muestra en la Figura 105. El cilindro tiene un diámetro  $D$  y una longitud  $L$ . El disco de diámetro  $D$  se coloca en posición coaxial con el cilindro a una distancia  $L$ . Si  $L=2D$ , determine el factor de visión  $F_{12}$  entre la superficie cilíndrica 1) y el disco 2) frente a ella.

Figura 105

Diagrama problema 3.17

**Datos:**

$$L=2D$$

**Análisis:**

Las superficies finales  $A_3$  y  $A_4$  se tratan como superficies hipotéticas. La regla de suma para superficies que se enfrentan al disco se puede expresar como:

$$F_{23} = F_{21} + F_{24}$$

$$1) F_{21} = F_{23} - F_{24}$$

De la relación de reciprocidad, tenemos:

$$2) A_2 F_{21} = A_1 F_{12}$$

Sustituyendo la ecuación 1) en la ecuación 2) y la reorganización da:

$$A_2 (F_{23} - F_{24}) = A_1 F_{12}$$

$$3) F_{12} = \frac{A_2}{A_1} (F_{23} - F_{24})$$

Los factores de vista  $F_{23}$  y  $F_{24}$  pueden determinarse a partir de la relación en la Tabla del Anexo 13, tratando las dos superficies como discos paralelos coaxiales de diámetros idénticos:

$$F_{i \rightarrow j} = F_{j \rightarrow i} = 1 + \frac{1 - \sqrt{4R^2 + 1}}{2R^2}$$

Donde:

$$R = \frac{r}{L}$$

Para la superficie 3:

$$L = 2D:$$

$$R = \frac{r}{L}$$

$$r = \frac{D}{2}$$

$$R = \frac{D/2}{2D}$$

$$R = 0.25$$

$$F_{23} = 1 + \frac{1 - \sqrt{4R^2 + 1}}{2R^2}$$

$$F_{23} = 1 + \frac{1 - \sqrt{4(0.25)^2 + 1}}{2(0.25)^2}$$

$$F_{23} = 0.05573$$

Para la superficie 4:

$$L = 4D:$$

$$R = \frac{r}{L}$$

$$r = \frac{D}{2}$$

$$R = \frac{D/2}{4D}$$

$$R = 0.125$$

$$F_{24} = 1 + \frac{1 - \sqrt{4R^2 + 1}}{2R^2}$$

$$F_{24} = 1 + \frac{1 - \sqrt{4(0.125)^2 + 1}}{2(0.125)^2}$$

$$F_{24} = 0.01515$$

Sustituyendo los valores de  $F_{23}$  y  $F_{24}$  en la ecuación (3) y se observa que  $L = 2D$ , el factor de visión entre la superficie cilíndrica y se determina:

$$F_{12} = \frac{A_2}{A_1} (F_{23} - F_{24})$$

$$F_{12} = \frac{\pi \frac{D^2}{4}}{\pi DL} * (F_{23} - F_{24})$$

$$L = 2D$$

$$F_{12} = \frac{\pi \frac{D^2}{4}}{\pi D * 2D} * (F_{23} - F_{24})$$

$$F_{12} = \frac{1}{8} (F_{23} - F_{24})$$

$$F_{12} = \frac{1}{8} (0.05573 - 0.01515)$$

$$F_{12} = 0.00507$$

## Transferencia de calor por radiación en superficies negras

El análisis de transferencia de calor por radiación entre superficies es complicado debido a la reflexión (*un haz de radiación que sale de una superficie y puede ser reflejado varias veces, teniéndose reflexión parcial en cada superficie, antes de que sea absorbido por completo*). El análisis se simplifica cuando se hace una aproximación de las superficies que intervienen como cuerpos negros, en virtud de la no existencia de reflexión.

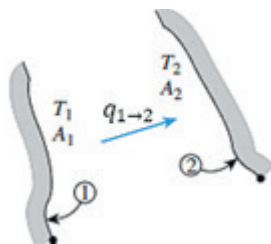
Para Kreith (2011), considerando las dos superficies de la Figura 106, como superficies negras, la razón neta de la transferencia de calor por radiación de la superficie 1 hacia la 2 se expresa como:

$$q_{1 \rightarrow 2} = (\text{Radiación que sale de la superficie 1 y choca contra la superficie 2}) - (\text{Radiación que sale de la superficie 2 y choca contra la superficie 1})$$

$$q_{1 \rightarrow 2} = A_1 E_{b1} F_{1 \rightarrow 2} - A_2 E_{b2} F_{2 \rightarrow 1} \quad (3.42)$$

Figura 106

Radiación de calor entre superficies negras





Aplicando la relación de reciprocidad se obtiene:

$$q_{1 \rightarrow 2} = A_1 F_{1 \rightarrow 2} \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (3.43)$$

Considerando ahora un recinto cerrado que consta de  $N$  superficies negras mantenidas a temperaturas específicas. La transferencia neta de calor por radiación desde cualquier superficie  $i$  se determina sumando las transferencias netas de calor por radiación desde la superficie  $i$  hacia cada una de las superficies del recinto:

$$q_{i \rightarrow j} = \sum_{j=1}^N A_i F_{i \rightarrow j} \sigma (T_i^4 - T_j^4) \quad (3.44)$$

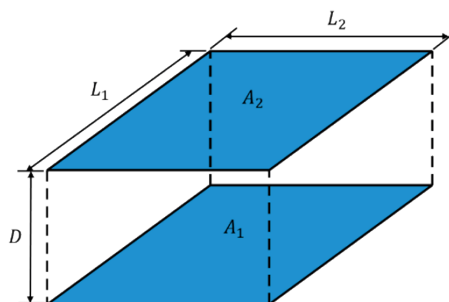
En ambos casos un valor negativo de  $q$  indica que la transferencia neta de calor por radiación es desde la superficie 2 hacia la 1.

### Problema 3.18

Dos rectángulos paralelos alineados con dimensiones 8 m \* 10 m están separados por una distancia de 4 m. Si los dos rectángulos paralelos están experimentando la transferencia de calor por radiación como superficies negras, determine el cambio porcentual en la razón de transferencia de calor por radiación cuando los rectángulos se separan 10 m.

Figura 107

Diagrama problema 3.18



Datos:

$$L_1 = 8m$$

$$L_2 = 10m$$

$$D = 4m$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de funcionamiento estables.
2. Las superficies son negras.
3. Transferencia térmica de convección no se considera.

**Análisis:**

Para  $D = 4$  m,  $L_1 = 8$  m y  $L_2 = 10$  m, tenemos:

$$\frac{L_1}{D} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\frac{L_2}{D} = \frac{10}{4} = 2.5$$

De la figura del Anexo 15, tenemos:

$$F_{12} \approx 0.45 ; \text{ para } D=4m$$

Para  $D = 10$  m,  $L_1 = 8$  m y  $L_2 = 10$  m, tenemos:

$$\frac{L_1}{D} = \frac{8}{10} = 0.75$$

$$\frac{L_2}{D} = \frac{10}{10} = 1$$

De la figura del Anexo 15, tenemos:

$$F_{12} \approx 0.162 ; \text{ para } D = 10m$$

La tasa de transferencia de calor por radiación entre los dos rectángulos es:

$$\dot{Q}_{12} = AF_{12}\sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

Por lo tanto, el porcentaje de cambio en la tasa de transferencia de calor por radiación es:

$$\text{porcentaje de cambio} = \frac{\dot{Q}_{12}(D = 4m) - \dot{Q}_{12}(D = 10m)}{\dot{Q}_{12}(D = 4m)}$$

$$\text{porcentaje de cambio} = \frac{F_{12}(D = 4m) - F_{12}(D = 10m)}{F_{12}(D = 4m)}$$

$$\text{porcentaje de cambio} = \frac{0.45 - 0.162}{0.45}$$

porcentaje de cambio = 0.64  
 porcentaje de cambio = 64%

**Discusión:**

Moviendo la distancia entre los dos rectángulos paralelos de 4 m a 10 m, hay alrededor de 64% de reducción en tasa de transferencia de calor por radiación.

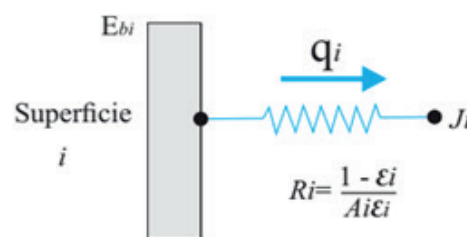
## Transferencia de calor por radiación en superficies grises y difusas

La mayor parte de recintos que se encuentran en la práctica se relacionan con superficies no negras y el análisis de la radiación en ese tipo de recintos es muy complicado. Por lo tanto, para simplificar el análisis es común suponer que las superficies del recinto son opacas, difusas o grises y sus propiedades relativas a la radiación son independientes de la longitud de onda. Asimismo, cada superficie del recinto es isotérmica y tanto la radiación entrante como la saliente son uniformes sobre cada superficie.

Kreith (2011) menciona que mediante una analogía eléctrica (Figura 108), la razón neta de transferencia de calor por radiación desde una superficie  $i$  de área  $A_i$  se denota por  $q_i$  y se expresa como:

Figura 108

Analogía eléctrica de la resistencia superficial a la radiación



$$q_i = \frac{E_{bi} - J_i}{R_i} \tag{3.45}$$

La resistencia de la superficie a la radiación, viene dada por:

$$R_i = \frac{1 - \epsilon_i}{A_i \epsilon_i} \tag{3.46}$$

Donde:

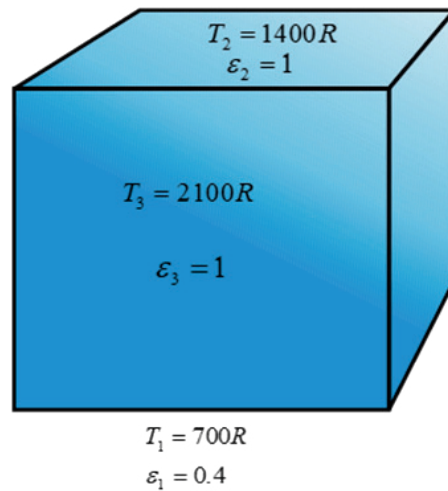
- $J_i$  es la radiosidad de la superficie.
- $E_{bi} = \sigma T_i^4$  es el poder de emisión de cuerpo negro de la superficie.
- $A_i$  es el área de la superficie.

### Problema 3.19

Considere un horno cúbico de 15 ft\*15 ft\*15 ft cuyas superficies superiores y laterales se aproximan mucho a superficies negras y cuya superficie base tiene una emisividad  $\varepsilon=0.4$ . Las superficies base, superior y lateral es del horno se mantienen a temperaturas uniformes de 700 R, 1 400 R y 2 100R, respectivamente. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre a) las superficies base y laterales, y b) las superficies base y superior. Asimismo, determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación hacia la superficie base.

Figura 109

Diagrama problema 3.19



**Datos:** Dimensiones: 15 ft\*15 ft\*15 ft

$$T_1 = 700R$$

$$\varepsilon_1 = 0.4$$

$$T_2 = 1400R$$

$$\varepsilon_2 = 1$$

$$T_3 = 2100R$$

$$\varepsilon_3 = 1$$

**Suposiciones:**

1. Existen condiciones de funcionamiento estables.
2. Las superficies son opacas, difusas y grises.
3. No se considera la transferencia de calor de convección.

**Datos:**

Las emisividades se dan para ser  $\varepsilon_1=0.4$  para la superficie inferior, y 1 para otras superficies.

**Análisis:**

Consideramos que la superficie base es la superficie 1, la superficie superior es la superficie 2 y las superficies laterales son la superficie 3. El horno cúbico puede ser considerado como el recinto de tres-superficies. Las áreas y los poderes emisivos de las superficies son:

$$A_1 = A_2 = (15 \text{ ft} \times 15 \text{ ft}) = 225 \text{ ft}^2$$

$$A_3 = 4(15 \text{ ft} \times 15 \text{ ft}) = 900 \text{ ft}^2$$

$$E_{b1} = \sigma T_1^4$$

$$E_{b1} = (0.1714 \times 10^{-8} \frac{\text{Btu}}{\text{hft}^2 \text{R}^4})(700\text{R})^4$$

$$E_{b1} = 411.53 \frac{\text{Btu}}{\text{hft}^2}$$

$$E_{b2} = \sigma T_2^4$$

$$E_{b2} = (0.1714 \times 10^{-8} \frac{\text{Btu}}{\text{hft}^2 \text{R}^4})(1400\text{R})^4$$

$$E_{b2} = 6584.50 \frac{\text{Btu}}{\text{hft}^2}$$

$$E_{b3} = \sigma T_3^4$$

$$E_{b3} = (0.1714 \times 10^{-8} \frac{\text{Btu}}{\text{hft}^2 \text{R}^4})(2100\text{R})^4$$

$$E_{b3} = 33334.04 \frac{\text{Btu}}{\text{hft}^2}$$

El factor de vista desde la base a la superficie superior del cubo es  $F_{12}=0.2$ . De la regla de suma, el factor de vista desde la base o superior a las superficies laterales es:

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$$

$$F_{13} = 1 - F_{12}$$

$$F_{13} = 1 - 0.2$$

$$F_{13} = 0.8$$

Ya que la superficie base es plana y por lo tanto  $F_{11}=0$ . Entonces las resistencias a la radiación se convierten:

$$R_1 = \frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1}$$

$$R_1 = \frac{1 - 0.4}{(225 \text{ ft}^2)(0.4)}$$

$$R_1 = 6.67 \times 10^{-3} \text{ ft}^2$$

$$R_{13} = \frac{1}{A_1 F_{13}}$$

$$R_{13} = \frac{1}{(225 \text{ ft}^2)(0.8)}$$

$$R_{13} = 5.56 \times 10^{-3} \text{ ft}^2$$

$$R_{12} = \frac{1}{A_1 F_{12}}$$

$$R_{12} = \frac{1}{(225 \text{ ft}^2)(0.2)}$$

$$R_{12} = 0.022 \text{ ft}^2$$

Tenga en cuenta que las superficies laterales y superiores son negras, y por lo tanto sus radiosidades son iguales a sus poderes emisores. Se determina la radiosidad de la superficie base:

$$\frac{E_{b1} - J_1}{R_1} + \frac{E_{b2} - J_1}{R_{12}} + \frac{E_{b3} - J_1}{R_{13}} = 0$$

Sustituyendo:

$$\frac{411.53 - J_1}{6.67 \times 10^{-3}} + \frac{6584.50 - J_1}{0.022} + \frac{33\,334.04 - J_1}{5.56 \times 10^{-3}} = 0$$

$$J_1 = 16\,939.55 \frac{\text{Btu}}{\text{hft}^2} \approx \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

a) La tasa neta de transferencia de calor por radiación entre la base y las superficies laterales es:

$$Q_{31} = \frac{E_{b3} - J_1}{R_{13}}$$

$$Q_{31} = \frac{(33\,334.04 - 16\,939.55) \frac{\text{Btu}}{\text{hft}^2}}{5.56 \times 10^{-3} \text{ft}^2}$$

$$Q_{31} = 2\,948\,649.281 \frac{\text{Btu}}{\text{h}}$$

b) La tasa neta de transferencia de calor por radiación entre la base y las superficies superiores es:

$$Q_{12} = \frac{J_1 - E_{b2}}{R_{12}}$$

$$Q_{12} = \frac{(16\,939.55 - 6\,584.50) \frac{\text{Btu}}{\text{hft}^2}}{0.022 \text{ft}^2}$$

$$Q_{12} = 470\,684.09 \frac{\text{Btu}}{\text{h}}$$

La tasa neta de transferencia de calor por radiación a la superficie base se determina finalmente a partir de:

$$\dot{Q}_1 = Q_{21} + Q_{31} = -470\,684.09 + 2\,948\,649.281$$

$$\dot{Q}_1 = 2\,477\,965.19 \frac{\text{Btu}}{\text{h}}$$

### Discusión:

Se puede encontrar el mismo resultado:

$$Q_{31} = \frac{J_1 - E_{b1}}{R_1}$$

$$Q_{31} = \frac{(16\,939.55 - 411.53) \frac{\text{Btu}}{\text{hft}^2}}{6.67 \times 10^{-3} \text{ft}^2}$$

$$Q_{31} = 2\,477\,964.02 \frac{\text{Btu}}{\text{h}}$$

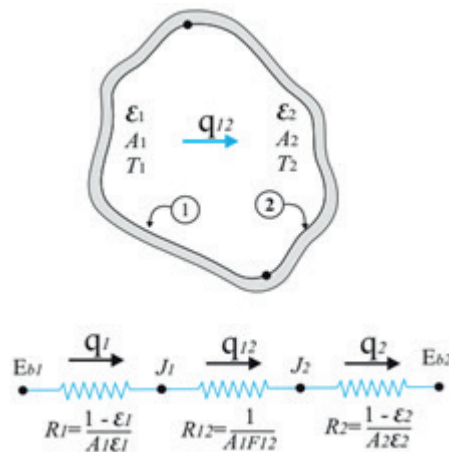
El resultado es el mismo que esperábamos.

## Transferencia de calor por radiación en recintos cerrados de dos superficies

Considere un recinto cerrado que consta de dos superficies opacas a las temperaturas específicas  $T_1$  y  $T_2$ , como se muestra en la Figura 110. La razón neta de transferencia de calor por radiación de la superficie 1 a la 2 es igual a la razón neta de transferencia de calor por radiación desde la superficie 1 y la razón neta de transferencia de calor por radiación hacia la superficie 2. Es decir:  $q_{12} = q_1 = -q_2$  (Kreith, 2011).

Figura 110

Esquema de un recinto cerrado de dos superficies y su red de radiación



La razón neta de transferencia por radiación se expresa como:

$$q'_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1 - \epsilon_2}{A_2 \epsilon_2}} \quad (3.47)$$

Esta ecuación se puede aplicar para superficies grises, difusas y opacas que formen un recinto cerrado. La tabla del Anexo 19 presenta formas simplificadas de la ecuación 3.47 para algunas disposiciones comunes.

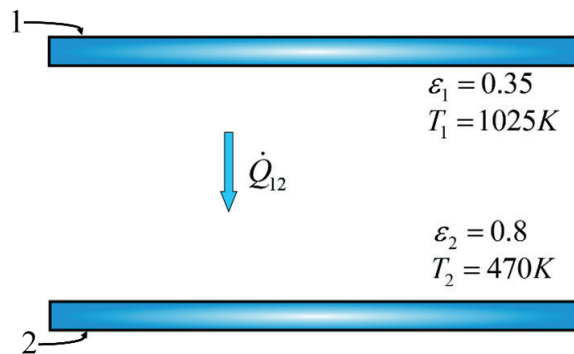
### Problema 3.20

Dos placas paralelas muy grandes se mantienen a las temperaturas uniformes  $T_1 = 1025$  K y  $T_2 = 470$  K, y tienen las  $\epsilon_1 = 0.35$  y  $\epsilon_2 = 0.8$ , respectivamente, como se muestra en la figura. Determine la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las dos superficies por unidad de área superficial de las placas.



Figura 111

Diagrama problema 3.20

**Solución:**

Dos placas paralelas grandes se mantienen a temperaturas uniformes. Debe determinarse la velocidad neta de la transferencia de calor por radiación entre las placas.

**Suposición:**

Las dos superficies son opacas, difusas y grises.

**Análisis:**

A partir de la ecuación 3.47 se determina con facilidad que la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre las dos placas por unidad de área es:

$$q_{12} = \frac{\dot{Q}_{12}}{A} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

$$q_{12} = \frac{(5.67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}) [(1025\text{K})^4 - (470\text{K})^4]}{\frac{1}{0.35} + \frac{1}{0.8} - 1}$$

$$q_{12} = 19\,252.224 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

**Discusión:**

Note que se transfiere calor a una razón neta de 19 252.224 W de la placa 1 a la 2, por radiación por unidad de área superficial de cualquiera de las dos placas.



<https://acortar.link/pAUvF>

# CAPÍTULO IV

Ejercicios aplicados a  
la ingeniería





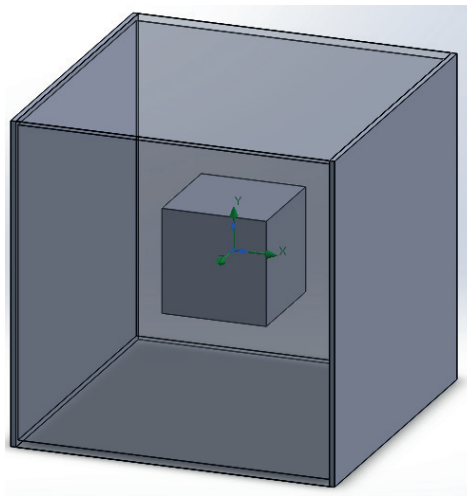
## Problema 4.1

### Simulación de flujo de transferencia de calor

Se realizará un análisis de simulación térmica en software CAD-CAE para determinar la transferencia de calor en un sólido la cual consta de la parte del modelado y simulación de fluido de conducción, análoga al análisis de simulación de un horno.

Figura 112

*Modelo del sólido a analizar*



La razón neta de transferencia por radiación se expresa como:

El sólido propuesto plantea realizar una simulación de flujo de un sistema cerrado, el cual está compuesto de tres sólidos independientes: el sólido izquierdo con una alta temperatura de 600 K, el derecho con una baja de 300 K, la superficie externa de en medio se trata como un aislante, mientras que el sólido interno tendrá una temperatura de 600 K.

Posteriormente, se realizarán dos análisis adicionales con cargas térmicas distintas en los sólidos y se establecerán los valores máximos y mínimos de los parámetros ejecutados por el solver.

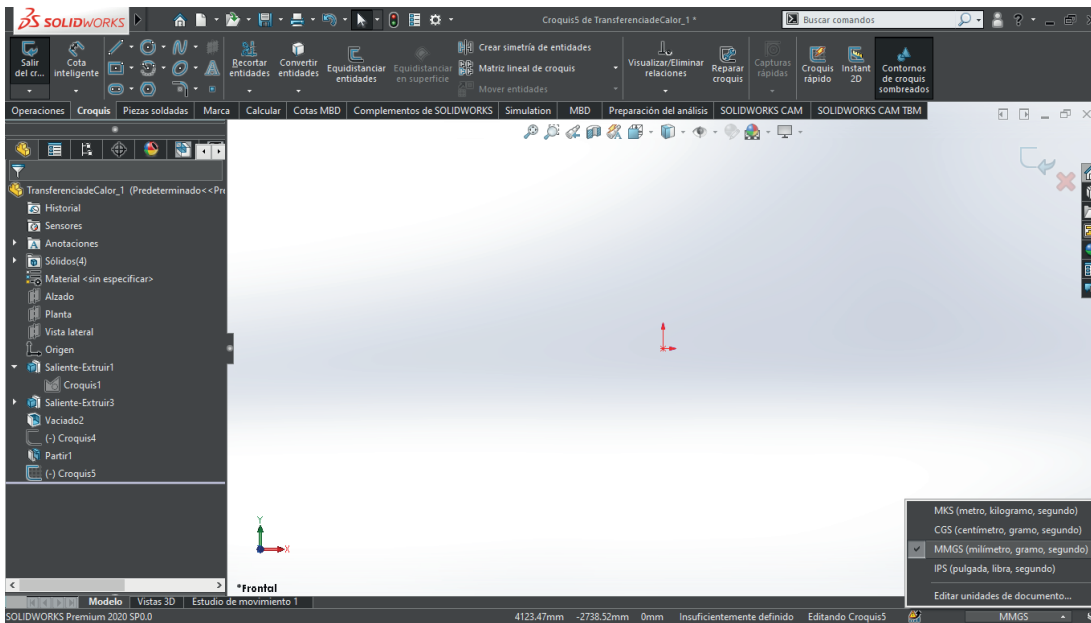
### *Desarrollo*

Pasos de modelamiento CAD y simulación CAE:

Se selecciona el sistema de unidades con las que se va a trabajar el modelo de la pieza en este caso el sistema MMGS.

Figura 113

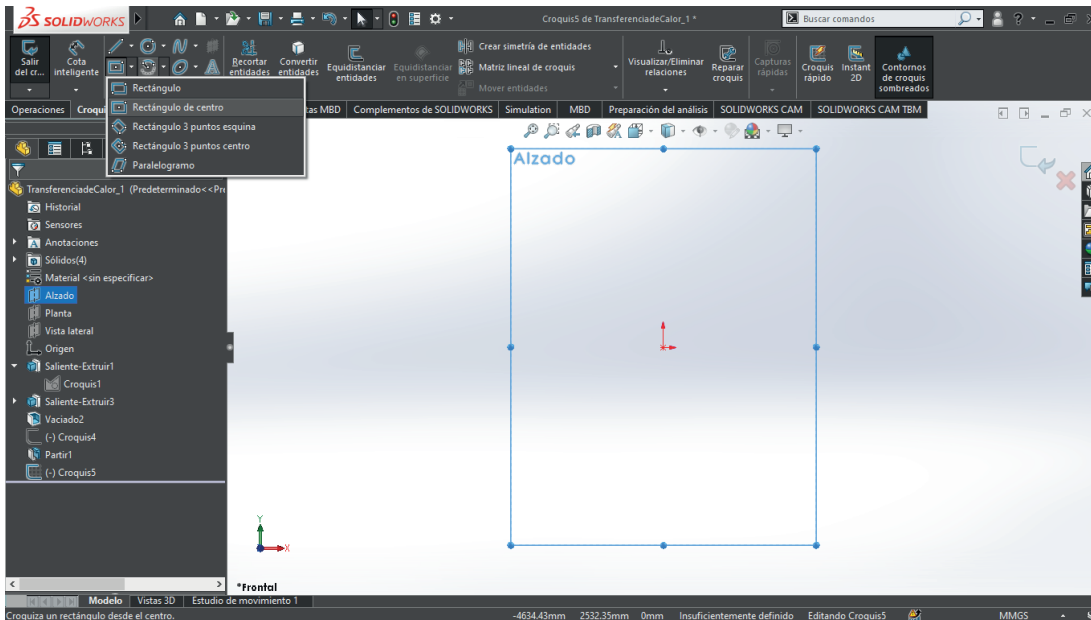
Espacio de trabajo de CAD-CAE, selección de las unidades



Dentro de la opción de croquis, se dirige al plano de alzado y en la opción de operaciones, seleccionar la opción de dibujar un rectángulo de centro.

Figura 114

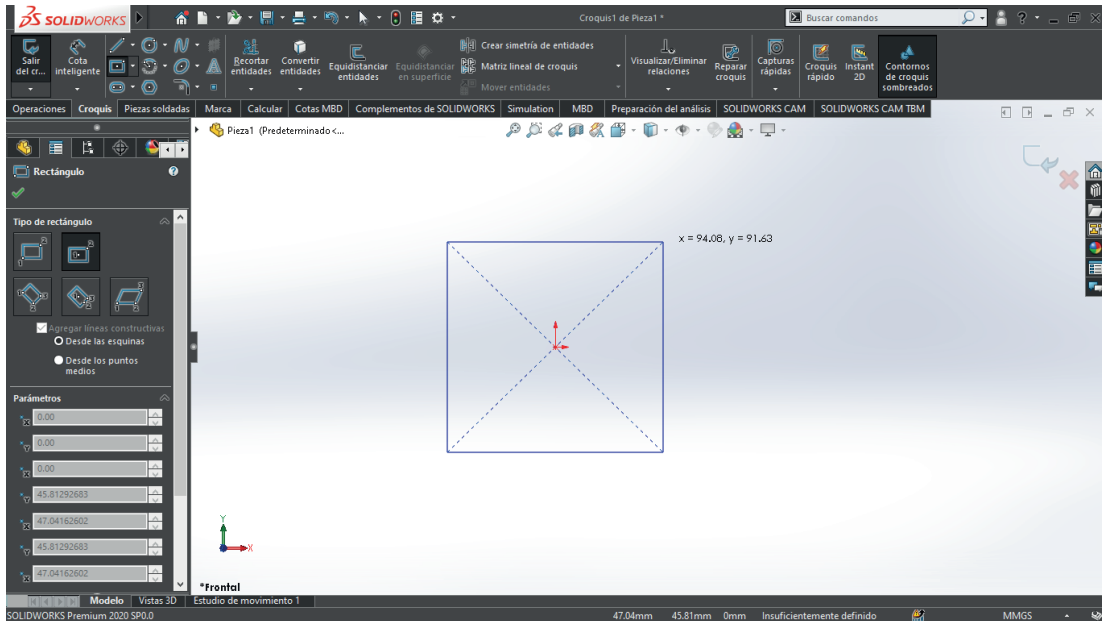
Selección del trazado de rectángulo con el que se trabajará.



Seleccionar el plano sobre el que se va a dibujar de alzado y proceder con el trazo.

Figura 115

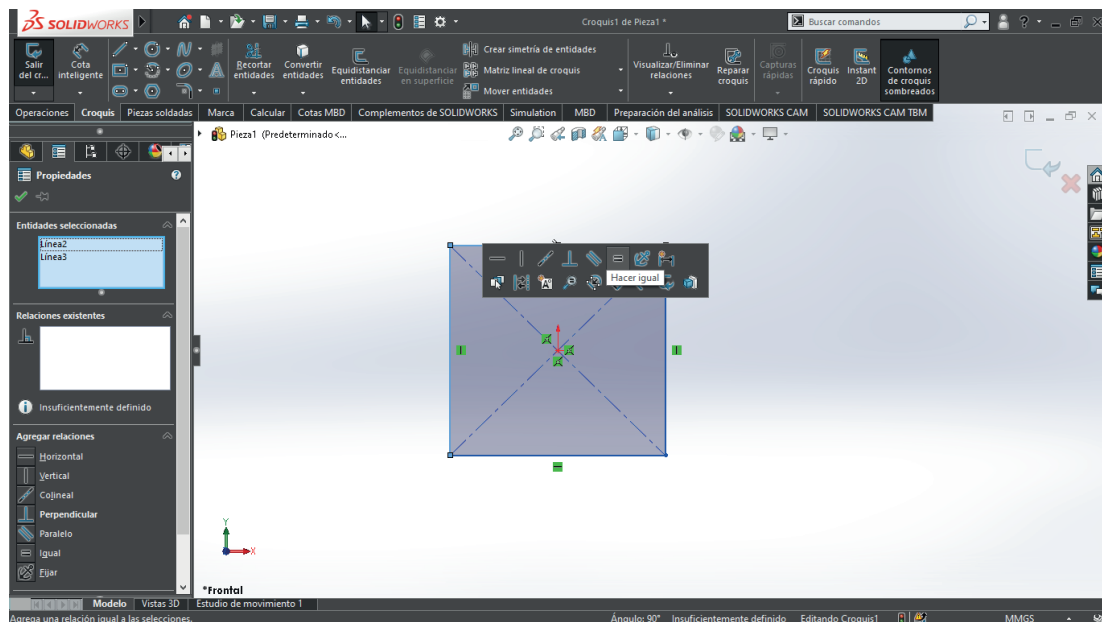
Trazado de un rectángulo de centro en el plano alzado



Se igualan las identidades del rectángulo creado, seleccionando las líneas vertical y horizontal.

Figura 116

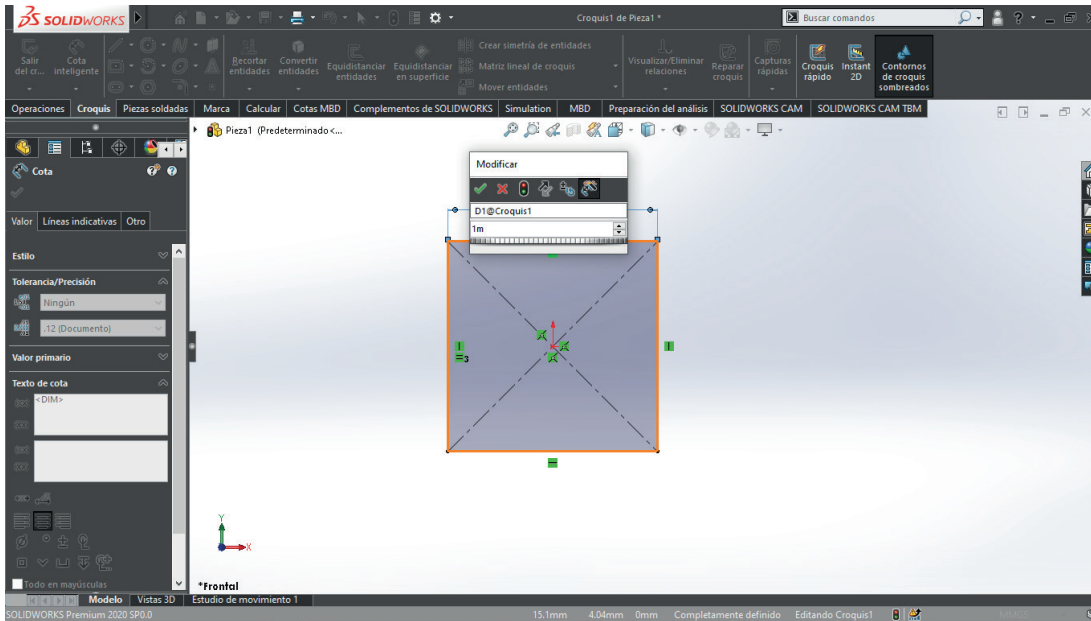
Se muestra la opción en donde se deben igualar las entidades



Seleccionar la opción de cota inteligente, y proceder a establecer una medida nominal de 1 metro, que servirá para el largo y ancho de un primer cubo.

Figura 117

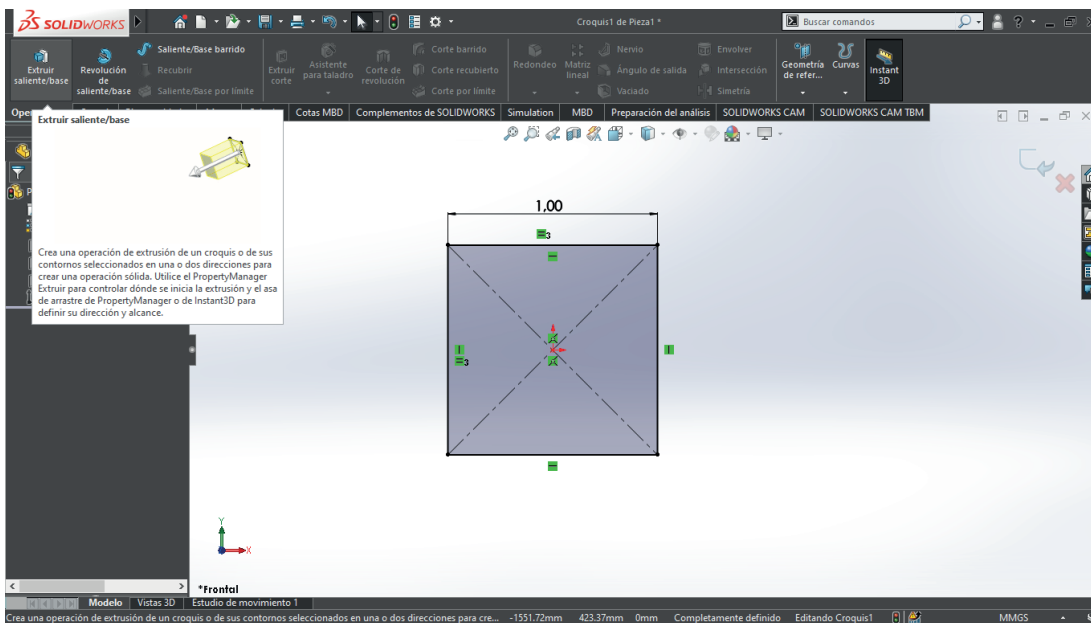
Establecimiento con cota inteligente de las dimensiones del cubo interno



Dirigirse a la pestaña de operaciones y seleccionar la opción de extruir saliente, esto permitirá agregar un volumen al sólido.

Figura 118

Pestaña de opción para realizar un extruido del sólido.

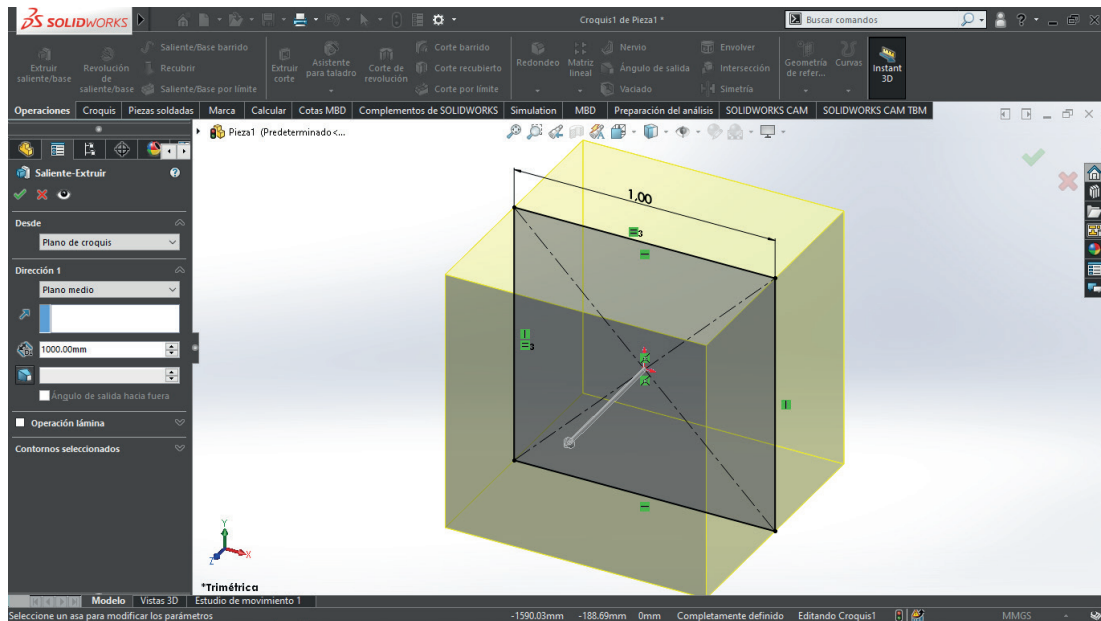




Elegir la opción “desde: Plano de Croquis”. Y debajo seleccionar la opción “dirección 1: Plano medio”. También se especifica la dimensión de 1 metro.

Figura 119

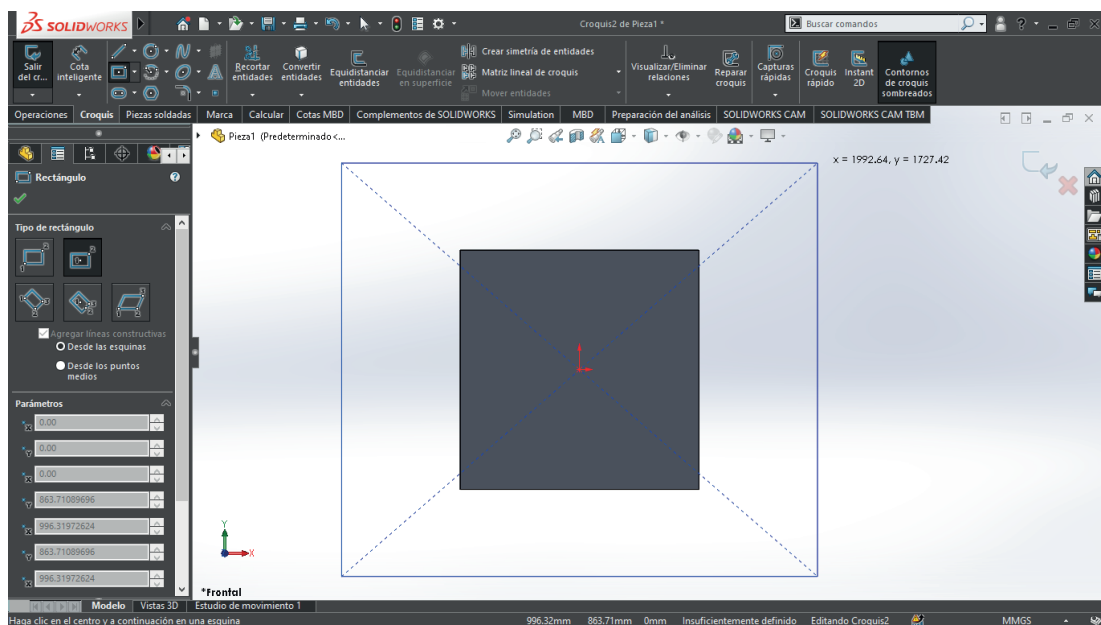
Parámetros establecidos en el primer extruido



Realizar una operación de dibujo de rectángulo de centro desde el plano de alzado.

Figura 120

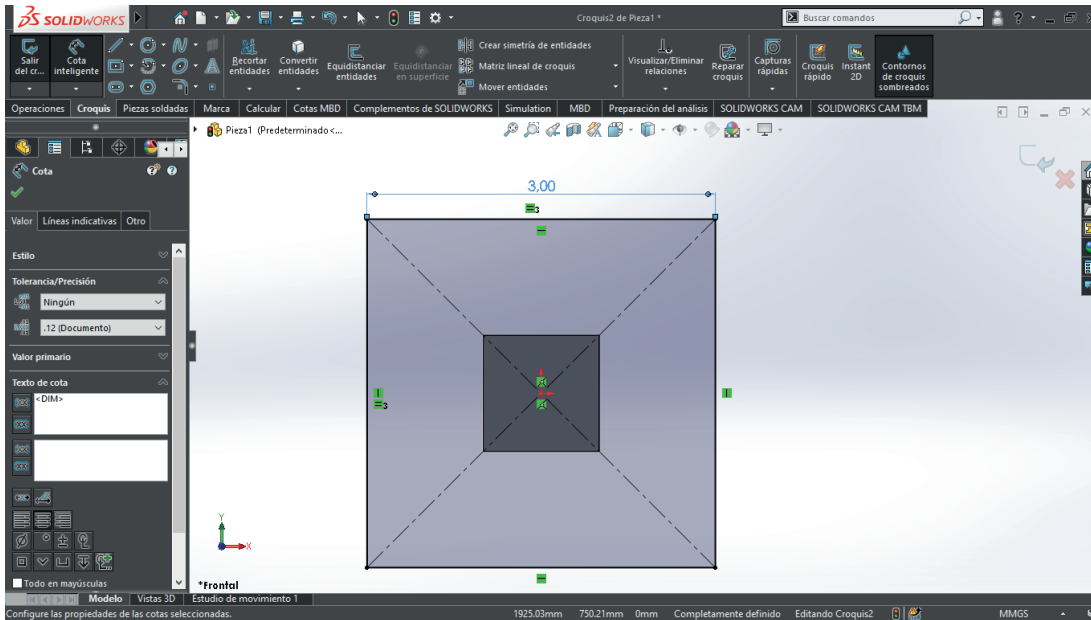
Trazado de un siguiente rectángulo de centro. (Cubo Externo)



Seleccionar las entidades vertical y horizontal e igualar las mismas, se acota el rectángulo externo con una medida de 3 mediante “cota inteligente”.

Figura 121

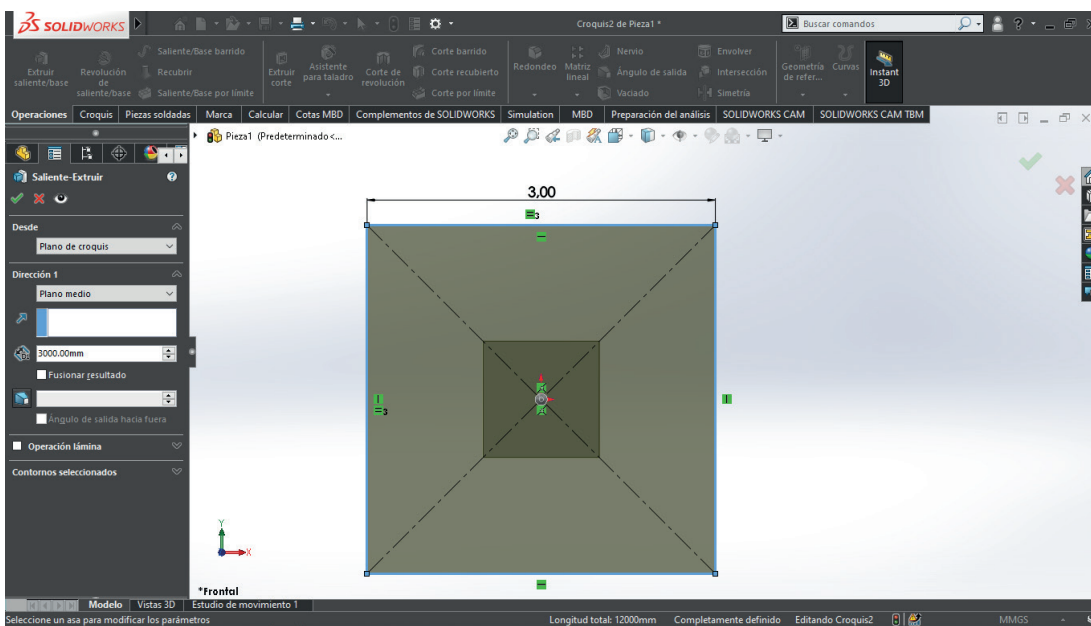
Igualación de las entidades del segundo plano mediante cota inteligente



Seleccionar la operación de extruir, en dirección de plano medio. Con un espesor de 3 metros.

Figura 122

Parámetros de extruido para el cubo externo.

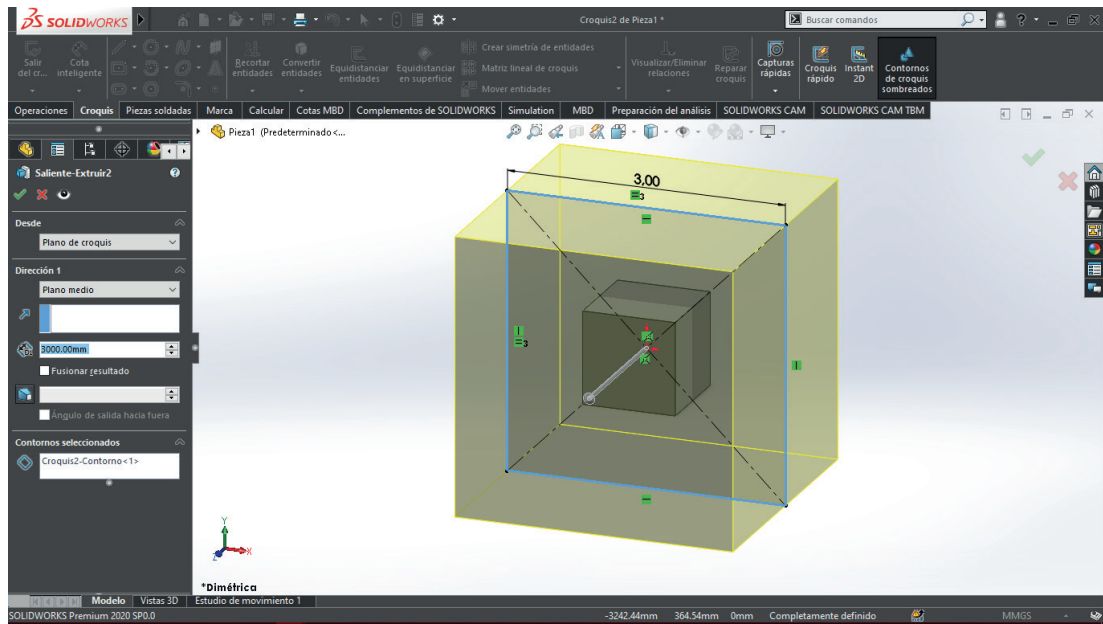


La pestaña de “Fusionar Resultado” se debe desactivar debido a que viene activada por default.

Al extruir el segundo rectángulo, este quedará totalmente sólido.

Figura 123

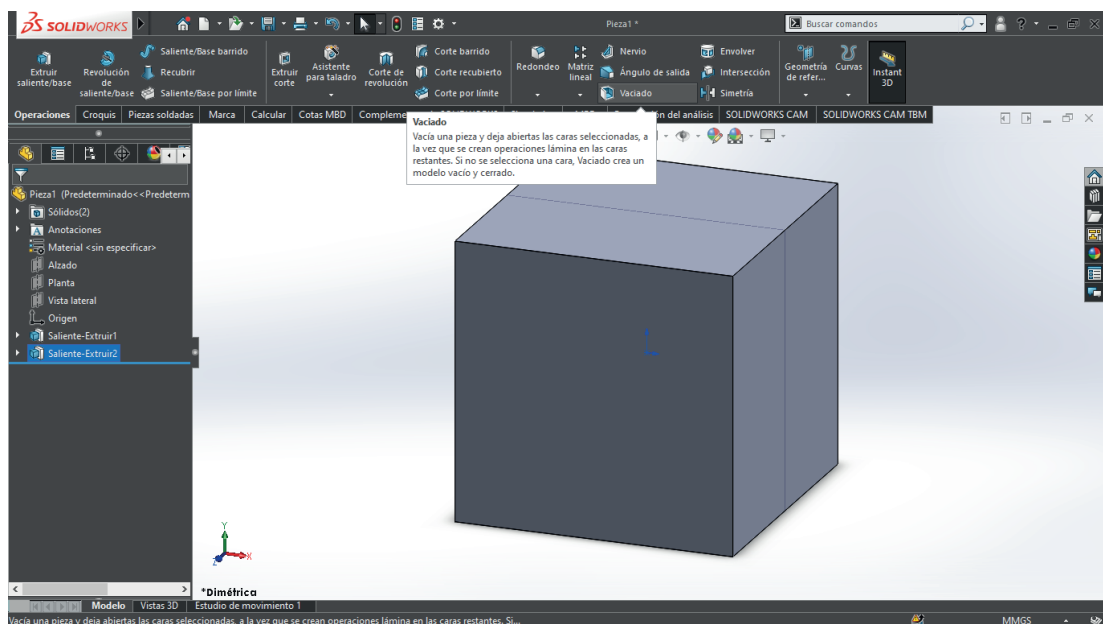
Resultado final de los dos objetos extruidos, cubo externo e interno



Realizar una operación de vaciado, dirigiéndose a operaciones.

Figura 124

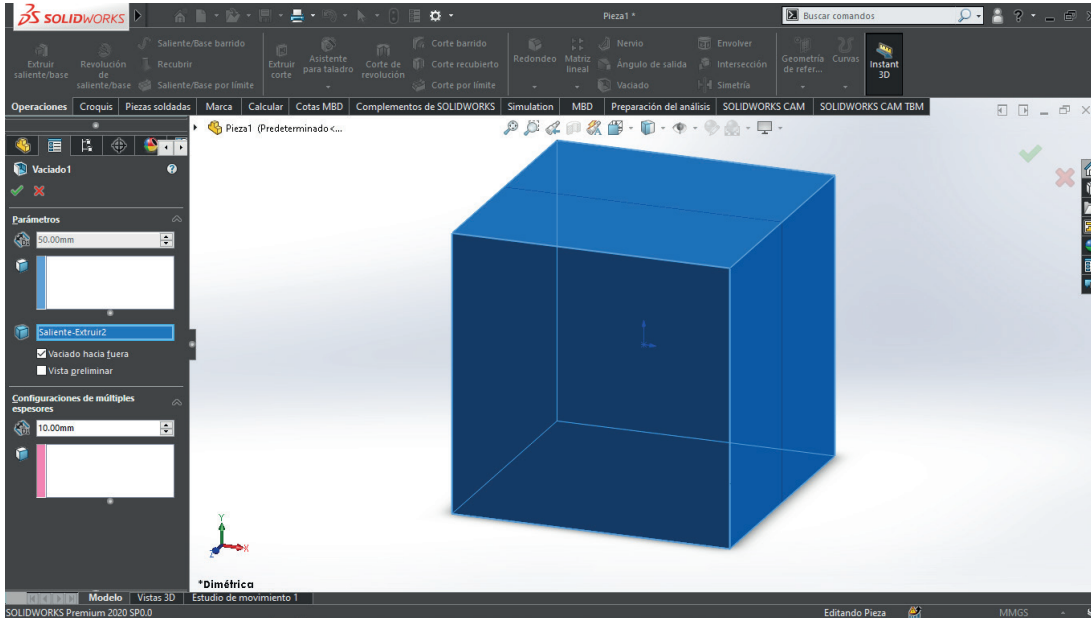
Pestaña de opción de vaciado ubicada en operaciones



Seleccionar el parámetro del sólido, también se establecer la superficie que se va a vaciar.

