ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

PROPUESTA DE FÓRMULA DE CÁLCULO DE ARMADURA A CUATRO CARAS, PARA EL DISEÑO DE COLUMNAS RECTANGULARES Y COLUMNAS CIRCULARES DE SECCIÓN HUECA, SOMETIDAS A FLEXO-COMPRESIÓN UNIAXIAL

PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE

INGENIERO CIVIL

ELABORADO POR

WILMER JAVIER CASTELLANO TOBAR

DIEGO FERNANDO GUANOLUISA LOMA

SANGOLQUÍ, FEBRERO DEL 2011

RESUMEN

EN LA ACTUALIDAD EL TIEMPO ES MUY VALIOSO, ES AHI DONDE EL PRESENTE PROYECTO TOMA LA IMPORTANCIA DEBIDA, YA QUE AL PROPONER ESTA FORMULA DE CÁLCULO DE ARMADURA A CUATRO CARAS EN COLUMNAS RECTANGULARES, SE LOGRA DETERMINAR LA CANTIDAD DE ACERO EN FORMA DIRECTA CON UN MARGEN DE ERROR BAJO, EVITANDO LA UTILIZACIÓN DE ABACOS, LOS CUALES ADEMÁS DE SER UNA INTERPOLACIÓN INEXACTA CONLLEVAN UN MUY BUEN TIEMPO DE CÁLCULO, CONVIERTIENDO ESTA PROPUESTA EN UNA ALTERNATIVA MÁS PARA EL INGENIERO CIVIL, QUE PERMITE CALCULAR LA ARMADURA DIRECTAMENTE EN ESTE TIPO DE COLUMNAS, ADEMÁS EN LAS COLUMNAS RECTANGULARES Y CIRCULARES HUECAS SE HA HECHO UN ANÁLISIS RIGUROSO EN SU FORMA DE TRABAJO, CON LO CUAL SE LOGRÓ ESTABLECER FÓRMULAS DIRECTAS Y RESTRICCONES QUE PERMITEN DETERMINAR LA ARMADURA EN ESTE TIPO DE COLUMNAS DISEÑADAS A COMPRESIÓN Y TRACCIÓN.

ABSTRACT

AT THE PRESENT TIME IS VERY VALUABLE, THIS IS WHERE THERE PROJECT TAKES THE IMPORTANCE DUE, AND TO PROPOSE THAT THIS FORMULA FOR CALCULATING THE FOUR FACES IN REINFORCED RECTANGULAR COLUMN, YOU GET WHEN DETERMINING THE AMOUNT OF STEEL DIRECTLY WITH AN EDGE IN ERROR TO AVOID THE USE OF ABACO, WHICH IN ADDITION TO BEING AN INACCURATE INTERPOLATION INVOLVE A VERY GOOD TIME CALCULATION IN TURN THIS PROPOSAL FOR AN ALTERNATIVE CIVIL ENGINEER, ALLOWING DIRECT CALCULATION OF ARMOR IN THIS KIND OF COLUMNS, ALSO IN COLUMNS AND RECTANGULAR HOLLOW CIRCULAR HAS DONE A THOROUGH ANALYSIS OF ITS WAY TO WORK, AND NOW HE DID ESTABLISH AND RESTRICCONES DIRECT FORMULA FOR DETERMINING THE ARMOR IN THIS KIND OF COLUMNS DESIGNED COMPRESSION AND TRACTION.

CERTIFICACIÓN

Certifico que el presente trabajo fue realizado en su totalidad por el Sr. Castellano Tobar Wilmer Javier y el Sr. Guanoluisa Loma Diego Fernando como requerimiento parcial a la obtención del título de Ingeniero Civil.

Sangolquí, Abril del 2011

Ing. Ernesto Pro Zambrano

Ing. Marcelo Guerra Avendaño

Dr. Mario Lozada

DEDICATORIA

El presente trabajo se lo dedico a mis padres Hugo y María, quienes han sido el apoyo incondicional durante toda mi vida, a mi hermana Daniela, a mi hermano Daniel que desde el cielo siempre estuvo junto a mí, a mis primos Silvia, Fernando, Cristian, Guillermo y Estafany, a mis amigos, y a toda mi familia por ser parte fundamental en la consecución del mismo.

Wilmer Javier Castellano Tobar

DEDICATORIA

Este proyecto se lo dedico con el amor más profundo a Fernando mi padre, mi ídolo, a Inesita mi abnegada madre, mi inspiración, a mis hermanos Alexandra, Paúl, Gina y Edison en el cielo, a mis hermosos sobrinos Taty, Fer, Nandito, Rafa, Edi, Nicole, Cami, Nico, Alan, Mateo y David, a mis primos Andrés, Sofi y Sami, a mis cuñados Boris, Yoli y Pato, a mi abuelita Elena, a mis tíos Luis y Angelita, finalmente a mi amada Verito mi gordita linda, quienes han sido mi fuerza y motor para realizar el presente.

Diego Fernando Guanoluisa Loma

AGRADECIMIENTO

En primer lugar a Dios, por darme el don de la vida, salud e inteligencia para alcanzar mi sueño.

A mis queridos padres, por estar siempre a mi lado apoyándome y guiándome por el camino que decidí tomar.

A mi hermano Daniel, por ser la inspiración para seguir siempre fuerte en este difícil camino que elegí.

A mi hermana Daniela, por estar siempre a mi lado.

A mi madrina Dolores, por su apoyo y sus consejos que tuvo siempre para mí.

A toda mi familia, por estar conmigo apoyándome en todo momento.

Wilmer Javier Castellano Tobar

AGRADECIMIENTO

Mi agradecimiento inmenso a mi viejo de Chantilín Grande el Señor de la Resurrección y a la Santísima Virgen del Quinche, por tanta bendiciones sobre mí.

A mí querida familia por su apoyo incondicional

A mis hermanos Alex por ser como una madre, a Pool por ser mi ayuda sincera, a Gineis por ser mi apoyo incondicional y a Edison que desde el cielo siempre estuvo conmigo.

A mi amigo Javier por ser el apoyo en esta aventura final.

A mis amigos Jorge, Israel, Diana, Gaby, Carlos, Susy, Miguel, Christian y muchos más que a lo largo de la carrera han hecho más feliz mis días en la U.

A mis amigos de los diferentes clubes, en especial a los del Club Chantilín Grande en la persona de Don Cristóbal que partió al cielo, que siempre han estado junto a mí.

A mis profesores, en especial a los Ingenieros Ernesto Pro y Marcelo Guerra por su don de gente y profesionalismo en la consecución de este trabajo final.

Diego Fernando Guanoluisa Loma

ÍNDICE DE CONTENIDO

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

1.1. Introducción

La columna es el elemento estructural vertical empleado para sostener la carga de la edificación. Es utilizado ampliamente en arquitectura por la libertad que proporciona para distribuir espacios, al tiempo que cumple con la función de soportar el peso de la construcción; es un elemento fundamental en el esquema de una estructura aporticada y la adecuada selección de su tamaño, forma, espaciamiento y composición influyen de manera directa en su capacidad de carga.

Para la columna se indica las características que la definen así como el comportamiento para definir los aspectos a tomar en cuenta en el diseño de las columnas de madera, acero y hormigón.

1.1.1. Concepto

La columna es un elemento sometido principalmente a compresión, por lo tanto el diseño está basado en la fuerza interna, conjuntamente debido a las condiciones propias de las columnas, también se diseñan para flexión de tal forma que la combinación así generada se denomina flexocompresión.

Según el uso actual de la columna como elemento de un pórtico, no necesariamente es un elemento recto vertical, sino es el elemento donde la compresión es el principal factor que determina el comportamiento del elemento. Es por ello que el predimensionado de columnas consiste en determinar las dimensiones que sean capaces de resistir la compresión que se aplica sobre el elemento así como una flexión que aparece en el diseño debido a diversos factores. Cabe destacar que la resistencia de la columna disminuye debido a efectos de geometría, lo cuales influyen en el tipo de falla.

El efecto geométrico de la columna se denomina esbeltez y es un factor importante, ya que la forma de falla depende de la esbeltez; para la columna poco esbelta la falla es por aplastamiento y este tipo se denomina columna corta, los elemento más esbeltos se denominan columna larga y la falla es por pandeo. La columna intermedia es donde la falla es por una combinación de aplastamiento y pandeo. Además, los momentos flectores que forman parte del diseño de columna disminuyen la resistencia del elemento tipo columna[1].

[1]Galambos, Lin y Johnston, 1999; Singer y Pytel, 1982

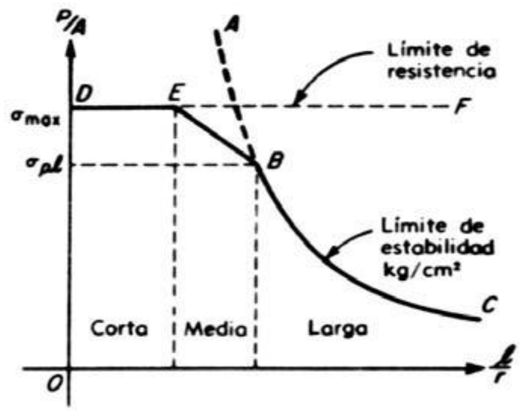


Figura 1.1 Disminución del esfuerzo de trabajo a compresión según la esbeltez de la columna. (Timoshenko y Young, 2000, p. 282).

1.1.2. Comportamiento

Dentro de los requisitos fundamentales de una estructura o elemento estructural están: equilibrio, resistencia, funcionalidad y estabilidad. En una columna se puede llegar a una condición inestable antes de alcanzar la deformación máxima permitida o el esfuerzo máximo. El fenómeno de inestabilidad se refiere al pandeo lateral, el cual es una deflexión que ocurre en la columna (véase Figura 1.1); cuando aparece incrementa el momento flector aplicado sobre el elemento, el aumento de la deflexión agranda la magnitud del momento flector, creciendo así la curvatura de la columna hasta la falla; este caso se considera inestable. Por ello la resistencia de la columna sometida a compresión tiene dos límites, el de resistencia para columnas cortas y el de estabilidad para columnas largas (véase Figura 1.2);

La estabilidad es así el nuevo parámetro que define además dela resistencia y la rigidez, las dimensiones de la columna[2]

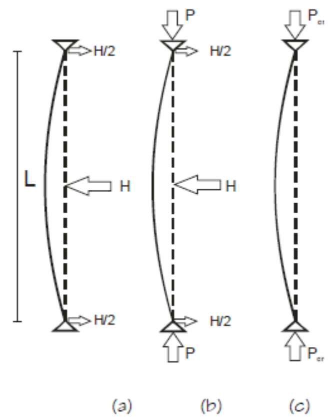


Figura 1.2 Elemento vertical sometido a carga H y P.

1.2. La compresión axial en los elementos de hormigón armado.

En términos generales, la manera más eficiente que tienen los elementos estructurales de resistir las solicitaciones se produce cuando tales solicitaciones tienen una orientación coincidente con el eje longitudinal de los elementos.

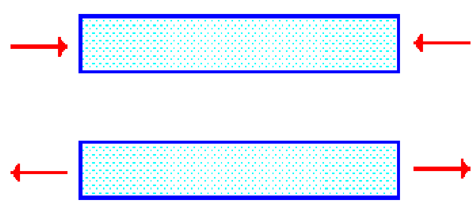


Figura 1.3 Elementos sometidos a esfuerzos axiales paralelos de tracción y compresión.

[2](Beer y Johnston 1993; Popov, 1996; Timoshenko y Young, 2000).

En este caso los elementos resisten a las solicitaciones mediante esfuerzos axiales (paralelos a las acciones) que pueden ser de tracción o compresión, dependiendo de las acciones externas.

El hormigón es un material particularmente apto para resistir las fuerzas de compresión, pero tiene una limitada resistencia a la tracción (apenas alrededor del 10% de su resistencia a la compresión).

El acero, por otra parte, es un material que se comporta eficientemente resistiendo las solicitaciones de tracción, pues alcanza toda su capacidad. El acero también puede llegar hasta el 100% de su resistencia ante solicitaciones de compresión, siempre que los elementos tengan dimensiones transversales importantes.

El hormigón armado aprovecha la gran resistencia a la compresión del hormigón y la capacidad de resistir solicitaciones de tracción del acero, integrándolas en un nuevo material compuesto.

La manera más ineficiente que tienen los elementos, para resistir a las solicitaciones, se produce cuando esas solicitaciones tienen una orientación perpendicular al eje longitudinal de los elementos.

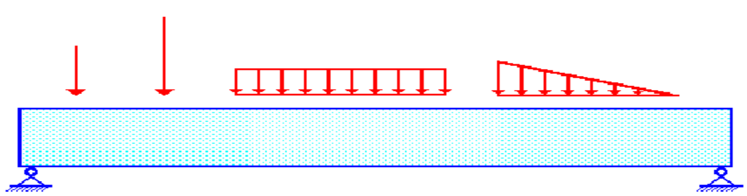


Figura 1.4 Elementos sometidos a solicitaciones perpendiculares al eje longitudinal.

1.2.1. Columnas de hormigón armado

Según su sección transversal, existen columnas cuadradas, columnas rectangulares, columnas circulares, columnas en L, columnas en T, columnas en cruz, etc.

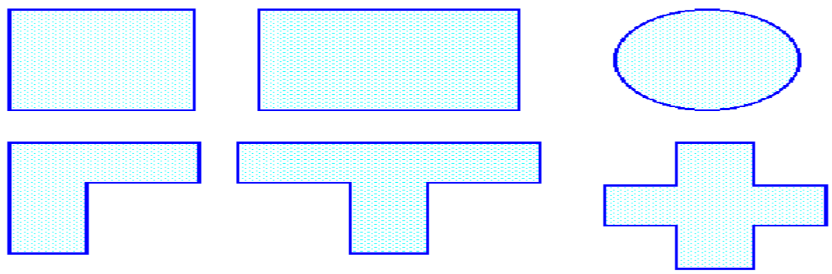


Figura 1.5 Sección transversal de columnas.

Según su comportamiento ante las solicitaciones, existen fundamentalmente dos tipos de columnas de hormigón armado: columnas con estribos y columnas zunchadas.

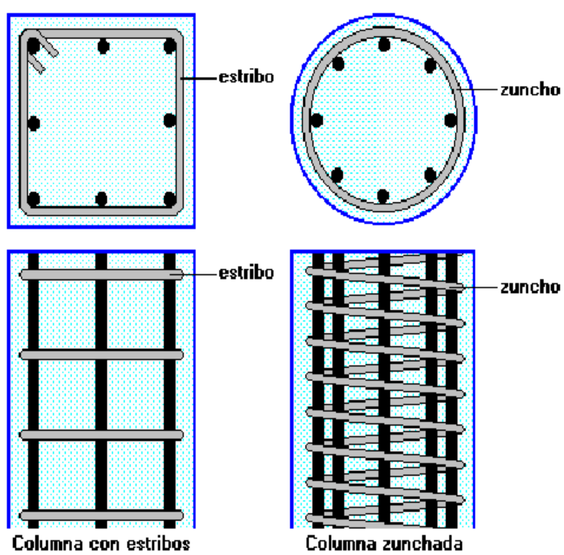


Figura 1.6 Columnas de hormigón armado con estribos y zunchadas.

Los estribos cumplen las siguientes funciones en las columnas:

- Definir la geometría de la armadura longitudinal
- Mantener en su sitio al acero longitudinal durante la construcción
- Controlar el pandeo transversal de las varillas cuando están sometidas a compresión
- Colaborar en la resistencia a las fuerzas cortantes
- Confinar, ya que las columnas se diseñan por confinamiento.

Los zunchos helicoidales cumplen las siguientes funciones:

- Confinar al hormigón del núcleo de la columna para mejorar su capacidad resistente
- Definir la geometría de la armadura longitudinal
- Mantener en su sitio al acero longitudinal durante la construcción
- Controlar el pandeo transversal de las varillas cuando están sometidas a compresión
- Colaborar en la resistencia a las fuerzas cortantes

1.2.2. La resistencia del hormigón a procesos de carga lentos y a cargas de larga duración.

La resistencia del hormigón a incrementos de carga lentos, y a cargas que permanecen durante largo tiempo actuando sobre el material, es menor que la resistencia del mismo hormigón sometido a procesos rápidos de carga y a cargas de corta duración.

La prueba estándar para medir la resistencia del hormigón, definida por ASTM (American Standards for Testing Materials), conlleva un proceso rápido de carga de cilindros, que usualmente toma menos de tres minutos para llegar a la rotura.

Para tener una visión más completa del comportamiento del material se han definido otros ensayos que permiten la carga lenta del hormigón, que pueden tomar varios minutos, varias horas, varios días e inclusive varios años, hasta llegar a la rotura de los especímenes. También se pueden definir ensayos ultra rápidos que toman segundos hasta alcanzar la rotura del hormigón.

Los elementos estructurales reales, sometidos a cargas de compresión, sufren un proceso lento de incremento de carga durante su fase de servicio, además de que mantienen niveles importantes de carga durante largos períodos de tiempo, por lo que, en el caso de columnas, la resistencia del hormigón a procesos de carga lenta es mucho más representativa que la resistencia estándar especificada por ASTM.

En el siguiente gráfico se presentan esquemáticamente las curvas esfuerzo-deformación de hormigones con resistencia a la rotura $f'c$ = 210 Kg/cm^2 según ASTM, sometidos a la prueba de carga de compresión axial estándar ASTM, a pruebas modificadas de carga lenta, y apruebas modificadas de carga ultra rápida.

La resistencia a la rotura de los cilindros de hormigón, sometidos a carga lenta, llega a ser aproximadamente el 85% de la resistencia del mismo tipo de cilindros sometidos a carga estándar rápida ASTM, lo que es común para todas las resistencias de hormigones. Por su parte, cuando se realizan ensayos de carga ultra rápida, la resistencia del hormigón sobrepasa a la obtenida a los ensayos ASTM.

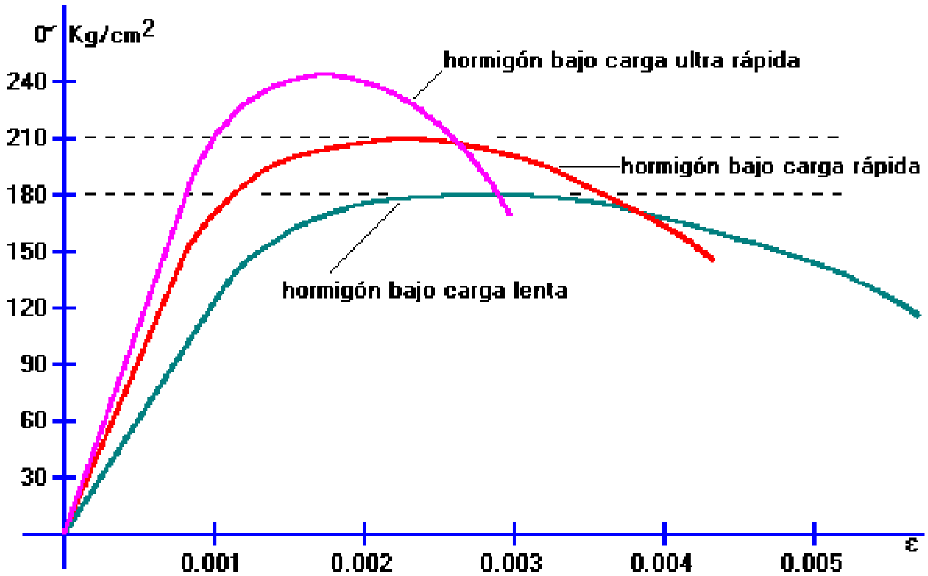


Figura 1.7 Resistencia del hormigón sometida a diferentes tipos de carga.

Al diseñar elementos de hormigón armado, bajo fuerzas de compresión, es necesario tomar en consideración esta reducción del 15% en capacidad del material, por lo que la capacidad última del hormigón se deberá tomar como 0.85 $f'c$, y la capacidad general del material llegaría a ser solamente del 85% de la capacidad teórica fijada por los ensayos estándares.

1.2.3. Resistencia a la compresión de columnas de hormigón armado con estribos transversales.

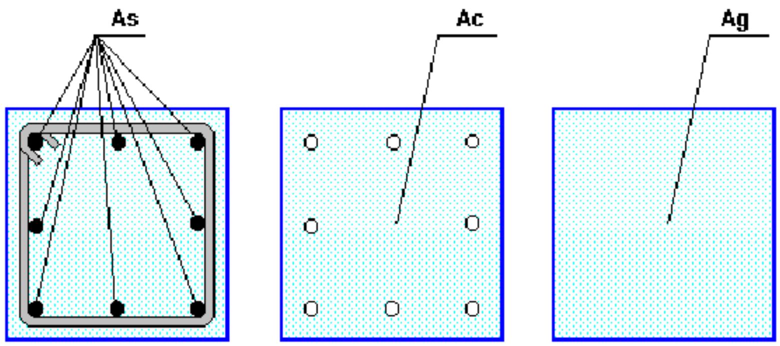


Figura 1.8 Sección transversal y elementos de una columna.

As = área de acero de refuerzo longitudinal.

Ac = área de hormigón descontado el refuerzo longitudinal.

Ag = área geométrica de la sección.

La resistencia a la compresión de columnas de hormigón armado con estribos transversales se obtiene añadiendo la capacidad resistente del hormigón bajo cargas que incrementan lentamente, a la capacidad resistente del acero longitudinal (armadura principal). La carga axial nominal y la carga axial última se determinan con las siguientes expresiones:

$$Pn = 0.85\, f'c * Ac + As * Fy \qquad \text{ec. 1.1}$$

$$Pu = \emptyset * Pn \qquad \text{ec. 1.2}$$

$$Pu = \emptyset\, (0.85 * Ac + As * Fy) \qquad \text{ec. 1.3}$$

Donde:

$\emptyset = 0.70$ para columnas con estribos.

El ACI-95 recomienda realizar una reducción del 20% de la capacidad de las columnas no zunchadas, para obtener la carga axial última máxima efectiva, debido a la presencia de excentricidades mínimas no controlables en las solicitaciones.

$$Pumáx = 0.80\,\emptyset\,(0.85\,f'c * Ac + As * Fy) \qquad \text{ec. 1.4}$$

La cuantía de armado en columnas se define tomando como referencia el área geométrica de la sección transversal, y puede ser determinada mediante la siguiente expresión:

$$\rho = \frac{A_s}{A_g} \qquad \text{ec.1.5}$$

La carga axial última puede ser reemplazada por la siguiente relación, en función de la cuantía de armado:

$$Pu = \emptyset\ (0.85\,f'c * Ac + r * Ac * Fy) \qquad \text{ec. 1.6}$$

Para zonas no sísmicas, los códigos de construcción vigentes en nuestro país (ACI y Código Ecuatoriano de la Construcción) establecen que la cuantía mínima de armado principal en columnas sea de 0.01 (1%) y la cuantía máxima de armado sea de 0.08 (8%).

Para zonas sísmicas, el Código Ecuatoriano de la Construcción establece una cuantía mínima de armado principal en columnas de 0.01 (1%) y una cuantía máxima más restrictiva de 0.06 (6%).

$$\rho_{mín} = 0.01 \qquad \text{ec. 1.7}$$

$$\rho_{máx} = 0.06 \qquad \text{ec. 1.8}$$

En zonas sísmicas el diámetro mínimo de las varillas que conforman el armado longitudinal y los estribos debe ser de 10mm o más.

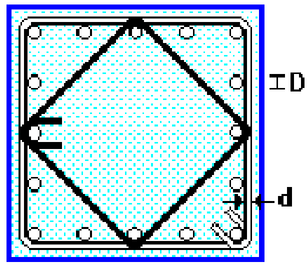


Figura 1.9 Diámetro mínimo para armadura longitudinal y de estribos en una columna.

En zonas no sísmicas la sección transversal mínima de una columna rectangular debe ser 600 cm^2, y su dimensión transversal mínima debe ser 20 cm.

En zonas sísmicas, la dimensión transversal mínima de las columnas con estribos debe ser de 30 cm.

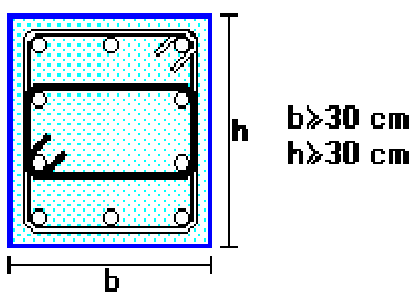


Figura 1.10 Sección transversal mínima de columnas para zonas sísmicas.

El criterio anterior (dimensión mínima de 30 cm) debería ser modificado en el Código Ecuatoriano de la Construcción (previa investigación), para el caso de viviendas unifamiliares con luces pequeñas, pues tiene un efecto limitante para la vivienda económica.

En zonas sísmicas, el esfuerzo de fluencia del acero fy no debe sobrepasar de 4200 Kg/cm^2, para cumplir con criterios de ductilidad en el hormigón armado.

A pesar de que el siguiente criterio no lo recogen los códigos de diseño, en nuestro medio en forma de sugerencia, no es conveniente utilizar en columnas, cuantías de armado superiores a 0.025 por aspectos de economía de construcción.

En columnas rectangulares el número mínimo de varillas longitudinales será de 4 (una en cada esquina), lo que permitirá el armado adecuado de los estribos con tramos paralelos a cada una de las caras.

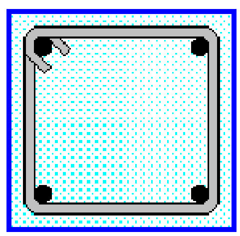


Figura 1.11 Número mínimo de varillas longitudinales en columnas rectangulares.

Extendiendo la especificación anterior, en columnas que pueden ser divididas en secciones rectangulares, deberán existir varillas longitudinales en cada esquina de los estribos necesarios para que cada cara exterior recta de la sección transversal contenga al menos un ramal de estribo, y deberán existir varillas en cada vértice de la sección de hormigón.

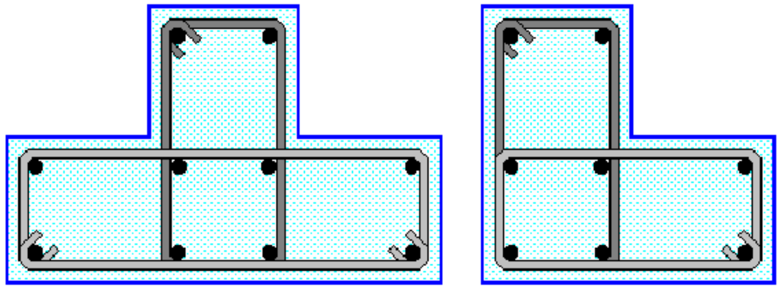


Figura 1.12 Varillas longitudinales y estribos recomendados en diferentes secciones de columnas.

Las varillas longitudinales y transversales deberán tener resaltes (corrugado) para favorecer su adherencia con el hormigón.

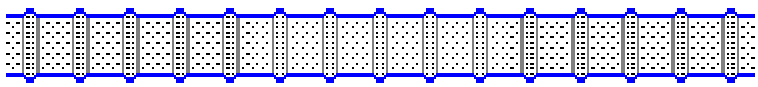


Figura 1.13 Varillas corrugada utilizada en armadura longitudinal.

Con el objeto de salvaguardar la integridad de la armadura de acero, ante el efecto corrosivo del medio ambiente, en hormigones fundidos en sitio, el ACI establece que el recubrimiento mínimo del acero longitudinal y transversal en columnas debe ser de 4cm. (el CEC asume igualmente el recubrimiento mínimo de 4cm.)

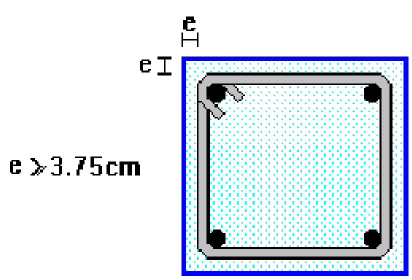


Figura 1.14 Recubrimiento mínimo de hormigones fundidos en sitio.

En columnas prefabricadas, el recubrimiento mínimo puede disminuir a 2.5 cm, debido a la mano de obra calificada que se emplea en los lugares de su fabricación, no así en situ donde se funde las columnas con muchas variaciones de acuerdo al personal.

En ambientes agresivos, como aquellos que se producen por la presencia constante de sal en el ambiente (zona costera), ácido láctico (pasteurizadoras) o materiales orgánicos en descomposición (camales, zonas de acumulación de desechos), el recubrimiento mínimo deberá ser mayor al especificado anteriormente, y será determinado de acuerdo a los niveles de aislamiento que ofrezcan los materiales presentes. Inclusive puede ser necesario el recubrimiento de las estructuras de hormigón armado mediante capas de materiales aislantes como pinturas especiales, capaz de soportar gran resistencia como endurecedores de piso, o aditivos químicos que mejoren ciertas características del hormigón.

De igual manera, si el hormigón armado puede estar sometido a altas temperaturas provocadas por incendios o por el tipo de utilización de la estructura, el recubrimiento deberá ser superior al mínimo especificado con anterioridad.

El espaciamiento mínimo entre caras externas en varillas longitudinales de columnas deberá ser el mayor de los siguientes tres valores:

a. 3.75 cm

b. 1.5 veces el diámetro de las varillas longitudinales

c. 1.5 veces el tamaño máximo del agregado grueso

Estos criterios tienen por objeto que el hormigón recubra adecuadamente a las varillas longitudinales de acero, evitándose posibles discontinuidades en la adherencia entre el acero y el hormigón debido a la presencia de hormigueros.

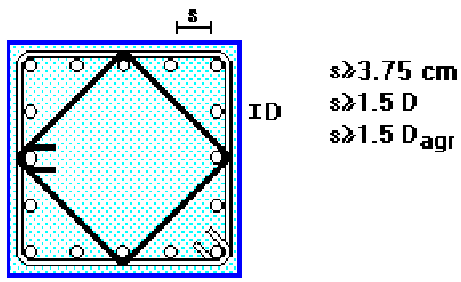


Figura 1.15 Espaciamiento mínimo de varillas longitudinales.

Las varillas longitudinales pueden ser agrupadas en paquetes compactos de 2 o 3varillas paralelas, en contacto permanente, las que, para efectos de diseño, actúan como una sola unidad de diámetro equivalente. El diámetro equivalente se calcula en función de la suma de las áreas de las varillas del paquete, y permite calcular, entre otras, la longitud de traslape y la longitud de anclaje. Deben proveerse de sujetadores de alambre u otros mecanismos adecuados para asegurar que las varillas de un paquete permanezcan juntas.

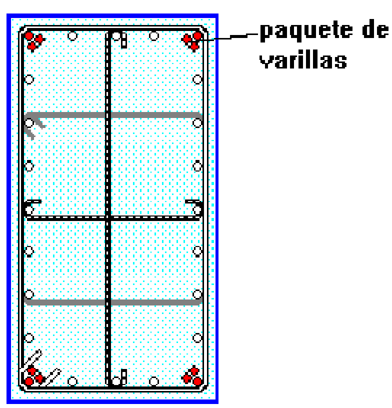


Figura 1.16 Ubicación de los paquetes de varillas.

Los paquetes de varillas deberán localizarse en una esquina de estribo. El recubrimiento mínimo de los paquetes de varillas deberá ser igual al diámetro equivalente de los paquetes, pero nunca deberá ser menor que lo requerido para una sola varilla, ni requiere ser superior a 5cm.

Cuando se dispone de paquetes de varillas, las diferentes barras que los conforman no podrán interrumpirse en el mismo sitio, debiendo existir un escalonamiento en los cortes de las distintas varillas, con una separación longitudinal mínima de 40 diámetros de la varilla.[3]

1.2.4. Resistencia a la compresión de columnas de hormigón armado con zunchos transversales.

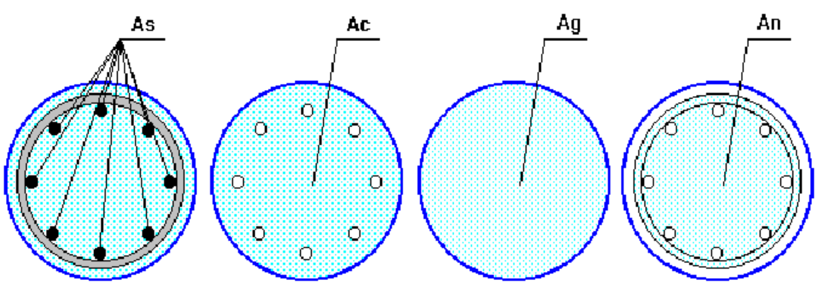


Figura 1.17 Columnas circulares armadas con zunchos.

A_s = área de acero de refuerzo longitudinal

A_c = área de hormigón descontado el refuerzo longitudinal

A_g = área geométrica de la sección

[3] Romo Proaño Marcelo, Temas de hormigón Armado, Escuela Politécnica del Ejército.

A_n = área del núcleo de hormigón medida en la cara exterior del zuncho

En columnas zunchadas el número mínimo de varillas longitudinales será de 6.El zuncho es acero transversal con forma helicoidal, que envuelve a las varillas principales de ciertas columnas circulares. No todas las columnas circulares son zunchadas, pues algunas pueden utilizar estribos circulares en lugar del zuncho, y en otras la hélice no tiene la cuantía de armado suficiente o no poseen el espaciamiento adecuado entre ramales.

El diámetro mínimo de las varillas utilizadas como zunchos, y el de las varillas longitudinales es de 10mm para zonas sísmicas.

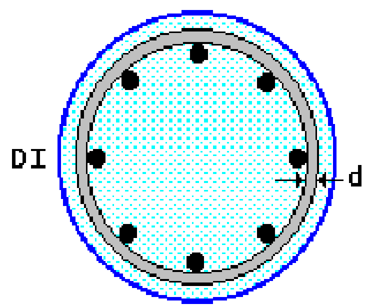


Figura 1.18 Diámetro mínimo de varillas longitudinales y utilizadas en zunchos.

Las varillas longitudinales y transversales en columnas zunchadas deben ser corrugadas.

La presencia del zuncho provoca un efecto de confinamiento del hormigón que permanece en su interior y que se conoce como núcleo, lo que mejora su ductilidad y su resistencia a la rotura por compresión triaxial. Para conseguir este efecto los códigos establecen que el espaciamiento entre ramales contiguos del zuncho (paso) debe estar comprendido entre 2.5 cm y 7.5 cm.

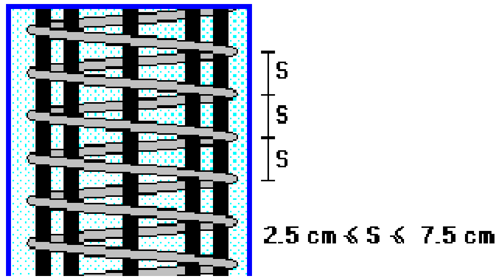


Figura 1.19 Espaciamiento entre ramales contiguos del zuncho.

Durante el proceso de cargado axial lento, en una primera fase las columnas zunchadas se comportan de modo similar a las columnas con estribos, hasta alcanzar una carga equivalente a la capacidad del hormigón más la capacidad de las varillas longitudinales.

$$P_{U,1} = \emptyset\,(0.85\, f'_c * Ac + As * Fy) \qquad \text{ec. 1.9}$$

O alternativamente

$$P_{U,1} = \emptyset\,(0.85\, f'c * Ac + \rho\, Ac * Fy) \qquad \text{ec. 1.10}$$

Donde el coeficiente de reducción de capacidad es: Ø = 0.75

En lugar de producirse el colapso de la columna, bajo este nivel de carga se produce el desprendimiento de la capa de hormigón exterior al zuncho. Simultáneamente, debido al efecto de Poisson, el zuncho entra en tracción produciéndose un efecto de compresión triaxial sobre el hormigón del núcleo, lo que permite que la columna resista cargas mayores.

La carga resistente adicional, como producto de la presencia del zuncho, ha sido cuantificada mediante estudios teóricos complementados con ensayos experimentales, y es equivalente al doble de lo que se obtendría colocando toda la armadura del zuncho en la dirección longitudinal.

La expresión que describe la capacidad última de una columna zunchada, de acuerdo al criterio anterior, es la siguiente:

$$P_{U,2} = \text{Ø}\ (0.85\, f'c\ *\ An\ +\ \rho\ *\ An\ *\ Fy\ +\ 2\,\rho\, z\ *\ An\ *\ Fy) \qquad \text{ec. 1.11}$$

Donde: Ø = 0.75

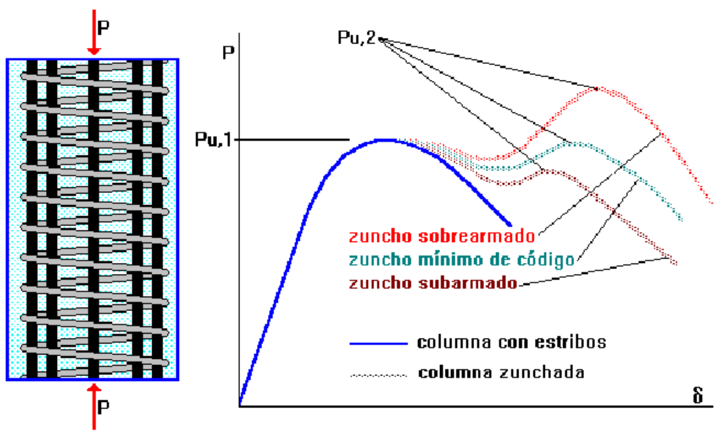


Figura 1.20 Resistencia de columnas con estribos y con zunchos.

La cuantía de armado del zuncho ρz, por facilidad, conviene calcularla en función de los volúmenes de zuncho y de hormigón del núcleo.

$$\rho z = \frac{V_z}{V_n} \qquad \text{ec. 1.12}$$

Donde:

Vz: volumen del zuncho

Vn: volumen del núcleo

Debido a que una vez desprendida la capa exterior de hormigón la columna deja de ser útil, los códigos de construcción limitan la cuantía útil de armado del zuncho a valores tales que apenas permiten que la capacidad de la columna zunchada iguale la capacidad que tiene la misma columna sin zuncho. Con esto se consigue que la columna zunchada solamente mejore en su ductilidad y no en su capacidad aprovechable, lo que es importante en zonas sísmicas.

Se puede determinar la capacidad de la columna zunchada y de la misma columna sin zuncho:

$$P_{U,1} = \text{Ø}\,(0.85\, f'c\, *\, Ac + As * Fy) \qquad \text{ec. 1.13}$$

$$P_{U,2} = \text{Ø}\,(0.85\, f'c\, *\, An + As * Fy + 2\,\rho\, z * An * Fy) \qquad \text{ec. 1.14}$$

$$\text{Ø} = 0.75$$

Igualando la capacidad de la columna zunchada a la capacidad de la columna sin zuncho se tiene:

$$\mathrm{P}_{U,1} = \mathrm{P}_{U,2}$$

$$(0.75)\,(0.85\, f'c\, *\, An + As * Fy + 2\,\text{Ø}\, z * An * Fy) = (0.75)\,(0.85\, f'c\, *\, Ac + As * Fy)$$

$$(0.75)\,(0.85)\, f'c * An + 0.75\, As * Fy + 1.50\,\text{Ø}\, z * An * Fy = (0.75)\,(0.85)\, f'c * Ac + 0.75\, As * Fy$$

$$1.50\,\rho\, z * An * Fy = 0.85\, f'c\,(0.75)\,(Ac - An)$$

$$\text{Ø}\, z * An * Fy = 0.425\, f'c\,(Ac - An)$$

$$\rho z = \frac{0.425 f'_c * (A_c - A_n)}{A_n * F_y}$$

$$\rho z = 0.425 \frac{f'_c}{F_y} * \frac{A_c - A_n}{A_n} \qquad \text{ec. 1.15}$$

$$\rho_{z,mín} = 0.425 \frac{f'_c}{F_y} * \left(\frac{A_c}{A_n} - 1\right) \qquad \text{ec. 1.16}$$

El Código Ecuatoriano de la Construcción y el ACI fijan la cuantía mínima de zuncho mediante la siguiente expresión, que es ligeramente superior a la anteriormente deducida:

$$\rho_{z,mín} = 0.450 \frac{f'_c}{F_y} * \left(\frac{A_c}{A_n} - 1\right) \qquad \text{ec. 1.17}$$

En caso de no cumplirse con este mínimo, la columna deberá diseñarse como columna circular con estribos, en cuyo caso el coeficiente de reducción de capacidad Ø tiene un valor de 0.70.

El ACI-95 recomienda realizar una reducción del 15% de la capacidad de las columnas zunchadas, para obtener la carga axial última máxima efectiva, debido a la presencia de excentricidades mínimas no controlables en las solicitaciones.

$$P_{u1,máx} = 0.85\, Ø\, (0.85 * f'_c * A_c + A_s * F_y) \qquad \text{ec. 1.18}$$

$$P_{u2,máx} = 0.85\, Ø\, (0.85\, f'c * An + \rho * An * Fy + 2\, \rho\, z * An * Fy) \qquad \text{ec. 1.19}$$

1.2.5. Pandeo en elementos sometidos a compresión axial

Pandeo es un tipo de inestabilidad transversal flexionante que presentan los elementos sometidos a solicitaciones de compresión axial.

Ante un determinado nivel de cargas axiales, los elementos flexionan transversalmente a la dirección de acción de las solicitaciones, sin requerirse la presencia de ningún agente externo especial. La trascendencia de este tipo de inestabilidad depende de las características de deformabilidad del material, de cuan esbeltos sean los elementos y del tipo de arriostramiento transversal presente.

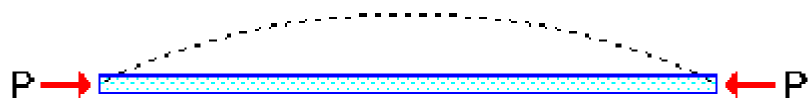


Figura 1.21 Pandeo de un elemento sometido a carga axial.

Si se toma un alambre delgado de 1 mm de diámetro y 50 cm de longitud, y se lo somete manualmente a pequeñas fuerzas de compresión axial (mucho menores que las fuerzas axiales resistentes de tracción) aplicadas en sus extremos, se puede notar claramente una tendencia natural a flejar en la dirección perpendicular a la acción de las solicitaciones externas (pandeo). Como producto de esta flexión transversal, el alambre pierde inmediatamente su capacidad resistente a la compresión, y si no se lo descarga a tiempo llega al colapso.

Si la sección transversal del elemento sometido a compresión no es simétrica con relación a su eje centroidal (no es una sección circular o anular), el pandeo se producirá por flexión alrededor del eje más débil a la flexión (usualmente el eje con menor inercia).

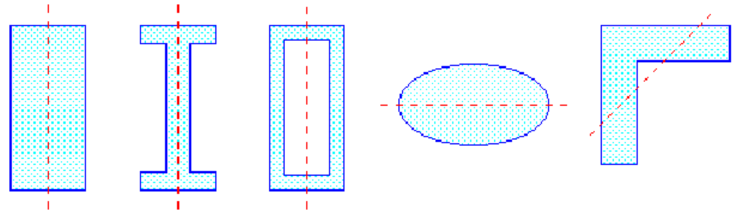


Figura 1.22 Eje de menor inercia en columnas.

Para visualizar este fenómeno se puede utilizar una regla plástica delgada, y se la somete a fuerzas de compresión en la dirección longitudinal. Se podrá observar claramente que la dirección del pandeo es la dirección débil a la flexión de la sección transversal rectangular.

1.2.6. Carga crítica de pandeo

La carga axial que da inicio a la inestabilidad por pandeo en un elemento estructural se conoce como carga crítica de pandeo del elemento o carga de Euler.

Se puede tomar como referencia a un elemento estructural ideal de eje recto, sin imperfecciones del material ni de alineación del elemento, con una longitud L, de sección constante A, e inercia I, constituido por un material lineal elástico cuyo módulo de elasticidad es E. En uno de sus extremos se coloca un apoyo fijo y en el otro, un apoyo deslizante longitudinal.

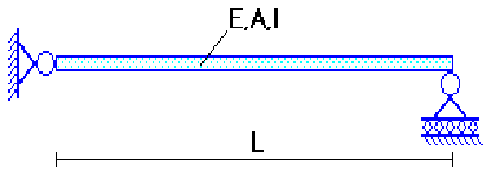


Figura. 1.23 Propiedades de un elemento estructural.

Al elemento mencionado se lo somete a una carga axial de compresión en el extremo del apoyo deslizante, y se le proporciona una elástica de deformación flexionante continua similar a la que se observa en piezas de libre rotación en sus extremos (elementos apoyados - apoyados), debido a la inestabilidad por pandeo.

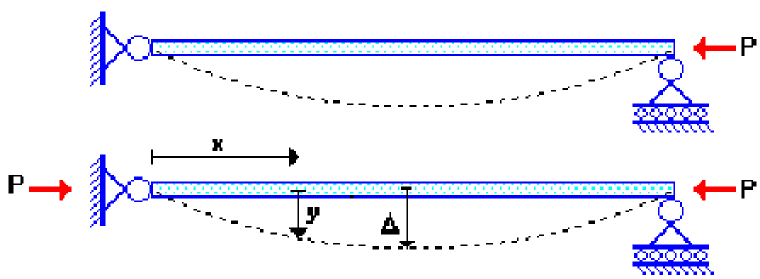


Figura 1.24 Deformación de un elemento sometido a carga axial.

El momento flector inducido por la deformación inicial, a una distancia x, determinado sobre la pieza deformada (Teoría de Segundo Orden) es:

$$M(x,y) = P \cdot y \qquad \text{ec. 1.20}$$

Las deformaciones transversales del elemento por el efecto de flexión se pueden describir mediante la Ecuación General de la Flexión, tomada de la Resistencia de Materiales:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M(x,y)}{E(x) * I(x)} \qquad \text{ec. 1.21}$$

Reemplazando la ecuación de momentos flectores en la ecuación general de flexión, y considerando la sección constante del elemento y un único material elástico, se obtiene la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{Py}{EI}$$

$$y'' + \frac{P}{EI}y = 0$$

$$y'' + c^2 * y = 0$$

Donde **C** es siempre positiva y se puede calcular con la expresión:

$$C^2 = \frac{P}{EI} \qquad \text{ec. 1.22}$$

La solución a la ecuación diferencial planteada es:

$$\mathrm{y} = \mathrm{A} * \mathrm{Sen}\ (\mathrm{C}\,\mathrm{x}) + \mathrm{B} * \mathrm{Cos}\ (\mathrm{C}\,\mathrm{x})$$

La condición de borde del extremo izquierdo impone que para x = 0, y = 0, de donde B = 0

La solución simplificada es:

$$\mathrm{y} = \mathrm{A} * \mathrm{Sen}\ (\mathrm{C}\,\mathrm{x}) \qquad \text{ec. 1.23}$$

La condición de borde del extremo derecho determina que cuando x = L, y = 0, por lo que:

$$0 = \mathrm{A} * \mathrm{Sen}\ (\mathrm{C}\ \mathrm{L})$$

$$\mathrm{C} * \mathrm{L} = \mathrm{n} * \pi$$

Despejando C:

$$C = \frac{n * \pi}{L} \qquad \text{ec. 1.24}$$

Elevando al cuadrado:

$$C^2 = \frac{n^2 * \pi^2}{L^2}$$

Donde n puede tomar cualquier valor entero mayor o igual a 1 (n = 1, 2, 3, ...).

Igualando el valor definido anteriormente para C^2 se obtiene:

$$\frac{P}{EI} = \frac{n^2 * \pi^2}{L^2}$$

Despejando P de la igualdad, se obtienen las cargas axiales específicas o cargas críticas de pandeo correspondientes a todos los modos de deformación por pandeo:

$$P_{cr} = \frac{n^2 * \pi^2 * E\,I}{L^2} \qquad \text{ec. 1.25}$$

La menor carga crítica está asociada a n = 1, y corresponde al primer modo de deformación por pandeo:

$$P_{cr1} = \frac{\pi^2 * E\,I}{L^2} \qquad \text{ec. 1.26}$$

Las cargas críticas para los restantes modos de deformación se obtienen con los otros valores que puede tomar n (n = 2, 3, 4, ...).

$$P_{cr2} = \frac{4\pi^2 * EI}{L^2} \qquad \text{ec. 1.27}$$

$$P_{cr3} = \frac{9\pi^2 * EI}{L^2} \qquad \text{ec. 1.28}$$

A continuación se presenta un gráfico que describe la geometría de las deformaciones causadas por el pandeo de acuerdo con los tres primeros modos de deformación.

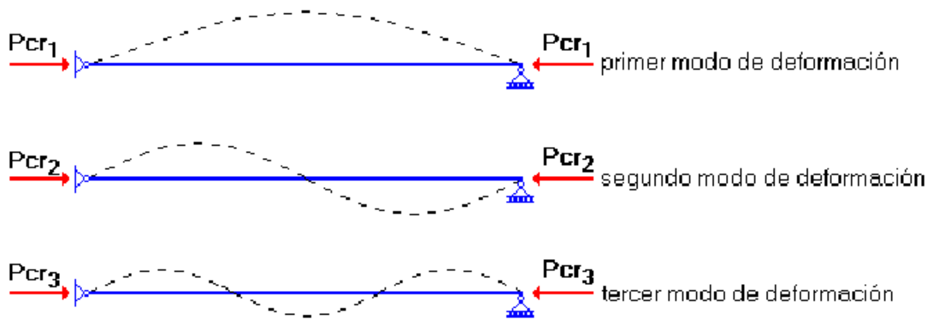


Figura 1.25 Geometría de las deformaciones causadas por pandeo.

Debe anotarse que, en el presente caso, la carga crítica de pandeo para el segundo modo de deformación es 4 veces mayor que la carga crítica de pandeo para el primer modo de deformación, y la carga crítica de pandeo para el tercer modo de deformación es 9 veces mayor que la carga crítica de pandeo para el primer modo de deformación.

Es evidente que el primer modo de deformación controlará el pandeo de las columnas.

El segundo modo de deformación tiene utilidad por su semejanza a las deformaciones producidas por estados de carga flexionante frecuentes, que afectan a las columnas, lo que podría provocar un amortiguamiento temporal del primer modo de deformación en elementos estructurales reales (no ideales). Los restantes modos de deformación tienen una utilidad estrictamente académica, por lo que no son trascendentales para la práctica ingenieril.

Para otros tipos de condiciones de borde (bordes empotrados, bordes libres, bordes elásticamente sustentados, etc.), la ecuación básica de Euler para el primer modo de deformación se ve modificada por un factor de forma de la elástica de deformación que afecta a la longitud de pandeo:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 * E\ I}{(k * L)^2} \qquad \text{ec. 1.29}$$

Donde **k** toma los siguientes valores para condiciones de borde bien definidas:

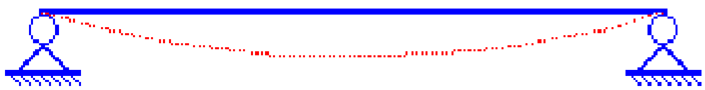


Figura 1.26 Barras apoyadas **-** apoyadas k = 1.00

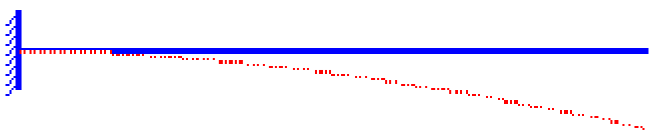


Figura 1.27 Barras empotradas en un extremo y libres en el otro k = 2.00

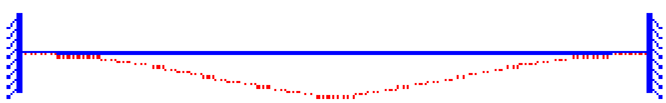


Figura 1.28 Barras empotradas en los dos extremos k = 0.50

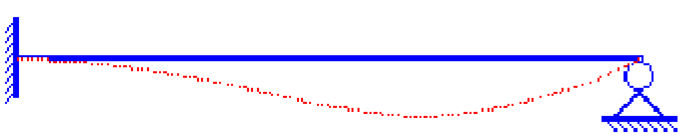


Figura 1.29 Barras empotradas en un extremo y apoyadas en el otro k = 0.70

Teóricamente, una columna perfecta sometida a una compresión axial creciente, no debería presentar ninguna señal de deformación transversal hasta que la carga axial iguale a la carga crítica de pandeo correspondiente al primer modo, momento en el cual la estructura pierde estabilidad y se pueden producir deformaciones transversales de cualquier magnitud y en cualquier dirección, sin que el elemento sea capaz de recuperar su geometría original. Este comportamiento teórico puede ser descrito mediante el siguiente gráfico.

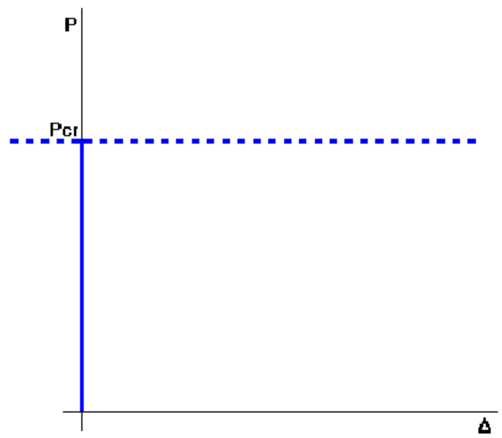


Figura 1.30 Carga crítica de pandeo en una columna.

En una columna real es imposible evitar la presencia simultánea de cargas axiales y momentos flectores, por muy pequeños que sean estos últimos.

Existen excentricidades y momentos flectores inducidos por las imperfecciones de los materiales constitutivos de los elementos estructurales; producidos además por las imperfecciones geométricas de las columnas durante el proceso constructivo; generados también por la incertidumbre acerca de la posición real de acción de las solicitaciones exteriores; y, desde luego, provocados por el tipo de solicitaciones que actúan sobre la estructura, por lo que, desde el inicio del proceso de carga, las columnas reales adquieren deformaciones transversales pequeñas que se vuelven cada vez más importantes conforme la carga axial se aproxima a la carga crítica de pandeo.

Una curva tipo que puede describir esquemáticamente la deformación transversal de una columna real, en la que existen deformaciones transversales inclusive sin la presencia de cargas axiales, es la siguiente:

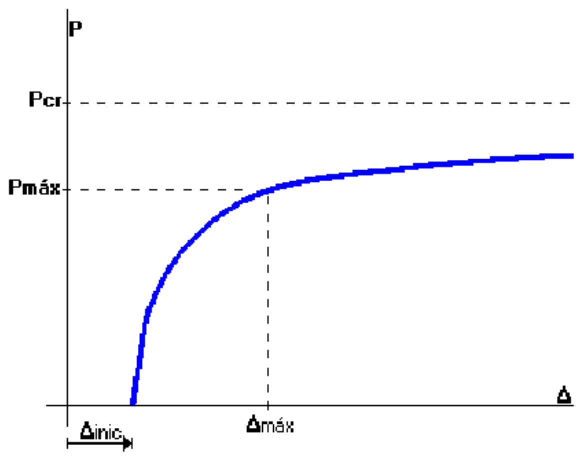


Figura 1.31 Deformación transversal de una columna

1.3. Flexocompresión

La mayor parte de los elementos estructurales sometidos a compresión también están solicitados por momentos flectores, por lo que en su diseño debe tomarse en consideración la presencia simultánea de los dos tipos de acciones.

En zonas sísmicas, como las existentes en nuestro país, el efecto flexionante usualmente domina el diseño con relación a las solicitaciones axiales por lo que, a pesar de que los momentos por cargas gravitacionales sean importantes, se suelen escoger columnas con armadura simétrica, dada la reversibilidad de los sismos.

1.3.1. Diagramas de interacción con flexo-unidireccional:

El comportamiento de secciones específicas de columnas de hormigón armado es descrito más claramente mediante gráficos denominados curvas o diagramas de interacción. Sobre el eje vertical se dibujan las cargas axiales resistentes y sobre el eje horizontal se representan los correspondientes momentos flectores resistentes, medidos con relación a un eje principal centroidal de la sección transversal de la columna.

A continuación se presenta una curva de interacción unidireccional de una columna tipo, en la que no se han incluido ni el factor Ø de reducción de capacidad (solamente se manejan cargas axiales y momentos flectores nominales), ni la reducción de carga axial última por excentricidad mínima de las cargas axiales, para que su interpretación sea más sencilla.

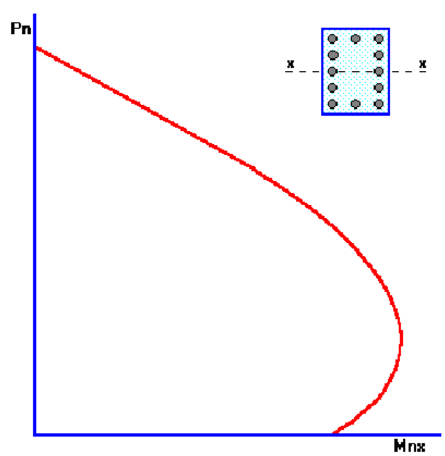


Figura 1.32 Curva de interacción unidireccional de una columna tipo.

Cualquier combinación de carga axial y de momento flector nominales, que defina un punto que caiga dentro de la curva de interacción (o sobre la curva de interacción), indicará que la sección escogida es capaz de resistir las solicitaciones propuestas. Cualquier punto que quede por fuera de la curva determinará que la sección transversal es incapaz de resistir las solicitaciones especificadas.

Existen dos aspectos adicionales que deben ser considerados para transformar las curvas de interacción nominales en curvas de interacción para diseño de columnas:

a. El factor de reducción de capacidad Ø para compresión pura en columnas rectangulares es 0.70 y para flexión pura es 0.90, lo que determina la existencia de una transición entre los dos factores para el caso combinado de flexocompresión. De cualquier modo, las solicitaciones de rotura se calcularán con las siguientes expresión es:

$$Pu = Ø * Pn \qquad \text{ec. 1.30}$$

$$Mu = Ø * Mn \qquad \text{ec. 1.31}$$

En flexocompresión de columnas con estribos, en que la dimensión del núcleo (zona entre los ejes de las capas más externas del acero longitudinal) de hormigón en la dirección de diseño represente al menos el 70% de la dimensión exterior de la columna, el Código Ecuatoriano de la Construcción y el ACI especifican que se debe mantener un factor de reducción de capacidad de 0.70 para todos los valores de carga axial que superen $0.10\ f'c * Ag$, y se puede realizar una interpolación lineal del factor desde 0.70 hasta 0.90, cuando la carga axial decrece de $0.10\ f'c * Ag$hasta llegar a cero.

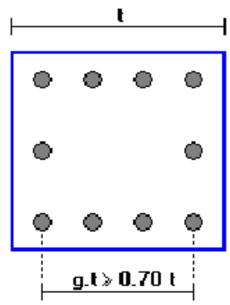


Figura 1.33 Factor de reducción de capacidad para columnas con estribos.

En flexocompresión de columnas zunchadas, la variación del factor de reducción de capacidad es similar a las columnas con estribos, pero se produce entre 0.75 y 0.90.

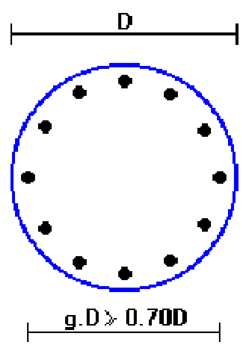


Figura 1.34 Factor de reducción de capacidad para columnas zunchadas.

Cuando la dimensión del núcleo de hormigón en columnas con estribos y columnas zunchadas es inferior al 70% de la dimensión exterior de la columna, el cambio en el coeficiente de reducción de capacidad se realizará entre la carga balanceada Pb (en lugar de $0.10\ f'c * Ag$) y cero.

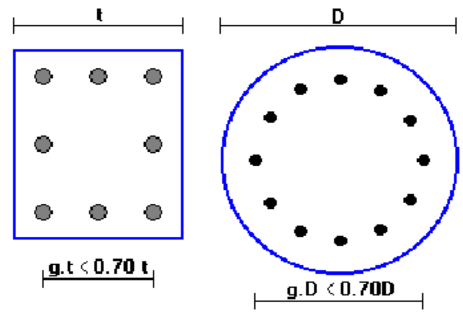


Figura 1.35 Factor de reducción de capacidad para columnas en la cual el núcleo sea inferior al 70% de la dimensión exterior de la columna.

b. El ACI-95 especifica que en columnas con estribos se debe reducir en un 20% la carga axial última máxima para cubrir el efecto de los momentos flectores causados por pequeñas excentricidades de la carga, cuya existencia no puede ser controlada por el diseñador.

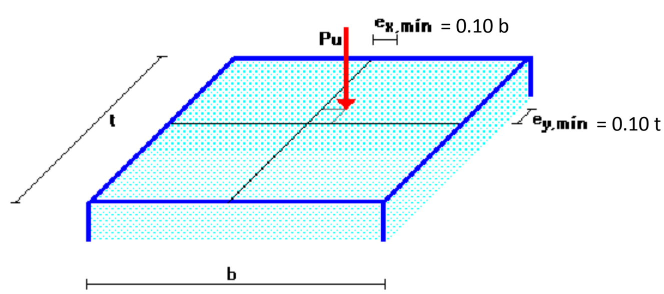


Figura 1.36 Excentricidades mínimas de carga axial en columnas con estribos.

Las versiones anteriores del código ACI, y el Código Ecuatoriano de la Construcción manejan excentricidades mínimas del 10% de la dimensión máxima de la columna con estribos, en la dirección de la excentricidad ($0.10 * b, 0.10 * t$ en el gráfico anterior).

En la actualidad el Código Ecuatoriano de la Construcción, sugiere la siguiente fórmula para encontrar la excentricidad mínima.

$$e_{mín} = 1.5cm + 0.03t \qquad \text{ec.1.32}$$

Donde

t = valor de la altura de la columna en el sentido de análisis en cm.

Así mismo, en el caso de columnas zunchadas, se debe reducir en un 15% la carga axial última máxima para cubrir el efecto de los momentos flectores causados por pequeñas excentricidades de las cargas axiales, cuya existencia no puede ser controlada por el diseñador.

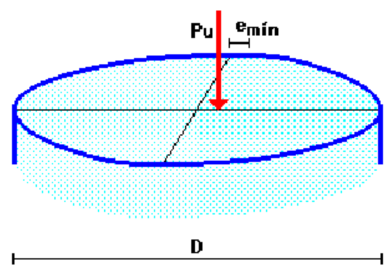


Figura 1.37 Excentricidades mínimas de carga axial en columnas zunchadas.

El Código Ecuatoriano de la Construcción y las versiones anteriores del ACI manejan excentricidades mínimas del 5% del diámetro de la columna zunchada en la dirección de la excentricidad $0.05 * D$en el gráfico anterior).

La excentricidad puede ser calculada con las siguientes expresiones:

$e = Mu / Pu$ ec. 1.33

$ex = Muy / Pu$ ec. 1.34

$ey = Mux / Pu$ ec. 1.35

Donde:

Mu: momento último

Mux: momento último alrededor del eje x

Muy: momento último alrededor del eje y

Pu: carga axial última

e: excentricidad de la carga axial con respecto al centroide de la sección

ex: excentricidad de la carga axial medida en la dirección x

ey: excentricidad de la carga axial medida en la dirección y

En la curva de interacción, estas ecuaciones pueden ser representadas mediante rectas que pasan por el origen.

1.3.2. Diagramas de interacción adimensionales para flexión unidireccional

Existe una gran variedad de curvas de interacción adimensionales que evitan la preparación de curvas de interacción específicas para cada columna, cuya utilización facilita enormemente el diseño a flexocompresión. El propio ACI ha publicado curvas que contienen algunos de los criterios detallados en el numeral anterior, dejando los restantes criterios para la aplicación por parte del diseñador.

La presentación típica de estos diagramas es la de una familia de curvas para determinados valores de: esfuerzo de rotura del hormigón $(f'c)$, esfuerzo de fluencia del acero (fy), relación entre la dimensión del núcleo de hormigón y la dimensión exterior de la columna (g), y distribución de la armadura en la sección de hormigón.

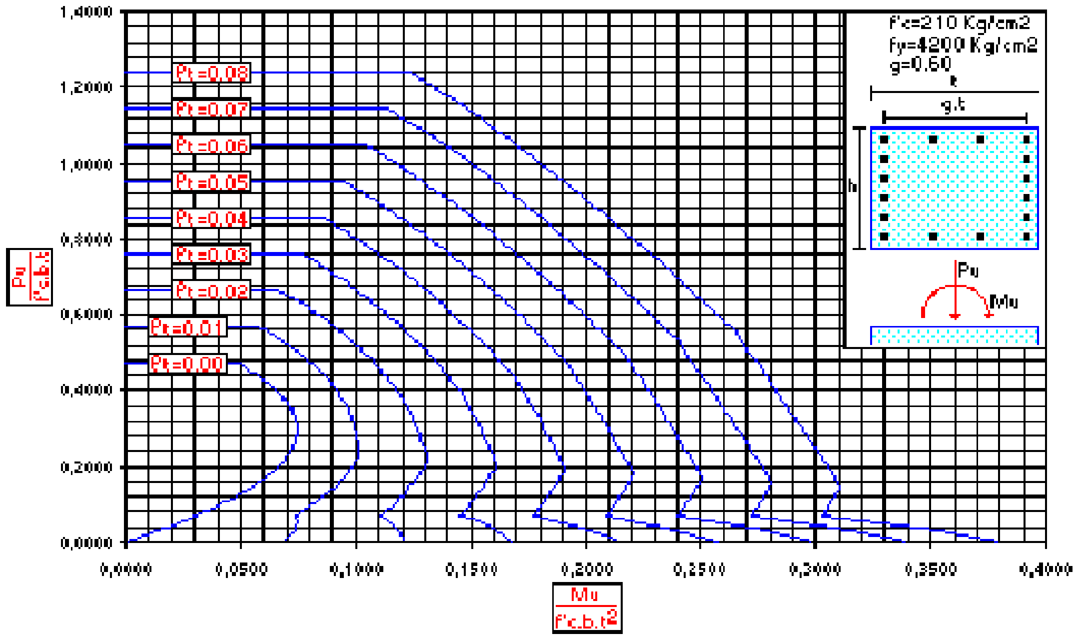


Figura 1.38 Diagramas de interacción de columnas rectangulares.

1.3.3. Utilización de los diagramas auxiliares de interacción adimensionales para columnas rectangulares con flexión unidireccional:

Para utilizar los diagramas de interacción adimensionales para columnas rectangulares, se definen en primer lugar las solicitaciones mayoradas que actúan sobre la columna (carga axial última Pu y momento flector último Mu), se especifican las dimensiones de la columna (b, t) que fueron utilizadas en el análisis estructural, y se escoge una distribución tentativa del acero de refuerzo longitudinal, respetando los recubrimientos mínimos y la separación mínima entre varillas.

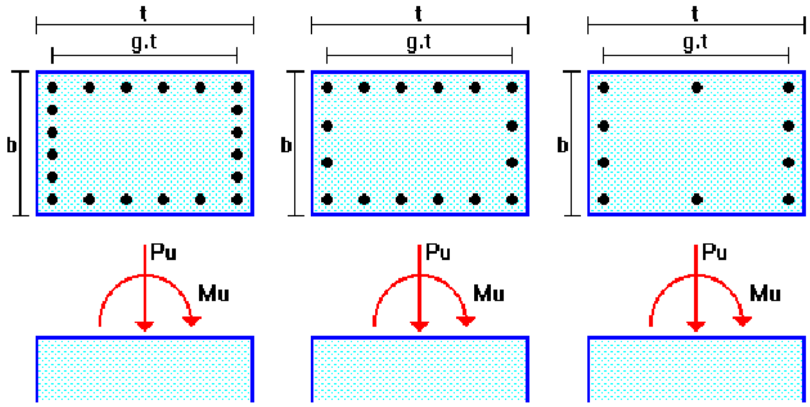


Figura 1.39 Espaciamiento de varillas en columnas.

Se define, en primer lugar, la resistencia última del hormigón ($f'c$) y el esfuerzo de fluencia del acero (fy), que en nuestro medio son usualmente 210 Kg/cm^2 y 4200 Kg/cm^2 respectivamente. Ocasionalmente se utilizan hormigones de 280 Kg/cm^2 y 350 Kg/cm^2, y aceros importados en varilla con esfuerzo de fluencia de 2800 Kg/cm^2.

Se proceden a calcular dos parámetros que definen la abscisa (x) y la ordenada (**y**) de un punto dentro del diagrama de interacción, mediante las siguientes expresiones:

$$x = \frac{M_u}{f'_c * b * t^2} \qquad \text{ec. 1.36}$$

$$y = \frac{P_u}{f'_c * b * t} \qquad \text{ec. 1.37}$$

Se escoge el diagrama adimensional que mejor se ajuste a las condiciones del diseño real, y en él se identifica el punto de abscisa y ordenada anteriormente señalados.

El punto así obtenido puede coincidir sobre una de las curvas de interacción o puede ubicarse entre dos curvas de interacción, definidas para diferentes cuantías de armado (0.00, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06).

En el primer caso se lee directamente la cuantía de armado total ρ_t de la curva de interacción de la columna adimensional, y en el segundo caso se interpola la cuantía de armado mediante apreciación visual o medición de longitudes.

La cuantía de armado así obtenida será la mínima requerida por la columna real para resistir la carga axial última y el momento flector último, siempre que se encuentre entre las cuantías mínima y máxima permitidas por los códigos que son (del 1 al 6%)

En caso de ser necesario se interpolará linealmente entre los resultados de la lectura en varios diagramas de interacción.

La cantidad de acero total de la columna se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$As = \rho_t \ .b \ .t \qquad \text{ec. 1.38}$$

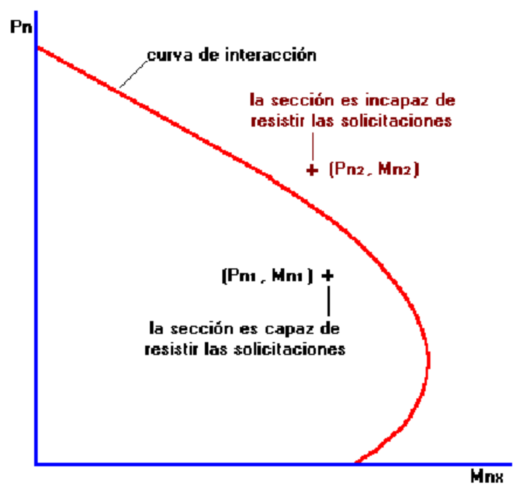


Figura 1.40 Curva de interacción de columnas con estribos.

Es importante observar que la presencia de pequeñas cargas axiales de compresión (parte inferior de la curva de interacción), teóricamente puede tener un efecto beneficioso sobre el momento flector resistente de la columna (falta aún cuantificar el efecto del factor de reducción de capacidad Ø para tener la visión completa). Este comportamiento poco usual se debe a que el hormigón, sometido a esfuerzos de tracción por la flexión, se fisura en gran medida, y la presencia de cargas axiales de compresión pequeñas permite disminuir la sección transversal fisurada y aumentar la sección efectiva de trabajo del material.

La presencia de grandes cargas axiales (parte superior de la curva de interacción), por otro lado, disminuye considerablemente la capacidad resistente a la flexión de las columnas.

Para la elaboración de las curvas de interacción nominales, para una sección dada, se utiliza el siguiente procedimiento:

a. Se definen diferentes posiciones del eje neutro.

b. Para cada posición del eje neutro se calculan las deformaciones unitarias en cada fibra de la pieza, tomando como base una deformación máxima en el hormigón **$\varepsilon u = 0.003$**

c. En función de las deformaciones en el acero y en el hormigón se determinan los diagramas de esfuerzos en el hormigón y la magnitud de los esfuerzos en el acero, y

d. Se calculan los momentos flectores centroidales y cargas axiales internos que, por equilibrio, deben ser iguales a los momentos flectores y cargas axiales externos solicitantes

1.3.4. Utilización de los diagramas auxiliares de interacción adimensionales para columnas zunchadas circulares con flexión unidireccional

De manera similar a la utilización de los diagramas de interacción para columnas rectangulares, para utilizar los diagramas de interacción adimensionales para columnas zunchadas circulares, se definen las solicitaciones mayoradas que actúan sobre la columna (carga axial última Pu y momento flector último Mu), se especifica el diámetro de la columna (D) que fue utilizado en el análisis estructural, y se escoge una distribución tentativa del acero de refuerzo longitudinal (8, 12, 16 o 20 varillas uniformemente distribuidas), respetando los recubrimientos mínimos y la separación mínima entre varillas.

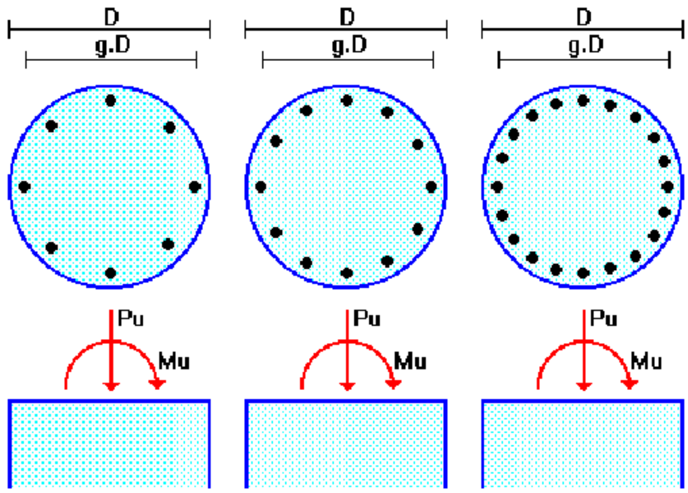


Figura 1.41 Recubrimientos mínimos y distribución de varillas.

Se define, en primer lugar, la resistencia última del hormigón $(f'c)$ y el esfuerzo de fluencia del acero (fy).

Se proceden a calcular dos parámetros que definen la abscisa y la ordenada de un punto dentro del diagrama de interacción, mediante las siguientes expresiones:

$$x = \frac{M_u}{f'_c * A_g * D} \qquad \text{ec. 1.39}$$

$$y = \frac{P_u}{f'_c * A_g} \qquad \text{ec. 1.40}$$

Donde:

$$Ag = \frac{D^2 * \pi}{4} \qquad \text{ec. 1.41}$$

Se escoge el diagrama adimensional para columnas zunchadas que mejor se ajuste a las condiciones del diseño real, y en él se identifica el punto de abscisa y ordenada anteriormente señalados. Se lee el valor de la cuantía total r $_t$. En caso de ser necesario se interpolará linealmente entre los resultados de la lectura en varios diagramas de interacción.

La cantidad de acero total de la columna se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$As = \rho_t \ .Ag \qquad \text{ec. 1.42}$$

1.3.5. Efecto del pandeo en el diseño a flexocompresión

Las columnas esbeltas tienen una capacidad resistente a flexocompresión menor que las columnas cortas, lo que debe ser tomado en consideración durante el diseño.

Tanto el Código Ecuatoriano de la Construcción como el Código ACI establecen que, para cuantificar la reducción de capacidad por pandeo en columnas, se deben mayorar los momentos flectores de diseño.

Los mencionados códigos establecen tres alternativas fundamentales para enfrentar el problema de pandeo en columnas:

a. Las columnas pueden diseñarse empleando análisis estructural de segundo orden, que implica el planteamiento de las ecuaciones de equilibrio sobre la estructura deformada, o la utilización de procesos iterativos, por lo que requiere la resolución de ecuaciones diferenciales. Este método es el más exacto pero también el más laborioso de utilizar.

b. Las columnas arriostradas contra desplazamiento transversal, o cuyas cargas no provocan desplazamientos transversales importantes (usualmente la carga permanente y la carga viva), pueden diseñarse empleando un método aproximado basado en análisis estructural de primer orden (las ecuaciones de equilibrio se plantean sobre la estructura sin deformar) y en la ecuación de Euler.

El método consiste en utilizar la carga axial de diseño Pu obtenida en el análisis estructural convencional (análisis de primer orden), y un momento flector de diseño amplificado Mc, definido por la siguiente expresión:

$$\mathrm{Mc} = \delta * \mathrm{M2} \qquad \text{ec. 1.43}$$

Donde:

Mc: momento flector amplificado, utilizado para el diseño de secciones en las que se considera el efecto del pandeo

M2: mayor momento flector último en el extremo de barra

δ: factor de mayoración de los momentos flectores por efecto del pandeo

Para calcular el factor de mayoración de momentos flectores se utiliza la siguiente expresión:

$$\delta = \frac{Cm}{1-\frac{Pu}{0.75Pcr}} \geq 1.0 \qquad \text{ec. 1.44}$$

Donde:

Cm: factor de sensibilidad al primer modo de deformación por pandeo del elemento de compresión

Pu: carga axial última de compresión que actúa sobre el elemento estructural

Pcr: carga crítica de pandeo de Euler

La carga crítica de pandeo de Euler deberá calcularse con la siguiente expresión:

$$P_{cr} = \frac{\pi^{2} * E\,I}{(k * Lu)^{2}} \qquad \text{ec. 1.45}$$

Donde:

E: módulo de elasticidad del hormigón armado con hormigón fisurado 2100000.

I: inercia de momento de la sección transversal compuesta por hormigón y acero

k: coeficiente de longitud de pandeo

Lu: longitud geométrica de pandeo del elemento

Para miembros arriostrados contra el desplazamiento lateral y sin cargas transversales entre los apoyos, Cm se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$Cm = 0.6 + 0.4\,\frac{M2}{M1} \geq 0.4 \qquad \text{ec. 1.46}$$

Donde:

M1: momento flexionante último menor de diseño en el extremo de miembros sujetos a compresión, calculado mediante un análisis elástico convencional de pórticos. Es positivo si el miembro está flexionado con curvatura simple, y negativo si está flexionado con doble curvatura.

M2: momento flexionante último mayor de diseño en el extremo de miembros sujetos a compresión, calculado por análisis elástico convencional de pórticos (en el extremo opuesto a M1). Siempre se considera positivo.

Para todos los demás casos, Cm debe tomarse como 1.0

El producto E.I se puede calcular con la siguiente expresión aproximada:

$$EI = \frac{0.2\ Ec * Ig + Es * Is}{1 - \beta d} \qquad \text{ec. 1.47}$$

O mediante la siguiente expresión simplificada:

$$EI = \frac{0.4\ Ec * Ig}{1 - \beta d} \qquad \text{ec. 1.48}$$

Dónde:

Ec: módulo de elasticidad del hormigón simple

Ig: momento de inercia de la sección geométrica de hormigón armado

Es: módulo de elasticidad del acero de refuerzo

Is: momento de inercia del acero de refuerzo

βd: razón entre la carga permanente factorada y la carga axial factorada (Pu_D / Pu_T)

El valor del momento factorado M2 no debe ser menor que la siguiente expresión:

$$M_{2,mín} = Pu\ (1.5\ cm + 0.03\ h) \qquad \text{ec. 1.49}$$

Donde:

Pu: carga axial última

h: espesor del elemento en la dirección en que se mide el momento flector

En este punto cabe mencionar que la ecuación para el cálculo del factor de mayoración del momento flector (δ) proporciona valores comprendidos entre uno e infinito. Mientras más cercano sea el valor de Pu al de 0.75 Pcr, el factor de mayoración es mucho más alto.

El pandeo, en columnas reales (en contraposición de las columnas ideales), no se produce repentinamente al alcanzarse la carga crítica de pandeo, sino que se manifiesta progresivamente desde los niveles bajos de carga axial, y se vuelve cada vez más importante conforme la carga axial se aproxima a la carga crítica de pandeo.

A continuación se presenta un gráfico con la variación del factor de mayoración de momentos δ, conforme lo proponen los códigos de diseño vigentes, para diferentes valores de Pu / (0.75 Pcr), y para distintos valores de Cm.

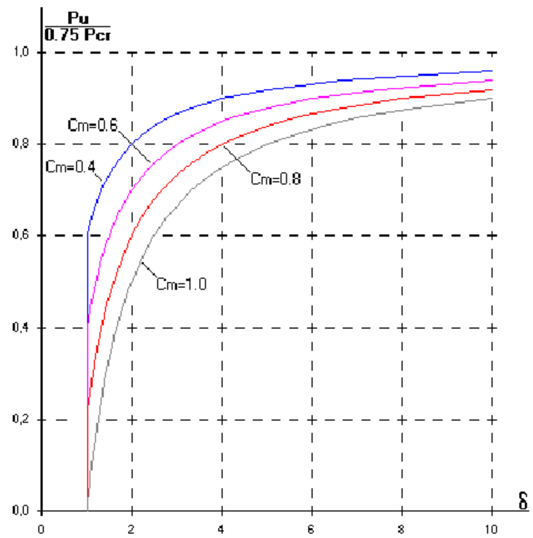


Figura 1.42 Variación del factor de mayoración de momentos δ.

