



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

Análisis de las fuerzas dinámicas que se generan en el mecanismo biela manivela del motor a gasolina de tres cilindros utilizando programas computacionales

Columba Sigcho, Oscar Gabriel

Departamento de Ciencias de la Energía y Mecánica

Carrera de Ingeniería Automotriz

Trabajo de Unidad de Integración Curricular, previo a la obtención del Título de Ingeniero Automotriz

MSc. Lara Núñez, Mario Alcides

17 de febrero del 2022

Latacunga



**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA CARRERA
DE INGENIERÍA AUTOMOTRIZ**

CERTIFICACIÓN

Certifico que el trabajo de Unidad de Integración Curricular, **“Análisis de las fuerzas dinámicas que se generan en el mecanismo biela manivela del motor a gasolina de tres cilindros utilizando programas computacionales”** fue realizado por el señor **Columba Sigcho, Oscar Gabriel** el mismo que ha sido revisado en su totalidad, analizado por la herramienta de verificación de similitud de contenido; por lo tanto, cumple con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, razón por la cual me permito acreditar y autorizar para que lo sustente públicamente.

Latacunga, 17 de febrero del 2022

MARIO
ALCIDES
LARA
NUNEZ

Firmado
digitalmente por
MARIO ALCIDES
LARA NUNEZ
Fecha: 2022.02.17
16:00:58 -05'00'

Ing. Lara Núñez, Mario Alcides

C.C.: 1801751981



DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA CARRERA
DE INGENIERÍA AUTOMOTRIZ

REPORTE DE VERIFICACIÓN DE CONTENIDO

COPYLEAKS

Tabajo de UIC-OSCAR COLUMBA (1).pdf

Scanned on: 19:50 February 9, 2022 UTC



Overall Similarity Score



Results Found



Total Words in Text

Identical Words	248
Words with Minor Changes	83
Paraphrased Words	199
Omitted Words	0

MARIO
ALCIDES
LARA
NUNEZ

Firmado
digitalmente por
MARIO ALCIDES
LARA NUNEZ
Fecha: 2022.02.17
16:00:58 -05'00'



**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA CARRERA
DE INGENIERÍA AUTOMOTRIZ**

RESPONSABILIDAD DE AUTORÍA

Yo, **Columba Sigcho, Oscar Gabriel** con cedula de ciudadanía N°**1726499385**, declaro que el contenido, ideas y criterios del trabajo de Unidad de Integración Curricular: **“Análisis de las fuerzas dinámicas que se generan en el mecanismo biela manivela del motor a gasolina de tres cilindros utilizando programas computacionales”** es de mi autoría y responsabilidad, cumpliendo con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, respetando los derechos intelectuales de terceros y referenciando las citas bibliográficas.

Latacunga, 17 de febrero del 2022



Columba Sigcho, Oscar Gabriel

C.C.: 1726499385



**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA ENERGÍA Y MECÁNICA CARRERA
DE INGENIERÍA AUTOMOTRIZ**

AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN

Yo, **Columba Sigcho, Oscar Gabriel** con cedula de ciudadanía N° **1726499385**, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar el trabajo de Unidad de Integración Curricular: **“Análisis de las fuerzas dinámicas que se generan en el mecanismo biela manivela del motor a gasolina de tres cilindros utilizando programas computacionales”** en el Repositorio Institucional, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi responsabilidad.

Latacunga, 17 de febrero del 2022



Columba Sigcho, Oscar Gabriel

C.C.: 1726499385

Dedicatoria

A Dios por haberme permitido llegar con vida hasta el día de hoy y poder ver un sueño realizado, por la existencia que nos ha brindado a cada ser humano y que gracias a eso podemos aprender de nuestros errores y ser mejores personas.

A mis padres Mercy Sigcho y Oscar Columba quienes a pesar de las diferentes adversidades siempre han estado a mi lado apoyándome, y brindándome sus consejos y cariño incondicional.

A mis hermanas Daniela y Milena Columba, quienes con su presencia y aliento me han motivado para poder darles un buen ejemplo y llegar a ser un pilar en sus vidas.

A mi sobrina Sofía Ayo quien me ha brindado su alegría y cariño, eso ha hecho que cada día me sienta feliz, ya que sus ocurrencias han llegado a ser como una terapia positiva en mi vida.

A mis abuelos quienes han estado pendiente de mi progreso en mi vida diaria, y por último y no menos importante a mis amigos de la universidad con quienes compartí alegrías y tristezas y que ayudándonos mutuamente hemos logrado cumplir nuestros sueños.

COLUMBA SIGCHO, OSCAR GABRIEL

Agradecimiento

Agradezco principalmente a mis padres que gracias a su confianza y esfuerzo he logrado cumplir un sueño el cual tuve desde muy pequeño, les agradezco por la vida y la confianza hacia mi persona y por siempre estar ahí cuando los necesitaba.

A mis hermanas, sobrina y abuelos que siempre han estado al pendiente de mi progreso y que me han ayudado en lograr este objetivo de vida personal.

A mis amigos de universidad por haberme dado la oportunidad de conocerlos y por todo lo que compartimos, siempre les estaré agradecido por esas sonrisas y momentos felices que compartimos.

A mi tutor de tesis el Ing. Mario Lara quien supo guiarme en este proceso de titulación y brindarme sus conocimientos para sacar adelante mi trabajo.

COLUMBA SIGCHO, OSCAR GABRIEL

Tabla de contenido

Caratula	1
Certificación	2
Reporte de verificación de contenido	3
Responsabilidad de autoría	4
Autorización de publicación	5
Dedicatoria	6
Agradecimiento	7
Resumen	16
Abstract	17
Introducción	18
Antecedentes	18
Planteamiento del problema	19
Justificación e Importancia	20
Objetivos	21
<i>Objetivo General</i>	21
<i>Objetivos Específicos</i>	21
Variables de investigación	21
<i>Variables dependientes</i>	21
Variables independientes	21
Hipótesis	22

Fundamentación teórica	23
Programas computacionales.....	23
<i>Working Model 2D</i>	23
Motor de combustión interna (MCI).....	23
Ciclo teórico del motor de combustión interna	24
Ciclo Otto de 4 tiempos.....	25
Componentes fijos del motor de combustión interna	26
<i>Culata</i>	26
<i>Bloque motor</i>	26
<i>Carter</i>	28
Componentes móviles del motor de combustión interna.....	28
<i>Pistón</i>	28
<i>Biela</i>	29
<i>Cigüeñal</i>	29
<i>Volante</i>	30
Mecanismo	30
Descripción del mecanismo biela manivela	31
Elementos que conforman el mecanismo biela – manivela	32
<i>Barra</i>	32
Aplicaciones del mecanismo.....	33
Fundamentos de cinemática.....	33
<i>Eslabones, juntas y cadenas cinemáticas</i>	33
<i>Movilidad</i>	34
<i>Ley de Grashof</i>	35
<i>Análisis de la posición de mecanismos planos</i>	35

<i>Ecuación de cierre del circuito</i>	36
<i>Soluciones de algebra compleja de ecuaciones vectoriales</i>	37
Fundamentos de Dinámica	38
<i>Fuerza del Gas</i>	38
<i>Las leyes del movimiento de Newton</i>	39
<i>Momento de inercia de masa</i>	40
<i>Modelos dinámicos</i>	40
Análisis dinámico del mecanismo biela – manivela	40
<i>Método de solución Newtoniano</i>	40
<i>Método Newtoniano en un solo eslabón de rotación pura</i>	41
Fuerzas de sacudimiento	44
Metodología de desarrollo del proyecto	45
Análisis cinemático	45
Movilidad o Grados de libertad del mecanismo	45
Comprobación de la ley de Grashof	46
Análisis de posición	47
<i>Método algebraico</i>	47
<i>Método computacional</i>	48
Análisis de velocidad	52
<i>Método algebraico</i>	52
<i>Método computacional</i>	53
Análisis de aceleración	55
<i>Método algebraico</i>	55
<i>Método computacional</i>	56
Análisis dinámico	59

Momento de inercia	59
<i>Momento de inercia de la biela</i>	59
<i>Momento de inercia de la manivela</i>	62
<i>Momento de inercia del pistón</i>	62
Método algebraico	63
<i>Fuerza estática debido a la presión de los gases.</i>	63
<i>Análisis para el impulsor o manivela</i>	65
<i>Análisis para el acoplador o biela</i>	66
<i>Determinación de α_{CG3x} y α_{CG3y}</i>	68
<i>Análisis para la corredera o pistón</i>	69
Método Computacional	71
Resultados de la investigación	76
Resultados del análisis cinemático.....	76
<i>Análisis de posición</i>	76
<i>Análisis de velocidad</i>	80
<i>Análisis de aceleración</i>	83
Resultados del análisis dinámico.....	86
<i>Momento de inercia de la biela</i>	86
<i>Momento de inercia de la manivela</i>	87
<i>Momento de inercia del pistón</i>	88
<i>Fuerzas y momentos de inercia del mecanismo</i>	88
Conclusiones y recomendaciones	99
Conclusiones	99
Recomendaciones.....	100
Bibliografía	101

Anexos **103**

Índice de figuras

Figura 1	<i>Logo de Working Model 2D</i>	23
Figura 2	<i>Ciclo de combustión interna Genérico</i>	24
Figura 3	<i>Ciclo Otto del motor de combustión interna</i>	25
Figura 4	<i>Culata</i>	26
Figura 5	<i>Bloque del motor</i>	27
Figura 6	<i>Disposición de los cilindros</i>	27
Figura 7	<i>Carter del motor</i>	28
Figura 8	<i>Pistón</i>	28
Figura 9	<i>Biela</i>	29
Figura 10	<i>Cigüeñal</i>	29
Figura 11	<i>Volante del motor</i>	30
Figura 12	<i>Mecanismo de 4 barras manivela – biela - corredera</i>	31
Figura 13	<i>Esquema de distribución de los elementos del mecanismo</i>	32
Figura 14	<i>Aplicación del mecanismo biela – manivela en un MCI</i>	33
Figura 15	<i>Tipos de eslabones rígidos</i>	34
Figura 16	<i>Adición y sustracción de vectores</i>	36
Figura 17	<i>Mecanismo de sujeción manual</i>	37
Figura 18	<i>Correlación de los vectores en el plano y los números complejos</i>	38
Figura 19	<i>Análisis de fuerzas dinámicas de un solo eslabón de rotación pura</i>	41
Figura 20	<i>Fuerzas dinámicas de un solo eslabón de rotación pura</i>	42
Figura 21	<i>Numero de juntas y eslabones del mecanismo</i>	45
Figura 22	<i>Circuito vectorial</i>	47
Figura 23	<i>Simulación del mecanismo biela manivela en el software de diseño 2D</i>	51
Figura 24	<i>Configuración de los puntos para obtener valores de posición</i>	51
Figura 25	<i>Configuración de los puntos para obtener valores de velocidad</i>	55
Figura 26	<i>Configuración de los puntos para obtener valores de aceleración</i>	58

Figura 27	<i>Diseño de la biela</i>	59
Figura 28	<i>Ubicación del sistema de coordenadas de la biela</i>	60
Figura 29	<i>Ingreso del material de la biela</i>	61
Figura 30	<i>Ingreso del material de la biela</i>	61
Figura 31	<i>Diseño de la manivela</i>	62
Figura 32	<i>Diseño del pistón</i>	63
Figura 33	<i>Mecanismo biela manivela</i>	64
Figura 34	<i>Diagrama de cuerpo libre de la manivela</i>	65
Figura 35	<i>Diagrama de cuerpo libre de la biela</i>	67
Figura 36	<i>Circuito vectorial</i>	68
Figura 37	<i>Diagrama de cuerpo libre del pistón</i>	69
Figura 38	<i>Rotación de la biela</i>	77
Figura 39	<i>Desplazamiento del pistón</i>	78
Figura 40	<i>Velocidad del pistón</i>	80
Figura 41	<i>Velocidad angular de la biela</i>	81
Figura 42	<i>Aceleración del pistón</i>	83
Figura 43	<i>Aceleración angular de la biela</i>	84
Figura 44	<i>Datos del momento de inercia de la biela</i>	86
Figura 45	<i>Datos del momento de inercia de la manivela</i>	87
Figura 46	<i>Datos del momento de inercia de la manivela</i>	88
Figura 47	<i>Fuerza estática de los gases</i>	89
Figura 48	<i>Aceleración del centro de gravedad aG3</i>	90
Figura 49	<i>Fuerzas que actúan en el mecanismo biela manivela</i>	92
Figura 50	<i>Fuerzas de sacudimiento</i>	94
Figura 51	<i>Torque a 800 rpm</i>	95
Figura 52	<i>Torque a 3200 rpm</i>	96
Figura 53	<i>Torque a 5100 rpm</i>	97
Figura 54	<i>Torque a 3200 rpm en el programa Working model 2D</i>	98

Índice de tablas

Tabla 1	<i>Parámetros para la comprobación de la ley de Grashof</i>	46
Tabla 2	<i>Parámetros para la simulación en los programas Computacionales.....</i>	49
Tabla 3	<i>Valor de la altura de la cámara de compresión.....</i>	72
Tabla 4	<i>Coefficientes de fricción de materiales.</i>	72
Tabla 5	<i>Valores de posición de los diferentes puntos de medición.....</i>	79
Tabla 6	<i>Valores de posición y velocidad de los diferentes puntos de medición</i>	82
Tabla 7	<i>Valores de posición y aceleración de los diferentes puntos de medición...</i>	85

Resumen

El presente trabajo de investigación se enfocó en el cumplimiento del objetivo de realizar el análisis de las fuerzas dinámicas que se generan en el mecanismo de cuatro barras biela manivela del motor a gasolina de tres cilindros utilizando programas computacionales, para este tipo de análisis se decidió emplear un método de solución algebraico que es un procedimiento utilizado en la obtención de ecuaciones cinemáticas y dinámicas, este método comienza con el análisis cinemático del mecanismo en el cual mediante la ecuación de cierre del sistema y a través del algebra compleja y las leyes de Newton se establecen las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración del mecanismo. Posteriormente y al igual que en el análisis cinemático se emplea el mismo método para hallar las ecuaciones de fuerzas que actúan en cada uno de los eslabones del mecanismo. El proceso de solución computacional fue basado en dos software, el primer software se utilizó para dar solución a las ecuaciones cinemáticas y dinámicas planteadas en el análisis algebraico del mecanismo y con esto se obtuvieron los valores y graficas de dichas ecuaciones. Se realizó el mismo análisis en el segundo software el cual era un programa de diseño computacional 2D, que a través de una simulación se obtuvieron los valores cinemáticos y dinámicos del mecanismo, por último, se analizó las gráficas y se compararon los valores obtenidos en ambos software.

Palabras clave:

- **MECANISMO DE CUATRO BARRAS**
- **CINEMÁTICA**
- **DINÁMICA**
- **MÉTODO ALGEBRAICO**

Abstract

The present research work was focused on the fulfillment of the objective of performing the analysis of the dynamic forces generated in the connecting rod-crank four-bar mechanism of the three-cylinder gasoline engine using computer programs, for this type of analysis it was decided to use an algebraic solution method which is a procedure used in obtaining kinematic and dynamic equations, This method begins with the kinematic analysis of the mechanism in which by means of the closing equation of the system and through complex algebra and Newton's laws, the position, velocity and acceleration equations of the mechanism are established. Subsequently, as in the kinematic analysis, the same method is used to find the equations of forces acting on each of the links of the mechanism. The computational solution process was based on two software, the first software was used to solve the kinematic and dynamic equations proposed in the algebraic analysis of the mechanism and with this the values and graphs of these equations were obtained. The same analysis was performed in the second software, which was a 2D computational design program, and through a simulation, the kinematic and dynamic values of the mechanism were obtained. Finally, the graphs were analyzed and the values obtained in both software were compared.

Keywords:

- **FOUR – BAR MECHANISM**
- **KINEMATICS**
- **DYNAMICS**
- **ALGEBRAIC METHOD**

Capítulo I

1. Introducción

1.1. Antecedentes

Un mecanismo es una agrupación de componentes, cuyo objetivo es transmitir o convertir el movimiento, fuerza o energía a través de las cadenas cinemáticas que lo conforman; desde un componente motriz a un componente receptor.

En los años de (1829 a 1905) vivió Franz Reuleaux quien fue un ingeniero mecánico alemán miembro de la Berlín Royal Academy el cual afirmaba que “Las maquinas podían ser reducidas a elementos limitados en sus movimientos”, desarrollo un complejo método para describir la topología de una gran variedad de mecanismos, diseño y dirigió la construcción de mecanismos simples como son: mecanismos de 4 barras, manivela y triangulo de Reuleaux.

Durante la revolución científica Galileo Galilei hizo posible la determinación de los conceptos clave de trabajo, fuerza y energía., En 1687 nace el primer tratado general de la mecánica por el científico Isaac Newton, en el cual define la masa, la cantidad de movimiento, inercia y fuerza, tales definiciones se aplicaron más tarde en el diseño de mecanismos y de esa forma nacería la dinámica aplicada a mecanismos o también conocida como dinámica Newtoniana la cual estaría ligada a las tres leyes del movimiento de Newton, dichas leyes nos ayudan al análisis y entendimiento de las fuerzas que interactúan en los mecanismos.

Según Pinedo (2019) nos dice que el cálculo de las cargas que actúan sobre el mecanismo biela-manivela se consideran las fuerzas originadas por la presión de los gases (F_{gases}) y las fuerzas de inercia debido a las piezas en movimiento ($F_{inercia}$). No se consideran las fuerzas de rozamiento. Se considera el cilindro como un elemento estático y se asume que el cigüeñal gira a velocidad angular constante. Las fuerzas de inercia se subdividen en Fuerza de inercia con movimiento alternativo (F_i) y en las Fuerzas de inercia con movimiento rotativo (F_R).

Norton (2009) en cambio presenta desarrollos relativamente compactos, a su vez incluye a las fuerzas inerciales y las relaciona con las fuerzas de explosión de los gases de combustión, finalmente obtiene las expresiones representativas a las fuerzas de sacudimiento.

Wilson (2002) en cambio nos presenta un desarrollo alternativo, en el cual realiza un análisis directo entre las fuerzas internas, obteniendo finalmente las fuerzas de sacudimiento.

La ciencia enfocada a los mecanismos ayuda a la ingeniería a solucionar problemas industriales al proveer soluciones factibles y confiables a la hora de fabricar máquinas que cumplan una determinada función que satisfaga necesidades en diferentes ámbitos.

1.2. Planteamiento del problema

En la actualidad el desarrollo industrial ha hecho que investigadores e ingenieros opten por nuevas metodologías a la hora de realizar el análisis y el diseño de mecanismos, esto con el fin de adecuar nuevas tecnologías en el desarrollo de mecanismos y satisfacer las necesidades de las empresas, así como el alargamiento de la vida útil de los mismos.

Uno de los mecanismos más utilizados en la industria automotriz es el mecanismo biela – manivela, el cual por más sencillo que parezca es en realidad muy complejo, este mecanismo principalmente se encuentra en los motores de combustión interna (MCI), parte importante del estudio de máquinas de combustión interna radica en el estudio de las fuerzas y los pares de sacudimiento a los cuales está sometido el mecanismo, esto con el fin de disminuir las mismas.

Con el paso del tiempo los diseñadores de dichos mecanismos automotrices se han visto expuestos a una problemática, la cual involucra las fuerzas dinámicas generadas por el motor de combustión interna, dichas fuerzas han ocasionado que el mecanismo móvil biela-manivela se encuentre sometido a las mismas, y producto de esta interacción las partes del mecanismo se han visto sometidas a esfuerzos y deformaciones lo cual ha ocasionado una disminución de la vida útil del mecanismo, uno de los principales causantes del deterioro del mecanismo biela-manivela en el motor de combustión interna (MCI) han sido las fuerzas de sacudimiento, por ende en el presente estudio se pretende incrementar la resistencia y rigidez necesarias en el mecanismo con el fin de soportar las fuerzas dinámicas.

En la actualidad la falta de información sobre dicho tema ha ocasionado que la problemática que ocasionan las fuerzas dinámicas sometidas al mecanismo biela-manivela llegue a afectar no solo a la vida útil del mismo, sino que también ha contribuido a la contaminación ambiental, este segundo es producto de las fuerzas de sacudimiento ocurridas en el mecanismo, dichos sacudimientos ocasionan que

exista una mala combustión el motor y producto de esta mala combustión ha ocasionado el ya mencionado anteriormente impacto ambiental.

La contaminación presente en el aire es uno de los problemas ambientales más importantes, esto es el resultado de las actividades del hombre. Las causas que originan este tipo de contaminación son diversas, pero la mayor parte se debe es a las actividades industriales, vehiculares, comerciales, domésticas y agropecuarias. Tomando en consideración que la contaminación del medio ambiente por los vehículos automotores constituye la segunda causa de contaminación del aire a nivel mundial, por lo que se debe reconocer la importancia de este problema y por ende adoptar medidas preventivas, el resultado de esta contaminación afecta a la conservación de los seres vivientes y del medio en el cual habitamos. (Gomez, 2004)

1.3. Justificación e Importancia

El estudio de Cinemática y Dinámica de Máquinas es de gran importancia en la formación de Ingeniería Mecánica, puesto que las funciones de los ingenieros mecánicos son el desarrollo y diseño de varios mecanismos y así obtener nuevos a partir de los ya existentes mediante la modificación de estos o la integración de nuevos elementos. (Viciano, 2020)

Viciano (2020) estipula que el estudio de las fuerzas, así como de las posiciones, velocidades y aceleraciones de los mecanismos es de interés primordial en el campo de la dinámica de los motores de combustión interna. El mecanismo biela-corredora es una disposición específica de un grupo de elementos, a partir del cual se modela este tipo de motores.

Actualmente el motor de combustión interna (MCI) se ha visto ubicado en el ojo público por la contaminación que este genera al ambiente y el poco interés por dar solución de parte de las empresas enfocadas en esta industria, por lo que en vista de la de tal problemática nos hemos visto con la obligación de realizar un estudio con enfoque a las fuerzas dinámicas que actúan en el mecanismo biela-manivela, para de esta forma dar una posible solución a dicho problema.

Por tal motivo en el presente proyecto se pretende realizar el estudio de un mecanismo biela-manivela del motor de tres cilindros del modelo vehicular Suzuki Forza 1, en el cual se determina las fuerzas dinámicas del mecanismo, dicho análisis incluye el desarrollo de un diagrama de cuerpo libre de cada componente del mecanismo y también se dará a conocer las ecuaciones que se involucran en dicho

análisis, todo esto se explicara de manera detallada a través de resultados calculados e imágenes generadas por programas computacionales.

En el ámbito de la Ingeniería Automotriz más precisamente hablando de los motores de combustión interna (MCI) aún existe escasez de información acerca de las fuerzas dinámicas generadas en el mecanismo biela-manivela de un motor de tres cilindros, por lo que la presente investigación será de gran utilidad para futuras generaciones de estudiantes de ingeniería y para empresas que tengan dicho enfoque, los cuales podrían utilizar la metodología generada en este proyecto para el análisis dinámico del mecanismo, por lo que de ser necesario podrían realizar el diseño o rediseño del mecanismo antes mencionado, con el fin de mejorar la calidad del producto o su vida útil.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General

- Realizar el análisis de las fuerzas dinámicas que se generan en el mecanismo biela-manivela del motor a gasolina de tres cilindros utilizando programas computacionales.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Realizar el análisis cinemático y dinámico del mecanismo biela – manivela del motor de tres cilindros mediante un análisis algebraico con el fin de encontrar las ecuaciones de posición, velocidad, aceleración y fuerzas que actúan en el mecanismo.
- Implementar la metodología del análisis cinemático y dinámico a través de los programas computacionales de solución de ecuaciones algebraicas y diseño 2D, para dar solución a las ecuaciones planteadas en el análisis algebraico.
- Analizar las curvas características y los resultados obtenidos a través de los programas computacionales del análisis cinemático y dinámico con fines comparativos.

1.5. Variables de investigación

1.5.1. Variables dependientes

- Análisis Dinámico

1.5.2. Variables independientes

- Mecanismo biela-manivela

1.6. Hipótesis

- Mediante el análisis dinámico del mecanismo biela-manivela en el motor de tres cilindros se pretende determinar las fuerzas que se generan en el mismo.

Capítulo II

2. Fundamentación teórica

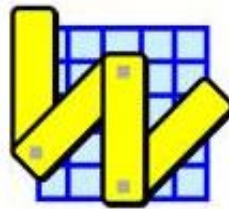
2.1. Programas computacionales

2.1.1. *Working Model 2D*

El programa Working Model 2D es capaz de modelar el movimiento de cuerpos rígidos que pueden estar conectados por una variedad de articulaciones y limitaciones. Working Model 2D también puede modelar el movimiento de cuerpos rígidos cuando una fuerza externa actúa sobre ellos, esta fuerza externa puede ser de motores" resortes y efectos ambientales gravedad, fricción y magnetismo.

Figura 1

Logo de Working Model 2D



Nota. Adaptado de *Working Model* [Fotografía], por Design Simulation Technologies, 2021, Workingmodel.design-simulation (<http://workingmodel.design-simulation.com/wm2d/wmnewfeatures.php>).