Figura 125

Parámetros establecidos para el vaciado del cubo externo

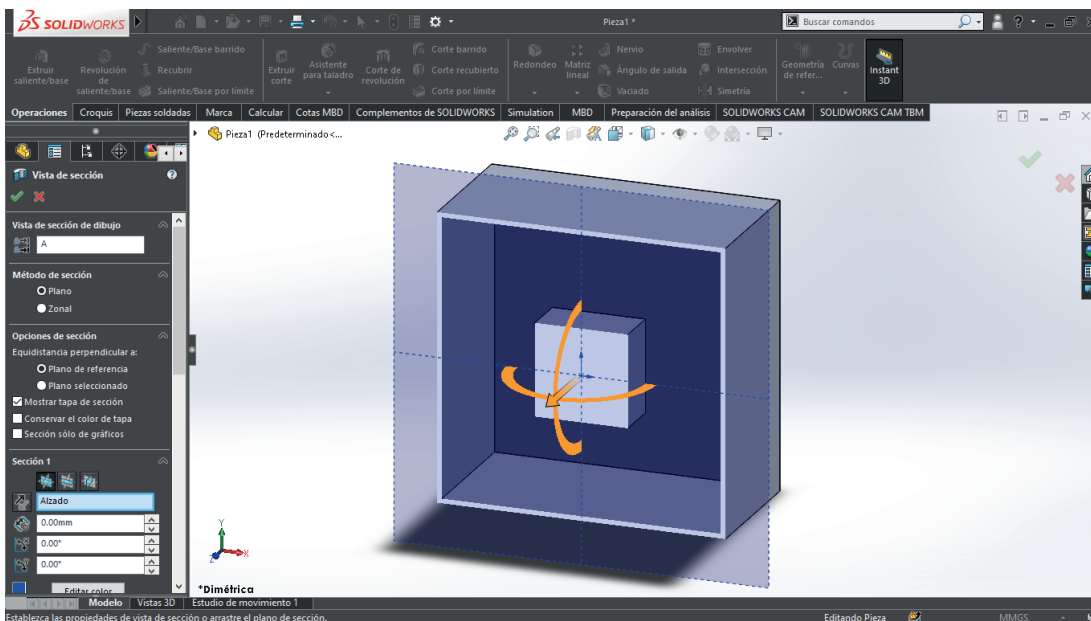


Activar la opción de “Vaciado hacia afuera” para obtener el espesor de las paredes en la parte exterior.

Activar la vista de sección, para observar el sólido vaciado interiormente.

Figura 126

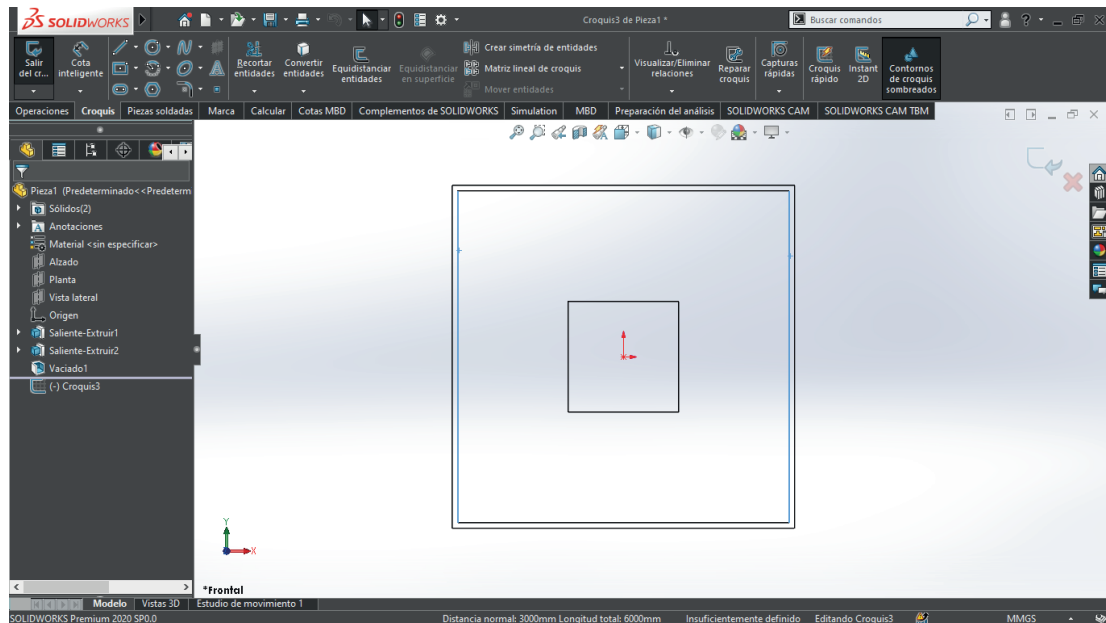
Vista de sección del sólido de análisis después de haber realizado el vaciado



Realizar una opción de partido del sólido desde la opción de croquis, en plano alzado, y elegir una opción de vista de “estructura alámbrica”.

Figura 127

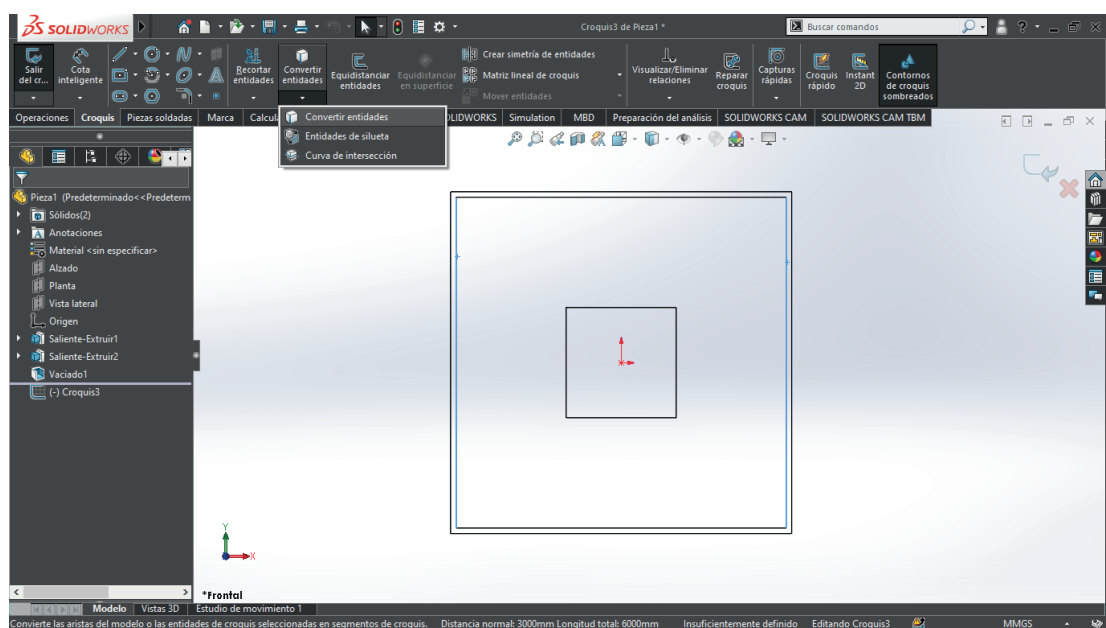
Opción de vista “estructura alámbrica”



Seleccionar las entidades internas del sólido exterior y en la pestaña de croquis elegir la opción “convertir entidades”.

Figura 128

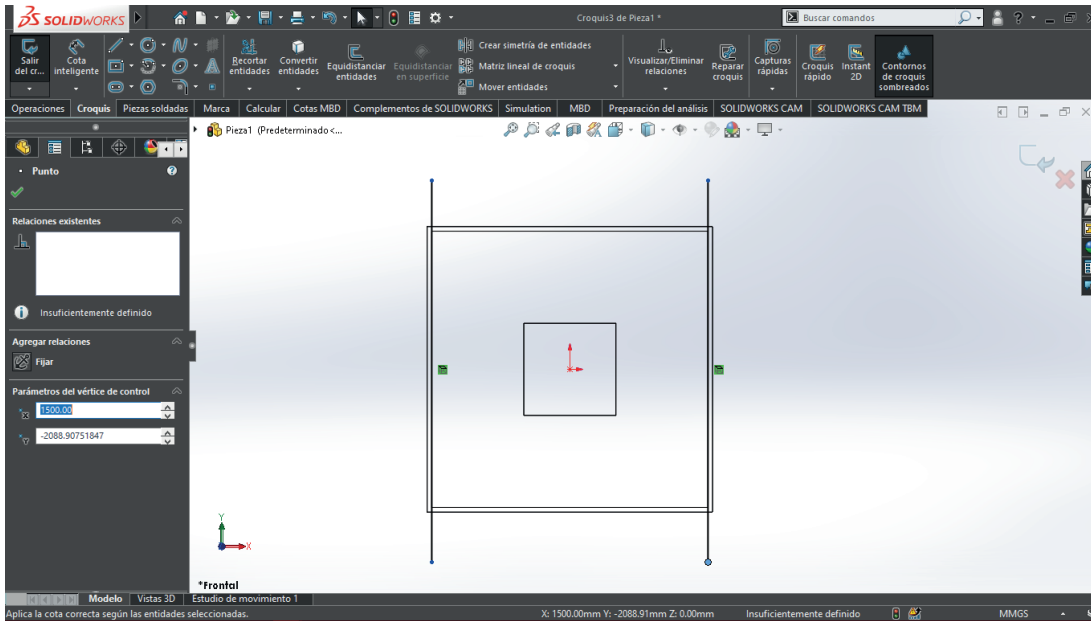
Pestaña de operación “Convertir entidades”, ubicada en croquis



Realizar un alargado de las entidades ya convertidas de cualquier medida.

Figura 129

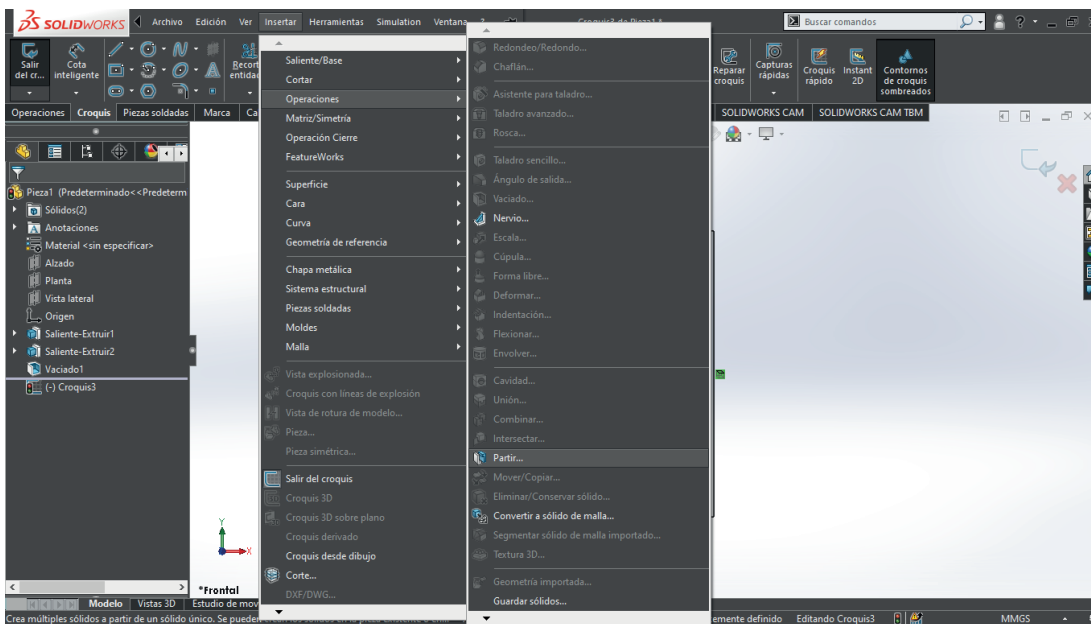
Resultado de las entidades internas convertidas y alargadas para realizar el partido



En la parte superior, en la pestaña de insertar, seleccionar operaciones y escoger la opción “Partir”.

Figura 130

Dirección de la opción “Partir” para cortar las entidades

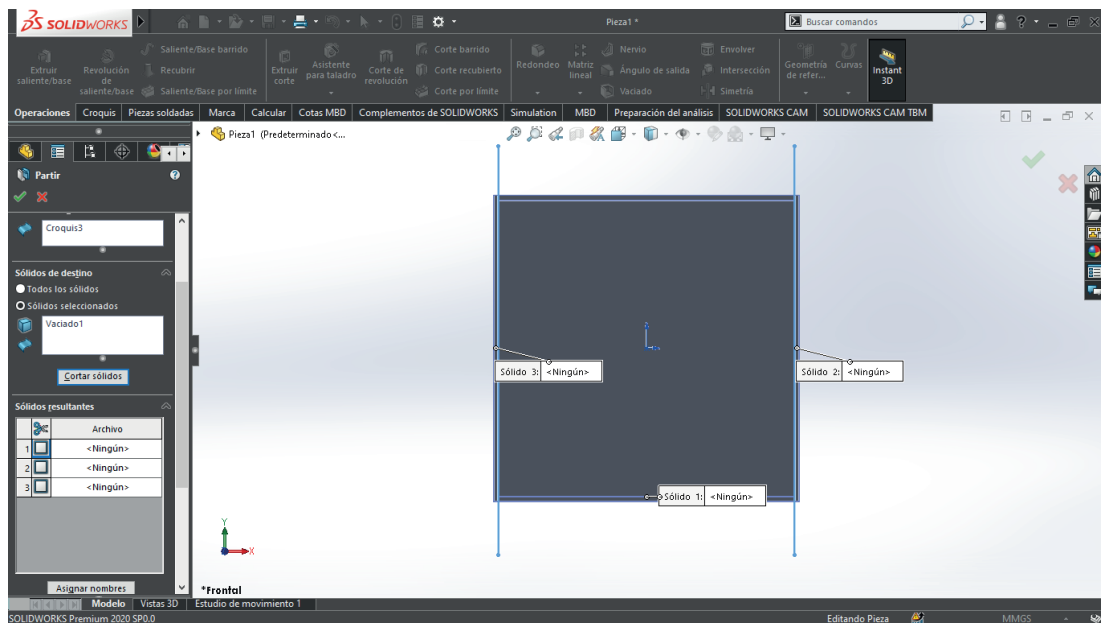




Ya en la opción de partir, dejamos el croquis por default y en la opción de sólidos seleccionados, estableceremos el sólido que ya hemos vaciado antes y aplastamos en el botón de cortar sólidos.

Figura 131

Parámetros establecidos en la opción de "Partir"



Marcar las pestañas de los tres elementos para guardarlos como sólidos independientes.

Figura 132

Se debe activar las pestañas de los sólidos nuevos

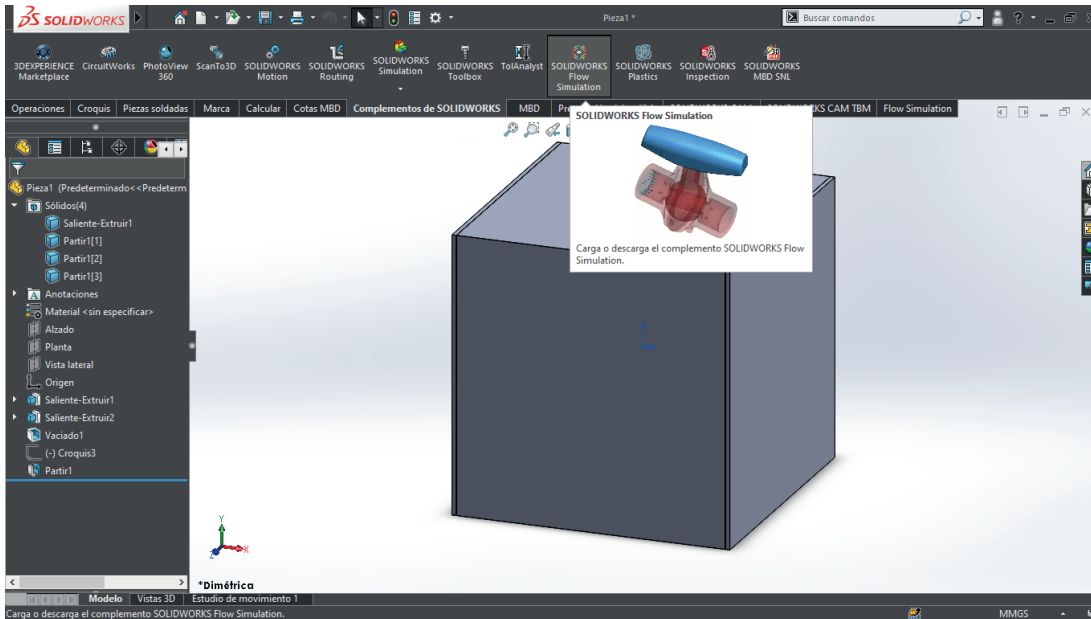


Ocultar el croquis 3 o el croquis de partido.

Respecto al análisis CAE, ubicarse en la opción "Complementos de SolidWorks" y seleccionar la opción "Flow Simulation".

Figura 133

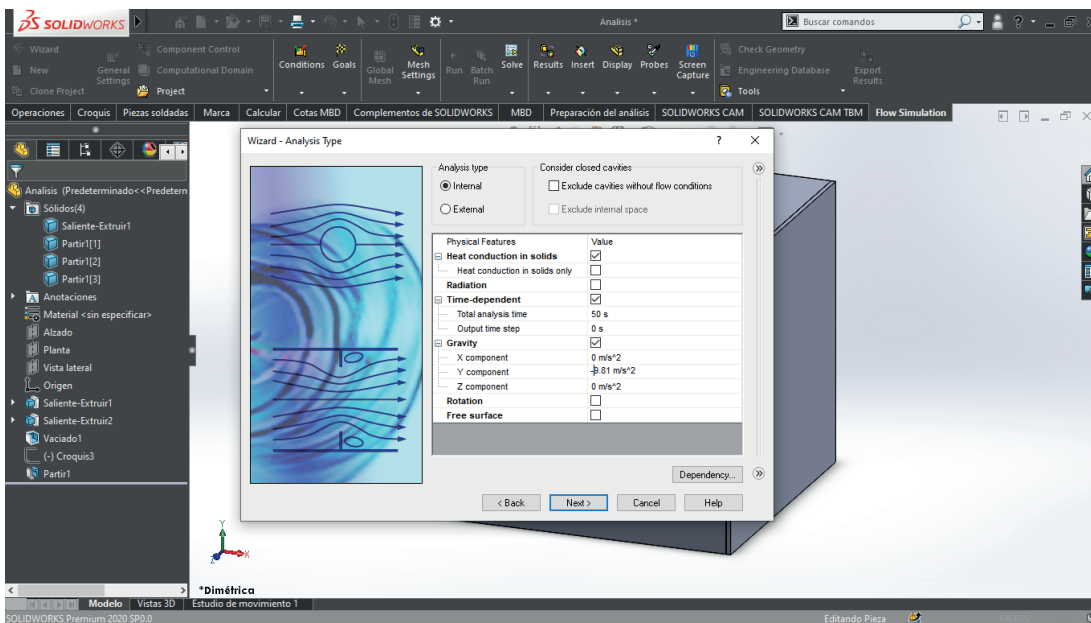
Botón o pestaña de operación de Simulación de Fluido



Seleccionar la opción “Wizard”, la cual desplegará la ventana en la que se deberá poner el nombre del proyecto y seleccionar el sistema de unidades internacional.

Figura 134

Ventana “Wizard”, donde se especificarán los parámetros de simulación



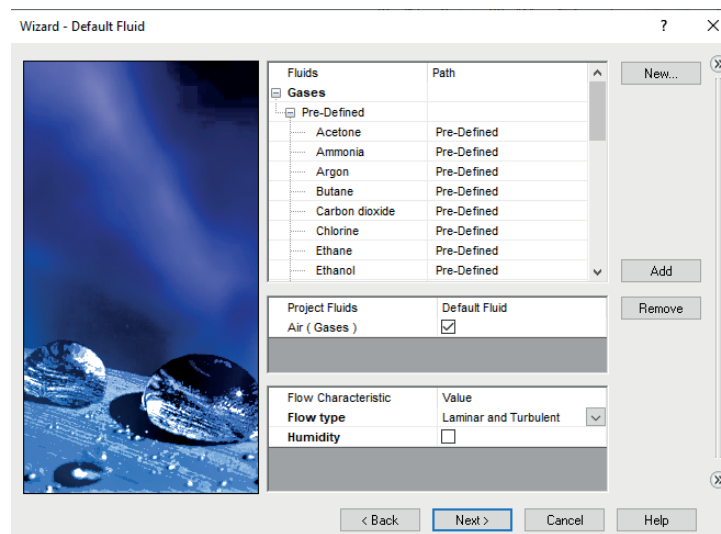


Activar la opción “Internal”, y desactivar la pestaña “Exclude cavities”; además activar la pestaña de “Heat conduction in solids”; en “Time-dependent” establecer un tiempo de 50 segundos y en la pestaña “Gravity”, agregar el valor de  $-9.81 \text{ m/s}^2$  en la componente Y.

Luego, seleccionar el tipo de fluido a trabajar, en este caso se utiliza como fluido el aire en la pestaña “Pre-Defined”.

Figura 135

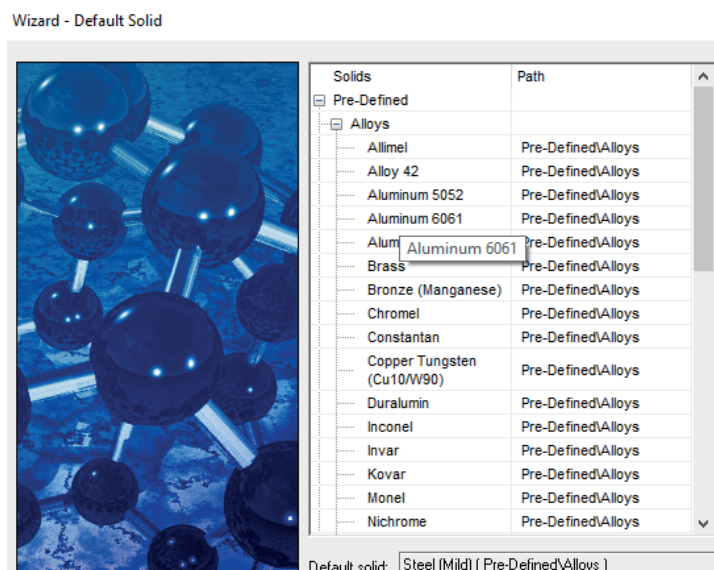
Selección del tipo de fluido en la misma ventana Wizard



En la pestaña de “Alloys”, se deberá especificar el material del objeto, para el cual dirigirse a la opción antepenúltima y escoger la opción de “Steel (Mild)”

Figura 136

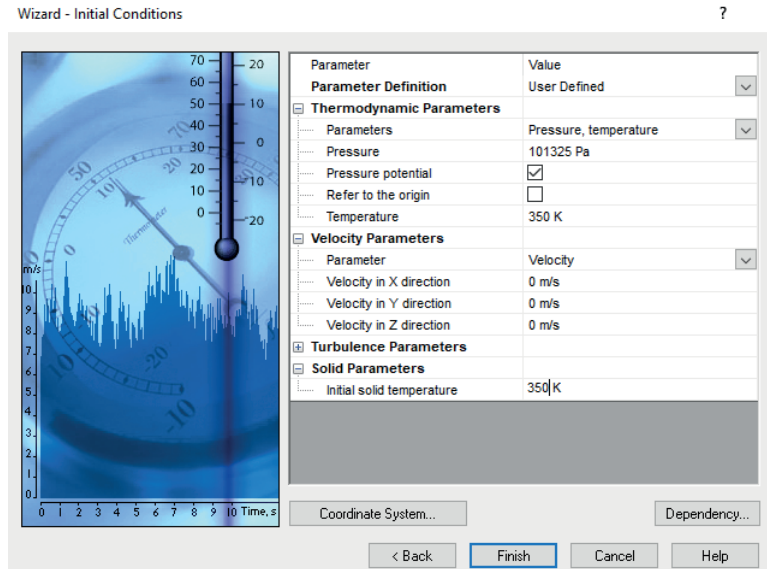
Determinación del tipo de material con el que se trabaja



En las especificaciones de parámetros establecer una temperatura de 300 K en la opción “Parámetros termodinámicos”, y en “Parámetros del sólido”.

Figura 137

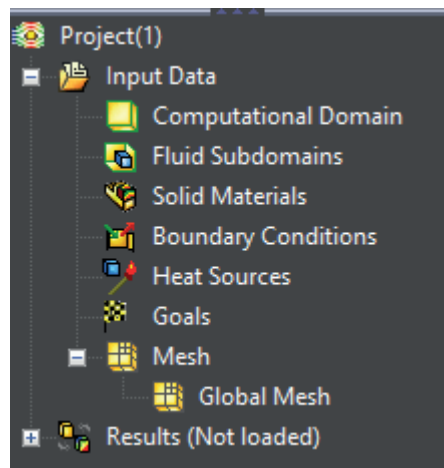
Parámetros de temperatura especificados



En la parte lateral izquierda aparecerá el dominio computacional con el que trabajará la simulación.

Figura 138

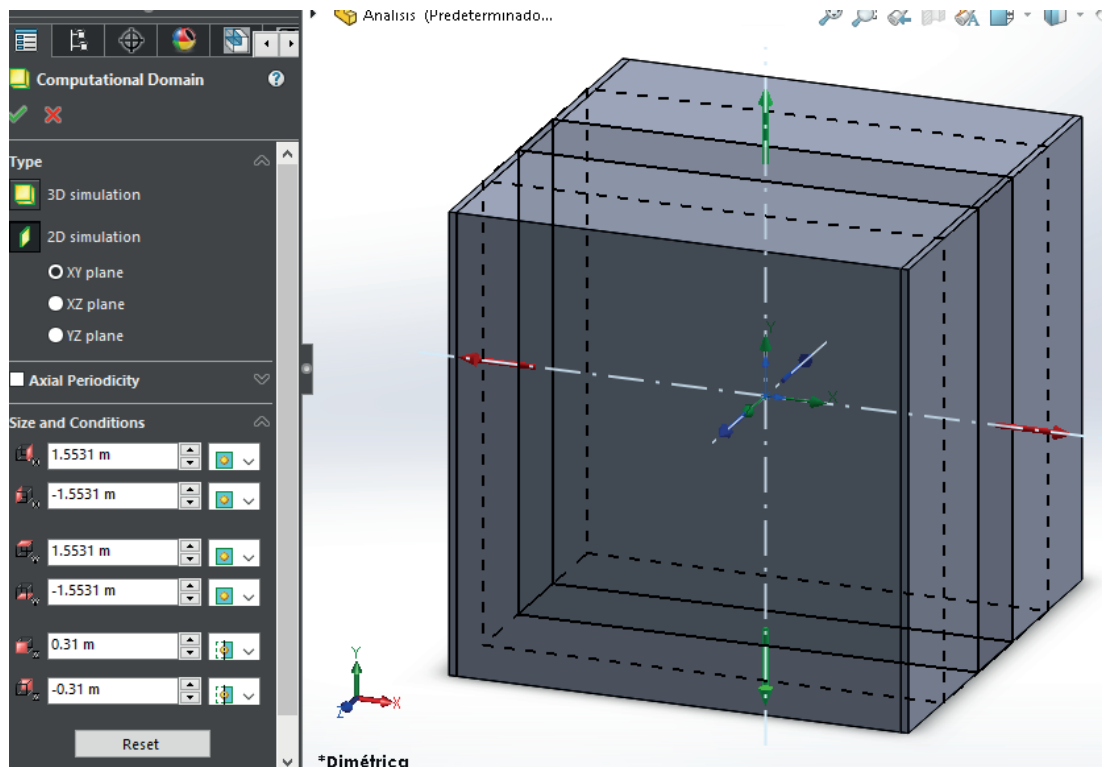
Ventana de Dominio Computacional que ayudará a proyectar la simulación



La prueba de análisis se realiza en un dominio computacional 2D, se cambiarán los parámetros con clic derecho, en “Computational Domain”, y seleccionar “editar definición”.

Figura 139

Ventana desplegada del dominio computacional

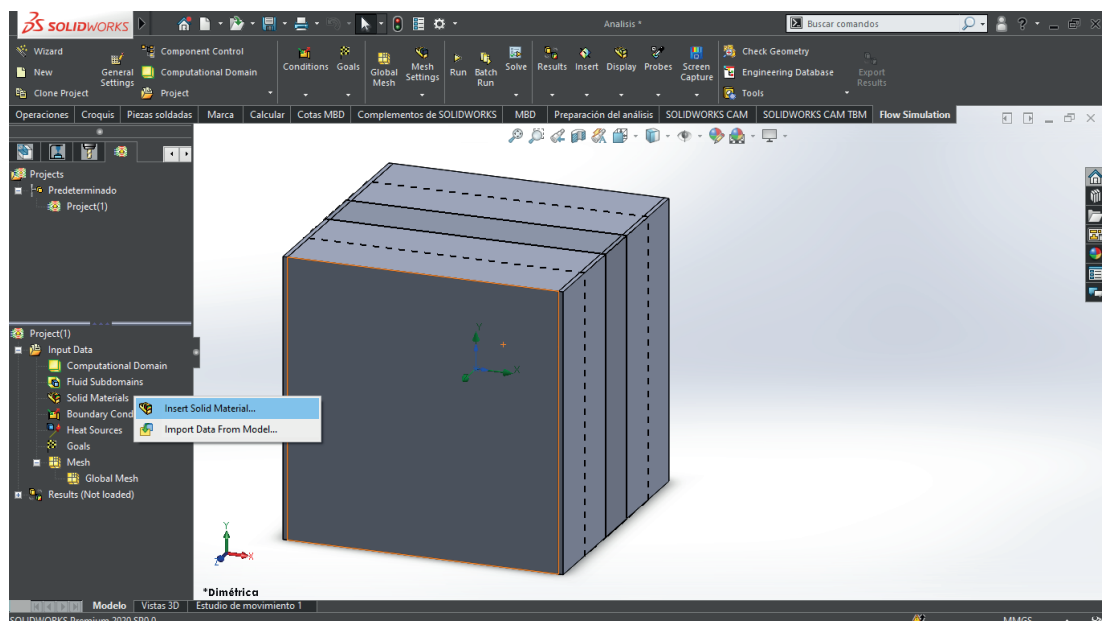


Establecer “2D simulation” y activar el plano XY.

Luego definir un material para las paredes del sólido con clic en “Solid Materials” del panel izquierdo y seleccionar “Insert Solid Material”.

Figura 140

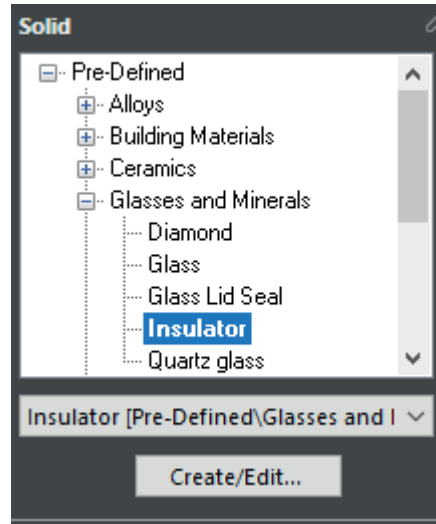
Opción del panel para insertar materiales



Dirigirse a la sección del sólido y desplegar la pestaña de materiales predefinidos, allí abrir la opción “Glasses and Minerals” y seleccionar un aislante en “Insulator”.

Figura 141

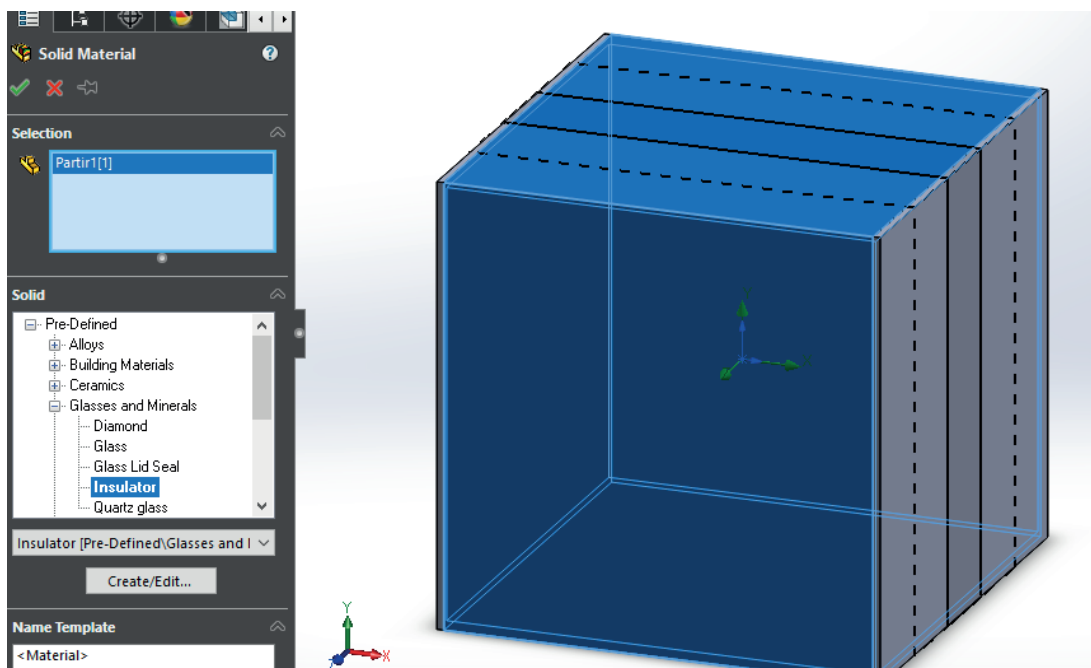
Sección de materiales, se seleccionó un aislante



Seleccionar la cara de superficie cortada anteriormente y aceptar.

Figura 142

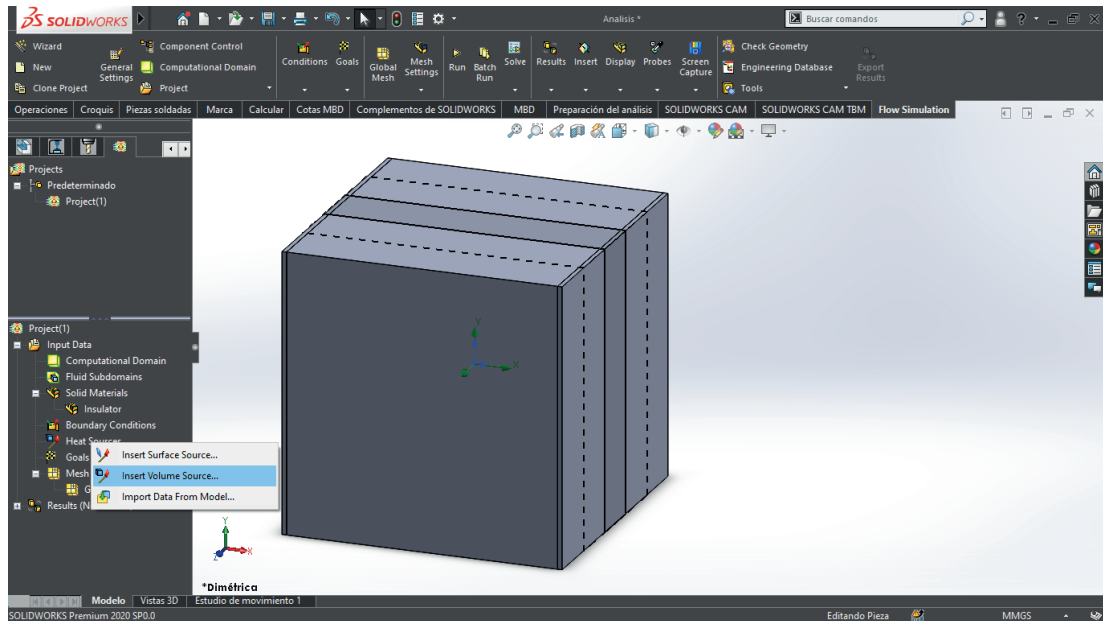
Superficie del sólido al que se trató como aislante



Ubicar las cargas de calor desde el panel izquierdo con clic derecho en “Heat Sources” y seleccionar la opción “Insert Volume Source”.

Figura 143

Pestaña para el ingreso de las cargas de calor al sólido

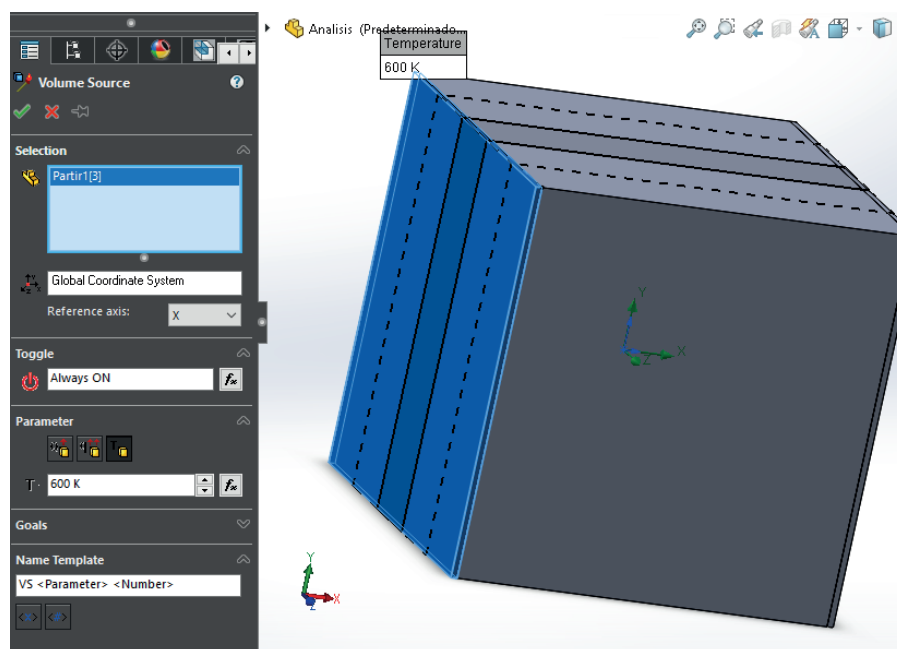


Se posicionarán las siguientes cargas:

1. Superficie lateral izquierda, Temperatura constante: 600 K.

Figura 144

Primera carga de calor aplicada



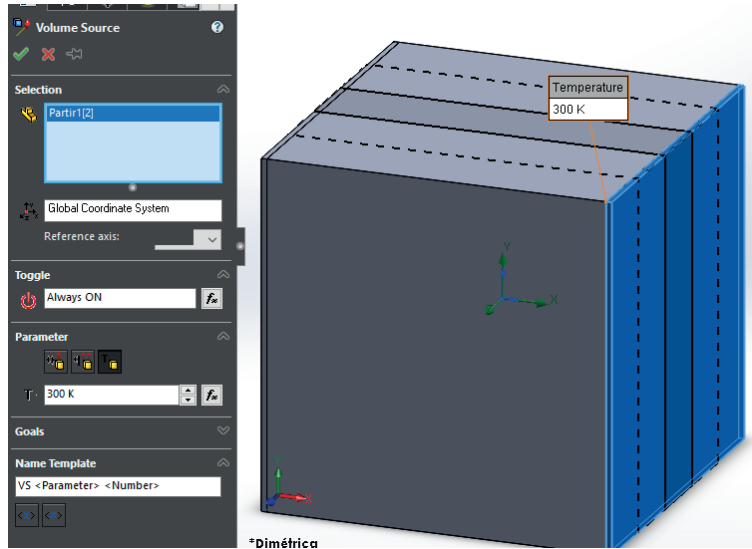
Seleccionar la superficie y en "Parámetros" escoger "Temperatura" y agregar la carga de 600 K.

2. Superficie lateral derecha, Temperatura constante: 300 K.

Seleccionar la opción "Insert Volume Source" y agregar los parámetros de la segunda carga como en el paso anterior.

Figura 145

Parámetros de la segunda carga térmica aplicada

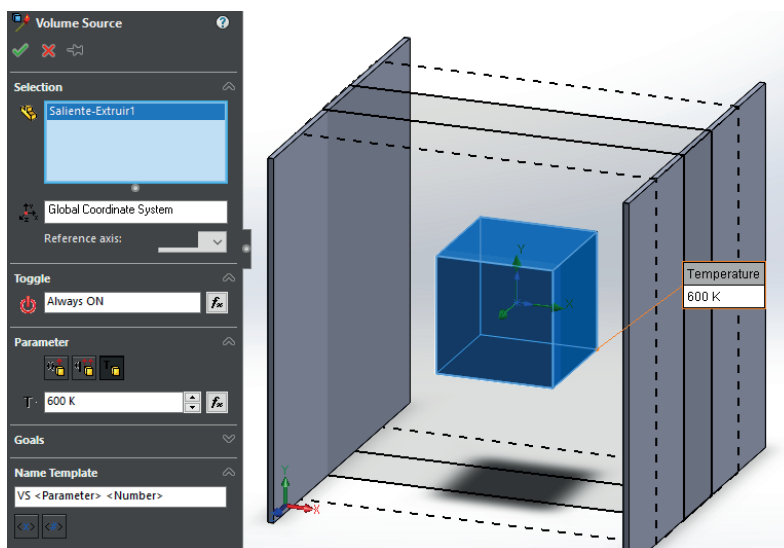


3. Bloque sólido interno. Temperatura constante: 600 K.

Ocultar la superficie cortada y agregar la tercera carga térmica desde "Insert Volume Source".

Figura 146

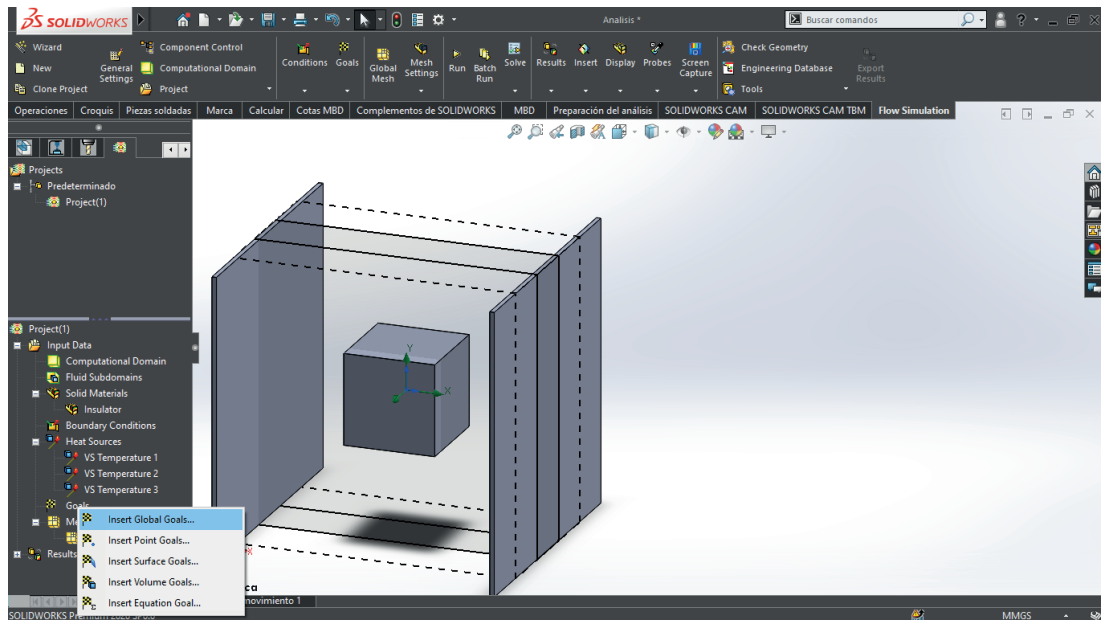
Parámetros de la tercera carga térmica aplicada



Se aplicarán los “Goals”, dar clic derecho y seleccionar la opción “Insert Global Goals”.

Figura 147

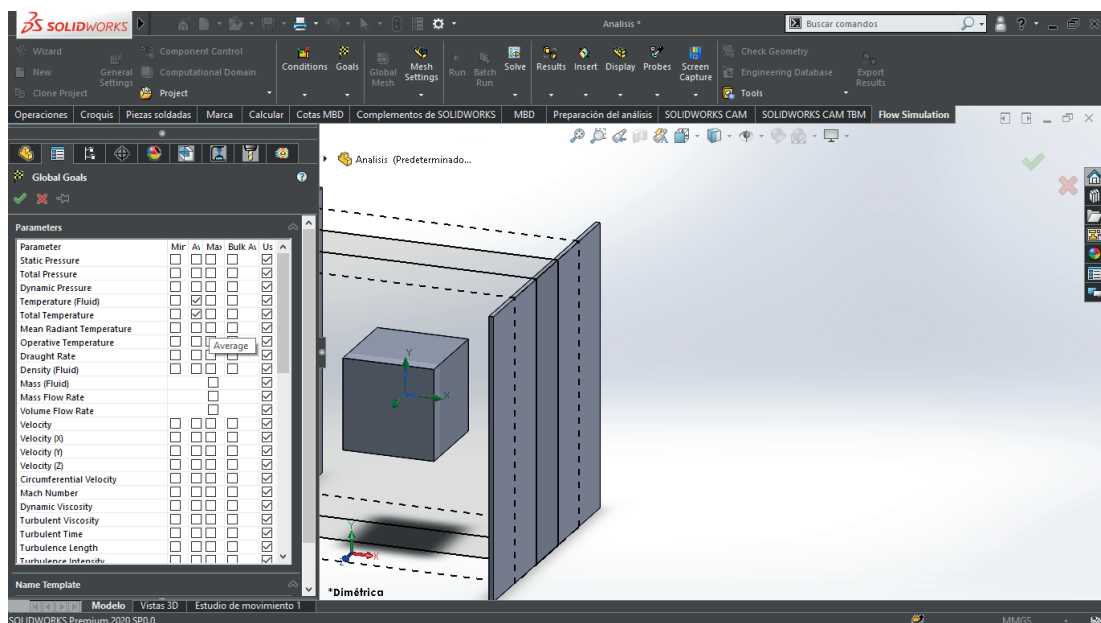
Pestaña para insertar la opción de Global Goals de la temperatura en el sólido



Activar las pestañas en la columna de “Average”, y también “Temperature (Fluid)”, “Total Temperature” y “Temperature (Solid)”, la última se encuentra antepenúltima de la lista.

Figura 148

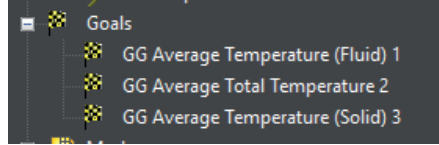
Parámetros a seleccionar dentro de Global Goals



Se crearán 3 subprocesos que se ejecutarán las temperaturas.

Figura 149

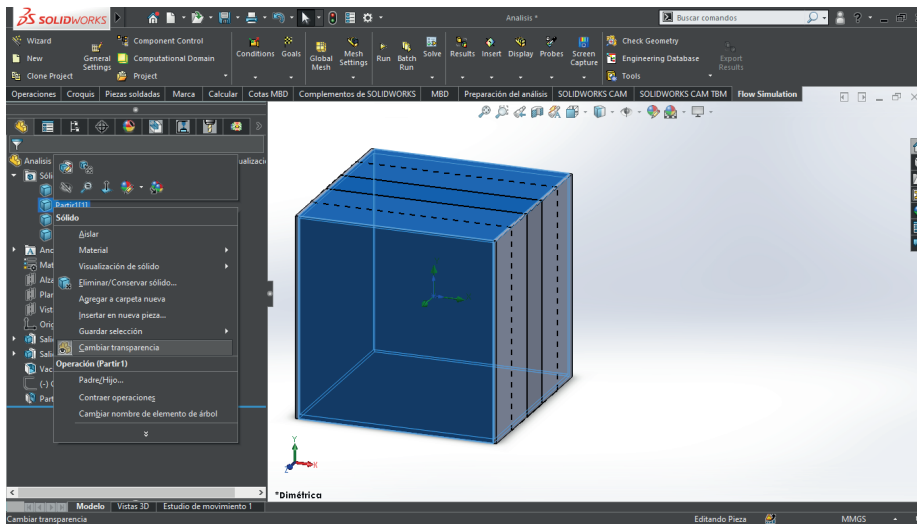
Resultado final de las operaciones de Global Goals



Cambiar la transparencia del sólido exterior desde el modelo del sólido y seleccionar la opción de cambiar transparencia.

Figura 150

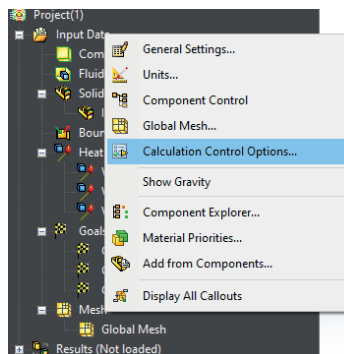
Opción para cambiar la transparencia del sólido



Establecer la entrada de datos con clic derecho en la opción "Input Data" y seleccionar la opción "Calculation Control Options".

Figura 151

Ventana de selección para el análisis del solver

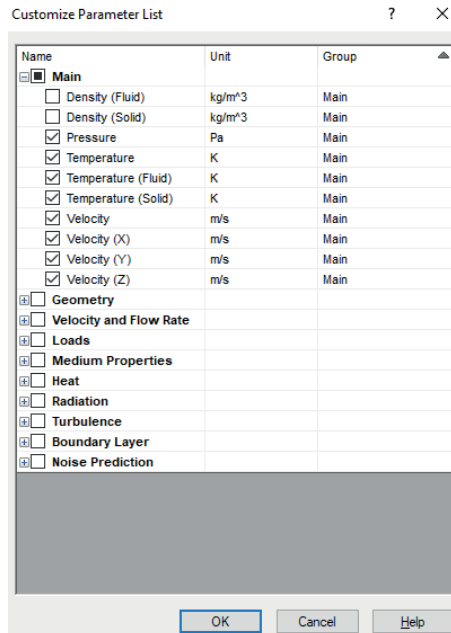




Dirigirse a la sección "Saving" y en la pestaña de parámetros y marcar las opciones de temperatura en todos los elementos.

Figura 152

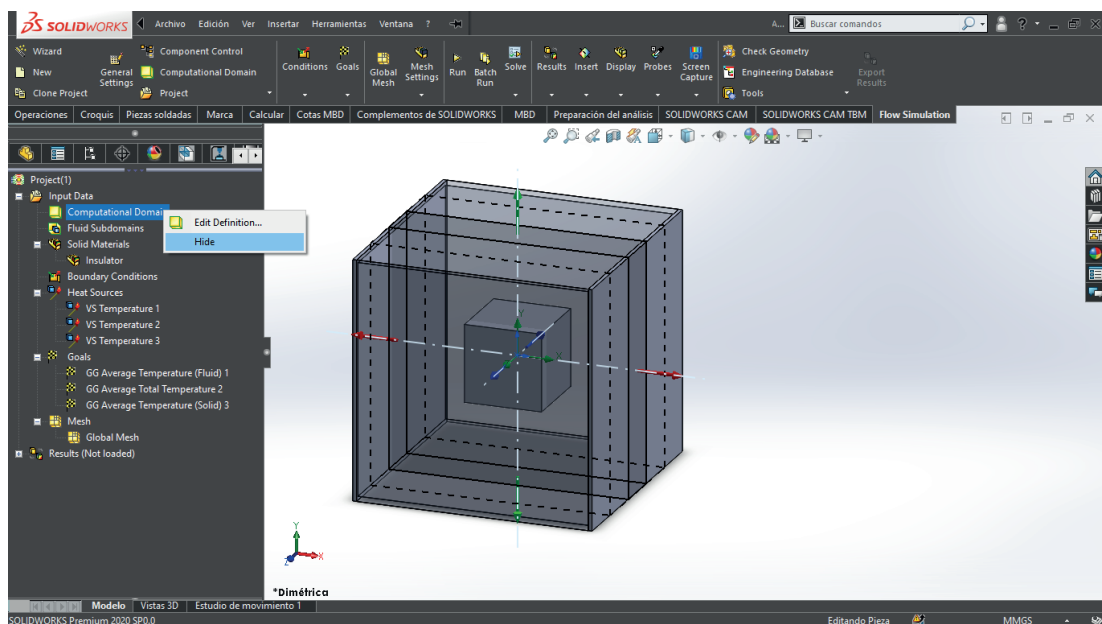
Parámetros que deben ir seleccionados en la ventana para el cálculo



Ocultar el dominio computacional para una mejor visualización del sólido dando clic derecho en el mismo y seleccionando *hide*.

