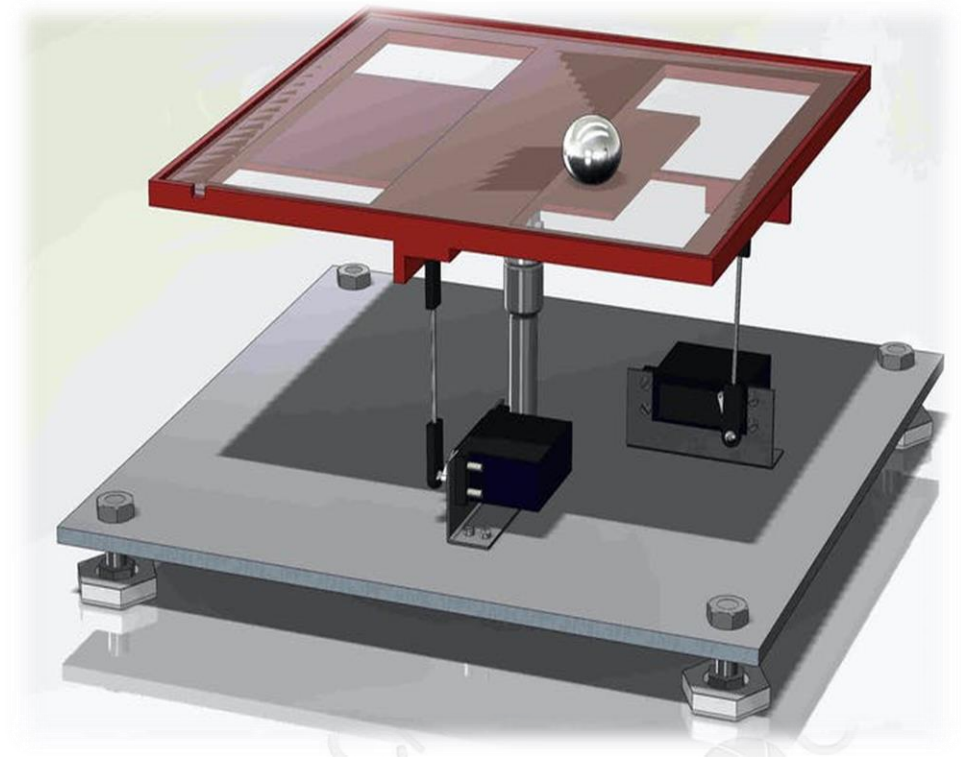


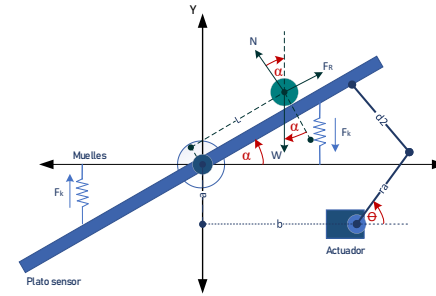
Resumen

- En la industria cada vez es mayor la necesidad de innovación en la aplicación de nuevas técnicas de control, la lógica difusa, como una alternativa a esta necesidad vincula la experiencia humana con la capacidad de reacción de sensores y actuadores sobre un lazo de control.
- Los sistemas Ball&Plate comúnmente cuentan con un sistema de control clásico PID, sin embargo, la aplicación del controlador difuso abre el campo de análisis sobre el sistema con la finalidad de controlar la posición de una esfera en un punto específico del plato móvil aplicando técnicas de control moderno.

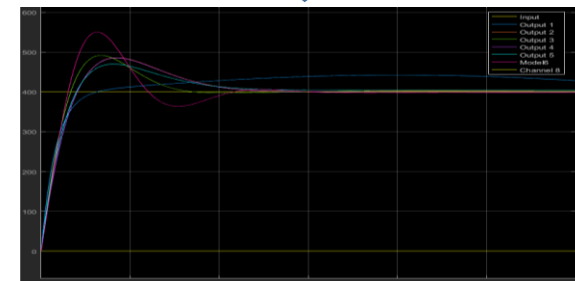
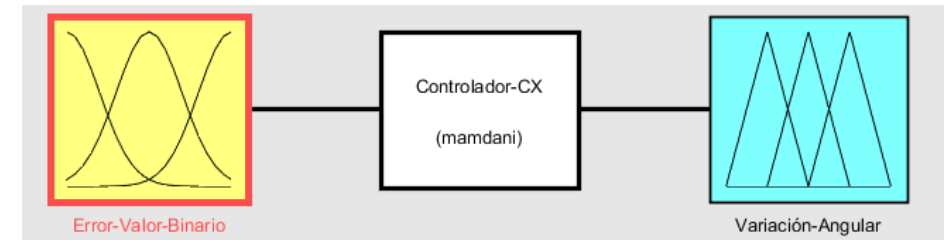


Resumen

1. Modelo matemático del sistema Ball&Plate basado en una plataforma física.
2. Desarrollo de un el algoritmo de control difuso para alcanzar la estabilidad de la esfera.
3. Simulación de funcionamiento y respuesta del sistema de control.



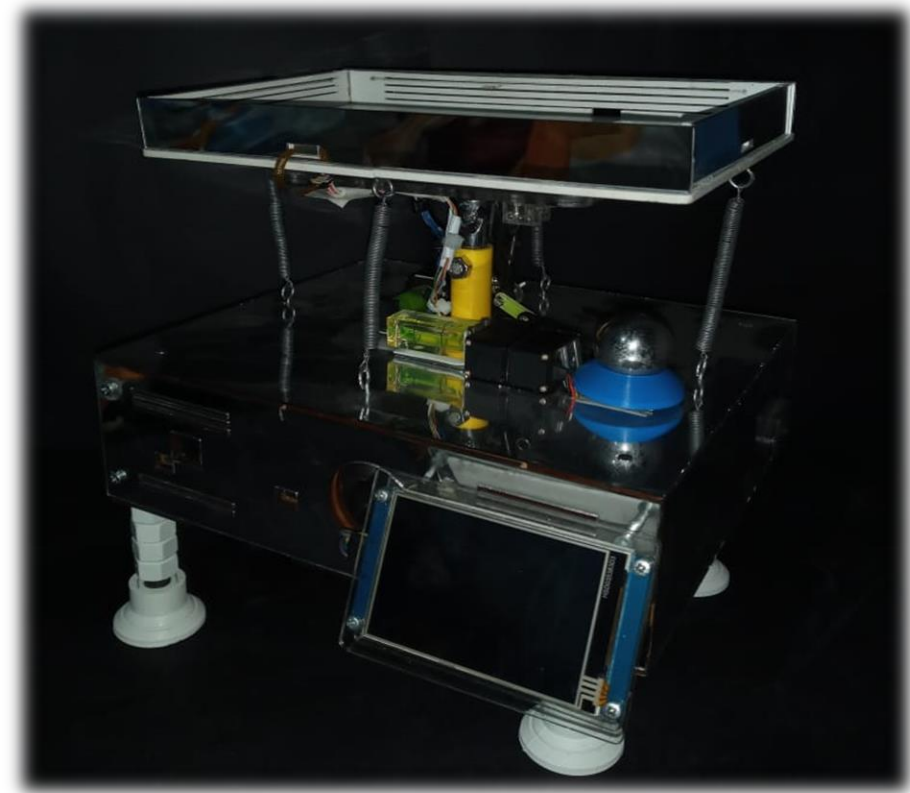
$$P(s) = \frac{0.09045}{s^2}$$



Resumen

- Estabilización de la posición de una esfera en un punto concreto de la placa mediante técnicas difusas.
- Análisis de la respuesta del sistema a partir de la medición de las variables de control tanto numérica como gráficamente.

Se ha complementado este trabajo con la construcción física del sistema en una plataforma de bajo coste.

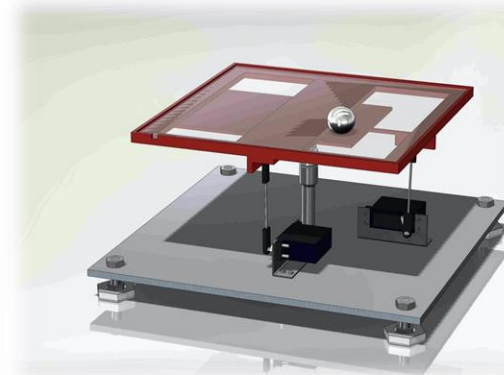


Objetivos

- Implementar un controlador difuso aplicado a servomecanismos en un dispositivo de posicionamiento Ball&Plate.
 - Desarrollar el modelo matemático de una plataforma plana que se encuentra acoplada a un servomecanismo de dos grados de libertad.
 - Diseñar un controlador difuso para aplicar en el modelo matemático del sistema Ball&Plate.
 - Desarrollar la simulación de un sistema Ball&Plate para analizar el rendimiento y la respuesta del controlador difuso aplicado al sistema.
 - Implementar el controlador difuso sobre una plataforma Ball&Plate didáctica.
 - Analizar y mostrar los resultados obtenidos mediante gráficas de las variables de respuesta del controlador difuso implementado en el sistema Ball&Plate.