Vale la pena mencionar que la ecuación definida por los códigos de diseño para Cm, en el caso de columnas sin desplazamiento transversal de los nudos extremos, trata de corregir la manera muy simple de modelar el efecto del pandeo en columnas, tomando en consideración la influencia de la elástica de deformación provocada por los momentos flectores de primer orden sobre la geometría de la elástica de deformación de pandeo. El valor natural de Cm es 1.

El criterio básico utilizado para definir el valor de Cm es que los códigos de diseño consideran que los momentos flectores constituyen el factor más importante para definir el comportamiento de las columnas ante el pandeo, por lo que la geometría de pandeo, en sus inicios, sería muy similar a la elástica de deformación provocada por la flexión de primer orden, aunque en los estadios finales siempre será semejante al primer modo de deformación de pandeo.

En el gráfico siguiente se presentan las elásticas de deformación iniciales de columnas de eje recto, provocadas por las cuatro posibles combinaciones de dirección de los momentos en los extremos de barra que son contempladas en los códigos, para el caso de que las columnas no puedan tener desplazamientos transversales relativos entre los extremos de barra (éste es el único caso en que los códigos admiten que el valor de Cm puede ser diferente de 1).

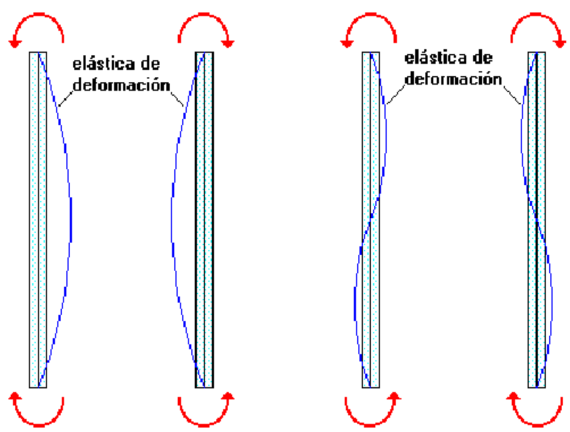


Figura 1.43 Elásticas de deformación iniciales de columnas de eje recto.

Las dos primeras combinaciones de momentos extremos de barra, en el gráfico anterior, generan elásticas de deformación muy similares al primer modo de deformación por pandeo. Es evidente que, en estos dos primeros casos, el comportamiento de las columnas ante el pandeo debería estar definido casi directamente por la ecuación básica de Euler para ese primer modo de deformación.

$$Pcr_1 = \frac{\pi^2 * E * I}{(k * L)^2}$$

Cm en estos casos debería tener un valor de 1 o muy cercano a 1, como en efecto ocurre al emplear los criterios de los códigos.

Las dos últimas combinaciones de momentos extremos de barra, en el gráfico anterior, generan elásticas de deformación muy similares al segundo modo de deformación por pandeo.

En estos dos casos se esperaría que el comportamiento de las columnas ante el pandeo esté dominado por la ecuación de Euler para el segundo modo de deformación, al menos en sus primeras fases.

$$Pcr_2 = \frac{4\pi^2 * E * I}{(k * L)^2}$$

Dado que la carga crítica de pandeo para el segundo modo de deformación es 4 veces mayor a la carga crítica de pandeo para el primer modo de deformación, los dos últimos modelos de columnas podrían ser hasta 4 veces menos sensibles al efecto del pandeo, en sus inicios, lo que significa que Cm podría teóricamente variar entre 0.25 y 1. Los códigos han tomado una variación más conservadora de Cm entre 0.40 y 1.00, lo que resulta razonable.

c. Las columnas no arriostradas contra desplazamiento transversal, pueden diseñarse empleando un segundo método aproximado, también basado en análisis estructural de primer orden y la ecuación de Euler.

El método consiste en amplificar los momentos flectores extremos de barra mediante las siguientes expresiones:

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s * M_{1s}$$ ec. 1.50

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s * M_{2s}$$ ec. 1.51

Donde:

M_1ns: momento factorado del extremo 1 de barra, provocado por las cargas que no causan desplazamientos transversales apreciables (permanente, viva)

M_2ns: momento factorado del extremo 2 de barra, provocado por las cargas que no causan desplazamientos transversales apreciables (permanente, viva)

M_1s: momento factorado del extremo 1 de barra, provocado por las cargas que causan desplazamientos transversales apreciables (sismo, viento)

M_2s: momento factorado del extremo 2 de barra, provocado por las cargas que causan desplazamientos transversales apreciables (sismo, viento)

δs: factor de amplificación de momentos en columnas no arriostradas

Los momentos flectores amplificados pueden calcularse con teoría de segundo orden, o mediante las siguientes expresiones:

$$Pcr_1 = \frac{\pi^2 * E * I}{(k * L)^2}$$

$$\delta_s = \frac{1}{1-Q} \geq Ms$$ ec. 1.52

$$Q = \frac{\Sigma(Pu * \Delta o)}{Vu * Lc}$$ ec. 1.53

Donde:

Pu: carga axial factorada

Δo: desplazamiento transversal entre extremos de columnas debido a la fuerza cortante Vu

Vu: cortante transversal factorado

Lc: longitud de la columna medida de centro a centro de nudo

También se deberá calcular la amplificación de momentos flectores por desplazamiento del piso completo mediante la siguiente expresión:

$$\delta s * Ms = \frac{Ms}{1 - \frac{\Sigma Pu}{0.75 \Sigma Pcr}} \geq Ms \qquad \text{ec. } 1.54$$

En principio, se deberá escoger el mayor de los dos valores calculados de δs Ms, sin embargo, cuando el valor de δs obtenido con la primera fórmula supere 1.5, deberá utilizarse la amplificación de momento definida en la última fórmula.

Las columnas reales rara vez son articuladas o empotradas. Normalmente están elásticamente sustentadas en otros elementos estructurales, por lo que la constante de longitud de pandeo k depende fundamentalmente de la capacidad de desplazamiento transversal de los extremos de la columna y de cuan rígidas a la rotación sean las columnas con respecto a los demás elementos que concurren a los nudos.

Existen nomogramas que permiten determinar directamente la constante de longitud de pandeo k para columnas en pórticos arriostrados transversalmente (con nudos sin capacidad de desplazamiento transversal como las columnas de los subsuelos de los edificios cuando existen muros de contención perimetrales integrados a los pórticos), y columnas en pórticos no arriostrados transversalmente (como las columnas que sobresalen del nivel del suelo).

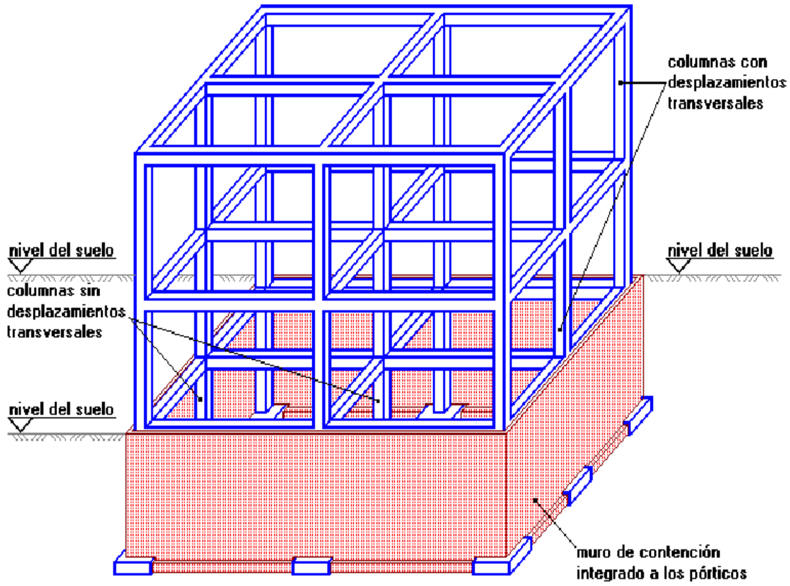


Figura 1.44 Representación de columnas con y sin desplazamiento transversal.

Se presentan a continuación los Nomogramas de Jackson y Morland, los que son recomendados por el ACI. Para su utilización se debe escoger entre los gráficos para pórticos arriostrados (sin desplazamientos transversales) y pórticos no arriostrados (con desplazamientos transversales); se calculan las constantes $\Psi_\mathbf{A}$ y $\Psi_\mathbf{B}$ para los dos extremos de la columna analizada; se señalan los valores $\Psi_\mathbf{A}$ y $\Psi_\mathbf{B}$ en la escalas izquierda y derecha del nomograma apropiado; se traza una línea recta desde la escala izquierda (escala de $\Psi_\mathbf{A}$), hacia la escala derecha (escala de $\Psi_\mathbf{B}$), y en el punto de intersección de la recta con la escala intermedia (escala de **k**), se lee el valor de la constante de longitud de pandeo.

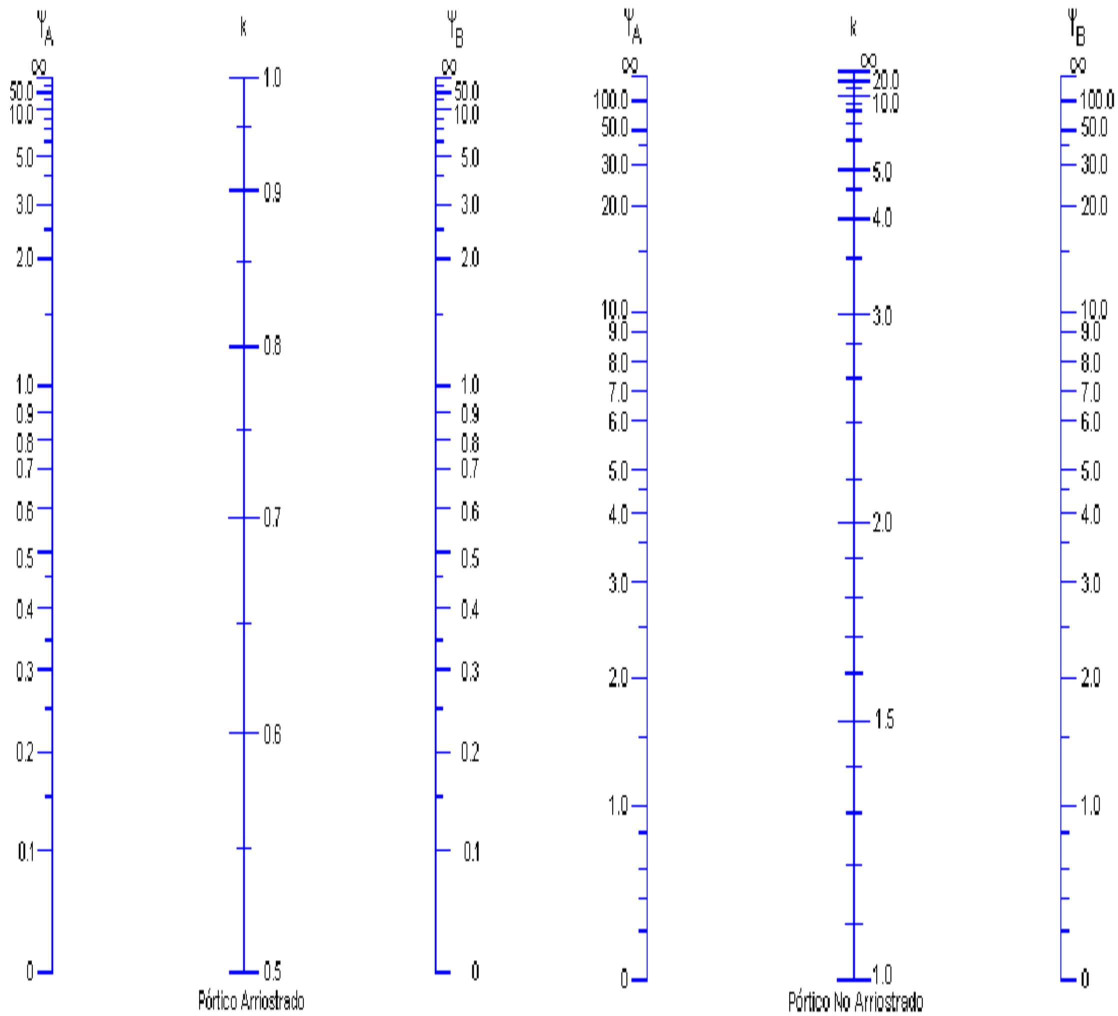


Figura 1.45 Nomogramas de Jackson y Morland, recomendados por el ACI.

1.4. Efectos de Esbeltez

Un aspecto muy importante que debe ser tomado en cuenta en elementos sometidos a flexocompresión es la Esbeltez. Se dice que una columna es esbelta cuando su sección es pequeña en comparación con su longitud, la esbeltez está expresada en términos de la longitud del elemento l y el radio de giro r. Una columna esbelta experimentará una reducción considerable de su capacidad de carga axial, comparada con una columna de igual sección pero de menor longitud. Esta reducción de la capacidad de carga en columnas esbeltas debe ser tomada en cuenta durante el diseño, de manera que el diseñador tome las medidas necesarias para enfrentar el problema de pandeo.

Para esto los códigos recomiendan dos posibilidades de análisis:

1. Las columnas pueden diseñarse mediante un análisis estructural de segundo orden, el mismo que toma en cuenta el efecto de las deflexiones, lo que implica el planeamiento de las ecuaciones de equilibrio sobre la estructura deformada, es el método más exacto pero al mismo tiempo es más laborioso.

2. La segunda posibilidad es diseñar las columnas con el método de Amplificación de Momentos, que es un método aproximado basado en el análisis estructural de primer orden, es decir se plantea el análisis sobre la estructura sin deformar, tomando como base la ecuación de Euler, dentro de este método se analizan

- Columnas arriostradas contra el desplazamiento lateral y
- Columnas no arriostradas contra el desplazamiento lateral

Para el caso de columnas arriostradas contra el desplazamiento vertical tenemos los siguientes factores que intervienen en el diseño: Carga última y Momento último, para utilizar el método de amplificación de momentos se utiliza la siguiente nomenclatura:

$$\delta Mu = Mc$$

$$Mc = \delta M_2$$

$$Mc = \delta_b M_{2b} + \delta_s M_{2s}$$

En donde las variables que aún no han sido definidas son:

Mu: Momento último

Mc: Momento flector amplificado, este será utilizado para el diseño de los elementos en los que se considere el efecto de esbeltez.

M_2: Mayor de los momentos sea en cabeza o pie de columna.

δ : Factor de mayoración de momentos de momentos por efecto de esbeltez

M_1: Menor de los momentos sea en cabeza o pie de columna

$M_{1b} + M_{2b}$: Momentos flectores últimos por cargas que no producen desplazamiento transversal (Cargas verticales).

$M_{1s} + M_{2s}$: Momentos flectores de los extremos de la columna, por cargas que producen desplazamiento transversal apreciable (sismo, viento, etc).

Como se mencionó anteriormente, la esbeltez viene definida por la siguiente expresión:

$$\frac{KLu}{r} \qquad \text{ec. 1.55}$$

En donde:

K: Factor de longitud efecitva

Lu: Longitud libre de pandeo

r: Radio de giro, para columnas cuadradas o rectangulares r = 0.30h, y para columnas circulares r = 0.25D. $\left(r = \sqrt{\frac{I}{A}}\right)$.

KLu: Este término representa la longitud efectiva de pandeo.

Para las columnas que forman parte de un marco estructural, las restricciones de los extremos varían entre las condiciones de articulación y de empotramiento, por lo que el valor de K que se define para las dos características:

- Para elementos arriostrados contra desplazamientos transversales, el máximo valor de K será 1.
- Para elementos no arriostrados contra desplazamientos transversales, el valor de K se calcula considerando efectos de fisuración, presencia de armadura, rigideces reales de los extremos y siempre será mayor a 1.

La longitud libre de pandeo debe tomarse como la distancia libre entre losas de pisos, vigas u otros elementos capaces de proporcionar apoyo lateral para el elemento sujeto a compresión. Cuando existan cartelas o capiteles en las columnas, la longitud libre se calculará a partir de la parte inferior de dicho elemento. La longitud libre se define para cada dirección de análisis, pudiendo ser diferentes en la práctica.

La esbeltez influye seriamente en la estabilidad del elemento y del sistema estructural, dependiendo del grado de arriostramiento de la estructura, por lo que se analizarán dos casos:

Caso 1

En caso de columnas de sistemas arriostrados puede despreciarse el efecto de esbeltez cuando:

$$\frac{KLu}{r} > 34 - 12\frac{M_2}{M_1} \qquad \text{ec } 1.56$$

Caso 2

En caso de columnas de sistemas no arriostrados puede despreciarse el efecto de esbeltez cuando:

$\frac{KLu}{r} < 22$ ec 1.57

Evidentemente, si no cumplen las expresiones presentadas en los casos 1 y 2, existe problema de esbeltez, por lo que se deberá amplificar o magnificar los momentos para posteriormente realizar el diseño final de las columnas.

$M_c = \delta_b M_{2b} + \delta_s M_{2s}$ ec. 1.58

$\delta_b = \frac{cm}{1 - \frac{P_u}{0.75 P_{cr}}} > 1$ ec. 1.59

En donde:

$cm =$ Factor de sensibilidad al primer modo de pandeo del elemento de compresión.

$Pu =$ Carga axial última de compresión que actúa sobre el elemento estructural.

$P_{CR} =$ Carga crítica de pandeo

$P_{CR} = \frac{\pi^2 EI}{(KLu)^2}$ ec. 1.60

Para estructuras arriostradas:

$$cm = 0.6 + 0.4\frac{M_1}{M_2} > 0.4 \qquad \text{ec. 1.61}$$

Para todos los demás casos cm se tomará igual a 1. En este caso M_1 es el momento flexionante último, positivo si está con simple curvatura, negativo si presenta doble curvatura. M_2 es el mayor momento flexionante último, siempre positivo.

El ACI a fin de trabajar con hormigón fisurado establece los siguientes valores:

$EI = \frac{0.8\ Ec*Ig}{1+\beta d}$ Para columnas

Para $\beta d = 0.40$ adicionalmente se debe considerar una excentricidad mínima para asegurar la existencia de $M_{min.}$

$$e_{min} = 1.5cm + 0.03h$$

Es importante destacar que rara vez las columnas son articuladas o empotradas, normalmente están elásticamente sustentadas en otros elementos estructurales, por lo que K depende fundamentalmente de la capacidad de desplazamiento transversal de la columna y de cuan rígidas a rotación sean las columnas con respecto a los demás elementos que concurren al nudo.

Pórticos Arriostrados

K Menor valor $\begin{cases} 0.7 + 0.05\ (\psi_A + \psi_B) < 1 \\ 0.85 + 0.05\psi_{MIN} < 1 \end{cases}$

ψ_{MIN}: Menor valor entre ψ_A y ψ_B

Pórticos No Arriostrados

$\psi_m \geq 2 \qquad K = 0.9\sqrt{1+\psi_m}$ ec. 1.62

$\psi_m < 2 \qquad K = \frac{20-\psi_m}{20}\sqrt{1+\psi_m}$ ec. 1.63

$$\psi_m = \frac{\psi_A + \psi_B}{2}$$

$\psi_m = \frac{\Sigma(E_{col} * I_{col})/L_{col}}{\Sigma(E_{vig} * I_{vig})/L_{vig}} = \frac{\Sigma k_{col}}{\Sigma k_{vig}}$ Que concurren al nudo ec. 1.64

Se debe tomar en cuenta que L_{col} y L_{vig} son las dimensiones entre ejes. Existen nomogramas que permitan determinar directamente al calor K para columnas en pórticos arriostrados y no arriostrados, como por el ejemplo los nomogramas de Jackson y Morland, (fig. 1.45), que son recomendados por el ACI.

Por otra parte, el factor de amplificación de momentos en columnas arriostradas se calcula de la siguiente manera:

$$\delta_s = \frac{1}{1-Q}$$

En donde:

δ_s: Factor de amplificación de momentos en columnas no arriostradas.

$$Q = \frac{\Sigma(Pu * \Delta o)}{Vu * Lc}$$

Pu: Carga axial factorada

Δo: Desplazamiento transversal entre extremos de columnas debido a la fuerza cortante Vu.

Vu: Cortante transversal facturado.

Lc: Longitud de la columna medida de centro a centro de nudo.

Se utiliza además la siguiente expresión para determinar la amplificación de momentos flectores por desplazamiento del piso completo:

$$\delta_s = \frac{1}{1-\frac{\Sigma P_u}{0.75\ \Sigma P_{cr}}} \qquad \text{ec. 1.65}$$

CAPÍTULO II

ANÁLISIS DE FÓRMULAS DEL CÓDIGO ACI

2.1. Mecánica de la flexocompresión en columnas rectangulares

Las columnas sujetas a carga axial y momento o la equivalente carga excéntrica, se calcula su resistencia fundándose en la siguiente hipótesis.

En consecuencia, los diagramas de esfuerzos, deformaciones y la cuña rectangular equivalente, son los que se ilustran en la figura 2.1, para una sección rectangular.

La profundidad de la cuña de compresión es: $a = \beta_1 C$

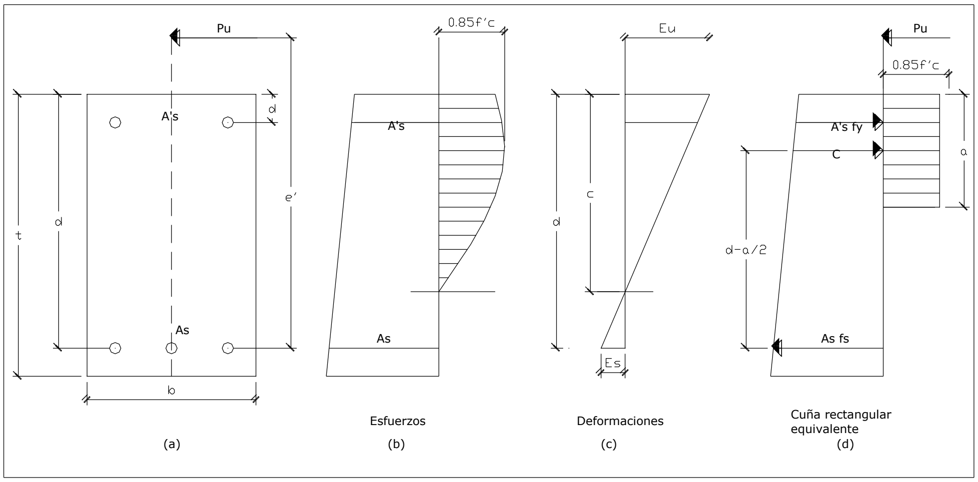


Figura 2.1 Esfuerzos y deformaciones en una columna con carga excéntrica.

En la figura 2.1-d, se presenta el acero de compresión y de tracción, debido a que en la cara principal donde actúa la carga y en la otra cara el acero se encuentra trabajando a tracción debido a la excentricidad de la carga.

En la figura 2.1, se presenta las condiciones de falla de una columna con carga excéntrica; en tal situación, el acero de compresión generalmente fluye cuando el concreto alcanza su deformación de aplastamiento $\varepsilon_u = 0.003$. El valor mínimo de la profundidad del eje neutro (c) para que el acero de compresión fluya una vez que el concreto ha alcanzado la deformación de aplastamiento.

Se obtiene partiendo de la figura (2.1-c).

$$\frac{c}{d'} = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u - \varepsilon_s}$$

Donde: $\varepsilon_s = \varepsilon_y = \frac{fy}{E_s}$

Y como,

E_s : Módulo de elasticidad del acero = 2100000 kg/cm^2, la expresión de la profundidad del eje neutro resulta:

$$c = \frac{\varepsilon_u * d'}{\varepsilon_u - \varepsilon_s} \qquad c = \frac{0.003 * d'}{0.003 - \varepsilon_y}$$

$$c = \frac{0.003 * d'}{0.003 - \frac{fy}{E_s}} \qquad c = \frac{0.003 * d'}{0.003 - \frac{fy}{2100000}}$$

$$c = \frac{0.003 * d'}{\frac{6300 - fy}{2100000}} \qquad c = \frac{6300 * d'}{fy - 6300}$$

$$c = \frac{6300 * d'}{6300 - fy} \qquad \text{ec. 2.1}$$

El estudio de secciones rectangulares considera sólo el caso de que el refuerzo esté colocado en dos caras y aproximadamente a la misma distancia del eje de flexión.

Las ecuaciones de resistencia fundamentales para secciones rectangulares se deducen de las condiciones de equilibrio de la estática:

La primera condición de equilibrio de las fuerzas sobre un eje paralelo al eje de la columna, tomando en cuenta el factor de seguridad, puede escribirse como: (figura 2.1-d)

$$c = f'_c * a * b$$

$$\Sigma_F = 0$$

$$P_u + A_s * f_s = \emptyset\left(C + A'_s * f_y\right)$$

$$P_u = \emptyset\left(0.85 * f'_c * a * b + A'_s * f_y - A_s * f_s\right) \qquad \text{ec. 2.2}$$

$$0.85 * f'_c * a * b = \frac{P_u}{\emptyset} + A_s * f_s - A'_s * f_y$$

$$a = \frac{\frac{P_u}{\emptyset} + A_s * f_s - A'_s * f_y}{0.85\ f'_c * b} \qquad \text{ec. 2.2´}$$

La segunda condición de equilibrio se logra tomando momentos con respecto al acero en tracción (figura 2.1-d):

$$\Sigma_M = 0$$

$$P_u * e = \emptyset\left(0.85 * f'_c * b * a * \left(d - \frac{a}{2}\right) + A'_s * f_y * (d - d')\right) \qquad \text{ec. 2.3}$$

Se debe tener presente que en las dos ecuaciones (2.2) y (2.3) se ha supuesto que el acero en compresión fluye en la falla de la columna; esta condición se comprueba calculando la profundidad del eje neutro, la cual tiene que ser mayor que el valor obtenido por la fórmula (2.1).

Las ecuaciones (2.2) y (2.3) sólo se aplican en el caso de que la cuña de compresión (a) no sea mayor que t, pues se ha supuesto que el refuerzo en una cara trabaja en tracción. Para excentricidades muy pequeñas de la carga, la totalidad de la sección trabajará en compresión y la profundidad del eje neutro (c) , será mayor que el peralte total (t), (figura 2.2).

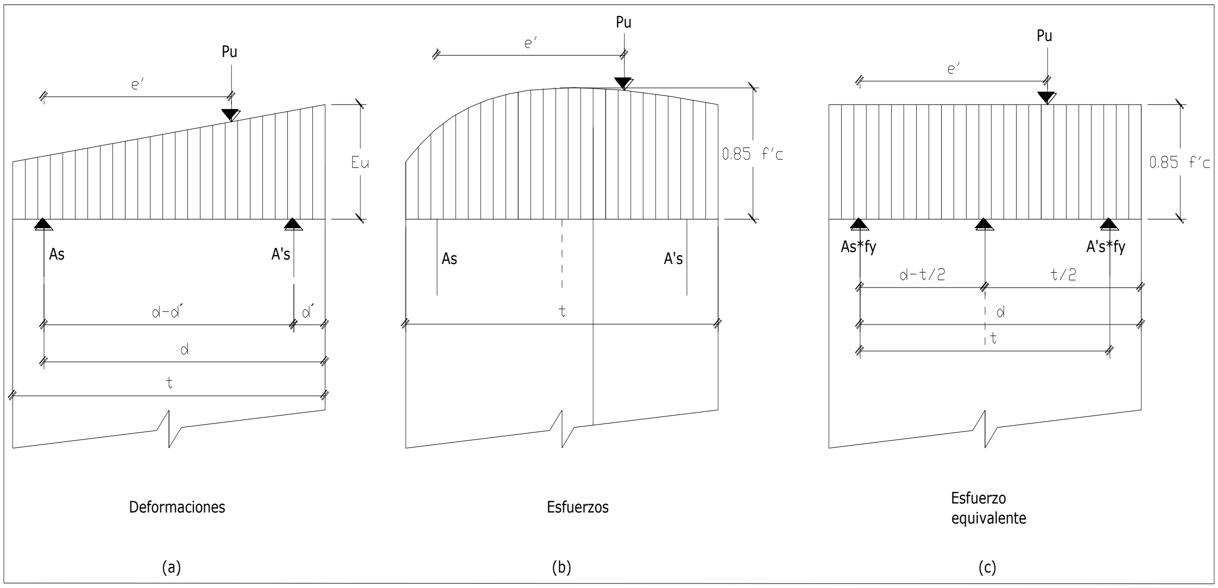


Figura 2.2 Esfuerzos y deformaciones en una columna con pequeñas excentricidades.

En ese caso, la ecuación 2.2, se modifica ligeramente:

$$P_u = \emptyset(0.85 * f'_c * a * b + A'_s * f_y + A_s * f_s) \qquad \text{ec. 2.4}$$

Y la ecuación 2.3, solo sufre la sustitución de a por t:

$$P_u * e = \emptyset\left(0.85 * f'_c * b * t * \left(d - \frac{t}{2}\right) + A'_s * f_y * (d - d')\right) \qquad \text{ec. 2.5}$$

2.2. Centroide plástico

Se define el centroide plástico como el punto de aplicación de la resultante de las siguientes fuerzas: la del hormigón, cuando éste se considera con esfuerzos uniformes a través de toda la sección transversal e igual a $0.85f'_c$ y las correspondientes al esfuerzo uniforme de compresión, igual a f_y (figura 2.3).

La abscisa del centroide plástico con respecto al refuerzo A_s, se obtiene tomando momentos de las fuerzas:

$$R = C + A'_s * f_y + A_s * f_y$$

$$C = 0.85 * f'_c * b * t$$

$$\Sigma_M = 0$$

$$R * d'' = C * \left(\frac{d-d'}{2}\right) + A'_s * f_y * (d - d')$$

$$d'' = \frac{C*\left(\frac{d-d'}{2}\right)+A'_s*f_y*(d-d')}{R}$$

Sustituyendo valores:

$$d'' = \frac{0.85*f'_c*\left(\frac{d-d'}{2}\right)+A'_s*f_y*(d-d')}{0.85*f'_c*b*t+A'_s*f_y+A_s*f_y} \qquad \text{ec. 2.6}$$

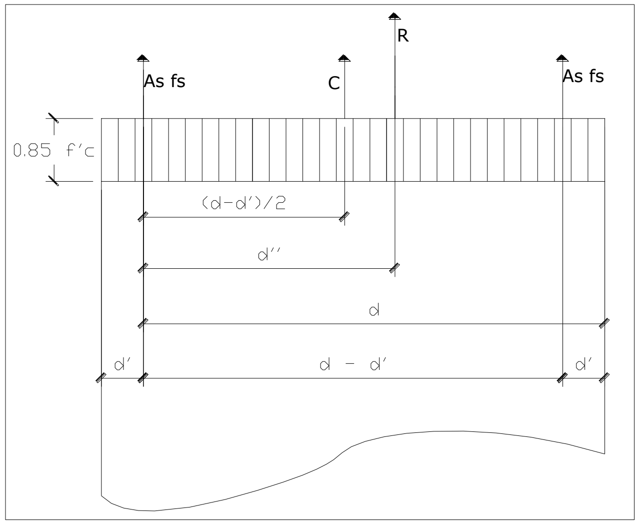


Figura 2.3 Posición del centroide plástico.

Es evidente que para secciones con armadura simétrica, el centroide plástico coincide con el centro de figura de la sección transversal.

2.3. La columna balanceada

Una columna está trabajando balanceada cuando, en la falla, el refuerzo de tracción alcanza su fatiga de fluencia al mismo tiempo que el concreto sufre deformación máxima, supuesta igual a 0.003.

En general, para excentricidades muy grandes de la carga, una columna fallará por fluencia del refuerzo de tracción, seguida de la ruptura del concreto como un efecto secundario, es decir que falla en tracción.

Por el contrario, si la excentricidad de la carga es muy pequeña, la falla se iniciará por aplastamiento del concreto, es decir que falla a compresión.

Debe advertirse sin embargo, que si la columna está sobreesforzada bajo el punto de vista de la flexión, no podrá tener falla en tracción por grande que sea la excentricidad, pues en el límite, cuando la carga axial sea prácticamente nula y la excentricidad casi infinita, la columna estará sujeta solo a momento flexionante y aún en ese caso, fallaría en compresión como acontece con todas las vigas sobreesforzadas.

Para una sección transversal fija y fatigas de los materiales dadas, debe existir una excentricidad e_b para la cual, la falla se presente con la fluencia del refuerzo de tracción y el aplastamiento simultáneo del concreto. A dicha condición se le denomina falla balanceada.

La excentricidad balanceada e_b se mide a partir del centroide plástico de la sección, fig. (2.1-c).

$$\frac{c}{d} = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_s}$$

Pero en la condición balanceada:

$$C = C_b;\ \varepsilon_s = \varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s}$$

Y como:

E_s = 2100000 kg/cm^2, la expresión de la profundidad del eje neutro queda de la siguiente manera:

$$c = \frac{\varepsilon_u * d}{\varepsilon_u + \varepsilon_s} \qquad c = \frac{0.003 * d}{0.003 + \varepsilon_y}$$

$$c = \frac{0.003 * d}{0.003 + \frac{fy}{E_s}} \qquad c = \frac{0.003 * d}{0.003 + \frac{fy}{2100000}}$$

$$c = \frac{0.003 * d}{\frac{6300 + fy}{2100000}} \qquad c = \frac{6300 * d}{fy + 6300}$$

$$C_b = \frac{\varepsilon_u * d}{\varepsilon_y + \varepsilon_u} = \frac{6300 * d}{fy + 6300} \qquad \text{ec. 2.7}$$

Además: $a_b = \beta 1 * C_b$

El valor sustituido en la ecuación (2.2), permite el cálculo de la carga balanceada.

$$P_b = \emptyset \left[0.85 * \beta 1 * f'_c * b * d * \left(\frac{6300}{f_y + 6300}\right) + A'_s * f_y - A_s * f_s\right] \qquad \text{ec. 2.8}$$

Para armadura simétrica, As = A´s la expresión queda:

$$P_b = \emptyset \left[0.85 * \beta 1 * f'_c * b * d * \left(\frac{6300}{f_y + 6300}\right)\right] \qquad \text{ec. 2 .9}$$

El valor de $\beta 1$ varía según f'_c a partir de la siguiente tabla ACI 10.2-3:

Tabla 2.1 Valor de β1en función de f˙c

f´c (kg/cm2)	**β1**
210	0.85
280	0.85
350	0.80
420	0.75
490	0.70
≥ 560	0.65

Los ensayos experimentales han demostrado que el modelo de Whitney es conservador en cuanto al cálculo de la magnitud de la fuerza de compresión, lo que provoca que la verdadera posición del eje neutro sea ligeramente superior a la que aparece en los cálculos.

El momento "M_b" de la condición balanceada se obtiene de la figura 2.4, para armadura asimétrica.

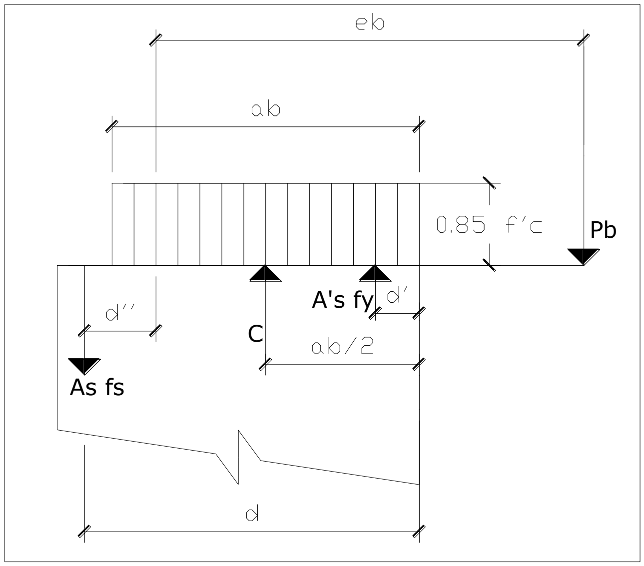


Figura 2.4 Mecánica de la condición balanceada.

Tomando momentos de las fuerzas con respecto al centroide plástico:

$$M_b = P_b * e_b = \emptyset\left[0.85 * f'_c * b * a_b * \left(d - d' - \frac{a_b}{2}\right) + A'_s * f_y * (d - d' - d'') + A_s * f_y * d''\right] \qquad \text{ec. 2.10}$$

Para armadura simétrica, la expresión queda:

$$M_b = P_b * e_b = \emptyset\left[0.85 * f'_c * b * a_b * \left(d - d' - \frac{a_b}{2}\right) + A_s * f_y * (d - d')\right] \qquad \text{ec. 2.11}$$

El valor a_b de la cuña rectangular de esfuerzo se deduce en función de c_b (ecuación 2.7)

$$a_b = \beta 1 * C_b = \frac{6300 * \beta 1 * d}{6300 + f_y} \qquad \text{ec. 2.12}$$

Ese mismo valor se puede obtener de la ecuación (2.2´):

$$a_b = \frac{P_b}{0.85 * f'_c * b} \qquad \text{ec. 2.13}$$

Finalmente, la excentricidad a_b se puede obtener de la expresión:

$$e_b = \frac{M_b}{P_b}$$ ec. 2.14

Calculando ¨M_b¨ de acuerdo con la ecuación (2.9) y ¨P_b¨ por medio de la ecuación (2.11).

Para secciones rectangulares con armadura simétrica, Whitney propuso la siguiente expresión aproximada para la excentricidad balanceada de una sección:

- Sección rectangular $e_b = t * (0.20 + 0.77 * p_t * m)$ ec.2.15
- Sección circular $e_b = D * (0.24 + 0.39 * p_t * m)$ ec.2.16

Dónde: $p_t = \frac{A_{st}}{Area}$ $m = \frac{f_y}{0.85 * f´_c}$

Finalmente y de acuerdo con lo que se ha expuesto hasta ahora, se puede concluir que la capacidad a la falla de un miembro, estará controlada por tracción, cuando $P_u < P_b$, por el contrario, se presentará falla en compresión, cuando $P_u > P_b$.

2.4. Columnas con falla a compresión.

2.4.1. Fórmula de cálculo para columnas rectangulares de estribos con armadura a dos caras.

Cuando la sección está controlada a compresión, la carga máxima disminuye linealmente de Po a Pb, a medida que el momento aumenta desde cero a Mb, esto supone que el diagrama de interacción de la zona de compresión sea una línea recta, lo que se halla con un factor adicional de seguridad.

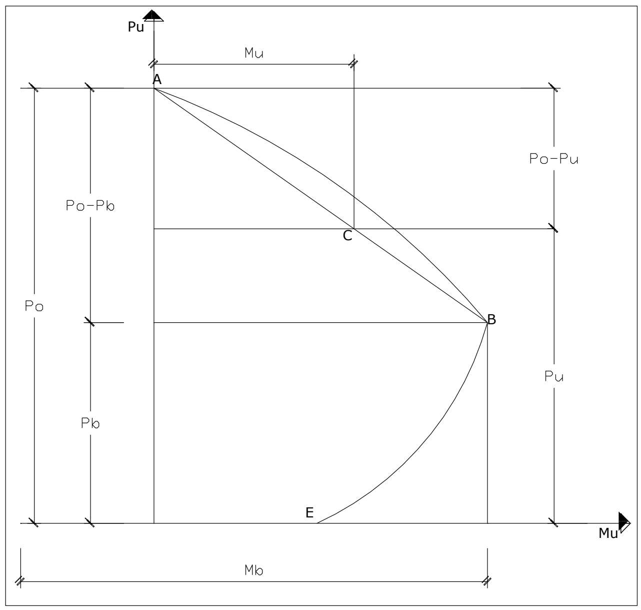


Figura. 2.5 Diagrama de interacción de acuerdo con el reglamento ACI

De la suposición anterior pueden deducirse las fórmulas de la falla en compresión

$$\frac{P_o - P_u}{M_u} = \frac{P_o - P_b}{M_b} \qquad \text{ec. 2.17}$$

$$\frac{P_o - P_u}{P_u\, e} = \frac{P_o - P_b}{P_b\, e_b}$$

De donde:

$$P_o - P_u = \frac{P_o - P_b}{P_b\, e_b} P_u\, e$$

Y

$$P_o = \frac{P_o - P_b}{P_b\, e_b} P_u\, e + P_u$$

Es decir:

$$P_o = P_u \left[\frac{P_o - P_b}{P_b\, e_b}\, e + 1 \right]$$

Finalmente:

$$P_u = \frac{P_o}{\left[\frac{P_o}{P_b} - 1\right]\frac{e}{e_b} + 1}$$

O como lo presenta el reglamento de estudio

$$P_u = \frac{P_o}{1 + \left[\frac{P_o}{P_b} - 1\right]\frac{e}{e_b}} \qquad \text{ec. 2.18}$$

La ecuación 2.18, es la fórmula exacta para el cálculo de la carga última en columnas con armadura en dos capas paralelas.

Para columnas con refuerzo simétrico en dos caras y en capas sencillas paralelas al eje de flexión, el código ACI recomienda calcular el valor de ¨Pu¨ por la siguiente expresión aproximada, propuesta por Whitney, que se encuentra vigente hasta la actualidad.

$$\boldsymbol{P_u = \emptyset \left[\frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'} + 0.5} + \frac{b\, t\, f'_c}{\frac{3\, t\, e}{d^2} + 1.18} \right]} \qquad \textbf{ec. 2.19}$$

A'_s= Acero de compresión

b = Base de la sección

t = Altura de la sección

2.4.2. Fórmula de cálculo para columnas circulares

De igual manera para calcular la resistencia máxima en columnas circulares, cortas, el código ACI recomienda el uso de la siguiente ecuación:

$$P_u = \emptyset\left[\frac{A_{st} * f_y}{\frac{3e}{D_s}+1} + \frac{A_g * f'_c}{\frac{9.6 * D * e}{(0.8D+0.67D_s)+1.18}}\right] \qquad \textbf{ec. 2.20}$$

Dónde:

A_{st}: Área total del refuerzo longitudinal

e: Excentricidad de la carga con respecto al centroide plástico de la sección (que en secciones circulares coincide con el centro geométrico).

D_s: Diámetro de la circunferencia formada por los centros del refuerzo.

A_g: Sección transversal total de la columna.

D : Diámetro exterior de la sección.

- **Para el análisis de la propuesta, del proyecto a cuatro caras de las columnas rectangulares se utilizará la ecuación 2.19, al igual que la ecuación 2.20 para analizar las columnas circulares, las cuales son las recomendadas por el código ACI.**

2.4.3. Análisis de fórmulas

2.4.3.1. Columnas rectangulares con falla en compresión

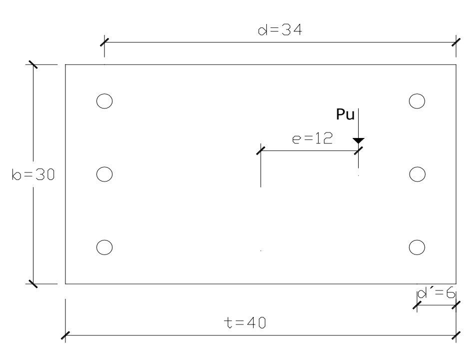
Para una mejor comprensión de la fórmula propuesta, se realiza la explicación por medio de un ejercicio.

2.4.3.1.1. Ejercicios

2.4.3.1.1.1. Determinar la carga excéntrica máxima que puede soportar una columna rectangular con armadura simétrica.

Tabla 2.2 Datos de la sección

Datos			
b=	30	cm.	
t=	40	cm.	
Astotal=	22.8	cm2	3 Varillas de 22mm. En cada cara.
A´s=	11.4	cm2	
d´=	6	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	12	cm.	



En primer lugar se obtiene la excentricidad balanceada para comprobar el tipo de falla de la columna, por medio de la ecuación (2.25), propuesta por Whitney.

Tabla 2.3 Excentricidad balanceada

$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$			Armadura simetrica	$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0.0224
eb=	24.1993	cm.	>12 cm.		
d=	34	cm.	Falla a compresión	$m = \frac{f_y}{0.85 \times f'c}$	23.5294
d-d´=	28	cm.			
d´´=	14	cm.			

Al aplicarse las fórmulas de momento y carga balanceada, se comprueba que la fórmula propuesta por Whitney se aproxima a la realidad:

$$M_b = \left[0.85 * f'_c * b * a_b * \left(d - d'' - \frac{a_b}{2}\right) + A_s * f_y * (d - d')\right]$$

$$M_b = \left[0.85 * 210 * 40 * 17.34 * \left(34 - 14 - \frac{17.34}{2}\right) + 22.8/2 * 4200 * (28)\right]$$

$$M_b = 2392695.08 \text{ kg} * \text{cm} = 23.926 \text{ t} * \text{m}$$

$$P_b = \left[0.85 * \beta 1 * f'_c * b * d * \left(\frac{6300}{f_y + 6300}\right)\right]$$

$$P_b = \left[0.85 * 0.85 * 210 * 40 * 34 * \left(\frac{6300}{4200 + 6300}\right)\right]$$

$P_b = 92855.7 \text{ kg} = 92.855 \text{ t}$

$$e_b = \frac{M_b}{P_b}$$

$$e_b = \frac{2392695.08}{92855.7} = 25.7678\ cm$$

Como se puede observar la diferencia entre la fórmula directa y la aproximada es de 1.55cm, que representa al 6.01%, siendo esta diferencia mínima.

a. Contribución del acero.

La primera parte $\frac{A'_s * f_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}$ de la fórmula de Whitney define la colaboración del acero para la resistencia de la columna, donde $\left(\frac{1}{\frac{e}{d-d'}+0.5}\right)$ es el factor que expresa el porcentaje de participación del acero en la resistencia de la columna en función de la excentricidad.

En el ejemplo analizado la excentricidad balaceada es 24.1993 cm. Por lo tanto se toma valores desde $e = 0$, hasta llegar a la excentricidad balanceada que es el máximo valor para el cual se puede aplicar la formula cuando la columna falla a compresión.

Tabla 2.4 Participación del acero en base a la excentricidad.

e	$\frac{1}{\frac{e}{d-d^{1}}+0.5}$	Pn (Acero)	Pn
0	2,0000	95760,0000	309319,3220
1	1,8667	89376,0000	285667,3051
2	1,7500	83790,0000	265396,9024
3	1,6471	78861,1765	247827,8137
4	1,5556	74480,0000	232451,4546
5	1,4737	70560,0000	218879,8240
6	1,4000	67032,0000	206811,6630
7	1,3333	63840,0000	196009,4312
8	1,2727	60938,1818	186283,2646
9	1,2174	58288,6957	177479,5568
10	1,1667	55860,0000	169472,6798
11	1,1200	53625,6000	162158,8777
12	1,0769	51563,0769	155451,6964
13	1,0370	49653,3333	149278,5146
14	1,0000	47880,0000	143577,8792
15	0,9655	46228,9655	138297,4341
16	0,9333	44688,0000	133392,2947
17	0,9032	43246,4516	128823,7588
18	0,8750	41895,0000	124558,2767
19	0,8485	40625,4545	120566,6194
20	0,8235	39430,5882	116823,2048
21	0,8000	38304,0000	113305,5448
22	0,7778	37240,0000	109993,7911
23	0,7568	36233,5135	106870,3586
24	0,7368	35280,0000	103919,6109
24,1993	0,7330	35095,9238	103350,8928

Se concluye:

- Cuando la excentricidad es cero el factor es 2. Esto quiere decir que el acero de compresión como de tracción se encuentra trabajando al 100% en compresión, siendo esta la máxima carga axial, figura (2.8).

- Mientras la excentricidad aumenta, el factor de participación disminuye notablemente, ya que solamente una armadura resiste compresión, mientras que la otra trabaja menos, ya que soporta compresión debido a la carga y tracción debido al momento.

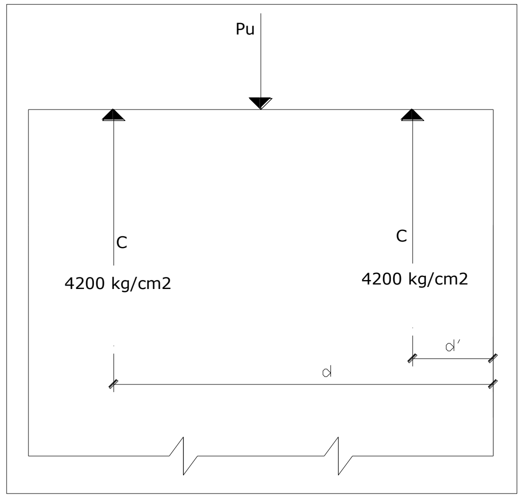


Figura. 2.6 Participación del acero cuando la excentricidad es cero

- Cuando se tiene excentricidad balanceada, el factor de participación es de 0.733 tabla (2.2), esto se puede interpretar que el 73.3% de la armadura trabaja a compresión mientras que el 26.7% está trabajando a tracción debido al momento.

- Se parte de principio que el acero de compresión está fluyendo por lo tanto trabaja a 4200 kg/cm^2, se tiene que el 73.3%*4200 kg/cm^2 = 3078.6 kg/cm^2, que es la colaboración del acero a la carga axial total.

- La diferencia 4200kg/cm^2 - 3078.6 kg/cm^2 = 1121.4 kg/cm^2, está contrarrestando el momento, por definición M = Fuerza * Distancia, se tiene:

  F = 1121.4 kg/cm^2 * As/2 = 12783.96 kg.

  M = 12783.96 kg * 28 cm = 357950.88 kg*cm = 3.5795 t*m.

Si se analiza la fórmula:

$$P_u = Ø\left[\frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}+\frac{b\,t\,f'_c}{\frac{3\,t\,e}{d^2}+1.18}\right]$$ Para el análisis no se toma en cuenta Ø.

$$P_n = \left[\frac{11.4*4200}{\frac{24.199}{28}+0.5}+\frac{30*40*210}{\frac{3*24.199*40}{34^2}+1.18}\right]$$

$$P_n = \left[35096.2+\frac{252000}{2.5121+1.18}\right]$$

$$P_n = [35095.92+68254.96]$$

$$P_n = 103350.88\ kg$$

$$P_n = 103.35\ t$$

Si la excentricidad e=24.199 cm, se tiene M = P * e´ = 103.35*0.24199 = **25.0096 t*m**.

Por lo tanto si la excentricidad es balanceada el acero en las dos caras colabora con **3.57 t*m** para contrarrestar el momento y con **35.095 t** para soportar carga axial.

b. Contribución del hormigón.

La segunda parte de la fórmula es la contribución del hormigón a la resistencia de la columna expresada por $\frac{btf'_c}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$ en la que el factor a multiplicar de la contribución del hormigón es $\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$, a continuación se analiza dicha contribución.

Tabla 2.5 Participación del hormigón en base a la excentricidad.

e	$\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	Area de par.	Pn (Hor.)	Pn
0	0,8475	1,00	213559,3220	**309319,3220**
1	0,7789	0,93	196291,3051	**285667,3051**
2	0,7207	0,87	181606,9024	**265396,9024**
3	0,6705	0,82	168966,6373	**247827,8137**
4	0,6269	0,78	157971,4546	**232451,4546**
5	0,5886	0,74	148319,8240	**218879,8240**
6	0,5547	0,70	139779,6630	**206811,6630**
7	0,5245	0,67	132169,4312	**196009,4312**
8	0,4974	0,65	125345,0828	**186283,2646**
9	0,4730	0,62	119190,8612	**177479,5568**
10	0,4508	0,60	113612,6798	**169472,6798**
11	0,4307	0,58	108533,2777	**162158,8777**
12	0,4123	0,56	103888,6194	**155451,6964**
13	0,3953	0,55	99625,1813	**149278,5146**
14	0,3798	0,53	95697,8792	**143577,8792**
15	0,3654	0,52	92068,4686	**138297,4341**
16	0,3520	0,50	88704,2947	**133392,2947**
17	0,3396	0,49	85577,3072	**128823,7588**
18	0,3280	0,48	82663,2767	**124558,2767**
19	0,3172	0,47	79941,1648	**120566,6194**
20	0,3071	0,46	77392,6165	**116823,2048**
21	0,2976	0,45	75001,5448	**113305,5448**
22	0,2887	0,44	72753,7911	**109993,7911**
23	0,2803	0,43	70636,8451	**106870,3586**
24	0,2724	0,42	68639,6109	**103919,6109**
24,19931	0,2709	0,42	68254,9690	**103350,8928**

- Cuando la excentricidad es cero el factor a multiplicar es $\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18} = \frac{1}{1.18} = 0.85$ tabla (2.3), que es el factor de reducción por la capacidad del hormigón expresado en todos los códigos.

- Por lo tanto el área real de hormigón estará reducida en un 15%, cuando la columna trabaja a compresión, tabla (2.3).

- Cuando se tiene $e = e_b$ el factor es = 0.27, pero sin tomar en cuenta el 15% de pérdida por la capacidad del hormigón, por lo tanto el valor real del coeficiente es = 0.27+0.15 = 0.42, tabla (2.3), quiere decir que solamente un área de:

  $(0.42 * t) * b = (0.42 * 40) * 30 = 505\ cm^2$, figura (2.11) se halla trabajando en compresión, en otras palabras de la distancia (t), solo trabaja a compresión:

  $0.42 * t = 0.42 * 40 = 16.8cm$.

Si se compara con una viga:

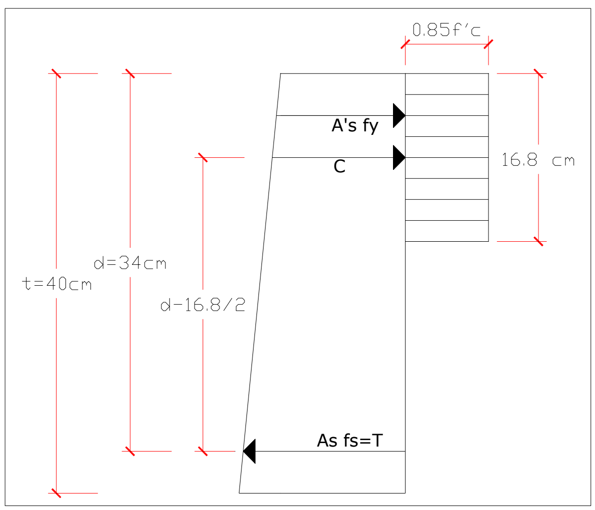


Figura. 2.7 Analogía de una viga con respecto a una columna.

Se tiene que $C = 16.8 * 0.85\ f'_c * 30 = 89964\ kg = \mathbf{89.965\ t}$**,** figura (2.10) carga axial soportada por el hormigón:

El momento que resiste el hormigón = Fuerza * Distancia

$$M = F * distancia$$

$$M = 89964 * \left[34 - \frac{16.8}{2}\right] = 2303078.4\ kg * cm = \mathbf{23.03\ t * m}$$

Que sumado el momento que soporta el acero:

$$M_t = Macero + Mhormigón = 3.57 + 23.03 = \mathbf{26.6\ t * m}$$

Tabla 2.6 Comparaciones de momentos

Material	Carga axial		M. calculado		M. formula	
Acero	35.096	T	3.57	T*m	25	T*m
Hormigón	68.255	T	23.03	T*m		
TOTAL	103.351	T	26.6	T*m		

Se observa que en la fórmula el valor tiene un factor de seguridad ya que la diferencia es **1.6 t*m, representando al 6.01%.**

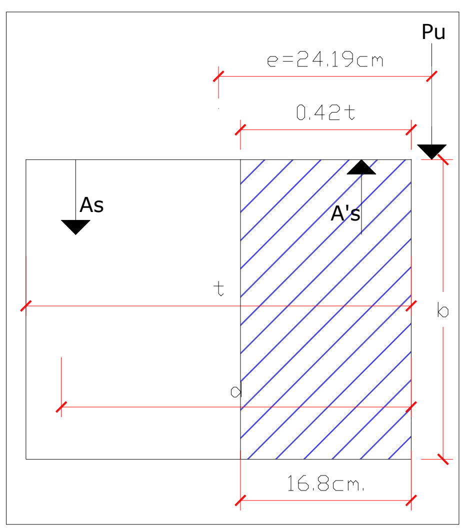


Figura 2.8 Participación del hormigón en base a la excentricidad balanceada

Es importante comprobar la cuña de compresión mínima expresada por la siguiente fórmula.

$$a_{min} = \frac{\beta_1 * 6300 * d'}{6300 - f_y} = \frac{0.85 * 6300 * 6}{6300 - 4200} = \mathbf{15.30\ cm}$$

Cuyo valor debe ser comprobado por la fórmula que expresa la cuña de compresión real, cuando la armadura es igual en las dos caras paralelas de la dirección del momento.

Tabla 2.7 Cálculo de la cuña real de compresión.

e	Pn	$a = \frac{P_n}{0.85\ f_c^1 b}$	
0	309319,3220	43,3220339	
1	285667,3051	40,00942648	
2	265396,9024	37,17043451	
3	247827,8137	34,70977784	
4	232451,4546	32,55622613	
5	218879,8240	30,65543754	
6	206811,6630	28,9652189	
7	196009,4312	27,45230129	
8	186283,2646	26,09009308	
9	177479,5568	24,85708079	
10	169472,6798	23,73566944	
11	162158,8777	22,71132741	
12	155451,6964	21,77194627	Excentricidad en estudio
13	149278,5146	20,90735498	
14	143577,8792	20,10894666	
15	138297,4341	19,36938853	
16	133392,2947	18,68239421	
17	128823,7588	18,04254326	
18	124558,2767	17,44513679	
19	120566,6194	16,88608115	
20	116823,2048	16,36179338	
21	113305,5448	15,86912392	
22	109993,7911	15,40529288	Excentricidad máxima para que la columna falle en compresión
23	106870,3586	14,96783734	
24	103919,6109	14,55456736	
24,1993	103350,8928	14,47491496	Excentricidad balanceada

Se concluye:

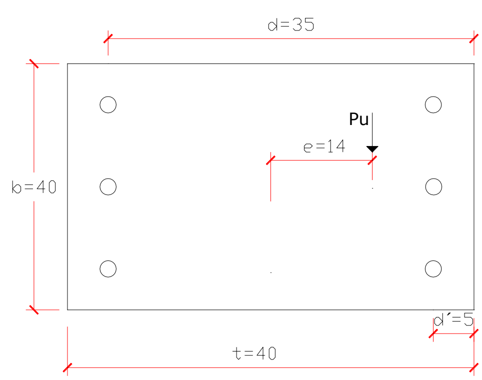
- Cuando la excentricidad es cero la cuña real de compresión es mayor que la altura de la columna por lo tanto se dice que la fórmula está bien utilizada, en excentricidades mayores.

- Como la cuña de compresión mínima calculada es 15.30 cm, entonces por medio de la tabla (2.4) se observa que el valor máximo de la excentricidad para que la fórmula funcione es de 22 cm, con un valor de la cuña de compresión $a = 15.40\ cm$.

2.4.3.1.1.2. Determinar la carga excéntrica máxima que puede soportar una columna rectangular con armadura simétrica.

Tabla 2.8 Datos de la sección ejercicio 2.5.1.1.2

Datos			
b=	40	cm.	
t=	40	cm.	
Astotal=	18,85	cm2	3 Varillas Ø22n
A´s=	9,425	cm2	En cada cara.
d´=	5	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	14	cm.	



Primeramente se obtiene la excentricidad balanceada para comprobar el tipo de falla de la columna, por medio de la ecuación (2.25), propuesta por Whitney.

Tabla 2.9 Excentricidad balanceada ejercicio 2.5.1.1.2

$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$			Armadura simetrica		$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0,013464286
eb=	17,7576471	cm.	> 14	cm		
d=	35	cm.			$m = \frac{f_y}{0.85 \times f'c}$	23,52941176
d-d´=	30	cm.	**Falla a compresión**			
d´´=	15	cm.				

Al aplicarse las fórmulas de momento y carga balanceada, se comprueba que la fórmula propuesta por Whitney se aproxima a la realidad:

$$M_b = \left[0.85 * f'_c * b * a_b * \left(d - d'' - \frac{a_b}{2}\right) + A_s * f_y * (d - d')\right]$$

$$M_b = \left[0.85 * 210 * 40 * 17.85 * \left(35 - 17.5 - \frac{17.85}{2}\right) + 18.85/2 * 4200 * (30)\right]$$

$$M_b = 1819333.37 \text{ kg} * \text{cm} = 18.19 \text{ t} * \text{m.}$$

$$P_b = \left[0.85 * \beta 1 * f'_c * b * d * \left(\frac{6300}{f_y + 6300}\right)\right]$$

$$P_b = \left[0.85 * 0.85 * 210 * 40 * 35 * \left(\frac{6300}{4200 + 6300}\right)\right]$$

$$P_b = 89214.3 \text{ kg} = 89.21 \text{ t}$$

$$e_b = \frac{M_b}{P_b}$$

$$e_b = \frac{1819333.37}{89214.3} = \mathbf{20.39 cm}$$

Como se puede observar la diferencia entre la fórmula directa y la aproximada es de 2.64 cm, esta diferencia representa el 12.94% la cual es considerable.

a. Contribución del acero

En el ejemplo analizado la excentricidad balaceada es 17.75 cm. Por lo tanto se toma valores desde e = 0, hasta llegar a la excentricidad balanceada que es el máximo valor para el cual se puede aplicar la formula cuando la columna falla a compresión.

Tabla 2.10 Participación del acero en base a la excentricidad.

e	$\frac{1}{\frac{e}{d-d^{1}}+0.5}$	Pn (Acero)	Pn
0	2,0000	79170,0000	363915,7627
1	1,8750	74221,8750	337141,0701
2	1,7647	69855,8824	314056,4163
3	1,6667	65975,0000	293945,0914
4	1,5789	62502,6316	276265,2906
5	1,5000	59377,5000	260599,6951
6	1,4286	56550,0000	246621,5770
7	1,3636	53979,5455	234071,4291
8	1,3043	51632,6087	222740,4865
9	1,2500	49481,2500	212458,8782
10	1,2000	47502,0000	203086,9556
11	1,1538	45675,0000	194508,8456
12	1,1111	43983,3333	186627,5891
13	1,0714	42412,5000	179361,4270
14	1,0345	40950,0000	172640,9295
15	1,0000	39585,0000	166406,7532
16	0,9677	38308,0645	160607,8714
17	0,9375	37110,9375	155200,1643
17,7576	0,9158	36252,6038	151339,8337

Excentricidad en estudio

Excentricidad balanceada

Se concluye:

- Cuando se tiene excentricidad balanceada, el factor de participación es de 0.915 tabla (2.5), esto se puede interpretar que el 91.5% de la armadura trabaja a compresión mientras que el 8.5% está trabajando a tracción debido al momento.

- Se parte de principio que el acero de compresión está fluyendo por lo tanto trabaja a 4200 kg/cm^2, se tiene que el 91.5%*4200 kg/cm^2 = 3843 kg/cm^2, que es la colaboración del acero a la carga axial total.

  La diferencia 4200 kg/cm^2- 3843 kg/cm^2 = 357 kg/cm^2, está contrarrestando el momento, por definición M = Fuerza * Distancia, se tiene,

$$F = 357\ kg/\mathrm{cm2} * \frac{As}{2} = \mathbf{3364.73\ kg}$$

$$M = 3364.73\ kg * 30cm = 100942\ kg * cm = \mathbf{1.009\ T * m}$$

Si se analiza la fórmula:

$$P_u = Ø\left[\frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'} + 0.5} + \frac{b\ t\ f'_c}{\frac{3\ t\ e}{d^2} + 1.18}\right] \text{No se toma en cuenta Ø para el análisis.}$$

$$P_n = \left[\frac{9.425 * 4200}{\frac{17.85}{30} + 0.5} + \frac{40 * 40 * 210}{\frac{3 * 17.85 * 40}{35^2} + 1.18}\right]$$

$$P_n = \left[36252.6 + \frac{336000}{2.5121 + 1.18}\right]$$

$$P_n = [35096.2 + 115087.2]$$

$$P_n = 151339.8\ Kg$$

$$\boldsymbol{P_n = 151.3\ t}$$

Si la excentricidad e = 17.85 cm, se tiene M = P * e = 151.3*0.1785= **27 t*m.**

Por lo tanto si la excentricidad es balanceada el acero colabora con 1.002 t*m para contrarrestar el momento y con 36.25 t, para soportar carga axial.

b. Contribución del hormigón.

Tabla 2.11 Participación del hormigón en base a la excentricidad.

e	$\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	Area de par.	Pn (Hor.)	Pu
0	0,85	1,00	284745,7627	**363915,7627**
1	0,7825	0,93	262919,1951	**337141,0701**
2	0,7268	0,88	244200,5340	**314056,4163**
3	0,6785	0,83	227970,0914	**293945,0914**
4	0,6362	0,79	213762,6590	**276265,2906**
5	0,5989	0,75	201222,1951	**260599,6951**
6	0,5657	0,72	190071,5770	**246621,5770**
7	0,5360	0,69	180091,8836	**234071,4291**
8	0,5092	0,66	171107,8778	**222740,4865**
9	0,4851	0,64	162977,6282	**212458,8782**
10	0,4631	0,61	155584,9556	**203086,9556**
11	0,4430	0,59	148833,8456	**194508,8456**
12	0,4245	0,57	142644,2558	**186627,5891**
13	0,4076	0,56	136948,9270	**179361,4270**
14	0,3919	0,54	131690,9295	**172640,9295**
15	0,3774	0,53	126821,7532	**166406,7532**
16	0,3640	0,51	122299,8069	**160607,8714**
17	0,3515	0,50	118089,2268	**155200,1643**
17,758	0,3425	0,49	115087,2299	**151339,8337**

Excentricidad en estudio → 14

Excentricidad balanceada → 17,758

- Cuando se tiene $e = e_b$ el factor es = 0.34, pero sin tomar en cuenta el 15% (del 0.85) por lo tanto el valor real del coeficiente es = 0.34+0.15 = 0.49, tabla (2.6), quiere decir que solamente un área de 0.49 * b * t = 0.49 * 40 * 40 = 784 cm^2, fig.(2.13) se halla trabajando en compresión, en otras palabras de la distancia (t), solo trabaja a compresión 0.49*t=0.49*40=19.6cm.

Si se compara con una viga:

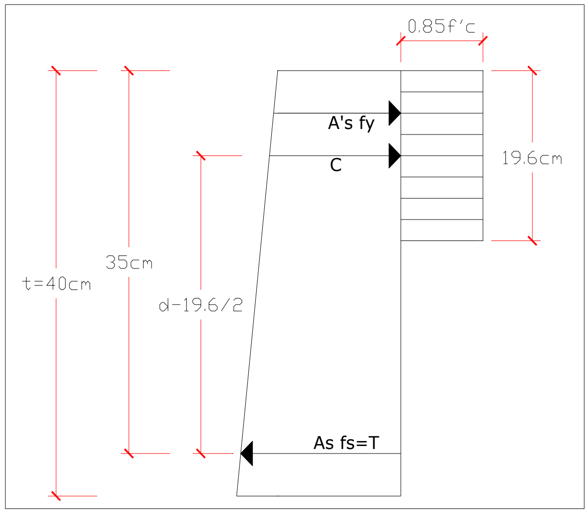


Figura 2.9 Analogía de una viga con respecto a una columna

Se tiene que $C = 19.6 * 0.85f'_c * 40 = 139944\ kg$ = 139.94 t, figura (2.10) carga axial soportada por el hormigón, el momento que resiste el hormigón + acero = Fuerza * Distancia

$M = F * distancia$

$$M = 139.944 * \left[35 - \frac{19.6}{2}\right] = 3526588.8\ kg * cm = \mathbf{35.26\ t * m}$$

Que sumado el momento del acero $M_t = 35.26 + 1 = \mathbf{36.26\ t * m}$

Tabla 2.12 Comparaciones de momentos

Material	Carga axial		M. calculado		M. formula	
Acero	36,252	t	1,002	t*m	**37**	**t*m**
Hormigón	115,087	t	35,26	t*m		
TOTAL	**151,339**	**t**	**36,262**	**t*m**		

Se observa una diferencia de 0.574 t*m, la cual representa el 1.99% siendo un porcentaje mínimo.

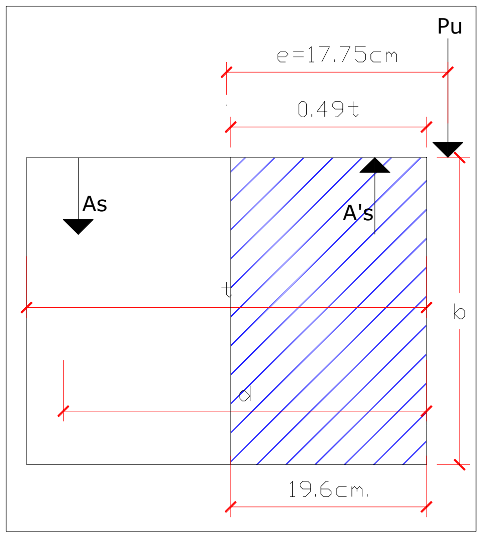


Figura 2.10 Participación del hormigón en base a la excentricidad balanceada

Es importante comprobar la cuña de compresión mínima expresada por la siguiente fórmula:

$$a_{min} = \frac{\beta_1 * 6300 * d'}{6300 - f_y} = \frac{0.85 * 6300 * 5}{6300 - 4200} = \mathbf{12.75\ cm}$$

Cuyo valor debe ser comprobado la fórmula que expresa la cuña de compresión real, cuando la armadura es igual en las dos caras paralelas de la dirección del momento.

Tabla 2.13 Cálculo de la cuña real de compresión.

	e	Pu	$a = \dfrac{\frac{P_u}{\phi}}{0.85 f_c^1 b}$
	0	**363915,7627**	72,81228
	1	**337141,0701**	67,45520
	2	**314056,4163**	62,83642
	3	**293945,0914**	58,81254
	4	**276265,2906**	55,27517
	5	**260599,6951**	52,14080
	6	**246621,5770**	49,34405
	7	**234071,4291**	46,83302
	8	**222740,4865**	44,56592
	9	**212458,8782**	42,50878
	10	**203086,9556**	40,63364
	11	**194508,8456**	38,91734
	12	**186627,5891**	37,34045
	13	**179361,4270**	35,88664
Excentricidad en estudio →	14	**172640,9295**	34,54200
	15	**166406,7532**	33,29467
	16	**160607,8714**	32,13443
	17	**155200,1643**	31,05245
Excentricidad balanceada →	17,7576	**151339,8337**	30,28008

Se concluye:

- Cuando la excentricidad es cero la cuña real de compresión es mayor que la altura de la columna por lo tanto se dice que la fórmula está bien utilizada en excentricidades mayores.

- Como la cuña de compresión mínima calculada es 12.75 cm entonces por medio de la tabla (2.7) se observa que el valor máximo de la excentricidad es de 17.75 cm con un valor de **a = 30.28 cm**

- En este caso se dice que los valores de la excentricidad no pueden ser menores que 11 cm, caso contrario el acero de compresión no está fluyendo.

2.4.4. Comprobación de la fórmula con los diagramas de interacción.

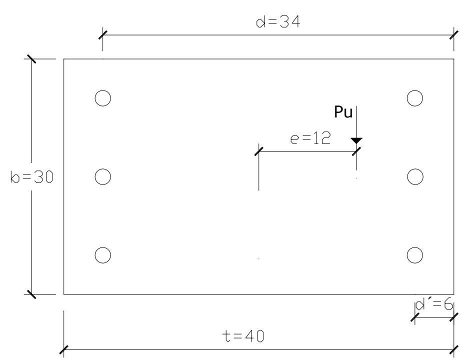
2.4.4.1. Columnas rectangulares.

2.4.4.1.1. Ejercicios.

2.4.4.1.1.1. Calcular la resistencia de una columna con los siguientes datos.

Tabla 2.14 Datos de la sección

b=	30	cm.
t=	40	cm.
Astotal=	22,8	cm2
A´s=	11,4	cm2
d´=	6	cm.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	12	cm.



Falla en compresión

$p_t = \frac{A_{st}}{Area} = \frac{22.8}{30*40} = \mathbf{0.019}$ **Cuantía asumida.**

Fórmula del ACI

$$P_n = \left[\frac{A'sfy}{\frac{e}{d-d'}+0.5}+\frac{b\ t\ f'_c}{\frac{3\ t\ e}{d^2}+1.18}\right]$$

$$P_n = \left[\frac{11.4*4200}{\frac{12}{28}+0.5}+\frac{30*40*210}{\frac{3*40*12}{34^2}+1.18}\right]$$

$$P_n = [51563.0769+103888.6194]$$

$$P_n = [155451.6964]\ Kg = 155.45\ t$$

$$\boldsymbol{P_u = \emptyset * P_n = 108.81\ t}$$

Debido a la excentricidad, $Momento = \mathrm{Pn} * \mathrm{e} = 155.45 * 0.12 = \mathbf{18.654\ t * m}$

$$M_u = \emptyset * M_n = 1865420.35 * 0.7 = 1305794.25\ Kg * cm = \boldsymbol{13.057\ t * m}$$

Para utilizar los diagramas del ACI y del Ing. Fausto Meléndez Manzano[4],

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag} = \frac{0.70*155451.6964}{40*30} = 90.68\frac{kg}{cm^2} = 1.2954\ ksi.$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * t} = \frac{0.70*1865420.352}{30*40*40} = 27.20\frac{kg}{cm^2} = 0.3886\ ksi.$$

$g = \frac{18}{30} = 0.6$ Relación que existe entre los ejes del refuerzo y la altura de la columna.

[4] Profesor principal de hormigón armado y estructuras de la Universidad de Guayaquil.

$\frac{e}{h} = \frac{12}{40} = 0.3$ Relación que existe entre la excentricidad y la altura de la columna.

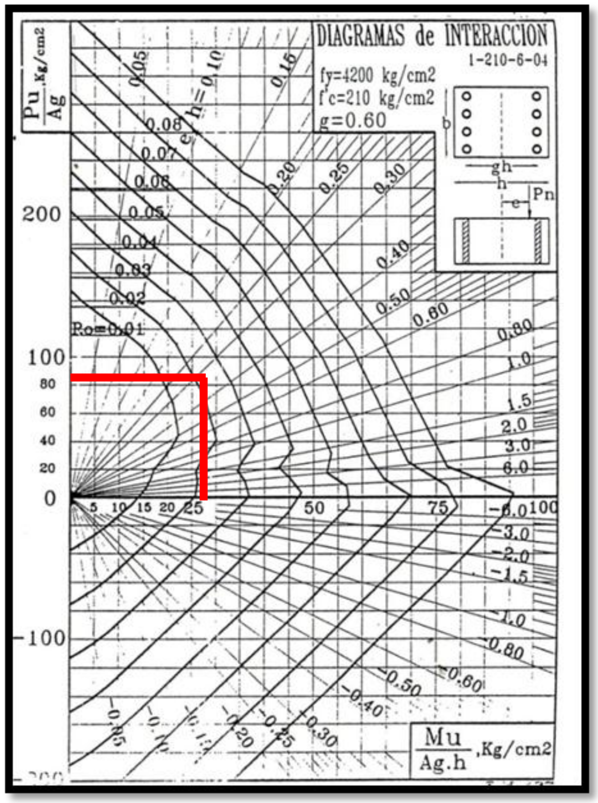


Figura 2.11 Diagrama de interacción g =0.60

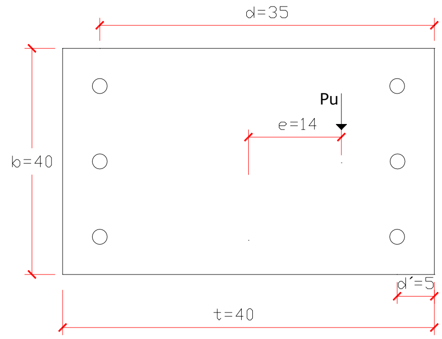
$\rho = 0.022$, de acuerdo a los diagramas de interacción del Ing. Fausto Meléndez.

Se tiene una diferencia con respecto al ρ calculado mediante las fórmulas del ACI, equivalente a un 12% aproximadamente, siendo manejable al tener algunos cálculos que varían de acuerdo al número de decimales utilizados, entre otros factores que alteran los resultados obtenidos, tomando en cuenta que ningún método es exacto.

2.4.4.1.1.2. Calcular la resistencia de una columna con los siguientes datos.

Tabla 2.15 Datos de la sección

b=	40	cm.
t=	40	cm.
Astotal=	18,85	cm2
A´s=	9,425	cm2
d´=	5	cm.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	14	cm.



Falla a compresión.

$p_t = \frac{A_{st}}{Area} = \frac{18.85}{40*40} = \mathbf{0.011}$ **Cuantía asumida.**

Fórmula del ACI

$$P_n = \left[\frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'} + 0.5} + \frac{b\,t\,f'_c}{\frac{3\,t\,e}{d^2} + 1.18}\right]$$

$$P_n = \left[\frac{9.425*4200}{\frac{14}{28} + 0.5} + \frac{40*40*210}{\frac{3*40*14}{35^2} + 1.18}\right]$$

$$P_n = [40950.00 + 131690.9295]$$

$$P_n = 172640.9295\,Kg = \mathbf{172.64\ t}$$

Debido a la excentricidad, $Momento = Pn * e = 172.64 * 0.14 = \mathbf{24.169\ t * m}$

Para utilizar los diagramas del ACI y del Ing. Fausto Meléndez Manzano.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag} = \frac{0.7 * 172640.92}{40 * 40} = 75.53\,\frac{kg}{cm^2} = 1.08\ ksi.$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * t} = \frac{0.7 * 2416973.013}{40 * 40 * 40} = 26.4356\,\frac{kg}{cm^2} = 0.3776\ ksi.$$

$g = \frac{28}{40} = 0.7$ Relación que existe entre los ejes del refuezo y la altura de la columna.

$\frac{e}{h} = \frac{14}{40} = 0.35$ Relación que existe entre la excentricidad y la altura de la columna.

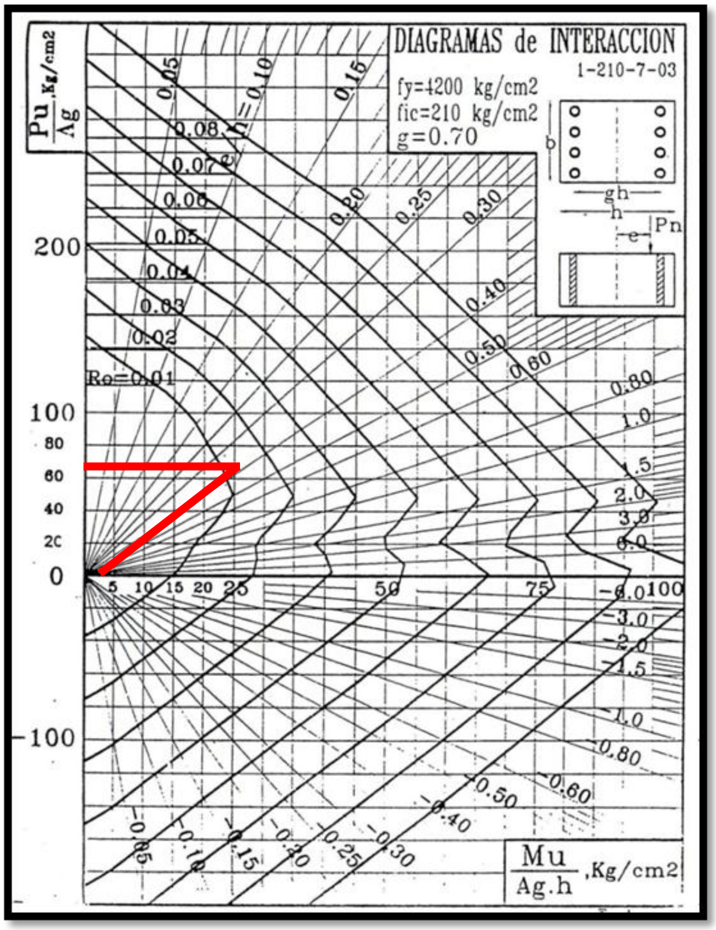


Figura 2.12 Diagrama de interacción g = 0.70

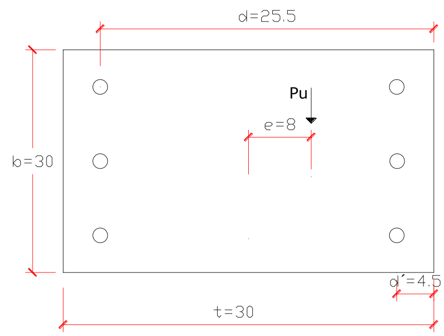
$\rho = 0.014$, de acuerdo a los diagramas de interacción del Ing. Fausto Meléndez Manzano

Se tiene una diferencia con respecto al ρ calculado mediante las fórmulas del ACI, equivalente a un 18% aproximadamente, siendo manejable al tener algunos cálculos que varían de acuerdo al número de decimales utilizados, entre otros factores que alteran los resultados obtenidos, tomando en cuenta que ningún método es exacto.