Figura 153

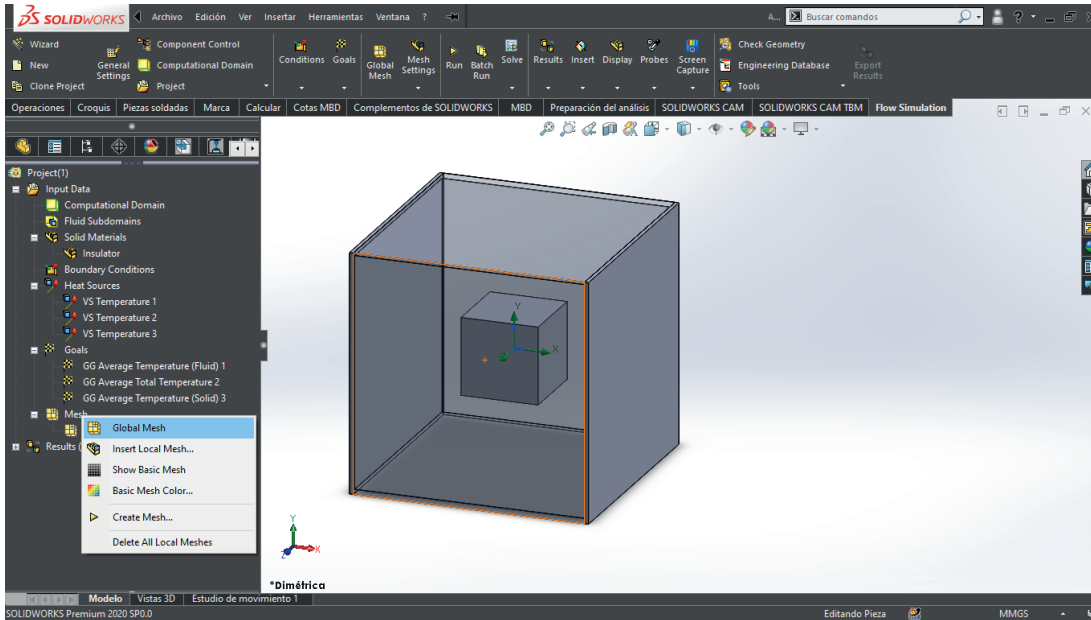
Opción para ocultar el dominio computación para mejor visualización



Para el análisis CAE escoger la opción de mallado “Mesh”, dar clic derecho y seleccionar la opción “Global Mesh”.

Figura 154

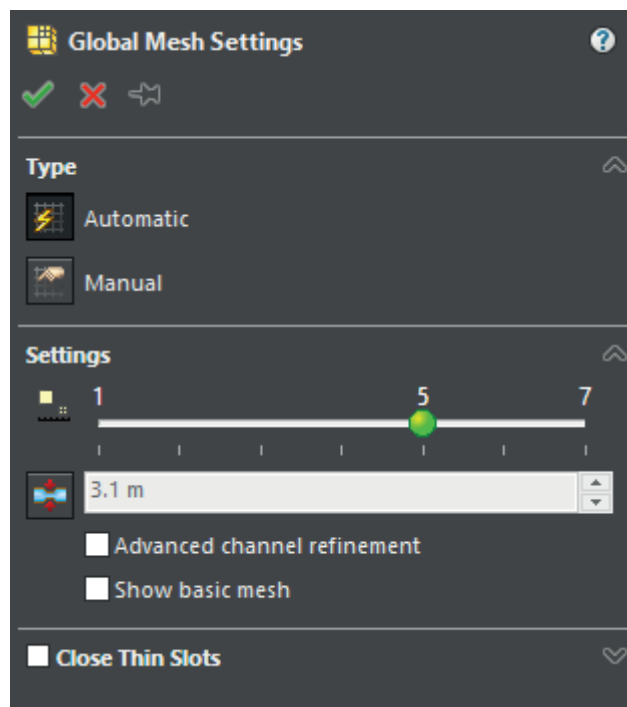
Opción para agregar la malla del sólido



Seleccionar un nivel de malla, en este caso utilizar un nivel de 4.

Figura 155

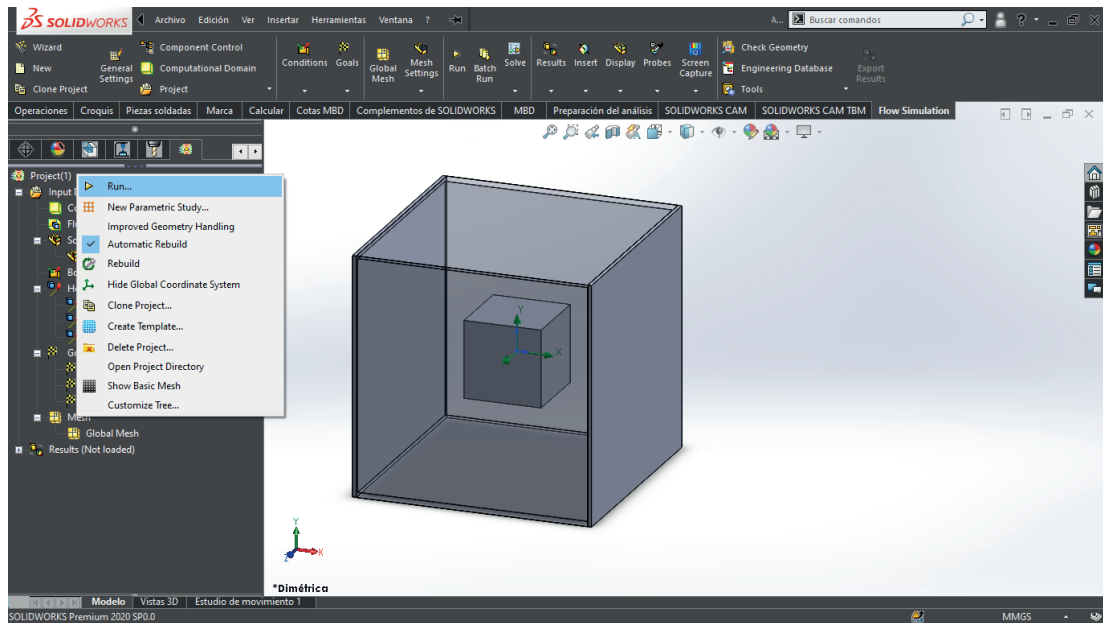
Ventana para agregar el nivel de mallado



En la opción del proyecto “Project (1)”, dar clic derecho en el nombre del estudio y seleccionar “run”.

Figura 156

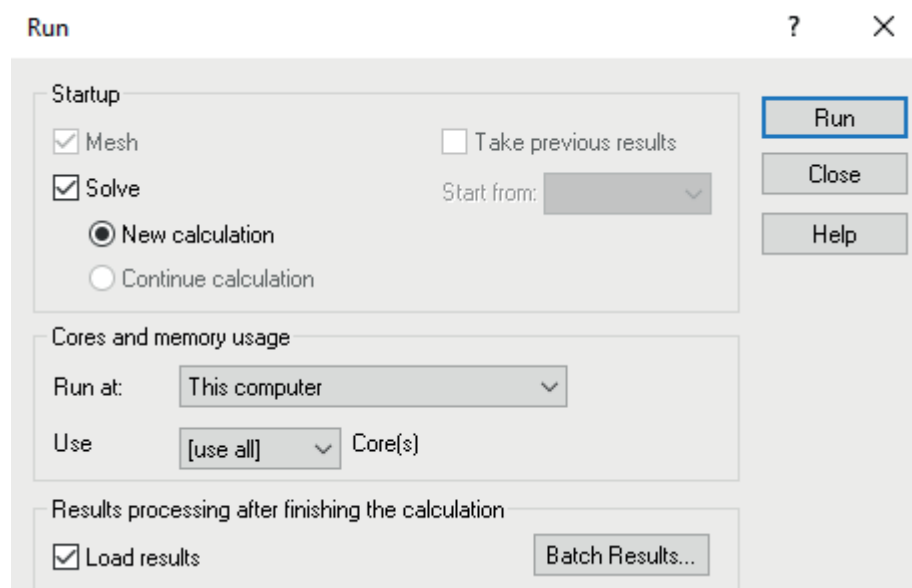
Ejecución del análisis en “Input Data”



Se presentará una ventana y se cerciorará que estén activadas las opciones siguientes:

Figura 157

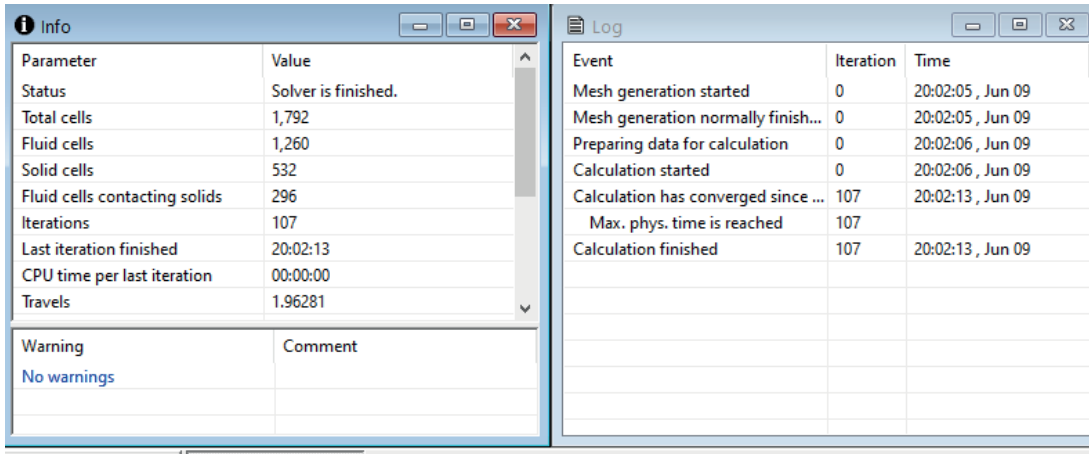
Parámetros a establecer dentro de la ejecución



Se abrirá la ventana de análisis del solver, el tiempo de operación a establecer es de 50 segundos.

Figura 158

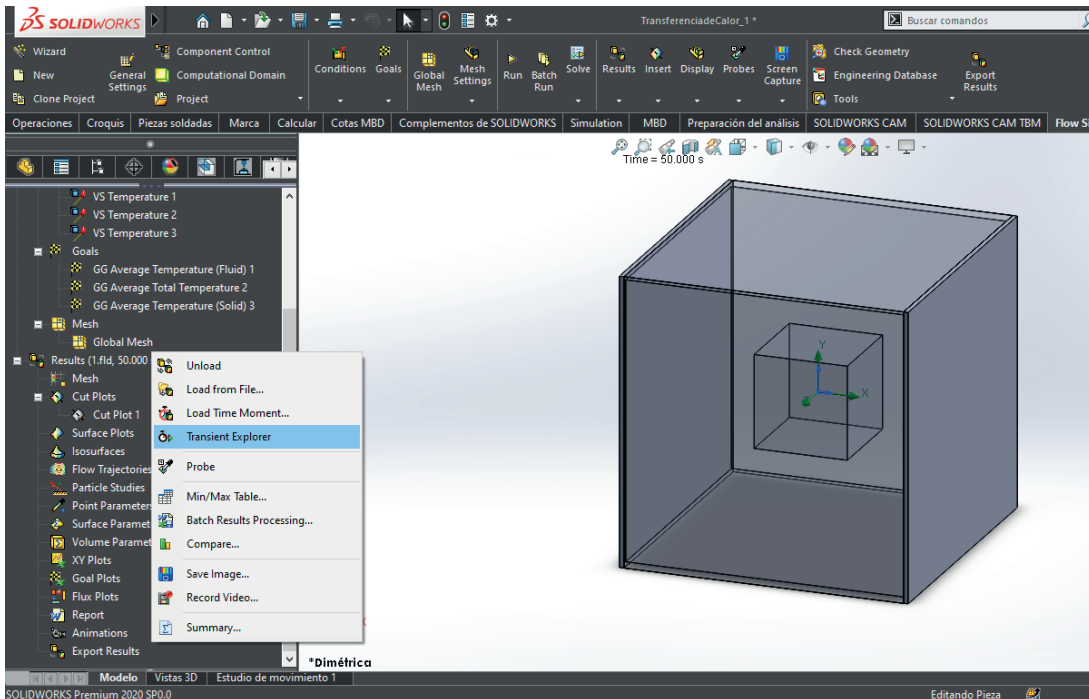
Ventana de ejecución del solver



Dar clic en la opción de “Resultados”, y seleccionar la opción de “Transient Explorer”, para visualización de los resultados.

Figura 159

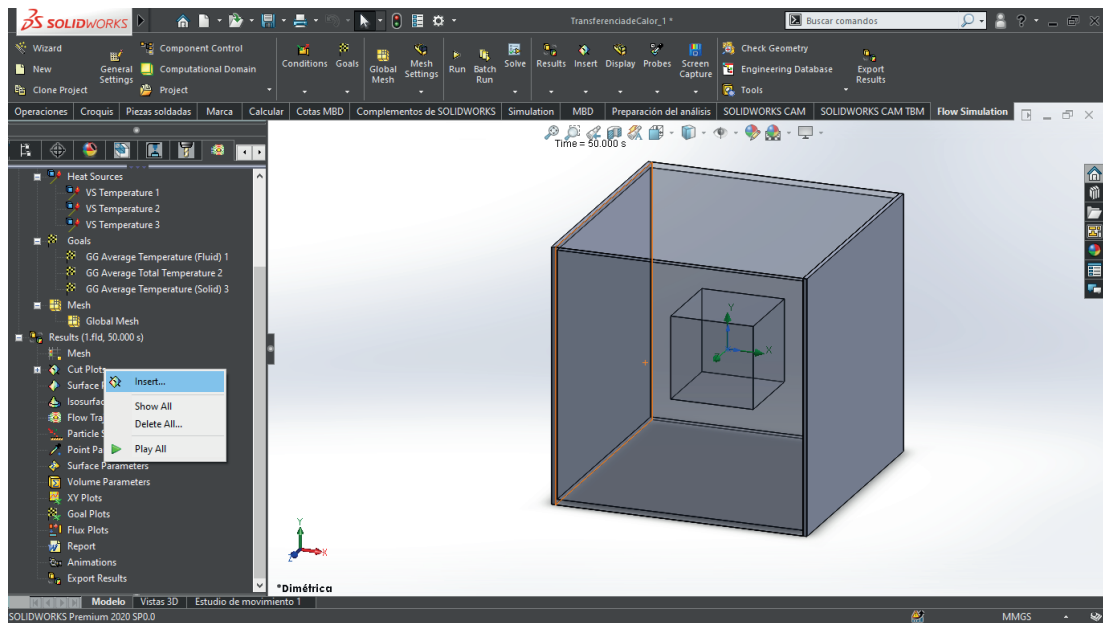
Opción para la simulación transitoria



Se observa la gráfica de corte al dar clic derecho en la pestaña “Cut Plots” de los resultados y seleccionar insertar.

Figura 160

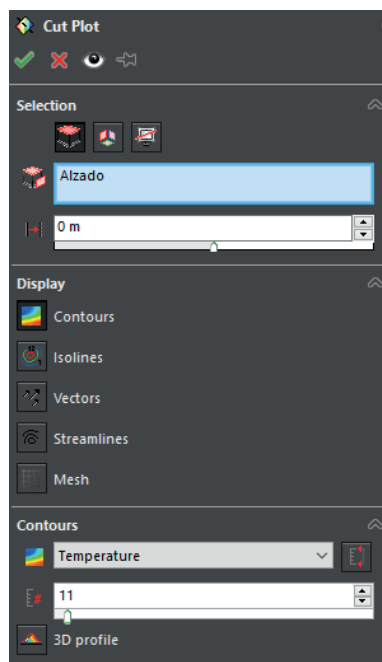
Opción para agregar el diagrama de corte



Establecer los parámetros mostrados correspondientes a temperatura en la opción “Contours”, y escoger el plano de alzado en “Selection”.

Figura 161

Parámetros de alzado y temperatura a establecer



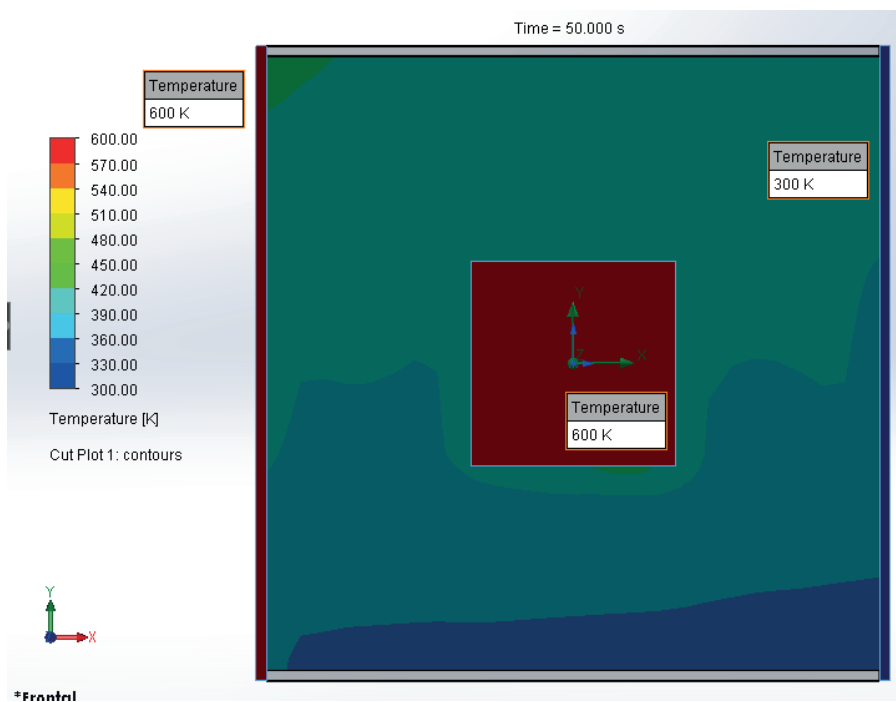
Seleccionar la vista frontal para apreciar la gráfica de calor distribuido en el sólido, se visualizará la simulación de flujo térmica de respecto a la distribución de calor por medio de convección hacia el aire.

Resultado del análisis térmico respecto al primer análisis cuyas temperaturas son:

- Carga térmica izquierda:  $T_1=1200$  K
- Carga térmica derecha:  $T_2=800$  K
- Carga térmica central:  $T_3=1000$  K

Figura 162

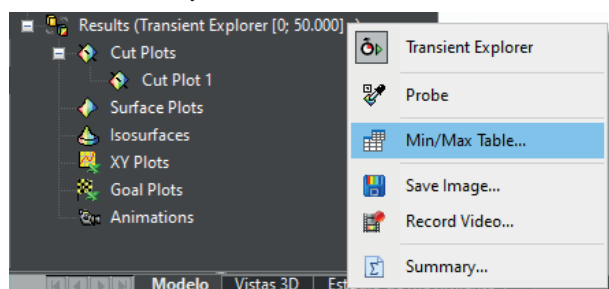
Primer resultado del análisis térmico de flujo



Al dar clic derecho en resultados, podemos extraer las tablas de parámetros medidos máximos y mínimos de un punto en la simulación, se elige el punto final.

Figura 163

Opción para obtener los resultados ejecutados



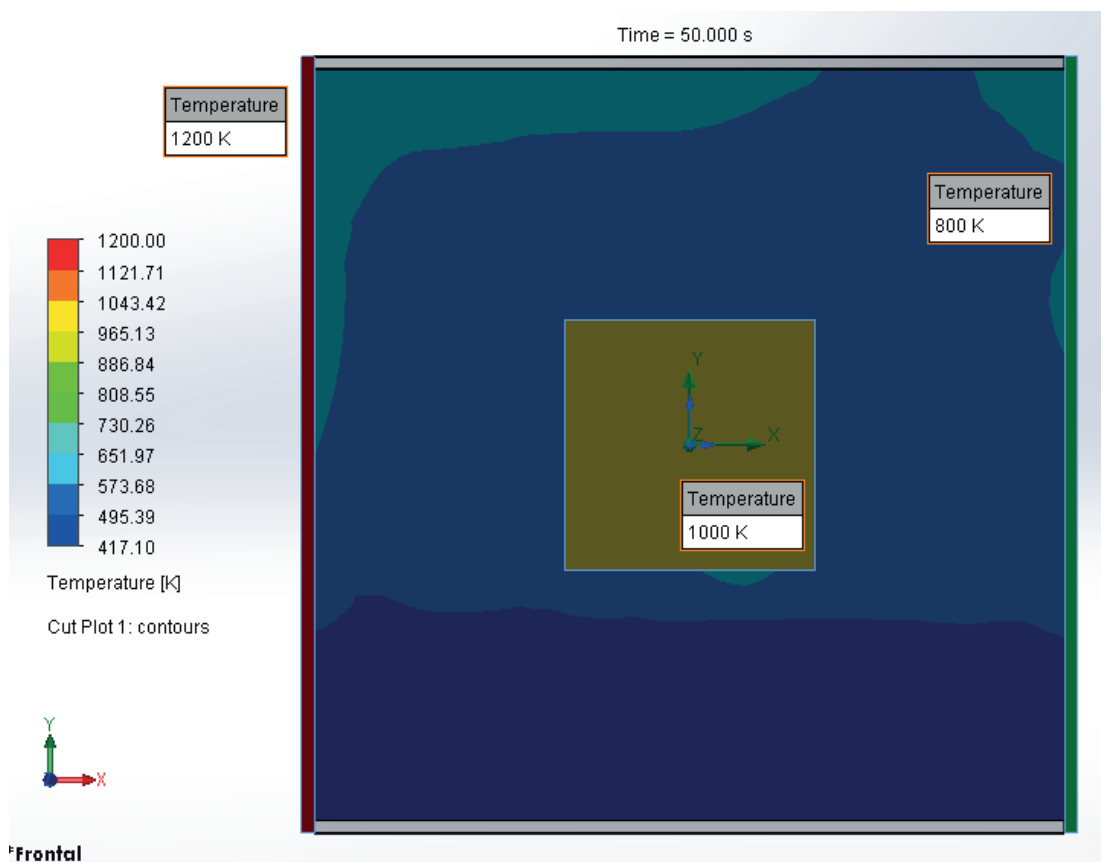
También se realiza un análisis térmico con cargas térmicas distintas, en el segundo análisis se establecen las temperaturas:

- Carga térmica izquierda:  $T_1=1200$  K
- Carga térmica derecha:  $T_2=800$  K
- Carga térmica central:  $T_3=1000$  K

Al establecer el mallado, y correr la simulación se obtiene el resultado de la distribución térmica.

Figura 164

Segundo resultado del análisis de flujo térmico



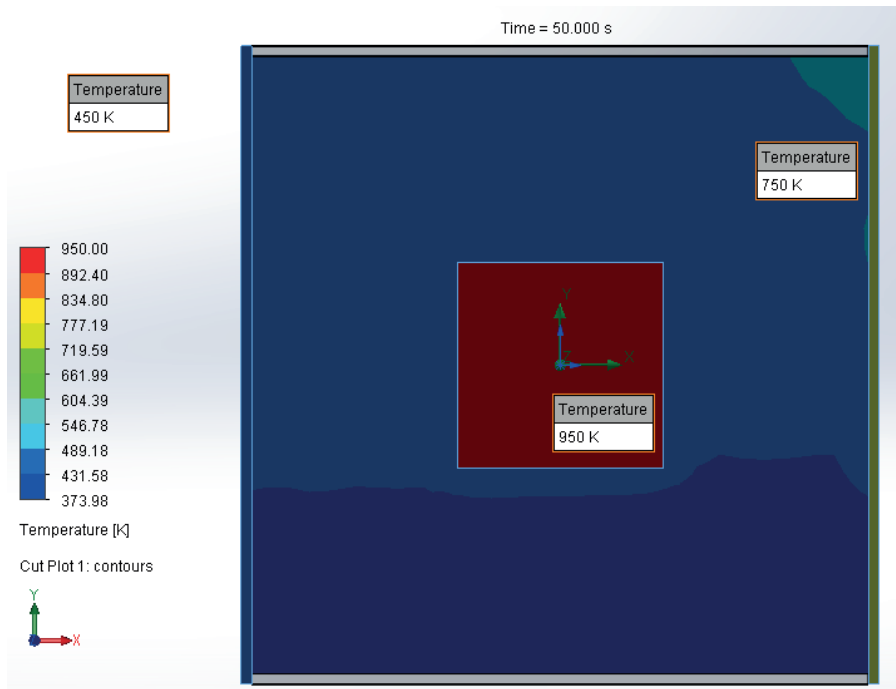
En el tercer análisis se establecerá las temperaturas correspondientes.:

- Carga térmica izquierda:  $T_1=450$  K
- Carga térmica derecha:  $T_2=750$  K
- Carga térmica central:  $T_3=950$  K

Al establecer el mallado, y correr la simulación se obtiene el resultado de la distribución térmica.

Figura 165

Tercer resultado del análisis de flujo térmico



**Análisis de resultados**

A continuación, se establece el cuadro de valores extraídos respecto a cada análisis ejecutado, en él se postulan los distintos parámetros tanto de la simulación de flujo como de las cargas térmicas, se observa que la presión y la temperatura están relacionadas, mientras que la temperatura del sólido será siempre mayor a la del fluido.

Tabla 5

Resultados de los valores ejecutados en los tres análisis

		PARAMETROS.							
		Presión.	Temperatura	Temp. Fluido.	Temp. Sólido.	Velocidad (m/s).	Velocidad (X) (m/s).	Velocidad (Y) (m/s).	Velocidad (Z) (m/s).
Análisis 1	Mínimo	111812.17	300	300	300	0	-0.24	-0.28	-6.8e-19
	Máximo	111842.0	600	600	600	0.44	0.356	0.44	8.36e-20
Análisis 2	Mínimo	149387.74	417.1	417.1	800	0	-0.319	-0.21	-2.58e-19
	Máximo	149417.52	1200	1200	1200	0.507	0.44	0.507	1.655e-19
Análisis 3	Mínimo	126388.71	373.98	373.98	450	0	-0.435	-0.468	-8.03e-20
	Máximo	126418.52	950	950	950	0.64	0.249	0.64	3.66e-19



Los valores de velocidades actúan más en los planos XY, mientras que hay poco flujo de movimiento en dirección hacia el plano Z

### **Conclusiones**

Al comparar los resultados obtenidos, hacemos hincapié en la relación proporcional entre la presión y temperatura, así se establece que el comportamiento térmico del sistema entre el fluido y el sólido está basado en la ley de Gay-Lussac, la cual establece que, a medida que aumenta la temperatura en un sistema, la presión también aumentará, aquello se refleja al variar las distintas cargas térmicas, la presión aumenta en relación que la temperatura del fluido.

Debido a que el análisis proyecto se realiza en dos dimensiones, los valores de las velocidades estarán más dispersos en los planos X e Y.

### **Problema 4.2**

**Simulación la transferencia de calor por convección en un tostador que funciona con base en una resistencia de 1100w.**

Desarrollar la simulación con las siguientes características:

Temperatura Ambiente:  $T=20^{\circ}\text{C}+273=293^{\circ}\text{K}$

Área:  $A=35\text{cm}^2$

$$A = l^2$$

$$\therefore l = \sqrt{A} = \sqrt{35\text{cm}^2} = 5,91607\text{cm}$$

$$l = 59,16\text{mm}$$

Coefficiente de Transferencia convectiva:

$$h = 50 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Coefficiente de conductividad térmica hierro:

$$k = 80 \frac{\text{W}}{\text{m}^{\circ}\text{K}}$$

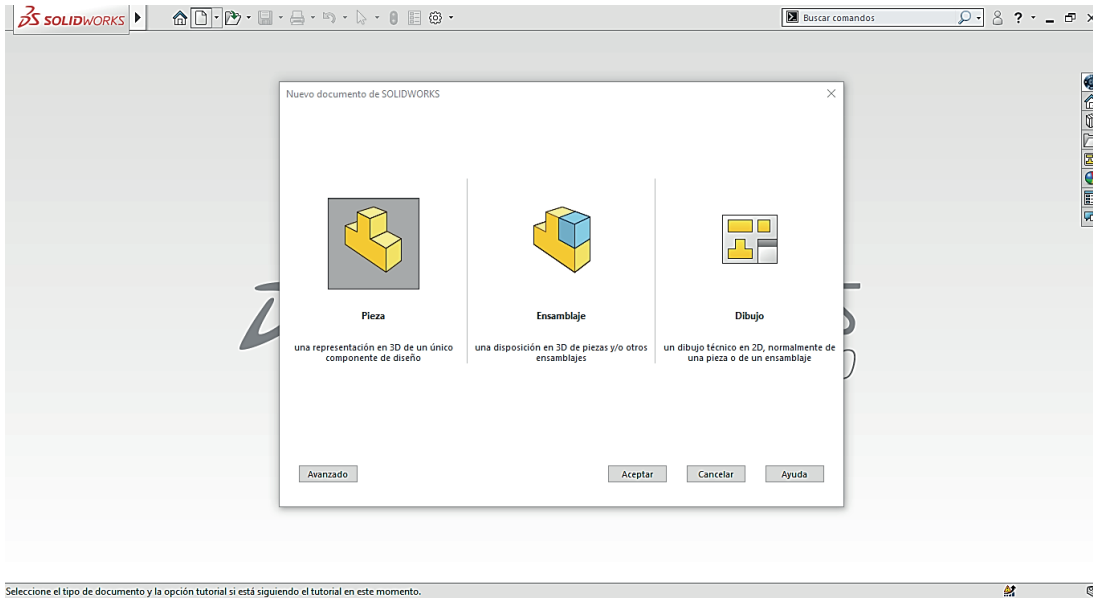
$$\text{Espesor } t = 5\text{mm}$$

### **Desarrollo:**

Se comienza creando un nuevo documento, una nueva pieza en nuestro software CAD-CAE.

Figura 166

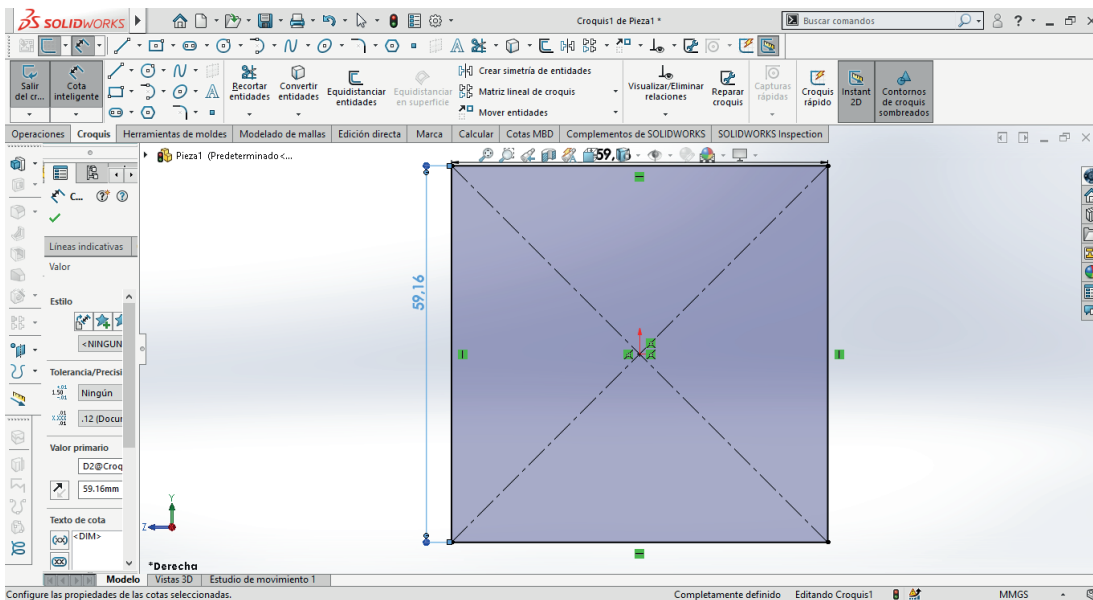
Creación de nueva pieza



Dibujar un cuadrado de las dimensiones solicitadas en el ejercicio, utilizar “rectángulo de centro” con las dimensiones de 59,16mm para cada lado.

Figura 167

Dimensiones de la pieza



Colocar el cursor en la opción de operaciones y elegir “extruir”, seleccionar el plano y dar un espesor de 5mm.

Figura 168

Extracción de la pieza

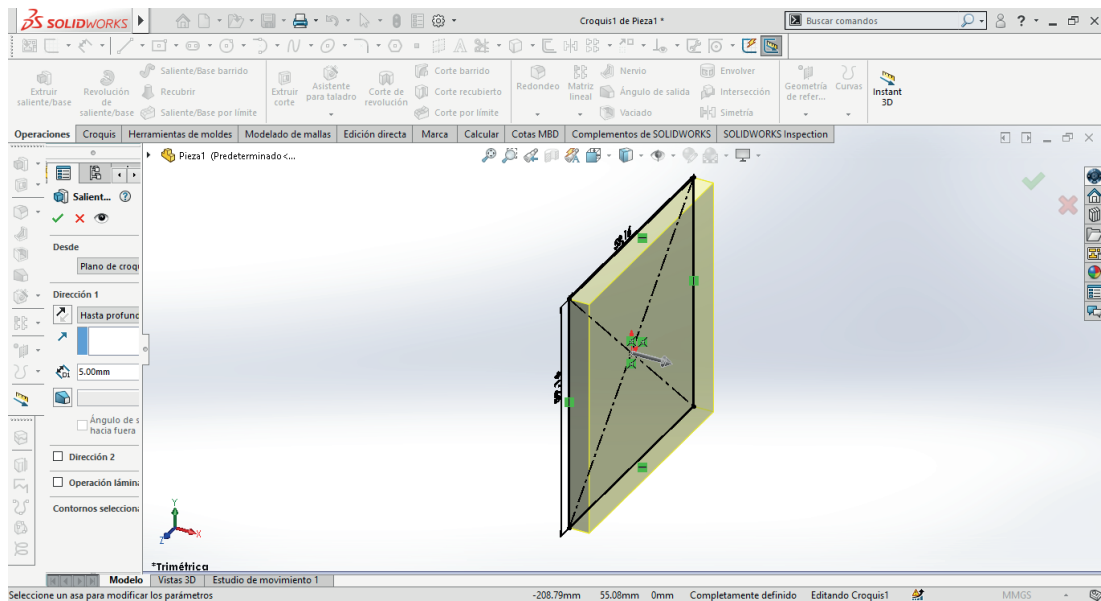
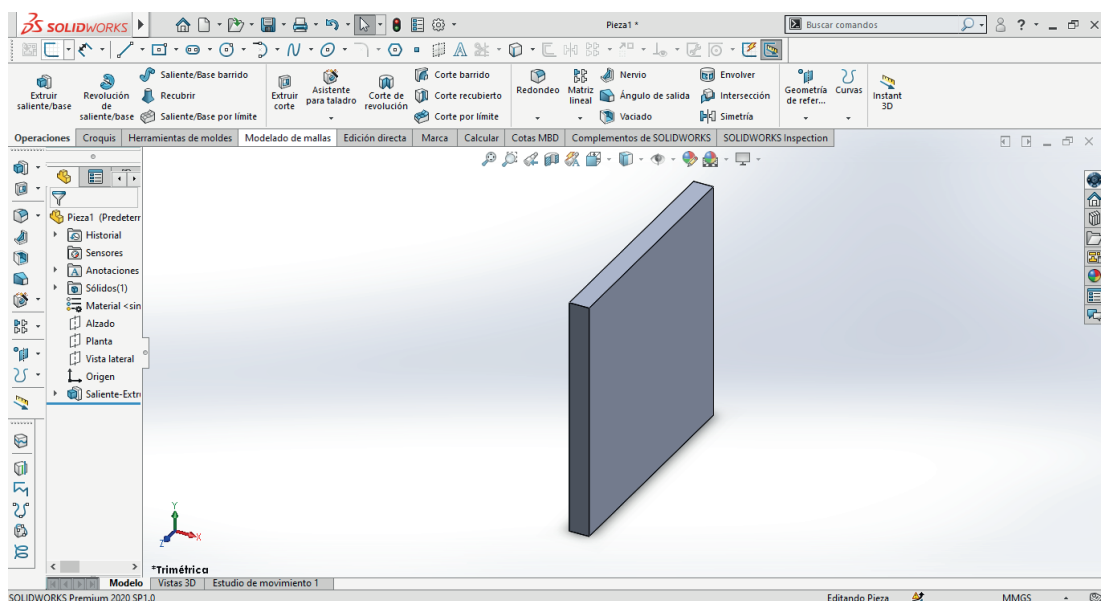


Figura 169

Extrucción de la pieza



Proceder a modificar el material, utilizar el hierro dúctil y cambiar la conductividad térmica según lo solicitado por el ejercicio planteado a:

$$80 \frac{W}{m^2K}$$

Figura 170  
Selección del material

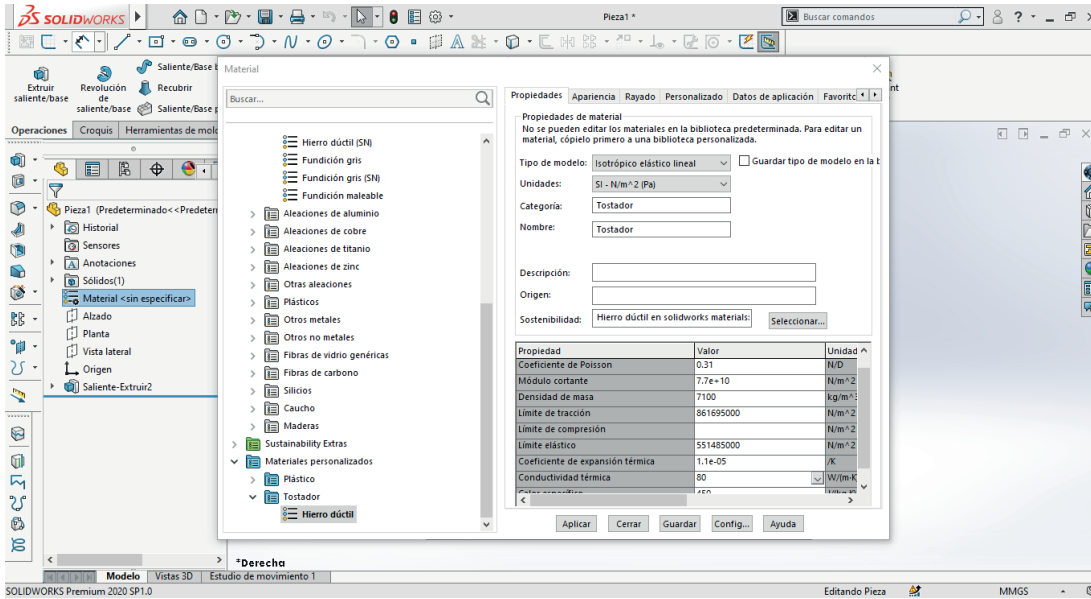
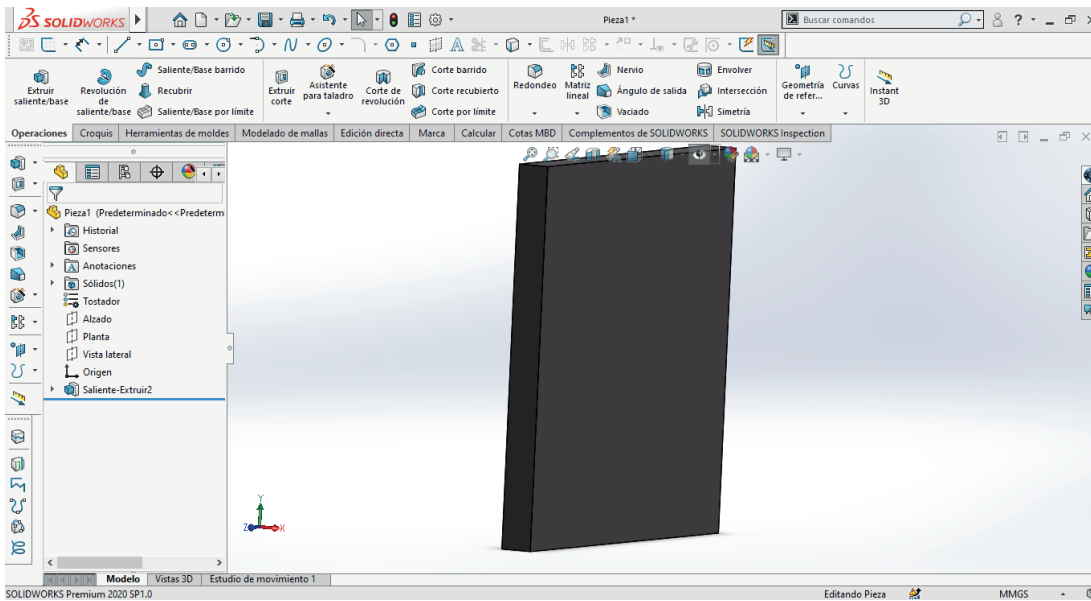


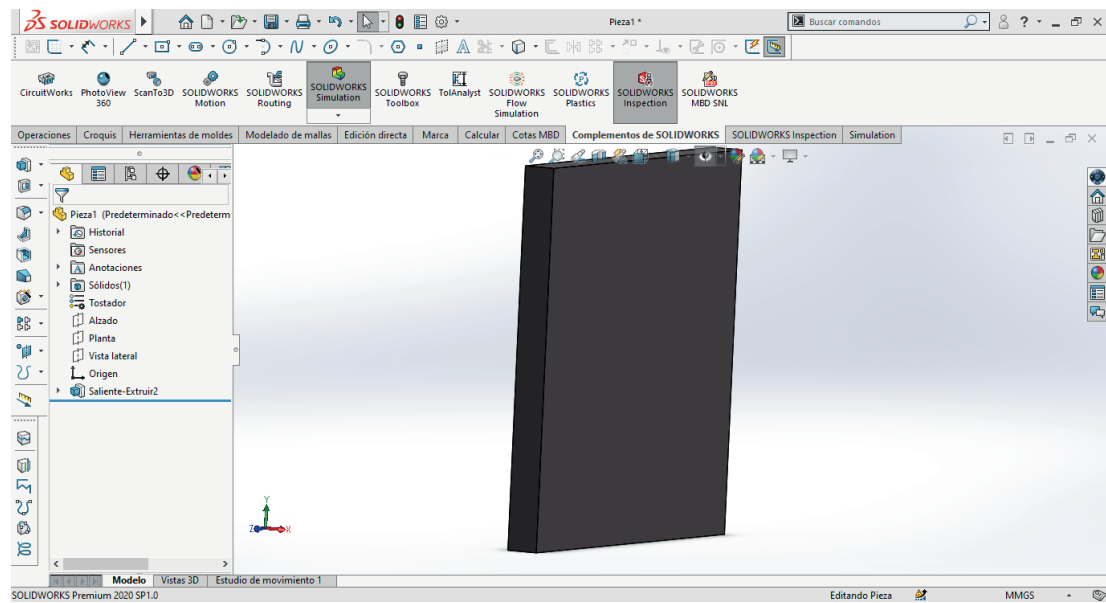
Figura 171  
Pieza con el material asignado



Activar la pestaña SolidWorks Simulation, para crear un nuevo estudio de tipo térmico.

Figura 172

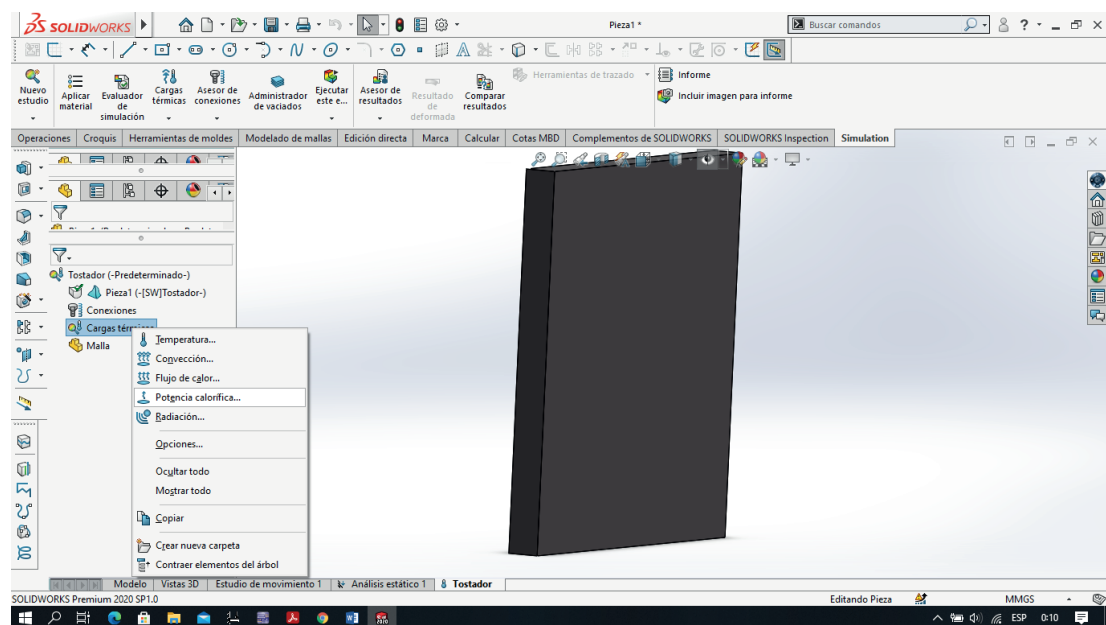
Activación de la pestaña de simulación



Aplicar las Cargas Térmicas y después la potencia calorífica.

Figura 173

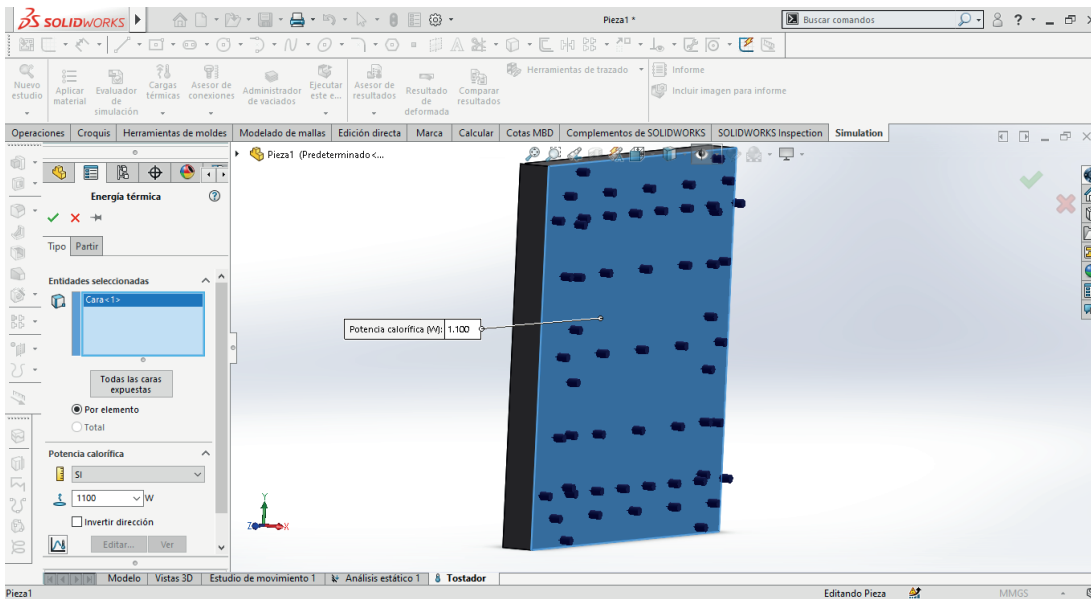
Selección de simulación térmica



Aplicar la potencia calorífica especificada en una de las caras de la pieza y dar la potencia de 1100 W del tostador.

Figura 174

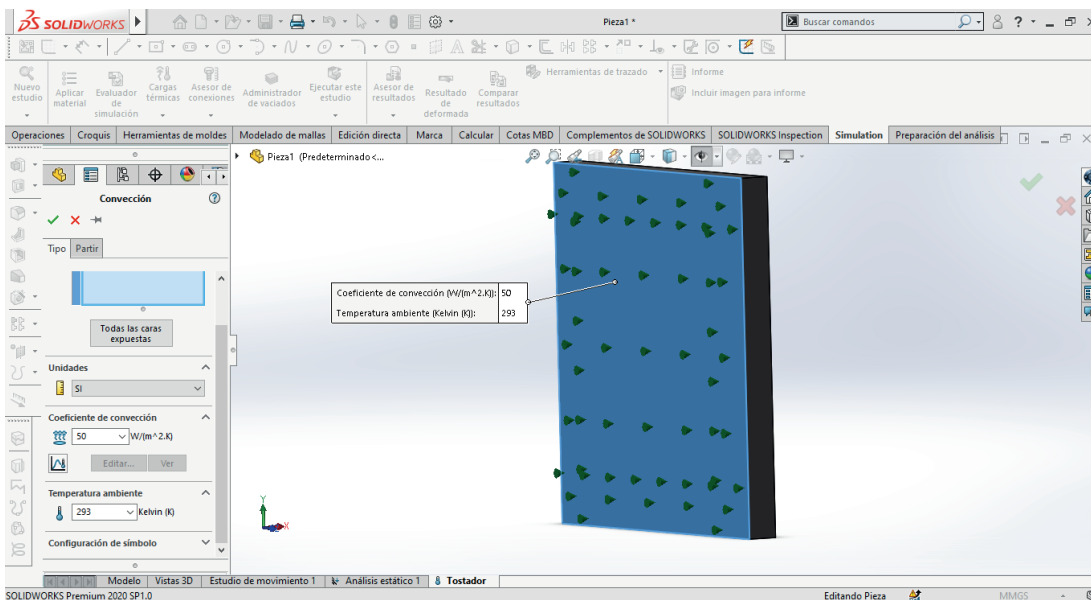
Aplicación de la potencia calorífica



Aplicar una nueva carga térmica de tipo SOLID CONVECTION en la otra cara de la pieza ya que esta se encontrará expuesta al aire. Aplicar un Coeficiente de Transferencia convectiva:  $h=50 \text{ W}/(\text{m}^2\text{°K})$  y una temperatura de  $293\text{°K}$ .

Figura 175

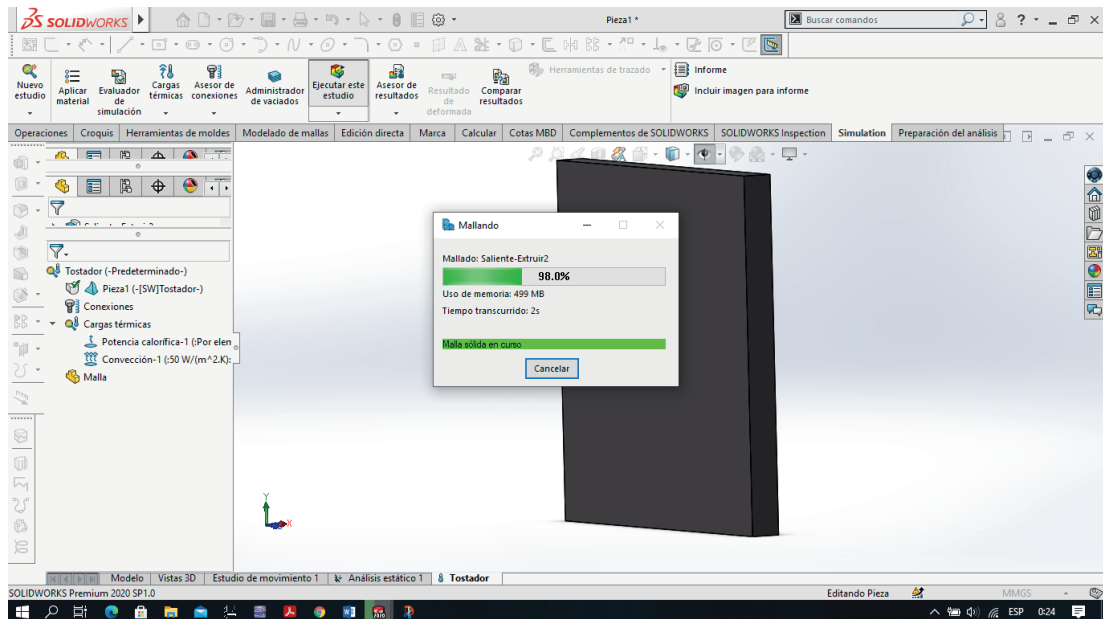
Coeficiente de Transferencia convectiva y temperatura



Ejecutar nuestra simulación.