2.2. Motor de combustión interna (MCI)

El fin de un motor es el realizar un trabajo lo más eficientemente posible, para lo cual varias personas idearon y desarrollaron el motor de combustión interna el cual reemplazaría a la máquina de vapor. En el caso de los motores de combustión interna, el trabajo a realizar se consigue gracias a una explosión, esa explosión se consigue gracias a la energía interna del combustible cuando este se enciende. (Martinez, 2015)

Los combustibles tienen una energía interna la cual puede ser transformada en trabajo, entonces, en los motores de combustión interna, la energía utilizada para que el motor realice un trabajo es la energía interna del combustible. Dicha energía interna es manifestada a través del aumento de la presión y temperatura. (Martinez, 2015)

2.3. Ciclo teórico del motor de combustión interna

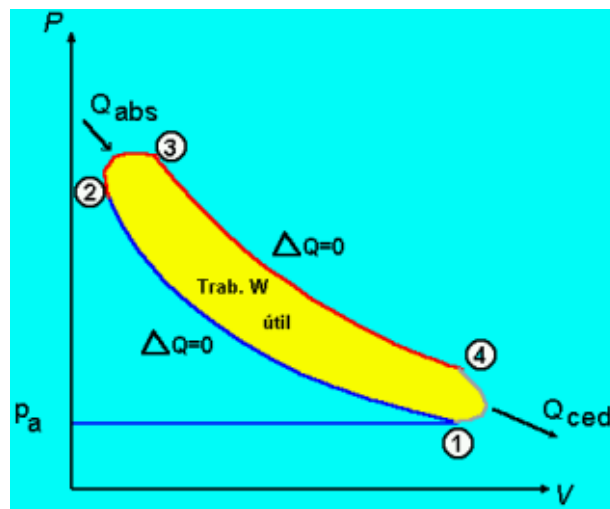
Para que ocurra esa explosión, como ya hemos dicho antes tiene que haber un combustible mezclado con aire para que pueda reaccionar y explotar. Por lo tanto, no basta con el proceso de explosión del combustible, sino que también hace falta un proceso de admisión para que este carburante (aire - combustible) entre en el cilindro. (Martinez, 2015)

A través del proceso de compresión se consigue que el aumento de presión en el momento de la explosión sea mucho mayor, ya que antes de la explosión, los gases reactivos estarían presionados. (Martinez, 2015)

También para poder finalizar el ciclo hace falta un proceso de escape, para de esta manera poder vaciar el cilindro y que pueda volver a entrar el carburante. De esta forma es como está dispuesto el ciclo del motor de combustión interna hasta el día de hoy, con 4 procesos por ciclo (admisión – compresión – expansión – escape). (Martinez, 2015)

Figura 2

Ciclo de combustión interna Genérico



Nota. El grafico representa el ciclo teórico del motor de combustión interna. Tomado de *Motores de Combustión Interna* (p.17), por Martínez. V.A, 2015.

En 1 tenemos el proceso de admisión ya acabado, de 1 a 2 vemos el proceso de compresión, de 2 a 3 es el momento donde ocurre la explosión del carburante, de 3 a 4 el gas a alta presión y temperatura se expande y desplaza el pistón realizando un trabajo útil. Finalmente, de 4 a 1 los gases combustionados salen del cilindro para de esta forma volver a empezar el ciclo. (Martinez, 2015)

2.4. Ciclo Otto de 4 tiempos

1er tiempo: Admisión: En este tiempo el pistón se encuentra en la parte superior del cilindro (PMS), la válvula de admisión se abre mientras que la válvula de escape permanece cerrada, el pistón desciende hacia la parte inferior del cilindro (PMI), este descenso ocasiona un vacío dentro del cilindro el cual ayuda en la aspiración de la mezcla aire combustible.

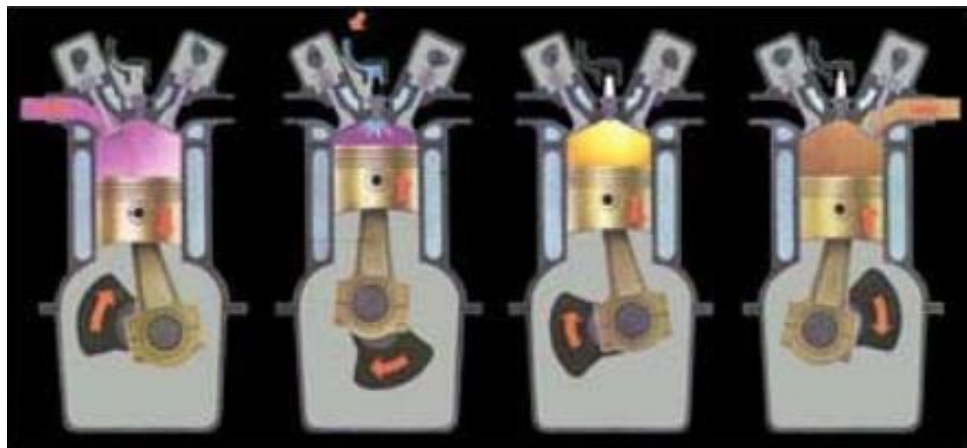
2º tiempo: Compresión: Una vez completado el ciclo de admisión y con el pistón en la parte inferior del cilindro (PMI), la válvula de admisión se cierra y el pistón comienza a ascender comprimiendo la mezcla hacia la parte superior del cilindro (PMS).

3er tiempo: Expansión: Con la mezcla ya comprimida y con el pistón en la parte superior del cilindro (PMS), la bujía entra en funcionamiento haciendo saltar la chispa eléctrica esto produce un aumento en la presión del cilindro y efecto de esto el pistón desciende hacia el punto más bajo del cilindro (PMI). En este tiempo de expansión es donde se realiza el trabajo útil del motor.

4º tiempo: Escape: Una vez que el pistón ha descendido a la parte inferior del cilindro (PMI), se abre la válvula de escape y el pistón empieza a ascender hacia la parte superior del cilindro (PMS) empujando los gases combustionados hacia el exterior, una vez que el pistón ha llegado hacia la parte superior la válvula de escape se cierra dando paso a un nuevo ciclo.

Figura 3

Ciclo Otto del motor de combustión interna



Nota. El grafico representa el ciclo Otto de 4 tiempos del motor de combustión interna. Tomado de *Motores de Combustión Interna* (p.22), por Martínez. V.A, 2015.

2.5. Componentes fijos del motor de combustión interna

2.5.1. Culata

La culata está ubicada en la parte superior del motor esta es una pieza la cual puede ser de hierro fundido o de aluminio dependiendo de la clase de motor y de sus fabricantes. La función principal de esta pieza es la de sellar la parte superior de los cilindros esto con el fin de evitar pérdidas de compresión y salida de los gases combustionados.

Dentro de la culata es donde se ubican las válvulas de admisión y de escape, así como las bujías. Posee, además, dos conductos internos: uno conectado al múltiple de admisión el cual permite que la mezcla aire-combustible penetre en la cámara de combustión del cilindro y otro conectado al múltiple de escape el cual tiene la función de expulsar los gases producidos por la combustión hacia el medio ambiente. Esta también posee otros conductos los cuales permiten la circulación de agua para su respectiva refrigeración. (Córdova, 2013)

Figura 4

Culata



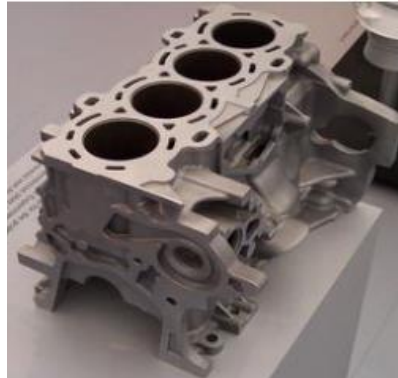
Nota. El grafico representa la culata del motor de combustión interna. Tomado de Tomado de *Motores de Combustión Interna* (p.45), por Martínez. V.A, 2015.

2.5.2. Bloque motor

En el bloque se encuentran ubicados los cilindros, los cuales son cavidades practicadas en el mismo, por dichas cavidades es por donde se desplazan los pistones. Estos últimos son considerados como el corazón del motor. (Córdova, 2013)

Figura 5

Bloque del motor



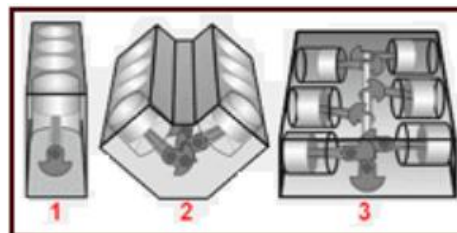
Nota. El grafico representa el bloque del motor de combustión interna. Tomado de *Estudio de un motor de combustión interna para determinar sus parámetros de funcionamiento y su factibilidad de aplicación en los laboratorios de la facultad de ingeniería civil y mecánica* (p.27), por Córdova. M.E, 2013.

El bloque del motor debe ser rígido, ligero y de poca dimensión, esto con el fin de que el vehículo pueda generar una mejor potencia al momento de su conducción, este también posee diferentes disposiciones en sus cilindros, estas disposiciones pueden ser:

- En línea
- En V
- Planos con los cilindros opuestos

Figura 6

Disposición de los cilindros



Nota. El grafico representa la disposición de los cilindros en el bloque del motor de combustión interna. Tomado de *Estudio de un motor de combustión interna para determinar sus parámetros de funcionamiento y su factibilidad de aplicación en los laboratorios de la facultad de ingeniería civil y mecánica* (p.28), por Córdova. M.E, 2013.

2.5.3. Carter

El cárter se encuentra en la parte inferior del motor, es el lugar donde se deposita el aceite el cual previamente lubricara a las partes móviles del motor como son el cigüeñal, los pistones, árbol de levas, etc., la lubricación del motor se realiza mediante una bomba de alta presión la cual succiona el lubricante del cárter para posteriormente enviarlo a los mecanismos que necesitan lubricación.

Figura 7

Carter del motor



Nota. El grafico representa el cárter del motor de combustión interna. Tomado de *Motores de Combustión Interna* (p.48), por Martínez. V.A, 2015.

2.6. Componentes móviles del motor de combustión interna

2.6.1. Pistón

Es el elemento con forma de vaso invertido que está situado en el interior del cilindro y se desliza por este. Recibe en su parte superior (cabeza) la presión o fuerza expansiva de los gases, la recoge y, por un eje situado en su centro (bulón) la transmite a la biela, y esta al eje motor (cigüeñal), transformándose así el movimiento rectilíneo alternativo del pistón en rotativo continuo del eje del motor, a través del mecanismo biela-manivela. (Ocaña, 2003, pág. 25)

Figura 8

Pistón



Nota. El grafico representa el pistón del motor de combustión interna. Tomado de *Motores de Combustión Interna* (p.41), por Martínez. V.A, 2015.

2.6.2. Biela

Es la pieza que une al pistón con el eje motor, transmitiendo a este los esfuerzos procedentes de la combustión recogidos por el pistón. Se une al pistón mediante el bulón y al eje motor. Por estar sometida a grandes esfuerzos se fabrica de materiales de gran resistencia y sección especial. (Ocaña, 2003, pág. 25)

Figura 9

Biela



Nota. El grafico representa la biela del motor de combustión interna. Tomado de *Motores de Combustión Interna* (p.45), por Martínez. V.A, 2015.

2.6.3. Cigüeñal

Es el eje del motor, que recibe movimiento de la biela por sus codos o muñequillas, transformando el movimiento lineal del pistón, en rotativo. Por el cigüeñal sale el trabajo o energía del motor hacia los órganos de transmisión. Este es el elemento más importante del motor, el más robusto, y se fabrica de materiales de gran resistencia. (Ocaña, 2003, pág. 25)

Figura 10

Cigüeñal



Nota. El grafico representa el cigüeñal del motor de combustión interna. Tomado de *Motores de Combustión Interna* (p.49), por Martínez. V.A, 2015.

2.6.4. Volante

Se constituye como una rueda metálica dentada, este está situado al final del eje del cigüeñal el cual acumula parte de la energía cinética que se produce durante el tiempo de explosión y posteriormente la devuelve nuevamente al cigüeñal para mantenerlo girando. (Córdova, 2013)

Figura 11

Volante del motor



Nota. El grafico representa el volante del motor de combustión interna. Tomado de *Motores de Combustión Interna* (p.50), por Martínez. V.A, 2015.

2.7. Mecanismo

Un mecanismo es un elemento que transforma el movimiento en una secuencia deseable, este por lo general desarrolla fuerzas muy bajas y transmite poca potencia. Por lo que podemos decir que una maquina es aquella que contiene mecanismos que están diseñados para producir y transmitir fuerzas significativas. Algunos ejemplos comunes de mecanismos pueden ser el obturador de una cámara fotográfica, un reloj análogo, una mesa plegable, un trípode ajustable, etc. Algunos ejemplos de máquinas que poseen movimientos similares a los mecanismos antes mencionados pueden ser la puerta de una caja fuerte, la transmisión de un vehículo, un brazo robótico y algunos juegos mecánicos, etc. Las máquinas y mecanismos principalmente difieren en su grado y no en su clase, por lo que no existe una clara línea divisoria entre ambos. Si las fuerzas o niveles de energía en el elemento son significativos, se considera como una máquina y si este no es el caso es considerado como un mecanismo. (Norton, 2009)

Los mecanismos, con un peso excesivo y con un funcionamiento a bajas velocidades, se pueden tratar como dispositivos cinemáticos; es decir, estos pueden ser analizados de manera cinemática sin llegar a considerar las fuerzas. En cambio, las máquinas que funcionan a altas revoluciones, primero deben tratarse como mecanismos en los cuales se analizarán cinemáticamente sus velocidades y aceleraciones, para posteriormente analizarlos como sistemas dinámicos en los que sus fuerzas estáticas y dinámicas serán analizados mediante principios de cinética.

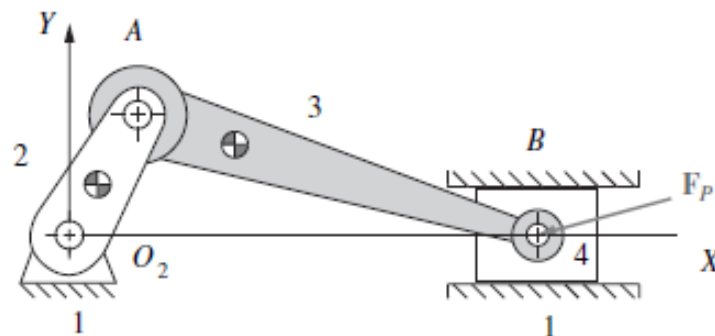
2.8. Descripción del mecanismo biela manivela

El mecanismo biela – manivela es un mecanismo el cual transforma el movimiento rotacional o circular en un movimiento de traslación, dentro de la mecánica este mecanismo es considerado como un eslabonamiento de 4 barras.

Esquemáticamente este tipo de mecanismo se crea con dos “barras” unidas por una unión de revoluta. Un extremo de la barra que rota la cual se encuentra unida a un punto fijo, y el otro extremo se encuentran unido a la biela. El extremo resultante de la biela se encuentra unido a un pistón que se mueve en línea recta. (Ayala, 2008, pág. 29)

Figura 12

Mecanismo de 4 barras manivela – biela - corredera



Nota. El gráfico representa las 4 barras que componen el mecanismo. Donde el eslabón 1 es el cuadro o marco, el cual es considerado fijo; la barra 2 es el eslabón de la manivela, que en este caso es el que tiene una rotación de 360 grados, el eslabón 3 corresponde a la biela o eje acoplador y cuya función es transmitir el movimiento entre los eslabones 2 y 4 en esta configuración del mecanismo. Tomado de *Elaboración de un prototipo virtual de un banco de pruebas del sistema manivela – biela - pistón* (p.24), por Limeta. S., 2015, Instituto Politécnico Nacional.

2.9. Elementos que conforman el mecanismo biela – manivela

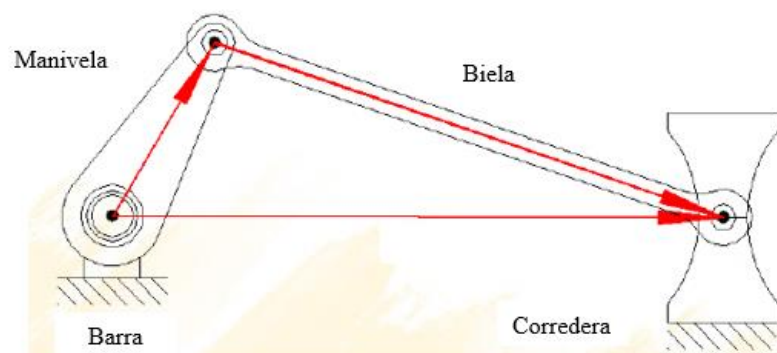
2.9.1. Barra

Es la parte elemental del mecanismo. Por lo general se le conoce como *barra* o *eslabón* a cada uno de los sólidos que tienen un movimiento relativo con respecto a los otros. Según el movimiento que se efectuó, las barras o eslabones se clasifican en diferentes grupos:

1. **Biela:** es un elemento el cual tiene como función el enlace de otros elementos para transmitir movimiento rotatorio-traslación con respecto a un sistema de referencia, y este sistema puede estar en movimiento o no. (Sacotto, 2020, pág. 28)
2. **Manivela:** es un elemento mecánico que tiene movimiento rotatorio referido a un elemento fijo (bancada), con centro en uno de sus nodos y en el cual usualmente se desarrolla un torque utilizado para generar el funcionamiento a un mecanismo. (Sacotto, 2020, pág. 28)
3. **Corredera:** es el eslabón que tiene un movimiento rectilíneo a lo largo de la barra fija. Esta barra es la cual ejecuta el movimiento de salida del mecanismo. (Arias, 2013, pág. 10)
4. **Barra fija:** esta es la barra que de la cadena cinemática que está sin movimiento y sirve de soporte para el resto del mecanismo. (Arias, 2013, pág. 10)

Figura 13

Esquema de distribución de los elementos del mecanismo



Nota. El grafico representa la distribución de los elementos que conforman el mecanismo biela – manivela. Tomado de *Sintesis y analisis de máquinas y mecanismos* (p.31), por José F. Olmedo S. y Jaime F. Echeverría Y., 2018, Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE.

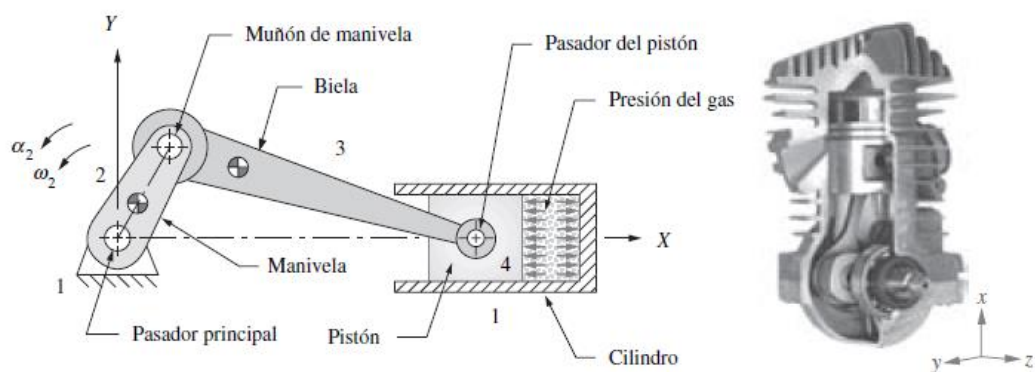
2.10. Aplicaciones del mecanismo

En la actualidad el mecanismo biela – manivela esta mayormente presente en las industrias relacionadas con los motores, una de las principales aplicaciones de este mecanismo la podemos encontrar en los motores de combustión interna alternativos (MCI).

Uno de los ejemplos aplicativos más comunes en la actualidad lo encontramos en el motor de combustión interna de un automóvil, en el cual el movimiento lineal del pistón producido por la explosión del combustible se transmite a la biela y se convierte en un movimiento circular del cigüeñal, esta transmisión de energía y movimiento en los mecanismos es lo que permite que el vehículo tenga movimiento.

Figura 14

Aplicación del mecanismo biela – manivela en un MCI



Nota. El grafico representa la aplicación del mecanismo biela – manivela en los motores de combustión interna alternativos. Tomado de *Sintesis y analisis de máquinas y mecanismos* (p.571), por Norton, L. R, 2009, McGraw-Hill Education.

2.11. Fundamentos de cinemática

2.11.1. Eslabones, juntas y cadenas cinemáticas

Para realizar el estudio de mecanismos se empezará dando una breve definición de eslabón, junta y cadena cinemática.

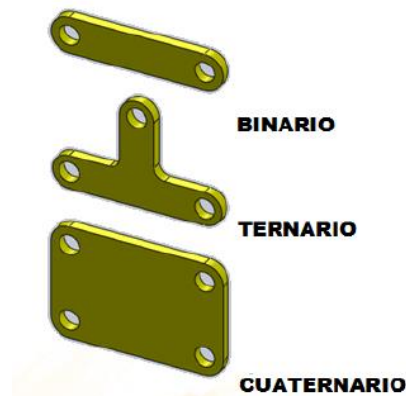
- **Eslabón:** cuerpo rígido con dos o más elementos de enlace (nodos).

Los eslabones se clasifican por:

- **Los puntos de conexión**
 - ✓ Binario (Dos puntos de conexión)
 - ✓ Ternario (Tres puntos de conexión)
 - ✓ Cuaternario (Cuatro puntos de conexión)

Figura 15

Tipos de eslabones rígidos



Nota. El grafico representa los tipos de eslabones. Tomado de *Sintesis y analisis de máquinas y mecanismos* (p.10), por José F. Olmedo S. y Jaime F. Echeverría Y., 2018, Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE.

- **Tipo de movimiento**
 - ✓ Corredera y collarín (M. Traslación)
 - ✓ Manivela (M. Rotación)
 - ✓ Biela (M. Plano general)
 - ✓ Bancada (Sin movimiento)
- **Junta:** es una conexión entre dos o más eslabones en sus nodos, esta permite el movimiento entre los eslabones conectados.
- **Cadena Cinemática:** es un ensamble de eslabones y nodos los cuales van a producir un movimiento controlado.

2.11.2. Movilidad

Es el número de grados de libertad que posee un mecanismo; o también se lo define como el número de parámetros mínimos, los cuales nos sirven para especificar la posición de los eslabones de un mecanismo, para un mecanismo cuyo movimiento tiene lugar solo en 2 dimensiones el número de grados de libertad o movilidad se puede calcular siguiendo el criterio de Grübler – Kutzbach.

$$m = 3(n - 1) - 2j_1 - j_2$$

Ec. 0.1

Donde:

m = Movilidad

n = Numero de eslabones

j1 = Numero de uniones con un grado de libertad

j2 = Numero de uniones con dos grados de libertad

2.11.3. Ley de Grashof

Esta ley es aquella que pronostica el comportamiento de rotación de un eslabonamiento de cuatro barras basándose en las longitudes del eslabón. Para un mecanismo plano de cuatro barras, la sumatoria del eslabón más corto y más largo tiene que ser menor que la sumatoria de las longitudes de los dos eslabones restantes, a través de esta ley se verifica que el mecanismo tenga una rotación continua entre dos elementos.

$$s + l \leq p + q \quad \text{Ec. 0.2}$$

Donde:

s = Longitud eslabón más corto

l = Longitud eslabón más largo

p y **q** = Longitud eslabón restante

2.11.4. Análisis de la posición de mecanismos planos

Cuando las trayectorias de los puntos móviles de un mecanismo se encuentran en un solo plano o en planos paralelos, se le asigna el nombre de mecanismo plano, la naturaleza de la ecuación de cierre del circuito lleva a menudo a la resolución de ecuaciones simultáneas no lineales, cuando se sigue un planteamiento analítico. Con todo, particularmente en el caso de mecanismos planos, si se sigue un método gráfico, la solución es casi siempre directa.

Para entender mejor el proceso de la ecuación de cierre en el análisis de posición de mecanismos planos se detallará el proceso de la adición vectorial. Donde dos vectores A y B cualesquiera conocidos se pueden sumar gráficamente como se ilustra en la figura 16. Según la escala seleccionada, los vectores se trazan haciendo coincidir la punta de uno con el origen del otro, en cualquier orden y su suma C se identifica como:

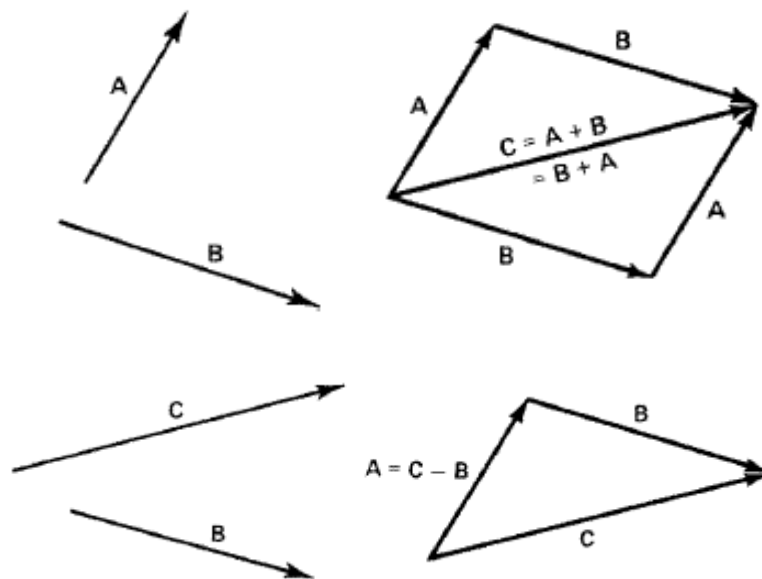
$$C = A + B = B + A \quad \text{Ec. 0.3}$$

La operación de la sustracción vectorial gráficamente se ilustra en la figura 16, en donde los vectores se trazan con sus puntas coincidentes, para resolver la ecuación.

$$A = C - B \quad \text{Ec. 0.4}$$

Figura 16

Adición y sustracción de vectores



Nota. El grafico representa el proceso de la adición y sustracción de vectores. Tomado de *Teoría de Máquinas y Mecanismos* (p.43), por Shigley, J.E. y Uicker, J.J., 2001, McGraw-Hill Education.

