



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**Implementación de un controlador difuso aplicado a servomecanismos en un dispositivo
de posicionamiento Ball&Plate.**

Erazo Rodas, Mario Leonidas

Vicerrectorado de Investigación, Innovación y Transferencia de Tecnología

Centro de Posgrados

Maestría en Electrónica y Automatización Mención Redes Industriales

Trabajo de titulación, previo a la obtención del título de Magíster en Electrónica y

Automatización Mención Redes Industriales

Ing. Pérez Gutiérrez, Milton Fabricio

10 de marzo de 2022

Latacunga

COPYLEAKS

Tesis_Erazo_Mario.docx

Scanned on: 14:41 April 12, 2022 UTC



Overall Similarity Score



Results Found



Total Words in Text

Identical Words	145
Words with Minor Changes	143
Paraphrased Words	506
Omitted Words	0

Ing. Pérez Gutiérrez, Milton Fabricio MSc.

C.C: 1802565711



ESPE

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN, INNOVACIÓN Y
TRANSFERENCIA DE TECNOLOGÍA
CENTRO DE POSGRADOS

CERTIFICACIÓN

Certifico que el trabajo de titulación, “Implementación de un controlador difuso aplicado a servomecanismos en un dispositivo de posicionamiento ball&plate”, fue realizado por el señor **Erazo Rodas, Mario Leonidas**, el mismo que ha sido revisado en su totalidad, analizado por la herramienta de verificación de similitud de contenido; por lo tanto cumple con los requisitos técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, razón por la cual me permito acreditar y autorizar para que lo sustente públicamente.

Latacunga, marzo de 2022.

Ing. Pérez Gutiérrez, Milton Fabricio MSc.

C.C: 1802565711



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN, INNOVACIÓN Y

TRANSFERENCIA DE TECNOLOGÍA

CENTRO DE POSGRADOS

RESPONSABILIDAD DE AUTORÍA

Yo, **Erazo Rodas, Mario Leonidas** declaro que el contenido, ideas y criterios del trabajo de titulación: **“Implementación de un controlador difuso aplicado a servomecanismos en un dispositivo de posicionamiento ball&plate”**, es de mi autoría y responsabilidad, cumpliendo con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de Fuerzas Armadas ESPE, respetando los derechos intelectuales de terceros y referenciando las citas bibliográficas.

Latacunga, marzo de 2022.

Una firma manuscrita en tinta azul que parece leer 'Erazo Rodas'.

Erazo Rodas, Mario Leonidas

C.C: 0502771306



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN, INNOVACIÓN Y
TRANSFERENCIA DE TECNOLOGÍA
CENTRO DE POSGRADOS
AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN

Yo, **Erazo Rodas, Mario Leonidas** con cédula de ciudadanía n° 0502771306, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar el trabajo de titulación: **"Implementación de un controlador difuso aplicado a servomecanismos en un dispositivo de posicionamiento ball&plate"** en el Repositorio Institucional, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi responsabilidad.

Latacunga, marzo de 2022.

Una firma manuscrita en tinta azul que parece ser "Erazo Rodas".

Erazo Rodas, Mario Leonidas

C.C: 0502771306

DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado a mi abuelita Mamigordita que desde el cielo siempre guía y cuida todos mis pasos, quien está presente en todas mis acciones y decisiones, a mis padres Mario y Narcisa que gracias a ellos he logrado alcanzar todos mis objetivos de vida, a mi esposa Patricia Isabel por caminar junto a mí en los buenos y malos momentos, por su amor, comprensión y apoyo día con día, a mis dos hijos María José y Juan David por su amor puro e incondicional que me motivan a ser mejor cada día y me renuevan las energías, a mis hermanas Mayra y Lorena por su apoyo constante en todos mis proyectos, a mis sobrinos Mateo y Luciana por contagiarme de su alegría, a mis tíos Narcisa, Teresa, Leonor, Julio, Patricia, Germán, Xavier, por su buen ejemplo de honestidad y rectitud, a mis tíos, tías políticos y a mis primos por su apoyo familiar en todo contexto.

Mario Leonidas Erazo Rodas.

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, agradezco a Dios, por la vida que me ha concedido, por permitirme disfrutar de la presencia de todos quienes se encuentran en mi entorno, a todos quienes han formado parte del proceso de formación personal y profesional que actualmente puedo manifestar para beneficio de la sociedad, a mis padres por su dedicación continua en buscar un porvenir provechoso y siempre apoyarme en cada paso que doy, a mi esposa e hijos que con su cariño y amor incondicional de todos los días me motivan a continuar progresando, a mis hermanas por su ejemplo de responsabilidad, honestidad e integridad que han forjado en mí proceder un reflejo de sus acciones, a mi director de proyecto por su apoyo constante durante el desarrollo de este trabajo.

Agradezco a todos quienes hayan mirado este trabajo y de alguna manera haya contribuido para futuras investigaciones dentro del ámbito académico, profesional y personal.

Mario Leonidas Erazo Rodas.

Tabla de contenidos

Carátula 1	
Reporte de verificación de contenido	2
Certificación	3
Responsabilidad de autoría.....	4
Autorización de publicación.....	5
Dedicatoria.....	6
Agradecimiento.....	7
Tabla de contenidos	8
Índice de figuras	12
Índice de tablas	14
Resumen.....	15
Abstract.....	16
Capítulo I.....	17
Introducción	17
Título del proyecto de titulación	17
Antecedentes	17
Líneas de investigación	19
Sub líneas de investigación	19
Área de influencia.....	19
Planteamiento del problema	19
Estudios relacionados	21
Justificación, importancia y alcance del proyecto.....	22

Objetivo general del proyecto.....	23
Objetivos específicos del proyecto.....	23
Hipótesis de investigación.....	24
Categorización de las variables de investigación.....	24
Capítulo II.....	27
Marco teórico	27
Sistemas Ball&Plate	27
Modelamiento de sistemas.....	28
<i>Introducción.....</i>	<i>28</i>
<i>Modelo físico de un sistema.....</i>	<i>29</i>
<i>Modelo matemático.....</i>	<i>30</i>
<i>Modelado de sistemas de control.....</i>	<i>30</i>
Control difuso	31
<i>Conjuntos difusos y funciones de membresía.....</i>	<i>32</i>
<i>Operaciones difusas y fuzzificación.....</i>	<i>33</i>
<i>Reglas e inferencia difusa.....</i>	<i>33</i>
<i>Etapas de agregado y defuzzificación.....</i>	<i>34</i>
Capítulo III.....	36
Desarrollo e implementación del sistema	36
Estructura de la plataforma Ball& Plate.....	36
<i>Adecuación en la estructura mecánica y electrónica.....</i>	<i>36</i>
<i>Sistema mecánico.....</i>	<i>37</i>

<i>Sistema electrónico.</i>	39
Sistema de control.....	44
<i>Modulación del elemento sensor táctil.</i>	44
<i>Modelamiento matemático del sistema.</i>	46
<i>Diseño del controlador.</i>	51
Implementación del controlador en la plataforma Ball&Plate.	63
<i>Lectura del sensor.</i>	63
<i>Programación del controlador.</i>	64
<i>Interfaz gráfica.</i>	67
Capítulo IV	69
Resultados.....	69
Ensayos de estabilización sin perturbaciones.	69
Ensayos de estabilización con perturbaciones.	77
Análisis de repetibilidad y exactitud.	83
Capítulo V	89
Discusión	89
Validación de la hipótesis.	89
Capítulo VI	94
Conclusiones y recomendaciones	94
Conclusiones	94
Recomendaciones.....	95
Bibliografía	97

Anexos..... 100

Índice de figuras

Figura 1 <i>Plataforma didáctica Ball&Plate</i>	28
Figura 2 <i>Plataforma Ball&Plate a) Inicial b) Final</i>	37
Figura 3 <i>Composición del sistema Ball&Plate</i>	38
Figura 4 <i>Esquema de conexión del sistema electrónico</i>	40
Figura 5 <i>Diagrama de conexión PCB</i>	43
Figura 6 <i>Diagrama del sensor táctil</i>	44
Figura 7 <i>Modulación de señal de sensor en valor binario (a) sin filtro</i>	
<i>(b) con filtro</i>	45
Figura 8 <i>Configuración del sensor táctil</i>	46
Figura 9 <i>Diagrama de cuerpo libre de la planta.cuerpo libre de la planta</i>	46
Figura 10 <i>Diagrama de bloques de la planta en: a) lazo abierto, b) lazo cerrado</i>	51
Figura 11 <i>Curva de comportamiento del sistema: lazo abierto vs lazo cerrado</i>	52
Figura 12 <i>Etapas del controlador difuso</i>	53
Figura 13 <i>Sentido de giro de servomotor: a) eje X, b) eje Y</i>	54
Figura 14 <i>Variables del controlador Fuzzy</i>	55
Figura 15 <i>Establecimiento de funciones de membresía de la variable de:</i>	
<i>a) entrada, b) salida</i>	56
Figura 16 <i>Establecimiento de reglas del controlador</i>	58
Figura 17 <i>Visualizador de reglas y resultados App Fuzzy Logic Designer Matlab</i>	58
Figura 18 <i>Superficie de control</i>	59
Figura 19 <i>Diagrama de bloques del sistema de control Fuzzy en lazo cerrado</i>	59
Figura 20 <i>Respuesta del controlador Fuzzy lazo cerrado</i>	60
Figura 21 <i>Diagrama de bloques sistema de control aplicando la corrección de</i>	
<i>desviación</i>	61

Figura 22 <i>Comportamiento del controlador con corrección de oscilaciones.....</i>	
<i>para distintas k_i y k_d.....</i>	63
Figura 23 <i>Diagrama de flujo de programación en BeagleBone Black.....</i>	66
Figura 24 <i>Aspecto del HMI.....</i>	67
Figura 25 <i>Ensayo estabilización libre con set point 1. a) Eje X. (b) Eje Y.....</i>	72
Figura 26 <i>Ensayo estabilización libre con set point 2. a) Eje X. (b) Eje Y.....</i>	73
Figura 27 <i>Ensayo estabilización libre con set point 3. a) Eje X. (b) Eje Y.....</i>	74
Figura 28 <i>Ensayo estabilización libre con set point 4. a) Eje X. (b) Eje Y.....</i>	75
Figura 29 <i>Ensayo estabilización libre con set point 5. a) Eje X. (b) Eje Y.....</i>	76
Figura 30 <i>Ensayo estabilización con perturbación con set point 1.....</i>	
<i>a) Eje X. (b) Eje Y.....</i>	78
Figura 31 <i>Ensayo estabilización con perturbación con set point 2.....</i>	
<i>a) Eje X. (b) Eje Y.....</i>	79
Figura 32 <i>Ensayo estabilización con perturbación con set point 3.....</i>	
<i>a) Eje X. (b) Eje Y.....</i>	80
Figura 33 <i>Ensayo estabilización con perturbación con set point 4.....</i>	
<i>a) Eje X. (b) Eje Y.....</i>	81
Figura 34 <i>Ensayo estabilización con perturbación con set point 5.....</i>	
<i>A) Eje X. (b) Eje Y.....</i>	82

Índice de tablas

Tabla 1 <i>Trabajos relacionados</i>	21
Tabla 2 <i>Operacionalización de las variables</i>	25
Tabla 3 <i>Características del sistema mecánico</i>	38
Tabla 4 <i>Características del sistema electrónico</i>	40
Tabla 5 <i>Rangos de operación del sensor y actuador</i>	53
Tabla 6 <i>Variables del sistema</i>	54
Tabla 7 <i>Matriz de asociación borrosa del controlador difuso</i>	57
Tabla 8 <i>Parámetros de control del controlador</i>	62
Tabla 9 <i>Librerías requeridas</i>	65
Tabla 10 <i>Comandos de programación Python en BeagleBone Black</i>	65
Tabla 11 <i>Set point configurados</i>	69
Tabla 12 <i>Estructura de datos para ensayo de estabilización libre - ejemplo:</i>	
<i>set point 1</i>	70
Tabla 13 <i>Estructura de datos para ensayo de estabilización con perturbaciones</i>	77
Tabla 14 <i>Cálculos repetibilidad y exactitud set point 1</i>	85
Tabla 15 <i>Cálculos repetibilidad y exactitud set point 2</i>	85
Tabla 16 <i>Cálculos repetibilidad y exactitud set point 3</i>	86
Tabla 17 <i>Cálculos repetibilidad y exactitud set point 4</i>	87
Tabla 18 <i>Cálculos repetibilidad y exactitud set point 5</i>	87
Tabla 19 <i>Valores margen de error en UVB</i>	90
Tabla 20 <i>Resultados de repetibilidad, exactitud y criterio de aceptación</i>	90
Tabla 21 <i>Variables de la hipótesis</i>	91
Tabla 22 <i>Frecuencias teóricas esperadas</i>	92

Resumen

La lógica difusa adapta la realidad del entorno que nos rodea para la aplicación en sistemas o procesos que necesitan un control en lazo cerrado, vinculando la experiencia humana y la capacidad de reacción de sensores y actuadores sobre un lazo de control. Los sistemas Ball&Plate comúnmente cuentan con un sistema de control clásico PID, sin embargo, la aplicación del controlador difuso abre el campo de análisis sobre el sistema con la finalidad de controlar la posición de una esfera en un punto específico del plato móvil aplicando técnicas de control moderno. El paso inicial en la ejecución de este proyecto fue determinar el modelo del sistema Ball&Plate utilizando herramientas matemáticas, luego se desarrolló el algoritmo de control difuso para alcanzar la estabilidad de la esfera utilizando las herramientas informáticas proporcionadas por el software Matlab, finalmente, la fase de simulación permitió visualizar el funcionamiento y respuesta del sistema de control en tiempo real. El resultado del proyecto será la estabilización de la posición de una esfera en un punto concreto de la placa mediante técnicas difusas, así como el análisis de la respuesta del sistema a partir de la medición de las variables de control tanto numérica como gráficamente. El complemento de este trabajo será la construcción física del sistema en una plataforma de bajo coste.

Palabras Clave:

- **CONTROLADOR DIFUSO.**
- **BALL&PLATE.**
- **ESTABILIZACIÓN DE ESFERA.**

Abstract

Fuzzy logic adapts the reality of the environment around us for the application in systems or processes that need a closed-loop control, linking human experience and the responsiveness of sensors and actuators on a control loop. Ball&Plate systems commonly have a classical PID control system; however, the application of the fuzzy controller opens the field of analysis on the system in order to control the position of a sphere at a specific point of the moving plate applying modern control techniques. The initial step in the execution of this project was to determine the model of the Ball&Plate system using mathematical tools, then the fuzzy control algorithm was developed to achieve the stability of the sphere using the computer tools provided by the Matlab software, finally, the simulation phase allowed to visualize the operation and response of the control system in real time. The result of the project will be the stabilization of the position of a sphere at a specific point on the plate using fuzzy techniques, as well as the analysis of the system response from the measurement of the control variables both numerically and graphically. The complement of this work will be the physical construction of the system on a low-cost platform.

Key words:

- **FUZZY CONTROLLER.**
- **PLATE AND BALL.**
- **SPHERE STABILIZATION.**

Capítulo I

Introducción

Título del proyecto de titulación

Implementación de un controlador difuso aplicado a servomecanismos en un dispositivo de posicionamiento Ball&Plate.

Antecedentes

El campo de la industria es una de las principales fuentes de ingreso a nivel mundial, donde la teoría de control moderno constituye una disciplina importante para el desarrollo de innovadores procesos de manufactura, y ha desempeñado una función vital en el avance de la ingeniería. La mayoría de los sistemas físicos son de naturaleza no lineal y su modelamiento requiere de un adecuado análisis de estabilidad, sin embargo, el estudio de este tipo de sistemas puede verse limitada por factores tales como: la complejidad en la aplicación de técnicas de control convencional y la costosa implementación de sistemas reales.

En el ámbito de la academia, el desarrollo de plataformas didácticas de bajo costo que emulen una planta no lineal permite a los estudiantes comprender de forma experimental y física la respuesta de los sistemas no lineales frente a la aplicación de controladores tanto convencionales como modernos, y así identificar el rendimiento y calidad de las prestaciones en cada caso. En este aspecto, los sistemas de una esfera sobre plataforma conocida comúnmente como Ball&Plate con dos grados de libertad constituye una herramienta educativa de bajo costo que contribuye a la mejora del proceso de enseñanza aprendizaje en las instituciones de educativas.

Las plataformas Ball&Plate se implantan como un prototipo experimental en laboratorios con equipos pre-ensamblados o mediante la adquisición de un equipo comercial, estos sistemas comúnmente cuentan con realimentación de cámaras para realizar la medición de la posición actual de la esfera. Para el análisis de un sistema Ball&Plate es importante disponer del modelamiento matemático, es decir, la expresión matemática que representa el sistema, la cual depende de los principios del equilibrio de fuerzas y pares, luego se aplica técnicas de linealización del modelo a una posición cercana de la región operativa. El algoritmo del control predictivo desarrollado para el seguimiento de la trayectoria de la esfera se somete a una fase de simulación para la verificación de la calidad de la linealización del modelo no lineal. El resultado favorable de la respuesta en simulación da paso a la implementación de un modelo real, se obtiene en conclusión un control suave sin oscilaciones fuertes que preservan la vida útil de accionamientos y mecanismos (Oravec, 2015 - Dušek, 2017).

El rendimiento y la calidad de las prestaciones de un controlador aplicado a un sistema pueden ser evaluadas en base a datos numéricos, gráficas de curvas y percepción visual de un sistema físico o virtual. El desempeño de ensayos propuestos para la solución del problema de estabilización de una esfera en una placa puede visualizarse en forma real mediante una plataforma de entrenamiento. La literatura evidencia que se han realizado avances significativos en torno a la comparación de diferentes controladores aplicados a la estabilización de un sistema Ball&Plate, tales como controlador PID, controlador de lógica difusa, controlador neuronal. El controlador difuso, por ejemplo, presenta un rendimiento aceptable respecto a estabilización y error en los ensayos realizados sobre el sistema físico experimental realimentado por una cámara (Oravec, 2015- Escobar, 2017).

Los avances en el área de control automático mutan constantemente en consecuencia de las exigencias requeridas por los procesos de la vida real, esto promueve que el aprendizaje de las técnicas de control se adapte con mayor versatilidad mediante el uso de plataformas didácticas para el estudio e implementación de diversos tipos de controladores, que aportan significativamente a la formación profesional de los estudiantes.

Líneas de investigación

- Automática y control.
- Ingeniería de software.

Sub líneas de investigación

- Software de cálculo numérico y simbólico.

Área de influencia

Sistemas de control eléctrico sobre accionamientos eléctricos.

Planteamiento del problema

El sector industrial es un ente importante para la economía del Ecuador, los procesos de las industrias cada día incrementan su necesidad de generar mayor volumen de producción con alto rendimiento y menores desperdicios, la optimización de los procesos de producción ha crecido significativamente en cada revolución industrial, siendo un pilar fundamental la automatización de maquinarias y equipos. El uso de tecnologías de control y monitoreo para la automatización industrial ha dado una

relevancia importante a los sistemas de control con el fin de que máquinas y equipos efectúen tareas repetitivas de forma continua, segura y reduciendo al máximo la interacción con el ser humano.

En el ámbito de la academia, el aprendizaje del uso y configuración de sistemas de control se dificulta por factores tales como reducida cantidad de equipos disponibles en las prácticas de laboratorio, difícil acceso a la manipulación de procesos industriales reales, entre otros. Por ello, el uso de simuladores y plataformas didácticas para la comprensión de técnicas de control automático constituye una alternativa para el aprendizaje de bajo costo y de fácil accesibilidad. Una de las alternativas para el apoyo en el aprendizaje de sistemas de control es la plataforma de una esfera y una placa, comercialmente conocida como "Ball and Plate", es un sistema no lineal multivariable compuesto por una bola que rota alrededor de los ejes perpendiculares de un plato, generalmente este sistema consta de dos grados de libertad accionados por servomotores y se puede aplicar cualquier tipo de controlador para observar la respuesta del sistema. El valor de consigna o SP es definido por el usuario, en este caso es la posición de la esfera, frente a perturbaciones externas esta posición debe ser recuperada con el movimiento de los servomotores.