Figura 176

## Ejecución de la simulación



Como podemos observar la temperatura máxima es de  $6325^{\circ}\text{C}$  y la temperatura mínima es de  $6306^{\circ}\text{C}$ .

Figura 177

## Resultados temperatura máxima

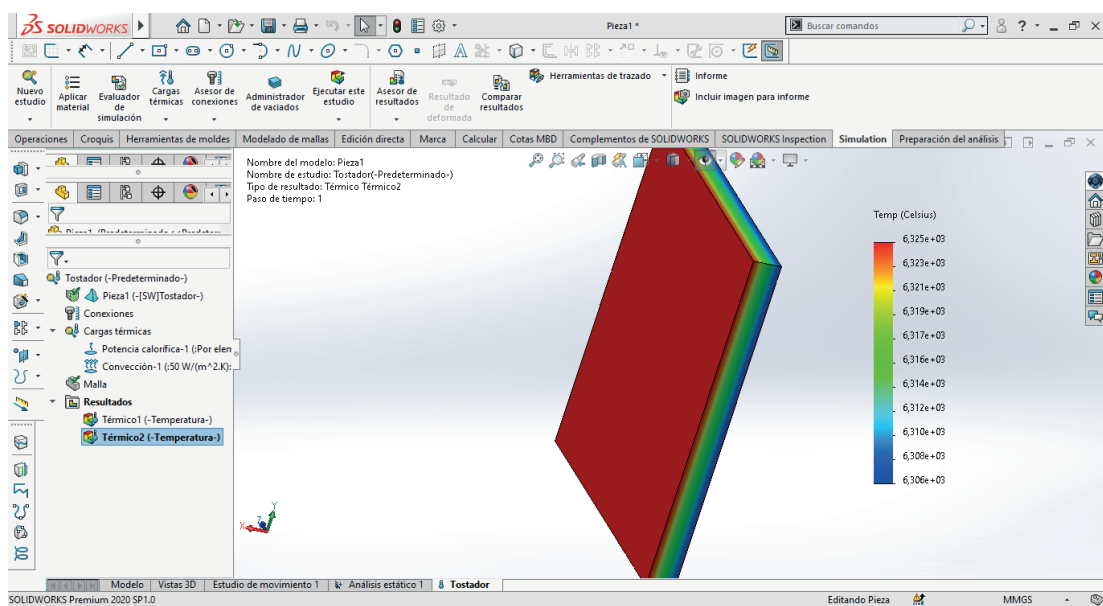
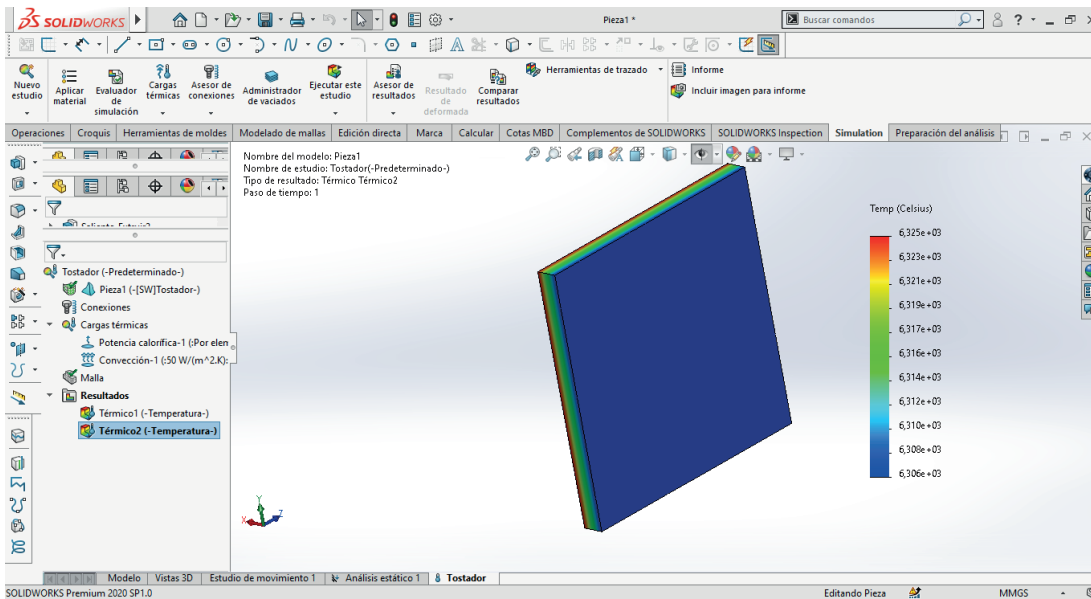




Figura 178

Resultados temperatura mínima



Ahora, reduciremos el espesor de la pieza a 3mm y veremos la variación de resultados.

Como podemos observar, la temperatura máxima disminuyó en 8°C esto debido a la disipación de calor en el medio ambiente y la temperatura exterior se mantuvo constante a 6306°C.

Figura 179

Variación del espesor de la pieza

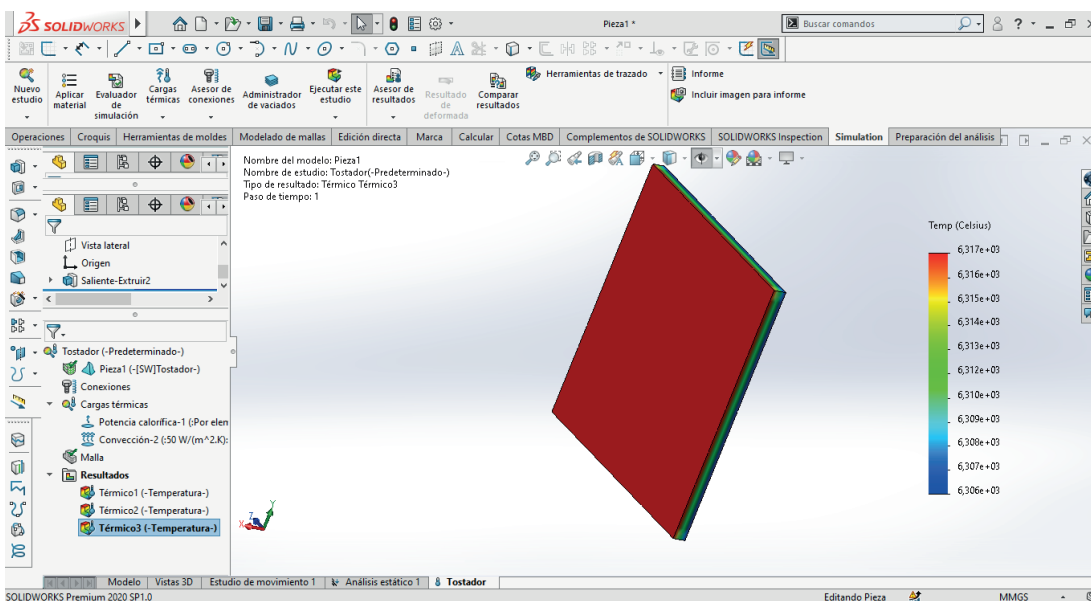




Figura 180

Temperatura de la pieza con la variación del espesor

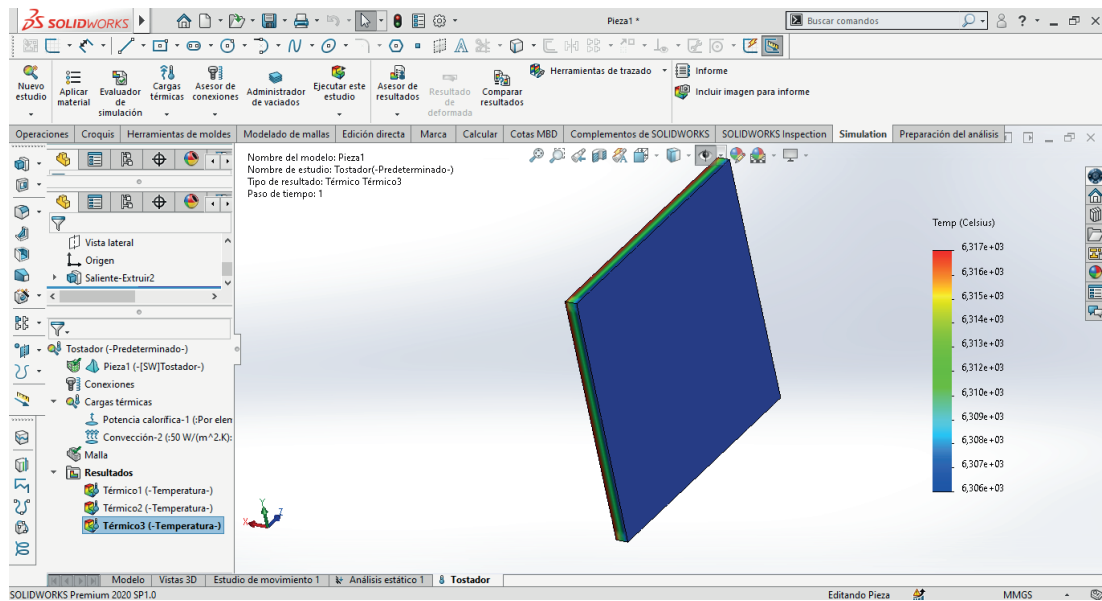


Tabla 6

Resultados de temperatura

ESPESOR	TEMPERATURA MÁXIMA	TEMPERATURA MEDIA	TEMPERATURA MÍNIMA
5mm	6325 °C	6316°C	6306°C.
3mm	6317°C	6312°C.	6306°C.

### Análisis:

Observando los valores obtenidos en el software CAD-CAE se determina los valores máximos de temperatura que la pieza, alcanzando un valor máximo de 6325 °C con los 5mm de espesor, y con la variación a 3mm se obtiene una temperatura de 6317°C, dando una variación de 8°C, esto debido a las dimensiones de la pieza, ya que la temperatura se dispersa más rápido por el material disminuyéndola con el tiempo; en cambio, la temperatura al otro lado del tostador se mantuvo constante con un valor de 6306°C para los dos espesores asignados y una temperatura en la parte media del material de 6316°C para el espesor de 5mm y 6312°C para los 3mm.

### Conclusiones:

La transmisión de calor convección ocurre cuando cualquier fluido hace contacto con un sólido, en este caso tenemos un tostador, el cual tiene una temperatura distinta, es aquí cuando comienza la transmisión de energía térmica y transmisión de calor.

Se puede determinar que la variación de temperatura cambia en cierto modo debido al espesor que tomen los materiales y del tipo que se implementen, ya que cada uno tiene diferentes propiedades físicas, químicas y térmicas.

### Transmisión de calor por radiación:

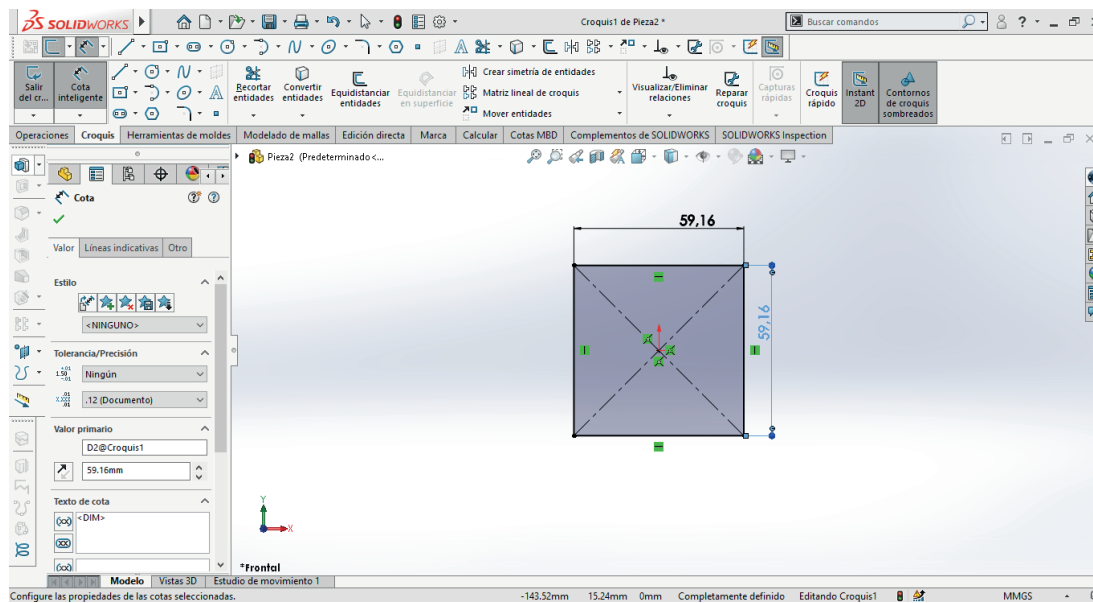
Crear la pieza de longitud 59,16 mm con un espesor de 5mm, la cual se encontrará dentro de un horno, determinar los cambios de temperatura que esta pieza sufre en un intervalo de tiempo.

### Desarrollo:

Crear la pieza de estudio con las dimensiones asignadas, 59,16 mm para cada lado:

Figura 181

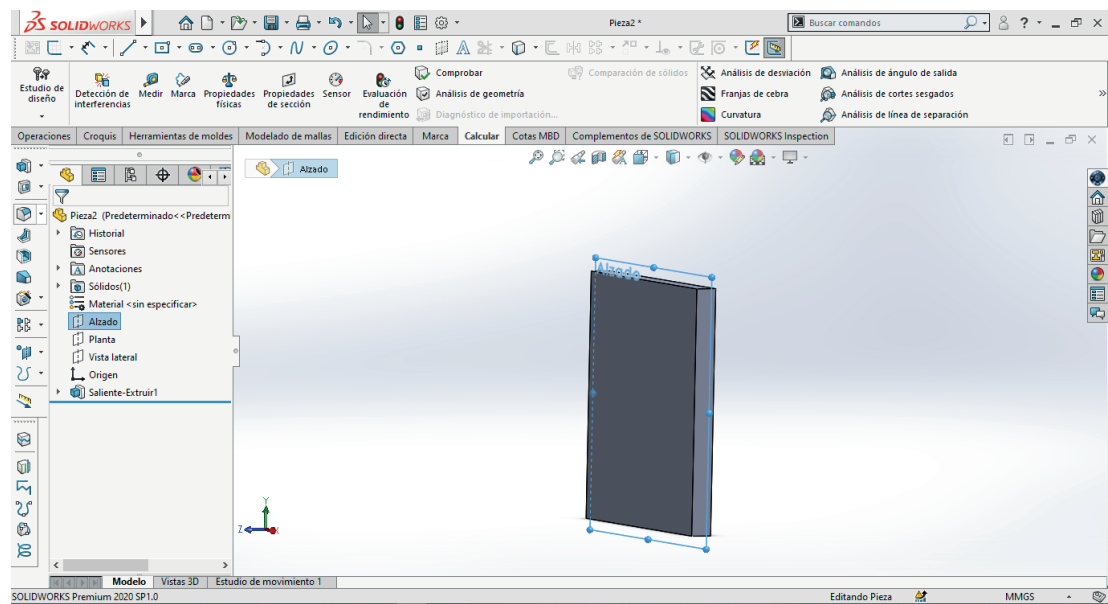
Dimensiones de la pieza



“Extruir” la pieza en este caso seleccionando el “plano medio” para que el plano alzado atraviese justo por la mitad al material y le damos un espesor de 5mm.

Figura 182

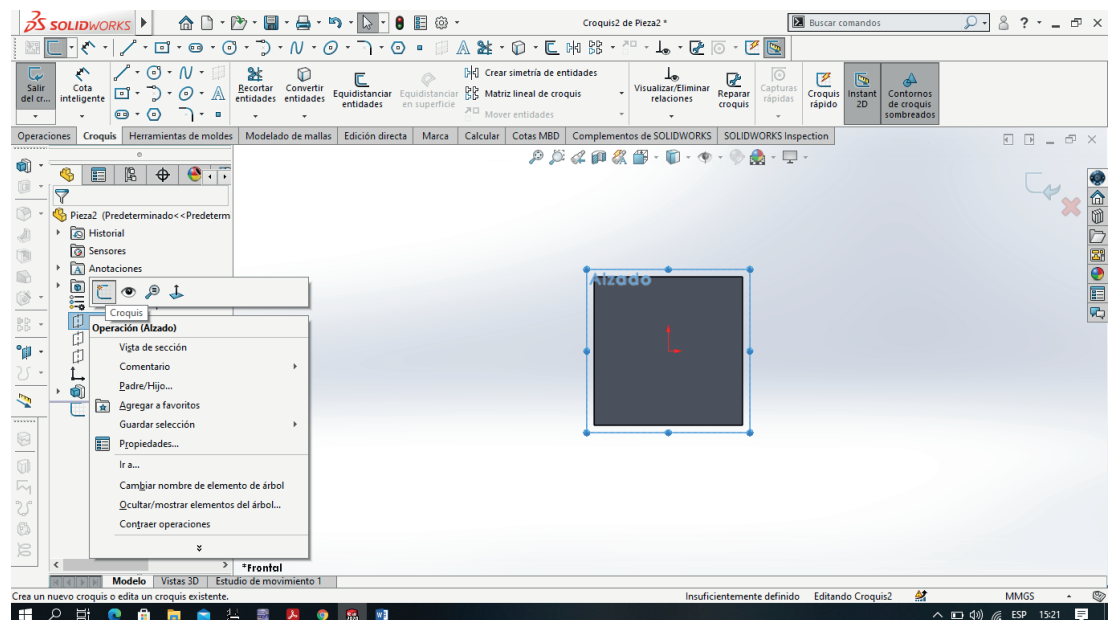
Pieza extruida



Crear un nuevo “croquis” seleccionando el “plano Alzado”, este debe dar justo en el origen.

Figura 183

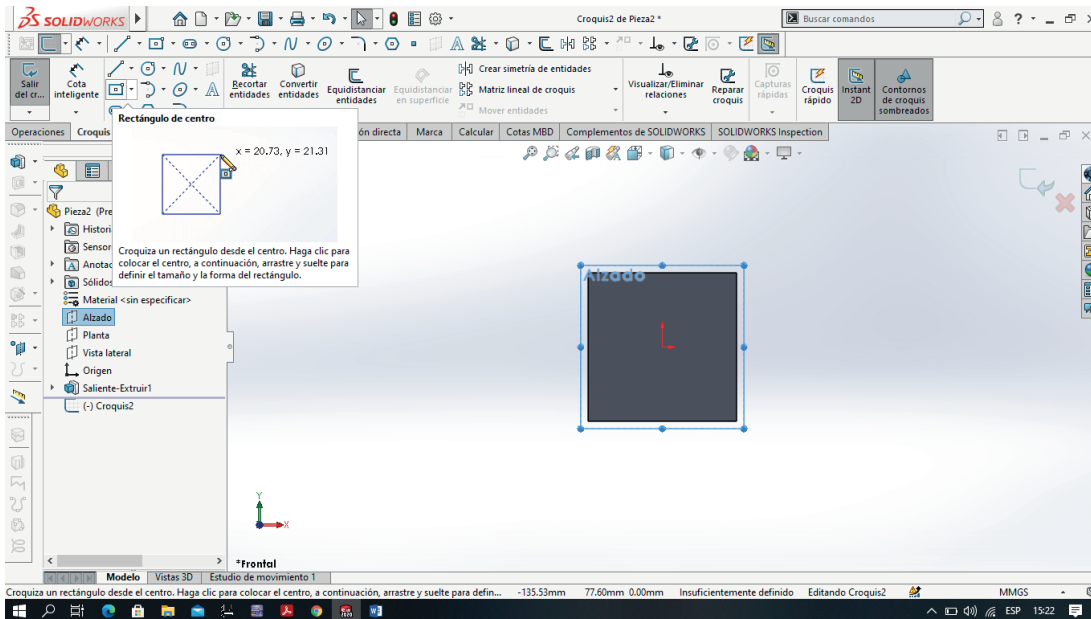
Nuevo croquis



Escoger la operación “rectángulo de centro” para crear la pieza que contendrá a la pieza anterior, misma que se le aplicará la simulación térmica.

Figura 184

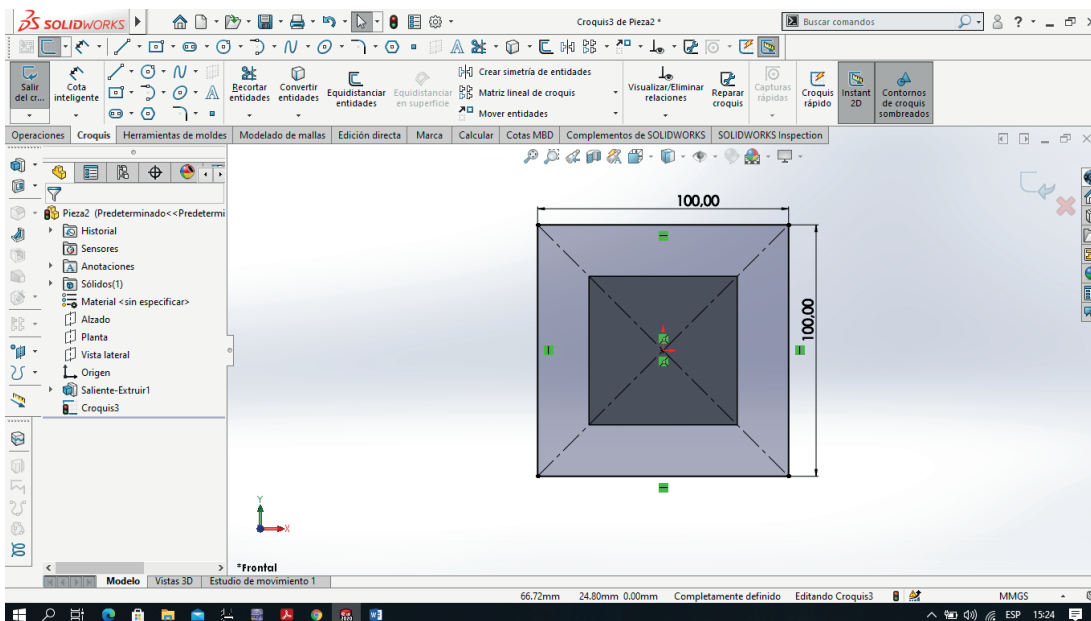
Operación rectángulo de centro



Crear la pieza desde el origen del plano con las dimensiones de 100mm para cada lado.

Figura 185

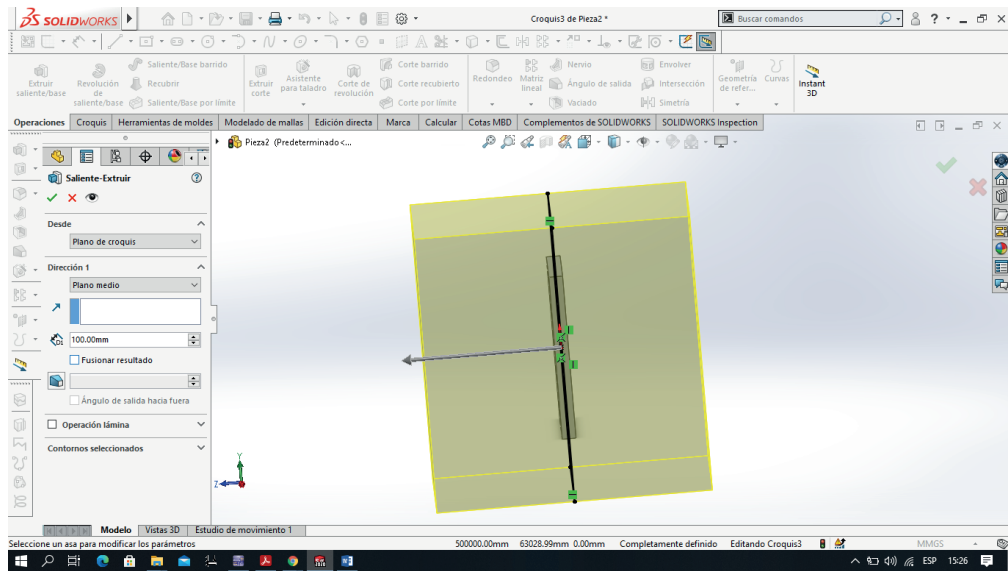
Rectángulo de centro



“Extruir” la pieza con un espesor de 100mm aplicando el “plano medio” y desmarcar la opción “fusionar resultado”, ya que este nos permitirá que los dos sólidos no se unan, y determinar la variación de temperatura que se genera.

Figura 186

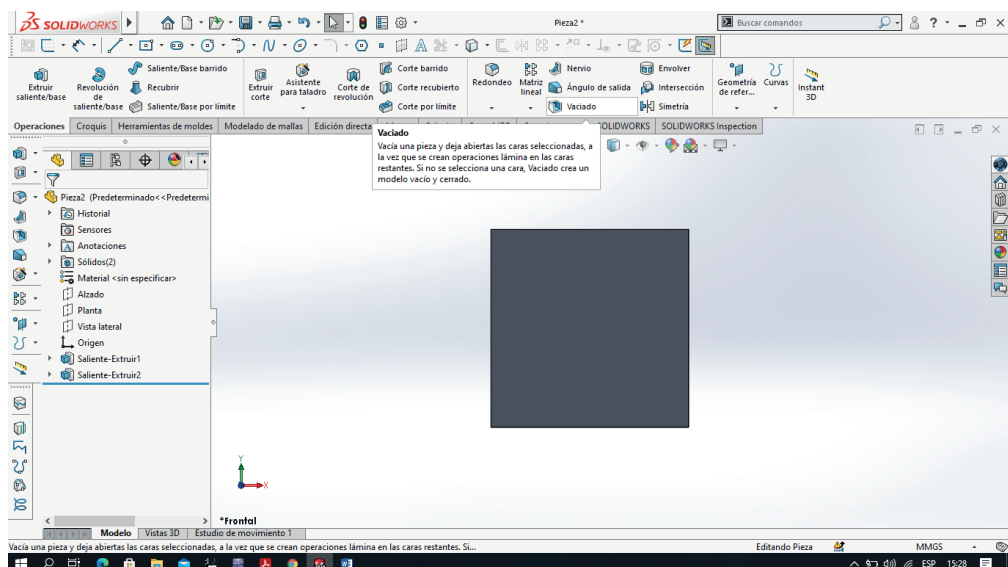
## Operación extruir



Utilizar la operación “vaciado” para que la parte interna de la segunda pieza quede hueca y funcione como un horno para la pieza que se encuentra dentro de ella.

Figura 187

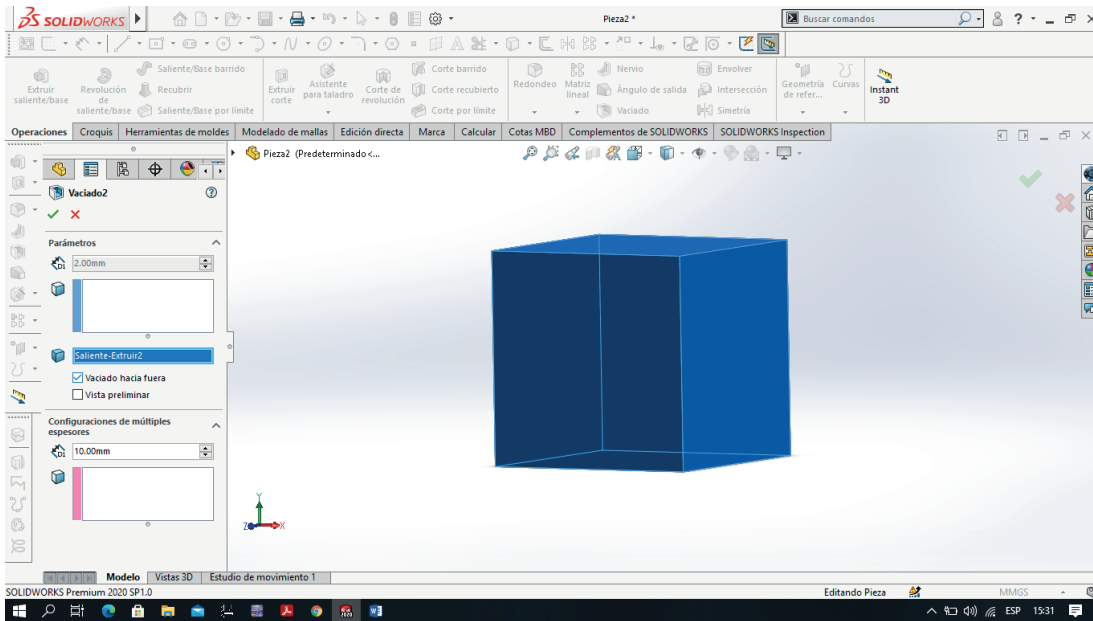
## Operación de vaciado



Dejar un grosor de las paredes de 2mm y elegir la opción “vaciado hacia afuera”, permitiendo que el sólido contenedor tenga la estructura deseada para la simulación.

Figura 188

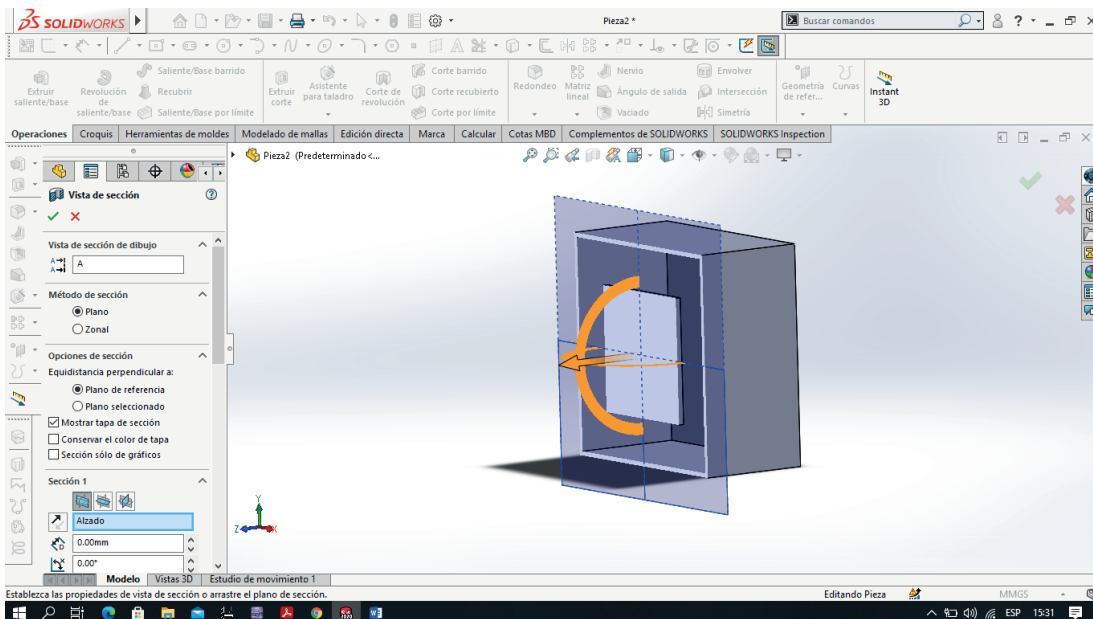
Vaciado



Observar que la segunda pieza contiene a la primera y se ejecutó el vaciado de forma correcta.

Figura 189

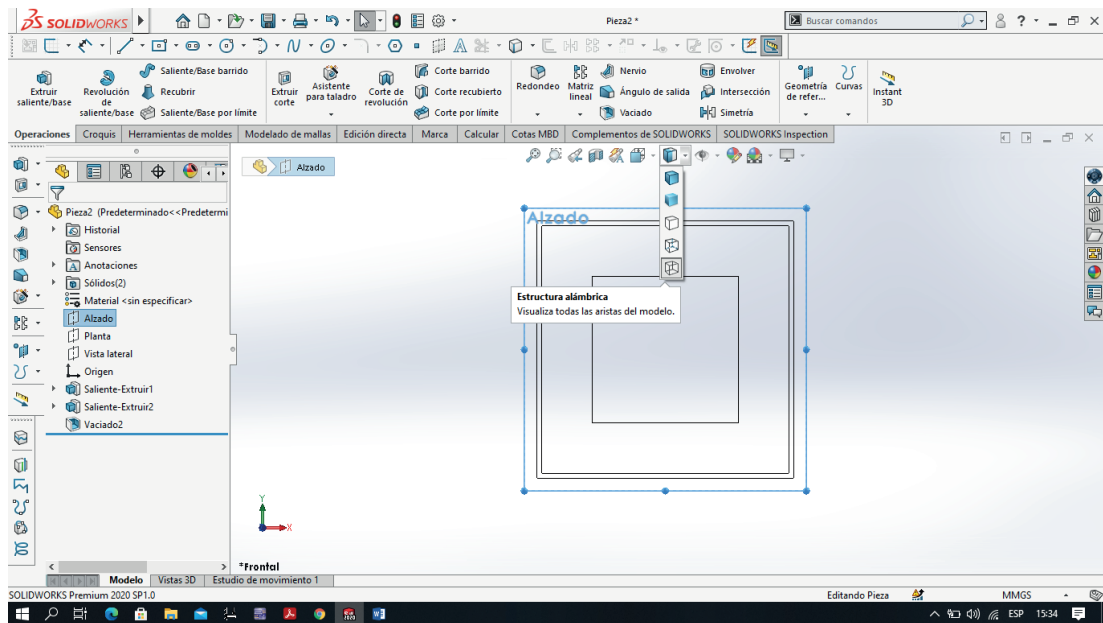
Corte para observar el vaciado



Utilizar el tipo de vista de “estructura alámbrica” para observar de mejor manera a las dos piezas para nuestra simulación.

Figura 190

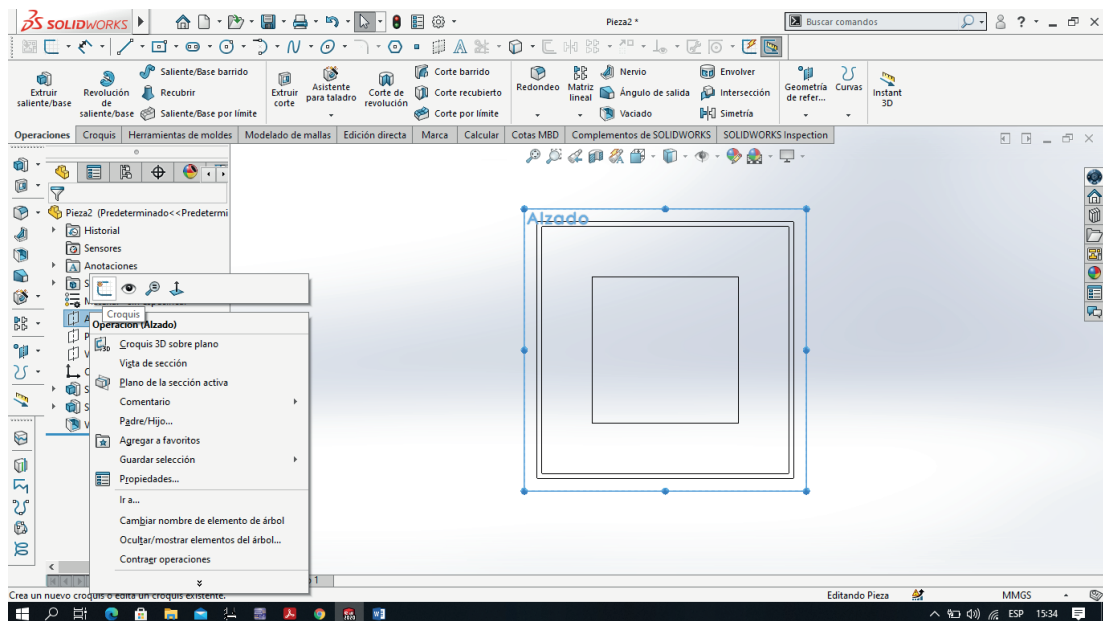
Estructura alámbrica



Crear un nuevo “croquis” utilizando el “plano alzado”.

Figura 191

Nuevo croquis

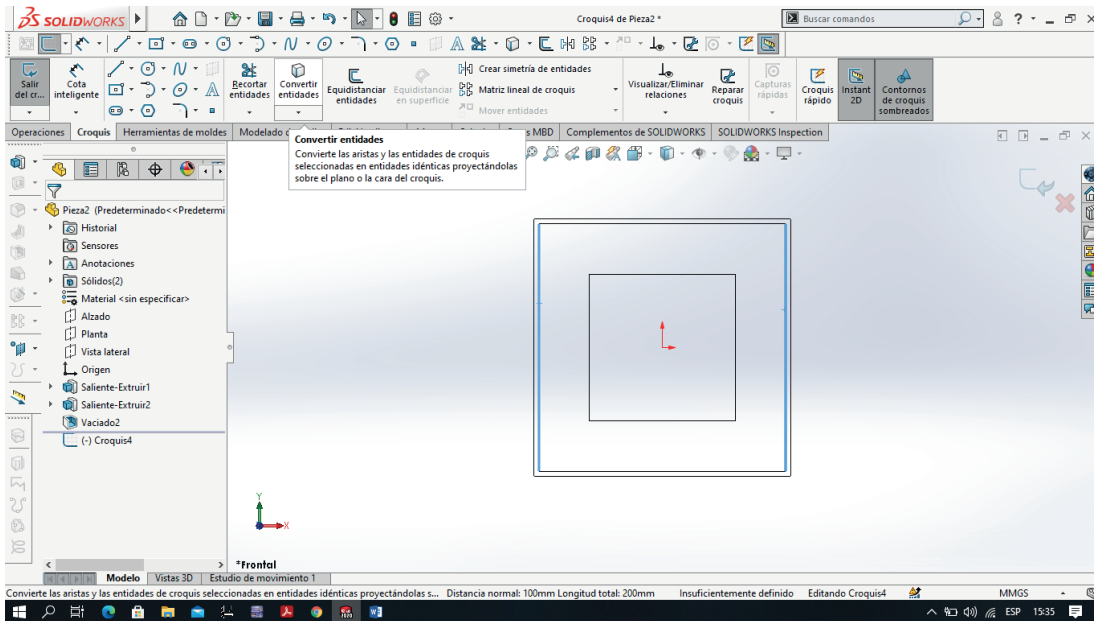




Seleccionar los dos lados de la parte interna del sólido y convertirlas en entidades.

Figura 192

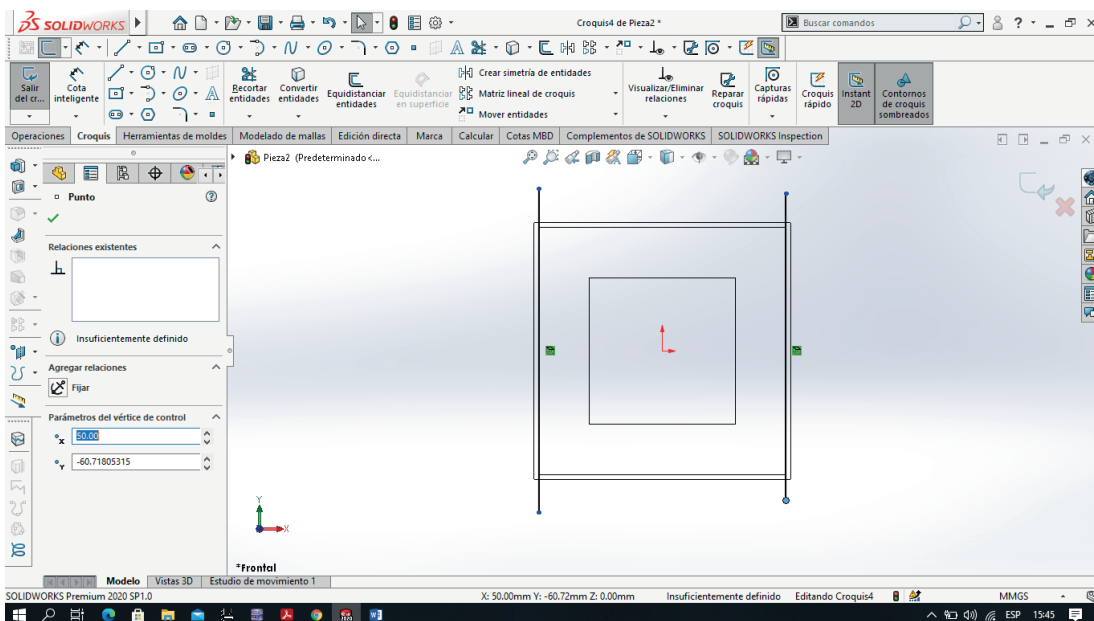
Convertir a entidades



Agrandar los lados seleccionados una cierta longitud con la que sobrepase el tamaño del sólido.

Figura 193

Alargamiento de las entidades

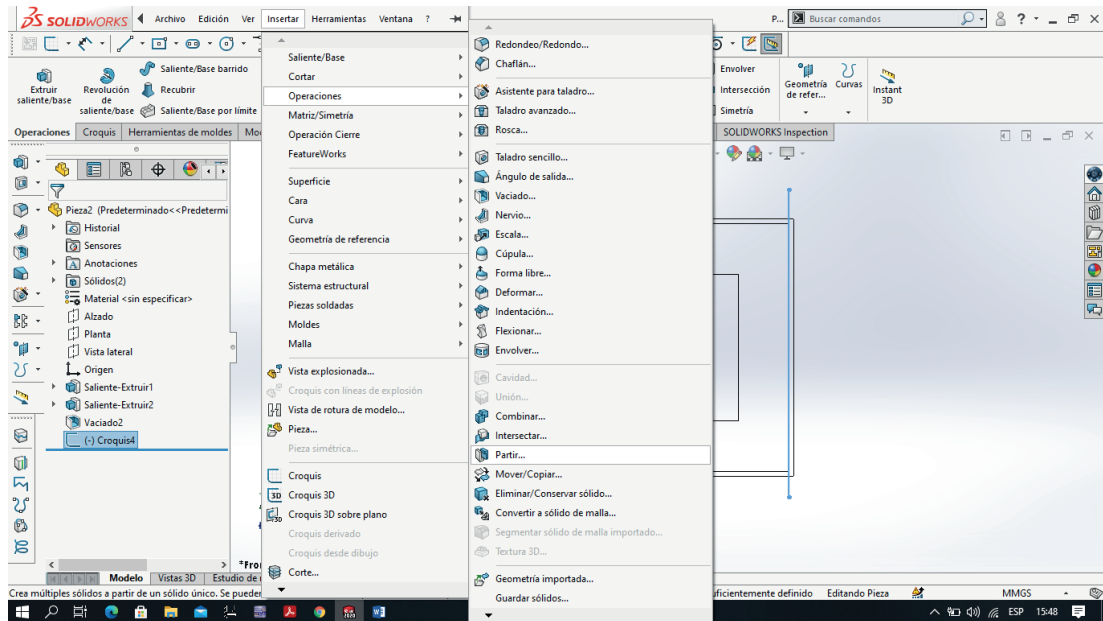




Ubicar la pestaña “insertar” luego elegir la opción “operaciones” y finalmente utilizar la opción “partir”.

Figura 194

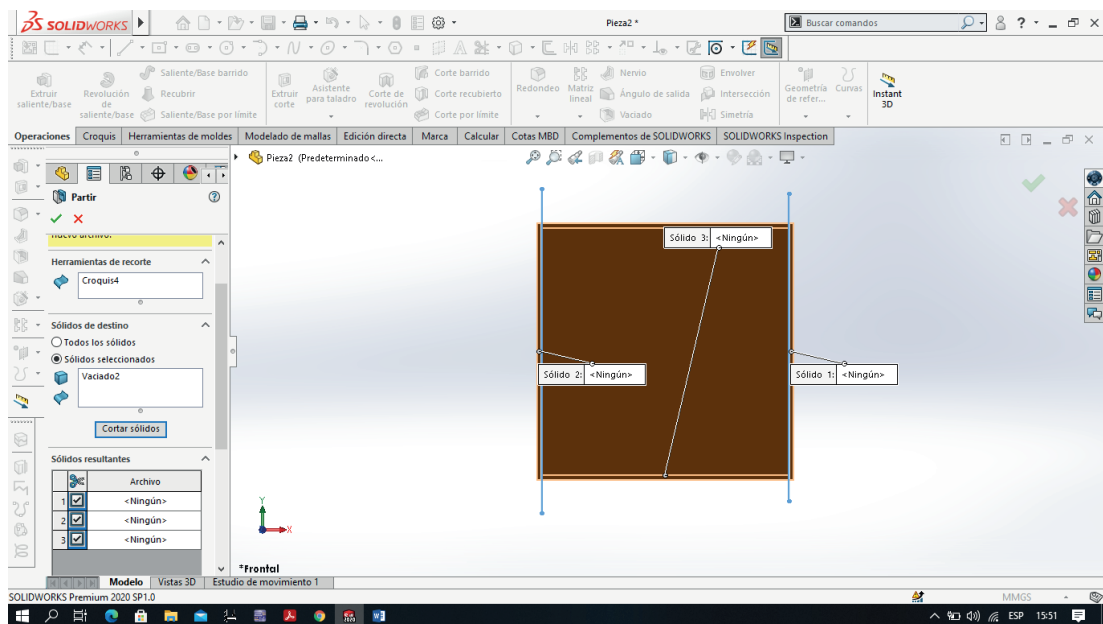
Partir el sólido



Seleccionar el sólido vaciado y partir en 3 sólidos diferentes.

Figura 195

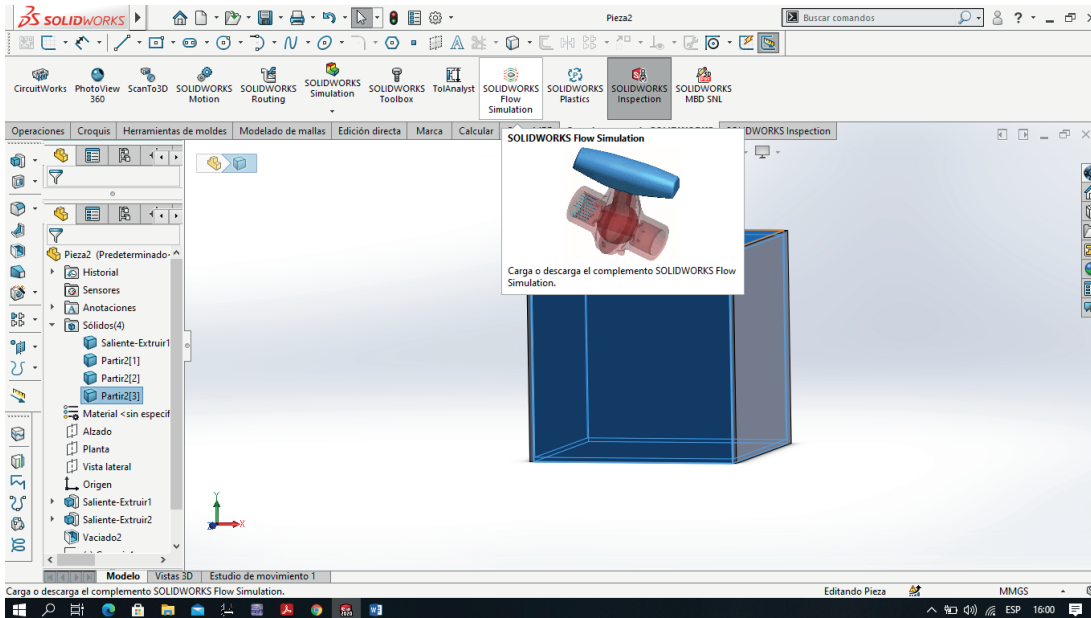
División de sólidos



Ubicar la pestaña “Solidworks Inspection” y elegir “Solidworks Flow Simulation”, esta operación permitirá dar a cabo la simulación deseada.

Figura 196

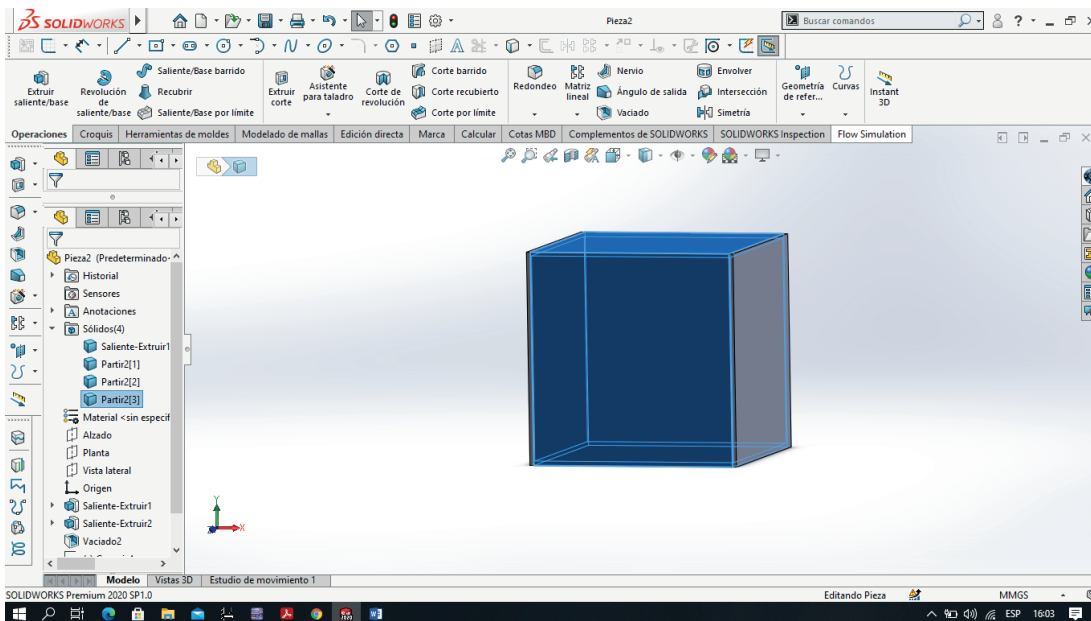
Solid Flow Simulation



Seleccionar la pestaña que se creó, “Flow Simulation”.

Figura 197

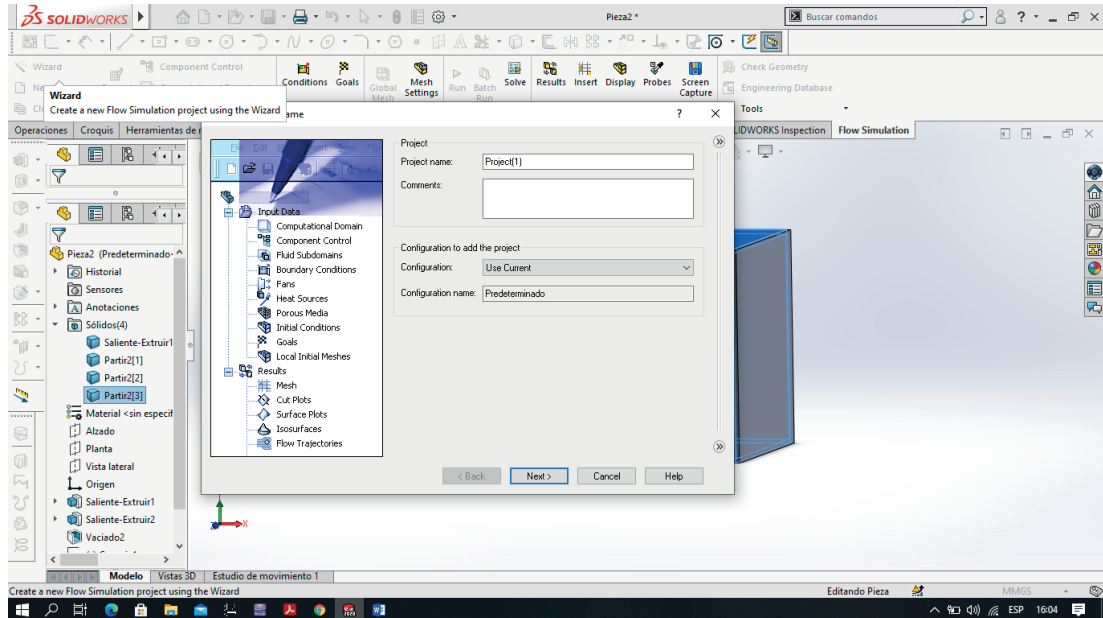
Flow Simulation



Crear un nuevo “Wizard” para nuestra simulación y dar clic en siguiente.

