



INTRODUCCIÓN A LA INTERACCIÓN FLUIDO ESTRUCTURA EN EL ANÁLISIS SÍSMICO DE LA PRESA CHONTAL

Roberto Aguiar Falconí y Juan Pablo Tarambis

Centro de Investigaciones Científicas
Escuela Politécnica del Ejército
raguiar@espe.edu.ec

RESUMEN

Existen modelos sofisticados para realizar el análisis sísmico de una Presa, considerando el movimiento simultáneo del Agua y la Presa; esto es lo que se denomina interacción fluido estructura. Pero hay otros modelos en que por una parte se realiza el análisis sísmico de la Presa y por otra se encuentran las presiones hidrodinámicas, que genera el movimiento del agua durante el sismo, sobre la Presa y es así como se trabaja en el presente artículo.

El objetivo del trabajo es mostrar como se realiza el análisis sísmico de una Presa, la forma como se obtienen las Presiones Hidrodinámicas aplicando el Método de Zangar, que es un método clásico muy comentado en trabajos de interacción fluido estructura y las fuerzas que se generan debido a la Presión Hidrostática.

Para no concentrar las fuerzas debidas a la Presión Hidrodinámica y Presión Hidrostática solo en los nodos de la Presa que están en contacto con el agua, se propone distribuir estas fuerzas a todos los nodos que están en el mismo nivel en forma proporcional a la distancia con una función de forma que varía de 1 a 0. Donde 1 es el nodo que está en contacto directo con el agua y 0 es el nodo extremo de la Presa. Como caso práctico se considera una sección transversal de la Presa del Proyecto Hidroeléctrico Chontal, que forma parte del Sistema Integrado Guayllabamba.

ABSTRACT

There are sophisticated models to carry out the seismic analysis of a Dam, considering the simultaneous movement of Water and the Dam; it is known as fluid-structure interaction. But there are other models in which the seismic analysis of the Dam is carried out and the hydrodynamic pressures are found too, which are generated by the movement of water during the earthquake, over the Dam and that is the way we work in the present article.

The goal of this work is to show how to carry out the seismic analysis of a Dam, the manner to obtain the Hydrodynamic Pressures applying Zangar's Method, which is a classic method and commented in works about fluid-structure interaction, and the manner to get the forces generated by the Hydrostatic Pressure.

Not to concentrate the forces due to the Hydrodynamic Pressure and Hydrostatic Pressure only on the Dam's nodes that are in contact with water, it is proposed to distribute these forces on every node that is at the same height and proportionally to the distance with a shape function that varies from 1 to 0. Where 1 is the node that is in direct contact with water and 0 is the extreme node of the Dam.

As practical case we consider the transversal section of the Dam of Chontal Hydroelectric Project, which is part of Guayllabamba Integrated System.

1. INTRODUCCIÓN

El Sistema Integrado Guayllabamba estará formado por 9 Centrales Hidroeléctricas que generarán 1468 Megavatios y de esa forma se aprovechará al máximo la topografía y el caudal del Río Guayllabamba ya que éstas centrales van a trabajar en cascada; es decir reciben las aguas del río, generan energía y posteriormente devuelven esa agua al río, para ser aprovechada por las centrales que están más abajo.

El Potencial de Energía actual del País es de 2933 MW., de tal manera que el aporte del Sistema Integrado Guayllabamba representa alrededor del 50%. Se tiene previsto que para el 2020 el requerimiento energético del Ecuador sea de 5277 MW. Sánchez (2010)

Las 9 centrales del Sistema Integrado Guayllabamba y el potencial energético de cada una de ellas, son: San Pedro (86 MW); Calderón (147 MW); Cubí (52 MW); Chespi- Palma Real (440 MW); Villadora Chontal (190 MW); Chirapi (90 MW); Manduriacu (176 MW); Tortugo (161 MW); Llumiraguas (120 MW). Hidroequinoccio (2010), un esquema didáctico de la ubicación de las mismas se indica en la figura 1.

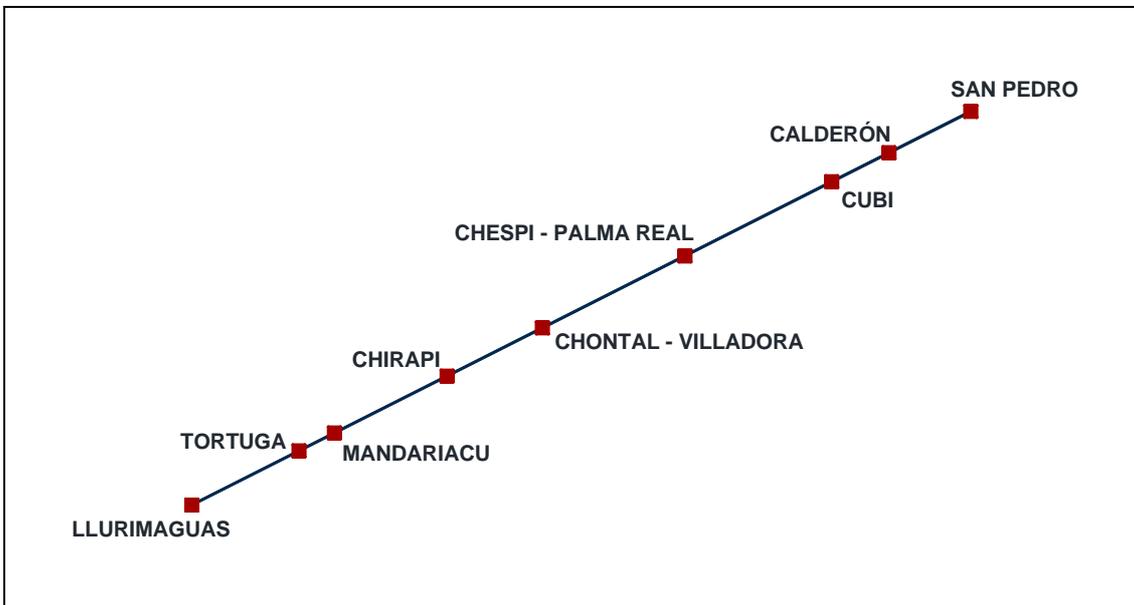


Figura 1 Esquema didáctico del Sistema Integrado Guayllabamba.

En este artículo se presenta la interacción fluido estructura en el análisis sísmico de la Presa del Proyecto Hidroeléctrico Chontal. Por la importancia de este proyecto se realizó en primer lugar un estudio de Peligrosidad Sísmica y se determinó el espectro de diseño para la Presa, el mismo que se indica en la figura 2. Aguiar (2010,1,2). El espectro de diseño fue encontrado para un período de retorno de 970 años y las ecuaciones que definen cada una de las ramas del espectro, son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 T < 0.10 & \quad A_d = \frac{514}{R} + \frac{1028}{0.10 R} * T \\
 0.10 < T < 0.31 & \quad A_d = \frac{1542}{R} \\
 0.31 < T < 1.98 & \quad A_d = \frac{1767.9 - 728.79 T}{R} \\
 T > 1.98 & \quad A_d = \frac{324.49}{R}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Donde T es el período de la estructura; A_d es la aceleración espectral en cm/seg^2 ; R es el factor de reducción de las fuerzas sísmicas. **En la figura 2 se indica la forma del espectro elástico**, es decir para R igual a la unidad. Pero en este estudio se considera $R = 2$ debido a que en el diseño de la Presa se va a realizar de tal manera que la misma tenga una sobre resistencia de 2. El valor de reducción de las fuerzas sísmicas R se encuentra con la siguiente ecuación:

$$R = R_\mu R_\Omega R_R \quad (2)$$

Donde R_μ es el factor de reducción por ductilidad, R_Ω es el factor de sobre resistencia, R_R es el factor de reducción por redundancia. Para que la Presa trabaje en el rango elástico $R_\mu = 1$ y $R_R = 1$. Pero R_Ω puede ser mayor que la unidad ya que depende de la sobre resistencia que se le da a la Presa. En este estudio se considera que esa sobre resistencia vale $R_\Omega = 2$; **en el diseño se debe comprobar que los factores de seguridad sean igual o mayor a 2**. Aguiar (2007,1).