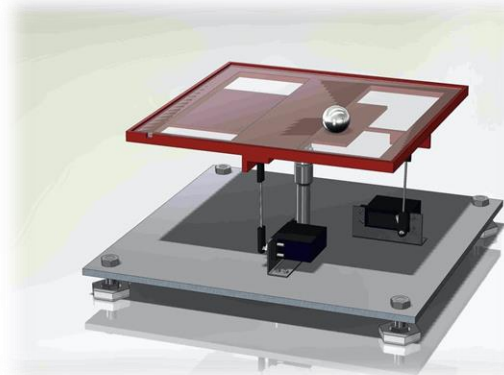
Justificación, importancia y alcance del proyecto

- El uso del control automático es fundamental para reducir los costos de generación de bienes y servicios, incrementando el volumen de producción y calidad del producto final.
- El estudio de sistemas de control, es un punto fundamental en la preparación de profesionales para vincularse a la producción industrial.
- El sistema no lineal conocido como Ball & Plate es una de las opciones apropiadas para fines educativos, dada su versatilidad y capacidad de representación de las respuestas de sistemas de control.



Justificación, importancia y alcance del proyecto

El presente proyecto propone desarrollar un controlador utilizando técnicas difusas aplicado a servomecanismos de un posicionador Ball&Plate, que servirá de apoyo a la comunidad de estudiantes de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE Sede Latacunga, en el aprendizaje y aplicación de sistemas de control a través de un método didáctico.



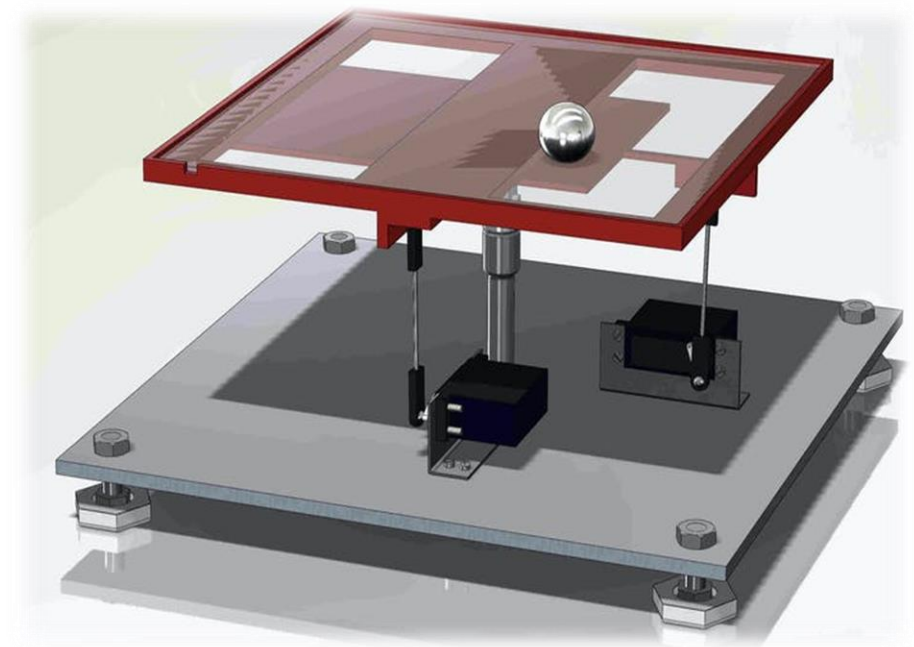
Hipótesis

En un dispositivo Ball&Plate accionado por servomecanismos es posible aplicar un controlador difuso para el posicionamiento de una esfera en una plataforma.

Desarrollo

Plataforma Ball&Plate – Generalidades

- El sistema Ball&Plate es un modelo importante con orientación educativa, siendo una referencia de las plantas no lineales.
- Consiste en una esfera que puede rodar libremente sobre una plataforma basculante de dos grados de libertad.
- Ball&Plate es un sistema no lineal y multivariable.
- Presenta una dinámica inestable.



Desarrollo

Plataforma Ball&Plate – Generalidades

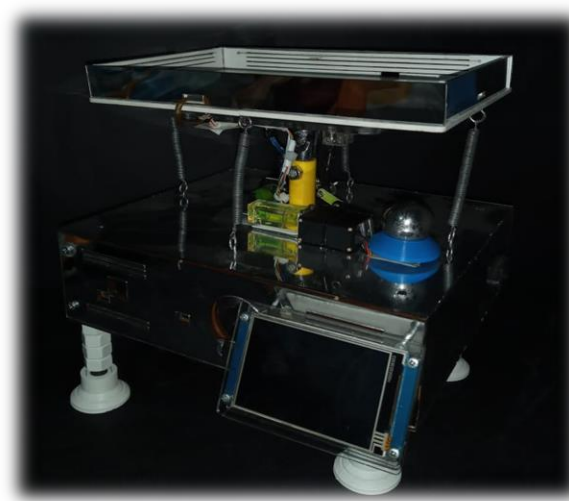
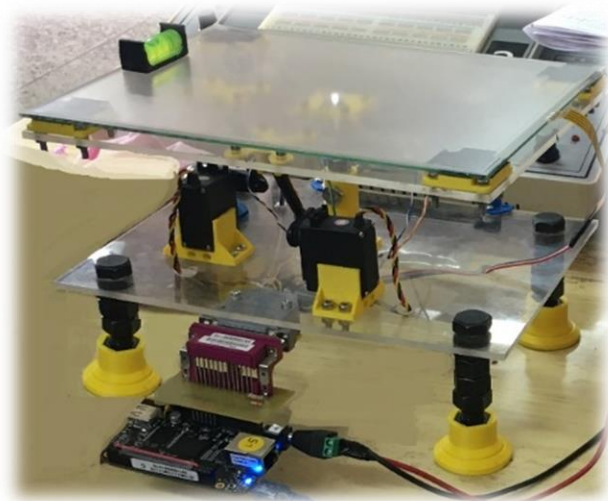
- El movimiento de la plataforma se produce por acción de dos servomotores debidamente acoplados.
- La realimentación de la posición de la esfera puede ser mediante una cámara o una pantalla táctil resistiva.
- El objetivo de control para esta planta consiste en regular la posición de la esfera en un punto específico de la plataforma.



Desarrollo

Plataforma Ball&Plate – Modificaciones

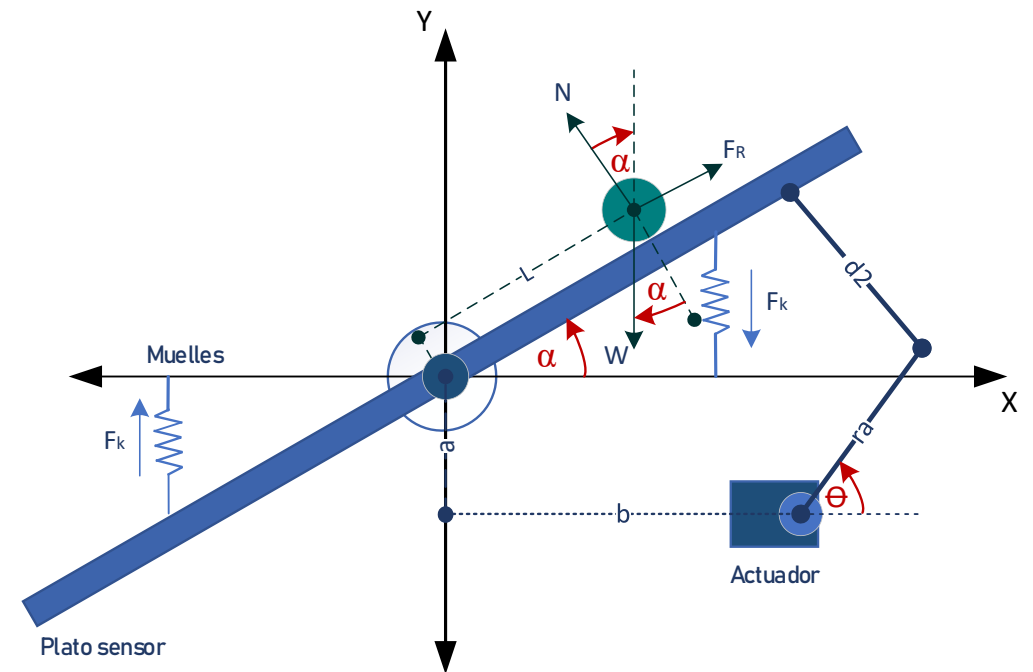
- Modificaciones mecánicas y electrónicas en la plataforma disponible, con la finalidad de reducir las solturas en los puntos de pivote y mostrar resultados de forma intuitiva a través de una interfaz gráfica.



Desarrollo

Modelamiento matemático

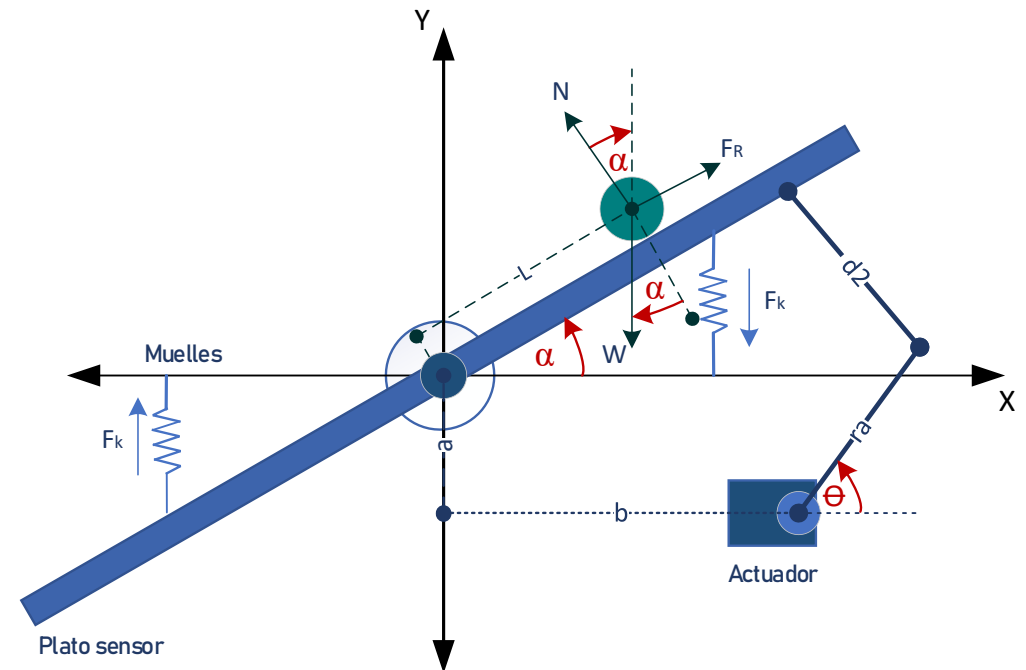
- La fuerza debida a los muelles o resortes se considera ideal y simétrica tanto en tracción como en compresión.
- Dada la condición anterior, las fuerzas elásticas se anulan por contraposición, considerando en equilibrio al plato sensor en estado estático.
- La superficie del plato sensor es de vidrio y la probeta esférica posee revestimiento de cromo pulido, por ello sus coeficientes de fricción se desestiman al igual que las fuerzas de fricción.