Figura 198

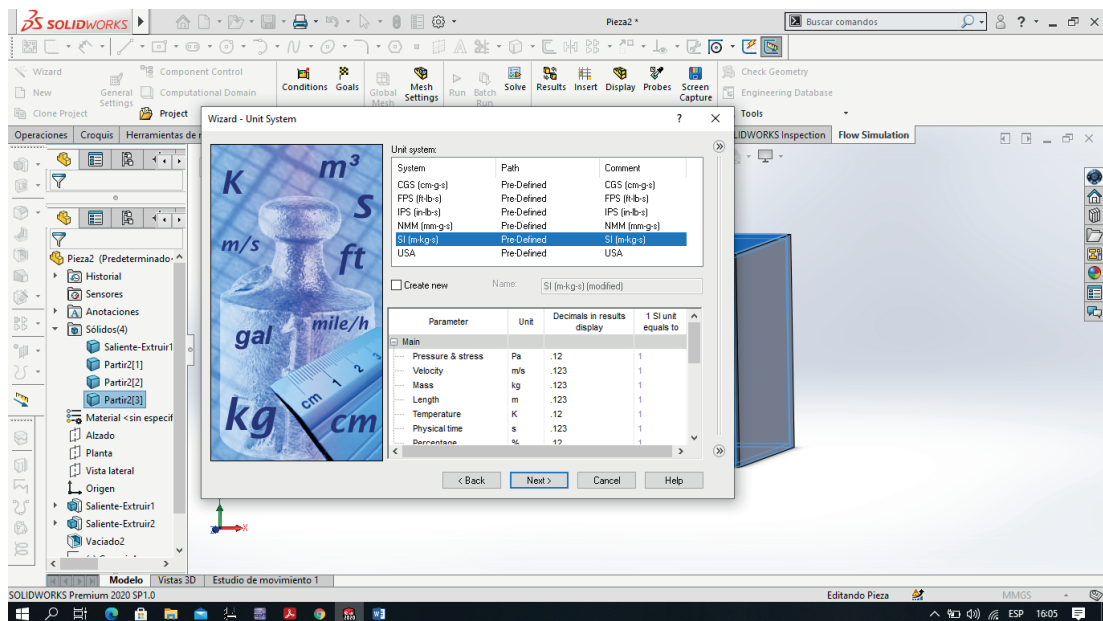
Nuevo Wizard



Seleccionar el tipo de unidades que se desea trabajar para la simulación, en este caso se utiliza el SI (Sistema Internacional).

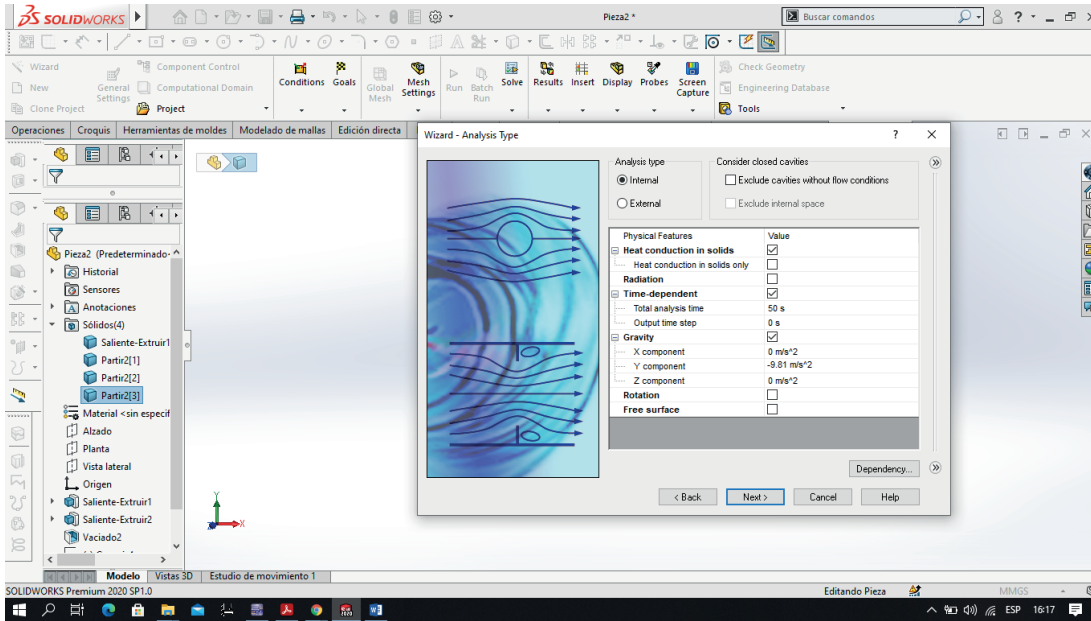
Figura 199

Sistema Internacional



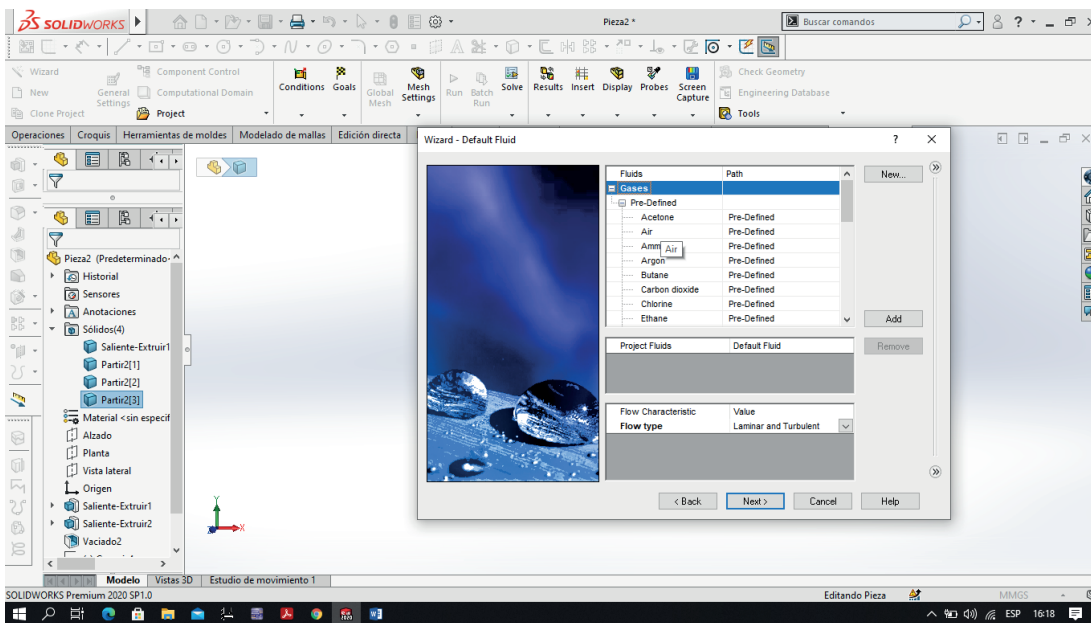
Colocar la gravedad de  $-9,81 \text{ m/s}^2$  en el eje "y".

Figura 200  
Gravedad



Seleccionar el tipo de gas que se va a utilizar, en este caso se utiliza el aire.

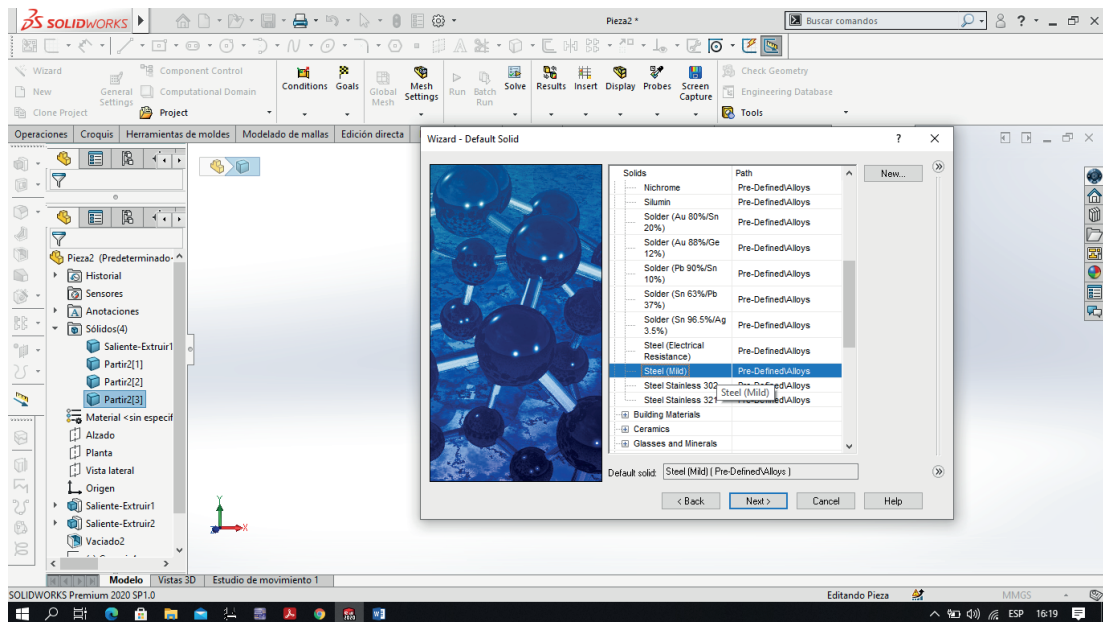
Figura 201  
Gases



Seleccionar el tipo de material del sólido, "Steel mild".

Figura 202

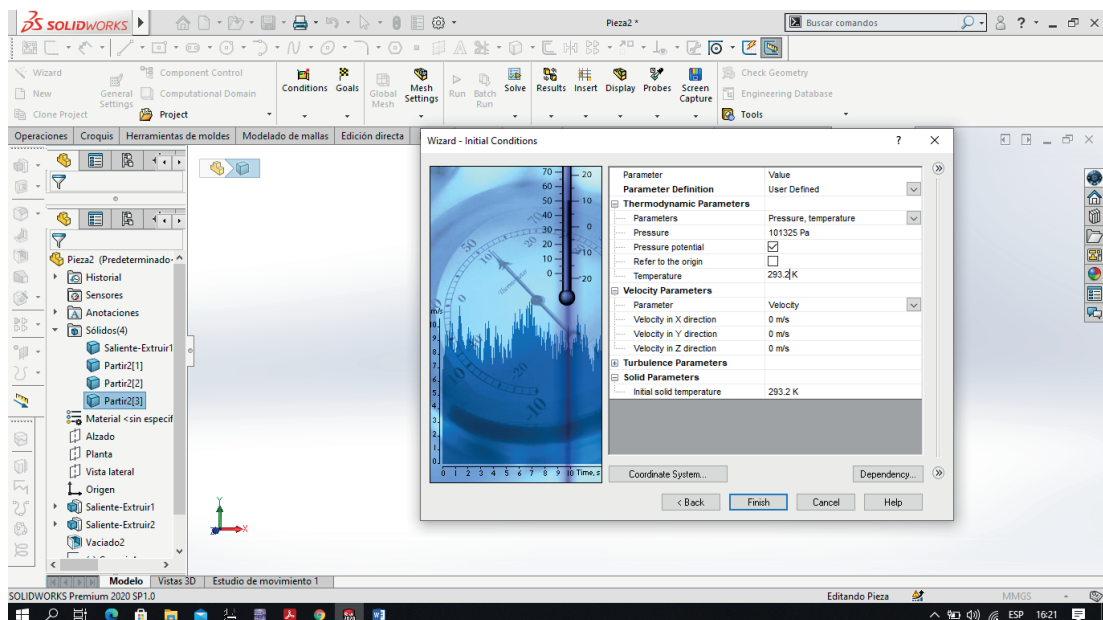
Material Steel Mild



Utilizar la temperatura ambiente transformada en grados Kelvin.

Figura 203

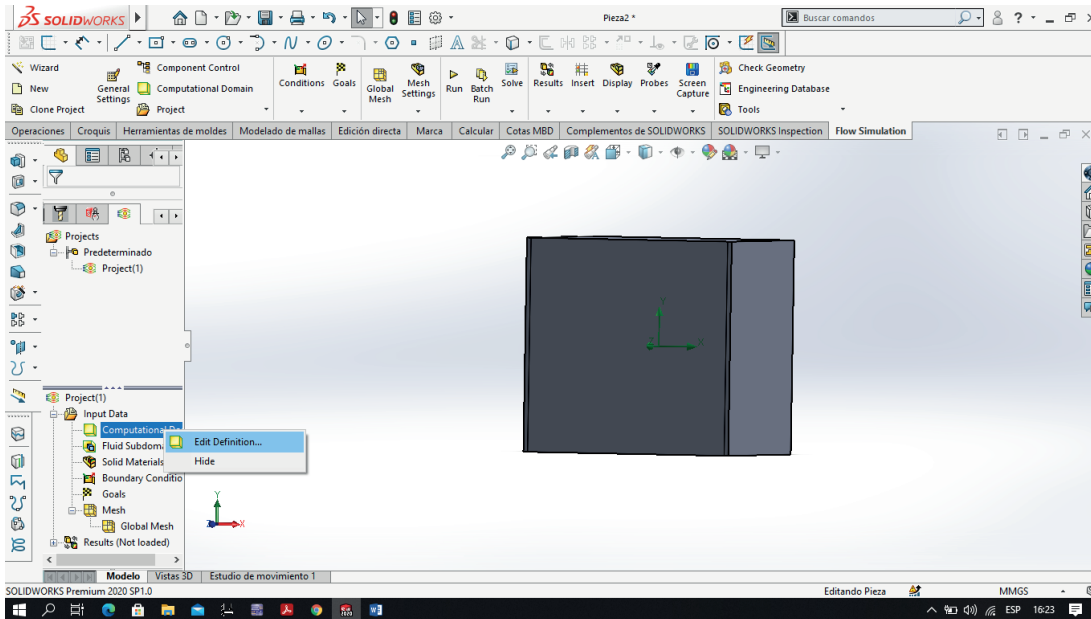
Temperatura en grados Kelvin



Seleccionamos la opción "Computational Domain" y elige la opción "Edit Definition" para cambiar la visión de la simulación.

Figura 204

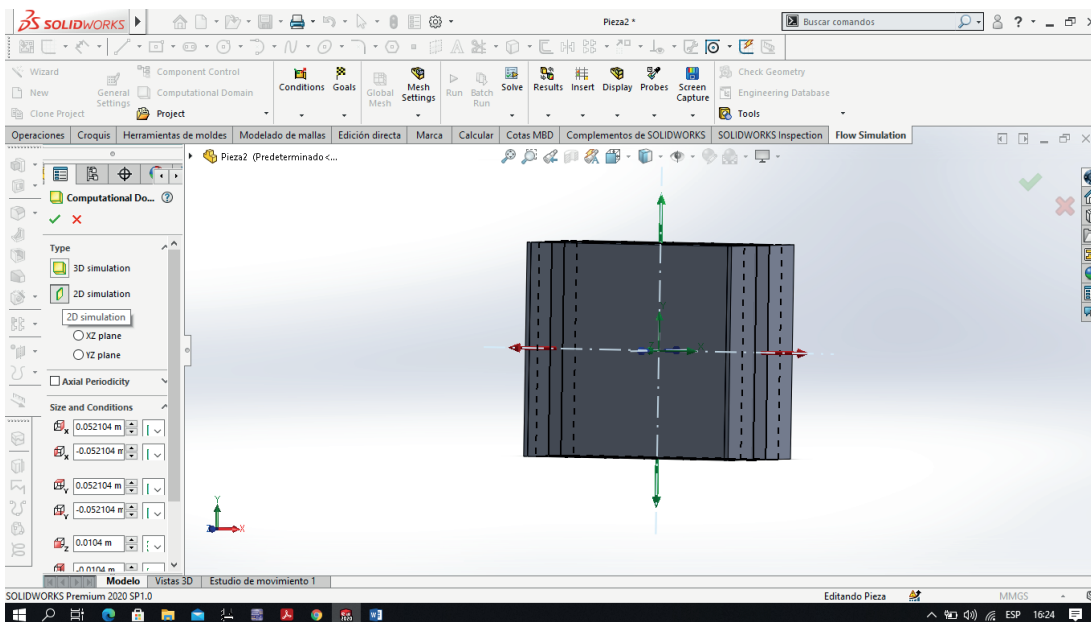
Edit definition



Seleccionar el tipo de simulación 2D para el plano "xy".

Figura 205

Simulación 2D

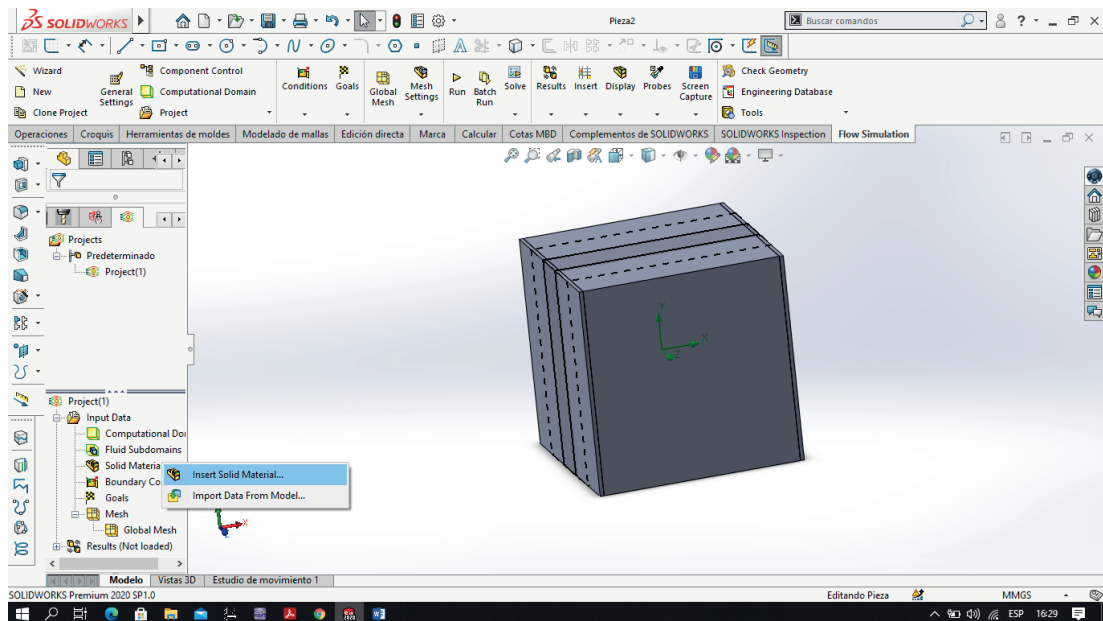


Ubicamos la opción Solid Materia y damos clic en "Insert Solid Material".



Figura 206

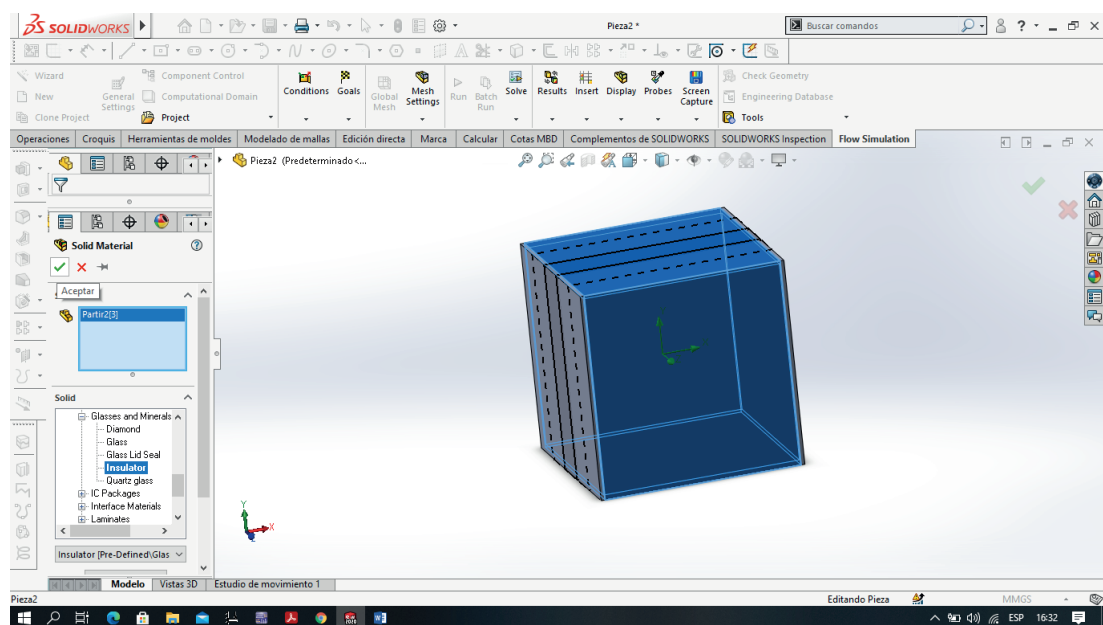
Insertar material



Seleccionar un material aislante para la parte seleccionada del sólido.

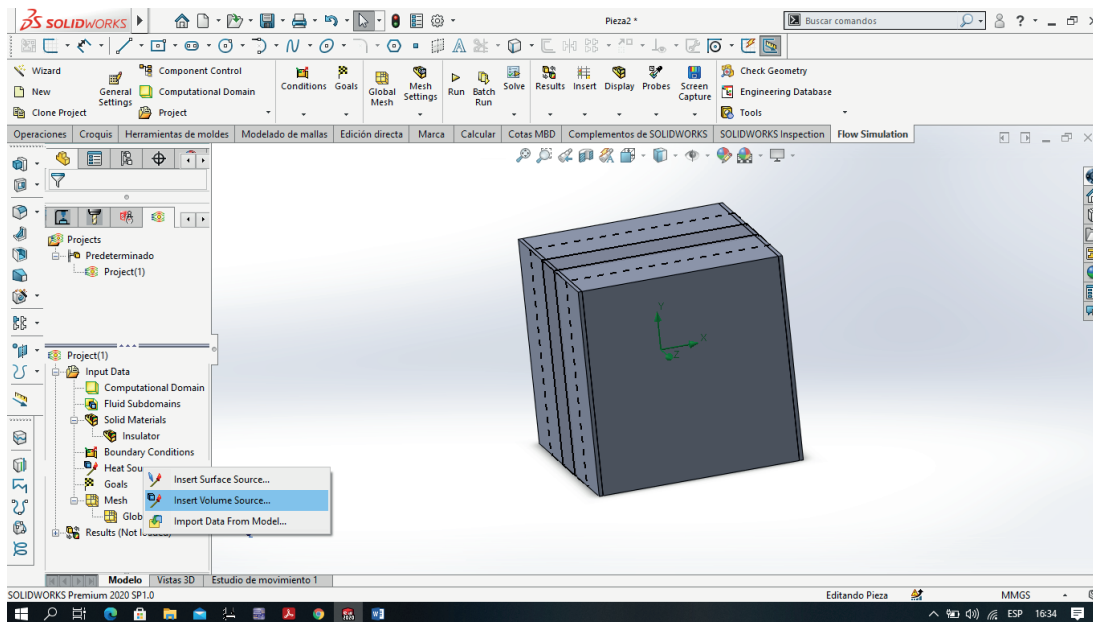
Figura 207

Material aislante



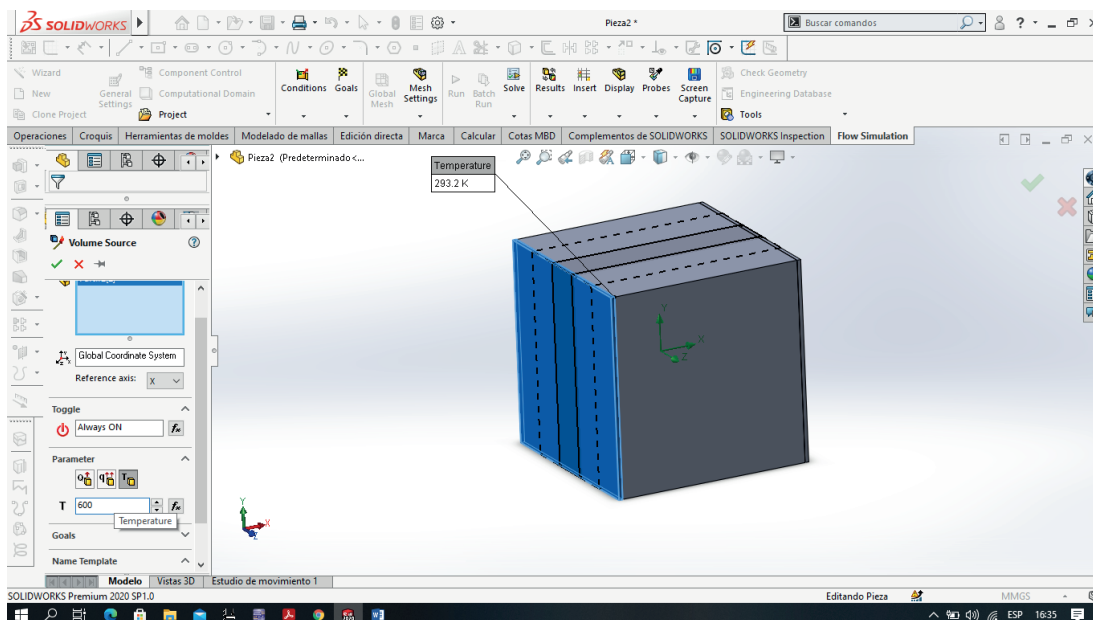
Seleccionar la opción "Heat Sources" y dar clic en "Insert Volume Source".

Figura 208  
Heat Source



Colocar una temperatura de  $600^{\circ}\text{K}$  para un lado del sólido.

Figura 209  
Temperatura Máxima

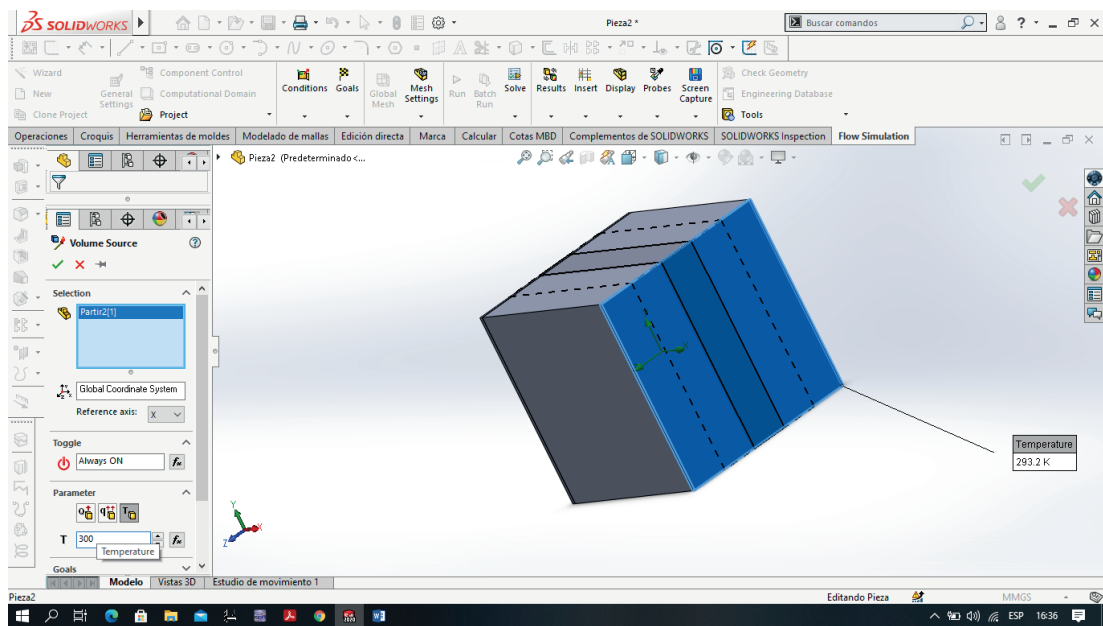


Seleccionar el otro lado del sólido y colocar una temperatura de  $300^{\circ}\text{K}$ .



Figura 210

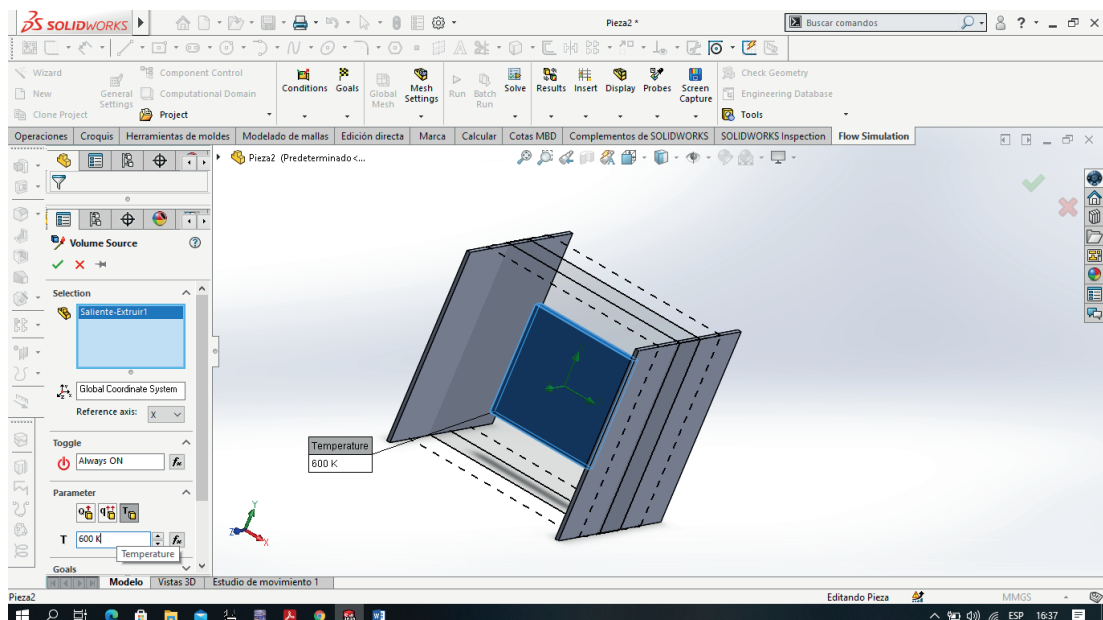
Temperatura mínima



Temperatura máxima de  $600^{\circ}\text{K}$  de la pieza dentro del sólido.

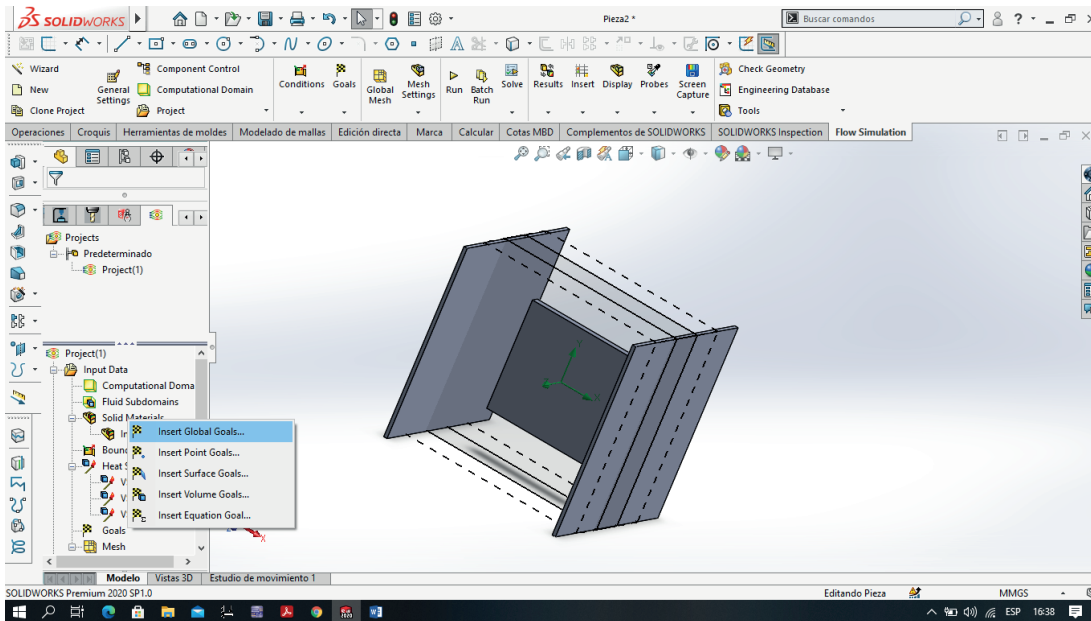
Figura 211

Temperatura de la pieza contenida



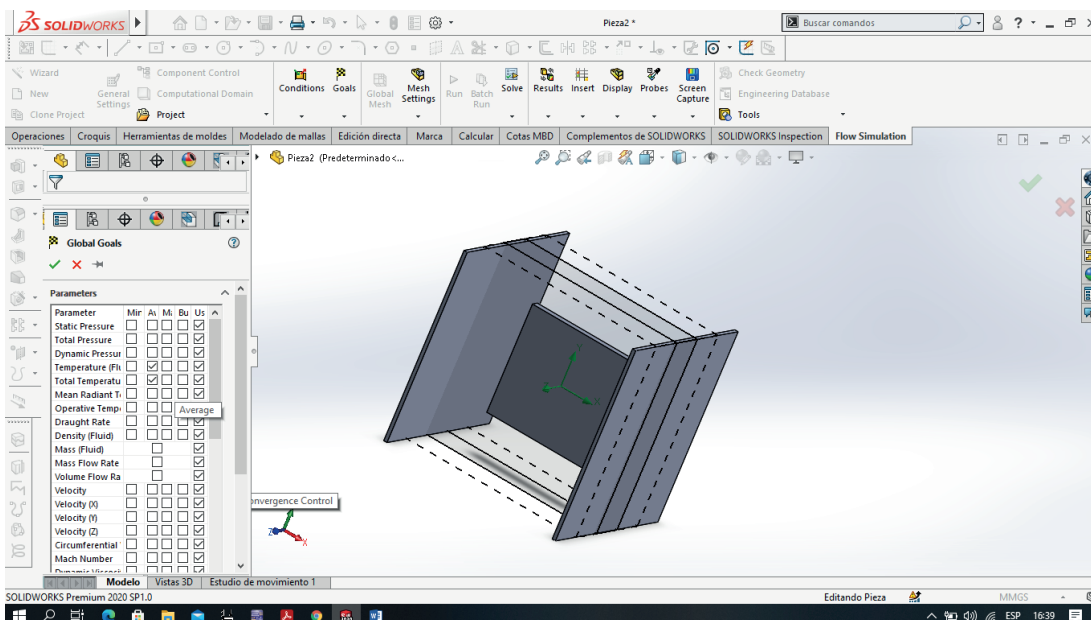
Seleccionar la opción "Goals" y dar clic en "Insert Global Goals".

Figura 212  
Insert Global Goals



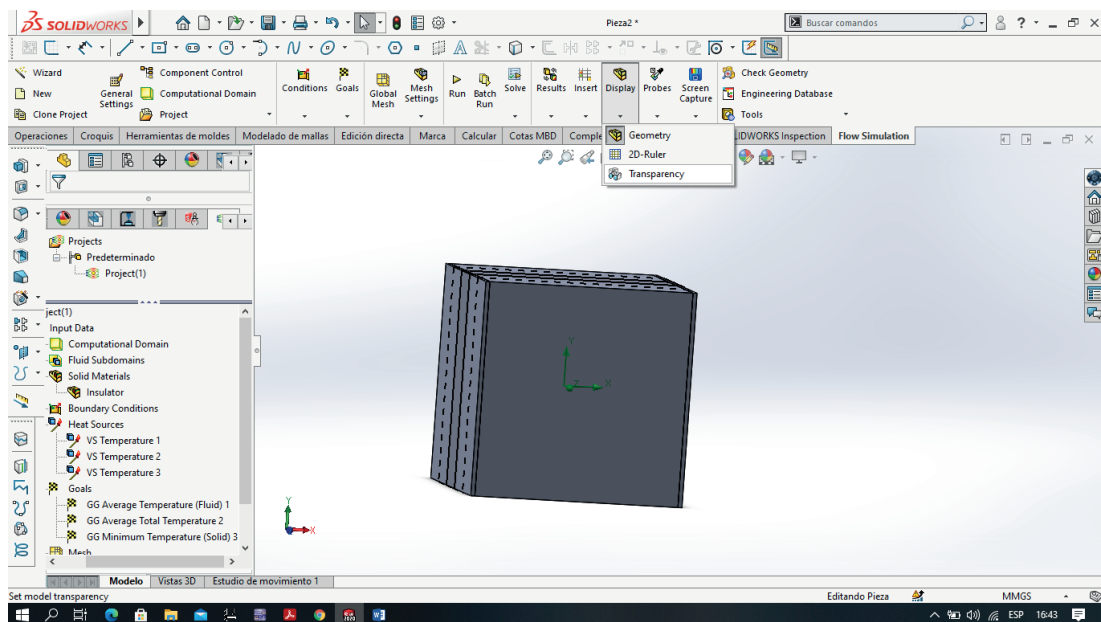
Seleccionar los casilleros de “Temperature” y “Total Temperature”.

Figura 213  
Temperatura



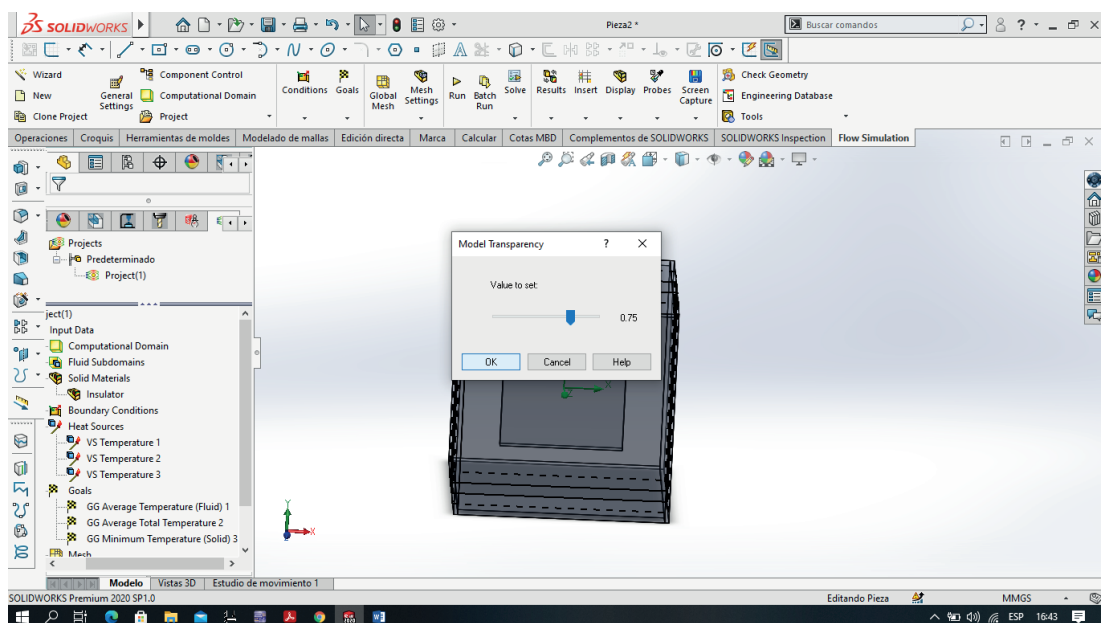
Seleccionar la opción “Display” para variar la transparencia de los sólidos y así tener una mejor visibilidad al momento de ejecutar la simulación y contemplar las variaciones de temperatura que surgen en su interior.

Figura 214  
Transparency



Variar la transparencia del sólido a un 75% para observar de una mejor manera los sólidos al momento de la simulación.

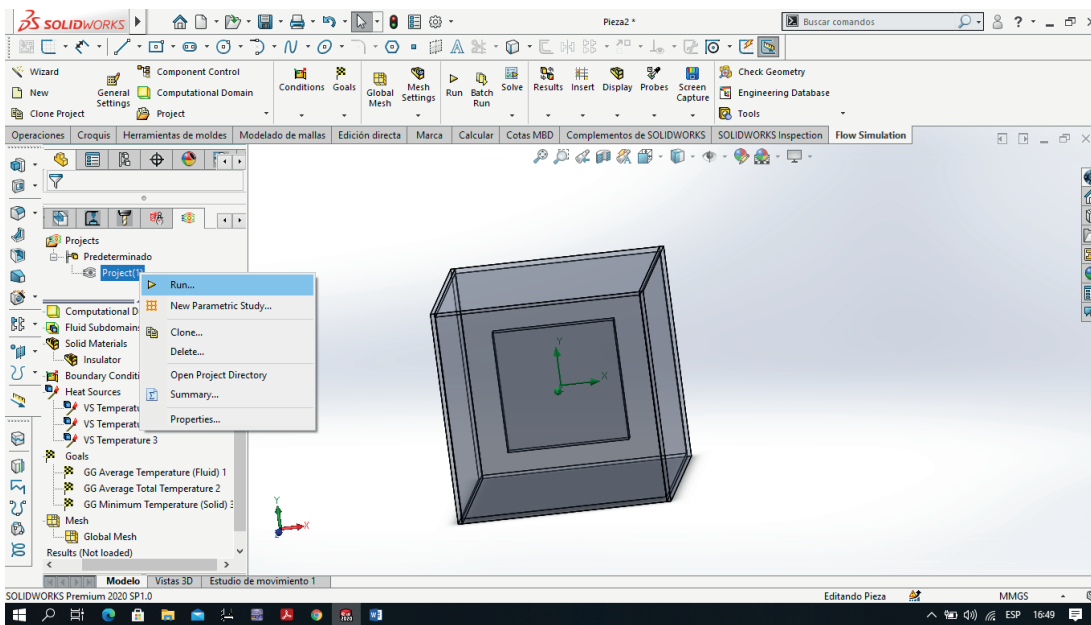
Figura 215  
Variación de la transparencia



Seleccionar el proyecto y dar clic en la opción "Run" para ejecutar la simulación y verificar las variaciones de temperatura que están actuando en la pieza.

Figura 216

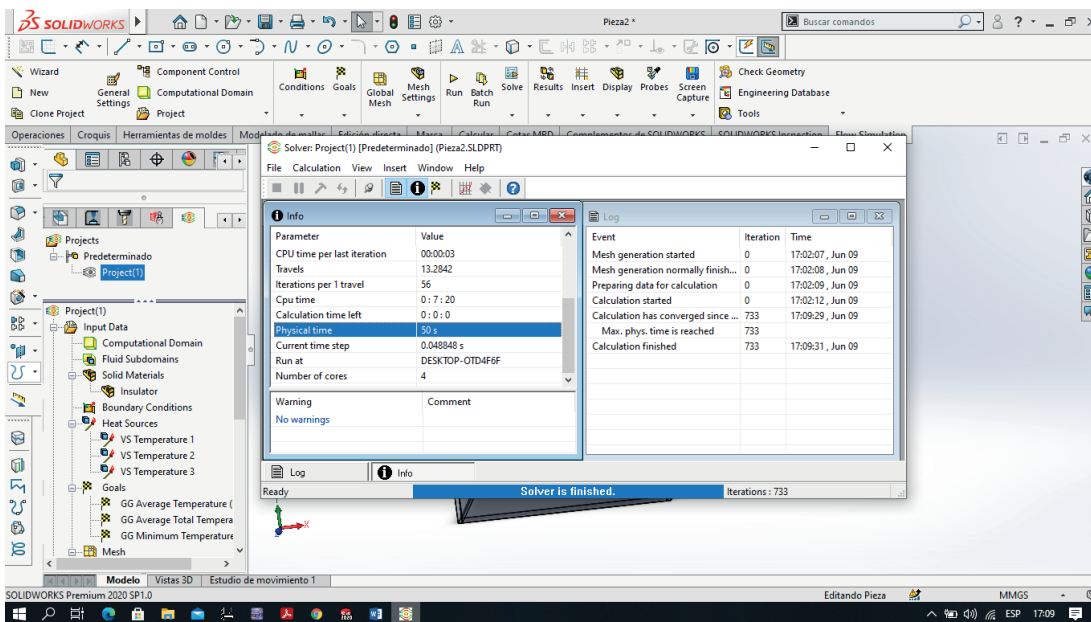
Ejecutar la simulación



Resultados de la simulación, se observa que el tiempo para que se caliente la pieza es de 50 segundos.

Figura 217

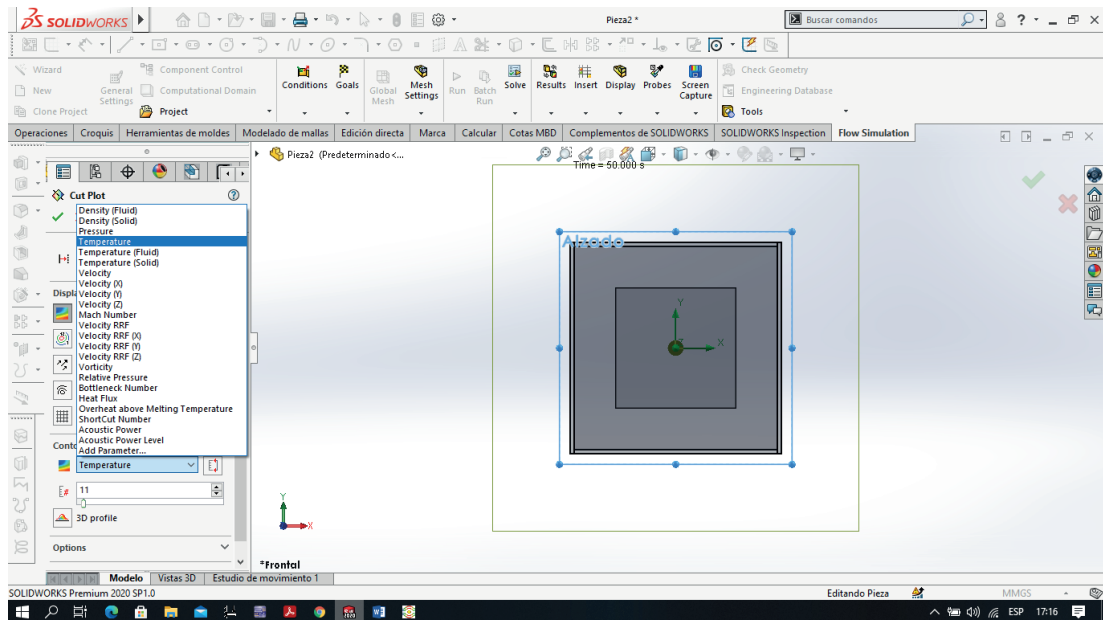
Resultados



Seleccionar la opción "Cut plot" y dar clic en "Temperature" para observar la variación de la temperatura que se genera en el sólido.

Figura 218

Temperature



Observar la variación de temperatura que se genera dentro del sólido, obteniendo una temperatura máxima de  $600^{\circ}\text{K}$  y una temperatura mínima de  $300^{\circ}\text{K}$ .

Figura 219

Variación de la temperatura

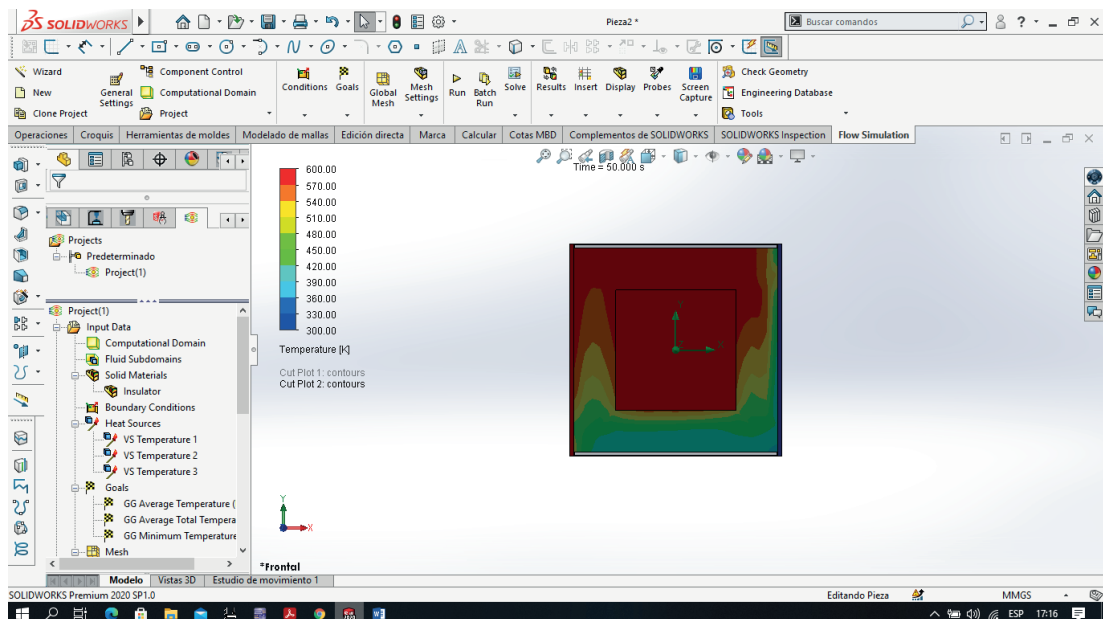


Tabla 7

Resultados

UBICACIÓN	TEMPERATURA
PUNTO SUPERIOR	600°K
PUNTO MEDIO	600°K
PUNTO INFERIOR	330°K

### *Análisis*

Observando los valores obtenidos en el software CAD-CAE se determinan los valores máximos de temperatura que la pieza, alcanzando un valor máximo de 600 °K en la parte superior y media del horno, ya que la temperatura tiende a acumularse y aumentar en la parte superior del horno, en la parte inferior se observa un descenso de la temperatura a 330°K, a un lado del horno se observa la temperatura máxima y al otro lado una temperatura mínima debido a las características que se les dio al momento de la simulación; además, como se observa, tanto el techo y la base del horno no poseen una temperatura porque se los designó como un material aislante, también se identifica que, para la simulación, se requiere de 50 segundos, lo cual indica que es la cantidad de tiempo para que la pieza llegue a la temperatura ya determinada.

### *Conclusiones*

La transmisión de calor por radiación se refiere a las ondas electromagnéticas que se generan, y a la vez se propagan, a una cierta velocidad (velocidad de la luz), a esto se le considera como radiación térmica, la energía que sale de una superficie o sólido depende de la temperatura que esta tenga y de la naturaleza del sólido.

Las variaciones de la temperatura que se generan dentro del horno se pueden determinar con el movimiento de las ondas electromagnéticas, calentando el material que se encuentra dentro de él, llegando a una temperatura máxima y así variando dentro del horno entre 300°K a 600°K en una cierta unidad de tiempo.



**Transferencia de calor por conducción y convección**

Considere una pared plana grande de espesor  $L = 0,4\text{m}$ , conductividad térmica  $k = 1,8\text{ W/(m}^\circ\text{C)}$  y Área superficial  $A = 30\text{m}^2$ . El lado izquierdo de la pared se mantiene a una temperatura constante de  $T_1 = 90^\circ\text{C}$ , en tanto que el lado derecho pierde calor por convección hacia el aire circundante que está a  $T_\infty = 25^\circ\text{C}$  con un coeficiente de transferencia de calor de  $h = 24\text{ W/(m}^2\text{C)}$ . Si se supone una conductividad térmica constante y que no hay generación de calor en la pared.

a) exprese la ecuación diferencial en las condiciones de frontera para una conducción unidimensional de calor en estado estacionario a través de la pared. b) obtenga una relación para la variación de la temperatura en la pared, mediante la solución de la ecuación diferencial, c) evalúe la razón de la transferencia de calor a través de la misma.

Expresé la ecuación diferencial en las condiciones de frontera para una conducción unidimensional de calor en estado estacionario a través de la pared.

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \quad y \quad T(0) = T_1 = 90^\circ\text{C}$$

$$-k \frac{dT(L)}{dx} = h[T(L) - T_\infty]$$

Obtenga una relación para la variación de la temperatura en la pared, mediante la solución de la ecuación diferencial.