2.4.4.1.1.3. Calcular la resistencia de una columna con los siguientes datos.

Tabla 2.16 Datos de la sección

b=	30	cm.
t=	30	cm.
Astotal=	9,236	cm2
A´s=	4,618	cm2
d´=	4,5	cm.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	8	cm.



Falla a compresión

$$p_t = \frac{A_{st}}{Area} = \frac{9.236}{30*30} = \mathbf{0.0102}$$ **Cuantía asumida**

Fórmula del ACI

$$P_n = \left[\frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'} + 0.5} + \frac{b\ t\ f'_c}{\frac{3\ t\ e}{d^2} + 1.18}\right]$$

$$P_n = [22016.627 + 82631.388]$$

$$P_n = [104648.015] Kg. = \mathbf{104.648\ t}$$

Debido a la excentricidad, $Momento = Pn * e = 104.648 * 0.08 = \mathbf{8.371\ t * m}$

Para utilizar los diagramas del ACI y del Ing. Fausto Meléndez Manzano.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag} = \frac{0.7 * 104648.015}{30 * 30} = 81.3929 \frac{kg}{cm^2} = 1.16\ ksi.$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * t} = \frac{0.7 * 837184}{30 * 30 * 30} = 21.7048 \frac{kg}{cm^2} = 0.31\ ksi.$$

$g = \frac{21}{30} = 0.7$ Relación que existe entre los ejes del refuerzo y la altura de la columna.

$\frac{e}{h} = \frac{8}{30} = 0.266$ Relación que existe entre la excentricidad y la altura de la columna.

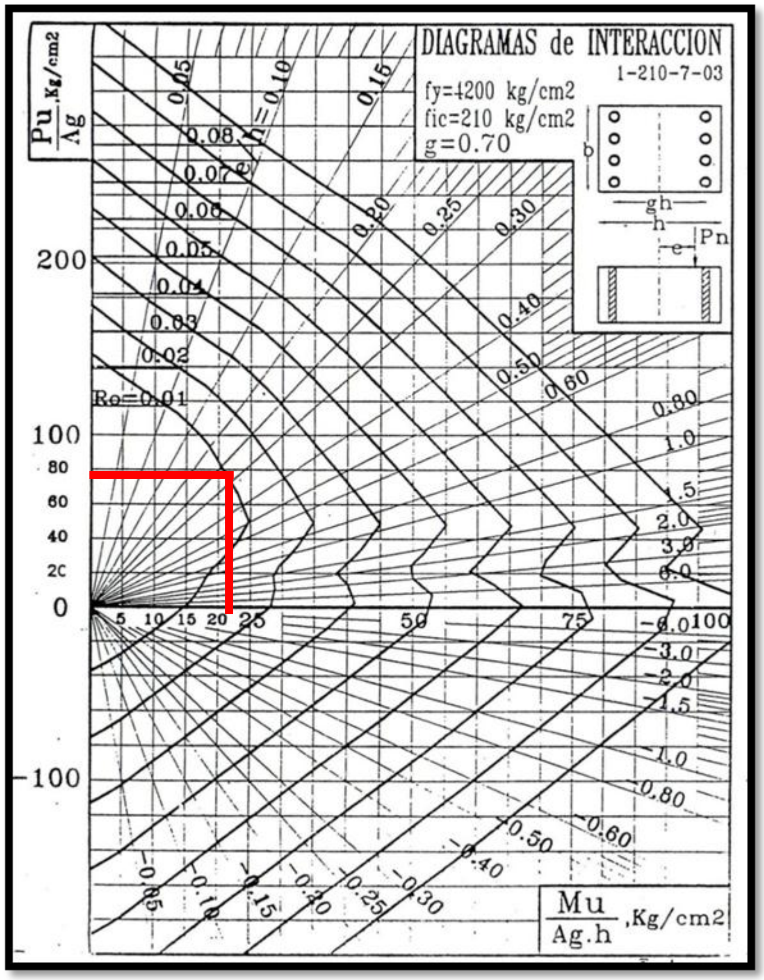


Figura 2.13 Diagrama de interacción g =0.70

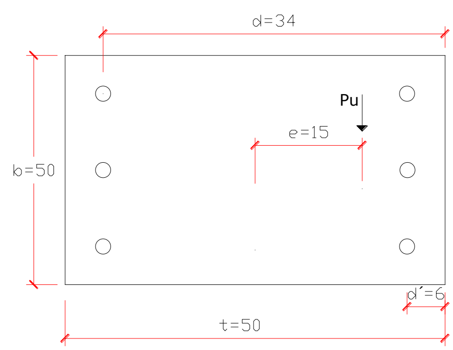
$\rho = 0.011$**,** de acuerdo a los diagramas de interacción del Ing. Fausto Meléndez Manzano.

Se tiene una diferencia con respecto al ρ calculado mediante las fórmulas del ACI, equivalente a un 7% aproximadamente, siendo manejable al tener algunos cálculos que varían de acuerdo al número de decimales utilizados, entre otros factores que alteran los resultados obtenidos, tomando en cuenta que ningún método es exacto.

2.4.4.1.1.4. Calcular la resistencia de una columna con los siguientes datos.

Tabla 2.17 Datos de la sección

b=	50	cm.
t=	50	cm.
Astotal=	38,01	cm2
A´s=	19,005	cm2
d´=	6	cm.
f´c=	280	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	15	cm.



Falla a compresión

$$p_t = \frac{A_{st}}{Area} = \frac{38.01}{50 * 50} = \mathbf{0.0152}$$

Fórmula del ACI.

$$P_n = \left[\frac{A'_s fy}{\frac{e}{d-d'} + 0.5} + \frac{b\ t\ f'_c}{\frac{3\ t\ e}{d^2} + 1.18}\right]$$

$$P_n = [71374.0588 + 298865.5811]$$

$$P_n = 370239.6399\ Kg = 370.239\ t$$

Debido a la excentricidad, $Momento = Pn * e = 370.239 * 0.15 = Mn = \mathbf{55.53\ t * m}$

Para utilizar los diagramas del ACI y del Ing. Fausto Meléndez Manzano.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag} = \frac{0.7 * 370239.6399}{50 * 50} = 103.667 \frac{kg}{cm^2} = 1.48\ ksi.$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * t} = \frac{0.7 * 5553594.59}{50 * 50 * 50} = 44.428 \frac{kg}{cm^2} = 0.634\ ksi.$$

$g = \frac{38}{50} = 0.76$ Relación que existe entre los ejes del refuerzo y la altura de la columna.

$\frac{e}{h} = \frac{15}{50} = 0.3$ Relación que existe entre la excentricidad y la altura de la columna.

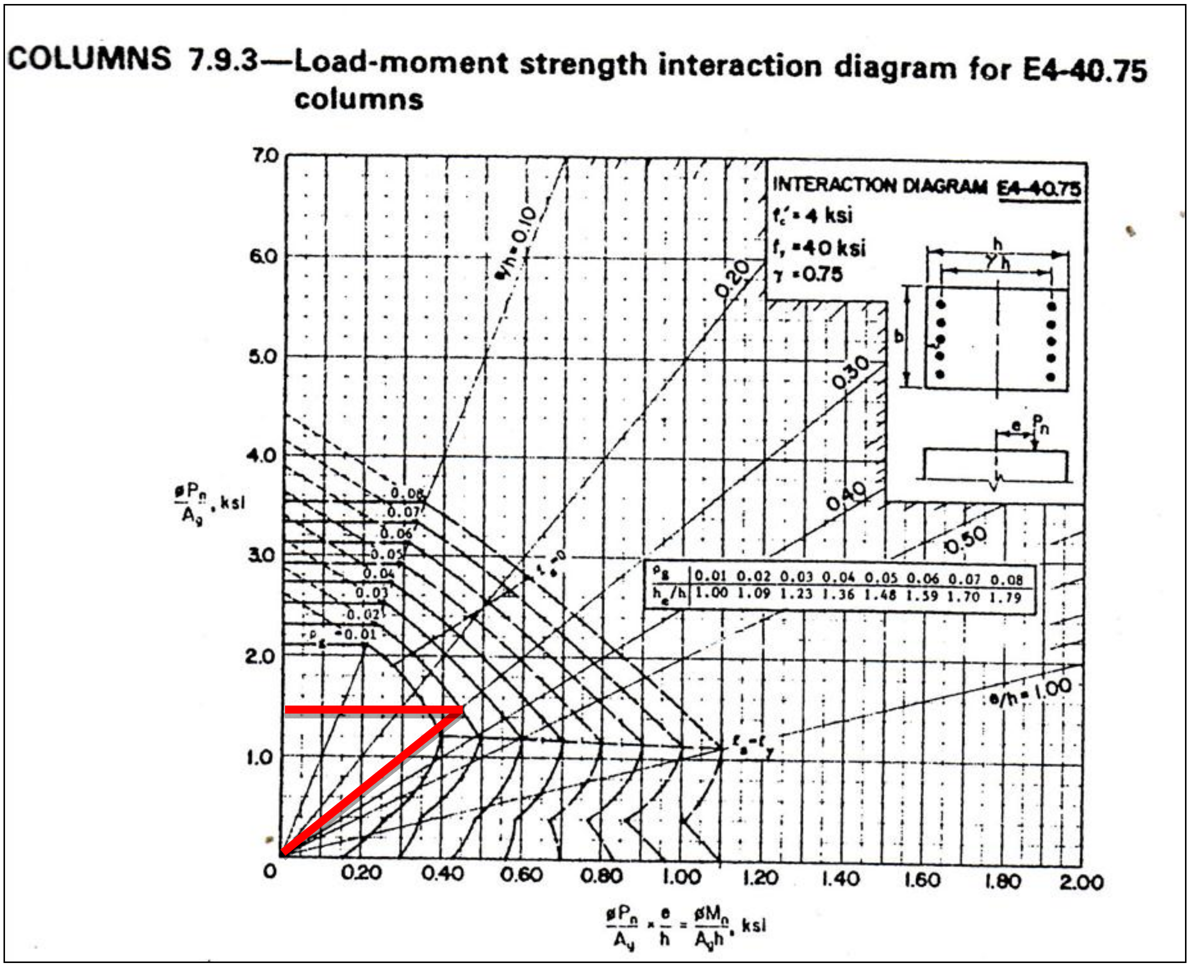


Figura 2.14 Diagrama de interacción según el ACI

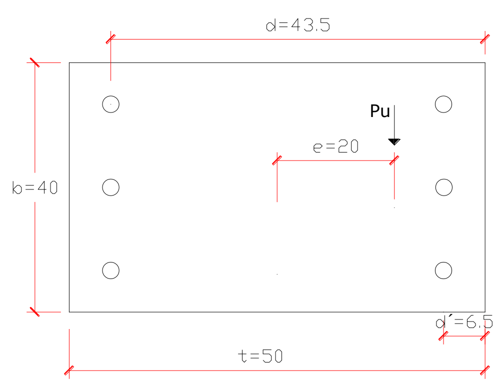
$\rho = 0.018$, de acuerdo a los diagramas de interacción del ACI.

Se tiene una diferencia con respecto al ρ calculado mediante las fórmulas del ACI, equivalente a un 14% aproximadamente, siendo manejable al tener algunos cálculos que varían de acuerdo al número de decimales utilizados, entre otros factores que alteran los resultados obtenidos, tomando en cuenta que ningún método es exacto.

2.4.4.1.1.5. Calcular la resistencia de una columna con los siguientes datos.

Tabla 2.18 Datos de la sección

b=	40	cm.
t=	50	cm.
Astotal=	38,01	cm2
A´s=	19,005	cm2
d´=	6,5	cm.
f´c=	280	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	20	cm.



Falla a compresión

$$p_t = \frac{A_{st}}{Area} = \frac{38.01}{40*50} = 0.019$$ **Cuantía asumida**

Fórmula del ACI

$$P_n = \left[\frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5} + \frac{b\ t\ f'_c}{\frac{3\ t\ e}{d^2}+1.18}\right]$$

$$P_n = [76711.0909 + 202501.3114]$$

$$P_n = 279212.4023\ Kg = \mathbf{279.212\ t}$$

Debido a la excentricidad, $Momento = Pn * e = 279.212 * 0.2 = Mn = \mathbf{55.84\ t * m}$

Para utilizar los diagramas del ACI y del Ing. Fausto Meléndez Manzano.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag} = \frac{0.7 * 279212.40}{50 * 40} = 97.72\,\frac{kg}{cm^2} = 1.396\ ksi.$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * t} = \frac{0.7 * 5584248.046}{50 * 40 * 50} = 39.089\,\frac{kg}{cm^2} = 0.558\ ksi.$$

$g = \frac{37}{50} = 0.74$Relación que existe entre los ejes del refuerzo y la altura de la columna.

$\frac{e}{h} = \frac{20}{50} = 0.4$Relación que existe entre la excentricidad y la altura de la columna.

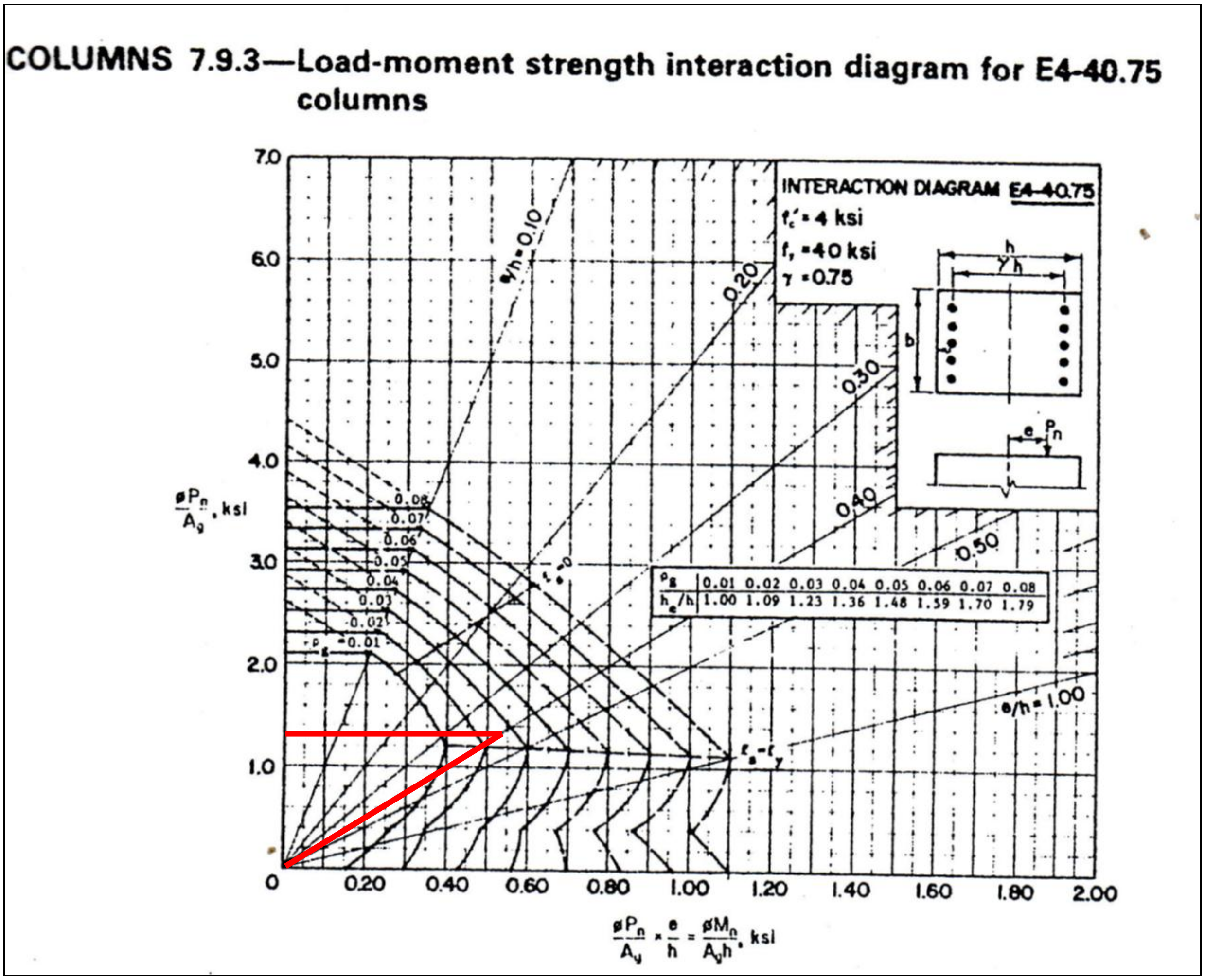


Figura 2.15 Diagrama de interacción según el ACI

$\rho = 0.023$, de acuerdo a los diagramas de interacción del ACI

Se tiene una diferencia con respecto al ρ calculado mediante las fórmulas del ACI, equivalente a un 16% aproximadamente, siendo manejable al tener algunos cálculos que varían de acuerdo al número de decimales utilizados, entre otros factores que alteran los resultados obtenidos, tomando en cuenta que ningún método es exacto.

2.4.4.2. Columnas circulares

En este análisis utilizaremos la fórmula recomendada por el código ACI desde el año 1963 para columnas circulares propuesta por Whitney ec. (2.20).

$$P_u = \emptyset \left[\frac{A_{st} * f_y}{\frac{3e}{D_s} + 1} + \frac{A_g * f'_c}{\frac{9.6 * D * e}{(0.8D + 0.67D_s) + 1.18}} \right]$$

Al igual que en las columnas rectangulares la primera parte de la formula pertenece a la colaboración del acero y la segunda parte a la colaboración del hormigón.

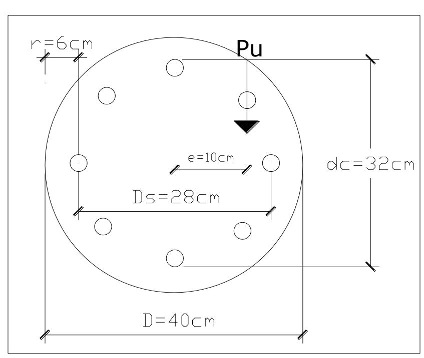
Para una mejor comprensión de la fórmula propuesta, se realiza un ejercicio explicativo.

2.4.4.2.1. Ejercicios.

2.4.4.2.1.1. Determinar la carga excéntrica máxima en una columna circular con zunchos.

Tabla 2.19 Datos de la sección circular

D=	40	cm.	
Ds=	28	cm.	
dc=	32	m	
As total=	18.849	cm2	6 Varillas de 20mm
Ag=	1256.64	cm2.	
Ac=	804.25	cm2.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	10	cm.	
recub=	6	cm.	



Primero se calcula la excentricidad balanceada por medio de la ec. (2.16) propuesta por Whitney.

Tabla 2.20 Excentricidad balanceada

$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$				$pt = \frac{Ast}{Ag} = \frac{18.849}{\frac{\pi * 40^2}{4}} =$	0,0150
eb =	**15,106**	**cm**	> 10 cm		
FALLA EN COMPRESIÓN				$m = \frac{f_y}{0.85 \ f_c^1}$	23,5294

Debido a que es una fórmula muy cercana al valor real, se trabaja con éste valor

a. Colaboración del acero

Donde la primera parte de la ec.2.20, $\frac{A_{st} * f_y}{\frac{3e}{D_S}+1}$ es la colaboración del acero para la resistencia de la columna, donde $\frac{1}{\frac{3e}{D_S}+1}$ es el factor que expresa el porcentaje de participación del acero en la resistencia de la columna en función de la excentricidad.

En este caso la excentricidad balaceada es de 15.10 cm, por lo tanto se toman valores desde e = 0, hasta la excentricidad balanceada e_b para ver dicha participación y realizar el análisis.

Tabla 2.21 Participación del acero en base a la excentricidad en columnas circulares.

e	$\frac{1}{\frac{3e}{D_s}+1}$	Pn
0	1,00	**302805,12**
1	0,90	**270065,52**
2	0,82	**243735,24**
3	0,76	**222095,74**
4	0,70	**203993,57**
5	0,65	**188625,40**
6	0,61	**175414,38**
7	0,57	**163935,48**
8	0,54	**153868,61**
9	0,51	**144968,01**
10	0,48	**137041,91**
11	0,46	**129938,42**
12	0,44	**123535,70**
13	0,42	**117734,84**
14	0,40	**112454,72**
15	0,38	**107628,20**
15,106	0,38	**107142,12**

Excentricidad en estudio → 10

Excentricidad balanceada → 15,106

- Se observa que cuando la excentricidad es cero, el factor de participación es uno, y por lo tanto la armadura está trabajando al 100% en compresión, es decir a toda su capacidad de fluencia $fy = 4200kg/cm2$

- Cuando se tiene una excentricidad balanceada el porcentaje de participación del acero es de 0.38, significa que: $0.38 * 4200\ kg/cm2 = 1596\ kg/cm2$ del acero trabaja a compresión, por lo tanto la carga axial que soportara será de:

$$Pn_{acero} = 1596\frac{kg}{cm2} * As = 1596\frac{kg}{cm2} * 18.849\ cm2 = 30083\ kg$$

- Es necesario tomar en cuenta que en esta fórmula, se involucra la excentricidad por lo tanto el momento se encuentra tomado en cuenta, por esa razón se disminuye la capacidad de la columna para resistir carga axial.
- La diferencia de 4200 kg/cm^2-1596 kg/cm^2 = 2604 kg/cm^2 se asume como el valor que contrarresta el momento, donde la fuerza:

  F = 2604 kg/cm^2 * As = 2604 kg/cm^2 *18.849 cm^2 = 49082.796 kg, que se encuentra trabajando en tracción.

- Cuando se tiene excentricidad solicitada e = 10 cm. el factor de participación del acero es de 0.48, significa que: 0.48*4200 kg/cm^2 = 2016 kg/cm^2 del acero trabaja a compresión, por lo tanto la carga axial que soportará será de:

  Pn_{acero} = 2016 kg/cm^2 * As = 2016 kg/cm^2*18.849 cm^2 = 37999.6 Kg

- La diferencia de 4200 kg/cm^2 - 2016 kg/cm^2 = 2184 kg/cm^2 se asume como el valor que contrarresta el momento, donde la fuerza:

  F=2184 kg/cm^2 * As = 2184 kg/cm^2*18.849 cm^2 = 41166.2 kg que se encuentra trabajando en tracción.

b. Contribución del hormigón

La segunda parte de la fórmula es la contribución del hormigón a la resistencia de la columna, representada por $\frac{Ag*f´c}{\frac{9.6D*e}{(0.8D+0.67Ds)^2}+1.18}$ en la que el factor a multiplicar de la contribución del hormigón es $\frac{1}{\frac{9.6D*e}{(0.8D+0.67Ds)^2}+1.18}$.

A continuación se realiza el análisis.

Tabla 2.22 Participación del hormigón en base a la excentricidad en una columna circular.

	e	$\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$	**Pn**
	0	0,85	**302805,12**
	1	0,75	**270065,52**
	2	0,68	**243735,24**
	3	0,61	**222095,74**
	4	0,56	**203993,57**
	5	0,52	**188625,40**
	6	0,48	**175414,38**
	7	0,45	**163935,48**
	8	0,42	**153868,61**
	9	0,40	**144968,01**
Excentricidad en estudio	10	0,37	**137041,91**
	11	0,35	**129938,42**
	12	0,34	**123535,70**
	13	0,32	**117734,84**
	14	0,31	**112454,72**
	15	0,29	**107628,20**
Excentricidad balanceada	15,106	0,29	**107142,12**

Se concluye.

- Cuando la excentricidad es cero es factor a multiplicar es:

$$\frac{1}{\frac{9.6D*e}{(0.8D+0.67Ds)^2}+1.18} = \frac{1}{\frac{9.6*40*0}{(0.840+0.67*28)^2}+1.18} = \frac{1}{0+1.18} = 0.85$$

  Este factor de 0.85, es el factor de reducción expresado en todos los códigos por la capacidad del hormigón.

- Si la excentricidad aumenta la capacidad del hormigón para soportar carga disminuye, hasta llegar a la excentricidad balanceada donde el factor de participación es 0.29 es decir el 29% del área, sin tomar en cuenta el 15% que es el factor de disminución por la calidad del hormigón es decir 29% + 15% = 44%del área de hormigón estaría trabajando en compresión, figura (2.10-b).

- En el ejercicio se tiene el valor e=10cm. el factor de participación de área de hormigón es de 0.37, es decir que 37% + 15% = 52% del área está trabajando en compresión, figura (2.10-a).

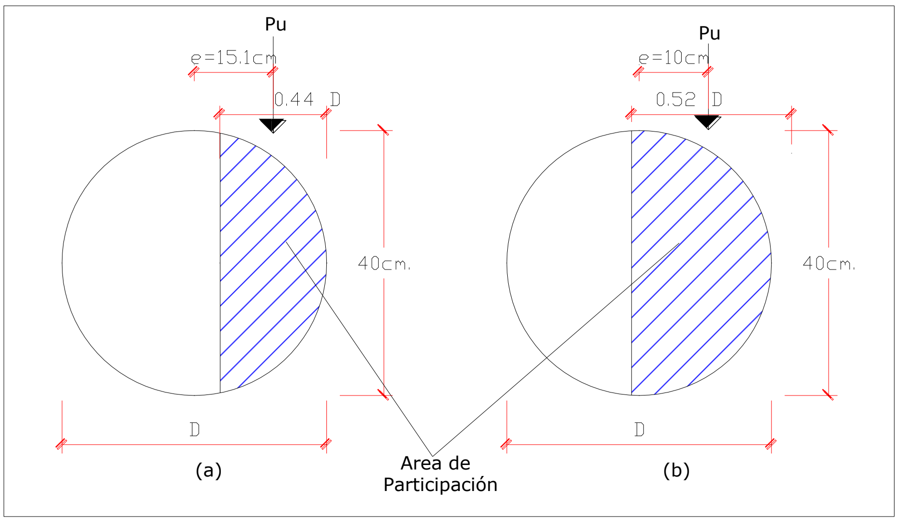


Figura. 2.16 Participación del hormigón en base a la excentricidad en una columna circular.

Tabla 2.23 Resumen de capacidad última de una columna circular en base a la excentricidad

e	Pu (kg)
0.00	227103.84
10.00	102781.43
15.106	80356.59

2.5. Comparaciones de las fórmulas

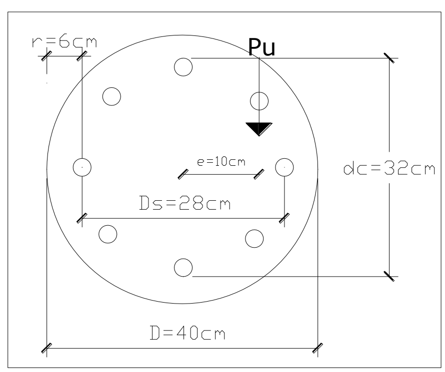
2.5.1. Comprobación fórmula en columnas circulares con diagrama de interacción

2.5.1.1. Ejercicios.

2.5.1.1.1. Calcular la resistencia de una columna con los siguientes datos.

Tabla 2. 24 Datos de la sección

D=	40	cm.	
Ds=	28	cm.	
dc=	32	m	
Astotal=	18,849	cm2	6 Varillas de 20mm
Ag=	1256,64	cm2.	
Ac=	804,25	cm2.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	10	cm.	
recub=	6	cm.	



Falla en compresión

$p_t = \frac{A_{st}}{Area} = \frac{18.849}{\pi * \frac{40^2}{4}} = \mathbf{0.015}$ **Cuantía asumida**

Fórmula del ACI

$$P_u = \emptyset\left[\frac{A_{st} * f_y}{\frac{3e}{D_s} + 1} + \frac{A_g * f'c}{\frac{9.6 * D * e}{(0.8D + 0.67D_s)} + 1.18}\right]$$

$$P_n = \left[\frac{A_{st} * f_y}{\frac{3e}{D_s} + 1} + \frac{A_g * f'c}{\frac{9.6 * D * e}{(0.8D + 0.67D_s)} + 1.18}\right]$$

$$P_n = [38217.97 + 98823.93]$$

$$P_n = 137041.91\ Kg = \mathbf{137.041\ t}$$

Debido a la excentricidad, $Momento = Pn * e = 137.041 * 0.10 = \boldsymbol{Mn = 13.704\ t * m}$

Para utilizar los diagramas del Ing. Marcelo Romo Proaño, Msc. profesor de la Escuela Politécnica del Ejército.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag * f'c} = \frac{0.75 * 137041.91}{210 * \pi * 40^2/_4} = 0.389\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * D * f'c} = \frac{0.75 * 1370419.1}{210 * 40 * \pi * 40^2/_4} = 0.097\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$g = \frac{28}{40} = 0.7$$

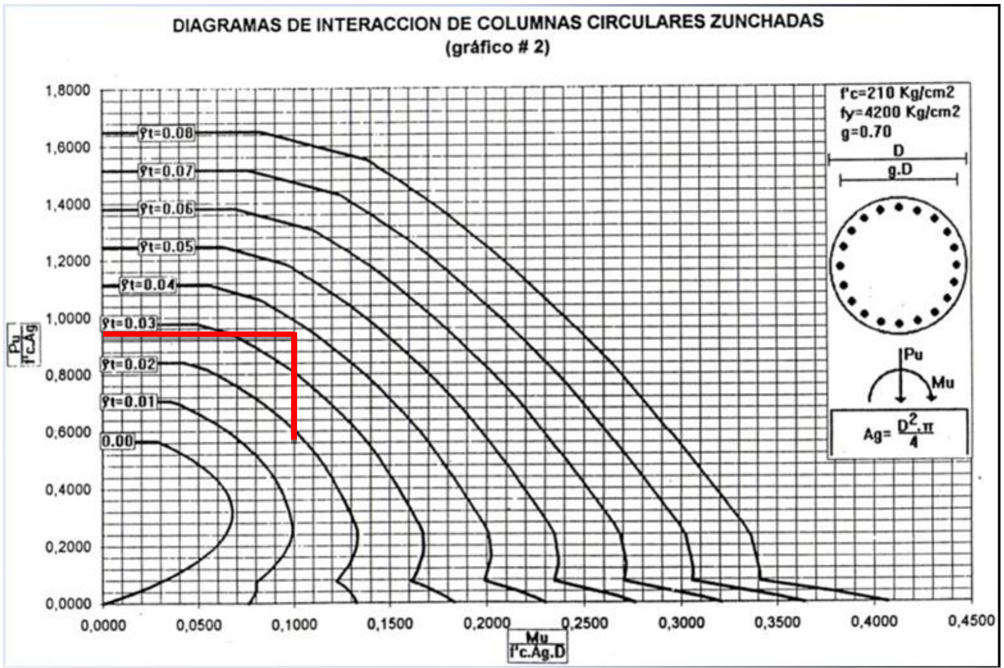


Figura 2.17 Diagrama de interacción

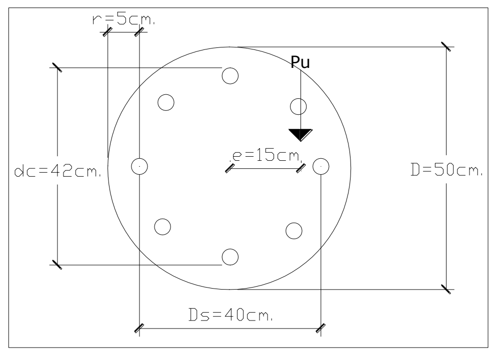
$\rho = 0.012$, de acuerdo a los diagramas de interacción.

Al igual que en las columnas rectangulares se analiza el ρ calculado mediante las fórmulas del ACI, existiendo una diferencia equivalente a un 19% aproximadamente, siendo esta manejable al tener algunos cálculos que varían de acuerdo al número de decimales utilizados, entre otros factores que alteran los resultados obtenidos, tomando en cuenta que ningún método es exacto

2.5.1.1.2. Calcular la resistencia de una columna con los siguientes datos.

Tabla 2. 25 Datos de la sección

D=	50	cm.	
Ds=	40	cm.	
dc=	42	m	
Astotal=	25.132	cm2	8 Varillas de 20mm
Ag=	1963.50	cm2.	
Ac=	1385.45	cm2.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	15	cm.	
recub=	5	cm.	



Falla en compresión

$\rho_t = \frac{A_{st}}{Area} = \frac{25.132}{\pi*50^2/_4} = \mathbf{0.0128}$ **Cuantía asumida**

Fórmula del ACI

$$P_u = \emptyset\left[\frac{A_{st}*f_y}{\frac{3e}{D_s}+1} + \frac{A_g*f´c}{\frac{9.6*D*e}{(0.8D+0.67D_s)+1.18}}\right]$$

$$P_n = \left[\frac{A_{st}*f_y}{\frac{3e}{D_s}+1} + \frac{A_g*f´c}{\frac{9.6*D*e}{(0.8D+0.67D_s)+1.18}}\right]$$

$$P_n = [49672.66 + 147603.07]$$

$$P_n = [197275.73]Kg = 197.275\ t$$

Debido a la excentricidad, $Momento = Pn * e = 197.275 * 0.15 = \boldsymbol{Mn = 29.59\ t * m}$

Para utilizar los diagramas del Ing. Marcelo Romo Proaño.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag * f´c} = \frac{0.75 * 197275.73}{210 * \pi * 50^2/_4} = 0.358 \frac{kg}{cm^2}$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * D * f´c} = \frac{0.75 * 2959135.95}{210 * 50 * ^{\pi * 50^2}/_4} = 0.107 \frac{kg}{cm^2}$$

$$g = \frac{40}{50} = 0.8$$

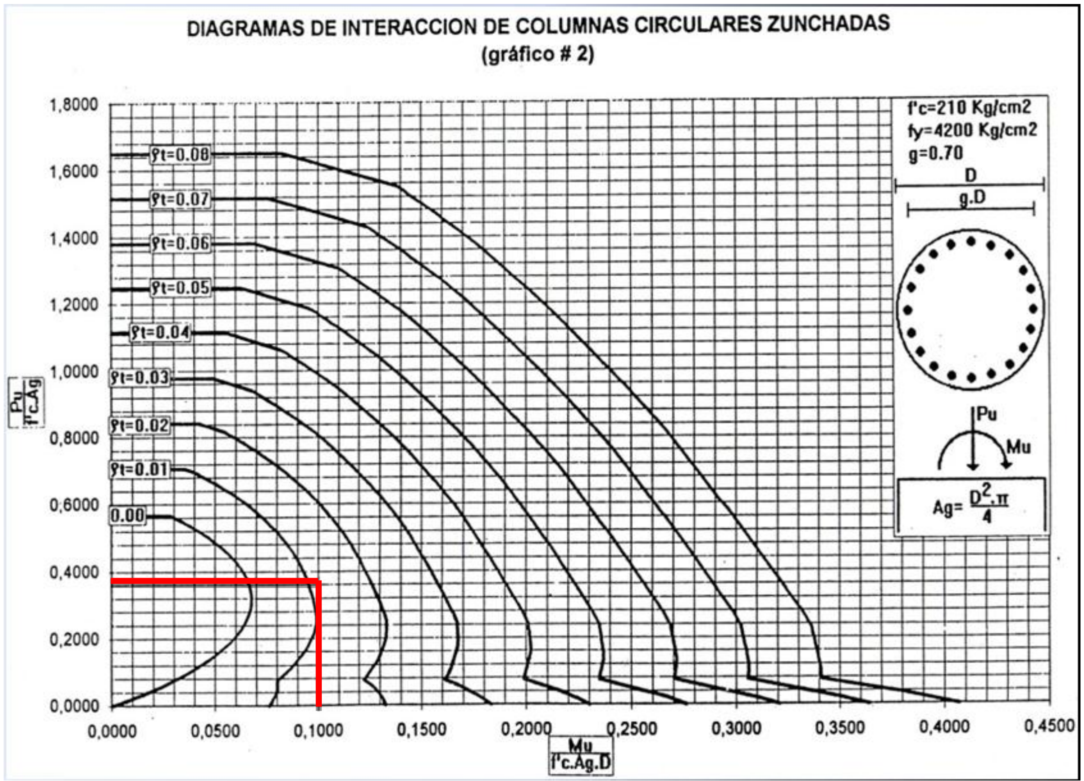


Figura. 2.18 Diagrama de interacción del Ing. Marcelo Romo Proaño.

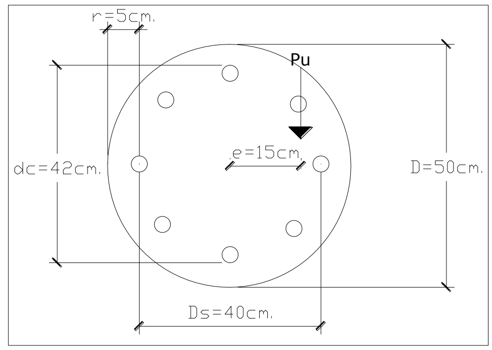
$\rho = 0.012$, de acuerdo a los diagramas de interacción

Al igual que en las columnas rectangulares se analiza el ρ calculado mediante las fórmulas del ACI, existiendo una diferencia equivalente a un 6% aproximadamente, siendo esta manejable al tener algunos cálculos que varían de acuerdo al número de decimales utilizados, entre otros factores que alteran los resultados obtenidos, tomando en cuenta que ningún método es exacto

2.5.1.1.3. Calcular la resistencia de una columna con los siguientes datos.

Tabla 2. 26 Datos de la sección

D=	50	cm.	
Ds=	40	cm.	
dc=	42	m	
Astotal=	25.132	cm2	8 Varillas de 20mm
Ag=	1963.50	cm2.	
Ac=	1385.45	cm2.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	15	cm.	
recub=	5	cm.	



Falla en compresión

$\rho_t = \frac{A_{st}}{Area} = \frac{25.132}{\pi*50^2/_4} = \mathbf{0.0128}$, **cuantía asumida**

Fórmula del ACI

$$P_u = \emptyset\left[\frac{A_{st}*f_y}{\frac{3e}{D_S}+1} + \frac{A_g*f´c}{\frac{9.6*D*e}{(0.8D+0.67D_S)+1.18}}\right]$$

$$P_n = \left[\frac{A_{st}*f_y}{\frac{3e}{D_S}+1} + \frac{A_g*f´c}{\frac{9.6*D*e}{(0.8D+0.67D_S)+1.18}}\right]$$

$$P_n = [49672.66 + 147603.07]$$

$$P_n = 197275.73\ Kg = 197.275\ t$$

Debido a la excentricidad, $Momento = Pn * e = 197.275 * 0.15 = \boldsymbol{Mn = 29.59\ t * m}$

Para utilizar los diagramas del Ing. Marcelo Romo Proaño.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag * f'c} = \frac{0.75 * 197275.73}{210 * \pi * 50^2/_4} = 0.358\,\frac{kg}{cm^2}$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * D * f'c} = \frac{0.75 * 2959135.95}{210 * 50 * ^{\pi * 50^2}/_4} = 0.107\,\frac{kg}{cm^2}$$

$$g = \frac{40}{50} = 0.8$$

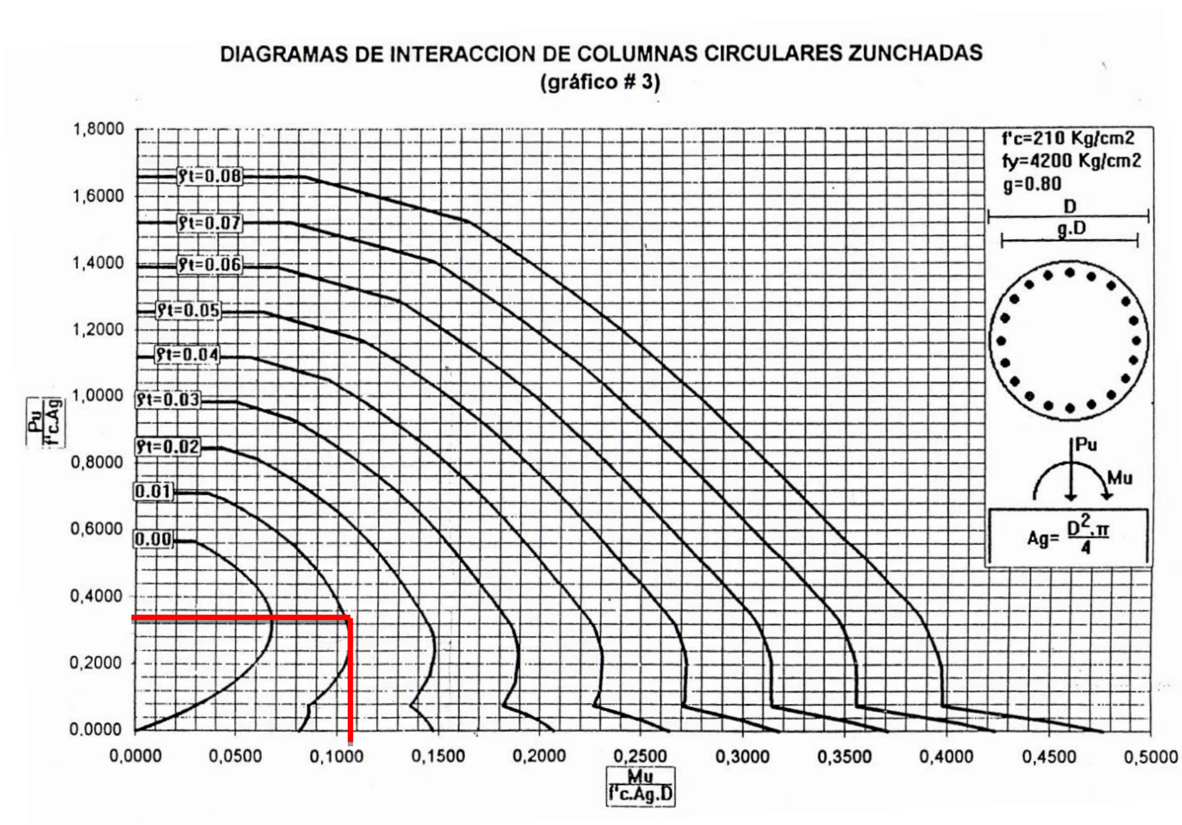


Figura. 2.19 Diagrama de interacción del Ing. Marcelo Romo Proaño.

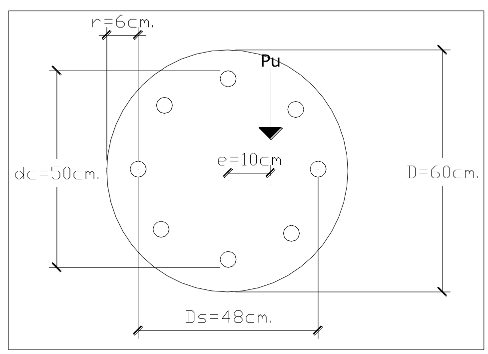
$\rho = 0.011$, de acuerdo los diagramas de interacción.

Al igual que en las columnas rectangulares se analiza el ρ calculado mediante las fórmulas del ACI, existiendo una diferencia equivalente a un 13% aproximadamente, siendo esta manejable al tener algunos cálculos que varían de acuerdo al número de decimales utilizados, entre otros factores que alteran los resultados obtenidos, tomando en cuenta que ningún método es exacto

2.5.1.1.4. Calcular la resistencia de una columna con los siguientes datos.

Tabla 2.27 Datos de la sección

D=	60	cm.	
Ds=	48	cm.	
dc=	50	m	
Astotal=	47.123	cm2	15 Varillas de 20mm
Ag=	2827.44	cm2.	
Ac=	1963.50	cm2.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	10	cm.	
recub=	6	cm.	



Falla en compresión

$$\rho_t = \frac{A_{st}}{Area} = \frac{47.1239}{\pi * 60^2/_4} = \mathbf{0.016}$$ **, cuantía asumida**

Fórmula del ACI

$$P_u = \emptyset\left[\frac{A_{st}*f_y}{\frac{3e}{D_S}+1} + \frac{A_g*f'c}{\frac{9.6*D*e}{(0.8D+0.67D_S)+1.18}}\right]$$

$$P_n = \left[\frac{A_{st}*f_y}{\frac{3e}{D_S}+1} + \frac{A_g*f'c}{\frac{9.6*D*e}{(0.8D+0.67D_S)+1.18}}\right]$$

$$P_n = [121794.83 + 285956.14]$$

$$P_n = [407750.97]\,Kg = 407.75\ t$$

Debido a la excentricidad, $Momento = Pn * e = 407.75 * 0.10 = \boldsymbol{Mn = 40.77\ t * m}$

Para utilizar los diagramas del Ing. Marcelo Romo Proaño.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag * f'c} = \frac{0.75 * 407750.97}{210 * \pi * 60^2/_4} = 0.515\,\frac{kg}{cm^2}$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * D * f'c} = \frac{0.75 * 2959135.95}{210 * 60 * ^{\pi * 60^2}/_4} = 0.0858\,\frac{kg}{cm^2}$$

$$g = \frac{48}{60} = 0.8$$

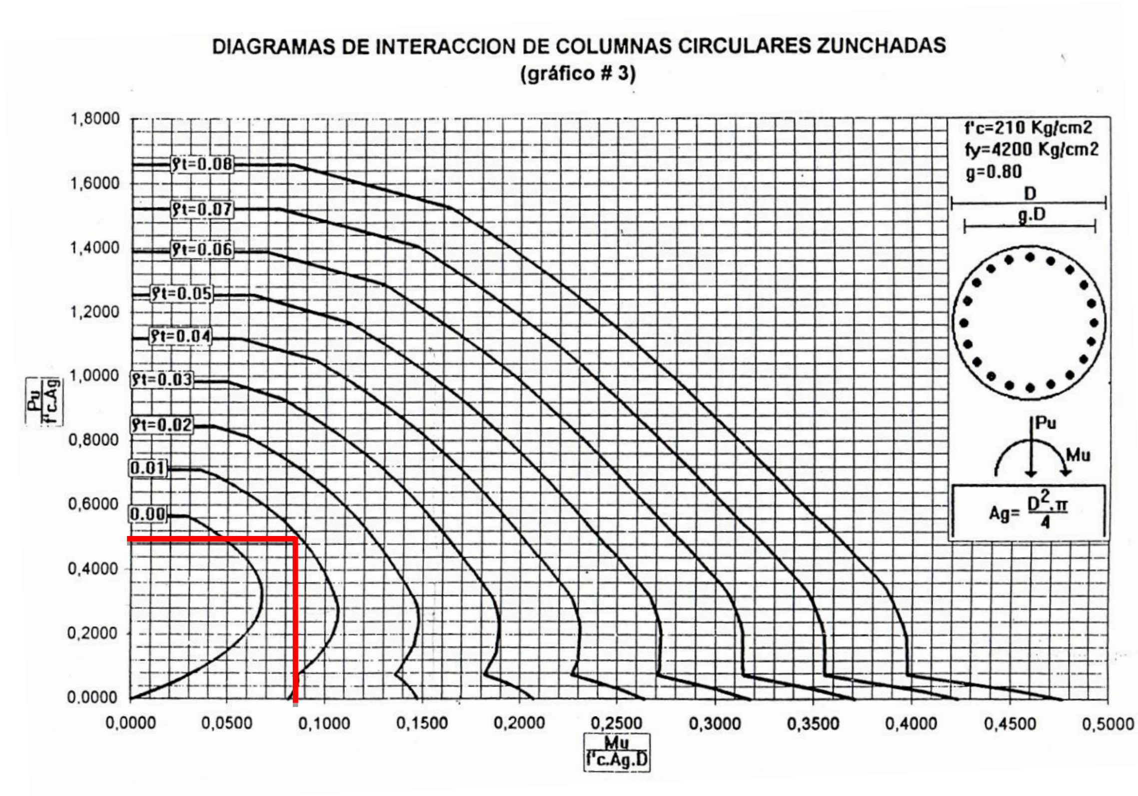


Figura. 2.20 Diagrama de interacción del Ing. Marcelo Romo Proaño.

$\rho = 0.0135$, de acuerdo los diagramas de interacción.

Al igual que en las columnas rectangulares se analiza el ρ calculado mediante las fórmulas del ACI, existiendo una diferencia equivalente a un 15% aproximadamente, siendo esta manejable al tener algunos cálculos que varían de acuerdo al número de decimales utilizados, entre otros factores que alteran los resultados obtenidos, tomando en cuenta que ningún método es exacto

2.6. Columnas con falla a tracción

Con refuerzo paralelo al eje de flexión en una o dos caras.

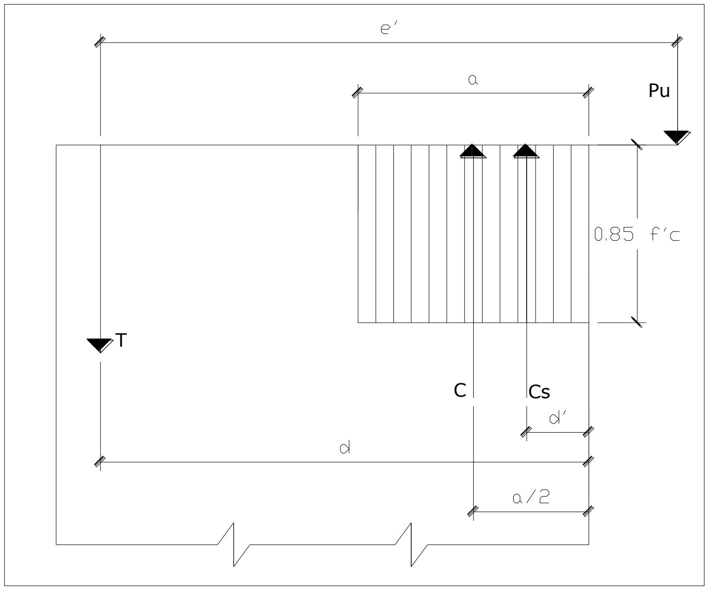


Figura. 2.21 Columnas con falla a tracción.

2.6.1. Fórmulas para columnas rectangulares con falla a tracción

El acero de compresión está fluyendo, de igual forma el acero en tracción, puesto que la columna falla en tracción.

$\rho = \frac{As}{b * d}$ $\qquad\qquad$ $\rho´ = \frac{A´s}{b * d}$

$m = \frac{f_y}{0.85\, f'_c}$ c = 0.85 f´c*a*b

m´= m – 1

(1) Equilibrio de fuerzas

Pu = C + Cs – T (A)

$$Pu = 0.85f'_c * a * b + A'_s * (f_y - 0.85f'_c) - A_s * f_y$$

$$Pu = 0.85f'_c * a * b + \rho' * b * d * (f_y - 0.85f'_c) - \rho * b * d * f_y$$

$$Pu = 0.85f'_c * b * d \left[\frac{a}{d} + \rho' * \left(\frac{f_y}{0.85f'c} - 1\right) - \frac{\rho * f_y}{0.85f'c}\right]$$

$$Pu = 0.85f'_c * b * d \left[\frac{a}{d} + \rho' * (m - 1) - \rho m\right]$$

$$Pu = 0.85f'_c * b * d \left[\frac{a}{d} + \rho' m' - \rho m\right] \quad \text{(B)}$$

(2) Momentos con respecto a T (refuerzo de tracción).

$$P_u e' = C\left(d - \frac{a}{2}\right) + C_s(d - d')$$

Sustituyendo valores.

$$P_u e' = 0.85f'_c * a * b\left(d - \frac{a}{2}\right) + \rho' * b * d * (f_y - 0.85f'_c)(d - d') \quad \text{(C)}$$

Multiplicamos B * e´

$$Pu * e' = e'\left\{0.85f'_c * b * d\left[\frac{a}{d} + \rho'm' - \rho m\right]\right\} \quad (D) \qquad\qquad (D)=(C)$$

$$e'\left\{0.85f'_c * b * d\left[\frac{a}{d} + \rho'm' - \rho m\right]\right\} = 0.85f'_c * a * b\left(d - \frac{a}{2}\right) + \rho' * b * d * (f_y - 0.85f'_c)(d - d') \div 0.85f'_c$$

$$e'\left\{b * d\left[\frac{a}{d} + \rho'm' - \rho m\right]\right\} = a * b\left(d - \frac{a}{2}\right) + \rho' * b * d * \left(\frac{f_y}{0.85f'_c} - 1\right)(d - d')$$

$$e'\left\{d\left[\frac{a}{d} + \rho'm' - \rho m\right]\right\} = a\left(d - \frac{a}{2}\right) + \rho' * d * (m - 1)(d - d')$$

$$e'\left\{\left[\frac{a}{d} + \rho'm' - \rho m\right]\right\} = \frac{1}{d}\left[a\left(d - \frac{a}{2}\right) + \rho' * d * (m')(d - d')\right]$$

$$e'\frac{a}{d} + [\rho'm' - \rho m]e' = a - \frac{a^2}{2d} + \rho'm'(d - d')$$

$$a - \frac{a^2}{2d} + \rho'm'(d - d') - e'\frac{a}{d} - [\rho'm' - \rho m]e' = 0$$

$$-\frac{a^2}{2d} + a - e'\frac{a}{d} + \rho'm'(d - d') - [\rho'm' - \rho m]e' = 0$$

$$-\frac{a^2}{2d} + a\left(1 - \frac{e'}{d}\right) + \rho'm'(d - d') - [\rho'm' - \rho m]e' = 0$$

$$a = \frac{\left[-\left(1 - \frac{e'}{d}\right) \pm \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d}\right)^2 + \frac{4}{2d}[\rho'm'(d - d') - e'(\rho'm' - \rho m)]}\right]}{-\frac{2}{2d}}$$

$$a = d\left\{\left(1 - \frac{e'}{d}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d}\right)^2 + 2\left[\rho'm'\left(1 - \frac{d'}{d}\right) - \frac{e'}{d}(\rho'm' - \rho m)\right]}\right\}$$

Cuando: ρ´=ρ la cuña de compresión del hormigón es

$$a = d\left\{\left(1-\frac{e'}{d}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\left[\rho m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)-\frac{e'}{d}(\rho(m-1)-\rho m)\right]}\right\}$$

$$a = d\left\{\left(1-\frac{e'}{d}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\left[\rho m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)-\frac{e'}{d}(\rho m-\rho-\rho m)\right]}\right\}$$

$$a = d\left\{\left(1-\frac{e'}{d}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\left[\rho m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)-\frac{e'}{d}(-\rho)\right]}\right\}$$

$$a = d\left\{\left(1-\frac{e'}{d}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\left[\rho m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\rho\right]}\right\}$$

$$a = d\left\{\left(1-\frac{e'}{d}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right\}$$

$$\frac{a}{d} = \left[\left(1-\frac{e'}{d}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right]$$

(1)

Reemplazo (1) en (B)

$$Pu = 0.85f'_c * b * d\left[\left(1-\frac{e'}{d}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}+\rho'm'-\rho m\right]$$

Para refuerzo simétrico en dos caras ρ=ρ´

$$Pu = 0.85f'_c * b * d\left[\left(1-\frac{e'}{d}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}+\rho(m-1)-\rho m\right]$$

$$Pu = 0.85f'_c * b * d\left[\left(1-\frac{e'}{d}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}+\rho m-\rho-\rho m\right]$$

$$Pu = 0.85f'_c * b * d\left[\left(1-\frac{e'}{d}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}-\rho\right]$$

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c * b * d\left[-\rho+1-\frac{e'}{d}+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right]\right\} \qquad \text{ec. 2.21}$$

De esta manera se obtendrá la fórmula expresada por el código ACI.

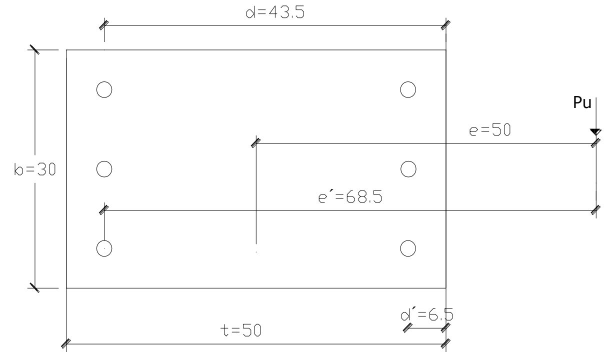
Para comprender de mejor manera dicha fórmula, se la analiza por medio del siguiente ejercicio.

2.6.1.1. Ejercicios

2.6.1.1.1. Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular con estribos y refuerzo simétrico a dos caras

Tabla 2.28 Datos de la sección

DATOS.			
Φ=	0.7		
b=	30	cm.	
t=	50	cm.	
Astotal=	42.42	cm.	3 Varillas de 30mm. En cada cara.
d´=	6.5	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	50	cm.	
e´=	68.5	cm.	



Se obtiene la excentricidad balanceada por medio de la fórmula sugerida por Whitney para secciones rectangulares.

Tabla 2.29 Excentricidad balanceada por Whitney

$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$				$\rho^1 = \rho = \frac{A_s}{b * t}$	0,0141
eb=	39,446	cm	< 50 cm	$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0,0325
			Falla por tracción		
d=	43,5	cm.		$m = \frac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294
d-d´=	37	cm.			
d´´=	18,5	cm.			
				$m^1 = m - 1$	22,5294
Z=	10,5	cm.			
Z´=	4	cm.			

Adicionalmente con las fórmulas tanto de momento y carga balanceada se comprueba si la fórmula simplificada de excentricidad balanceada se aproxima a la realidad:

$$M_b = \left[0.85 * f´_c * b * a_b * \left(d - d´ - \frac{a_b}{2}\right) + A_s * f_y * (d - d´)\right]$$

$$M_b = \left[0.85 * 210 * 30 * 22.185 * \left(43.5 - 18.5 - \frac{22.185}{2}\right) + 42.42/2 * 4200 * (37)\right]$$

$$\boldsymbol{M_b = 4948254.39\ kg * cm}$$

$$P_b = \left[0.85 * \beta 1 * f'_c * b * d * \left(\frac{6300}{f_y + 6300}\right)\right]$$

$$P_b = \left[0.85 * 0.85 * 210 * 30 * 43.5 * \left(\frac{6300}{4200 + 6300}\right)\right]$$

$$\boldsymbol{P_b = 118800.7\ kg}$$

$$e_b = \left[\frac{M_b}{P_b}\right]$$

$$e_b = \left[\frac{4948254.39\ kg * cm}{118800.7\ kg}\right] = \mathbf{41.65\ cm}$$

Se puede observar que la diferencia entre la fórmula aproximada y la exacta es de 2.2 cm, diferencia es mínima, razón por la cual se la puede aplicar sin restricciones.

Se aplica la ec. (2.21) expresada en el código ACI.

$$Pu = \emptyset \left\{0.85 f'_c * b * d \left[-\rho + 1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho\left[m'\left(1 - \frac{d'}{d}\right) + \frac{e'}{d}\right]}\right]\right\}$$

Donde tenemos los siguientes valores explicados en una tabla general.

Tabla 2.30 Resistencia de una columna cuando falla a tracción.

e	e´	a	Pn
39,45	57,95	21,68	112827,09
40,00	58,50	21,37	111116,94
41,00	59,50	20,81	108120,70
42,00	60,50	20,27	105240,30
43,00	61,50	19,75	102471,50
44,00	62,50	19,25	99810,05
45,00	63,50	18,78	97251,80
46,00	64,50	18,32	94792,62
47,00	65,50	17,88	92428,48
48,00	66,50	17,45	90155,45
49,00	67,50	17,04	87969,69
50,00	68,50	16,65	85867,48
51,00	69,50	16,27	83845,23

Excentricidad balanceada

Excentricidad en estudio

Máximo valor de excentricidad en columna

Donde,

e = excentricidad con relación al centro de gravedad.

e ´= excentricidad con relación al eje del acero de tracción.

$a = d\left\{\left(1-\frac{e'}{d}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right\}$ Cuña de compresión.

Pn = carga nominal que resiste la columna.

Se realiza la comprobación de la fórmula para e = 50 cm, por medio de la siguiente expresión:

Pn = C + Cs – T

$$Pn = 0.85f'_c * a * b + A'_s * (f_y - 0.85f'_c) - A_s * f_y$$

$$Pn = 0.85 * 210 * 16.65 * 30 + 21.21 * (4200 - 0.85 * 210) - 21.21 * 4200$$

$Pn = 89160.75 + 85396.015 - 89082.00$

$Pn = 85374.76\ kg = \mathbf{85.374\ t}$

De la tabla (2.10) se tiene el valor de 85.867 t para e = 50 cm, cuya diferencia es de 85.867 t - 85.374 t = 0.493 t, cuyo valor es insignificante en la resistencia de la columna.

Se puede observar la colaboración del acero y del hormigón para contrarrestar el momento.

Momento resistente de columna = Momentos contribuyentes de hormigón + acero.

$$M_R = C\left(d - \frac{a}{2}\right) + C_s(d - d')$$

$$M_R = 0.85f'_c * a * b\left(d - \frac{a}{2}\right) + A_s(f_y - 0.85f'_c)(d - d')$$

$$M_R = 0.85 * 210 * 16.65 * 30\left(43.5 - \frac{16.65}{2}\right) + 21.21(4200 - 0.85 * 210)(43.5 - 6.5)$$

$$M_R = 3107975.0625 + 3155952.555$$

$$M_R = 6263927.6175\ Kg * cm = 62.639\ t * m$$

Por definición $M = P * e = 85.867 * 0.685 = \boldsymbol{M = 58.81\ t * m}$

Donde la diferencia es de $3.83\ t * m$, siendo un porcentaje del 6% de diferencia, valor manejable.

Se calcula la compresión mínima para que el acero de compresión fluya, por medio de la ec. (2.1).

$$c = \frac{6300 * d'}{6300 - fy} = \frac{6300 * 6.5}{6300 - 4200} = 19.5\ cm$$

$a = \beta 1 * c$

$\beta 1 = 0.85$

$a_{min} = 16.575$ cm, cuña mínima de compresión para que el acero fluya.

Se concluye:

- Se comprueba $a_{min,}$ con el valor real presentado en la tabla 2.10, por lo tanto se concluye que la excentricidad no debe ser mayor de 50 cm, esto se debe a que la cuña de compresión es de 16.65 cm, al tener un valor mayor de excentricidad no se cumplirá con esta condición para que el acero de compresión fluya.

- Cuando no se cumple la condición anterior la solución es incrementar las dimensiones de la columna.

2.6.2. Comprobación de la fórmula en columnas rectangulares armadas a dos caras con los diagramas de interacción.

2.6.2.1. Ejercicios.

2.6.2.1.1. Calcular la resistencia nominal en la siguiente columna

Tabla 2.31 Datos de la sección y cálculos para comprobación

DATOS.					
Φ=	0,7				
b=	30,00	cm.			
t=	50,00	cm.			
Astotal=	42,42	cm2.	3 Varillas de 30mm cada cara.		
A´s=	21,21	cm2.			
d´=	6,50	cm.			
f´c=	210,00	kg/cm2		$\rho^1 = \rho = \frac{A_s}{b * t}$	0,0141
fy=	4200,00	kg/cm2			
e=	50,00	cm.		$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0,0325
e´=	68,50	cm.			
$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m)t$			Armadura simetrica		
eb=	39,45	cm.	< 50 cm.	$m = \frac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294
d=	43,50	cm.			
d-d´=	37,00	cm.	**Falla por tracción**	$m^1 = m - 1$	22,5294
d´´=	18,50	cm.			

$$Pn = \left\{0.85 f´_c * b * d \left[-\rho + 1 - \frac{e´}{d} + \sqrt{\left(1 - \frac{e´}{d}\right)^2 + 2\rho \left[m´\left(1 - \frac{d´}{d}\right) + \frac{e´}{d}\right]}\right]\right\}$$

$$Pn = \left\{0.85 * 210 * 30 * 43.5 \left[-0.0141 + 1 - \frac{68.5}{43.5} + \sqrt{\left(1 - \frac{68.5}{43.5}\right)^2 + 2 * 0.0141 \left[22.52\left(1 - \frac{6.5}{43.5}\right) + \frac{68.5}{43.5}\right]}\right]\right\}$$

$$\boldsymbol{Pn = 85867.48\ kg.}$$

$$Mn = Pn * e$$

$$Mn = 85867.48\ kg * 50\ cm$$

$$\boldsymbol{Mn = 4293374.00\ kg * cm}$$

Para utilizar los diagramas del ACI y del Ing. Fausto Meléndez Manzano.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag} = \frac{0.7 * 85867.48}{50 * 30} = 40.07\,\frac{kg}{cm^2} = 0.5224\ ksi$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * t} = \frac{0.7 * 4293374.00}{50 * 30 * 50} = 40.0715\,\frac{kg}{cm^2} = 0.5224\ ksi$$

$g = \frac{37}{50} = 0.74$ Relación que existe entre los ejes del refuerzo y la altura de la columna.

$\frac{e}{h} = \frac{50}{50} = 1.0$ Relación que existe entre la excentricidad y la altura de la columna.

$$\rho = \frac{As}{b * t} = \frac{42.42}{50 * 30} = \mathbf{0.028}$$

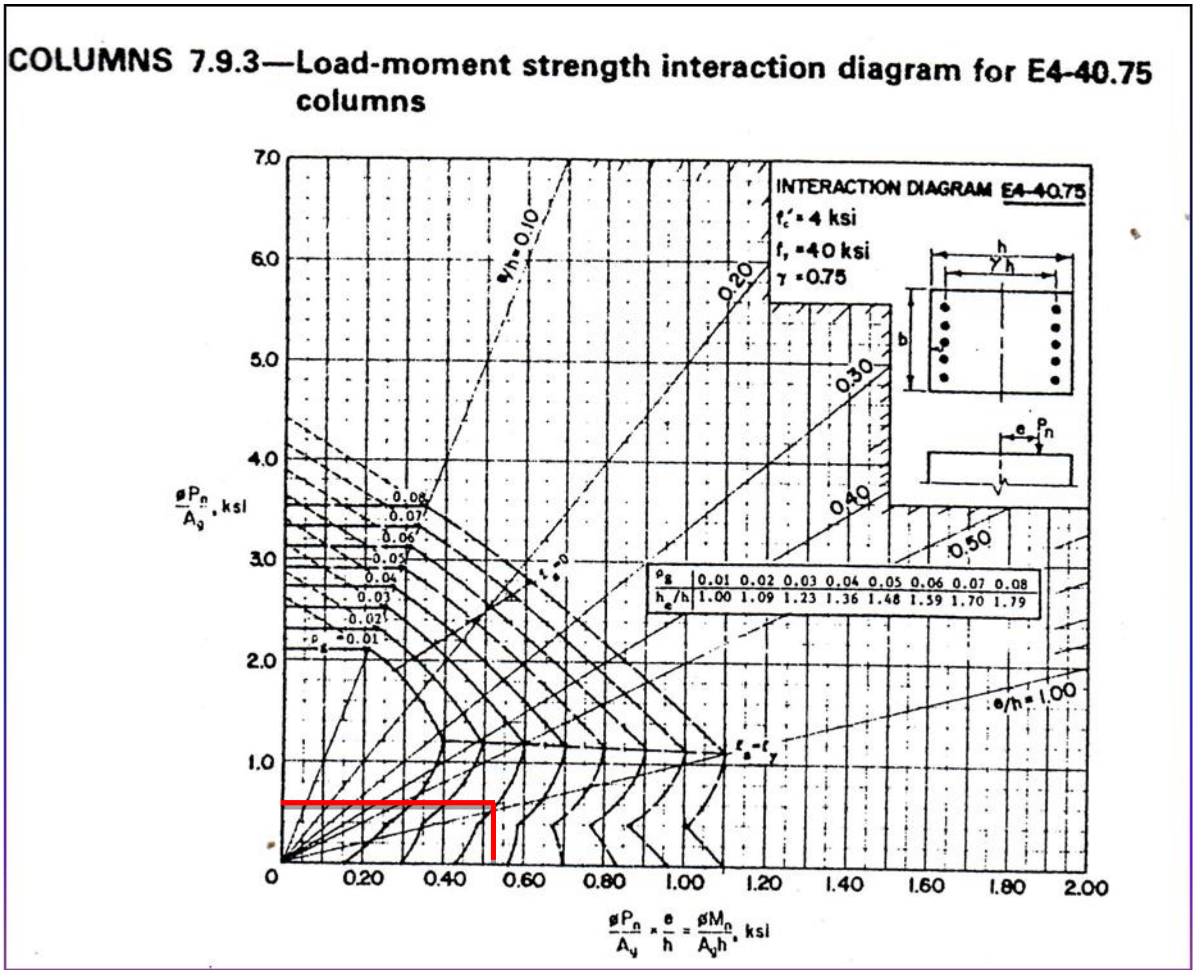


Figura. 2.22 Diagrama de interacción del ACI.

$\rho = 0.0295$, de acuerdo los diagramas de interacción del ACI.

Se realiza el análisis del ρ con los diagramas de interacción, y se compara con el ρ asumido, obteniendo un porcentaje de diferencia equivalente del 3%.

2.6.2.1.2. Calcular la resistencia nominal en la siguiente columna

Tabla 2.32 Datos de la sección y cálculos para comprobación

DATOS.					
Φ=	0,7				
b=	40,00	cm.			
t=	50,00	cm.			
Astotal=	39,27	cm2.	4 Varillas de 25mm cada cara.		
A´s=	19,64	cm2.			
d´=	6,50	cm.			
f´c=	210,00	kg/cm2		$\rho^1 = \rho = \frac{A_s}{b * t}$	0,0098
fy=	4200,00	kg/cm2			
e=	38,00	cm.		$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0,0226
e´=	56,50	cm.			
$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m)t$			Armadura simetrica		
eb=	30,44	cm.	< 38 cm.	$m = \frac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294
d=	43,50	cm.			
d-d´=	37,00	cm.	**Falla por tracción**	$m^1 = m - 1$	22,5294
d´´=	18,50	cm.			

$$Pn = \left\{0.85 f'_c * b * d \left[-\rho + 1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho\left[m'\left(1 - \frac{d'}{d}\right) + \frac{e'}{d}\right]}\right]\right\}$$

$$Pn = \left\{0.85 * 210 * 40 * 43.5 \left[-0.0098 + 1 - \frac{56.5}{43.5} + \sqrt{\left(1 - \frac{56.5}{43.5}\right)^2 + 2 * 0.0098 \left[22.52\left(1 - \frac{6.5}{43.5}\right) + \frac{56.5}{43.5}\right]}\right]\right\}$$

$$Pn = 121780.86\ kg$$

$$Mn = Pn * e$$

$$Mn = 121780.86\ kg * 38\ cm$$

$$\mathbf{Mn = 4627672.68\ kg * cm}$$

Para utilizar los diagramas del ACI y del Ing. Fausto Meléndez Manzano.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag} = \frac{0.7 * 121780.86}{50 * 40} = 42.623 \frac{kg}{cm^2} = 0.6089\ ksi.$$

$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * t} = \frac{0.7 * 4627672.68}{50 * 40 * 50} = 32.393 \frac{kg}{cm^2} = 0.4627\ ksi.$

$g = \frac{37}{50} = 0.74$ Relación que existe entre los ejes del refuerzo y la altura de la columna.

$\frac{e}{h} = \frac{38}{50} = 0.76$ Relación que existe entre la excentricidad y la altura de la columna.

$$\rho = \frac{As}{b * t} = \frac{39.269}{50 * 40} = \mathbf{0.0196}$$

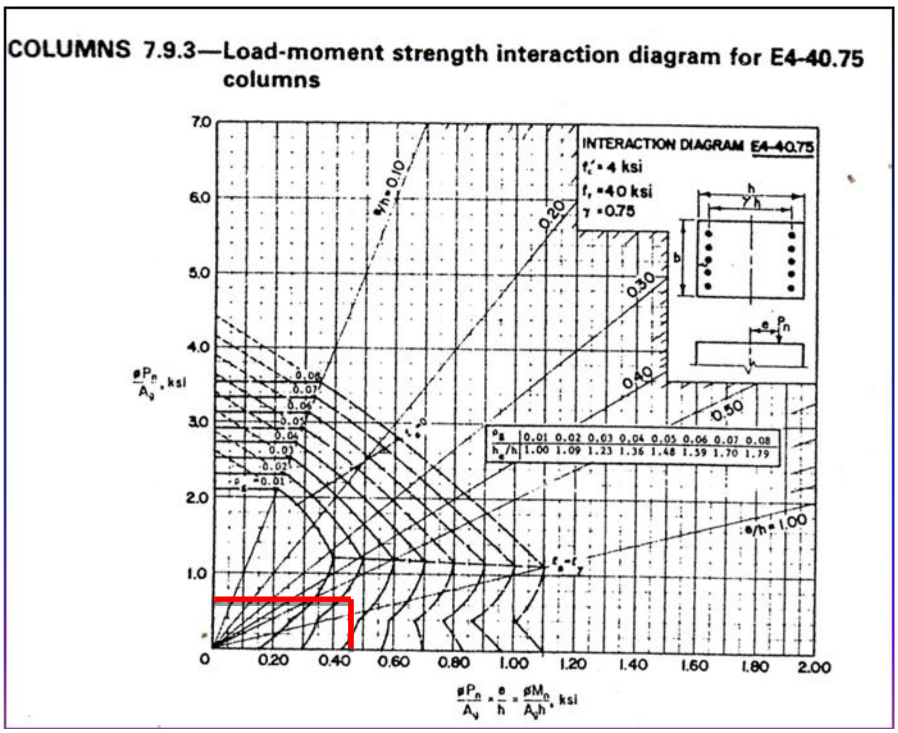


Figura. 2.23Diagrama de interacción del ACI.

$\rho = \mathbf{0.022}$**,** de acuerdo los diagramas de interacción del ACI.

Se realiza el análisis del ρ con los diagramas de interacción, y se compara con el ρ asumido, obteniendo un porcentaje de diferencia equivalente del 10%.

2.6.3. Fórmula de cálculo para columnas circulares

De igual manera el código ACI expresa la ecuación simplificada; si las columnas son con estribos Φ=0.70, si las columnas son con zunchos Φ=0.75, donde el valor de la carga ultima se representa de la siguiente manera.

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c * D^2\left[\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)^2 + \frac{\rho_t * m * D_s}{2.5D}} - \left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)\right]\right\} \qquad \text{ec. 2.32}$$

Dónde:

ρ_t: cuantía total del refuezo longitudinal

e : excentricidad de la carga con respecto al centroide plástico de la sección (que en secciones circulares coincide con el centro geométrico).

D_s: diámetro de la circunferencia formada por los centros del refuezo.

A_g : sección transversal total de la columna.

D : diámetro exterior de la sección.

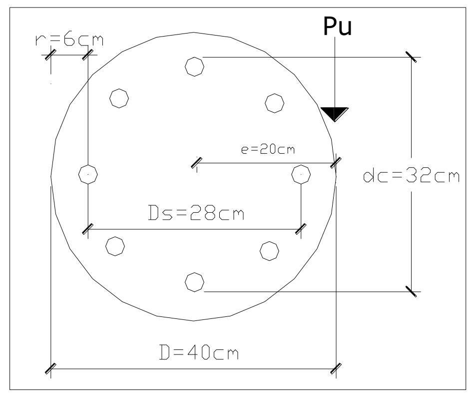
Por medio del siguiente ejercicio analizaremos la fórmula de columnas circulares que fallan a tracción.

2.6.3.1. Ejercicios

2.6.3.1.1. Determinar la carga excéntrica máxima en una columna circular con zunchos.

Tabla 2.33 Datos de la sección

DATOS.			
Φ=	0.75		
D=	40	cm.	
Ds=	28	cm.	
dc=	32	m	
As total=	25.132	cm2	8 Varillas de 20mm
Ag=	1256.64	cm2.	
Ac=	804.25	cm2.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	20	cm.	
recub=	6	cm.	



Se calcula la excentricidad balanceada con la formula simplificada expresada por Whitney.

Tabla 2.34 Excentricidad balanceada por Whitney

$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$			$pt = \frac{Ast}{Ag}$	0.0200
eb=	16.941 cm.	<20 cm.	$m = \frac{f_y}{0.85\ f_c^1}$	23.5294
	FALLA POR TENSIÓN			

En este caso, no existe formula teórica para el cálculo de la excentricidad balanceada.

Con la fórmula antes obtenida obtenemos la resistencia de la columna.

$$Pn = 0.85f'_c * D^2\left[\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)^2 + \frac{\rho_t * m * D_s}{2.5D}} - \left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)\right]$$

Tabla 2.35 Resistencia de una columna circular cuando falla a tracción

e	Pn	Pu
16.941	109540.20	82155.15
17	109162.67	81872.01
18	102957.92	77218.44
19	97108.13	72831.09
20	**91611.06**	**68708.30**

Excentricidad balanceada

Excentricidad en estudio

Se concluye:

- El análisis para calcular la excentricidad balanceada se realiza por medio de la formula empírica, y solo en base a esto se puede aplicar la fórmula adecuada.

- Cuando la excentricidad balanceada es menor que la propuesta, la falla se produce por tracción por lo tanto se aplica la ec. 2.21.

- En la fórmula expresada por el ACI se puede analizar que la $\left[\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)^2 + \frac{\rho_t * m * D_s}{2.5D}} - \left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)\right]$ es la participación del área en la resistencia donde a su vez se encuentra incluida la armadura de la columna.

2.6.4. Comprobación de la fórmula en columnas rectangulares armadas a dos caras con los diagramas de interacción.

2.6.4.1. Ejercicios.

2.6.4.1.1. Calcular la resistencia de una columna circular con zunchos.

Tabla 2.36 Datos de la sección

DATOS.						
Φ=	0.75					
D=	40	cm.				
Ds=	28	cm.	8 Varillas de 20mm			
dc=	32	m				
As total=	25.132	cm2				
Ag=	1256.64	cm2.				
Ac=	804.25	cm2.				
f´c=	210	kg/cm2				
fy=	4200	kg/cm2				
e=	20	cm.				
recub=	6	cm.				
$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$					$pt = \frac{Ast}{Ag}$	0.0200
eb=	16.941	cm.	<20		$m = \frac{f_y}{0.85\ f_c^1}$	23.5294
			FALLA POR TENSIÓN			

$$Pn = 0.85f'_c * D^2\left[\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)^2 + \frac{p_t*m*D_s}{2.5D}} - \left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)\right]$$

$$Pn = 0.85 * 210 * 40^2\left[\sqrt{\left(\frac{0.85*20}{40} - 0.38\right)^2 + \frac{0.02*23.529*D_s}{2.5*40}} - \left(\frac{0.85*20}{40} - 0.38\right)\right]$$

$$Pn = 91611.06\ kg$$

$$Mn = Pn * e$$

$$Mn = 91611.06 * 20 = 1832221.2\ kg * cm$$

Para utilizar los diagramas del Ing. Marcelo Romo Proaño.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag * f'c} = \frac{0.75 * 91611.06}{210 * \pi * 40^2/_4} = 0.26 \frac{kg}{cm^2}$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * D * f'c} = \frac{0.75 * 1832221.2}{210 * 40 * {}^{\pi * 40^2}/_4} = 0.13 \frac{kg}{cm^2}$$

$$g = \frac{28}{40} = 0.70$$

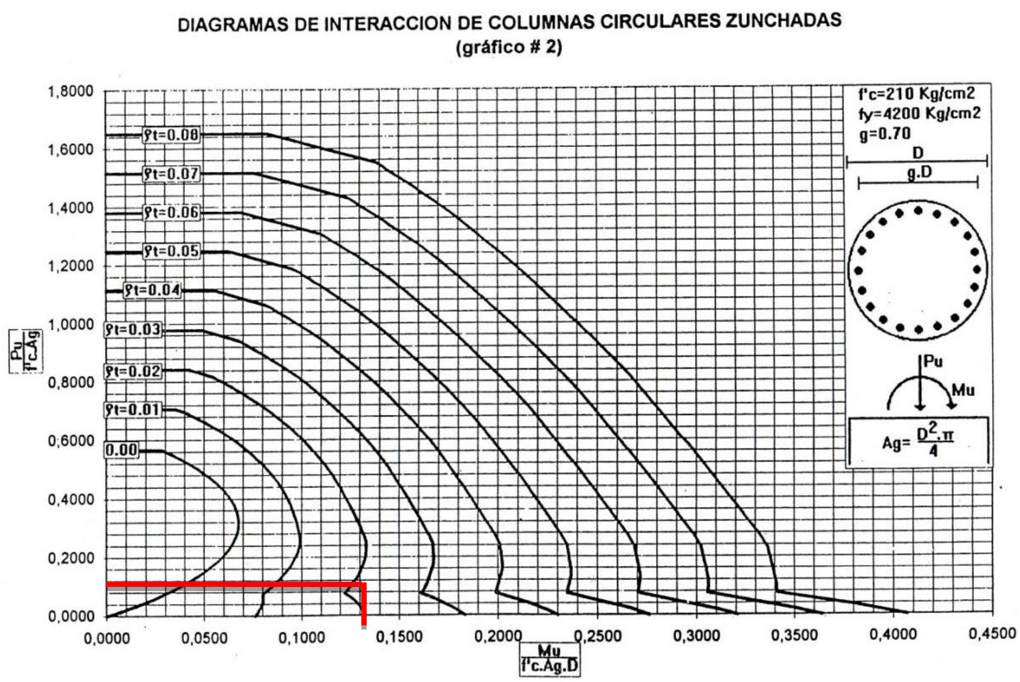


Figura. 2.24 Diagrama de interacción del Ing. Marcelo Romo Proaño

$\boldsymbol{\rho = 0.02}$**,** de acuerdo los diagramas de interacción del Ing. Marcelo Romo Proaño.