Desarrollo

Modelamiento matemático

- Se considera a probeta esférica homogénea.
- Los juegos mecánicos tanto en las juntas como en los muelles se descartan.
- La probeta siempre permanece en contacto con la superficie.
- Se considera al centro del plato como el origen cartesiano y de equilibrio



Desarrollo

Modelamiento matemático

Euler – LaGrange

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i'} - \frac{\partial T}{\partial q_i'} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i$$

$$T = T_T + T_R$$

$$V = m_b g h$$

$$V = m_b g (X_b \sin \alpha + Y_b \sin \beta)$$

Desarrollo

Modelamiento matemático

$$T = T_T + T_R$$

$$T_T = \frac{1}{2} m_b (X_b'^2 + Y_b'^2) + \frac{1}{2} I_b (\omega_x^2 + \omega_y^2)$$

$$X_b' = r_b \cdot \omega_x \quad Y_b' = r_b \cdot \omega_y$$

$$T_T = \frac{1}{2} \left[m_b (X_b'^2 + Y_b'^2) + \frac{I_b}{r_b^2} (X_b'^2 + Y_b'^2) \right]$$

$$T_T = \frac{1}{2} \left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2} \right) (X_b'^2 + Y_b'^2)$$

$$T_R = \frac{1}{2} (I_R + I_T) (\alpha'^2 + \beta'^2) + \frac{1}{2} m_b (X_b \alpha' + Y_b \beta')^2$$

Desarrollo

Modelamiento matemático

$$T = T_T + T_R$$



$$T = \frac{1}{2} \left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2} \right) (X_b'^2 + Y_b'^2) + \frac{1}{2} (I_R + I_T) (\alpha'^2 + \beta'^2) + \frac{1}{2} m_b (X_b \alpha' + Y_b \beta')^2$$

Desarrollo

Modelamiento matemático

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i'} - \frac{\partial T}{\partial q_i'} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i$$

$$\left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2} \right) X_b'' - m_b (X_b \alpha'^2 + Y_b \alpha' \beta') + m_b g \sin \alpha = 0$$

$$\left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2} \right) Y_b'' - m_b (Y_b \beta'^2 + X_b \alpha' \beta') + m_b g \sin \beta = 0$$

Desarrollo

Modelamiento matemático

$$\alpha = \frac{r_a}{L} \theta_x$$

$$\beta = \frac{r_a}{L} \theta_y$$

$$\left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2}\right) X_b'' - m_b(X_b \alpha'^2 + Y_b \alpha' \beta') + m_b g \sin \alpha = 0 \longrightarrow \left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2}\right) X_b'' + \frac{m_b g r_a}{L} \theta_x = 0$$

$$\left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2}\right) Y_b'' - m_b(Y_b \beta'^2 + X_b \alpha' \beta') + m_b g \sin \beta = 0 \longrightarrow \left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2}\right) Y_b'' + \frac{m_b g r_a}{L} \theta_y = 0$$

Desarrollo

Modelamiento matemático

$$\left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2}\right) X_b'' + \frac{m_b g r_a}{L} \theta_x = 0 \quad \longrightarrow \quad P(s) = \frac{\text{output}}{\text{input}} = \frac{X_b(s)}{\theta_x(s)} = -\frac{m_b g r_a}{L_p \left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2}\right) S^2}$$

$$P(s) = -\frac{(-9.81 \text{ m/s}^2)(0.037 \text{ kg})(0.03 \text{ m})}{0.227 \text{ m} \left(0.037 \text{ kg} + \frac{2}{5} \frac{(0.037 \text{ kg})(0.03 \text{ m})}{(0.03 \text{ m})^2}\right) S^2}$$

$$P(s) = -\frac{-0.0108891}{0.12038 S^2}$$

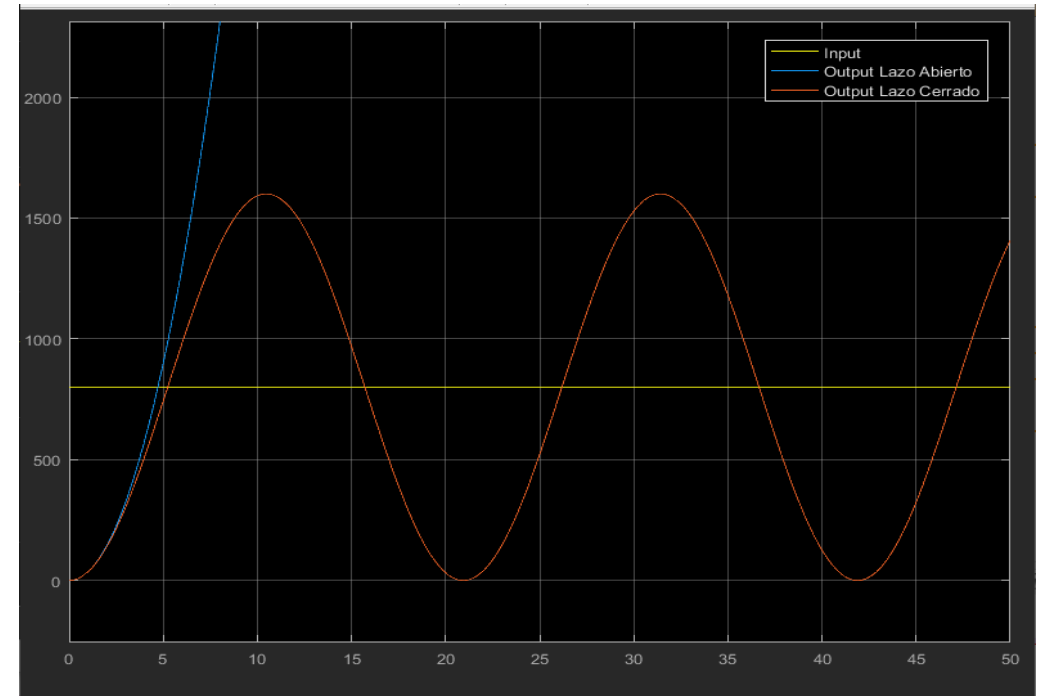
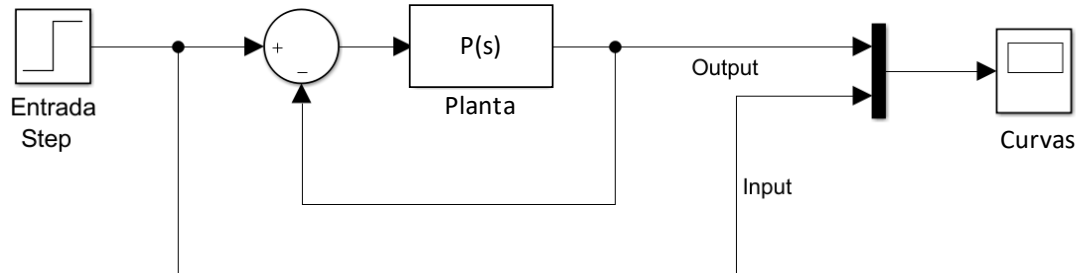
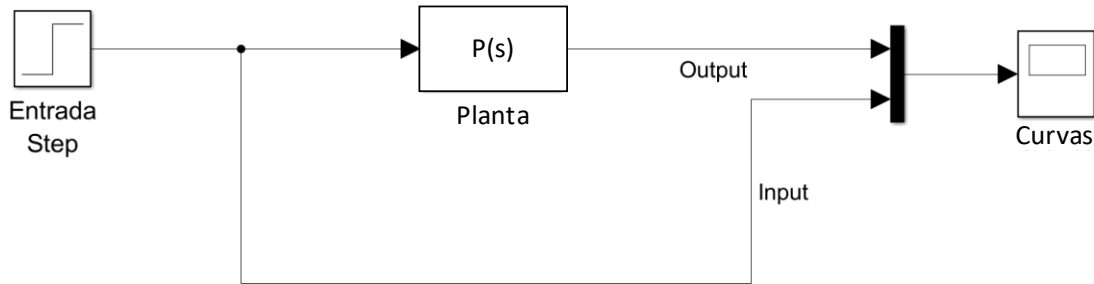
$$P(s) = \frac{0.09045}{S^2}$$