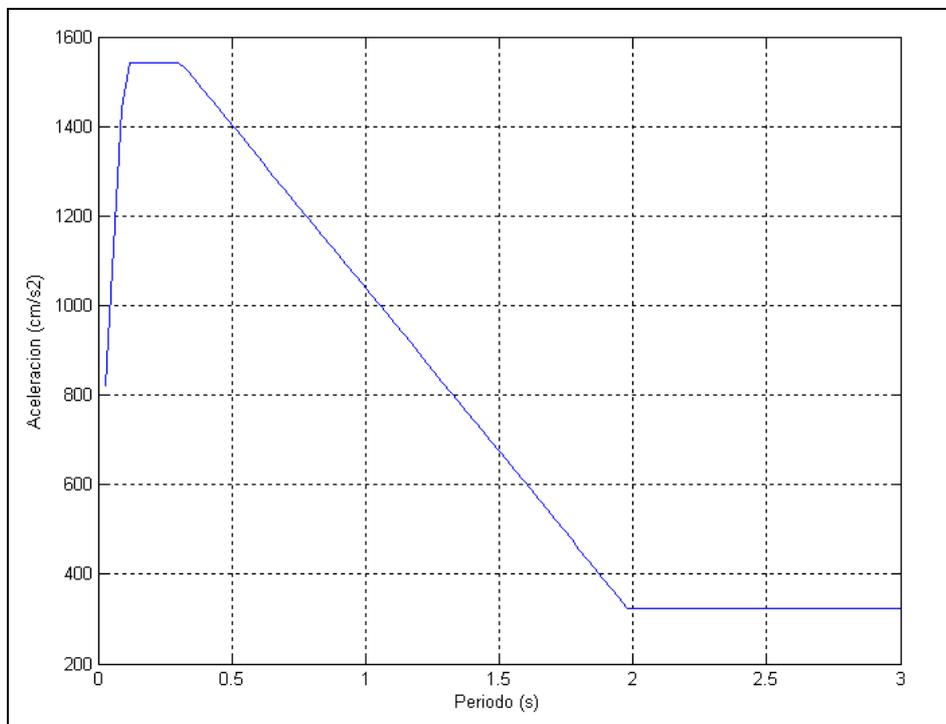


Figura 2 Espectro Elástico para el diseño de la Presa Chontal. Fuente: Aguiar (2010,1).

2. GEOMETRÍA DE UNA SECCIÓN DE LA PRESA

En el siguiente apartado, se presenta el cálculo de la Presión Hidrodinámica aplicando la teoría formulada por Zangar (1952) la misma que es función de la forma de la Presa, del nivel de aguas y del coeficiente sísmico, fundamentalmente. Por este motivo antes de presentar el marco teórico se indica en la figura 3 una sección transversal de la Presa. Se aprecia que la base mide 142 m., y que la altura es de 135.08 m.; el nivel aguas en su parte frontal tiene una altura de 121.71 m., cantidades todas estas notables.

En el modelo adoptado se ha restringido el movimiento horizontal y vertical en la base. **El análisis que se presenta es por metro de ancho.**

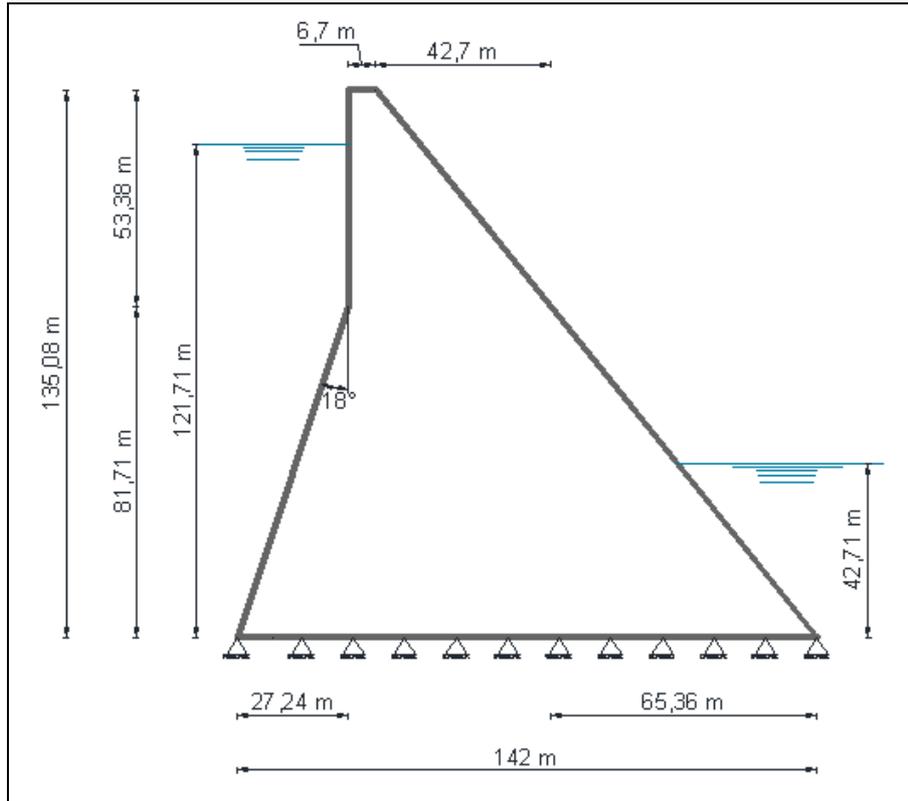


Figura 3 Sección transversal de la Presa Chontal en el centro de la misma.

3. PRESIÓN HIDRODINÁMICA

Antes de resolver el problema hidrodinámico con elementos finitos empleando modelos sofisticados como el propuesto por François y Garreau (2007); conviene revisar el estado del arte de sus inicios y que mejor hacerlo con el Método Propuesto por Zangar (1952) que todavía se lo utiliza.

Se entiende por presión hidrodinámica, a la presión que ejerce el movimiento del agua sobre la presa por efecto de la componente horizontal de movimiento del suelo, durante un sismo. La formulación más sencilla es considerar fluidos no compresibles.