Con las condiciones de frontera, se tiene:

$$x = 0: \quad T(0) = C_1(0) + C_2 \quad \therefore C_2 = T(0) = T_1$$

$$x = L: \quad -k \frac{dT(L)}{dx} = h[T(L) - T_\infty] \quad \therefore -kC_1 = h(C_1L + C_2 - T_\infty) \quad \therefore C_1$$

$$= -\frac{h(C_2 - T_\infty)}{k + hL}$$

$$C_1 = -\frac{h(T_1 - T_\infty)}{k + hL} \quad C_2 = T_1 \quad T = C_1x + C_2 \quad \therefore T(x)$$

$$= -\frac{h(T_1 - T_\infty)}{k + hL} x + T_1$$

$$T(x) = -\frac{24(90 - 25)}{1,8 + (24)(0,4)} x + 90$$

$$T(x) = 90 - \frac{2600}{19} x$$

Evalúe la razón de la transferencia de calor a través de la misma.

$$\dot{Q}_{pared} = -kA \frac{dT}{dx} = kA \frac{h(T_1 - T_\infty)}{k + hL} = (1,8)(30) \frac{(24)(90 - 25)}{1,8 + (24)(0,4)}$$

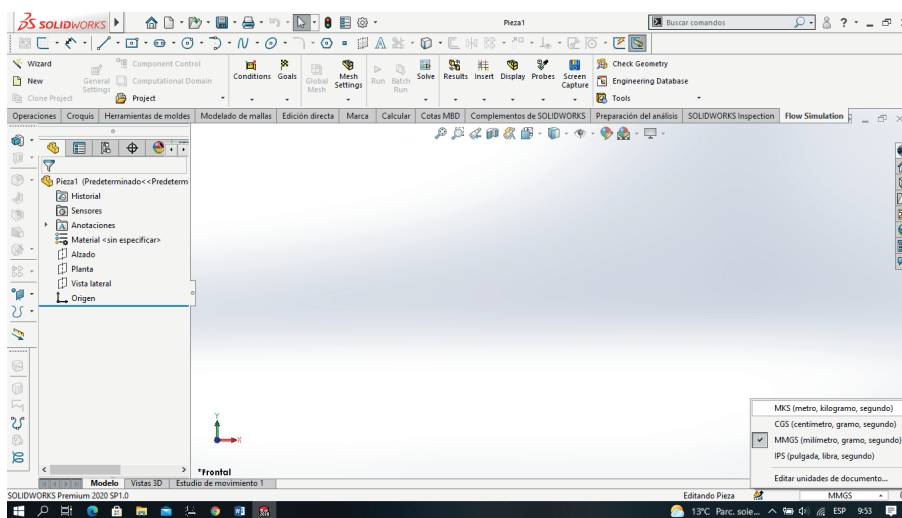
$$\dot{Q}_{pared} = 7389,5W$$

**Desarrollo**

Cambiar el sistema de unidades a “MKS” (metro, kilogramo, segundo).

Figura 220

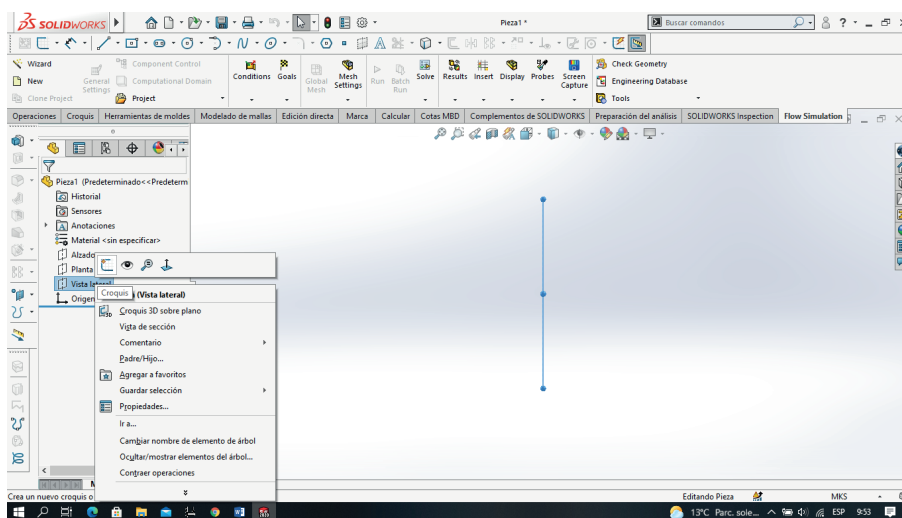
Cambio de unidades



Crear un nuevo “Croquis” y seleccionar la vista lateral.

Figura 221

Nuevo croquis

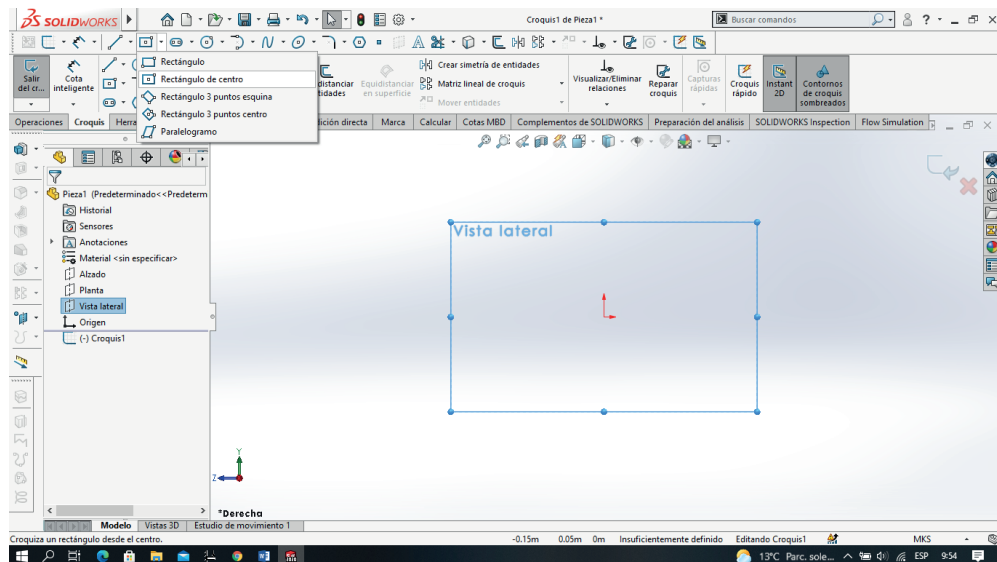




Crear un rectángulo con la operación “rectángulo de centro” en la vista lateral que antes ya se seleccionó.

Figura 222

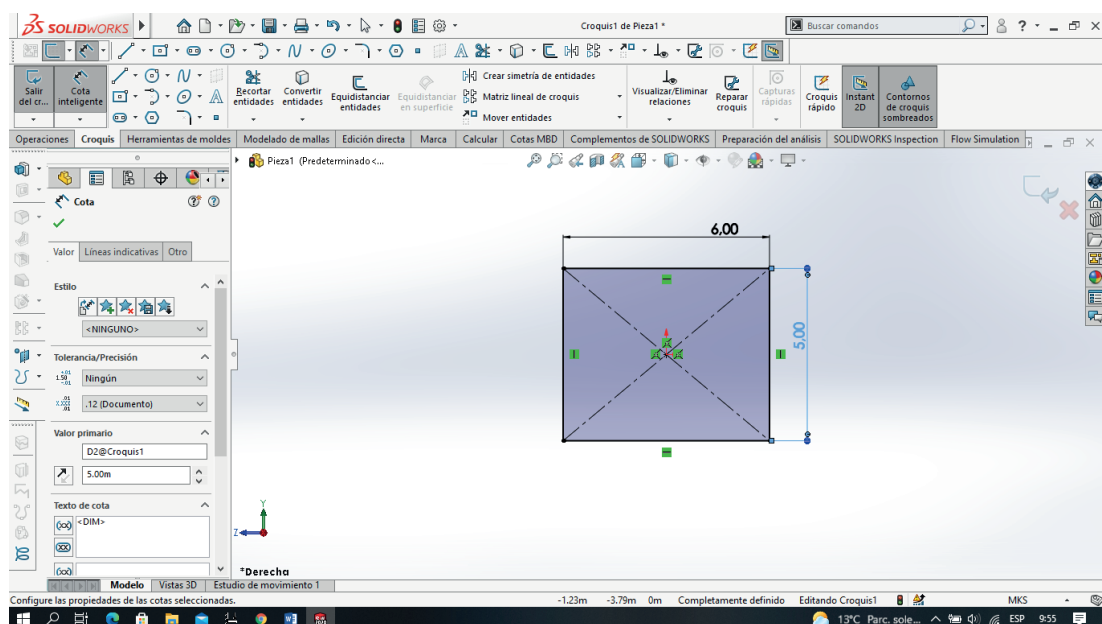
Rectángulo de centro



Asignar las dimensiones del rectángulo, en este caso se desea obtener una pared de área igual a  $30\text{m}^2$ , para lo cual se definió una altura de  $5\text{m}$  y una base de  $6\text{m}$ .

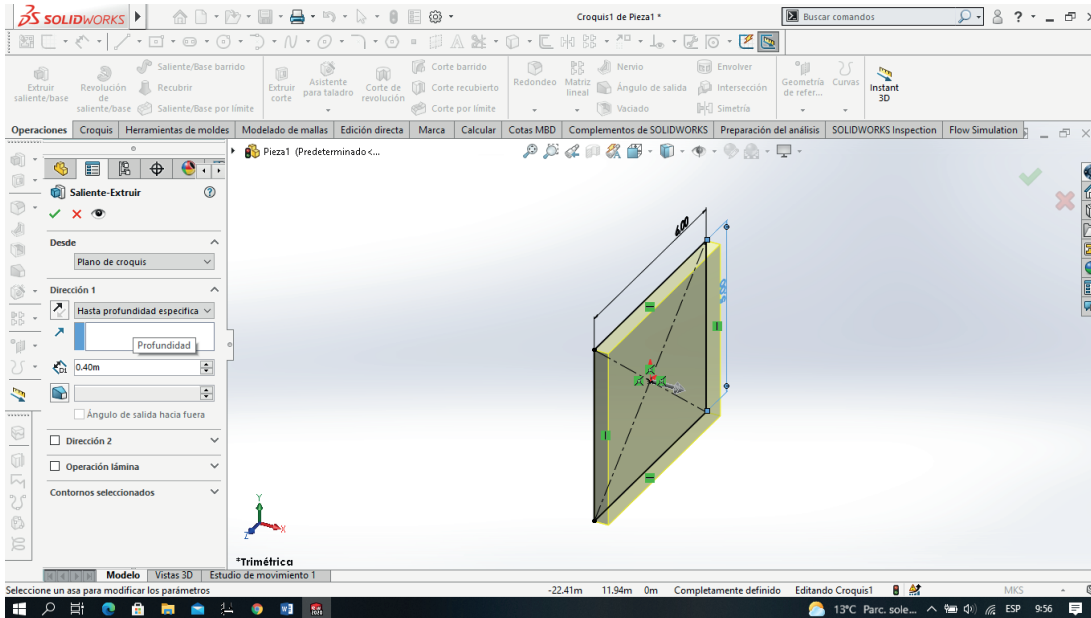
Figura 223

Dimensiones de la pared



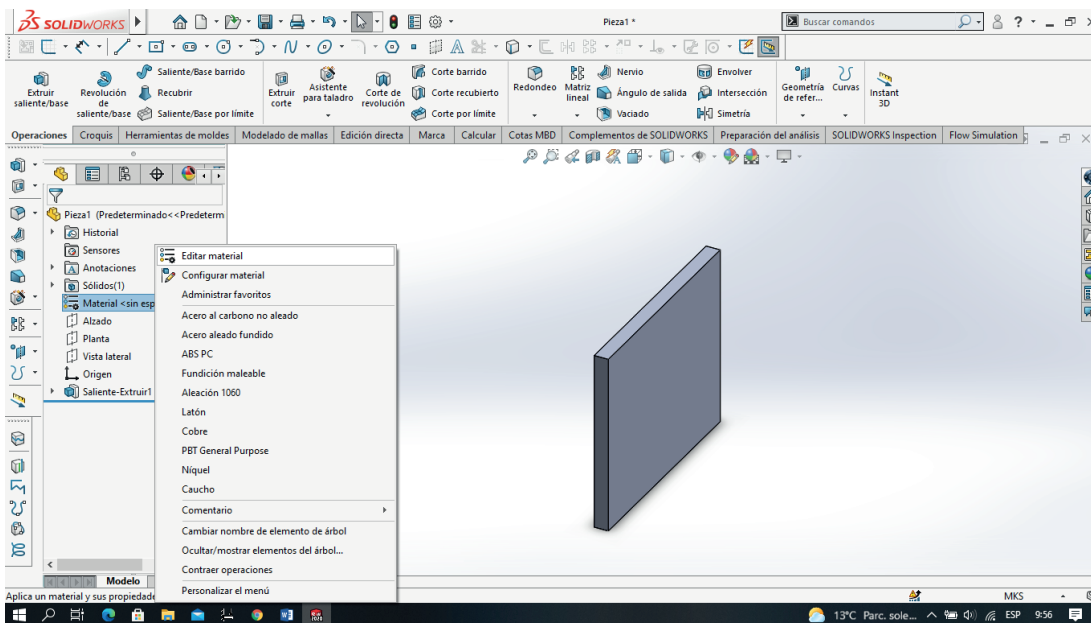
Aplicar la operación “extruir” y dar el espesor especificado de 0,4m.

Figura 224  
Operación extruir



Asignar un material a la pared.

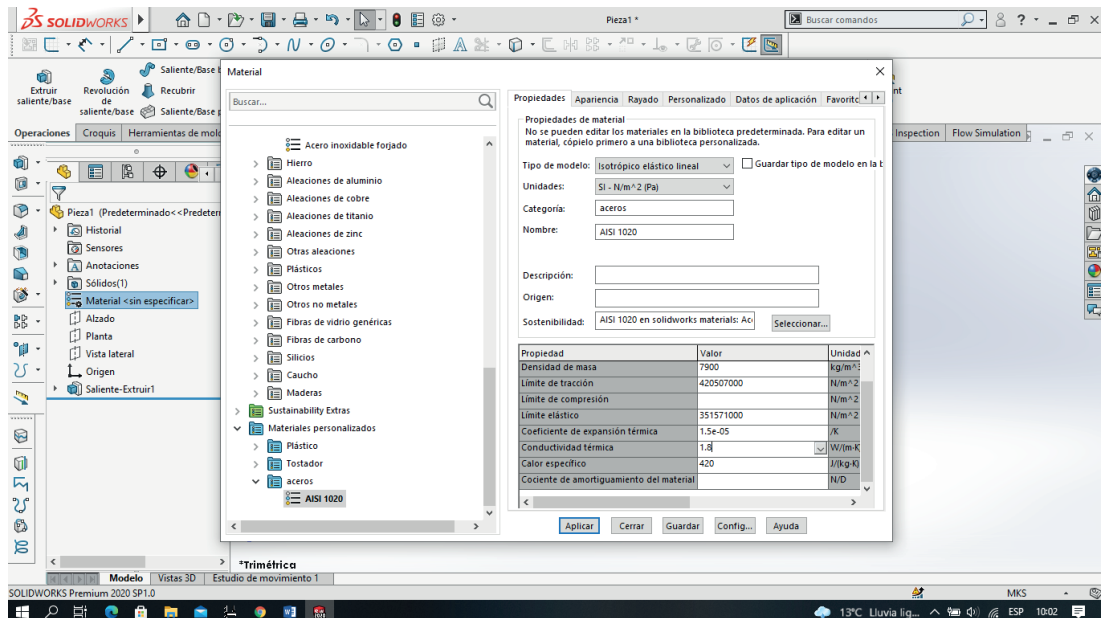
Figura 225  
Material



Seleccionar un acero AISI 1020 y modificar su conductividad térmica a 1.8 W/(m°C), aplicar el tipo de material asignado para la pared.

Figura 226

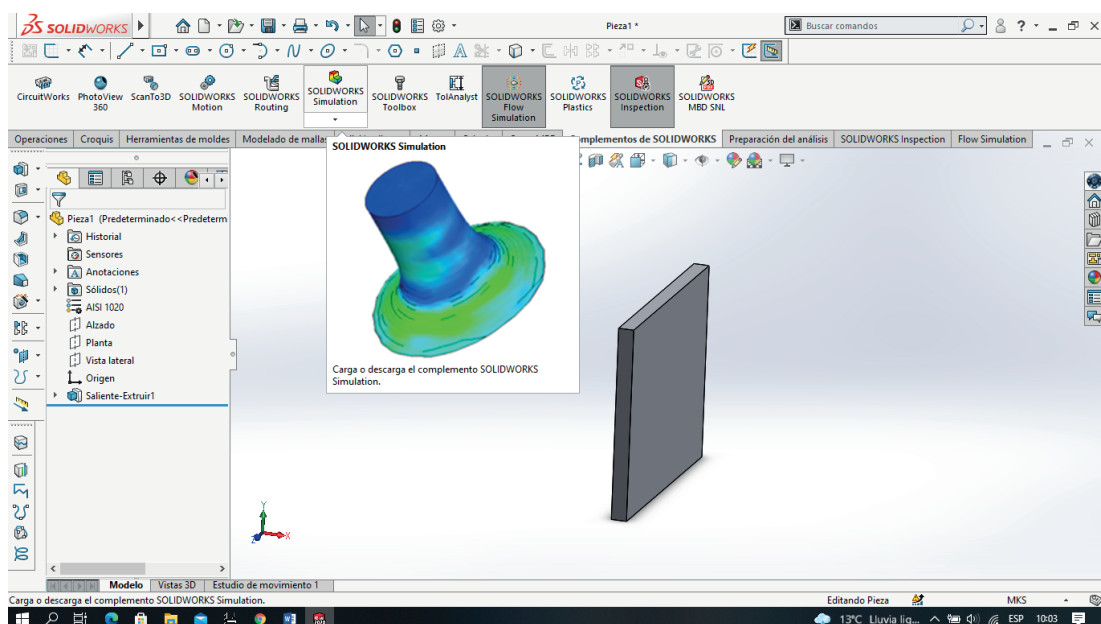
Acero AISI 1020



Seleccionar la ventana “complementos de SolidWorks” y activar la pestaña de simulación dando clic en “SolidWorks Simulation”.

Figura 227

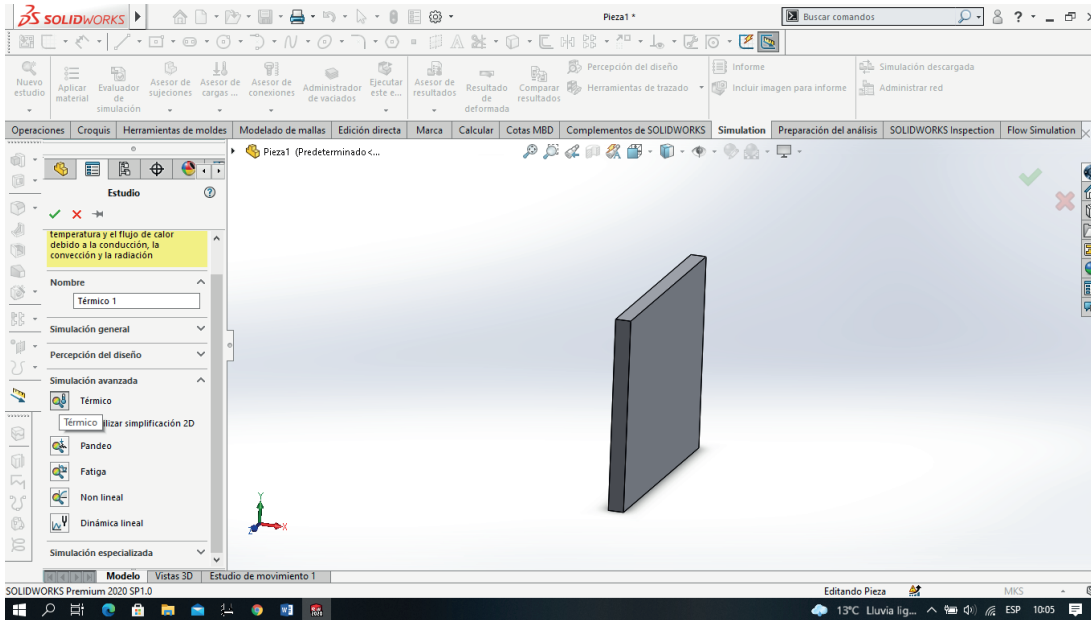
SolidWorks Simulation



Crear un nuevo estudio de tipo "térmico".

Figura 228

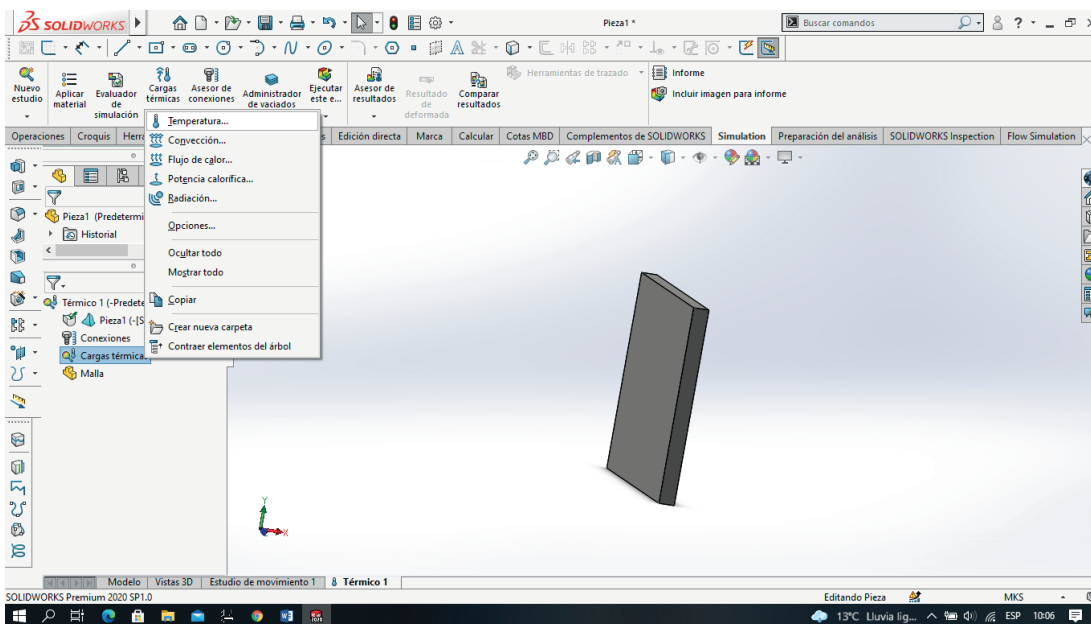
Estudio de tipo térmico



Asignar las cargas térmicas con los valores especificados a la pared, en este caso seleccionar "Temperatura".

Figura 229

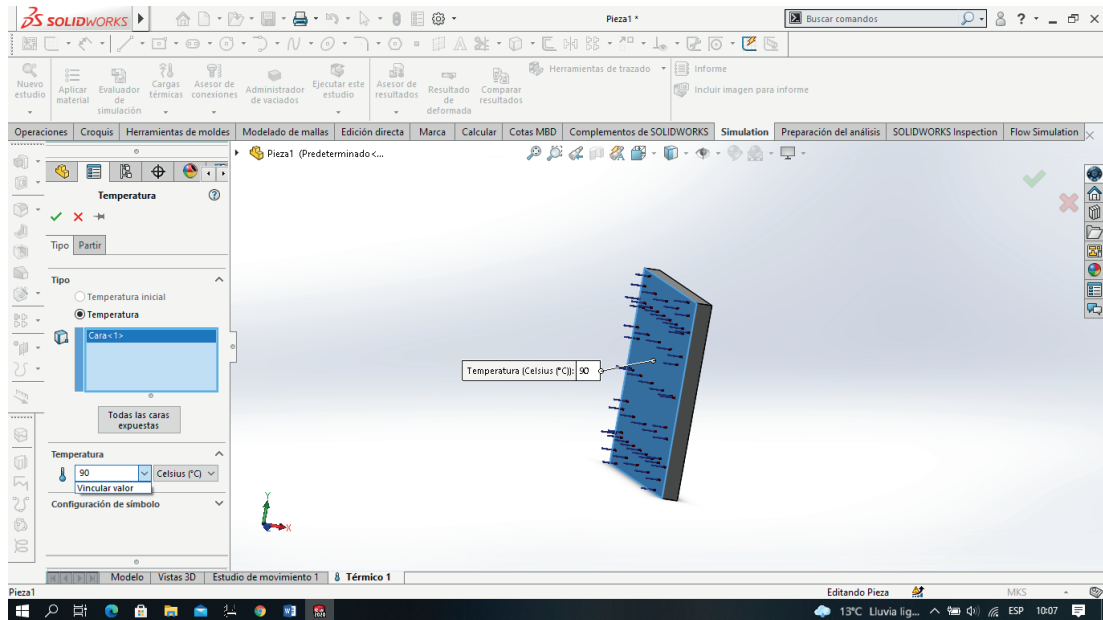
Cargas térmicas



Seleccionar una cara de la pared y asignar la temperatura de 90°C.

Figura 230

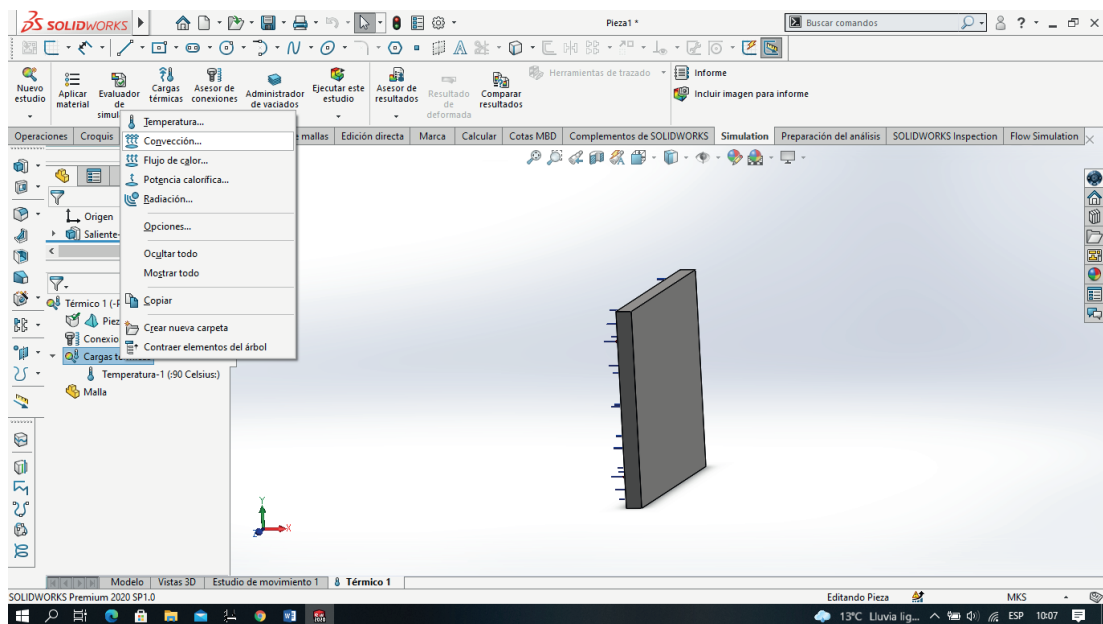
### Temperatura



Aplicar una nueva carga térmica al lado opuesto pero esta vez será de “convección”.

Figura 231

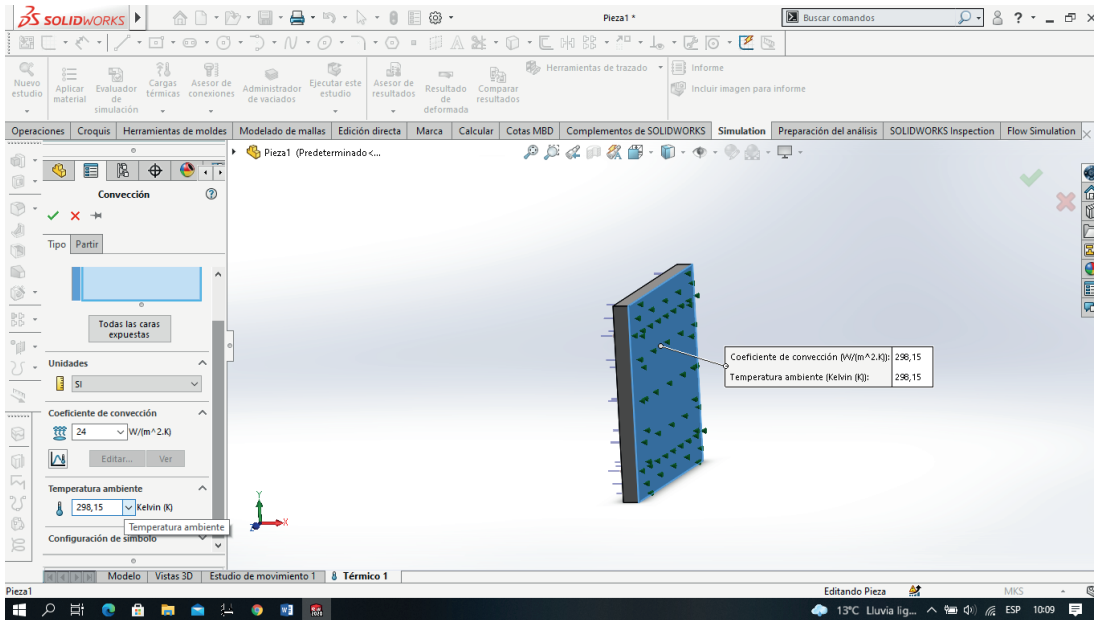
### Convección



Asignar el coeficiente de convección de  $24 \text{ W}/(\text{m}^2\text{°C})$  y la temperatura ambiente en grados kelvin, esta temperatura es de  $298,15^\circ\text{K}$ .

Figura 232

Coefficiente de convección



Ejecución de la simulación y obtención de los datos según la variación de la temperatura que se presente en la pared.

Figura 233

Simulación

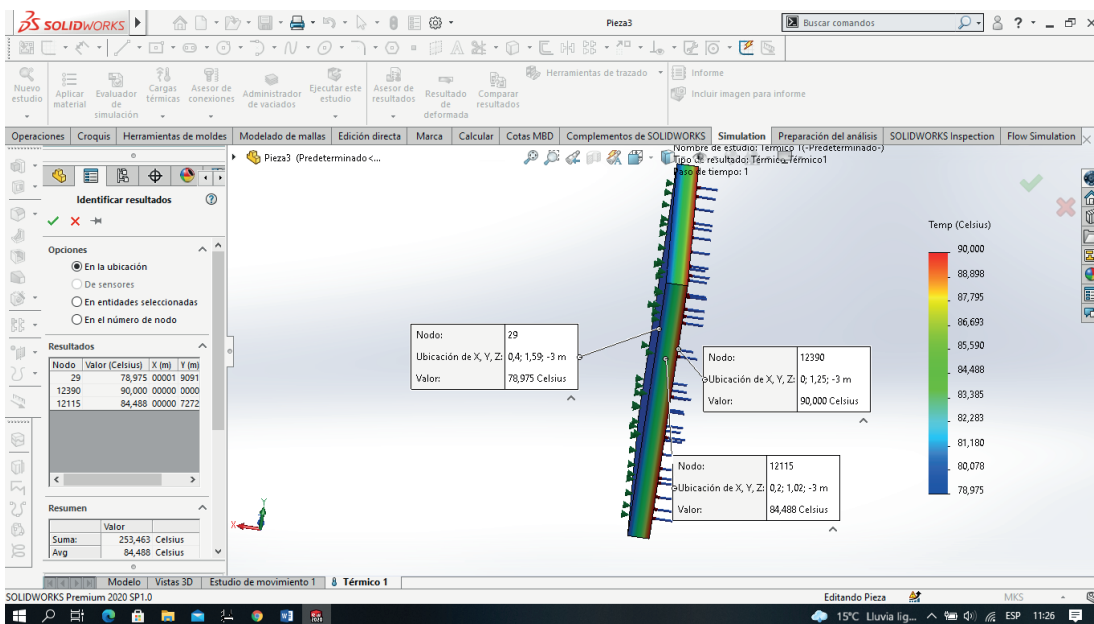
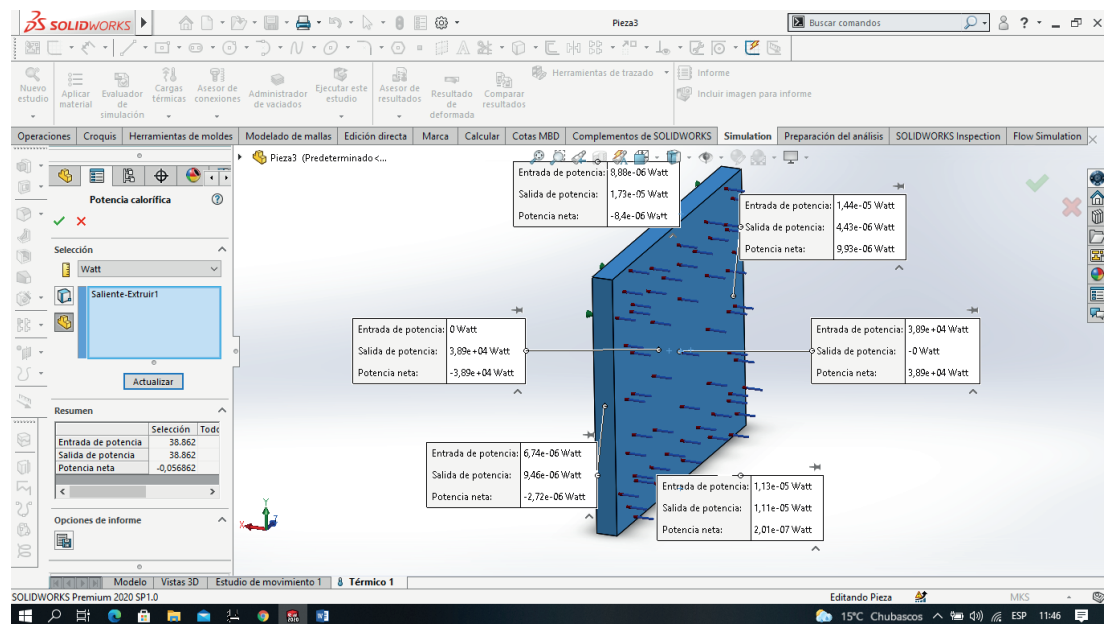




Figura 234

## Potencia

**Análisis**

Seleccionando los puntos de estudio se puede observar la variación de la temperatura en los extremos de la pared en un lado de ella, teniendo una temperatura máxima de  $90^{\circ}\text{C}$  y al lado opuesto una de  $78,97^{\circ}\text{C}$ ; además, en la parte media de esta se puede visualizar una temperatura de  $84,49^{\circ}\text{C}$ .

La potencia térmica calculada es de  $Q_{\text{pared}} = 7389,5\text{W}$  pero, como podemos observar en la figura, esta varió a  $9930\text{W}$ , debido a ciertos valores internos del software al momento de seleccionar el material interpretando, así la transferencia de calor que se genera en la pared aplicando las diferentes cargas térmicas, tanto de conducción y convección, obteniendo los resultados ya mostrados en la figura.

**Conclusiones**

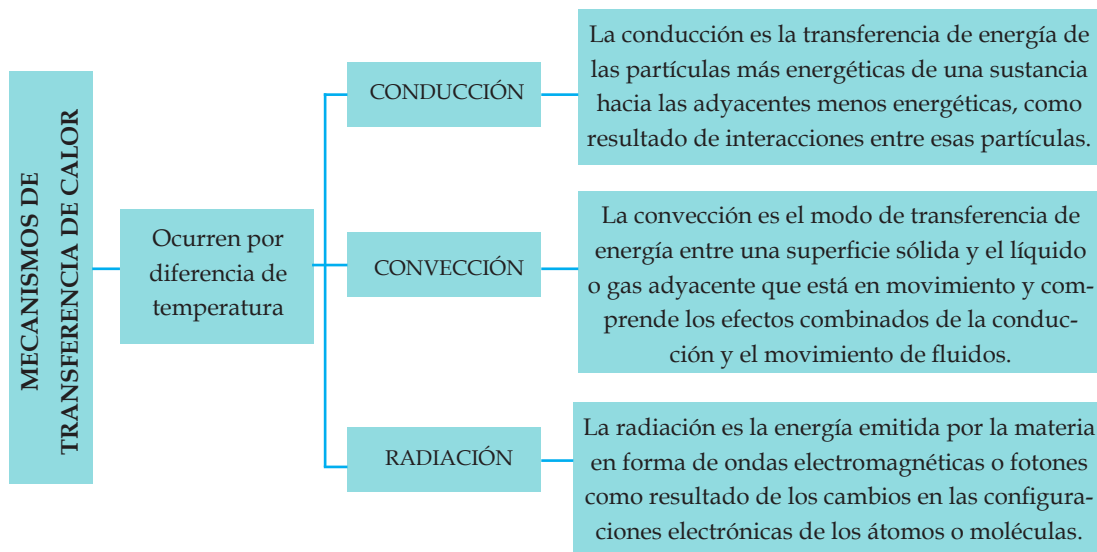
La transferencia de calor tanto por convección y conducción son fáciles de simular y de obtener valores reales dentro del programa, conociendo su temperatura y el coeficiente de convección, los valores de la temperatura siempre variarían según el valor que se aplique además del material seleccionado en el software.

### Problema 4.3

#### Transferencia de Calor - Ley de Fourier - Software CAD/CAE

Las superficies interior y exterior de un muro de ladrillos de 4x7 m, con espesor de 30 cm y conductividad térmica de 0.69 W/m se mantienen a temperaturas de 20°C y 5°C respectivamente, determine la razón de la transferencia de calor a través del muro en W.

#### Desarrollo



#### Ley de Fourier

La tasa de transferencia de calor por conducción se determina por la ley de Fourier de la conducción de calor que se expresa de la siguiente manera:

$$\dot{Q}_{cond} = kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (1)$$

$$\Delta x \rightarrow 0 \quad \dot{Q}_{cond} = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Donde:

$\dot{Q}_{cond}$  = Tasa de transferencia de calor por conducción

$k$  = constante de proporcionalidad del material

$\Delta T$  = diferencia de temperatura

$\Delta x$  = Espesor constante de la capa del material

$A$  = área



El signo negativo indica que es proporcional a la gradiente de temperatura, en esa dirección decreciente se vuelve negativo cuando disminuye al aumentar  $x$ .

### Datos

$$\dot{Q}_{cond} = ?$$

$$k = 0.69 \frac{W}{m \cdot K}$$

$$T_1 = 20^\circ C = 293.15 K$$

$$T_2 = 5^\circ C = 278.15 K$$

$$\Delta x = 30 cm = 0.3 m$$

$$A = 4 m \cdot 7 m = 28 m^2$$

Reemplazamos los datos existentes en la ecuación (1):

$$\dot{Q}_{cond} = kA \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$\dot{Q}_{cond} = kA \frac{(T_1 - T_2)}{\Delta x}$$

$$\dot{Q}_{cond} = \left( 0.69 \frac{W}{m \cdot K} \right) (28 m^2) \frac{(293.15 K - 278.15 K)}{0.3 m}$$

$$\dot{Q}_{cond} = 966 W$$

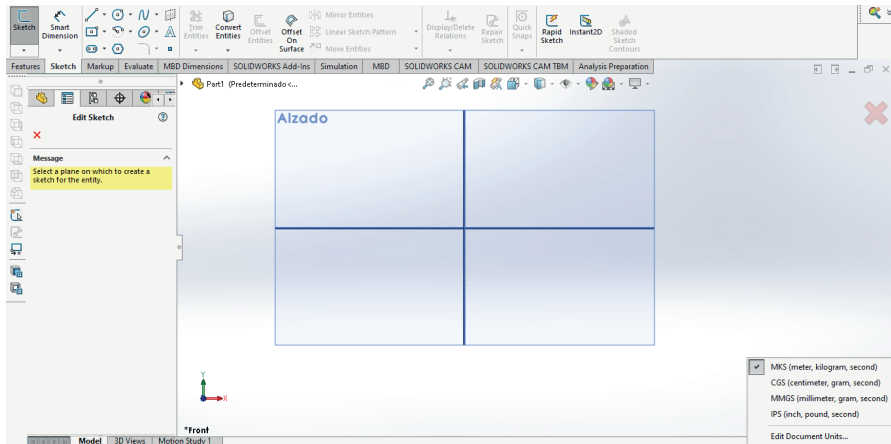
## Tasa de transferencia de calor por CONDUCCIÓN, simulación

Emplear un software para observar la transferencia de calor que experimenta el muro.

Ingresar al software y cambiar las unidades en la parte inferior derecha se modifica a MKS (metro, kilogramos segundos).

Figura 235

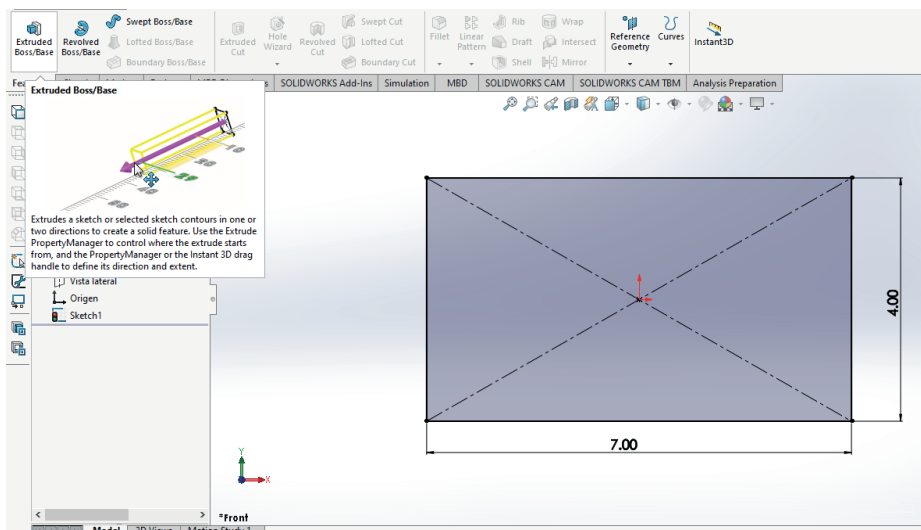
Modificación de unidades



Crear un croquis y elegir el rectángulo de centro para poder crear una simulación del problema, así como la transferencia de calor. Con la ayuda del software utilizar la opción "rectángulo de centro" crear uno y después de ello acotar el rectángulo con "Cota inteligente" y colocar valores del problema planteado.

Figura 236

Creación del material

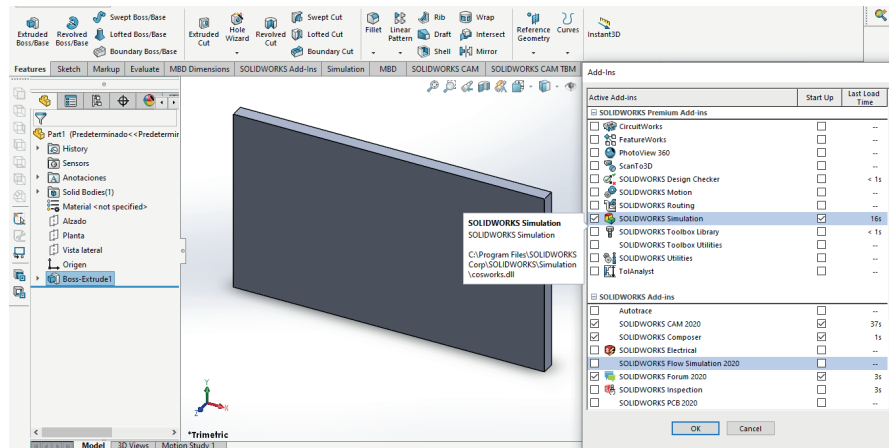


Acotando la pieza se dirige a “operaciones”, “Extruir Base/Saliente” y extruir el material a 0.3 m como lo pide nuestro enunciado, clic en “aceptar” para guardar la profundidad.

Ubicar en la opción de “ajuste”, “complementos” en la ventana emergente activar la opción de “Simulation” y “Aceptar”.

Figura 237

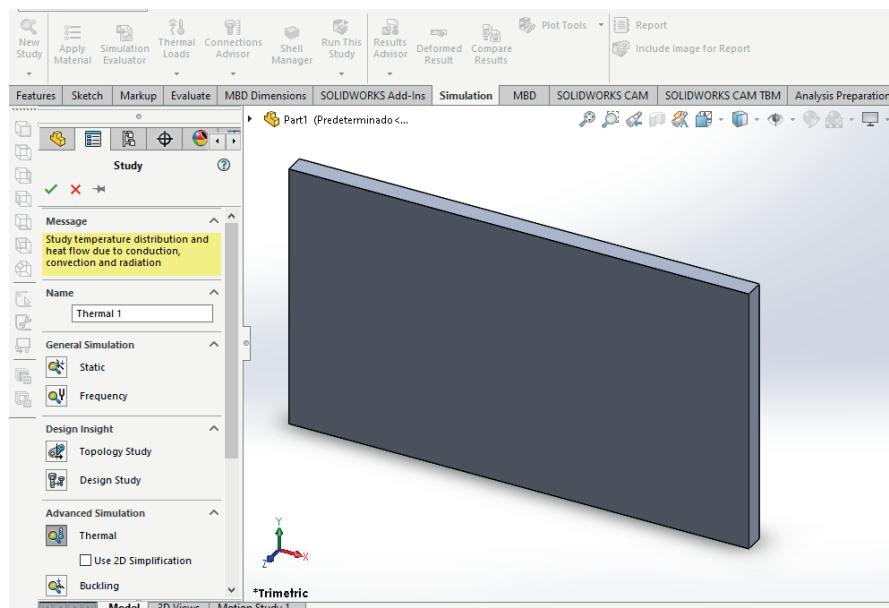
Activación de “Simulation”



Aparecerá la opción “simulation” en la pantalla principal para poder realizar la simulación de la transferencia de calor. Seleccionar la opción “Asesor de estudio”, “Nuevo estudio” donde aparecerá un menú, seleccionar “Térmico” y “aceptar” donde aparecerá un menú pequeño en la parte izquierda.

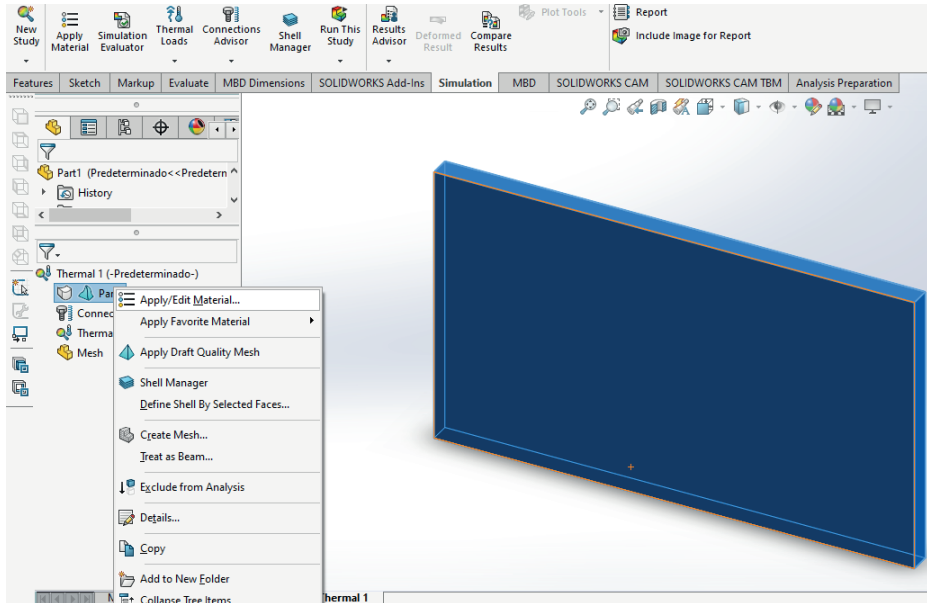
Figura 238

Nuevo estudio



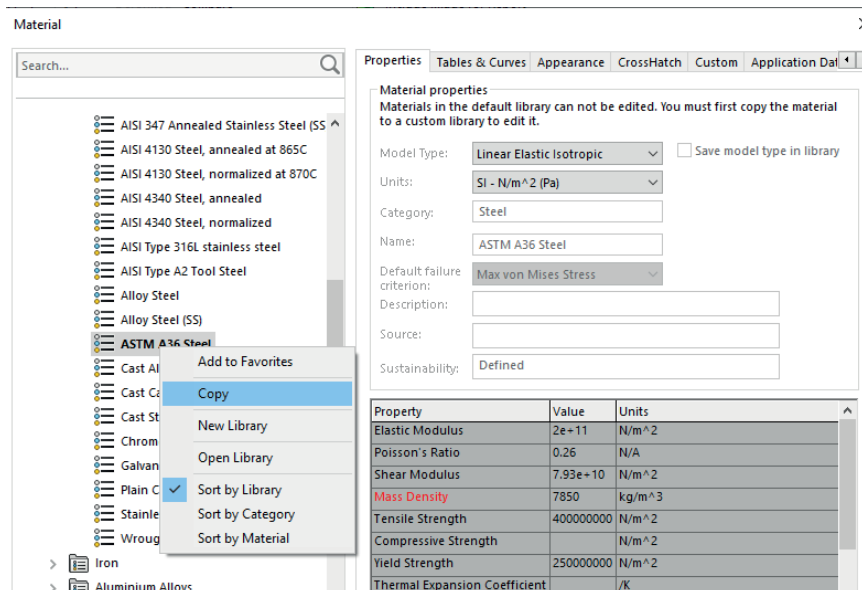
Cambiar propiedades del material en la opción “Pieza 1”, “Aplicar/ Editar material” allí aparecerá una ventana emergente donde se encuentran los diferentes materiales disponibles para su análisis.

Figura 239  
Aplicar/editar material



La ventana emergente en la opción “materials” poseen una basta colección de materiales a escoger, aplicar la opción “ASTM A 36” es un acero comercial, dar clic derecho “copiar”.

Figura 240  
Materiales disponibles

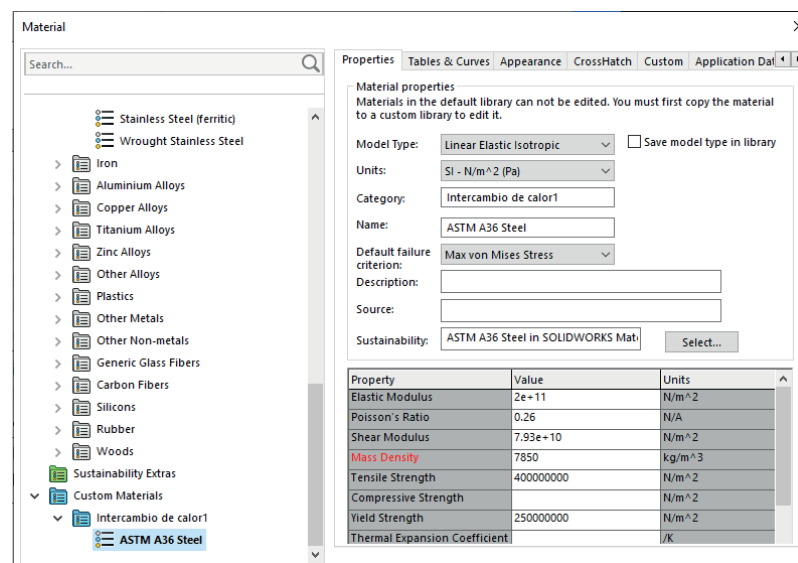


En la opción “Materiales personalizados”, clic derecho “Nueva categoría” y cambiar el nombre. En el mismo lugar dar clic derecho sobre el nuevo archivo cambiado de nombre y “Pegar” para que el material que se escogió pueda modificar sus propiedades.

Entrar a la opción “ASTM A36”, donde se podrá modificar el material en la pestaña contigua, si desear cambiar el nombre del ASTM A36 por otro, es posible, ya que el mismo tendrá diferentes valores.

Figura 241

Selección del material



Borrar los valores de sus propiedades con excepción de los valores de la “Densidad de masa” y aumentar el valor de la “conductividad térmica” por el valor presente en el problema 0.69 W/(m k)

Una vez modificado los valores de conductividad térmica, “guardar”, “aplicar” y por último “cerrar” la pestaña. Se cierra la pestaña y poseerá las características deseadas que se mostrará junto a “Pieza 1 ” con el nombre modificado (en caso de hacerlo).