Los procesos industriales y aplicaciones de equipos específicos a diario exigen una mejora en las capacidades de control automático, es por este motivo que los sistemas de control moderno se convierte en parte importante del aprendizaje para presentar soluciones de automatización en distintas ramas como: la industria automotriz, plantas de generación de energía, robótica, sistemas aeroespaciales y en fin toda aplicación que esté representada por sistemas dinámicos., es decir todo lo que nos rodea y requiere un control automático

En este proyecto se propone la implementación de un controlador difuso moderno aplicado al control de estabilidad de un sistema no lineal Ball&Plate, inicialmente se plantea el desarrollo del modelo matemático del sistema, posteriormente se planifica el diseño del controlador difuso, y finalmente se plantea simular el sistema a fin de evaluar de manera visual la respuesta del controlador, como complemento adicional se implementará el controlador sobre una plataforma real. Este desarrollo en su culminación permanecerá abierto y disponible en el Laboratorio de Circuitos Eléctricos para fines de didácticos y desarrollo de futuros trabajos de investigación.

Estudios relacionados

Los trabajos relacionados con la investigación propuesta son los siguientes:

Tabla 1

Trabajos Relacionados

No.	Artículo	Autor	Año	Descripción
1	Modelling of Ball&Plate System Based on First Principle Model and Optimal Control.	Dušek, F., Honc, D., & Sharma, K. R.	2017	Desarrolla el modelamiento y linealización de un sistema Ball&Plate para la aplicación de un control óptimo discreto.
2	Modelat l control d'un Sistema Balland Plate	Tudela Pi, M.	2013	Realiza el diseño de controladores lineal y no lineal para un sistema Plate and Ball, en base al modelo matemático.

No.	Artículo	Autor	Año	Descripción
		Sumega, M.,		Estudio y simulación
	Utilization	Gorel, L.,		experimental del control de
3	Experimental study of Ballon Plate platform	Varecha, P., Zossak, S., & Makys, P	2018	posición de una esfera en una plataforma utilizando espacio de estados.
		de Araujo ¹ ,		Modelado y construcción de un
	Modelagem e	D. H. C.,		sistema Ball&Plateutilizando un
4	implementação de um sistema Balland Plate	Canova, H. F., & Souza, I. B	2016	controlador PID.

Nota. Trabajos relacionados con el proyecto de titulación

Justificación, importancia y alcance del proyecto

El uso del control automático es fundamental para reducir los costos de generación de bienes y servicios, incrementando el volumen de producción y calidad del producto final. En el estudio de sistemas de control, los estudiantes y docentes utilizan herramientas de apoyo tales como, textos, software de simulación, plataformas didácticas, entre otras. El sistema no lineal conocido como Ball & Plate es una de las opciones apropiadas para fines educativos, dada su versatilidad y capacidad de representación de las respuestas de sistemas de control.

El presente proyecto propone desarrollar un controlador difuso aplicado a servomecanismos de un posicionador Ball&Plate, como aporte a la solución del problema de la estabilización de una esfera en una placa, aplicando técnicas de control

moderno, que servirá de apoyo a la comunidad de estudiantes de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE Sede Latacunga, en el aprendizaje y aplicación de sistemas de control moderno a través de un método didáctico.

El desarrollo de este proyecto se basa en un sistema Ball&Plate existente en el Laboratorio de Circuitos Eléctricos de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE Sede Latacunga, construido por estudiantes del Departamento de Eléctrica y Electrónica, sobre el cual se realizó adecuaciones en su construcción mecánica y electrónica, luego se obtuvo el modelo del sistema, esta información permitió diseñar el algoritmo del controlador difuso en el software Matlab, finalmente se simuló el sistema y se analizó el rendimiento del controlador.

Objetivo general del proyecto

- Implementar un controlador difuso aplicado a servomecanismos en un dispositivo de posicionamiento Ball&Plate.

Objetivos específicos del proyecto

- Implementar adecuaciones en la estructura física y electrónica del sistema Ball&Plate del Laboratorio de Circuitos Eléctricos.
- Desarrollar el modelo matemático de una plataforma plana que se encuentra acoplada a un servomecanismo de dos grados de libertad.
- Diseñar un controlador difuso para aplicar en el modelo matemático del sistema Ball&Plate.

- Desarrollar la simulación de un sistema Ball&Plate para analizar el rendimiento y la respuesta del controlador difuso aplicado al sistema.
- Implementar el controlador difuso sobre una plataforma Ball&Plate didáctica.
- Analizar y mostrar los resultados obtenidos mediante gráficas de las variables de respuesta del controlador difuso implementado en el sistema Ball&Plate.

Hipótesis de investigación

En un dispositivo Ball&Plate accionado por servomecanismos es posible aplicar un controlador difuso para el posicionamiento de una esfera en una plataforma.

Categorización de las variables de investigación

En consecuencia, de la hipótesis planteada se identifican dos variables:

- **Variable Independiente:** Técnica de control difuso.
- **Variable Dependiente:** Control de posición de la esfera del sistema Ball&Plate.

La operacionalización de las variables se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 2*Operacionalización de las variables*

Variable	Tipo	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores
Control de posición de la esfera	Dependiente	Controlar la posición de la carga mecánica de acuerdo con la posición de referencia definida por el usuario.	La esfera alcanza la posición en la plataforma que es definida por el usuario.	Tiempo de estabilización, transitorio, sobre impulso.	Tiempo efectivo, Porcentaje de sobre impulso.
Técnica de control difuso	Independiente	Combinación de variables de entrada, definidas en términos de conjuntos difusos, por medio de grupos de reglas que	Definición textual las variables de entrada y salida del sistema Ball&Plate para definir las reglas que generan el valor de la	Definición de conjuntos, establecimiento de reglas.	Cantidad de conjuntos difusos, cantidad de reglas definidas.

Variable	Tipo	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores
		producen valores de salida.	salida de los servomotores .		

Nota. Operacionalización de las variables.

Capítulo II

Marco teórico

Sistemas Ball&Plate

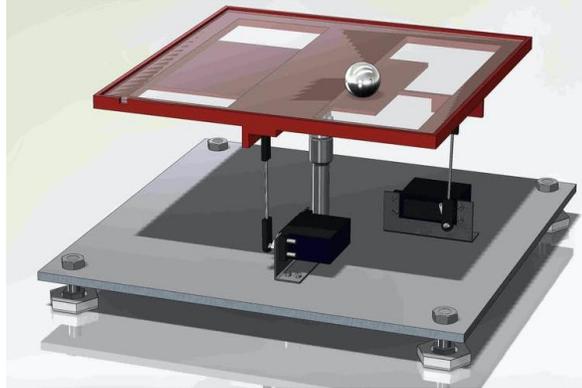
Los sistemas complejos modernos, sin importancia de origen o funcionalidad, requieren de sistemas de control automático para un funcionamiento apropiado, el resultado de la aplicación de técnicas de control incrementa considerablemente el desempeño de ciertos sistemas, por ejemplo, automóviles, procesos químicos, aeronaves, etc., en respuesta a las necesidades en el campo de la ingeniería es de vital importancia el estudio de métodos de control que se aplican en el mundo real (Morales, 2015).

Las plataformas didácticas son herramientas potentes que facilitan los procesos de aprendizaje en los estudiantes, así mismo despiertan el interés en las temáticas relacionadas al control automático, mediante las experiencias prácticas es posible aplicar y reforzar los conocimientos teóricos. El sistema Ball&Plate es uno de los modelos de control más importantes con orientación educativa, siendo una referencia de las plantas no lineales. Este sistema se muestra en la figura 1 y consiste en una esfera que puede rodar libremente sobre una plataforma basculante de dos grados de libertad (latitud y longitud). La realimentación de la posición de la esfera puede ser mediante una cámara o una pantalla táctil resistiva, esta última es una solución más costosa, sin embargo, los periodos de muestreo para la detección de la bola son más cortos, siendo esto una gran ventaja respecto a las cámaras. El movimiento de la plataforma se produce por acción de dos servomotores debidamente acoplados. El

control aplicado para la estabilización de la esfera en un punto específico generalmente viene soportado en un controlador PID clásico (Araujo, 2016).

Figura 1

Plataforma didáctica Ball&Plate.



Nota. Modelo físico de un sistema Ball&Plate. Tomado de (Hámor, 2016)

Ball&Plate es un sistema no lineal y multivariable, estas características lo convierten en una planta compleja puesto que presenta una dinámica inestable. El objetivo de control para esta planta consiste en regular la posición de la esfera en un punto específico de la plataforma en un tiempo finito y con error estacionario cero.

Modelamiento de sistemas

Introducción.

El estudio de las técnicas de control es un campo multidisciplinario, para el desarrollo de proyectos de control automático son importantes temas como: el modelo

físico del sistema, programación de dispositivos digitales, teoría de control, entre otros temas que complementan el estudio (Tudela, 2013).

Modelo físico de un sistema.

El modelo físico de un sistema se refiere a la construcción teórica de dicho sistema, es decir se define con la expresión matemática que lo representa, es de uso común en la física aplicada, como la ingeniería. Una teoría física es un modelo supuesto cuando su dinámica interna no se conoce exactamente. En el caso de que la dinámica de un sistema complejo es conocida, pero se requiere estudiar algún detalle particular, es provechoso emplear otro tipo de dinámica, haciendo que el comportamiento en estudio del sistema completo sea similar a realizarlo con un desarrollo de una dinámica más complicada.

Los modelos se aplican en áreas de la física como, meteorología, termodinámica, física nuclear, materiales, etc. Al igual que cualquier teoría física, un modelo de este tipo, reduce el comportamiento observado a hechos fundamentales básicos, esto es un aporte para explicar y predecir el comportamiento de un sistema físico bajo distintas circunstancias, el hecho de que un modelo físico no está basado en una descripción fundamentalmente correcta, existe una probabilidad de que el modelo falle fuera de un campo específico de aplicación.

En el campo de la ingeniería los modelos físicos, en contraste con los modelos matemáticos y a los modelos analógicos, normalmente son construcciones en escala simplificada de plantas, máquinas o sistemas de ingeniería, para ser utilizados como objeto de estudio del comportamiento y perfección de los diseños, antes de iniciar la etapa de construcción de sistemas reales.

Modelo matemático

La incidencia de las matemáticas específicamente en los proyectos de ingeniería desempeña un papel importante para el avance de la ciencia a través de la historia. El uso de estas prácticas permite realizar investigación y formación académica, por medio de las matemáticas, es posible acercarse y comprender mejor los fenómenos y procesos del mundo real como objeto de estudio. El modelamiento matemático ha demostrado funcionar eficazmente como estrategia de aprendizaje e instrumento para acceder a nuevos conocimientos. El uso de conceptos matemáticos en los proyectos de ingeniería implica aceptar que dichos proyectos han sido formulados con un contraste matemático, con este antecedente, es fundamental conocer los argumentos de los profesionales para escoger una fórmula, una herramienta matemática, una gráfica, una tabla, un modelo o un método, concluyendo, el modelo matemático aporta al proyecto de ingeniería, soluciones a la problemática (Plaza, 2016).

Modelado de sistemas de control.

El modelado de un proceso está definido como la obtención de un conjunto de funciones matemáticas que representan de forma aproximada el comportamiento de las variables de mayor interés del sistema a ser estudiado. Las técnicas más utilizadas para el modelado de sistemas dinámicos, se divide en dos grandes grupos: el modelado experimental y el modelado analítico. El modelado experimental excita la entrada del sistema y hace uso de la respuesta para obtener una función matemática que relaciona las variables de salida del sistema con las variables de entrada al mismo, es común describir a esta técnica como el estudio de una caja negra, en la que no es de importancia el análisis de los componentes internos.

La finalidad del modelado analítico es obtener un conjunto de funciones matemáticas que representan el comportamiento del sistema, este proceso se realiza estudiando de forma detallada cada uno de los componentes y sus interrelaciones. Este método proporciona la mayor cantidad de información respecto al funcionamiento del sistema. Para utilizar el modelado analítico es necesario conocer el funcionamiento de cada elemento que compone el sistema y describirlo en forma matemática. Teniendo en cuenta que un sistema puede contener diversos elementos como electroválvulas, mecanismos, motores eléctricos, palancas, contrapesos, tiristores, etc., el desarrollo del modelado analítico requerido para un sistema de este tipo, se convierte en un proceso complejo.

Control difuso

La lógica difusa es un sistema interpretativo, en el que se agrupan los elementos con conjuntos de límites no definidos de forma precisa, se otorgan grados de pertenencia relativa o graduada, a diferencia de la lógica tradicional los grados otorgados son flexibles. El control difuso ha ganado un amplio campo de acción en procesos difíciles de modelar, ya que el diseño y sintonización del controlador se basa únicamente en el conocimiento del experto del proceso. Es decir, el algoritmo de control estará asociado directamente con el razonamiento humano, lo que simplifica el diseño del controlador (Guzmán, 2006). Esta técnica optimiza el recurso humano, puesto que en distintas áreas de aplicación existe el requerimiento de operadores que basan su conocimiento en la experiencia, esta característica es difícil de ser representada por ecuaciones matemáticas e implementarlo en un sistema de control automático, con la utilización de la lógica difusa, es posible utilizar el conocimiento sobre un proceso para automatizarlo (Sanahuja, 2017).

Los sistemas de control basados en lógica difusa presentan características importantes para el uso industrial, entre ellas, facilidad de diseño y modificación, a pesar de existir una pérdida de precisión a causa de su naturaleza de diseño, disminución en el tiempo de desarrollo y mantenimiento. Un factor adicional que se debe tener en cuenta respecto al control difuso es que permite desarrollar soluciones de alta calidad que eviten las patentes existentes en otros sistemas de control.

La tecnología difusa también conocida como Fuzzy es una teoría lógica que se basa en fundamentos de la Teoría de Conjuntos, por lo que comparten gran parte de sus leyes. Sin embargo, en la tecnología Fuzzy no existen solo los estados "0" y "1", sino estados intermedios como verdadero a medias, falso a medias, etc. (Díaz, 2011).

Conjuntos difusos y funciones de membresía

Los conjuntos clásicos, tienen límites claramente definidos, un elemento puede o no pertenecer a un conjunto específico, no se definen situaciones intermedias, a diferencia de la definición anterior, en los conjuntos difusos los límites son borrosos o no muy bien definidos, a cada conjunto se añade una función de pertenencia, definida como un número real entre 0 y 1. De esta forma se introduce el concepto de conjunto borroso y se lo asocia a un valor lingüístico, definido por una palabra o etiqueta lingüística, que representa el nombre del conjunto, para cada conjunto se define una función de pertenencia o membresía.

Las funciones de membresía son los intervalos de los conjuntos difusos y representan el grado de pertenencia de un elemento a un subconjunto definido por una etiqueta. Existen varias formas geométricas para esquematizar las funciones de

membresía, entre ellas se encuentran de tipo trapezoidal, triangular, gaussiana, singmoidal, etc.

Operaciones difusas y fuzzificación

La traducción de los valores del mundo real a lógica difusa, a través de funciones de membresía, se le llama fuzzificación, a los subconjuntos se les puede aplicar determinados operadores o bien se puede realizar operaciones entre ellos. Cuando se aplica un operador sobre un solo conjunto se obtendrá otro conjunto, de la misma forma sucede cuando se realiza una operación entre conjuntos. Las operaciones básicas que se aplican sobre los conjuntos son, complemento, unión e intersección, existen otras definiciones que normalmente también se utilizan, estas son, el operador lógico AND del producto y operador lógico OR de Lukasiewicz.

El proceso de fuzzificación se realiza en todo instante de tiempo, es el acceso al sistema de inferencia difusa. Se define como el proceso que permite asociar a un valor numérico un conjunto difuso, asignándole un grado de pertenencia según un término lingüístico a partir de la función de pertenencia.

Reglas e inferencia difusa

Los controles difusos utilizan reglas que combinan uno o más conjuntos difusos de entrada, denominados premisas, y asocian un conjunto difuso de salida. Involucran conjuntos difusos, lógica difusa e inferencia difusa. Estas reglas son afirmaciones del tipo si-entonces. Los conjuntos difusos de las premisas se asocian mediante operaciones lógicas AND, OR, etc. Las reglas difusas son proposiciones que expresan el conocimiento que se dispone de la relación entre las premisas y los conjuntos de salida.

La expresión completa de este conocimiento normalmente se precisa con varias reglas, que se agrupan formando un fundamento de reglas, es decir, la edición de esta base determina cuál será el comportamiento del controlador, en esta sección del diseño se aplica el conocimiento o experiencia del operario o experto en el proceso. Existen varios tipos de reglas, las más empleadas en el desarrollo de controladores son, las reglas difusas de Mamdani y las reglas difusas de Takagi-Sugeno-Kang (TSK) (Guzmán, 2006).

Las reglas difusas representan la estrategia de control aplicada al sistema, al asignar información específica a las variables de entrada en las premisas, la inferencia difusa es necesaria para calcular el resultado de las variables de salida, posterior a ello se obtiene un conjunto difuso de salida de cada regla, que junto con el resto de las salidas de reglas se obtendrá la salida del sistema.

Existen algunos métodos de inferencia difusa, los que generan mejores resultados en sistemas de control son, la inferencia de Mamdani por mínimos, la inferencia del producto de Larsen, la inferencia del producto drástico y la inferencia del producto limitado.

Etapas de agregado y defuzzificación

Para evaluar las reglas se obtiene la misma cantidad de conjuntos difusos como reglas existentes, para defuzzificar se debe agrupar estos conjuntos, esta etapa se la conoce como agregado y el criterio más empleado para realizar este paso es, agrupar los conjuntos inferidos mediante la operación MAX.

La defuzzificación es el proceso matemático que convierte un conjunto difuso en un número real. El sistema de inferencia difusa obtiene una conclusión a partir de la

información de la entrada, en términos difusos, esto genera un conjunto borroso, para obtener el dato de salida del sistema como un número real existen diferentes métodos de defuzzificación y arrojan distintos resultados, uno de los más utilizados es el centroide (Ying, 2000).

Capítulo III

Desarrollo e implementación del sistema

Este capítulo describe el desarrollo secuencial de los elementos necesarios para la simulación e implementación del control difuso sobre la plataforma Ball&Plate propuesta. Inicialmente se detalla la estructura física de la planta, seguido por la descripción del sistema de control, donde se despliega el modelamiento matemático y el diseño del controlador, finalmente se describe la implementación del sistema de control en la plataforma física.

Estructura de la plataforma Ball& Plate.

Adecuación en la estructura mecánica y electrónica.

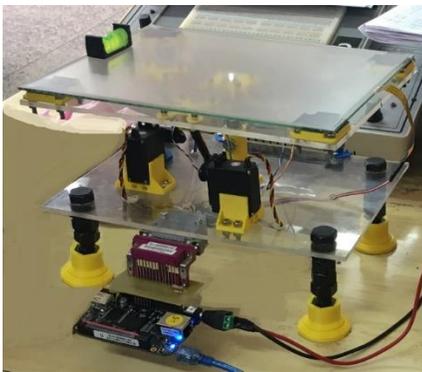
La estructura física de la plataforma Ball&Plate desde la cual se inicia la implementación de este proyecto se genera a partir del sistema existente en el Laboratorio de Circuitos Eléctricos de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE Sede Latacunga. Este sistema posee los elementos necesarios para implementar el sistema de control propuesto, sin embargo, se ejecutan las siguientes adecuaciones mecánicas: reemplazo de los brazos de acople entre los servomotores y la placa de posicionamiento, instalación de muelles de soporte en cada borde de la placa e instalación de barreras en los bordes del sensor; estas modificaciones tienen la finalidad de evitar en lo posible que existan solturas mecánicas que puedan afectar la operación del sistema de control y establecer el ángulo de operación de los actuadores definidos en la tabla 5.

Respecto a las adecuaciones electrónicas se añade la conexión del HMI para mostrar en tiempo real las curvas de respuesta y se disponen las tarjetas electrónicas

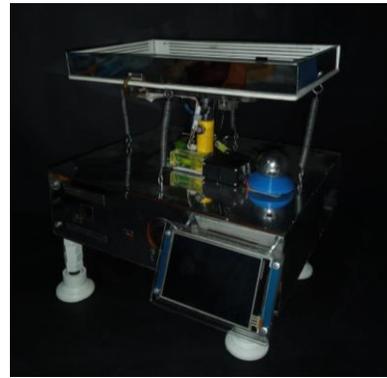
de tal manera que puedan ser distribuidas las tareas que ejecuta el sistema de control. En la figura 2 se ilustra la plataforma inicial versus la construcción final de la plataforma utilizada para la implementación del controlador.