La Presión ejercida por el agua sobre la Presa, P_e , que propone Zangar (1952) tiene un respaldo teórico y un respaldo experimental. La ecuación de cálculo de P_e es la siguiente:

$$P_e = C \alpha w h \quad (3)$$

$$C = \frac{C_m}{2} \left[\frac{y}{h} \left(2 - \frac{y}{h} \right) + \sqrt{\frac{y}{h} \left(2 - \frac{y}{h} \right)} \right] \quad (4)$$

Donde C se halla con la ecuación 4; α es el coeficiente sísmico; w es el peso específico del agua; h es la altura total de agua almacenada; y es la distancia en la cual se desea calcular la presión hidrodinámica, medida a partir de la superficie de agua; C_m es el mayor valor de las gráficas en las figuras 4 y 5.

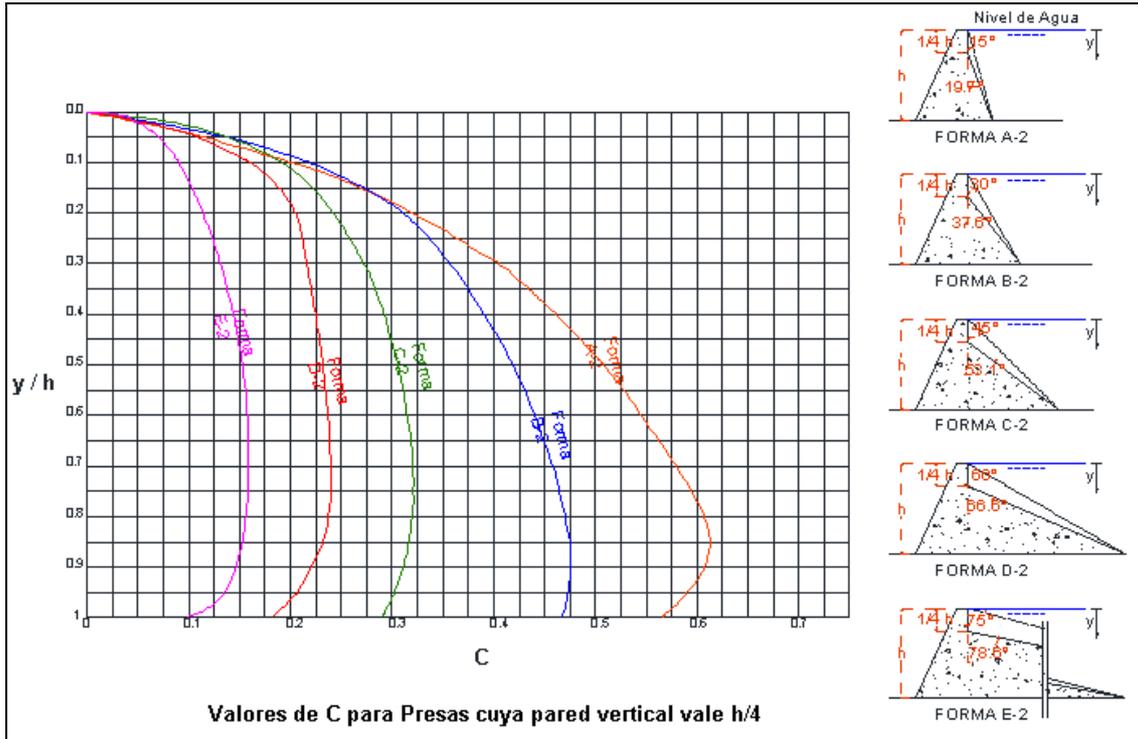


Figura 4 Valores de C para diferentes geometrías de Presas.

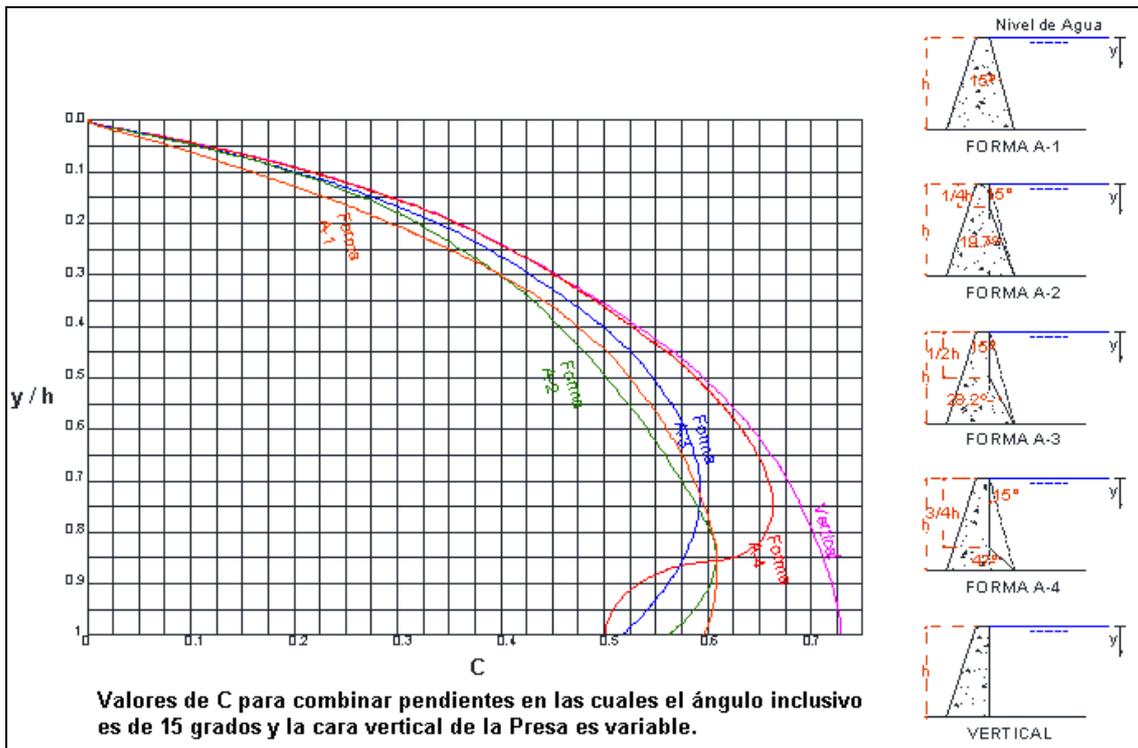


Figura 5 Valores de C para diferentes geometrías de Presas.

Zangar (1952) presenta varias figuras, similares a las indicadas en las figuras 4 y 5 para diferentes geometrías de la Presa. Las dos figuras que se presentan en este artículo son las que más se aproximan a la geometría de la Presa indicada en la figura 3. De estas la Forma

A2 indicada en la figura 4 es la que se adoptó en el estudio. Por lo tanto, el valor de C_m adoptado es $C_m = 0.615$

4. ANÁLISIS SÍSMICO

El sistema de ecuaciones diferenciales que gobiernan los problemas sísmicos es el siguiente:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{Q} \quad (5)$$

Donde \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez; \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$, $\ddot{\mathbf{q}}$ son los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración. \mathbf{Q} es el vector de cargas generalizadas. El vector $\mathbf{Q} = -\mathbf{M} \mathbf{b} \ddot{U}_g$. Las variables todavía no definidas son: \mathbf{b} que es el vector de incidencia de los grados de libertad en el movimiento del suelo; \ddot{U}_g es la aceleración del suelo debido al sismo.