En las columnas circulares, el porcentaje de error disminuye notablemente, en este caso no existe diferencia.

2.6.4.1.2. Calcular la resistencia de una columna circular con zunchos.

Tabla 2.37 Datos de la sección

DATOS.						
Φ=	0.75					
D=	50	cm.				
Ds=	38	cm.				
dc=	42	m				
As total=	38.01	cm2	10 Varillas de 22mm			
Ag=	1963.50	cm2.				
Ac=	1385.45	cm2.				
f´c=	210	kg/cm2				
fy=	4200	kg/cm2				
e=	25	cm.				
recub=	6	cm.				
$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$					$pt = \frac{Ast}{Ag}$	0.0194
eb=	20.882	cm.	<20cm		$m = \frac{f_y}{0.85\ f_c^1}$	23.5294
			FALLA POR TENSIÓN			

$$Pn = 0.85f'_c * D^2\left[\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)^2 + \frac{p_t * m * D_s}{2.5D}} - \left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)\right]$$

$$Pn = 0.85 * 210 * 50\left[\sqrt{\left(\frac{0.85*25}{50} - 0.38\right)^2 + \frac{0.0194*23.529*D_s}{2.5*50}} - \left(\frac{0.85*25}{50} - 0.38\right)\right]$$

$$Pn = 147184.36\ kg$$

$$Mn = Pn * e$$

$$\boldsymbol{Mn = 147184.36 * 25 = 3679609.00\ kg * cm}$$

Para utilizar los diagramas del Ing. Marcelo Romo Proaño.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag * f'c} = \frac{0.75 * 147184.36}{210 * \pi * 50^2 / 4} = 0.2677 \frac{kg}{cm^2}$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * D * f'c} = \frac{0.75 * 3679609.00}{210 * 50 * ^{\pi * 50^2}/_4} = 0.133 \frac{kg}{cm^2}$$

$$g = \frac{38}{50} = 0.76$$

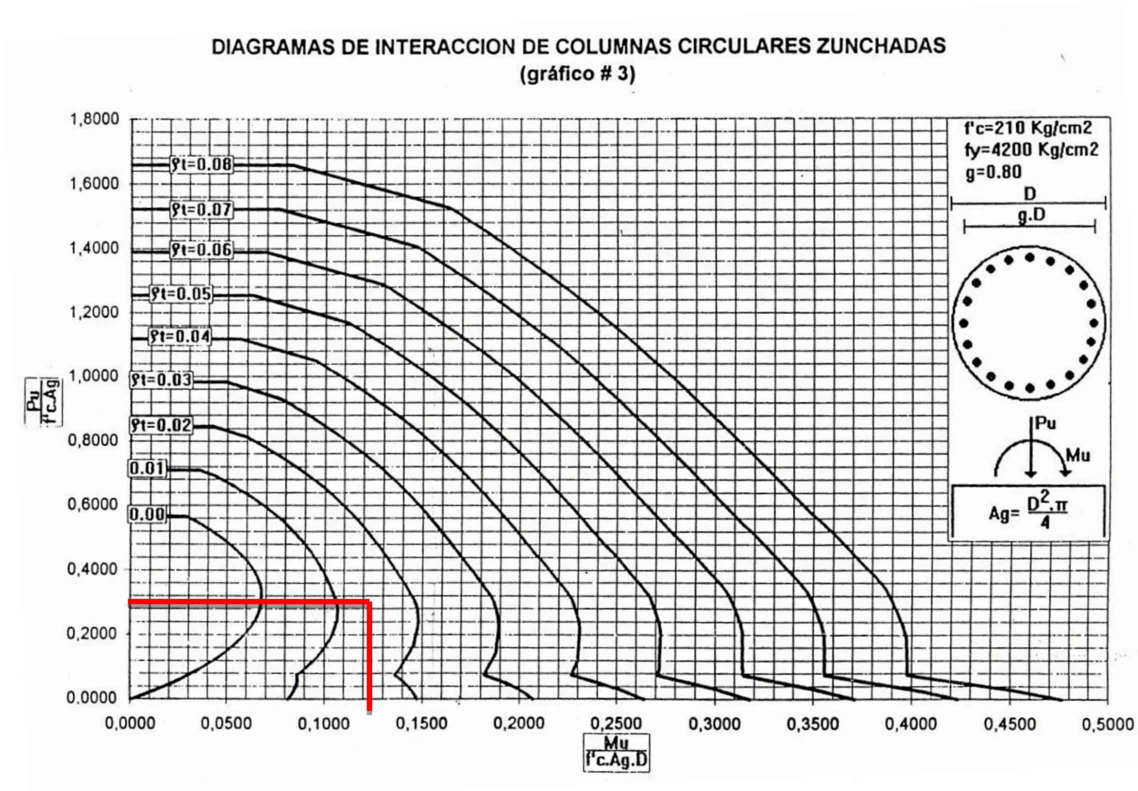


Figura. 2.25 Diagrama de interacción del Ing. Marcelo Romo Proaño.

$\boldsymbol{\rho = 0.018}$**,** de acuerdo los diagramas de interacción del Ing. Marcelo Romo Proaño.

Existe una diferencia del 7%, en el cálculo del $\boldsymbol{\rho}$**,** con lo cual el margen de error es menor que en las columnas rectangulares.

2.6.4.1.3. Calcular la resistencia de una columna circular con zunchos.

Tabla 2.38 Datos de la sección

DATOS.						
Φ=	0.75					
D=	60	cm.				
Ds=	48	cm.				
dc=	52	m				
Astotal=	49.087	cm2	10 Varillas de 25mm			
Ag=	2827.44	cm2.				
Ac=	2123.72	cm2.				
f´c=	210	kg/cm2				
fy=	4200	kg/cm2				
e=	30	cm.				
recub=	6	cm.				
$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$					$pt = \frac{Ast}{Ag}$	0.0174
eb=	23.959	cm.	<20cm		$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c}$	23.5294
			FALLA POR TENSIÓN			

$$Pn = 0.85f'_c * D^2\left[\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)^2 + \frac{p_t * m * D_s}{2.5D}} - \left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)\right]$$

$$Pn = 0.85 * 210 * 60\left[\sqrt{\left(\frac{0.85 * 30}{60} - 0.38\right)^2 + \frac{0.0174 * 23.529 * 48}{2.5 * 60}} - \left(\frac{0.85 * 30}{60} - 0.38\right)\right]$$

$$Pn = 205206.99\ kg$$

$$Mn = Pn * e$$

$$Mn = 205206.99 * 30 = 6156209.7\ kg * cm$$

Para utilizar los diagramas del Ing. Marcelo Romo Proaño.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag * f'c} = \frac{0.75 * 205206.99}{210 * \pi * 60^2/_4} = 0.259\frac{kg}{cm^2}$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * D * f'c} = \frac{0.75 * 6156209.7}{210 * 60 * ^{\pi * 60^2}/_4} = 0.129\frac{kg}{cm^2}$$

$$g = \frac{48}{60} = 0.80$$

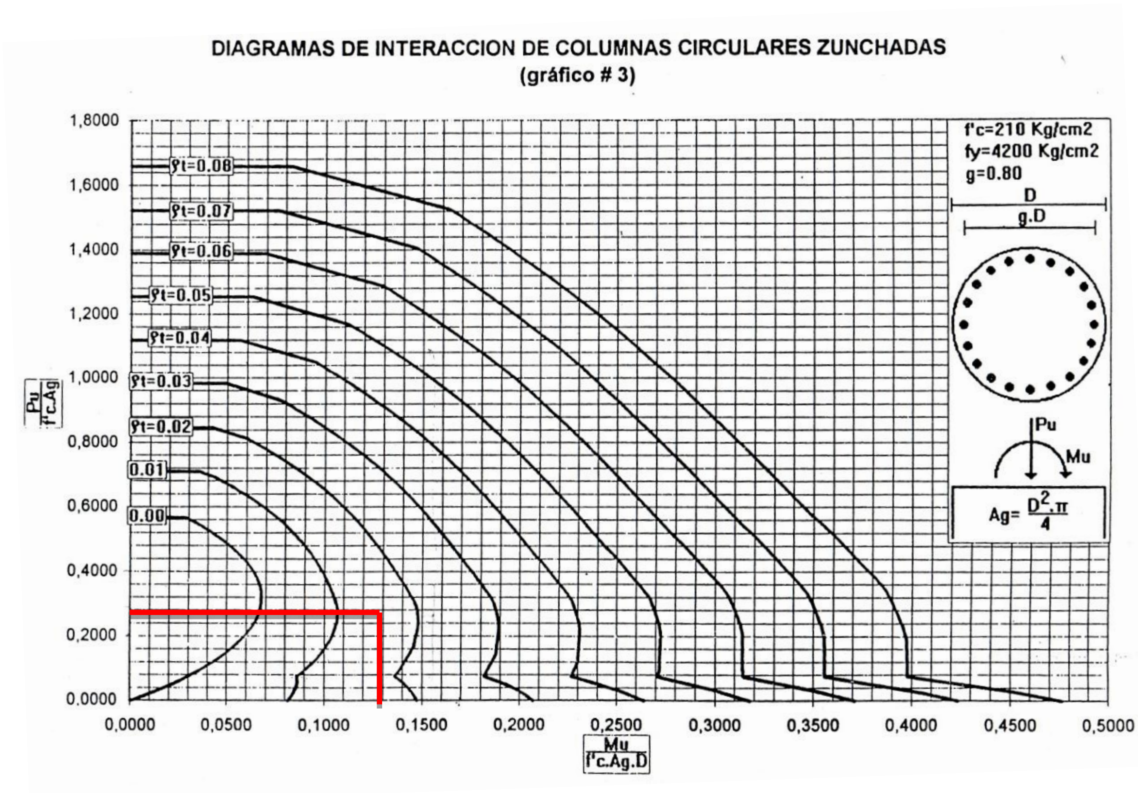


Figura. 2.26 Diagrama de interacción del ACI

$\boldsymbol{\rho = 0.017}$**,** de acuerdo los diagramas de interacción.

Existe una diferencia del 7%, en el cálculo del $\boldsymbol{\rho}$**,** con lo cual el margen de error es menor que en las columnas rectangulares.

La formulas analizadas en este capítulo tienen un subdimensionamiento de alrededor del 10% al 15% en las columnas rectangulares y en las circulares un sobredimensionamiento de alrededor del 10%.

Las fórmulas para la columna cuando falla a compresión tienen mayor efectividad al ser analizadas con excentricidades bajas, y cuando la excentricidad aumenta y se aproxima a la excentricidad balanceada tiene menor efectividad.

De igual manera las fórmulas para la columna cuando falla a tracción tienen mayor efectividad al ser analizadas con excentricidades similares a la balanceada, y cuando la excentricidad aumenta se tiene menor efectividad.

2.7. Resumen del capítulo

Formulas analizadas del código ACI, con las cuales se parte hacia la obtención de la propuesta de fórmula a cuatro caras.

- Cuña de compresión, $a = \frac{\frac{P_u}{\emptyset} + A_s * f_s - A'_s * f_y}{0.85\ f'_c * b}$
- Excentricidad balanceada, $e_b = \frac{M_b}{P_b}$, ec.2.14
- Excentricidades balanceadas propuesta por Whitney:

Sección rectangular $e_b = t * (0.20 + 0.77 * p_t * m)$ ec.2.15

Sección circular $e_b = D * (0.24 + 0.39 * p_t * m)$ ec.2.16

Donde: $p_t = \frac{A_{st}}{Area}$ $\qquad m = \frac{f_y}{0.85 * f'_c}$

Finalmente y de acuerdo con lo que se ha expuesto hasta ahora, se puede concluir que la capacidad a la falla de un miembro, estará controlada por tracción, cuando $P_u < P_{b,}$ por el contrario, se presentará falla en compresión, cuando $P_u > P_b$

Columnas con falla a compresión

- **Fórmula de cálculo para columnas rectangulares con armadura a dos caras.**

$$P_u = \emptyset \left[\frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'} + 0.5} + \frac{b\,t\,f'_c}{\frac{3\,t\,e}{d^2} + 1.18} \right],$$ **ec. 2.19, propuesta por Whitney**

Donde:

A'_s= Acero de compresión

b = Base de la sección

t = Altura de la sección

- **Fórmula de cálculo para columnas circulares**

$$P_u = \emptyset \left[\frac{A_{st} * f_y}{\frac{3e}{D_s} + 1} + \frac{A_g * f'_c}{\frac{9.6 * D * e}{(0.8D + 0.67 D_s) + 1.18}} \right]$$ **ec. 2.20**

Dónde:

A_{st}: Área total del refuerzo longitudinal

e: Excentricidad de la carga con respecto al centroide plástico de la sección (que en secciones circulares coincide con el centro geométrico).

D_s: Diámetro de la circunferencia formada por los centros del refuerzo.

A_g: Sección transversal total de la columna.

D: Diámetro exterior de la sección.

Columnas con falla a tracción

Cuña de compresión, cuando la columna falla a tracción, de acuerdo al ACI

$$a = d\left\{\left(1-\frac{e'}{d}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right\}$$

- **Fórmula de cálculo para columnas rectangulares con armadura a dos caras.**

  Deducción según el código ACI cuando existe falla a tracción.

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c * b * d\left[-\rho+1-\frac{e'}{d}+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right]\right\} \quad \text{ec.2.21}$$

- **Fórmula de cálculo para columnas circulares**

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c * D^2\left[\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)^2 + \frac{\rho_t * m * D_s}{2.5D}} - \left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)\right]\right\} \quad \text{ec.2.32}$$

Dónde:

ρ_t: cuantía total del refuerzo longitudinal

e : excentricidad de la carga con respecto al centroide plástico de la sección (que en secciones circulares coincide con el centro geométrico).

D_s: diámetro de la circunferencia formada por los centros del refuerzo.

A_g : sección transversal total de la columna.

D : diámetro exterior de la sección.

- **Para el análisis de la propuesta, del proyecto a cuatro caras de las columnas rectangulares se utilizará las ecuaciones 2.19 y 2.21, al igual que las 2.20 y 2.32 para analizar las columnas circulares, las cuales son las recomendadas por el código ACI.**

CAPÍTULO III

COLUMNAS RECTANGULARES ARMADAS A CUATRO CARAS

3.1. Columnas con falla a compresión

3.1.1. Fórmula de cálculo para columnas rectangulares de estribos con armadura a cuatro caras.

El estudio como se indicó en el capítulo anterior, se lo realiza a dos caras hasta la actualidad, siendo fórmulas que se encuentran en uso como la ec 3.1.

$$P_u = \frac{P_o}{1+\left[\frac{P_o}{P_b}-1\right]\frac{e}{e_b}} \qquad \text{ec 3.1}$$

La ecuación 3.1, es la fórmula exacta para el cálculo de la carga última en columnas con armadura en dos capas paralelas.

Para columnas con refuerzo simétrico en dos caras y en capas sencillas paralelas al eje de flexión, el ACI recomienda calcular el valor de P_u por la siguiente expresión aproximada, propuesta por Whitney, que se encuentra vigente hasta la actualidad.

$$P_u = \emptyset \left[\frac{A'_s\, f_y}{\frac{e}{d-d'} + 0.5} + \frac{b\, t\, f'_c}{\frac{3\, t\, e}{d^2} + 1.18} \right]$$ ec. 3.2

Donde,

A'_s= Acero de compresión

b = Base de la sección

t = Altura de la sección

Basados en la fórmula de Whitney, se realiza la siguiente propuesta, para obtener la armadura aproximada de una columna a cuatro caras, recalcando que ninguna armadura es teóricamente exacta, por lo cual, se propone aumentar el acero en un 50% al que normalmente se utiliza al predimensionar las columnas de dos caras.

Mediante la siguiente expresión se podrá obtener el acero adicional, que nos determinará la carga última de una columna a cuatro caras:

$$\text{Acero Adicional} = \frac{\frac{A'_s}{2}}{\frac{e}{d-d'} + 0.5}$$ ec. 3.3

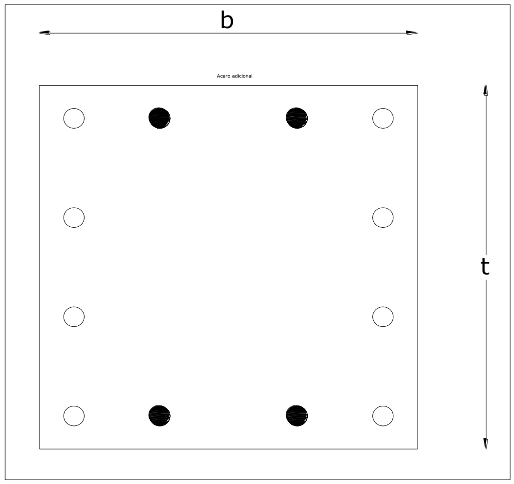


Figura 3.1 Sección con acero adicional

Insertando la ec. 3.3, en la ecuación propuesta por Whitney,

$$P_u = Ø\left[\frac{A'_s\, f_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}+\frac{b\, t\, f'_c}{\frac{3\, t\, e}{d^2}+1.18}\right]$$

$$P_u = Ø\left[\left(\frac{A'_s\, f_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}+\frac{\frac{A'_s}{2}\, f_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}\right)+\frac{b\, t\, f'_c}{\frac{3\, t\, e}{d^2}+1.18}\right]$$

$$P_u = Ø * 0.75\left[\frac{\frac{3}{2}A'_s\, f_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}+\frac{b\, t\, f'_c}{\frac{3\, t\, e}{d^2}+1.18}\right] \qquad \text{ec. 3.4}$$

Esta es la ecuación para encontrar P_u en las columnas con refuerzo a cuatro caras y en capas sencillas paralelas al eje de flexión, basada en el ACI y calculada según la propuesta de Whitney.

Como parte del estudio realizado, se introduce un factor de restricción en la nueva capacidad de la sección de acuerdo a la adición del acero en las cuatro caras, siendo dicho factor un valor de 0,75 adimensional, con el que se busca regular el funcionamiento de dicho acero adicional en la capacidad real de la sección

3.1.2. Análisis de fórmulas

El análisis de las fórmulas se lo hará, mediante el uso de un ejercicio, el cual nos ayudará a un mejor entendimiento.

3.1.3. Ejercicios

3.1.3.1. Determinar la carga excéntrica máxima que puede soportar una columna rectangular con armadura a cuatro caras.

Se tienen los siguientes datos, los cuales se encuentran en la tabla 3.1, y son de una columna real de un pórtico calculado de tres formas, una de ellas con el programa ETABS el cual trabaja en forma similar al programa SAP2000 el cual se utilizará en el presente proyecto para comparar los resultados obtenidos.

Tabla 3.1 Datos de la sección con armadura a 4 caras

Datos		
b=	55	cm.
t=	55	cm.
Astot 2caras =	48,4	cm2
Astot 4caras =	72,6	cm2
d´ =	5,00	cm.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	21,3	cm.
β1=	0,85	

Con estos datos, se obtiene el ρ análogo a una viga, y con el cual se calculará la excentricidad balanceada límite del análisis de la propuesta hecha, ya que el tomar la excentricidad con la nueva cuantía, hará que la fórmula tenga un margen de error considerable.

Tabla 3.2 ρ original

$p_t = \dfrac{Ast}{b \times d}$	0,0176
$m = \dfrac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294

Luego se continúa con el análisis, y al tener los datos de una columna real con armadura a cuatro caras, calculando la excentricidad balanceada, con el objetivo de determinar el tipo de falla, sea a compresión o a tracción, en este caso se estudiará la primera.

Tabla 3.3 Excentricidad balanceada de la columna

$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$		
eb =	28,5379	cm.

Posteriormente se fijan las alturas efectivas, de la sección rectangular

Tabla 3.4 Alturas efectivas

d =	50	cm.
d-d´ =	45	cm.
d´´ =	22,5	cm.

Actualmente se calcula la capacidad de las columnas con la fórmula del ACI, en la cual se muestra la participación del acero y el hormigón.

Tabla 3.5 Capacidad de la columna según el ACI

FORMULA ACI			
Acero	Hormigón	Total	
$\dfrac{A'sf_y}{\dfrac{e}{d-d'}+0.5}$	$\dfrac{btf'c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$		
104424,658	245668,652	**350093,309**	**kg**

Con los datos procesados se obtiene el ρ real para columnas, utilizando la cuantía nueva con el acero adicional, el cual es el propuesto para este proyecto.

Tabla 3.6 ρ real de la sección

$p = \dfrac{A'st}{b \times t}$	0,0240

Se realiza un estudio basados en la variación de la excentricidad hasta alcanzar la excentricidad balanceada, resaltando que dicha excentricidad se la encontró con el ρ que se hizo análogo como una viga.

Tabla 3.7 Variación de la capacidad de acuerdo a la excentricidad

e	$\dfrac{A\acute{}sf_y}{\dfrac{e}{d-d\acute{}}+0.5}$	$\dfrac{btf\acute{}c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	***Pn***
0	203280,00	538347,46	**741627,46**
1	194629,79	509831,46	**704461,25**
2	186685,71	484184,45	**670870,17**
3	179364,71	460994,19	**640358,90**
4	172596,23	439923,82	**612520,05**
5	166320,00	420695,36	**587015,36**
6	160484,21	403077,41	**563561,62**
7	155044,07	386875,76	**541919,83**
8	149960,66	371926,23	**521886,89**
9	145200,00	358089,06	**503289,06**
10	140732,31	345244,57	**485976,87**
11	136531,34	333289,61	**469820,96**
12	132573,91	322134,89	**454708,80**
13	128839,44	311702,65	**440542,09**
14	125309,59	301924,90	**427234,49**
15	121968,00	292741,94	**414709,94**
16	118800,00	284101,07	**402901,07**
17	115792,41	275955,69	**391748,10**
18	112933,33	268264,36	**381197,69**
19	110212,05	260990,14	**371202,19**
20	107618,82	254100,00	**361718,82**
21	105144,83	247564,30	**352709,13**
21,3	104424,66	245668,65	**350093,31**
22	102782,02	241356,38	**344138,41**
23	100523,08	235452,19	**335975,26**
24	98361,29	229829,96	**328191,25**
25	96290,53	224469,96	**320760,49**
26	94305,15	219354,28	**313659,44**
27	92400,00	214466,58	**306866,58**
28	90570,30	209791,94	**300362,24**
28,5379	89615,79	207360,85	**296976,63**

A continuación se introduce, el valor del acero que se adiciona con el cual se obtendrá la nueva capacidad de carga de la columna, esto, luego de haberse realizado varios cálculos que permitieron llegar a determinar el porcentaje de aumento, en un 50%

Tabla 3.8 Capacidad de la sección con el acero adicional

e	$\dfrac{A'sf_y}{\dfrac{e}{d-d'}+0.5}$	$\dfrac{btf'c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	***Pn***	$\dfrac{\dfrac{A's}{2}f_y}{\dfrac{e}{d-d'}+0.5}$
0	203280,00	538347,46	**741627,46**	101640,00
1	194629,79	509831,46	**704461,25**	97314,89
2	186685,71	484184,45	**670870,17**	93342,86
3	179364,71	460994,19	**640358,90**	89682,35
4	172596,23	439923,82	**612520,05**	86298,11
5	166320,00	420695,36	**587015,36**	83160,00
6	160484,21	403077,41	**563561,62**	80242,11
7	155044,07	386875,76	**541919,83**	77522,03
8	149960,66	371926,23	**521886,89**	74980,33
9	145200,00	358089,06	**503289,06**	72600,00
10	140732,31	345244,57	**485976,87**	70366,15
11	136531,34	333289,61	**469820,96**	68265,67
12	132573,91	322134,89	**454708,80**	66286,96
13	128839,44	311702,65	**440542,09**	64419,72
14	125309,59	301924,90	**427234,49**	62654,79
15	121968,00	292741,94	**414709,94**	60984,00
16	118800,00	284101,07	**402901,07**	59400,00
17	115792,41	275955,69	**391748,10**	57896,20
18	112933,33	268264,36	**381197,69**	56466,67
19	110212,05	260990,14	**371202,19**	55106,02
20	107618,82	254100,00	**361718,82**	53809,41
21	105144,83	247564,30	**352709,13**	52572,41
21,3	104424,66	245668,65	**350093,31**	52212,33
22	102782,02	241356,38	**344138,41**	51391,01
23	100523,08	235452,19	**335975,26**	50261,54
24	98361,29	229829,96	**328191,25**	49180,65
25	96290,53	224469,96	**320760,49**	48145,26
26	94305,15	219354,28	**313659,44**	47152,58
27	92400,00	214466,58	**306866,58**	46200,00
28	90570,30	209791,94	**300362,24**	45285,15
28,5379	89615,79	207360,85	**296976,63**	44807,89

En la siguiente tabla se obtiene la capacidad nominal final con la variación de excentricidad, notando los valores de la excentricidad solicitada y la balanceada.

Tabla 3.9 Capacidad nominal de la sección

e	$\frac{A'sf_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}$	$\frac{btf'c}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	***Pn***	$\frac{\frac{A's}{2}f_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}$	***Pn 4 Caras***
0	203280,00	538347,46	**741627,46**	101640,00	843267,46
1	194629,79	509831,46	**704461,25**	97314,89	801776,14
2	186685,71	484184,45	**670870,17**	93342,86	764213,02
3	179364,71	460994,19	**640358,90**	89682,35	730041,25
4	172596,23	439923,82	**612520,05**	86298,11	698818,16
5	166320,00	420695,36	**587015,36**	83160,00	670175,36
6	160484,21	403077,41	**563561,62**	80242,11	643803,73
7	155044,07	386875,76	**541919,83**	77522,03	619441,86
8	149960,66	371926,23	**521886,89**	74980,33	596867,21
9	145200,00	358089,06	**503289,06**	72600,00	575889,06
10	140732,31	345244,57	**485976,87**	70366,15	556343,03
11	136531,34	333289,61	**469820,96**	68265,67	538086,63
12	132573,91	322134,89	**454708,80**	66286,96	520995,76
13	128839,44	311702,65	**440542,09**	64419,72	504961,80
14	125309,59	301924,90	**427234,49**	62654,79	489889,29
15	121968,00	292741,94	**414709,94**	60984,00	475693,94
16	118800,00	284101,07	**402901,07**	59400,00	462301,07
17	115792,41	275955,69	**391748,10**	57896,20	449644,30
18	112933,33	268264,36	**381197,69**	56466,67	437664,36
19	110212,05	260990,14	**371202,19**	55106,02	426308,21
20	107618,82	254100,00	**361718,82**	53809,41	415528,24
21	105144,83	247564,30	**352709,13**	52572,41	405281,54
21,3	104424,66	245668,65	**350093,31**	52212,33	402305,64
22	102782,02	241356,38	**344138,41**	51391,01	395529,42
23	100523,08	235452,19	**335975,26**	50261,54	386236,80
24	98361,29	229829,96	**328191,25**	49180,65	377371,89
25	96290,53	224469,96	**320760,49**	48145,26	368905,75
26	94305,15	219354,28	**313659,44**	47152,58	360812,01
27	92400,00	214466,58	**306866,58**	46200,00	353066,58
28	90570,30	209791,94	**300362,24**	45285,15	345647,39
28,5379	89615,79	207360,85	**296976,63**	44807,89	341784,53

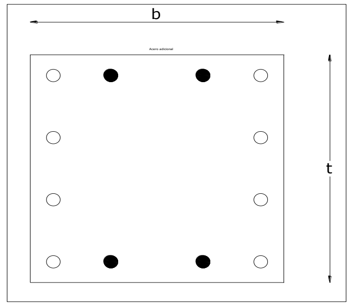
Finalmente se obtiene la capacidad última, la cual se ha afectado por un factor de reducción de 0,75, con el fin de alcanzar una capacidad real de acuerdo a la excentricidad solicitada.

Tabla 3.10 Capacidad final de la nueva sección

e	***Pn 4 Caras***	***Pu 4 Caras***
0	843267,46	442715,4153
1	801776,14	420932,4743
2	764213,02	401211,8369
3	730041,25	383271,6580
4	698818,16	366879,5352
5	670175,36	351842,0662
6	643803,73	337996,9567
7	619441,86	325206,9781
8	596867,21	313355,2869
9	575889,06	302341,7587
10	556343,03	292080,0890
11	538086,63	282495,4790
12	520995,76	273522,7730
13	504961,80	265104,9474
14	489889,29	257191,8765
15	475693,94	249739,3161
16	462301,07	242708,0635
17	449644,30	236063,2566
18	437664,36	229773,7880
19	426308,21	223811,8113
20	415528,24	218152,3235
21	405281,54	212772,8105
21,3	402305,64	211210,4600
22	395529,42	207652,9438
23	386236,80	202774,3211
24	377371,89	198120,2433
25	368905,75	193675,5209
26	360812,01	189426,3072
27	353066,58	185359,9527
28	345647,39	181464,8784
28,5379	341784,53	179436,8764

Citamos el ejercicio completo con todos los cálculos realizados y los resultados finales.

3.1.3.1 Determinar la armadura a 4 caras de una columna rectangular con refuerzo simetrico en sus lados



Datos			
b=	55	cm.	
t=	55	cm.	
Astot 2caras =	48,4	cm2	10 ϕ12
Astot 4caras =	72,6	cm2	16 ϕ12
d´ =	5,00	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	21,3	cm.	
β1=	0,85		

$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

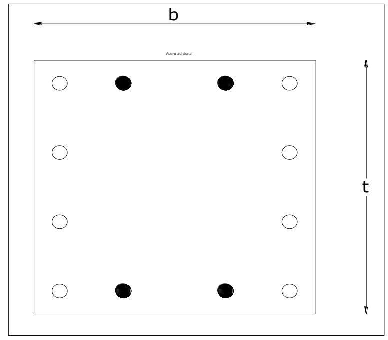
eb =	28,5379	cm.
d =	50	cm.
d-d´ =	45	cm.
d´´ =	22,5	cm.

$p_t = \dfrac{Ast}{b \times d}$	0,0176
$m = \dfrac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294
$p = \dfrac{A´st}{b \times t}$	0,0240

FORMULA ACI			
Acero	Hormigón	Total	
$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$		
104424,658	245668,652	**350093,309**	**kg**

e	$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	***Pn***	$\dfrac{\frac{A´s}{2} f_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	***Pn 4 Caras***	***Pu 4 Caras***
0	203280,00	538347,46	**741627,46**	101640,00	843267,46	442715,4153
1	194629,79	509831,46	**704461,25**	97314,89	801776,14	420932,4743
2	186685,71	484184,45	**670870,17**	93342,86	764213,02	401211,8369
3	179364,71	460994,19	**640358,90**	89682,35	730041,25	383271,6580
4	172596,23	439923,82	**612520,05**	86298,11	698818,16	366879,5352
5	166320,00	420695,36	**587015,36**	83160,00	670175,36	351842,0662
6	160484,21	403077,41	**563561,62**	80242,11	643803,73	337996,9567
7	155044,07	386875,76	**541919,83**	77522,03	619441,86	325206,9781
8	149960,66	371926,23	**521886,89**	74980,33	596867,21	313355,2869
9	145200,00	358089,06	**503289,06**	72600,00	575889,06	302341,7587
10	140732,31	345244,57	**485976,87**	70366,15	556343,03	292080,0890
11	136531,34	333289,61	**469820,96**	68265,67	538086,63	282495,4790
12	132573,91	322134,89	**454708,80**	66286,96	520995,76	273522,7730
13	128839,44	311702,65	**440542,09**	64419,72	504961,80	265104,9474
14	125309,59	301924,90	**427234,49**	62654,79	489889,29	257191,8765
15	121968,00	292741,94	**414709,94**	60984,00	475693,94	249739,3161
16	118800,00	284101,07	**402901,07**	59400,00	462301,07	242708,0635
17	115792,41	275955,69	**391748,10**	57896,20	449644,30	236063,2566
18	112933,33	268264,36	**381197,69**	56466,67	437664,36	229773,7880
19	110212,05	260990,14	**371202,19**	55106,02	426308,21	223811,8113
20	107618,82	254100,00	**361718,82**	53809,41	415528,24	218152,3235
21	105144,83	247564,30	**352709,13**	52572,41	405281,54	212772,8105
21,3	104424,66	245668,65	**350093,31**	52212,33	402305,64	211210,4600
22	102782,02	241356,38	**344138,41**	51391,01	395529,42	207652,9438
23	100523,08	235452,19	**335975,26**	50261,54	386236,80	202774,3211
24	98361,29	229829,96	**328191,25**	49180,65	377371,89	198120,2433
25	96290,53	224469,96	**320760,49**	48145,26	368905,75	193675,5209
26	94305,15	219354,28	**313659,44**	47152,58	360812,01	189426,3072
27	92400,00	214466,58	**306866,58**	46200,00	353066,58	185359,9527
28	90570,30	209791,94	**300362,24**	45285,15	345647,39	181464,8784
28,5379	89615,79	207360,85	**296976,63**	44807,89	341784,53	179436,8764

3.1.3.2 Determinar la armadura a 4 caras de una columna rectangular con refuerzo simetrico en sus lados



Datos			
b=	30	cm.	
t=	30	cm.	
Astot 2caras =	9,04	cm2	8 ϕ12
Astot 4caras =	13,56	cm2	12 ϕ12
d´ =	5,00	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	6,5	cm.	
β1=	0,85		

$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

eb =	12,5513	cm.
d =	25	cm.
d-d´ =	20	cm.
d´´ =	10	cm.

$p_t = \dfrac{Ast}{b \times d}$	0,0121
$m = \dfrac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294

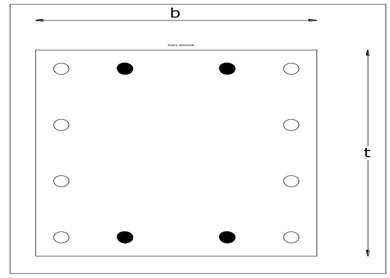
$\rho = \dfrac{A´st}{b * t}$	0,0151

FORMULA ACI		
Acero	Hormigón	Total
$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	
23010,909	89319,471	**112330,380 kg**

e	$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	*Pn*	$\dfrac{\dfrac{A´s}{2}f_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	*Pn 4 Caras*	*Pu 4 Caras*
0	37968,00	160169,49	**198137,49**	18984,00	217121,49	113988,7831
1	34516,36	142749,24	**177265,61**	17258,18	194523,79	102124,9898
2	31640,00	128746,59	**160386,59**	15820,00	176206,59	92508,4619
3	29206,15	117245,66	**146451,81**	14603,08	161054,89	84553,8164
4	27120,00	107630,98	**134750,98**	13560,00	148310,98	77863,2642
5	25312,00	99473,68	**124785,68**	12656,00	137441,68	72156,8842
6	23730,00	92465,75	**116195,75**	11865,00	128060,75	67231,8955
6,5	23010,91	89319,47	**112330,38**	11505,45	123835,83	65013,8130
7	22334,12	86380,26	**108714,37**	11167,06	119881,43	62937,7520
8	21093,33	81046,31	**102139,65**	10546,67	112686,31	59160,3139
9	19983,16	76332,79	**96315,95**	9991,58	106307,53	55811,4541
10	18984,00	72137,40	**91121,40**	9492,00	100613,40	52822,0374
11	18080,00	68379,16	**86459,16**	9040,00	95499,16	50137,0593
12	17258,18	64993,12	**82251,30**	8629,09	90880,40	47712,2075
12,5513	16836,25	63265,86	**80102,11**	8418,12	88520,24	46473,1235

3.1.3.3 Determinar la armadura a 4 caras de una columna rectangular con refuerzo simetrico en sus lados

Datos			
b=	60	cm.	
t=	90	cm.	
Astot 2caras =	58,92	cm2	8 ϕ25
Astot 4caras =	88,38	cm2	12 ϕ25
d´ =	5,00	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	21,3	cm.	
β1=	0,85		



$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

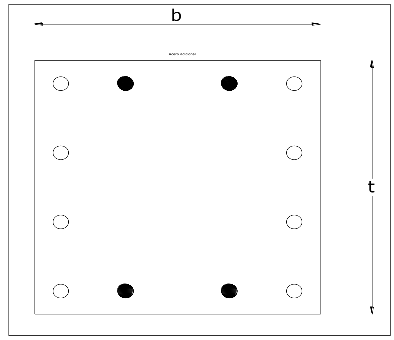
eb =	36,8381	cm.
d =	85	cm.
d-d´ =	80	cm.
d´´ =	40	cm.

$p_t = \dfrac{Ast}{b \times d}$	0,0116
$m = \dfrac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294
$\boldsymbol{\rho = \dfrac{A´st}{b * t}}$	0,0164

FORMULA ACI			
Acero	Hormigón	Total	
$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$		
161477,325	573890,659	**735367,984**	**kg**

e	$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	***Pn***	$\dfrac{\dfrac{A´s}{2}f_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	***Pn 4 Caras***	***Pu 4 Caras***
0	247464,00	961016,95	**1208480,95**	123732,00	1332212,95	699411,7983
1	241428,29	931516,12	**1172944,41**	120714,15	1293658,56	679170,7415
2	235680,00	903772,54	**1139452,54**	117840,00	1257292,54	660078,5857
3	230199,07	877633,76	**1107832,83**	115099,53	1222932,37	642039,4933
4	224967,27	852964,45	**1077931,72**	112483,64	1190415,36	624968,0622
5	219968,00	829644,07	**1049612,07**	109984,00	1159596,07	608787,9360
6	215186,09	807564,93	**1022751,02**	107593,04	1130344,06	593430,6319
7	210607,66	786630,50	**997238,16**	105303,83	1102541,99	578834,5458
8	206220,00	766754,01	**972974,01**	103110,00	1076084,01	564944,1065
9	202011,43	747857,24	**949868,67**	101005,71	1050874,38	551709,0513
10	197971,20	729869,49	**927840,69**	98985,60	1026826,29	539083,8041
11	194089,41	712726,72	**906816,13**	97044,71	1003860,84	527026,9393
12	190356,92	696370,74	**886727,67**	95178,46	981906,13	515500,7180
13	186765,28	680748,62	**867513,90**	93382,64	960896,54	504470,6852
14	183306,67	665812,04	**849118,70**	91653,33	940772,04	493905,3185
15	179973,82	651516,84	**831490,66**	89986,91	921477,57	483775,7219
16	176760,00	637822,58	**814582,58**	88380,00	902962,58	474055,3565
17	173658,95	624692,16	**798351,11**	86829,47	885180,58	464719,8041
18	170664,83	612091,44	**782756,27**	85332,41	868088,68	455746,5589
19	167772,20	599989,02	**767761,22**	83886,10	851647,32	447114,8433
20	164976,00	588355,89	**753331,89**	82488,00	835819,89	438805,4443
21	162271,48	577165,30	**739436,77**	81135,74	820572,51	430800,5688
21,3	161477,32	573890,66	**735367,98**	80738,66	816106,65	428455,9894
22	159654,19	566392,45	**726046,64**	79827,10	805873,74	423083,7142
23	157120,00	556014,39	**713134,39**	78560,00	791694,39	415639,5532
24	154665,00	546009,80	**700674,80**	77332,50	778007,30	408453,8306
25	152285,54	536358,88	**688644,41**	76142,77	764787,18	401513,2711
26	149978,18	527043,20	**677021,38**	74989,09	752010,47	394805,4960
27	147739,70	518045,59	**665785,29**	73869,85	739655,14	388318,9487
28	145567,06	509350,04	**654917,09**	72783,53	727700,62	382042,8276
29	143457,39	500941,58	**644398,97**	71728,70	716127,67	375967,0248
30	141408,00	492806,23	**634214,23**	70704,00	704918,23	370082,0715
31	139416,34	484930,90	**624347,24**	69708,17	694055,41	364379,0880
32	137480,00	477303,31	**614783,31**	68740,00	683523,31	358849,7387
33	135596,71	469911,96	**605508,67**	67798,36	673307,03	353486,1906
34	133764,32	462746,04	**596510,36**	66882,16	663392,53	348281,0761
35	131980,80	455795,39	**587776,19**	65990,40	653766,59	343227,4588
36	130244,21	449050,45	**579294,66**	65122,11	644416,77	338318,8025
36,8381	128823,61	443549,46	**572373,07**	64411,80	636784,88	334312,0595

3.1.3.4 Determinar la armadura a 4 caras de una columna rectangular con refuerzo simetrico en sus lados



Datos			
b=	40	cm.	
t=	40	cm.	
Astot 2caras =	30,4	cm2	8 ϕ22
Astot 4caras =	45,6	cm2	12 ϕ22
d´ =	5,00	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	14	cm.	
β1=	0,85		

$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

eb =	23,7365	cm.
d =	35	cm.
d-d´ =	30	cm.
d´´ =	15	cm.

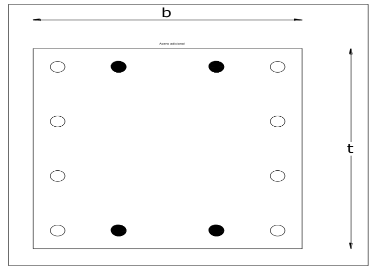
$p_t = \dfrac{Ast}{b \times d}$	0,0217
$m = \dfrac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294
$\boldsymbol{\rho = \dfrac{A´st}{b * t}}$	0,0285

FORMULA ACI

Acero	Hormigón	Total
$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	$\dfrac{btf\ ´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	
66041,379	131690,929	**197732,309 kg**

e	$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	$\dfrac{btf\ ´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	*Pn*	$\dfrac{\dfrac{A´s}{2} f_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	*Pn 4 Caras*	*Pu 4 Caras*
0	127680,00	284745,76	**412425,76**	63840,00	476265,76	250039,5254
1	119700,00	262919,20	**382619,20**	59850,00	442469,20	232296,3275
2	112658,82	244200,53	**356859,36**	56329,41	413188,77	216924,1039
3	106400,00	227970,09	**334370,09**	53200,00	387570,09	203474,2980
4	100800,00	213762,66	**314562,66**	50400,00	364962,66	191605,3960
5	95760,00	201222,20	**296982,20**	47880,00	344862,20	181052,6524
6	91200,00	190071,58	**281271,58**	45600,00	326871,58	171607,5779
7	87054,55	180091,88	**267146,43**	43527,27	310673,70	163103,6934
8	83269,57	171107,88	**254377,44**	41634,78	296012,23	155406,4184
9	79800,00	162977,63	**242777,63**	39900,00	282677,63	148405,7548
10	76608,00	155584,96	**232192,96**	38304,00	270496,96	142010,9017
11	73661,54	148833,85	**222495,38**	36830,77	259326,15	136146,2305
12	70933,33	142644,26	**213577,59**	35466,67	249044,26	130748,2343
13	68400,00	136948,93	**205348,93**	34200,00	239548,93	125763,1867
14	66041,38	131690,93	**197732,31**	33020,69	230753,00	121145,3242
15	63840,00	126821,75	**190661,75**	31920,00	222581,75	116855,4204
16	61780,65	122299,81	**184080,45**	30890,32	214970,77	112859,6567
17	59850,00	118089,23	**177939,23**	29925,00	207864,23	109128,7191
18	58036,36	114158,92	**172195,29**	29018,18	201213,47	105637,0714
19	56329,41	110481,81	**166811,23**	28164,71	194975,93	102362,3644
20	54720,00	107034,20	**161754,20**	27360,00	189114,20	99284,9528
21	53200,00	103795,23	**156995,23**	26600,00	183595,23	96387,4978
22	51762,16	100746,54	**152508,70**	25881,08	178389,79	93654,6376
23	50400,00	97871,83	**148271,83**	25200,00	173471,83	91072,7131
23,7365	49441,78	95857,44	**145299,22**	24720,89	170020,11	89260,5558

3.1.3.5 Determinar la armadura a 4 caras de una columna rectangular con refuerzo simetrico en sus lados



Datos			
b=	50	cm.	
t=	70	cm.	
Astot 2caras =	68,74	cm2	14 ϕ25
Astot 4caras =	103,11	cm2	20 ϕ25
d´ =	5,00	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	31,5	cm.	
β1=	0,85		

$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

eb =	40,8242	cm.
d =	65	cm.
d-d´ =	60	cm.
d´´ =	30	cm.

$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0,0212
$m = \frac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294

$\rho = \frac{A´st}{b * t}$	0,0295

FORMULA ACI			
Acero	Hormigón	Total	
$\frac{A´sf_y}{\frac{e}{d-d´}+0.5}$	$\frac{btf´c}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$		
140833,171	267693,203	408526,374	kg

e	$\frac{A´sf_y}{\frac{e}{d-d´}+0.5}$	$\frac{btf´c}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	Pn	$\frac{\frac{A´s}{2} f_y}{\frac{e}{d-d´}+0.5}$	Pn 4 Caras	Pu 4 Caras
0	288708,00	622881,36	911589,36	144354,00	1055943,36	554370,2619
1	279394,84	597704,74	877099,58	139697,42	1016797,00	533818,4263
2	270663,75	574484,32	845148,07	135331,88	980479,95	514751,9719
3	262461,82	553000,62	815462,44	131230,91	946693,35	497014,0090
4	254742,35	533065,83	787808,18	127371,18	915179,36	480469,1644
5	247464,00	514518,27	761982,27	123732,00	885714,27	464999,9901
6	240590,00	497218,00	737808,00	120295,00	858103,00	450504,0734
7	234087,57	481043,30	715130,86	117043,78	832174,65	436891,6901
8	227927,37	465887,78	693815,15	113963,68	807778,83	424083,8873
9	222083,08	451658,06	673741,14	111041,54	784782,68	412010,9052
10	216531,00	438271,82	654802,82	108265,50	763068,32	400610,8694
11	211249,76	425656,23	636905,98	105624,88	742530,86	389828,7018
12	206220,00	413746,59	619966,59	103110,00	723076,59	379615,2076
13	201424,19	402485,26	603909,44	100712,09	704621,54	369926,3064
14	196846,36	391820,71	588667,07	98423,18	687090,25	360722,3817
15	192472,00	381706,72	574178,72	96236,00	670414,72	351967,7267
16	188287,83	372101,73	560389,56	94143,91	654533,47	343630,0721
17	184281,70	362968,27	547249,97	92140,85	639390,82	335680,1801
18	180442,50	354272,43	534714,93	90221,25	624936,18	328091,4954
19	176760,00	345983,51	522743,51	88380,00	611123,51	320839,8431
20	173224,80	338073,59	511298,39	86612,40	597910,79	313903,1670
21	169828,24	330517,27	500345,50	84914,12	585259,62	307261,3015
22	166562,31	323291,34	489853,65	83281,15	573134,81	300895,7726
23	163419,62	316374,61	479794,23	81709,81	561504,05	294789,6239
24	160393,33	309747,64	470140,98	80196,67	550337,64	288927,2628
25	157477,09	303392,60	460869,70	78738,55	539608,24	283294,3263
26	154665,00	297293,09	451958,09	77332,50	529290,59	277877,5612
27	151951,58	291434,00	443385,58	75975,79	519361,37	272664,7191
28	149331,72	285801,39	435133,11	74665,86	509798,98	267644,4624
29	146800,68	280382,38	427183,05	73400,34	500583,39	262806,2810
30	144354,00	275165,03	419519,03	72177,00	491696,03	258140,4183
31	141987,54	270138,31	412125,86	70993,77	483119,63	253637,8039
31,5	140833,17	267693,20	408526,37	70416,59	478942,96	251445,0535
32	139697,42	265291,96	404989,38	69848,71	474838,09	249289,9950
33	137480,00	260616,42	398096,42	68740,00	466836,42	245089,1226
34	135331,88	256102,84	391434,72	67665,94	459100,65	241027,8432
35	133249,85	251742,94	384992,78	66624,92	451617,71	237099,2958
36	131230,91	247528,99	378759,90	65615,45	444375,36	233297,0630
37	129272,24	243453,80	372726,04	64636,12	437362,16	229615,1353
38	127371,18	239510,62	366881,80	63685,59	430567,39	226047,8793
39	125525,22	235693,14	361218,36	62762,61	423980,97	222590,0085
40	123732,00	231995,44	355727,44	61866,00	417593,44	219236,5575
40,8242	122292,18	229034,08	351326,26	61146,09	412472,35	216547,9825

3.1.4. Comparación de la fórmula propuesta con resultados del SAP2000

Para realizar la comparación de resultados obtenidos mediante la fórmula propuesta en este proyecto, se utilizará como ayuda, el programa SAP2000 con el cual se diseñará el pórtico básico 2, de 3 vanos, 4pisos, con columnas de 40x40 y vigas 30x45, y en donde se podrá apreciar las cantidades de acero que arroja como resultado.

Implantación de edificio

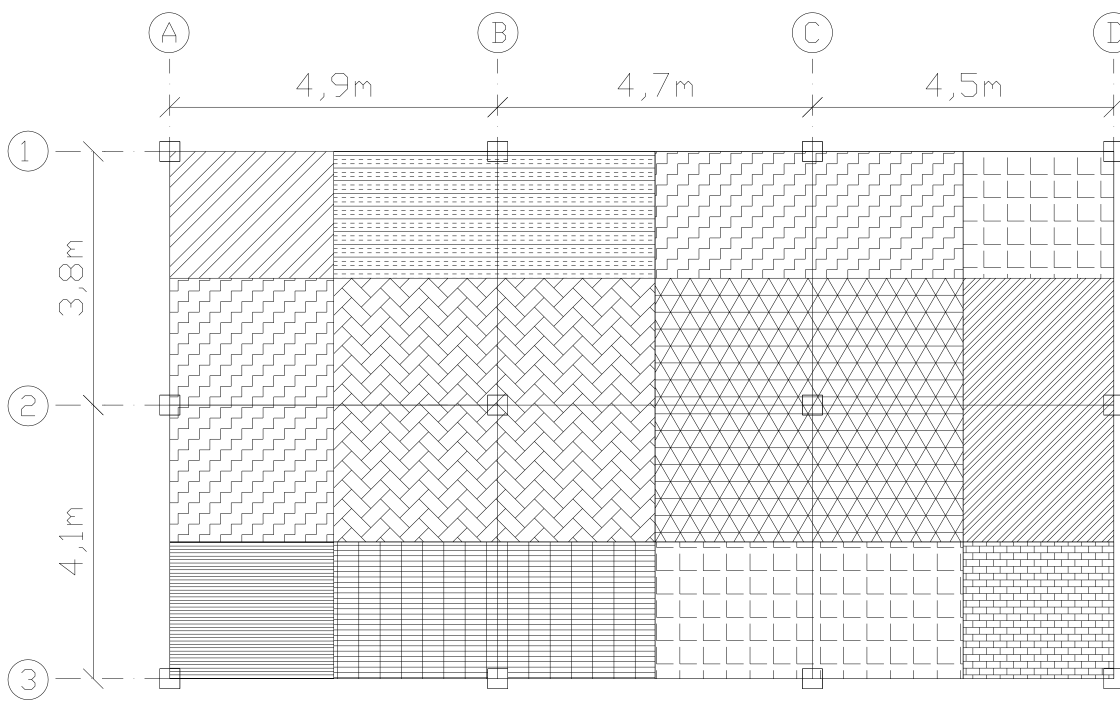


Figura 3.2 Implantación de un edificio de 4 plantas

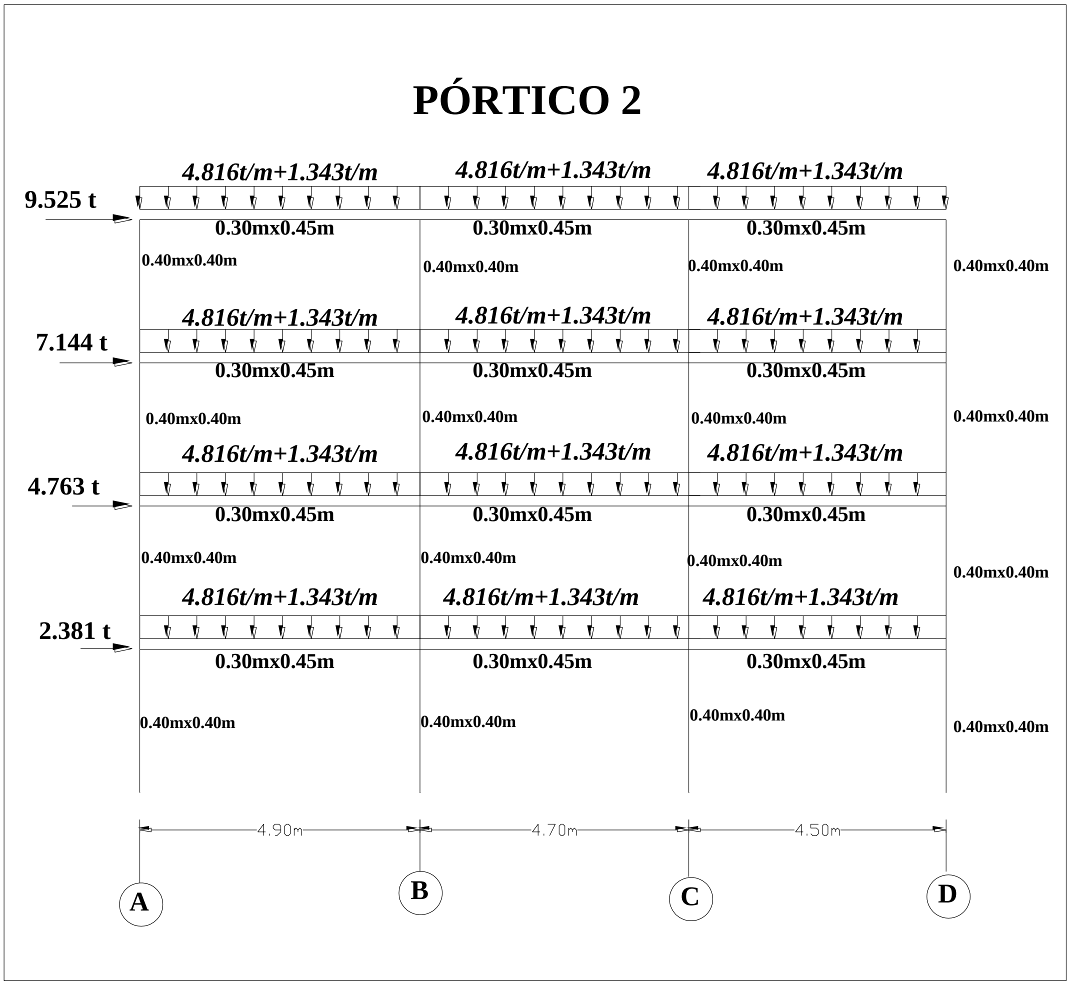


Figura 3.3 Pórtico N° 2, analizado

Se irá observando las pantallas de datos, luego la armadura que diseña el programa, para finalmente realizar las comparaciones con las columnas que en este caso fallen a compresión.

3.1.4.1. Diseño en el SAP2000

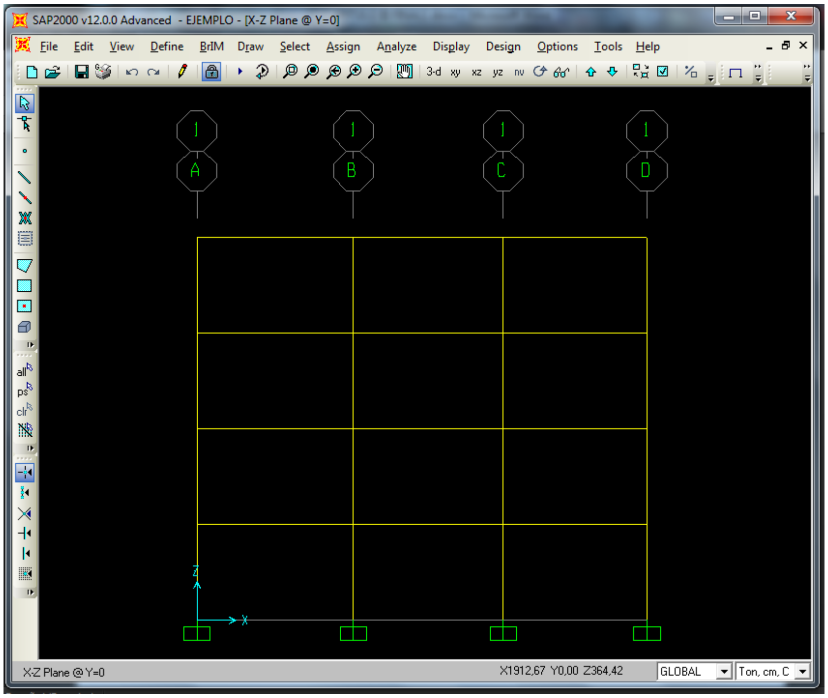


Figura 3.4 Pórtico ejercicio de comparación

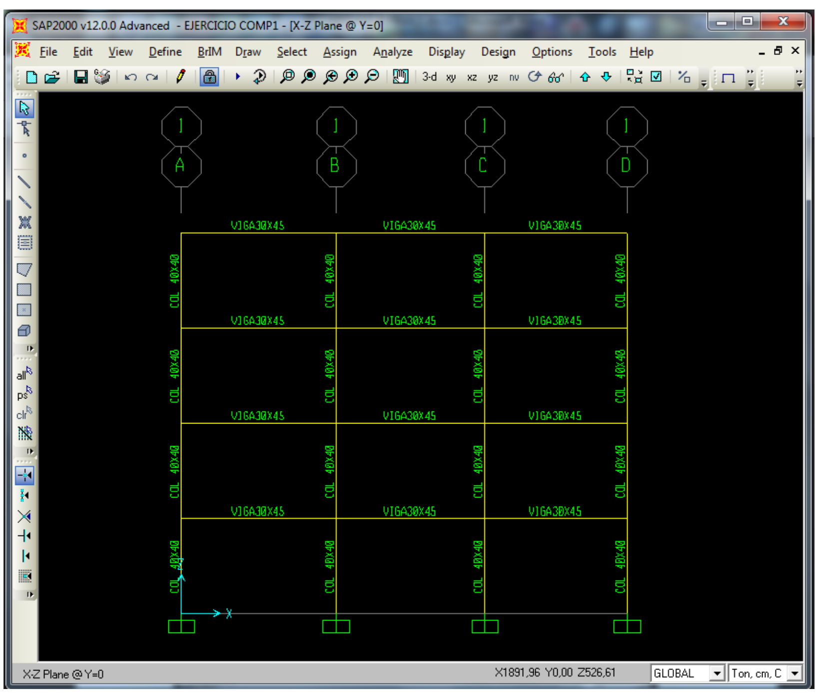


Figura 3.5 Distribución de columnas y vigas

Luego se cargará la estructura en este caso al pórtico, con una carga muerta distribuida de 4.82 T/m, carga viva 1.34 T/m.

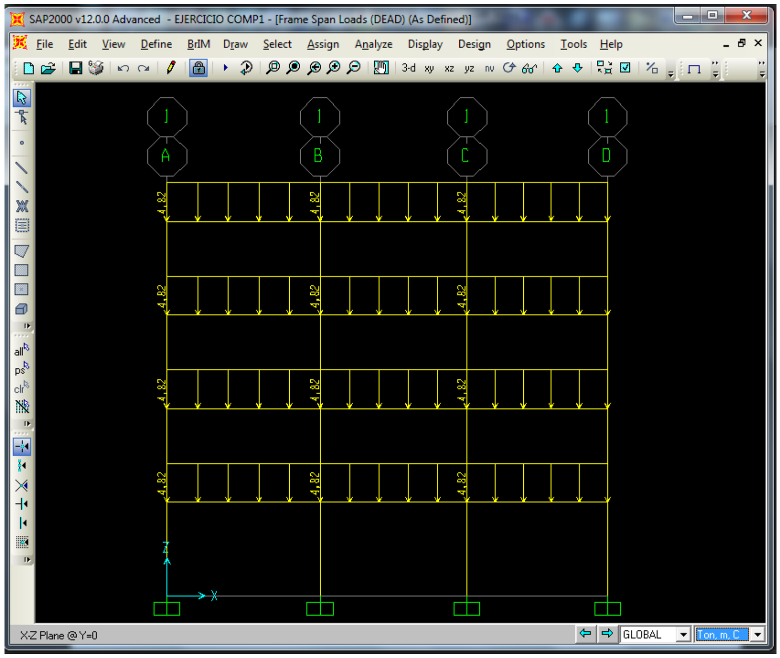


Figura 3.6 Carga muerta

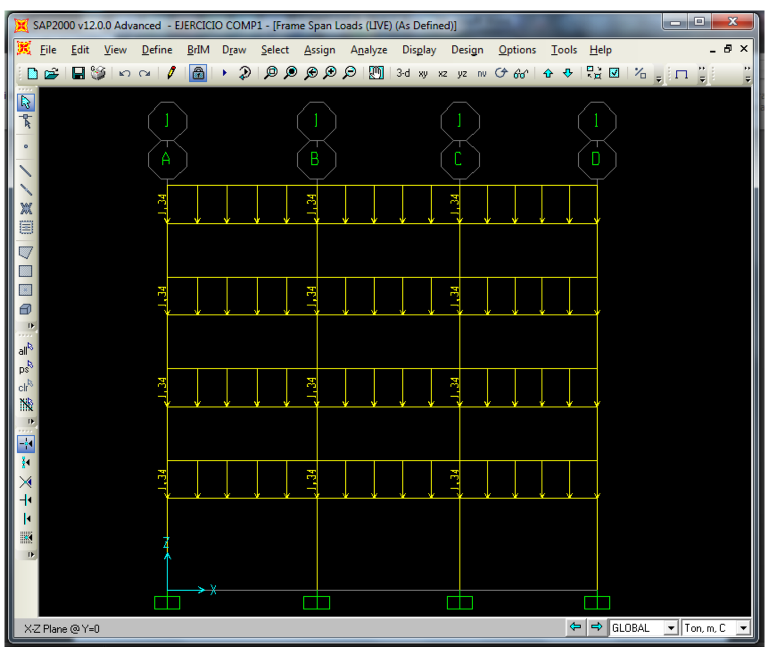


Figura 3.7 Carga viva

Finalmente la carga sísmica ingresada al pórtico.

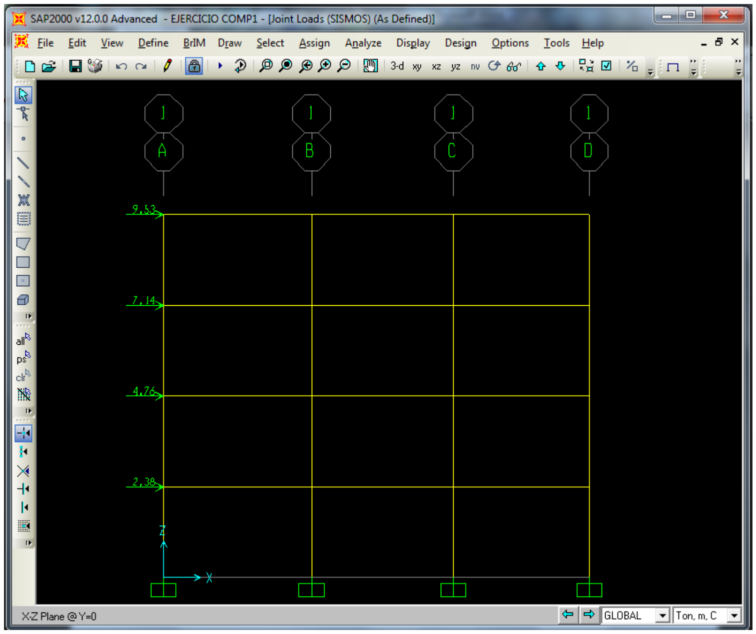


Figura 3.8 Carga sísmica

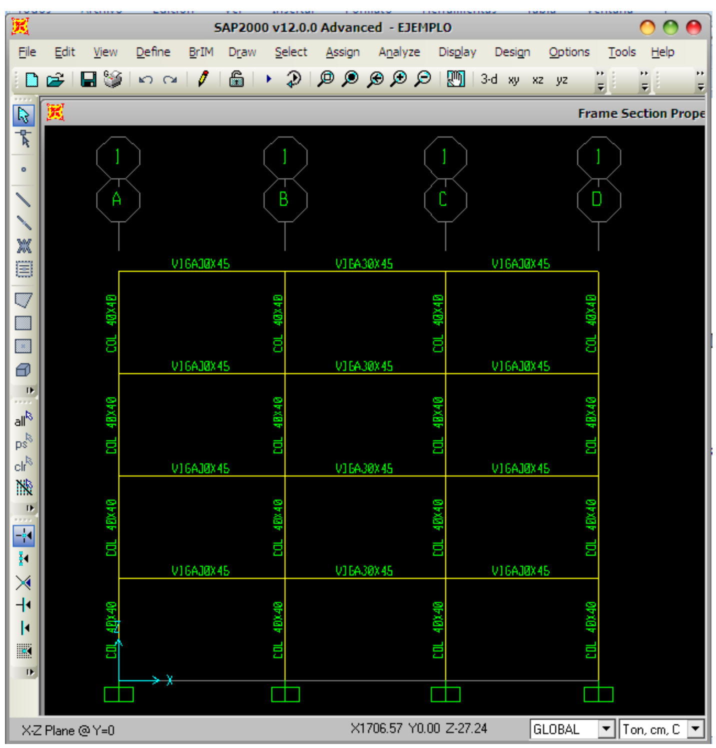


Figura 3.9 Dimensiones de los elementos

Al diseñar con SAP2000, este programa realiza varias combinaciones de carga, en este caso tomaremos la más crítica siendo, el combo DCON4 (1,2CM, 1CV, -1CM) motivo de nuestro análisis, y con el cual se obtiene la capacidad de carga para comparar con la capacidad obtenida mediante la actual propuesta.

Se obtiene la deformada con este combo, como se muestra en la siguiente figura 3.10

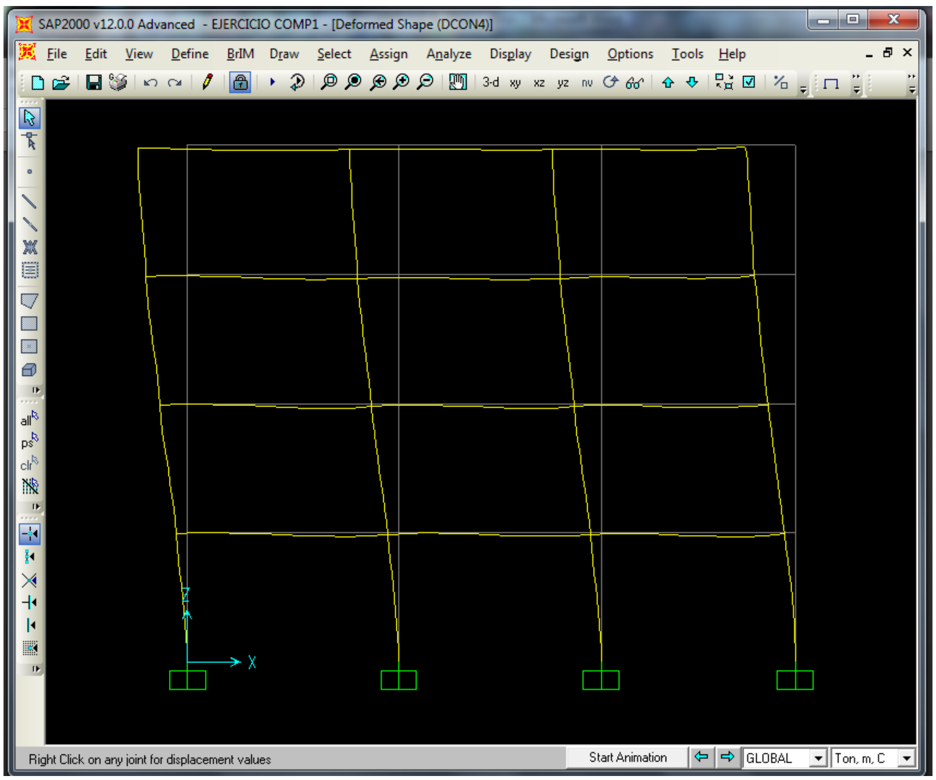


Figura 3.10 Deformada de acuerdo al combo DCON4

Se ejecuta el programa, obteniendo los siguientes resultados para el pórtico completo, y donde se muestra las columnas con falla a compresión y que serán las que se analicen.

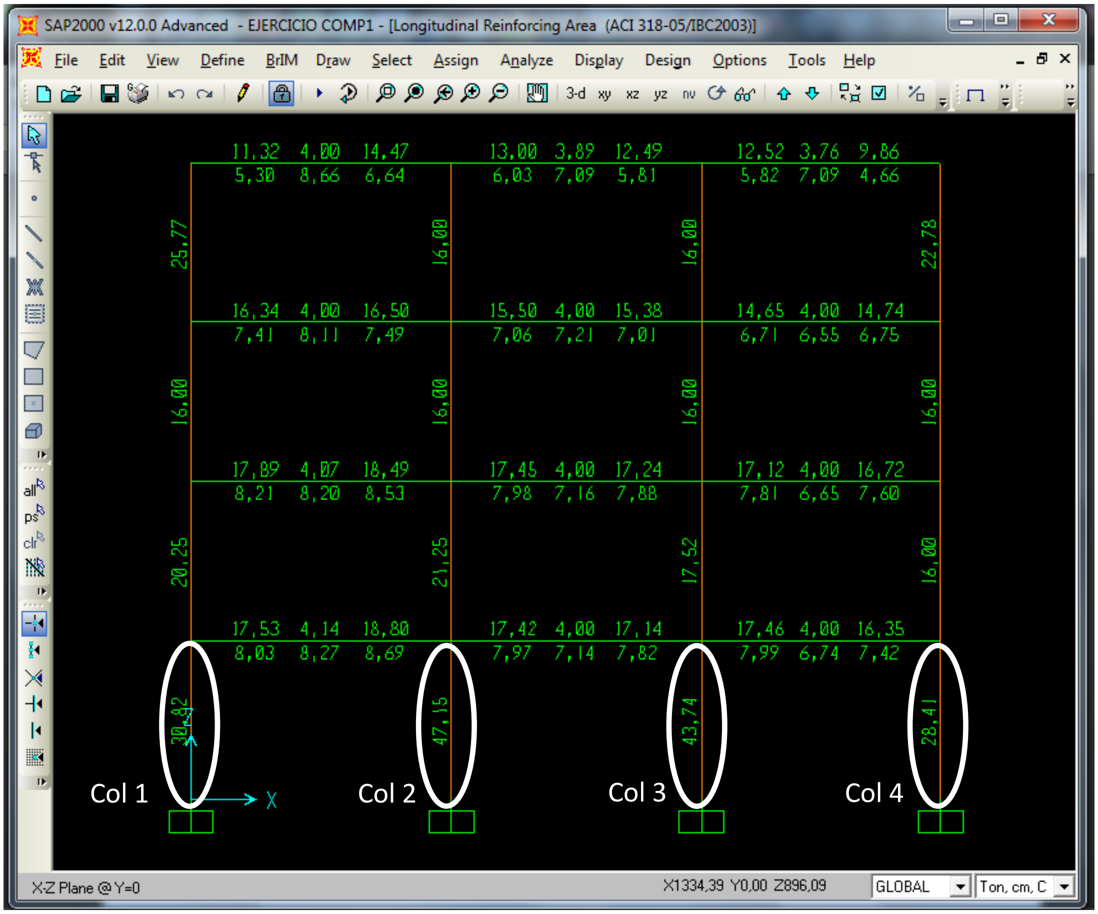


Figura 3.11 Columnas analizadas a compresión

3.1.4.2. Análisis del diseño en el SAP2000

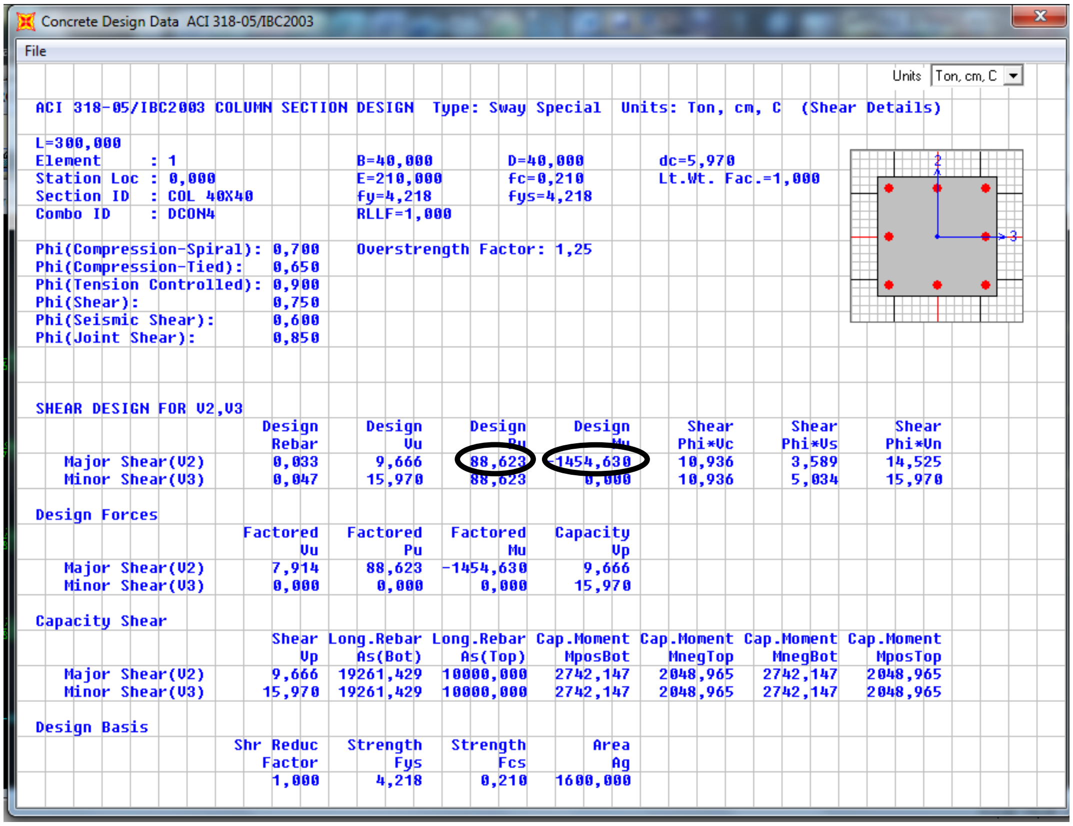
Se obtiene la armadura para las cuatro columnas, y son los siguientes

Tabla 3.11 Armadura obtenidas con el SAP2000

Columnas del pórtico				
Col	**Sección**	**Pu** (Ton)	**Mu** (Ton)	**Armadura** (cm2)
1	40x40	88,623	1454,63	30,82
2	40x40	151,948	1364,17	47,15
3	40x40	147,034	1323,14	43,74
4	40x40	84,412	1422,57	28,41

3.1.4.2.1. Comparación de resultados

3.1.4.2.1.1. Columna N° 1



Concrete Design Data ACI 318-05/IBC2003

File

Units Ton, cm, C

ACI 318-05/IBC2003 COLUMN SECTION DESIGN Type: Sway Special Units: Ton, cm, C (Shear Details)

L=300,000
Element : 1
Station Loc : 0,000
Section ID : COL 40X40
Combo ID : DCON4

B=40,000 D=40,000 dc=5,970
E=210,000 fc=0,210 Lt.Wt. Fac.=1,000
fy=4,218 fys=4,218
RLLF=1,000

Phi(Compression-Spiral): 0,700
Phi(Compression-Tied): 0,650
Phi(Tension Controlled): 0,900
Phi(Shear): 0,750
Phi(Seismic Shear): 0,600
Phi(Joint Shear): 0,850

Overstrength Factor: 1,25

SHEAR DESIGN FOR V2,V3

	Design Rebar	Design Vu	Design Pu	Design Mu	Shear Phi*Vc	Shear Phi*Vs	Shear Phi*Vn
Major Shear(V2)	0,033	9,666	88,623	-1454,630	10,936	3,589	14,525
Minor Shear(V3)	0,047	15,970	88,623	0,000	10,936	5,034	15,970

Design Forces

	Factored Vu	Factored Pu	Factored Mu	Capacity Vp
Major Shear(V2)	7,914	88,623	-1454,630	9,666
Minor Shear(V3)	0,000	0,000	0,000	15,970

Capacity Shear

	Shear Vp	Long.Rebar As(Bot)	Long.Rebar As(Top)	Cap.Moment MposBot	Cap.Moment MnegTop	Cap.Moment MnegBot	Cap.Moment MposTop
Major Shear(V2)	9,666	19261,429	10000,000	2742,147	2048,965	2742,147	2048,965
Minor Shear(V3)	15,970	19261,429	10000,000	2742,147	2048,965	2742,147	2048,965

Design Basis

Shr Reduc Factor	Strength Fys	Strength Fcs	Area Ag
1,000	4,218	0,210	1600,000

Figura 3.12 Resultados del SAP2000 columna N° 1

$$M_u = 1454{,}63\ t * m$$

$$P_u = 88{,}623\ t$$

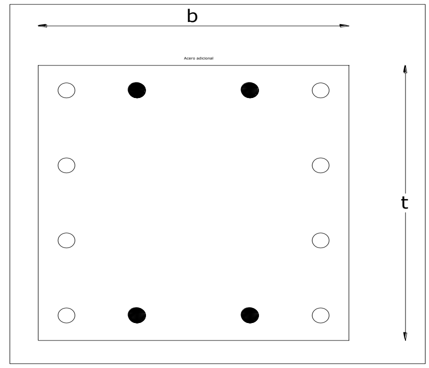
$$e = \frac{M_u}{P_u}$$

$$e = 16{,}41\ cm$$

Tabla 3.12 Datos de la columna N°1

Columna N° 1

Datos			
b=	40	cm.	
t=	40	cm.	
Astot 2caras =	20,54	cm2	8 ϕ18
Astot 4caras =	30,81	cm2	12 ϕ18
d´ =	4,00	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	16,41	cm.	
β1=	0,85		



$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

eb =	18,3371	cm.
d =	36	cm.
d-d´ =	32	cm.
d´´ =	16	cm.

$p_t = \dfrac{Ast}{b \times d}$	0,0143
$m = \dfrac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294

$\boldsymbol{\rho = \dfrac{A´st}{b * t}}$	0,0193

FORMULA ACI			
Acero	Hormigón	Total	
$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d - d´} + 0.5}$	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2} + 1.18}$		
42588,337	124470,056	**167058,393**	**kg**

Se tiene una capacidad nominal de $Pn = 167058{,}393\ kg$ de acuerdo a la fórmula del ACI, con los datos del SAP2000, luego se tendrá la capacidad última de la columna con la excentricidad requerida que es de $e = 16{,}41\ cm$ para esta columna.

Tabla 3.13 Capacidad final de la sección

e	$\dfrac{A'sf_y}{\dfrac{e}{d-d'}+0.5}$	$\dfrac{btf'c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	***Pn***	$\dfrac{\dfrac{A's}{2}f_y}{\dfrac{e}{d-d'}+0.5}$	***Pn 4 Caras***	***Pu 4 Caras***
0	86268,00	284745,76	**371013,76**	43134,00	414147,76	217427,5754
1	81193,41	264027,94	**345221,35**	40596,71	385818,06	202554,4800
2	76682,67	246120,46	**322803,12**	38341,33	361144,46	189600,8393
3	72646,74	230487,80	**303134,54**	36323,37	339457,91	178215,4028
4	69014,40	216722,41	**285736,81**	34507,20	320244,01	168128,1042
5	65728,00	204508,57	**270236,57**	32864,00	303100,57	159127,7973
6	62740,36	193597,95	**256338,31**	31370,18	287708,50	151046,9608
7	60012,52	183792,54	**243805,07**	30006,26	273811,33	143750,9468
8	57512,00	174932,51	**232444,51**	28756,00	261200,51	137130,2681
9	55211,52	166887,42	**222098,94**	27605,76	249704,70	131094,9660
10	53088,00	159549,77	**212637,77**	26544,00	239181,77	125570,4300
11	51121,78	152830,19	**203951,97**	25560,89	229512,86	120494,2491
12	49296,00	146653,73	**195949,73**	24648,00	220597,73	115813,8105
13	47596,14	140957,12	**188553,25**	23798,07	212351,32	111484,4446
14	46009,60	135686,51	**181696,11**	23004,80	204700,91	107467,9773
15	44525,42	130795,85	**175321,27**	22262,71	197583,98	103731,5878
16	43134,00	126245,48	**169379,48**	21567,00	190946,48	100246,9006
16,41	42588,34	124470,06	**167058,39**	21294,17	188352,56	98885,0945
17	41826,91	122001,08	**163827,98**	20913,45	184741,44	96989,2557
18,3371	40198,12	116752,53	**156950,66**	20099,06	177049,72	92951,1034

En la tabla 3.13 se puede apreciar los resultados de la capacidad final base del presente análisis, obtenidos mediante la fórmula propuesta, que es de $Pu = 98885{,}094\ kg$, valor que fue multiplicado ya por el factor $\varphi = 0{,}75$ encontrado luego de varios cálculos realizados, y que nos permite definir la capacidad última como un valor real y con el cual se compara con resultados de estructuras existentes.