2.11.5. Ecuación de cierre del circuito

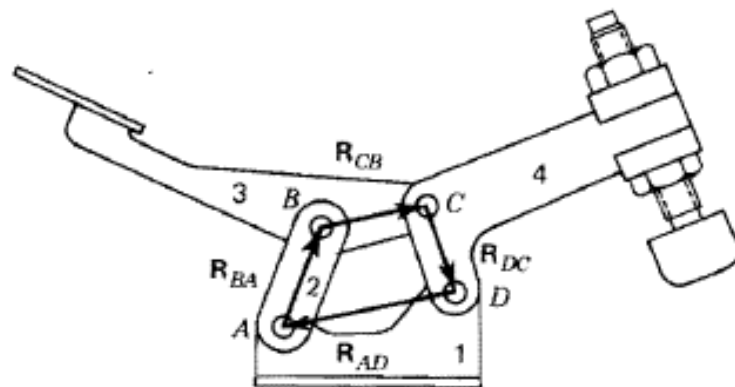
Si tenemos un mecanismo, la longitud de sus eslabones se constituye en la magnitud de sus vectores de posición que firman un polígono cerrado, es decir la suma de sus vectores debe ser cero.

$$R_{BA} + R_{CB} + R_{DC} + R_{AD} = 0 \quad \text{Ec. 0.5}$$

Esta expresión se conoce como ecuación de cierre del circuito para el mecanismo de sujeción manual. Como se muestra en la figura 17, esta ecuación expresa el hecho de que el mecanismo forma un circuito cerrado y por ende el polígono el cual está constituido por los vectores de posición debe mantenerse cerrado cuando el mecanismo se encuentra en movimiento.

Figura 17

Mecanismo de sujeción manual



Nota. El gráfico representa los vectores del mecanismo de sujeción manual. Tomado de *Teoría de Máquinas y Mecanismos* (p.41), por Shigley, J.E. y Uicker, J.J., 2001, McGraw-Hill Education.

2.11.6. Soluciones de álgebra compleja de ecuaciones vectoriales

En los problemas en el plano, con frecuencia conviene expresar un vector especificando su magnitud y dirección en notación polar. (Shigley, 2001)

$$R = R\angle\theta \quad \text{Ec. 0.6}$$

En la figura 18a se puede observar el vector bidimensional:

$$R = R^x i + R^y j \quad \text{Ec. 0.7}$$

Tiene dos componentes rectangulares de magnitudes:

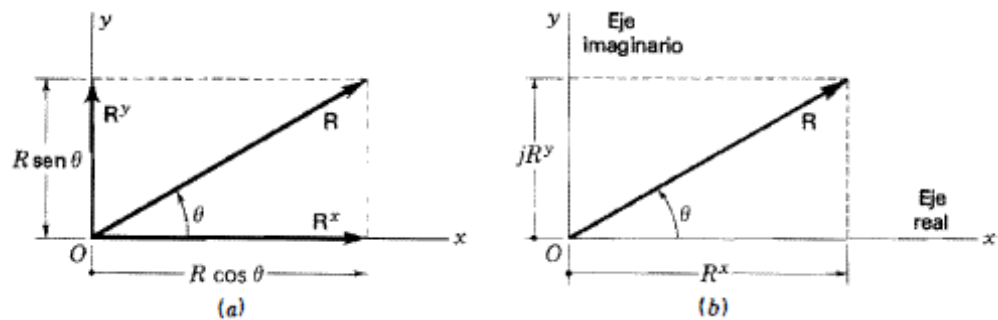
$$R^x = R\cos\theta \quad R^y = R\sin\theta \quad \text{Ec. 0.8}$$

Siendo:

$$R = \sqrt{(R^x)^2 + (R^y)^2} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{R^y}{R^x} \quad \text{Ec. 0.9}$$

Figura 18

Correlación de los vectores en el plano y los números complejos



Nota. El grafico representa la correlación de los vectores y los números complejos en el plano. Tomado de *Teoría de Máquinas y Mecanismos* (p.50), por Shigley, J.E. y Uicker, J.J., 2001, McGraw-Hill Education.

2.12. Fundamentos de Dinámica

El objetivo principal de la dinámica es el análisis de las fuerzas dinámicas en función del tiempo. Los esfuerzos en cambio son una función de las fuerzas aplicadas como también de las inerciales. El objetivo del diseño en la ingeniería mecánica se basa en mantener los esfuerzos generados dentro de límites aceptables para los materiales elegidos. Para esto se requiere que todas las fuerzas que actúan en el mecanismo sean definidas y se mantengan dentro de los límites deseados. Por lo general en la maquinaria que tiene movimiento las fuerzas más grandes encontradas son las generadas por la dinámica de la misma. Dichas fuerzas dinámicas son proporcionales a la aceleración. (Norton, 2009, pág. 3)

2.12.1. Fuerza del Gas

La fuerza del gas es ocasionada debido a la explosión de la mezcla aire - combustible la cual afecta a la cabeza del pistón por medio de un choque, como se muestra en la figura 14.

Por tanto:

$$F_g = -P_g A_p \quad A_p = \frac{\pi}{4} B^2$$

$$F_g = -P_g \frac{\pi}{4} B^2 \quad \text{Ec. 0.10}$$

Donde:

F_g = fuerza del gas

P_g = presión del gas

A_p = Área del pistón

B = diámetro interior del cilindro el cual es igual al diámetro del pistón.

2.12.2. Las leyes del movimiento de Newton

El análisis de las fuerzas implicadas en los mecanismos netamente depende de las tres **leyes del movimiento de Newton**, las cuales son:

1. *Un cuerpo en reposo tiende a permanecer en reposo, y un cuerpo en movimiento a velocidad constante tiende a mantener esa velocidad a menos que actúe sobre él una fuerza externa.*
2. *El cambio de la cantidad de movimiento de un cuerpo con respecto al tiempo es igual a la magnitud de la fuerza aplicada y actúa en la dirección de la fuerza.*
3. *Por cada fuerza de acción existe una fuerza de reacción igual y opuesta.*

La segunda ley esta expresada en función de la razón de cambio de cantidad de movimiento:

$$M = mv \quad \text{Ec. 0.11}$$

Donde:

M = es la cantidad de movimiento

m = es masa

v = es velocidad

Se supone que la masa es constante en este análisis. La razón de cambio de mv con respecto al tiempo es. (Norton, 2009)

$$F = ma \quad \text{Ec. 0.12}$$

Donde:

F = es el resultado de todas las fuerzas que actúan en el centro de masa del sistema.

a = es la aceleración del centro de masa

Es posible diferenciar entre dos subclases de problemas de dinámica, esto según los datos que se conozcan y cuales se requieran encontrar.

En el apartado de nuestro análisis nos enfocaremos netamente en la segunda subclase de resolución de problemas dinámicos, llamado “**problema de dinámica inversa**”, en donde este análisis se basa en el conocimiento previo de las aceleraciones, velocidades y desplazamientos a aplicar en el sistema y los mismos

deben resolverse para las magnitudes y direcciones de las fuerzas y pares de torsión necesarios para obtener los movimientos deseados.

2.12.3. Momento de inercia de masa

Las leyes de Newton no solo se aplican a sistemas en traslación, sino que también a aquellos sistemas en estado de rotación, por lo tanto, la forma rotatoria de la segunda ley de Newton es:

$$T = I\alpha \quad \text{Ec. 0.13}$$

Donde:

T = es el par de torsión resultante con respecto al centro de masa.

α = es la aceleración angular.

I = es el momento de inercia de masa con respecto a un eje que pasa por el centro de masa.

2.12.4. Modelos dinámicos

A menudo en el análisis dinámico es conveniente crear un sistema simplificado del mismo. Estos modelos ocasionalmente son considerados como el conjunto de masas puntuales conectadas a través de barras sin masa. Para que dichos modelos sean dinámicamente equivalentes al cuerpo original, deben tomarse en cuenta tres aspectos. (Norton, 2009)

1. *La masa del modelo debe ser igual a la del cuerpo original.*
2. *El centro de gravedad debe estar en el mismo lugar que el del cuerpo original.*
3. *El momento de inercia de masa debe ser igual al del cuerpo original.*

2.13. Análisis dinámico del mecanismo biela – manivela

2.13.1. Método de solución Newtoniano

Este método es el más utilizado en este tipo de análisis dinámico ya que proporciona más información sobre las fuerzas internas presentes en el mecanismo, este tipo de método hace uso de la ley de Newton, como se definió en las ecuaciones (0.12) y (0.13) estas se escriben como la suma de todas las fuerzas y los pares de torsión presentes en el sistema. (Norton, 2009)

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad \sum \mathbf{T} = I_G \alpha \quad \text{Ec. 0.14}$$

Es conveniente sumar por separado las componentes de las fuerzas en las direcciones “x” y “y”. Todos los pares de torsión presentes en el sistema bidimensional están en la dirección “z”. Esto nos permite descomponer las dos ecuaciones vectoriales en tres ecuaciones escalares. (Norton, 2009)

$$\sum F_x = m\alpha_x \quad \sum F_y = m\alpha_y \quad \sum T = I_G\alpha \quad \text{Ec. 0.15}$$

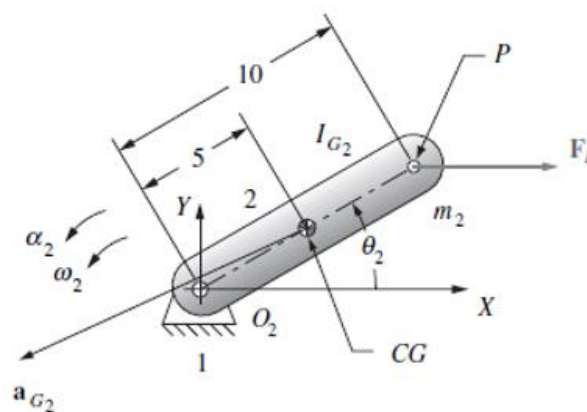
Estas tres ecuaciones se escriben para cada cuerpo en movimiento de un sistema, lo cual nos da como resultado un conjunto de ecuaciones lineales simultáneas para cualquier sistema. La manera más conveniente de resolver estas ecuaciones es a través del método de matrices. Si las aceleraciones cinemáticas son grandes comparadas con la gravedad, entonces las fuerzas producidas por el peso pueden ignorarse en el análisis dinámico. Si los elementos de la maquina son robustos o tienen un movimiento lento el cual conlleva a aceleraciones cinemáticas pequeñas, o ambos casos, puede ser necesario incluir el peso de los elementos en el análisis. (Norton, 2009)

2.13.2. Método Newtoniano en un solo eslabón de rotación pura

Para ejemplificar el método de solución Newtoniano se considerará un eslabón único en rotación pura mostrado en la figura 19. En cualquiera de estos problemas de análisis de fuerzas dinámicas, primero se debe definir en su totalidad la cinemática del problema. Es decir, se deber realizar un análisis de posición y velocidad del mecanismo el cual nos conlleve a las aceleraciones angulares de los elementos rotatorios y las aceleraciones lineales de los CG de todos los miembros. Para esto es fundamental conocer la masa de cada elemento y el momento de inercia I_G . Además, pueden existir fuerzas o pares de torsión externos aplicados a cualquier elemento del sistema. (Norton, 2009)

Figura 19

Análisis de fuerzas dinámicas de un solo eslabón de rotación pura

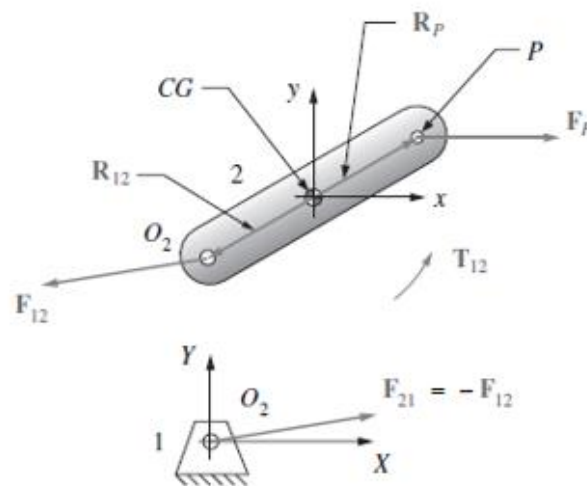


Nota. El grafico representa el diagrama cinemático en un eslabón de rotación pura, donde “x” y “y” representa el sistema coordenado global, fijo (CGS). Tomado de *Sintesis y analisis de máquinas y mecanismos* (p.500), por Norton, L. R, 2009, McGraw-Hill Education.

Como punto de partida se requiere de un sistema coordenado local no rotatorio en cada eslabón móvil, localizado en su CG. Todas las fuerzas externas aplicadas, deben tener sus puntos de aplicación localizados en el sistema coordenado local. La figura 20 muestra un diagrama de cuerpo libre del eslabón móvil 2. La junta de pasador en O_2 del eslabón 2 tiene una fuerza F_{12} generada por la unión con el eslabón 1, cuyas componentes “x” y “y” son F_{12x} y F_{12y} . Estos subíndices se leen como “fuerza del eslabón 1 sobre el eslabón 2” en la dirección “x” o “y”. El esquema de notación con subíndices se utiliza para indicar en que par de fuerzas de “acción - reacción” se determina. (Norton, 2009)

Figura 20

Fuerzas dinámicas de un solo eslabón de rotación pura



Nota. El grafico representa el diagrama de cuerpo libre de las fuerzas aplicadas en un eslabón de rotación pura, donde “x” y “y” representa un sistema local no rotatorio, unido a un eslabón (LNCS). Tomado de *Síntesis y análisis de máquinas y mecanismos* (p.500), por Norton, L. R, 2009, McGraw-Hill Education.

También existe una fuerza externa aplicada F_p mostrada en el punto P , con componentes F_{px} y F_{py} . Los vectores de posición R_{12} y R_p definen, respectivamente, los puntos de aplicación de estas fuerzas. Estos vectores de posición se definen con respecto al sistema coordenado local en el CG del elemento. Se deben descomponer en sus componentes “x” y “y”, y estar disponible un par de torsión fuente en el eslabón para impulsarlo a las aceleraciones cinemáticamente definidas. (Norton, 2009)

Esta es una de las incógnitas que deben determinarse. El de torsión fuente es el par suministrado desde la bancada hasta el eslabón motriz 2, por lo que se designa como T_{12} . Las otras dos incógnitas de este ejemplo son las componentes de la fuerza en la junta de pasador F_{12x} y F_{12y} . (Norton, 2009)

Producto del análisis grafico se llega a obtener tres incógnitas y tres ecuaciones, con lo que es posible resolver el sistema. Ahora se pueden escribir las ecuaciones (0.14) y (0.15) para el eslabón móvil 2. Cualquiera de las fuerzas o pares de torsión aplicados cuyas direcciones sean conocidas, deben conservar los signos apropiados en sus componentes. Para esto se debe suponer que todas las fuerzas y pares de torsión desconocidos son positivos. (Norton, 2009)

$$\begin{aligned}\sum \mathbf{F} &= F_p + F_{12} = m_2 a_g \\ \sum \mathbf{T} &= T_{12} + (R_{12x} \times F_{12}) + (R_{px} \times F_p) = I_G \alpha\end{aligned}\quad \text{Ec. 0.16}$$

La ecuación para las fuerzas puede descomponerse en sus dos componentes. La ecuación para los pares de torsión contiene dos términos vectoriales de producto cruz que representan pares de torsión producidos por las fuerzas aplicadas a cierta distancia del CG. Cuando estos productos cruz se desarrollan, el sistema de ecuaciones se vuelve. (Norton, 2009)

$$\begin{aligned}F_{px} + F_{12x} &= m_2 a_{Gx} \\ F_{py} + F_{12y} &= m_2 a_{Gy} \\ T_{12} + (R_{12x} F_{12y} - R_{12y} F_{12x}) + (R_{px} F_{py} - R_{py} F_{px}) &= I_G \alpha\end{aligned}\quad \text{Ec. 0.17}$$

Esta puede expresarse en forma matricial con los coeficientes de las variables desconocidas que forman la matriz **A**, las variables desconocidas en el vector **B** y los términos constantes en el vector **C** y luego resolver para **B**. (Norton, 2009)

$$[A] \quad x \quad [B] = [C]$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -R_{12y} & R_{12x} & 1 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} F_{12x} \\ F_{12y} \\ T_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_2 a_{Gx} - F_{px} \\ m_2 a_{Gy} - F_{py} \\ I_G \alpha - (R_{px} F_{py} - R_{py} F_{px}) \end{bmatrix}\quad \text{Ec. 0.18}$$

Obsérvese que la matriz **A** contiene toda la información geométrica y la matriz **C** toda la información dinámica sobre el sistema. La matriz **B** contiene todas las fuerzas y pares de torsión desconocidos.

2.14. Fuerzas de sacudimiento

Es de suma importancia el conocimiento de las fuerzas dinámicas que se perciben en el plano de la bancada, ya que este puede generar vibraciones en la estructura que soporta la máquina. En los ejemplos simples de mecanismo de tres y cuatro barras, solo existen dos puntos en los cuales pueden transmitirse las fuerzas dinámicas: al eslabón 1 y al plano de bancada. (Norton, 2009)

Las fuerzas suministradas por los eslabones móviles al plano de bancada en los pivotes fijos O_2 y O_4 se designan como F_{21} y F_{41} por medio de la convención de subíndices definidos en la sección 2.13. Como se decidió resolver para F_{12} y F_{14} en la solución, solo se hacen negativas esas fuerzas para obtener sus contrapartes iguales y opuestas. (Norton, 2009)

$$F_{21} = -F_{12}, \quad F_{41} = -F_{14} \quad \text{Ec. 0.19}$$

La suma de todas las fuerzas que actúan en el plano de bancada recibe el nombre de **fuerza de sacudimiento** (F_s), que en estos ejemplos simples es igual a:

$$F_s = F_{21} + F_{41} \quad \text{Ec.0.20}$$

Capítulo III

3. Metodología de desarrollo del proyecto

3.1. Análisis cinemático

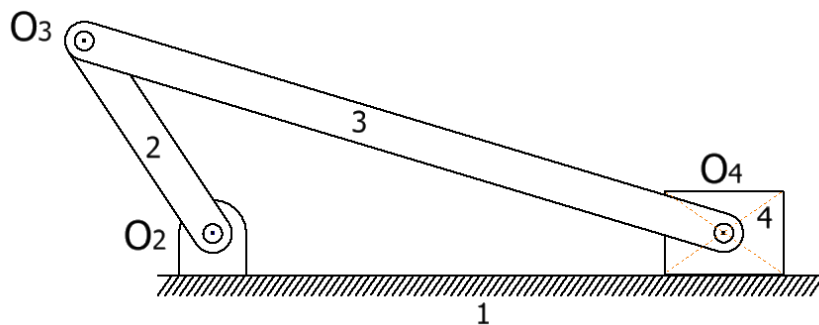
En este caso, se ha procedido a hacer uso de este tipo de análisis para la resolución de un mecanismo biela- manivela, y así conocer los distintos parámetros: posición, velocidad y aceleración de cada componente que constituye dicho mecanismo.

3.2. Movilidad o Grados de libertad del mecanismo

Para determinar los grados de libertad del mecanismo se emplea el modelo de cuerpo rígido de eslabones y se aplica el criterio de Grübler – Kutzbach, la numeración de las juntas y los eslabones se muestra en la siguiente figura:

Figura 21

Número de juntas y eslabones del mecanismo



Nota. El grafico representa el número de juntas y eslabones del mecanismo biela – corredera.

De la figura se tiene que $n=4$, $j_1=4$, de los cuales, las juntas O_2, O_3, O_4 son juntas de revolución, mientras que la junta que se forma con la corredera y la tierra es junta prismática; y $j_2=0$, por lo tanto reemplazando los datos en la ecuación (0.1) se obtiene:

$$m = 3(4 - 1) - 2(4) - 0 = 1$$

Por lo tanto, el grado de libertad en este mecanismo es 1, esto nos indica que el mecanismo se va a mover con un solo actuador.

3.3. Comprobación de la ley de Grashof

Una de las consideraciones de mayor relevancia al momento de diseñar un mecanismo el cual es impulsado por medio de un motor, es asegurarse que la manivela realice una revolución completa, es por esta razón que empezaremos comprobando la ley de Grashof en el mecanismo biela manivela o también conocido como eslabonamiento plano de cuatro barras, en el cual comprobaremos que la suma de los eslabones más largo y más corto, no sea mayor que la suma de las longitudes de los eslabones restantes.

Para lo cual empezaremos ingresando los datos de longitud de los eslabones del mecanismo biela manivela, los cuales se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 1

Parámetros para la comprobación de la ley de Grashof

Variable	Valor
<i>s= manivela</i>	<i>38.5 mm</i>
<i>l= biela</i>	<i>120 mm</i>
<i>p= 2s</i>	<i>77 mm</i>
<i>q= distancia del centro de la biela al PMI = l - s</i>	<i>81.5 mm</i>

Nota. Esta tabla muestra los valores longitudinales de los diferentes eslabones que conforman el mecanismo biela-manivela, los valores mostrados en la presente tabla han sido tomados mediante la realización de un estudio de campo en el cual se tomaron los valores longitudinales reales de cada uno de los eslabones que conforman el mecanismo.

Reemplazando los valores de cada eslabón en la ecuación (0.2), se obtiene:

$$38.5 + 120 \leq 77 + 81.5$$

$$158.5 \leq 158.5$$

Con la comprobación de la ley de Grashof se determina que uno de los elementos del mecanismo biela-manivela es capaz de realizar una revolución completa sin presentar interferencias o atascamientos en el mecanismo.

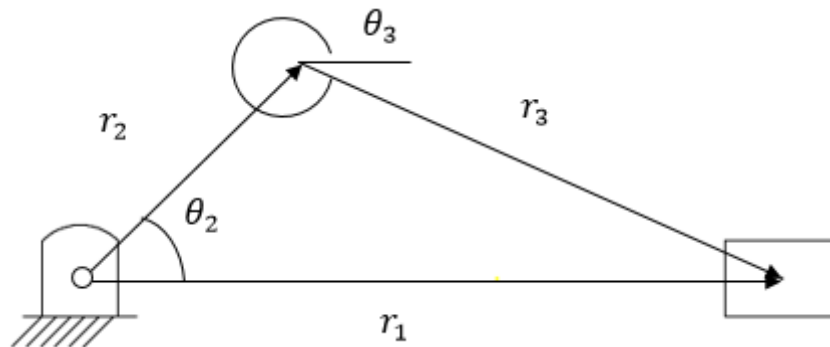
3.4. Análisis de posición

3.4.1. Método algebraico

Para el análisis de posición empleando en el método algebraico, partiremos del siguiente circuito vectorial el cual está dado por la siguiente cadena cinemática la cual se representa en la figura 22.

Figura 22

Circuito vectorial



Nota. El grafico representa el circuito vectorial del mecanismo biela manivela.

Encontramos la ecuación de cierre del circuito vectorial dado en la figura 22 y obtenemos:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 + \vec{r}_3 \quad \text{Ec. 3.0}$$

Y haciendo uso de la notación polar compleja en donde "x" representa el eje real y "y" el eje imaginario se tiene:

$$r_1 * e^{j\theta_1} = r_2 * e^{j\theta_2} + r_3 * e^{j\theta_3} \quad \text{Ec. 3.1}$$

La identidad de Euler se obtiene a partir de la expansión en serie de Taylor de $e^{j\theta}$ generándose la siguiente equivalencia:

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\text{sen}(\theta) \quad \text{Ec. 3.2}$$

Reemplazando en la ecuación (3.1) se tiene:

$$r_1(\cos(0) + j\text{sen}(0)) = r_2(\cos(\theta_2) + j\text{sen}(\theta_2)) + r_3(\cos(\theta_3) + j\text{sen}(\theta_3)) \quad \text{Ec. 3.3}$$

En este caso θ_1 toma el valor de "0" por la posición del pistón la cual está en posición horizontal y forma 0° con el eje de coordenadas en "x".

Igualando la parte real y la imaginaria obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$r_1 = r_2 \cos(\theta_2) + r_3 \cos(\theta_3) \quad P. Real \quad Ec. 3.4$$

$$0 = r_2 \sin(\theta_2) + r_3 \sin(\theta_3) \quad P. Imaginaria \quad Ec. 3.5$$

En este caso la variable independiente es θ_2 la cual varía de 0 a 360° y la solución de las ecuaciones son:

De la ecuación (3.5) hallo θ_3 despejando:

$$\theta_3 = \sin^{-1} \left(-\frac{r_2}{r_3} \sin(\theta_2) \right) \quad Ec. 3.6$$

Para hallar r_1 elevamos al cuadrado los términos de las ecuaciones (3.4) y (3.5).

$$r_1^2 = r_2^2 \cos^2(\theta_2) + 2 r_2 r_3 \cos(\theta_2) \cos(\theta_3) + r_3^2 \cos^2(\theta_3) \quad Ec. 3.7$$

$$0 = r_2^2 \sin^2(\theta_2) + 2 r_2 r_3 \sin(\theta_2) \sin(\theta_3) + r_3^2 \sin^2(\theta_3) \quad Ec. 3.8$$

Finalmente sumamos ambos términos y aplicamos identidades trigonométricas, para de esta forma hallar la siguiente expresión:

$$r_1^2 = r_2^2 + r_3^2 + 2 r_2 r_3 \cos(\theta_2) \cos(\theta_3) + 2 r_2 r_3 \sin(\theta_2) \sin(\theta_3) \quad Ec. 3.9$$

$$r_1^2 = r_2^2 + r_3^2 + 2 r_2 r_3 (\cos(\theta_2) \cos(\theta_3) + \sin(\theta_2) \sin(\theta_3)) \quad Ec. 3.10$$

$$r_1 = \sqrt{r_2^2 + r_3^2 + 2 r_2 r_3 \cos((\theta_2) - (\theta_3))} \quad Ec. 3.11$$

3.4.2. Método computacional

Para este tipo de método utilizaremos dos programas, un solucionador de ecuaciones algebraicas y uno de simulación 2D (Working Model 2D) en los cuales mediante los datos de entrada o iniciales y las formulas anteriormente establecidas en el método analítico, se obtendrán los valores de las incógnitas r_1 y θ_3 en el analisis de posición del mecanismo biela – manivela. Los datos que se necesitan para realizar este análisis son:

- Angulo en el cual se realiza el análisis (θ_2).
- Longitudes de los eslabones (r_2 ; r_3).
- Velocidad y aceleración angular en el eslabón 2 (ω_2, α_2)

Los siguientes datos iniciales para realizar el análisis de posición en los programas computacionales se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 2

Parámetros para la simulación en los programas Computacionales

Variable	Valor
θ_2	40°
r_2	38.5 mm
r_3	120 mm
ω_2	$3200 \text{ rpm} = 335.1032164 \text{ rad/s}$
α_2	0 rad/s^2

Nota. Esta tabla muestra los valores de entrada para el análisis de posición en el software, algunos de los datos que se muestran en la tabla han sido tomados de la tabla 1.