Cuando la aceleración del suelo viene definida por un espectro (presente caso), uno de los Métodos de solución es el de Superposición Modal; descrito con bastante detalle en Aguiar (2008). Únicamente se indica la forma como se hallan las fuerzas máximas en cada modo de vibración, $\mathbf{F}^{(i)}$

$$\mathbf{F}^{(i)} = \gamma_i A_{di} \mathbf{M} \phi^{(i)} \quad (6)$$

Donde γ_i es el factor de participación modal para el modo i ; A_{di} es la aceleración espectral asociada al período de vibración T_i ; $\phi^{(i)}$ es el modo de vibración i . El factor de participación se halla con la siguiente expresión.

$$\gamma_i = \frac{\phi^{(i)t} \mathbf{M} \mathbf{b}}{\phi^{(i)t} \mathbf{M} \phi^{(i)}} \quad (7)$$

Todas las variables de la ecuación (7) han sido ya definidas. Solamente faltaría indicar que el vector de incidencia \mathbf{b} es un vector unitario ya que como se verá más adelante las coordenadas principales con las cuales se analiza la Presa son todos los desplazamientos horizontales.

El criterio de combinación modal que se utilizó para encontrar las respuestas máximas probables es el especificado en la Norma Técnica de Perú (2003), que se indica a continuación.

$$r = 0.25 \sum_{i=1}^N |r_i| + 0.75 \sqrt{\sum_{i=1}^N r_i^2} \quad (8)$$

Donde N es el número total de modos; r es la variable que se desea combinar, en este caso fuerzas horizontales.

Se realizó el análisis sísmico empleando elementos finitos para lo cual se trabajó con un elemento finito rectangular, que considera dos grados de libertad por nudo que son los desplazamientos horizontal y vertical. El elemento finito considerado es el Q4 pero suavizado por el efecto de flexión. Aguiar (2010,2), Oñate (1992).

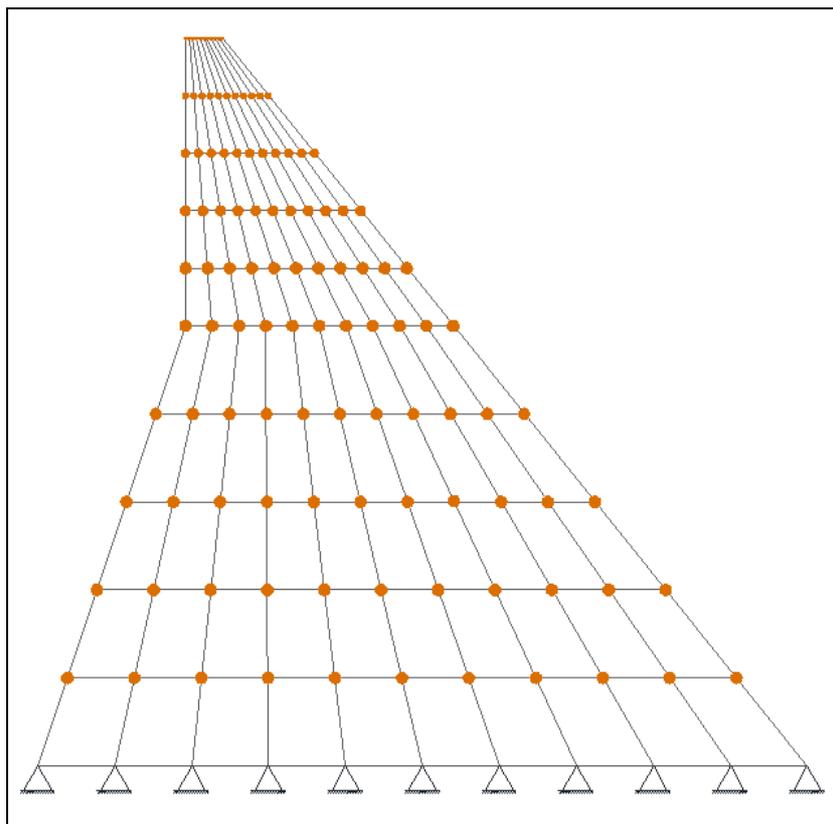


Figura 6 Discretización de las masas.

Para poder describir los resultados se consideró una malla que tiene 10 divisiones en sentido X, y 10 divisiones en sentido Y. De tal forma que se trabajó con 100 elementos finitos; las masas se concentró en cada uno de los nudos como se indica en la figura 6.

El modelo adoptado tiene 220 grados de libertad, de los cuales 110 corresponden a los grados de libertad horizontal (coordenadas principales, para análisis sísmico ante la componente horizontal de movimiento del suelo) y 110 corresponden a los grados de libertad vertical (coordenadas secundarias). En la figura 7 se indican las coordenadas principales.

La matriz de rigidez K se halló por ensamblaje directo (Aguiar, 2004); empleando el Programa CEINCI-LAB (Aguiar, 2010,2); se obtuvo en primer lugar una matriz de 220 por 220 y luego se condensó a una de 110 por 110. (Se condensó a las coordenadas principales indicadas en la figura 7).

La matriz de masas M es diagonal de 110 por 110 y se halla encontrando la energía cinética de la estructura. Aguiar (2007,2). Una vez hallada la matriz de rigidez y la matriz de masas, se encuentran las propiedades dinámicas de la Presas y se hallaron los 110 modos de vibración con sus respectivos períodos. Los Períodos de vibración para los 5 primeros modos se indican en la tabla 1. Nótese que el período fundamental es 0.385 seg.

Tabla 1 Períodos de vibración en los cinco primeros modos.

Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5
0.385 seg.	0.191 seg.	0.111 seg.	0.077 seg.	0.071 seg.