Figura 2

Plataforma Ball&Plate. a) Inicial. b) Final.



a)



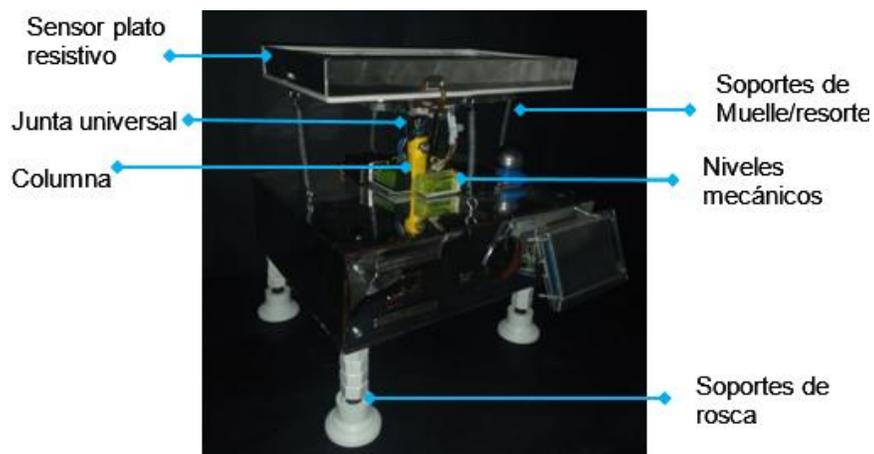
b)

Sistema mecánico.

El sistema Ball&Plate es conocido por su versatilidad en relación con sus grados de libertad, su tipo de suspensión y estructura. La figura 3 muestra el aspecto físico de la planta caso de estudio que corresponde a un sistema Ball&Plate de dos grados de libertad con suspensión de columna. El sistema mecánico dispone de una junta universal y dos indicadores de nivel manuales que proporcionan la visualización de una correcta nivelación del plato sensor resistivo, para ello se presentan cuatro soportes por muelle o resorte y un sensor resistivo táctil. La tabla 3 describe los materiales utilizados para la construcción mecánica de la planta.

Figura 3

Composición del sistema Ball&Plate.

**Tabla 3**

Elementos de la parte mecánica del sistema Ball&Plate.

Elemento	Cantidad	Característica	Descripción
Sensor táctil resistivo	1	Área de medición	22.7 x 12.7 cm
Columna	1	Longitud (L)	7.5 cm
Actuadores HG-5645MG	2	Par mecánico (T)	10.3 Kg.cm
Probeta:	1	Radio (R)	R = 3 cm

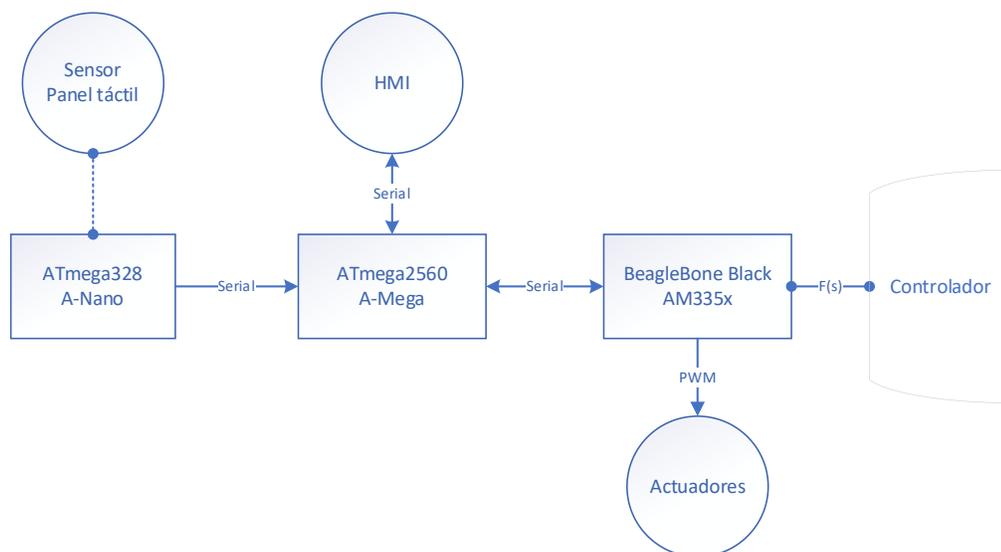
Elemento	Cantidad	Característica	Descripción
Esfera metálica		Masa (m)	$M = 37 \text{ g}$
Soportes de muelle	4	Constante elástica	$K = 0.072 \text{ N/m}$
		Longitud	$L_k = 8.5 \text{ cm}$

Sistema electrónico.

El sistema electrónico se diseñó bajo una arquitectura descentralizada, es decir se asignó un microcontrolador embebido para cada fase del sistema, separando así responsabilidades, de esta manera se optimizó el funcionamiento del controlador. La figura 4 muestra el esquema de conexión entre los componentes del sistema electrónico, el microcontrolador embebido para lectura del sensor funciona independientemente de los demás componentes y se comunica con el Arduino Mega que se encarga de la interacción mediante comunicación serial entre el sensor, el HMI y el controlador principal que se encuentra montado en la tarjeta BeagleBone Black, misma que comanda a los actuadores que se encargan de la estabilidad de la esfera sobre el plato. El detalle y funcionalidad de los elementos que constituyen la fase electrónica de la planta se muestran en la tabla 4.

Figura 4

Esquema de conexión del sistema electrónico

**Tabla 4**

Características del sistema electrónico

Elemento	Cantidad	Característica	Descripción
Nx4832t035	1	HMI	Pantalla táctil capacitiva
BeagleBone Black	1	Controlador principal	<p>Procesador: AM335x 1GHz ARM® Cortex-A8</p> <p>512MB DDR3 RAM</p> <p>4GB 8-bit eMMC on-board flash storage</p> <p>Acelerador gráfico 3D</p>

Elemento	Cantidad	Característica	Descripción
			NEON acelerador de punto flotante
			2x PRU 32-bit
Arduino Mega	1	Intercomunicador serial	<p>Microcontrolador: ATmega2560</p> <p>Pines digitales de entrada/salida: 54 (de los cuales 15 proveen salida PWM) / pines análogos de entrada: 16</p> <p>Corriente DC por cada pin entrada/salida: 40 mA</p> <p>Corriente DC entregada en el pin 3.3V: 50 mA</p> <p>Memoria flash: 256 KB (8KB usados por el bootloader)</p> <p>SRAM: 8KB / EEPROM: 4KB</p> <p>Clock Speed: 16 MHz</p> <p>Cuatro puertos seriales:</p> <p>Serial0: 0 (RX) - 1 (TX)</p>

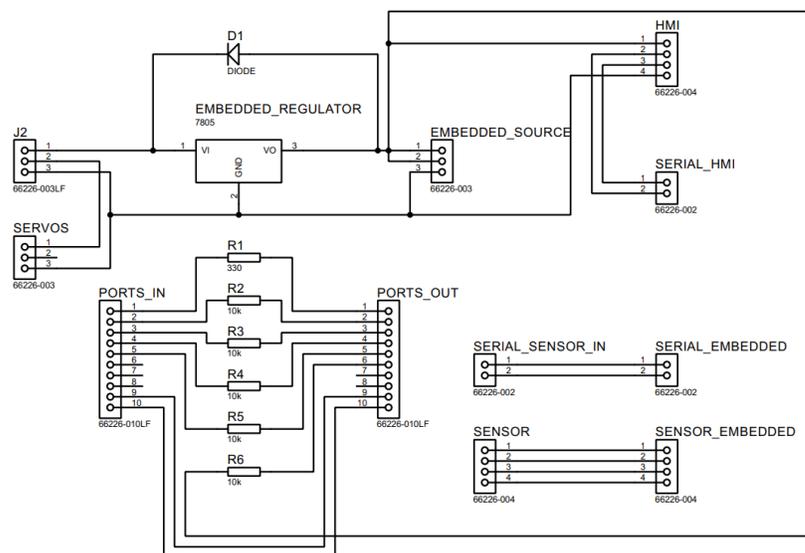
Elemento	Cantidad	Característica	Descripción
			Serial1: 19 (RX) - 18 (TX)
			Serial2: 17 (RX) - 16 (TX)
			Serial3: 15 (RX) - 14 (TX).
Arduino Nano	1	Lector de sensor independiente	Microcontrolador Arduino ATmega328 Arquitectura, AVR Memoria flash,32 KB de los cuales 2 KB utilizados por bootloader SRAM 2 KB / EEPROM,1 KB Velocidad del reloj 16 MHz Pines de E/S analógicas, 8 Corriente continua por pin entrada salida, 40 mA (Pines de E/S) Pines de E/S digitales, 22 Salida PWM, 6 Consumo de energía, 19 mA

Elemento	Cantidad	Característica	Descripción
Fuente conmutada	1	Alimentación del sistema	Salidas 5v, 12v.

El sistema electrónico incorpora una placa PCB para la intercomunicación entre los componentes del sistema, cuyo diagrama se muestra en la figura 5, La placa implementada incorpora un regulador de voltaje LM7805 para la alimentación limitada de corriente a los microcontroladores embebidos, evitando con ello sobretensiones. Los cuatro terminales del sensor táctil resistivo se conectan incorporando una resistencia de 10KOhms. Los servomotores se conectan directamente a la línea de 5Vdc de la fuente conmutada para obtener la demanda de corriente requerida bajo la carga mecánica en cuestión.

Figura 5

Diagrama de conexión PCB.



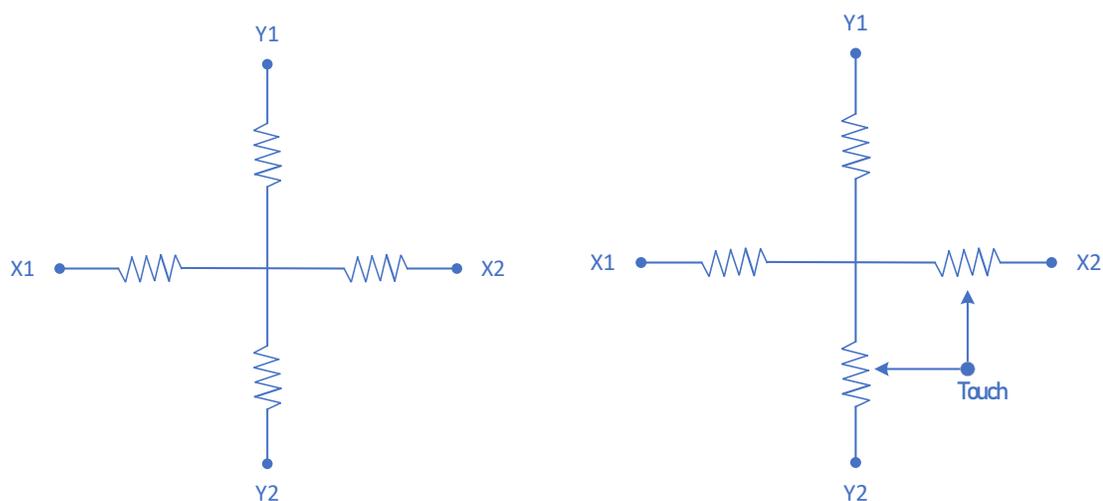
Sistema de control.

Modulación del elemento sensor táctil.

El sensor táctil mostrado en la figura 6 es de tipo resistivo, emplea cuatro hilos denotados como X_1 , X_2 , Y_1 , Y_2 y posee una doble resistividad interna por cada eje, dando lugar a un diferencial resistivo en cuanto se presiona el plato sensor. Los datos obtenidos por el sensor vienen especificados en Unidades de Valor Binario (UVB). El sensor es alimentado por una fuente de 5 Voltios por par de los terminales del sensor y el diferencial se lee por medio de un canal análogo.

Figura 6

Diagrama del sensor táctil.

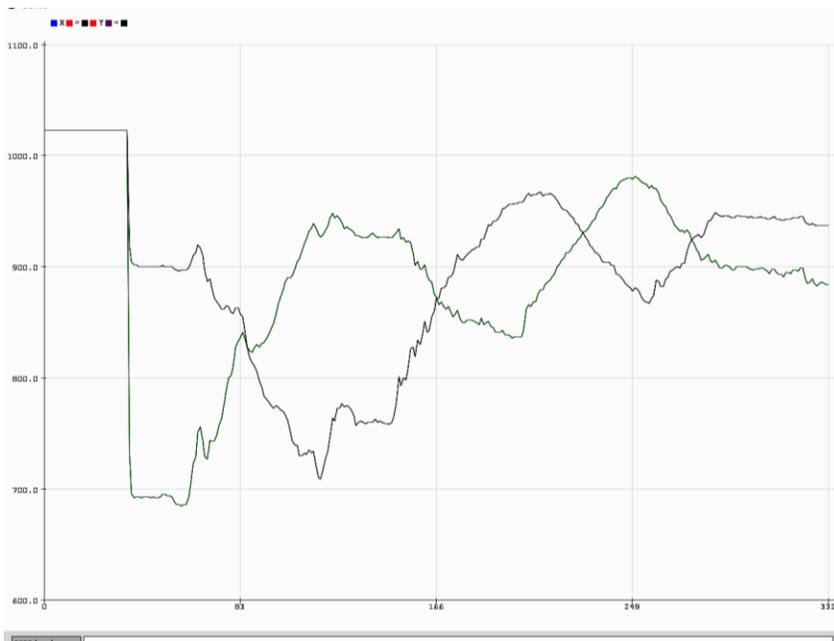


No obstante, se obtiene una distorsión debida a ruido, la misma que se puede observar en la figura 7a. Para reducir el ruido se emplea un filtro digital de media para 27 muestras con un periodo muestral de 1ms. En la figura 7b, se puede observar la optimización de la señal del sensor, la misma cuyo rango es de [205 - 800] unidades en valor binario para el eje X y de [305 - 630] unidades en valor binario para el eje Y.

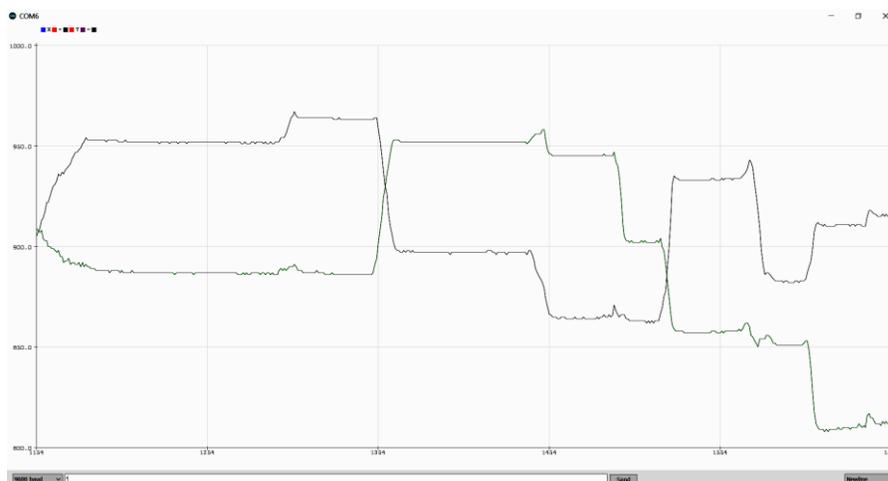
Se resalta que se ha conservado las unidades en valor binario (UVB) puesto que brindan una mejor representación dada la amplitud de medición respecto a unidades de longitud que escalan el valor de forma centesimal.

Figura 7

Modulación de señal de sensor en valor binario. (a) Sin filtro. (b) Con filtro.



a)

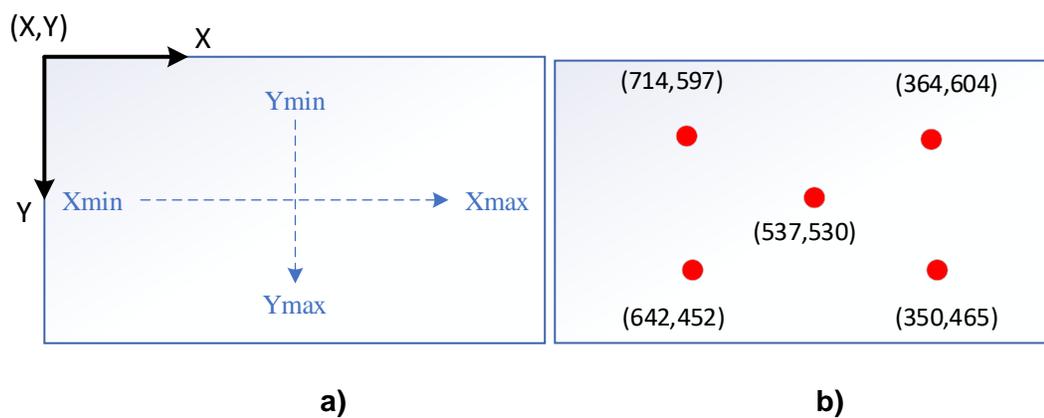


b)

La disposición cartesiana del sensor, mostrada en la figura 8a, muestra el origen cartesiano y la disposición ortogonal respecto a los ejes X e Y de los puntos de medición. Mientras que la figura 8b establecen los cinco valores de consigna (set point) seleccionados para el análisis del comportamiento del controlador.

Figura 8

a) Disposición cartesiana del sensor, b) set point de análisis del controlador

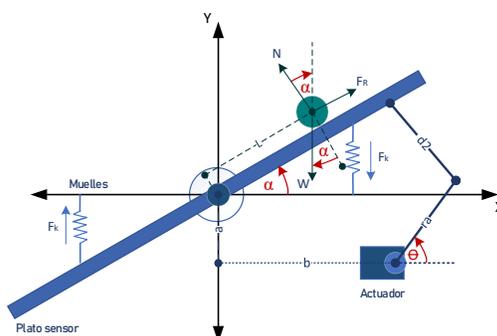


Modelamiento matemático del sistema.

Para el modelamiento matemático del sistema, es preciso analizar el diagrama de cuerpo libre de la planta que se utiliza como objeto de estudio, mostrado en la figura 9, del cual se determina las siguientes condiciones para el modelamiento:

Figura 9

Diagrama de cuerpo libre de la planta.



- a) La fuerza debida a los muelles o resortes se considera ideal y simétrica tanto en tracción como en compresión.
- b) Dada la condición anterior, las fuerzas elásticas se anulan por contraposición, considerando en equilibrio al plato sensor en estado estático.
- c) Al tratarse de material de vidrio la superficie del plato sensor y la probeta esférica de acero con revestimiento de cromo pulido, sus coeficientes de fricción se desestiman al igual que las fuerzas de fricción.
- d) Se considera a probeta esférica homogénea.
- e) Los juegos mecánicos tanto en las juntas como en los muelles se descartan.
- f) La probeta siempre permanece en contacto con la superficie.
- g) Se considera al centro del plato como el origen cartesiano y de equilibrio

La ecuación 3.2.1 corresponde a la conocida ecuación dinámica de Euler-Lagrange sintetizada, la cual se aplica en diversos estudios del modelamiento de sistemas Ball&Plate de dos grados de libertad tales como el trabajo titulado “Visual Servo Control for Balancing a Ball-Plate System” (Chi-Cheng & Chen-Hsun, 2016)”.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \quad (3.2.1)$$

Donde:

q_i' : Coordenada en dirección i.

T: Energía cinética adquirida por la esfera.

V: Energía potencial.

Q: Sumatoria de fuerzas.