Los valores de θ_2 y ω_2 que se muestran en la tabla 2 se han tomado en función del ciclo de explosión, y las rpm máx. que alcanza el motor Suzuki Forsa 1 de tres cilindros cuando este entrega el torque máx., estos dos valores anteriores se tomaron teniendo en cuenta la fuerza de los gases que actúan sobre el pistón, los valores de r_2 y r_3 representan los eslabones del mecanismo los cuales se representan en la figura 22, mientras que el valor de α_2 tiene un valor equivalente a "0" esto principalmente porque suponemos que el eslabón 2 está balanceado.

Con estos datos se procede a resolver las ecuaciones obtenidas del análisis de posición en el método algebraico adaptadas al lenguaje de programación del solucionador de ecuaciones y también se procede a realizar la simulación del mecanismo en el programa Working Model 2D, para de esta manera encontrar los valores de las incógnitas.

a) Solucionador de ecuaciones algebraicas

En este programa se ingresan las fórmulas de posición anteriormente establecidas en el método analítico del mecanismo biela – manivela y así obtenemos los valores y graficas de las incógnitas r_1 y θ_3 del mecanismo.

ANÁLISIS DE POSICION

- Ingreso de datos de entrada para el analisis

$$r_2 := 0.0385 \quad \text{Longitud eslabon 2 (manivela)}$$

$$r_3 := 0.12 \quad \text{Longitud eslabon 3 (biela)}$$

$$\omega_2 := 3200 \frac{2\pi}{60} \quad \text{Velocidad angular inicial en el eslabon 2}$$

$$\alpha_2 := 0 \quad \text{Aceleracion angular inicial en el eslabon 2}$$

- Ingreso de la ecuacion del angulo de biela

$$\theta_3(\theta_2) := \text{asin}\left[-\left(\frac{r_2}{r_3}\right) \cdot \sin(\theta_2)\right]$$

- Posicion del angulo de biela

$$\text{function}(\theta_2) := \text{asin}\left[-\left(\frac{r_2}{r_3}\right) \cdot \sin(\theta_2)\right]$$

$$\theta_2 := 0, \left(40 \cdot \frac{\pi}{180}\right) .. 360 \cdot \frac{\pi}{180}$$

- Ingreso de ecuaciones de posición del pistón

$$r_1(\theta_2) := \left[(r_2)^2 + (r_3)^2 + 2 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot \cos\left[\theta_2 - \text{asin}\left[-\left(\frac{r_2}{r_3}\right) \cdot \sin(\theta_2)\right]\right] \right]^{0.5}$$

$$\text{function}(\theta_2) := \left[(r_2)^2 + (r_3)^2 + 2 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot \cos\left[\theta_2 - \text{asin}\left[-\left(\frac{r_2}{r_3}\right) \cdot \sin(\theta_2)\right]\right] \right]^{0.5}$$

$$\theta_2 := 0, \left(10 \cdot \frac{\pi}{180}\right) .. 360 \cdot \frac{\pi}{180}$$

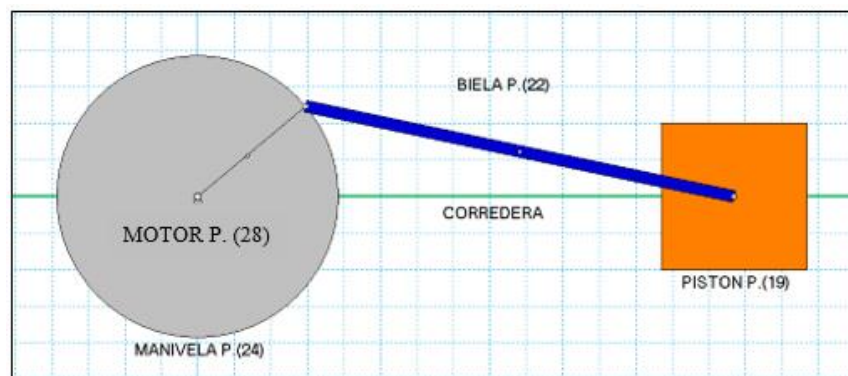
b) Working Model 2D

El nombre del programa que realiza la simulación del análisis cinemático de posición del mecanismo es Working Model 2D, en este programa se simula el mecanismo biela – manivela y así obtenemos los valores de las incógnitas r_1 y θ_3 .

A continuación, se muestra la simulación del mecanismo biela – manivela en el software, el cual se representa en la siguiente figura:

Figura 23

Simulación del mecanismo biela manivela en el software de diseño 2D



Nota. El grafico representa la simulación del mecanismo biela manivela en el programa computacional Working Model 2D.

Realizado el diseño del mecanismo biela manivela y comprobado el correcto funcionamiento de la simulación, se procede a colocar los puntos de medición (24), (22) y (19), estos puntos están colocados en el centro de la manivela, biela y pistón.

Una vez colocado los puntos de medición los cuales nos van a servir para obtener los datos tanto de r_1 como de θ_3 , procedemos a configurar dichos puntos de tal manera que estos nos arrojen valores de posición.

Figura 24

Configuración de los puntos para obtener valores de posición

Position of Point 19		Position of Point 22		Position of Point 24	
x	146.913 mm	x	88.203 mm	x	13.406 mm
y	1.368e-005 mm	y	12.374 mm	y	11.249 mm
rot	-11.901 °	rot	-11.901 °	rot	40.000 °

Nota. El grafico representa la configuración de los puntos del mecanismo biela - manivela en el programa computacional Working Model 2D.

3.5. Análisis de velocidad

3.5.1. Método algebraico

Para el análisis de velocidad empleando en el método analítico, partiremos encontrando la ecuación de cierre del siguiente circuito vectorial el cual está dado por la siguiente cadena cinemática la cual se representa en la figura 22.

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 + \vec{r}_3 \quad Ec. 3.12$$

Las condiciones del análisis es que $\theta_1 = 0$, porque el pistón está en posición horizontal con el eje de coordenadas en "x".

Derivando la ecuación vectorial y aplicando identidades de Euler tenemos:

$$\dot{\vec{r}}_1 = \dot{\vec{r}}_2 + \dot{\vec{r}}_3 \quad Ec. 3.13$$

$$r_1 * e^{j\theta_1} = r_2 * e^{j\theta_2} + r_3 * e^{j\theta_3} \quad Ec. 3.14$$

$$r_1 * e^{j\theta} = r_2 * j * \omega_2 * e^{j\theta_2} + r_3 * j * \omega_3 * e^{j\theta_3} \quad Ec. 3.15$$

$$r_1(\cos(0) + j\text{sen}(0)) = r_2 * j * \omega_2 * (\cos(\theta_2) + j\text{sen}(\theta_2)) + r_3 * j * \omega_3 * (\cos(\theta_3) + j\text{sen}(\theta_3))$$

Ec. 3.16

Igualando los términos reales e imaginarios obtenemos:

$$r_1 = -r_2 * \omega_2 * \text{sen}(\theta_2) - r_3 * \omega_3 * \text{sen}(\theta_3) \quad P. Real \quad Ec. 3.17$$

$$0 = r_2 * \omega_2 * \cos(\theta_2) + r_3 * \omega_3 * \cos(\theta_3) \quad P. Imaginaria \quad Ec. 3.18$$

Despejamos $r_3 * \omega_3$ de las ecuaciones (3.17) y (3.18), una vez despejado el término igualamos las ecuaciones, multiplicamos en cruz y despejamos $r_1 = v_1$ el cual es equivalente a la velocidad del pistón y obtenemos:

$$r_1 = v_1 = r_2 * \omega_2 * \frac{\text{sen}(\theta_3 - \theta_2)}{\cos(\theta_3)} \quad Ec. 3.19$$

De la ecuación (3.18) despejamos ω_3 la cual representa la velocidad angular del eslabón 3 o biela y finalmente obtenemos:

$$\omega_3 = \omega_2 * \frac{-r_2}{r_3} * \frac{\cos(\theta_2)}{\cos(\theta_3)} \quad Ec. 3.20$$

3.5.2. Método computacional

Para este tipo de método utilizaremos dos programas, un solucionador de ecuaciones algebraicas y uno de simulación 2D (Working Model 2D) en los cuales mediante los datos de entrada o iniciales y las formulas anteriormente establecidas en el método algebraico, se obtendrán los valores de las incógnitas \dot{r}_1 y ω_3 en el análisis de velocidad del mecanismo biela – manivela. Los datos que se necesitan para realizar este análisis son:

- Angulo en el cual se realiza el análisis (θ_2).
- Angulo de posición del eslabón 3 (θ_3).
- Longitudes de los eslabones (r_2 ; r_3).
- Velocidad y aceleración angular en el eslabón 2 (ω_2, α_2 .)

Los siguientes datos iniciales para realizar el análisis de velocidad en los programas computacionales fueron tomados de la **tabla 2** la cual representa los valores de entrada para el análisis de posición, pero en este caso dichos datos también serán utilizados en el análisis de velocidad, por último se tomó el dato de θ_3 el cual se obtuvo en el análisis de posición realizado en los programas computacionales, tanto en el solucionador de ecuaciones algebraicas como en el de simulación 2D.

Con estos datos se procede a resolver las ecuaciones obtenidas del análisis de velocidad en el método algebraico adaptadas al lenguaje de programación del solucionador de ecuaciones y también se procede a realizar la simulación del mecanismo en el programa Working Model 2D, para de esta manera obtener los respectivos valores de las diferentes incógnitas.

a) Solucionador de ecuaciones algebraicas

En este programa se ingresan las fórmulas de velocidad anteriormente establecidas en el método algebraico del mecanismo biela – manivela y así obtenemos los valores y graficas de las incógnitas \dot{r}_1 y ω_3 del mecanismo.

CALCULO DE VELOCIDADES

- Ingreso de ecuacion de velocidad del eslabon 1

$$v1(\theta_2) := \frac{r_2 \cdot \omega_2 \cdot \sin(\theta_3(\theta_2) - \theta_2)}{\cos(\theta_3(\theta_2))}$$

$$\text{function}(\theta_2) := \frac{r_2 \cdot \omega_2 \cdot \sin(\theta_3(\theta_2) - \theta_2)}{\cos(\theta_3(\theta_2))}$$

$$\theta_2 := 0, \left(40 \cdot \frac{\pi}{180}\right) .. 360 \cdot \frac{\pi}{180}$$

- Ingreso de ecuacion de velocidad angular del eslabon 3

$$\omega_3(\theta_2) := \frac{-(r_2 \cdot \omega_2 \cdot \cos(\theta_2))}{r_3 \cdot \cos(\theta_3(\theta_2))}$$

$$\text{function}(\theta_2) := \frac{-(r_2 \cdot \omega_2 \cdot \cos(\theta_2))}{r_3 \cdot \cos(\theta_3(\theta_2))}$$

$$\theta_2 := 0, \left(40 \cdot \frac{\pi}{180}\right) .. 360 \cdot \frac{\pi}{180}$$

b) Working Model 2D

El nombre del programa que realiza la simulación del análisis cinemático de velocidad del mecanismo es Working Model 2D, en este programa se simula el mecanismo biela – manivela y así obtenemos los valores de las incógnitas r_1 y ω_3 .

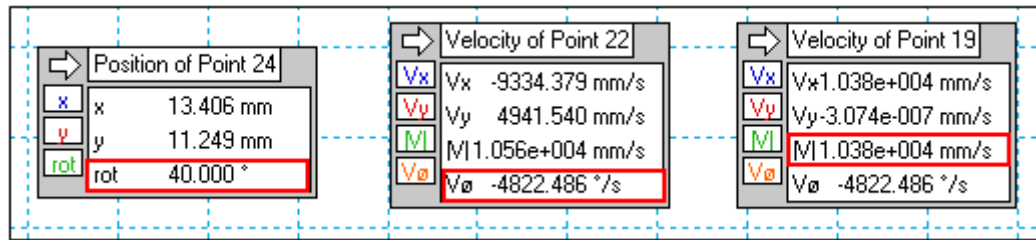
A continuación, se muestra la simulación del mecanismo biela – manivela en el software, el cual se encuentra representado en la figura 23.

Realizado el diseño del mecanismo biela manivela y comprobado el correcto funcionamiento de la simulación, se procede a colocar los puntos de medición los cuales están representados en la figura 23, estos puntos están colocados en el centro de la manivela, biela y pistón.

Una vez colocado los puntos de medición los cuales nos van a servir para obtener los datos tanto de r_1 como de ω_3 , procedemos a configurar dichos puntos de tal manera que estos nos arrojen valores de posición y velocidad.

Figura 25

Configuración de los puntos para obtener valores de velocidad



Nota. El grafico representa la configuración de los puntos del mecanismo biela - manivela en el programa computacional Working Model 2D.

3.6. Análisis de aceleración

3.6.1. Método algebraico

Derivamos por segunda vez el circuito vectorial el cual fue establecido en el apartado del análisis de posición:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 + \vec{r}_3 \quad \text{Ec. 3.21}$$

Esta derivación significa derivar la velocidad obteniéndose:

$$r_1 * e^{j\theta_1} = r_2 * e^{j\theta_2} + r_3 * e^{j\theta_3} \quad \text{Ec. 3.22}$$

$$r_1 \dot{e}^{j\theta} = r_2 * j * \omega_2 * e^{j\theta_2} + r_3 * j * \omega_3 * e^{j\theta_3} \quad \text{Ec. 3.23}$$

$$\begin{aligned} & r_1 \ddot{e}^{j\theta} \\ = & r_2 * j * (\alpha_2 * e^{j\theta_2} + \omega_2^2 * j * e^{j\theta_2}) + r_3 * j * (\alpha_3 * e^{j\theta_3} + \omega_3^2 * j \\ & * e^{j\theta_3}) \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.24}$$

$$\begin{aligned} r_1 \ddot{e}^{j\theta} = & r_2 * j * (\alpha_2 * e^{j\theta_2} + \omega_2^2 * j * e^{j\theta_2}) + r_3 * j * (\alpha_3 * e^{j\theta_3} + \omega_3^2 * j \\ & * e^{j\theta_3}) \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.25}$$

$$\begin{aligned} & r_1 \ddot{e}^{j\theta} \\ = & r_2 j \alpha_2 e^{j\theta_2} - r_2 \omega_2^2 e^{j\theta_2} + r_3 j \alpha_3 e^{j\theta_3} \\ & - r_3 \omega_3^2 e^{j\theta_3} \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.26}$$

$$\begin{aligned}
& \ddot{r}_1(\cos(0) + j\text{sen}(0)) \\
& = r_2 j \alpha_2 (\cos(\theta_2) + j\text{sen}(\theta_2)) - r_2 \omega_2^2 (\cos(\theta_2) + j\text{sen}(\theta_2)) \\
& + r_3 j \alpha_3 (\cos(\theta_3) + j\text{sen}(\theta_3)) \\
& - r_3 \omega_3^2 (\cos(\theta_3) \\
& + j\text{sen}(\theta_3))
\end{aligned} \tag{Ec. 3.27}$$

Igualando los términos reales e imaginarios obtenemos:

$$\begin{aligned}
\ddot{r}_1 & = -r_2 \alpha_2 \text{sen}(\theta_2) - r_2 \omega_2^2 \cos(\theta_2) - r_3 \alpha_3 \text{sen}(\theta_3) \\
& - r_3 \omega_3^2 \cos(\theta_3) \quad P. Real
\end{aligned} \tag{Ec. 3.28}$$

$$\begin{aligned}
0 & = r_2 \alpha_2 \cos(\theta_2) - r_2 \omega_2^2 \text{sen}(\theta_2) + r_3 \alpha_3 \cos(\theta_3) \\
& - r_3 \omega_3^2 \text{sen}(\theta_3) \quad P. Imag.
\end{aligned} \tag{Ec. 3.29}$$

De las ecuaciones (3.28) y (3.29) despejamos $r_3 \alpha_3$, procedemos a igualar las ecuaciones y multiplicar en cruz para finalmente despejar y obtener $\ddot{r}_1 = \alpha_1$, lo cual representa la aceleración lineal del pistón.

$$\ddot{r}_1 = \alpha_1 = \frac{r_2 \alpha_2^2 \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) - r_2 \omega_2^2 \cos(\theta_3 - \theta_2) + r_3 \omega_3^2}{\cos(\theta_3)} \tag{Ec. 3.30}$$

De las ecuaciones (3.28) y (3.29) despejamos $r_2 \alpha_2$, luego igualamos las ecuaciones, multiplicamos en cruz y por último despejamos y obtenemos α_3 , lo cual representa la aceleración angular de la biela.

$$\alpha_3 = \frac{-\ddot{r}_1 \cos(\theta_2) - r_3 \omega_3^2 \cos(\theta_3 - \theta_2) - r_2 \omega_2^2}{r_3 \text{sen}(\theta_3 - \theta_2)} \tag{Ec. 3.31}$$

3.6.2. Método computacional

De igual manera que en el análisis de velocidad utilizaremos los mismos programas computacionales en los cuales mediante los datos de entrada o iniciales y las formulas anteriormente establecidas en el método algebraico, se obtendrán los valores de las incógnitas \ddot{r}_1 y α_3 en el análisis de aceleración del mecanismo biela – manivela. Los datos que se necesitan para realizar este análisis son:

- Angulo en el cual se realiza el análisis (θ_2).
- Angulo de posición del eslabón 3 (θ_3).
- Longitudes de los eslabones (r_2 ; r_3).
- Velocidad angular en el eslabón 3 (ω_3)
- Velocidad y aceleración angular en el eslabón 2 (ω_2, α_2)

Los siguientes datos iniciales para realizar el análisis de aceleración en los programas computacionales fueron tomados de la **tabla 2** la cual representa los valores de entrada para el análisis de posición, pero en este caso dichos datos también serán utilizados en el análisis de velocidad, por último se tomaron los datos de θ_3 y ω_3 los cuales se obtuvieron en el análisis de posición y velocidad realizado en los programas computacionales, tanto en solucionador de ecuaciones como en el de simulación 2D.

Con estos datos se procede a resolver las ecuaciones obtenidas del análisis de aceleración en el método algebraico adaptadas al lenguaje de programación del solucionador de ecuaciones algebraicas y también se procede a realizar la simulación del mecanismo en el programa Working Model 2D, para de esta manera obtener los respectivos valores de las diferentes incógnitas.

a) Solucionador de ecuaciones

En este programa se ingresan las fórmulas de aceleración anteriormente establecidas en el método analítico del mecanismo biela – manivela y así obtenemos los valores y graficas de las incógnitas \ddot{r}_1 y α_3 del mecanismo.

CÁLCULO DE ACELERACIÓN

- Ingreso de ecuacion de aceleracion lineal del eslabon 1

$$a1(\theta_2) := \frac{r_2 \cdot \alpha_2 \cdot \sin(\theta_3(\theta_2) - \theta_2) - r_2 \cdot (\omega_2)^2 \cdot \cos(\theta_3(\theta_2) - \theta_2) - r_3 \cdot (\omega_3(\theta_2))^2}{\cos(\theta_3(\theta_2))}$$

$$\text{function}(\theta_2) := \frac{r_2 \cdot \alpha_2 \cdot \sin(\theta_3(\theta_2) - \theta_2) - r_2 \cdot (\omega_2)^2 \cdot \cos(\theta_3(\theta_2) - \theta_2) - r_3 \cdot (\omega_3(\theta_2))^2}{\cos(\theta_3(\theta_2))}$$

$$\theta_2 := 0, \left(40 \cdot \frac{\pi}{180} \right) .. 360 \cdot \frac{\pi}{180}$$

- Ingreso de ecuacion de aceleracion angular del eslabon 3

$$\alpha_3(\theta_2) := \frac{-a_1(\theta_2) \cdot \cos(\theta_2) - r_3 \cdot (\omega_3(\theta_2))^2 \cdot \cos(\theta_3(\theta_2) - \theta_2) - r_2 \cdot (\omega_2)^2}{r_3 \cdot \sin(\theta_3(\theta_2) - \theta_2)}$$

$$\text{function}(\theta_2) := \frac{-a_1(\theta_2) \cdot \cos(\theta_2) - r_3 \cdot (\omega_3(\theta_2))^2 \cdot \cos(\theta_3(\theta_2) - \theta_2) - r_2 \cdot (\omega_2)^2}{r_3 \cdot \sin(\theta_3(\theta_2) - \theta_2)}$$

$$\theta_2 := 0, \left(40 \cdot \frac{\pi}{180} \right) .. 360 \cdot \frac{\pi}{180}$$

b) Working Model 2D

El nombre del programa que realiza la simulación del análisis cinemático de aceleración del mecanismo es Working Model 2D, en este programa se simula el mecanismo biela – manivela y así obtenemos los valores de las incógnitas \ddot{r}_1 y α_3 .

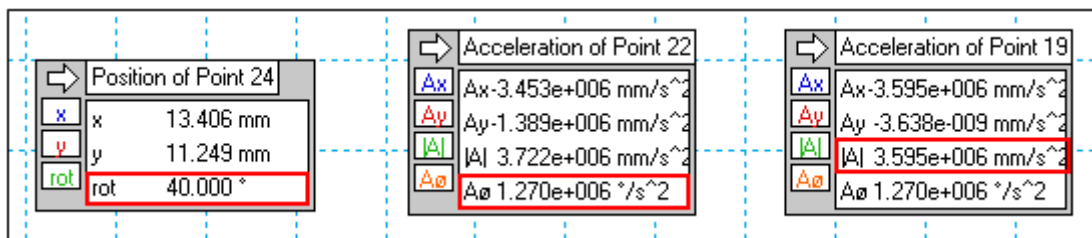
La simulación del mecanismo biela – manivela en el software, se encuentra representado en la figura 23.

Realizado el diseño del mecanismo biela manivela y comprobado el correcto funcionamiento de la simulación, se procede a colocar los puntos de medición los cuales están representados en la figura 23, estos puntos están colocados respectivamente en el centro de la manivela, biela y pistón.

Una vez colocado los puntos de medición los cuales nos van a servir para obtener los datos tanto de \ddot{r}_1 como de α_3 , procedemos a configurar dichos puntos de tal manera que estos nos arrojen valores de posición y aceleración.

Figura 26

Configuración de los puntos para obtener valores de aceleración



Nota. El grafico representa la configuración de los puntos del mecanismo biela - manivela en el programa computacional Working Model 2D.

3.7. Análisis dinámico

En este caso, se procede a hacer uso de este tipo de análisis para la resolución de un mecanismo biela- manivela, y así conocer las fuerzas que actúan en el mecanismo.

3.8. Momento de inercia

El momento de inercia hace referencia a la distribución de masa de un cuerpo o de un sistema de partículas en rotabilidad, respecto a un eje. El momento de inercia depende de la geometría del cuerpo y de la posición del eje de giro, este momento de inercia no depende de las fuerzas que intervienen en el movimiento.

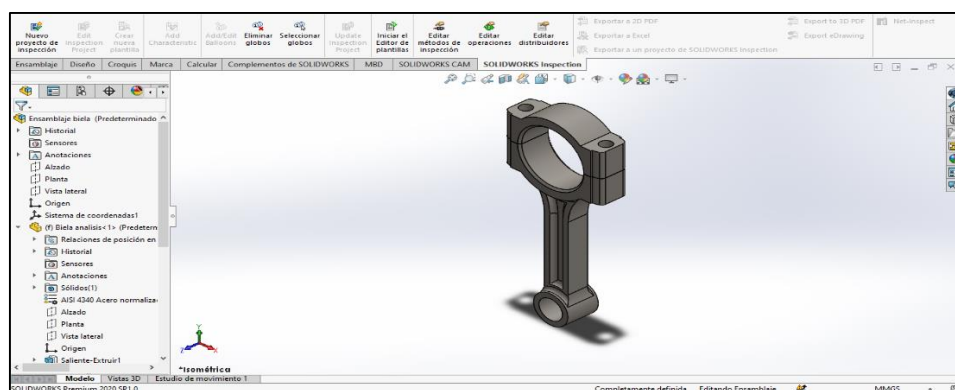
El momento de inercia se puede encontrar de dos formas las cuales pueden ser analíticas o computacionales, en este caso se hará uso del segundo método en el cual se procederá hacer uso de un programa de diseño computacional 3D.

3.8.1. Momento de inercia de la biela

Como punto de partida se empezara realizando el diseño de las diferentes piezas que componen a la biela como son: el brazo de biela y el cojinete de biela, para luego proceder a realizar el ensamblaje de los mismos y con esto tener el diseño completo de la biela, cabe recalcar que para realizar el diseño de la biela se deben tomar las medidas exactas del componente, en nuestro caso se realiza un estudio de campo en el cual se toman las medidas reales de la biela y posteriormente se procede a realizar su respectivo diseño.