Se recalca además, que al tener excentricidades bajas el factor de error se reduce considerablemente, no así cuando se tiene cercana a la excentricidad balanceada.

Es justamente en este ejercicio que se aprecia la diferencia de resultados, sin embargo su aproximación permite expresar esta propuesta como una opción de cálculo para columnas armadas a cuatro caras.

$P_u = 88{,}623\ t$ Resultado del SAP2000

$P_u = 98{,}885\ t$ Resultado de propuesta

Para esta columna se tiene una diferencia considerable de $10\ t$ aproximadamente, representando un 9%, pudiendo así, constatar la teoría antes mencionada respecto a la excentricidad.

3.1.4.2.1.2. Columna N° 2

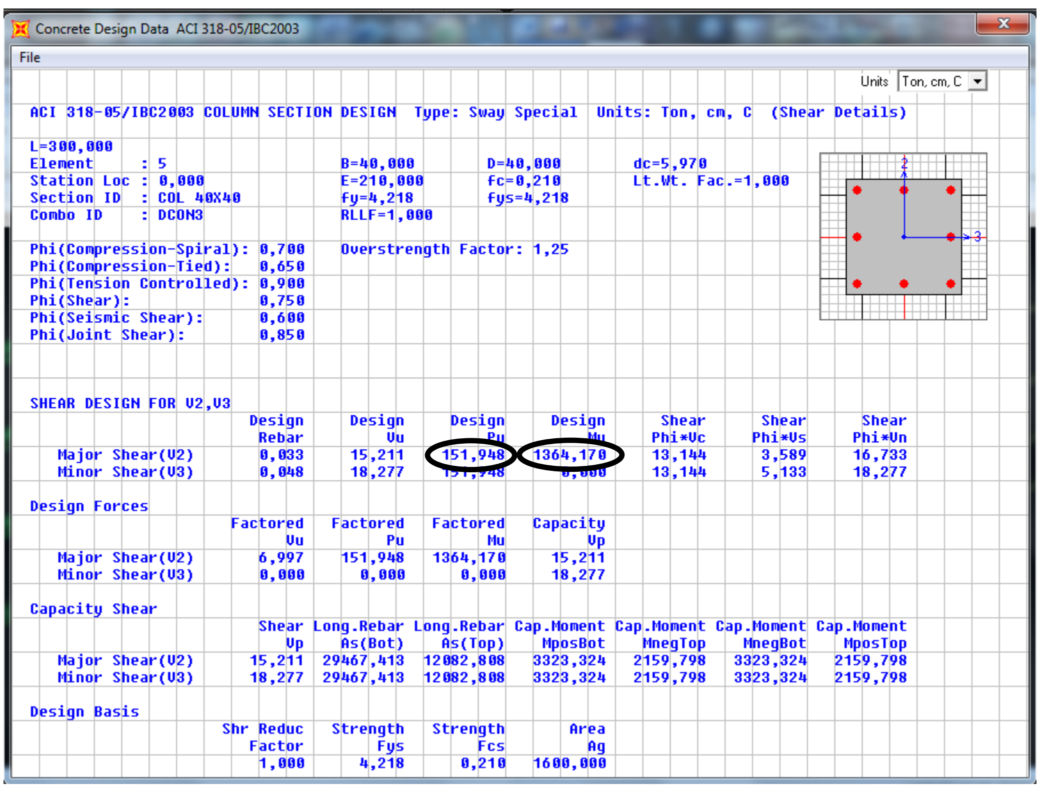


Figura 3.13 Resultados del SAP2000 columna N° 2

$M_u = 1364{,}17\ t * m$

$P_u = 151{,}948\ t$

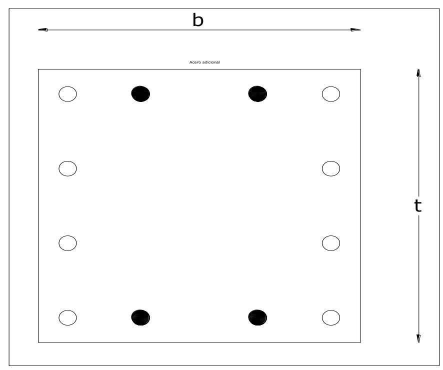
$$e = \frac{M_u}{P_u}$$

$e = 8{,}97\ cm$

Tabla 3.14 Datos de la columna N°2

Columna N° 2

Datos			
b=	40	cm.	
t=	40	cm.	
Astot 2caras =	31,43	cm2	8 ϕ22
Astot 4caras =	47,15	cm2	12 ϕ22
d´ =	4,00	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	8,97	cm.	
β1=	0,85		
$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$			
eb =	23,8177	cm.	
d =	36	cm.	
d-d´ =	32	cm.	
d´´ =	16	cm.	
FORMULA ACI			
Acero	Hormigón	Total	
$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$		
84585,342	167117,988	**251703,331**	**kg**



$p_t = \dfrac{Ast}{b \times d}$	0,0218
$m = \dfrac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294
$\boldsymbol{\rho = \dfrac{A´st}{b * t}}$	0,0295

Se tiene una capacidad nominal de $Pn = 251703{,}33\ kg$, de acuerdo a la fórmula del ACI, con los datos del SAP2000, luego se tendrá la capacidad última de la columna con la excentricidad requerida que es de $e = 8{,}97$ cm para esta columna.

Tabla 3.15 Capacidad final de la sección

e	$\frac{A'sf_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}$	$\frac{btf'c}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	**Pn**	$\frac{\frac{A's}{2}f_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}$	**Pn 4 Caras**	**Pu 4 Caras**
0	132006,00	284745,76	**416751,76**	66003,00	482754,76	253446,2504
1	124240,94	264027,94	**388268,88**	62120,47	450389,35	236454,4094
2	117338,67	246120,46	**363459,12**	58669,33	422128,46	221617,4393
3	111162,95	230487,80	**341650,75**	55581,47	397232,23	208546,9186
4	105604,80	216722,41	**322327,21**	52802,40	375129,61	196943,0442
5	100576,00	204508,57	**305084,57**	50288,00	355372,57	186570,5973
6	96004,36	193597,95	**289602,31**	48002,18	337604,50	177242,3608
7	91830,26	183792,54	**275622,81**	45915,13	321537,94	168807,4163
8	88004,00	174932,51	**262936,51**	44002,00	306938,51	161142,7181
8,97	84585,34	167117,99	**251703,33**	42292,67	293996,00	154347,9011
9	84483,84	166887,42	**251371,26**	42241,92	293613,18	154146,9180
10	81234,46	159549,77	**240784,23**	40617,23	281401,46	147735,7684
11	78225,78	152830,19	**231055,97**	39112,89	270168,86	141838,6491
12	75432,00	146653,73	**222085,73**	37716,00	259801,73	136395,9105
13	72830,90	140957,12	**213788,01**	36415,45	250203,46	131356,8171
14	70403,20	135686,51	**206089,71**	35201,60	241291,31	126677,9373
15	68132,13	130795,85	**198927,98**	34066,06	232994,04	122321,8717
16	66003,00	126245,48	**192248,48**	33001,50	225249,98	118256,2381
17	64002,91	122001,08	**186003,98**	32001,45	218005,44	114452,8557
18	62120,47	118032,79	**180153,26**	31060,24	211213,49	110887,0837
19	60345,60	114314,52	**174660,12**	30172,80	204832,92	107537,2810
20	58669,33	110823,36	**169492,69**	29334,67	198827,36	104384,3624
21	57083,68	107539,12	**164622,79**	28541,84	193164,63	101411,4316
22	55581,47	104443,93	**160025,41**	27790,74	187816,14	98603,4752
23	54156,31	101521,93	**155678,24**	27078,15	182756,40	95947,1075
23,8177	53044,13	99251,37	**152295,50**	26522,07	178817,57	93879,2227

En la tabla 3.15 se aprecian los resultados de la capacidad final base del presente análisis, obtenidos mediante la fórmula propuesta, que es de $Pu = 154347{,}901\ kg$, valor que fue multiplicado ya por el factor $\varphi = 0{,}75$ encontrado luego de varios cálculos realizados, y que nos permite definir la capacidad última como un valor real y con el cual se compara con resultados de estructuras existentes.

En este caso se tiene una excentricidad baja, evidenciando la reducción del margen de error.

$P_u = 151{,}948\ t$ Resultado del SAP2000

$P_u = 154{,}347\ t$ Resultado de propuesta

Se tiene una diferencia de $3\ t$ apenas, representando un porcentaje del 1.5%, dando una visión real de la propuesta y como al tener excentricidades bajas el error es casi despreciable.

3.1.4.2.1.3. Columna N° 3

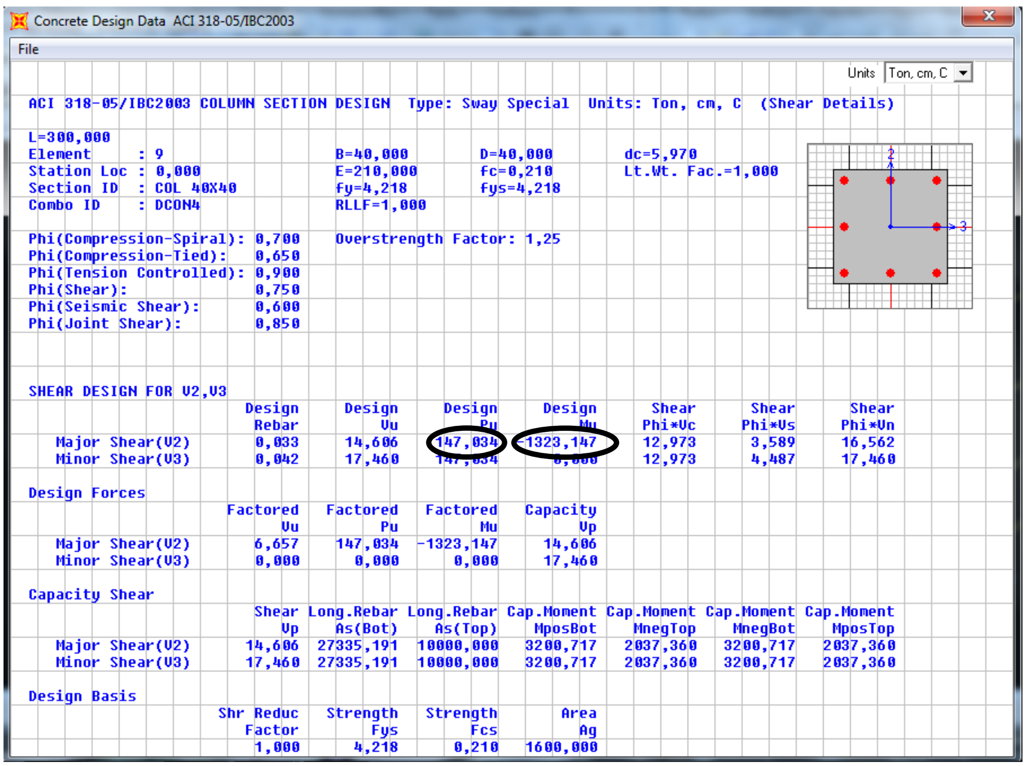


Figura 3.14 Resultados del SAP2000 columna N° 3

$M_u = 1323{,}14\ t * m$

$P_u = 147{,}034\ t$

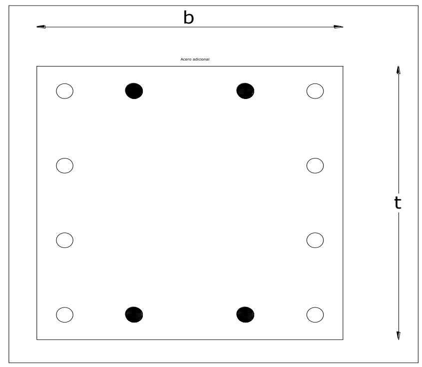
$$e = \frac{M_u}{P_u}$$

$$e = 8{,}99\ cm$$

Tabla 3.16 Datos de la columna N°3

Columna N° 3

Datos			
b=	40	cm.	
t=	40	cm.	
Astot 2caras =	29,16	cm2	8 ϕ22
Astot 4caras =	43,74	cm2	12 ϕ22
d´ =	4,00	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	8,99	cm.	
β1=	0,85		



$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

eb =	22,6753	cm.
d =	36	cm.
d-d´ =	32	cm.
d´´ =	16	cm.

$p_t = \dfrac{Ast}{b \times d}$	0,0203
$m = \dfrac{f_y}{0.85 \times f'c}$	23,5294

$\boldsymbol{\rho = \dfrac{A'st}{b * t}}$	0,0273

FORMULA ACI		
Acero	Hormigón	Total
$\dfrac{A'sf_y}{\dfrac{e}{d-d'} + 0.5}$	$\dfrac{btf'c}{\dfrac{3et}{d^2} + 1.18}$	
78413,445	166964,204	**245377,649 kg**

Se tiene una capacidad nominal de $Pn = 245377{,}649\ kg$, de acuerdo a la fórmula del ACI, con los datos del SAP2000, luego se tendrá la capacidad última de la columna con la excentricidad requerida que es de $e = 8{,}99\ cm$ para esta columna.

Tabla 3.17 Capacidad final de la sección

e	$\dfrac{A'sf_y}{\dfrac{e}{d-d'}+0.5}$	$\dfrac{btf'c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	**Pn**	$\dfrac{\dfrac{A's}{2}f_y}{\dfrac{e}{d-d'}+0.5}$	**Pn 4 Caras**	**Pu 4 Caras**
0	122472,00	284745,76	**407217,76**	61236,00	468453,76	245938,2254
1	115267,76	264027,94	**379295,70**	57633,88	436929,59	229388,0329
2	108864,00	246120,46	**354984,46**	54432,00	409416,46	214943,6393
3	103134,32	230487,80	**333622,12**	51567,16	385189,28	202224,3712
4	97977,60	216722,41	**314700,01**	48988,80	363688,81	190936,6242
5	93312,00	204508,57	**297820,57**	46656,00	344476,57	180850,1973
6	89070,55	193597,95	**282668,50**	44535,27	327203,77	171781,9790
7	85197,91	183792,54	**268990,46**	42598,96	311589,41	163584,4424
8	81648,00	174932,51	**256580,51**	40824,00	297404,51	156137,3681
8,99	78413,45	166964,20	**245377,65**	39206,72	284584,37	149406,7951
9	78382,08	166887,42	**245269,50**	39191,04	284460,54	149341,7820
10	75367,38	159549,77	**234917,16**	37683,69	272600,85	143115,4454
11	72576,00	152830,19	**225406,19**	36288,00	261694,19	137389,4491
12	69984,00	146653,73	**216637,73**	34992,00	251629,73	132105,6105
13	67570,76	140957,12	**208527,87**	33785,38	242313,25	127214,4584
14	65318,40	135686,51	**201004,91**	32659,20	233664,11	122673,6573
15	63211,35	130795,85	**194007,20**	31605,68	225612,88	118446,7620
16	61236,00	126245,48	**187481,48**	30618,00	218099,48	114502,2256
17	59380,36	122001,08	**181381,44**	29690,18	211071,62	110812,6012
18	57633,88	118032,79	**175666,67**	28816,94	204483,61	107353,8955
19	55987,20	114314,52	**170301,72**	27993,60	198295,32	104105,0410
20	54432,00	110823,36	**165255,36**	27216,00	192471,36	101047,4624
21	52960,86	107539,12	**160499,98**	26480,43	186980,42	98164,7181
22	51567,16	104443,93	**156011,09**	25783,58	181794,67	95442,2015
22,6753	50666,76	102452,63	**153119,40**	25333,38	178452,78	93687,7099

En la tabla 3.17 se aprecian los resultados de la capacidad final base del presente análisis, obtenidos mediante la fórmula propuesta, que es de $Pu = 149406{,}795\ kg$, valor que fue multiplicado ya por el factor $\varphi = 0{,}75$ encontrado luego de varios cálculos realizados, y que nos permite definir la capacidad última como un valor real y con el cual se compara con resultados de estructuras existentes.

En la columna N°3, muy similar a la N°2, se tiene una excentricidad baja, con la cual el error es muy bajo y colocando a la fórmula propuesta como una opción más para realizar el cálculo de armadura a cuatro caras con mayor rapidez y con menos procesos que muchas veces conllevan errores involuntarios.

$P_u = 147{,}034\ t$ Resultado del SAP2000

$P_u = 149{,}406\ t$ Resultado de propuesta

La diferencia de $2\ t$ representando un porcentaje del 1.5%, siendo despreciable en este tipo de análisis, ya que al tener métodos aproximados como los diagramas de interacción, convierten a la propuesta una herramienta más para el ingeniero civil.

3.1.4.2.1.4. Columna N° 4

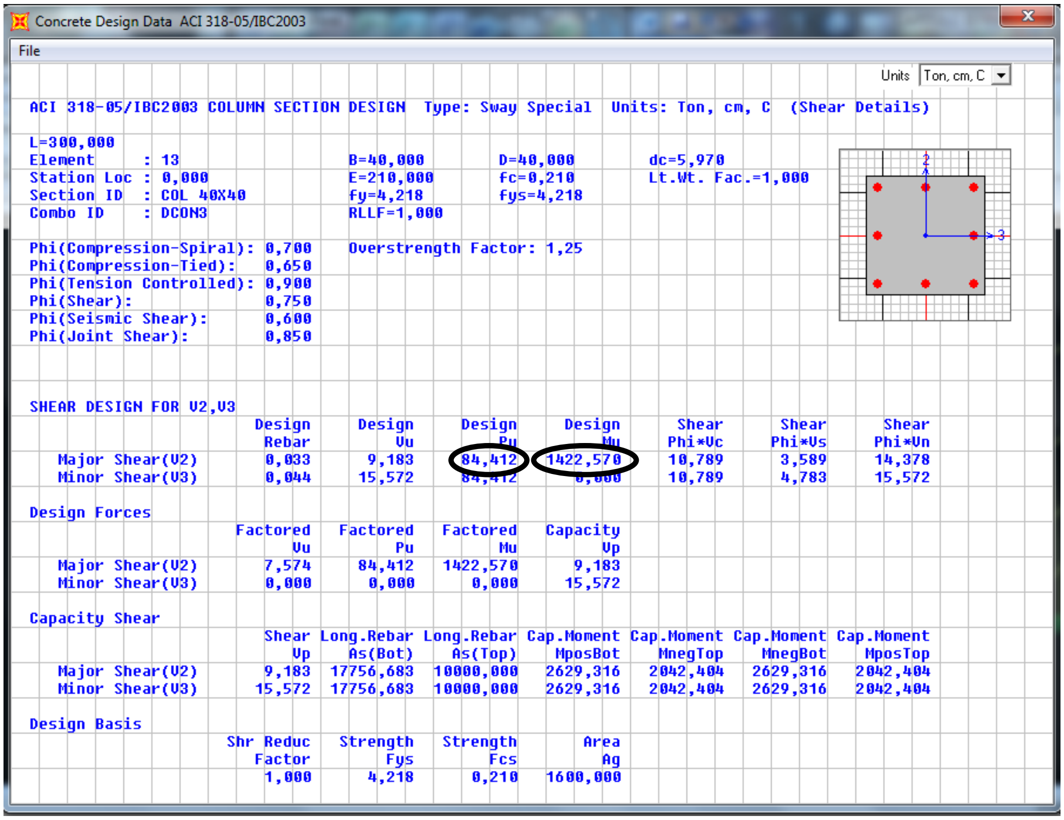


Figura 3.15 Resultados del SAP2000 columna N° 4

$$M_u = 1422{,}57\ t*m$$

$$P_u = 84{,}412\ t$$

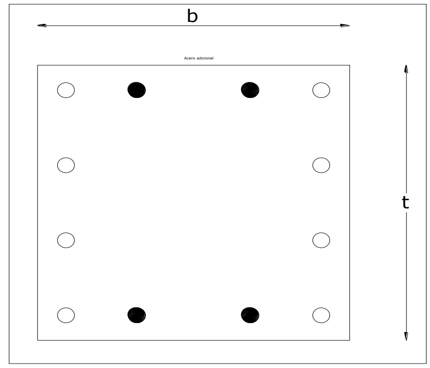
$$e = \frac{M_u}{P_u}$$

$$e = 16{,}85\ cm$$

Tabla 3.18 Datos de la columna N°4

Columna N° 4

Datos			
b=	40	cm.	
t=	40	cm.	
Astot 2caras =	18,94	cm2	8 ϕ18
Astot 4caras =	28,41	cm2	12 ϕ18
d´ =	4,00	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	16,85	cm.	
β1=	0,85		



$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

eb =	17,5319	cm.
d =	36	cm.
d-d´ =	32	cm.
d´´ =	16	cm.

$p_t = \dfrac{Ast}{b \times d}$	0,0132
$m = \dfrac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294
$\boldsymbol{\rho} = \dfrac{\boldsymbol{A´st}}{\boldsymbol{b * t}}$	0,0178

FORMULA ACI			
Acero	Hormigón	Total	
$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$		
38744,840	122619,450	161364,290	kg

Se tiene una capacidad nominal de $Pn = 161364{,}290\ kg$, de acuerdo a la fórmula del ACI, con los datos del SAP2000, luego se tendrá la capacidad última de la columna con la excentricidad requerida que es de $e = 16{,}85$ cm para esta columna.

Tabla 3.19 Capacidad final de la sección

e	$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	***Pn***	$\dfrac{\dfrac{A´s}{2}f_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	***Pn 4 Caras***	***Pu 4 Caras***
0	79548,00	284745,76	**364293,76**	39774,00	404067,76	212135,5754
1	74868,71	264027,94	**338896,65**	37434,35	376331,00	197573,7741
2	70709,33	246120,46	**316829,79**	35354,67	352184,46	184896,8393
3	66987,79	230487,80	**297475,59**	33493,89	330969,49	173758,9818
4	63638,40	216722,41	**280360,81**	31819,20	312180,01	163894,5042
5	60608,00	204508,57	**265116,57**	30304,00	295420,57	155095,7973
6	57853,09	193597,95	**251451,04**	28926,55	280377,59	147198,2335
7	55337,74	183792,54	**239130,28**	27668,87	266799,15	140069,5555
8	53032,00	174932,51	**227964,51**	26516,00	254480,51	133602,2681
9	50910,72	166887,42	**217798,14**	25455,36	243253,50	127708,0860
10	48952,62	159549,77	**208502,39**	24476,31	232978,69	122313,8146
11	47139,56	152830,19	**199969,74**	23569,78	223539,52	117358,2491
12	45456,00	146653,73	**192109,73**	22728,00	214837,73	112789,8105
13	43888,55	140957,12	**184845,67**	21944,28	206789,94	108564,7205
14	42425,60	135686,51	**178112,11**	21212,80	199324,91	104645,5773
15	41057,03	130795,85	**171852,88**	20528,52	192381,40	101000,2330
16	39774,00	126245,48	**166019,48**	19887,00	185906,48	97600,9006
16,85	38744,84	122619,45	**161364,29**	19372,42	180736,71	94886,7728
17	38568,73	122001,08	**160569,80**	19284,36	179854,17	94423,4375
17,5319	37956,94	119857,73	**157814,66**	18978,47	176793,13	92816,3934

En la tabla 3.19 se aprecian los resultados de la capacidad final base del presente análisis, obtenidos mediante la fórmula propuesta, que es de $Pu = 94886{,}772\ kg$, valor que fue multiplicado ya por el factor $\varphi = 0{,}75$ encontrado luego de varios cálculos realizados, y que nos permite definir la capacidad última como un valor real y con el cual se compara con resultados de estructuras existentes.

Se recalca además, que al tener excentricidades bajas el factor de error se reduce considerablemente, no así cuando se tiene cercana a la excentricidad balanceada.

La diferencia de resultados, que se tienen esta columna, permite recalcar el enunciado de las anteriores con el cual el error es más evidente al tener excentricidades próximas a la balanceada, no obstante su aproximación permite expresar esta propuesta como una opción de cálculo para columnas armadas a cuatro caras.

$P_u = 84{,}412\ t$ Resultado del SAP2000

$P_u = 94{,}886\ t$ Resultado de propuesta

Para esta columna se tiene una diferencia considerable de $10\ t$ aproximadamente, representando un 9.5%, constatando la teoría antes mencionada respecto a la excentricidad.

3.2. Falla a tracción

Cuando la armadura se encuentra distribuida en las cuatro caras la fórmula, en base a la obtenida para dos caras tiene una modificación.

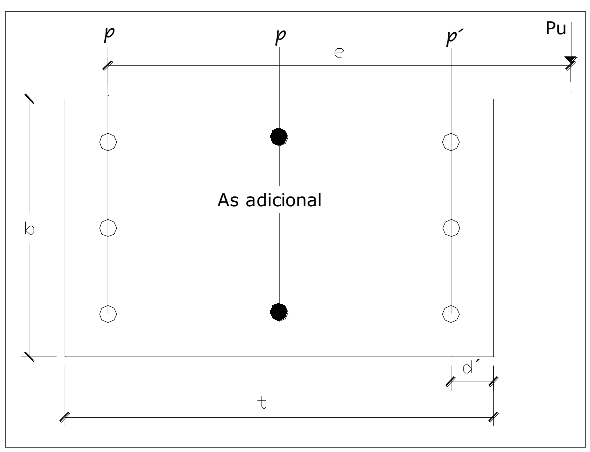


Figura. 3.16 Columnas rectangulares con falla a tracción armadas a cuatro caras.

Se parte de la fórmula deducida para columnas con armadura en dos caras paralelas ecuación 2.21.

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c * b * d\left[-\rho + 1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right]\right\}$$

Debido a que si se realiza una deducción matemática, la capacidad de carga en la columna disminuye asumiendo que el acero incrementado en las dos caras se encuentra trabajando en tracción, fig. (3.1).

En base a varios cálculos realizados se tomó la decisión de adoptar la siguiente expresión para calcular la carga última en columnas armadas a cuatro caras cuando fallan en tracción.

$$Pu = \emptyset\left\{\boldsymbol{\varphi} * 0.85 * f'_c * b * d\left[-\rho + \boldsymbol{\rho} + 1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right]\right\}$$

$$Pu = \emptyset\left\{\boldsymbol{\varphi} * 0.85 * f'_c * b * d\left[1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right]\right\} \qquad \text{ec. 3.21}$$

Donde:

$\varphi = 0.75.$

Como se observa en la ecuación se disminuye el valor de (ρ) ya que la cantidad de acero que se incrementa en las dos caras paralelas es igual a este valor.

También se disminuye el porcentaje del 25% en la capacidad de la columna representado por **φ** debido a que en el análisis que se realizó en las columnas armadas en dos caras se tiene una diferencia de alrededor del 10% al 15% con relación a los diagramas de interacción.

Para tomar en cuenta el punto de partida de la excentricidad para la cual se puede aplicar esta fórmula, se utiliza la ecuación para armadura a dos caras obtenida en el capítulo II ec. (2.25).

Sección rectangular $$e_b = t * (0.20 + 0.77 * p_t * m).$$

Es decir tomando en cuenta simplemente la armadura de las dos caras.

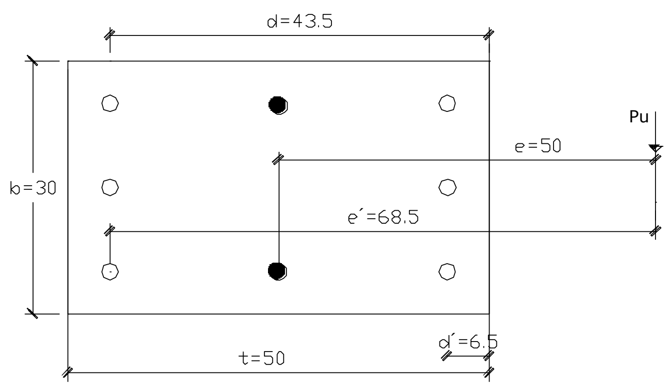
Con estas restricciones se realiza el análisis por medio de los siguientes ejercicios.

3.2.1. Comparación con los diagramas de interacción.

3.2.1.1. Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular con estribos y refuerzo en las cuatro caras.

Tabla 3.20 Datos iniciales

DATOS.		
Φ=	0.7	
b=	30	cm.
t=	50	cm.
As 2Caras=	42.42	cm2
A´s=	21.21	cm2
As 4Caras=	63.63	cm2
d´=	6.5	cm.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	50	cm.
e´=	68.5	cm.



Se obtiene la excentricidad balanceada por medio de la fórmula sugerida por Whitney para secciones rectangulares.

Tabla 3.21 Datos generales de la columna.

$e_b=(0.20+0.77\times p_t\times m)t$			Armadura simetrica		$\rho^1=\rho=\frac{A_s}{b*d}$	0,0157
eb=	38,5	cm.	< 50	cm		
d=	45,0	cm.			$p_t=\frac{Ast2caras}{b\times d}$	0,0314
d-d´=	40,0	cm.	**Falla por tensión**			
d´´=	20,0	cm.			$m=\frac{f_y}{0.85\times f´c}$	23,5294
					$m^1=m-1$	22,5294

Por lo tanto se toma como punto de partida la excentricidad balanceada y se realiza el análisis con los siguientes datos.

Tabla 3.22 Resistencia de una columna cuando falla a tracción con armadura a cuatro caras.

e	e´	cuña	a	constante	Pn 2 caras	Pn 4 caras	Pu 4 caras	
38,465	58,46	0,57	25,76	0,56	134134,71	121694,73	85186,31	Excentricidad balanceada
39,000	59,00	0,56	25,42	0,55	132321,35	120094,70	84066,29	
40,000	60,00	0,55	24,80	0,54	129022,29	117183,77	82028,64	
41,000	61,00	0,54	24,21	0,52	125836,82	114373,06	80061,14	
42,000	62,00	0,53	23,63	0,51	122761,54	111659,58	78161,70	
43,000	63,00	0,51	23,08	0,50	119793,02	109040,30	76328,21	
44,000	64,00	0,50	22,54	0,49	116927,83	106512,19	74558,53	
45,000	65,00	0,49	22,03	0,47	114162,53	104072,22	72850,56	
46,000	66,00	0,48	21,53	0,46	111493,73	101717,40	71202,18	
47,000	67,00	0,47	21,05	0,45	108918,05	99444,73	69611,31	
48,000	68,00	0,46	20,58	0,44	106432,15	97251,29	68075,91	
49,000	69,00	0,45	20,13	0,43	104032,77	95134,20	66593,94	
50,000	70,00	0,44	19,70	0,42	101716,71	93090,61	65163,43	Excentricidad en estudio
51,000	71,00	0,43	19,28	0,41	99480,83	91117,78	63782,45	
52,000	72,00	0,42	18,88	0,40	97322,08	89213,00	62449,10	
53,000	73,00	0,41	18,49	0,40	95237,49	87373,66	61161,56	
54,000	74,00	0,40	18,12	0,39	93224,18	85597,20	59918,04	
55,000	75,00	0,39	17,75	0,38	91279,34	83881,17	58716,82	
56,000	76,00	0,39	17,40	0,37	89400,28	82223,18	57556,22	
57,000	77,00	0,38	17,06	0,36	87584,39	80620,92	56434,64	
58,000	78,00	0,37	16,73	0,36	85829,15	79072,18	55350,52	
59,000	79,00	0,36	16,42	0,35	84132,13	77574,81	54302,36	
60,000	80,00	0,36	16,11	0,34	82491,00	76126,75	53288,72	Máximo valor de excentricidad

Donde:

e = excentricidad con relación al centro de gravedad.

e´= excentricidad con relación al eje del acero de tracción.

$a = d\left\{\left(1-\frac{e'}{d}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right\}$ Cuña de compresión.

Cuña= $1-\frac{e'}{d}+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}$ Factor a multiplicar para las columnas con armadura a cuatro caras.

Constante = $-\rho+1-\frac{e'}{d}+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}$ Factor a multiplicar para las columnas con armadura a dos caras.

Pn 2caras = Carga nominal que resiste la columna armada a dos caras.

Pn 4caras = Carga nominal que resiste la columna armada a cuatro caras.

$p_t = \frac{A_{st}}{Area} = \frac{63.63}{30*50} = 0.042$

$g = \frac{40}{50} = 0.8$ Relación que existe entre los ejes del refuerzo y la altura de la columna.

Primero se analiza con la excentricidad balanceada, como se observa en las siguientes comparaciones.

- eb = 38.46 cm

  Pn 4caras = 121694.73 kg

  Se compara con los diagramas de interacción del Ing. Fausto Meléndez.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag} = \frac{0.7 * 121694.73}{50 * 30} = 56.80 \frac{kg}{cm^2}$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * t} = \frac{0.7 * 121694.73 * 38.46}{50 * 30 * 50} = 43.68 \frac{kg}{cm^2}$$

- e = 50 cm.

Pn 4 caras = 93090.61 kg

Comparamos con los diagramas del Ing. Fausto Meléndez.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag} = \frac{0.7 * 93090.61}{50 * 30} = 43.44 \frac{kg}{cm^2}$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * t} = \frac{0.7 * 93090.61 * 50}{50 * 30 * 50} = 43.44 \frac{kg}{cm^2}$$

- e = 60 cm.

Pn 4 caras = 76126.75 kg

Comparamos con los diagramas del Ing. Fausto Meléndez.

$$Y = \frac{\emptyset * Pn}{Ag} = \frac{0.7 * 76126.75}{50 * 30} = 35.52 \frac{kg}{cm^2}$$

$$X = \frac{\emptyset * Mn}{Ag * t} = \frac{0.7 * 76126.75 * 60}{50 * 30 * 50} = 42.631 \frac{kg}{cm^2}$$

A continuación se realiza la comparación con los diagramas de interacción.

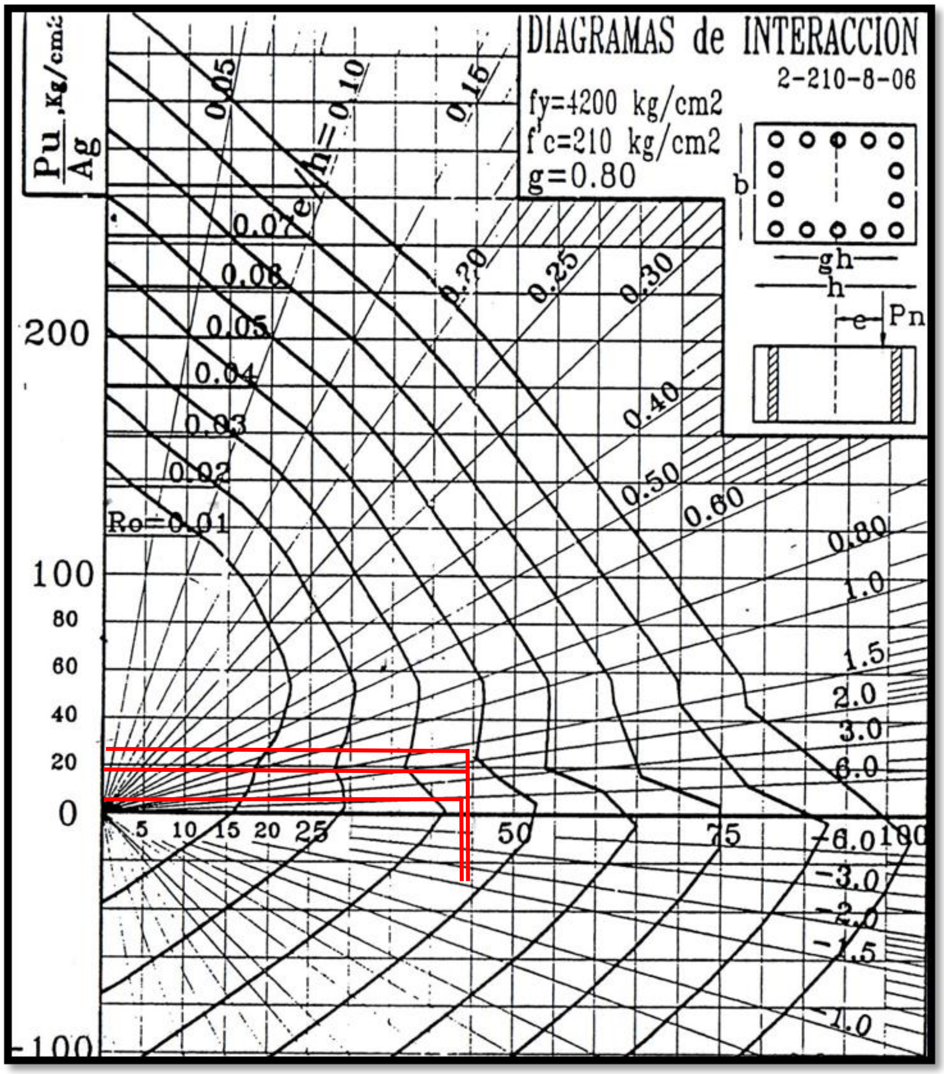


Figura. 3.17 Diagrama de interacción Ing. Meléndez (2-210-8-06)

Según el diagrama tenemos una cuantía de acero de alrededor 0.038 valor que no tiene una gran diferencia con la propuesta que es de 0.042, equivalente a un 9%.

3.2.2. Comparación con el SAP2000.

3.2.2.1. Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular con estribos y refuerzo en las cuatro caras.

A continuación se realiza la comparación con un pórtico con cargas reales donde se analizara con los resultados del programa SAP2000

Basados en un predimensionamiento se tiene las dimensiones de columnas y vigas.

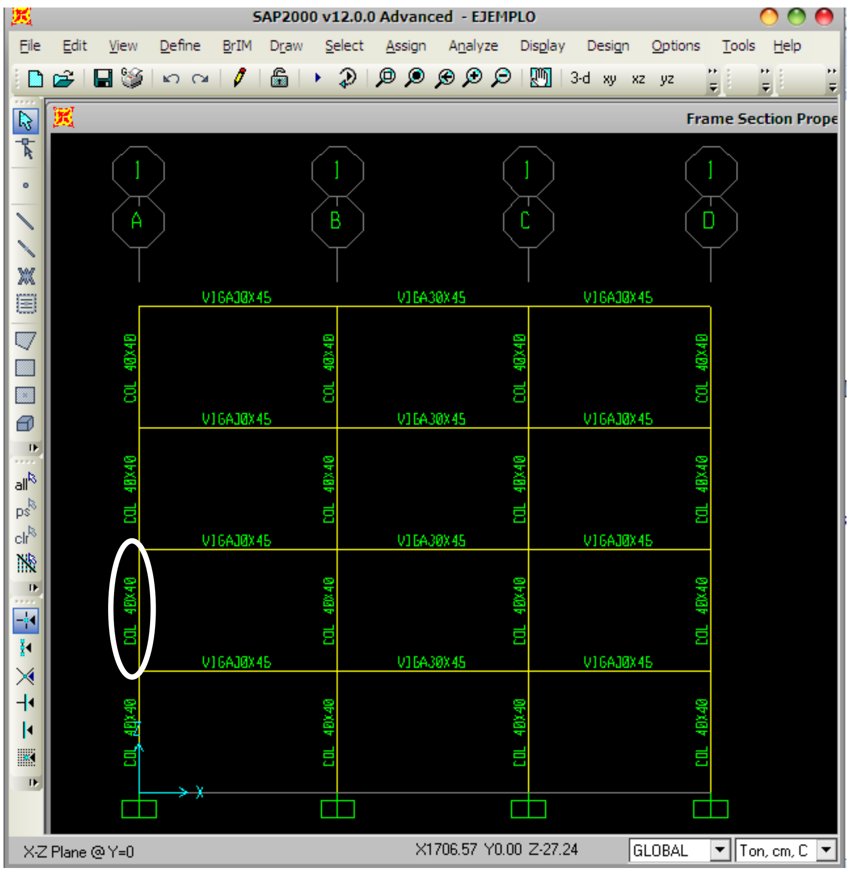


Figura. 3.18 Columna analizada a tracción

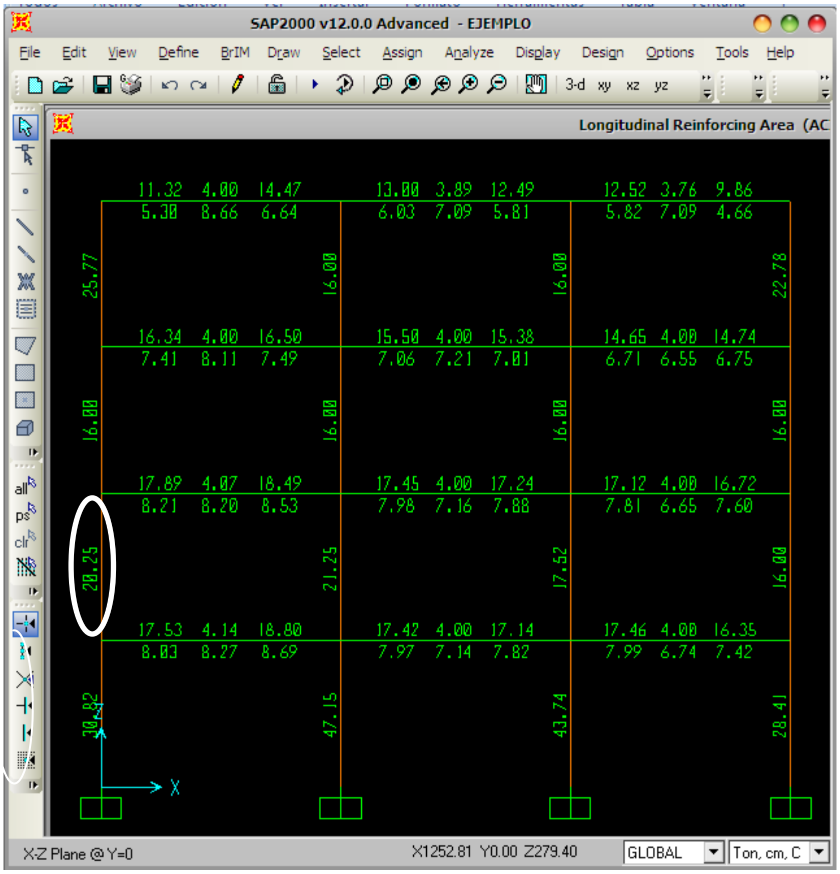
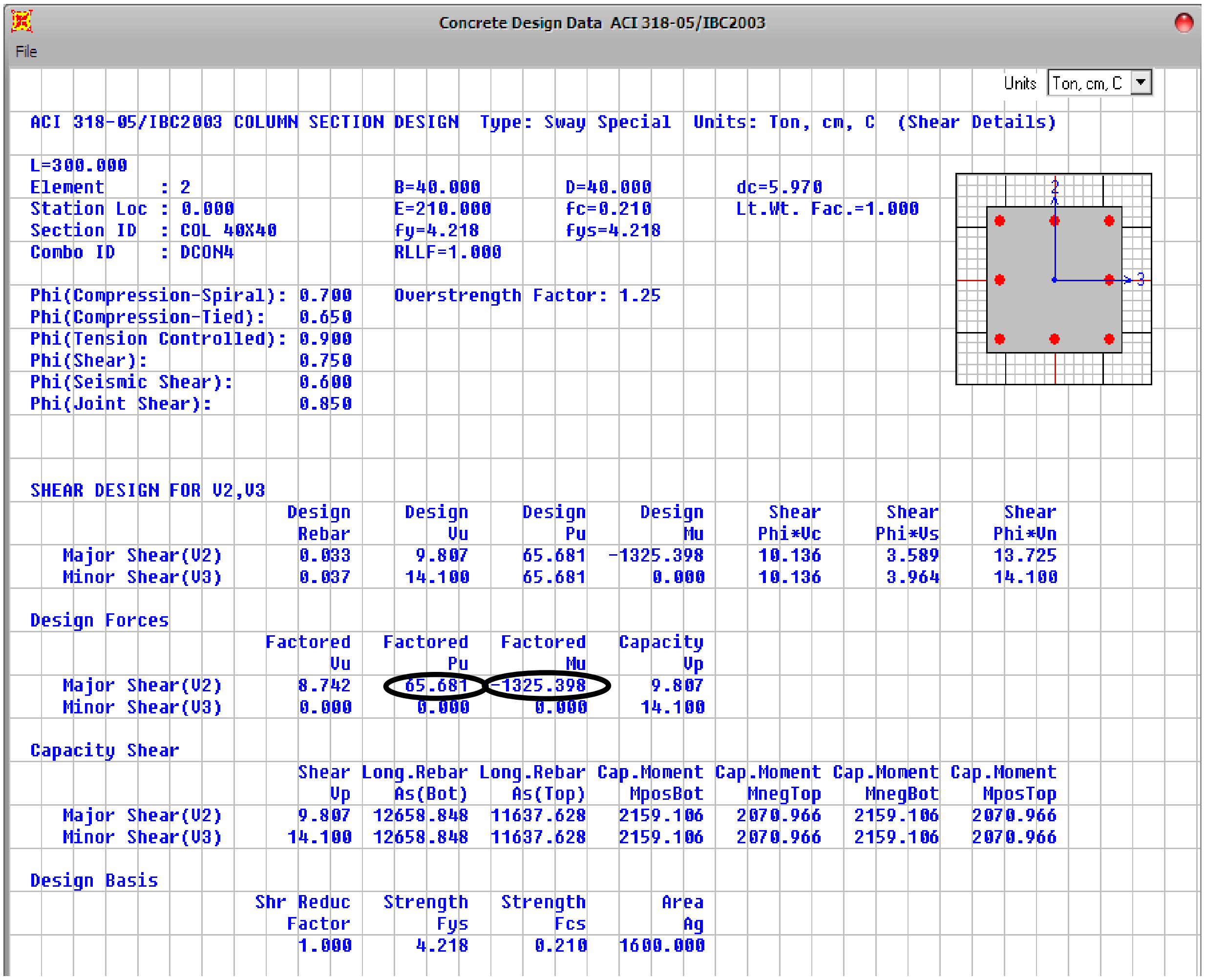


Figura. 3.19 Cantidad de acero en columna analizada

Como se tiene 22.78 cm2 de acero lo que significa una cuantía de $\rho = 22.78 / (40*40) = 0.0142$.



Concrete Design Data ACI 318-05/IBC2003

File

Units Ton, cm, C

ACI 318-05/IBC2003 COLUMN SECTION DESIGN Type: Sway Special Units: Ton, cm, C (Shear Details)

L=300.000

Element : 2	B=40.000	D=40.000	dc=5.970
Station Loc : 0.000	E=210.000	fc=0.210	Lt.Wt. Fac.=1.000
Section ID : COL 40X40	fy=4.218	fys=4.218	
Combo ID : DCON4	RLLF=1.000		

Phi(Compression-Spiral): 0.700 Overstrength Factor: 1.25
Phi(Compression-Tied): 0.650
Phi(Tension Controlled): 0.900
Phi(Shear): 0.750
Phi(Seismic Shear): 0.600
Phi(Joint Shear): 0.850

SHEAR DESIGN FOR V2,V3

	Design Rebar	Design Vu	Design Pu	Design Mu	Shear Phi*Vc	Shear Phi*Vs	Shear Phi*Vn
Major Shear(V2)	0.033	9.807	65.681	-1325.398	10.136	3.589	13.725
Minor Shear(V3)	0.037	14.100	65.681	0.000	10.136	3.964	14.100

Design Forces

	Factored Vu	Factored Pu	Factored Mu	Capacity Vp
Major Shear(V2)	8.742	65.681	-1325.398	9.807
Minor Shear(V3)	0.000	0.000	0.000	14.100

Capacity Shear

	Shear Vp	Long.Rebar As(Bot)	Long.Rebar As(Top)	Cap.Moment MposBot	Cap.Moment MnegTop	Cap.Moment MnegBot	Cap.Moment MposTop
Major Shear(V2)	9.807	12658.848	11637.628	2159.106	2070.966	2159.106	2070.966
Minor Shear(V3)	14.100	12658.848	11637.628	2159.106	2070.966	2159.106	2070.966

Design Basis

Shr Reduc Factor	Strength Fys	Strength Fcs	Area Ag
1.000	4.218	0.210	1600.000

Figura. 3.20 Resultados en la columna.

Como se observa los valores obtenidos son del combo DCON4 especificado en el ACI 318-05/IBC2003.

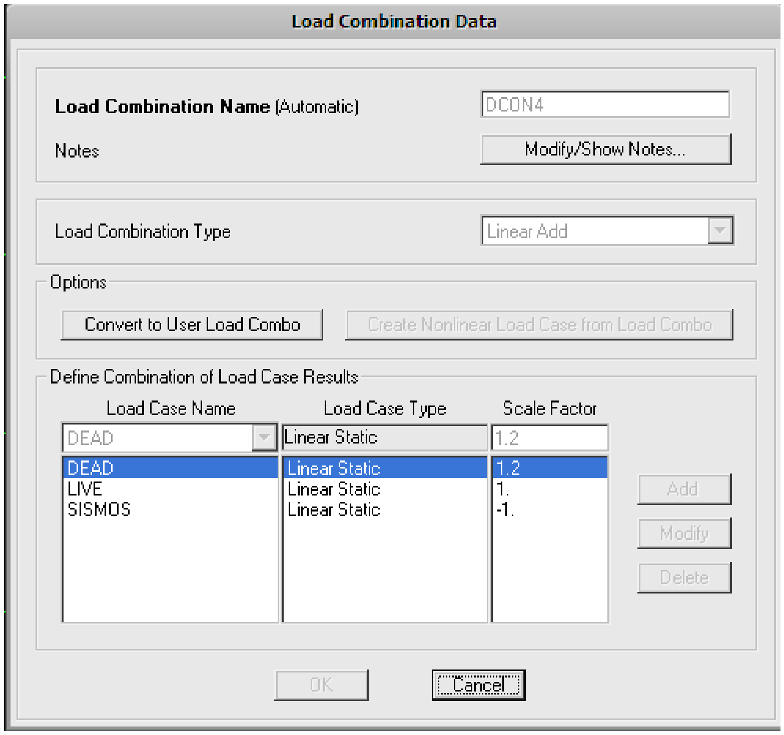


Figura. 3.21 Combinación de carga DCON4.

Se toma los valores de Pu = 65.681 t, Mu= 1325.398 t*cm.

$$e = \frac{Mu}{Pu} = \frac{1325.398}{65.681} = 20.179\ cm$$

$$\rho = 20.25cm2 / (40cm * 40cm) = 0.0126$$

Con estos valores se aplica la propuesta.

Tabla 3.23 Cálculos de la columna con armadura en las cuatro caras.

DATOS.		
Φ=	0,7	
b=	40	cm.
t=	40	cm.
As2CARAS=	13,5	cm2
A´s=	6,75	cm2
As4caras=	20,25	cm2
d´=	4	cm.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	20,179	cm.
e´=	36,179	cm.

Sin desplazamiento lateral

$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m)t$$

Armadura simetrica

eb=	14,794	cm.	< 20.1	cm
d=	36	cm.		
d-d´=	32	cm.	**Falla por tensión**	
d´´=	16	cm.		

$\rho^1 = \rho = \frac{A_s}{b*d}$	0,0047
$p_t = \frac{Ast\,2caras}{b \times d}$	0,0094
$m = \frac{f_y}{0.85 \times f'c}$	23,5294
$m^1 = m - 1$	22,5294

e	e´	cuña	a	constante	Pn2Caras	PN 4 caras	Pu 4 Caras
14,794	30,79	0,61	21,96	0,61	155613,26	138368,95	96858,26
15,000	31,00	0,60	21,70	0,60	153709,64	136689,28	95682,49
16,000	32,00	0,57	20,44	0,56	144702,85	128742,11	90119,48
17,000	33,00	0,53	19,23	0,53	136106,62	121157,20	84810,04
18,000	34,00	0,50	18,09	0,50	127936,54	113948,31	79763,82
19,000	35,00	0,47	17,00	0,47	120204,16	107125,62	74987,93
20,000	36,00	0,44	15,98	0,44	112916,28	100695,14	70486,60
20,179	36,18	0,44	15,81	0,43	111658,87	99585,66	69709,96

Por medio de la tabla (3.1) se observa que con una excentricidad e = 20.179 cm el valor de la carga ultima es de Pu = 69.7 t cuya diferencia con el valor de carga ultima obtenida en el SAP2000 es de Pu = 65.6 t cuya diferencia es de 4 t..

3.2.2.2. Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular con estribos y refuerzo en las cuatro caras.

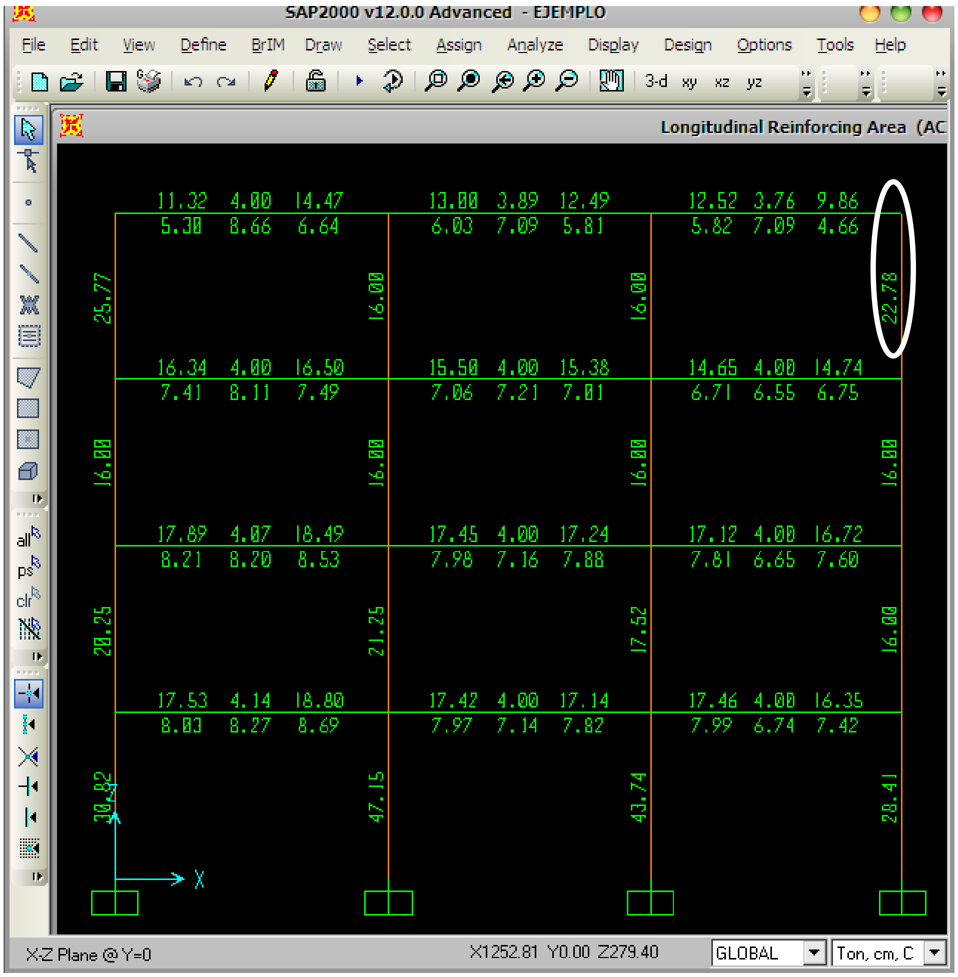


Figura. 3.22 Cantidad de acero en la columna analizada.

Como se observa la cantidad de acero es As = 21.25 cm2.

Por lo tanto la cuantía es igual $\rho = \frac{21.25}{40x40} = 0.013.$

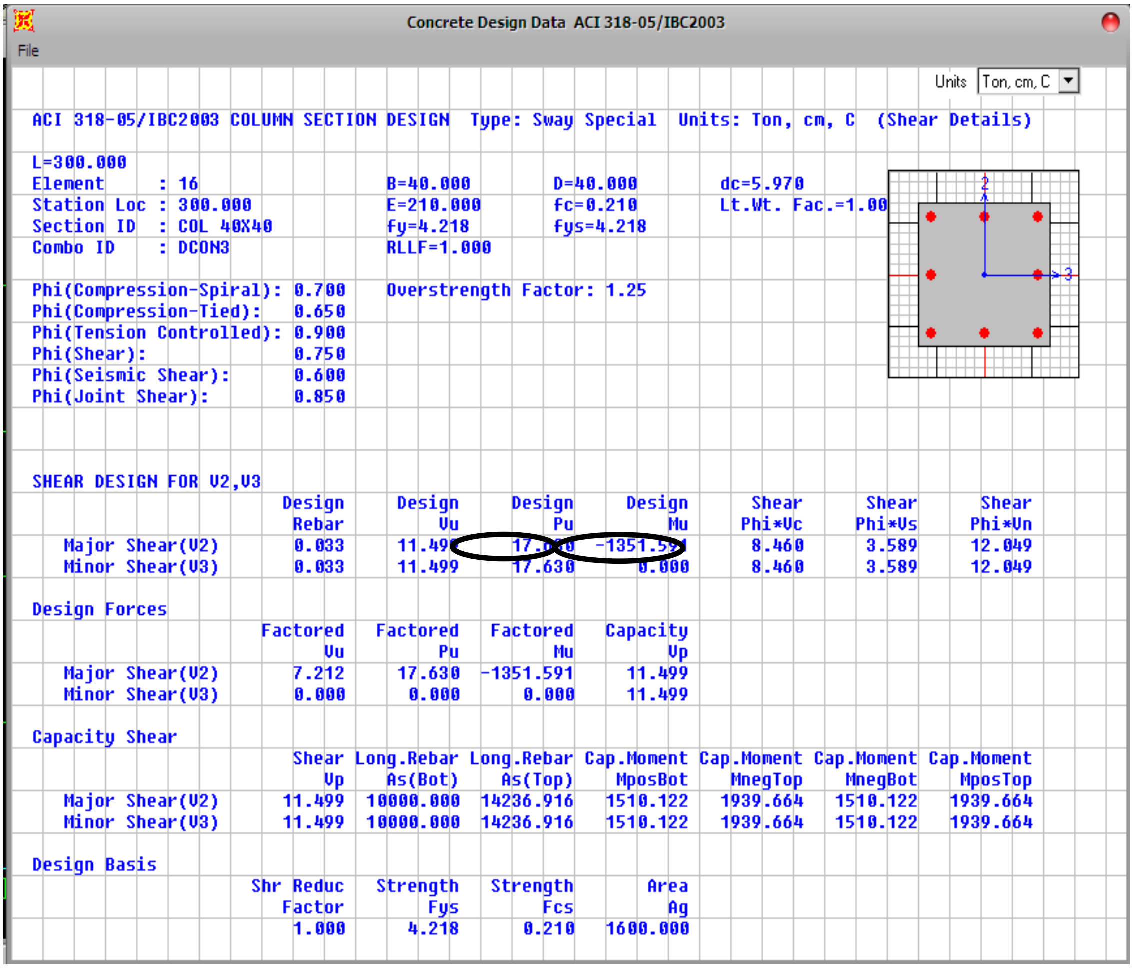


Figura. 3.23 Resultados obtenidos de columna.

Como se observa la columna tiene los siguientes resultados:

Pu = 17.630 t

Mu = 1351.591 t*cm.

e = 76.66 cm.

Tabla 3.24 Cálculos de la columna con armadura en las cuatro caras.

DATOS.				
Φ=	0,7			
b=	40	cm.		
t=	40	cm.		
l=	8	m	Sin desplazamiento lateral	
As2CARAS=	15,186	cm2		
A´s=	7,593	cm2		
As4caras=	22,779	cm2		
d´=	4	cm.		
f´c=	210	kg/cm2		
fy=	4200	kg/cm2		
e=	76,66	cm.		
e´=	92,66	cm.		
$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m)t$			Armadura simetrica	
			$\rho^1 = \rho = \frac{A_s}{b*d}$	0,0053
eb=	15,643	cm.	< 76.6 cm	
d=	36	cm.	$p_t = \frac{Ast2caras}{b \times d}$	0,0105
d-d´=	32	cm.	**Falla por tensión**	
d´´=	16	cm.	$m = \frac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294
			$m^1 = m - 1$	22,5294

e	e´	cuña	a	constante	Pn2Caras	PN 4 caras	Pu 4 Caras
76,660	92,66	0,07	2,66	0,07	17659,73	16778,01	11744,61

Como se observa en la tabla de resultados tenemos una diferencia de:

17.63 t – 11.74 t = 5.89 t.

Esta diferencia se debe a que como se observa la cuña de compresión es 2.66 cm. y la cuña mínima es de 10.2 cm. y por lo tanto la formula pierde efectividad que en este caso se expresa sobredimensionando.

3.3. Resumen del capítulo

- Excentricidad balanceada, $e_b = \frac{M_b}{P_b}$

- Excentricidades balanceadas propuesta por Whitney:

Sección rectangular $e_b = t * (0.20 + 0.77 * p_t * m)$ ec.2.15

Sección circular $e_b = D * (0.24 + 0.39 * p_t * m)$ ec.2.16

Donde, $p_t = \frac{A_{st}}{Area}$ $m = \frac{f_y}{0.85 * f´_c}$

Para determinar el tipo de falla en las columnas que se analizaron, se utilizo el criterio mencionado en el capítulo II, que es cuando la capacidad a la falla de un miembro, estará controlada por tracción, cuando $P_u < P_b$, por el contrario, se presentará falla en compresión, cuando $P_u > P_b$

Fórmula de cálculo para columnas rectangulares con armadura a cuatro caras

Acero que se adiciona a la ecuación 2.18, para obtener la fórmula directa de cálculo de la armadura a cuatro caras.

$$\textbf{Acero Adicional} = \frac{\frac{A´_s}{2}}{\frac{e}{d-d´} + 0.5} \qquad \textbf{ec.3.3}$$

Fórmula directa para armadura a cuatro caras basada en el ACI y calculada según la propuesta de Whitney:

$$P_u = \emptyset * 0.75 \left[\frac{\frac{3}{2} A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'} + 0.5} + \frac{b\, t\, f'_c}{\frac{3\, t\, e}{d^2} + 1.18} \right] \qquad \textbf{ec.3.4}$$

CAPÍTULO IV

COLUMNAS RECTANGULARES HUECAS

4.1. Falla a compresión

La resistencia de columnas de concreto armado sometidas a compresión pura está dada por la expresión:

$$Pn = A_{st} f_y + (A_g - A_{st}) f'c \qquad \text{ec. 4.1}$$

Donde: A_{st}: Área de refuerzo longitudinal

A_g: Área de la sección bruta de la columna

Sin embargo, esta carga está por encima de lo valores registrados experimentalmente, lo cual se debe a que las probetas utilizadas para la determinación de la resistencia máxima del concreto se elaboran en condiciones diferentes que los elementos ensayados. Se ha determinado que la resistencia de rotura del concreto en compresión en estos miembros es igual al 85% de la resistencia máxima obtenida en la prueba del cilindro. Por lo tanto, la resistencia última es:

$$Pu = A_{st} f_y + 0.85(A_g - A_{st}) f'c \qquad \text{ec. 4.2}$$

En la siguiente figura, se muestra la curva carga versus deformación para columnas con estribos y con espirales de diferente paso. Se observa que una vez alcanzada la carga última, el comportamiento de las columnas depende del tipo de refuerzo transversal.

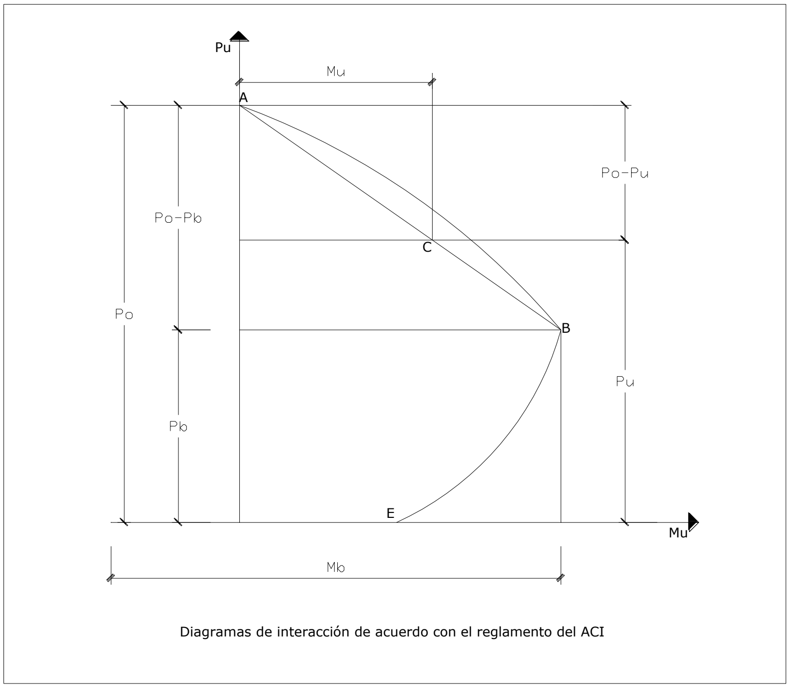


Figura 4.1. Diagrama de interacción de acuerdo al reglamento del ACI

Sin embargo, el código del ACI reconoce que no existe columna real sometida a carga con excentricidad nula. En versiones anteriores, 1963 y 1971, se definió excentricidades accidentales o excentricidades mínimas que debían ser consideradas en el diseño de cualquier columna para tomar en cuenta este efecto. A partir de 1977, el concepto de excentricidad accidental se suprimió y se reemplazó por otro criterio cuyo objetivo también era tomar en cuenta el hecho que no existen columnas con carga axial totalmente centrada. Este consistía en reducir la resistencia definida por la ecuación que forma parte de este estudio, transformándola en:

- Si el refuerzo transversal está constituido por espirales:

$$Pn = 0.85[0.85f'c\ (A_g - A_{st}) + f'c\ A_{st}] \qquad \text{ec. 4.3}$$

- Si el refuerzo transversal está constituido por estribos:

$$Pn = 0.80[0.85f'c\ (A_g - A_{st}) + f'c\ A_{st}] \qquad \text{ec. 4.4}$$

Donde: A_{st}: Área de refuerzo de la sección

A_g: Área de la sección bruta de concreto

Los factores 0.85 y 0.80 son equivalentes a excentricidades de aproximadamente, 5% y 10% del lado para columnas con espiral y con estribos, respectivamente.

Los valores de la carga última P_u no podrán ser mayores que la carga nominal multiplicada P_n por un factor de reducción $\emptyset$ ($\emptyset * P_n$) tanto para columnas sometidas a compresión pura como para columnas a flexo-compresión.

4.1.1. Fórmulas de cálculo para columnas rectangulares huecas

El reglamento en estudio, recomienda que cuando una sección esté controlada por compresión, se suponga que la carga máxima disminuye linealmente de P_o a P_b, a medida que el momento aumenta desde cero a M_b; esto equivale a suponer que el diagrama de interacción de la zona de compresión es una línea recta (figura 4.1), lo cual queda del lado de la seguridad.

Para columnas con refuerzo simétrico en dos caras y en capas sencillas paralelas al eje de flexión, el reglamento recomienda calcular el valor de P_u por la siguiente expresión aproximada:

$$P_u = \emptyset\left[\frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}+\frac{b\,t\,f'c}{\frac{3\,t\,e}{d^2}+1.18}\right] \qquad \text{ec. 4.5}$$

A esta expresión que fue estudiada en el capítulo II, se restará la sección hueca (fig. 4.2)

Las dimensiones del hueco en la columna son $(u * \beta)$, que representa la pérdida de capacidad en el hormigón, es necesario entonces restar el área hueca que no aporta $(u' * \beta)$, como se muestra en la figura 4.2, restando al lado b un solo valor de $Z\ final\ (z + z')$, el cual ya consta del recubrimiento interior z' y exterior z, y al lado t se restará dos valores de Z que al igual que en el caso anterior ya consta de los dos recubrimientos.

Se obtiene como resultado la siguiente expresión:

$$\left[\left(0.15+\frac{1}{\frac{3\,t\,e}{d^2}+1.18}\right)*t-Z\right]*(\mathrm{b}-2\mathrm{Z})*0.85*f'c \qquad \text{ec. 4.6}$$

Esta fórmula se basa en la pérdida de sección, la cual se completará al sumar el 15% al área ya que, como es de conocimiento general al hormigón se lo diseña al 85% de su capacidad real, por recomendación de los códigos de construcciones.

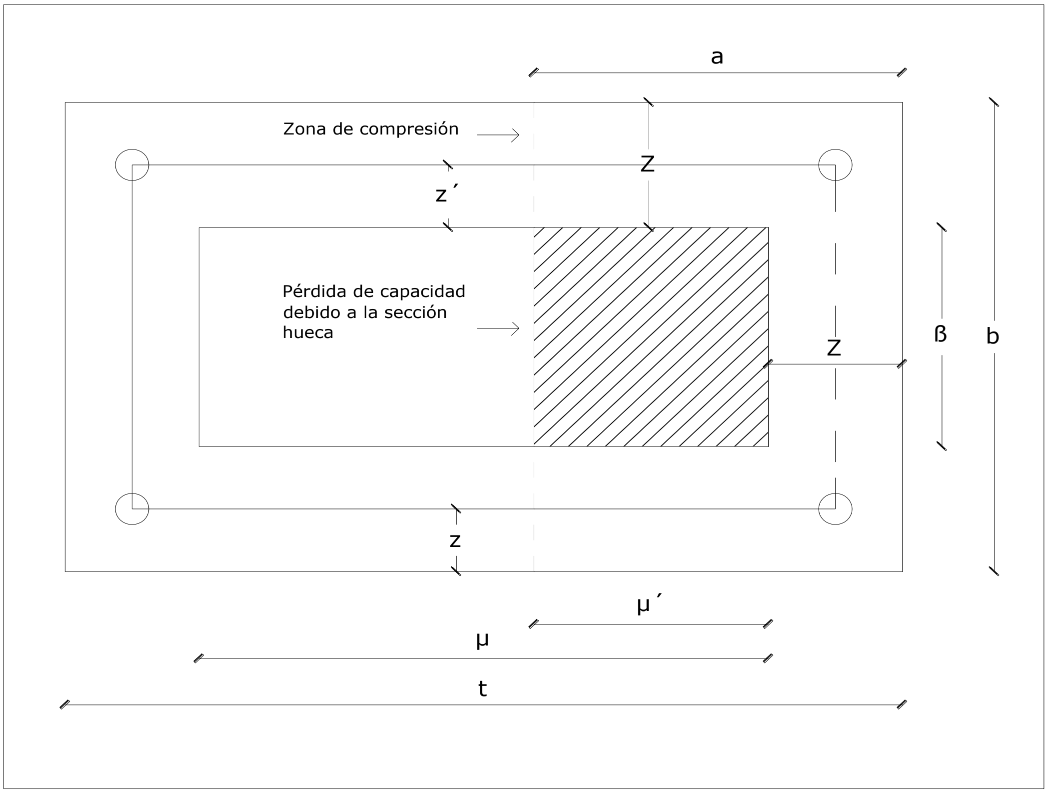


Figura 4.2 Columna rectangular de sección hueca

La sección de hormigón es la que se resta de la sección original y está relacionada directamente con la excentricidad final o requerida.

De esta forma vamos a determinar la fórmula definitiva para una sección rectangular hueca con la siguiente expresión:

$$P_u = \emptyset\left[\left(\frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}+\frac{b\ t\ f'_c}{\frac{3\ t\ e}{d^2}+1.18}\right)-u'*\beta*0.85*f'c\right] \qquad \text{ec. 4.7}$$

donde:

$$u' = \left(0.15+\frac{1}{\frac{3\ t\ e}{d^2}+1.18}\right)*t-Z$$

$\beta = (b - 2Z)$

Al aplicarse esta fórmula, se comprobará que el refuerzo en compresión fluya.

A continuación se hará una explicación, por intermedio de un ejercicio que permitirá un mejor entendimiento.

4.1.2. Ejercicios

4.1.2.1. Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular de sección hueca con estribos y refuerzo simétrico a dos caras.

En este ejemplo se requieren los siguientes datos:

Tabla 4.1 Datos de la sección rectangular

Datos		
b=	60	cm.
t=	60	cm.
Z=	11,00	cm
Astot=	37,7	cm2
d´=	5,50	cm.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	6	cm.
β1=	0,85	

Primero se obtiene la excentricidad balanceada (tabla 4.2), con la fórmula propuesta por Whitney para una sección rectangular como se muestra a continuación:

$$e_b = (0.20 + 0.77 * p_t * m)t \qquad \text{ec. 4.8}$$

Tabla 4.2 Excentricidad balanceada, fórmula de Whitney

$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$			
eb=	24,5328	cm.	> 6 cm

Para este caso se obtiene una excentricidad balanceada de 24.5328cm, siendo ésta la máxima, ya que luego de pasar este límite, en la columna primará la tracción, y este análisis es a compresión.

Cabe recalcar que la excentricidad balanceada es mayor a la solicitada, 6 cm.

Además se obtendrá el momento balanceado Mb y la carga balanceada Pb con las siguientes fórmulas:

$$\boldsymbol{Pb} = \emptyset * \left[0.85 * \beta_1 * f'c * b * d * \frac{6300}{6300 + fy}\right]$$

$$\boldsymbol{Pb = 327726.000\, kg}$$

$$\boldsymbol{Mb} = \emptyset * \left[0.85 * f'c * b * a_b * \left(d - d'' - \frac{a_b}{2}\right) + A_s * fy * (d - d')\right]$$

$$\boldsymbol{Mb = 8672793.856\, kg}$$

Luego se procede a imponer un recubrimiento de 5,5 cm por lo que la altura efectiva $\boldsymbol{d}$ será de 54,5 cm (tabla 4.3)

Tabla 4.3 Altura efectiva de columna.

d=	54,5	cm.
d-d´=	49	cm.
d´´=	24,5	cm.

De acuerdo a la fórmula del ACI que fue estudiada en el capítulo II, se obtiene la siguiente capacidad de carga última mostrada en la tabla 4.4.

Tabla 4.4 Capacidad de carga de acuerdo al ACI

FORMULA ACI			
Acero +	Hormigón =	TOTAL	
$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$ +	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$		
127191,148	489762,361	**616953,509**	**kg**

Luego se hace un estudio, tomando como base la variación de la excentricidad, donde se aprecia el comportamiento tanto del hormigón como del acero, hasta alcanzar la excentricidad balanceada, que como se indicó antes es hasta la cual se analiza.

Tabla 4.5 Valores de acuerdo a la variación de excentricidad

e	$\dfrac{A'sf_y}{\dfrac{e}{d-d'}+0.5}$	$\dfrac{btf'c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	
0	158340,00	640677,97	
1	152130,59	609382,09	
2	146389,81	581001,29	
3	141066,55	555146,43	
4	136116,84	531494,63	
5	131502,71	509775,83	
6	127191,15	489762,36	←Excentricidad analizada
7	123153,33	471260,96	
8	119364,00	454106,51	
9	115800,90	438157,07	
10	112444,35	423290,00	
11	109276,90	409398,72	
12	106283,01	396390,22	
13	103448,80	384182,95	
14	100761,82	372705,08	
15	98210,89	361893,15	
16	95785,93	351690,83	
17	93477,83	342047,97	
18	91278,35	332919,79	
19	89180,00	324266,14	
20	87175,96	316050,98	
21	85260,00	308241,78	
22	83426,45	300809,19	
23	81670,11	293726,60	
24	79986,19	286969,86	
24,53	79117,11	283495,54	←Excentricidad balanceada

Basados en la columna anterior se obtiene la capacidad de carga nominal P_n, donde se observa como al ir aumentando la excentricidad y disminuye la capacidad de la sección, siendo la parte del hormigón la más afectada por su propiedad misma de trabajar a compresión.

Tabla 4.6 Capacidad final de la sección rectangular sin hueco.

e	$\dfrac{A'sf_y}{\dfrac{e}{d-d'}+0.5}$	$\dfrac{btf'c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	Pn
0	158340,00	640677,97	**799017,97**
1	152130,59	609382,09	**761512,67**
2	146389,81	581001,29	**727391,11**
3	141066,55	555146,43	**696212,97**
4	136116,84	531494,63	**667611,47**
5	131502,71	509775,83	**641278,54**
6	127191,15	489762,36	**616953,51**
7	123153,33	471260,96	**594414,30**
8	119364,00	454106,51	**573470,51**
9	115800,90	438157,07	**553957,97**
10	112444,35	423290,00	**535734,35**
11	109276,90	409398,72	**518675,62**
12	106283,01	396390,22	**502673,24**
13	103448,80	384182,95	**487631,75**
14	100761,82	372705,08	**473466,90**
15	98210,89	361893,15	**460104,04**
16	95785,93	351690,83	**447476,75**
17	93477,83	342047,97	**435525,80**
18	91278,35	332919,79	**424198,14**
19	89180,00	324266,14	**413446,14**
20	87175,96	316050,98	**403226,93**
21	85260,00	308241,78	**393501,78**
22	83426,45	300809,19	**384235,64**
23	81670,11	293726,60	**375396,70**
24	79986,19	286969,86	**366956,04**
24,53	79117,11	283495,54	**362612,64**

← Excentricidad analizada

En este ejemplo, están diferenciados los valores de la fila de la excentricidad 6cm, para comparar con el valor obtenido con la fórmula del ACI que es 616953,509 kg.

En esta parte del análisis se puede resaltar, que el acero de compresión trabaja al 200%, cuando se obtiene un valor de excentricidad cero, debido a que esta fórmula representa a dicho acero como la armadura total de la columna, y se aprecia a continuación:

Tabla 4.7 Porcentajes de trabajo del acero y hormigón

e	$\frac{A\acute{}sf_y}{\frac{e}{d-d\acute{}}+0.5}$	$\frac{btf\acute{}c}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	**Pn**	$\frac{1}{\frac{e}{d-d^1}+0.5}$	$\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$
0	127722,00	533898,31	**661620,31**	2,00	0,85

Excentricidad

Acero

Hormigón

Cabe señalar además, que al tener una excentricidad de cero, el hormigón trabaja al 85% que es el porcentaje máximo al cual puede hacerlo, según la capacidad máxima dada por el ACI para el hormigón de cualquier resistencia.

Hasta aquí, el estudio ha sido realizado similar al ejemplo 2.1.1.1 del capítulo II, posteriormente se calculará la sección hueca, restando de la sección normal, en este caso, se lo hará con la capacidad de carga.

Para el efecto, y nos basamos en la ecuación 4.2 propuesta:

$$\left[\left(0.15+\frac{1}{\frac{3te}{d^2}+1.18}\right)*t-Z\right]*(b-2Z)*0.85*f\acute{}c \qquad \text{ec 4.9}$$

Tabla 4.8 Capacidad perdida debido a una sección hueca

e	PERDIDA CAP. SEC. HUECA $\left[\left(0.15+\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18}\right)*t-Z\right]*(b-2Z)*f'c*0.85$
0	331332,3051
1	314484,6894
2	299206,3638
3	285287,8256
4	272555,2752
5	260863,3212
6	250089,4043
7	240129,4844
8	230894,6700
9	222308,5584
10	214305,1162
11	206826,9784
12	199824,0708
13	193252,4878
14	187073,5705
15	181253,1460
16	175760,8950
17	170569,8232
18	165655,8181
19	160997,2742
20	156574,7755
21	152370,8248
22	148369,6126
23	144556,8186
24	140919,4397
24,53	139049,0969

Excentricidad analizada

Se impone un recubrimiento interior de 5,50cm, el cual es el mínimo de acuerdo al ACI.

Tabla 4.9 Recubrimiento interno y externo

Z =	11,00	cm
interior impuesto z´=	**5,50**	**cm**

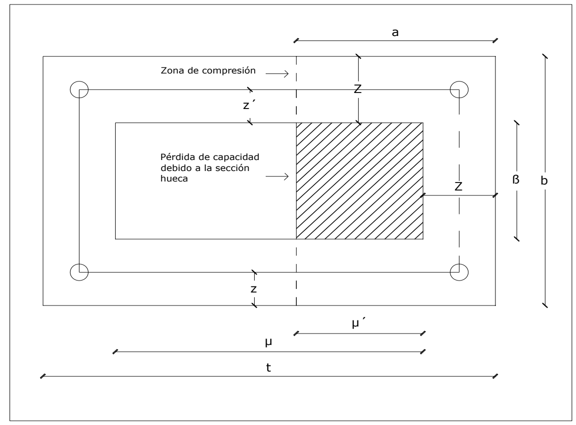
Finalmente, obtenemos la capacidad de la sección rectangular hueca, restando la pérdida por sección hueca de la capacidad original.