$$I_b = \frac{2}{5} m r^2$$

Desarrollo

Diseño del controlador

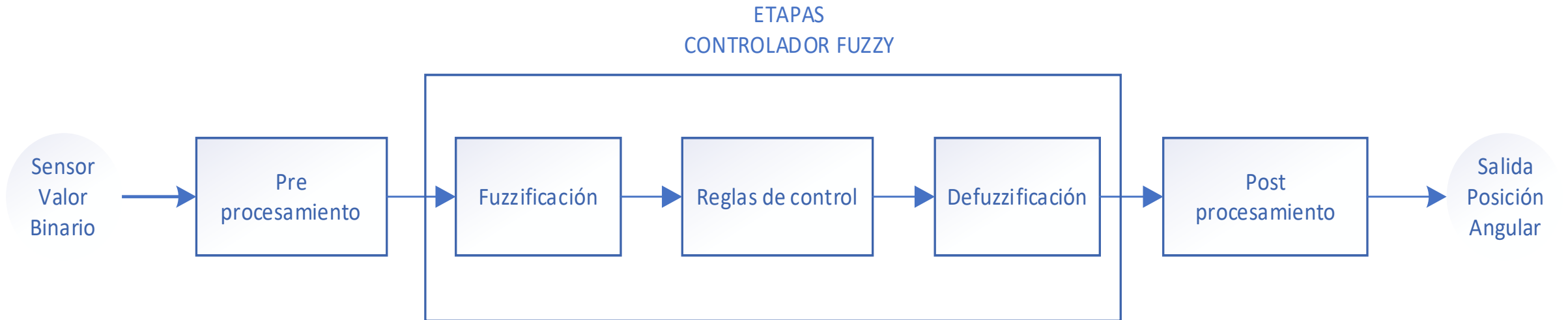
Comportamiento de la planta lazo abierto vs. lazo cerrado



Desarrollo

Diseño del controlador

Etapas del controlador difuso



Desarrollo

Diseño del controlador

Rangos de operación para establecer las funciones de membresía.

Tipo	Parámetro	Rango
Ángulo de actuador	Θ_x	[0 - 40]°
	Θ_y	[0 - 40]°
Sensor	Xb	[205 - 800] UVB
	Yb	[305 - 630] UVB

Desarrollo

Diseño del controlador

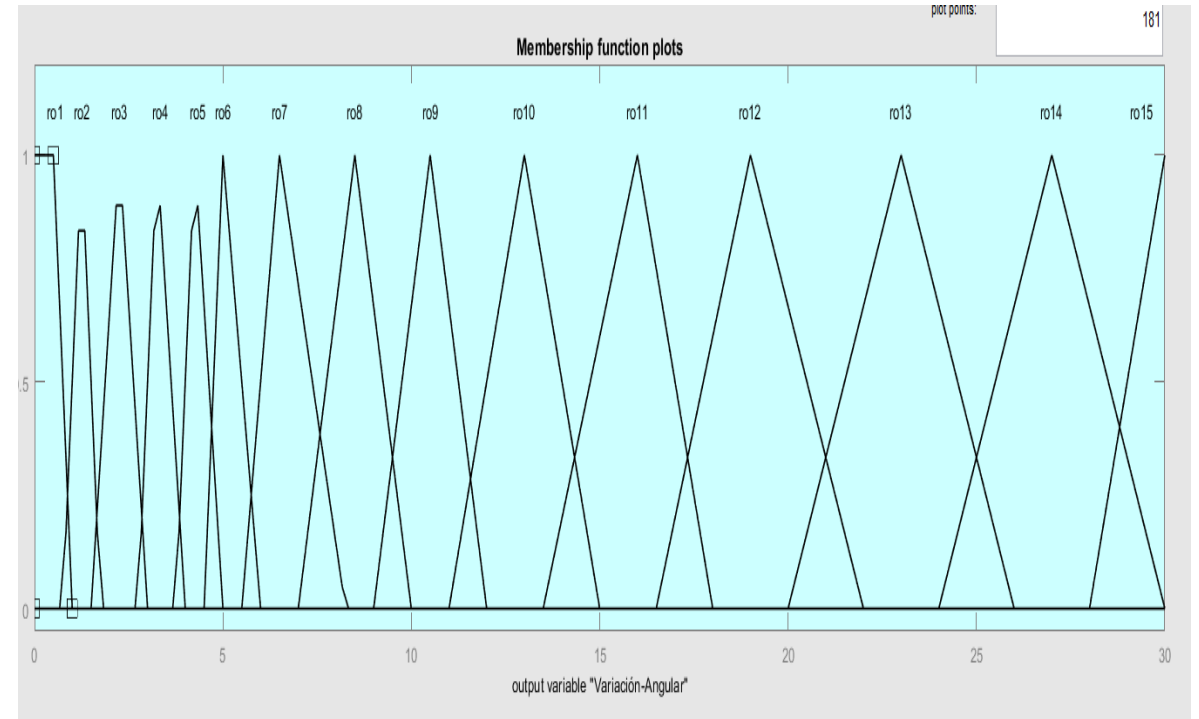
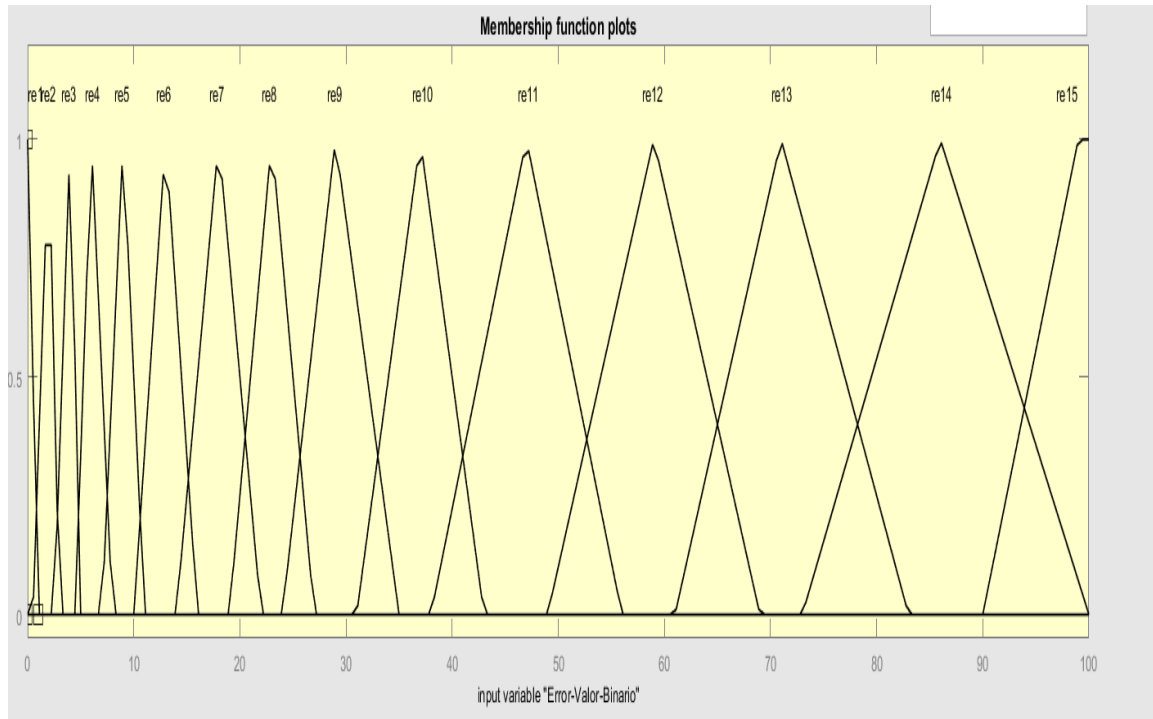
Variables del sistema.

Variable	Tipo	Característica
Error de posición	Retroalimentación	Diferencia entre posición cartesiana actual y Set Point
Set Point	Entrada	Coordenada cartesiana
Posición cartesiana de la esfera	Variable a controlar	Coordenada cartesiana
Posición angular del actuador	Variable de control	Posición angular