Se considera una posición de la esfera (X_b, Y_b) y una inclinación del plato (α, β) , respecto a sus ejes cartesianos. También se considera la ecuación 3.3.2 de la energía cinética adquirida por la esfera a partir del origen de cartesiano referenciada en el estudio anteriormente citado (Chi-Cheng & Chen-Hsun, 2016).

$$T = T_T + T_R \quad (3.2.2)$$

$$T_T = \frac{1}{2}m_b(X_b'^2 + Y_b'^2) + \frac{1}{2}I_b(\omega_x^2 + \omega_y^2) \quad (3.2.3)$$

$$T_R = \frac{1}{2}(I_R + I_T)(\alpha'^2 + \beta'^2) + \frac{1}{2}m_b(X_b\alpha' + Y_b\beta')^2 \quad (3.2.4)$$

Dónde:

T : Energía cinética total

T_T : Energía cinética debida a traslación

T_R : Energía cinética debida a rotación

m_b : Masa de la esfera

I_b : Momento de inercia de la esfera

X_b' : Velocidad tangencial de la esfera respecto al eje x

Y_b' : Velocidad tangencial de la esfera respecto al eje y

ω_x : Velocidad angular de la esfera respecto al eje x

ω_y : Velocidad angular de la esfera respecto al eje y

r_b : Radio de la esfera

r_a : Longitud de brazo del servomotor

X_b : Posición cartesiana de la esfera en el plato respecto al eje X

Y_b : Posición cartesiana de la esfera en el plato respecto al eje Y

A continuación, se considera la ecuación general de la velocidad angular con relación a la tangencial.

$$X'_b = r_b \cdot \omega_x \quad (3.2.5)$$

$$Y'_b = r_b \cdot \omega_y \quad (3.2.6)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.2.5 y 3.2.6 en 3.2.3 se tiene la ecuación 3.2.7:

$$T_T = \frac{1}{2} \left[m_b (X_b'^2 + Y_b'^2) + \frac{I_b}{r_b^2} (X_b'^2 + Y_b'^2) \right]$$

$$T_T = \frac{1}{2} \left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2} \right) (X_b'^2 + Y_b'^2) \quad (3.2.7)$$

Reemplazando la ecuación 3.2.4 y 3.2.7 en 3.2.2, se determina le ecuación 3.2.8:

$$T = \frac{1}{2} (I_R + I_T) (\alpha'^2 + \beta'^2) + \frac{1}{2} m_b (X_b \alpha' + Y_b \beta')^2 + \frac{1}{2} \left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2} \right) (X_b'^2 + Y_b'^2) \quad (3.2.8)$$

La ecuación de la energía potencial de la esfera es:

$$V = m_b g h = m_b g (X_b \sin \alpha + Y_b \sin \beta) \quad (3.2.9)$$

Reemplazando la ecuación 3.2.8, 3.2.9 en 3.2.1, se obtiene las ecuaciones diferenciales sintetizadas 3.2.10 y 3.2.11 tanto para el eje X e Y respectivamente (Chi-Cheng & Chen-Hsun, 2016).

$$\left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2} \right) X_b'' - m_b (X_b \alpha'^2 + Y_b \alpha' \beta') + m_b g \sin \alpha = 0 \quad (3.2.10)$$

$$\left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2} \right) Y_b'' - m_b (Y_b \beta'^2 + X_b \alpha' \beta') + m_b g \sin \beta = 0 \quad (3.2.11)$$

Las ecuaciones geométricas que relacionan el ángulo de inclinación del plato sensor con el ángulo de posición del actuador con relación al eje X e Y respectivamente son:

$$\alpha = \frac{r_a}{L} \theta_x \quad (3.2.12)$$

$$\beta = \frac{r_a}{L} \theta_y \quad (3.2.13)$$

Dónde:

θ_x : ángulo de posición de actuador eje x

θ_y : ángulo de posición de actuador eje y

Reemplazando las ecuaciones 3.2.12 y 3.2.13 en 3.2.10 y 3.2.11 se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2}\right) X_b'' + \frac{m_b g r_a}{L} \theta_x = 0 \quad (3.2.14)$$

$$\left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2}\right) Y_b'' + \frac{m_b g r_a}{L} \theta_y = 0 \quad (3.2.15)$$

La función de transferencia mostrada en la ecuación 3.2.16 se determina a partir de las ecuaciones 3.2.14 y 3.2.15, obteniendo:

$$P(s) = \frac{\text{output}}{\text{input}} = \frac{X_b(s)}{\theta_x(s)} = - \frac{m_b g r_a}{L_p \left(m_b + \frac{I_b}{r_b^2}\right) s^2} \quad (3.2.16)$$

El momento de inercia de la esfera se define mediante la ecuación 3.2.17:

$$I_b = \frac{2}{5} m r^2 \quad (3.2.17)$$

Reemplazando los valores expuestos en la tabla 3, se tiene la siguiente función de transferencia:

$$P(s) = -\frac{(-9.81\text{m/s}^2)(0.037\text{kg})(0.03\text{m})}{0.227\text{m}\left(0.037\text{kg} + \frac{2}{5}\frac{(0.037\text{kg})(0.03\text{m})}{(0.03\text{m})^2}\right)}s^2 = -\frac{-0.0108891}{0.12038s^2}$$

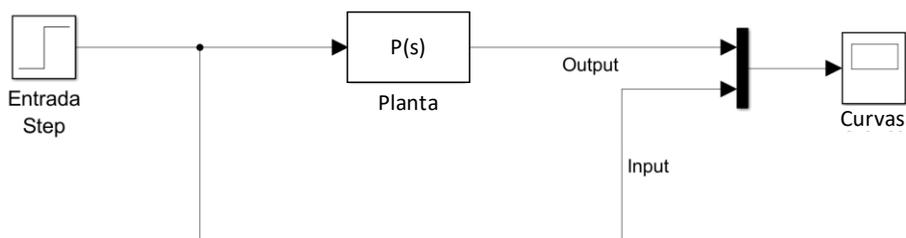
$$P(s) = \frac{0.09045}{s^2} \quad (3.2.18)$$

Diseño del controlador.

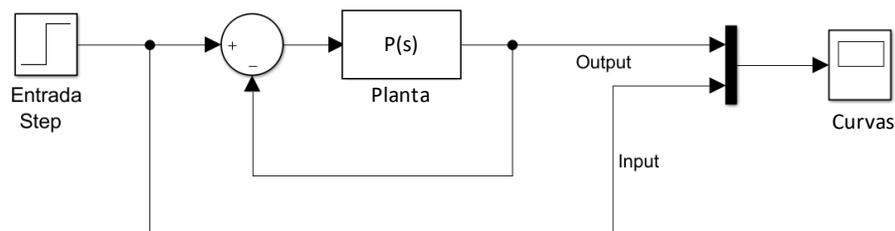
Para el diseño del controlador difuso es pertinente analizar el comportamiento del sistema, a fin de definir una estrategia de control óptima. Para lo cual, se simuló el comportamiento de la planta tanto en lazo abierto como en lazo cerrado, ante la excitación de un escalón y se estableció un punto de consigna (SP) en 800 UVB (Unidades en Valor Binario), como se muestra en la figura 10.

Figura 10

Diagrama de bloques de la planta en: (a) lazo abierto, (b) lazo cerrado.



(a)

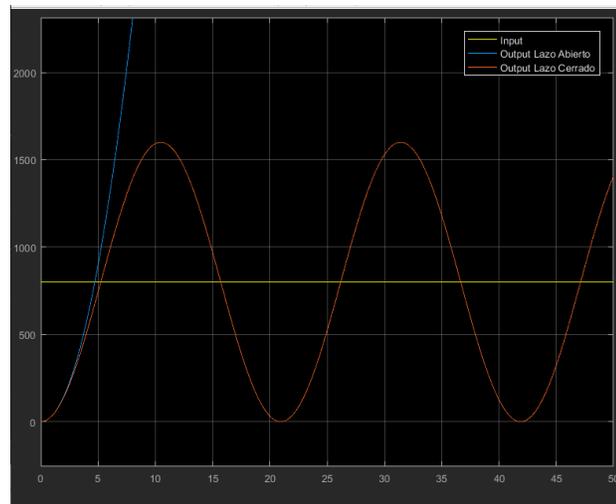


(b)

La figura 11 muestra las curvas de comportamiento de la planta para los escenarios descritos anteriormente, donde se denota un crecimiento exponencial de la curva en lazo abierto, mientras que en lazo cerrado permanece en estado de oscilación homogénea sinusoidal.

Figura 11

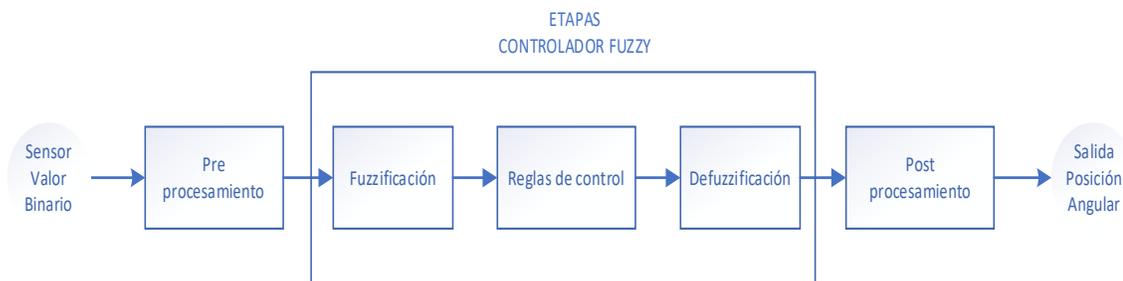
Curva de comportamiento del sistema: Lazo abierto vs Lazo cerrado.



A continuación de este análisis se realizó un enfoque preliminar de las etapas del control difuso como se observa en la figura 12, de la cual se resalta la importancia de establecer el tipo de variable en la entrada del controlador para la etapa de fuzzificación y su homólogo con la salida en la etapa de defuzzificación.

Figura 12

Etapas del controlador difuso.



Para la parametrización de las funciones de membresía del controlador se establece los rangos de operación tanto del sensor como del actuador, los mismos que se muestran en la tabla 5. En la figura 13 se observa que la dirección de la rotación de los actuadores es opuesta entre sí debido a su disposición en el sistema mecánico.

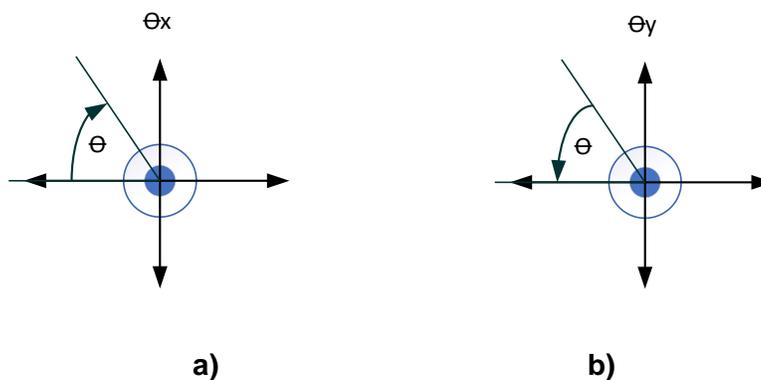
Tabla 5

Rangos de operación del sensor y actuador.

Tipo	Parámetro	Rango
Ángulo de actuador	Θ_x	[0 - 40]°
	Θ_y	[0 - 40]°
Sensor	Xb	[205 - 800] UVB
	Yb	[305 - 630] UVB

Figura 13

Sentido de giro de servomotor: a) Eje X, b) Eje Y.



Las variables de control del sistema mostrados en la tabla 6 fueron identificadas en base a la teoría de control moderna, y se dedujo que el mejor tipo de entrada para el controlador difuso es el error de posición de la esfera respecto al set point, y como salida al ángulo de posición para el actuador.

Tabla 6

Variables del sistema.

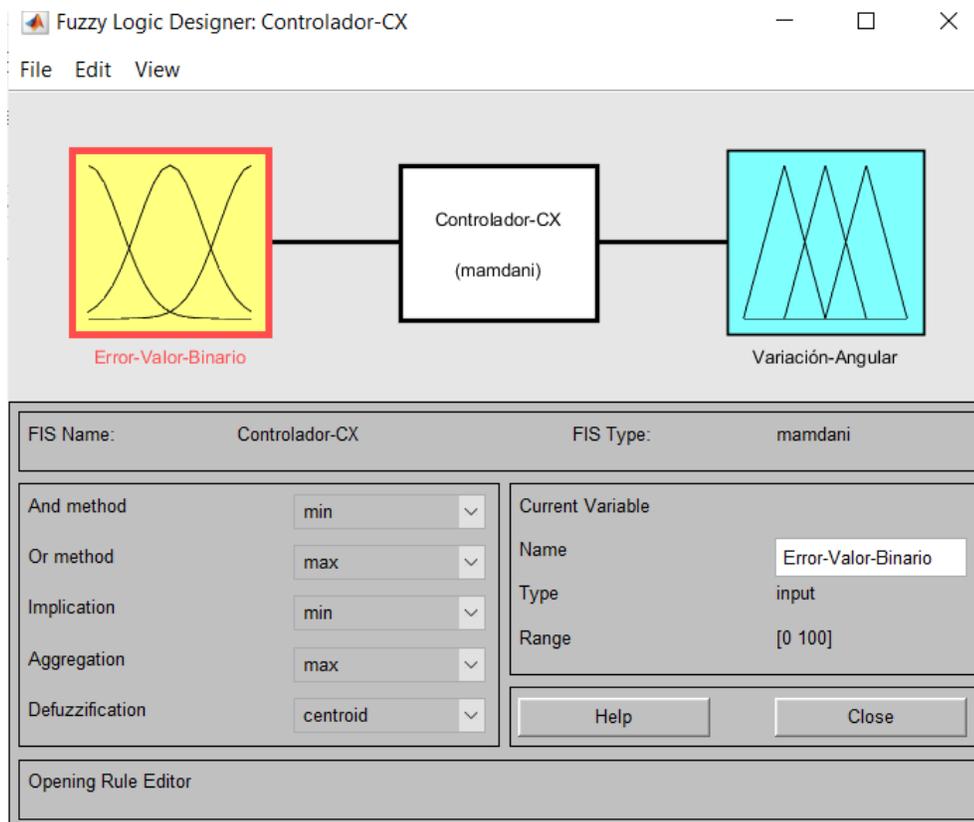
Variable	Tipo	Característica
Error de posición	Retroalimentación	Diferencia entre posición cartesiana actual y set point
Set point	Entrada	Coordenada cartesiana
Posición cartesiana de la esfera	Variable de controlar	Coordenada cartesiana

Variable	Tipo	Característica
Posición angular del actuador	Variable de control	Posición angular

El diseño del controlador se realizó en la aplicación Fuzzy Logic Designer de Matlab, y se usó Simulink, también de Matlab, para simular el controlador y analizar su comportamiento mediante la generación de gráficas de tendencias. En el software se creó una variable de entrada, una de salida y se seleccionó el controlador Mamdani, como se muestra en la figura 14.

Figura 14

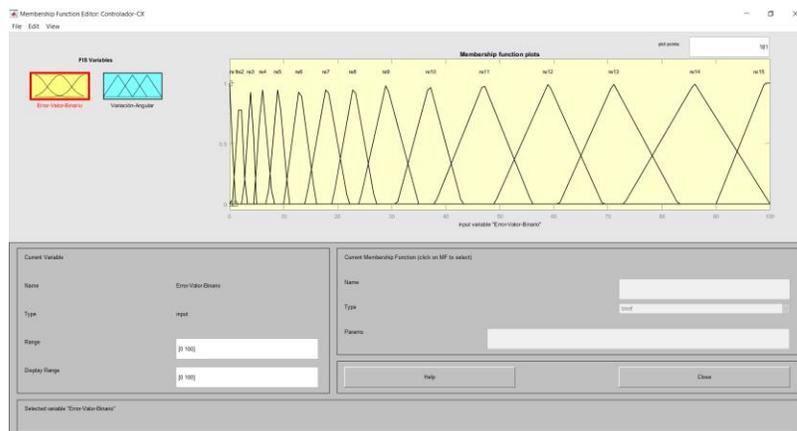
Variables del controlador Fuzzy.



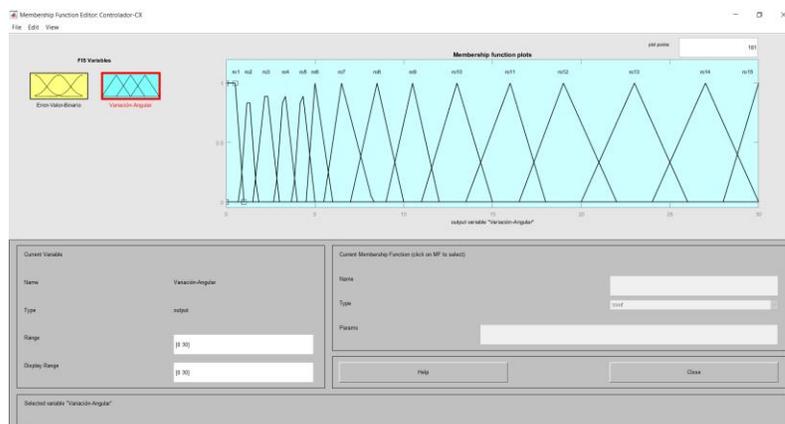
La figura 15 muestra la configuración de las funciones de membresía del controlador difuso, tanto para la variable de entrada como para la variable de salida. En total se consideró 15 funciones de membresía, 2 de tipo trapezoidal y 13 funciones intermedias de tipo triangular. Las funciones de membresía de la variable de entrada se denotan con el identificativo “ei”, donde “e” significa error y la letra “i” comprende al número de la función, mientras que las funciones de la variable de salida se denotan por “ai”, siglas que abrevian la expresión de ángulo del actuador.

Figura 15

Establecimiento de funciones de membresía de la variable de: a) entrada, b) salida



a)



b)

A continuación, se establece la matriz de asociación borrosa mostrada en la tabla 7, donde se relaciona una función de membresía de la variable de entrada con una de la variable de salida.

Tabla 7

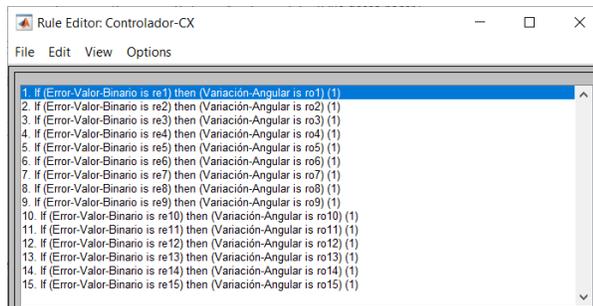
Matriz de asociación borrosa del controlador difuso.

	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a10	a11	a12	a13	a14	a15
e1	and	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
e2	-	and	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
e3	-	-	and	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
e4	-	-	-	and	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
e5	-	-	-	-	and	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
e6	-	-	-	-	-	and	-	-	-	-	-	-	-	-	-
e7	-	-	-	-	-	-	and	-	-	-	-	-	-	-	-
e8	-	-	-	-	-	-	-	And	-	-	-	-	-	-	-
e9	-	-	-	-	-	-	-	-	and	-	-	-	-	-	-
e10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	and	-	-	-	-	-
e11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	and	-	-	-	-
e12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	and	-	-	-
e13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	and	-	-
e14	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	and	-
e15	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	and

Una vez definida la matriz de asociación borrosa se utilizó la herramienta Rule Editor del asistente Fuzzy Logic Designer para generar las reglas incorporadas en base al condicional “Si, entonces”, como se muestra en la figura 16.

Figura 16

Establecimiento de reglas del controlador.



La aplicación Fuzzy Logic Designer permite visualizar las reglas del controlador obteniendo el valor de salida, como se muestra en la figura 17, a la vez que se aprecia una correspondencia proporcional y homogénea en relación con un rango de error de entrada con la posición angular del actuador como salida. Además, la figura 18 representa la superficie o curva de control que permite visualizar una acción proporcional al error en relación con la posición angular del actuador.

Figura 17

Visualizador de reglas y resultados App Fuzzy Logic Designer Matlab.