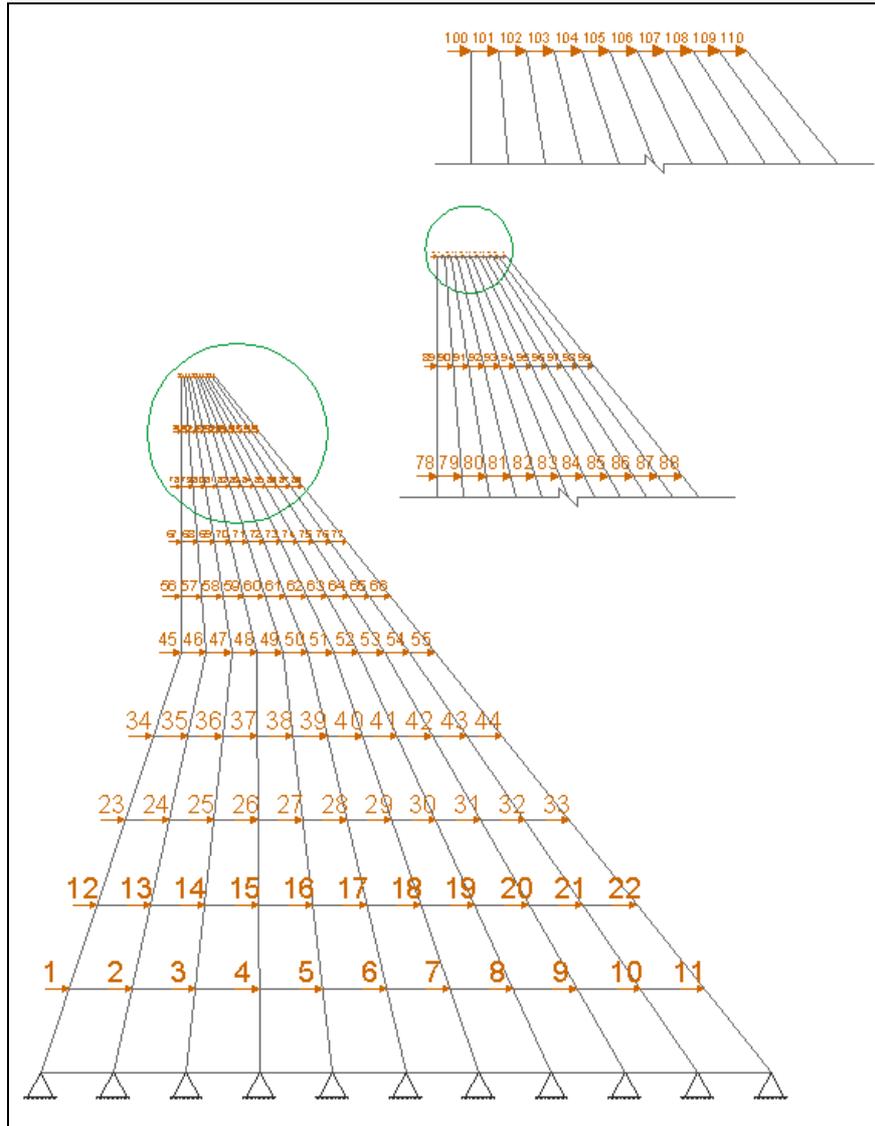


Figura 7 Coordenadas Principales consideradas en el análisis sísmico.

5. RESULTADOS

Se presentan los resultados debido a la acción sísmica en la Presa; a las Presiones Hidrodinámicas y a las Presiones Hidrostáticas.

5.1 Acción Sísmica

En la figura 8 se presentan las fuerzas estáticas máximas probables, por metro de ancho, debido a la acción sísmica considerando un factor de reducción de las fuerzas sísmicas de 2. El peso de la Presa para un metro de ancho es de 22361 T. El cortante basal (suma de las fuerzas laterales) vale $V = 18406 T$. El coeficiente sísmico c que relaciona el cortante basal con el peso vale $c = 0.8231$. Es importante destacar que el período de retorno del sismo es de 970 años. Por lo tanto se trató de un mega sismo (Muy Raro).

5.2 Presión Hidrodinámica

La Presión Hidrodinámica P_e se calcula con la ecuación (3), considerando que el coeficiente sísmico, que en esa ecuación se denominó α vale 0.8231; la altura de agua $h = 121.71 \text{ m}$; el valor de $C_m = 0.615$ y el peso específico del agua es igual a 1 T/m^3 . Con estos valores se halló las presiones indicadas en la figura 9. En el eje de las X se encuentra el valor de la Presión en (T/m^2) y en las ordenadas la altura de la Presa en (m).

Estas presiones actúan en la cara de la Presa que está en contacto con el agua es decir en los grados de libertad: 1, 12, 23, 34, 45, 56, 67 y 78. Pero no se puede aplicar solamente en esos nodos ya que si se procede de esta manera, los elementos finitos del borde estarían sujetos a grandes fuerzas y los adyacentes no. Por este motivo es que las fuerzas que se obtienen para los grados de libertad indicados se reparten a todos los nudos adyacentes que se encuentran en la misma recta.

Para explicar de una mejor forma; la fuerza que se obtiene para el grado de libertad 1, a manera de ejemplo, se reparte en los grados de libertad que van del 2 al 11. Viene a ser como que la fuerza horizontal que actúa en el nodo 1 se atenúa con la distancia hasta que en el nodo 11 esta fuerza es cero. Se consideró un patrón de atenuación lineal que varía de 1 a 0.

Por lo tanto, las fuerzas laterales en la Presa debido a la Presión Hidrodinámica y debido a la Presión Hidrostática (se consideró el mismo criterio para la Presión Hidrostática) se halla en dos etapas, en la primera se encuentra la fuerza horizontal en cada uno de los grados de libertad que están en contacto con el agua sacando un promedio entre la presión en el punto i y el punto $i-1$; este promedio se multiplica por la altura que hay entre los dos puntos y se multiplica por el metro de ancho. En una segunda etapa las fuerzas se reparten en función de la distancia a todos los puntos que están sobre la recta con una función lineal que varía de 1 a 0, siendo 1 el valor para el punto que está en contacto con el agua y 0 para el nodo que está al extremo de la Presa.

En la figura 11 se presentan las fuerzas en cada uno de los nodos de la Presa debido a la Presión Hidrodinámica. Estrictamente tocaría hacer referencia a la figura 10 en lugar de 11 pero por el tamaño de las figuras se deja a la figura 10 para presentar las Presiones Hidrostáticas.

El cortante basal debido a la Presión Hidrodinámica $V_H = 5345.2 \text{ T}$. y el coeficiente sísmico $c_H = 0.239$.

5.3 Presión Hidrostática

En la figura 10 se presenta la Presión Hidrostática que es igual al peso específico del agua por la altura y en la figura 12 las fuerzas que genera esta presión en los nodos de la Presa, empleando el mismo criterio de atenuación indicado para la Presión Hidrodinámica.

El cortante basal de la Presión Hidrostática vale $V_{HI} = 7241.3 \text{ T}$ y el coeficiente $c_{HI} = 0.3238$. No es coeficiente sísmico ya que la Presión Hidrostática no depende del sismo pero se lo obtiene de la misma manera con el propósito de comparar que tanto representa esta presión con respecto a las otras.