Desarrollo

Diseño del controlador

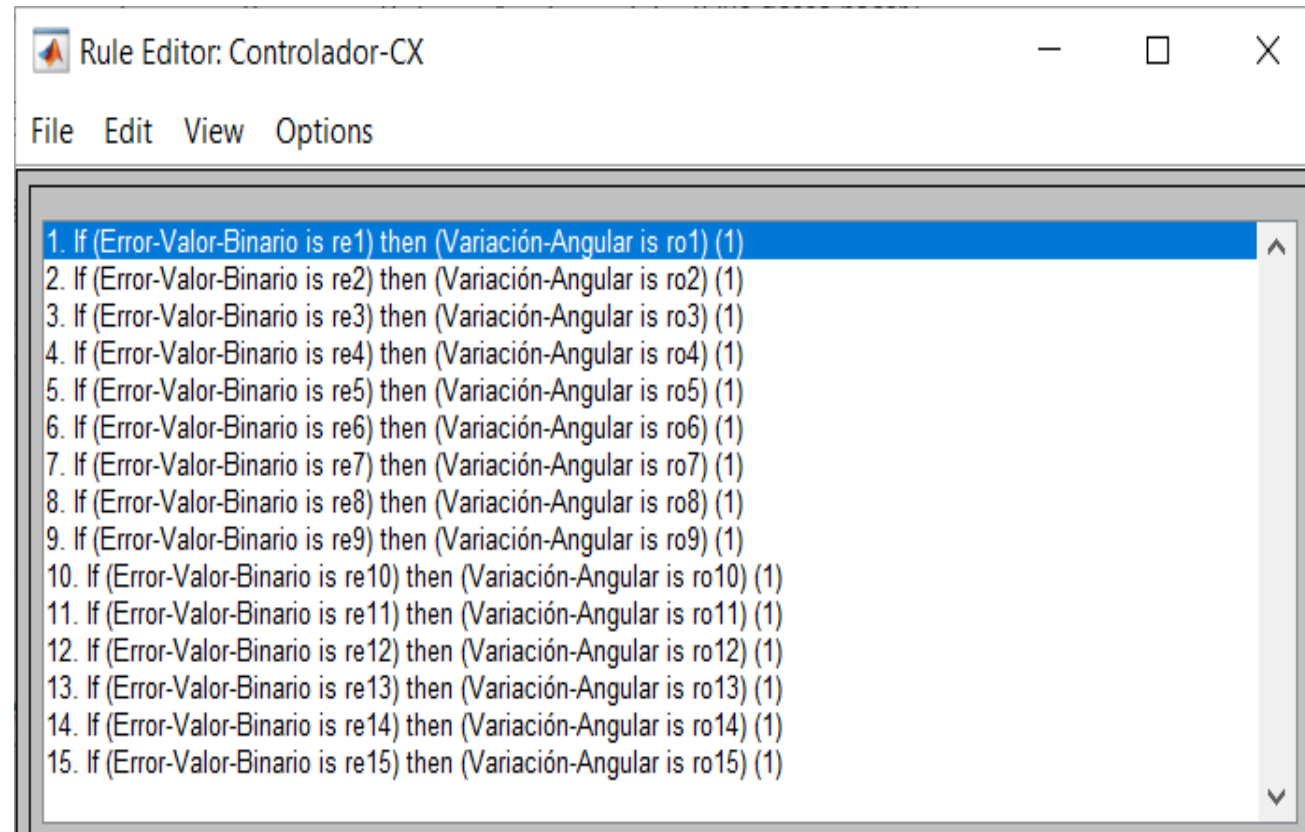
Funciones de membresía entrada/salida.



Desarrollo

Diseño del controlador

Reglas de control.



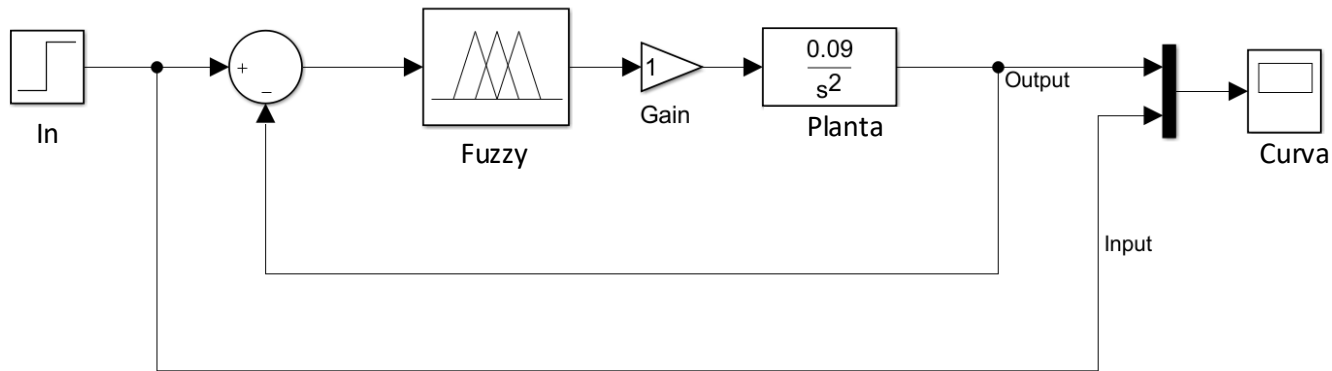
```
Rule Editor: Controlador-CX
File Edit View Options

1. If (Error-Valor-Binario is re1) then (Variación-Angular is ro1) (1)
2. If (Error-Valor-Binario is re2) then (Variación-Angular is ro2) (1)
3. If (Error-Valor-Binario is re3) then (Variación-Angular is ro3) (1)
4. If (Error-Valor-Binario is re4) then (Variación-Angular is ro4) (1)
5. If (Error-Valor-Binario is re5) then (Variación-Angular is ro5) (1)
6. If (Error-Valor-Binario is re6) then (Variación-Angular is ro6) (1)
7. If (Error-Valor-Binario is re7) then (Variación-Angular is ro7) (1)
8. If (Error-Valor-Binario is re8) then (Variación-Angular is ro8) (1)
9. If (Error-Valor-Binario is re9) then (Variación-Angular is ro9) (1)
10. If (Error-Valor-Binario is re10) then (Variación-Angular is ro10) (1)
11. If (Error-Valor-Binario is re11) then (Variación-Angular is ro11) (1)
12. If (Error-Valor-Binario is re12) then (Variación-Angular is ro12) (1)
13. If (Error-Valor-Binario is re13) then (Variación-Angular is ro13) (1)
14. If (Error-Valor-Binario is re14) then (Variación-Angular is ro14) (1)
15. If (Error-Valor-Binario is re15) then (Variación-Angular is ro15) (1)
```

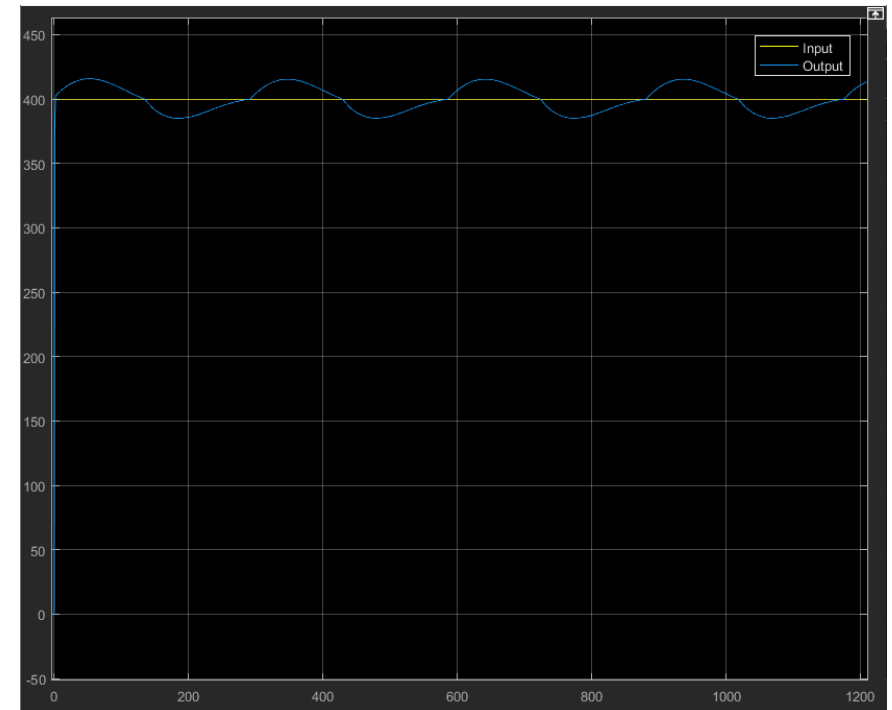

Desarrollo

Diseño del controlador

Simulación y respuesta en lazo cerrado



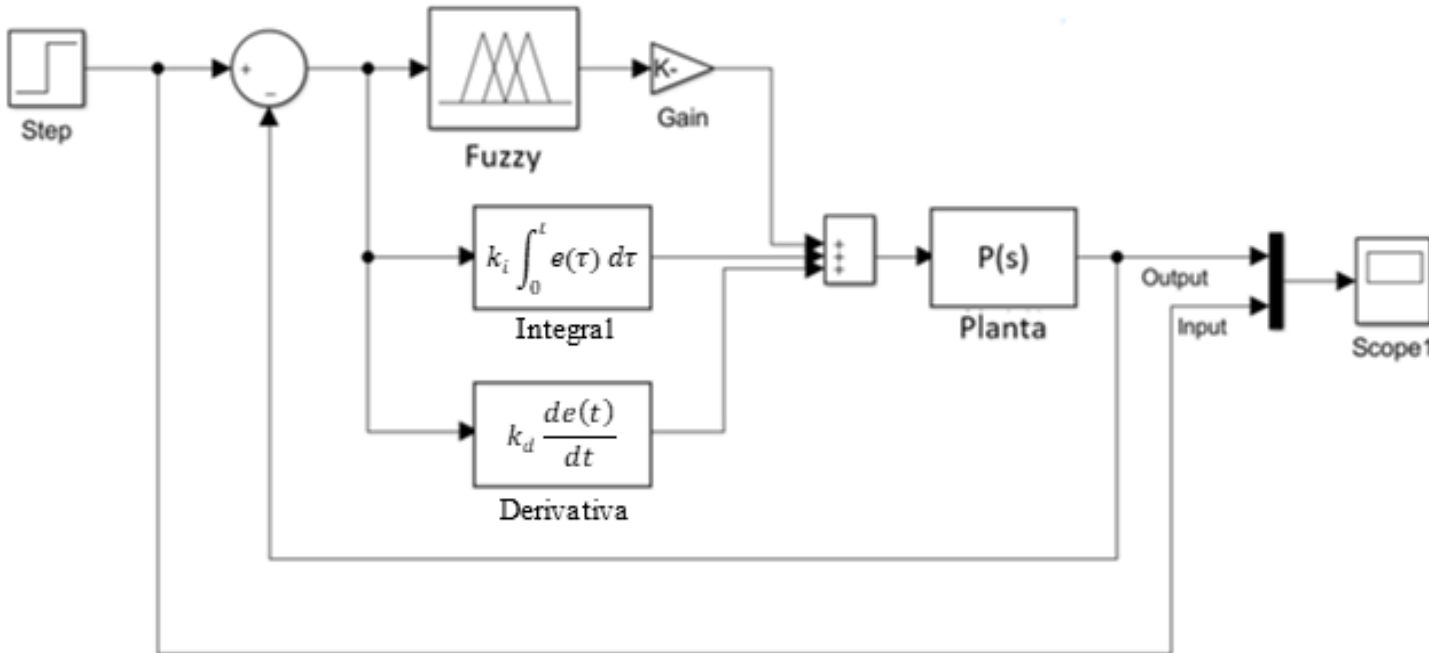
Curva sinusoidal de baja amplitud en el rango de ± 18 UVB, es decir para eje X se tiene una desviación de $\pm 3\%$ y para el eje Y se tiene una desviación de $\pm 5.3\%$,



Desarrollo

Diseño del controlador

Fuzzy ID



$$u(t) = fuzzy + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt}$$

Desarrollo

Diseño del controlador

Fuzzy ID, ganancias I, D.