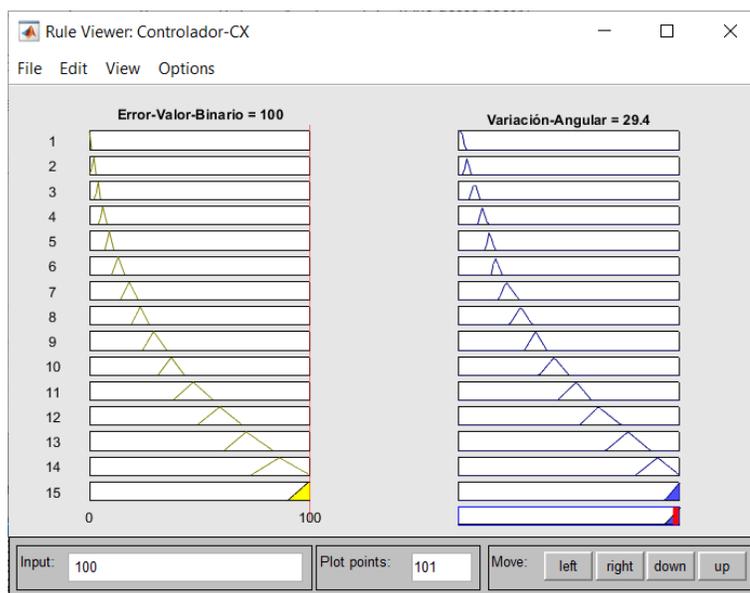
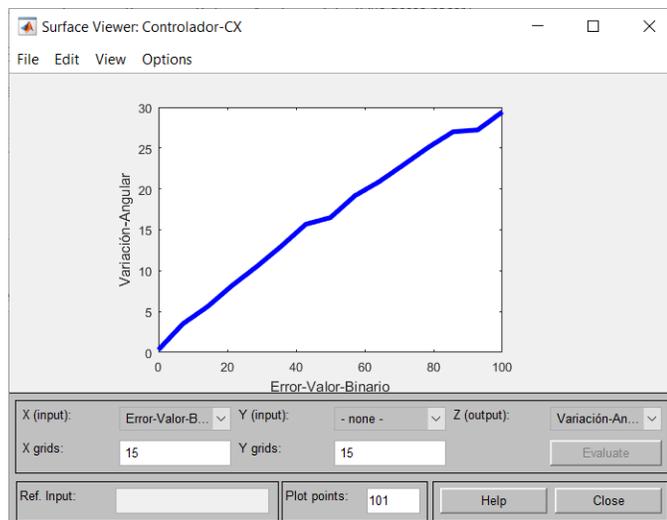


Figura 18

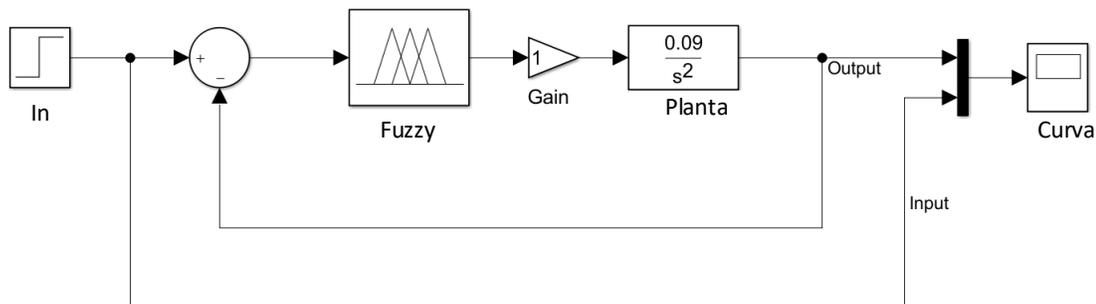
Superficie de control.



En la figura 19 se observa el diagrama de bloques del controlador Fuzzy implementado en lazo cerrado, que es aplicado a la función de transferencia de la planta y evaluado mediante una entrada escalón.

Figura 19

Diagrama de bloques del sistema de control Fuzzy en lazo cerrado.



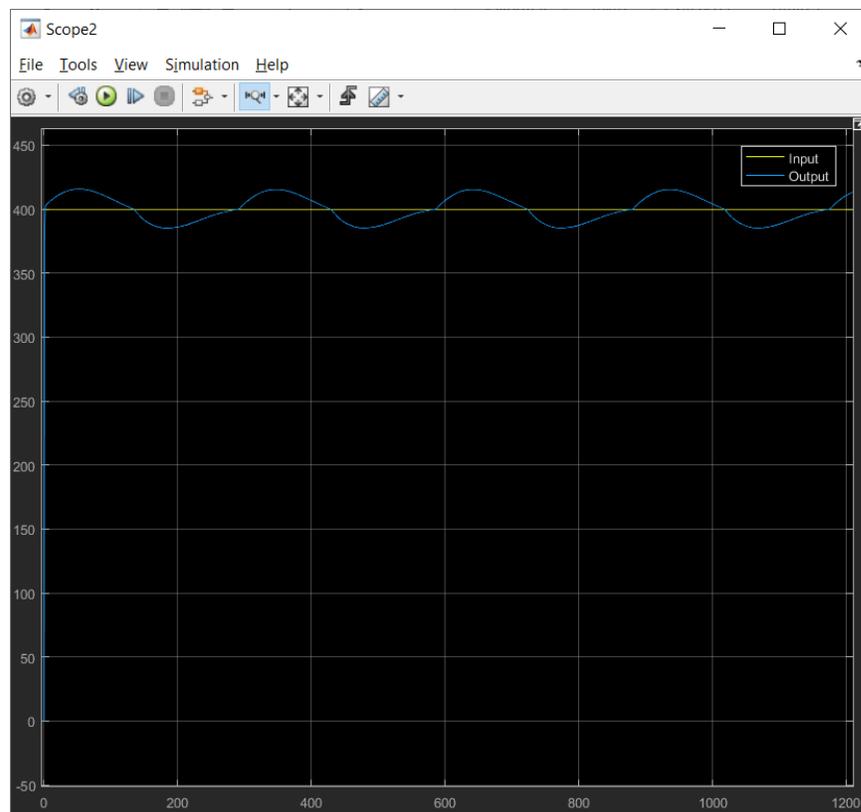
El desempeño del controlador se muestra en la figura 20, en la cual se observa una aproximación de comportamiento proporcional al valor del set point, estableciendo una curva sinusoidal de baja amplitud en el rango de ± 18 UVB, es decir para eje X se

tiene una desviación de $\pm 3\%$ y para el eje Y se tiene una desviación de $\pm 5.3\%$, respecto valor de consiga, de acuerdo con los rangos establecidos en la tabla 5. Por lo tanto, es requerida la incorporación de una acción complementaria al controlador difuso, la misma que permita reducir el error en estado estable y de los transitorios.

Para la corrección de la desviación respecto al valor de consigan existen diversas alternativas, entre ellas filtros, compensación de polos, modelos estimados de perturbación de sistemas, funciones, entre otras. No obstante, dichas cualidades de corrección son fácilmente adquiridas por la acción integral y la derivativa del controlador clásico PID, cuyo empleo es orientado a plantas tanto modelables como no modelables matemáticamente.

Figura 20

Respuesta del controlador Fuzzy lazo cerrado.



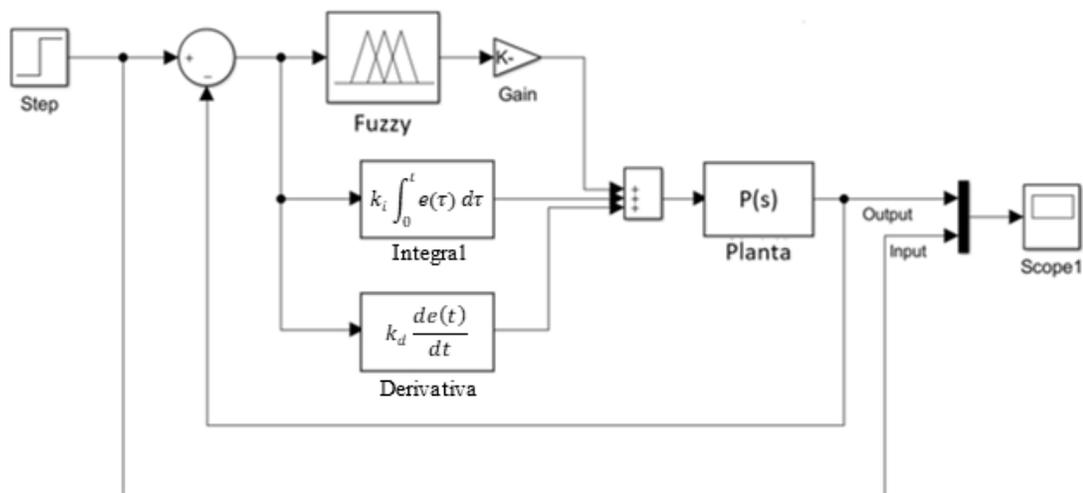
Cabe mencionar que el controlador PID puede suplir la acción proporcional lograda por el controlador difuso diseñado, pero dicha acción no es incorporada en el sistema de control presente, puesto que el objetivo del presente estudio es la implementación del controlador bajo lógica difusa.

La acción derivativa e integral se incorporan en forma paralela al controlador Fuzzy, cuyo diagrama de bloques se observa en la figura 21 y el sistema de control queda representado por la ecuación 3.2.19.

$$u(t) = fuzzy + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.2.19)$$

Figura 21

Diagrama de bloques sistema de control aplicando la corrección de desviación.



Para la obtención de las constantes, se acude al segundo método de sintonización de controladores PID de Ziegler Nichols, que se emplea en curvas de comportamiento de tipo sinusoidales periódicas uniformes en lazo cerrado, para ello se

realizan pruebas empíricas hasta lograr la estabilidad del sistema. (Oliveira, 2016). La tabla 8 resume los valores de las constantes obtenidas bajo el método citado.

Tabla 8

Parámetros de control del controlador.

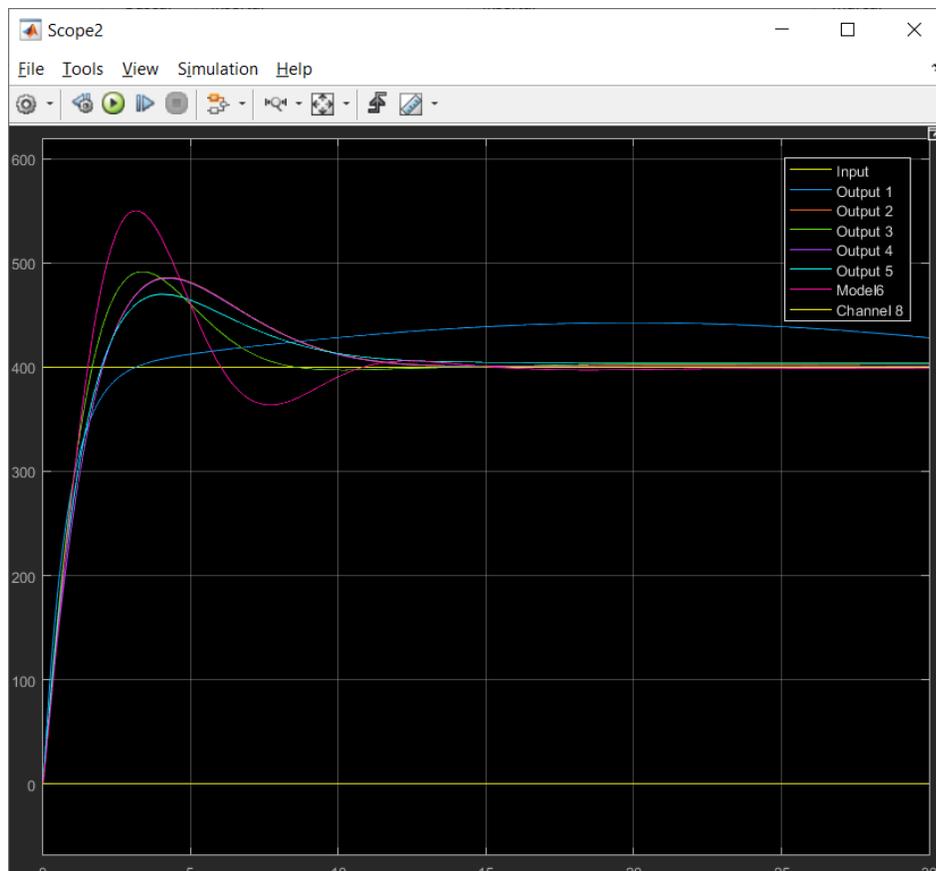
Curva	Ki	Kd
Output 1	0.1	14
Output 2	0.14	9
Output 3	0.01	10
Output 4	0.1	9
Output 5	0.03	9
Output 6	0.5	8

En la figura 22 se muestra la respuesta del controlador una vez que se ha agregado el control integral y derivativo para la corrección de la oscilación debida al controlador Fuzzy es corregida. Además, se observa las diferentes curvas de comportamiento del sistema de control en base a la variación de las constantes Ki y Kd incluidas en la tabla 8, bajo un tiempo de simulación de 30 segundos sin perturbaciones externas.

El análisis comparativo de las gráficas obtenidas para cada escenario evidenció que la mejor respuesta del controlador es la obtenida para Output 5, es decir cuando el valor para la constante integral es 0.03 y para la constante derivativa es 9.

Figura 22

Comportamiento del controlador con corrección de oscilaciones para distintas k_i y k_d .



Implementación del controlador en la plataforma Ball&Plate.

Lectura del sensor.

La lectura del sensor se lleva a cabo en la tarjeta embebida Arduino Nano, la misma que se programa el software Arduino, entre las características principales de la programación desarrollada se denota lo siguiente:

- Lectura por puertos análogos.
- Velocidad de transmisión serial de 9600 baudios.
- Periodo muestral de 46ms.

- Filtro de ruido de media aritmética para 12 muestras continuas.
- El código del programa se puede observar en Anexos.

Programación del controlador.

Considerando que el diseño del controlador fue realizado con la Aplicación Fuzzy Logic Designer y luego simulado en Simulink, ambas aplicaciones de Matlab; se utilizó el lenguaje de programación Python v3. x. para la migración del controlador diseñado hacia la tarjeta embebida BeagleBone Black. Teniendo en cuenta que el controlador Fuzzy es de tipo SISO (una entrada – una salida), y que la variable de entrada es el error de posición absoluto con un rango teórico de [0 - 1023] UVB cuyos valores son únicamente de tipo entero, se procede a sintetizar el mismo, exportando las posibles respuestas del controlador a un documento de texto que pueda ser leído en la tarjeta embebida BeagleBone Black, evitando con esta acción el uso de librerías y costo en procesamiento del sistema de control.

Para exportar los resultados del controlador, mediante programación en Matlab, se emplea la función de evaluación 'EVALFIS' dentro de una sentencia 'FOR' para la ejecución secuencial del mismo en el rango de la variable de entrada. Los resultados se almacenan en un archivo con la extensión '.txt', para su posterior migración a la tarjeta BeagleBone Black. Los archivos generados son importados a la tarjeta BeagleBone Black, la misma que para efectos de programación requiere de conexión a una red local LAN, o una remota vía red o por medio de conexión cruzada con un ordenador, en este caso el acceso fue desde un navegador web en la dirección IP: 192.168.7.2. Las tablas 9 y 10 resumen las principales librerías y comandos utilizados en la programación desarrollada en Python respectivamente.

Tabla 9

Librerías de programación de Python relevantes.

Librería	Descripción
Adafruit_BBIO.GPIO	Control de pines GPIO tanto entrada como salida
Adafruit_BBIO.PWM	Control de pines PWM
Adafruit_BBIO.UART	Control de pines para comunicación UART
Serial	Comunicación serial
Numpy	Procesamiento de arrays
time	Manipulación de reloj
Re	Manipulación de archivos

Tabla 10

Comandos de programación Python en BeagleBone Black.

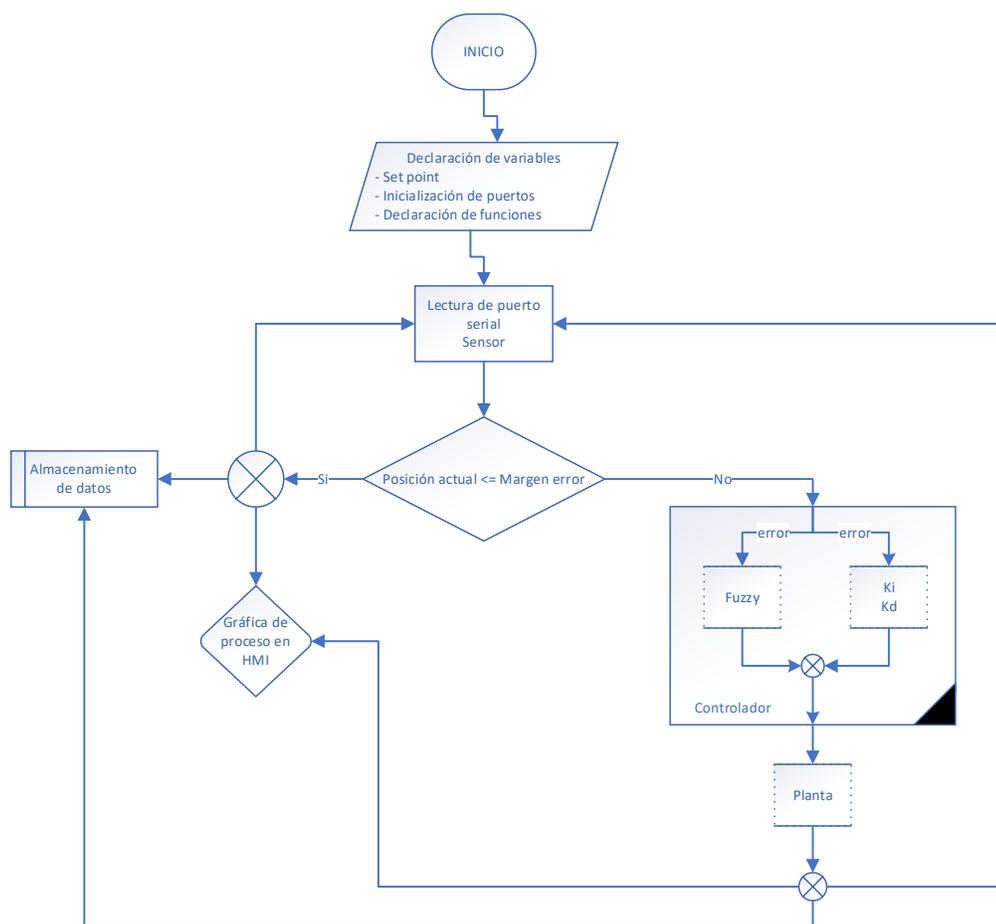
Comando	Descripción
GPIO.output(led_c, GPIO.LOW)	Puesta en GND pin GPIO
led="P9_27"	Definición de puertos
GPIO.setup(led_c, GPIO.OUT)	Inicialización de estado de puerto GPIO
UART.setup("UART1")	Inicialización de puerto serial uart
PWM.start(channel, duty, freq=2000, polarity=0)	Control PWM
time.sleep(retardo)	Pausa en procesamiento en segundos

Comando	Descripción
<code>serial.Serial(port = "/dev/ttyO1", baudrate=9600)</code>	Configuración de puerto serial
<code>ser.readline()</code>	Lectura de puerto serial

El diagrama de flujo mostrado en la figura 23 resumen el programa desarrollado en Python, el código de la programación se detalla en Anexos.

Figura 23

Diagrama de flujo de programación en BeagleBone Black.



Interfaz gráfica.

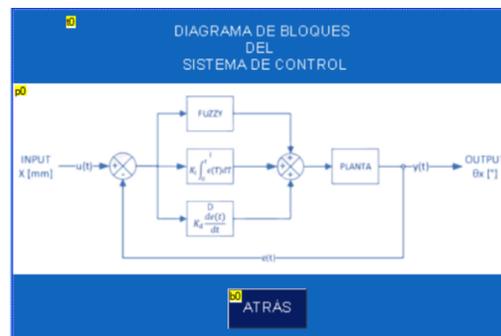
El HMI Nx4832t035, es una pantalla táctil capacitiva que incorpora su propio microcontrolador embebido programable en el software Nextion Editor, en el mismo que se desarrollaron las interfaces necesarias para comandar la plataforma Ball&Plate. La figura 24a muestra la pantalla del menú principal de la plataforma que incluye tres opciones de selección, en la primera opción se visualiza el diagrama de control implementado (figura 24b), la segunda opción despliega el esquema de la estructura de la planta (figura 24c), y la tercera corresponde a la ejecución del controlador implementado (figura 24d), en donde se configura el set point y se fija la posición de la esfera por defecto es el centro, una vez ejecutado el programa se puede acceder a la pantalla donde se grafica el comportamiento del sistema de control (figura 24e).