Figura 27

Diseño de la biela

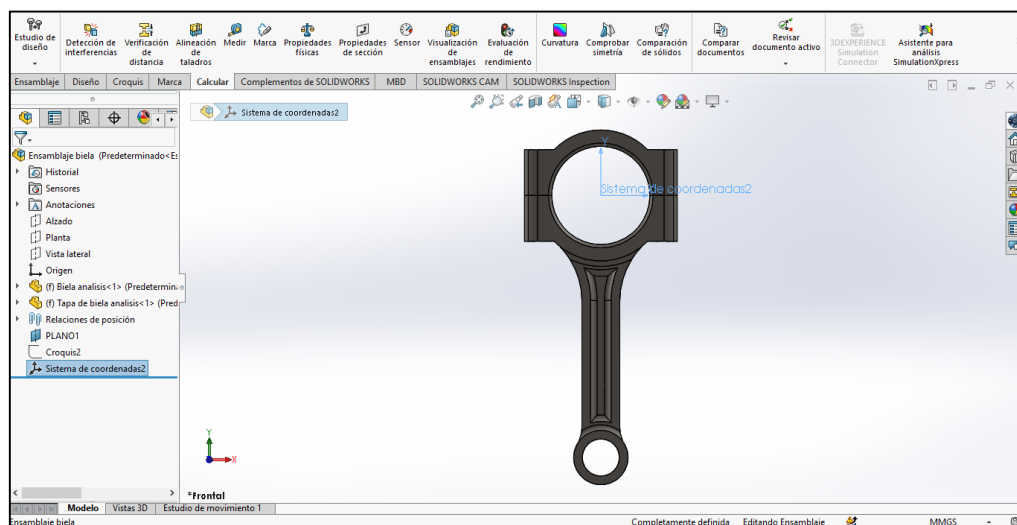


Nota. El grafico representa el diseño de la biela realizado en el programa de diseño computacional.

Realizado el diseño de la biela se procede a ubicar el sistema de coordenadas en el centro de la circunferencia de la cabeza de biela, esto lo realizamos porque de esta forma al obtener las medidas del momento de inercia de la biela también encontraremos el valor de r'_3 el cual representa la distancia del centro de masa medido desde el inicio del eslabón 3, este valor nos ayuda posteriormente a encontrar el valor del centro de gravedad de la misma.

Figura 28

Ubicación del sistema de coordenadas de la biela

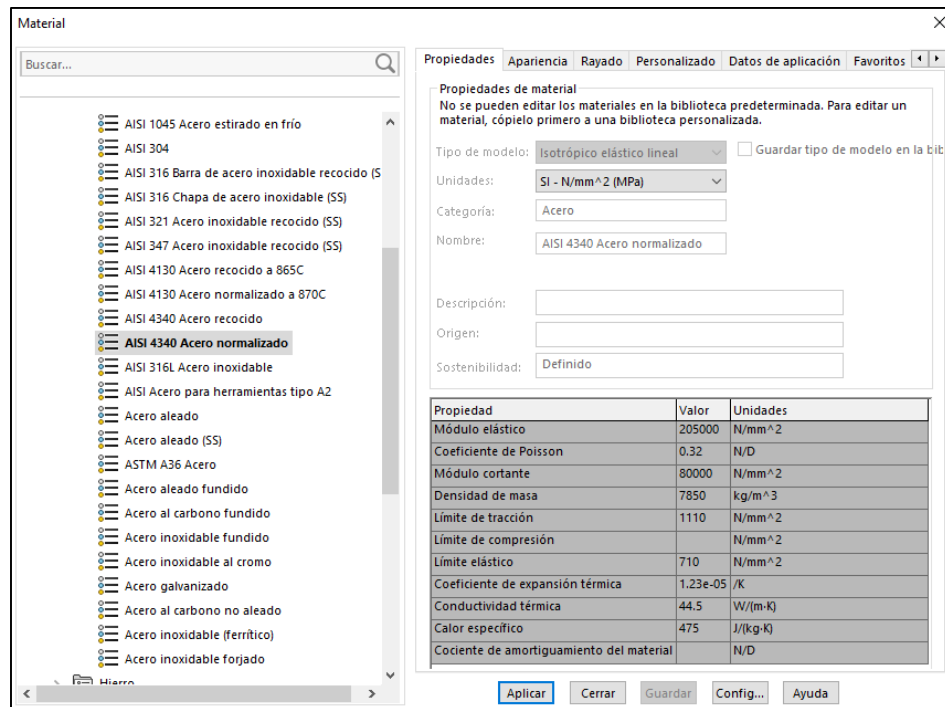


Nota. El gráfico representa la ubicación del sistema de coordenadas de la biela en el programa de diseño computacional.

Una vez ubicado el sistema de coordenadas de la biela se procede a ingresar los diferentes parámetros de diseño de la biela como es el material del cual está fabricado la biela, en nuestro caso se procedió a ubicar un tipo de material AISI 4340 el cual es un material de alta resistencia y es el tipo de material más común en las bielas, ya que este material compone los diferentes materiales que componen a la biela como son: el silicio, cromo y molibdeno.

Figura 29

Ingreso del material de la biela



Nota. El gráfico representa el ingreso del tipo de material del cual está compuesto la biela en el programa de diseño computacional.

Colocado el material se procede a configurar la masa de la biela en este caso el peso de la biela de este tipo de motor tiene un peso aprox. de 384gr, cabe recalcar que este peso se obtiene realizando su respectivo pesaje en una balanza digital para de esta forma obtener valores más precisos.

Figura 30

Ingreso del material de la biela



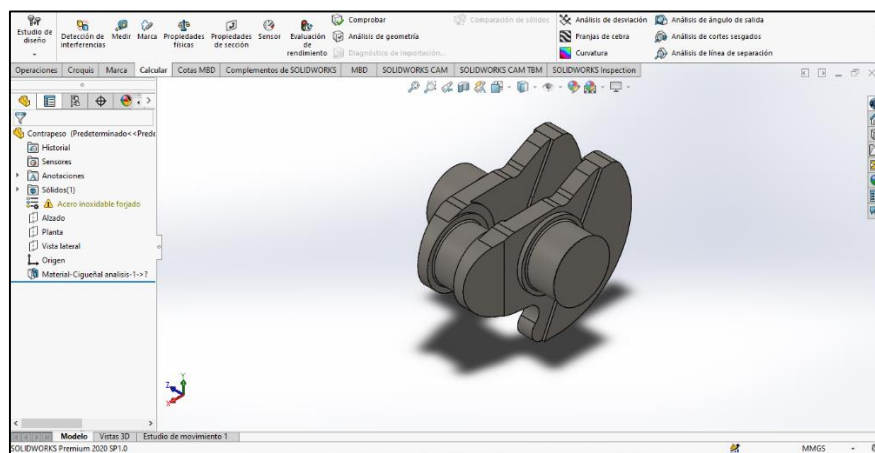
Nota. El gráfico representa el ingreso del valor de masa de la biela en el programa de diseño computacional.

3.8.2. Momento de inercia de la manivela

Para el caso de la manivela el procedimiento para hallar su momento de inercia es similar al de la biela, primero se diseña el componente de la manivela que en este caso vendría hacer el contrapeso del cigüeñal, este proceso de diseño se lo hace a partir de las medidas reales del eslabón, posteriormente se coloca el material de la manivela, en este caso se ubicó el tipo de material de la manivela es el Acero Forjado, por último se ubica la masa del mismo, la cual tiene un valor aprox. a 2212.65 gr, para este caso no hay necesidad de ubicar el sistema de coordenadas en ningún punto en específico ya que la manivela esta balanceada y por lo tanto su centro de gravedad está coincidiendo con su centro de rotación, por lo que el centro de gravedad de la misma se hace "0".

Figura 31

Diseño de la manivela



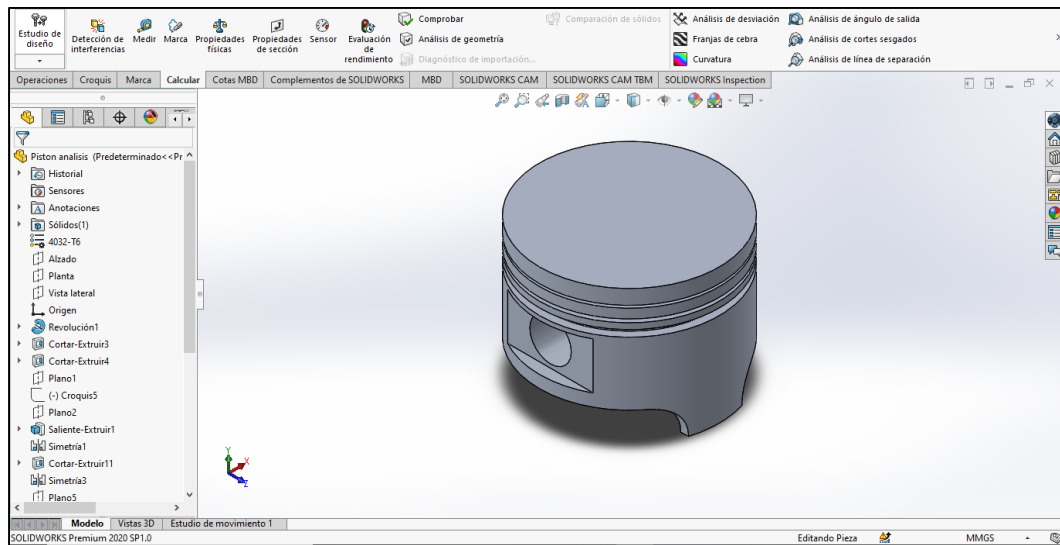
Nota. El grafico representa el diseño y la colocación de los diferentes parámetros de la manivela realizado en el programa de diseño computacional.

3.8.3. Momento de inercia del pistón

En el caso del pistón el procedimiento es igual al de la manivela en donde primero se diseña el componente, este proceso de diseño se lo hace a partir de las medidas reales del eslabón, posteriormente se coloca el material, para lo cual se ubica una aleación de aluminio, por último, se ubica la masa del mismo, la cual tiene un valor aprox. a 208 gr, como en el caso de la manivela tampoco hay necesidad de ubicar el sistema de coordenadas en ningún punto en específico.

Figura 32

Diseño del pistón



Nota. El grafico representa el diseño y la colocación de los diferentes parámetros del pistón realizado en el programa de diseño computacional.

3.9. Método algebraico

3.9.1. Fuerza estática debido a la presión de los gases.

Para este cálculo se hace uso de la ley de Boyle Mariotte en donde nos dice que:

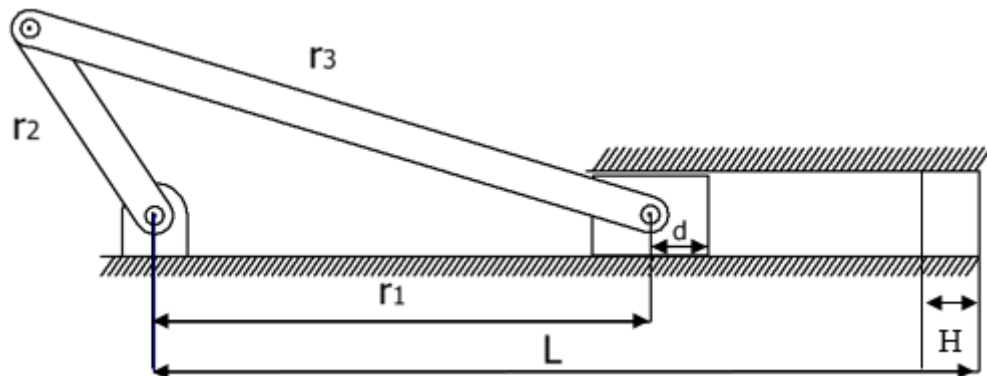
$$P_1V_1 = P_2V_2 \quad \text{Ec. 3.32}$$

Donde P_1 es la presión atmosférica y V_1 es el volumen del cilindro expandido hasta el PMI definido como V_{max} . Mientras que P_2 y V_2 serían la presión y volumen del gas comprimido en el PMS o en cualquier otro lugar.

Utilizando la ecuación de desplazamiento del pistón para cualquier ángulo y la presión atmosférica en la ciudad de Quito ($P_{atm} = 73900 \text{ Pa @ } 22^\circ\text{C}$), se procede a encontrar los volúmenes, las fórmulas para estos volúmenes se deducen a partir de la siguiente figura:

Figura 33

Mecanismo biela manivela



Nota. El grafico representa el mecanismo biela manivela y sus diferentes variables para hallar los volúmenes.

$$V1 = A[L - d - r_3 + r_2] \quad \text{Ec. 3.33}$$

$$V2(\theta_2) = A[L - d - r_1(\theta_2)] \quad \text{Ec. 3.34}$$

Donde:

A= área de la sección transversal del pistón

r_1, r_3, r_2 = longitud de los eslabones

d= distancia hacia el centro del pistón

H= altura total de la cámara

L= sumatoria de las longitudes r_3, r_2, d y H

El volumen $V1$ representa el volumen máximo medido a un ángulo $\theta_2 = 180^\circ$, mientras que $V2(\theta_2)$ representa un volumen mínimo cuando $\theta_2 = 0^\circ$.

El área del pistón se encuentra a través de la siguiente formula:

$$A = \frac{\pi}{4} B^2 \quad \text{Ec. 3.35}$$

Donde:

B = diámetro interior del cilindro, el cual es igual al diámetro del pistón.

Reemplazando los volúmenes en la ecuación (3.32), obtenemos la ecuación de los gases la cual viene dada por la siguiente ecuación:

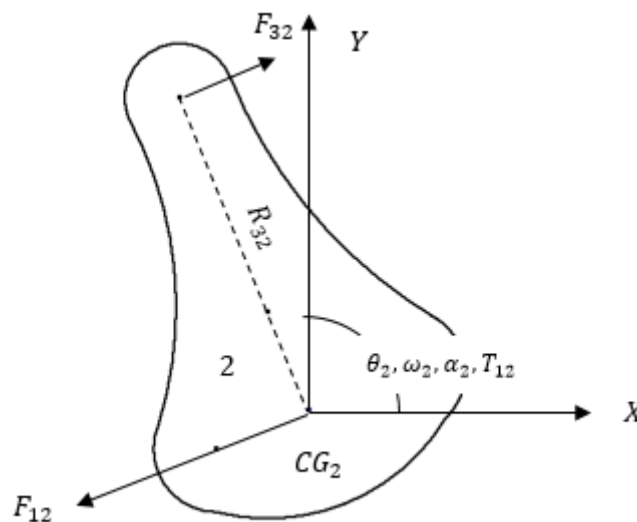
$$P_2 = F(\theta_2) = A(P_{atm}) \left[\frac{V_1}{V_2(\theta_2)} - 1 \right] \quad \text{Ec. 3.36}$$

3.9.2. Análisis para el impulsor o manivela

Este tipo de análisis se empieza realizando el diagrama de cuerpo libre del eslabón para saber las fuerzas, centros e gravedad, velocidades y aceleraciones que actúan en el mismo.

Figura 34

Diagrama de cuerpo libre de la manivela



Nota. El gráfico representa el eslabón 2 o manivela y los diferentes parámetros que actúan sobre ella.

En este caso el CG_2 (centro de gravedad) es igual a cero ya que el centro de gravedad de la manivela en los motores de combustión interna suele estar alineado con el centro de rotación del impulsor, esto por efecto de diseño de la manivela el cual generalmente es un contrapeso y esto hace que a manivela este balanceada y por lo tanto el centro de gravedad en el eslabón 2 es nulo.

Una vez realizado el diagrama de cuerpo libre de la manivela se procede a encontrar las ecuaciones del eslabón 2.

Utilizando la segunda ley de Newton planteamos las condiciones de equilibrio:

$$\sum F_x = ma_{Gx} \quad \sum F_y = ma_{Gy} \quad \text{Ec. 3.37}$$

Por lo tanto, se obtienen las componentes reales e imaginarias:

$$\begin{aligned} F_{12x} + F_{32x} &= m_2 a_{G2x} \\ F_{12y} + F_{32y} &= m_2 a_{G2y} \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.38}$$

En este caso la a_{G2x} y a_{G2y} se hacen "0" por el motivo de que el centro de gravedad coincide con el centro de rotación.

Aplicamos nuevamente la segunda ley de Newton, pero esta vez aplicada a elementos rotatorios:

$$\begin{aligned} \sum T &= I_G \alpha \\ T_{12} + (R_{12x}F_{12y} - R_{12y}F_{12x}) + (R_{32x}F_{32y} - R_{32y}F_{32x}) &= I_{G2}\alpha_2 \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.39}$$

Las variables R_{12x} , R_{12y} y α_2 tienen un valor de "0" esto porque al estar coincidiendo el centro de gravedad con el centro de rotación los vectores de posición del eslabón 1 sobre el eslabón 2 no existen y también la aceleración se hace cero ya que se asume que la manivela está girando a velocidad constante.

Para los vectores de posición del eslabón 3 sobre el eslabón 2 se procede a realizar una generalización de las componentes en "x" y "y".

$$R_{32x} = -R_2 \cos(180 - \theta_2) = R_2 \cos \theta_2 \quad \text{Ec. 3.40}$$

$$R_{32y} = R_2 \sin(180 - \theta_2) = R_2 \sin \theta_2 \quad \text{Ec. 3.41}$$

Por lo tanto, las ecuaciones generales del eslabón 2 se escriben de la siguiente forma:

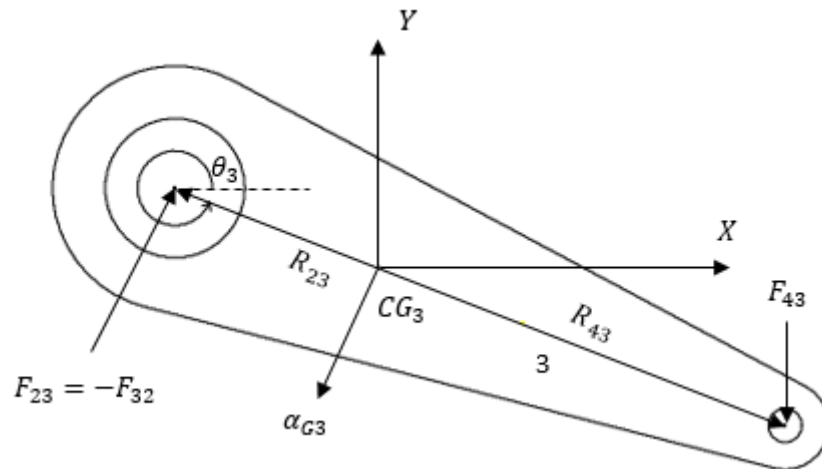
$$\begin{aligned} F_{12x} + F_{32x} &= 0 \\ F_{12y} + F_{32y} &= 0 \\ T_{12} + (R_2 \cos \theta_2)(F_{32y}) - (R_2 \sin \theta_2)(F_{32x}) &= 0 \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.42}$$

3.9.3. Análisis para el acoplador o biela

Para este tipo de análisis al igual que en el anterior se empieza con la realización del diagrama de cuerpo libre del eslabón 3.

Figura 35

Diagrama de cuerpo libre de la biela



Nota. El grafico representa el eslabón 3 o biela y los diferentes parámetros que actúan sobre ella.

En este caso el CG_3 si existe ya que este eslabón se encuentra desbalanceado y al estar desbalanceado el centro de gravedad se encuentra ubicado cerca del extremo el cual contiene más masa, cabe mencionar que al existir un centro de gravedad este también tendrá una aceleración sobre este punto.

Una vez realizado el diagrama del eslabón 3 se procede a encontrar las ecuaciones del mismo, para esto haremos uso de la segunda ley de Newton en la cual se plantean las ecuaciones de equilibrio del sistema, y se obtienen las componentes reales e imaginarias:

$$\begin{aligned} F_{43x} - F_{32x} &= m_3 a_{G3x} \\ F_{43y} - F_{32y} &= m_3 a_{G3y} \\ (-R_{23x}F_{32y} + R_{23y}F_{32x}) + (R_{43x}F_{43y} - R_{43y}F_{43x}) &= I_{G3}\alpha_3 \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.43}$$

Esta ecuación carece de los términos que implican $F(\theta_2)$ puesto que ninguna fuerza externa actúa en el eslabón 3 del mecanismo de manivela-corredera.

Posteriormente se realiza la generalización de los vectores de posición:

$$R_{23x} = -R_{23} \cos(360 - \theta_3) = -R_{23} \cos \theta_3 \quad \text{Ec. 3.44}$$

$$R_{23y} = R_{23} \sin(360 - \theta_3) = -R_{23} \sin \theta_3 \quad \text{Ec. 3.45}$$

$$R_{43x} = R_{43} \cos(360 - \theta_3) = R_{43} \cos \theta_3 \quad \text{Ec. 3.46}$$

$$R_{43y} = -R_{43} \sin(360 - \theta_3) = R_{43} \sin \theta_3 \quad \text{Ec. 3.47}$$

Por último, se obtiene 3 ecuaciones vectoriales adicionales, en total 6 ecuaciones con 7 incógnitas:

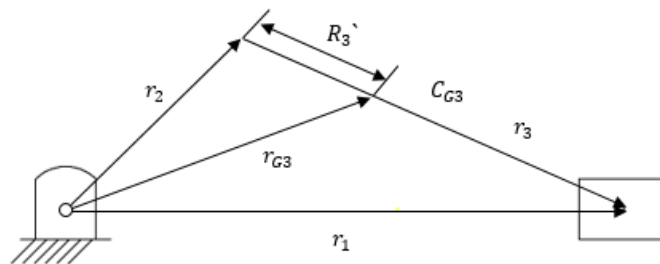
$$\begin{aligned}
 F_{43x} - F_{32x} &= m_3 a_{G3x} \\
 F_{43y} - F_{32y} &= m_3 a_{G3y} \\
 (R_{23} \cos\theta_3) (F_{32y}) + (-R_{23} \operatorname{sen}\theta_3) (F_{32x}) \\
 + (-R_{43} \cos\theta_3) (F_{43y}) - (R_{43} \operatorname{sen}\theta_3) (F_{43x}) \\
 &= I_{G3} \alpha_3
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 3.48}$$

3.9.4. Determinación de a_{CG3x} y a_{CG3y}

Para determinar la aceleración del centro de gravedad del eslabón 3, empezaremos partiendo del circuito vectorial el cual se muestra en la siguiente figura:

Figura 36

Circuito vectorial



Nota. El grafico representa el circuito vectorial para hallar la aceleración del centro de gravedad de la biela.

Una vez realizado el esquema del circuito vectorial, se procede a encontrar la ecuación de cierre del sistema:

$$\vec{r}_{G3} = \vec{r}_2 + \vec{R}_3'
 \tag{Ec. 3.49}$$

Derivando 2 veces la ecuación vectorial y aplicando identidades de Euler tenemos:

$$\vec{r}_{G3} = r_2 e^{j\theta_2} + R_3' e^{j\theta_3}
 \tag{Ec. 3.50}$$

$$\dot{r}_{G3} = j r_2 \omega_2 e^{j\theta_2} + j R_3' \omega_3 e^{j\theta_3}
 \tag{Ec. 3.51}$$

$$\ddot{r}_{G3} = j r_2 \omega_2 e^{j\theta_2} + j R_3' \omega_3 e^{j\theta_3}
 \tag{Ec. 3.52}$$

$$\ddot{r}_{G3} = r_2 j \alpha_2 e^{j\theta_2} - r_2 \omega_2^2 e^{j\theta_2} + j R_3' \alpha_3 e^{j\theta_3} - R_3' \omega_3^2 e^{j\theta_3}
 \tag{Ec. 3.53}$$

Como la velocidad es constante en el eslabón 2, entonces $\alpha_2 = 0$, bajo esta consideración se tiene:

$$\begin{aligned} & r_{G3}'' \\ = & -r2\omega_2^2(\cos\theta_2 + j\text{sen}\theta_2) + jR_3\alpha_3(\cos\theta_3 + j\text{sen}\theta_3) - R_3\omega_3^2(\cos\theta_3 \\ & + j\text{sen}\theta_3) \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.54}$$

Resolviendo la parte real e imaginaria obtenemos:

$$\alpha_{CG3x} = -r2\omega_2^2\cos\theta_2 + R_3\alpha_3\text{sen}\theta_3 - R_3\omega_3^2\cos\theta_3 \quad \text{P. real} \quad \text{Ec. 3.55}$$

$$\alpha_{CG3y} = -r2\omega_2^2\text{sen}\theta_2 + R_3\alpha_3\cos\theta_3 - R_3\omega_3^2\text{sen}\theta_3 \quad \text{P. imag.} \quad \text{Ec. 3.56}$$

Por ultimo realizamos una sumatoria de vectores para encontrar la aceleración total del sistema:

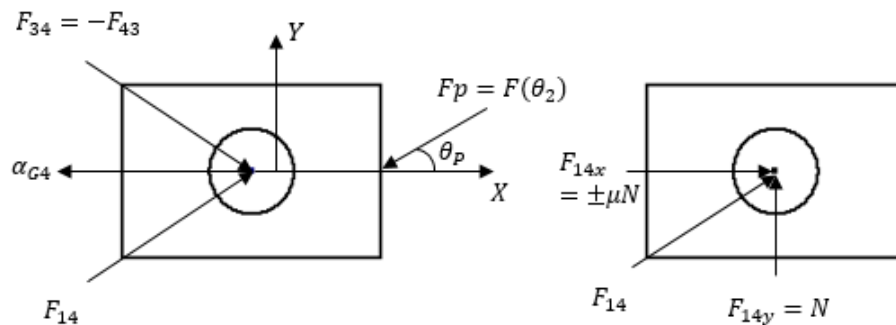
$$\alpha_{CG3} = \sqrt{(\alpha_{CG3x})^2 + (\alpha_{CG3y})^2} \quad \text{Ec. 3.57}$$

3.9.5. Análisis para la corredera o pistón

Al igual que en los anteriores casos primero se empieza realizando el diagrama de cuerpo libre del eslabón 4.

Figura 37

Diagrama de cuerpo libre del pistón



Nota. El grafico representa el eslabón 4 o pistón y los diferentes parámetros que actúan sobre ella.