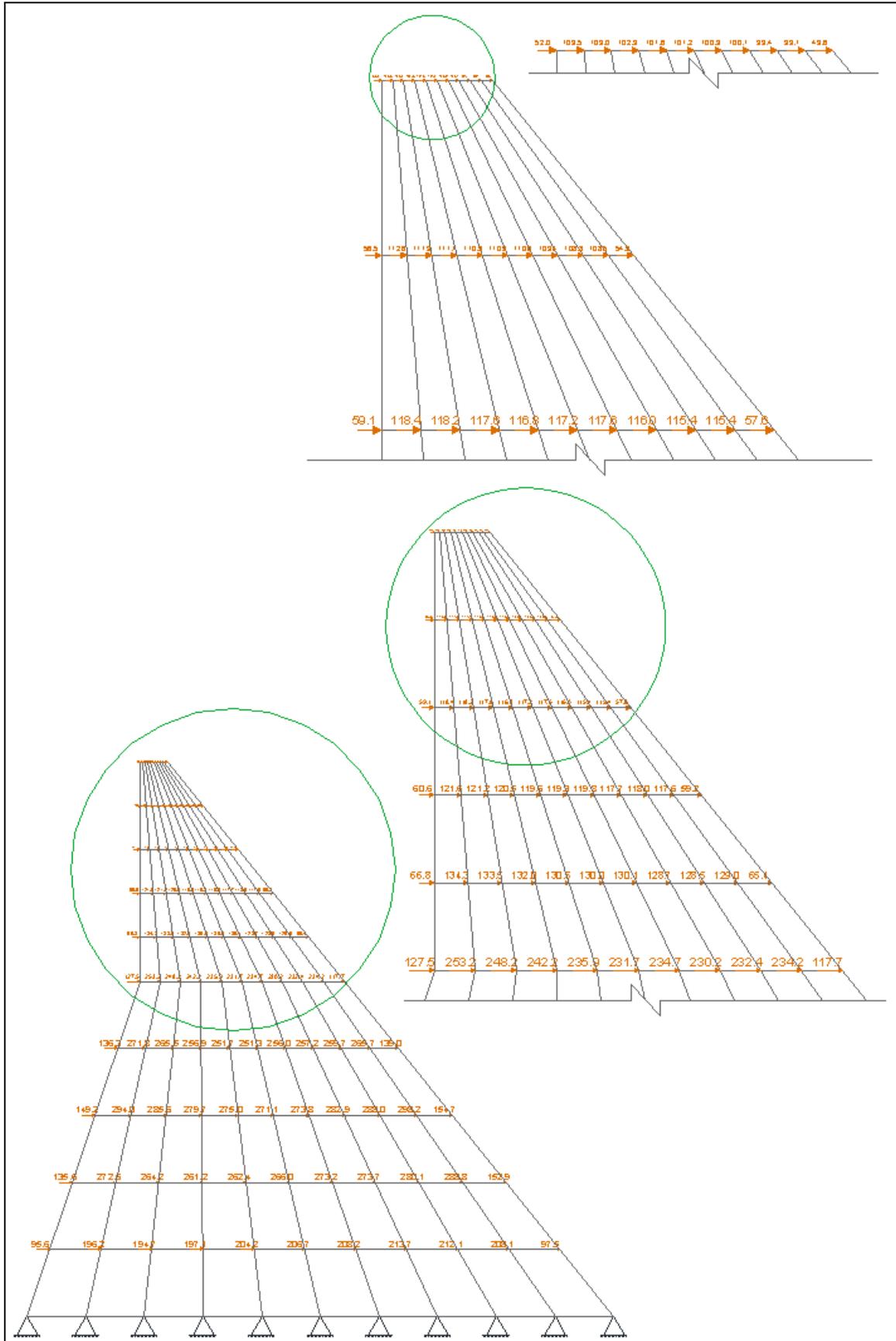


Figura 8 Fuerzas laterales debido a la acción sísmica.

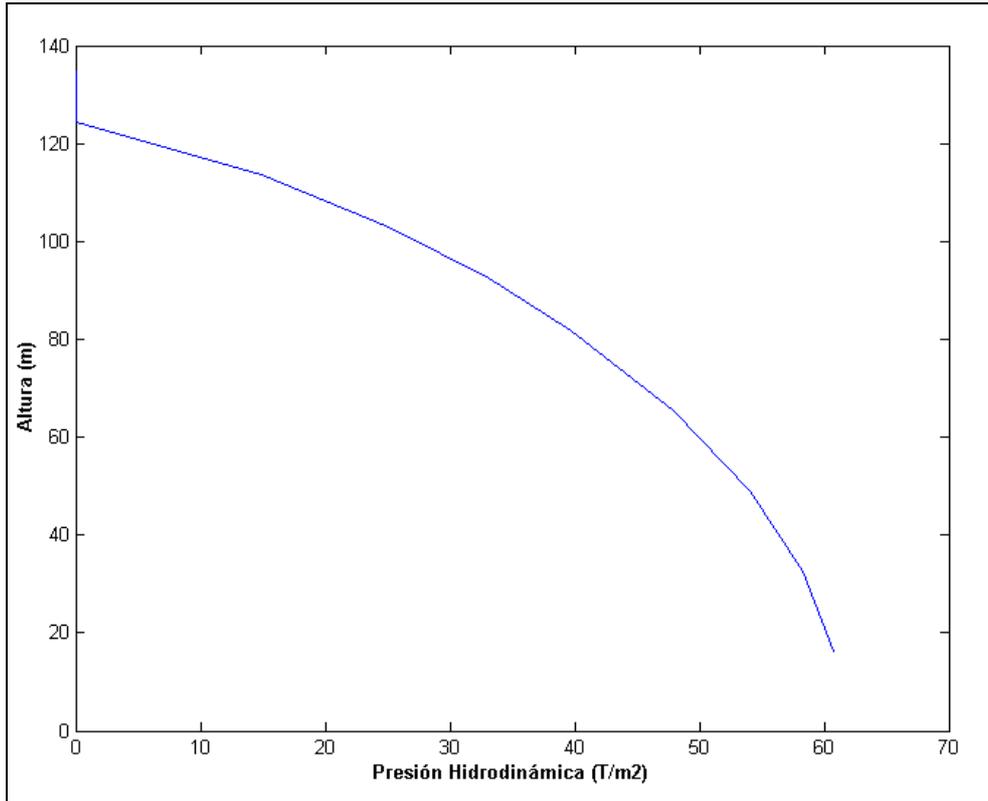


Figura 9 Presión Hidrodinámica, actuando en la cara de la Presa en contacto con el agua.

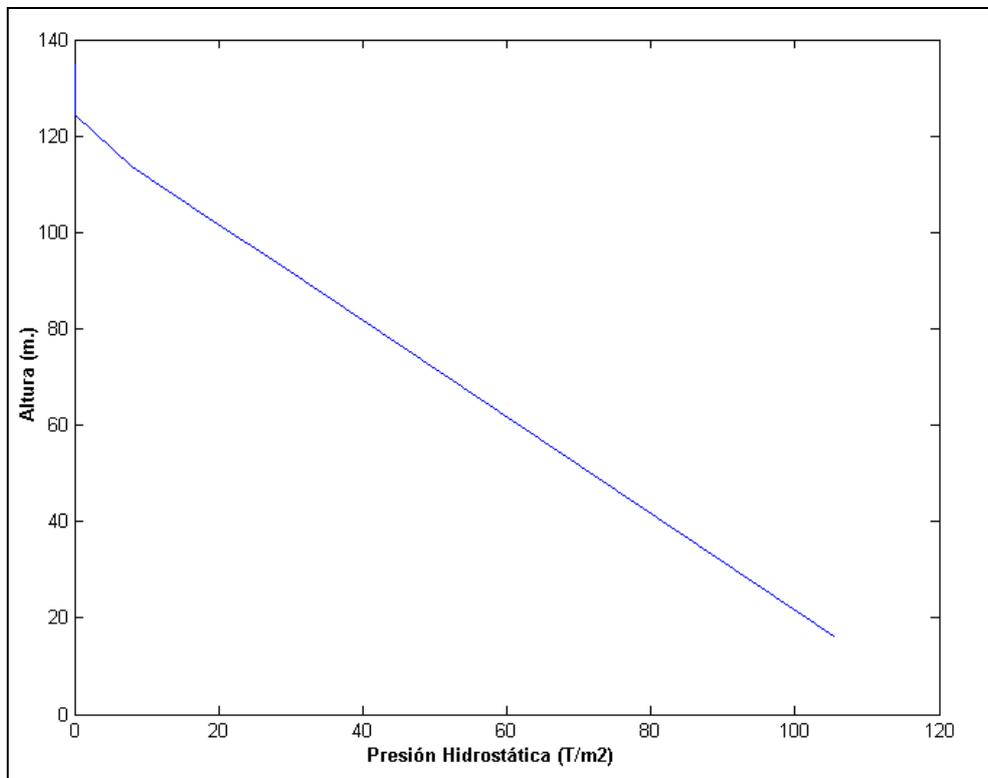


Figura 10 Presión Hidrostática, actuando en la cara de la Presa en contacto con el agua.