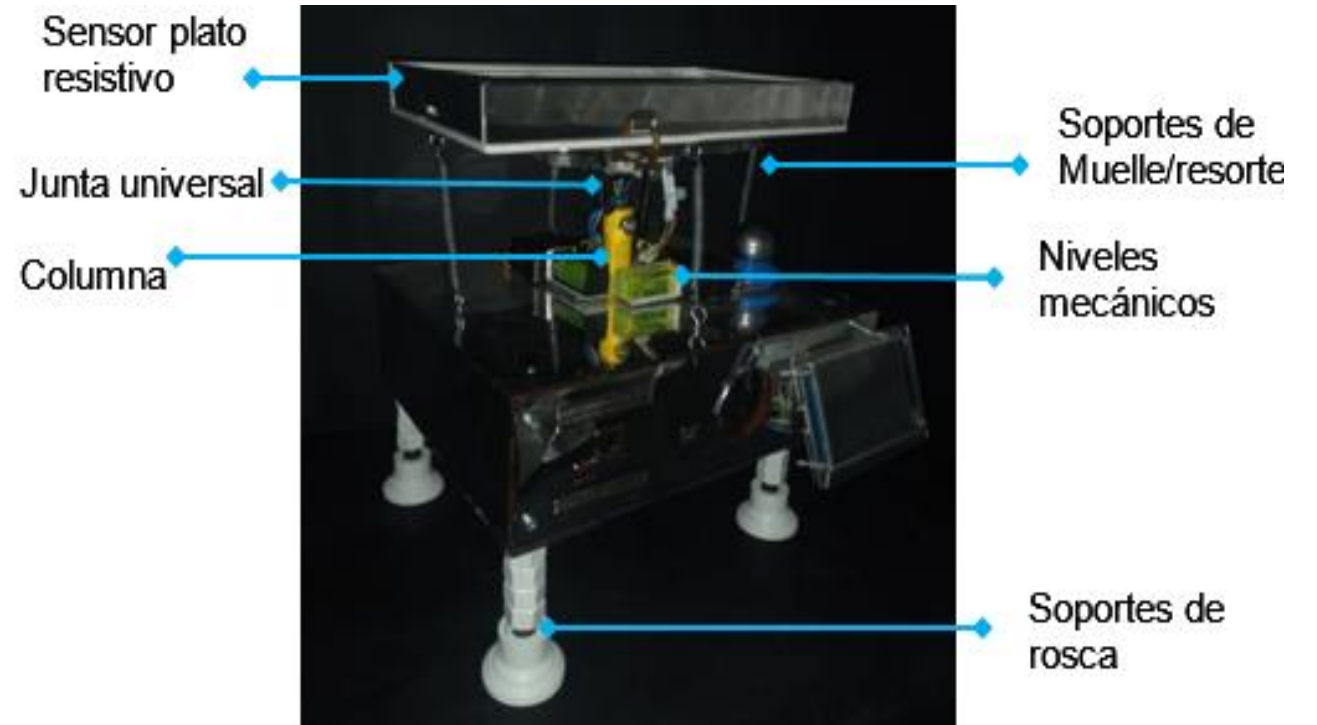
$$u(t) = \text{fuzzy} + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt}$$

Curva	Ki	Kd
Output 1	0.1	14
Output 2	0.14	9
Output 3	0.01	10
Output 4	0.1	9
Output 5	0.03	9
Output 6	0.5	8

Desarrollo

Implementación física– Sistema mecánico

- Dos grados de libertad con suspensión de columna.
- Una junta universal.
- Dos indicadores de nivel manuales.
- Plato de soporte del sensor.
- Cuatro soportes por muelle o resorte.
- Soportes ajustables de base.



Desarrollo

Implementación física – Descripción de elementos

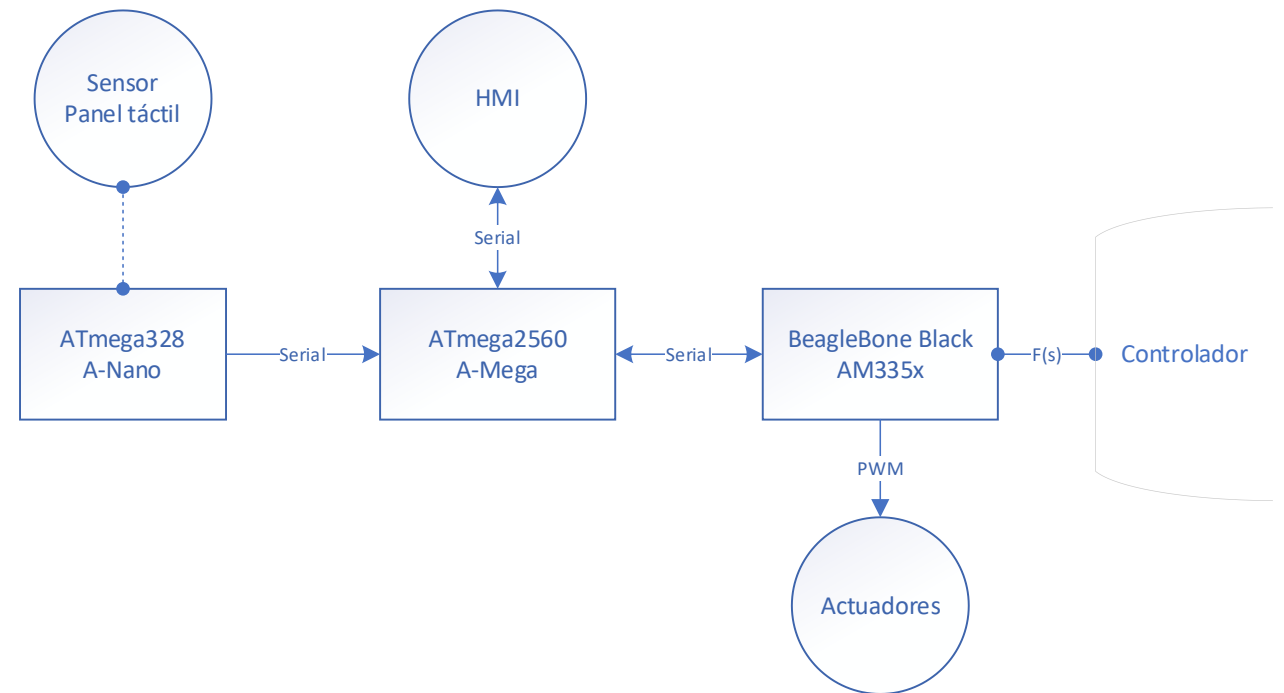
Elemento	Cantidad	Característica	Descripción
Sensor táctil resistivo	1	Área de medición	22.7 x 12.7 cm
Columna	1	Longitud (L)	7.5 cm
Actuadores HG-5645MG	2	Par mecánico (T)	10.3 Kg.cm
Probeta:	1	Radio (R)	R = 3 cm
Esfera metálica		Masa (m)	M = 37 g
Soportes de muelle	4	Constante elástica	K = 0.072 N/m
		Longitud	Lk = 8.5cm

Desarrollo

Implementación física – Sistema electrónico

Diseño bajo arquitectura descentralizada utilizando un microcontrolador embebido para cada fase del sistema:

- Arduino nano, para adquisición de datos.
- Arduino Mega, para interacción mediante comunicación serial entre el sensor, el HMI y el controlador.
- BeagleBone Black, para establecer la lógica de control.



Desarrollo

Implementación física– Descripción de elementos

Elemento	Cantidad	Característica	Descripción
Nx4832t035	1	HMI	Pantalla táctil capacitiva
BeagleBone Black	1	Controlador principal	Procesador: AM335x 1GHz ARM® Cortex, 512MB RAM.
Arduino Mega	1	Intercomunicador serial	Microcontrolador: ATmega2560, Pines digitales de Entrada/Salida: 54 (de los cuales 15 proveen salida PWM) / Pines análogos de entrada: 16, Cuatro puertos seriales.
Arduino Nano	1	Lector de sensor independiente	Microcontrolador Arduino ATmega32, 8Pines de E/S analógicas, 6 Salidas PWM
Fuente conmutada	1	Alimentación del sistema	Salidas 5v, 12v.