Tabla 4.10 Capacidad final de la sección hueca

e	Pn	PERDIDA CAP. SEC. HUECA $\left[\left(0.15+\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18}\right)*t-Z\right]*(b-2Z)*f'c*0.85$	CAPACIDAD FINAL $Puhueca = Pn - sec\ chueca)$
0	**799017,97**	331332,3051	467685,6610
1	**761512,67**	314484,6894	447027,9844
2	**727391,11**	299206,3638	428184,7425
3	**696212,97**	285287,8256	410925,1451
4	**667611,47**	272555,2752	395056,1958
5	**641278,54**	260863,3212	380415,2196
6	**616953,51**	250089,4043	366864,1042
7	**594414,30**	240129,4844	354284,8106
8	**573470,51**	230894,6700	342575,8378
9	**553957,97**	222308,5584	331649,4116
10	**535734,35**	214305,1162	321429,2308
11	**518675,62**	206826,9784	311848,6445
12	**502673,24**	199824,0708	302849,1673
13	**487631,75**	193252,4878	294379,2616
14	**473466,90**	187073,5705	286393,3322
15	**460104,04**	181253,1460	278850,8906
16	**447476,75**	175760,8950	271715,8575
17	**435525,80**	170569,8232	264955,9769
18	**424198,14**	165655,8181	258542,3208
19	**413446,14**	160997,2742	252448,8699
20	**403226,93**	156574,7755	246652,1557
21	**393501,78**	152370,8248	241130,9550
22	**384235,64**	148369,6126	235866,0265
23	**375396,70**	144556,8186	230839,8846
24	**366956,04**	140919,4397	226036,6029
24,53	**362612,64**	139049,0969	223563,5475

Es así que citamos el ejercicio completo para que se pueda apreciar los cálculos realizados y los resultados obtenidos, además de otros ejemplos los cuales con secciones diferentes pueden dar una idea más clara del funcionamiento de la fórmula para sección hueca.

4.1.2.1.-Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular de seccion hueca con estribos y refuerzo simetrico a dos caras.



Datos		
b=	60	cm.
t=	60	cm.
Z=	11,00	cm
Astot=	37,7	cm2
d´=	5,50	cm.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	6	cm.
β1=	0,85	

6 varillas de 20mm en cada cara

$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0,0115
$m = \frac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294

$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

eb=	24,5328	cm.	> 6 cm
d=	54,5	cm.	
d-d´=	49	cm.	
d´´=	24,5	cm.	

$$P_b = 0.85 * k_1 * f´_C * b * d * \frac{6300}{6300 + f_y}$$

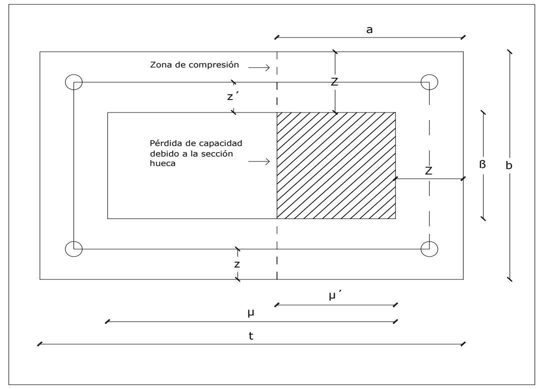
Pb= **297684,450** **kg**

FORMULA ACI		
Acero +	Hormigón =	**TOTAL**
$\frac{A´sf_y}{\frac{e}{d-d´}+0.5}$ +	$\frac{btf´c}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	
127191,148	489762,361	**616953,509** kg
		612760,182 kg

Z =	11,00	cm
interior impuesto z´=	**5,50**	**cm**

e	$\frac{A´sf_y}{\frac{e}{d-d´}+0.5}$	$\frac{btf´c}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	Pn	$\frac{1}{\frac{e}{d-d´}+0.5}$	$\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	ALT. REAL / ALFA	PERDIDA CAP. SEC. HUECA $\left(\left(0.15+\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18}*t-Z\right)*(b-2Z)*f´c*0.85\right)$	CAPACIDAD FINAL $(Puhueca = Pn - sec\ chueca)$
0	158340,00	640677,97	**799017,97**	2,00	0,85	59,85	331332,3051	467685,6610
1	152130,59	609382,09	**761512,67**	1,92	0,81	57,36	314484,6894	447027,9844
2	146389,81	581001,29	**727391,11**	1,85	0,77	55,11	299206,3638	428184,7425
3	141066,55	555146,43	**696212,97**	1,78	0,73	53,06	285287,8256	410925,1451
4	136116,84	531494,63	**667611,47**	1,72	0,70	51,18	272555,2752	395056,1958
5	131502,71	509775,83	**641278,54**	1,66	0,67	49,46	260863,3212	380415,2196
6	127191,15	489762,36	616953,51	1,61	0,65	47,87	250089,4043	366864,1042
7	123153,33	471260,96	**594414,30**	1,56	0,62	46,40	240129,4844	354284,8106
8	119364,00	454106,51	**573470,51**	1,51	0,60	45,04	230894,6700	342575,8378
9	115800,90	438157,07	**553957,97**	1,46	0,58	43,77	222308,5584	331649,4116
10	112444,35	423290,00	**535734,35**	1,42	0,56	42,59	214305,1162	321429,2308
11	109276,90	409398,72	**518675,62**	1,38	0,54	41,49	206826,9784	311848,6445
12	106283,01	396390,22	**502673,24**	1,34	0,52	40,46	199824,0708	302849,1673
13	103448,80	384182,95	**487631,75**	1,31	0,51	39,49	193252,4878	294379,2616
14	100761,82	372705,08	**473466,90**	1,27	0,49	38,58	187073,5705	286393,3322
15	98210,89	361893,15	**460104,04**	1,24	0,48	37,72	181253,1460	278850,8906
16	95785,93	351690,83	**447476,75**	1,21	0,47	36,91	175760,8950	271715,8575
17	93477,83	342047,97	**435525,80**	1,18	0,45	36,15	170569,8232	264955,9769
18	91278,35	332919,79	**424198,14**	1,15	0,44	35,42	165655,8181	258542,3208
19	89180,00	324266,14	**413446,14**	1,13	0,43	34,74	160997,2742	252448,8699
20	87175,96	316050,98	**403226,93**	1,10	0,42	34,08	156574,7755	246652,1557
21	85260,00	308241,78	**393501,78**	1,08	0,41	33,46	152370,8248	241130,9550
22	83426,45	300809,19	**384235,64**	1,05	0,40	32,87	148369,6126	235866,0265
23	81670,11	293726,60	**375396,70**	1,03	0,39	32,31	144556,8186	230839,8846
24	79986,19	286969,86	**366956,04**	1,01	0,38	31,78	140919,4397	226036,6029
24,53	79117,11	283495,54	**362612,64**	1,00	0,37	31,50	139049,0969	223563,5475

4.1.2.2.-Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular de seccion hueca con estribos y refuerzo simetrico a dos caras.



Datos		
b=	80	cm.
t=	80	cm.
Z=	15,00	cm
Astot=	68,71	cm2
d´=	7,50	cm.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	18	cm.
β1=	0,85	

7 varillas de 25mm en cada cara

$$p_t = \frac{Ast}{b \times d} \quad 0,0118$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 \times f´c} \quad 23,5294$$

$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

eb=	33,1705	cm.	> 18 cm
d=	72,5	cm.	
d-d´=	65	cm.	
d´´=	32,5	cm.	

$$P_b = 0.85 * k_1 * f´_C * b * d * \frac{6300}{6300 + f_y}$$

Pb= 528003,000 kg

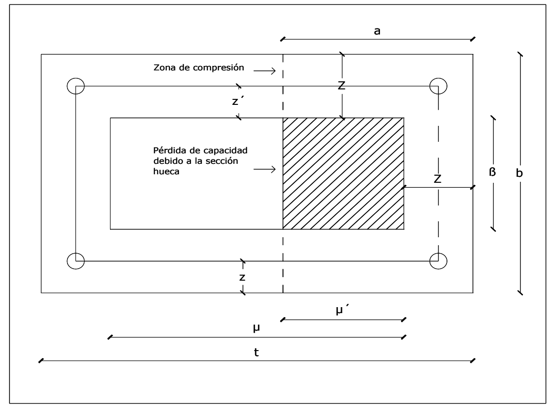
FORMULA ACI

Acero +	Hormigón =	TOTAL
$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$ +	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	
185721,089	671369,344	**857090,433** kg
		851887,007 kg

Z =	15,00	cm
interior impuesto z´=	**7,50**	**cm**

e	$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	Pn	$\dfrac{1}{\dfrac{e}{d-d^1}+0.5}$	$\dfrac{1}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	ALT. REAL ALFA	PERDIDA CAP. SEC. HUECA $\left(0.15+\dfrac{1}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}*t-Z\right)*(b-2Z)*f´c*0.85$	CAPACIDAD FINAL $(Puhueca = Pu - \sec chueca)$
0	288582,00	1138983,05	**1427565,05**	2,00	0,85	79,80	578309,7458	849255,3051
1	279967,61	1096552,13	**1376519,74**	1,94	0,82	77,27	555768,3167	820751,4208
2	271852,61	1057169,05	**1329021,65**	1,88	0,79	74,93	534846,0554	794175,5987
3	264194,79	1020516,80	**1284711,59**	1,83	0,76	72,75	515374,5513	769337,0399
4	256956,58	986320,88	**1243277,45**	1,78	0,73	70,71	497207,9665	746069,4870
5	250104,40	954342,36	**1204446,76**	1,73	0,71	68,81	480219,3768	724227,3795
6	243608,18	924372,33	**1167980,51**	1,69	0,69	67,02	464297,8013	703682,7124
7	237440,89	896227,34	**1133668,23**	1,65	0,67	65,35	449345,7758	684322,4529
8	231578,15	869745,61	**1101323,76**	1,60	0,65	63,77	435277,3554	666046,4029
9	225997,95	844783,93	**1070781,88**	1,57	0,63	62,28	422016,4618	648765,4181
10	220680,35	821215,07	**1041895,42**	1,53	0,61	60,88	409495,5067	632399,9177
11	215607,24	798925,63	**1014532,87**	1,49	0,59	59,56	397654,2399	616878,6295
12	210762,13	777814,17	**988576,31**	1,46	0,58	58,30	386438,7794	602137,5285
13	206130,00	757789,73	**963919,73**	1,43	0,56	57,11	375800,7921	588118,9342
14	201697,10	738770,44	**940467,54**	1,40	0,55	55,97	365696,7970	574770,7412
15	197450,84	720682,49	**918133,33**	1,37	0,54	54,90	356087,5716	562045,7582
16	193379,69	703459,09	**896838,78**	1,34	0,52	53,87	346937,6427	549901,1401
17	189473,03	687039,72	**876512,75**	1,31	0,51	52,90	338214,8491	538297,8972
18	185721,09	671369,34	**857090,43**	1,29	0,50	51,96	329889,9639	527200,4691
19	182114,85	656397,87	**838512,72**	1,26	0,49	51,07	321936,3671	516576,3548
20	178646,00	642079,55	**820725,55**	1,24	0,48	50,22	314329,7615	506395,7895
21	175306,82	628372,56	**803679,39**	1,21	0,47	49,40	307047,9244	496631,4616
22	172090,18	615238,57	**787328,76**	1,19	0,46	48,62	300070,4915	487258,2642
23	168989,46	602642,38	**771631,84**	1,17	0,45	47,87	293378,7658	478253,0763
24	165998,50	590551,63	**756550,12**	1,15	0,44	47,15	286955,5510	469594,5700
25	163111,57	578936,48	**742048,04**	1,13	0,43	46,46	280785,0037	461263,0391
26	160323,33	567769,42	**728092,75**	1,11	0,42	45,80	274852,5028	453240,2476
27	157628,82	557025,01	**714653,83**	1,09	0,41	45,16	269144,5340	445509,2947
28	155023,39	546679,69	**701703,08**	1,07	0,41	44,54	263648,5870	438054,4946
29	152502,68	536711,65	**689214,33**	1,06	0,40	43,95	258353,0639	430861,2687
30	150062,64	527100,61	**677163,25**	1,04	0,39	43,38	253247,1976	423916,0496
31	147699,45	517827,72	**665527,17**	1,02	0,39	42,82	248320,9785	417206,1946
32	145409,53	508875,46	**654285,00**	1,01	0,38	42,29	243565,0895	410719,9080
33	143189,54	500227,48	**643417,02**	0,99	0,37	41,78	238970,8466	404446,1713
33,17	142817,71	498781,97	**641599,69**	0,99	0,37	41,69	238202,9236	403396,7615

4.1.2.3.-Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular de seccion hueca con estribos y refuerzo simetrico a dos caras.



Datos			
b=	60	cm.	
t=	75	cm.	
Z=	12,50	cm	
Astot=	49	cm2	5 varillas de 25 mm en cada cara
d´=	7,00	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	10	cm.	
β1=	0,85		

$$p_t = \frac{Ast}{b \times d} = 0{,}0120$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 \times f'c} = 23{,}5294$$

$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

eb=	31,3192	cm.	> 10 cm
d=	68	cm.	
d-d´=	61	cm.	
d´´=	30,5	cm.	

$$P_b = 0.85 * k_1 * f_C' * b * d * \frac{6300}{6300 + f_y}$$

Pb= 371422,80 kg

FORMULA ACI

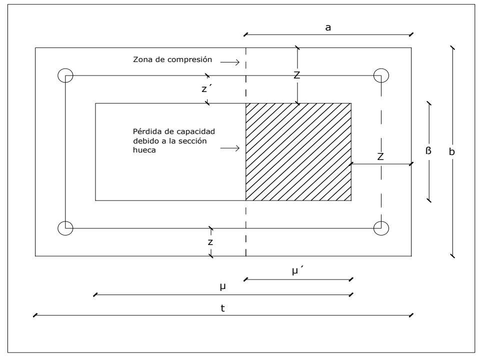
Acero +	Hormigon =	TOTAL	
$\frac{A'sf_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}$ +	$\frac{btf'c}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$		
154985,185	567025,506	**722010,692**	kg
		717166,059	kg

Z =	12,50	cm
interior impuesto z´=	**5,50**	**cm**

e	$\frac{A'sf_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}$	$\frac{btf'c}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	Pn	$\frac{1}{\frac{e}{d-d^1}+0.5}$	$\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	ALT. REAL ALFA	CAP. SECCION HUECA $\left(0.15+\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18}*t-Z\right)*(b-2Z)*f'c*0.85$	CAPACIDAD FINAL $Puhueca = Pu - \sec chueca$
0	205800,00	800847,46	**1006647,46**	2,00	0,85	74,81	389277,4894	617369,9682
1	199266,67	769131,12	**968397,78**	1,94	0,81	72,29	373551,4707	594846,3134
2	193135,38	739831,23	**932966,62**	1,88	0,78	69,97	359023,6107	573943,0056
3	187370,15	712681,77	**900051,92**	1,82	0,75	67,81	345562,0034	554489,9174
4	181939,13	687454,38	**869393,51**	1,77	0,73	65,81	333053,4198	536340,0867
5	176814,08	663951,91	**840766,00**	1,72	0,70	63,94	321400,1149	519365,8820
6	171969,86	642003,31	**813973,18**	1,67	0,68	62,20	310517,2685	503455,9091
7	167384,00	621459,41	**788843,41**	1,63	0,66	60,57	300330,9173	488512,4957
8	163036,36	602189,54	**765225,90**	1,58	0,64	59,04	290776,2717	474449,6315
9	158908,86	584078,75	**742987,61**	1,54	0,62	57,61	281796,3363	461191,2699
10	154985,19	567025,51	722010,69	1,51	0,60	56,25	273340,7719	448669,9196
11	151250,60	550939,82	**702190,42**	1,47	0,58	54,98	265364,9516	436825,4692
12	147691,76	535741,61	**683433,37**	1,44	0,57	53,77	257829,1728	425604,2009
13	144296,55	521359,40	**665655,96**	1,40	0,55	52,63	250697,9962	414957,9596
14	141053,93	507729,20	**648783,14**	1,37	0,54	51,55	243939,6885	404843,4478
15	137953,85	494793,53	**632747,38**	1,34	0,52	50,52	237525,7504	395221,6260
16	134987,10	482500,62	**617487,72**	1,31	0,51	49,54	231430,5149	386057,2002
17	132145,26	470803,72	**602948,99**	1,28	0,50	48,62	225630,8038	377318,1813
18	129420,62	459660,52	**589081,14**	1,26	0,49	47,73	220105,6331	368975,5060
19	126806,06	449032,61	**575838,67**	1,23	0,48	46,89	214835,9599	361002,7089
20	124295,05	438885,05	**563180,10**	1,21	0,46	46,08	209804,4622	353375,6372
21	121881,55	429186,00	**551067,55**	1,18	0,45	45,31	204995,3497	346072,2031
22	119560,00	419906,36	**539466,36**	1,16	0,44	44,58	200394,1974	339072,1671
23	117325,23	411019,52	**528344,75**	1,14	0,43	43,87	195987,8016	332356,9479
24	115172,48	402501,03	**517673,51**	1,12	0,43	43,19	191764,0532	325909,4555
25	113097,30	394328,47	**507425,77**	1,10	0,42	42,55	187711,8264	319713,9444
26	111095,58	386481,19	**497576,76**	1,08	0,41	41,92	183820,8814	313755,8832
27	109163,48	378940,14	**488103,62**	1,06	0,40	41,32	180081,7771	308021,8398
28	107297,44	371687,74	**478985,17**	1,04	0,39	40,75	176485,7956	302499,3793
29	105494,12	364707,73	**470201,85**	1,03	0,39	40,20	173024,8736	297176,9724
30	103750,41	357985,04	**461735,46**	1,01	0,38	39,66	169691,5426	292043,9145
31	102063,41	351505,71	**453569,13**	0,99	0,37	39,15	166478,8744	287090,2533
31,32	101536,41	349486,58	**451022,99**	0,99	0,37	38,99	165477,7223	285545,2696

4.1.2.4.-Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular de seccion hueca con estribos y refuerzo simetrico a dos caras.

Datos			
b=	80	cm.	
t=	95	cm.	
Z=	16,50	cm	
Astot=	78,4	cm2	8 varillas de 25 mm en cada cara
d´=	9,00	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	20	cm.	
β1=	0,85		



$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0,0114
$m = \frac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294

$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

eb=	38,6134	cm.	> 20 cm
d=	86	cm.	
d-d´=	77	cm.	
d´´=	38,5	cm.	

$$P_b = 0.85 * k_1 * f_C^{´} * b * d * \frac{6300}{6300 + f_y}$$

Pb= **626320,800** **kg**

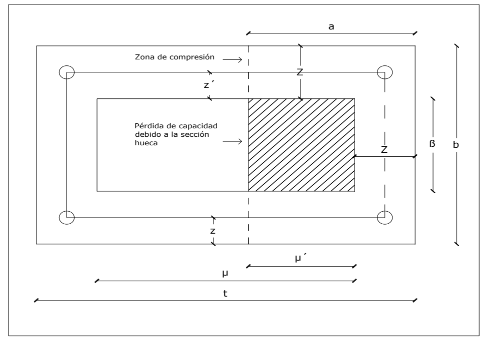
FORMULA ACI

Acero +	Hormigon =	**TOTAL**	
$\frac{A´sf_y}{\frac{e}{d-d´}+0.5}$ +	$\frac{btf´c}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$		
216705,641	818173,349	**1034878,990**	**kg**
		1028713,914	**kg**

Z =	16,50	cm
interior impuesto z´=	**7,50**	**cm**

e	$\frac{A´sf_y}{\frac{e}{d-d´}+0.5}$	$\frac{btf´c}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	Pn	$\frac{1}{\frac{e}{d-d´}+0.5}$	$\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	ALT. REAL / ALFA	CAP. SECCION HUECA $\left(0.15+\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18}*t-Z\right)*(b-2Z)*f´c*0.85$	CAPACIDAD FINAL $(Puhueca = Pu - sec\ chueca)$
0	329280,00	1352542,37	**1681822,37**	2,00	0,85	94,76	656549,4725	1025272,9004
1	320943,80	1309770,22	**1630714,02**	1,95	0,82	92,21	635190,1309	995523,8912
2	313019,26	1269620,36	**1582639,62**	1,90	0,80	89,82	615140,2933	967499,3280
3	305476,63	1231858,81	**1537335,43**	1,86	0,77	87,57	596283,1163	941052,3163
4	298288,94	1196278,61	**1494567,55**	1,81	0,75	85,46	578515,2557	916052,2952
5	291431,72	1162696,06	**1454127,79**	1,77	0,73	83,46	561744,9721	892382,8163
6	284882,70	1130947,53	**1415830,22**	1,73	0,71	81,57	545890,5461	869939,6771
7	278621,54	1100886,75	**1379508,29**	1,69	0,69	79,78	530878,9466	848629,3435
8	272629,68	1072382,64	**1345012,32**	1,66	0,67	78,08	516644,7065	828367,6122
9	266890,11	1045317,33	**1312207,44**	1,62	0,65	76,47	503128,9676	809078,4695
10	261387,22	1019584,57	**1280971,78**	1,59	0,64	74,94	490278,6675	790693,1147
11	256106,67	995088,30	**1251194,96**	1,56	0,62	73,48	478045,8432	773149,1202
12	251035,25	971741,49	**1222776,74**	1,52	0,61	72,09	466387,0329	756389,7073
13	246160,78	949465,10	**1195625,88**	1,50	0,59	70,77	455262,7604	740363,1185
14	241472,00	928187,16	**1169659,16**	1,47	0,58	69,50	444637,0878	725022,0717
15	236958,50	907842,01	**1144800,51**	1,44	0,57	68,29	434477,2284	710323,2856
16	232610,64	888369,63	**1120980,27**	1,41	0,56	67,13	424753,2083	696227,0626
17	228419,46	869715,04	**1098134,50**	1,39	0,54	66,02	415437,5715	682696,9248
18	224376,64	851827,78	**1076204,41**	1,36	0,53	64,95	406505,1205	669699,2924
19	220474,43	834661,45	**1055135,89**	1,34	0,52	63,93	397932,6890	657203,2006
20	216705,64	818173,35	**1034878,99**	1,32	0,51	62,95	389698,9413	645180,0491
21	213063,53	802324,04	**1015387,57**	1,29	0,50	62,01	381784,1949	633603,3794
22	209541,82	787077,12	**996618,94**	1,27	0,49	61,10	374170,2635	622448,6780
23	206134,63	772398,88	**978533,52**	1,25	0,48	60,23	366840,3171	611693,1999
24	202836,48	758258,09	**961094,57**	1,23	0,48	59,38	359778,7587	601315,8113
25	199642,20	744625,76	**944267,96**	1,21	0,47	58,57	352971,1126	591296,8495
26	196546,98	731474,94	**928021,92**	1,19	0,46	57,79	346403,9256	581617,9961
27	193546,26	718780,58	**912326,84**	1,18	0,45	57,03	340064,6789	572262,1641
28	190635,79	706519,31	**897155,10**	1,16	0,44	56,30	333941,7073	563213,3959
29	187811,56	694669,34	**882480,90**	1,14	0,44	55,60	328024,1286	554456,7709
30	185069,78	683210,32	**868280,10**	1,12	0,43	54,92	322301,7786	545978,3225
31	182406,91	672123,21	**854530,12**	1,11	0,42	54,26	316765,1528	537764,9632
32	179819,57	661390,20	**841209,77**	1,09	0,41	53,62	311405,3536	529804,4159
33	177304,62	650994,58	**828299,20**	1,08	0,41	53,00	306214,0433	522085,1519
34	174859,03	640920,70	**815779,74**	1,06	0,40	52,40	301183,3998	514596,3352
35	172480,00	631153,85	**803633,85**	1,05	0,40	51,82	296306,0782	507327,7705
36	170164,83	621680,20	**791845,03**	1,03	0,39	51,25	291575,1741	500269,8566
37	167910,99	612486,74	**780397,74**	1,02	0,38	50,71	286984,1921	493413,5439
38	165716,08	603561,23	**769277,31**	1,01	0,38	50,18	282527,0149	486750,2949
38,61	164397,87	598213,85	**762611,72**	1,00	0,37	49,86	279856,6667	482755,0574

4.1.2.5.-Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular de seccion hueca con estribos y refuerzo simetrico a dos caras.



Datos		
b=	75	cm.
t=	90	cm.
Z=	15,50	cm
Astot=	68,61	cm2
d´=	8,50	cm.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	15	cm.
β1=	0,85	

7 varillas de 25 mm en cada cara

$p_t = \dfrac{Ast}{b \times d}$ = 0,0112

$m = \dfrac{f_y}{0.85 \times f´c}$ = 23,5294

$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$

eb=	36,3026	cm.	> 15 cm
d=	81,5	cm.	
d-d´=	73	cm.	
d´´=	36,5	cm.	

$$P_b = 0.85 * k_1 * f_C^{´} * b * d * \frac{6300}{6300 + f_y}$$

Pb= 556451,438 kg

FORMULA ACI

Acero +	Hormigon =	TOTAL	
$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$ +	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$		
204231,320	792017,515	**996248,835**	kg
		990143,708	kg

Z =	15,50	cm
interior impuesto z´=	**7,00**	**cm**

e	$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	Pn	$\dfrac{1}{\dfrac{e}{d-d^1}+0.5}$	$\dfrac{1}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	ALT. REAL / ALFA	CAP. SECCION HUECA $\left(0.15+\dfrac{1}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}*t-Z\right)*(b-2Z)*f´c*0.85$	CAPACIDAD FINAL $(Puhueca = Pu - \sec chueca)$
0	288162,00	1201271,19	**1489433,19**	2,00	0,85	89,77	583325,8983	906107,2881
1	280477,68	1161267,61	**1441745,29**	1,95	0,82	87,23	563377,4468	878367,8404
2	273192,55	1123842,48	**1397035,03**	1,90	0,79	84,86	544714,7854	852320,2442
3	266276,28	1088754,31	**1355030,59**	1,85	0,77	82,63	527217,4809	827813,1042
4	259701,56	1055790,81	**1315492,37**	1,80	0,74	80,53	510779,6851	804712,6828
5	253443,69	1024764,69	**1278208,38**	1,76	0,72	78,56	495307,9918	782900,3843
6	247480,31	995510,02	**1242990,32**	1,72	0,70	76,71	480719,6609	762270,6602
7	241791,10	967879,29	**1209670,39**	1,68	0,68	74,95	466941,1385	742729,2534
8	236357,60	941740,94	**1178098,54**	1,64	0,66	73,29	453906,8159	724191,7206
9	231162,92	916977,24	**1148140,17**	1,60	0,65	71,72	441557,9854	706582,1812
10	226191,68	893482,53	**1119674,21**	1,57	0,63	70,23	429841,9563	689832,2538
11	221429,75	871161,70	**1092591,45**	1,54	0,61	68,81	418711,3029	673880,1482
12	216864,19	849928,92	**1066793,11**	1,51	0,60	67,46	408123,2232	658669,8859
13	212483,09	829706,53	**1042189,62**	1,47	0,59	66,18	398038,9887	644150,6304
14	208275,50	810424,07	**1018699,58**	1,45	0,57	64,96	388423,4713	630276,1072
15	204231,32	792017,51	**996248,84**	1,42	0,56	63,79	379244,7341	617004,1012
16	200341,20	774428,50	**974769,70**	1,39	0,55	62,67	370473,6772	604296,0199
17	196596,50	757603,74	**954200,24**	1,36	0,53	61,60	362083,7295	592116,5108
18	192989,23	741494,48	**934483,71**	1,34	0,52	60,58	354050,5801	580433,1281
19	189511,95	726056,03	**915567,98**	1,32	0,51	59,60	346351,9425	569216,0378
20	186157,75	711247,36	**897405,11**	1,29	0,50	58,66	338967,3485	558437,7603
21	182920,23	697030,68	**879950,91**	1,27	0,49	57,76	331877,9665	548072,9410
22	179793,38	683371,21	**863164,59**	1,25	0,48	56,89	325066,4409	538098,1488
23	176771,65	670236,80	**847008,45**	1,23	0,47	56,05	318516,7507	528491,6959
24	173849,80	657597,76	**831447,56**	1,21	0,46	55,25	312214,0830	519233,4786
25	171022,98	645426,58	**816449,56**	1,19	0,46	54,48	306144,7217	510304,8348
26	168286,61	633697,76	**801984,36**	1,17	0,45	53,73	300295,9477	501688,4164
27	165636,43	622387,60	**788024,03**	1,15	0,44	53,02	294655,9501	493368,0756
28	163068,42	611474,09	**774542,51**	1,13	0,43	52,32	289213,7462	485328,7624
29	160578,82	600936,72	**761515,54**	1,11	0,42	51,65	283959,1105	477556,4328
30	158164,11	590756,37	**748920,48**	1,10	0,42	51,01	278882,5101	470037,9657
31	155820,93	580915,20	**736736,14**	1,08	0,41	50,38	273975,0478	462761,0884
32	153546,18	571396,54	**724942,72**	1,07	0,40	49,78	269228,4092	455714,3085
33	151336,88	562184,79	**713521,67**	1,05	0,40	49,19	264634,8161	448886,8533
34	149190,26	553265,34	**702455,60**	1,04	0,39	48,63	260186,9841	442268,6137
35	147103,68	544624,50	**691728,18**	1,02	0,38	48,08	255878,0837	435850,0940
36	145074,66	536249,41	**681324,07**	1,01	0,38	47,55	251701,7055	429622,3660
36,30	144471,66	533765,61	**678237,28**	1,00	0,38	47,39	250463,1200	427774,1569

4.1.3. Excentricidad balanceada (e_b) en sección hueca

4.1.3.1. Análisis de la fórmula basados en la (e_b)

La excentricidad balanceada de una columna hueca cambiará respecto a la de una sólida por su pérdida de sección.

Por tal motivo, se hace imprescindible realizar este análisis con el fin de comparar los resultados obtenidos cuando es una columna sólida.

Se realizará dicho análisis, con la ayuda de un ejercicio.

4.1.3.2. Ejercicios

4.1.3.2.1. Se toma como referencia el ejemplo 4.1.2.1.

En este ejercicio se tienen los siguientes datos

Tabla 4.11 Datos de la sección rectangular hueca, ejemplo 4.1.2.1

Datos					
b=	60	cm.		$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0,0115
t=	60	cm.			
Astot=	37,70	cm2			
d´=	5,50	cm.		$m = \frac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294
f´c=	210	kg/cm2			
fy=	4200	kg/cm2			
e=	6	cm.			
d=	54,5	cm.			
d-d´=	49	cm.	**z´=**	5,50	cm.
d´´=	24,5	cm.	**Z =**	11,00	cm.

Luego se obtendrá la excentricidad balanceada, con la fórmula de Whitney ec 4.9.

Tabla 4.12 Excentricidad balanceada de una columna sólida

Excentricidad balanceada		
$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$		
eb=	24,5328	cm.

Se tiene el dato calculado en base a una columna de sección sólida, posteriormente se obtienen las áreas tanto de la sección sólida como de la hueca, para apreciar la pérdida de sección.

Tabla 4.13 Áreas de columna

Areas de sección rectangular		
Atotal =	3600	cm2
Ahueca =	1444	cm2

El porcentaje, con el cual se hará el análisis lo obtenemos como se muestra en la tabla 4.13, posteriormente a esto, se calculará la excentricidad balanceada afectada ya por la pérdida de sección, que la denominaremos como excentricidad balanceada final ($e_{b\ final}$)

Tabla 4.14 Excentricidad balanceada perdida

Pérdida de excentricidad balanceada		
% Pérdida	0,40	40,11
Pérdida eb	9,84	cm.

Finalmente obtenemos la ($e_{b\ final}$), la cual ha perdido en este caso, un 40% de su capacidad real de acuerdo a la pérdida de sección por efecto del área hueca, tabla 4.15.

Tabla 4.15 Excentricidad balanceada final

Excentricidad final		
eb final =	14,6924	cm.

Se puede apreciar la excentricidad balanceada final, de acuerdo al cambio de sección por efecto del hueco, en el ejercicio completo a continuación.

4.1.3.2.1 Variación de la excentricidad balanceada en columna de sección hueca					
Datos					
b=	60	cm.		$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0,0115
t=	60	cm.			
Astot=	37,70	cm2			
d´=	5,50	cm.		$m = \frac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294
f´c=	210	kg/cm2			
fy=	4200	kg/cm2			
e=	6	cm.			
d=	54,5	cm.			
d-d´=	49	cm.	z´=	5,50	cm.
d´´=	24,5	cm.	Z =	11,00	cm.
Areas de sección rectangular			Excentricidad balanceada		
Atotal =	3600	cm2	$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$		
Ahueca =	1444	cm2			
			eb=	24,5328	cm.
Pérdida de excentricidad balanceada			Excentricidad final		
% Pérdida	0,40	40,11	eb final =	14,6924	cm.
Pérdida eb	9,84	cm.			

4.1.4. Área pérdida por sección hueca

4.1.4.1. Análisis de la fórmula basados en porcentajes de área pérdida.

Se realiza un nuevo análisis, con respecto al porcentaje de área pérdida por efecto del hueco.

Es así que se toma como referencia el ejemplo 4.1.2.1, para determinar dicho porcentaje, el cual tiene una aproximación

4.1.4.1.1. Ejercicios

4.1.4.1.1.1. Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular de sección hueca en base al porcentaje de área pérdida.

Con el fin de normalizar este tipo de columnas y en base al análisis realizado se propone dimensionar a dichas columnas con 1,25 veces máximo la altura respecto de la base, como límite.

En este ejercicio al igual que en el 4.1.2.1, se tienen los siguientes datos, ya incluido la restricción del 1,25

Tabla 4.16 Datos de la sección rectangular hueca en base a porcentajes de área perdida

Datos		
b=	60	cm.
t=	60	cm.
Z=	11,00	cm.
Astot=	37,7	cm2
d´=	5,50	cm.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	6	cm.
β1=	0,85	

Se obtiene la excentricidad balanceada, con la fórmula propuesta por Whitney.

Tabla 4.17 Excentricidad balanceada, fórmula de Whitney.

$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

eb=	24,5328	cm.	> 6 cm

Luego se impone un recubrimiento exterior de 5,5 cm, que será el valor obtenido como se explica en la tabla 4.18, teniendo una altura efectiva d de 54,5 cm (tabla 4.19)

Tabla 4.18 Altura efectiva de columna.

d=	54,5	cm.
d-d´=	49	cm.
d´´=	24,5	cm.

Para determinar dicho recubrimiento exterior e interior, se ha obtenido mediante varios cálculos un factor de δ = 0.094, por el cual se multiplicará las dimensiones de la sección.

Se recalca, en determinar que la altura de la sección t multiplicada por el factorδ nos da el recubrimiento exterior, y la base b multiplicada por dicho factor δ el recubrimiento interior, tomando como valor final un número real aproximado sea mayor o menor,como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 4.19 Recubrimiento obtenido con factor δ

SECCION (cm)		FACTOR δ	RECUBRIMIENTO	RECUBRIMIENTO FINAL		
b=	60	0,094	5,64	5,50	cm.	interior
t=	60	0,094	5,64	5,50	cm.	exterior

Al obtener ya el recubrimiento exterior e interior, tenemos como resultado un recubrimiento final de 11 cm.

Tabla 4.20 Recubrimiento final obtenido

interior obtenido z´=	5,50	cm.
Z =	**11,00**	**cm.**

Al tener definidos los recubrimientos, se procede a calcular la pérdida de área debido a la sección hueca, y se obtiene un porcentaje de área perdida que oscila en un 40% generalmente, con margen de error de más menos 5%, y al cual se le multiplica por un factor de corrección de 1,25, que nos dará el valor final de porcentaje de área perdida, como muestran los ejemplos que se han realizado y presentan a continuación.

Para este efecto, se tiene la fórmula final del cálculo, donde el porcentaje real es la unidad menos el calculado.

$$Pn = \frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5} + (\%) * \frac{b\ t\ f'_c}{\frac{3\ e\ t}{d^2}+1.18} \qquad \text{ec. 4.10}$$

donde:

$$\% = (b - 2Z) * (t - 2Z) * 1.25$$

Así entonces, se tiene la siguiente tabla con los porcentajes de área.

Tabla 4.21 Porcentajes de área final

Area Total	**Area hueca**	**% A perdida**	**% A perdida corregida**
b*t	(b-2Z)*(t-2Z)	40,11	**50,14**
3600	1444		

Tenemos los cálculos del ejercicio 4.1.2.1, y se los muestra en la siguiente tabla, donde obtenemos la capacidad de carga nominal, y la pérdida de capacidad por efecto de la sección hueca.

Tabla 4.22 Capacidad final de la columna rectangular con sección hueca.

e	$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	Pn	PERDIDA CAP. SEC HUECA $\left(0.15+\dfrac{1}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}*t-Z\right)*(b-2Z)*f'c*0.85$	CAP SEC HUECA FINAL $Puhueca = Pn - sec\ chueca$
0	158340,00	640677,97	**799017,97**	331332,3051	467685,6610
1	152130,59	609382,09	**761512,67**	314484,6894	447027,9844
2	146389,81	581001,29	**727391,11**	299206,3638	428184,7425
3	141066,55	555146,43	**696212,97**	285287,8256	410925,1451
4	136116,84	531494,63	**667611,47**	272555,2752	395056,1958
5	131502,71	509775,83	**641278,54**	260863,3212	380415,2196
6	127191,15	489762,36	**616953,51**	250089,4043	366864,1042
7	123153,33	471260,96	**594414,30**	240129,4844	354284,8106
8	119364,00	454106,51	**573470,51**	230894,6700	342575,8378
9	115800,90	438157,07	**553957,97**	222308,5584	331649,4116
10	112444,35	423290,00	**535734,35**	214305,1162	321429,2308
11	109276,90	409398,72	**518675,62**	206826,9784	311848,6445
12	106283,01	396390,22	**502673,24**	199824,0708	302849,1673
13	103448,80	384182,95	**487631,75**	193252,4878	294379,2616
14	100761,82	372705,08	**473466,90**	187073,5705	286393,3322
15	98210,89	361893,15	**460104,04**	181253,1460	278850,8906
16	95785,93	351690,83	**447476,75**	175760,8950	271715,8575
17	93477,83	342047,97	**435525,80**	170569,8232	264955,9769
18	91278,35	332919,79	**424198,14**	165655,8181	258542,3208
19	89180,00	324266,14	**413446,14**	160997,2742	252448,8699
20	87175,96	316050,98	**403226,93**	156574,7755	246652,1557
21	85260,00	308241,78	**393501,78**	152370,8248	241130,9550
22	83426,45	300809,19	**384235,64**	148369,6126	235866,0265
23	81670,11	293726,60	**375396,70**	144556,8186	230839,8846
24	79986,19	286969,86	**366956,04**	140919,4397	226036,6029
24,53	79117,11	283495,54	**362612,64**	139049,0969	223563,5475

Posteriormente se calcula el porcentaje de pérdida de hormigón de acuerdo a la variación de excentricidad tabla 4.23, hasta alcanzar la excentricidad balanceada, ya que al pasar este límite resulta inservible seguir con el análisis, debido a que toma un valor parecido en cada aumento de excentricidad.

Tabla 4.23 Variación de porcentaje de pérdida de hormigón de acuerdo a la excentricidad.

e	% Per Hormi
0	51,72
1	51,61
2	51,50
3	51,39
4	51,28
5	51,17
6	51,06
7	50,95
8	50,85
9	50,74
10	50,63
11	50,52
12	50,41
13	50,30
14	50,19
15	50,08
16	49,98
17	49,87
18	49,76
19	49,65
20	49,54
21	49,43
22	49,32
23	49,21
24	49,11
24,53	49,05

Finalmente, se hará la comparación entre la capacidad de la sección hueca final, frente a la obtenida con el porcentaje de área pérdida y su variación de acuerdo a la tabla 4.23.

Tabla 4.24 Cuadro comparativo de capacidades finales de sección.

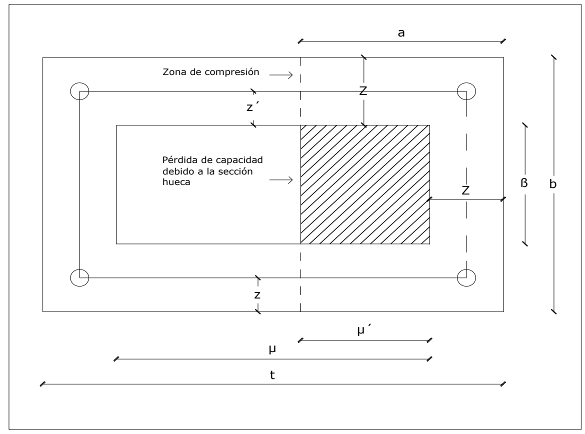
e	**% Per Hormi**	**CAP SEC HUECA FINAL** $\boxed{Puhueca = Pn - \sec\ chueca)}$	**CAP. SECCION HUECA APROX**
0	51,72	467685,6610	477789,1525
1	51,61	447027,9844	455975,2670
2	51,50	428184,7425	436083,5126
3	51,39	410925,1451	417868,7214
4	51,28	395056,1958	401125,9696
5	51,17	380415,2196	385682,6043
6	51,06	366864,1042	371392,1025
7	50,95	354284,8106	358129,2851
8	50,85	342575,8378	345786,5504
9	50,74	331649,4116	334270,8812
10	50,63	321429,2308	323501,4446
11	50,52	311848,6445	313407,6528
12	50,41	302849,1673	303927,5839
13	50,30	294379,2616	295006,6873
14	50,19	286393,3322	286596,7145
15	50,08	278850,8906	278654,8319
16	49,98	271715,8575	271142,8797
17	49,87	264955,9769	264026,7491
18	49,76	258542,3208	257275,8574
19	49,65	252448,8699	250862,7024
20	49,54	246652,1557	244762,4834
21	49,43	241130,9550	238952,7763
22	49,32	235866,0265	233413,2548
23	49,21	230839,8846	228125,4506
24	49,11	226036,6029	223072,5449
24,53	49,05	223563,5475	220471,1326

A continuación se presenta, el ejemplo completo y otros, para apreciar de mejor manera los cálculos realizados y los resultados finales obtenidos.

4.1.4.2.1 Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular de seccion hueca en base al porcentaje de área perdida

Datos			
b=	60	cm.	
t=	60	cm.	
Z=	11,00	cm.	
Astot=	37,7	cm2	6 varillas de 20mm en cada cara
d´=	5,50	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	6	cm.	
β1=	0,85		

$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0,0115
$m = \frac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294



$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

eb=	24,5328	cm.	> 6 cm
d=	54,5	cm.	
d-d´=	49	cm.	
d´´=	24,5	cm.	

interior obtenido z´=	5,50	cm.
Z =	**11,00**	**cm.**

Area Total	Area hueca	% A perdida	% A perdida corregida
b*t	(b-2Z)*(t-2Z)	40,11	**50,14**
3600	1444		

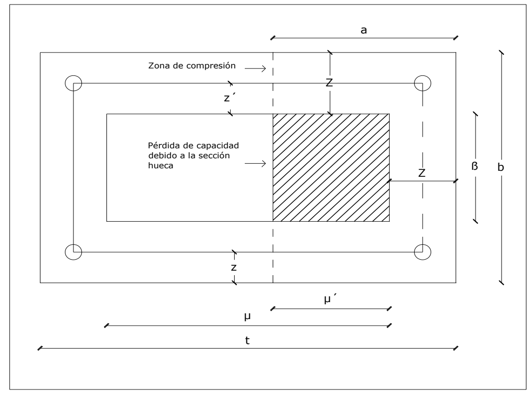
e	$\frac{A´sf_y}{\frac{e}{d-d´}+0.5}$	$\frac{btf´c}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	Pn	PERDIDA CAP. SEC HUECA $\left(0.15+\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18}*t-Z\right)*(b-2Z)*f'c*0.85$	% Per Hormi	CAP SEC HUECA FINAL $Puhueca = Pn - sec\ chueca$	CAP. SECCION HUECA APROX
0	158340,00	640677,97	**799017,97**	331332,3051	51,72	467685,6610	477789,1525
1	152130,59	609382,09	**761512,67**	314484,6894	51,61	447027,9844	455975,2670
2	146389,81	581001,29	**727391,11**	299206,3638	51,50	428184,7425	436083,5126
3	141066,55	555146,43	**696212,97**	285287,8256	51,39	410925,1451	417868,7214
4	136116,84	531494,63	**667611,47**	272555,2752	51,28	395056,1958	401125,9696
5	131502,71	509775,83	**641278,54**	260863,3212	51,17	380415,2196	385682,6043
6	127191,15	489762,36	**616953,51**	250089,4043	51,06	366864,1042	371392,1025
7	123153,33	471260,96	**594414,30**	240129,4844	50,95	354284,8106	358129,2851
8	119364,00	454106,51	**573470,51**	230894,6700	50,85	342575,8378	345786,5504
9	115800,90	438157,07	**553957,97**	222308,5584	50,74	331649,4116	334270,8812
10	112444,35	423290,00	**535734,35**	214305,1162	50,63	321429,2308	323501,4446
11	109276,90	409398,72	**518675,62**	206826,9784	50,52	311848,6445	313407,6528
12	106283,01	396390,22	**502673,24**	199824,0708	50,41	302849,1673	303927,5839
13	103448,80	384182,95	**487631,75**	193252,4878	50,30	294379,2616	295006,6873
14	100761,82	372705,08	**473466,90**	187073,5705	50,19	286393,3322	286596,7145
15	98210,89	361893,15	**460104,04**	181253,1460	50,08	278850,8906	278654,8319
16	95785,93	351690,83	**447476,75**	175760,8950	49,98	271715,8575	271142,8797
17	93477,83	342047,97	**435525,80**	170569,8232	49,87	264955,9769	264026,7491
18	91278,35	332919,79	**424198,14**	165655,8181	49,76	258542,3208	257275,8574
19	89180,00	324266,14	**413446,14**	160997,2742	49,65	252448,8699	250862,7024
20	87175,96	316050,98	**403226,93**	156574,7755	49,54	246652,1557	244762,4834
21	85260,00	308241,78	**393501,78**	152370,8248	49,43	241130,9550	238952,7763
22	83426,45	300809,19	**384235,64**	148369,6126	49,32	235866,0265	233413,2548
23	81670,11	293726,60	**375396,70**	144556,8186	49,21	230839,8846	228125,4506
24	79986,19	286969,86	**366956,04**	140919,4397	49,11	226036,6029	223072,5449
24,53	79117,11	283495,54	**362612,64**	139049,0969	49,05	223563,5475	220471,1326

4.1.4.2.2 Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular de seccion hueca en base al porcentaje de área perdida

Datos		
b=	80	cm.
t=	80	cm.
Z=	15,00	cm.
Astot=	68,71	cm2
d´=	7,50	cm.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	18	cm.
β1=	0,85	

7 varillas de 25mm en cada cara

$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0,0118
$m = \frac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294



$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

eb=	33,1705	cm.	> 18 cm
d=	72,5	cm.	
d-d´=	65	cm.	
d´´=	32,5	cm.	

interior obtenido z´=	7,50	cm.
Z =	**15,00**	**cm.**

Area Total	Area hueca	% A perdida	% A perdida corregida
b*t	(b-2Z)*(t-2Z)	39,06	**48,83**
6400	2500		

e	$\frac{A´sf_y}{\frac{e}{d-d´}+0.5}$	$\frac{btf´c}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	Pn	PERDIDA CAP. SEC HUECA $\left(0.15+\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18}*t-Z\right)*(b-2Z)*f'c*0.85$	% Per Hormi	CAP SEC HUECA FINAL $Puhueca = Pn - \sec chueca)$	CAP. SECCION HUECA APROX
0	288582,00	1138983,05	**1427565,05**	578309,7458	50,77	849255,3051	871420,9831
1	279967,61	1096552,13	**1376519,74**	555768,3167	50,68	820751,4208	841093,8949
2	271852,61	1057169,05	**1329021,65**	534846,0554	50,59	794175,5987	812825,8312
3	264194,79	1020516,80	**1284711,59**	515374,5513	50,50	769337,0399	786412,3712
4	256956,58	986320,88	**1243277,45**	497207,9665	50,41	746069,4870	761675,4622
5	250104,40	954342,36	**1204446,76**	480219,3768	50,32	724227,3795	738459,2777
6	243608,18	924372,33	**1167980,51**	464297,8013	50,23	703682,7124	716626,8360
7	237440,89	896227,34	**1133668,23**	449345,7758	50,14	684322,4529	696057,2216
8	231578,15	869745,61	**1101323,76**	435277,3554	50,05	666046,4029	676643,2846
9	225997,95	844783,93	**1070781,88**	422016,4618	49,96	648765,4181	658289,7275
10	220680,35	821215,07	**1041895,42**	409495,5067	49,86	632399,9177	640911,5028
11	215607,24	798925,63	**1014532,87**	397654,2399	49,77	616878,6295	624432,4651
12	210762,13	777814,17	**988576,31**	386438,7794	49,68	602137,5285	608784,2312
13	206130,00	757789,73	**963919,73**	375800,7921	49,59	588118,9342	593905,2115
14	201697,10	738770,44	**940467,54**	365696,7970	49,50	574770,7412	579739,7836
15	197450,84	720682,49	**918133,33**	356087,5716	49,41	562045,7582	566237,5838
16	193379,69	703459,09	**896838,78**	346937,6427	49,32	549901,1401	553352,8980
17	189473,03	687039,72	**876512,75**	338214,8491	49,23	538297,8972	541044,1350
18	185721,09	671369,34	**857090,43**	329889,9639	49,14	527200,4691	529273,3706
19	182114,85	656397,87	**838512,72**	321936,3671	49,05	516576,3548	518005,9507
20	178646,00	642079,55	**820725,55**	314329,7615	48,95	506395,7895	507210,1452
21	175306,82	628372,56	**803679,39**	307047,9244	48,86	496631,4616	496856,8452
22	172090,18	615238,57	**787328,76**	300070,4915	48,77	487258,2642	486919,2966
23	168989,46	602642,38	**771631,84**	293378,7658	48,68	478253,0763	477372,8662
24	165998,50	590551,63	**756550,12**	286955,5510	48,59	469594,5700	468194,8351
25	163111,57	578936,48	**742048,04**	280785,0037	48,50	461263,0391	459364,2158
26	160323,33	567769,42	**728092,75**	274852,5028	48,41	453240,2476	450861,5897
27	157628,82	557025,01	**714653,83**	269144,5340	48,32	445509,2947	442668,9629
28	155023,39	546679,69	**701703,08**	263648,5870	48,23	438054,4946	434769,6377
29	152502,68	536711,65	**689214,33**	258353,0639	48,14	430861,2687	427148,0974
30	150062,64	527100,61	**677163,25**	253247,1976	48,05	423916,0496	419789,9038
31	147699,45	517827,72	**665527,17**	248320,9785	47,95	417206,1946	412681,6046
32	145409,53	508875,46	**654285,00**	243565,0895	47,86	410719,9080	405810,6505
33	143189,54	500227,48	**643417,02**	238970,8466	47,77	404446,1713	399165,3207
33,17	142817,71	498781,97	**641599,69**	238202,9236	47,76	403396,7615	398053,7995

4.1.4.2.3 Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular de seccion hueca en base al porcentaje de área perdida

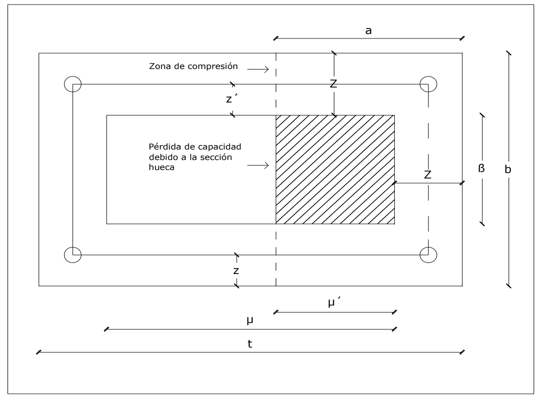
Datos		
b=	60	cm.
t=	75	cm.
Z=	12,50	cm.
Astot=	49	cm2
d´=	7,00	cm.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	10	cm.
β1=	0,85	

5 varillas de 25mm en cada cara

$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0,0120
$m = \frac{f_y}{0.85 \times f'c}$	23,5294

$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

eb=	31,3192	cm.	> 10 cm
d=	68	cm.	
d-d´=	61	cm.	
d´´=	30,5	cm.	



interior obtenido z´=	5,50	cm.
Z =	**12,50**	**cm.**

Area Total	Area hueca	% A perdida	% A perdida corregida
b*t	(b-2Z)*(t-2Z)	38,89	**48,61**
4500	1750		

e	$\frac{A'sf_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}$	$\frac{btf'c}{\frac{3et}{d^2}+1.18}$	Pn	PERDIDA CAP. SEC HUECA $\left(0.15+\frac{1}{\frac{3et}{d^2}+1.18}*t-Z\right)*(b-2Z)*f'c*0.85$	% Per Hormi	CAP SEC HUECA FINAL $Puhueca = Pn - \sec chueca$	CAP. SECCION HUECA APROX
0	205800,00	800847,46	**1006647,46**	389277,4894	48,61	617369,9682	617346,6102
1	199266,67	769131,12	**968397,78**	373551,4707	48,57	594846,3134	594514,6020
2	193135,38	739831,23	**932966,62**	359023,6107	48,53	573943,0056	573326,4342
3	187370,15	712681,77	**900051,92**	345562,0034	48,49	554489,9174	553609,3930
4	181939,13	687454,38	**869393,51**	333053,4198	48,45	536340,0867	535214,2959
5	176814,08	663951,91	**840766,00**	321400,1149	48,41	519365,8820	518011,5950
6	171969,86	642003,31	**813973,18**	310517,2685	48,37	503455,9091	501888,2330
7	167384,00	621459,41	**788843,41**	300330,9173	48,33	488512,4957	486745,0872
8	163036,36	602189,54	**765225,90**	290776,2717	48,29	474449,6315	472494,8770
9	158908,86	584078,75	**742987,61**	281796,3363	48,25	461191,2699	459060,4383
10	154985,19	567025,51	**722010,69**	273340,7719	48,21	448669,9196	446373,2926
11	151250,60	550939,82	**702190,42**	265364,9516	48,17	436825,4692	434372,4535
12	147691,76	535741,61	**683433,37**	257829,1728	48,13	425604,2009	423003,4249
13	144296,55	521359,40	**665655,96**	250697,9962	48,09	414957,9596	412217,3566
14	141053,93	507729,20	**648783,14**	243939,6885	48,05	404843,4478	401970,3289
15	137953,85	494793,53	**632747,38**	237525,7504	48,01	395221,6260	392222,7437
16	134987,10	482500,62	**617487,72**	231430,5149	47,96	386057,2002	382938,8034
17	132145,26	470803,72	**602948,99**	225630,8038	47,92	377318,1813	374086,0647
18	129420,62	459660,52	**589081,14**	220105,6331	47,88	368975,5060	365635,0527
19	126806,06	449032,61	**575838,67**	214835,9599	47,84	361002,7089	357558,9287
20	124295,05	438885,05	**563180,10**	209804,4622	47,80	353375,6372	349833,2001
21	121881,55	429186,00	**551067,55**	204995,3497	47,76	346072,2031	342435,4698
22	119560,00	419906,36	**539466,36**	200394,1974	47,72	339072,1671	335345,2151
23	117325,23	411019,52	**528344,75**	195987,8016	47,68	332356,9479	328543,5960
24	115172,48	402501,03	**517673,51**	191764,0532	47,64	325909,4555	322013,2850
25	113097,30	394328,47	**507425,77**	187711,8264	47,60	319713,9444	315738,3184
26	111095,58	386481,19	**497576,76**	183820,8814	47,56	313755,8832	309703,9642
27	109163,48	378940,14	**488103,62**	180081,7771	47,52	308021,8398	303896,6051
28	107297,44	371687,74	**478985,17**	176485,7956	47,48	302499,3793	298303,6351
29	105494,12	364707,73	**470201,85**	173024,8736	47,44	297176,9724	292913,3669
30	103750,41	357985,04	**461735,46**	169691,5426	47,40	292043,9145	287714,9496
31	102063,41	351505,71	**453569,13**	166478,8744	47,36	287090,2533	282698,2949
31,32	101536,41	349486,58	**451022,99**	165477,7223	47,35	285545,2696	281133,6808

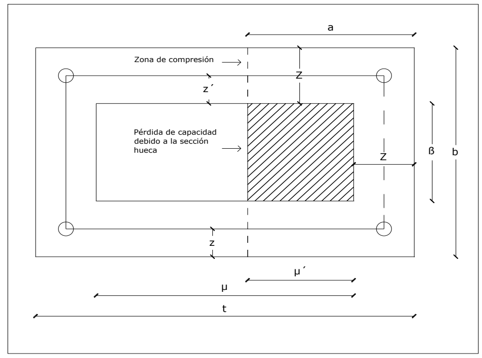
4.1.4.2.4 Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular de seccion hueca en base al porcentaje de área perdida

Datos			
b=	80	cm.	
t=	95	cm.	
Z=	16,50	cm.	
Astot=	78,4	cm2	8 varillas de 25mm en cada cara
d´=	9,00	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	20	cm.	
β1=	0,85		

$p_t = \dfrac{Ast}{b \times d}$	0,0114
$m = \dfrac{f_y}{0.85 \times f'c}$	23,5294

$$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$$

eb=	38,6134	cm.	> 20 cm
d=	86	cm.	
d-d´=	77	cm.	
d´´=	38,5	cm.	



interior obtenido z´=	7,50	cm.
Z =	**16,50**	**cm.**

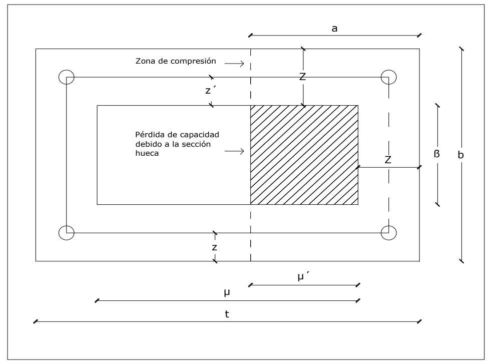
Area Total	Area hueca	% A perdida	% A perdida corregida
b*t	(b-2Z)*(t-2Z)	38,34	**47,93**
7600	2914		

e	$\dfrac{A'sf_y}{\dfrac{e}{d-d'}+0.5}$	$\dfrac{btf'c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	Pn	PERDIDA CAP. SEC HUECA $\left(0.15+\dfrac{1}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}*t-Z\right)*(b-2Z)*f'c*0.85$	% Per Hormi	CAP SEC HUECA FINAL $Puhueca = Pn - \sec chueca)$	CAP. SECCION HUECA APROX
0	329280,00	1352542,37	**1681822,37**	656549,4725	48,54	1025272,9004	1033580,8475
1	320943,80	1309770,22	**1630714,02**	635190,1309	48,50	995523,8912	1002972,1743
2	313019,26	1269620,36	**1582639,62**	615140,2933	48,45	967499,3280	974140,6518
3	305476,63	1231858,81	**1537335,43**	596283,1163	48,41	941052,3163	946934,6824
4	298288,94	1196278,61	**1494567,55**	578515,2557	48,36	916052,2952	921219,5462
5	291431,72	1162696,06	**1454127,79**	561744,9721	48,31	892382,8163	896875,1024
6	284882,70	1130947,53	**1415830,22**	545890,5461	48,27	869939,6771	873793,8593
7	278621,54	1100886,75	**1379508,29**	530878,9466	48,22	848629,3435	851879,3437
8	272629,68	1072382,64	**1345012,32**	516644,7065	48,18	828367,6122	831044,7173
9	266890,11	1045317,33	**1312207,44**	503128,9676	48,13	809078,4695	811211,5975
10	261387,22	1019584,57	**1280971,78**	490278,6675	48,09	790693,1147	792309,0479
11	256106,67	995088,30	**1251194,96**	478045,8432	48,04	773149,1202	774272,7106
12	251035,25	971741,49	**1222776,74**	466387,0329	47,99	756389,7073	757044,0577
13	246160,78	949465,10	**1195625,88**	455262,7604	47,95	740363,1185	740569,7427
14	241472,00	928187,16	**1169659,16**	444637,0878	47,90	725022,0717	724801,0373
15	236958,50	907842,01	**1144800,51**	434477,2284	47,86	710323,2856	709693,3404
16	232610,64	888369,63	**1120980,27**	424753,2083	47,81	696227,0626	695205,7482
17	228419,46	869715,04	**1098134,50**	415437,5715	47,77	682696,9248	681300,6776
18	224376,64	851827,78	**1076204,41**	406505,1205	47,72	669699,2924	667943,5349
19	220474,43	834661,45	**1055135,89**	397932,6890	47,68	657203,2006	655102,4226
20	216705,64	818173,35	**1034878,99**	389698,9413	47,63	645180,0491	642747,8818
21	213063,53	802324,04	**1015387,57**	381784,1949	47,58	633603,3794	630852,6620
22	209541,82	787077,12	**996618,94**	374170,2635	47,54	622448,6780	619391,5176
23	206134,63	772398,88	**978533,52**	366840,3171	47,49	611693,1999	608341,0261
24	202836,48	758258,09	**961094,57**	359778,7587	47,45	601315,8113	597679,4262
25	199642,20	744625,76	**944267,96**	352971,1126	47,40	591296,8495	587386,4724
26	196546,98	731474,94	**928021,92**	346403,9256	47,36	581617,9961	577443,3050
27	193546,26	718780,58	**912326,84**	340064,6789	47,31	572262,1641	567832,3331
28	190635,79	706519,31	**897155,10**	333941,7073	47,27	563213,3959	558537,1295
29	187811,56	694669,34	**882480,90**	328024,1286	47,22	554456,7709	549542,3357
30	185069,78	683210,32	**868280,10**	322301,7786	47,17	545978,3225	540833,5760
31	182406,91	672123,21	**854530,12**	316765,1528	47,13	537764,9632	532397,3804
32	179819,57	661390,20	**841209,77**	311405,3536	47,08	529804,4159	524221,1135
33	177304,62	650994,58	**828299,20**	306214,0433	47,04	522085,1519	516292,9114
34	174859,03	640920,70	**815779,74**	301183,3998	46,99	514596,3352	508601,6230
35	172480,00	631153,85	**803633,85**	296306,0782	46,95	507327,7705	501136,7574
36	170164,83	621680,20	**791845,03**	291575,1741	46,90	500269,8566	493888,4356
37	167910,99	612486,74	**780397,74**	286984,1921	46,86	493413,5439	486847,3465
38	165716,08	603561,23	**769277,31**	282527,0149	46,81	486750,2949	480004,7065
38,61	164397,87	598213,85	**762611,72**	279856,6667	46,78	482755,0574	475901,9937

4.1.4.2.5 Determinar la carga excéntrica máxima en una columna rectangular de seccion hueca en base al porcentaje de área perdida

Datos			
b=	75	cm.	
t=	90	cm.	
Z=	15,50	cm.	
Astot=	68,61	cm2	7 varillas de 25mm en cada cara
d´=	8,50	cm.	
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
e=	15	cm.	
β1=	0,85		

$p_t = \dfrac{Ast}{b \times d}$	0,0112
$m = \dfrac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294



$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m).t$

eb=	36,3026	cm.	> 15 cm
d=	81,5	cm.	
d-d´=	73	cm.	
d´´=	36,5	cm.	

Area Total	Area hueca	% A perdida	% A perdida corregida
b*t	(b-2Z)*(t-2Z)	38,46	**48,07**
6750	2596		

interior obtenido z´=	7,00	cm.
Z =	**15,50**	**cm.**

e	$\dfrac{A´sf_y}{\dfrac{e}{d-d´}+0.5}$	$\dfrac{btf´c}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}$	Pn	PERDIDA CAP. SEC HUECA $\left(0.15+\dfrac{1}{\dfrac{3et}{d^2}+1.18}*t-Z\right)*(b-2Z)*f´c*0.85$	% Per Hormi	CAP SEC HUECA FINAL $Puhueca = Pn - sec\ chueca$	CAP. SECCION HUECA APROX
0	288162,00	1201271,19	**1489433,19**	583325,8983	48,56	906107,2881	911933,1864
1	280477,68	1161267,61	**1441745,29**	563377,4468	48,51	878367,8404	883476,6375
2	273192,55	1123842,48	**1397035,03**	544714,7854	48,47	852320,2442	856758,1613
3	266276,28	1088754,31	**1355030,59**	527217,4809	48,42	827813,1042	831622,0333
4	259701,56	1055790,81	**1315492,37**	510779,6851	48,38	804712,6828	807930,7107
5	253443,69	1024764,69	**1278208,38**	495307,9918	48,33	782900,3843	785562,2403
6	247480,31	995510,02	**1242990,32**	480719,6609	48,29	762270,6602	764408,0990
7	241791,10	967879,29	**1209670,39**	466941,1385	48,24	742729,2534	744371,3858
8	236357,60	941740,94	**1178098,54**	453906,8159	48,20	724191,7206	725365,2989
9	231162,92	916977,24	**1148140,17**	441557,9854	48,15	706582,1812	707311,8473
10	226191,68	893482,53	**1119674,21**	429841,9563	48,11	689832,2538	690140,7555
11	221429,75	871161,70	**1092591,45**	418711,3029	48,06	673880,1482	673788,5283
12	216864,19	849928,92	**1066793,11**	408123,2232	48,02	658669,8859	658197,6488
13	212483,09	829706,53	**1042189,62**	398038,9887	47,97	644150,6304	643315,8882
14	208275,50	810424,07	**1018699,58**	388423,4713	47,93	630276,1072	629095,7091
15	204231,32	792017,51	**996248,84**	379244,7341	47,88	617004,1012	615493,7485
16	200341,20	774428,50	**974769,70**	370473,6772	47,84	604296,0199	602470,3677
17	196596,50	757603,74	**954200,24**	362083,7295	47,79	592116,5108	589989,2593
18	192989,23	741494,48	**934483,71**	354050,5801	47,75	580433,1281	578017,1032
19	189511,95	726056,03	**915567,98**	346351,9425	47,70	569216,0378	566523,2645
20	186157,75	711247,36	**897405,11**	338967,3485	47,66	558437,7603	555479,5277
21	182920,23	697030,68	**879950,91**	331877,9665	47,61	548072,9410	544859,8614
22	179793,38	683371,21	**863164,59**	325066,4409	47,57	538098,1488	534640,2104
23	176771,65	670236,80	**847008,45**	318516,7507	47,52	528491,6959	524798,3111
24	173849,80	657597,76	**831447,56**	312214,0830	47,48	519233,4786	515313,5274
25	171022,98	645426,58	**816449,56**	306144,7217	47,43	510304,8348	506166,7039
26	168286,61	633697,76	**801984,36**	300295,9477	47,39	501688,4164	497340,0355
27	165636,43	622387,60	**788024,03**	294655,9501	47,34	493368,0756	488816,9496
28	163068,42	611474,09	**774542,51**	289213,7462	47,30	485328,7624	480582,0017
29	160578,82	600936,72	**761515,54**	283959,1105	47,25	477556,4328	472620,7799
30	158164,11	590756,37	**748920,48**	278882,5101	47,21	470037,9657	464919,8207
31	155820,93	580915,20	**736736,14**	273975,0478	47,16	462761,0884	457466,5313
32	153546,18	571396,54	**724942,72**	269228,4092	47,12	455714,3085	450249,1206
33	151336,88	562184,79	**713521,67**	264634,8161	47,07	448886,8533	443256,5362
34	149190,26	553265,34	**702455,60**	260186,9841	47,03	442268,6137	436478,4072
35	147103,68	544624,50	**691728,18**	255878,0837	46,98	435850,0940	429904,9925
36	145074,66	536249,41	**681324,07**	251701,7055	46,94	429622,3660	423527,1332
36,30	144471,66	533765,61	**678237,28**	250463,1200	46,92	427774,1569	421634,3998

4.2. Falla a tracción.

Con refuerzo paralelo al eje de flexión en una o dos caras.

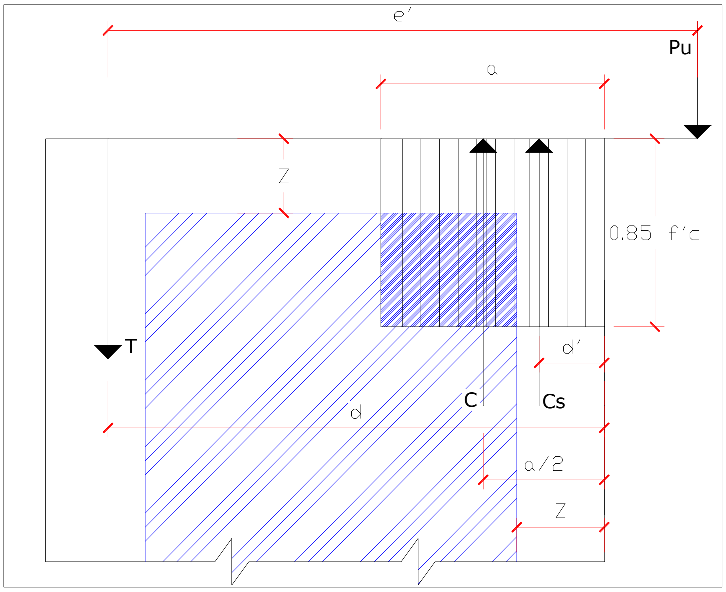


Figura. 4.3. Columna hueca con falla a tracción

4.2.1. Fórmulas para columnas rectangulares huecas

El acero de compresión está fluyendo, de igual forma el acero en tracción, puesto que la columna falla en tracción.

$\rho = \frac{As}{b*d}$ $\rho' = \frac{A's}{b*d}$

$m = \frac{f_y}{0.85\,f'_c}$ c = 0.85 f´c*a*b

m´= m – 1

Para obtener la fórmula para columnas huecas, se basa en la deducción obtenida en el capítulo II, ecuación (2.21).

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c * b * d\left[-\rho + 1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho\left[m'\left(1 - \frac{d'}{d}\right) + \frac{e'}{d}\right]}\right]\right\}$$

Donde la cuña de compresión está definida por la ecuación.

$$a = d\left\{\left(1 - \frac{e'}{d}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho\left[m'\left(1 - \frac{d'}{d}\right) + \frac{e'}{d}\right]}\right\}$$

Debido a que la columna es hueca, se disminuye a la cuña de compresión el valor de **Z** que viene representado por el recubrimiento interno y externo en el refuerzo de la columna fig. 4.4.

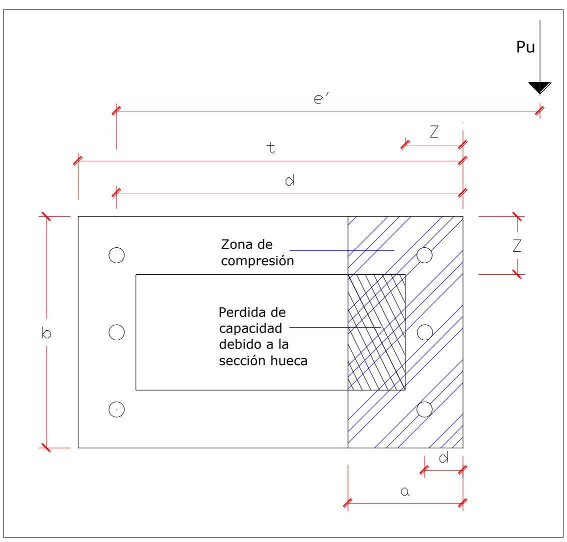


Figura. 4.4 Columna hueca con falla a tracción.

Donde la pérdida de capacidad de la sección hueca viene dado por la siguiente expresión.

$$P_{hueca} = 0.85f'_c * (b - 2Z)(a - Z) \qquad \text{ec. 4.11}$$

Donde:

α: cuña de compresión que actúa en la columna.

b: base de la columna.

Z: recubrimiento interior y exterior de la columna.

Por lo tanto la fórmula para calcular la carga última viene dado por:

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c * b * d\left[-\rho + 1 - \frac{\varepsilon'}{d} + \sqrt{\left(1 - \frac{\varepsilon'}{d}\right)^2 + 2\rho\left[m'\left(1 - \frac{d'}{d}\right) + \frac{\varepsilon'}{d}\right]}\right] - 0.85f'_c * (b - 2Z)(a - Z)\right\}$$

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c\left[b * d\left\{-\rho + 1 - \frac{\varepsilon'}{d} + \sqrt{\left(1 - \frac{\varepsilon'}{d}\right)^2 + 2\rho\left[m'\left(1 - \frac{d'}{d}\right) + \frac{\varepsilon'}{d}\right]}\right\} - (b - 2Z)(a - Z)\right]\right\} \qquad \text{ec. 4.12}$$

De esta manera se obtendrá la fórmula propuesta para obtener la carga última de una columna rectangular de sección hueca.

4.2.1.1. Análisis

Para comprender de mejor manera dicha fórmula se analiza por medio del siguiente ejercicio.

4.2.1.1.1. Calcular la capacidad de carga de una columna rectangular hueca con los siguientes datos

Tabla 4.25 Datos generales de la columna.

DATOS.			
Φ=	0,70		
b=	40,00	cm.	
t=	50,00	cm.	
Astotal=	42,42	cm.	3 Varillas de 30mm cada cara.
d´=	6,50	cm.	
f´c=	210,00	kg/cm2	
fy=	4200,00	kg/cm2	
e=	40,00	cm.	
e´=	58,50	cm.	
$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m)t$			
eb=	32,08	cm.	
d=	43,50	cm.	
d-d´=	37,00	cm.	
d´´=	18,50	cm.	

Armadura simetrica

< 40 cm

Falla por tracción

$\rho^1 = \rho = \frac{A_s}{b * t}$	0,0106	
$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0,0244	
$m = \frac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294	
$m^1 = m - 1$	22,5294	
Z=	10,5	cm.
z´=	4	cm.

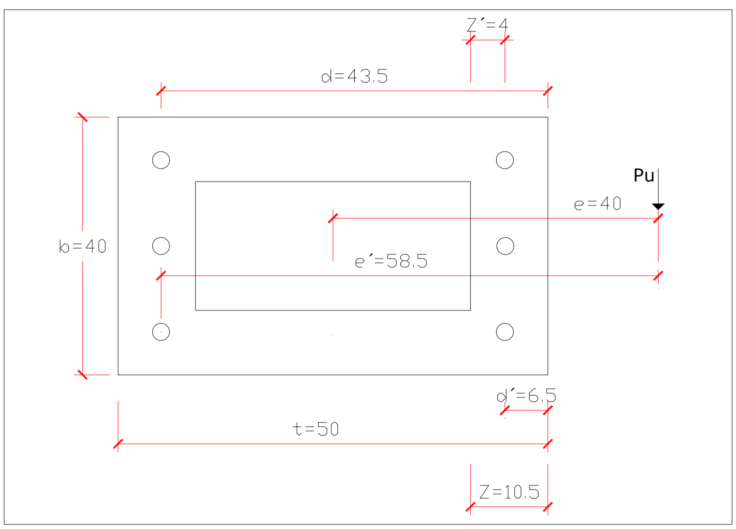


Figura. 4.5 Columna de sección hueca.

Debido a que la excentricidad balanceada no será la misma por la sección hueca, se realiza la siguiente reducción de excentricidad.

Área total= 40*50= 2000cm^2.

Área del hueco = (40 - 2*10.5) * (50 - 2*10.5) = 551cm^2.

2000 cm^2 100%

551 cm^2 X

X = $\frac{551*100}{2000} = 27.6\%$

El 27.6% es el área que se pierde, por lo tanto se toma este valor como porcentaje de excentricidad balanceada que perdida, debido a la sección hueca.

Excentricidad perdida = 27.6% * eb = **27.6% * 32.084 = 8.835 cm**.

Nueva excentricidad = **32.085 cm - 8.835 cm = 23.15 cm**, a partir de este valor de excentricidad se aplica la ecuación cuando la columna falla por tracción.

Tabla 4.26 Cálculo de la nueva excentricidad balanceada.

			%	eb.cm	Nueva eb.c.m.
Area total=	2000	cm2.	100	32.08479	**23.25**
Area del hueco=	551	cm2.	27.6	8.839359	

Se utiliza la fórmula antes sugerida basada en la fórmula del ACI.

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c\left[b*d\left\{-\rho+1-\frac{e'}{d}+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right\}-(b-2Z)(a-Z)\right]\right\}$$

Tabla 4.27 Capacidad de una columna rectangular hueca.

e	e´	a	Pn	Pérdida de capacidad	Capacidad de la columna hueca	
23,245	41,75	32,27	226642,70	73842,87	152799,82	Excentricidad balanceada
24,000	42,50	31,50	221105,47	71212,69	149892,78	
25,000	43,50	30,50	213972,55	67824,56	146148,00	
26,000	44,50	29,53	207073,61	64547,56	142526,05	
27,000	45,50	28,60	200407,87	61381,33	139026,54	
28,000	46,50	27,70	193973,82	58325,16	135648,66	
29,000	47,50	26,83	187769,23	55377,98	132391,26	
24,000	42,50	31,50	221105,47	71212,69	149892,78	
30,000	48,50	25,99	181791,19	52538,41	129252,78	
31,000	49,50	25,19	176036,16	49804,77	126231,39	
32,000	50,50	24,41	170499,99	47175,09	123324,90	
33,000	51,50	23,66	165178,04	44647,16	120530,88	
34,000	52,50	22,95	160065,18	42218,55	117846,63	
35,000	53,50	22,26	155155,89	39886,64	115269,25	
36,000	54,50	21,60	150444,32	37648,64	112795,67	
37,000	55,50	20,97	145924,35	35501,66	110422,69	
38,000	56,50	20,36	141589,66	33442,68	108146,98	
39,000	57,50	19,78	137433,77	31468,64	105965,14	
40,000	58,50	19,22	133450,15	29576,42	103873,74	Excentricidad en estudio
41,000	59,50	18,69	129632,21	27762,89	101869,32	
42,000	60,50	18,17	125973,36	26024,94	99948,42	Máximo valor de excentricidad

e: excentricidad medida a partir del centro de gravedad de la columna.

e´:excentricidad medida a partir de la varilla de tracción en la columna.

a: cuna de compresión.

Pn: carga nominal que resiste una columna rectangular normal.

Pérdida de capacidad: Dado por la expresión: $P_c = 0.85f'_c * [(b - 2Z) * (a - Z)]$.

Se realiza la comprobación de la fórmula, cuando la excentricidad es de 40 cm, por medio de la siguiente expresión:

Pn = C + Cs – T – Pc

$$Pn = 0.85f'_c * a * b + A'_s * (f_y - 0.85f'_c) - A_s * f_y - 0.85f'_c * (a - z) * (b - 2Z)$$

$$Pn = 0.85 * 210 * 17.37 * 40 + 21.21 * (4200 - 0.85 * 210) - 21.21 * 4200 - 0.85 * 210 * (17.37 - 10.5) * (40 - 2 * 10.5)$$

$$Pn = 124021.8 + 85396.015 - 89082.00 - 23231.775$$

$$Pn = 97104.04\ kg = 97.104\ t$$

Por medio de la deducción, se obtiene el valor de 97.4 t, teniendo una diferencia del 0.3%, equivalente a 97.4 – 97.1 = 0.3 t, lo que significa que la fórmula esta en lo correcto ya que el valor que difiere es mínimo.

$$c = \frac{6300 * d'}{6300 - fy} = \frac{6300 * 6.5}{6300 - 4200} = 19.5\ cm.$$

a = β1*c

β1 = 0.85

a_{min} = 16.575 cm, cuña mínima de compresión para que el acero fluya.

Se concluye:

- Se comprueba a_{min} con el valor real presentado en la tabla (4.27), por lo tanto se concluye que la excentricidad no debe ser mayor de 41cm esto se debe a que la cuña de compresión es de 16.86 cm. al tener un valor mayor de excentricidad no se cumplirá con esta condición para que el acero de compresión fluya.

- Cuando no se cumple la condición anterior la solución es incrementar las dimensiones de la columna.

- Por medio de esta ecuación se obtiene la resistencia de una columna sometida a flexo-compresión uniaxial cuando falla a tracción.

- De igual manera que en los casos anteriores se puede decir que mientras la excentricidad es mayor que la balanceada la capacidad de la columna disminuye.

4.2.2. Propuesta de fórmula directa

Para obtener de una forma directa la fórmula y poder aplicar el mismo principio en las columnas circulares cuando fallen a tracción se propone la siguiente expresión:

$$Pu = \emptyset\left[0.85f'_c b * d * \%\left\{-\rho + 1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right\}\right] \quad \text{ec. 4.13}$$

Donde:

$$\% = \left[1 - \left(\frac{1.5*(b-2z)*(t-2z)}{(b*t)} - 0.45*\frac{e}{t}\right)\right] \quad \text{ec. 4.14}$$

Con las siguientes condiciones.