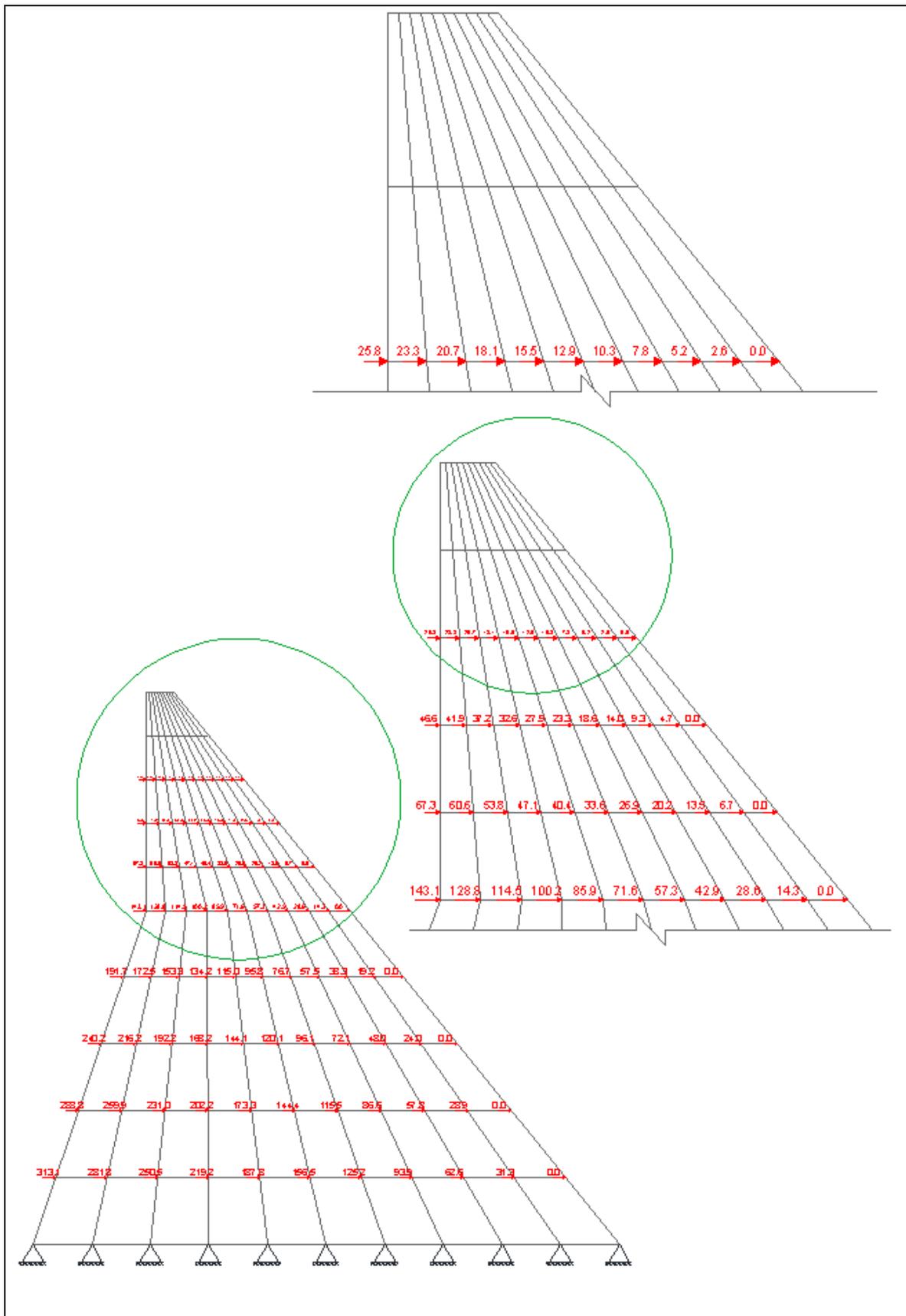


Figura 12 Fuerzas debidas a la Presión Hidrostática.

5.4 Resumen de valores

En la tabla 2 se presentan los cortantes basales y los coeficientes sísmicos (para el caso de acción sísmica y de presión hidrodinámica) y coeficiente a secas para el caso de presión hidrostática. Con el propósito de ver que porcentaje representa la Presión Hidrodinámica y la Presión Hidrostática con respecto a la Acción Sísmica.

Tabla 2 Resumen de valores encontrados en el estudio

Parámetro	Acción Sísmica	Presión Hidrodinámica	Presión Hidrostática
Cortante Basal (T.)	18406.0	5345.2	7241.3
Coefficiente	0.8231	0.239	0.3238
Relación con respecto a sismo		29.04%	39.34%

En la tabla 2 se aprecia que las fuerzas halladas por la Presión Hidrodinámica representan el 29.04% de las fuerzas debidas a la acción sísmica y que las fuerzas debidas a la Presión Hidrostática son el 39.34% de las fuerzas sísmicas.

5.5 Valores Totales

Las fuerzas totales se hallan sumando las fuerzas que se generan en la Presa debido a la acción del sismo más la Presión Hidrodinámica y más la Presión Hidrostática. Todo esto debido a la altura de agua de 121.71 m. Estas fuerzas se indican en la figura 13. Para esta condición los nodos críticos van a ser los que están en contacto con el agua que tiene una altura de 121.71 m. En esta figura también se ha incluido las fuerzas en los nodos debido a peso propio de la Presa.

En forma similar se debe encontrar la Presión Hidrodinámica y la Presión Hidrostática para la altura de agua igual a 42.71 m. (Ver figura 3). En este caso los nodos que están en contacto con la altura de agua de 42.71 m., tendrán fuerzas más altas que las indicadas en la figura 13.

Se destaca que falta incorporar las fuerzas que se generan en la Presa debidas a los sedimentos que se van a acumular tanto aguas arriba como aguas abajo de la Presa.

Para el estado de cargas indicado en la figura 13, se debe encontrar los desplazamientos horizontales que se generan, resolviendo un sistema de ecuaciones $Q = K q$. Donde Q es el vector de cargas que contiene a las fuerzas indicadas en la figura 13; K es la matriz de rigidez con todos los grados de libertad de la estructura y q es el vector que contiene a los desplazamientos horizontal y vertical de cada uno de los nodos.

Con estos desplazamientos se encuentran el vector de deformaciones ϵ en cada elemento finito, de la siguiente manera $\epsilon = B p$. Donde B es la matriz de compatibilidad y p es un vector de 8 elementos que contiene los desplazamientos horizontal y vertical de cada nodo del elemento finito (empezando por el nodo inferior izquierdo).

Posteriormente se halla el vector de esfuerzos σ en cada uno de los elementos finitos multiplicando la matriz de elasticidad E por el vector de deformaciones ϵ . Este vector de esfuerzos en cada elemento finito constituye la Demanda. Esta Demanda tiene que ser menor a la Capacidad del material de la Presa a soportar dichos esfuerzos. Se define el factor de seguridad como la relación entre la Capacidad con respecto a la Demanda. Este factor tiene que ser igual o superior a 2 para tener la sobre resistencia con la cual se realizó el análisis sísmico.