Figura 24

Aspecto del HMI. a) Menú principal. b) Diagrama de bloques del sistema de control. c) Estructura de la planta. d) Ejecución del control. e) Gráfica del comportamiento.



a)



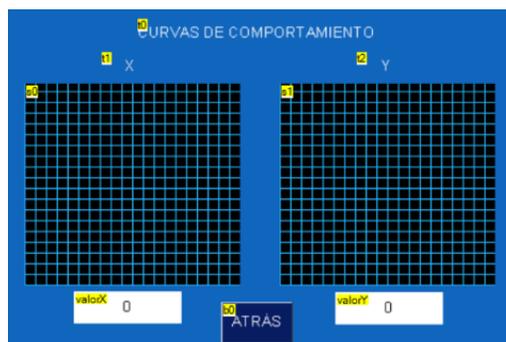
b)



c)



d)



e)

Capítulo IV

Resultados

En el presente capítulo se dan a conocer los resultados de la implementación del controlador difuso sobre una plataforma Ball&Plate de construcción basada en elementos de bajo costo, así como la puesta en marcha de las programaciones efectuadas en las tarjetas embebidas Arduino Nano, Arduino Mega y BeagleBone Black. En este apartado se realizan dos tipos de ensayos con el objetivo de determinar la veracidad de la hipótesis planteada en la propuesta de este trabajo, que textualmente dice “En un sistema Ball&Plate accionado por servomecanismos es posible aplicar un controlador difuso para el posicionamiento de una esfera en una plataforma”. El primer ensayo consiste en la evaluación de la estabilización sin perturbaciones y el segundo aplicando las perturbaciones, para ambos tipos de ensayos se exportan los resultados desde la tarjeta BeagleBone Black en un archivo de texto y posteriormente son analizados empleando análisis estadístico.

Ensayos de estabilización sin perturbaciones.

En este ensayo se tomaron cinco valores de set point mostrados en la tabla 11.

Tabla 11

Set point configurados

No. Set point	X (uvb)	Y (uvb)
1	537	530
2	714	597
3	642	452

No. Set point	X (uvb)	Y (uvb)
4	364	604
5	350	465

El experimento se desarrolló bajo las siguientes características: 5 ensayos para cada set point, tiempo por ensayo de 50 segundos, 2064 muestras por ensayo, todos los ensayos tienen un mismo punto de partida de la esfera, e incorporación de ensayos interrumpidos por reinicio de la planta para cambiar el set point, evitando con ello un error residual de los cálculos anteriores del controlador. En la tabla 12 se muestra un extracto de la estructura de los datos muestrales a procesar de los ensayos de estabilización libre tomando como ejemplo el set point 1.

Tabla 12

Estructura de datos para ensayo de estabilización libre – ejemplo: set point 1.

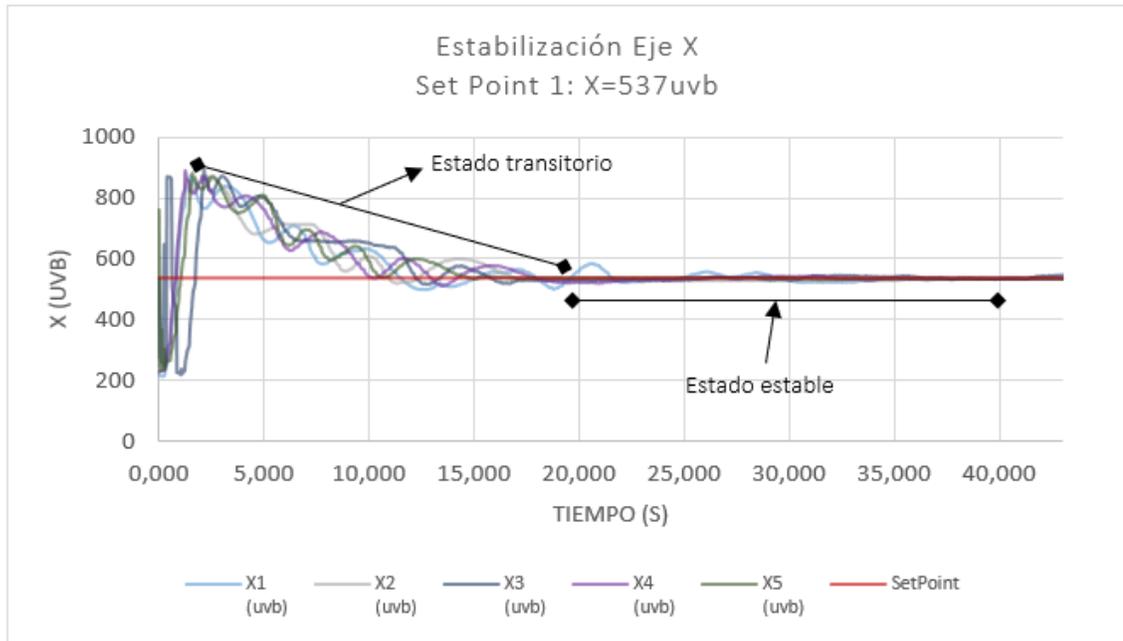
N	Set point		Tiempo T (S)	Ensayo 1		Ensayo 2		Ensayo 3		Ensayo 4		Ensayo 5	
	X	Y		X1 (UVB)	Y1 (UVB)	X2 (UVB)	Y2 (UVB)	X3 (UVB)	Y3 (UVB)	X4 (UVB)	Y4 (UVB)	X5 (UVB)	Y5 (UVB)
1	537	530	0.000	221	366	250	375	536	399	229	368	761	710
2	537	530	0.041	216	364	248	375	275	392	229	366	252	394
3	537	530	0.055	216	364	248	376	277	385	229	364	235	394
4	537	530	0.098	215	364	247	375	263	381	231	359	232	406
5	537	530	0.120	214	363	244	374	259	377	233	354	367	396
6	537	530	0.160	214	364	244	371	257	375	233	534	242	383
7	537	530	0.247	216	367	241	375	648	373	232	352	239	373
8	537	530	0.262	217	366	241	373	251	374	240	356	303	710
9	537	530	0.277	222	365	241	375	251	375	243	367	236	365
10	537	530	0.287	229	364	245	378	255	379	251	377	238	352
11	537	530	0.312	237	365	251	382	260	385	261	390	251	348
12	537	530	0.344	245	365	258	385	266	391	270	410	258	377
13	537	530	0.381	255	367	267	390	869	700	282	425	262	374
14	537	530	0.398	267	369	276	395	870	705	296	433	262	518

N	Set point		Tiempo T (S)	Ensayo 1		Ensayo 2		Ensayo 3		Ensayo 4		Ensayo 5	
	X	Y		X1 (UVB)	Y1 (UVB)	X2 (UVB)	Y2 (UVB)	X3 (UVB)	Y3 (UVB)	X4 (UVB)	Y4 (UVB)	X5 (UVB)	Y5 (UVB)
..
..
2064	537	530	55.986	538	534	549	528	536	525	551	528	545	530

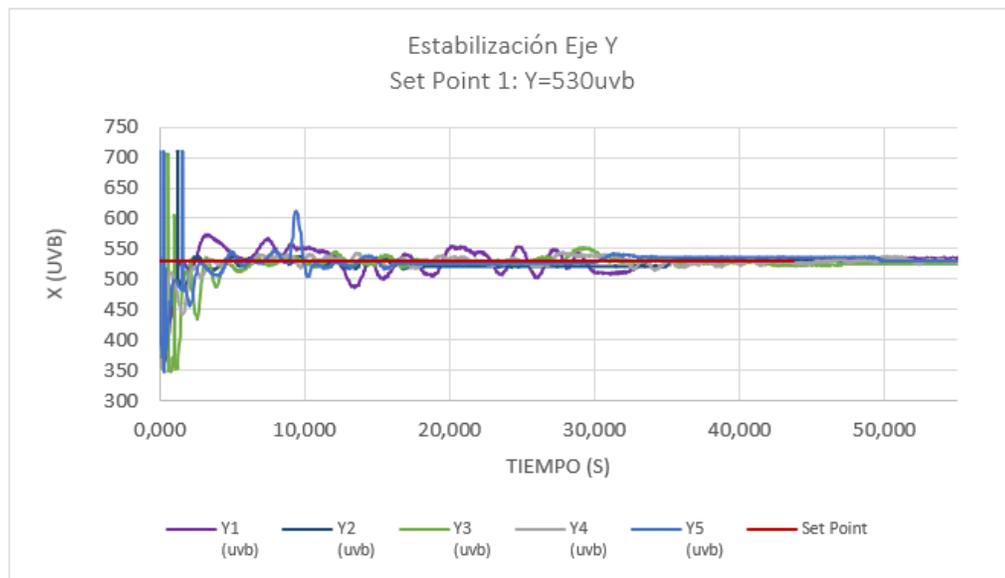
A continuación, se muestran las curvas de comportamiento del sistema bajo el controlador en lazo cerrado, con un breve análisis descriptivo de las mismas. Más adelante se analiza la repetibilidad y exactitud alcanzadas por el controlador, criterios empleados en la prueba de hipótesis bajo inferencia estadística. Para comprender las curvas de comportamiento, es necesario acotar los dos estados principales de las mismas bajo los principios de la teoría de control, los mismos que son el estado estable y el transitorio. En el presente análisis, se establece un estado transitorio al periodo muestral en el cual la curva presenta oscilaciones aleatorias de amplitud no moderada u homogénea fuera del rango del set point. La figura 25 se observa la estabilización en el eje X e Y para los cinco ensayos con el controlador configurado en el set point 1, obteniendo un tiempo transitorio de 22 segundos y un estado estable a partir del mismo con un error aparente despreciable. A diferencia del eje X, la estabilización en el eje Y prolonga su estado transitorio hasta los 35 segundos, pero logra el estado estable a partir de dicho punto. Para comprender este comportamiento se debe considerar el menor rango de medición del sensor en el eje Y, y por ende un menor rango de operación para el actuador bajo la misma sensibilidad mecánica. No obstante, el error en estado estable disminuye considerablemente con una tendencia lineal, lo cual indica una óptima operatividad del controlador.

Figura 25

Ensayo estabilización libre con set point 1. a) Eje X. (b) Eje Y.



a)

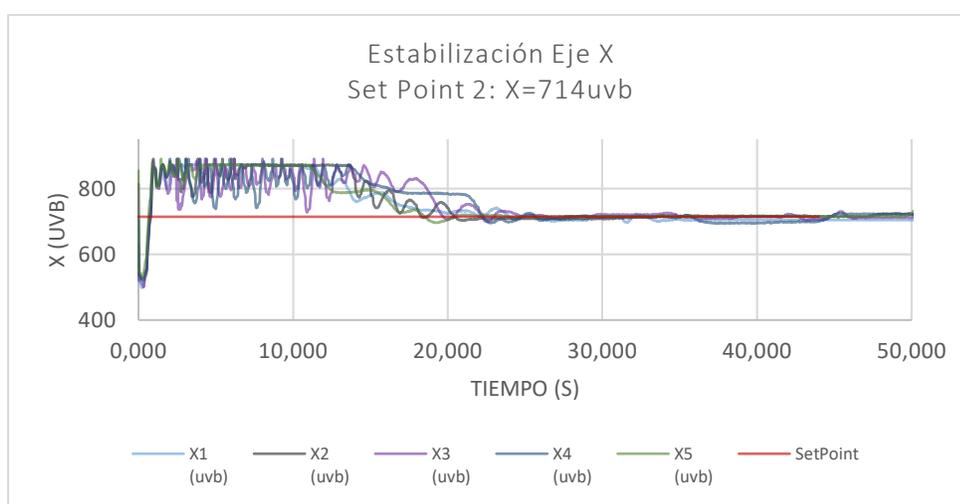


b)

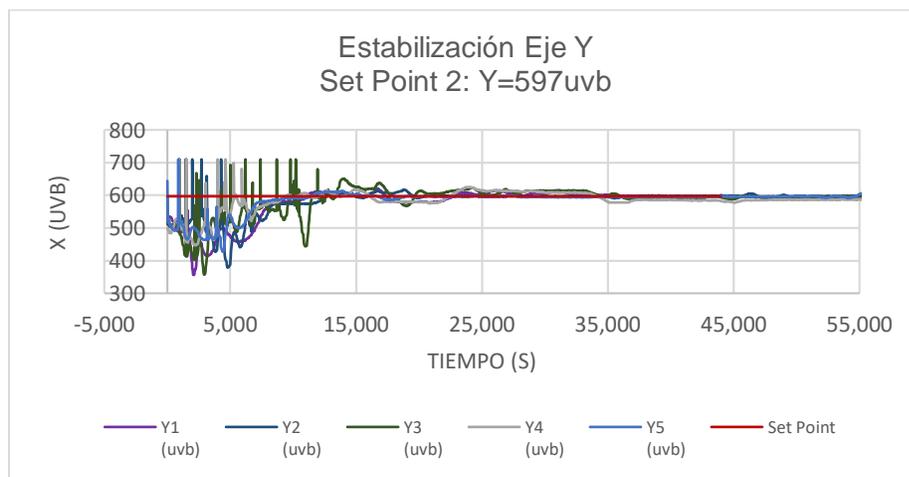
En la figura 26, se observa la estabilización del sistema para el set point 2, en la cual para los cinco ensayos se denota un estado transitorio similar al del set point 1, con un estado estable a partir de los 35 segundos y una reducción considerable del error a partir de los 25 segundos.

Figura 26

Ensayo estabilización libre con set point 2. a) Eje X. (b) Eje Y.



a)

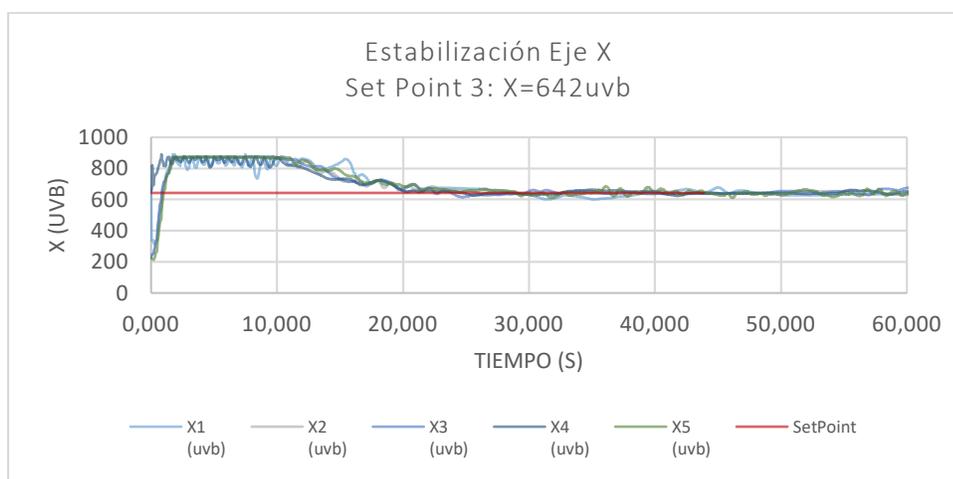


b)

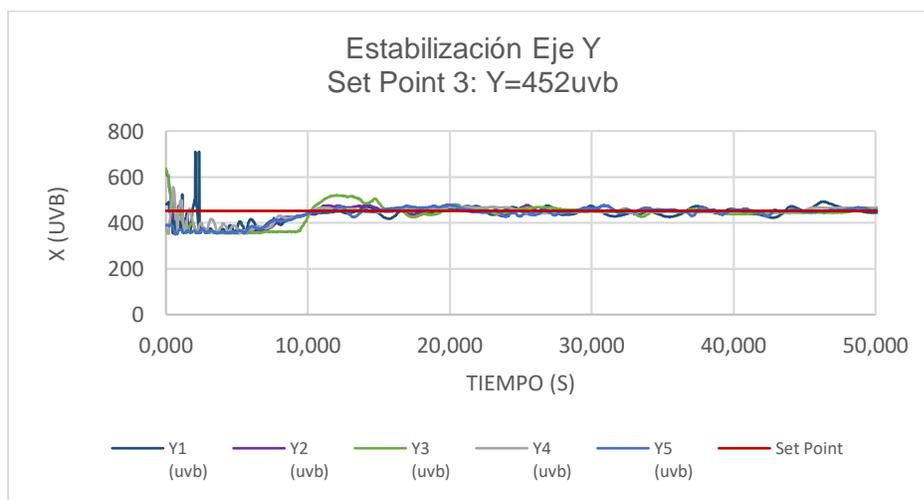
En la figura 27 se observa la estabilización del controlador respecto al eje X e Y en el set point 3, en la misma que denota para el eje X un comportamiento similar a los anteriores SP, a diferencia que se presentan mayores oscilaciones en el estado estable con una amplitud moderada. En el caso del eje Y, el estado estable inicia a partir de los 18 segundos con la misma tendencia denotada para el eje X.

Figura 27

Ensayo estabilización libre con set point 3. a) Eje X. (b) Eje Y.



a)

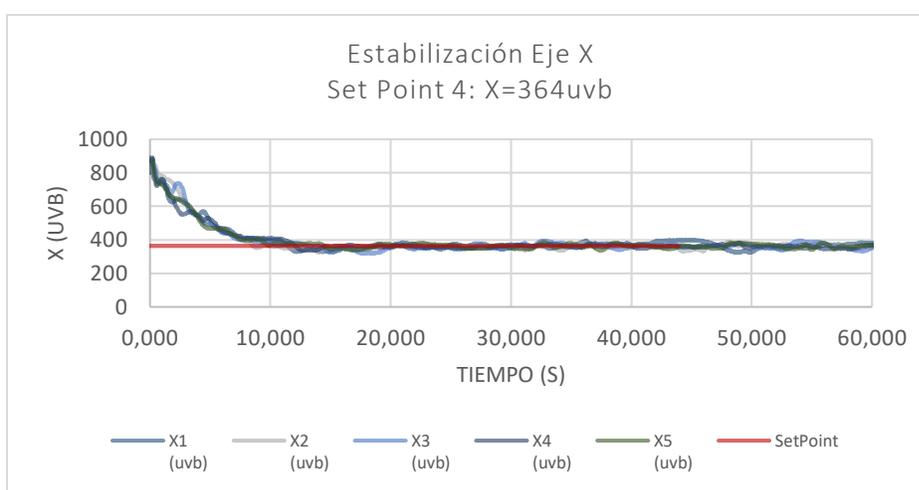


b)

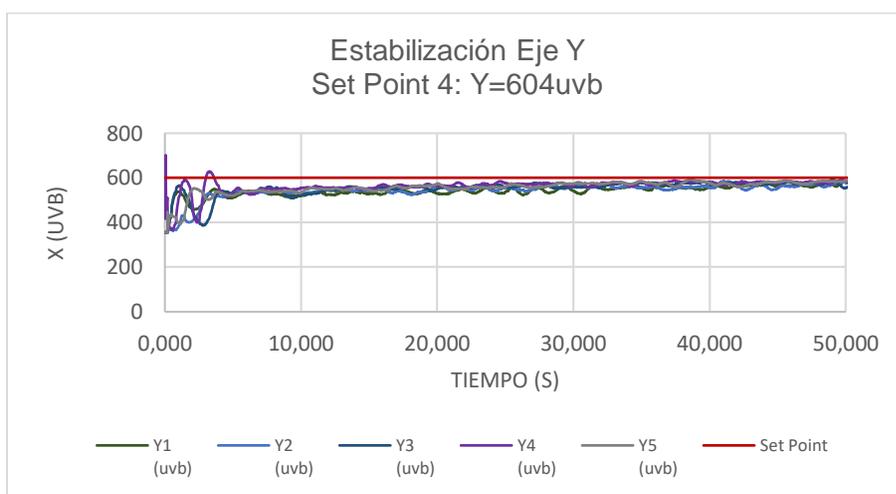
En la figura 28 se muestra la estabilización en el eje X e Y para el set point 4, mostrando en el eje X un estado estable a partir de los 20 segundo con incremento de la amplitud de las oscilaciones. Para el eje Y se observa que el comportamiento es similar a los obtenidos con los otros set point, a diferencia que para estos ensayos el error se incrementa.