En este caso la α_{G4} es equivalente $r\dot{1}$ (aceleración lineal), posteriormente se procede a descomponer $F(\theta_2)$ en sus componentes reales e imaginarias:

$$\begin{aligned} F_{Px} &= F(\theta_2)x = F(\theta_2)\cos\theta_p = -F(\theta_2) \\ F_{Py} &= F(\theta_2)y = F(\theta_2)\text{sen}\theta_p = 0 \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.58}$$

Utilizando la segunda ley de Newton se procede a realizar el planteamiento de las ecuaciones de equilibrio y se obtiene:

$$\begin{aligned} F_{14x} - F_{43x} + F_{Px} &= m_4 a_{G4x} \\ F_{14y} - F_{43y} + F_{Py} &= m_4 a_{G4y} \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.59}$$

En este caso $F(\theta_2)_y$, a_{G4y} se hacen "0" esto ocurre porque el pistón en este caso solo se está moviendo sobre el eje "x", esto ocasiona que todas las variables que actúen sobre el eje "y" se hagan "0".

Además, todos los vectores de posición en la ecuación del par de torsión son cero, ya que la fuerza F_p actúa en el CG. Por tanto, la ecuación del par de torsión para el eslabón 4 es cero para esta inversión del mecanismo de manivela-corredera. Su aceleración angular α_4 también es cero debido a que su trayectoria es rectilínea.

La única fuerza en la dirección "x" que puede existir en la interface de contacto entre los eslabones 4 y 1 es la fuerza de fricción. Si se supone fricción de Coulomb, la componente x puede expresarse en función de la componente y de la fuerza en esta interface de contacto. Se puede escribir una relación para la fuerza de fricción f en esa interface de contacto, de modo que $f = \pm \mu N$, donde $\pm \mu$ es un coeficiente de fricción conocido. Los signos más y menos en el coeficiente de fricción son para reconocer el hecho de que la fuerza de fricción siempre se opone al movimiento.

$$F_{14x} = \pm \mu F_{14y} \quad \text{Ec. 3.60}$$

Por ultimo sustituyendo la ecuación (3.60) en la ecuación (3.59) se obtiene:

$$\begin{aligned} \pm \mu F_{14y} - F_{43x} + F_{Px} &= m_4 a_{G4x} \\ F_{14y} - F_{43y} + F_{Py} &= 0 \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.61}$$

Esta última sustitución reduce las incógnitas a ocho, F_{12x} , F_{12y} , F_{32x} , F_{32y} , F_{43x} , F_{43y} , F_{14x} , F_{14y} y T_{12} ; por tanto, se requieren solo ocho ecuaciones.

Pueden utilizarse ahora las ocho ecuaciones para formar las matrices de la solución.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -R_{12y} & R_{12x} & -R_{32y} & R_{32x} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{23y} & -R_{23x} & -R_{43y} & R_{43x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \pm \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} F_{12x} \\ F_{12y} \\ F_{32x} \\ F_{32y} \\ F_{43x} \\ F_{43y} \\ F_{14y} \\ T_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_2 a_{G2x} \\ m_2 a_{G2y} \\ I_{G2} \alpha_2 \\ m_3 a_{G3x} \\ m_3 a_{G3y} \\ I_{G3} \alpha_3 \\ m_4 a_{G4x} - F_{Px} \\ -F_{Py} \end{bmatrix}$$

$$\text{Ec. 3.62}$$

La solución de esta ecuación matricial (3.62) dará información completa sobre fuerzas dinámicas para el mecanismo de cuatro barras de manivela-corredera.

3.10. Método Computacional

En este tipo de análisis y al igual que en el análisis cinemático se procede a hacer uso de los programas computacionales anteriormente vistos en dicho análisis en los cuales mediante los datos de entrada o iniciales y las formulas anteriormente establecidas en el método algebraico, se obtendrán los valores de las fuerzas y momentos de inercia que existen en el mecanismo biela – manivela. Los datos que se necesitan para realizar este análisis son:

- Área del pistón (A_p) [m^2]
- Presión atmosférica ciudad Quito (P_{atm}) [Pa]
- Vector posición del eslabón 2 (\vec{r}_2) [m]
- Vector posición del eslabón 3 (\vec{r}_3) [m]
- Longitud desde O_2 hasta el final de carrera (L) [m]
- Distancia desde acople y extremo del pistón (d) [m]
- Velocidad y aceleración angular en el eslabón 2 (ω_2, α_2) [rpm] [rad/s]
- Vector posición del centro de gravedad del eslabón 2 (\vec{r}_{G2}) [m]
- Vector posición del centro de gravedad en el eslabón 3 (R_3) [m]
- Masa del eslabón 2 (m_2) [kg]
- Momento de inercia del eslabón 2 (I_{G2}) [$kg \cdot m^2$]
- Masa del eslabón 3 (m_3) [kg]
- Momento de inercia del eslabón 3 (I_{G3}) [$kg \cdot m^2$]
- Masa del eslabón 4 (m_4) [kg]
- Momento de inercia del eslabón 4 (I_{G4}) [$kg \cdot m^2$]
- Coeficiente de fricción entre los eslabones 4 y 1 (μ)
- Angulo de la Fuerza estática debido a la presión de los gases

Los siguientes datos iniciales para realizar el análisis dinámico en los programas computacionales fueron tomados del análisis cinemático, del programa de diseño 3D y del estudio de campo realizado.

El valor de la altura total de la cámara de combustión se presenta en la siguiente tabla:

Tabla 3

Valor de la altura de la cámara de compresión

Variable	Valor
<i>H= altura de la cámara</i>	<i>0.018257 m</i>

Nota. La tabla representa el valor de la altura de cámara de combustión del motor Suzuki Forsa 1. Tomado de *Estudio y analisis teórico – practico del comportamiento de un motor Suzuki G10 previo y posterior a su trucaje* (p.14), por Marco A. Mena R., 2014, Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE.

Para el valor del coeficiente de fricción a ser utilizado se muestra una tabla en la cual se detallan los coeficientes de fricción de algunos materiales:

Tabla 4

Coefficientes de fricción de materiales.

Magnitud	μ_s (Estático)
<i>Hule sobre concreto</i>	<i>1.0</i>
<i>Acero sobre acero</i>	<i>0.74</i>
<i>Aluminio sobre acero</i>	<i>0.61</i>
<i>Metal sobre metal (lubricado)</i>	<i>0.15</i>
<i>Cobre sobre acero</i>	<i>0.53</i>

Nota. La tabla representa los coeficientes de fricción de algunos materiales.

Para el caso de nuestro estudio se toma el coeficiente de fricción de metal sobre metal (lubricado), este dato se toma en base a que el pistón es un metal y al estar en movimiento dentro del cilindro este va a estar lubricado.

Con estos datos se procede a resolver las ecuaciones obtenidas del análisis dinámico en el método algebraico adaptadas al lenguaje de programación del solucionador de ecuaciones algebraicas y también se procede a realizar la simulación del mecanismo en el programa Working Model 2D, para de esta manera obtener las gráficas y valores de las diferentes incógnitas.

a) Solucionador de ecuaciones algebraicas y Working Model 2D

Mediante estos programas se procede a ingresar las ecuaciones y valores de entrada anteriormente establecidos en el método algebraico del mecanismo biela – manivela, cabe recalcar que este estudio tiene continuidad con el análisis cinemático realizado en apartados anteriores, por lo que se hará uso de las variables de posición, velocidad y aceleración de dicho análisis.

ANÁLISIS DINAMICO MECANISMO DE CUATRO BARRAS MANIVELA CORREDERA

DATOS

$$A_p := 0.00425447$$

$$P_{atm} := 73900$$

$$r_2 := 0.0385$$

$$r_3 := 0.12$$

$$d := 0.028$$

$$L := 0.204757$$

$$\omega_2 := 3200 \frac{2\pi}{60}$$

$$\alpha_2 := 0$$

$$R_{G2} := 0$$

$$R_{3p} := 0.03177$$

$$m_2 := 2.21265$$

$$I_{G2} := 0.0054032132$$

$$m_3 := 0.384$$

$$I_{G3} := 0.001308541$$

$$m_4 := 0.208$$

$$I_{G4} := 0.000243653$$

$$\mu := 0.15$$

$$\theta_p := 180 \cdot \frac{\pi}{180}$$

CÁLCULO DE LA FUERZA ESTÁTICA DEBIDO A PRESION DE GASES

$$V1 := Ap \cdot (L - d - r3 + r2)$$

$$V2(\theta2) := Ap \cdot (L - d - r1(\theta2))$$

$$F(\theta2) := Ap \cdot Patm \cdot \left(\frac{V1}{V2(\theta2)} - 1 \right)$$

$$\text{function}(\theta2) := Ap \cdot Patm \cdot \left(\frac{V1}{V2(\theta2)} - 1 \right)$$

$$\theta2 := 0, \left(10 \cdot \frac{\pi}{180} \right) .. 360 \cdot \frac{\pi}{180}$$

ANÁLISIS PARA LA MANIVELA

$$R32x(\theta2) := r2 \cdot \cos(\theta2)$$

$$R32y(\theta2) := r2 \cdot \sin(\theta2)$$

$$aG2x(\theta2) := 0$$

$$aG2y(\theta2) := 0$$

ANÁLISIS PARA LA BIELA

$$R23x(\theta2) := -R3p \cdot \cos(\theta3(\theta2))$$

$$R23y(\theta2) := -R3p \cdot \sin(\theta3(\theta2))$$

$$R43x(\theta2) := (r3 - R3p) \cdot \cos(\theta3(\theta2))$$

$$R43y(\theta2) := (r3 - R3p) \cdot \sin(\theta3(\theta2))$$

DETERMINACIÓN DE aG3x, aG3y

$$aG3x(\theta2) := -r2 \cdot \omega^2 \cdot \cos(\theta2) - R3p \cdot (\omega3(\theta2))^2 \cdot \cos(\theta3(\theta2)) - R3p \cdot \alpha3(\theta2) \cdot \sin(\theta3(\theta2))$$

$$aG3y(\theta2) := -r2 \cdot \omega^2 \cdot \sin(\theta2) - R3p \cdot (\omega3(\theta2))^2 \cdot \sin(\theta3(\theta2)) + R3p \cdot \alpha3(\theta2) \cdot \cos(\theta3(\theta2))$$

$$aG3(\theta2) := \left[(aG3x(\theta2))^2 + (aG3y(\theta2))^2 \right]^{0.5}$$

$$\text{function}(\theta2) := \left[(aG3x(\theta2))^2 + (aG3y(\theta2))^2 \right]^{0.5}$$

$$\theta2 := 0, \left(10 \cdot \frac{\pi}{180} \right) .. 360 \cdot \frac{\pi}{180}$$

ANÁLISIS PARA EL PISTON

$$F_x(\theta_2) := -F(\theta_2) \cdot \cos(\theta_p)$$

$$F_y(\theta_2) := F(\theta_2) \cdot \sin(\theta_p)$$

SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES VECTORIALES

$$\text{VEC}(\theta_2) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_{32y}(\theta_2) & R_{32x}(\theta_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{23y}(\theta_2) & -R_{23x}(\theta_2) & -R_{43y}(\theta_2) & R_{43x}(\theta_2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underset{\text{vec}}{C}(\theta_2) := \begin{pmatrix} m_2 \cdot a_{G2x}(\theta_2) \\ m_2 \cdot a_{G2y}(\theta_2) \\ IG_2 \cdot \alpha_2 \\ m_3 \cdot a_{G3x}(\theta_2) \\ m_3 \cdot a_{G3y}(\theta_2) \\ IG_3 \cdot \alpha_3(\theta_2) \\ m_4 \cdot a_1(\theta_2) - F_x(\theta_2) \\ -F_y(\theta_2) \end{pmatrix}$$

$$\underset{\text{vec}}{R}(\theta_2) := \text{VEC}(\theta_2)^{-1} \cdot C(\theta_2)$$

$$\theta_2 := 30 \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$R(\theta_2) = \begin{pmatrix} -3.27854884 \times 10^3 \\ -282.2189613 \\ 3.27854884 \times 10^3 \\ 282.2189613 \\ 1.76654813 \times 10^3 \\ -328.09623549 \\ -328.09623549 \\ 53.70232668 \end{pmatrix} \begin{matrix} F_{12x}(\theta_2) \\ F_{12y}(\theta_2) \\ F_{32x}(\theta_2) \\ R(\theta_2) = F_{32y}(\theta_2) \\ F_{43x}(\theta_2) \\ F_{43y}(\theta_2) \\ F_{14y}(\theta_2) \\ T_{12}(\theta_2) \end{matrix}$$

Capítulo IV

4. Resultados de la investigación

Los siguientes resultados se han obtenido siguiendo el diseño investigativo propuesto en el capítulo anterior el cual está enfocado en el análisis cinemático y dinámico del mecanismo biela manivela del motor Suzuki Forsa 1 de tres cilindros.

4.1. Resultados del análisis cinemático

4.1.1. Análisis de posición

- Posición del ángulo de la biela

$$\text{function}(\theta_2) \cdot \frac{180}{\pi} =$$

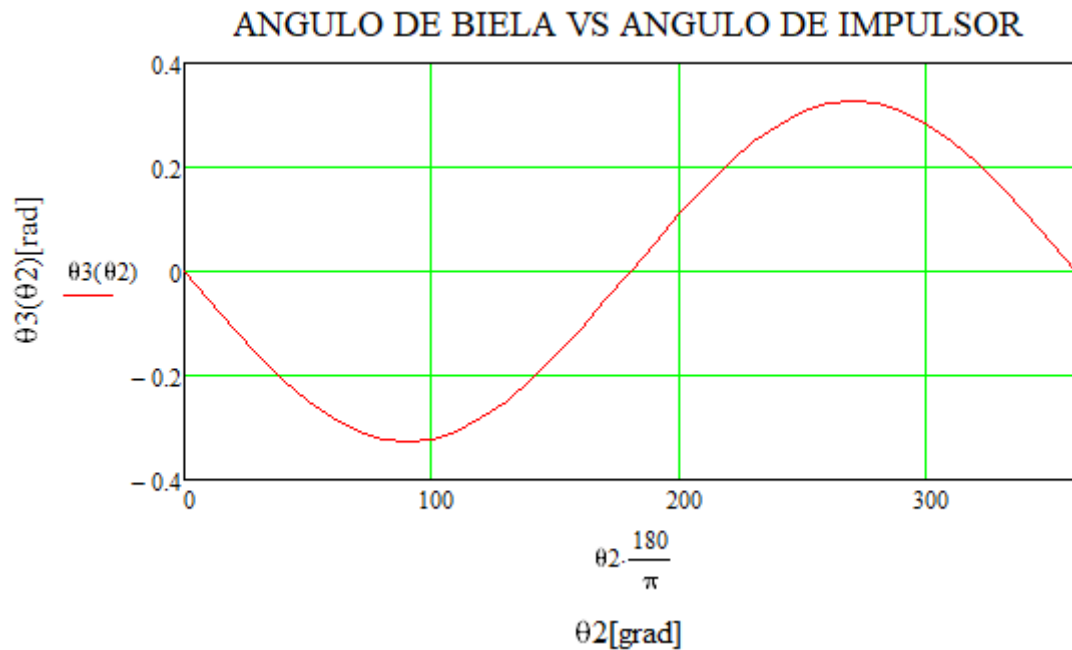
0
-11.90137638
-18.41872676
-16.1319169
-6.2998358
6.2998358
16.1319169
18.41872676
11.90137638
$4.50223977 \cdot 10^{-15}$

En el presente resultado se puede verificar que nos da un valor negativo, este resultado se obtiene midiendo el ángulo θ_3 en sentido horario, si llegamos a medir este mismo ángulo en sentido anti horario el resultado nos da un valor positivo de $\theta_3 = 348.1^\circ$.

A continuación, se muestra la gráfica de rotación de la biela (θ_3) obtenida en el programa de solución de ecuaciones algebraicas.

Figura 38

Rotación de la biela



Nota. El gráfico representa la rotación de la biela en el programa computacional.

En la presente gráfica se observa que los ángulos máximos de la biela se encuentran cuando el impulsor se encuentra a 90 y 270 °.

- **Posición del pistón**

function(θ2) =

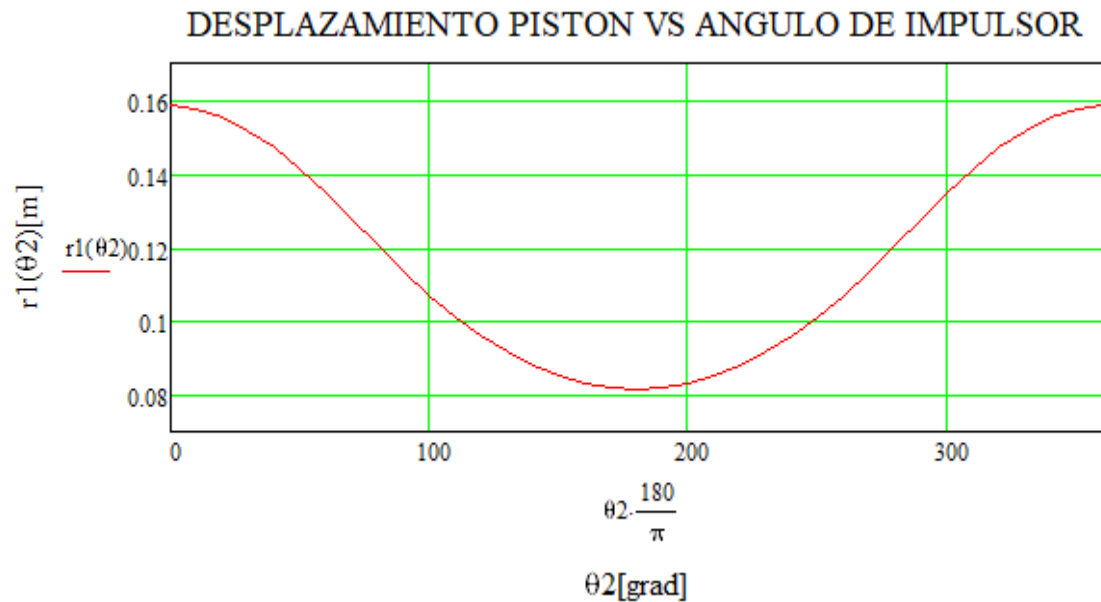
0.1585
0.15772872
0.15545352
0.1517879
0.14691319
0.14106662
0.13452494
0.1275843
0.12053819
0.11365628
...

El resultado de la posición de r_1 en función del ángulo $\theta_2 = 40^\circ$ es igual a 146.9 mm, desde el punto fijo de la manivela hacia la unión del eslabón 3 y 4.

A continuación, se muestra la gráfica del desplazamiento del pistón (r_1) obtenida en el programa de solución de ecuaciones algebraicas.

Figura 39

Desplazamiento del pistón



Nota. El gráfico representa el desplazamiento del pistón en el programa computacional.

En el gráfico del desplazamiento del pistón se puede verificar el valor de la carrera efectuando la diferencia entre $(158.5 - 81.5) \text{ mm} = 77 \text{ mm}$, que como se puede ver este resultado es equivalente a $2r_2$.

Por último en la siguiente tabla se muestran los datos exportados en una hoja de cálculo Excel del análisis de posición realizado en el programa Working Model 2D.

Tabla 5

Valores de posición de los diferentes puntos de medición

Posición del punto 24	Posición del punto 22	Posición del punto 19
rot	rot	x
0	-5,37E-07	158,5
10	-3,194	157,729
20	-6,3	155,454
30	-9,231	151,788
40	-11,901	146,913
50	-14,227	141,067
60	-16,132	134,525
70	-17,547	127,585
80	-18,419	120,538
90	-18,713	113,657

Nota. Esta tabla muestra los valores exportados para el análisis de posición en el programa de simulación computacional Working Model 2D, donde: el punto 22 representa la biela, el 24 representa la manivela y el 19 representa el pistón.

Se puede verificar que los resultados de posición del mecanismo obtenidos en el programa de simulación Working Model 2D los cuales se presentan en la **tabla 5** son similares a los resultados obtenidos en el programa de solución de ecuaciones, con esta comparación de resultados se comprueba la efectividad de los análisis previamente realizados, tanto algebraicos como computacionales.

4.1.2. Análisis de velocidad

- Velocidad del pistón

function(θ_2) =

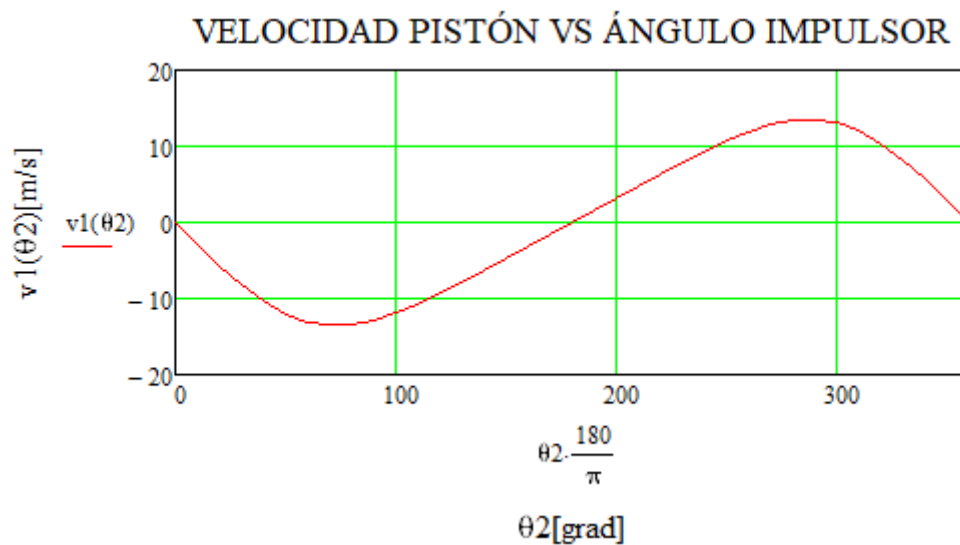
0
-10.37585181
-13.45153922
-9.30720114
-3.07416109
3.07416109
9.30720114
13.45153922
10.37585181
$3.15984537 \cdot 10^{-15}$

En el presente resultado se puede verificar que nos da un valor negativo, este resultado se presenta porque el pistón está yendo del PMS al PMI, esto es ocasionado por el ángulo de la manivela el cual se encuentra a 40° al momento de la admisión.

A continuación se muestra la gráfica de velocidad del pistón (\dot{r}_1) obtenida en el programa de solución de ecuaciones algebraicas.

Figura 40

Velocidad del pistón



Nota. El gráfico representa la velocidad del pistón en el programa computacional.

En el gráfico de velocidad del pistón podemos determinar que las velocidades en los puntos 0 y 180° son cero debido a que en estos puntos existe un cambio de dirección, con esto concluimos que la velocidad no es uniforme y que la velocidad máxima se alcanza en los 90 y 270° aproximadamente.

- **Velocidad angular de la biela**

function(θ_2) =

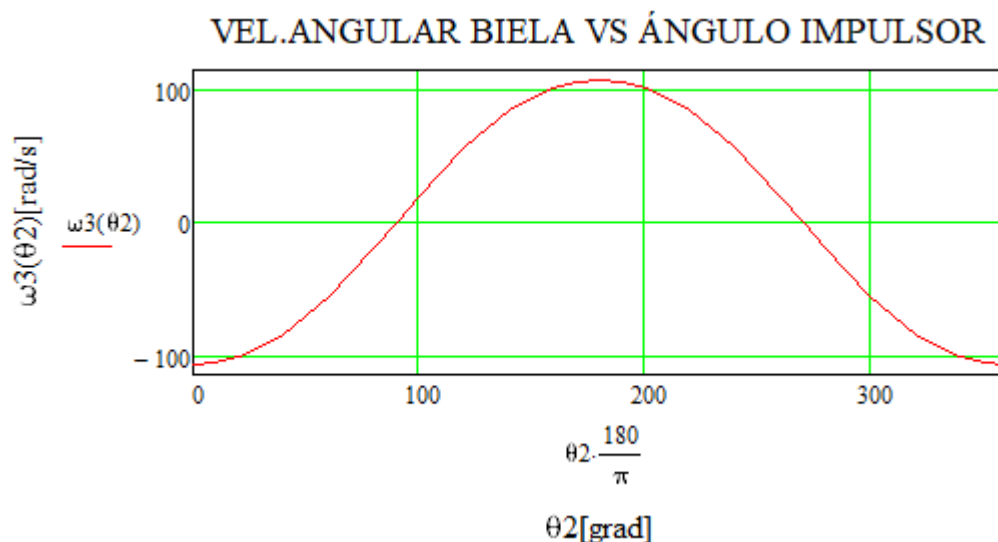
-107.51228192
-84.16846891
-19.6773263
55.95957581
101.64228831
101.64228831
55.95957581

En los resultados obtenidos se puede verificar que nos da un valor negativo en la velocidad angular de la biela, esto quiere decir que velocidad angular de la biela está moviéndose en sentido contrario a las manecillas del reloj.

A continuación se muestra la gráfica de velocidad angular ω_3 obtenida en el programa de solución de ecuaciones algebraicas.

Figura 41

Velocidad angular de la biela



Nota. El gráfico representa la velocidad angular de la biela en el programa computacional.

En la gráfica se puede determinar que la velocidad angular en la biela es cero cuando el ángulo del eslabón 2 o manivela está a 90 y 270° respectivamente, y que es máxima cuando se encuentra en 0 y 180°.

Por ultimo en la siguiente tabla se muestran los datos exportados en una hoja de cálculo Excel del análisis de velocidad realizado en el programa Working Model 2D.