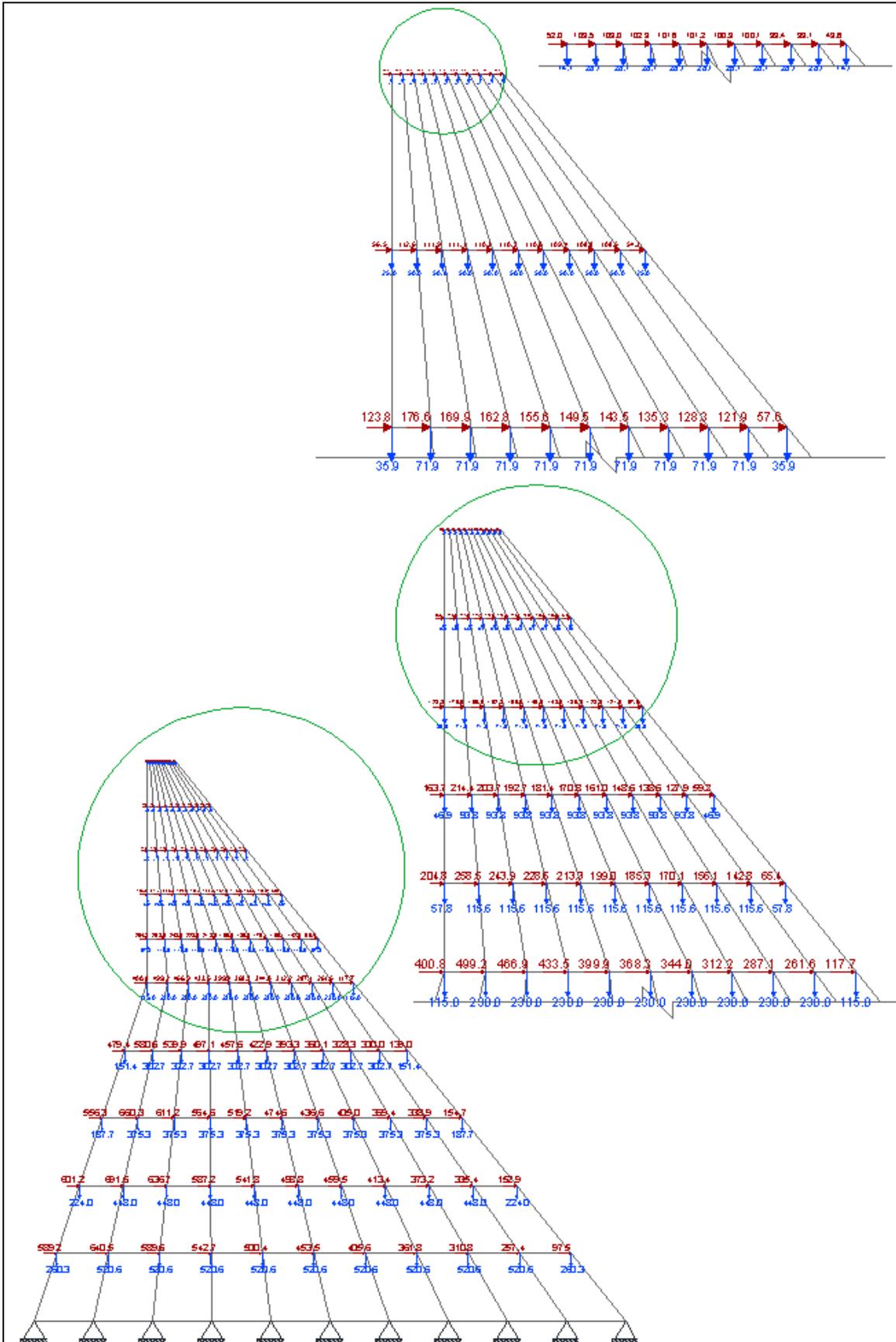


Figura 13 Fuerzas debidas a acción sísmica más presiones hidrodinámicas e hidrostáticas.

6. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

Una forma de realizar la interacción fluido estructura de una Presa, es realizando en primer lugar el análisis sísmico de la Presa en donde se obtiene el coeficiente sísmico y posteriormente encontrar las Presiones Hidrodinámicas que se generan en la Presa por el movimiento del agua durante un sismo. De esta forma es como se ha realizado la interacción fluido estructura en el presente artículo aplicado a la Presa del Proyecto Hidroeléctrico Chontal.

Se aspira haber cumplido con el objetivo propuesto que era mostrar el Método de Zangar para hallar las Presiones Hidrodinámicas, que a pesar de ser un clásico todavía se lo sigue utilizando por su sencillez en comparación al tratamiento de la interacción fluido estructura con elementos finitos.

Se a propuesto una forma de repartir las fuerzas debidas a la Presión Hidrodinámica e Hidrostática en los nodos de la Presa y se ha indicado en forma resumida como se obtienen los esfuerzos en el elemento finito para un estado de cargas horizontales y verticales en todos los nodos de la Presa.

Se va a continuar investigando en esta línea presentando otros modelos de cálculo de la Presión Hidrodinámica pero era importante presentar al pionero que data de 1952.

REFERENCIAS

1. Aguiar R., (2010,1), *Estudio de Peligrosidad Sísmica y Espectro de Diseño de la Presa Chontal*, Consultora ASTEC GEODATA, 30 p., Quito.
2. Aguiar R., (2010,2), "Estudio de Peligrosidad y Análisis Sísmico del Proyecto Hidroeléctrico Chontal", *Primer Congreso Nacional de Ciencias Aplicadas al conocimiento de los riesgos naturales y antrópicos. Universidad de la Península de Santa Elena*, 13 p., La Libertad.
3. Aguiar R., (2007,1), *Factor de reducción de las fuerzas sísmicas en edificios de hormigón armado*, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, 117 p., Quito.
4. Aguiar R., (2007,2), *Dinámica de Estructuras con MATLAB*, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, 292 p., Quito.
5. Aguiar R., (2004), *Análisis Matricial de Estructuras*, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, Tercera Edición, 550 p., Quito.
6. François J., and Garreau S., (2007), "Dynamic analysis of fluid-structure interaction problems with modal methods using pressure-based fluid finite elements", *Finite Elements in analysis and design*, **43**, 287-300.
7. Norma E.030, (2003), *Reglamento Nacional de Construcciones. Norma Técnica de Edificaciones. Diseño Sismo resistente*, Servicio Nacional de Normalización, Capacitación e Investigación para la Industria de la Construcción. SENCICO, 36 p., Lima.
8. Oñate E., (1992), *Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos. Análisis estático lineal.*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Universidad Politécnica de Cataluña, 838 p. Barcelona.
9. Sánchez R., (2010), "Gestión de riesgos en la construcción de embalses para Hidroelectricidad", *Primer Congreso Internacional Gestión de Riesgos, Ambiente y Energías Alternativas. Colegio de Ingenieros Geólogos de Pichincha*, Quito.
10. Zangar C. N., (1952), "Hydrodynamic pressures on dams due to horizontal earthquake", *Engineering Monographs* **11**, United States Department of the Interior Bureau of Reclamation, Colorado.