Figura 28

Ensayo estabilización libre con set point 4. a) Eje X. (b) Eje Y.



a)

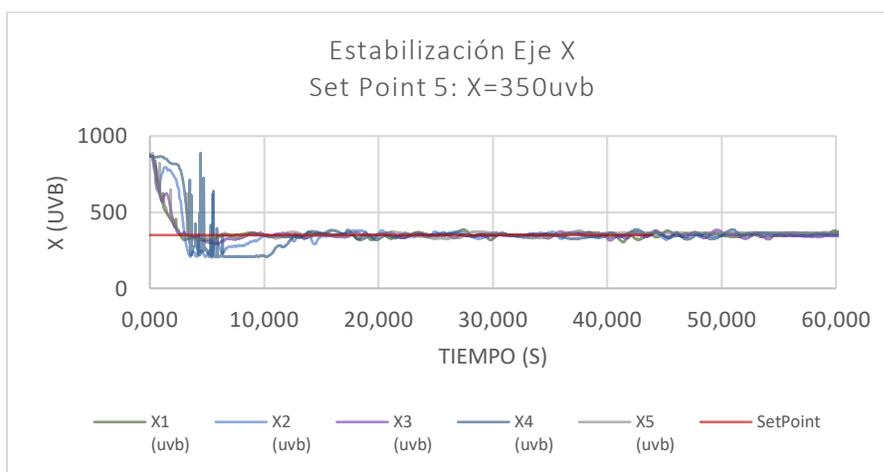


b)

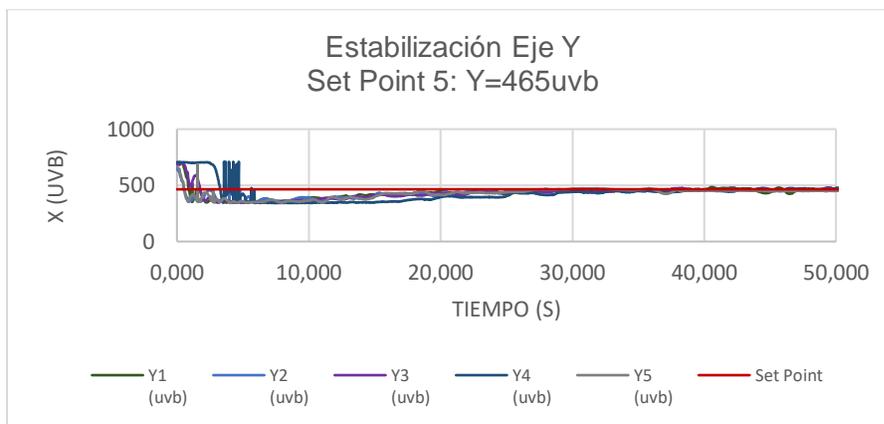
En la figura 29 se observa la estabilización del eje X e Y con el controlador configurado en el set point 5, en el eje X se observa que la duración del estado estable es aproximadamente 20 segundos y las oscilaciones son moderadas. En el caso del eje Y, se observa que el error en estado estable disminuye a diferencia del set point 5, y la duración del estado estable es 30 segundos.

Figura 29

Ensayo estabilización libre con set point 5. a) Eje X. (b) Eje Y.



a)



b)

Ensayos de estabilización con perturbaciones.

El experimento se desarrolló bajo las siguientes características: 5 ensayos para cada set point (los valores son los mostrados en la tabla 11), tiempo por ensayo de 120 segundos, 4096 muestras por ensayo, todos los ensayos tienen un mismo punto de partida de la esfera, aplicación de perturbaciones luego de alcanzar estado estable, e incorporación de ensayos interrumpidos por reinicio de la planta para cambiar el set point, evitando con ello un error residual de los cálculos anteriores del controlador. En la tabla 13 se muestra un extracto de la estructura de los datos muestrales a procesar de los ensayos de estabilización con perturbaciones.

Tabla 13

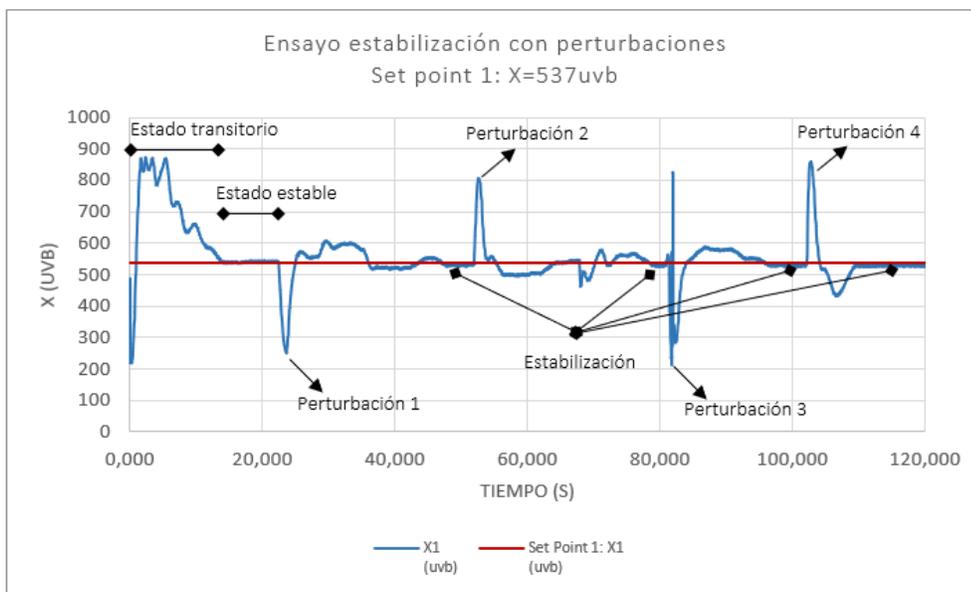
Estructura de datos para ensayo de estabilización con perturbaciones.

N	Tiempo	Ensayo		Ensayo		Ensayo		Ensayo		Ensayo	
		set point 1	set point 2	set point 2	set point 3	set point 3	set point 4	set point 4	set point 5	set point 5	
	T	X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3	X4	Y4	X5	Y5
	(S)	(UVB)	(UVB)								
1	0.000	488	393	619	428	438	624	700	656	890	710
2	0.037	219	391	319	430	231	623	251	394	870	706
3	0.054	218	391	695	710	231	622	250	397	870	706
4	0.094	219	391	318	424	231	620	248	398	869	705
5	0.189	219	389	318	423	232	624	252	403	870	705
6	0.202	220	381	317	710	625	710	253	402	868	704
7	0.220	219	381	728	418	557	614	256	391	868	700
8	0.246	217	382	320	409	229	605	246	379	869	698
9	0.276	224	383	321	484	233	598	438	383	865	692
10	0.314	231	380	497	416	239	595	239	368	856	689
11	0.401	238	378	323	424	249	587	242	367	846	683
..
..
4096	129.067	626	513	741	597	681	430	352	642	359	469

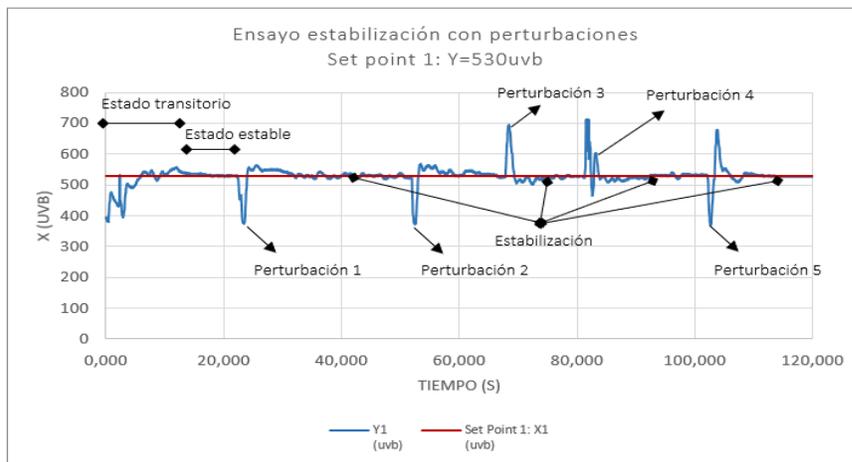
En la figura 30 se observa el ensayo de estabilización para el eje X e Y para el escenario con set point 1, en la se aprecia que el estado estable se alcanza antes de los 20 segundos, posteriormente se aplican cuatro perturbaciones de diferente fuerza y dirección. El sistema logra estabilizarse después de ser aplicadas todas las perturbaciones. En el caso del eje Y se observa que el estado estable se alcanza a los 18 segundos y posteriormente se aplican 5 perturbaciones de diferente fuerza y dirección. De igual forma el sistema de control logra estabilizar la planta luego de cierto periodo, de esta manera se evidencia la efectividad del sistema de control implementado en este trabajo.

Figura 30

Ensayo estabilización con perturbación con set point 1. a) Eje X. (b) Eje Y.



a)

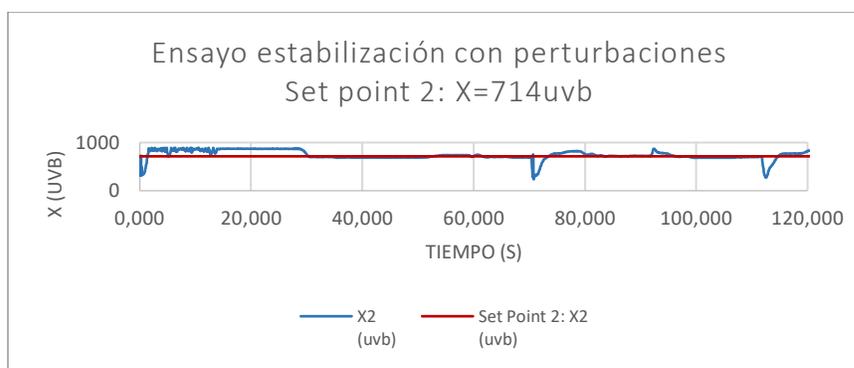


b)

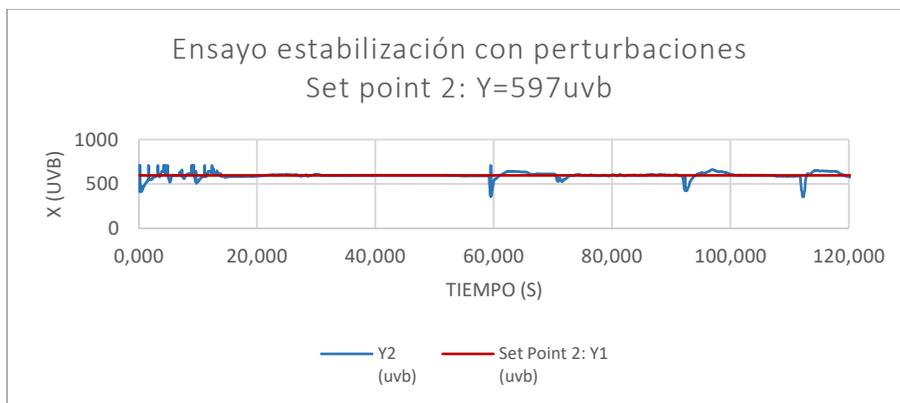
En la figura 31 se observa la curva de estabilización con perturbaciones para el eje X e Y en el set point 2, donde se aprecia un tiempo de estado transitorio prolongado respecto al set point 1, no obstante, la estabilización tiene una tendencia lineal y compensa satisfactoriamente luego de ser aplicadas 3 perturbaciones externas. Por otro lado, en el eje Y se observa un tiempo transitorio más corto y un comportamiento en estado estable de tendencia línea, y también se identifica la correcta estabilización habiendo sido aplicadas 3 perturbaciones externas.

Figura 31

Ensayo estabilización con perturbación con set point 2. a) Eje X. (b) Eje Y.



a)

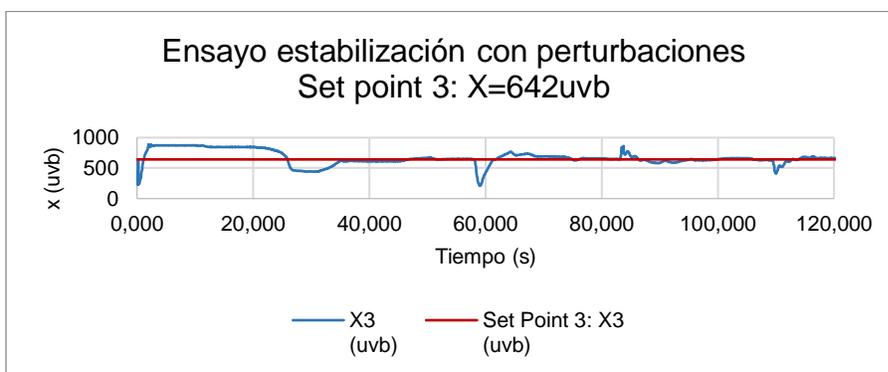


b)

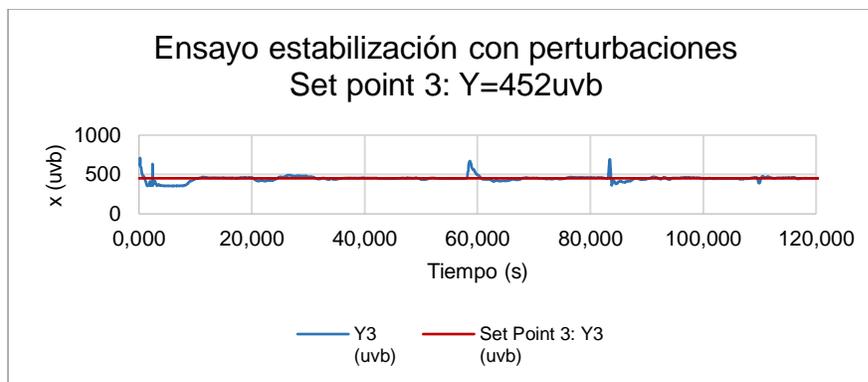
La figura 32 muestra la curva de estabilización con perturbaciones para el eje X e Y con el controlador configurado en un set point 3, en el eje X se evidencia un tiempo de estado transitorio prolongado mayor al set point 2, y de igual forma la estabilización tiene una tendencia lineal y compensa la posición de la esfera satisfactoriamente luego de ser aplicadas 3 perturbaciones externas. Respecto al eje Y, se observa un tiempo transitorio más corto y un comportamiento en estado estable con oscilaciones de baja amplitud mayores a las del set point 1 y 2, también se identifica la correcta estabilización habiendo sido aplicadas 4 perturbaciones externas.

Figura 32

Ensayo estabilización con perturbación con set point 3. a) Eje X. (b) Eje Y.



a)

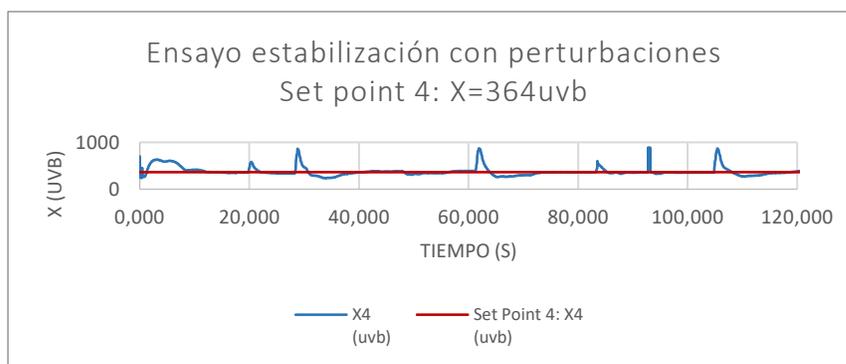


b)

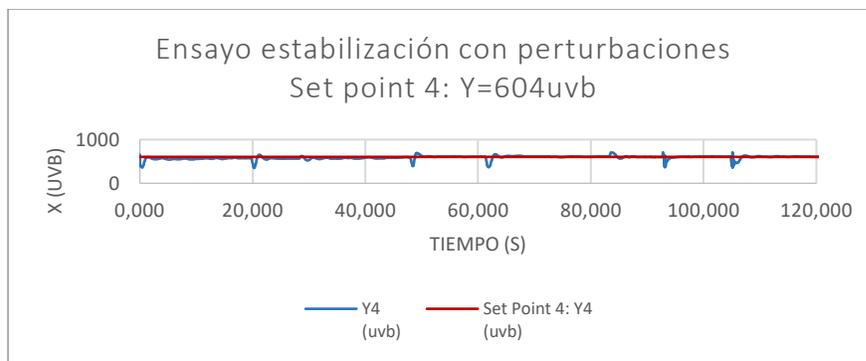
En la figura 33 se observa la curva de estabilización con perturbaciones para el eje X e Y con un set point 4, en el caso del eje X se observa un tiempo de estado transitorio reducido a 18 segundos, comportamiento que es similar al set point 1. La tendencia de la curva es lineal en estado estable y de rápida y eficiente corrección, habiendo sido aplicadas 7 perturbaciones en el mismo periodo muestral. En el caso del eje Y se evidencia que luego de sufrir 4 perturbaciones externas, reduce el error en estado estable, disminuyendo la amplitud de oscilación y adoptando una tendencia lineal. Además, en estos ensayos se aplicaron 6 perturbaciones externas, las cuales fueron corregidas de manera exitosa.

Figura 33

Ensayo estabilización con perturbación con set point 4. a) Eje X. (b) Eje Y.



a)

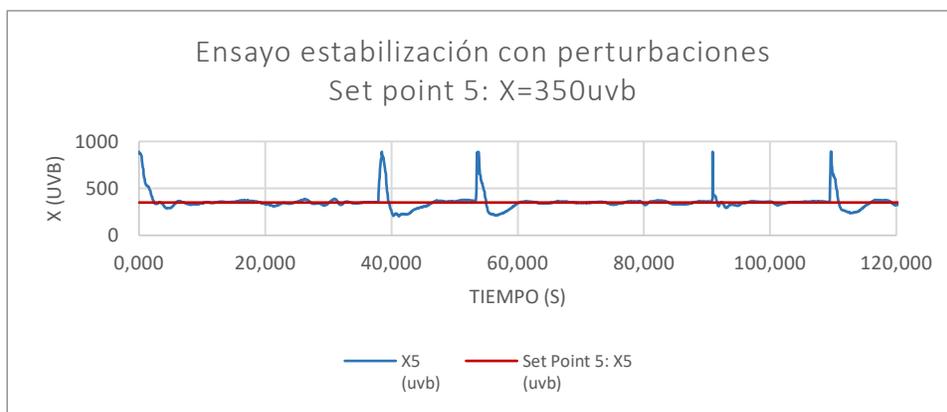


b)

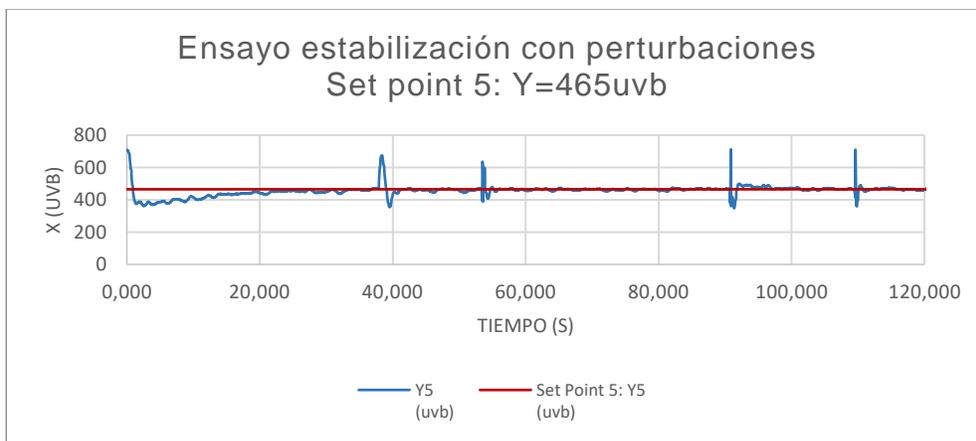
La figura 34 muestra el comportamiento de la curva de estabilización con perturbaciones para el eje X e Y para el set point 5. En el caso del eje X se visualiza una duración en estado transitorio de 15 segundos y una tendencia oscilatoria de amplitud moderada en estado estable. No obstante, el controlador logra compensar el error luego de ser aplicadas 4 perturbaciones externas. De forma similar, se observa un comportamiento similar respecto a la estabilización de la posición en el eje Y luego de haber sido aplicadas 4 perturbaciones externas, exponiendo una curva de oscilación de baja amplitud similar a los casos anteriores, estableciendo con ello una adecuada corrección de posición por parte del controlador.