Tabla 6

Valores de posición y velocidad de los diferentes puntos de medición

Posición del punto 24	Velocidad del punto 22		Velocidad del punto 19
rot	$V\varnothing$ °/s	$V\varnothing$ rad/s	V
0	0	0	0
40	-4822,486	-84,16825883	1,04E+04
80	-1127,425	-19,67727832	1,35E+04
120	3206,239	55,95942716	9307,206
160	5823,66	101,6420415	3074,165
200	5823,661	101,642059	3074,164
240	3206,24	55,95944461	9307,205
280	-1127,424	-19,67726087	1,35E+04
320	-4822,486	-84,16825883	1,04E+04
360	-6159,986	-107,5120376	0,002

Nota. Esta tabla muestra los valores exportados para el análisis de velocidad en el programa de simulación computacional Working Model 2D, donde: el punto 22 representa la biela, el 24 representa la manivela y el 19 representa el pistón.

Se puede verificar que los resultados de velocidad del mecanismo obtenidos en el programa de simulación Working Model 2D los cuales se presentan en la **tabla 6** son similares a los resultados obtenidos en el programa de solución de ecuaciones, con esta comparación de resultados se comprueba la efectividad de los análisis previamente realizados, tanto algebraicos como computacionales.

4.1.3. Análisis de aceleración

- Aceleración lineal del pistón

function(θ_2) =

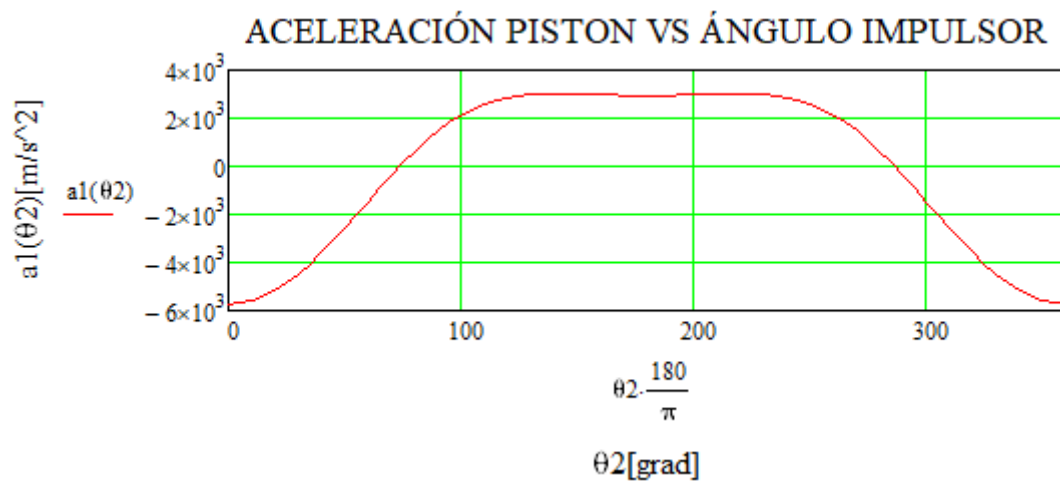
-5.71039227·10 ³
-3.59496206·10 ³
618.16555752
2.85342441·10 ³
2.97856823·10 ³
2.97856823·10 ³
2.85342441·10 ³
618.16555752

En el presente resultado se puede verificar que nos da un valor negativo, este resultado se presenta porque el pistón está yendo del PMS al PMI.

A continuación se muestra la gráfica de aceleración del pistón (\ddot{r}_1) obtenida en el programa de solución de ecuaciones algebraicas.

Figura 42

Aceleración del pistón



Nota. El gráfico representa la aceleración del pistón en el programa computacional.

En el gráfico de aceleración del pistón podemos determinar que la aceleración máx. Se mantiene casi constante y durante un intervalo de 125 a 250°.

- **Aceleración angular de la biela**

function(θ_2) =

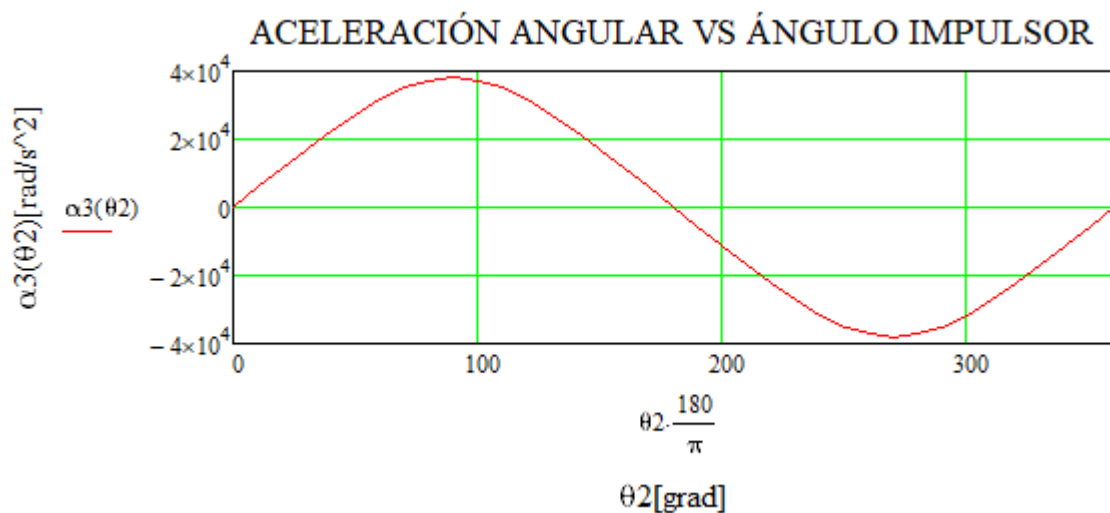
0
$2.21738292 \cdot 10^4$
$3.72671216 \cdot 10^4$
$3.15740782 \cdot 10^4$
$1.12565254 \cdot 10^4$
$-1.12565254 \cdot 10^4$
$-3.15740782 \cdot 10^4$
$-3.72671216 \cdot 10^4$
$-2.21738292 \cdot 10^4$
0

Valor positivo porque la aceleración va aumentando y a medida que esta pasa por diferentes ángulos la aceleración aumenta o disminuye.

A continuación se muestra la gráfica de aceleración angular α_3 obtenida en el programa de solución de ecuaciones algebraicas.

Figura 43

Aceleración angular de la biela



Nota. El gráfico representa la aceleración angular de la biela en el programa computacional.

En la gráfica se determina que las aceleraciones angulares máximas se alcanzan cuando el ángulo impulsor se encuentra a 90 y 270°.

Por ultimo en la siguiente tabla se muestran los datos exportados en una hoja de cálculo Excel del análisis de aceleración realizado en el programa Working Model 2D.

Tabla 7

Valores de posición y aceleración de los diferentes puntos de medición

Posición del punto 24	Aceleración del punto 22	Aceleración del punto 19
rot	$A\varnothing$ °/s	$A\varnothing$ rad/s
		A
0	-1,80E-12	-3,13E-14
40	1,27E+06	2,22E+04
80	2,14E+06	3,73E+04
120	1,81E+06	3,16E+04
160	6,45E+05	1,13E+04
200	-6,45E+05	-1,13E+04
240	-1,81E+06	-3,16E+04
280	-2,14E+06	-3,73E+04
320	-1,27E+06	-2,22E+04
360	-0,003	-5,24E-05

Nota. Esta tabla muestra los valores exportados para el análisis de velocidad en el programa de simulación computacional Working Model 2D, donde: el punto 22 representa la biela, el 24 representa la manivela y el 19 representa el pistón.

Se puede verificar que los resultados de aceleración obtenidos en el programa de simulación Working Model 2D los cuales se presentan en la **tabla 7** son similares a los resultados obtenidos en el programa de solución de ecuaciones, con esta comparación de resultados se comprueba la efectividad de los análisis previamente realizados, tanto algebraicos como computacionales.

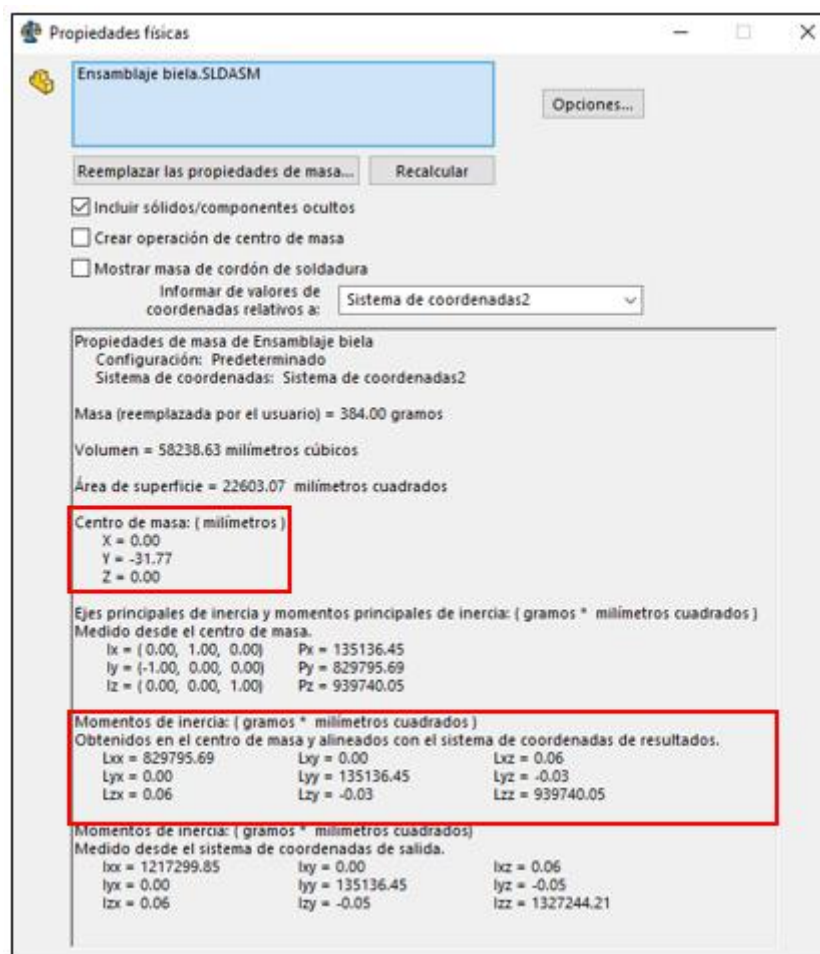
4.2. Resultados del análisis dinámico

4.2.1. Momento de inercia de la biela

Finalmente, diseñada la biela y colocados los diferentes parámetros de la misma como son: el sistema de coordenadas, el tipo de material y la masa de la misma se procede a encontrar el momento de inercia, en este caso se accede a la pestaña de propiedades físicas y posteriormente el programa nos arroja valores de inercia en los ejes (x, y, z.), para hallar el momento de inercia real de la biela se realiza una sumatoria de vectores en (x, y, z) todos estos elevados al cuadrado.

Figura 44

Datos del momento de inercia de la biela



Nota. El grafico representa los valores de inercia en los ejes (x, y, z), también representa al valor de r_3' medido en el eje (y) de los datos de centro de masa.

Para hallar el momento de inercia total se realiza el siguiente cálculo de sumatoria de vectores y se obtiene:

$$I_T = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \text{Ec. 4.0}$$

$$I_{Tb} = \sqrt{(899795.69)^2 + (135136.45)^2 + (939740.05)^2}$$

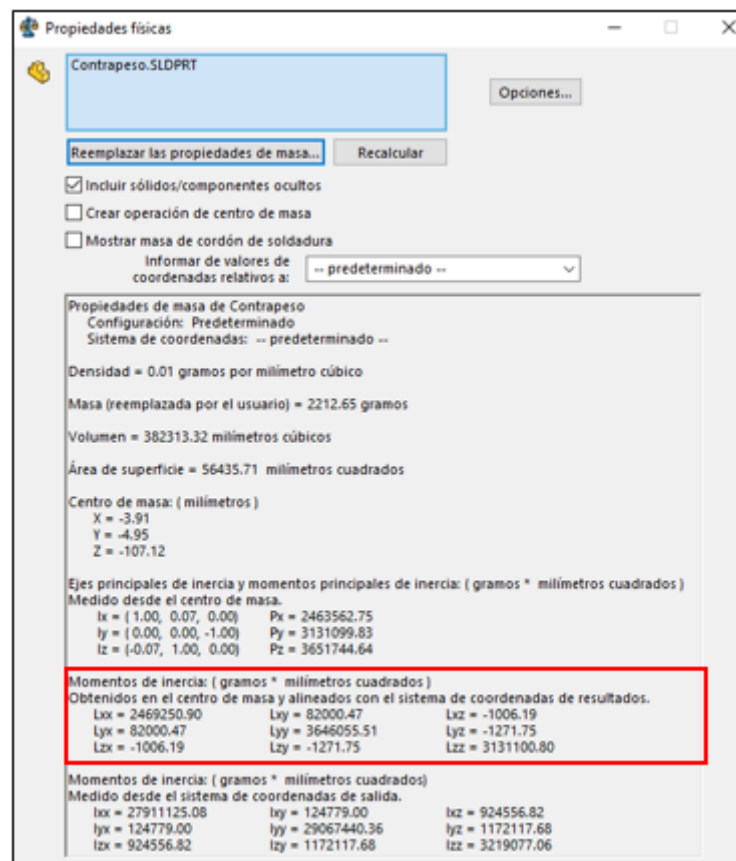
$$I_{Tb} = 1308054.091 \text{ gr} * \text{mm}^2 = 0.001308541 \text{ Kg} * \text{m}^2$$

4.2.2. Momento de inercia de la manivela

Una vez diseñada la manivela y colocados sus parámetros, desplegamos la ventana de propiedades físicas de la pieza y tomamos los datos de momentos de inercia en los ejes (x, y, z), para posteriormente realizar el cálculo de momento de inercia total en la manivela, este cálculo se lo realiza haciendo uso de la ecuación (4.0) para finalmente obtener:

Figura 45

Datos del momento de inercia de la manivela



Nota. El gráfico representa los valores de inercia en los ejes (x, y, z) de la manivela.

$$I_{Tm} = \sqrt{(2469250.90)^2 + (3646055.51)^2 + (3131100.80)^2}$$

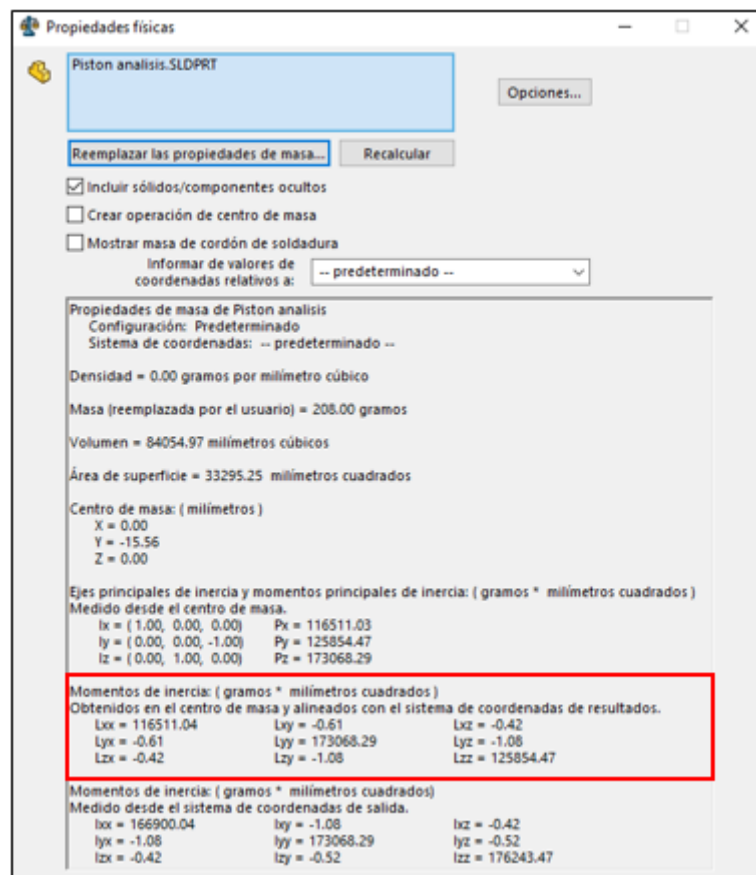
$$I_{Tm} = 5403213.211 \text{ gr} * \text{mm}^2 = 0.0054032132 \text{ Kg} * \text{m}^2$$

4.2.3. Momento de inercia del pistón

Una vez diseñado el pistón y colocados sus parámetros, desplegamos la ventana de propiedades físicas de la pieza y tomamos los datos de momentos de inercia en los ejes (x, y, z), para posteriormente realizar el cálculo de momento de inercia total, este cálculo se lo realiza haciendo uso de la ecuación (4.0) para finalmente obtener:

Figura 46

Datos del momento de inercia de la manivela



Nota. El grafico representa los valores de inercia en los ejes (x, y, z) de la manivela.

$$I_{Tp} = \sqrt{(116511.04)^2 + (173068.29)^2 + (125854.47)^2}$$

$$I_{Tp} = 243653.0383 \text{ gr} * \text{mm}^2 = 0.000243653 \text{ Kg} * \text{m}^2$$

4.2.4. Fuerzas y momentos de inercia del mecanismo

Mediante estos programas se procede a encontrar los resultados de las ecuaciones anteriormente establecidas en el método algebraico del mecanismo biela manivela y así obtener las gráficas y los valores de las fuerzas y momentos de inercia que actúan en el mecanismo.

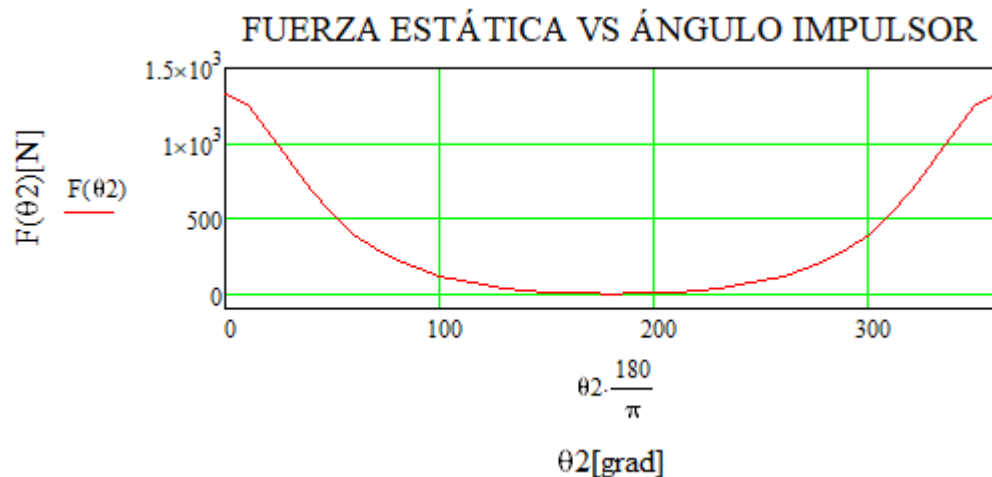
- Fuerza estática debido a la presión de los gases

	0
0	$1.32602348 \cdot 10^3$
1	$1.25953167 \cdot 10^3$
2	$1.0914357 \cdot 10^3$
3	885.04976292
4	689.12986038
5	524.73711642
6	394.75521904
7	294.65837056
8	218.32221518

function(θ_2) =

Figura 47

Fuerza estática de los gases



Nota. El gráfico representa la fuerza estática de los gases en el programa computacional.

En la gráfica de la fuerza estática generada por la presión de los gases se observa que la fuerza máxima se encuentra a los 0 y 360 ° esto debido que en estos momentos es donde el pistón se encuentra en el PMS y está recibiendo la máx. Presión de los gases, mientras que la fuerza mínima se encuentra a los 180°, esto debido a que el pistón se encuentra en el PMI y la presión que ejercen los gases sobre el pistón es mínima.

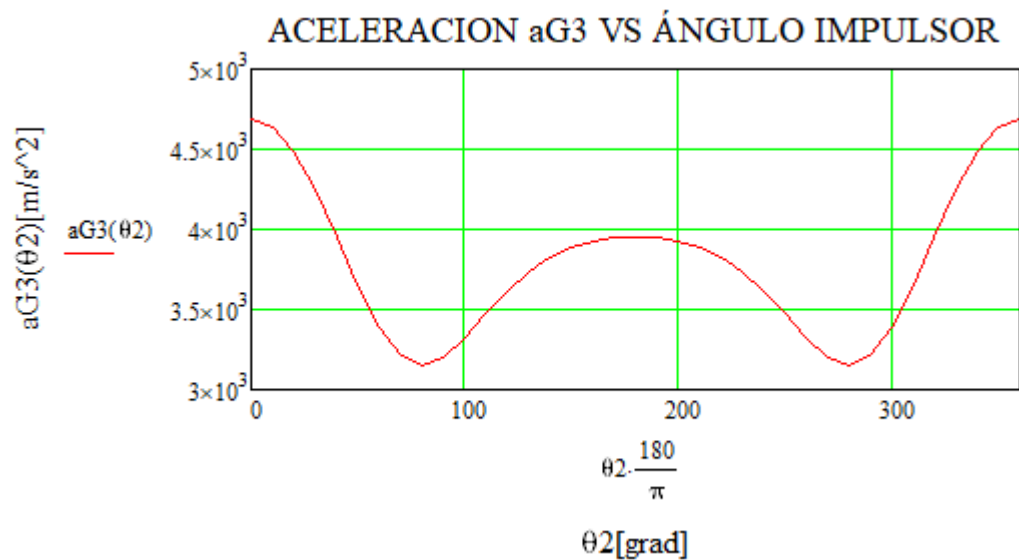
- **Aceleración del centro de gravedad de la biela aG3**

function(θ_2) =

$4.69055134 \cdot 10^3$
$4.63733937 \cdot 10^3$
$4.48340739 \cdot 10^3$
$4.24617403 \cdot 10^3$
$3.95541878 \cdot 10^3$
$3.65315901 \cdot 10^3$
$3.39009674 \cdot 10^3$
$3.21464876 \cdot 10^3$
$3.15442603 \cdot 10^3$

Figura 48

Aceleración del centro de gravedad aG3



Nota. El gráfico representa la aceleración del centro de gravedad de la biela en el programa computacional.

De la siguiente gráfica se puede observar que los valores máximos de aceleración se encuentran a los 0 y 360° , mientras que los valores mínimos de aceleración se encuentran a los 80 y 280° .

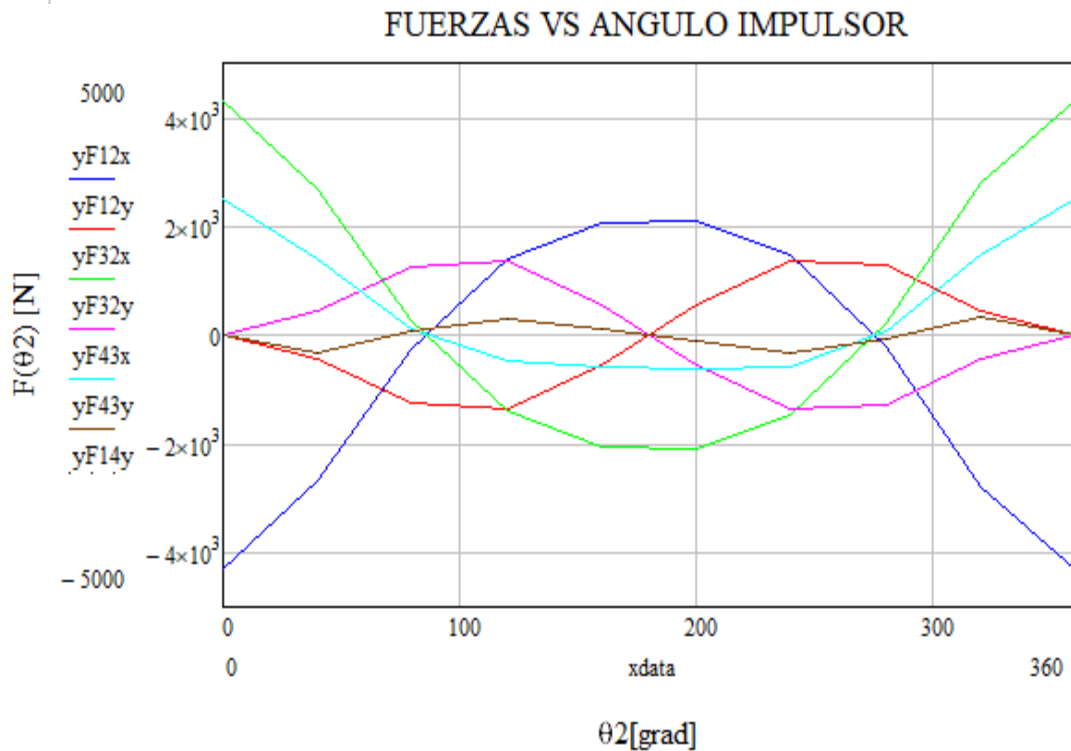
- Fuerzas del mecanismo biela manivela

$$\begin{array}{l}
 \text{xdata} := \begin{pmatrix} 0 \\ 40 \\ 80 \\ 120 \\ 160 \\ 200 \\ 240 \\ 280 \\ 320 \\ 360 \end{pmatrix} \\
 \text{yF12x} := \begin{pmatrix} -4.31495678 \times 10^3 \\ -2.6885589 \times 10^3 \\ -248.43579177 \\ 1.39382014 \times 10^3 \\ 2.04584036 \times 10^3 \\ 2.08279388 \times 10^3 \\ 1.48483176 \times 10^3 \\ -228.27478817 \\ -2.78946578 \times 10^3 \\ -4.31495678 \times 10^3 \end{pmatrix} \\
 \text{yF12y} := \begin{pmatrix} 0 \\ -458.88330924 \\ -1.26593262 \times 10^3 \\ -1.34730696 \times 10^3 \\ -538.61879439 \\ 542.69839419 \\ 1.37363104 \times 10^3 \\ 1.27264662 \times 10^3 \\ 437.61636334 \\ 5.58095594 \times 10^{-14} \end{pmatrix}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{yF32x} := \begin{pmatrix} 4.31495678 \times 10^3 \\ 2.6885589 \times 10^3 \\ 248.43579177 \\ -1.39382014 \times 10^3 \\ -2.04584036 \times 10^3 \\ -2.08279388 \times 10^3 \\ -1.48483176 \times 10^3 \\ 228.27478817 \\ 2.78946578 \times 10^3 \\ 4.31495678 \times 10^3 \end{pmatrix} \\
 \text{yF32y} := \begin{pmatrix} 0 \\ 458.88330924 \\ 1.26593262 \times 10^3 \\ 1.34730696 \times 10^3 \\ 538.61879439 \\ -542.69839419 \\ -1.37363104 \times 10^3 \\ -1.27264662 \times 10^3 \\ -437.61636334 \\ -5.58095594 \times 10^{-14} \end{pmatrix} \\
 \text{yF43x} := \begin{pmatrix} 2.51378507 \times 10^3 \\ 1.38802355 \times 10^3 \\ 99.32073156 \\ -493.41440055 \\ -596.00982628 \\ -632.96334992 \\ -584.42602214 \\ 79.15972796 \\ 1.48893043 \times 10^3 \\ 2.51378507 \times 10^3 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Figura 49

Fuerzas que actúan en el mecanismo biela manivela



Nota. El grafico representa las fuerzas que actúan en el mecanismo biela manivela en el programa computacional.