Desarrollo

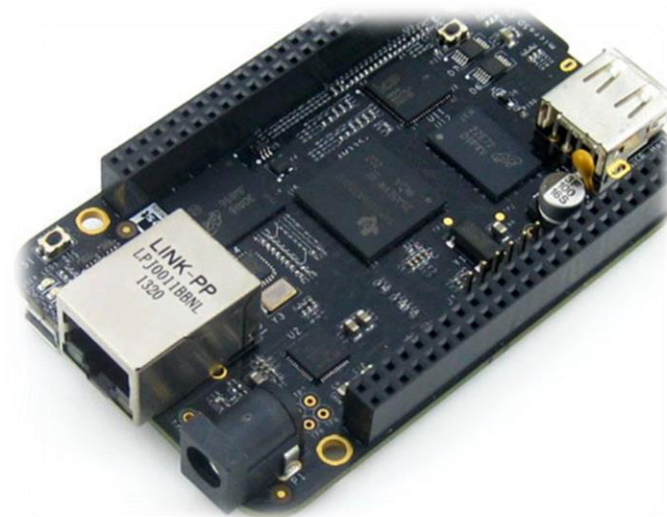
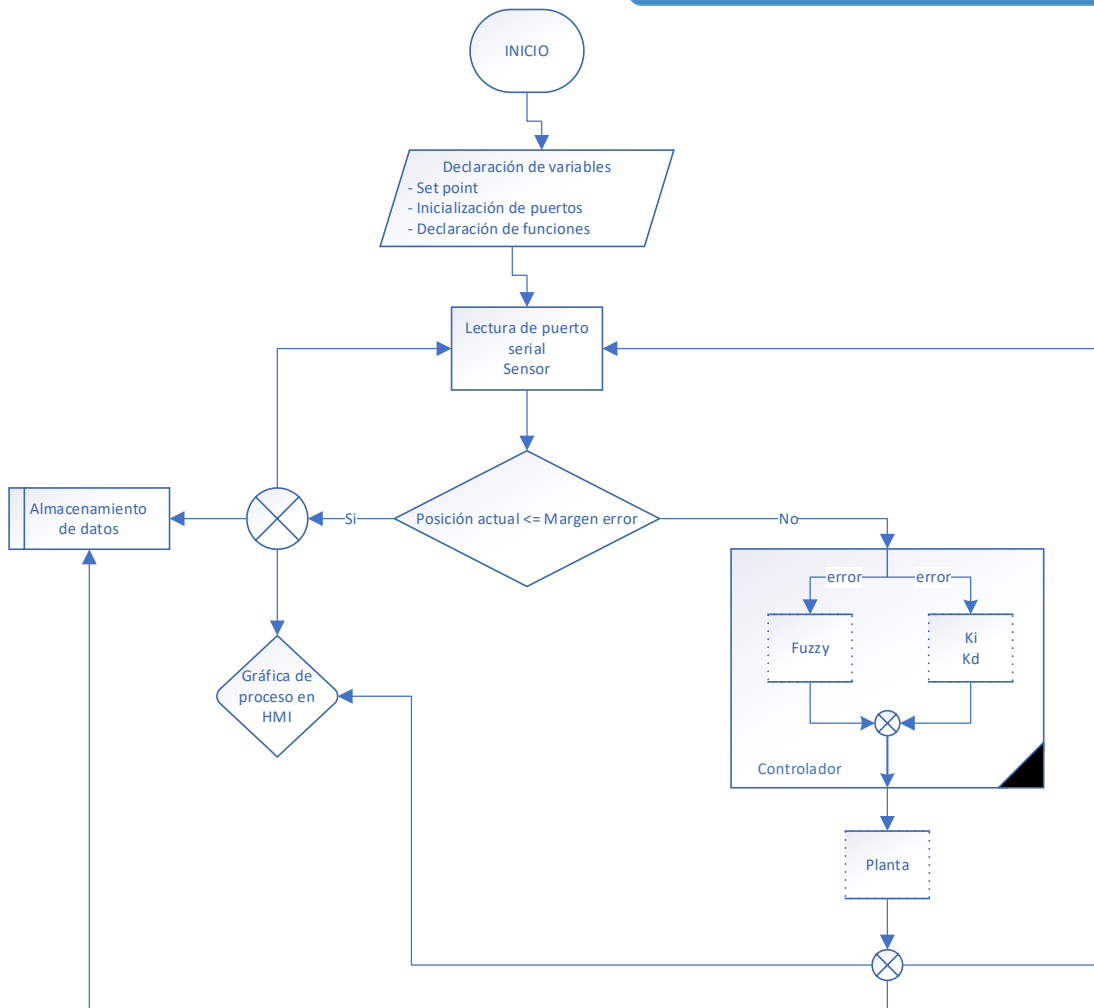
Implementación física – Lectura del sensor

- Lectura por puertos análogos Arduino nano.
- Velocidad de transmisión serial de 9600 baudios.
- Periodo muestral de 46ms.
- Filtro de ruido de media aritmética para 12 muestras continuas.



Desarrollo

Implementación física – Programación del controlador



Desarrollo

Implementación física – Interfaz gráfica

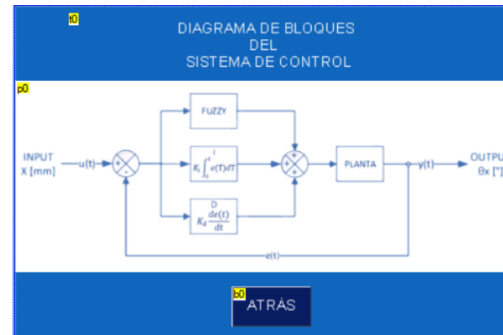
SISTEMA DE CONTROL BALL & PLATE

11

50 Diagrama sistema de control

51 Estructura de la planta

52 Ejecutar control



ESTRUCTURA DE LA PLANTA

10

50



11 - 2 grados de libertad
- Sensor táctil resistivo
- Placas embebidas: Beaglebone black, arduino nano - mega
- Fuente conmutada