Figura 34

Ensayo estabilización con perturbación con set point 5. A) Eje X. (b) Eje Y



a)



b)

Análisis de repetibilidad y exactitud.

Para medir el rendimiento del controlador se aplicó parámetros cuantitativos bajo criterios de aceptación dentro de la eficiencia en el área de la robótica citados en la norma ANSI/RIA R15.05-1 para la “Evaluación de las características de rendimiento punto a punto y estático de robots industriales y sistemas robóticos”. Es decir, se emplea el concepto de repetibilidad también conocido como precisión, y de la exactitud.

Q

La repetibilidad se define como la magnitud de desviación promedio del posicionamiento final del punto de interés bajo condiciones de operación iguales, y se determina mediante las siguientes fórmulas (Senar, 1999):

$$\text{Repetibilidad} = lm \quad (4.1)$$

$$li = \sqrt{(Xi - Xm)^2 + (Yi - Ym)^2} \quad (4.2)$$

$$lm = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n li \quad (4.3)$$

Donde:

li = Magnitud vector posición relativo

lm = Valor media muestral de vectores de posición relativa

X_i = Coordenada cartesiana muestral respecto a eje X

X_m = Valor media muestral de posiciones respecto a eje X

Y_i = Coordenada cartesiana muestral respecto a eje Y

Y_m = Valor media muestral de posiciones respecto a eje Y

n = número de muestras (iteración de operación de traslación)

El otro parámetro es la exactitud que se define exactitud como la proximidad en la concordancia entre un resultado y el valor de referencia aceptado, y de determina mediante la ecuación 4.4 (Riu, 2000):

$$A_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\sqrt{(X_i - X_c)^2 + (Y_i - Y_c)^2}) \quad (4.4)$$

Donde:

A_p = Exactitud (Accuracy positioning)

X_c = Valor set point respecto al eje X

Y_c = Valor set point respecto al eje Y

Cabe mencionar que mientras menor sea el valor de la exactitud, el funcionamiento del controlar es mejor, es decir, se establece una relación inversa, dicho principio rige de igual forma a la repetibilidad. Para realizar los cálculos se considera a los 5 ensayos para cada set point, determinando la exactitud y repetibilidad para cada uno de ellos, posteriormente, se emplea el concepto de mediana para establecer un valor promedio de la misma. En la tabla 14 se observa los resultados relevantes de este análisis, donde se evidencia que la repetibilidad (I_m) varía entre 7.21-14.56 UVB con una media de 9.22 UVB, mientras que la exactitud (A_p) varía en 6.71-15.3 UVB con una media también de 9.22 UVB. Para una mejor comprensión de los resultados mostrados, se debe tomar en cuenta que el rango efectivo de medición del sensor es de 210-810

UVB para el eje X y de 310-650 UVB para el eje Y, estos resultados son indispensable para comprender la eficiencia y en el cálculo de la veracidad de hipótesis.

Tabla 14

Cálculos repetibilidad y exactitud set point 1.

Parámetro	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 4	Ensayo 5
Xm	538	537	537	537	538
Ym	534	528	527	530	530
Im	14.56	11.40	7.28	9.22	7.21
R	14.56	11.40	7.28	9.22	7.21
Ap	15.30	12.17	7.07	9.22	6.71
Rm			9.22		
Apm			9.22		

La tabla 15 muestra los resultados para los ensayos con el set point 2, la repetibilidad en este caso varía de 3.0-27.18 UVB con una media de 11.4 UVB, mientras que la exactitud varía entre 4.12 y 21.4 UVB con una media de 11.66 UVB, lo que evidencia un leve incremento en valores respecto al set point 1.

Tabla 15

Cálculos repetibilidad y exactitud set point 2.

Parámetro	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 4	Ensayo 5
Xm	709	717	719	722	716
Ym	596	597	596	586	596
Im	11.40	8.54	17.46	27.18	3.00
R	11.40	8.54	17.46	27.18	3.00

Parámetro	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 4	Ensayo 5
Ap	11.66	6.08	16.76	21.40	4.12
Rm			11.40		
Apm			11.66		

La tabla 16 describe los resultados para los ensayos con el set point, la repetibilidad varía de 14.04-34.53 UVB con una media de 19.24 UVB, en el caso de la exactitud, varía entre 13.6 y 32.01 UVB con una media de 16.55 UVB, es decir que hay un crecimiento de los valores respecto a los resultados de los set point 1 y 2.

Tabla 16

Cálculos repetibilidad y exactitud set point 3.

Parámetro	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 4	Ensayo 5
Xm	657	652	651	651	657
Ym	445	451	450	448	451
Im	34.53	14.04	18.03	19.24	28.44
R	34.53	14.04	18.03	19.24	28.44
Ap	32.01	13.60	16.40	16.55	23.35
Rm			19.24		
Apm			16.55		

La tabla 17 muestra los resultados obtenidos cuando el controlador se ha configurado en el set point 4, la repetibilidad varía de 14.0-24.41 UVB con una media de 19.42 UVB, mientras que la exactitud varía de 31.38 a 53.24 UVB con una media de

40.66 UVB, se nota un incremento en el error en estado estable respecto a los resultados con los otros set point, mientras que la repetibilidad se conserva.

Tabla 17

Cálculos repetibilidad y exactitud set point 4.

Parámetro	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 4	Ensayo 5
Xm	365	363	366	364	369
Ym	548	554	562	572	565
Im	24.41	17.26	19.42	14.00	19.92
R	24.41	17.26	19.42	14.00	19.92
Ap	53.24	47.87	40.66	31.38	36.67
Rm			19.42		
Apm			40.66		

En la tabla 18 se muestra los resultados obtenidos con el set point 4, donde se observa que la repetibilidad varía de 21.02-33.54 UVB con una media de 23.09UVB. La exactitud varía entre 21.56 y 36.09 UVB con una media de 24.18UVB, donde se aprecia un incremento en relación con la repetibilidad y una disminución de la exactitud.

Tabla 18

Cálculos repetibilidad y exactitud set point 5.

Parámetro	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 4	Ensayo 5
Xm	350	349	349	350	359
Ym	448	450	445	440	450
Im	23.09	21.02	23.60	33.54	22.02

Parámetro	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 4	Ensayo 5
R	23.09	21.02	23.60	33.54	22.02
Ap	24.18	21.56	26.08	36.09	22.80
Rm			23.09		
Apm			24.18		

De los resultados obtenidos, se concluye que, si la repetibilidad disminuye, significa que las oscilaciones en estado estable tienen una amplitud menor, es decir que el control es más eficiente y estable. De lo cual, se observa que la mejor repetibilidad, es decir, la de menor valor es la del set point 1, el punto centro de equilibrio del plato sensor. Mientras que la repetibilidad mayor, es decir, el punto menos preciso se localiza en el sector del set point 5. Respecto a la exactitud, se deduce que mientras menor sea su valor, significa que el error en estado estable es menor, por lo tanto, se obtiene de igual forma un menor error en el set point 1, mientras que el mayor error en estado estable se localiza alrededor del set point 4.

Capítulo V

Discusión

Validación de la hipótesis.

Para la validación de la hipótesis se emplea un método de inferencia estadística de prueba de hipótesis Chi cuadrada ya que permite relacionar diversos tipos de criterios de evaluación, tanto cualitativos como cuantitativos. En este caso, se emplean los dos criterios calculados en el apartado de resultados, la repetibilidad y exactitud. A continuación, se formula las hipótesis y variables requeridas por la prueba bajo el siguiente detalle:

- Hipótesis propuesta: En un dispositivo Ball&Plate accionado por servomecanismos es posible aplicar un controlador difuso para el posicionamiento de una esfera en una plataforma.
- Hipótesis Nula: H_0 = En un dispositivo Ball&Plate accionado por servomecanismos no es posible aplicar un controlador difuso para el posicionamiento de una esfera en una plataforma.
- Hipótesis alternativa: H_i = En un dispositivo Ball&Plate accionado por servomecanismos si es posible aplicar un controlador difuso para el posicionamiento de una esfera en una plataforma.
- Margen de Error: 5%.

El margen de error se debe convertir a unidades de valor binario (UVB) que son las unidades de medición del sensor, considerando que los rangos de medición y la amplitud muestral en relación con los ejes X e Y son diferentes, los márgenes de error también lo serán, como se muestra en la tabla 19.

Tabla 19

Valores de margen de error en UVB.

Eje	Rango [UVB]	Amplitud [UVB]	Margen error al 5% [UVB]
X	205-800	595	29.75
Y	305-630	325	16.25
Media X, Y	255-715	460	23

En la tabla 20 se muestran los resultados de la repetibilidad y exactitud por cada set point, y se procede a establecer el criterio de aceptación de la muestra en base al margen de error más bajo establecido anteriormente, bajo la siguiente preposición: “Si el parámetro es menor al menor margen de error, se acepta; de lo contrario se rechaza”. Debido a la diferencia en el rango de medición del sensor en eje X e Y, se obtiene el promedio del menor error para ambos ejes en el valor de 23 UVB.

Tabla 20

Resultados de repetibilidad, exactitud y criterio de aceptación

Set point	1		2		3		4		5	
Parámetro	Valor	Acept.								
Repetibilidad [UVB]	9.22	Si	11.4	Si	19.24	Si	19.42	Si	23.09	No
Exactitud [UVB]	9.22	Si	11.66	Si	16.55	Si	40.66	No	24.18	No

Adicionalmente, se incorpora un criterio cualitativo, el mismo que se basa en la aceptación del comportamiento de la curva en base a los 50 ensayos de estabilización libre (5 ensayos por cada eje X e Y configurados cada caso para 5 valores de set point). En base al apartado de resultados, se rechazan el comportamiento de las curvas del eje X para set point 1 y set point 4, así como el comportamiento de la curva del eje Y para set point 5, dado que su tendencia es diferente a sus curvas homólogas obtenidas bajo el mismo ensayo. La síntesis de los datos bajo el criterio de aceptación se muestra en la tabla 20, y en base a ello se obtuvo las variables de la hipótesis como se muestra en la tabla 21.

Tabla 21

Variables de la hipótesis

Criterio	Aceptadas	Rechazadas	Total
Repetibilidad	4	1	5
Exactitud	3	2	5
Tendencia	47	3	50
Total	54	6	60

Una vez determinadas las variables de la hipótesis se calculan las frecuencias teóricas esperadas de cada variable mediante la ecuación 5.1:

$$F_{te} = \frac{T_c * T_f}{T} \quad (5.1)$$

Donde:

F_{te} = frecuencia teórica esperada

T_c = valor de la suma de valores total por columna

T_f = valor de la suma de valores total por fila

T = valor de la suma de valores total

Tabla 22

Frecuencias teóricas esperadas.

Criterio	Aceptadas	Rechazadas
Repetibilidad	4.5	0.5
Exactitud	4.5	0.5
Tendencia	45	5

La desviación Chi cuadrado se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$X^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(f-ft)^2}{ft} \quad (5.2)$$

Donde:

f = valor de la variable de la tabla de Variables de hipótesis

ft = valor de la frecuencia teórica esperada de la variable correspondiente.

Reemplazando los valores de las variables de la tabla 21, se tiene:

$$X^2 = \frac{(4-4.5)^2}{4.5} + \frac{(3-4.5)^2}{4.5} + \frac{(1-0.5)^2}{0.5} + \frac{(2-0.5)^2}{0.5} + \frac{(47-45)^2}{45} + \frac{(3-5)^2}{5} = 6.44$$

También se requiere determinar los grados de libertad mediante la siguiente

fórmula:

$$V = (f - 1)(c - 1) \quad (5.3)$$

Donde:

V = grados de Libertad

f = número de filas de la matriz de variables de hipótesis

c = número de columnas de la matriz de variables de hipótesis

Reemplazando tenemos:

$$V = (3 - 1)(2 - 1) = 2$$

Se procede a buscar el parámetro de X^2 teórico empleado los parámetros de grados de libertad y el X^2 calculado empleando la información del Anexo, de lo cual se tiene:

$$X^2_{teórico} = 5.99$$

$$X^2 > X^2_{teórico} \therefore 6.44 > 5.99$$

Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula, dando la veracidad afirmativa a la hipótesis alternativa afirmando:

“En un dispositivo Ball&Plate accionado por servomecanismos si es posible aplicar un controlador difuso para el posicionamiento de una esfera en una plataforma.”

Capítulo VI

Conclusiones y recomendaciones

Conclusiones

- La implementación de un controlador difuso en una plataforma Ball&Plate permite controlar la posición de una esfera metálica en un punto de consigna establecido por el usuario mediante una interfaz gráfica, la respuesta se visualiza mediante curvas en tiempo real.
- El modelo matemático obtenido a partir de las dimensiones físicas de cada elemento de la plataforma Ball&Plate implementada permitió obtener la función de transferencia para evaluar el rendimiento de los controladores mediante el software de simulación.
- Mediante la simulación del sistema de control aplicado a la función de transferencia de la planta fue posible evaluar el rendimiento del diseño del controlador difuso simple, mostrando una respuesta oscilatoria en estado estable con una variación de $\pm 5.3\%$ respecto a la consigna establecida.
- El controlador difuso diseñado presenta una acción de corrección proporcional al error de entrada del sistema, esto en respuesta a las reglas de control que obedecen a funciones de membresía definidas en el controlador.
- Mediante la utilización de funciones derivativa e integral en paralelo al controlador difuso diseñado, es posible mejorar la respuesta en estado estable del sistema, reduciendo de forma notable el estado oscilatorio.
- La disposición descentralizada de las tarjetas electrónicas embebidas permite realizar un manejo eficiente de los recursos de cada microprocesador, por ende, una respuesta idónea de acción y reacción de los actuadores y del sensor

respectivamente, evitando de esta manera colapso en la ejecución de programas previo al fallo total de la plataforma Ball&Plate

- Las posibles respuestas del controlador difuso diseñado en Matlab se sintetizan haciendo de esta manera posible la interpretación por el programa en Python, con la finalidad de evitar el uso de librerías adicionales que consumen altos recursos del microprocesador al ejecutar las secuencias de programación.
- Utilizando los criterios de evaluación cuantitativa (exactitud, repetibilidad) y cualitativa (aceptabilidad de formas de onda) para aplicar al método de inferencia estadística Chi cuadrada se determina que es posible aplicar un controlador difuso sobre un dispositivo Ball&Plate accionado por servomecanismos.

Recomendaciones

- Utilizar métodos de simulación previo a la programación de microprocesadores de tarjetas electrónicas embebidas, contribuye en la implementación final del controlador, optimizando recursos de memoria y almacenamiento.
- En la construcción mecánica de la plataforma Ball&Plate es importante garantizar una buena sujeción en cada articulación con la finalidad de evitar un mal funcionamiento del sensor y de los actuadores que a su vez afectarán directamente en el desempeño del sistema.
- La plataforma construida debe ser posicionada sobre una superficie nivelada en los ejes X e Y, a su vez debe realizarse como primer paso la nivelación de la base principal, previo al arranque del sistema de control.
- La determinación de un tiempo de muestreo equilibrado para el sensor contribuye en la cantidad de datos manejados por los microprocesadores que a

su vez se ven reflejados en la respuesta de control frente a los requerimientos del sistema de posicionamiento de la esfera, en la consigna definida por el usuario.

Bibliografía

- Armenteros, A. M. R., Balboa, J. L. G., & Mingorance, J. L. M. (2010). Error, incertidumbre, precisión y exactitud, términos asociados a la calidad espacial del dato geográfico. In *Catastro: formación, investigación y empresa: Selección de ponencias del I Congreso Internacional sobre catastro unificado y multipropósito* (pp. 95-102).
- Bolaños, Y. H., Pineda, L. F., & Mosquera, V. H. (2013). Sistema didáctico para la implementación de controladores digitales. *Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada (RCTA)*, 2(20).
- Cheng, C. C., & Tsai, C. H. (2016). Visual servo control for balancing a ball-plate system. *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research*, 5(1), 28.
- de Araujo¹, D. H. C., Canova, H. F., & Souza, I. B. (2016). Modelagem e implementação de um sistema Ball and Plate. *Revista Ciência e Tecnologia*, 19(34), 85-91.
- Diciembre Sanahuja, S. (2017). Sistemas de Control con Lógica Difusa: Métodos de Mamdani y de Takagi-Sugeno-Kang (TSK).
- Dušek, F., Honc, D., & Sharma, K. R. (2017, June). Modelling of ball and plate system based on first principle model and optimal control. In *2017 21st International Conference on Process Control (PC)* (pp. 216-221). IEEE.
- Escobar, L. A. M., Almeida, M. A. G., Quintero, O. E. C., Acosta, J. A. R., & Espín, D. F. P. (2017, November). A comparative analysis among different controllers applied to the experimental ball and plate system. In *2017 International Conference on Information Systems and Computer Science (INCISCOS)* (pp. 108-114). IEEE.
- Fabregas, E., Dormido-Canto, S., & Dormido, S. (2017). Virtual and remote laboratory with the ball and plate system. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 9132-9137.

- Fernández-Raigoso, A. J. D. (2011). *Sistemas de regulación y control*. Marcombo.
- Guzmán, D., & Castaño, V. M. (2006). La lógica difusa en ingeniería: principios, aplicaciones y futuro. *Revista de Ciencia y Tecnología*, 24(2).
- Hámor, D. (21 de mayo de 2016). *LQ control of Ball and Plate system controlled by Arduino MEGA 2560*. Project Hub.
https://create.arduino.cc/projecthub/davidhamor/ball-and-plate-c48027?ref=user&ref_id=80842&offset=0.
- Itani, A. (2017). *BALL PLATE BALANCING SYSTEM USING IMAGE PROCESSING* (Doctoral dissertation, NEAR EAST UNIVERSITY).
- Kouro, S., & Musalem, R. (2002). Control mediante lógica difusa. *Técnicas Modernas en Automática*, 1, 1-7.
- Morales Menéndez, R., & Ramírez Mendoza, R. A. (2015). *Sistemas de control moderno. Volumen I: sistemas de tiempo continuo*.
- Oliveira, J. P. A., Almeida, R. D., Monteiro, C. A., Bezerra, H. C., da Silva, J. A. A., & da Silva, N. R. (2016). Control Plant Generic PID Controllers Using the Second Tuning Method Ziegler-Nichols. *ITEGAM-JETIA*, 2(8).
- Oravec, M., & Jadlovská, A. (2015, January). Model predictive control of a ball and plate laboratory model. *In 2015 IEEE 13th International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMII)* (pp. 165-170). IEEE.
- Patel, A. (2004). Transformation functions for trapezoidal membership functions. *International Journal of Computational Cognition*, 2(3), 115-135.
- Pearson, Karl (1900). Sobre el criterio de que un sistema dado de desviaciones de lo probable en el caso de un sistema correlacionado de variables es tal que puede suponerse razonablemente que ha surgido del muestreo aleatorio. *Philosophical Magazine*. Serie 5 **50** (302): 157-175.

- Plaza Gálvez, L. F. (2016). Modelación matemática en ingeniería. *IE Revista de investigación educativa de la REDIECH*, 7(13), 47-57.
- Rodríguez Vázquez, A. O. (2011). *LOCALIZACIÓN DEL ELEMENTO EFECTOR DEL ROBOT PARALELO DE TRES GRADOS DE LIBERTAD PARALIX* (Doctoral dissertation).
- Riu, J., Boqué, R., Maroto, A., & Rius, F. X. (2000). Exactitud y trazabilidad. Técnicas de Laboratorio. En: *Universidad & Empresa*, 22(254), 1.
- Senar, J. C. (1999). La medición de la repetibilidad y el error de medida. *Etología*, 17, 53-64.
- Sumega, M., Gorel, L., Varecha, P., Zossak, S., & Makys, P. (2018, May). Experimental study of ball on plate platform. *In 2018 ELEKTRO* (pp. 1-5). IEEE.
- Tudela Pi, M. (2013). Modelat i control d'un sistema Ball and Plate
- Ying, H. (2000). Fuzzy control and modeling: analytical foundations and applications. *Wiley-IEEE Press*.
- Ying, H. (1993). The simplest fuzzy controllers using different inference methods are different nonlinear proportional-integral controllers with variable gains. *Automatica*, 29(6), 1579-1589.

ANEXOS