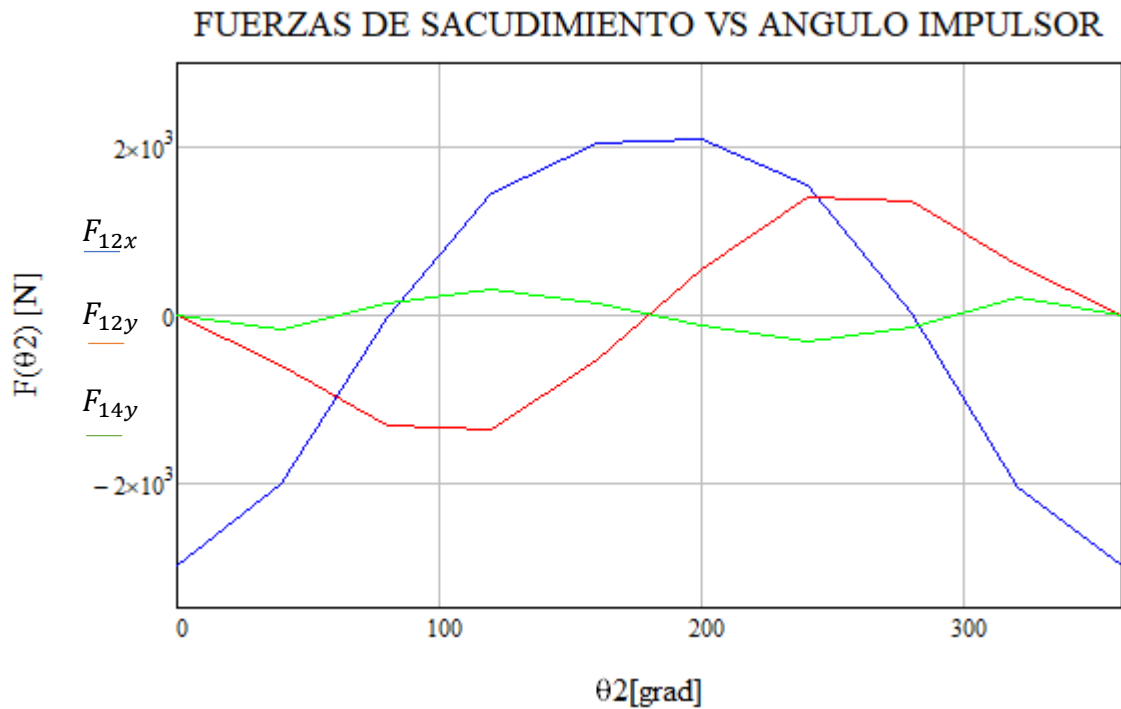
En la gráfica de fuerzas que actúan sobre el mecanismo, se observa que las fuerzas que más influyen en el mecanismo son las fuerzas que actúan sobre el eje "x" en la manivela y en la biela, estas fuerzas son proporcionalmente idénticas solo que con signos diferentes, esto ocurre porque al estar balanceado la manivela la F_{12x} es la misma que F_{32x} , lo mismo ocurre con las fuerzas que actúan sobre el eje "y", con la simple variación de que las fuerzas que actúan sobre este eje son menores que las que actúan en el eje "x", por último se observa las fuerzas que actúan sobre el pistón en donde la fuerza que actúa sobre el eje "x" es mayor que la que actúa sobre el eje "y", esto en vista que el pistón se mueve sobre el eje "x" y sobre este eje es donde actúa la fuerza generada por los gases.

- Fuerzas de Sacudimiento del Mecanismo Biela Manivela

$$\begin{array}{l}
 \text{xdata} := \begin{pmatrix} 0 \\ 40 \\ 80 \\ 120 \\ 160 \\ 200 \\ 240 \\ 280 \\ 320 \\ 360 \end{pmatrix} \\
 \text{yF12x} := \begin{pmatrix} -2.9889333 \times 10^3 \\ -2.02054737 \times 10^3 \\ -40.50052861 \\ 1.44803438 \times 10^3 \\ 2.05111459 \times 10^3 \\ 2.08824574 \times 10^3 \\ 1.54396361 \times 10^3 \\ 1.52665637 \\ -2.07783874 \times 10^3 \\ -2.9889333 \times 10^3 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{yF12y} := \begin{pmatrix} 0 \\ -599.67217806 \\ -1.33517897 \times 10^3 \\ -1.36298782 \times 10^3 \\ -539.20105988 \\ 543.30026871 \\ 1.39073427 \times 10^3 \\ 1.34917481 \times 10^3 \\ 587.59755583 \\ 1.60007036 \times 10^{-13} \end{pmatrix} \\
 \text{yF14y} := \begin{pmatrix} 0 \\ -184.93391494 \\ 133.09269575 \\ 305.89088787 \\ 121.72087772 \\ -125.82008655 \\ -333.63733755 \\ -147.08853744 \\ 197.00853717 \\ 2.35519926 \times 10^{-13} \end{pmatrix}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{yF43y} := \begin{pmatrix} 0 \\ -325.72278376 \\ 63.84634896 \\ 290.21002907 \\ 121.13861223 \\ -125.21821203 \\ -316.53411485 \\ -70.5603417 \\ 346.98972966 \\ 3.39717403 \times 10^{-13} \end{pmatrix} \\
 \text{yF14y} := \begin{pmatrix} -1.62385678 \times 10^{-13} \\ -325.72278376 \\ 63.84634896 \\ 290.21002907 \\ 121.13861223 \\ -125.21821203 \\ -316.53411485 \\ -70.5603417 \\ 346.98972966 \\ 1.77331725 \times 10^{-13} \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Figura 50*Fuerzas de sacudimiento*

Nota. El grafico representa las fuerzas de sacudimiento que se generan en el mecanismo biela manivela en el programa computacional.

Las fuerzas de sacudimiento son una parte fundamental en el análisis dinámico del mecanismo esto en vista de que mediante estas fuerzas se realiza la selección de los cojinetes, esto con el fin de reducir dichas fuerzas y evitar el golpeteo del mecanismo dentro del motor, para obtener dichas fuerzas se realiza el cálculo dinámico solo que esta vez se exceptúa la presión atmosférica, esto en vista de que la presión interna del aire se cancela dentro del motor, y solo llegan a intervenir las fuerzas inerciales.

Según la teoría de fuerzas de sacudimiento las fuerzas que generan este sacudimiento en el mecanismo son las fuerzas que actúan en el plano de bancada, en este caso son las fuerzas F_{12x} , F_{12y} y F_{14y} , dichas fuerzas representan las fuerzas de la manivela y pistón que actúan sobre la bancada, en la figura se puede observar que la fuerza de sacudimiento más influyente dentro del mecanismo es la F_{12x} , seguida las fuerzas menos influyentes que son las fuerzas F_{12y} y F_{14y} .

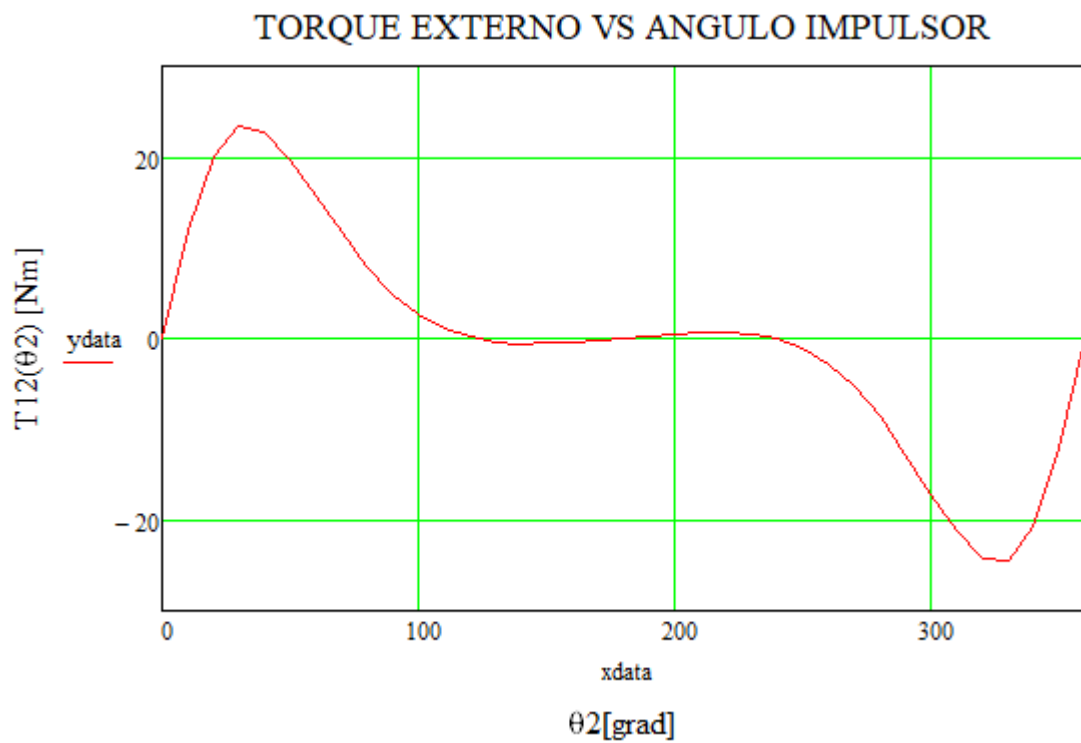
- Momento Dinámico del Mecanismo Biela Manivela

Momento dinámico a 800 RPM

$$\text{xdata} := \begin{pmatrix} 0 \\ 40 \\ 80 \\ 120 \\ 160 \\ 200 \\ 240 \\ 280 \\ 320 \\ 360 \end{pmatrix} \quad \text{ydata} := \begin{pmatrix} 0 \\ 22.70356627 \\ 7.88491073 \\ 0.12807764 \\ -0.42044732 \\ 0.44010741 \\ -0.0981381 \\ -8.65721204 \\ -24.16490999 \\ -1.78917865 \times 10^{-14} \end{pmatrix}$$

Figura 51

Torque a 800 rpm



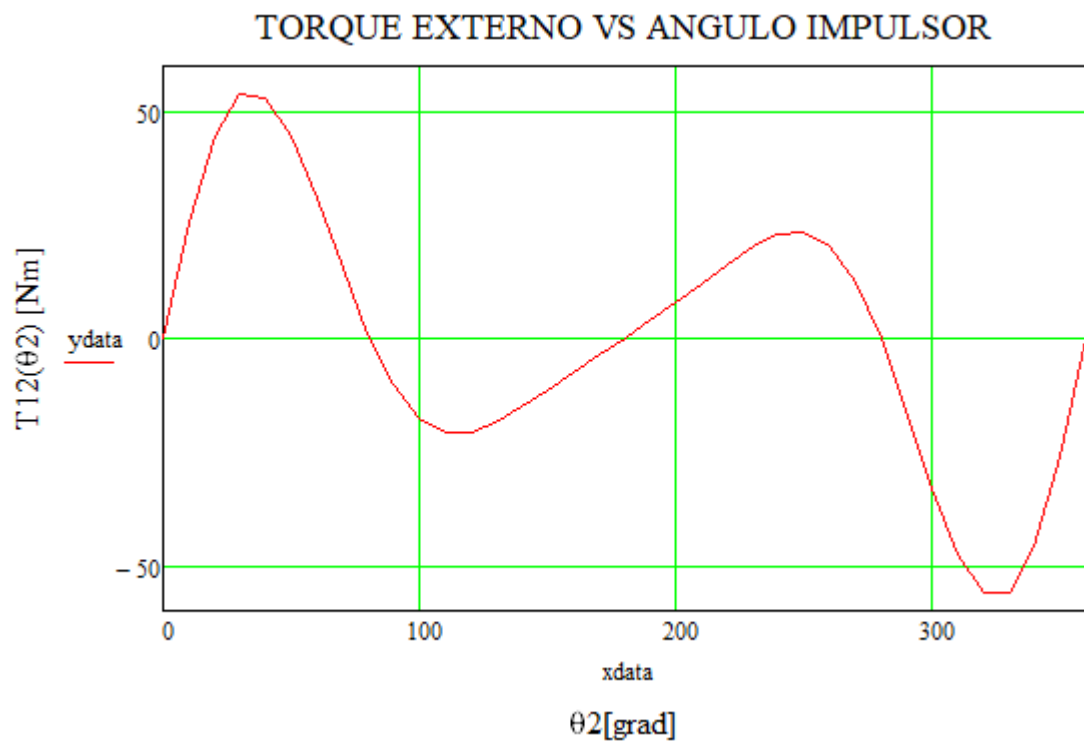
Nota. El grafico representa el torque a 800 rpm del mecanismo biela manivela en el programa computacional.

Momento dinámico a 3200 rpm

xdata :=	$\begin{pmatrix} 0 \\ 40 \\ 80 \\ 120 \\ 160 \\ 200 \\ 240 \\ 280 \\ 320 \\ 360 \end{pmatrix}$	ydata :=	$\begin{pmatrix} 0 \\ 53.00092268 \\ 0.95613212 \\ -20.53706143 \\ -20.53706143 \\ -7.45292651 \\ 7.79192977 \\ 23.06483027 \\ -56.12531765 \\ -3.85390829 \times 10^{-14} \end{pmatrix}$
----------	--	----------	---

Figura 52

Torque a 3200 rpm



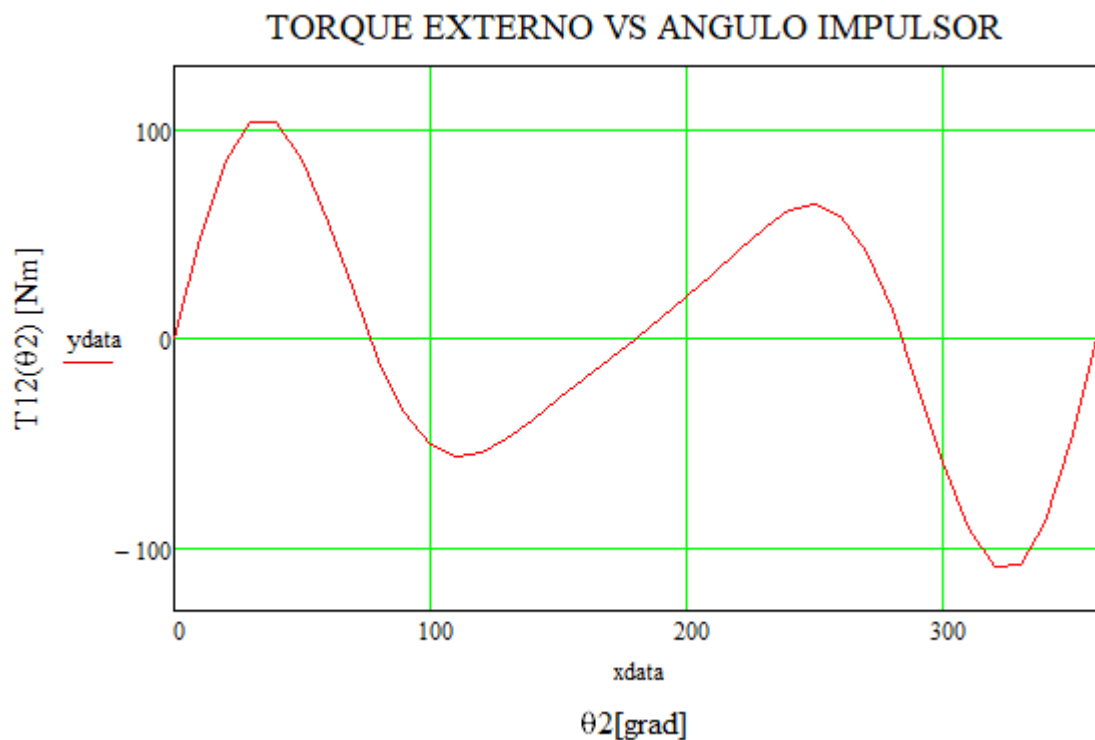
Nota. El grafico representa el torque a 3200 rpm del mecanismo biela manivela en el programa computacional.

Momento dinámico a 5100 rpm

$$\begin{array}{l}
 \text{xdata} := \begin{pmatrix} 0 \\ 40 \\ 80 \\ 120 \\ 160 \\ 200 \\ 240 \\ 280 \\ 320 \\ 360 \end{pmatrix} \\
 \text{ydata} := \begin{pmatrix} 0 \\ 102.77064253 \\ -10.42583024 \\ -54.48385759 \\ -19.00523867 \\ 19.86882963 \\ 61.11483143 \\ 13.83322014 \\ -108.62694563 \\ -7.24565687 \times 10^{-14} \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Figura 53

Torque a 5100 rpm



Nota. El grafico representa el torque a 5100 rpm del mecanismo biela manivela en el programa computacional.

El torque que se genera en el mecanismo biela manivela es de suma importancia ya que mediante este se realiza el diseño del volante de inercia, esto es

necesario ya que el volante almacena la energía cinética necesaria para llevar al pistón a través de sus diferentes tiempos durante el ciclo Otto.

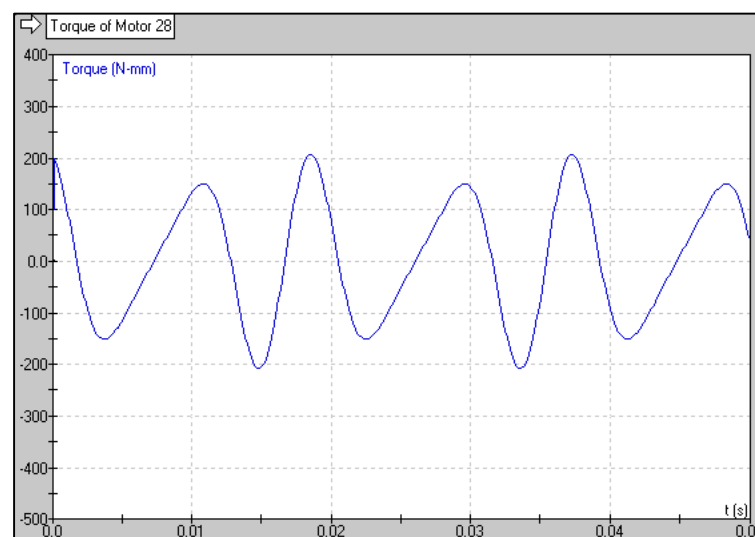
La lógica del momento de dinámico es muy simple, esta nos indica que entre más grande sea el torque o la onda generada el volante será de menor tamaño, y mientras menor sea el torque más grande resultara ser el volante de inercia, esto en vista que entre mayor sea el volante de inercia, menor será el torque que actúa en el sistema.

Se observa que las curvas uniformes mostradas para cada velocidad del motor son las que resultarían con el tamaño de volante necesario para obtener dicho coeficiente de fluctuación a esa velocidad. En otras palabras, el volante aplicado al motor funcionando a 800 rpm es mucho más grande que el del motor funcionando a 5100 rpm en estas curvas.

Momento dinámico en Working Model 2D

Figura 54

Torque a 3200 rpm en el programa Working model 2D



Nota. El gráfico representa el torque a 3200 rpm del mecanismo biela manivela en el programa computacional Working Model 2D.

En la gráfica se puede observar que la onda de torque generada en el programa Working Model 2D es similar a la gráfica generada por el programa de solución de ecuaciones algebraicas, con esto se comprueba que los resultados del análisis dinámico realizados en el método algebraico y computacional son los valores correctos.

Capítulo V

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1. Conclusiones

- A través del análisis cinemático y dinámico se logró establecer las ecuaciones de posición, velocidad, aceleración y fuerzas que actúan en el mecanismo, dichas ecuaciones fueron resueltas los programas de solución de ecuaciones algebraicas y diseño 2D los cuales nos arrojaron los resultados de posición, velocidad, aceleración y fuerzas del mecanismo.
- Se establece que los resultados obtenidos del análisis cinemático y dinámico a través del programa computacional de solución de ecuaciones algebraicas varían dependiendo el ángulo del eslabón impulsor, por lo que la posición, velocidad, aceleración y fuerzas del mecanismo se ven afectadas.
- Con las gráficas generadas por el programa computacional de solución de ecuaciones algebraicas se logró conocer a que distancia se encuentra el pistón del PMS y PMI, también se logró conocer en que ángulo del impulsor se presentan las velocidades, aceleraciones y fuerzas máximas y mínimas del sistema.
- En la gráfica de fuerzas generada por el programa computacional de solución de ecuaciones algebraicas se verifica que aquellas fuerzas con más incidencia en el mecanismo son las fuerzas axiales, esto en vista de que el mecanismo se mueve sobre el eje de las abscisas.
- A través de la gráfica de fuerzas de sacudimiento se establece la mayor fuerza de sacudimiento es la que se ejerce entre la bancada y la manivela, también se verifica que el mayor sacudimiento se encuentra en el eje de las abscisas por lo que al momento de la elección de cojinetes a utilizar se debe tomar en cuenta la fuerza de sacudimiento que este soportara en su eje axial.
- Con la gráfica de torque a diferentes revoluciones se estableció a qué velocidad el vehículo entrega el mayor torque en el mecanismo, dicha grafica también nos indica que la fluctuación del torque varía en función de las revoluciones, por lo que a mayores revoluciones la fluctuación será mayor también.

5.2. Recomendaciones

Se recomienda realizar una investigación bibliográfica con la cual se pueda establecer las mejores rutas previas a la resolución del análisis cinemático y dinámico del mecanismo biela manivela.

Es recomendable ampliar los horizontes de investigación con respecto al análisis dinámico del mecanismo biela manivela.

Es recomendable enfocar el análisis dinámico del mecanismo biela manivela en un análisis dinámico de los tres mecanismos funcionando conjuntamente, para de esta forma analizar el desfase de dichos mecanismos y en que influiría dicho desfase.

Es recomendable que una vez concluido el análisis dinámico del mecanismo biela manivela se realice un análisis en el cual se lleve a cabo la selección de cojinetes, bulón y volante de inercia del motor, esto con el fin de lograr un estudio más completo.

Bibliografía

- Arias, G. J. (2013). Cálculo y diseño de mecanismo de barras configurables para prácticas. *Escuela Técnica Superior de Ingeniería*.
- Ayala, R. C. (2008). Propuesta de Mejora del Mecanismo Articulado Captador Parabólico Solar. *Instituto Politecnico Nacional*.
- Córdova, M. E. (2013). *ESTUDIO DE UN MOTOR DE COMBUSTIÓN INTERNA PARA DETERMINAR SUS PARÁMETROS DE FUNCIONAMIENTO Y SU FACTIBILIDAD DE APLICACIÓN EN LOS LABORATORIOS DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL Y MECÁNICA*. Obtenido de <https://repositorio.uta.edu.ec/bitstream/123456789/4338/1/Tesis%20I.%20M.%20170%20-%20C%C3%B3rdova%20Morales%20Edison%20lv%C3%A1n.pdf>
- Gómez, T. e. (2004). *Determinación de los factores de emisión de los vehículos a gasolina del parque automotor, en la ciudad de Cuenca*. Obtenido de <https://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/1145>
- Martínez, V. A. (2015). *MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA*. Obtenido de <http://etm2021.com/sbiblioteca/Libros/MAQUINAS%20TERMICAS/MOTORES%20DE%20%20COMBUSTION%20INTERNA.pdf>
- Norton, L. R. (2009). *Síntesis y análisis de máquinas y mecanismos*. México: McGraw-Hill Education.
- Ocaña, O. A. (2003). *TRATADO DEL AUTOMÓVIL*. Latacunga: CiE Universidades Editoriales.
- Pinedo, G. S. (Noviembre de 2019). *DINÁMICA DE LOS MOTORES DE COMBUSTIÓN INTERNA ALTERNATIVOS*. Obtenido de <https://pdfcookie.com/documents/fuerzas-sobre-el-mecanismo-biela-manivela-ok-zmly86gxzov0>

Sacotto, R. E. (2020). Metodología para el Análisis Dinámico del Mecanismo

Utilizado en el Sistema de Cierre de una Máquina Inyectora TIANJIAN PL 1200

Mediante la Aplicación de un Método Numérico. *Universidad de las Fuerzas*

Armadas ESPE.

Viciano, G. A. (2020). *ESTUDIO Y DISEÑO DE UN MODELO CONFIGURABLE DE*

MECANISMO DE BIELA-CORREDERA PARA USO DOCENTE. Obtenido de

http://tauja.ujaen.es/bitstream/10953.1/12143/1/TFG_AVG_MECBMC.pdf

Wilson C. E. y Sadler J. P. (2002). *Kinematics and Dynamics of Machinery.* USA.

Pearson.

Anexos