50 ATRÁS

SISTEMA DE CONTROL

11



50 ATRÁS

50 GRÁFICAS

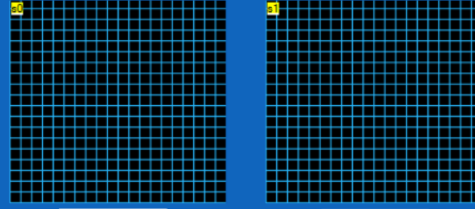
CURVAS DE COMPORTAMIENTO

11 X

50

51 Y

50



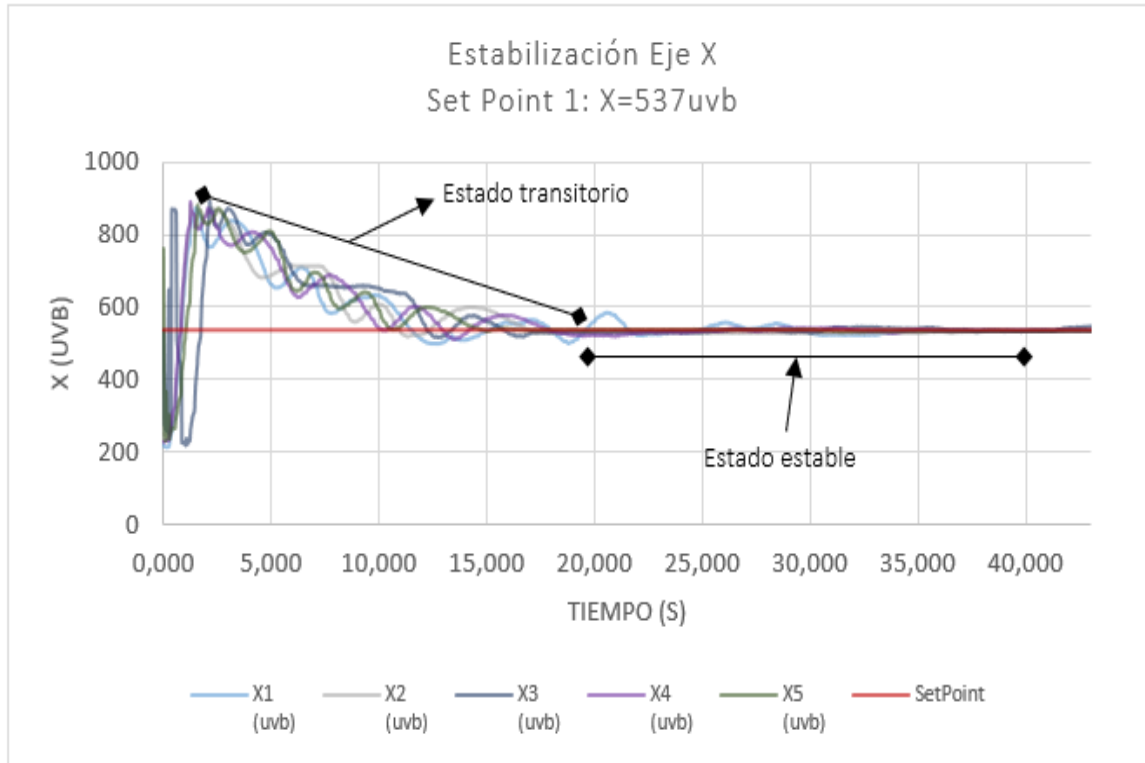
valorX 0

50 ATRÁS

valorY 0

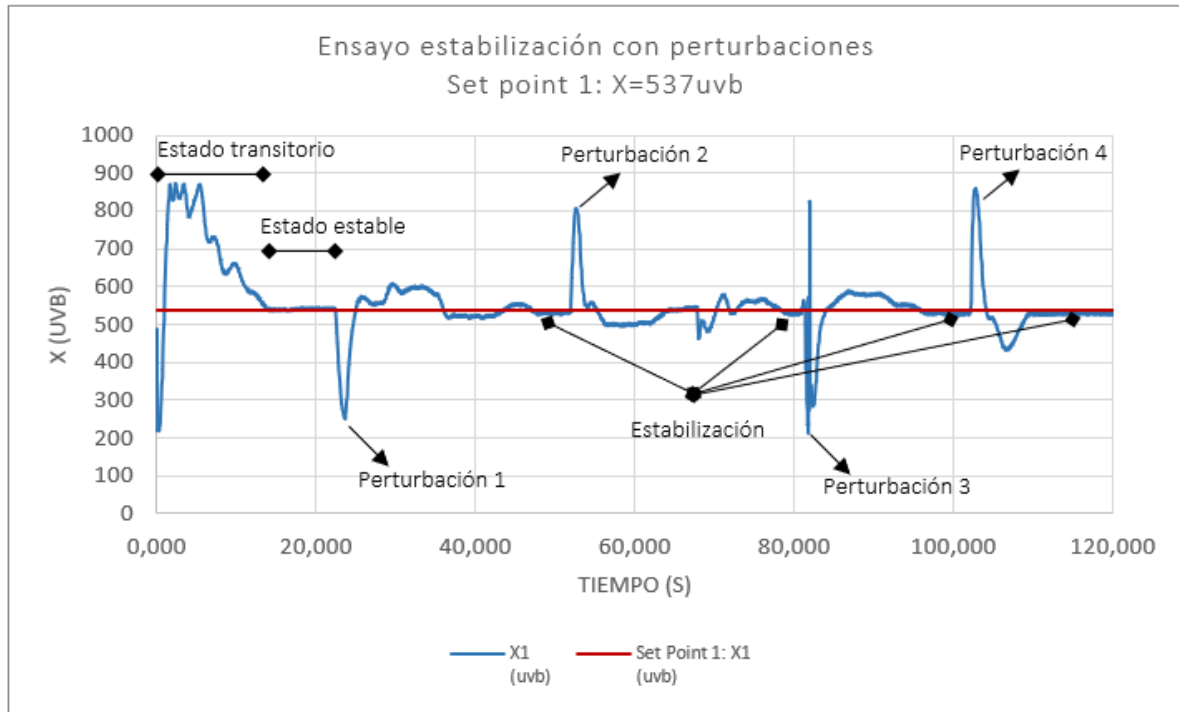
Resultados

Estabilización libre



Resultados

Estabilización con perturbaciones



Resultados

Análisis de repetibilidad y exactitud

Evaluación de rendimiento del controlador utilizando parámetros cuantitativos bajo criterios de aceptación dentro de la eficiencia en el área de la robótica citados en la norma ANSI/RIA R15.05-1 para la “Evaluación de las características de rendimiento punto a punto y estático de robots industriales y sistemas robóticos”.



Resultados

Análisis de repetibilidad y exactitud

La **repetibilidad** se define como la magnitud de desviación promedio del posicionamiento final del punto de interés bajo condiciones de operación iguales.

Repetibilidad = lm

$$lm = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n li$$

$$li = \sqrt{(Xi - Xm)^2 + (Yi - Ym)^2}$$

Resultados

Análisis de repetibilidad y exactitud

La **exactitud** que se define exactitud como la proximidad en la concordancia entre un resultado y el valor de referencia aceptado.

$$Ap = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(\sqrt{(Xi - Xc)^2 + (Yi - Yc)^2} \right)$$

Resultados

Análisis de repetibilidad y exactitud

Mientras menor sea el valor de la exactitud, el funcionamiento del controlador es mejor, es decir, se establece una relación inversa, dicho principio rige de igual forma a la repetibilidad.

Parámetro	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 4	Ensayo 5
Xm	538	537	537	537	538
Ym	534	528	527	530	530
Im	14.56	11.40	7.28	9.22	7.21
R	14.56	11.40	7.28	9.22	7.21
Ap	15.30	12.17	7.07	9.22	6.71
Rm	9.22				
Apm	9.22				

Validación de la hipótesis

Prueba de hipótesis Chi cuadrada

Permite relacionar diversos tipos de criterios de evaluación, tanto cualitativos como cuantitativos. En este caso, se emplean los dos criterios calculados en el apartado de resultados, la repetibilidad y exactitud.

- Hipótesis propuesta: En un dispositivo Ball&Plate accionado por servomecanismos es posible aplicar un controlador difuso para el posicionamiento de una esfera en una plataforma.
- Hipótesis Nula: H_0 = En un dispositivo Ball&Plate accionado por servomecanismos no es posible aplicar un controlador difuso para el posicionamiento de una esfera en una plataforma.
- Hipótesis alternativa: H_1 = En un dispositivo Ball&Plate accionado por servomecanismos si es posible aplicar un controlador difuso para el posicionamiento de una esfera en una plataforma.

Validación de la hipótesis

Prueba de hipótesis Chi cuadrada

Margen de Error: 5%. Se debe convertir a unidades de valor binario (UVB) que son las unidades de medición del sensor, considerando que los rangos de medición y la amplitud muestral en relación con los ejes X e Y son diferentes.

Eje	Rango [UVB]	Amplitud [UVB]	Margen error al 5% [UVB]
X	205-800	595	29,75
Y	305-630	325	16,25

Validación de la hipótesis

Prueba de hipótesis Chi cuadrada

Resultados de repetibilidad, exactitud y criterio de aceptación

Set Point	1		2		3		4		5	
	Valor	Aceptación	Valor	Aceptación	Valor	Aceptación	Valor	Aceptación	Valor	Aceptación
Repetibilidad [UVB]	9.22	Si	11.4	Si	19.24	Si	19.42	Si	23.09	No
Exactitud [UVB]	9.22	Si	11.66	Si	16.55	Si	40.66	No	24.18	No

Validación de la hipótesis

Prueba de hipótesis Chi cuadrada

Variables de la hipótesis

criterio	Aceptadas	Rechazadas	Total
Repetibilidad	4	1	5
Exactitud	3	2	5
Tendencia	47	3	50
Total	54	6	60

Validación de la hipótesis

Prueba de hipótesis Chi cuadrada

Frecuencias teóricas esperadas.

$$F_{te} = \frac{T_c * T_f}{T}$$

Criterio	Aceptadas	Rechazadas
Repetibilidad	4.5	0.5
Exactitud	4.5	0.5
Tendencia	45	5

Validación de la hipótesis

Prueba de hipótesis Chi cuadrada

$$X^2 = \sum_n \frac{(f - ft)^2}{ft}$$

$$X^2 = \frac{(4 - 4.5)^2}{4.5} + \frac{(3 - 4.5)^2}{4.5} + \frac{(1 - 0.5)^2}{0.5} + \frac{(2 - 0.5)^2}{0.5} + \frac{(47 - 45)^2}{45} + \frac{(3 - 5)^2}{5} = \mathbf{6.44}$$

$$V = (f - 1)(c - 1)$$

$$V = (3 - 1)(2 - 1) = \mathbf{2}$$

Validación de la hipótesis

Prueba de hipótesis Chi cuadrada

$$X^2_{teórico} = 5.99$$

$$X^2 > X^2_{teórico} \quad \therefore 6.44 > 5.99$$

Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula, dando la veracidad afirmativa a la hipótesis alternativa afirmando:

“En un dispositivo Ball&Plate accionado por servomecanismos si es posible aplicar un controlador difuso para el posicionamiento de una esfera en una plataforma.”

Validación de la hipótesis

Conclusiones

- La implementación de un controlador difuso en una plataforma Ball&Plate permite controlar la posición de una esfera metálica en un punto de consigna establecido por el usuario mediante una interfaz gráfica, la respuesta se visualiza mediante curvas en tiempo real.
- El modelo matemático obtenido a partir de las dimensiones físicas de cada elemento de la plataforma Ball&Plate implementada permitió obtener la función de transferencia para evaluar el rendimiento de los controladores mediante el software de simulación.
- Mediante la simulación del sistema de control aplicado a la función de transferencia de la planta fue posible evaluar el rendimiento del diseño del controlador difuso simple, mostrando una respuesta oscilatoria en estado estable con una variación de $\pm 5.3\%$ respecto a la consigna establecida.

Validación de la hipótesis

Conclusiones

- El controlador difuso diseñado presenta una acción de corrección proporcional al error de entrada del sistema, esto en respuesta a las reglas de control que obedecen a funciones de membresía definidas en el controlador.
- Mediante la utilización de funciones derivativa e integral en paralelo al controlador difuso diseñado, es posible mejorar la respuesta en estado estable del sistema, reduciendo de forma notable el estado oscilatorio.
- La disposición descentralizada de las tarjetas electrónicas embebidas permite realizar un manejo eficiente de los recursos de cada microprocesador, por ende, una respuesta idónea de acción y reacción de los actuadores y del sensor respectivamente, evitando de esta manera colapso en la ejecución de programas previo al fallo total de la plataforma Ball&Plate

Validación de la hipótesis

Recomendaciones

- En la construcción mecánica de la plataforma Ball&Plate es importante garantizar una buena sujeción en cada articulación con la finalidad de evitar un mal funcionamiento del sensor y de los actuadores que a su vez afectarán directamente en el desempeño del sistema.
- La plataforma construida debe ser posicionada sobre una superficie nivelada en los ejes X e Y, a su vez debe realizarse como primer paso la nivelación de la base principal, previo al arranque del sistema de control.
- La determinación de un tiempo de muestreo equilibrado para el sensor contribuye en la cantidad de datos manejados por los microprocesadores que a su vez se ven reflejados en la respuesta de control frente a los requerimientos del sistema de posicionamiento de la esfera, en la consigna definida por el usuario.