- La sección mínima de la columna debe ser de 60x60cm.
- La altura (t) de la columna no puede ser mayor a 1.25 veces la base (b).
- El recubrimiento exterior (r) será igual a 0.094 de la altura (t) o a su vez su valor aproximado.

- El recubrimiento interior (z´) será igual a 0.094 por la base (b)o a su vez su valor aproximado.
- La cuantía de acero no será mayor al 2% del área total de la columna.
- La columna será armada a dos caras paralelas.

4.2.2.1. Análisis de la fórmula directa

4.2.2.1.1. Calcular la capacidad de una columna rectangular hueca con estribos.

Tabla 4.28. Datos generales de la columna.

DATOS.							
Φ=	0,70						
b=	80,00	cm.					
t=	90,00	cm.					
Astotal=	84,82	cm.	6 Varillas de 30mm cada cara.				
d´=	7,50	cm.					
f´c=	210,00	kg/cm2			$\rho^1 = \rho = \frac{A_s}{b*t}$	0,0059	
fy=	4200,00	kg/cm2					
e=	40,00	cm.			$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0,0129	
e´=	77,50	cm.					
$e_b = (0.20 + 0.77 \times p_t \times m)t$			Armadura simetrica				
eb=	38,96	cm.	< 40 cm		$m = \frac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294	
d=	82,50	cm.					
d-d´=	75,00	cm.	**Falla por tracción**		$m^1 = m - 1$	22,5294	
d´´=	37,50	cm.					
					Z=	16	cm.
					z´=	8,5	cm.
			%	**eb**	**Nueva eb**		
Area T=	7200	cm2.	100,00	38,956	**23,89**	cm	
Area h=	2784	cm2.	38,67	15,063			

A continuación se verifica los datos con la fórmula obtenida y la propuesta aproximada.

Con la fórmula obtenida, se calcula la cuña de compresión

$$a = d\left\{\left(1-\frac{e'}{d}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right\}$$

$$a = 82.5\left\{\left(1-\frac{77.5}{82.5}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{77.5}{82.5}\right)^2+2*0.0064\left[22.529*\left(1-\frac{7.5}{82.5}\right)+\frac{77.5}{82.5}\right]}\right\}$$

$$a = 48.57\ cm.$$

$$Pn = 0.85f'_c\left[b*d\left\{-\rho+1-\frac{e'}{d}+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right\}-(b-2Z)(a-Z)\right]$$

$$Pn = 0.85*210\left[0.80*82.5\left\{-0.0064+1-\frac{77.5}{82.5}+\sqrt{\left(1-\frac{77.5}{82.5}\right)^2+2*0.0064\left[22.529*\left(1-\frac{7.5}{82.5}\right)+\frac{77.5}{82.5}\right]}\right\}-(80-2*16)(46.74-16)\right]$$

$$Pn = 406971.62\ kg$$

Se aplica la fórmula aproximada propuesta y se compara

$$Pn = 0.85f'_c b*d*\%\left\{-\rho+1-\frac{e'}{d}+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right\}$$

Donde:

$$\% = \left[1-\left(\frac{1.5*(b-2z)*(t-2z)}{(b*t)}-0.45*\frac{e}{t}\right)\right]$$

$$\% = \left[1-\left(\frac{1.5*(80-2*16)*(90-2*16)}{(80*90)}-0.45*\frac{40}{90}\right)\right]$$

$$\% = 1-(0.58-0.2)$$

$$\% = 1 - (0.38)$$

$$\% = 0.62$$

$$Pn = 0.85 * 210 * 80 * 82.5 * 0.62 \left\{ -0.0064 + 1 - \frac{77.5}{82.5} + \sqrt{\left(1 - \frac{77.5}{82.5}\right)^2 + 2 * 0.0064 \left[22.529 \left(1 - \frac{7.5}{82.5}\right) + \frac{77.5}{82.5}\right]} \right\}$$

$$Pn = 425359.89\ kg.$$

Donde la diferencia es de 406971.62 – 425359.89 = 18388.26 kg, cuya diferencia es grande ya que la excentricidad es de gran dimensión.

En el mismo ejercicio se analiza pero con excentricidad distinta.

Se calcula la cuña de compresión

e = 25 cm.

e´ = 62.5 cm.

$$a = d \left\{ \left(1 - \frac{e'}{d}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho \left[m' \left(1 - \frac{d'}{d}\right) + \frac{e'}{d}\right]} \right\}$$

$$a = 82.5 \left\{ \left(1 - \frac{62.5}{82.5}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{62.5}{82.5}\right)^2 + 2 * 0.0064 \left[22.529 * \left(1 - \frac{7.5}{82.5}\right) + \frac{72.5}{82.5}\right]} \right\}$$

$$a = 67.52\ cm.$$

$$Pn = 0.85 f'_c \left[b * d \left\{ -\rho + 1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho \left[m' \left(1 - \frac{d'}{d}\right) + \frac{e'}{d}\right]} \right\} - (b - 2Z)(a - Z) \right]$$

$$Pn = 0.85 * 210 \left[0.80 * 82.5 \left\{ -0.0064 + 1 - \frac{72.5}{82.5} + \sqrt{\left(1 - \frac{72.5}{82.5}\right)^2 + 2 * 0.0064 \left[22.529 * \left(1 - \frac{7.5}{82.5}\right) + \frac{72.5}{82.5}\right]} \right\} - (80 - 2 * 16)(67.52 - 16) \right]$$

$$Pn = 515169.57\ kg.$$

Se aplica la fórmula aproximada propuesta y se compara

$$Pn = 0.85f'_c b * d * \% \left\{-\rho + 1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho\left[m'\left(1 - \frac{d'}{d}\right) + \frac{e'}{d}\right]}\right\}$$

Donde

$$\% = \left[1 - \left(\frac{1.5 * (b - 2e) * (t - 2e)}{(b * t)} - 0.45 * \frac{e}{t}\right)\right]$$

$$\% = \left[1 - \left(\frac{1.5 * (80 - 2 * 16) * (90 - 2 * 16)}{(80 * 90)} - 0.45 * \frac{25}{90}\right)\right]$$

$$\% = 1 - (0.58 - 0.125)$$

$$\% = 0.545$$

$$Pn = 0.85 * 210 * 80 * 82.5 * 0.545\left\{-0.0064 + 1 - \frac{72.5}{82.5} + \sqrt{\left(1 - \frac{72.5}{82.5}\right)^2 + 2 * 0.0064\left[22.529\left(1 - \frac{7.5}{82.5}\right) + \frac{72.5}{82.5}\right]}\right\}$$

$$Pn = 521324.67\ Kg.$$

Donde la diferencia es de 521324.67 – 515169.57 = 6155.20 kg.

Tabla 4.29 Verificación de la fórmula propuesta y aproximada en una columna rectangular hueca.

e	e´	Capacidad de la columna hueca	% Pérdida Por Fórmula	% Pérdida Aprox.	Capacidad de la col. Hueca aprox
23,893	61,39	524146,65	46,46	46,054	528135,92
24,000	61,50	523271,66	46,43	46,000	527479,80
25,000	62,50	515169,57	46,14	45,500	521324,76
26,000	63,50	507167,50	45,85	45,000	515104,72
27,000	64,50	499268,04	45,54	44,500	508826,98
28,000	65,50	491473,71	45,23	44,000	502498,95
29,000	66,50	483787,03	44,91	43,500	496128,11
30,000	67,50	476210,44	44,57	43,000	489721,98
31,000	68,50	468746,30	44,23	42,500	483288,09
32,000	69,50	461396,92	43,88	42,000	476834,00
33,000	70,50	454164,50	43,52	41,500	470367,22
34,000	71,50	447051,13	43,14	41,000	463895,22
35,000	72,50	440058,78	42,76	40,500	457425,42
36,000	73,50	433189,30	42,37	40,000	450965,11
37,000	74,50	426444,39	41,96	39,500	444521,48
38,000	75,50	419825,58	41,54	39,000	438101,53
39,000	76,50	413334,26	41,12	38,500	431712,12
40,000	77,50	406971,62	40,68	38,000	425359,89

Como se observa el porcentaje que se pierde tiene una pequeña diferencia por lo que se toma la decisión de adoptar esta propuesta.

4.3. Resumen del capítulo

Fórmulas de cálculo para columnas rectangulares huecas

- **Falla a compresión**

Para columnas con refuerzo simétrico en dos caras y en capas sencillas paralelas al eje de flexión, el reglamento recomienda calcular el valor de P_u por la siguiente expresión aproximada:

$$P_u = Ø\left[\frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5} + \frac{b\,t\,f'_c}{\frac{3\,t\,e}{d^2}+1.18}\right] \quad \text{ec.4.5}$$

Se tiene un área hueca la cual viene dada por la siguiente expresión, y la cual se restará al área sólida

$$\left[\left(0.15 + \frac{1}{\frac{3\,t\,e}{d^2}+1.18}\right) * t - Z\right] * (\mathrm{b} - 2\mathrm{Z}) * 0.85 * f'c \quad \text{ec.4.6}$$

Finalmente se obtendrá la ecuación propuesta, para columnas de sección hueca, basada en la fórmula indicada por el ACI propuesta por Whitney.

$$\boldsymbol{P_u = Ø\left[\left(\frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5} + \frac{b\,t\,f'_c}{\frac{3\,t\,e}{d^2}+1.18}\right) - u' * \beta * 0.85 * f'c\right]} \quad \textbf{ec.4.7}$$

donde:

$$u' = \left(0.15 + \frac{1}{\frac{3\,t\,e}{d^2} + 1.18}\right) * t - Z$$

$$\beta = (b - 2Z)$$

- **Falla a tracción**

Para obtener la fórmula para columnas huecas, se basa en la deducción obtenida en el capítulo II, ecuación (2.21).

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c * b * d\left[-\rho + 1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho\left[m'\left(1 - \frac{d'}{d}\right) + \frac{e'}{d}\right]}\right]\right\}$$

Donde la cuña de compresión está definida por la ecuación

$$a = d\left\{\left(1 - \frac{e'}{d}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho\left[m'\left(1 - \frac{d'}{d}\right) + \frac{e'}{d}\right]}\right\}$$

La pérdida de capacidad de la sección hueca viene dada por la siguiente expresión:

$$P_{hueca} = 0.85f'_c * (b - 2Z)(a - Z)$$

Donde:

a: cuña de compresión que actúa en la columna.

b: base de la columna.

Z: recubrimiento interior y exterior de la columna

Se obtiene de esta manera, la fórmula final para el cálculo de armadura en una sección hueca basada en la capacidad de carga

$$Pu = \varnothing\left\{0.85f'_c\left[b*d\left\{-\rho+1-\frac{e'}{d}+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right\}-(b-2Z)(a-Z)\right]\right\}$$

CAPÍTULO V

COLUMNAS CIRCULARES HUECAS

5.1. Falla a compresión

La resistencia de columnas de concreto armado sometidas a compresión pura está dada por la expresión:

$$Pn = A_{st} f_y + (A_g - A_{st}) f'c \qquad \text{ec 5.1}$$

Donde: A_{st}: Área de refuerzo longitudinal

A_g: Área de la sección bruta de la columna

La resistencia última es:

$$Pu = A_{st} f_y + 0.85(A_g - A_{st}) f'c \qquad \text{ec 5.2}$$

Si el refuerzo transversal está constituido por espirales:

$$Pn = 0.85[0.85 f'c \ (A_g - A_{st}) + f'c \, A_{st}] \qquad \text{ec 5.3}$$

Si el refuerzo transversal está constituido por estribos:

$$Pn = 0.80[0.85f'c\ (A_g - A_{st}) + f'c\,A_{st}] \qquad \text{ec 5.4}$$

Donde: A_{st}: Área de refuerzo de la sección

A_g: Área de la sección bruta de concreto

Los factores 0.85 y 0.80 son equivalentes a excentricidades de aproximadamente, 5% y 10% del lado para columnas con espiral y con estribos, respectivamente.

Los valores de la carga última P_u no podrán ser mayores que la carga nominal multiplicada P_n por un factor de reducción Ø ($\text{Ø}P_n$) tanto para columnas sometidas a compresión pura como para columnas a flexo-compresión.

5.1.1. Fórmulas de cálculo para columnas circulares huecas

Para calcular la resistencia máxima en columnas cortas circulares, el código ACI de 1963 recomienda el uso de la siguiente fórmula, la cual está definida en el capítulo II del presente proyecto:

$$P_u = \text{Ø}\left[\frac{A_{st}\,f_y}{\frac{3e}{D_S}+1} + \frac{A_g\,f'c}{\frac{9.6\,D\,e}{(0.8D+0.67D_S)^2}+1.18}\right] \qquad \text{ec. 5.5}$$

Esta es una sección controlada por compresión, se debe entonces suponer que la carga máxima disminuye linealmente de P_o a P_b, a medida que el momento aumenta desde cero a M_b; esto equivale a suponer que el diagrama de interacción de la zona de compresión es una línea recta (fig. 5.1), lo cual queda del lado de la seguridad.

Para columnas circulares con refuerzo simétrico y sección hueca, y en capas sencillas paralelas al eje de flexión, el reglamento recomienda calcular el valor de P_u por la ecuación 5.1.

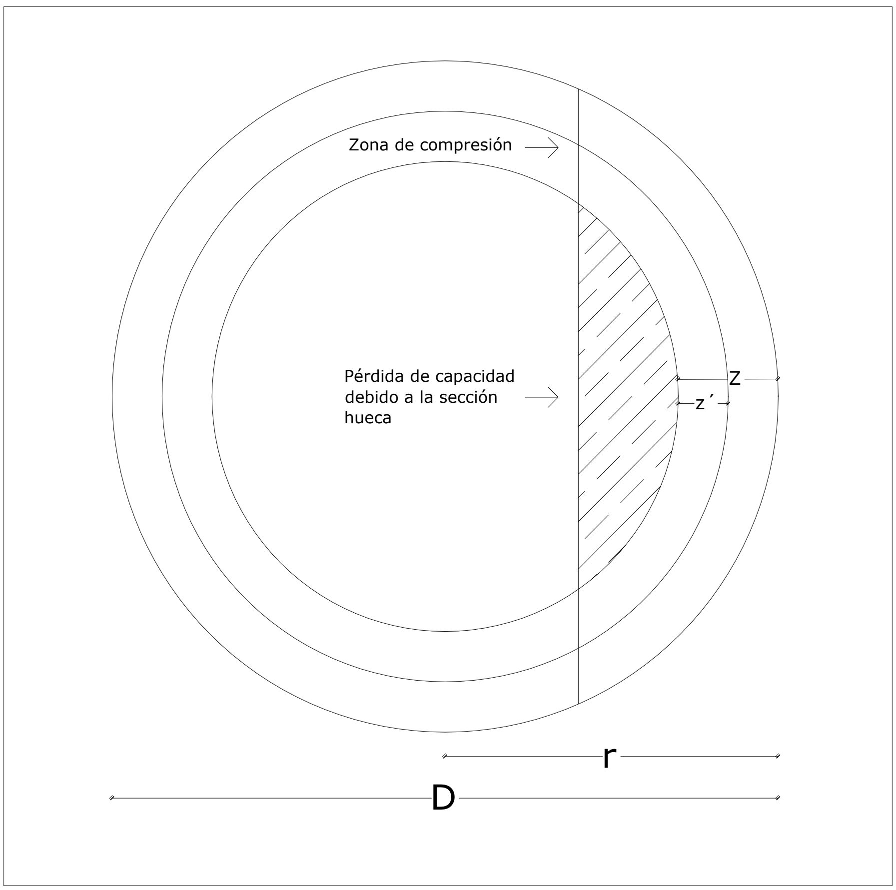


Figura 5.1 Columna circular de sección hueca

A esta expresión, vamos a restar la sección hueca la cual es dada por la siguiente expresión:

$$\left[\left(0.15+\frac{1}{\frac{9.6\,D\,e}{(0.8D+0.67D_S)^2}+1.18}\right)* \quad \frac{\pi(D-Z)^2*0.85*f'c}{4}\right] \qquad \text{ec. 5.6}$$

Esta fórmula al igual que en la sección rectangular, se basa en disminuir la sección correspondiente al hormigón, la cual luego es recompensada al multiplicar por el factor con el cual trabaja el hormigón según el código ecuatoriano de la construcción, y se observa en la figura 5.1, donde consta los valores de los recubrimientos interior y exterior.

Es así que sumamos el 15%, para completar la sección y así poder restar la parte hueca motivo del estudio de este proyecto propuesto.

De esta forma vamos a determinar la fórmula definitiva para una sección circular hueca con la siguiente expresión:

$$P_u = \emptyset\left[\frac{A_{st}\,f_y}{\frac{3e}{D_S}+1}+\frac{A_g\,f'c}{\frac{9.6\,D\,e}{(0.8D+0.67D_S)^2}+1.18}\right]-u*\beta \qquad \text{ec 5.7}$$

$$u=\left(0.15+\frac{1}{\frac{9.6\,D\,e}{(0.8D+0.67D_S)^2}+1.18}\right) \qquad \text{ec 5.8}$$

$$\beta=\frac{\pi(D-Z)^2*0.85*f'c}{4} \qquad \text{ec 5.9}$$

Al aplicarse esta fórmula, debe comprobarse que el refuerzo en compresión fluya.

5.1.2. Ejercicios

5.1.2.1. Determinar la carga excéntrica máxima en una columna circular hueca con zunchos.

Se inicia el análisis mediante este ejercicio, con los siguientes datos como se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 5.1 Datos solicitados para una columna de sección circular

Datos		
D=	60	cm.
Ds=	47	cm.
dc=	49	cm.
Asto=	37,7	cm2
Ag=	2827,44	cm.
Ac=	1885,75	
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
emin=	6	cm.
recub=	5,5	cm.

Se obtendrá, como primer cálculo la excentricidad balanceada, con la fórmula propuesta por Whitney, para columnas de sección circular

$$e_b = (0.24 + 0.39 * p_t * m)\ t \qquad \text{ec 5. 10}$$

Tabla 5.2 Excentricidad balanceada

$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$			
eb=	21,741	cm.	> 6 cm

Al tener ya la excentricidad balanceada e_b, que para este caso es de 17,872 cm mayor a la solicitada de 6 cm, se puede entonces determinar este valor como límite del presente análisis.

En los datos del ejemplo, se tiene como dato un recubrimiento exterior de 5,50 cm, el mismo que nos dará el interior, en este caso 5,50 cm.

Tabla 5.3 Recubrimiento final

Z =	11,00
Recub interior impuesto z´=	**5,50**

Se calcula la capacidad de carga de la columna, con la fórmula del ACI estudiada en el capítulo II.

Tabla 5.4 Capacidad de carga según el ACI

FORMULA DEL ACI			
Acero	**Hormigón**		
$\dfrac{A_{ST} \; f_y}{\dfrac{3e}{Ds} + 1}$	$\dfrac{A_g f'_c}{\dfrac{9.6De}{(0.8D + 0.67D_s)^2} + 1.18}$		
114492,000	343821,140	**458313,140**	kg

Se prosigue el análisis, ahora calculando la capacidad de carga y su variación de acuerdo a la excentricidad, como ya se dijo antes, hasta alcanzar la e_b y notando la capacidad de carga con el valor de excentricidad de 6 cm impuesto para este ejemplo.

En la siguiente tabla, se aprecia como al ir aumentando la excentricidad, la capacidad de carga de la sección va disminuyendo, hasta llegar a la excentricidad balanceada e_b, el cual será el límite de nuestro estudio como se dijo anteriormente.

Tabla 5.5 Variación de Capacidad de carga de acuerdo a la excentricidad

e	$\dfrac{A_{ST} \; f_y}{\dfrac{3e}{Ds} + 1}$	$\dfrac{A_g f'_c}{\dfrac{9.6De}{(0.8D + 0.67D_s)^2} + 1.18}$	**Pn**	
0	158340,000	503188,475	661528,47	
1	148839,600	467103,330	615942,93	
2	140414,717	435847,414	576262,13	
3	132892,500	408512,093	541404,59	
4	126135,254	384403,229	510538,48	
5	120031,935	362981,416	483013,35	
6	114492,000	343821,140	458313,14	← Excentricidad analizada
7	109440,882	326582,226	436023,11	
8	104816,620	310989,465	415806,08	
9	100567,297	296817,814	397385,11	
10	96649,091	283881,463	380530,55	
11	93024,750	272025,641	365050,39	
12	89662,410	261120,396	350782,81	
13	86534,651	251055,811	337590,46	
14	83617,753	241738,287	325356,04	
15	80891,087	233087,623	313978,71	
16	78336,632	225034,701	303371,33	
17	75938,571	217519,635	293458,21	
18	73682,970	210490,283	284173,25	
19	71557,500	203901,029	275458,53	
20	69551,215	197711,796	267263,01	
21	67654,364	191887,232	259541,60	
21,741	66313,625	187786,068	254099,69	

Antes de continuar con el cálculo de la capacidad final de sección hueca, se recalca en el funcionamiento del acero y el hormigón en una columna, al tener una excentricidad de cero se obtiene el valor real de los elementos.

Tabla 5.6 Valor real de los elementos

e	$\frac{A_{ST} \; f_y}{\frac{3\,e}{Ds} + 1}$	$\frac{A_g f'_c}{\frac{9.6De}{(0.8D + 0.67D_s)^2} + 1.18}$	**Pn**	$\frac{1}{\frac{3\,e}{D_s} + 1}$	$\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D + 0.67D_s)^2} + 1.18}$
0	158340,000	503188,475	661528,47	1,00	0,85

Excentricidad

Acero

Hormigón

En este tipo de columnas circulares, se puede observar la capacidad del acero al 100% al tener una excentricidad de cero, y el hormigón trabaja al 85% de su capacidad real, siendo este último una normativa de los códigos de construcción como el ACI.

Se realiza una comparación entre este tipo de columnas rectangulares frente a las circulares huecas, y se observa que en las primeras el acero trabaja a un 200%, diferente a como trabaja en las circulares que lo hace al 100%.

El hormigón trabaja en ambos casos al 85%, como se dijo anteriormente es la capacidad máxima que dan los códigos.

Posterior a eso, se calculará la pérdida de capacidad de hormigón de la sección de acuerdo a la excentricidad, mediante la ecuación 5.6

Tabla 5.7 Capacidad de hormigón pérdida

e	PERDIDA CAP SEC HUECA $\left(\left(0.15+\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right)*\frac{\Pi(D-Z)^2*0.85*f´c)}{4}\right)$	
0	335749,7771	
1	315293,0086	
2	297573,9428	
3	282077,4731	
4	268410,0913	
5	256266,0063	
6	245403,9925	← Excentricidad analizada
7	235631,2039	
8	226791,6245	
9	218757,6764	
10	211424,0230	
11	204702,9245	
12	198520,7108	
13	192815,0696	
14	187532,9394	
15	182628,8539	
16	178063,6300	
17	173803,3186	
18	169818,3592	
19	166082,8927	
20	162574,1996	
21	159272,2378	
21,741	156947,2765	

Finalmente se obtendrá, la capacidad final de la sección hueca, esto es la capacidad de carga inicial restando la capacidad perdida debido al hueco.

Tabla 5.8 Capacidad final de la sección hueca

e	Pn	PERDIDA CAP SEC HUECA $\left(\left(0.15+\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right)*\frac{\Pi(D-Z)^2*0.85*f'c)}{4}\right)$	CAP. SECC HUECA FIN $\boxed{Puhueca = Pn - \sec chueca)}$
0	661528,47	335749,7771	325778,6975
1	615942,93	315293,0086	300649,9218
2	576262,13	297573,9428	278688,1882
3	541404,59	282077,4731	259327,1194
4	510538,48	268410,0913	242128,3918
5	483013,35	256266,0063	226747,3455
6	458313,14	245403,9925	212909,1477
7	436023,11	235631,2039	200391,9040
8	415806,08	226791,6245	189014,4599
9	397385,11	218757,6764	178627,4350
10	380530,55	211424,0230	169106,5309
11	365050,39	204702,9245	160347,4664
12	350782,81	198520,7108	152262,0946
13	337590,46	192815,0696	144775,3923
14	325356,04	187532,9394	137823,1003
15	313978,71	182628,8539	131349,8558
16	303371,33	178063,6300	125307,7022
17	293458,21	173803,3186	119654,8882
18	284173,25	169818,3592	114354,8941
19	275458,53	166082,8927	109375,6361
20	267263,01	162574,1996	104688,8116
21	259541,60	159272,2378	100269,3576
21,741	254099,69	156947,2765	97152,4159

Finalmente se presenta el ejercicio completo, además de otros, para observar todos los cálculos realizados y los resultados obtenidos con los cuales se puede tener una idea más clara del modo de funcionamiento de la propuesta que se presenta como alternativa

5.1.2.1.-Determinar la carga excéntrica máxima en una columna circular hueca con zunchos.

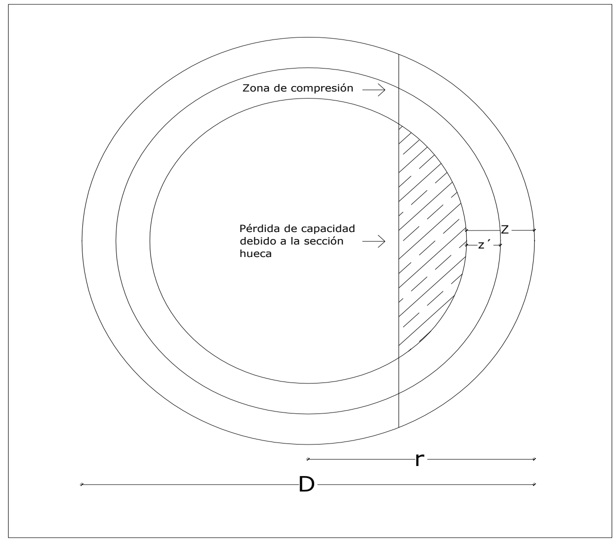
Datos		
D=	60	cm.
Ds=	47	cm.
dc=	49	cm.
Asto=	37,7	cm2
Ag=	2827,44	cm.
Ac=	1885,75	
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
emin=	6	cm.
recub=	5,5	cm.

12 varillas de 20mm

$pt = \dfrac{Ast}{b.t}$	0,0133
$m = \dfrac{fy}{0.85 \; f´c}$	23,5294

$$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m) D$$

eb=	21,741	cm.	> 6 cm



FORMULA DEL ACI			
Acero	Hormigón		
$\dfrac{A_{ST} \; f_y}{\dfrac{3e}{Ds} + 1}$	$\dfrac{A_g f´_c}{\dfrac{9.6De}{(0.8D + 0.67D_s)^2} + 1.18}$		
114492,000	343821,140	458313,140	kg
		343734,855	kg

Z =	11,00
Recub interior impuesto z´=	5,50

e	$\dfrac{A_{ST} \; f_y}{\dfrac{3e}{Ds} + 1}$	$\dfrac{A_g f´_c}{\dfrac{9.6De}{(0.8D + 0.67D_s)^2} + 1.18}$	Pn	$\dfrac{1}{\dfrac{3e}{D_s} + 1}$	$\dfrac{1}{\dfrac{9.6De}{(0.8D + 0.67D_s)^2} + 1.18}$	PERDIDA CAP SEC HUECA $\left(\left(0.15 + \dfrac{1}{\dfrac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2} + 1.18}\right) * \dfrac{\Pi(D-Z)^2 * 0.85 * f´c)}{4}\right)$	CAP. SECC HUECA FIN $(Puhueca = Pn - \sec chueca)$
0	158340,000	503188,475	661528,47	1,00	0,85	335749,7771	325778,6975
1	148839,600	467103,330	615942,93	0,94	0,79	315293,0086	300649,9218
2	140414,717	435847,414	576262,13	0,89	0,73	297573,9428	278688,1882
3	132892,500	408512,093	541404,59	0,84	0,69	282077,4731	259327,1194
4	126135,254	384403,229	510538,48	0,80	0,65	268410,0913	242128,3918
5	120031,935	362981,416	483013,35	0,76	0,61	256266,0063	226747,3455
6	114492,000	343821,140	458313,14	0,72	0,58	245403,9925	212909,1477
7	109440,882	326582,226	436023,11	0,69	0,55	235631,2039	200391,9040
8	104816,620	310989,465	415806,08	0,66	0,52	226791,6245	189014,4599
9	100567,297	296817,814	397385,11	0,64	0,50	218757,6764	178627,4350
10	96649,091	283881,463	380530,55	0,61	0,48	211424,0230	169106,5309
11	93024,750	272025,641	365050,39	0,59	0,46	204702,9245	160347,4664
12	89662,410	261120,396	350782,81	0,57	0,44	198520,7108	152262,0946
13	86534,651	251055,811	337590,46	0,55	0,42	192815,0696	144775,3923
14	83617,753	241738,287	325356,04	0,53	0,41	187532,9394	137823,1003
15	80891,087	233087,623	313978,71	0,51	0,39	182628,8539	131349,8558
16	78336,632	225034,701	303371,33	0,49	0,38	178063,6300	125307,7022
17	75938,571	217519,635	293458,21	0,48	0,37	173803,3186	119654,8882
18	73682,970	210490,283	284173,25	0,47	0,35	169818,3592	114354,8941
19	71557,500	203901,029	275458,53	0,45	0,34	166082,8927	109375,6361
20	69551,215	197711,796	267263,01	0,44	0,33	162574,1996	104688,8116
21	67654,364	191887,232	259541,60	0,43	0,32	159272,2378	100269,3576
21,741	66313,625	187786,068	254099,69	0,42	0,32	156947,2765	97152,4159

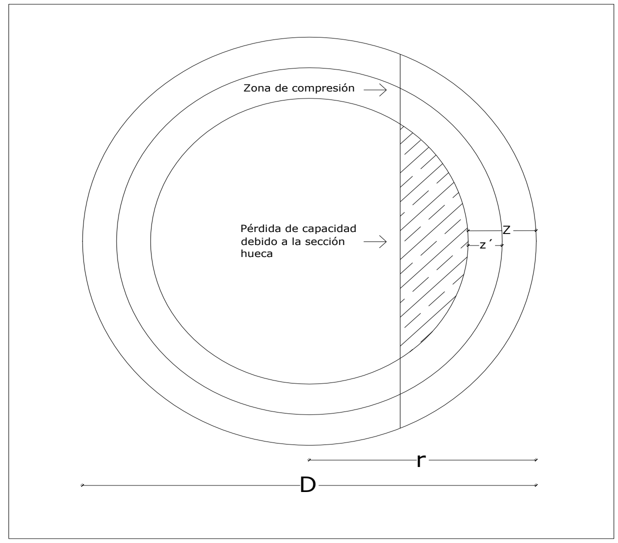
5.2.2.2.-Determinar la carga excéntrica máxima en una columna circular hueca con zunchos.

Datos			
D=	80	cm.	
Ds=	63	cm.	
dc=	65	cm.	
Asto=	68,6	cm2	14 varillas de 25mm
Ag=	5026,56	cm.	
Ac=	3318,32		
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
emin=	15	cm.	
recub=	7,5	cm.	

$pt = \frac{Ast}{b.t}$	0,0136
$m = \frac{fy}{0.85\ f'c}$	23,5294

$$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$$

eb=	29,219	cm.	> 5 cm



Z =	15,00
Recub interior impuesto z´=	**7,50**

FORMULA DEL ACI			
Acero	Hormigón		
$\frac{A_{ST}\ f_y}{\frac{3e}{Ds}+1}$	$\frac{A_g f'_c}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$		
168070,000	479540,868	**647610,868**	kg
		485708,151	kg

e	$\frac{A_{ST}\ f_y}{\frac{3e}{Ds}+1}$	$\frac{A_g f'_c}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$	Pn	$\frac{1}{\frac{3e}{D_s}+1}$	$\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$	PERDIDA CAP SEC HUECA $\left(\left(0.15+\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right)*\frac{\Pi(D-Z)^2*0.85*f'c}{4}\right)$	CAP. SECC HUECA FIN $Puhueca = Pn - \sec chueca$
0	288120,000	894557,288	1182677,29	1,00	0,85	590813,3312	591863,9570
1	275023,636	845760,016	1120783,65	0,95	0,80	563431,5806	557352,0718
2	263066,087	802011,055	1065077,14	0,91	0,76	538882,6032	526194,5390
3	252105,000	762565,528	1014670,53	0,88	0,72	516748,4238	497922,1046
4	242020,800	726818,231	968839,03	0,84	0,69	496689,4421	472149,5886
5	232712,308	694272,358	926984,67	0,81	0,66	478426,8849	448557,7806
6	224093,333	664516,277	888609,61	0,78	0,63	461729,7714	426879,8386
7	216090,000	637206,023	853296,02	0,75	0,60	446405,0920	406890,9311
8	208638,621	612051,946	820690,57	0,72	0,58	432290,3139	388400,2526
9	201684,000	588808,393	790492,39	0,70	0,56	419247,5937	371244,7993
10	195178,065	567265,664	762443,73	0,68	0,54	407159,2614	355284,4668
11	189078,750	547243,663	736322,41	0,66	0,52	395924,2598	340398,1531
12	183349,091	528586,855	711935,95	0,64	0,50	385455,3128	326480,6332
13	177956,471	511160,216	689116,69	0,62	0,48	375676,6537	313440,0327
14	172872,000	494845,958	667717,96	0,60	0,47	366522,1886	301195,7699
15	168070,000	479540,868	647610,87	0,58	0,45	357934,0003	289676,8681
16	163527,568	465154,117	628681,68	0,57	0,44	349861,1222	278820,5626
17	159224,211	451605,459	610829,67	0,55	0,43	342258,5255	268571,1440
18	155141,538	438823,732	593965,27	0,54	0,42	335086,2792	258878,9915
19	151263,000	426745,610	578008,61	0,53	0,40	328308,8487	249699,7617
20	147573,659	415314,552	562888,21	0,51	0,39	321894,5067	240993,7038
21	144060,000	404479,915	548539,92	0,50	0,38	315814,8367	232725,0788
22	140709,767	394196,210	534905,98	0,49	0,37	310044,3119	224861,6652
23	137511,818	384422,455	521934,27	0,48	0,36	304559,9375	217374,3357
24	134456,000	375121,638	509577,64	0,47	0,36	299340,9439	210236,6941
25	131533,043	366260,242	497793,29	0,46	0,35	294368,5240	203424,7618
26	128734,468	357807,846	486542,31	0,45	0,34	289625,6069	196916,7068
27	126052,500	349736,770	475789,27	0,44	0,33	285096,6618	190692,6087
28	123480,000	342021,782	465501,78	0,43	0,32	280767,5284	184734,2533
29	121010,400	334639,823	455650,22	0,42	0,32	276625,2691	179024,9537
29,219	120482,988	333066,410	453549,40	0,42	0,32	275742,3757	177807,0231

5.2.2.3.-Determinar la carga excéntrica máxima en una columna circular hueca con zunchos.

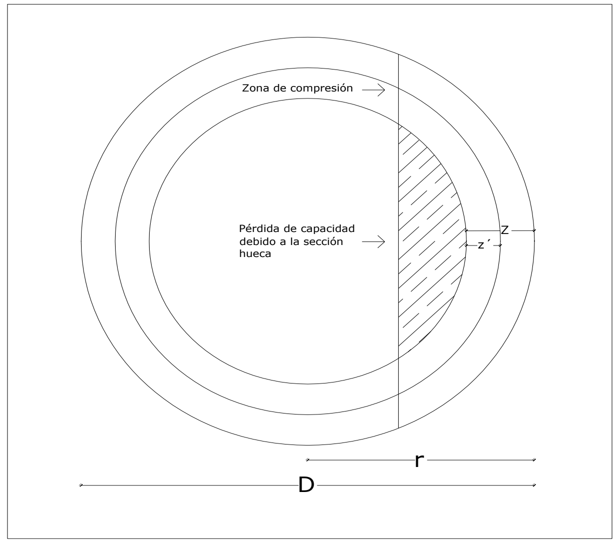
Datos		
D=	65	cm.
Ds=	51	cm.
dc=	53	cm.
Asto=	45,6	cm2
Ag=	3318,32	cm.
Ac=	2206,19	
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
emin=	12	cm.
recub=	6,0	cm.

12 varillas de 22mm

$pt = \frac{Ast}{b.t}$	0,0137
$m = \frac{fy}{0.85\, f´c}$	23,5294

$$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$$

eb=	23,797	cm.	> 12 cm



Z =	12,00
Recub interior impuesto z´=	**6,00**

FORMULA DEL ACI			
Acero	Hormigón		
$\frac{A_{ST}\, f_y}{\frac{3e}{Ds} + 1}$	$\frac{A_g f´_c}{\frac{9.6De}{(0.8D + 0.67D_s)^2} + 1.18}$		
112270,345	318420,198	**430690,543**	kg
		323017,907	kg

e	$\frac{A_{ST}\, f_y}{\frac{3e}{Ds} + 1}$	$\frac{A_g f´_c}{\frac{9.6De}{(0.8D + 0.67D_s)^2} + 1.18}$	Pn	$\frac{1}{\frac{3e}{D_s} + 1}$	$\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D + 0.67D_s)^2} + 1.18}$	PERDIDA CAP SEC HUECA $\left(\left(0.15 + \frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D + 0.67D_s)^2} + 1.18}\right) * \frac{\Pi(D-Z)^2 * 0.85 * f´c}{4}\right)$	CAP. SECC HUECA FIN $Puhueca = Pn - \sec chueca$
0	191520,000	590547,585	782067,58	1,00	0,85	392803,4668	389264,1179
1	180880,000	551286,039	732166,04	0,94	0,79	370615,8149	361550,2243
2	171360,000	516919,529	688279,53	0,89	0,74	351194,4663	337085,0628
3	162792,000	486586,322	649378,32	0,85	0,70	334052,4349	315325,8867
4	155040,000	459615,741	614655,74	0,81	0,66	318810,7057	295845,0357
5	147992,727	435478,001	583470,73	0,77	0,62	305169,8829	278300,8452
6	141558,261	413749,051	555307,31	0,74	0,59	292890,3264	262416,9859
7	135660,000	394085,457	529745,46	0,71	0,57	281777,9519	247967,5046
8	130233,600	376206,106	506439,71	0,68	0,54	271673,8970	234765,8087
9	125224,615	359878,689	485103,30	0,65	0,52	262446,8779	222656,4268
10	120586,667	344909,549	465496,22	0,63	0,49	253987,4538	211508,7623
11	116280,000	331135,962	447415,96	0,61	0,48	246203,6654	201212,2967
12	112270,345	318420,198	430690,54	0,59	0,46	239017,6787	191672,8643
13	108528,000	306644,902	415172,90	0,57	0,44	232363,1730	182809,7286
14	105027,097	295709,457	400736,55	0,55	0,42	226183,2877	174553,2657
15	101745,000	285527,106	387272,11	0,53	0,41	220428,9942	166843,1115
16	98661,818	276022,643	374684,46	0,52	0,40	215057,7920	159626,6697
17	95760,000	267130,555	362890,55	0,50	0,38	210032,6571	152857,8979
18	93024,000	258793,504	351817,50	0,49	0,37	205321,1875	146496,3169
19	90440,000	250961,097	341401,10	0,47	0,36	200894,9040	140506,1929
20	87995,676	243588,859	331584,53	0,46	0,35	196728,6737	134855,8613
21	85680,000	236637,395	322317,39	0,45	0,34	192800,2326	129517,1624
22	83483,077	230071,680	313554,76	0,44	0,33	189089,7877	124464,9691
23	81396,000	223860,472	305256,47	0,43	0,32	185579,6833	119676,7885
23,797	79806,557	219147,278	298953,84	0,42	0,31	182916,1433	116037,6923

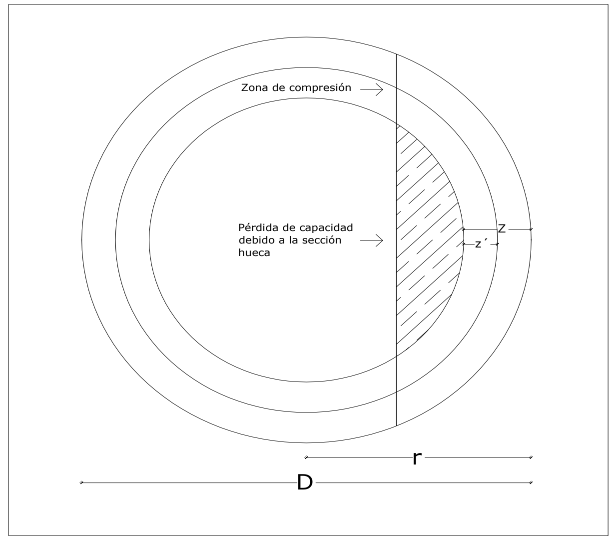
5.2.2.4.-Determinar la carga excéntrica máxima en una columna circular hueca con zunchos.

Datos			
D=	75	cm.	
Ds=	59	cm.	
dc=	61	cm.	
Asto=	58,8	cm2	12 varillas de 25mm
Ag=	4417,88	cm.	
Ac=	2922,47		
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
emin=	18	cm.	
recub=	7,0	cm.	

$pt = \dfrac{Ast}{b.t}$	0,0133
$m = \dfrac{fy}{0.85\ f´c}$	23,5294

$$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$$

eb=	27,160	cm.	> 18 cm



FORMULA DEL ACI			
Acero	Hormigón		
$\dfrac{A_{ST}\ f_y}{\dfrac{3e}{Ds}+1}$	$\dfrac{A_g f´_c}{\dfrac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$		
128943,717	372851,092	**501794,809**	kg
		376346,107	kg

Z =	14,00
Recub interior impuesto z´=	**7,00**

e	$\dfrac{A_{ST}\ f_y}{\dfrac{3e}{Ds}+1}$	$\dfrac{A_g f´_c}{\dfrac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$	Pn	$\dfrac{1}{\dfrac{3e}{D_s}+1}$	$\dfrac{1}{\dfrac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$	PERDIDA CAP SEC HUECA $\left(\left(0.15+\dfrac{1}{\dfrac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right)*\dfrac{\Pi(D-Z)^2*0.85*f´c)}{4}\right)$	CAP. SECC HUECA FIN $Puhueca = Pn - \sec chueca$
0	246960,000	786231,992	1033191,99	1,00	0,85	520335,2438	512856,7477
1	235010,323	740614,174	975624,50	0,95	0,80	494685,0548	480939,4421
2	224163,692	699999,629	924163,32	0,91	0,75	471848,1276	452315,1934
3	214274,118	663608,024	877882,14	0,87	0,72	451385,6943	426496,4472
4	205220,282	630813,281	836033,56	0,83	0,68	432945,7207	403087,8422
5	196900,541	601107,254	798007,80	0,80	0,65	416242,4839	381765,3111
6	189229,091	574073,210	763302,30	0,77	0,62	401041,6614	362260,6398
7	182133,000	549366,157	731499,16	0,74	0,59	387149,2697	344349,8873
8	175549,880	526698,044	702247,92	0,71	0,57	374403,3421	327844,5810
9	169426,047	505826,478	675252,52	0,69	0,55	362667,5853	312584,9389
10	163715,056	486546,024	650261,08	0,66	0,52	351826,4859	298434,5939
11	158376,522	468681,418	627057,94	0,64	0,51	341781,4960	285276,4437
12	153375,158	452082,226	605457,38	0,62	0,49	332448,0288	273009,3555
13	148680,000	436618,597	585298,60	0,60	0,47	323753,0706	261545,5265
14	144263,762	422177,857	566441,62	0,58	0,46	315633,2670	250808,3523
15	140102,308	408661,762	548764,07	0,57	0,44	308033,3773	240730,6927
16	136174,206	395984,260	532158,47	0,55	0,43	300905,0150	231253,4507
17	132460,364	384069,654	516530,02	0,54	0,41	294205,6173	222324,4003
18	128943,717	372851,092	501794,81	0,52	0,40	287897,5945	213897,2145
19	125608,966	362269,312	487878,28	0,51	0,39	281947,6241	205930,6534
20	122442,353	352271,593	474713,95	0,50	0,38	276326,0621	198387,8836
21	119431,475	342810,877	462242,35	0,48	0,37	271006,4489	191235,9037
22	116565,120	333845,031	450410,15	0,47	0,36	265965,0931	184445,0580
23	113833,125	325336,216	439169,34	0,46	0,35	261180,7186	177988,6221
24	111226,260	317250,354	428476,61	0,45	0,34	256634,1645	171842,4493
25	108736,119	309556,675	418292,79	0,44	0,33	252308,1285	165984,6662
26	106355,036	302227,322	408582,36	0,43	0,33	248186,9471	160395,4113
27	104076,000	295237,014	399313,01	0,42	0,32	244256,4057	155056,6084
27,160	103720,136	294147,695	397867,83	0,42	0,32	243643,8983	154223,9327

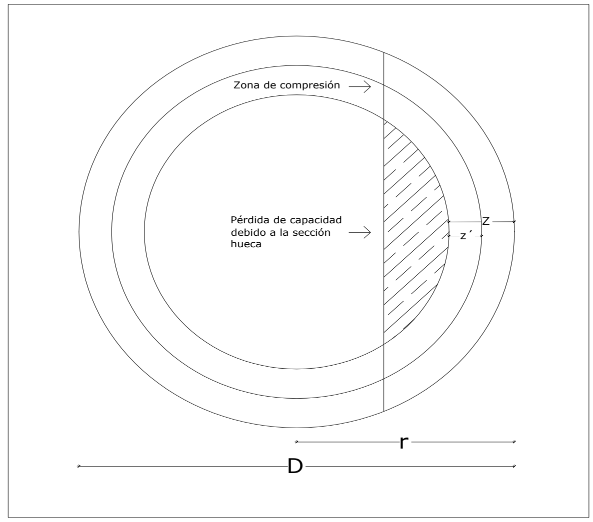
5.2.2.5.-Determinar la carga excéntrica máxima en una columna circular hueca con zunchos.

Datos			
D=	90	cm.	
Ds=	71	cm.	
dc=	73	cm.	
Asto=	78,4	cm2	16 varillas de 25mm
Ag=	6361,74	cm.	
Ac=	4185,40		
f´c=	210	kg/cm2	
fy=	4200	kg/cm2	
emin=	23	cm.	
recub=	8,5	cm.	

$pt = \frac{Ast}{b.t}$	0,0123
$m = \frac{fy}{0.85\ f´c}$	23,5294

$$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$$

eb=	31,778	cm.	> 23 cm



Z =	17,00
Recub interior impuesto z´=	**8,50**

FORMULA DEL ACI			
Acero	Hormigón		
$\frac{A_{ST}\ f_y}{\frac{3e}{Ds}+1}$	$\frac{A_g f´_c}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$		
166992,000	519842,341	**686834,341**	kg
		515125,756	kg

e	$\frac{A_{ST}\ f_y}{\frac{3e}{Ds}+1}$	$\frac{A_g f´_c}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$	Pn	$\frac{1}{\frac{3e}{D_s}+1}$	$\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$	PERDIDA CAP SEC HUECA $\left(\left(0.15+\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right)*\frac{\Pi(D-Z)^2*0.85*f´c}{4}\right)$	CAP. SECC HUECA FIN $Puhueca = Pn - \sec chueca$
0	329280,000	1132174,068	1461454,07	1,00	0,85	745193,9034	716260,1644
1	315930,811	1077015,953	1392946,76	0,96	0,81	714348,6004	678598,1636
2	303621,818	1026982,635	1330604,45	0,92	0,77	686369,1656	644235,2871
3	292236,000	981391,594	1273627,59	0,89	0,73	660873,9239	612753,6698
4	281673,253	939676,358	1221349,61	0,86	0,70	637546,0943	583803,5162
5	271847,442	901362,840	1173210,28	0,83	0,67	616120,5605	557089,7215
6	262684,045	866051,247	1128735,29	0,80	0,65	596373,7508	532361,5410
7	254118,261	833402,070	1087520,33	0,77	0,62	578115,8070	509404,5237
8	246093,474	803125,138	1049218,61	0,75	0,60	561184,4606	488034,1507
9	238560,000	774970,968	1013530,97	0,72	0,58	545440,1970	468090,7708
10	231474,059	748723,876	980197,94	0,70	0,56	530762,4020	449435,5335
11	224796,923	724196,441	948993,36	0,68	0,54	517046,2664	431947,0972
12	218494,206	701225,020	919719,23	0,66	0,52	504200,2791	415518,9460
13	212535,273	679666,095	892201,37	0,65	0,51	492144,1828	400057,1854
14	206892,743	659393,274	866286,02	0,63	0,49	480807,2957	385478,7218
15	201542,069	640294,805	841836,87	0,61	0,48	470127,1251	371709,7486
16	196461,176	622271,519	818732,70	0,60	0,47	460048,2143	358684,4809
17	191630,164	605235,108	796865,27	0,58	0,45	450521,1798	346344,0918
18	187031,040	589106,676	776137,72	0,57	0,44	441501,9021	334635,8141
19	182647,500	573815,521	756463,02	0,55	0,43	432950,8425	323512,1781
20	178464,733	559298,092	737762,82	0,54	0,42	424832,4634	312930,3614
21	174469,254	545497,114	719966,37	0,53	0,41	417114,7349	302851,6326
22	170648,759	532360,827	703009,59	0,52	0,40	409768,7125	293240,8736
23	166992,000	519842,341	686834,34	0,51	0,39	402768,1741	284066,1667
24	163488,671	507899,074	671387,75	0,50	0,38	396089,3075	275298,4376
25	160129,315	496492,270	656621,58	0,49	0,37	389710,4395	266911,1451
26	156905,235	485586,577	642491,81	0,48	0,36	383611,8014	258880,0109
27	153808,421	475149,685	628958,11	0,47	0,36	377775,3238	251182,7825
28	150831,484	465152,001	615983,48	0,46	0,35	372184,4584	243799,0266
29	147967,595	455566,372	603533,97	0,45	0,34	366824,0207	236709,9461
30	145210,435	446367,838	591578,27	0,44	0,33	361680,0527	229898,2197
31	142554,146	437533,415	580087,56	0,43	0,33	356739,7016	223347,8594
31,778	140554,070	430899,241	571453,31	0,43	0,32	353029,7654	218423,5457

5.1.3. Excentricidad balanceada (eb) en sección hueca

5.1.3.1. Análisis de la fórmula basados en la (eb)

Al perder sección por efecto del hueco, la excentricidad balanceada de la nueva columna cambiará, es así que se hace imprescindible realizar un análisis basados en dicho cambio, que ayudará a determinar la forma en que está trabajando la sección.

Con el fin de hacer dicho análisis más práctico, nos ayudaremos en el ejercicio 5.1.2.1, el cual servirá como referencia para el presente.

5.1.3.2. Ejercicios

5.1.3.2.1. Variación de la excentricidad balanceada en columna hueca

Tabla 5.9 Datos de la sección circular

Datos					
D=	60	cm.		$p_t = \frac{Ast}{b \times d}$	0,0133
Ds=	47	cm.			
dc=	49	cm2			
Astot=	37,7	cm2		$m = \frac{f_y}{0.85 \times f´c}$	23,5294
Ag=	2827,44	cm2			
Ac=	1885,75	cm2			
f´c=	210	kg/cm2			
fy=	4200	kg/cm2			
emin=	5	cm.	z´=	5,50	cm.
recub=	5,5	cm.	Z =	11,00	cm.

Posteriormente se calcula la excentricidad balanceada que será el eje central del estudio presente.

Tabla 5.10 Excentricidad balanceada

Excentricidad balanceada		
$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$		
eb=	21,7413	cm.

En la tabla 5.9 se tienen ya las áreas de las secciones sólida y hueca, sin embargo en la siguiente tabla se hace referencia a dichas áreas, siendo la sección hueca igual a la sólida menos los recubrimientos exterior e interior.

Tabla 5.11 Áreas de las secciones de estudio

Areas de sección		
Atotal =	2827,44	cm2
Ahueca =	1885,75	cm2

Una vez determinadas las áreas, se calcula el porcentaje de pérdida de acuerdo a las secciones, el cual se multiplica por la excentricidad balanceada para obtener el porcentaje perdido de la e_b.

Tabla 5.12 Porcentaje de pérdida de la excentricidad balanceada

Pérdida de excentricidad balanceada		
% Pérdida	0,67	66,69
Pérdida eb	14,50	cm.

Finalmente se tiene ya, la excentricidad final de la nueva sección

Tabla 5.13 Excentricidad final calculada

Excentricidad final		
eb final =	7,2411	cm.

Citamos el ejercicio completo, a continuación

5.1.3.2.1 Variación de la excentricidad balanceada en columna de sección hueca					
Datos					
D=	60	cm.		$p_t = \dfrac{Ast}{b \times d}$	0,0133
Ds=	47	cm.			
dc=	49	cm2			
Astot=	37,7	cm2		$m = \dfrac{f_y}{0.85 \times f'c}$	23,5294
Ag=	2827,44	cm2			
Ac=	1885,75	cm2			
f´c=	210	kg/cm2			
fy=	4200	kg/cm2			
emin=	6	cm.	**z´=**	5,50	cm.
recub=	5,5	cm.	**Z =**	11,00	cm.
Areas de sección			**Excentricidad balanceada**		
Atotal =	2827,44	cm2	$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$		
Ahueca =	1885,75	cm2			
			eb=	21,7413	cm.
Pérdida de excentricidad balanceada			**Excentricidad final**		
% Pérdida	0,67	66,69	**eb final =**	7,2411	cm.
Pérdida eb	14,50	cm.			

5.1.4. Área perdida por sección hueca

5.1.4.1. Análisis de acuerdo al porcentaje de área perdida.

Se realiza un análisis, basado en el porcentaje que se pierde de área por la sección hueca, y en este caso, se tomará en cuenta la variación de excentricidad.

Se tomará como referencia el ejemplo 5.1.2.1, con el fin de hacer las comparaciones pertinentes y mostrar la validez de este método.

5.1.4.2. Ejercicio

5.1.4.2.1. Determinar la carga excéntrica máxima en una columna circular hueca con zunchos.

Se tienen los datos del ejemplo 5.1.2.1, haciendo una notación importante sobre el recubrimiento interior y exterior los cuales resultarán de multiplicar el diámetro de la columna por un factor $\delta = 0.094$, tomando un valor real, como se indicó en las columnas rectangulares.

Tabla 5.14 Datos de la columna de sección circular hueca ejercicio 5.1.4.2.1

Datos		
D=	60	cm.
Ds=	47	cm.
dc=	49	cm.
Asto=	37,7	cm2
Ag=	2827,44	cm2
Ac=	1885,75	cm2
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
emin=	6	cm.
recub=	5,5	cm.

Como se indicó el recubrimiento interior será igual al exterior basado en la explicación dada en el capítulo anterior, en la tabla 5.10, se calculan dichos recubrimientos.

Tabla 5.15 Cálculo de recubrimientos con el factor δ

SECCION (cm)		FACTOR δ	RECUBRIMIENTO	RECUB ADOPTADO		
D=	60	0,094	5,64	5,50	cm.	interior
						exterior

Al obtener los recubrimientos, se tendrá el final con el cual se obtendrá el área final hueca.

Tabla 5.16 Recubrimiento final

Recub interior imp z´=	**5,50**
Z final=	**11,00**

Luego se obtendrá la excentricidad balanceada, con el fin de conocer el límite del presente análisis, y notando que es mayor a la solicitada por ende el estudio continúa.

Tabla 5.17 Excentricidad balanceada mediante Whitney.

$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$			
eb=	21,741	cm.	> 6 cm

Al tener las áreas, tanto de sección sólida como la de sección hueca, podemos calcular el porcentaje de área perdida, y por ende iniciar el análisis de acuerdo a esta.

Tabla 5.18 Porcentaje de área perdida

% Area perdida =	**66,69**

Se continúa con el análisis, y se muestra la tabla con la capacidad de carga nominal final, que resulta de restar la capacidad de sección hueca de la sólida.

Tabla 5.19 Capacidad final de la columna circular hueca

e	$\frac{A_{ST}\ f_y}{\frac{3\ e}{Ds}+1}$	$\frac{A_g f'_c}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$	Pn	PERDIDA CAP SEC HUECA $\left(\left(0.15+\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right)*\frac{\Pi(D-Z)^2*0.85*f'c)}{4}\right)$	CAP. SECC HUECA FINAL $Puhueca = Pn - sec\,chueca)$
0	158340,000	503188,475	661528,47	335749,7771	**325778,6975**
1	148839,600	467103,330	615942,93	315293,0086	**300649,9218**
2	140414,717	435847,414	576262,13	297573,9428	**278688,1882**
3	132892,500	408512,093	541404,59	282077,4731	**259327,1194**
4	126135,254	384403,229	510538,48	268410,0913	**242128,3918**
5	120031,935	362981,416	483013,35	256266,0063	**226747,3455**
6	114492,000	343821,140	458313,14	245403,9925	**212909,1477**
7	109440,882	326582,226	436023,11	235631,2039	**200391,9040**
8	104816,620	310989,465	415806,08	226791,6245	**189014,4599**
9	100567,297	296817,814	397385,11	218757,6764	**178627,4350**
10	96649,091	283881,463	380530,55	211424,0230	**169106,5309**
11	93024,750	272025,641	365050,39	204702,9245	**160347,4664**
12	89662,410	261120,396	350782,81	198520,7108	**152262,0946**
13	86534,651	251055,811	337590,46	192815,0696	**144775,3923**
14	83617,753	241738,287	325356,04	187532,9394	**137823,1003**
15	80891,087	233087,623	313978,71	182628,8539	**131349,8558**
16	78336,632	225034,701	303371,33	178063,6300	**125307,7022**
17	75938,571	217519,635	293458,21	173803,3186	**119654,8882**
18	73682,970	210490,283	284173,25	169818,3592	**114354,8941**
19	71557,500	203901,029	275458,53	166082,8927	**109375,6361**
20	69551,215	197711,796	267263,01	162574,1996	**104688,8116**
21	67654,364	191887,232	259541,60	159272,2378	**100269,3576**
21,741	66313,625	187786,068	254099,69	156947,2765	**97152,4159**

Posteriormente se calcula el porcentaje de pérdida de capacidad real, el cual resulta de dividir la pérdida de capacidad por efecto de la sección hueca para la acción del hormigón en una sección sólida.

Tabla 5.20 Porcentaje de pérdida real

e	**Pn**	**% PERD REAL**
0	661528,47	66,72
1	615942,93	67,50
2	576262,13	68,27
3	541404,59	69,05
4	510538,48	69,83
5	483013,35	70,60
6	458313,14	71,38
7	436023,11	72,15
8	415806,08	72,93
9	397385,11	73,70
10	380530,55	74,48
11	365050,39	75,25
12	350782,81	76,03
13	337590,46	76,80
14	325356,04	77,58
15	313978,71	78,35
16	303371,33	79,13
17	293458,21	79,90
18	284173,25	80,68
19	275458,53	81,45
20	267263,01	82,23
21	259541,60	83,00
21,741	254099,69	83,58

Luego se calcula la ecuación, que permita determinar el porcentaje de pérdida, de acuerdo a la variación de excentricidad y con la ayuda de un factor μ = 0,46, se llegará a un valor aproximado de la capacidad final de carga de la sección hueca.

$$\%\, Calculado = \left(\% \frac{Aper}{100}\right) + \mu * \frac{e}{D} \qquad \text{ec 5.11}$$

Donde,

% A per = Porcentaje de Área perdida debido al hueco

μ = 0,46 factor de corrección

e = excentricidad

D = diámetro de la sección

Tabla 5.21 Porcentaje calculado de acuerdo a la variación de excentricidad

e	% CALCULADO
0	0,6669
1	0,6746
2	0,6823
3	0,6899
4	0,6976
5	0,7053
6	0,7129
7	0,7206
8	0,7283
9	0,7359
10	0,7436
11	0,7513
12	0,7589
13	0,7666
14	0,7743
15	0,7819
16	0,7896
17	0,7973
18	0,8049
19	0,8126
20	0,8203
21	0,8279
21,741	0,8336

Finalmente, se calcula capacidad final de la sección hueca con el porcentaje calculado, y se compara con la capacidad final inicial de la sección de acuerdo a la variación de la excentricidad.

Tabla 5.22 Capacidad final de la sección hueca

e	CAP. SECC HUECA FINAL $\boxed{Puhueca = Pn - \sec chueca)}$	% CALCULADO	CAP. FINAL CALCULADA
0	**325778,6975**	0,6669	325929,7169
1	**300649,9218**	0,6746	300829,8336
2	**278688,1882**	0,6823	278893,1259
3	**259327,1194**	0,6899	259553,9438
4	**242128,3918**	0,6976	242374,5195
5	**226747,3455**	0,7053	227010,6251
6	**212909,1477**	0,7129	213187,7684
7	**200391,9040**	0,7206	200684,3275
8	**189014,4599**	0,7283	189319,3682
9	**178627,4350**	0,7359	178943,6901
10	**169106,5309**	0,7436	169433,1438
11	**160347,4664**	0,7513	160683,5719
12	**152262,0946**	0,7589	152606,9317
13	**144775,3923**	0,7666	145128,2879
14	**137823,1003**	0,7743	138183,4561
15	**131349,8558**	0,7819	131717,1380
16	**125307,7022**	0,7896	125681,4322
17	**119654,8882**	0,7973	120034,6353
18	**114354,8941**	0,8049	114740,2694
19	**109375,6361**	0,8126	109766,2872
20	**104688,8116**	0,8203	105084,4183
21	**100269,3576**	0,8279	100669,6279
21,741	**97152,4159**	0,8336	97555,9699

A continuación se cita el ejercicio completo, con el fin de apreciar los calculados realizados y los resultados obtenidos

5.1.4.2.1 Determinar la carga excéntrica máxima en una columna circular hueca con zunchos.

Datos		
D=	60	cm.
Ds=	47	cm.
dc=	49	cm.
Asto=	37,7	cm2
Ag=	2827,44	cm2
Ac=	1885,75	cm2
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
emin=	6	cm.
recub=	5,5	cm.

12 varillas de 20mm

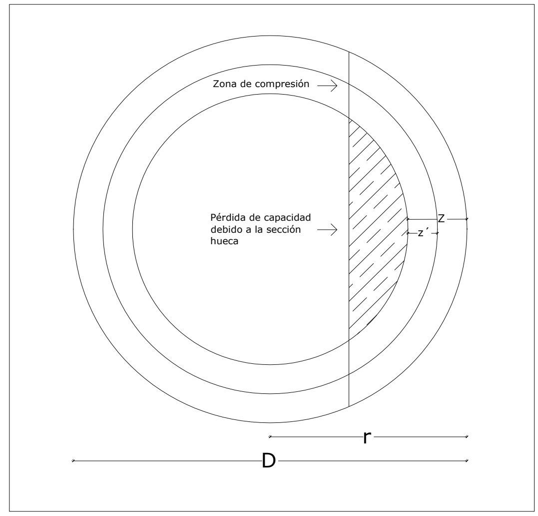
$$pt = \frac{Ast}{b.t} \quad 0{,}0133$$

$$m = \frac{fy}{0.85\ f´c} \quad 23{,}5294$$

$$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$$

eb=	21,741	cm.	> 6 cm

Recub interior imp z´=	**5,50**
Z final=	**11,00**
% Area perdida =	**66,69**



e	$\frac{A_{ST}\ f_y}{\frac{3e}{Ds}+1}$	$\frac{A_g f´_c}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$	Pn	PERDIDA CAP SEC HUECA $\left(\left(0.15+\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right)*\frac{\Pi(D-Z)^2*0.85*f´c)}{4}\right)$	% PERD REAL	CAP. SECC HUECA FINAL $Puhueca = Pn - \sec chueca)$	% CALCULADO	CAP. FINAL CALCULADA
0	158340,000	503188,475	661528,47	335749,7771	66,72	**325778,6975**	0,6669	325929,7169
1	148839,600	467103,330	615942,93	315293,0086	67,50	**300649,9218**	0,6746	300829,8336
2	140414,717	435847,414	576262,13	297573,9428	68,27	**278688,1882**	0,6823	278893,1259
3	132892,500	408512,093	541404,59	282077,4731	69,05	**259327,1194**	0,6899	259553,9438
4	126135,254	384403,229	510538,48	268410,0913	69,83	**242128,3918**	0,6976	242374,5195
5	120031,935	362981,416	483013,35	256266,0063	70,60	**226747,3455**	0,7053	227010,6251
6	114492,000	343821,140	458313,14	245403,9925	71,38	**212909,1477**	0,7129	213187,7684
7	109440,882	326582,226	436023,11	235631,2039	72,15	**200391,9040**	0,7206	200684,3275
8	104816,620	310989,465	415806,08	226791,6245	72,93	**189014,4599**	0,7283	189319,3682
9	100567,297	296817,814	397385,11	218757,6764	73,70	**178627,4350**	0,7359	178943,6901
10	96649,091	283881,463	380530,55	211424,0230	74,48	**169106,5309**	0,7436	169433,1438
11	93024,750	272025,641	365050,39	204702,9245	75,25	**160347,4664**	0,7513	160683,5719
12	89662,410	261120,396	350782,81	198520,7108	76,03	**152262,0946**	0,7589	152606,9317
13	86534,651	251055,811	337590,46	192815,0696	76,80	**144775,3923**	0,7666	145128,2879
14	83617,753	241738,287	325356,04	187532,9394	77,58	**137823,1003**	0,7743	138183,4561
15	80891,087	233087,623	313978,71	182628,8539	78,35	**131349,8558**	0,7819	131717,1380
16	78336,632	225034,701	303371,33	178063,6300	79,13	**125307,7022**	0,7896	125681,4322
17	75938,571	217519,635	293458,21	173803,3186	79,90	**119654,8882**	0,7973	120034,6353
18	73682,970	210490,283	284173,25	169818,3592	80,68	**114354,8941**	0,8049	114740,2694
19	71557,500	203901,029	275458,53	166082,8927	81,45	**109375,6361**	0,8126	109766,2872
20	69551,215	197711,796	267263,01	162574,1996	82,23	**104688,8116**	0,8203	105084,4183
21	67654,364	191887,232	259541,60	159272,2378	83,00	**100269,3576**	0,8279	100669,6279
21,741	66313,625	187786,068	254099,69	156947,2765	83,58	**97152,4159**	0,8336	97555,9699

5.1.4.2.2 Determinar la carga excéntrica máxima en una columna circular hueca con zunchos.

Datos		
D=	80	cm.
Ds=	63	cm.
dc=	65	cm.
Asto=	68,71	cm2
Ag=	5026,56	cm.
Ac=	3318,32	
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
emin=	15	cm.
recub=	7,5	cm.

14 varillas de 25mm

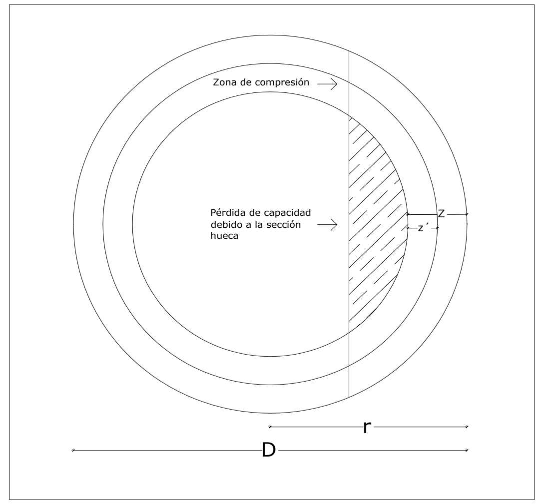
$$pt = \frac{Ast}{b.t}$$ 0,0137

$$m = \frac{fy}{0.85\ f´c}$$ 23,5294

$$e_b = \left(0.24 + 0.39 \times p_t \times m\right)D$$

eb=	29,235	cm.	> 15 cm

Recub interior imp z´=	7,50
Z final=	15,00
% Area perdida =	66,02



e	$\frac{A_{ST}\ f_y}{\frac{3e}{Ds}+1}$	$\frac{A_g f´_c}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$	Pn	PERDIDA CAP SEC HUECA $\left(\left(0.15+\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right)*\frac{\Pi(D-Z)^2*0.85*f´c}{4}\right)$	% PERD REAL	CAP. SECC HUECA FIN $Puhueca = Pn - \sec chueca)$	% CALCULADO	CAP. FINAL % CALCULADO
0	288582,000	894557,288	1183139,29	590813,3312	66,05	**592325,9570**	0,6602	592591,7034
1	275464,636	845760,016	1121224,65	563431,5806	66,62	**557793,0718**	0,6659	558027,7717
2	263487,913	802011,055	1065498,97	538882,6032	67,19	**526616,3651**	0,6717	526823,2305
3	252509,250	762565,528	1015074,78	516748,4238	67,76	**498326,3546**	0,6774	498508,1234
4	242408,880	726818,231	969227,11	496689,4421	68,34	**472537,6686**	0,6832	472696,6938
5	233085,462	694272,358	927357,82	478426,8849	68,91	**448930,9344**	0,6889	449069,2528
6	224452,667	664516,277	888968,94	461729,7714	69,48	**427239,1719**	0,6947	427358,5585
7	216436,500	637206,023	853642,52	446405,0920	70,06	**407237,4311**	0,7004	407339,4420
8	208973,172	612051,946	821025,12	432290,3139	70,63	**388734,8043**	0,7062	388820,8114
9	202007,400	588808,393	790815,79	419247,5937	71,20	**371568,1993**	0,7119	371639,4180
10	195491,032	567265,664	762756,70	407159,2614	71,78	**355597,4345**	0,7177	355654,9470
11	189381,938	547243,663	736625,60	395924,2598	72,35	**340701,3406**	0,7234	340746,1144
12	183643,091	528586,855	712229,95	385455,3128	72,92	**326774,6332**	0,7292	326807,5369
13	178241,824	511160,216	689402,04	375676,6537	73,49	**313725,3857**	0,7349	313747,2020
14	173149,200	494845,958	667995,16	366522,1886	74,07	**301472,9699**	0,7407	301484,4065
15	168339,500	479540,868	647880,37	357934,0003	74,64	**289946,3681**	0,7464	289948,0671
16	163789,784	465154,117	628943,90	349861,1222	75,21	**279082,7789**	0,7522	279075,3245
17	159479,526	451605,459	611084,99	342258,5255	75,79	**268826,4598**	0,7579	268810,3854
18	155390,308	438823,732	594214,04	335086,2792	76,36	**259127,7608**	0,7637	259103,5542
19	151505,550	426745,610	578251,16	328308,8487	76,93	**249942,3117**	0,7694	249910,4206
20	147810,293	415314,552	563124,84	321894,5067	77,51	**241230,3379**	0,7752	241191,1740
21	144291,000	404479,915	548770,92	315814,8367	78,08	**232956,0788**	0,7809	232910,0215
22	140935,395	394196,210	535131,61	310044,3119	78,65	**225087,2931**	0,7867	225034,6930
23	137732,318	384422,455	522154,77	304559,9375	79,23	**217594,8357**	0,7924	217536,0172
24	134671,600	375121,638	509793,24	299340,9439	79,80	**210452,2941**	0,7982	210387,5581
25	131743,957	366260,242	498004,20	294368,5240	80,37	**203635,6748**	0,8039	203565,3009
26	128940,894	357807,846	486748,74	289625,6069	80,94	**197123,1324**	0,8097	197047,3807
27	126254,625	349736,770	475991,40	285096,6618	81,52	**190894,7337**	0,8154	190813,8470
28	123678,000	342021,782	465699,78	280767,5284	82,09	**184932,2533**	0,8212	184846,4580
29	121204,440	334639,823	455844,26	276625,2691	82,66	**179218,9937**	0,8269	179128,5018
29,235	120637,590	332951,505	453589,10	275677,8986	82,80	**177911,1968**	0,8283	177819,6307

5.1.4.2.3 Determinar la carga excéntrica máxima en una columna circular hueca con zunchos.

Datos		
D=	75	cm.
Ds=	59	cm.
dc=	61	cm.
Asto=	58,8	cm2
Ag=	4417,88	cm.
Ac=	2922,47	
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
emin=	12	cm.
recub=	7,0	cm.

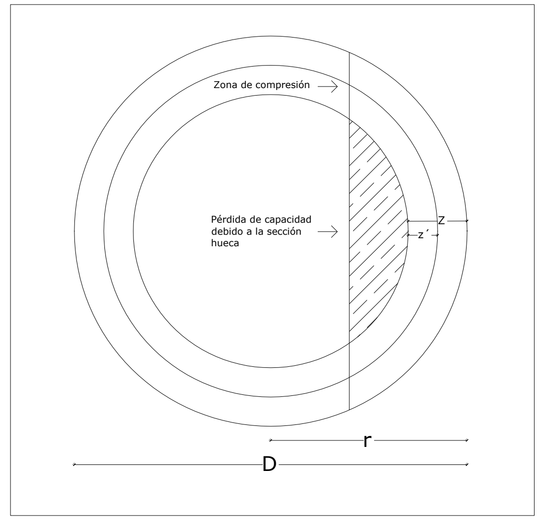
12 varillas de 25mm

$pt = \frac{Ast}{b.t}$	0,0133
$m = \frac{fy}{0.85\ f'c}$	23,5294

$$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$$

eb=	27,160	cm.	> 12 cm

Recub interior imp z´=	**7,00**
Z final=	**14,00**
% Area perdida =	**66,15**



e	$\frac{A_{ST}\ f_y}{\frac{3e}{Ds}+1}$	$\frac{A_g f'_c}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$	Pn	PERDIDA CAP SEC HUECA $\left(\left(0.15+\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right)*\frac{\Pi(D-Z)^2*0.85*f'c)}{4}\right)$	% PERD REAL	CAP. SECC HUECA FIN $Puhueca = Pn - sec\ chueca)$	% CALCULADO	CAP. FINAL % CALCULADO
0	246960,000	786231,992	1033191,99	520335,2438	66,18	**512856,7477**	0,6615	513090,7932
1	235010,323	740614,174	975624,50	494685,0548	66,79	**480939,4421**	0,6676	481157,5579
2	224163,692	699999,629	924163,32	471848,1276	67,41	**452315,1934**	0,6738	452519,1267
3	214274,118	663608,024	877882,14	451385,6943	68,02	**426496,4472**	0,6799	426687,6727
4	205220,282	630813,281	836033,56	432945,7207	68,63	**403087,8422**	0,6860	403267,6158
5	196900,541	601107,254	798007,80	416242,4839	69,25	**381765,3111**	0,6922	381934,7114
6	189229,091	574073,210	763302,30	401041,6614	69,86	**362260,6398**	0,6983	362420,5999
7	182133,000	549366,157	731499,16	387149,2697	70,47	**344349,8873**	0,7044	344501,2197
8	175549,880	526698,044	702247,92	374403,3421	71,09	**327844,5810**	0,7106	327987,9977
9	169426,047	505826,478	675252,52	362667,5853	71,70	**312584,9389**	0,7167	312721,0673
10	163715,056	486546,024	650261,08	351826,4859	72,31	**298434,5939**	0,7228	298563,9897
11	158376,522	468681,418	627057,94	341781,4960	72,92	**285276,4437**	0,7290	285399,6012
12	153375,158	452082,226	605457,38	332448,0288	73,54	**273009,3555**	0,7351	273126,7165
13	148680,000	436618,597	585298,60	323753,0706	74,15	**261545,5265**	0,7412	261657,4876
14	144263,762	422177,857	566441,62	315633,2670	74,76	**250808,3523**	0,7474	250915,2708
15	140102,308	408661,762	548764,07	308033,3773	75,38	**240730,6927**	0,7535	240832,8914
16	136174,206	395984,260	532158,47	300905,0150	75,99	**231253,4507**	0,7596	231351,2224
17	132460,364	384069,654	516530,02	294205,6173	76,60	**222324,4003**	0,7658	222418,0115
18	128943,717	372851,092	501794,81	287897,5945	77,22	**213897,2145**	0,7719	213986,9082
19	125608,966	362269,312	487878,28	281947,6241	77,83	**205930,6534**	0,7780	206016,6519
20	122442,353	352271,593	474713,95	276326,0621	78,44	**198387,8836**	0,7842	198470,3909
21	119431,475	342810,877	462242,35	271006,4489	79,05	**191235,9037**	0,7903	191315,1073
22	116565,120	333845,031	450410,15	265965,0931	79,67	**184445,0580**	0,7964	184521,1308
23	113833,125	325336,216	439169,34	261180,7186	80,28	**177988,6221**	0,8026	178061,7237
24	111226,260	317250,354	428476,61	256634,1645	80,89	**171842,4493**	0,8087	171912,7273
25	108736,119	309556,675	418292,79	252308,1285	81,51	**165984,6662**	0,8148	166052,2576
26	106355,036	302227,322	408582,36	248186,9471	82,12	**160395,4113**	0,8210	160460,4433
27	104076,000	295237,014	399313,01	244256,4057	82,73	**155056,6084**	0,8271	155119,1993
27,160	103720,136	294147,695	397867,83	243643,8983	82,83	**154223,9327**	0,8281	154286,1433

5.1.4.2.4 Determinar la carga excéntrica máxima en una columna circular hueca con zunchos.

Datos		
D=	85	cm.
Ds=	67	cm.
dc=	69	cm.
Asto=	73,51	cm2
Ag=	5674,52	cm.
Ac=	3739,29	
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
emin=	20	cm.
recub=	8,0	cm.

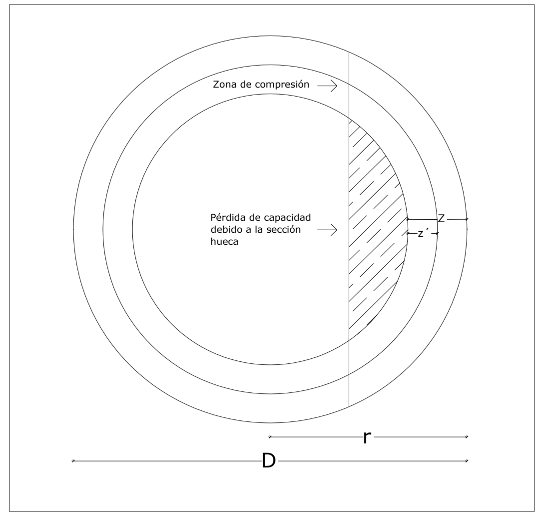
15 varillas de 25mm

$pt = \frac{Ast}{b.t}$	0,0130
$m = \frac{fy}{0.85\ f'c}$	23,5294

$$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$$

eb=	30,504	cm.	> 18 cm

Recub interior imp z´=	8,00
Z final=	16,00
% Area perdida =	65,90



e	$\frac{A_{ST}\ f_y}{\frac{3e}{Ds}+1}$	$\frac{A_g f'_c}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$	Pn	PERDIDA CAP SEC HUECA $\left(\left(0.15+\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right)*\frac{\Pi(D-Z)^2*0.85*f'c)}{4}\right)$	% PERD REAL	CAP. SECC HUECA FIN $Puhueca = Pn - \sec chueca)$	% CALCULADO	CAP. FINAL % CALCULADO
0	308742,000	1009871,314	1318613,31	665766,2177	65,93	**652847,0959**	0,6590	653146,5559
1	295510,200	957893,906	1253404,11	636652,7544	66,46	**616751,3515**	0,6644	617004,5851
2	283365,945	911005,078	1194371,02	610389,4944	67,00	**583981,5287**	0,6698	584193,0614
3	272180,447	868492,444	1140672,89	586577,4180	67,54	**554095,4735**	0,6752	554269,1973
4	261844,481	829770,666	1091615,15	564888,6667	68,08	**526726,4803**	0,6806	526865,7667
5	252264,805	794354,339	1046619,14	545051,3570	68,62	**501567,7869**	0,6860	501675,5755
6	243361,341	761837,538	1005198,88	526838,1230	69,15	**478360,7564**	0,6914	478439,6260
7	235064,932	731878,191	966943,12	510057,3641	69,69	**456885,7589**	0,6968	456937,9840
8	227315,538	704185,998	931501,54	494546,4777	70,23	**436955,0583**	0,7023	436982,6551
9	220060,787	678512,992	898573,78	480166,5740	70,77	**418407,2048**	0,7077	418411,9692
10	213254,784	654646,097	867900,88	466798,3050	71,31	**401102,5752**	0,7131	401086,1134
11	206857,140	632401,198	839258,34	454338,5446	71,84	**384919,7932**	0,7185	384883,5478
12	200832,175	611618,382	812450,56	442697,7228	72,38	**369752,8341**	0,7239	369698,1054
13	195148,245	592158,090	787306,33	431797,6695	72,92	**355508,6654**	0,7293	355436,6295
14	189777,193	573897,974	763675,17	421569,8564	73,46	**342105,3100**	0,7347	342017,0344
15	184693,875	556730,328	741424,20	411953,9551	74,00	**329470,2480**	0,7401	329366,7042
16	179875,774	540559,959	720435,73	402896,6462	74,53	**317539,0871**	0,7456	317421,1621
17	175302,661	525302,422	700605,08	394350,6302	75,07	**306254,4527**	0,7510	306122,9583
18	170956,314	510882,542	681838,86	386273,8012	75,61	**295565,0551**	0,7564	295420,7363
19	166820,274	497233,181	664053,46	378628,5530	76,15	**285424,9021**	0,7618	285268,4441
20	162879,638	484294,186	647173,82	371381,1938	76,69	**275792,6303**	0,7672	275624,6650
21	159120,877	472011,510	631132,39	364501,4500	77,22	**266630,9368**	0,7726	266452,0478
22	155531,684	460336,450	615868,13	357962,0428	77,76	**257906,0912**	0,7780	257716,8189
23	152100,838	449225,007	601325,85	351738,3276	78,30	**249587,5176**	0,7834	249388,3633
24	148818,086	438637,330	587455,42	345807,9829	78,84	**241647,4334**	0,7888	241438,8629
25	145674,042	428537,238	574211,28	340150,7432	79,37	**234060,5372**	0,7943	233842,9840
26	142660,097	418891,808	561551,90	334748,1675	79,91	**226803,7369**	0,7997	226577,6056
27	139768,338	409671,015	549439,35	329583,4386	80,45	**219855,9141**	0,8051	219621,5822
28	136991,483	400847,421	537838,90	324641,1881	80,99	**213197,7165**	0,8105	212955,5373
29	134322,818	392395,903	526718,72	319907,3436	81,53	**206811,3776**	0,8159	206561,6819
30	131756,140	384293,412	516049,55	315368,9952	82,06	**200680,5566**	0,8213	200423,6549
30,504	130498,268	380331,846	510830,11	313150,0523	82,34	**197680,0618**	0,8240	197419,6369

5.1.4.2.5 Determinar la carga excéntrica máxima en una columna circular hueca con zunchos.

Datos		
D=	90	cm.
Ds=	71	cm.
dc=	73	cm.
Asto=	78,4	cm2
Ag=	6361,74	cm.
Ac=	4185,40	
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
emin=	22	cm.
recub=	8,5	cm.