Figura 242

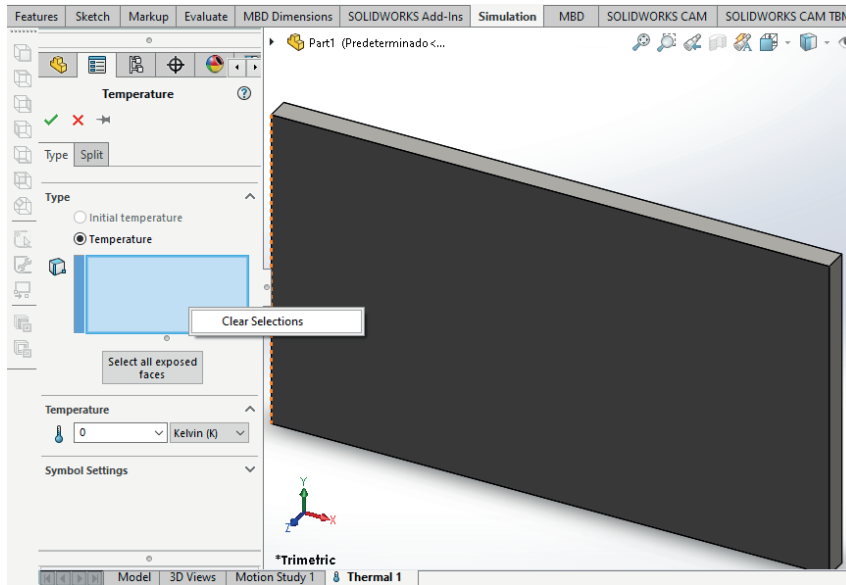
Propiedades modificadas

Property	Value	Units
Shear Modulus		N/m <sup>2</sup>
Mass Density	7850	kg/m <sup>3</sup>
Tensile Strength		N/m <sup>2</sup>
Compressive Strength		N/m <sup>2</sup>
Yield Strength		N/m <sup>2</sup>
Thermal Expansion Coefficient		/K
Thermal Conductivity	0.69	W/(m·K)
Specific Heat		J/(kg·K)

Apply Close Save Config... Help

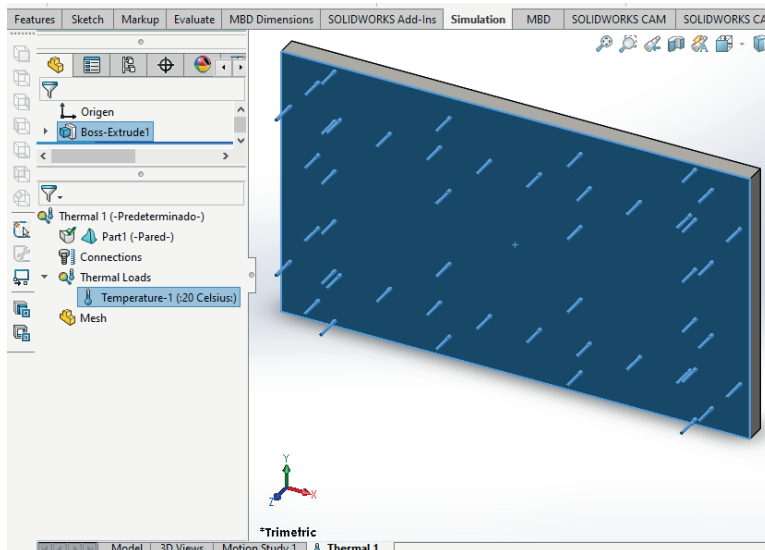
En la pestaña izquierda dar clic derecho en “Cargas térmicas”, “Temperatura” donde aparecerá un recuadro de color azul, clic derecho “Limpiar selección” ya que si no se hace indica que todo el material esta seleccionado, pero en el problema la capa externa e interna poseen diferentes temperaturas.

Figura 243  
Estudio de temperatura



Seleccionar una sola cara del material según el problema lo indica, en este caso solo la parte izquierda, colocar el valor de 20 °C y cambiar la escala de Kelvin a Celsius y “aceptar”

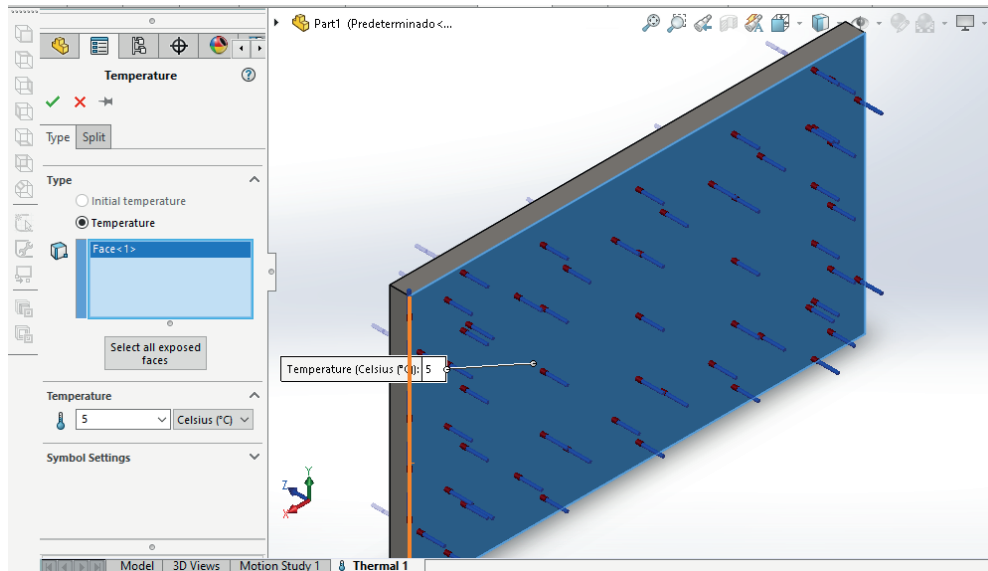
Figura 244  
Temperatura 1 ejemplo 3



Repetir los pasos anteriores desde la opción “cargas térmicas”, “Temperatura”, “Limpiar Selección”, pero en este caso tomar la vista posterior de la primera carga térmica y colocar una temperatura de 5°C y “aceptar”.

Figura 245

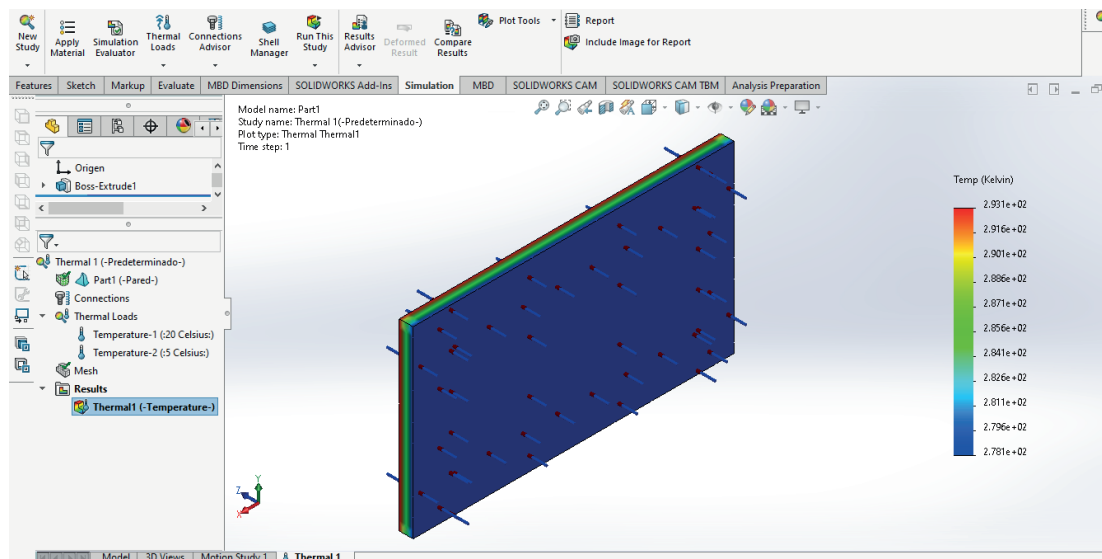
Temperatura 2 ejemplo 3



Dar clic derecho en la opción “Malla”, “Crear malla y ejecutar” donde el software nos arrojará un diagrama térmico del material; dado que la tabla está en Kelvin diríjase a “Resultados”, “Térmico 1” clic derecho “editar definición”.

Figura 246

Malla ejemplo 3

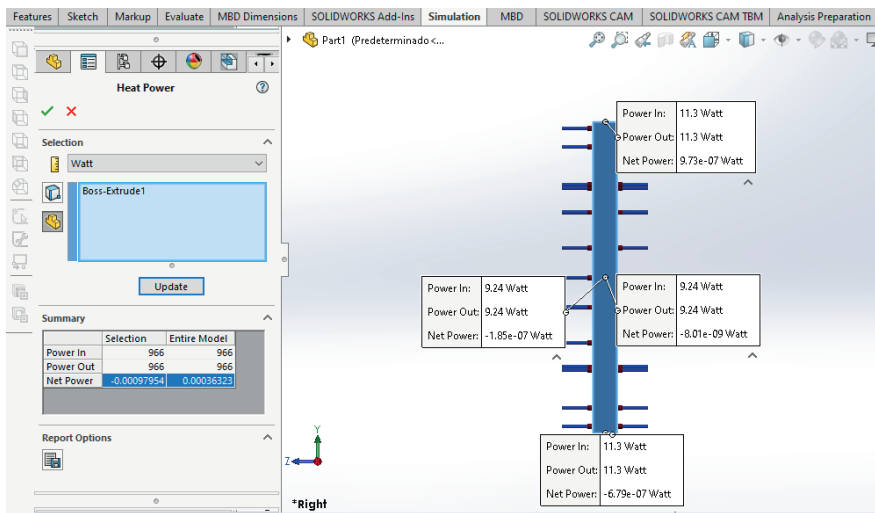


Cambiar de Kelvin a Celsius, “aceptar”, cambiar la vista del material para analizar el intercambio de calor y verificar los valores

Para finalizar, dirigirse a la opción “Resultados”, “Listar Potencia Térmica”, saldrá un menú en la parte izquierda, cambiar de unidad a Watt, se dirigió a la pestaña “componentes”, seleccionar cualquier parte del material y “actualizar”.

Figura 247

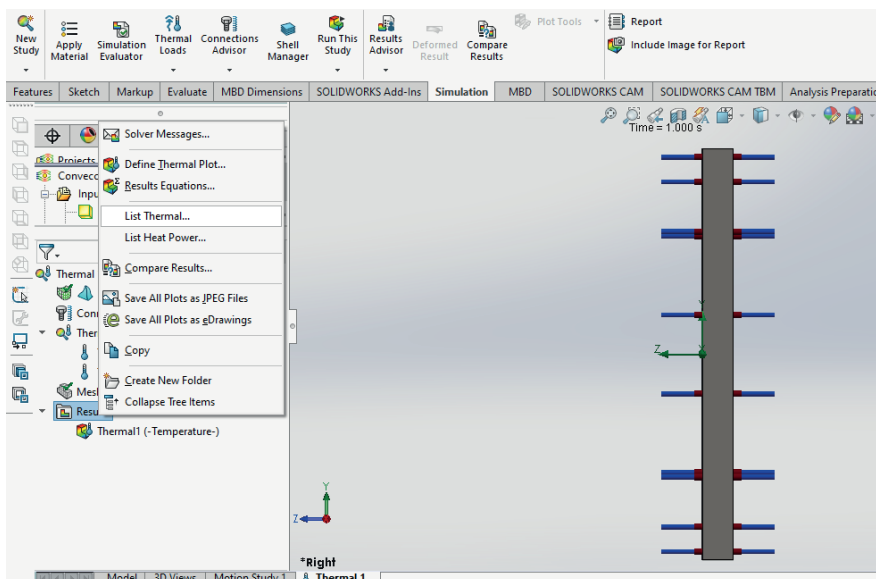
Análisis de la potencia térmica por conducción



El software nos ofrece una herramienta que facilita la obtención de resultados, para ello se dirige a la opción “Resultados”, “Lista térmica”, en la cual aparecerá una ventana emergente con otras opciones.

Figura 248

Lista térmica de resultados

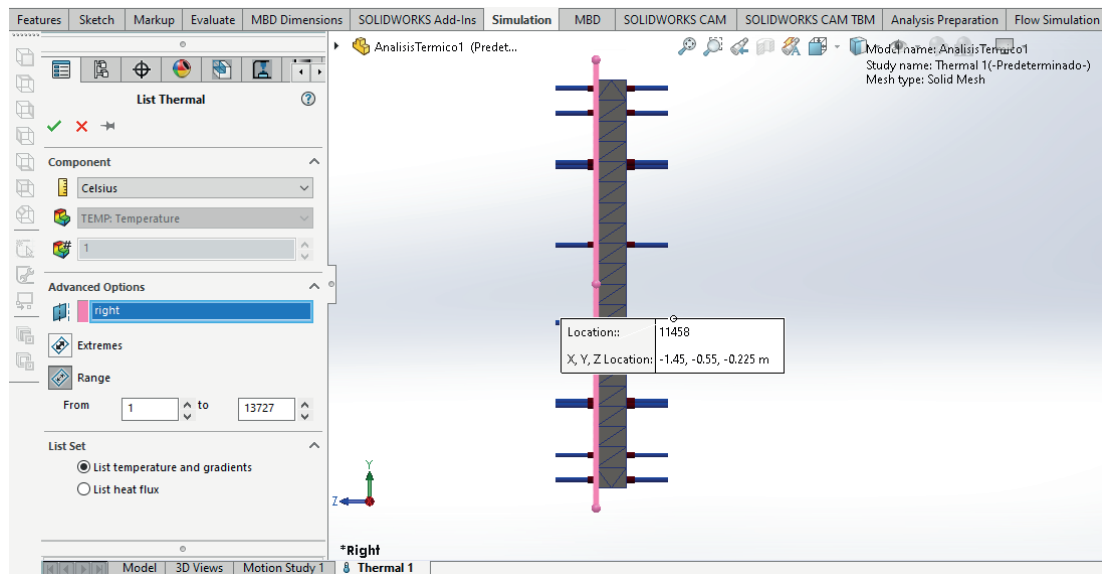




El nuevo menú aparece de la lista termal, para ello se modifica el rango del material para apreciar de mejor manera los resultados cambiar las unidades a “Celsius” y el rango de la muestra será la vista derecha, así que se escoge “right”, “aceptar”.

Figura 249

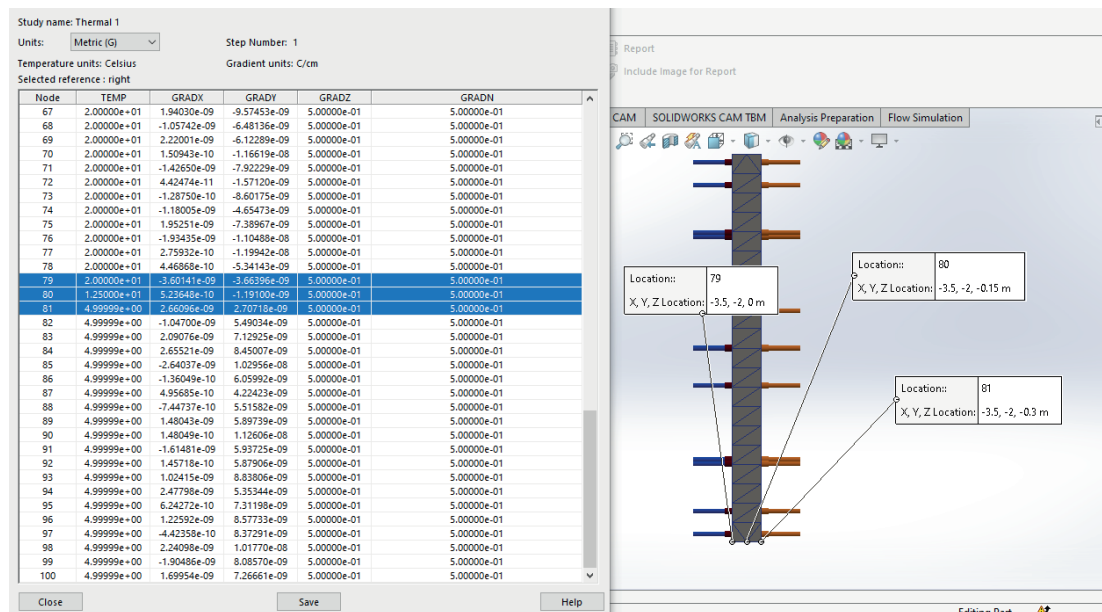
Opciones de la lista termal



En la nueva pestaña se tomará en cuenta solo tres valores para el análisis de resultados de la transferencia de calor: del material, el punto exterior e interior.

Figura 250

Lista térmica



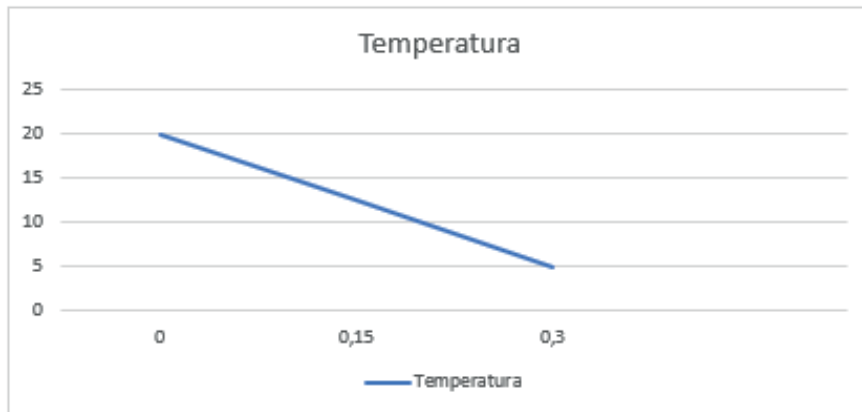
**Análisis de resultados**

Por lo tanto, el resultado de la tasa de transferencia de calor por conducción será igual a 966 W, con ello se comprobó los datos obtenidos por cálculos teóricos en conjunto con la ayuda del software.

Los resultados más considerables son los presentados en la siguiente tabla, la cual cuenta con un gráfico representativo:

Tabla 8  
Resultados

	Localización X	Localización Y	Localización Z	Temperatura (°C)
Exterior	3.5	2	0	20
Medio	3.5	2	0.15	12.5
Interior	3.5	2	0.3	5



**Conclusiones**

El análisis de temperatura por conducción de un material sólido concluye que el intercambio de temperatura es lineal e inversamente proporcional al ancho del material, mientras mayor sea el ancho del material, menor será la temperatura percibida, esto se debe a que la tasa de transferencia de calor del material es constante en todos los puntos y es igual a 966W.

## Referencias

- Cengel, Y. (2007). *Transferencia de Calor y Masa*. McGraw-Hill.
- Cengel, Y. (2011). *Transferencia de Calor y Masa*. McGraw-Hill.
- Holman, J. P. (1998). En J.P.Holman, *Transferencia de Calor*. McGraw-Hill.
- Holman, J. P. (2010). *Transferencia de Calor*. McGraw-Hill.
- Incropera, F. (1999). *Fundamentos de Transferencia de Calor*. Prentice Hall.
- Kreith, F. (2011). *Principios de Transferencia de Calor*. Cengage Learning.
- Theodore L. Bergman, Adrienne S. Lavine, Frank P. Incropera, David P. Dewitt. (2008). *Fundamentals of heat and mass transfer*. Renata Marchione.
- Valadez, J. A. (2005). *Transferencia de calor*. Alfaomega.

## Bibliografía recomendada

*Journal of Heat Transfer*, publicado mensualmente por la American Society of Mechanical Engineers (ASME International).

*International Journal of Heat and Mass Transfer*, publicada en 26 números en un volumen cada año por Elsevier.

*International Journal of Heat and Fluid Flow*, publicada bimensualmente por Elsevier.

*Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, publicada en dos volúmenes cada año, con 12 números en cada volumen por Taylor & Francis.

*AIChE Journal*, publicada mensualmente por Wiley InterScience (por el American Institute of Chemical Engineers).

*Journal of Fluid Mechanics*, publicada bisemanalmente por la Cambridge University Press.

*Advances in Heat Transfer*, publicada anual y/o semestralmente por Elsevier (Academic Press).

*Advances in Chemical Engineering*, publicada anual y/o semestralmente por Elsevier (Academic Press).

*Journal of Enhanced Heat Transfer*, publicada trimestralmente por Begell House.

*Heat and Mass Transfer*, publicada mensualmente por Springer.

*Experimental Thermal and Fluid Science*, publicada en ocho números en un volumen cada año por Elsevier.

*International Journal of Multiphase Flow*, publicada mensualmente por Elsevier.

*International Journal of Transport Phenomena*, publicada trimestralmente por Old City Publishing (en asociación con el Pacific Center of Thermal-Fluids Engineering).

*Heat Transfer Engineering*, publicada en 14 números cada año por Taylor & Francis.

*Heat Transfer—Asian Research*, publicada en ocho números en un volumen cada año por Wiley InterScience.





<https://acortar.link/pAUvF>

# ANEXOS



## Anexo I

Tabla. Funciones modificadas de Bessel de primera y segunda especies

$x$	$e^{-x}I_0(x)$	$e^{-x}I_1(x)$	$e^xK_0(x)$	$e^xK_1(x)$
0.0	1.0000	0.0000	-----	-----
0.2	0.8269	0.0823	2.1408	5.8334
0.4	0.6974	0.1368	1.6627	3.2587
0.6	0.5993	0.1722	1.4167	2.3739
0.8	0.5241	0.1945	1.2582	1.9179
1.0	0.4658	0.2079	1.1445	1.6362
1.2	0.4198	0.2153	1.0575	1.4429
1.4	0.3831	0.2185	0.9881	1.3011
1.6	0.3533	0.2190	0.9309	1.1919
1.8	0.3289	0.2177	0.8828	1.1048
2.0	0.3085	0.2153	0.8416	1.0335
2.2	0.2913	0.2121	0.8057	0.9738
2.4	0.2766	0.2085	0.7740	0.9229
2.6	0.2639	0.2047	0.7459	0.8790
2.8	0.2528	0.2007	0.7206	0.8405
3.0	0.2430	0.1968	0.6978	0.8066
3.2	0.2343	0.1930	0.6770	0.7763
3.4	0.2264	0.1892	0.6580	0.7491
3.6	0.2193	0.1856	0.6405	0.7245
3.8	0.2129	0.1821	0.6243	0.7021
4.0	0.2070	0.1788	0.6093	0.6816
4.2	0.2016	0.1755	0.5953	0.6627
4.4	0.1966	0.1725	0.5823	0.6454
4.6	0.1919	0.1695	0.5701	0.6292
4.8	0.1876	0.1667	0.5586	0.6143
5.0	0.1835	0.1640	0.5478	0.6003
5.2	0.1797	0.1614	0.5376	0.5872
5.4	0.1762	0.1589	0.5280	0.5749
5.6	0.1728	0.1565	0.5188	0.5634
5.8	0.1697	0.1542	0.5101	0.5525
6.0	0.1667	0.1521	0.5019	0.5422
6.5	0.1598	0.1469	0.4828	0.5187
7.0	0.1537	0.1423	0.4658	0.4981
7.5	0.1483	0.1380	0.4505	0.4797
8.0	0.1434	0.1341	0.4366	0.4631
8.5	0.1390	0.1305	0.4239	0.4482
9.0	0.1350	0.1272	0.4123	0.4346
9.5	0.1313	0.1244	0.4016	0.4222
10	0.1278	0.1213	0.3916	0.4108

## Anexo 2

**Figuras.** Eficiencia y áreas de superficie de configuraciones comunes de aletas. (Cengel Y., 2011)

### Eficiencia y áreas de superficie de configuraciones comunes de aletas

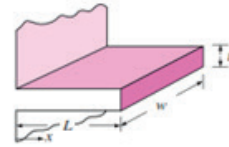
#### Aletas rectangulares rectas

$$m = \sqrt{2h/kt}$$

$$L_c = L + t/2$$

$$A_{\text{aleta}} = 2wL_c$$

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$

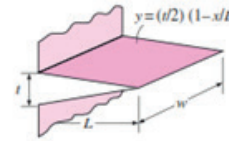


#### Aletas triangulares rectas

$$m = \sqrt{2h/kt}$$

$$A_{\text{aleta}} = 2w\sqrt{L^2 + (t/2)^2}$$

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{1}{mL} \frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$$



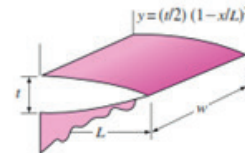
#### Aletas parabólicas rectas

$$m = \sqrt{2h/kt}$$

$$A_{\text{aleta}} = wL[C_1 + (L/t)\ln(t/L + C_1)]$$

$$C_1 = \sqrt{1 + (t/L)^2}$$

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{2}{1 + \sqrt{(2mL)^2 + 1}}$$



#### Aletas circulares de perfil rectangular

$$m = \sqrt{2h/kt}$$

$$r_{2c} = r_2 + t/2$$

$$A_{\text{aleta}} = 2\pi(r_{2c}^2 - r_1^2)$$

$$\eta_{\text{aleta}} = C_2 \frac{K_1(mr_1)I_1(mr_{2c}) - I_1(mr_1)K_1(mr_{2c})}{I_0(mr_1)K_1(mr_{2c}) + K_0(mr_1)I_1(mr_{2c})}$$

$$C_2 = \frac{2r_1/m}{r_{2c}^2 - r_1^2}$$



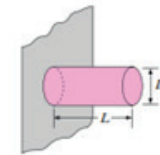
#### Aletas de espiga de perfil rectangular

$$m = \sqrt{4h/kD}$$

$$L_c = L + D/4$$

$$A_{\text{aleta}} = \pi DL_c$$

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$

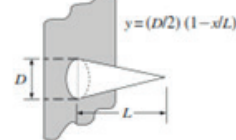


#### Aletas de espiga de perfil triangular

$$m = \sqrt{4h/kD}$$

$$A_{\text{aleta}} = \frac{\pi D}{2} \sqrt{L^2 + (D/2)^2}$$

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{2}{mL} \frac{I_2(2mL)}{I_1(2mL)}$$



#### Aletas de espiga de perfil parabólico

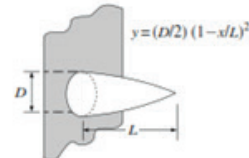
$$m = \sqrt{4h/kD}$$

$$A_{\text{aleta}} = \frac{\pi D^3}{8D} [C_3 C_4 - \frac{L}{2D} \ln(2DC_2/L + C_3)]$$

$$C_3 = 1 + 2(D/L)^2$$

$$C_4 = \sqrt{1 + (D/L)^2}$$

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{2}{1 + \sqrt{(2mL/3)^2 + 1}}$$

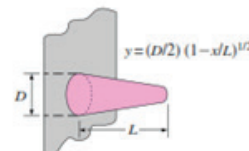


#### Aletas de espiga de perfil parabólico (punta truncada)

$$m = \sqrt{4h/kD}$$

$$A_{\text{aleta}} = \frac{\pi D^3}{96L^2} \left\{ [16(L/D)^2 + 1]^{3/2} - 1 \right\}$$

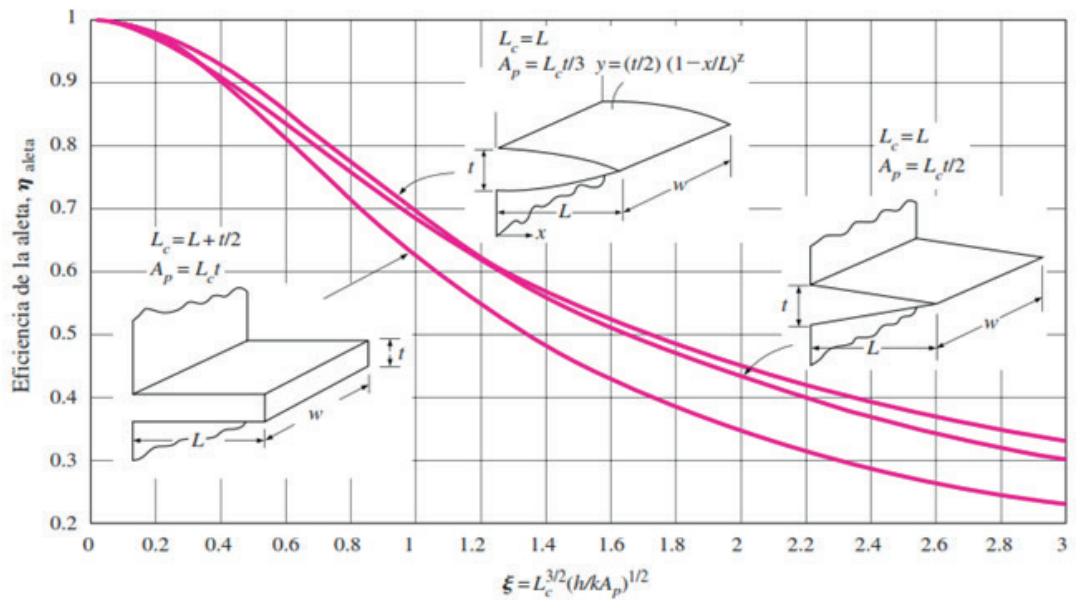
$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{3}{2mL} \frac{I_1(4mL/3)}{I_0(4mL/3)}$$





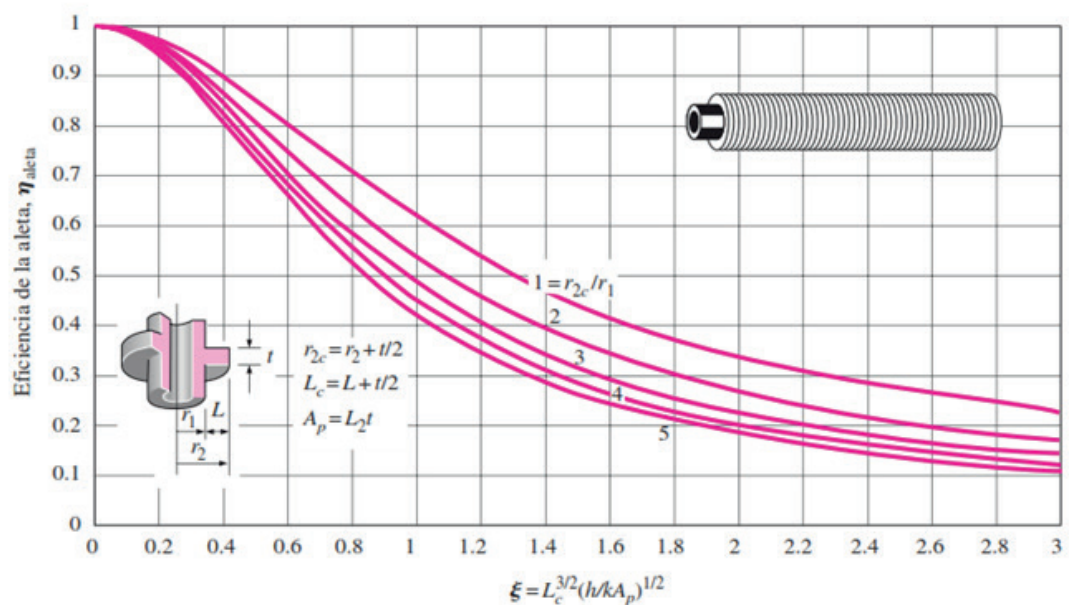
### Anexo 3

Figura. Eficiencia de aletas rectas de perfiles rectangular, triangular y parabólico (Cengel Y., 2011).



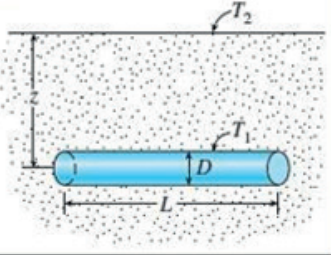
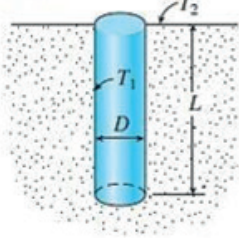
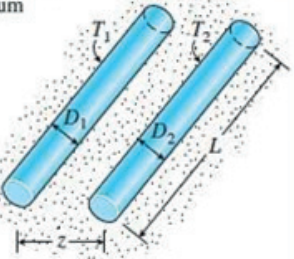
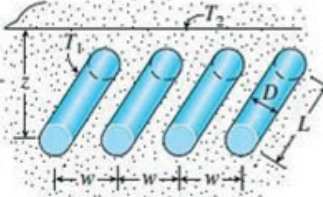
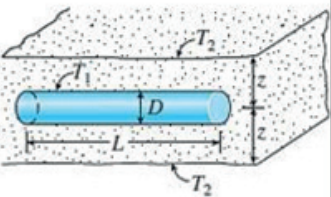
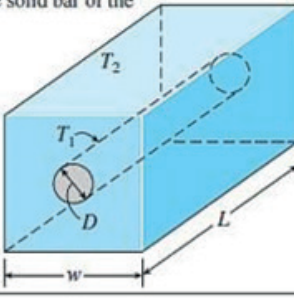
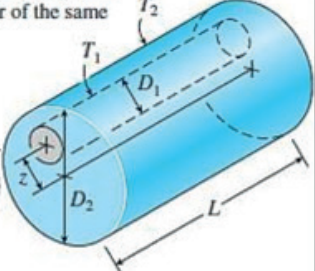
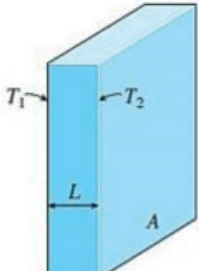
### Anexo 4

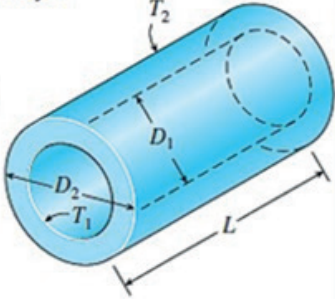
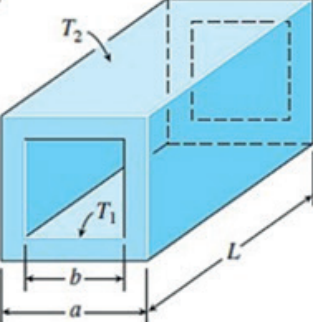
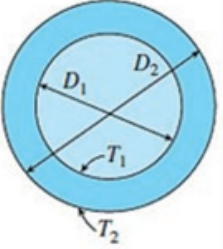
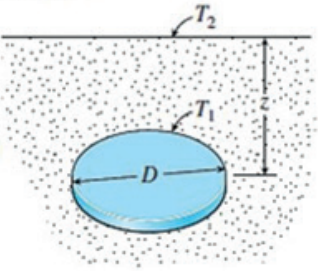
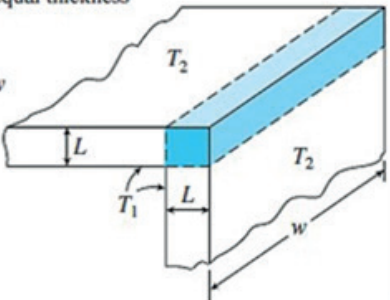
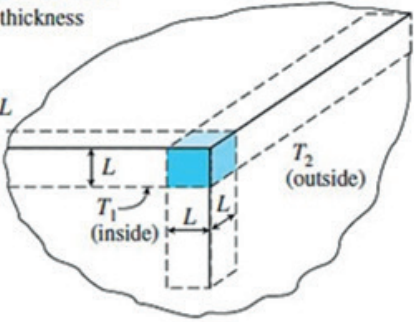
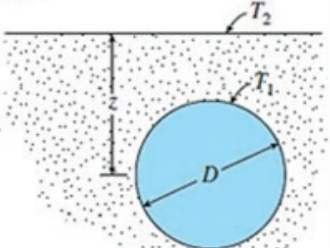
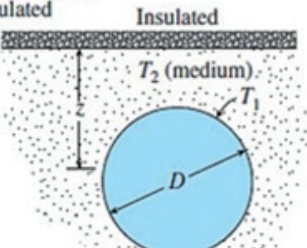
Figura. Eficiencia de aletas circulares de espesor constante t. (Cengel Y., 2011)



## Anexo 5

Factores de forma de conducción para varias configuraciones comunes (Cengel Y., 2011)

<p>(1) Isothermal cylinder of length <math>L</math> buried in a semi-infinite medium (<math>L \gg D</math> and <math>z &gt; 1.5D</math>)</p> $S = \frac{2\pi L}{\ln(4z/D)}$ 	<p>(2) Vertical isothermal cylinder of length <math>L</math> buried in a semi-infinite medium (<math>L \gg D</math>)</p> $S = \frac{2\pi L}{\ln(4L/D)}$ 
<p>(3) Two parallel isothermal cylinders placed in an infinite medium (<math>L \gg D_1, D_2, z</math>)</p> $S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{4z^2 - D_1^2 - D_2^2}{2D_1D_2}\right)}$ 	<p>(4) A row of equally spaced parallel isothermal cylinders buried in a semi-infinite medium (<math>L \gg D, z</math>, and <math>w &gt; 1.5D</math>)</p> $S = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{2w}{\pi D} \sinh \frac{2\pi z}{w}\right)}$ (per cylinder) 
<p>(5) Circular isothermal cylinder of length <math>L</math> in the midplane of an infinite wall (<math>z &gt; 0.5D</math>)</p> $S = \frac{2\pi L}{\ln(8z/\pi D)}$ 	<p>(6) Circular isothermal cylinder of length <math>L</math> at the center of a square solid bar of the same length</p> $S = \frac{2\pi L}{\ln(1.08w/D)}$ 
<p>(7) Eccentric circular isothermal cylinder of length <math>L</math> in a cylinder of the same length (<math>L &gt; D_2</math>)</p> $S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D_1^2 + D_2^2 - 4z^2}{2D_1D_2}\right)}$ 	<p>(8) Large plane wall</p> $S = \frac{A}{L}$ 

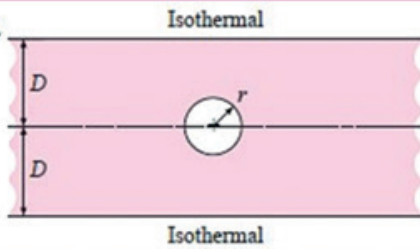
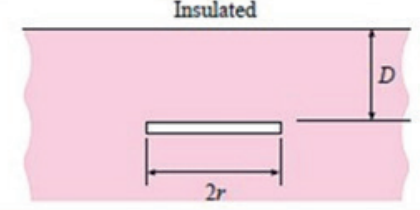
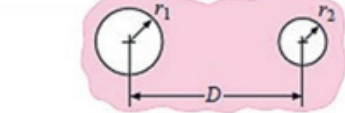
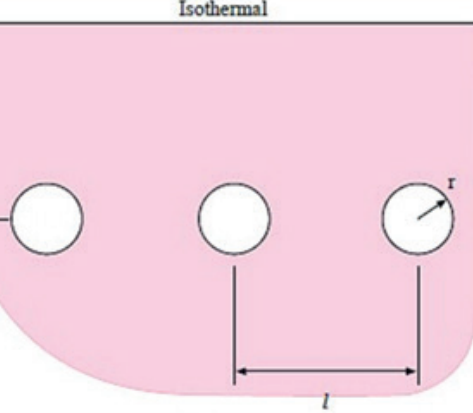
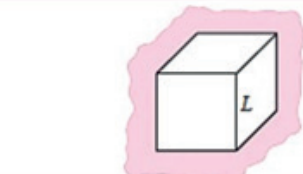
<p>(9) A long cylindrical layer</p> $S = \frac{2\pi L}{\ln(D_2/D_1)}$ 	<p>(10) A square flow passage</p> <p>(a) For <math>a/b &gt; 1.4</math>,</p> $S = \frac{2\pi L}{0.93 \ln(0.948ab)}$ <p>(b) For <math>a/b &lt; 1.4</math>,</p> $S = \frac{2\pi L}{0.785 \ln(ab)}$ 
<p>(11) A spherical layer</p> $S = \frac{2\pi D_1 D_2}{D_2 - D_1}$ 	<p>(12) Disk buried parallel to the surface in a semi-infinite medium (<math>z \gg D</math>)</p> $S = 4D$ <p>(<math>S = 2D</math> when <math>z = 0</math>)</p> 
<p>(13) The edge of two adjoining walls of equal thickness</p> $S = 0.54w$ 	<p>(14) Corner of three walls of equal thickness</p> $S = 0.15L$ 
<p>(15) Isothermal sphere buried in a semi-infinite medium</p> $S = \frac{2\pi D}{1 - 0.25D/z}$ 	<p>(16) Isothermal sphere buried in a semi-infinite medium at <math>T_2</math> whose surface is insulated</p> $S = \frac{2\pi D}{1 + 0.25D/z}$ 



## Anexo 6

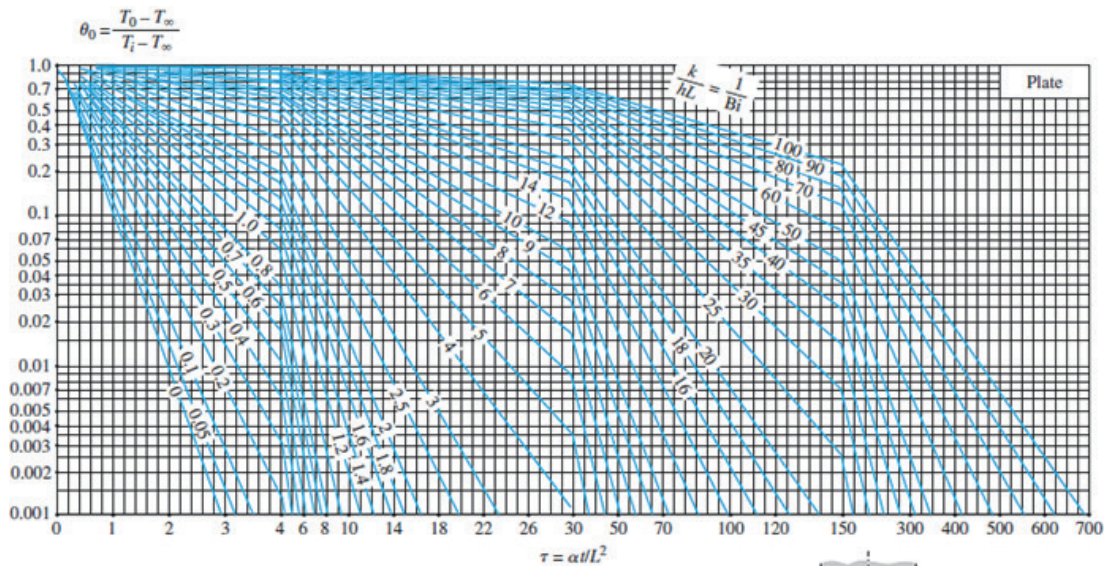
Factores de forma de conducción para varias configuraciones comunes. (Holman J. P., 2010)

Physical system	Schematic	Shape factor	Restrictions
Isothermal cylinder of radius $r$ buried in semi-infinite medium having isothermal surface	Isothermal 	$\frac{2\pi L}{\cosh^{-1}(D/r)}$ $\frac{2\pi L}{\ln(D/r)}$	$L \gg r$  $L \gg r$ $D > 3r$
Isothermal sphere of radius $r$ buried in infinite medium		$4\pi r$	
Isothermal sphere of radius $r$ buried in semi-infinite medium having isothermal surface $\Delta T = T_{\text{surf}} - T_{\text{far field}}$	Isothermal 	$\frac{4\pi r}{1 - r/2D}$	
Physical system	Schematic	Shape factor	Restrictions
Thin rectangular plate of length $L$ , buried in semi-infinite medium having isothermal surface	Isothermal 	$\frac{\pi W}{\ln(4W/L)}$ $\frac{2\pi W}{\ln(4W/L)}$ $\frac{2\pi W}{\ln(2\pi D/L)}$	$D = 0$ $W > L$  $D \gg W$ $W > L$  $W \gg L$ $D > 2W$
Parallel disks buried in infinite medium		$\frac{4\pi r}{\left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(r/D)\right]}$	$D > 5r$ $\tan^{-1}(r/D)$ in radians
Eccentric cylinders of length $L$		$\frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{r_1^2 + r_2^2 - D^2}{2r_1 r_2}\right)}$	$L \gg r_2$
Cylinder centered in a square of length $L$		$\frac{2\pi L}{\ln(0.54 W/r)}$	$L \gg W$

Horizontal cylinder of length $L$ centered in infinite plate	 <p style="text-align: center;">Isothermal</p> <p style="text-align: center;">Isothermal</p>	$\frac{2\pi L}{\ln(4D/r)}$	
Thin horizontal disk buried in semi-infinite medium with adiabatic surface $\Delta T = T_{\text{disk}} - T_{\text{far field}}$	 <p style="text-align: center;">Insulated</p>	$\frac{4\pi r}{\pi/2 + \tan^{-1}(r/2D)}$	$\frac{D/2r > 1}{\tan^{-1}(r/2D)}$ in radians
Conduction between two isothermal cylinders of length $L$ buried in infinite medium		$\frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}\right)}$	$\frac{L \gg r}{L \gg D}$
Row of horizontal cylinders of length $L$ in semi-infinite medium with isothermal surface	 <p style="text-align: center;">Isothermal</p>	$S = \frac{2\pi L}{\ln\left[\left(\frac{1}{\pi r}\right) \sinh(2\pi D/l)\right]}$	$D > 2r$
Buried cube in infinite medium, $L$ on a side		$8.24L$	

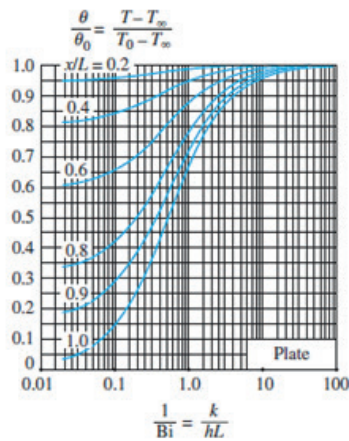
## Anexo 7

Diagramas de temperatura transitoria y transferencia de calor para pared plana de espesor  $2L$ , inicialmente a  $T_i$ , sujeta a convección ambos lados hacia un medio ambiente a  $T_\infty$ , con un coeficiente de convección  $h_\infty$  (Cengel Y., 2011).



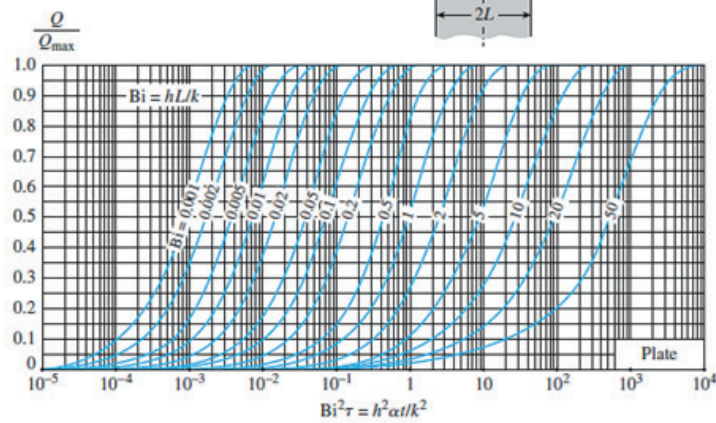
(a) Midplane temperature.

From M. P. Heisler, "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating," Trans. ASME 69, 1947, pp. 227-36. Reprinted by permission of ASME International.



(b) Temperature distribution.

From M. P. Heisler, "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating."



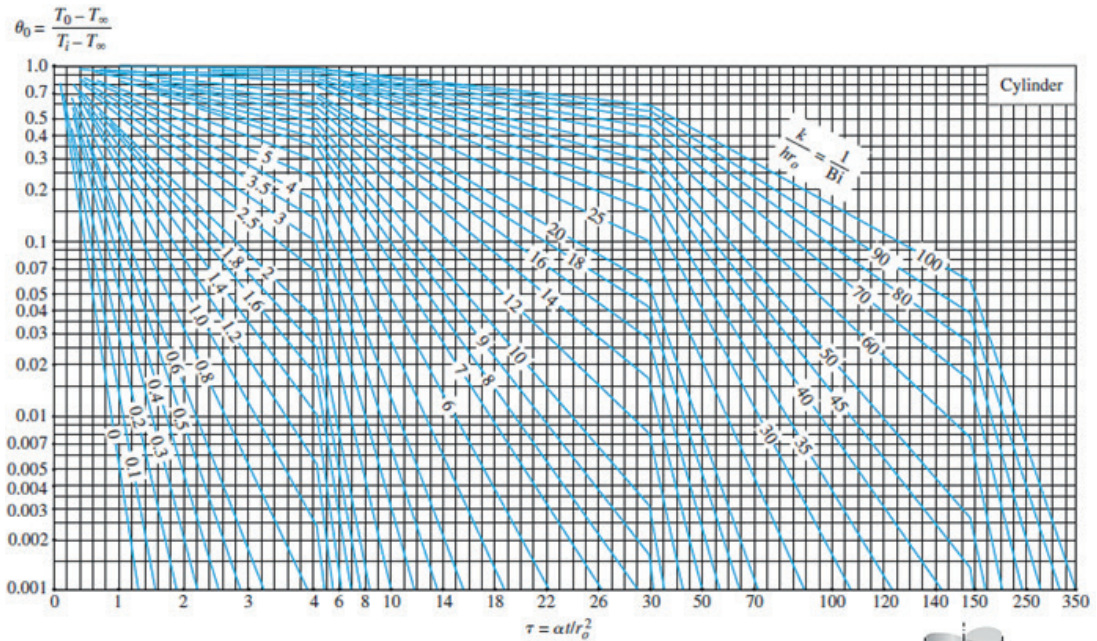
(c) Heat transfer.

From H. Gröber et al.



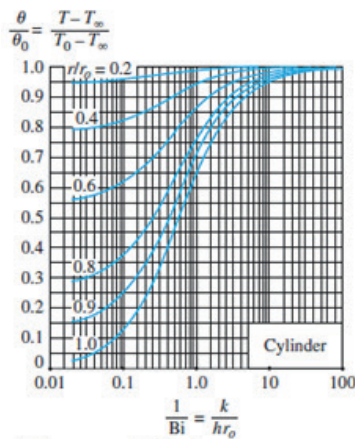
## Anexo 8

Diagramas de temperatura transitoria y transferencia de calor para cilindros largos de radio  $r_o$ , inicialmente a una temperatura uniforme  $T_i$ , sujeto a convección desde todos los lados hacia un medio ambiente a  $T_\infty$ , con un coeficiente de convección  $h_\infty$  (Cengel Y., 2011).



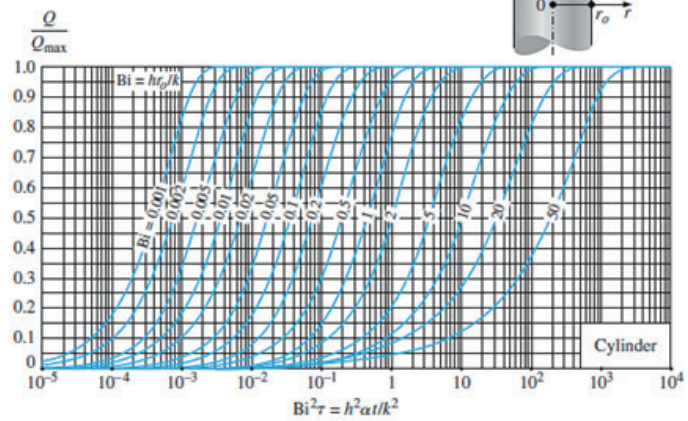
(a) Centerline temperature.

From M. P. Heisler, "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating," Trans. ASME 69, 1947, pp. 227-36. Reprinted by permission of ASME International.



(b) Temperature distribution.

From M. P. Heisler, "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating," Trans. ASME 69, 1947, pp. 227-36. Reprinted by permission of ASME International.

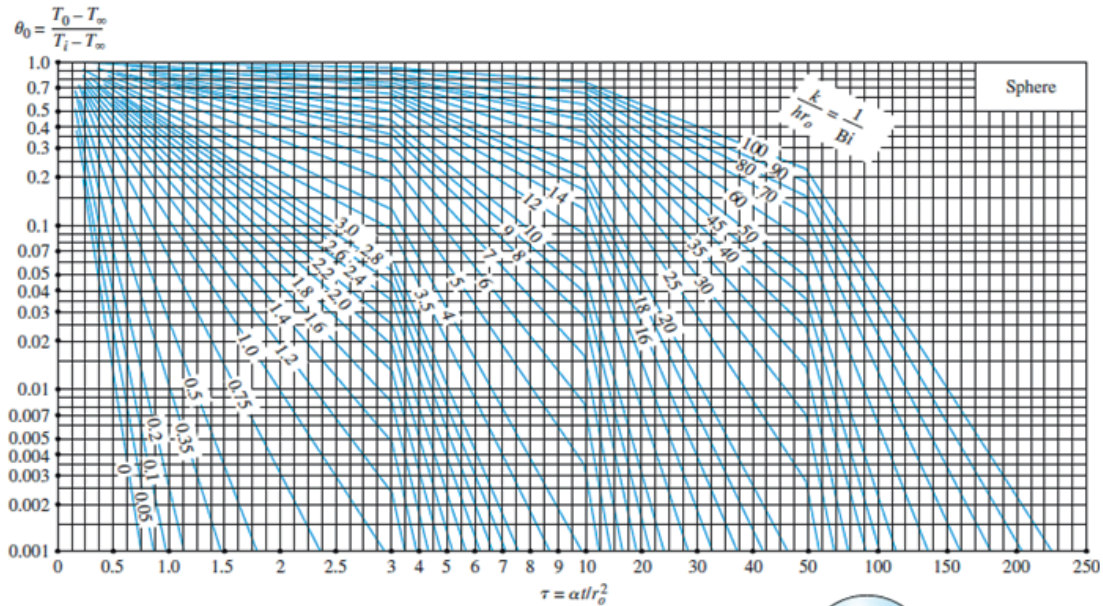


(c) Heat transfer.