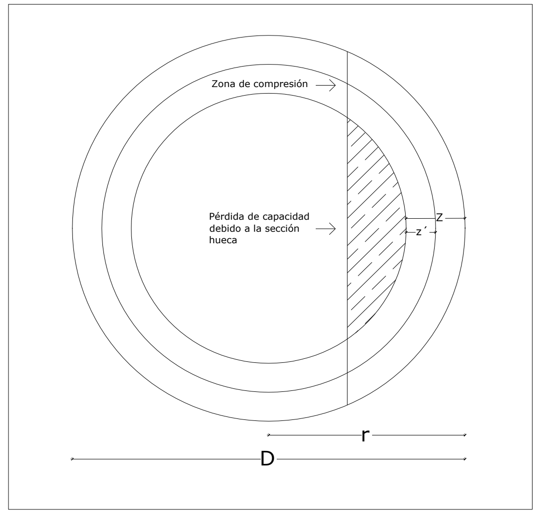
16 varillas de 25mm

$pt = \frac{Ast}{b.t}$	0,0123
$m = \frac{fy}{0.85\ f´c}$	23,5294

$$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$$

eb=	31,778	cm.	> 23 cm

Recub interior imp z´=	**8,50**
Z final=	**17,00**
% Area perdida =	**65,79**



e	$\frac{A_{ST}\ f_y}{\frac{3\ e}{Ds}+1}$	$\frac{A_g f´_c}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}$	Pn	PERDIDA CAP SEC HUECA $\left(\left(0.15+\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right)*\frac{\Pi(D-Z)^2*0.85*f´c)}{4}\right)$	% PERD REAL	CAP. SECC HUECA FIN $Puhueca = Pn - \sec chueca$	% CALCULADO	CAP. FINAL % CALCULADO
0	329280,000	1132174,068	1461454,07	745193,9034	65,82	**716260,1644**	0,6579	716595,3508
1	315930,811	1077015,953	1392946,76	714348,6004	66,33	**678598,1636**	0,6630	678871,8905
2	303621,818	1026982,635	1330604,45	686369,1656	66,83	**644235,2871**	0,6681	644453,2649
3	292236,000	981391,594	1273627,59	660873,9239	67,34	**612753,6698**	0,6732	612920,8482
4	281673,253	939676,358	1221349,61	637546,0943	67,85	**583803,5162**	0,6783	583924,2137
5	271847,442	901362,840	1173210,28	616120,5605	68,35	**557089,7215**	0,6835	557167,7286
6	262684,045	866051,247	1128735,29	596373,7508	68,86	**532361,5410**	0,6886	532400,2024
7	254118,261	833402,070	1087520,33	578115,8070	69,37	**509404,5237**	0,6937	509406,8060
8	246093,474	803125,138	1049218,61	561184,4606	69,88	**488034,1507**	0,6988	488002,6972
9	238560,000	774970,968	1013530,97	545440,1970	70,38	**468090,7708**	0,7039	468027,9468
10	231474,059	748723,876	980197,94	530762,4020	70,89	**449435,5335**	0,7090	449343,4638
11	224796,923	724196,441	948993,36	517046,2664	71,40	**431947,0972**	0,7141	431827,6981
12	218494,206	701225,020	919719,23	504200,2791	71,90	**415518,9460**	0,7192	415373,9512
13	212535,273	679666,095	892201,37	492144,1828	72,41	**400057,1854**	0,7243	399888,1688
14	206892,743	659393,274	866286,02	480807,2957	72,92	**385478,7218**	0,7295	385287,1163
15	201542,069	640294,805	841836,87	470127,1251	73,42	**371709,7486**	0,7346	371496,8628
16	196461,176	622271,519	818732,70	460048,2143	73,93	**358684,4809**	0,7397	358451,5128
17	191630,164	605235,108	796865,27	450521,1798	74,44	**346344,0918**	0,7448	346092,1410
18	187031,040	589106,676	776137,72	441501,9021	74,94	**334635,8141**	0,7499	334365,8924
19	182647,500	573815,521	756463,02	432950,8425	75,45	**323512,1781**	0,7550	323225,2184
20	178464,733	559298,092	737762,82	424832,4634	75,96	**312930,3614**	0,7601	312627,2257
21	174469,254	545497,114	719966,37	417114,7349	76,47	**302851,6326**	0,7652	302533,1194
22	170648,759	532360,827	703009,59	409768,7125	76,97	**293240,8736**	0,7703	292907,7234
23	166992,000	519842,341	686834,34	402768,1741	77,48	**284066,1667**	0,7755	283719,0678
24	163488,671	507899,074	671387,75	396089,3075	77,99	**275298,4376**	0,7806	274938,0310
25	160129,315	496492,270	656621,58	389710,4395	78,49	**266911,1451**	0,7857	266538,0286
26	156905,235	485586,577	642491,81	383611,8014	79,00	**258880,0109**	0,7908	258494,7428
27	153808,421	475149,685	628958,11	377775,3238	79,51	**251182,7825**	0,7959	250785,8852
28	150831,484	465152,001	615983,48	372184,4584	80,01	**243799,0266**	0,8010	243390,9895
29	147967,595	455566,372	603533,97	366824,0207	80,52	**236709,9461**	0,8061	236291,2283
30	145210,435	446367,838	591578,27	361680,0527	81,03	**229898,2197**	0,8112	229469,2525
31	142554,146	437533,415	580087,56	356739,7016	81,53	**223347,8594**	0,8163	222909,0485
31,778	140554,070	430899,241	571453,31	353029,7654	81,93	**218423,5457**	0,8203	217977,3428

5.2. Falla en tracción.

De igual manera se presenta la fórmula para columnas de sección circular hueca, basada en la ecuación (2.32) del capítulo II, si las columnas son con estribos Φ=0.70, si las columnas son con zunchos Φ=0.75.

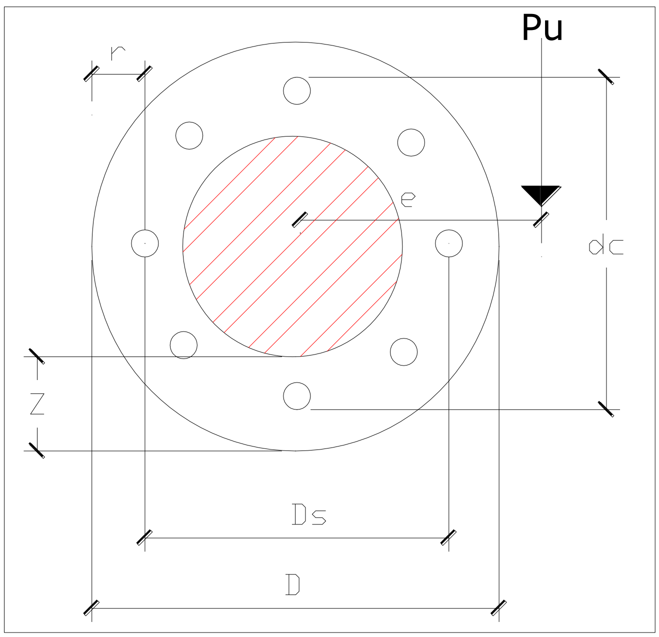


Figura 5.2 Columna circular hueca y sus propiedades.

Debido a la pérdida de área que tiene la columna se expresa la pérdida de capacidad por medio de la siguiente expresión:

$$P_C = 0.85 * f'c * (D - 2Z)^2 \left[\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)^2 + \frac{\rho_t * m * D_s}{2.5D}} - \left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right) \right] \quad \text{ec. (5.12)}$$

Donde:

ρ_t : cuantía total del refuerzo longitudinal

e : excentricidad de la carga con respecto al centroide plástico de la sección (que en secciones circulares coincide con el centro geométrico).

D_s : diámetro de la circunferencia formada por los centros del refuerzo.

D : diámetro exterior de la sección.

Z : recubrimiento interior y exterior en una columna.

Entonces se concluye que la capacidad de la columna hueca estaría dada por medio de la siguiente expresión:

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c\left(D^2\left[\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D}-0.38\right)^2+\frac{\rho_t * m * D_s}{2.5D}}-\left(\frac{0.85e}{D}-0.38\right)\right]-(D-2Z)^2\left[\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D}-0.38\right)^2+\frac{\rho_t * m * D_s}{2.5D}}-\left(\frac{0.85e}{D}-0.38\right)\right]\right)\right\}$$

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c\left(\{D^2-(D-2Z)^2\}\left[\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D}-0.38\right)^2+\frac{\rho_t * m * D_s}{2.5D}}-\left(\frac{0.85e}{D}-0.38\right)\right]\right)\right\} \qquad \text{ec. (5.13)}$$

Por medio de esta fórmula se procede a calcular la capacidad de la columna hueca.

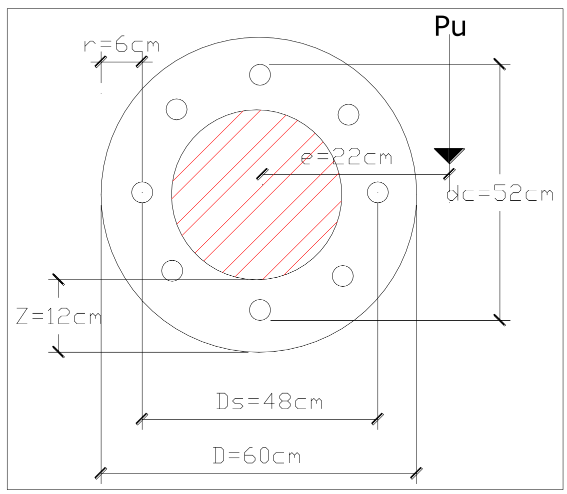
5.2.1. Análisis.

Por medio del siguiente ejercicio se podrá realizar un análisis completo con el siguiente ejercicio.

5.2.1.1. Calcular la capacidad de la columna circular con zunchos con los siguientes datos.

Tabla. 5.23. Datos generales de la columna

DATOS.		
Φ=	0.75	
D=	60	cm.
Ds=	48	cm.
dc=	52	m
As total=	45	cm2
Ag=	2827.44	cm2.
Ac=	2123.72	cm2.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	22	cm.
recub=	6	cm.
Z =	12.00	cm



Calculamos la excentricidad balanceada con la fórmula sugerida por Whitney para columnas circulares.

Tabla. 5.24. Excentricidad balanceada.

$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$				$pt = \frac{Ast}{Ag}$	0.016
eb=	23.163	cm.	‹25	$m = \frac{f_y}{0.85 \, f_c^1}$	23.529
		FALLA POR TENSIÓN			

Debido a que la excentricidad balanceada no será la misma por la sección hueca, se realiza la siguiente reducción de excentricidad.

Área total = $\pi * D^2/4 = \pi * 60^2 /4 = 2827.44\ cm^2$.

Área del hueco = $\pi * (D-2Z)^2/4 = \pi * (60-2*12)^2/4 = 1017.88\ cm^2$.

$2827.44\ cm^2$. 100%

$1017.88\ cm^2$. X

$$X = \frac{1017.88 * 100}{2827.44} = 36.0\ \%$$

El 36% es el área que se pierde, por lo tanto se toma este valor como porcentaje de excentricidad balanceada que se pierde debido a la sección hueca.

Excentricidad perdida = 36% * eb = 36% * 23.163cm = 8.338 cm.

Nueva excentricidad = 23.163 cm - 8.338 cm = 14.82 cm, a partir de este valor de excentricidad se aplica la ecuación cuando la columna falla por tracción.

Tabla 5.25. Cálculo de la nueva excentricidad balanceada.

		%	**eb**	**Nueva eb**
A. total=	2827.44	100	23.16286	14.82
A. hueca=	1017.88	36	8.338631	

Se utiliza la fórmula antes sugerida basada en la fórmula del ACI.

$$Pn = 0.85f'_c\left(\{D^2-(D-2Z)^2\}\left[\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D}-0.38\right)^2+\frac{\rho_t * m * D_s}{2.5D}}-\left(\frac{0.85e}{D}-0.38\right)\right]\right)$$

Tabla 5.26. Capacidad de la columna hueca.

e	Cons.	Pn	(D-2Z)^2	PERDIDA DE CAPACIDAD	Pn COL. HUECA
14.824	0.55565	357058.22	1296.00	128540.96	228517.26
15	0.55207	354757.00	1296.00	127712.52	227044.48
16	0.53194	341826.45	1296.00	123057.52	218768.93
17	0.51226	329180.65	1296.00	118505.03	210675.62
18	0.49305	316832.38	1296.00	114059.66	202772.72
19	0.47431	304794.05	1296.00	109725.86	195068.20
20	0.45608	293077.48	1296.00	105507.89	187569.59
21	0.43837	281693.69	1296.00	101409.73	180283.96
22	0.42118	270652.73	1296.00	97434.98	173217.75
23	0.40455	259963.44	1296.00	93586.84	166376.60
24	0.38847	249633.30	1296.00	89867.99	159765.31
25	0.37297	239668.23	1296.00	86280.56	153387.67

Excentricidad balanceada

Excentricidad en estudio

Donde:

e : excentricidad de la carga con respecto al centroide plástico de la sección (que en secciones circulares coincide con el centro geométrico).

Cons : Participación del área de hormigón.

Pn : Carga nominal que soporta la columna circular.

$(D-2Z)^2$: Área que participa en la pérdida de capacidad.

Pérdida de capacidad : Capacidad que se pierde debido a la sección hueca.

Pn. Col hueca: Carga nominal que soporta la columna circular hueca.

Tabla 5.27. Resumen de datos en la columna.

DATOS.		
Φ=	0.75	
D=	60	cm.
Ds=	48	cm.
dc=	52	m
As total=	45	cm2
Ag=	2827.44	cm2.
Ac=	2123.72	cm2.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	25	cm.
recub=	6	cm.
Z =	12.00	cm

Z =	12.00	cm
Recu. Interior Impuesto Z'=	**6.00**	cm

$$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$$

$$pt = \frac{Ast}{Ag}$$ 0.016

$$m = \frac{f_y}{0.85 f_c^1}$$ 23.529

eb=	23.163	cm.	< 25
		FALLA POR TENSIÓN	

		%	eb	Nueva eb
A. total=	2827.44	100	23.16286	14.82
A. hueca=	1017.88	36.0	8.338631	

e	Cons.	Pn	(D-2Z)^2	PERDIDA DE CAPACIDAD	Pn COL. HUECA
14.824	0.55565	357058.22	1296.00	128540.96	228517.26
15	0.55207	354757.00	1296.00	127712.52	227044.48
16	0.53194	341826.45	1296.00	123057.52	218768.93
17	0.51226	329180.65	1296.00	118505.03	210675.62
18	0.49305	316832.38	1296.00	114059.66	202772.72
19	0.47431	304794.05	1296.00	109725.86	195068.20
20	0.45608	293077.48	1296.00	105507.89	187569.59
21	0.43837	281693.69	1296.00	101409.73	180283.96
22	0.42118	270652.73	1296.00	97434.98	173217.75
23	0.40455	259963.44	1296.00	93586.84	166376.60
24	0.38847	249633.30	1296.00	89867.99	159765.31
25	0.37297	239668.23	1296.00	86280.56	153387.67

A continuación se presenta los siguientes ejercicios que calculan la capacidad de las columnas circulares huecas.

5.2.2. Ejercicios.

Tabla 5.28 Ejercicio N° 2, resumen de datos.

DATOS.							
Φ=	0.75						
D=	50	cm.					
Ds=	40	cm.					
dc=	42	m					
As total=	45	cm2					
Ag=	1963.50	cm2.					
Ac=	1385.45	cm2.					
f´c=	210	kg/cm2					
fy=	4200	kg/cm2					
e=	24	cm.			**Z =**	10.00	cm
recub=	5	cm.		**Recu. Interior Impuesto Z'=**		**5.00**	cm
Z =	10.00	cm					

$$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$$

$$pt = \frac{Ast}{Ag} \quad 0.023$$

$$m = \frac{f_y}{0.85\ f_c^1} \quad 23.529$$

eb=	22.515	cm.	‹24
		FALLA POR TENSIÓN	

		%	eb	Nueva eb
A. total=	1963.5	100	22.51544	14.41
A. hueca=	706.86	36.0	8.105557	

e	Cons.	Pn	(D-2Z)^2	PERDIDA DE CAPACIDAD	Pn COL. HUECA
14.410	0.57183	255180.27	900.00	91864.90	163315.37
15	0.5588	249366.33	900.00	89771.88	159594.45
16	0.53721	239731.93	900.00	86303.49	153428.43
17	0.51626	230378.89	900.00	82936.40	147442.49
18	0.49594	221315.15	900.00	79673.45	141641.70
19	0.4763	212547.55	900.00	76517.12	136030.43
20	0.45733	204081.73	900.00	73469.42	130612.31
21	0.43904	195921.99	900.00	70531.92	125390.07
22	0.42145	188071.15	900.00	67705.61	120365.54
23	0.40455	180530.55	900.00	64991.00	115539.55
24	0.38835	173299.94	900.00	62387.98	110911.96
25	0.37283	166377.57	900.00	59895.93	106481.65

Tabla 5.29 Ejercicio N° 3, resumen de datos.

DATOS.		
Φ=	0.75	
D=	65	cm.
Ds=	53	cm.
dc=	55	m
As total=	55	cm2
Ag=	3318.32	cm2.
Ac=	2375.84	cm2.
f´c=	210	kg/cm2
fy=	4200	kg/cm2
e=	24	cm.
recub=	6	cm.
Z =	12.00	cm

Z =	12.00	cm
Recu. Interior Impuesto Z'=	**6.00**	cm

$$e_b = (0.24 + 0.39 \times p_t \times m)D$$

$$pt = \frac{Ast}{Ag} \quad 0.017$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 \, f_c^1} \quad 23.529$$

eb=	25.486	cm.	‹ 24
		FALLA POR TENSIÓN	

		%	eb	Nueva eb
A. total=	3318.32	100	25.48631	15.35
A. hueca=	1320.26	39.8	10.14023	

e	Cons.	Pn	(D-2Z)^2	PERDIDA DE CAPACIDAD	Pn COL. HUECA
15.346	0.57851	436291.66	1681.00	173587.29	262704.37
16	0.56619	427001.24	1681.00	169890.91	257110.33
17	0.54765	413014.56	1681.00	164326.03	248688.53
18	0.52947	399304.52	1681.00	158871.22	240433.30
19	0.51167	385882.23	1681.00	153530.89	232351.34
20	0.49427	372758.55	1681.00	148309.38	224449.17
21	0.47728	359943.90	1681.00	143210.82	216733.09
22	0.46071	347448.13	1681.00	138239.13	209209.00
23	0.44457	335280.38	1681.00	133397.95	201882.43
24	0.42888	323448.95	1681.00	128690.57	194758.37
25	0.41365	311961.14	1681.00	124119.92	187841.21
26	0.39888	300823.14	1681.00	119688.45	181134.69
27	0.38459	290039.93	1681.00	115398.13	174641.79
28	0.37076	279615.13	1681.00	111250.42	168364.71
29	0.35742	269551.01	1681.00	107246.21	162304.80
30	0.34455	259848.37	1681.00	103385.82	156462.54

5.3. Resumen del capítulo

Fórmulas de cálculo para columnas circulares huecas

- **Falla a compresión**

  Para calcular la resistencia máxima en columnas cortas circulares, el código ACI de 1963 recomienda el uso de la siguiente fórmula, la cual está definida en el capítulo II del presente proyecto:

$$P_u = \emptyset\left[\frac{A_{st}\,f_y}{\frac{3e}{D_s}+1}+\frac{A_g\,f'c}{\frac{9.6\,D\,e}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right] \qquad \text{ec.5.5}$$

  Se tiene un área hueca la cual viene dada por la siguiente expresión, y la cual se restará al área sólida

$$\left[\left(0.15+\frac{1}{\frac{9.6\,D\,e}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right) * \frac{\pi(D-Z)^2 * 0.85 * f'c}{4}\right] \qquad \text{ec.5.6}$$

De esta forma vamos a determinar la fórmula definitiva para una sección circular hueca con la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{P_u = \emptyset\left[\frac{A_{st}\,f_y}{\frac{3e}{D_s}+1}+\frac{A_g\,f'c}{\frac{9.6\,D\,e}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right] - u * \beta} \qquad \textbf{ec 5.7}$$

Donde:

$$u = \left(0.15 + \frac{1}{\frac{9.6\,D\,e}{(0.8D+0.67D_S)^2} + 1.18}\right) \quad \text{ec.5.8}$$

$$\beta = \frac{\pi(D-Z)^2 * 0.85 * f´c}{4} \quad \text{ec.5.9}$$

La fórmula propuesta para encontrar la armadura en columnas circulares, se basa en disminuir la sección correspondiente al hormigón, la cual luego es recompensada al multiplicar por el factor con el cual trabaja el hormigón según el código ecuatoriano de la construcción, es así que sumamos el 15%, para completar la sección y así poder restar la parte hueca.

- **Falla a tracción**

Debido a la pérdida de área que tiene la columna se expresa la pérdida de capacidad por medio de la siguiente expresión:

$$P_C = 0.85 * f´c * (D-2Z)^2\left[\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)^2 + \frac{\rho_t * m * D_s}{2.5D}} - \left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)\right] \quad \text{ec.5.12}$$

Donde:

ρ_t : cuantía total del refuerzo longitudinal e : excentricidad de la carga con respecto al centroide plástico de la sección (que en secciones circulares coincide con el centro geométrico).

D_s : diámetro de la circunferencia formada por los centros del refuerzo.

D : diámetro exterior de la sección.

Z : recubrimiento interior y exterior en una columna

Obteniendo finalmente la siguiente ecuación para armadura en columnas de sección hueca

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c\left[\left[D^2-(D-2Z)^2\right]\left(\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D}-0.38\right)^2+\frac{\rho_t * m * D_s}{2.5D}}-\left(\frac{0.85e}{D}-0.38\right)\right)\right]\right\} \quad \textbf{ec.5.13}$$

CAPÍTULO VI

PROGRAMA DE APLICACIÓN

6.1. Introducción de Visual Basic

Visual Basic es un lenguaje de programación orientado a eventos, desarrollado por el alemán Alan Cooper para Microsoft.

Este lenguaje de programación es un dialecto de BASIC, con importantes agregados.

Su primera versión fue presentada en 1991, con la intención de simplificar la programación utilizando un ambiente de desarrollo completamente gráfico que facilitara la creación de interfaces gráficas y, en cierta medida, también la programación misma.

La última versión que fue la 6, liberada en 1998. Microsoft extendió el suporte de este lenguaje hasta marzo de 2008.

6.2. Aplicación de fórmulas

Las fórmulas que se han utilizado, son las estudiadas en los capítulos anteriores, las cuales se presentan a continuación, en el programa.

6.3. Programa

```
'-----------------------------------------------------
' DISEÑO DE COLUMNAS DE HORMIGÓN ARMADO
' REALIZADO POR: Javier Castellano.
'                           Diego Guanoluisa.
'
'FEBRERO 2011.
'-----------------------------------------------------
DefSng A-Z
Option Explicit

Private Sub Cmdcolumnas_Click()
Dim combo(5, 3), base(7), altura(7), longitud(7), rigidez(7), carga(4, 3), esbelto
Dim espesor, fc, fy, elas, b, h, re, d, fi, inercia, ag, rsuperior, rinferior, agg
Dim k1, k2, rr, libre, esbeltez, radio, m1, m2, pg, bd, ast, ei, ineracero, acero, pi
Dim pc1, pc2, pc, cm, amplificacion, mdd, p, vu, e, xx1, xx2, e1, b1, mm, dpp, pb, acc,
acc1
Dim mb, eb, as0, pu, mp, p1, ep, dia, ds, bb, hh, md, ab, porce, u, beta, aa, h1, h2, max,
maxi
Dim hueco As Integer, armado As Integer, muros As Integer, tiro As Integer, col As
Integer
Dim i As Integer, j As Integer, k As Integer, ijk As Integer
Dim mensaje As String, mensajo As String
Rem Ingreso de datos
 Rem columna superior
  base(1) = Val(Text1)
  altura(1) = Val(Text2)
  longitud(1) = Val(Text3)
 Rem columna analizada
  base(2) = Val(Text10)
  altura(2) = Val(Text11)
  longitud(2) = Val(Text12)
 Rem columna inferior
  base(3) = Val(Text19)
  altura(3) = Val(Text20)
  longitud(3) = Val(Text21)
```

```
 Rem viga superior izquierda
   base(4) = Val(Text4)
   altura(4) = Val(Text5)
   longitud(4) = Val(Text6)
Rem viga superior derecha
   base(5) = Val(Text7)
   altura(5) = Val(Text8)
   longitud(5) = Val(Text9)
Rem viga inferior izquierda
   base(6) = Val(Text13)
   altura(6) = Val(Text14)
   longitud(6) = Val(Text15)
Rem viga inferior derecha
   base(7) = Val(Text16)
   altura(7) = Val(Text17)
   longitud(7) = Val(Text18)
Rem Cargas elasticas fila 1 cm 2 cv 3 sis 4 ultimas
Rem columnas 1 axial 2 momento superior 3 momento inferior    unidades kg cm
   carga(1, 1) = Val(Text22) * 1000
   carga(1, 2) = Val(Text23) * 100000
   carga(1, 3) = Val(Text24) * 100000
   carga(2, 1) = Val(Text26) * 1000
   carga(2, 2) = Val(Text27) * 100000
   carga(2, 3) = Val(Text28) * 100000
   carga(3, 1) = Val(Text30) * 1000
   carga(3, 2) = Val(Text31) * 100000
   carga(3, 3) = Val(Text32) * 100000
Rem materiales
   espesor = Val(Text35)
   fc = Val(Text36)
   fy = Val(Text37)
   elas = 14100 * fc ^ 0.5
Rem caracteristicas de la columna a diseñarse
   b = base(2)
   h = altura(2)
   re = Val(Text34)
   d = h - re
   If h = 0 Then fi = 0.75 Else fi = 0.7
Rem tipo de columna
   If Option1.Value = True Then hueco = 1
   If Option2.Value = True Then hueco = 2
```

```
  Rem 1 macizas 2 huecas
Rem tipo de armado
  If Option3.Value = True Then armado = 2
  If Option4.Value = True Then armado = 4
  Rem 2 armadas a dos caras 4 a cuatro caras
Rem tipo de estructura
  If Option5.Value = True Then muros = 1
  If Option6.Value = True Then muros = 2
  Rem 1 sin muros de corte 2 con muros de corte
Rem Calculo de rigideces
  Rem si base y altura son ceros asume que es cimentación o nudo libre
  Rem si altura es cero la sección es redonda
  For i = 1 To 7
    If base(i) = 0 And altura(i) = 0 Then
      rigidez(i) = 0
    Else
      If altura(i) = 0 Then
        rigidez(i) = (3.14159 * base(i) ^ 4 / 36) * 4 * elas / longitud(i)
      Else
        rigidez(i) = (base(i) * altura(i) ^ 3 / 12) * 4 * elas / longitud(i)
      End If
    End If
    If i = 2 Then
      If altura(2) = 0 Then
        inercia = (3.14159 * base(i) ^ 4) / 36
        ag = 3.14159 * base(i) ^ 2 / 4
      Else
        inercia = (base(i) * altura(i) ^ 3) / 12
        ag = base(i) * altura(i)
      End If
    End If
    If hueco = 2 And (i = 1 Or i = 2 Or i = 3) Then
      Rem resta la rigidez del hueco
      If base(i) > 0 And altura(i) > 0 Then
         If longitud(i) > 0 Then
            bb = base(i) - espesor * 2
            hh = altura(i) - espesor * 2
            rigidez(i) = rigidez(i) - (bb * hh ^ 3 / 12) * 4 * elas / longitud(i)
         End If
         If i = 2 Then
            inercia = inercia - (bb * hh ^ 3) / 12
```

```
          agg = ag
          ag = ag - bb * hh
        End If
      Else
        If longitud(i) > 0 Then
          bb = base(i) - espesor * 2
          rigidez(i) = rigidez(i) - (3.14159 * bb ^ 4 / 36) * 4 * elas / longitud(i)
        End If
        If i = 2 Then
         inercia = inercia - (3.14159 * bb ^ 4) / 36
         agg = ag
         ag = ag - (3.14159 * bb ^ 2) / 4
        End If
      End If
    End If
  Next i
Rem calculo de los factores rsup   rinf  rr
  If rigidez(4) = 0 And rigidez(5) = 0 Then
    Rem el nudo superior es libre
    rsuperior = 0
  Else
    Rem el nudo superior es empotrado
    rsuperior = (rigidez(1) + rigidez(2)) / (rigidez(4) + rigidez(5))
  End If
  If rigidez(3) = 0 Then
    Rem el nudo inferior es cimiento
    rinferior = 0
  Else
    Rem el nudo inferior es empotrado
    rinferior = (rigidez(2) + rigidez(3)) / (rigidez(6) + rigidez(7))
  End If
  radio = (inercia / ag) ^ 0.5
  If muros = 2 Then
    Rem  pórticos con muros de corte
    k1 = 0.7 + 0.05 * (rsuperior + rinferior)
    If rsuperior < rinferior Then k2 = 0.85 + 0.05 * rsuperior Else k2 = 0.85 + 0.05 *
rinferior
    If k2 < k1 Then rr = k2 Else rr = k1
  Else
    Rem pórticos sin muros de corte
    k1 = (rsuperior + rinferior) / 2
```

```
    If k1 >= 2 Then rr = 0.9 * (1 + k1) ^ 0.5 Else rr = (20 - k1) * (1 + k1) ^ 0.5 / 20
  End If
Rem altura efectiva
  If altura(4) = 0 Then h1 = 0
  If altura(5) = 0 Then h2 = 0
  If h1 = 0 Or h2 = 0 Then
     If altura(4) < altura(5) Then k1 = altura(5) Else k1 = altura(4)
  Else
      If altura(4) > altura(5) Then k1 = altura(5) Else k1 = altura(4)
  End If
  If altura(6) = 0 Then h1 = 0
  If altura(7) = 0 Then h2 = 0
  If h1 = 0 Or h2 = 0 Then
     If altura(6) < altura(7) Then k2 = altura(7) Else k2 = altura(6)
  Else
      If altura(6) > altura(7) Then k2 = altura(7) Else k2 = altura(6)
  End If
  If rsuperior = 0 Then libre = longitud(2) * 2 Else libre = longitud(2) - (k1 + k2) / 2
  Rem calculo de cargas últimas
  For j = 1 To 3
    combo(1, j) = 1.4 * carga(1, j) + 1.7 * carga(2, j)
    combo(2, j) = (1.4 * carga(1, j) + 1.7 * carga(2, j) + 1.87 * carga(3, j)) * 0.75
    combo(3, j) = 0.9 * carga(1, j) + 1.43 * carga(3, j)
    combo(4, j) = (1.4 * carga(1, j) + 1.7 * carga(2, j) - 1.87 * carga(3, j)) * 0.75
    combo(5, j) = 0.9 * carga(1, j) - 1.43 * carga(3, j)
  Next j
  For i = 1 To 3
    max = combo(1, i)
    For j = 2 To 5
      If max < combo(j, i) Then max = combo(j, i)
    Next j
    carga(4, i) = max
  Next i
  k1 = carga(1, 2) / (carga(1, 2) + carga(2, 2) + carga(3, 2))
  k2 = carga(1, 3) / (carga(1, 3) + carga(2, 3) + carga(3, 3))
  If k1 > k2 Then bd = k1 Else bd = k2
  b1 = 1.05 - fc / 1400
  If b1 > 0.85 And fc < 281 Then b1 = 0.85
  If h = 0 Then
    Rem columnas redondas
    If hueco = 1 Then
```

```
    Rem columna redonda maciza
    col = 1
  Else
    Rem columna redonda hueca
    col = 2
  End If
Else
  Rem columnas rectangulares maciza a dos caras
  If hueco = 1 And armado = 2 Then col = 3
  Rem columnas rectangulares maciza a cuatro caras
  If hueco = 1 And armado = 4 Then col = 4
  Rem columnas rectangulares hueca a dos caras
  If hueco = 2 And armado = 2 Then col = 5
  Rem columnas rectangulares hueca a cuatro caras
  If hueco = 2 And armado = 4 Then col = 6
End If
Rem se determina la armadura para cada combo
For ijk = 1 To 5
  If muros = 1 Then
    Rem pórticos sin muros de corte
    esbelto = rr * libre / radio
    If esbelto <= 22 Then esbeltez = 1 Else esbeltez = 20
  Else
    Rem pórticos con muros de corte
    Rem M1 = Momento menor, positivo simple curvatura, negativo doble curvatura
    Rem M2 = momento mayor positivo siempre
    If combo(ijk, 2) > combo(ijk, 3) Then m1 = combo(ijk, 3) Else m1 = combo(ijk, 2)
    If combo(ijk, 2) > combo(ijk, 3) Then m2 = combo(ijk, 2) Else m2 = combo(ijk, 3)
    If muros = 2 Then m1 = -m1
    k1 = 34 - 12 * m1 / m2
    esbelto = rr * libre / radio
    If esbelto <= k1 Then esbeltez = 1 Else esbeltez = 20
  End If
  p = combo(ijk, 1)
  If combo(ijk, 2) > combo(ijk, 3) Then md = combo(ijk, 2) Else md = combo(ijk, 3)
  pg = 0.01
  xx1 = p * 0.95
  xx2 = p * 1.05
  tiro = 1
  If hueco = 2 Then ag = agg
  Rem inicia el proceso iterativo
```

```
  Do
    ast = ag * pg
    If esbeltez > 1 Then
      Rem amplificacion del momento carga critica
      If pg < 0.02 Then
        ei = elas * inercia / (2.5 * (1 + bd))
      Else
        ineracero = ast / 2 * (d / 2) ^ 2
        acero = 2100000
        ei = (elas * inercia / 5 + acero * ineracero) / (1 + bd)
      End If
      pc1 = fi * 3.14159 ^ 2 * ei / (rr * libre) ^ 2
Rem       pc2 = fi * (0.85 * fc * (ag - ast) + ast * fy)
Rem       If pc1 < pc2 Then pc = pc1 Else pc = pc2
      pc = pc1
      If muros = 1 Then
        cm = 1
      Else
        cm = 0.6 + 0.4 * m1 / m2
        If cm < 0.4 Then cm = 0.4
      End If
      amplificacion = cm / (1 - (combo(ijk, 1) / pc))
    Else
      amplificacion = 1
    End If
    If amplificacion < 1 Then
      mensaje = "redimensionar"
      mensajo = "Pu > Pcritica"
      Exit Do
    Else
      mdd = md * amplificacion
      e = mdd / p
      If h = 0 Then e1 = 0.025 * b Else e1 = 1.5 + 0.03 * h
      If e < e1 Then e = e1
      Select Case col
        Case 1
         Rem columna redonda maciza
         dia = b
         mm = fy / 0.85 / fc
         ds = dia - 2 * re
         eb = (0.24 + 0.39 * pg * mm) * dia
```

```
 If e < eb Then
   mensaje = " C"
  as0 = pg * ag
     pu = (as0 * fy / (3 * e / ds + 1) + ag * fc / (9.6 * dia * e / (0.8 * dia + 0.67 *
     ds)     ^ 2 + 1.18)) * 0.75
 Else
  mensaje = " T"
  mp = fy / (0.85 * fc)
     pi = ((0.85 * e / dia - 0.38) ^ 2 + pg * mp * ds / (2.5 * dia)) ^ 0.5 - (0.85 * e /
     dia - 0.38)
  pu = (0.85 * fc * dia ^ 2 * pi) * 0.75
 End If
Case 2
 Rem columna redonda hueca
 dia = b
 mm = fy / 0.85 / fc
 ds = dia - 2 * re
 eb = (0.24 + 0.39 * pg * mm) * dia
 If e < eb Then
   mensaje = " C"
   as0 = pg * ag
    pi = (as0 * fy / (3 * e / ds + 1) + ag * fc / (9.6 * dia * e / (0.8 * dia + 0.67 *
   ds) ^ 2 + 1.18))
   pu = (pi - (0.15 + 1 / (9.6 * dia * e / (0.8 * dia + 0.67 * ds) ^ 2 + 1.18)) *
   (3.1416 * (dia - espesor) ^ 2 * 0.85 * fc / 4)) * 0.75
 Else
   mensaje = " T"
   mp = fy / (0.85 * fc)
     pi = ((0.85 * e / dia - 0.38) ^ 2 + pg * mp * ds / (2.5 * dia)) ^ 0.5 - (0.85 * e /
     dia - 0.38)
   pu = (0.85 * fc * (dia ^ 2 - (dia - 2 * espesor) ^ 2) * pi) * 0.75
 End If
Case 3
 Rem columna reactangular maciza a dos caras
 mm = fy / 0.85 / fc
 dpp = (d - re) / 2
 ab = 6300 * b1 * d / (6300 + fy)
 pb = 0.7 * 0.85 * b1 * fc * b * d * 6300 / (6300 + fy)
 acc1 = ((pg * b * h) / 2)
 mb = 0.7 * (0.85 * fc * b * ab * (d - dpp - ab / 2) + acc1 * fy * (d - re))
 eb = mb / pb
```

```
 If e < eb Then
   mensaje = " C "
   as0 = pg * b * h
      pu = (as0 / 2 * fy / (e / (d - re) + 0.5) + b * h * fc / (3 * h * e / d ^ 2 + 1.18))
      * 0.7
 Else
   mensaje = " T "
   mp = mm - 1
   p1 = pg / 2
   ep = e + (d - re) / 2
   pi = (p1 * 2 * (mp * (1 - re / d) + ep / d) + (1 - ep / d) * (1 - ep / d)) ^ 0.5
   pu = ((pi + 1 - p1 - ep / d) * 0.85 * fc * b * d) * 0.7
 End If
Case 4
 Rem columna rectangular maciza a cuatro caras
 mm = fy / 0.85 / fc
 dpp = (d - re) / 2
 ab = 6300 * b1 * d / (6300 + fy)
 pb = 0.7 * 0.85 * b1 * fc * b * d * 6300 / (6300 + fy)
 acc = pg / 2 * b * h
 mb = 0.7 * (0.85 * fc * b * ab * (d - dpp - ab / 2) + acc * fy * (d - re))
 eb = mb / pb
 If e < eb Then
   mensaje = " C "
   as0 = pg * b * h
      pu = (as0 / 2 * fy / (e / (d - re) + 0.5) + b * h * fc / (3 * h * e / d ^ 2 + 1.18))
      * 0.7 * 0.75
 Else
   mensaje = " T"
   mp = mm - 1
   p1 = pg / 3
   ep = e + (d - re) / 2
   pi = (p1 * 2 * (mp * (1 - re / d) + ep / d) + (1 - ep / d) * (1 - ep / d)) ^ 0.5
   pu = ((pi + 1 - ep / d) * 0.85 * fc * b * d) * 0.7 * 0.75
 End If
Case 5
 Rem columna rectangular hueca a dos caras
 mm = fy / 0.85 / fc
 dpp = (d - re) / 2
 porce = (1 - (((b - 2 * espesor) * (h - 2 * espesor)) / (b * h)))
 ab = 6300 * b1 * d / (6300 + fy)
```

```
  pb = 0.7 * 0.85 * b1 * fc * b * d * 6300 / (6300 + fy)
  acc = pg * b * h / 2
  mb = 0.7 * (0.85 * fc * b * ab * (d - dpp - ab / 2) + acc * fy * (d - re))
  eb = mb / pb
  eb = porce * eb
  If e < eb Then
    mensaje = " C"
    as0 = pg * b * h
    u = ((1 / (3 * h * e / d ^ 2 + 1.18) + 0.15) * h - espesor)
    beta = (b - 2 * espesor)
      pu = ((as0 / 2 * fy / (e / (d - re) + 0.5) + b * h * fc / (3 * h * e / d ^ 2 + 1.18))
      - u * beta * 0.85 * fc) * 0.7
  Else
    mensaje = " T"
    mp = mm - 1
    p1 = pg / 2
    ep = e + (d - re) / 2
      aa = d * (1 - ep / d + (p1 * 2 * (mp * (1 - re / d) + ep / d) + (1 - ep / d) * (1 -
      ep / d)) ^ 0.5)
    pu = (p1 * 2 * (mp * (1 - re / d) + ep / d) + (1 - ep / d) * (1 - ep / d)) ^ 0.5
      pu = ((((pu + 1 - p1 - ep / d) * b * d) - (b - 2 * espesor) * (aa - espesor)) *
      0.85 * fc) * 0.7
  End If
 Case 6
  Rem columna rectangular hueca a cuatro caras
End Select
tiro = tiro + 1
If pu > xx1 And pu < xx2 Then Exit Do
If pu > xx2 Then pg = pg - 0.001 Else pg = pg + 0.001
If pg <= 0.009 Then
  mensaje = mensaje + "minima"
  pg = 0.01
  Exit Do
End If
If pg > 0.06 Then
  mensaje = mensaje + "redimensionar"
  Exit Do
End If
If tiro > 400 Then
  mensaje = mensaje + "ciclo"
  Exit Do
```

```
        End If
      End If
    Loop
    If amplificacion < 1 Then
      Text25 = ""
      Text29 = mensaje
      Text33 = ""
      Text41 = mensajo
      Text42 = ""
      Text43 = mensaje
      Text44 = ""
      Text46 = mensajo
      Text45 = ""
      Text47 = mensaje
      ijk = 6
     Else
      ast = pg * ag
      i = ast * 10
      ast = i / 10
      Select Case ijk
       Case 1
        Text25 = ast
        Text29 = mensaje
       Case 2
        Text33 = ast
        Text41 = mensaje
       Case 3
        Text42 = ast
        Text43 = mensaje
       Case 4
        Text44 = ast
        Text46 = mensaje
       Case 5
        Text45 = ast
        Text47 = mensaje
      End Select
     End If
  Next ijk
Rem Stop
End Sub
```

6.4. Pantalla principal del programa

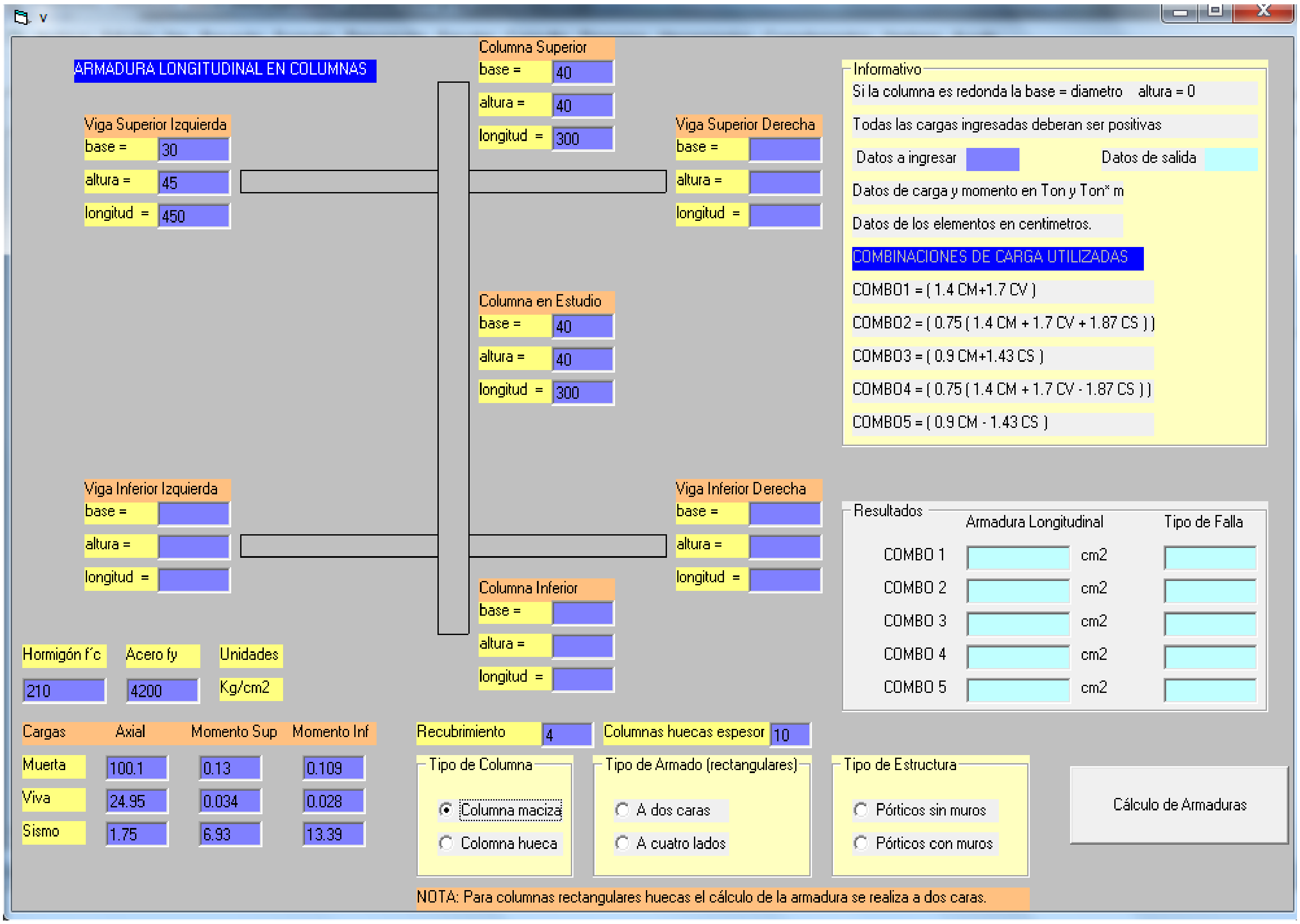


Figura 6.1 Pantalla Principal.

6.5. Manual del usuario

6.5.1. Datos a ingresar

De acuerdo al tipo de columna que va a ser analizada, se deben ingresar los datos que en la pantalla requiere, que son los de color celeste, recordando que si es una columna circular la base es igual al diámetro y la altura será 0.

Se ingresa el tipo de material:

- El esfuerzo de compresión del hormigón f´c, expresado en Kg/cm^2.
- El esfuerzo de fluencia fy expresado en Kg/cm^2.

Posterior a llenar los casilleros indicados, se ingresan las cargas:

- Axiales
  - Muerta
  - Viva
  - Sismo
- Momentos superior e inferior
  - Muerta
  - Viva
  - Sismo

Se debe además ingresar el recubrimiento, como el espesor del hueco de ser el caso.

Se escoge el tipo de columna a analizar:

- Columna maciza
- Columna hueca

Se escoge el tipo de armado

- A dos caras
- A cuatro caras

Tipo de estructura

- Pórticos sin muros
- Pórticos con muros

Finalmente se calcula la armadura, notando que se obtienen todas las armaduras de acuerdo a los combos que se muestran en pantalla.

6.5.1.1. Ejemplo

6.5.1.1.1. Analizar una columna de cimentación de 40X40 de longitud 300cm, interna de un pórtico cualquiera.

En este caso se debe ingresar, los datos de columna superior, los de las vigas superiores derecha e izquierda, y los de la columna en análisis propiamente

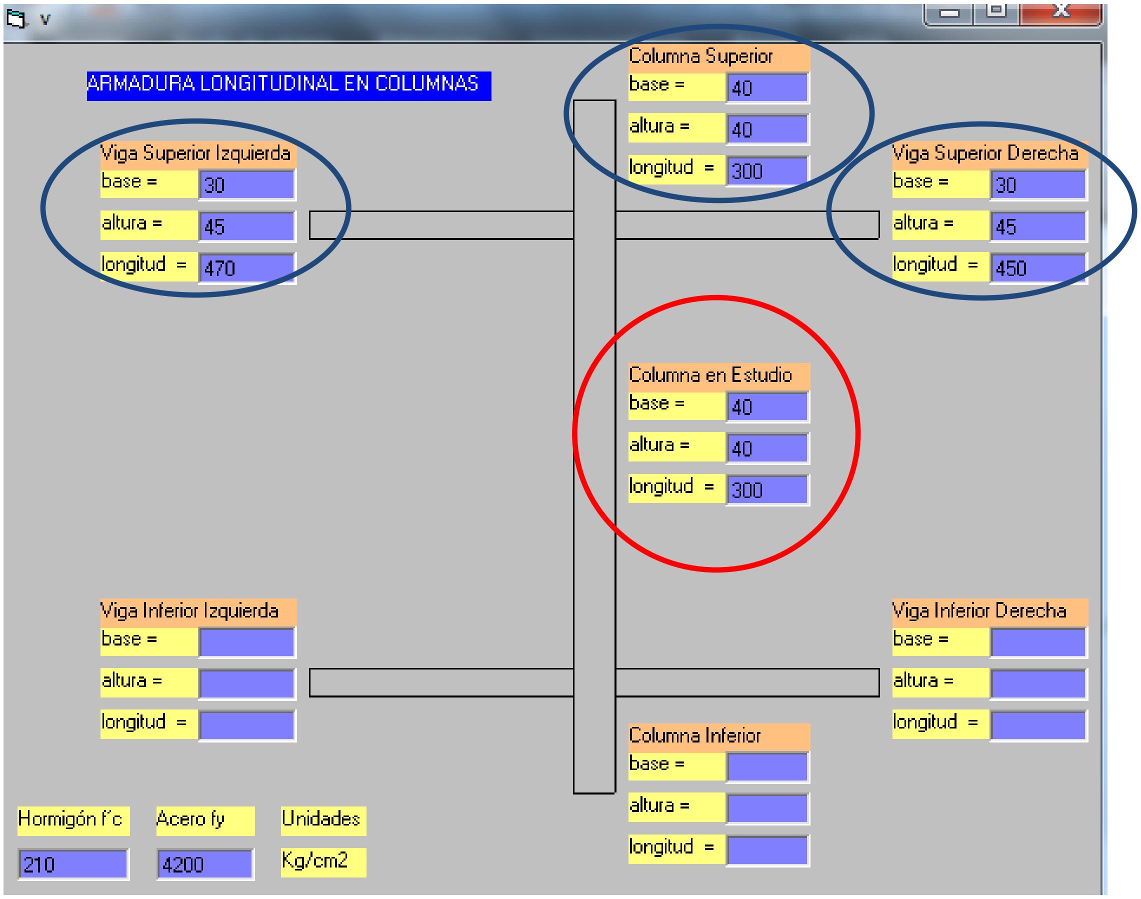


Figura 6.2 Datos a ingresar de elementos participantes

Se nota, que las vigas inferiores no se ingresan datos, ya que al ser una columna de cimentación no existen, al igual que la columna inferior.

Luego se ingresan los demás datos requeridos, como se muestra a continuación:

- El tipo de material, que dependerá de las solicitaciones requeridas.

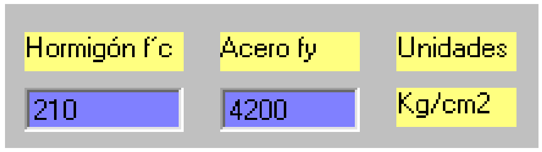


Figura 6.3 Datos del material a ser ingresados

- Recubrimiento y espesor de columna hueca, en este caso no.

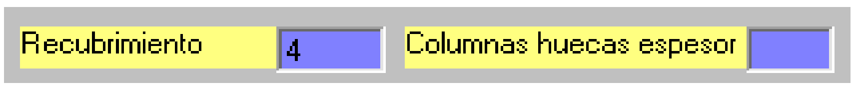


Figura 6.4 Datos del recubrimiento

- Luego se ingresan las cargas

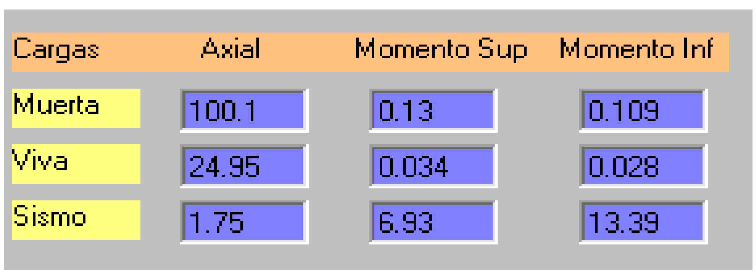


Figura 6.5 Cargas a ser ingresadas mediante teclado

- Posteriormente se escoge el tipo de columna a analizar, en este caso es una columna maciza, sin hueco.

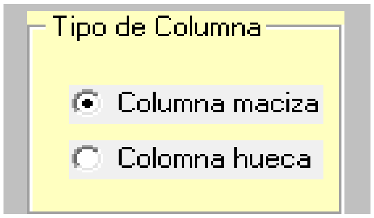


Figura 6.6 Celda del tipo de columna en análisis

- Se escoge el tipo de armado, que en este ejemplo es un análisis a cuatro caras.

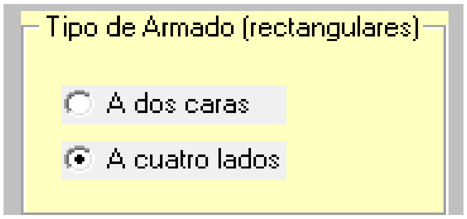


Figura 6.7 Tipo de armado del elemento

- Luego se escoge el tipo de estructura

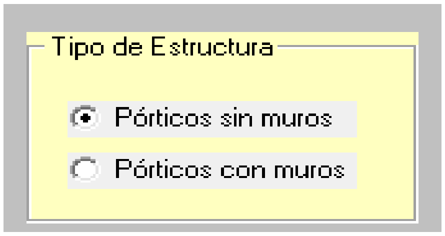


Figura 6.8 Tipo de estructuras según la edificación

- Finalmente se envía a calcular al programa y se obtiene las armaduras de acuerdos a las 5 combinaciones que se muestran en pantalla, además del tipo de falla existente en la columna.

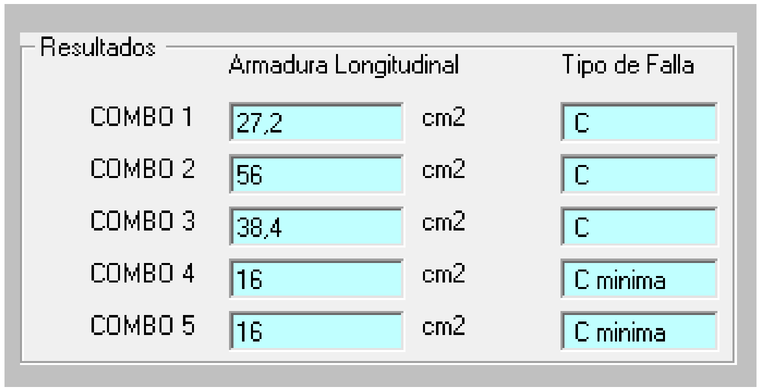


Figura 6.9 Pantalla de resultados según los combos en estudio

- Se muestra a continuación la pantalla final del programa con todos los datos y resultados obtenidos.

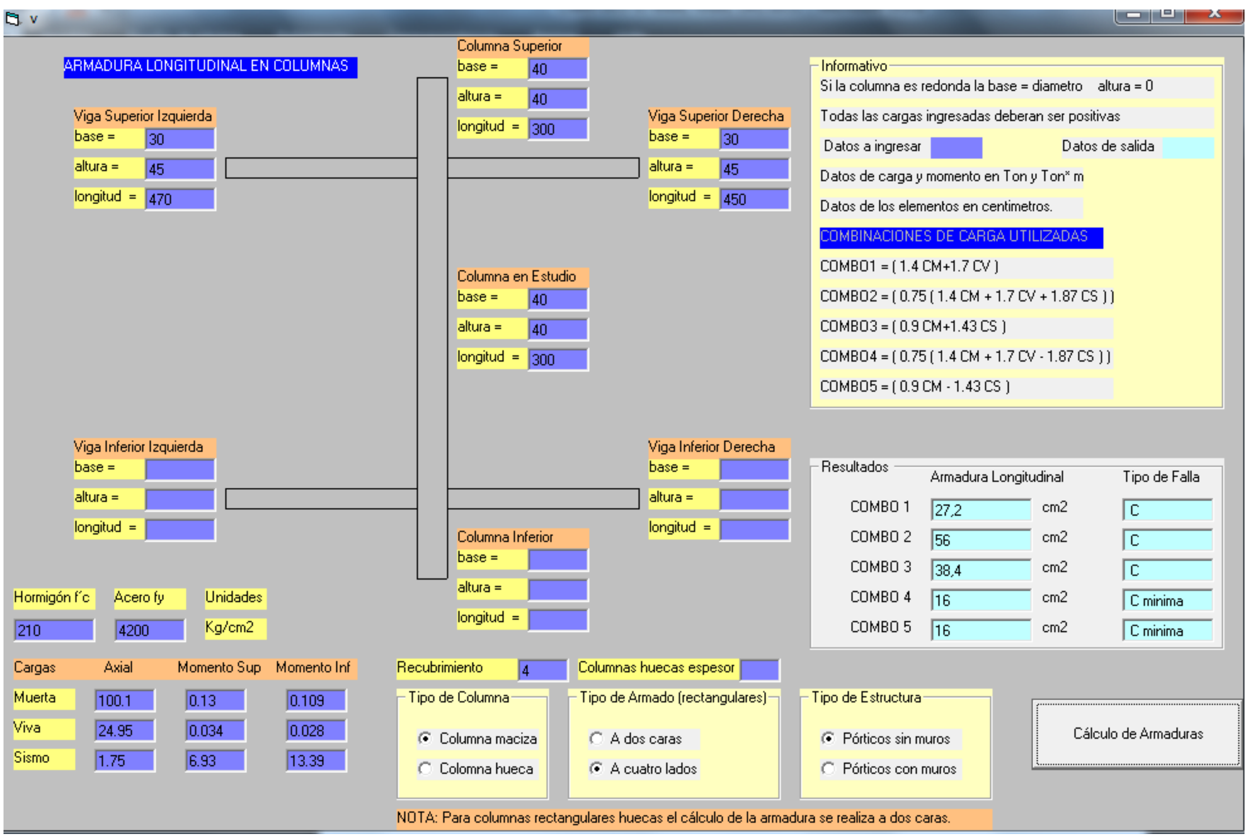


Figura 6.10 Resultados finales obtenidos

CAPÍTULO VII

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1. Conclusiones

a. Las fórmulas con las que se han trabajado son las siguientes:

- Para secciones rectangulares armadas en dos caras simétricas, la expresión aproximada para la excentricidad balanceada de la sección es:

$$e_b = t * (0.20 + 0.77 * p_t * m)$$

$$p_t = \frac{A_{st}}{Area} \qquad m = \frac{f_y}{0.85 * f'_c}$$

Donde según las propiedades de la sección se verifica si la falla se produce por tracción o compresión.

- Para secciones circulares se presenta la siguiente expresión aproximada.

$$e_b = D * (0.24 + 0.39 * p_t * m)$$

$$p_t = \frac{A_{st}}{Area} \qquad m = \frac{f_y}{0.85 * f'_c}$$

Donde según las propiedades de la sección se verifica si la falla se produce por tracción o compresión.

- Columnas rectangulares armadas a dos caras cuando falla en compresión:

$$P_u = \emptyset\left[\frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'}+0.5}+\frac{b\ t\ f'_c}{\frac{3\ t\ e}{d^2}+1.18}\right]$$

Donde:

$A'_s = \frac{A_{st}}{2}$= Acero de compresión

b =Base de la sección

t =Altura de la sección

d = Altura efectiva (t - d´)

d´ = Recubrimiento.

e = Excentricidad medida a partir del centro de gravedad de la sección.

- Columnas circulares cuando la columna falla en compresión:

$$P_u = \emptyset\left[\frac{A_{st}*f_y}{\frac{3e}{D_s}+1}+\frac{A_g*f'_c}{\frac{9.6*D*e}{(0.8D+0.67D_s)+1.18}}\right]$$

Dónde:

A_{st}: Área total del refuerzo longitudinal

e: Excentricidad de la carga con respecto al centroide plástico de la sección (que en secciones circulares coincide con el centro geométrico).

D_s: Diámetro de la circunferencia formada por los centros del refuerzo longitudinal.

A_g: Sección transversal total de la columna.

D : Diámetro exterior de la sección.

- Columnas rectangulares armadas a dos caras cuando falla por tracción:

$$Pu = \emptyset \left\{ 0.85 f'_c * b * d \left[-\rho + 1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho \left[m' \left(1 - \frac{d'}{d}\right) + \frac{e'}{d} \right]} \right] \right\}$$

Donde:

ρ= Cuantía de acero de tracción.

b =Base de la sección

$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c}$

m´= m – 1

d = Altura efectiva (t - d´)

d´ = Recubrimiento.

e´ = Excentricidad medida a partir del acero de tracción hasta el punto donde se aplica la carga.

- Columnas circulares cuando la columna falla por tracción:

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c * D^2\left[\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)^2 + \frac{\rho_t * m * D_s}{2.5D}} - \left(\frac{0.85e}{D} - 0.38\right)\right]\right\}$$

Dónde:

ρ_t: cuantía total del refuerzo longitudinal

$m = \frac{f_y}{0.85\,f'_c}$

e : excentricidad de la carga con respecto al centroide plástico de la sección (que en secciones circulares coincide con el centro geométrico).

D_s: diámetro de la circunferencia formada por los centros del refuerzo.

A_g : sección transversal total de la columna.

D : diámetro exterior de la sección.

- Columnas rectangulares armadas a cuatro caras cuando falla en compresión:

$$P_u = \emptyset * \varphi * \left[\frac{1.5 * A'_s * f_y}{\frac{e}{d-d'} + 0.5} + \frac{b * t * f'_c}{\frac{3\,t * e}{d^2} + 1.18}\right]$$

Donde:

$A'_s = \frac{A_{st}}{3}$ = Acero de compresión

$\varphi = 0.75.$

b =Base de la sección

t =Altura de la sección

d = Altura efectiva (t - d´)

d´ = Recubrimiento.

e = Excentricidad medida a partir del centro de gravedad de la sección.

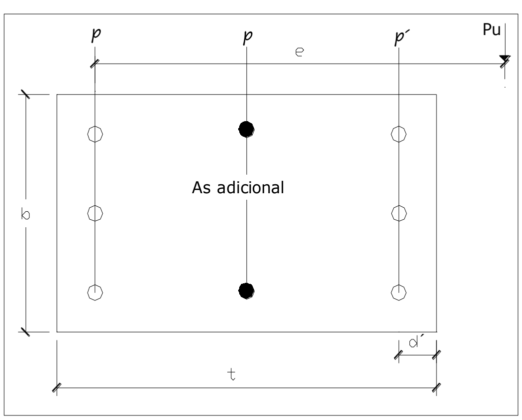
- Columnas rectangulares armadas a cuatro caras cuando falla por tracción:

$$Pu = \emptyset\left\{\varphi * 0.85 * f'_c * b * d\left[1 - \frac{e'}{d} + \sqrt{\left(1 - \frac{e'}{d}\right)^2 + 2\rho\left[m'\left(1 - \frac{d'}{d}\right) + \frac{e'}{d}\right]}\right]\right\}$$

Donde:

$\rho = \frac{\rho_t}{3} = \rho'$ Cuantía de acero de tracción.

b = Base de la sección



$$m = \frac{f_y}{0.85\, f'_c}$$

m´= m – 1

d = Altura efectiva (t - d´)

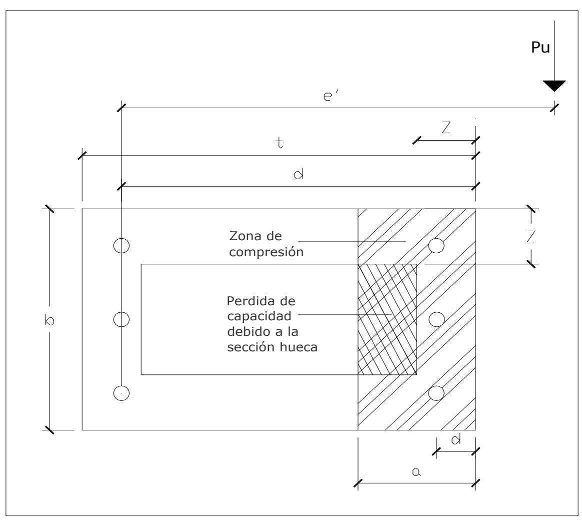
d´ = Recubrimiento.

e´ = Excentricidad medida a partir del acero de tracción hasta el punto donde se aplica la carga.

- Columnas rectangulares huecas armadas a dos caras cuando falla en compresión:

$$P_u = \emptyset \left[\left(\frac{A'_s f_y}{\frac{e}{d-d'} + 0.5} + \frac{b\, t\, f'_c}{\frac{3\, t\, e}{d^2} + 1.18} \right) - u' * \beta * 0.85 * f'c \right]$$

Donde:



$$u' = \left(0.15 + \frac{1}{\frac{3\, t\, e}{d^2} + 1.18} \right) * t - Z$$

$\beta = (b - 2Z)$

A'_s= Acero de compresión

b =Base de la sección

t =Altura de la sección

d = Altura efectiva (t - d´)

d´ = Recubrimiento.

e = Excentricidad medida a partir del centro de gravedad de la sección.

Z = Espesor de la columna (recubrimiento interior y exterior de la columna).

- Columnas rectangulares huecas armadas a dos caras cuando falla por tracción:

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c\left[b*d\left\{-\rho+1-\frac{e'}{d}+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right\}-(b-2Z)(a-Z)\right]\right\}$$

Donde:

$$a = d\left\{\left(1-\frac{e'}{d}\right)+\sqrt{\left(1-\frac{e'}{d}\right)^2+2\rho\left[m'\left(1-\frac{d'}{d}\right)+\frac{e'}{d}\right]}\right\}$$

b: base de la columna.

Z: espesor (recubrimiento interior y exterior de la columna).

- Columnas circulares huecas cuando falla en compresión:

$$P_u = \emptyset\left[\left(\frac{A_{st}f_y}{\frac{3e}{D_s}+1}+\frac{A_g f'c}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right)-u*\beta\right]$$

$$u = \left(0.15+\frac{1}{\frac{9.6De}{(0.8D+0.67D_s)^2}+1.18}\right)$$

$$\beta = \frac{\pi(D-Z)^2*0.85*f'c}{4}$$

Z: espesor (recubrimiento interior y exterior de la columna).

- Columnas circulares huecas cuando fallan por tracción:

$$Pu = \emptyset\left\{0.85f'_c\left[[D^2-(D-2Z)^2]\left(\sqrt{\left(\frac{0.85e}{D}-0.38\right)^2+\frac{\rho_t \cdot m \cdot D_s}{2.5D}}-\left(\frac{0.85e}{D}-0.38\right)\right)\right]\right\}$$

Z: espesor (recubrimiento interior y exterior de la columna).

b. La formulas analizadas en el capítulo II tienen un subdimensionamiento de alrededor del 10% al 15% con relación a los diagramas de interacción en las columnas rectangulares.

Tabla 7.1 Cuadro comparativo de cuantía de acero en columnas armadas a dos caras.

COLUMNAS RECTANGULARES ARMADAS A DOS CARAS				
DATOS:			Cuantía de acero	
b=	30	cm.	Fórmula del ACI	Diagramas de interacción
t=	40	cm.	0.019	0.022
As total=	22.8	cm2		
d´=	6	cm.		
f´c=	210	kg/cm2	Porcentaje de variación	**13.64**
fy=	4200	kg/cm2		
e=	12	cm.		
Pu=	108816.19	kg		
b=	40	cm.	0.012	0.014
t=	40	cm.		
As total=	18.85	cm2		
d´=	5	cm.		
f´c=	210	kg/cm2	Porcentaje de variación	**15.85**
fy=	4200	kg/cm2		
e=	4	cm.		
Pu=	193385.70	kg		
b=	30	cm.	0.028	0.031
t=	50	cm.		
As total=	42.42	cm.		
d´=	6.5	cm.		
f´c=	210	kg/cm2	Porcentaje de variación	**8.77**
fy=	4200	kg/cm2		
e=	50	cm.		
Pu=	60107.24	kg		

c. En columnas circulares un sobredimensionamiento de alrededor del 15% con relación a los diagramas de interacción, a continuación se presenta un cuadro comparativo con los resultados obtenidos.

Tabla 7.2 Cuadro comparativo de cuantía de acero en columnas circulares.

COLUMNAS CIRCULARES				
DATOS:			Cuantía de acero	
D=	40	cm.	Fórmula del ACI	Diagramas de interacción
Ds=	28	cm.	0.0150	0.013
As total=	18.849	cm2		
f´c=	210	kg/cm2		
fy=	4200	kg/cm2	Porcentaje de variación	**13.33**
e=	10	cm.		
recub=	6	cm.		
Pu=	102781.43	kg		
D=	50	cm.	0.0128	0.011
Ds=	40	cm.		
As total=	25.132	cm2		
f´c=	210	kg/cm2		
fy=	4200	kg/cm2	Porcentaje de variación	**14.06**
e=	15	cm.		
recub=	5	cm.		
Pu=	182335.72	kg		
D=	60	cm.	0.0174	0.017
Ds=	48	cm.		
As total=	49.087	cm2		
f´c=	210	kg/cm2		
fy=	4200	kg/cm2	Porcentaje de variación	**2.08**
e=	30	cm.		
recub=	6	cm.		
Pu=	**153905.24**	kg		

d. En columnas rectangulares armadas a cuatro caras la diferencia obtenida con relación a los diagramas de interacción y el programa SAP2000 se presenta a continuación.

Tabla 7.3 Cuadro comparativo de cuantía de acero en columnas rectangulares armadas a dos caras.

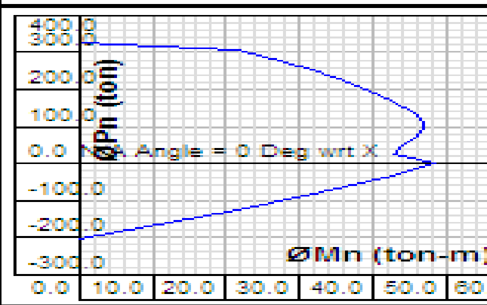
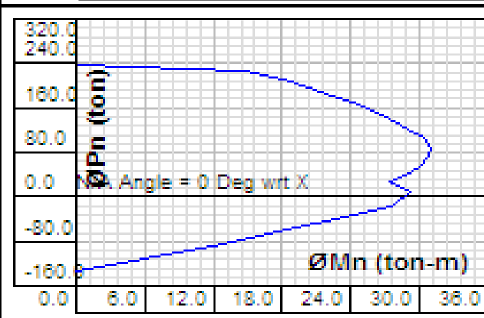
COLUMNAS RECTANGULARES ARMADAS A CUATRO CARAS						
Datos				SAP2000	FÓRMULA PROPUESTA	DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN
b=	40	cm.				
t=	40	cm.	ACERO (CM2)	64.01	58.852	49.60
d´ =	4.00	cm.				
f´c=	210	kg/cm2	CUANTÍA	0.040	0.036	0.031
fy=	4200	kg/cm2				
e=	14.11	cm.	Con los resultados obtenidos se observa la difrencia entre el			
Pu=	134.20	t	SAP2000 y los diagramas de interacción en este caso es del 22.5%			
Mu=	1893.33	t*cm2	con relación a la fórmula propuesta tiene una diferencia de 10%			
b=	40	cm.	ACERO (CM2)	67.071	62.383	51.20
t=	40	cm.				
d´ =	4.00	cm.	CUANTÍA	0.042	0.039	0.032
f´c=	210	kg/cm2				
fy=	4200	kg/cm2	Con los resultados obtenidos se observa la difrencia entre el			
e=	13.23	cm.	SAP2000 y los diagramas de interacción en este caso es del 23.8%			
Pu=	143.54	t	con relación a la fórmula propuesta tiene una diferencia de 7.14%			
Mu=	1898.51	t*cm2				
b=	40	cm.	ACERO (CM2)	18.296	16.51	16.00
t=	40	cm.				
d´ =	4.00	cm.	CUANTÍA	0.011	0.0103	0.010
f´c=	210	kg/cm2				
fy=	4200	kg/cm2	Con los resultados obtenidos se observa la difrencia entre el			
e=	17.62	cm.	SAP2000 y los diagramas de interacción en este caso es del 10%			
Pu=	70.57	t	con relación a la fórmula propuesta tiene una diferencia de 6.79%			
Mu=	1243.57	t*cm2				

e. Como se observa en la tabla 7.3 se tiene una diferencia en porcentaje de alrededor el 10% con respecto al programa SAP2000 lo cual se pone en consideración ya que nuestra propuesta varía de acuerdo a la excentricidad que existe en la columna es decir que nuestra propuesta es más efectiva en excentricidades pequeñas y resulta menos efectiva con excentricidades grandes.

f. Para el cálculo de la excentricidad balaceada en columnas armadas a cuatro caras solo se toma en cuenta la armadura obtenida en las dos caras principales del análisis.

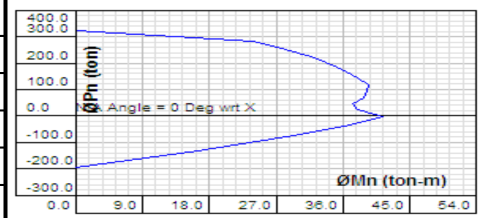
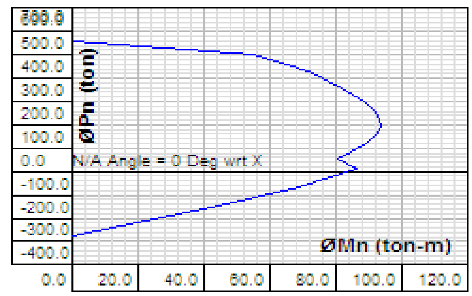
g. Para las columnas circulares huecas nuestra propuesta se compara con el programa **SECTION BUILDER 8** por medio del cual se obtiene el diagrama de interacción de cada columna obteniendo excelentes resultados.

Tabla 7.4 Cuadro comparativo de capacidad de carga en columnas circulares huecas.

COLUMNAS CIRCULARES HUECAS					
D=	65	cm.	Fórmula Propuesta		Programa SECTION BUILDER
Ds=	55	cm.			
dc=	57.0	cm.	e(cm)	Pu (t)	
As to=	55.88	cm2	0	324.33	
Ag=	3318.32	cm2.	10	173.63	
f´c=	210	kg/cm2	15	145.50	
fy=	4200	kg/cm2	25	144.10	
recub=	4.0	cm.	35	101.04	
D=	60	cm.	e(cm)	Pu (t)	
Ds=	50.0	cm.	0	232.51	
dc=	52.0	cm.	10	123.02	
As to=	37.245	cm2	15	121.56	
Ag=	2827.44	cm2.	25	93.25	
f´c=	210	kg/cm2	35	60.46	
fy=	4200	kg/cm2			
recub=	4.0	cm.			

h. Para las columnas rectangulares huecas armadas a dos caras nuestra propuesta se compara con el programa **SECTION BUILDER 8** por medio del cual se obtiene el diagrama de interacción de cada columna obteniendo los siguientes resultados.

Tabla 7.5 Cuadro comparativo de capacidad de carga en columnas circulares huecas.

COLUMNAS RECTANGULARES HUECAS ARMADAS A DOS CARAS					
b=	60	cm.	Fórmula Propuesta		Programa SECTION BUILDER
t=	60	cm.			
As total=	52	cm2.	e(cm)	Pu (t)	
d´=	5	cm.	0	352.21	
f´c=	210	kg/cm2	10	243.39	
fy=	4200	kg/cm2	15	211.19	
Z=	10.0	cm.	25	136.91	
			35	54.42	
b=	80	cm.	e(cm)	Pu (t)	
t=	80	cm.	0	604.15	
As total=	72	cm2.	10	461.58	
d´=	7	cm.	15	401.93	
f´c=	210	kg/cm2	25	290.71	
fy=	4200	kg/cm2	35	243.61	
Z=	15.0	cm.			

i. Como se observa en todos los casos se presentan las diferencias existentes en el análisis, por lo que se pone en consideración para que esta información se utilice de la mejor manera, es decir que nuestra propuesta sea utilizada como otro método de cálculo de armadura longitudinal en columnas.

j. En el diseño en hormigón armado existe diferentes métodos que siempre tendrán resultados similares, es por esa razón que este método puede ser utilizado tomando en cuenta las debidas precauciones.

7.2. Recomendaciones

a. Se recomienda utilizar esta propuesta tomando en cuenta las restricciones utilizadas en la misma.

b. Al tener diferencias en todos los métodos de cálculo, se recomienda tener un criterio formado, el cual permita escoger el mejor de acuerdo a la edificación que se va construir, y que cumpla con los requerimientos técnicos necesarios.

BIBLIOGRAFIA

- ROMO, Proaño Marcelo, “Temas de Hormigón Armado”, Primera edición, Escuela Politécnica del Ejército - Ecuador, 2007
- TORRES, Marco Aurelio, “Hormigón Armado”, Bogotá – Colombia, 1995
- ESCOBAR, Arturo Gaviria, “Manual de cálculo de estructuras de hormigón armado” Barcelona - España 1998
- GUERRA, Avendaño Marcelo, CHACON, Daniel, “Manual para el diseño sismoresistente de edificios utilizando el programa ETABS”, Primera edición, 2010
- HERNANDEZ, Montes Enrique y GIL Martín Luisa María, “**Hormigón Armado** y Pretensado”, Madrid – España, 2008
- JIMÉNEZ, Montoya P “Hormigón Armado”, Barcelona – España 2007
- ARQUERO, Francisco, “Calculo Practico Del Hormigón Armado”, Barcelona – España 1980
- ACI 318-99 American Concrete Institute (1963), “Requisitos y reglamento para concreto estructural y comentarios”, Estados Unidos.

BIOGRAFIA

Sr. Wilmer Javier Castellano Tobar

- Nacido el 30 de Abril de 1985 en el Cantón Sigchos Provincia de Cotopaxi
- Realizó sus estudios primarios en la ESCUELA "FEDERICO GONZALES SUAREZ"
- Medalla al mérito estudiantil ABANDERADO 6TO GRADO otorgado por el I. Municipio de Sigchos año 1997
- Cursó sus estudios secundarios en el COLEGIO "TECNICO INDUSTRIAL SIGCHOS" hasta el 3er año de secundaria.
- Terminó sus estudios secundarios a partir de 4to curso, en el COLEGIO PARTICULAR "PAULO VI" en Quito, especialización FISICO-MATEMATICO

Sr. Diego Fernando Guanoluisa Loma

- Nacido el 30 de Agosto de 1983 en Quito, Provincia de Pichincha
- Realizó sus estudios primarios en la escuela ACADEMIA "MILITAR DEL VALLE" en Conocoto.
- Terminó sus estudios secundarios en el COLEGIO MILITAR "ELOY ALFARO" especialización FISICO-MATEMATICO.

HOJA DE LEGALIZACIÓN DE FIRMAS

ELABORADO POR

____
Castellano Tobar Wilmer Javier

____
Guanoluisa Loma Diego Fernando

COORDINADOR DE LA CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

____
Ing. Jorge Zúñiga

DIRECTOR DE LA UNIDAD DE ADMISIÓN Y REGISTROS

____
Ing. Fanny Cevallos

Sangolquí, 14 de Abril del 2011