From H. Gröber et al.

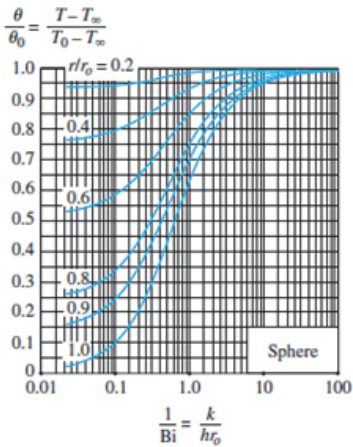
## Anexo 9

Diagramas de temperatura transitoria y transferencia de calor para esferas de radio  $r_0$ , inicialmente a una temperatura uniforme  $T_i$ , sujeto a convección desde todos los lados hacia un medio ambiente a  $T_\infty$ , con un coeficiente de convección  $h_\infty$  (Cengel Y., 2011).



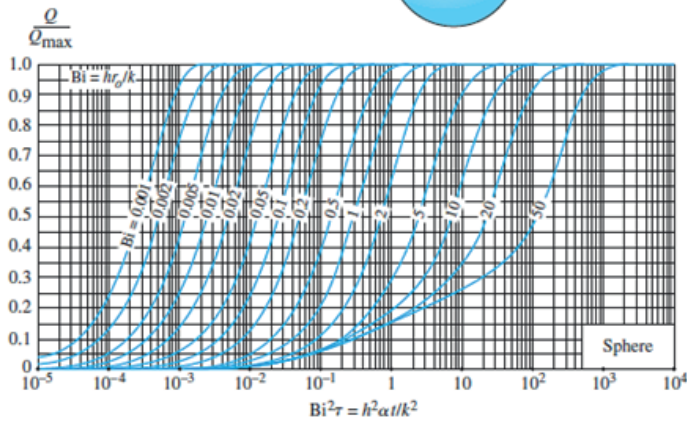
(a) Midpoint temperature.

From M. P. Heisler, "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating," Trans. ASME 69, 1947, pp. 227-36. Reprinted by permission of ASME International.



(b) Temperature distribution.

From M. P. Heisler, "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating," Trans. ASME 69, 1947, pp. 227-36. Reprinted by permission of ASME International.



(c) Heat transfer.

From H. Gröber et al.



## Anexo 10

**Tabla.** Coeficientes usados en la solución aproximada de un término de la conducción de calor unidimensional en régimen transitorio en paredes planas, cilindros y esferas (  $Bi=hL/k$  para una pared plana de espesor  $L$  y  $Bi=(hr_0)/k$  para un cilindro o una esfera de radio  $r_0$  ) (Cengel Y., 2011)

Bi	Plane Wall		Cylinder		Sphere	
	$\lambda_1$	$A_1$	$\lambda_1$	$A_1$	$\lambda_1$	$A_1$
0.01	0.0998	1.0017	0.1412	1.0025	0.1730	1.0030
0.02	0.1410	1.0033	0.1995	1.0050	0.2445	1.0060
0.04	0.1987	1.0066	0.2814	1.0099	0.3450	1.0120
0.06	0.2425	1.0098	0.3438	1.0148	0.4217	1.0179
0.08	0.2791	1.0130	0.3960	1.0197	0.4860	1.0239
0.1	0.3111	1.0161	0.4417	1.0246	0.5423	1.0298
0.2	0.4328	1.0311	0.6170	1.0483	0.7593	1.0592
0.3	0.5218	1.0450	0.7465	1.0712	0.9208	1.0880
0.4	0.5932	1.0580	0.8516	1.0931	1.0528	1.1164
0.5	0.6533	1.0701	0.9408	1.1143	1.1656	1.1441
0.6	0.7051	1.0814	1.0184	1.1345	1.2644	1.1713
0.7	0.7506	1.0918	1.0873	1.1539	1.3525	1.1978
0.8	0.7910	1.1016	1.1490	1.1724	1.4320	1.2236
0.9	0.8274	1.1107	1.2048	1.1902	1.5044	1.2488
1.0	0.8603	1.1191	1.2558	1.2071	1.5708	1.2732
2.0	1.0769	1.1785	1.5995	1.3384	2.0288	1.4793
3.0	1.1925	1.2102	1.7887	1.4191	2.2889	1.6227
4.0	1.2646	1.2287	1.9081	1.4698	2.4556	1.7202
5.0	1.3138	1.2403	1.9898	1.5029	2.5704	1.7870
6.0	1.3496	1.2479	2.0490	1.5253	2.6537	1.8338
7.0	1.3766	1.2532	2.0937	1.5411	2.7165	1.8673
8.0	1.3978	1.2570	2.1286	1.5526	2.7654	1.8920
9.0	1.4149	1.2598	2.1566	1.5611	2.8044	1.9106
10.0	1.4289	1.2620	2.1795	1.5677	2.8363	1.9249
20.0	1.4961	1.2699	2.2880	1.5919	2.9857	1.9781
30.0	1.5202	1.2717	2.3261	1.5973	3.0372	1.9898
40.0	1.5325	1.2723	2.3455	1.5993	3.0632	1.9942
50.0	1.5400	1.2727	2.3572	1.6002	3.0788	1.9962
100.0	1.5552	1.2731	2.3809	1.6015	3.1102	1.9990
$\infty$	1.5708	1.2732	2.4048	1.6021	3.1416	2.0000

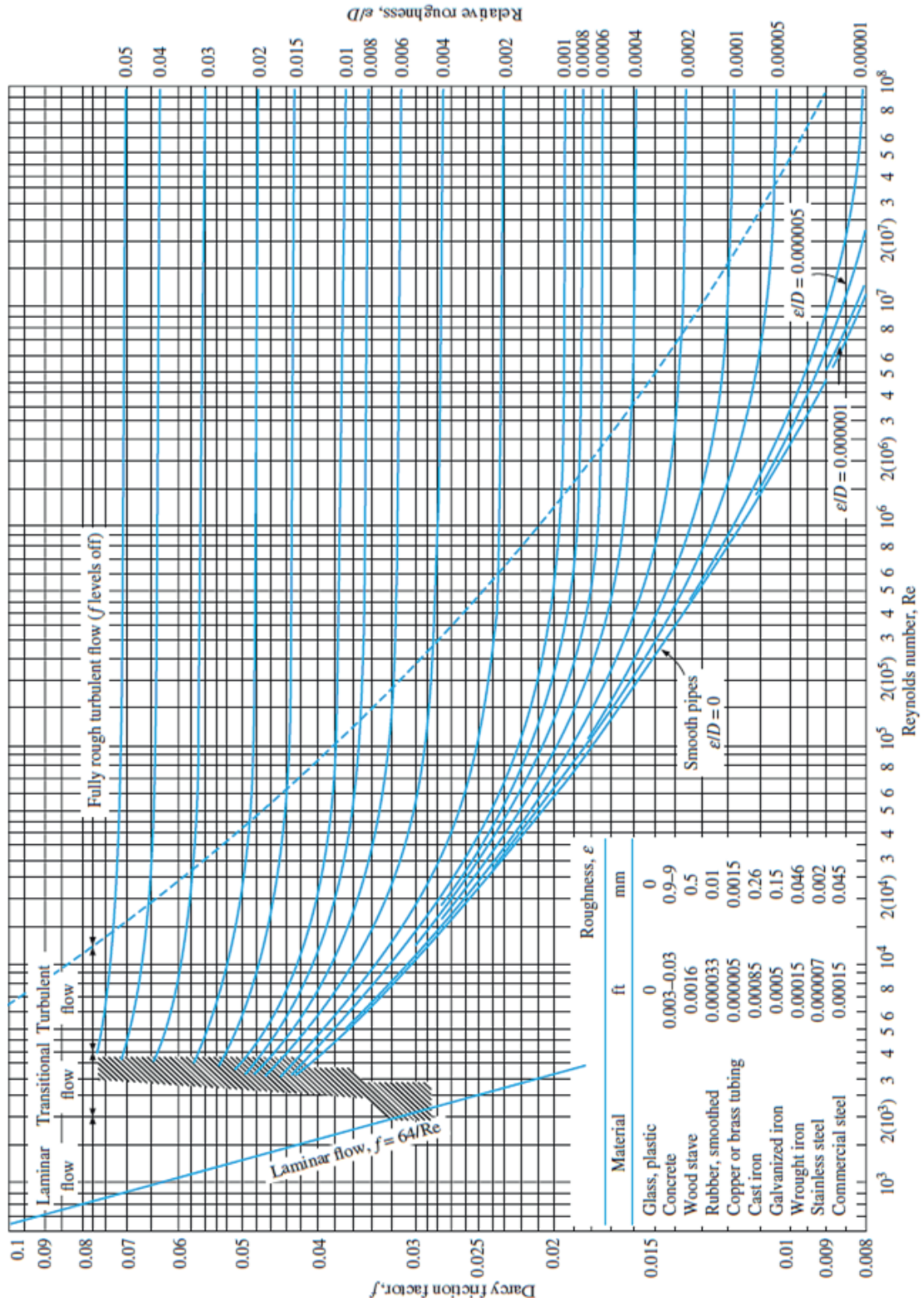
## Anexo II

**Tabla.** Funciones de Bessel de primera especie y de cero y primer orden

$\eta$	$J_0(\eta)$	$J_1(\eta)$
0.0	1.0000	0.0000
0.1	0.9975	0.0499
0.2	0.9900	0.0995
0.3	0.9776	0.1483
0.4	0.9604	0.1960
0.5	0.9385	0.2423
0.6	0.9120	0.2867
0.7	0.8812	0.3290
0.8	0.8463	0.3688
0.9	0.8075	0.4059
1.0	0.7652	0.4400
1.1	0.7196	0.4709
1.2	0.6711	0.4983
1.3	0.6201	0.5220
1.4	0.5669	0.5419
1.5	0.5118	0.5579
1.6	0.4554	0.5699
1.7	0.3980	0.5778
1.8	0.3400	0.5815
1.9	0.2818	0.5812
2.0	0.2239	0.5767
2.1	0.1666	0.5683
2.2	0.1104	0.5560
2.3	0.0555	0.5399
2.4	0.0025	0.5202
2.6	-0.0968	0.4708
2.8	-0.1850	0.4097
3.0	-0.2601	0.3391
3.2	-0.3202	0.2613

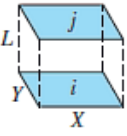
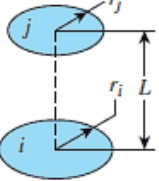
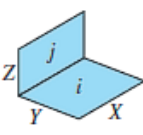
## Anexo 12

Diagrama de Moody del factor de fricción para flujo completamente desarrollado en tubos circulares. (Cengel Y., 2011)



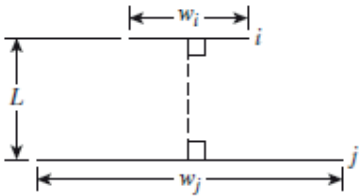
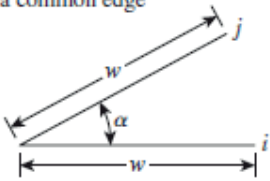
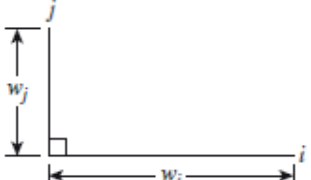
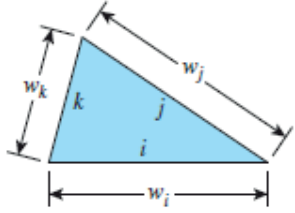
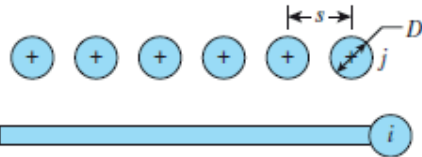
## Anexo 13

**Tabla.** Expresiones del factor de forma para algunas configuraciones geométricas comunes de tamaño finito (3D) (Cengel Y., 2011)

Geometry	Relation
<p>Aligned parallel rectangles</p> 	$X = X/L \text{ and } Y = Y/L$ $F_{i \rightarrow j} = \frac{2}{\pi XY} \left\{ \ln \left[ \frac{(1 + \bar{X}^2)(1 + \bar{Y}^2)}{1 + \bar{X}^2 + \bar{Y}^2} \right]^{1/2} + X(1 + Y^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{X}{(1 + Y^2)^{1/2}} \right. \\ \left. + Y(1 + X^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{Y}{(1 + X^2)^{1/2}} - X \tan^{-1} X - Y \tan^{-1} Y \right\}$
<p>Coaxial parallel disks</p> 	$R_i = r_i/L \text{ and } R_j = r_j/L$ $S = 1 + \frac{1 + R_j^2}{R_i^2}$ $F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{2} \left\{ S - \left[ S^2 - 4 \left( \frac{r_j}{r_i} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}$ <p>For <math>r_i = r_j = r</math> and <math>R = r/L</math>: <math>F_{i \rightarrow j} = F_{j \rightarrow i} = 1 + \frac{1 - \sqrt{4R^2 + 1}}{2R^2}</math></p>
<p>Perpendicular rectangles with a common edge</p> 	$H = Z/H \text{ and } W = Y/H$ $F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{\pi W} \left( W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} - (H^2 + W^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{1}{(H^2 + W^2)^{1/2}} \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{(1 + W^2)(1 + H^2)}{1 + W^2 + H^2} \left[ \frac{W^2(1 + W^2 + H^2)}{(1 + W^2)(W^2 + H^2)} \right]^{W^2} \right. \right. \\ \left. \left. \times \left[ \frac{H^2(1 + H^2 + W^2)}{(1 + H^2)(H^2 + W^2)} \right]^{H^2} \right\} \right)$

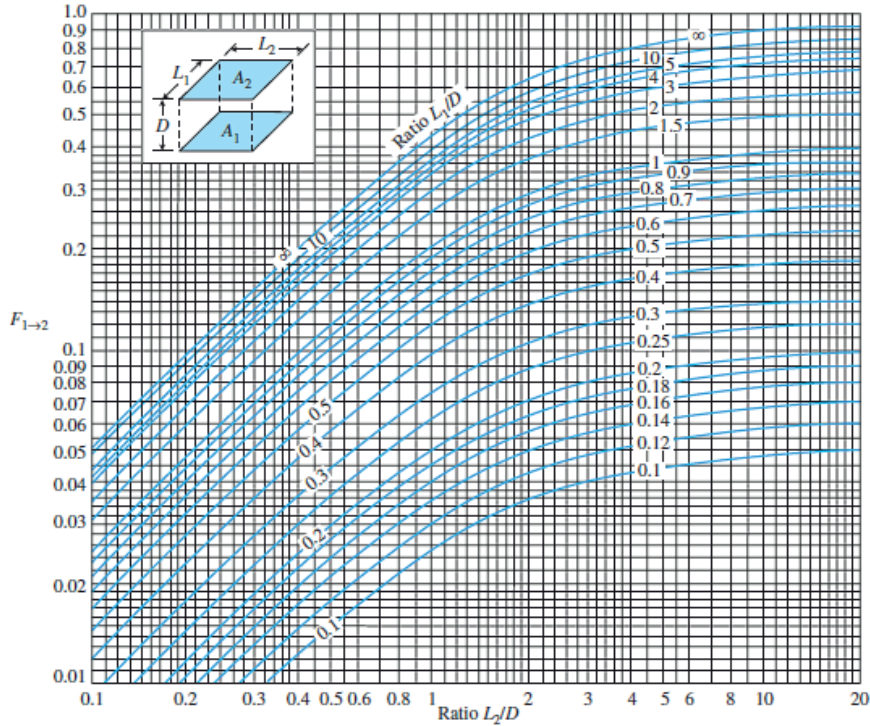
## Anexo 14

**Tabla.** Expresiones del factor de forma para algunas configuraciones geométricas infinitamente largas (2D)

Geometry	Relation
<p>Parallel plates with midlines connected by perpendicular line</p> 	$W_i = w_i/L \text{ and } W_j = w_j/L$ $F_{i \rightarrow j} = \frac{[(W_i + W_j)^2 + 4]^{1/2} - (W_j - W_i)^2 + 4]^{1/2}}{2W_i}$
<p>Inclined plates of equal width and with a common edge</p> 	$F_{i \rightarrow j} = 1 - \sin \frac{1}{2} \alpha$
<p>Perpendicular plates with a common edge</p> 	$F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{w_j}{w_i} - \left[ 1 + \left( \frac{w_j}{w_i} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}$
<p>Three-sided enclosure</p> 	$F_{i \rightarrow j} = \frac{w_i + w_j - w_k}{2w_i}$
<p>Infinite plane and row of cylinders</p> 	$F_{i \rightarrow j} = 1 - \left[ 1 - \left( \frac{D}{s} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{D}{s} \tan^{-1} \left( \frac{s^2 - D^2}{D^2} \right)^{1/2}$

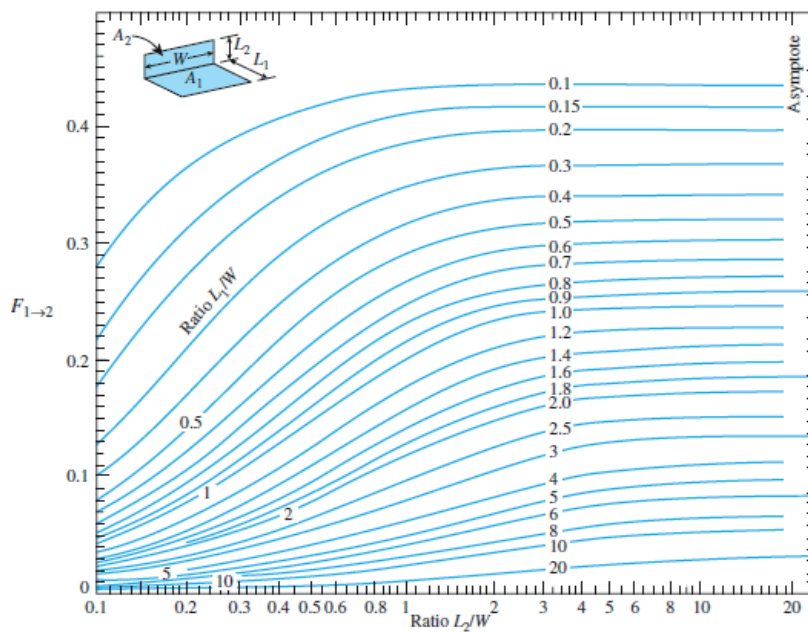
## Anexo 15

Figura. Factor de forma entre dos rectángulos paralelos alineados de igual tamaño.



## Anexo 16

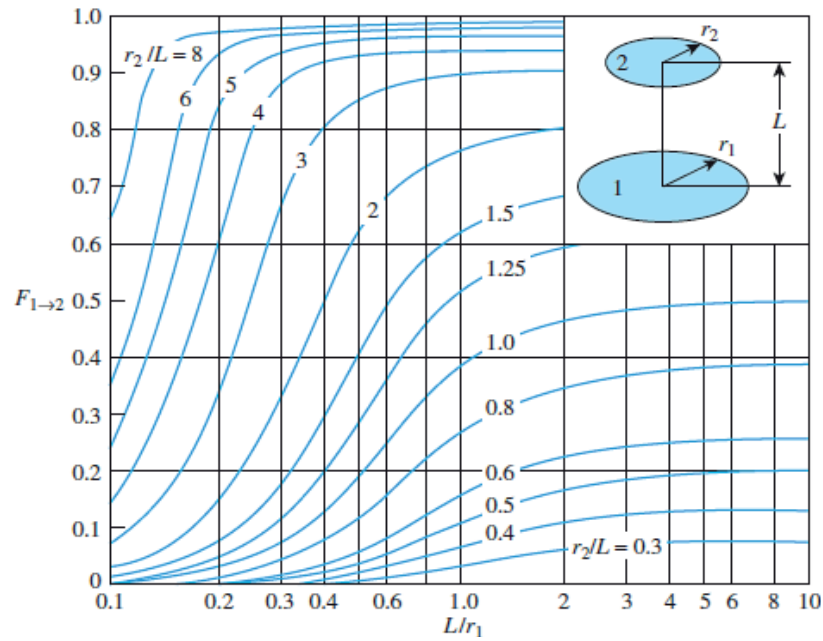
Figura. Factor de forma entre dos rectángulos perpendiculares con una arista común.





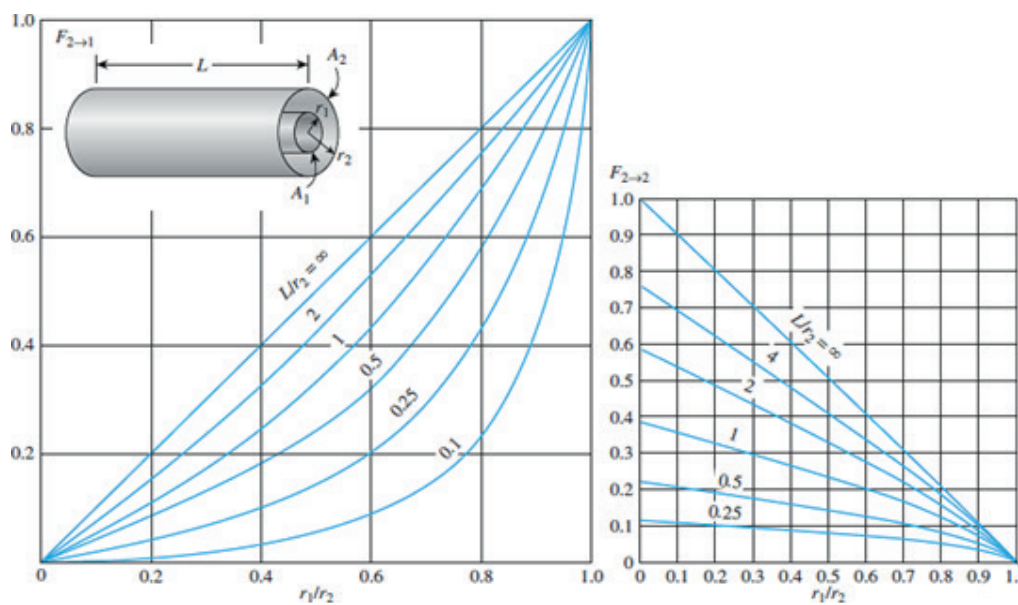
## Anexo 17

Figura. Factor de forma entre dos discos paralelos coaxiales.



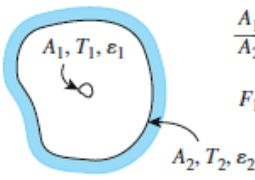
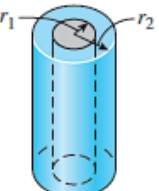
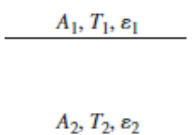
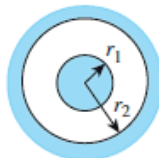
## Anexo 18

Figura. Factor de forma para dos cilindros concéntricos de longitud finita: a) del cilindro exterior hacia el interior; b) del cilindro exterior hacia sí mismo.



## Anexo 19

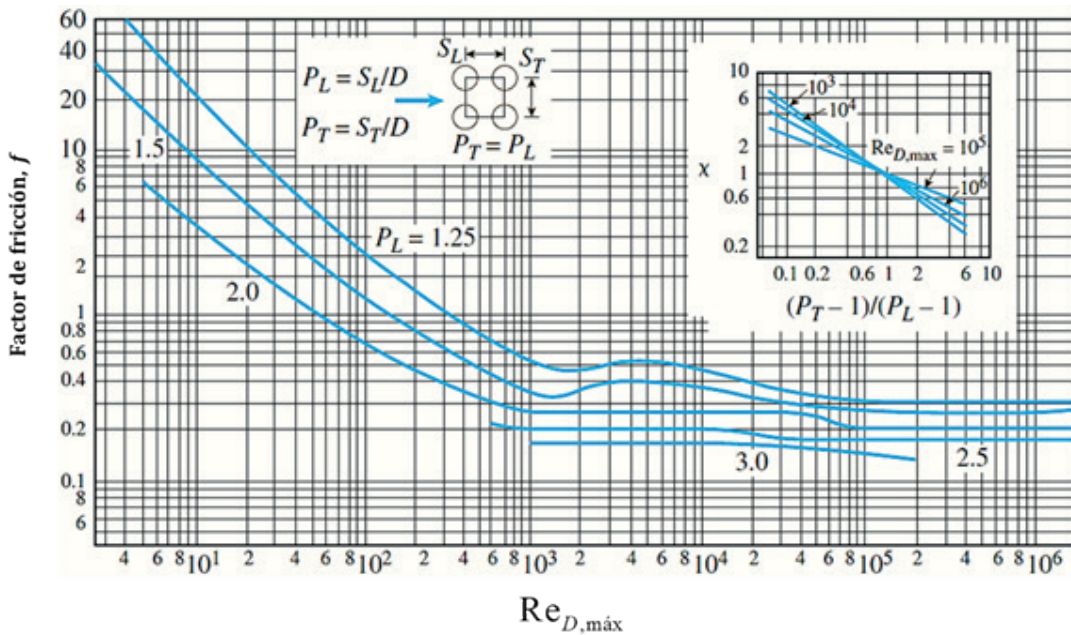
**Tabla.** Formas de la ecuación 3.47 para disposiciones comunes que forman un recinto cerrado de dos superficies

<p>Small object in a large cavity</p>  <p> <math>\frac{A_1}{A_2} = 0</math>  <math>F_{12} = 1</math>  <math>q_{12} = A_1 \sigma \epsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)</math> </p>	<p>Infinitely long concentric cylinders</p>  <p> <math>\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2}</math>  <math>F_{12} = 1</math>  <math>q_{12} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)}</math> </p>
<p>Infinitely large parallel plates</p>  <p> <math>A_1 = A_2 = A</math>  <math>F_{12} = 1</math>  <math>q_{12} = \frac{A \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}</math> </p>	<p>Concentric spheres</p>  <p> <math>\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2</math>  <math>F_{12} = 1</math>  <math>q_{12} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}</math> </p>

## Anexo 20

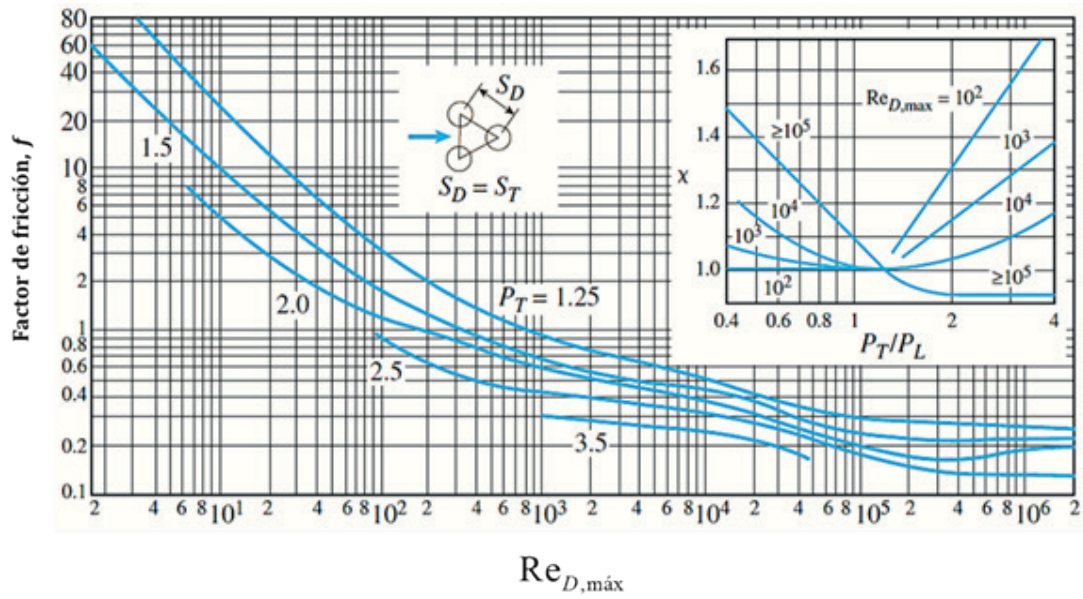
**Figura.** Factor de fricción  $f$  y factor de corrección  $\chi$  para bancos de tubos (tomada de Zukauskas 1985)

### a) Disposición de alineados





b) Disposición escalonada



## Anexo 21

**Tabla.** Funciones modificadas de Bessel de primera y segunda especies (Cengel Y. , 2011)

$x$	$e^{-x}I_0(x)$	$e^{-x}I_1(x)$	$e^xK_0(x)$	$e^xK_1(x)$
0.0	1.0000	0.0000	-----	-----
0.2	0.8269	0.0823	2.1408	5.8334
0.4	0.6974	0.1368	1.6627	3.2587
0.6	0.5993	0.1722	1.4167	2.3739
0.8	0.5241	0.1945	1.2582	1.9179
1.0	0.4658	0.2079	1.1445	1.6362
1.2	0.4198	0.2153	1.0575	1.4429
1.4	0.3831	0.2185	0.9881	1.3011
1.6	0.3533	0.2190	0.9309	1.1919
1.8	0.3289	0.2177	0.8828	1.1048
2.0	0.3085	0.2153	0.8416	1.0335
2.2	0.2913	0.2121	0.8057	0.9738
2.4	0.2766	0.2085	0.7740	0.9229
2.6	0.2639	0.2047	0.7459	0.8790
2.8	0.2528	0.2007	0.7206	0.8405
3.0	0.2430	0.1968	0.6978	0.8066
3.2	0.2343	0.1930	0.6770	0.7763
3.4	0.2264	0.1892	0.6580	0.7491
3.6	0.2193	0.1856	0.6405	0.7245
3.8	0.2129	0.1821	0.6243	0.7021
4.0	0.2070	0.1788	0.6093	0.6816
4.2	0.2016	0.1755	0.5953	0.6627
4.4	0.1966	0.1725	0.5823	0.6454
4.6	0.1919	0.1695	0.5701	0.6292
4.8	0.1876	0.1667	0.5586	0.6143
5.0	0.1835	0.1640	0.5478	0.6003
5.2	0.1797	0.1614	0.5376	0.5872
5.4	0.1762	0.1589	0.5280	0.5749
5.6	0.1728	0.1565	0.5188	0.5634
5.8	0.1697	0.1542	0.5101	0.5525
6.0	0.1667	0.1521	0.5019	0.5422
6.5	0.1598	0.1469	0.4828	0.5187
7.0	0.1537	0.1423	0.4658	0.4981
7.5	0.1483	0.1380	0.4505	0.4797
8.0	0.1434	0.1341	0.4366	0.4631
8.5	0.1390	0.1305	0.4239	0.4482
9.0	0.1350	0.1272	0.4123	0.4346
9.5	0.1313	0.1214	0.4016	0.4222
10	0.1278	0.1213	0.3916	0.4108

## Anexo 22

### Eficiencia y áreas de superficie de configuraciones comunes de aletas

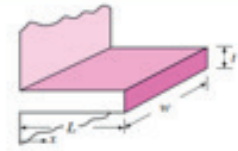
#### Aletas rectangulares rectas

$$m = \sqrt{2h/kt}$$

$$L_c = L + t/2$$

$$A_{\text{alata}} = 2wL_c$$

$$\eta_{\text{alata}} = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$

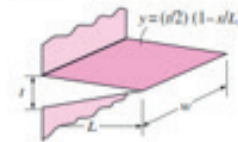


#### Aletas triangulares rectas

$$m = \sqrt{2h/kt}$$

$$A_{\text{alata}} = 2w\sqrt{L^2 + (t/2)^2}$$

$$\eta_{\text{alata}} = \frac{1}{mL} \frac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$$



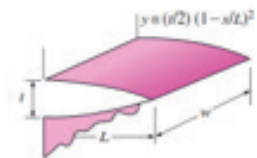
#### Aletas parabólicas rectas

$$m = \sqrt{2h/kt}$$

$$A_{\text{alata}} = wL[C_1 + (L/t)\ln(t/L + C_1)]$$

$$C_1 = \sqrt{1 + (t/L)^2}$$

$$\eta_{\text{alata}} = \frac{2}{1 + \sqrt{(2mL)^2 + 1}}$$



#### Aletas circulares de perfil rectangular

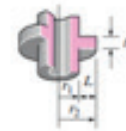
$$m = \sqrt{2h/kt}$$

$$r_{2c} = r_2 + t/2$$

$$A_{\text{alata}} = 2\pi(r_{2c}^2 - r_1^2)$$

$$\eta_{\text{alata}} = C_2 \frac{K_1(mr_1)I_1(mr_{2c}) - I_1(mr_1)K_1(mr_{2c})}{I_0(mr_1)K_1(mr_{2c}) + K_0(mr_1)I_1(mr_{2c})}$$

$$C_2 = \frac{2r_1/m}{r_{2c}^2 - r_1^2}$$



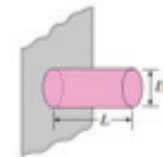
#### Aletas de espiga de perfil rectangular

$$m = \sqrt{4h/kD}$$

$$L_c = L + D/4$$

$$A_{\text{alata}} = \pi DL_c$$

$$\eta_{\text{alata}} = \frac{\tanh mL_c}{mL_c}$$

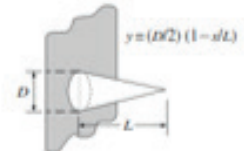


#### Aletas de espiga de perfil triangular

$$m = \sqrt{4h/kD}$$

$$A_{\text{alata}} = \frac{\pi D}{2} \sqrt{L^2 + (D/2)^2}$$

$$\eta_{\text{alata}} = \frac{2}{mL} \frac{I_2(2mL)}{I_1(2mL)}$$



#### Aletas de espiga de perfil parabólico

$$m = \sqrt{4h/kD}$$

$$A_{\text{alata}} = \frac{\pi L^3}{8D} [C_3 C_4 - \frac{L}{2D} \ln(2DC_4/L + C_3)]$$

$$C_3 = 1 + 2(D/L)^2$$

$$C_4 = \sqrt{1 + (D/L)^2}$$

$$\eta_{\text{alata}} = \frac{2}{1 + \sqrt{(2mL/3)^2 + 1}}$$



#### Aletas de espiga de perfil parabólico (punta truncada)

$$m = \sqrt{4h/kD}$$

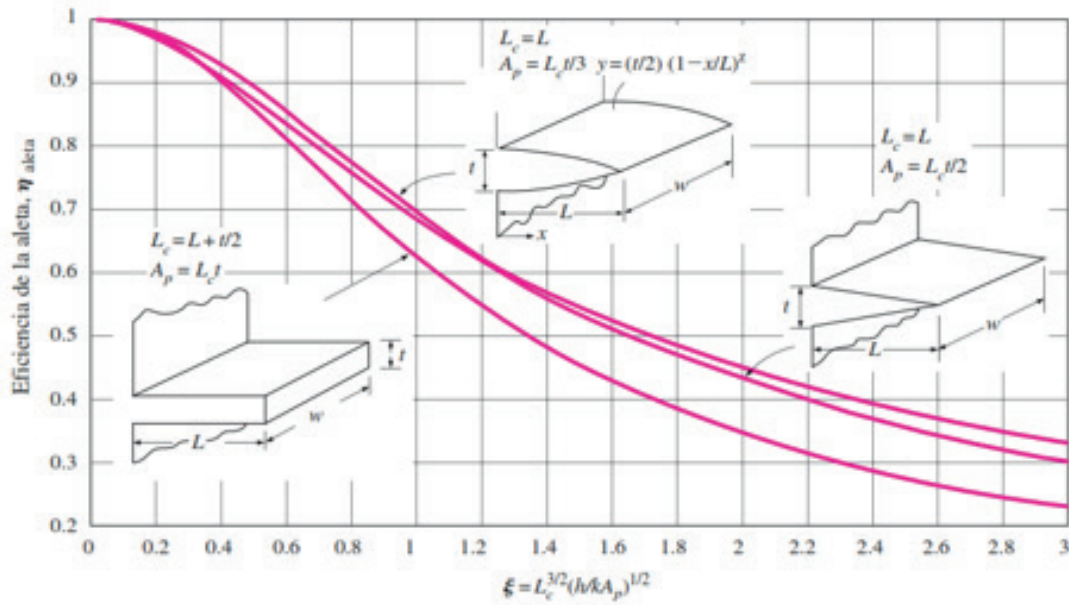
$$A_{\text{alata}} = \frac{\pi D^4}{96L^2} \left\{ [16(L/D)^2 + 1]^{3/2} - 1 \right\}$$

$$\eta_{\text{alata}} = \frac{3}{2mL} \frac{I_3(4mL/3)}{I_0(4mL/3)}$$



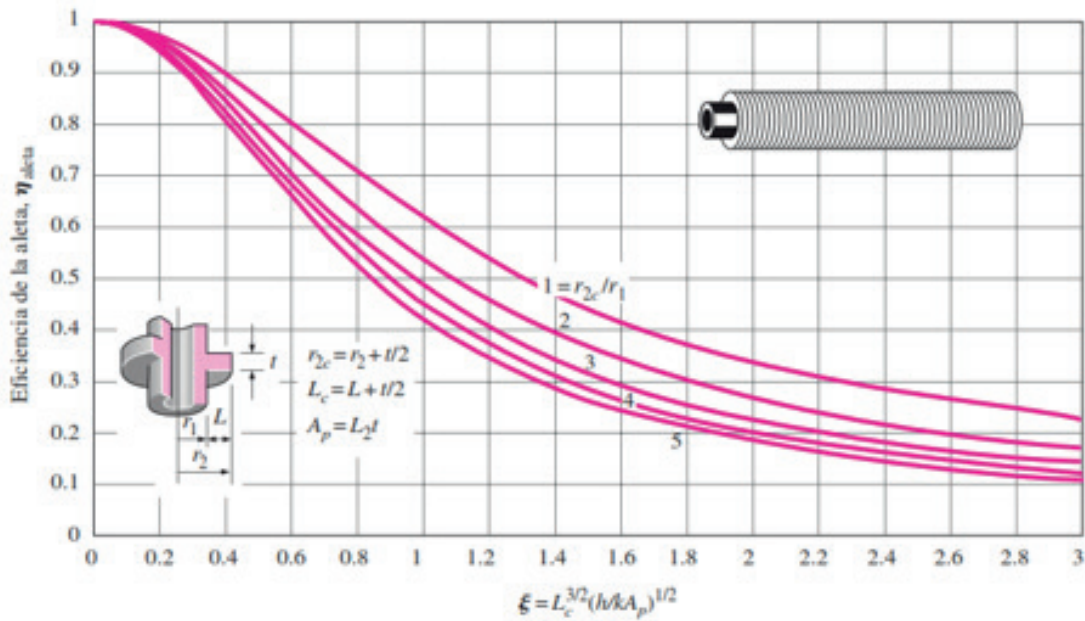
## Anexo 23

Figura. Eficiencia de aletas rectas de perfiles rectangular, triangular y parabólico



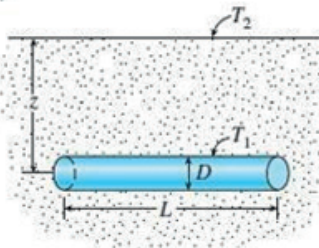
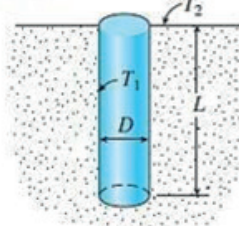
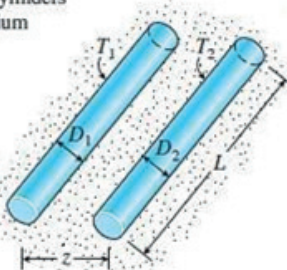
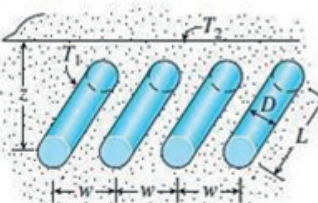
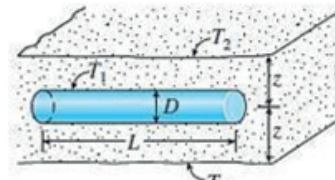
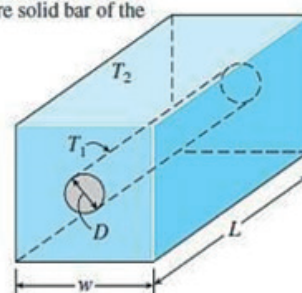
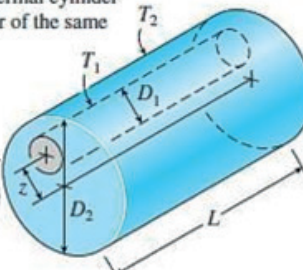
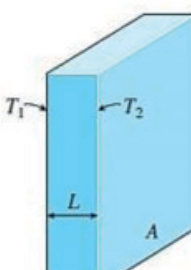
## Anexo 24

Figura. Eficiencia de aletas circulares de espesor constante t

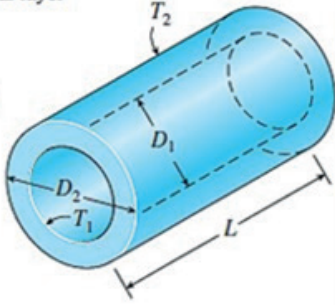
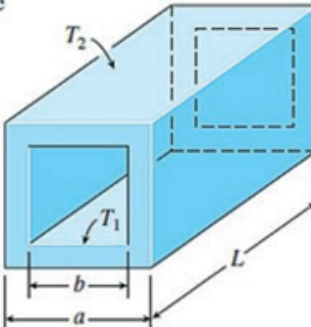
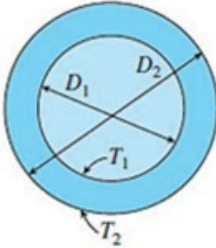
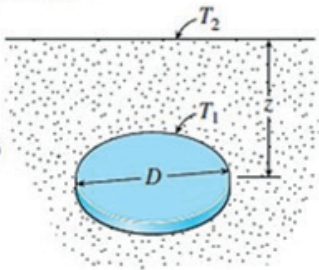
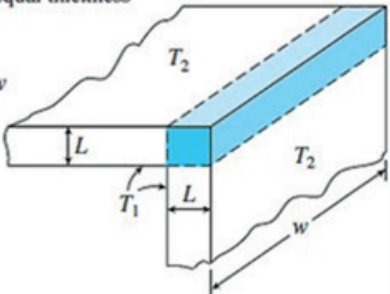
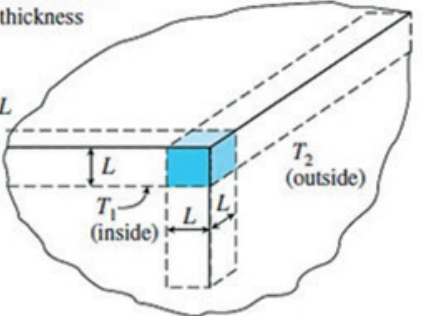
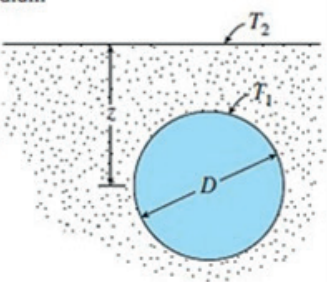
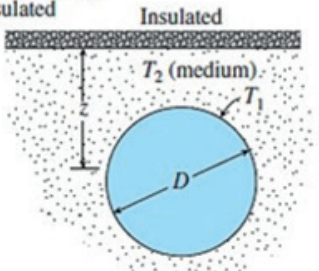


## Anexo 25

### Factores de forma de conducción para varias configuraciones comunes

<p>(1) Isothermal cylinder of length <math>L</math> buried in a semi-infinite medium (<math>L \gg D</math> and <math>z &gt; 1.5D</math>)</p> $S = \frac{2\pi L}{\ln(4z/D)}$ 	<p>(2) Vertical isothermal cylinder of length <math>L</math> buried in a semi-infinite medium (<math>L \gg D</math>)</p> $S = \frac{2\pi L}{\ln(4L/D)}$ 
<p>(3) Two parallel isothermal cylinders placed in an infinite medium (<math>L \gg D_1, D_2, z</math>)</p> $S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{4z^2 - D_1^2 - D_2^2}{2D_1D_2}\right)}$ 	<p>(4) A row of equally spaced parallel isothermal cylinders buried in a semi-infinite medium (<math>L \gg D, z</math>, and <math>w &gt; 1.5D</math>)</p> $S = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{2w}{\pi D} \sinh \frac{2\pi z}{w}\right)}$ (per cylinder) 
<p>(5) Circular isothermal cylinder of length <math>L</math> in the midplane of an infinite wall (<math>z &gt; 0.5D</math>)</p> $S = \frac{2\pi L}{\ln(8z/\pi D)}$ 	<p>(6) Circular isothermal cylinder of length <math>L</math> at the center of a square solid bar of the same length</p> $S = \frac{2\pi L}{\ln(1.08w/D)}$ 
<p>(7) Eccentric circular isothermal cylinder of length <math>L</math> in a cylinder of the same length (<math>L &gt; D_2</math>)</p> $S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D_1^2 + D_2^2 - 4z^2}{2D_1D_2}\right)}$ 	<p>(8) Large plane wall</p> $S = \frac{A}{L}$ 

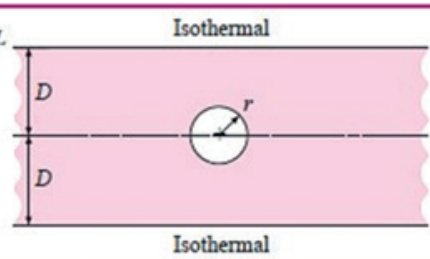
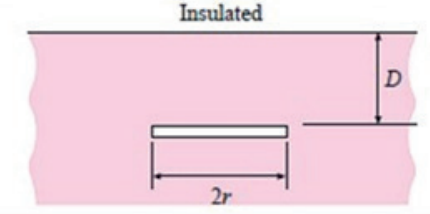
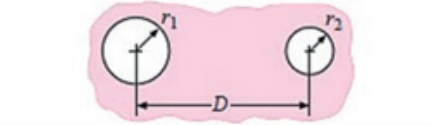
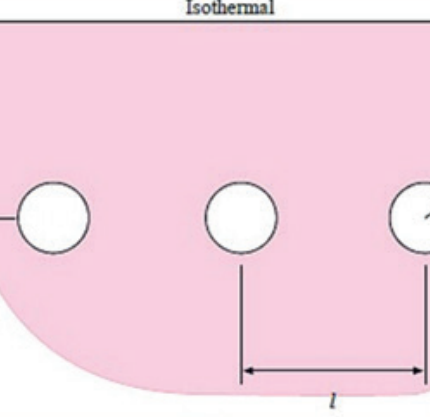
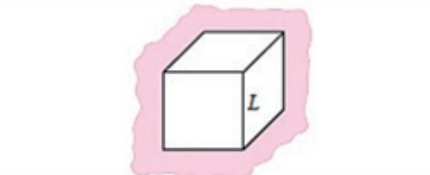


<p>(9) A long cylindrical layer</p> $S = \frac{2\pi L}{\ln(D_2/D_1)}$ 	<p>(10) A square flow passage</p> <p>(a) For <math>a/b &gt; 1.4</math>,</p> $S = \frac{2\pi L}{0.93 \ln(0.948ab)}$ <p>(b) For <math>a/b &lt; 1.4</math>,</p> $S = \frac{2\pi L}{0.785 \ln(ab)}$ 
<p>(11) A spherical layer</p> $S = \frac{2\pi D_1 D_2}{D_2 - D_1}$ 	<p>(12) Disk buried parallel to the surface in a semi-infinite medium (<math>z \gg D</math>)</p> $S = 4D$ <p>(<math>S = 2D</math> when <math>z = 0</math>)</p> 
<p>(13) The edge of two adjoining walls of equal thickness</p> $S = 0.54w$ 	<p>(14) Corner of three walls of equal thickness</p> $S = 0.15L$ 
<p>(15) Isothermal sphere buried in a semi-infinite medium</p> $S = \frac{2\pi D}{1 - 0.25D/z}$ 	<p>(16) Isothermal sphere buried in a semi-infinite medium at <math>T_2</math> whose surface is insulated</p> $S = \frac{2\pi D}{1 + 0.25D/z}$ 

## Anexo 26

### Factores de forma de conducción para varias configuraciones comunes

Physical system	Schematic	Shape factor	Restrictions
Isothermal cylinder of radius $r$ buried in semi-infinite medium having isothermal surface	Isothermal 	$\frac{2\pi L}{\cosh^{-1}(D/r)}$ $\frac{2\pi L}{\ln(D/r)}$	$L \gg r$  $L \gg r$ $D > 3r$
Isothermal sphere of radius $r$ buried in infinite medium		$4\pi r$	
Isothermal sphere of radius $r$ buried in semi-infinite medium having isothermal surface $\Delta T = T_{\text{surf}} - T_{\text{far field}}$	Isothermal 	$\frac{4\pi r}{1 - r/2D}$	
Physical system	Schematic	Shape factor	Restrictions
Thin rectangular plate of length $L$ , buried in semi-infinite medium having isothermal surface	Isothermal 	$\frac{\pi W}{\ln(4W/L)}$ $\frac{2\pi W}{\ln(4W/L)}$ $\frac{2\pi W}{\ln(2\pi D/L)}$	$D = 0$ $W > L$  $D \gg W$ $W > L$  $W \gg L$ $D > 2W$
Parallel disks buried in infinite medium		$\frac{4\pi r}{\left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(r/D)\right]}$	$D > 5r$ $\tan^{-1}(r/D)$ in radians
Eccentric cylinders of length $L$		$\frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{r_1^2 + r_2^2 - D^2}{2r_1 r_2}\right)}$	$L \gg r_2$
Cylinder centered in a square of length $L$		$\frac{2\pi L}{\ln(0.54 W/r)}$	$L \gg W$

Horizontal cylinder of length $L$ centered in infinite plate		$\frac{2\pi L}{\ln(4D/r)}$
Thin horizontal disk buried in semi-infinite medium with adiabatic surface $\Delta T = T_{\text{disk}} - T_{\text{far field}}$		$\frac{4\pi r}{\pi/2 + \tan^{-1}(r/2D)}$ $\frac{D/2r > 1}{\tan^{-1}(r/2D) \text{ in radians}}$
Conduction between two isothermal cylinders of length $L$ buried in infinite medium		$\frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}\right)}$ $\frac{L \gg r}{L \gg D}$
Row of horizontal cylinders of length $L$ in semi-infinite medium with isothermal surface		$S = \frac{2\pi L}{\ln\left[\left(\frac{1}{2r}\right) \sinh(2\pi D/l)\right]}$ $D > 2r$
Buried cube in infinite medium, $L$ on a side		$8.24L$



# Fundamentos de transferencia de calor

## Teoría y problemas resueltos

Este libro está diseñado para el proceso de aprendizaje a nivel universitario, proporcionando una correcta mezcla entre teoría y práctica de los principios básicos de la transferencia de calor, con un lenguaje accesible, que facilita un estudio estructurado y de constante motivación.

Los autores proporcionan un enfoque práctico para la aplicación de los contenidos, en los sistemas energéticos que deben ser analizados en carreras técnicas.

Entre las características principales tenemos:

- Aborda con sencillez los mecanismos de transferencia de calor: conducción, convección y radiación.
- Enseña la metodología para la resolución de ejercicios tipo en cada uno de los temas tratados.
- Presenta esquemas dinámicos para cada problema físico analizado.
- Plantea ejercicios de actualidad en los campos de la ingeniería.
- Más de 20 anexos con tablas y diagramas.

*Los autores*

ISBN: 978-9942-765-65-9



**ESPE**  
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA