



**DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES**  
**CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA Y AUTOMATIZACIÓN**

**Trabajo de Unidad de Integración Curricular para la Obtención del Título de Ingeniero en Electrónica y Automatización**

**“Diseño e implementación de un algoritmo de control PID con ajuste de ganancias basados en lógica difusa para un péndulo invertido QUBE-Servo 3”**

**Autores:**

Pila Caiza Richard Stalin

Yupangui Quevedo Joel Alejandro

**Tutor.** Ing. Velasco Sánchez, Paola Maritza

**Co-Tutor.** Ing. Llanos Proaño, Jacqueline del Rosario

**Marzo 2024**



- 1 Introducción
- 2 Objetivos
- 3 Descripción del sistema
- 4 Diseño y simulación de controladores
- 5 Implementación y comparación de controladores
- 6 Conclusiones

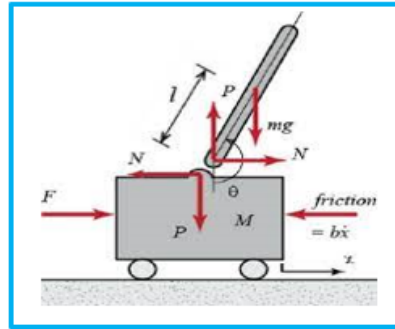
01.

# INTRODUCCIÓN



## Planteamiento del Problema

*Sistema dinámico estudiado en el campo del control automático, la robótica aplicando la ingeniería*



**Factores físicos**

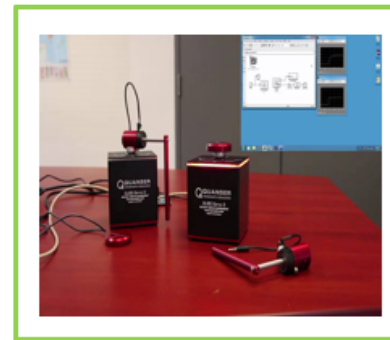


**Aplicaciones**

**Alta inestabilidad**



**Planta educativa**



*El Qube Servo 3 es un dispositivo que utiliza un péndulo invertido para propósitos educativos y de investigación*

02.

# OBJETIVOS



## Objetivos

### Objetivo General

- Diseñar e implementar un algoritmo de control PID con ajuste de ganancias basados en lógica difusa para un péndulo invertido QUBE-Servo 3.

### Objetivos Específicos

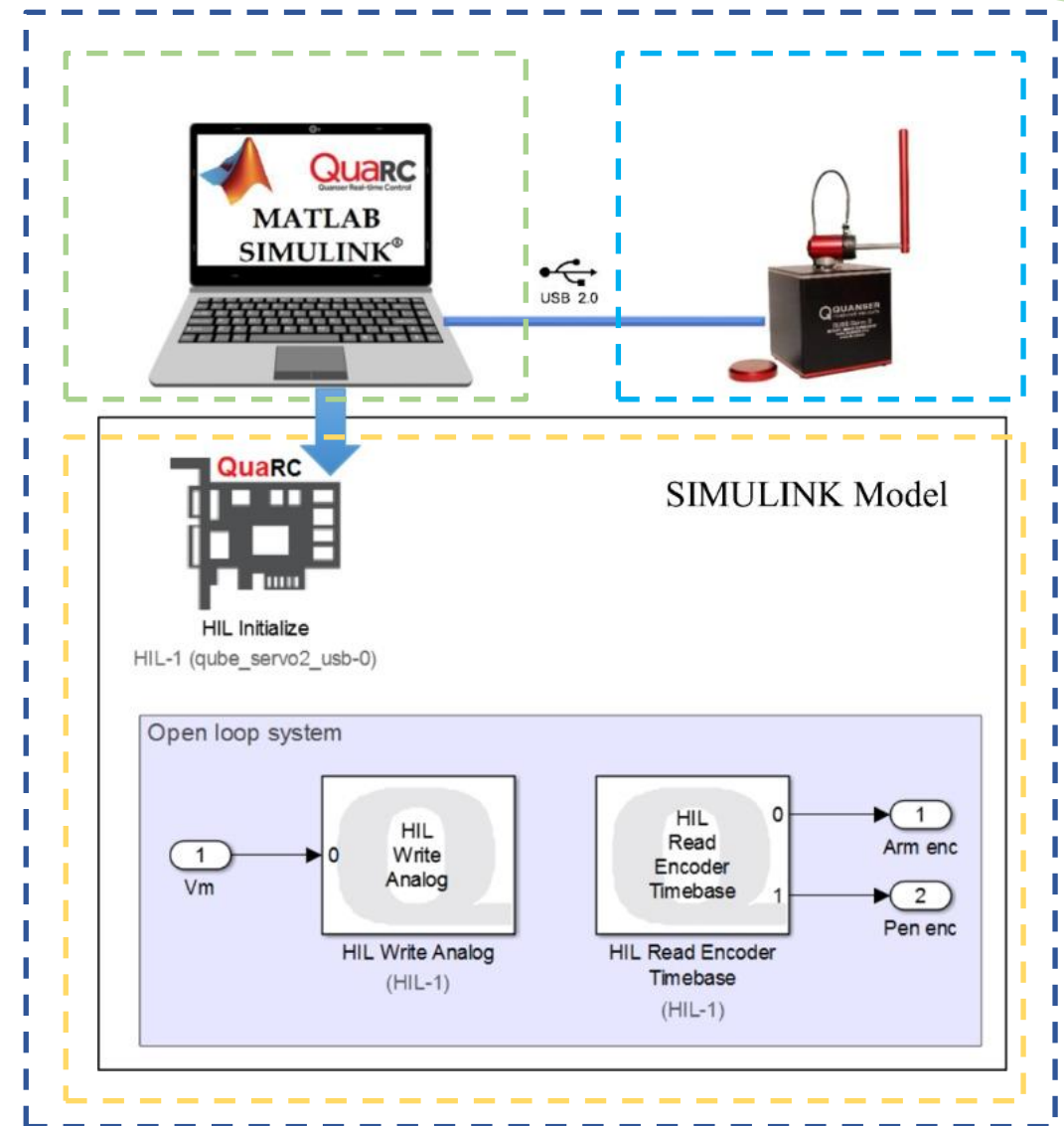
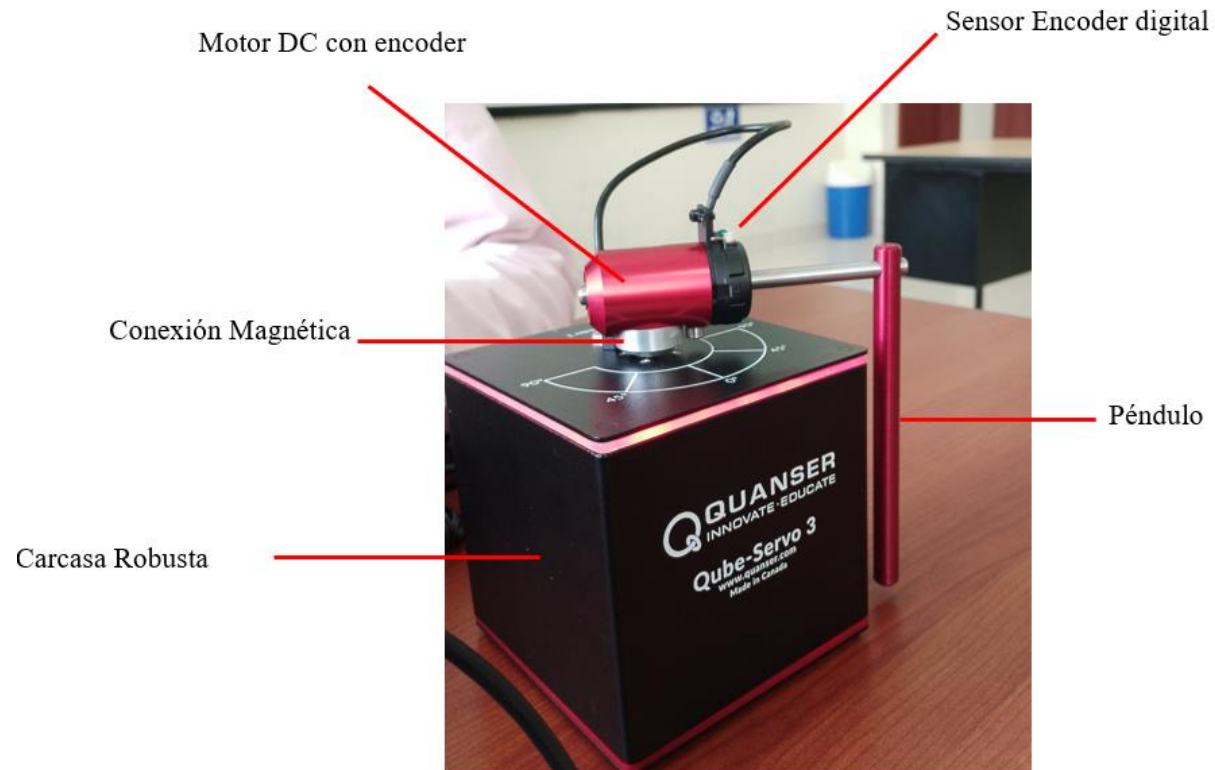
- Modelar y simular el péndulo invertido QUBE-Servo 3.
- Diseñar una interfaz interactiva del péndulo invertido QUBE-Servo 3.
- Diseñar e implementar por simulación una estrategia de control PID con ganancias fijas para el péndulo invertido QUBE-Servo 3.
- Diseñar e implementar por simulación una estrategia de control PID con ajuste de ganancias basado en lógica difusa para el péndulo invertido QUBE-Servo 3.
- Implementar, validar y comparar las estrategias de control propuestas en la planta real.

# DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA





## Descripción del Sistema





## Variables del QUBE Servo 3

Variable Manipulada		
Voltaje	Voltios	[V]

Variables Controladas		
$\emptyset$	Posición	[grados]
$\theta$	ángulo	[grados]

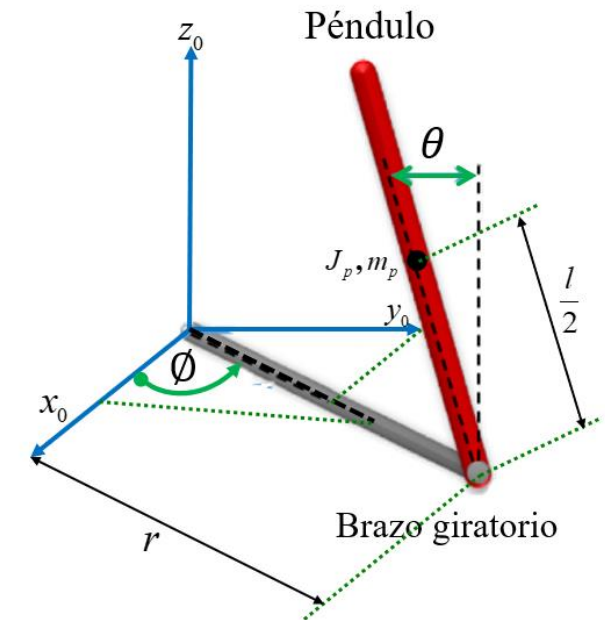
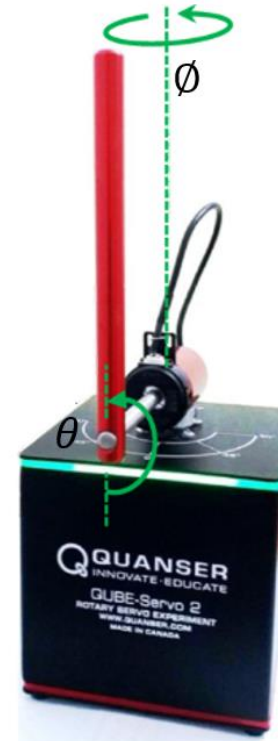


Diagrama de cuerpo libre

## Modelamiento Matemático

Diagrama del Péndulo invertido

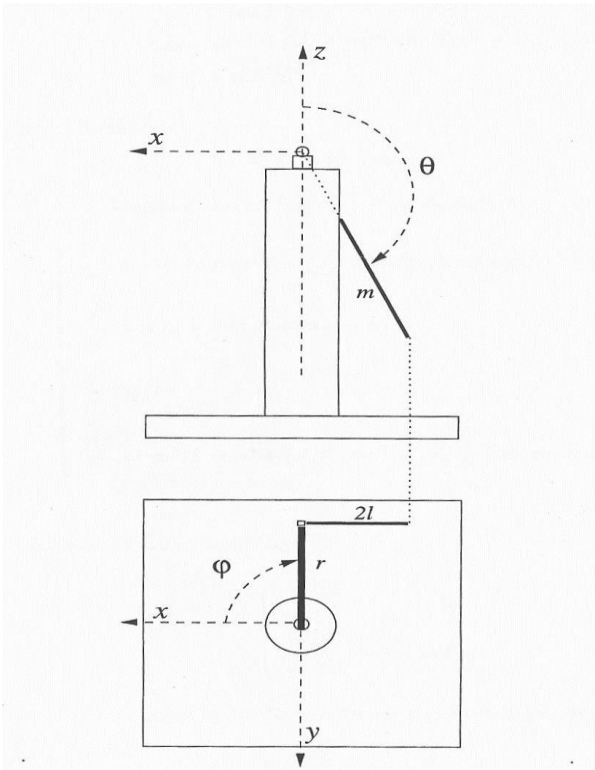


Tabla 1

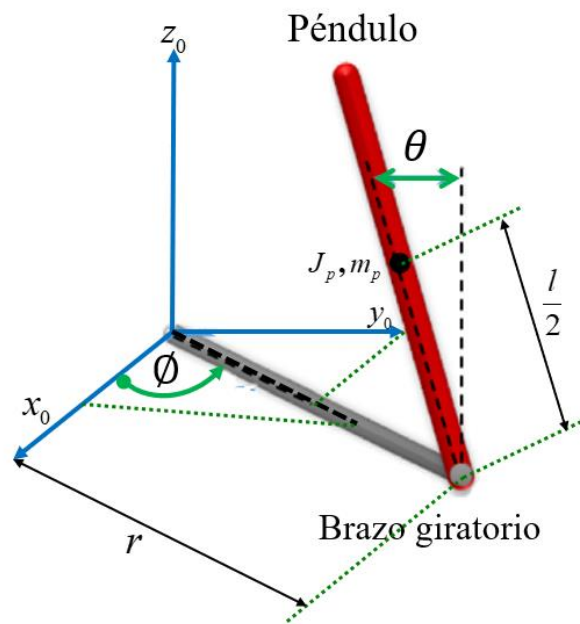
Parámetros de simulación del péndulo invertido

PARAMETRO	VALOR
Masa (m)	0,024 kg
Longitud del brazo (r)	0,085 m
Mitad de la longitud del péndulo (l)	0.0645 m
Ganancia del motor (Km)	0,036 V/(rad/s)
Gravedad (g)	9,8 m/s <sup>2</sup>
Momento de inercia Brazo y motor (Ja)	0 kg m <sup>2</sup>
Fricción viscosa del péndulo (Cp)	0,5
Fricción viscosa del brazo del motor (Ca)	0,5

Nota: La figura representa el sistema de coordenadas y los ángulos

que le afectan . Tomada de (Regalo Núñez, 2016).

## Diagrama de cuerpo libre del péndulo invertido



$$x_G = r \cos \varphi - l \sin \theta \sin \varphi ,$$

$$y_G = r \sin \varphi + l \sin \theta \cos \varphi ,$$

$$z_G = l \cos \theta$$

Derivamos las ecuaciones

$$\dot{x}_G = -r \dot{\varphi} \sin \varphi - l \dot{\varphi} \cos \varphi \sin \theta - l \dot{\theta} \sin \varphi \cos \theta ,$$

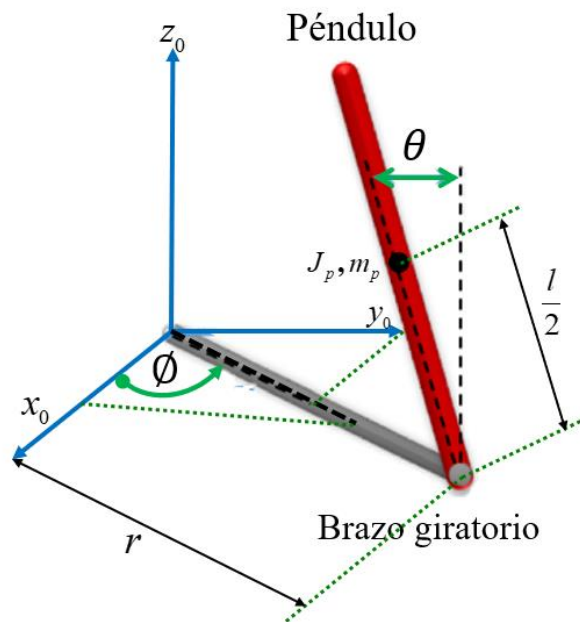
$$\dot{y}_G = r \dot{\varphi} \cos \varphi - l \dot{\varphi} \sin \varphi \sin \theta + l \dot{\theta} \cos \varphi \cos \theta ,$$

$$\dot{z}_G = -l \dot{\theta} \sin \theta$$

Empleando la cinemática

$$v^2 = r^2 \dot{\varphi}^2 + l^2 \dot{\varphi}^2 (\sin \theta)^2 + 2rl \dot{\varphi} \dot{\theta} \cos \theta + l^2 \dot{\theta}^2$$

## Diagrama de cuerpo libre del péndulo invertido



$$J_a = J_{motor} + J_{brazo} \quad J_p = \frac{4}{3} ml^2$$

$$2T = (J_a + mr^2 + (J_p + ml^2) (\sin \theta)^2) \dot{\varphi}^2 + 2mrl\dot{\varphi}\dot{\theta} \cos \theta + (J_p + ml^2)\dot{\theta}^2$$

$$V = mgl(\cos \theta - 1)$$

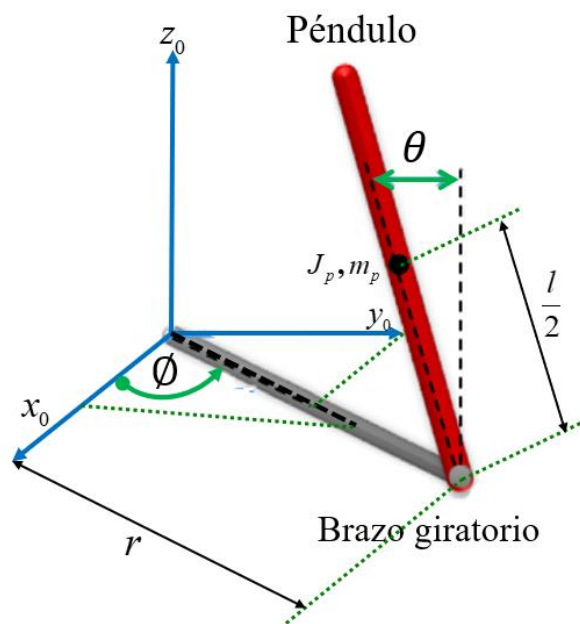
$$L = T - V$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = F \end{cases}$$

$$\begin{cases} (J_p + ml^2)(\ddot{\theta} - \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta) + mrl\dot{\varphi} \cos \theta - mgl \sin \theta = 0 \\ mrl\ddot{\theta} \cos \theta - mrl\dot{\theta}^2 \sin \theta + 2(J_p + ml^2)\dot{\theta}\dot{\varphi} \sin \theta \cos \theta + (J_a + mr^2 + (J_p + ml^2) \sin^2 \theta)\ddot{\varphi} = F \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{\theta} - \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta + \alpha \ddot{\varphi} \cos \theta - \sin \theta = 0 \\ \alpha \ddot{\theta} \cos \theta - \alpha \dot{\theta}^2 \sin \theta + 2\dot{\theta}\dot{\varphi} \sin \theta \cos \theta + (\beta + \sin^2 \theta)\ddot{\varphi} = \gamma u \end{cases}$$

## Diagrama de cuerpo libre del péndulo invertido



$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha \cos \theta \\ \alpha \cos \theta & \beta + \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\varphi} \sin \theta \cos \theta \\ -\alpha \dot{\theta} \sin \theta + \dot{\varphi} \sin \theta \cos \theta & \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \gamma u \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha \cos \theta \\ \alpha \cos \theta & \beta + \sin^2 \theta \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \beta + \sin^2 \theta & -\alpha \cos \theta \\ -\alpha \cos \theta & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \beta + \sin^2 \theta - \alpha^2 \cos^2 \theta$$

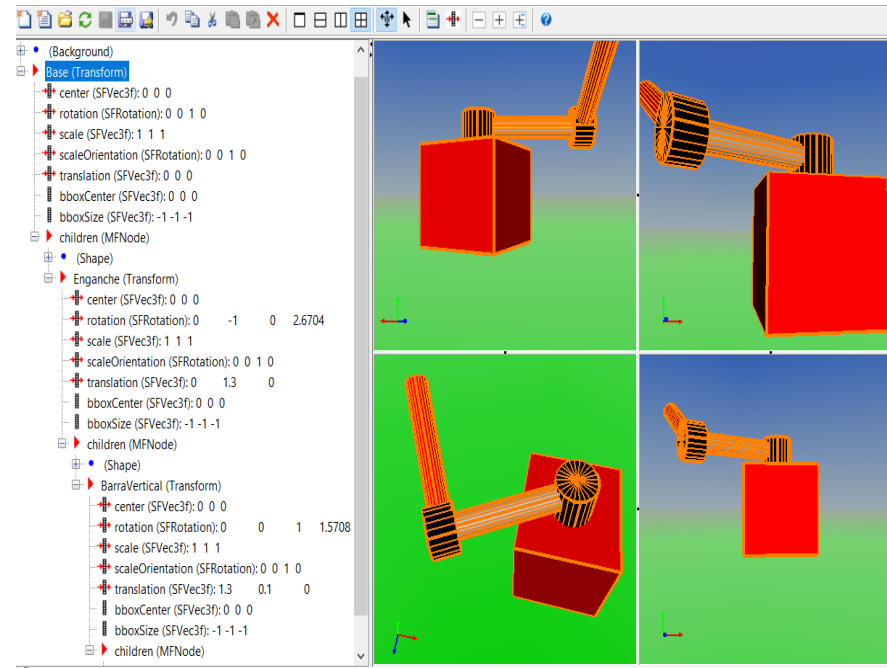
$$\begin{cases} \Delta \ddot{\theta} = -\alpha^2 \dot{\theta}^2 \sin \theta \cos \theta + (\beta + \sin^2 \theta) \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta + 2\alpha \dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \theta \cos^2 \theta + \beta \sin \theta + \sin^3 \theta - \gamma u \alpha \cos \theta - c_p \dot{\theta} \\ \Delta \ddot{\varphi} = \alpha \dot{\theta}^2 \sin \theta - \alpha \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos^2 \theta - 2\dot{\theta} \dot{\varphi} \sin \theta \cos \theta - \alpha \sin \theta \cos \theta + \gamma u - c_\alpha \dot{\varphi} \end{cases}$$

## Diseño 3D del QUBE Servo 3

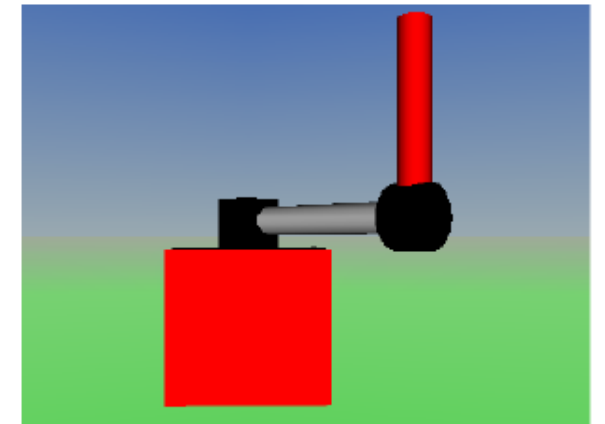
Planta real



3D Toolbox V- Realm



Planta diseñada



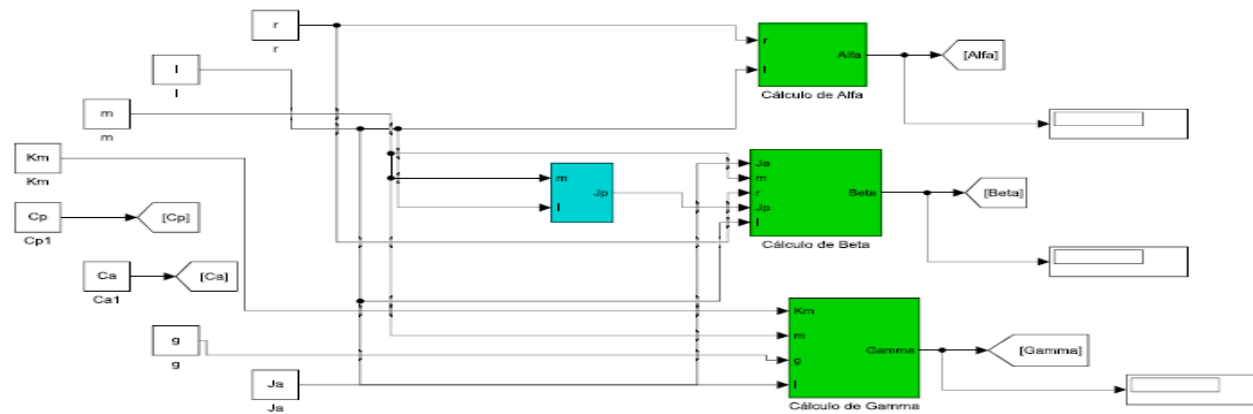
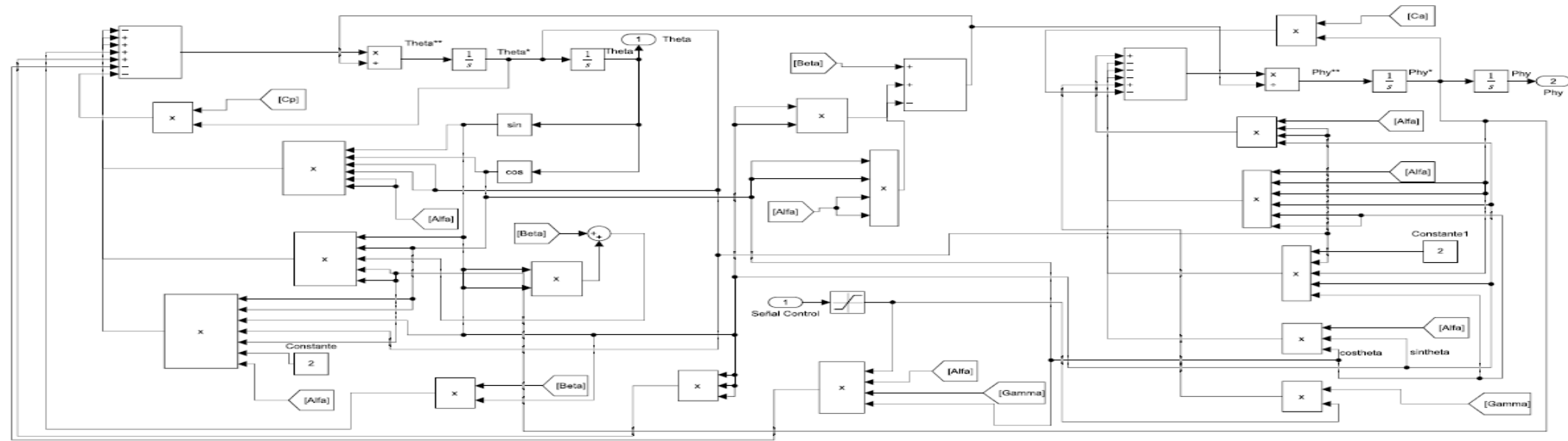
04.

# Diseño y simulación de controladores

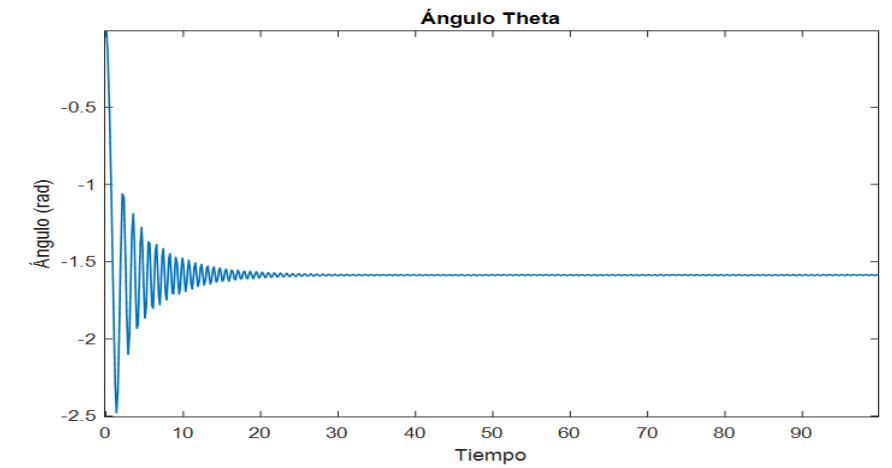
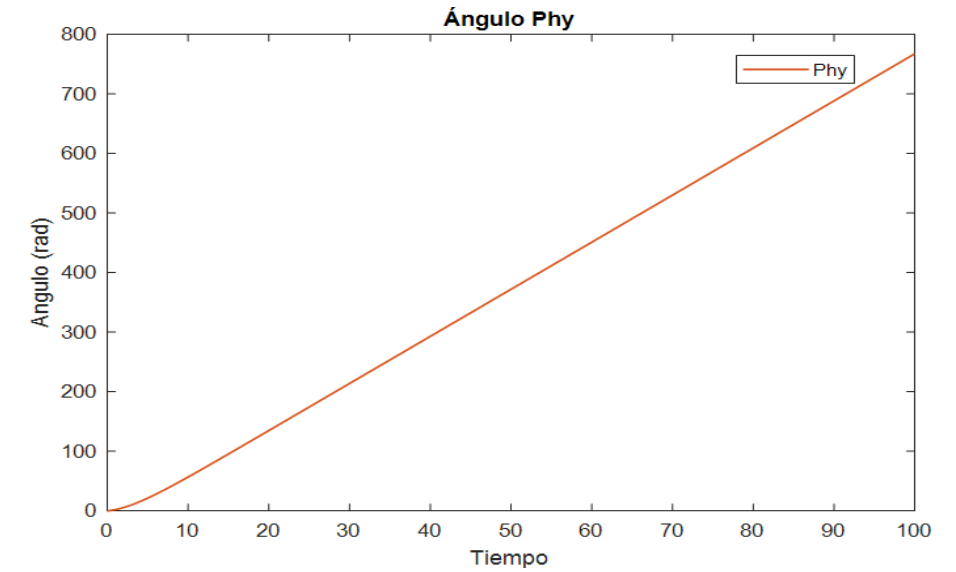
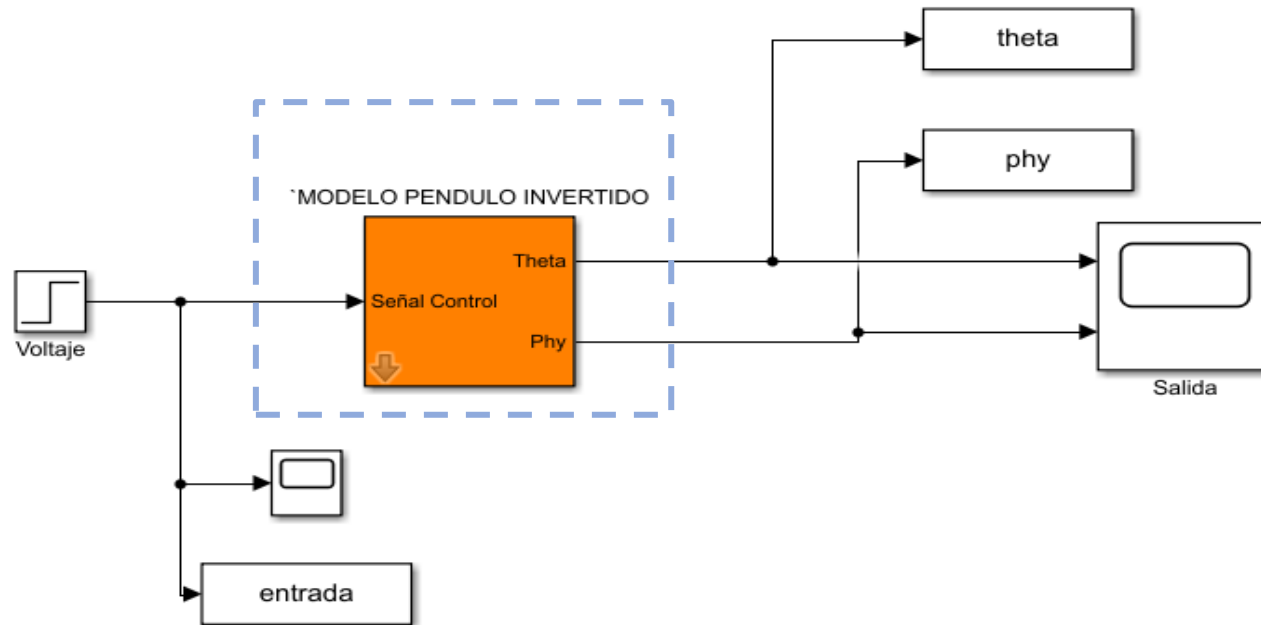




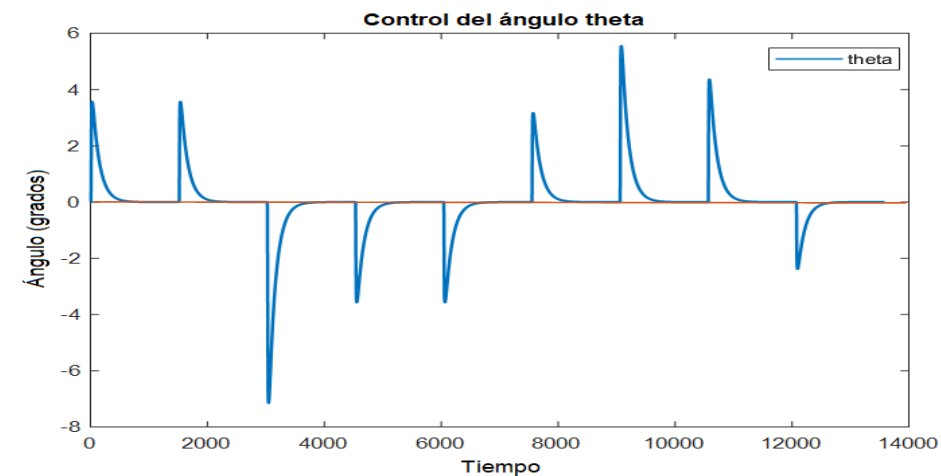
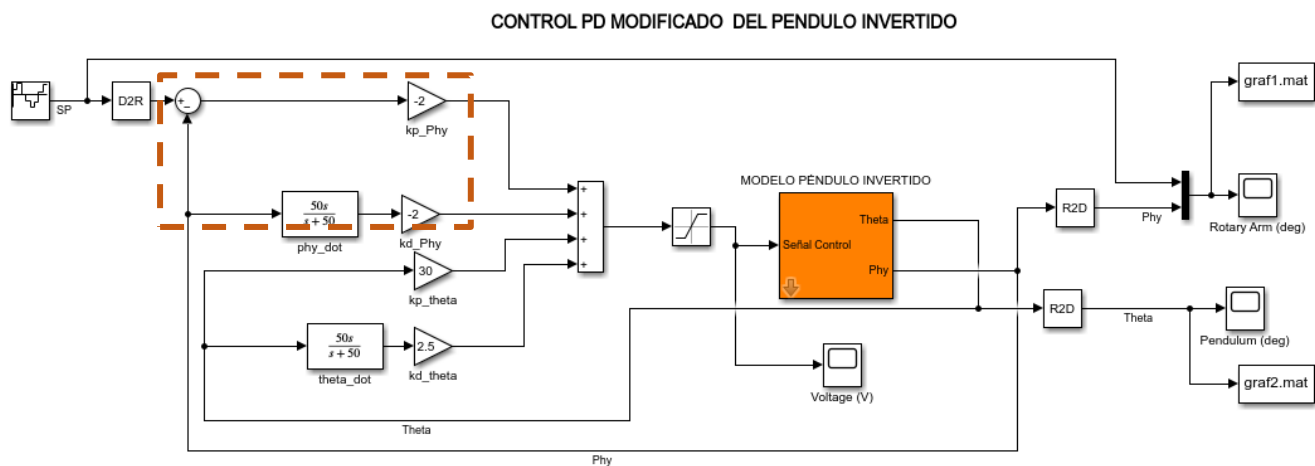
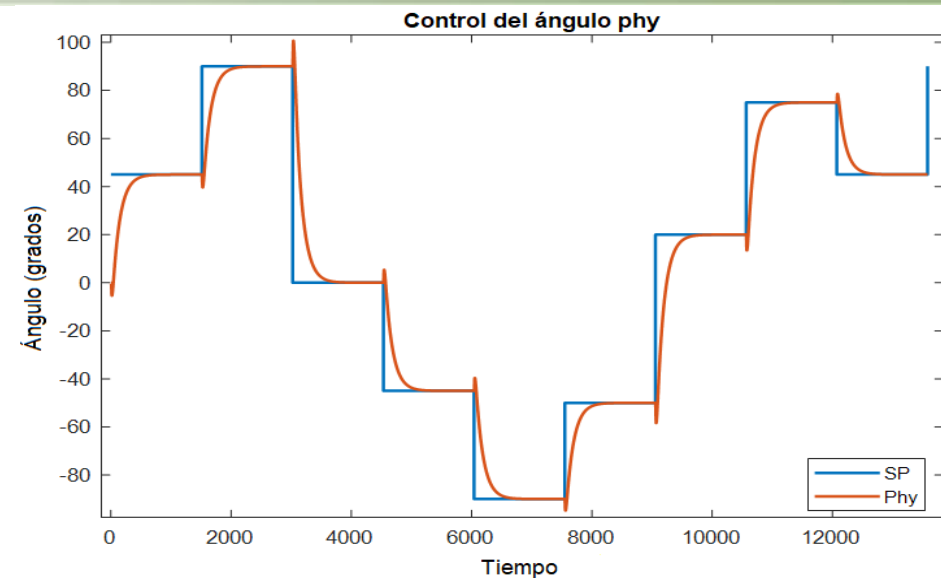
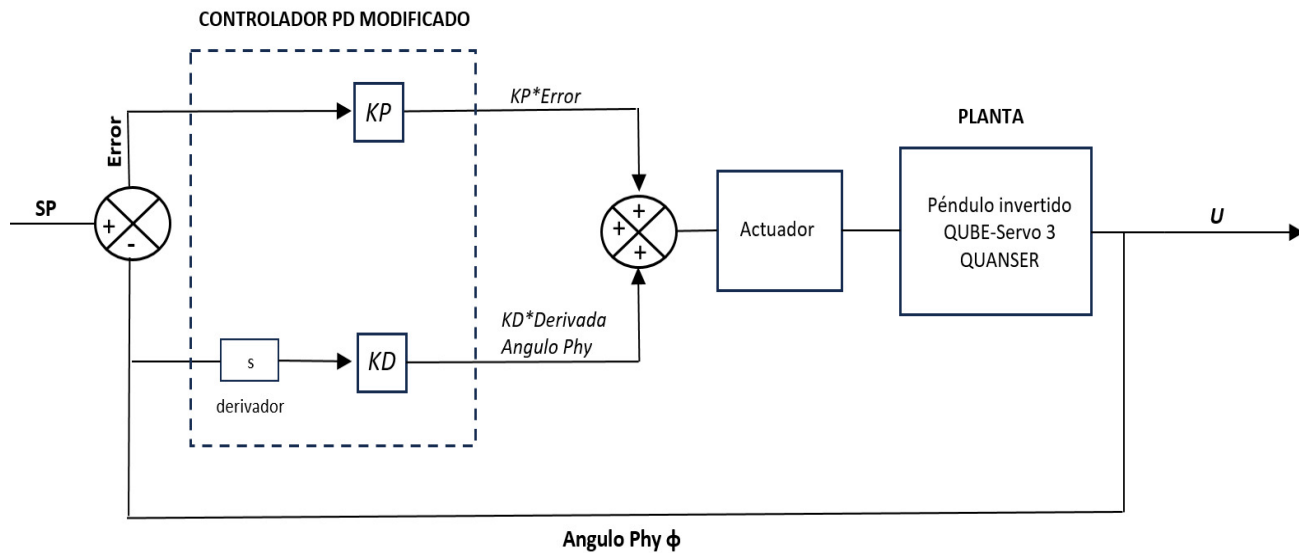
## Modelo principal del péndulo invertido en Simulink



## Lazo abierto del péndulo invertido



## Control clásico PD modificado



## Control Avanzado de control PID con ajuste de ganancias basados en lógica difusa

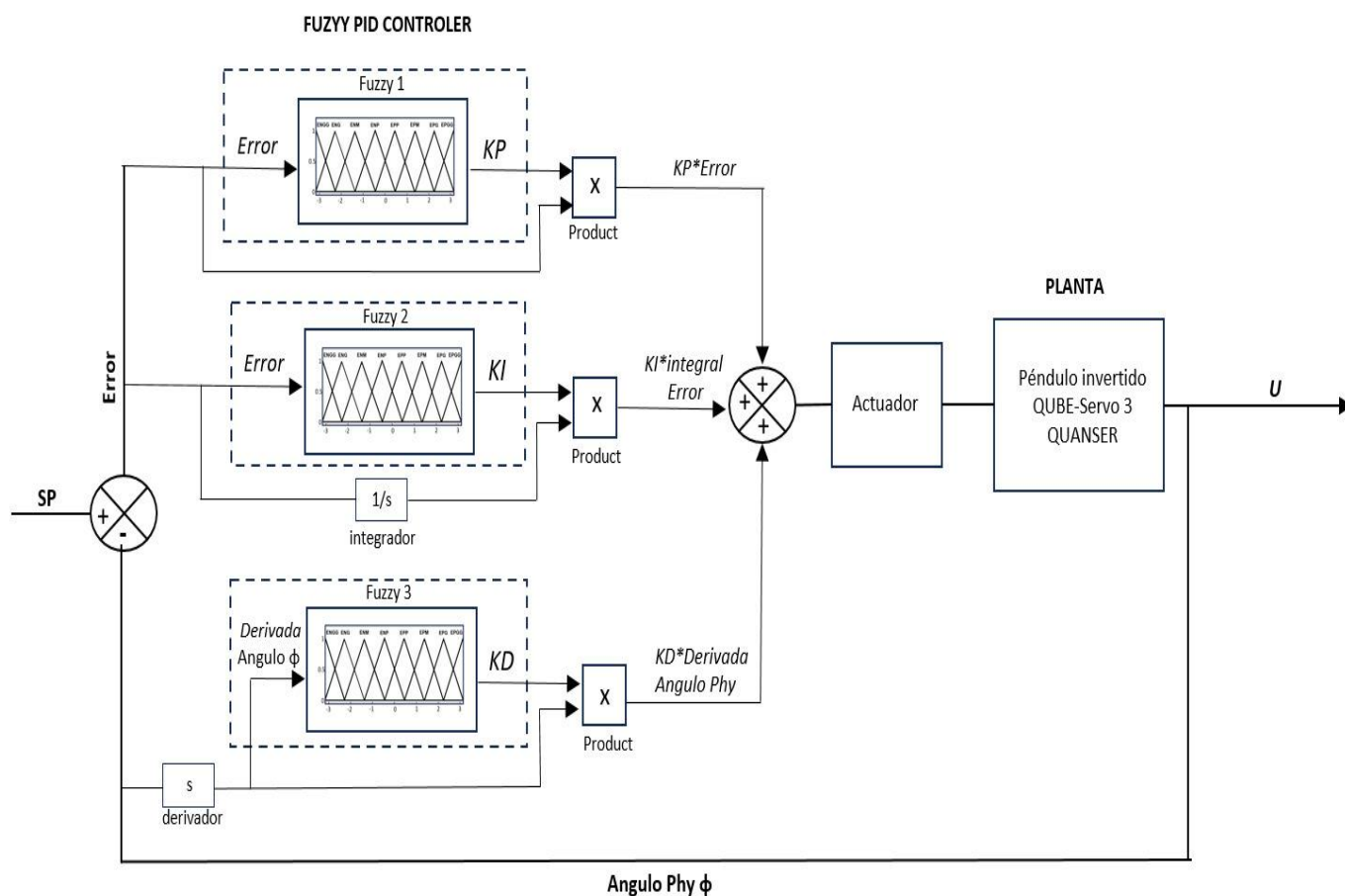


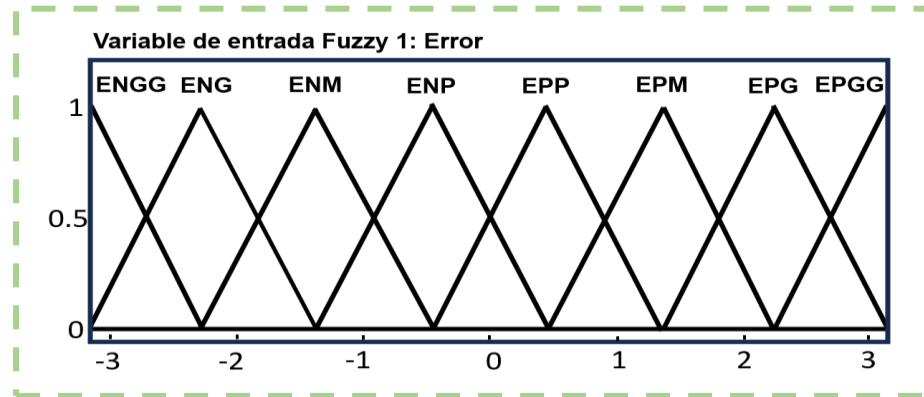
Tabla 2

Variables lingüistas de los tres algoritmos difusos implementados

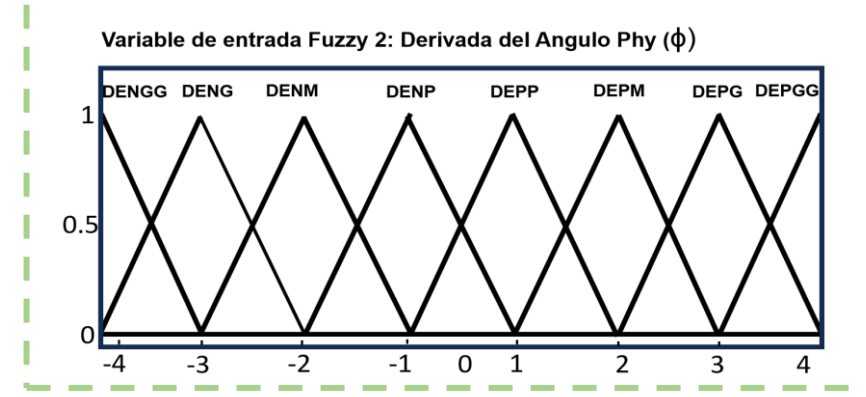
Algoritmo difuso	Variable lingüística (entrada)	Variable lingüística (salida)
Fuzzy 1: Algoritmo difuso para encontrar valores de $K_p$	Error	$K_p$
Fuzzy 2: Algoritmo difuso para encontrar valores de $K_i$	Error	$K_i$
Fuzzy 3: Algoritmo difuso para encontrar valores de $K_d$	Derivada del ángulo $\text{Phy } (\phi)$	$K_d$

# Conjuntos difusos de las variables de entrada y salida de los algoritmos Fuzzy

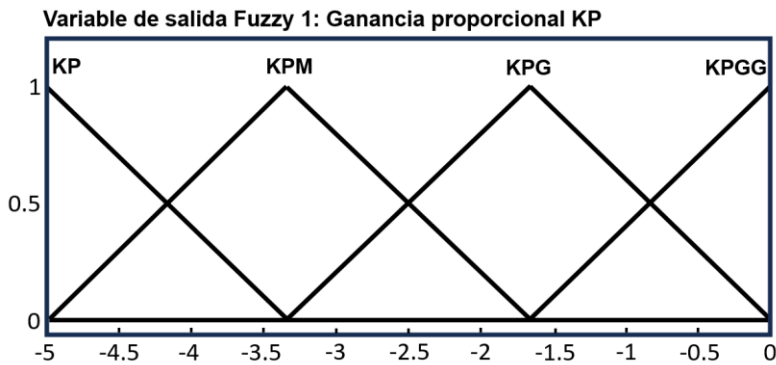
ENTRADA



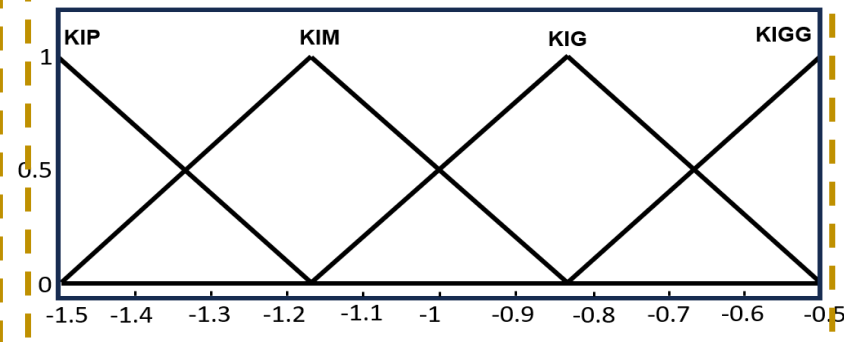
ENTRADA



SALIDAS

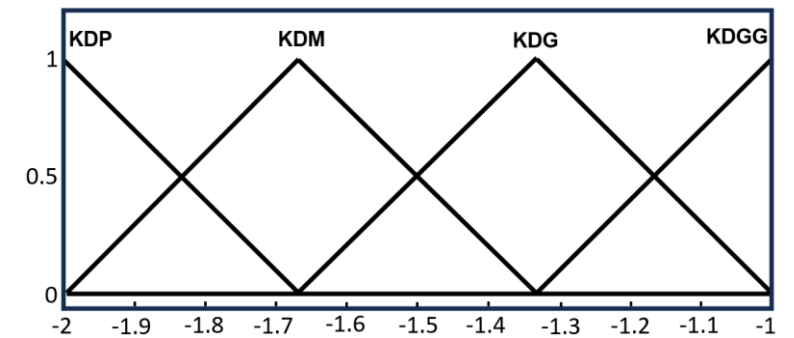


Variable de salida Fuzzy 3: Ganancia integral KI



SALIDA

Variable de salida Fuzzy 2: Ganancia derivativa KD



## *Reglas difusas implementadas para determinar los valores de $K_p$ , $K_i$ , $K_d$*

### Reglas del algoritmo Fuzzy 1

1. Si (ERROR es EPP), Entonces ( $K_p$  es KPP)
2. Si (ERROR es EPM), Entonces ( $K_p$  es KPM)
3. Si (ERROR es EPG), Entonces ( $K_p$  es KPG)
4. Si (ERROR es EPGG), Entonces ( $K_p$  es KPGG)
5. Si (ERROR es ENP), Entonces ( $K_p$  es KPP)
6. Si (ERROR es ENM), Entonces ( $K_p$  es KPM)
7. Si (ERROR es ENG), Entonces ( $K_p$  es KPG)
8. Si (ERROR es ENGG), Entonces ( $K_p$  es KPGG)

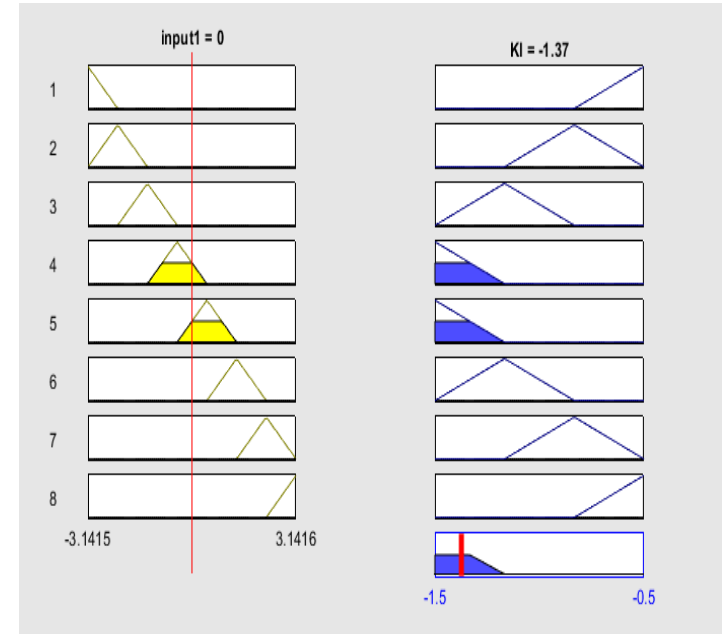
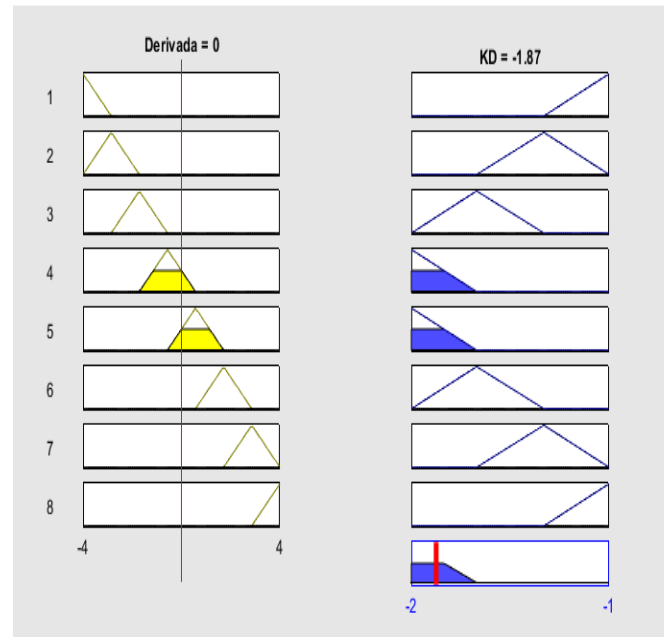
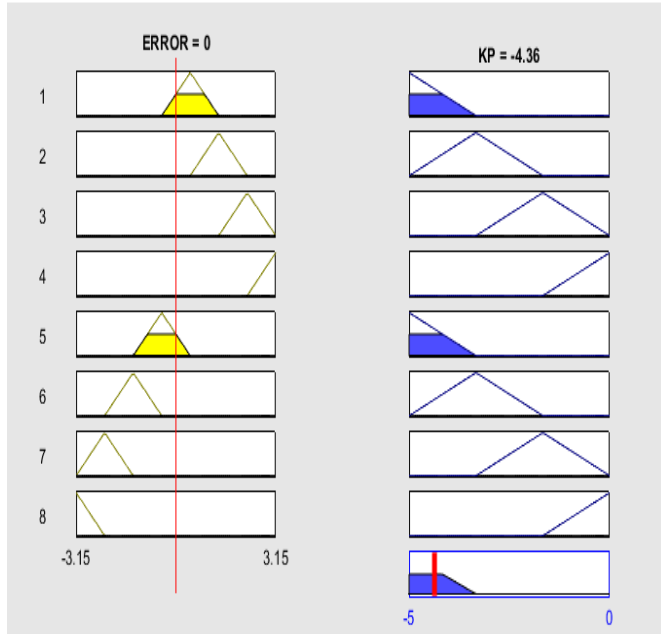
### Reglas del algoritmo Fuzzy 2

1. Si (DERIVADA es DENG), Entonces ( $K_d$  es KDGG)
2. Si (DERIVADA es DENG), Entonces ( $K_d$  es KDG)
3. Si (DERIVADA es DENM), Entonces ( $K_d$  es KDM)
4. Si (DERIVADA es DENP), Entonces ( $K_d$  es KDP)
5. Si (DERIVADA es DEPP), Entonces ( $K_d$  es KDP)
6. Si (DERIVADA es DEPM), Entonces ( $K_d$  es KDM)
7. Si (DERIVADA es DEPG), Entonces ( $K_d$  es KDG)

### Reglas del algoritmo Fuzzy 3

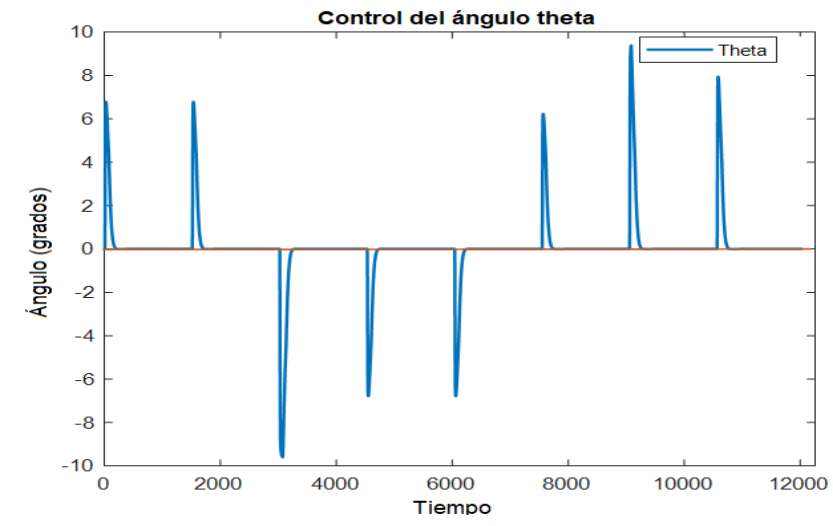
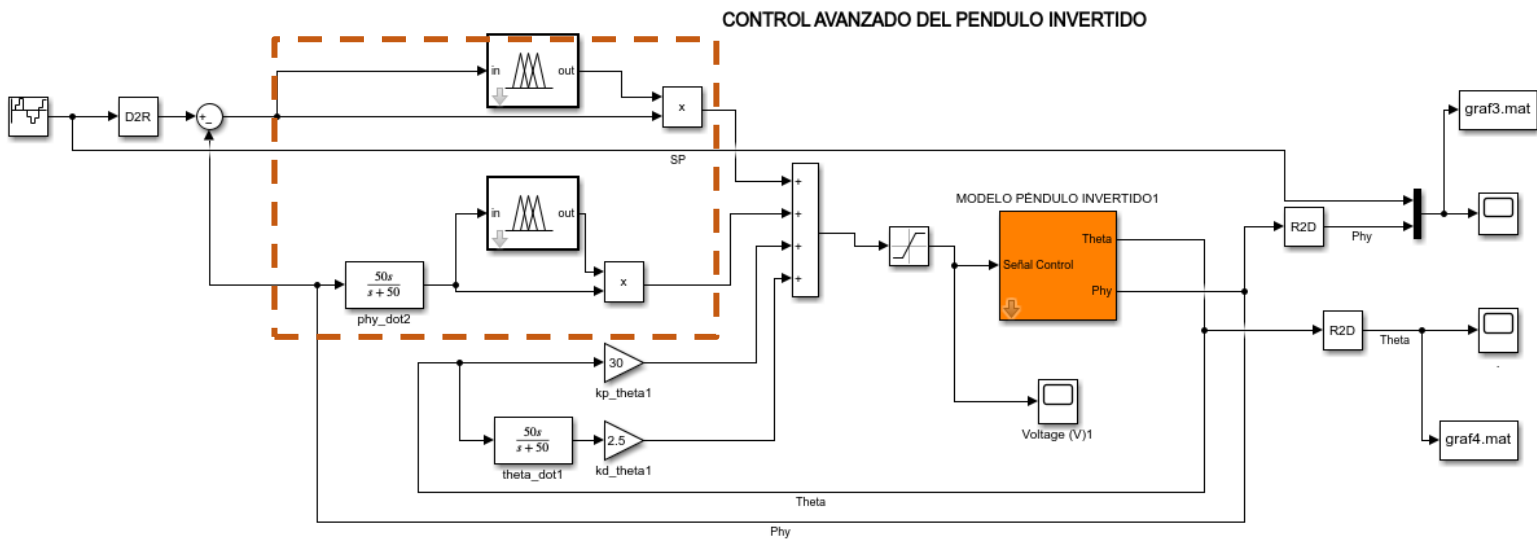
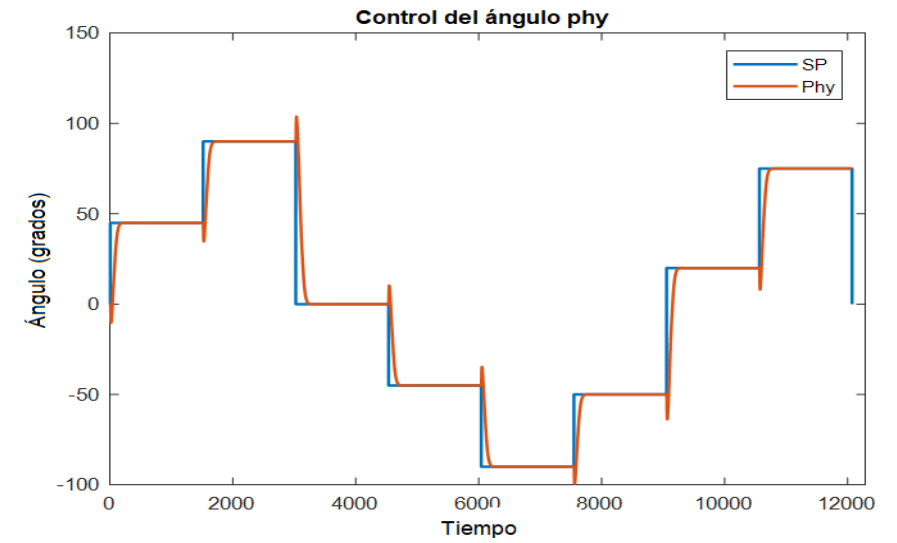
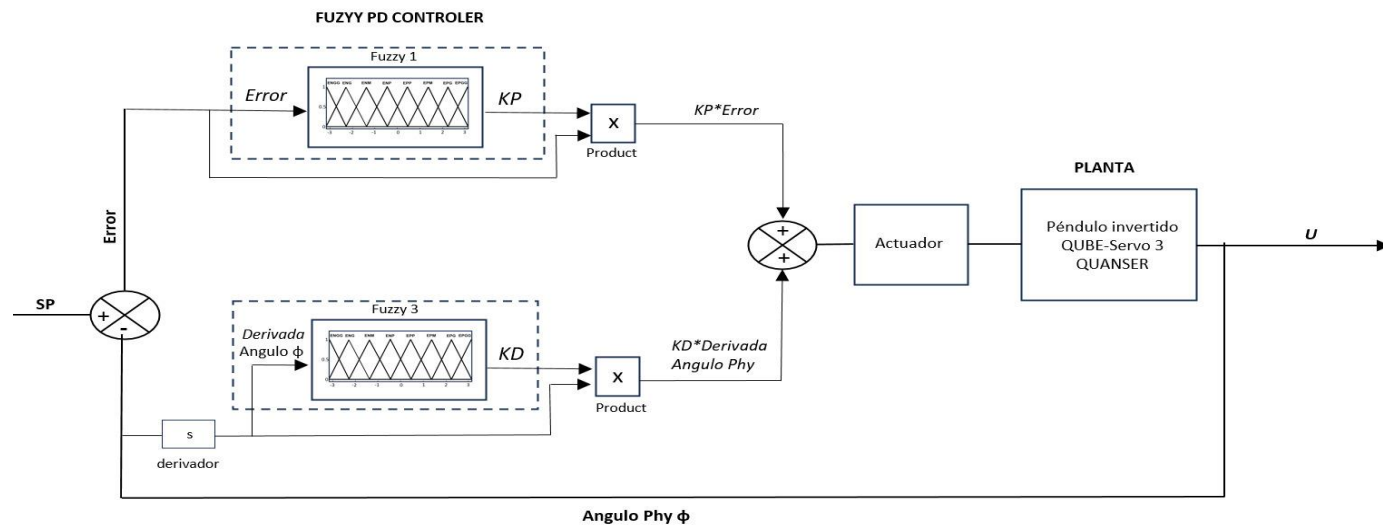
1. Si (ERROR es EPP), Entonces ( $K_i$  es KIP)
2. Si (ERROR es EPM), Entonces ( $K_i$  es KIM)
3. Si (ERROR es EPG), Entonces ( $K_i$  es KIG)
4. Si (ERROR es EPGG), Entonces ( $K_i$  es KIGG)
5. Si (ERROR es ENP), Entonces ( $K_i$  es KIP)
6. Si (ERROR es ENM), Entonces ( $K_i$  es KIM)
7. Si (ERROR es ENG), Entonces ( $K_i$  es KIG)
8. Si (ERROR es ENGG), Entonces ( $K_i$  es KIGG)

## Defusificación por el método de la centroide





# Control Avanzado de control PD con ajuste de ganancias basados en lógica difusa

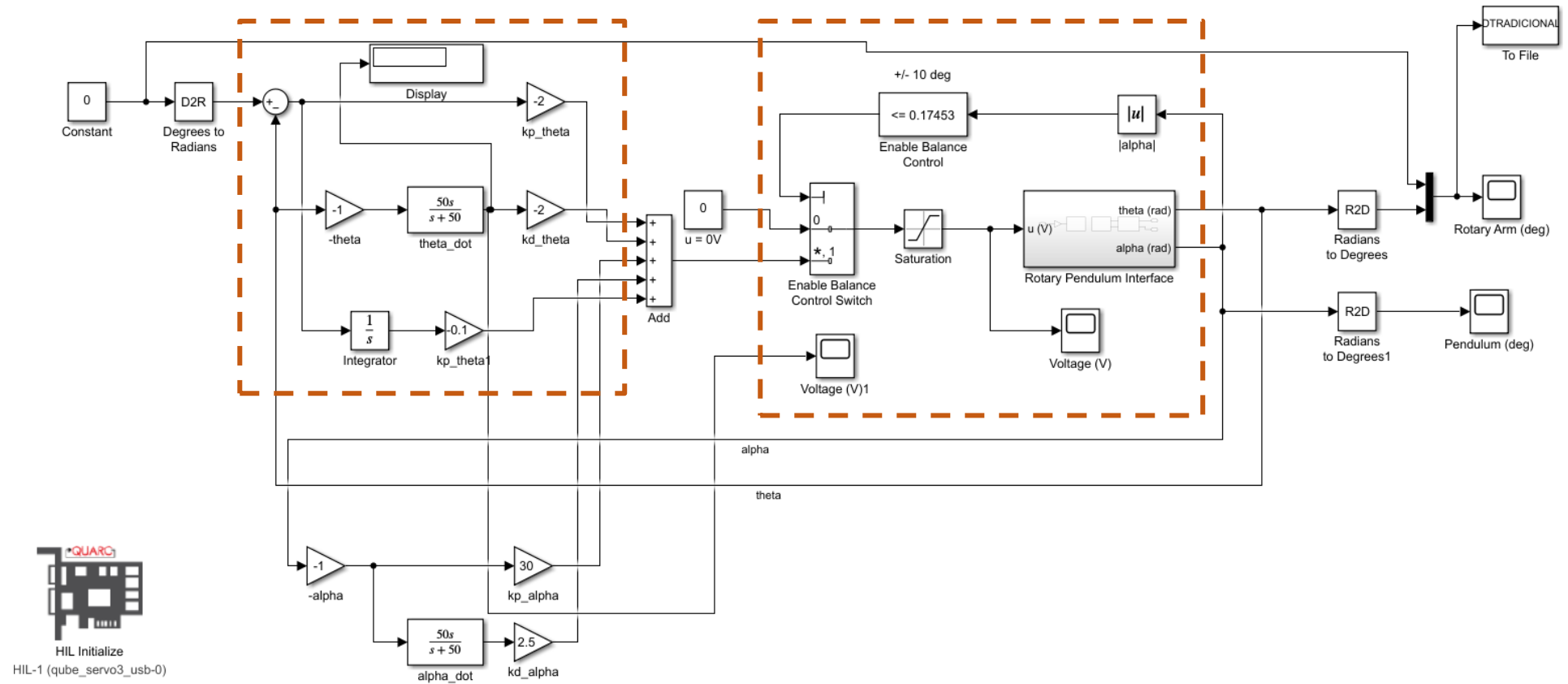


05.

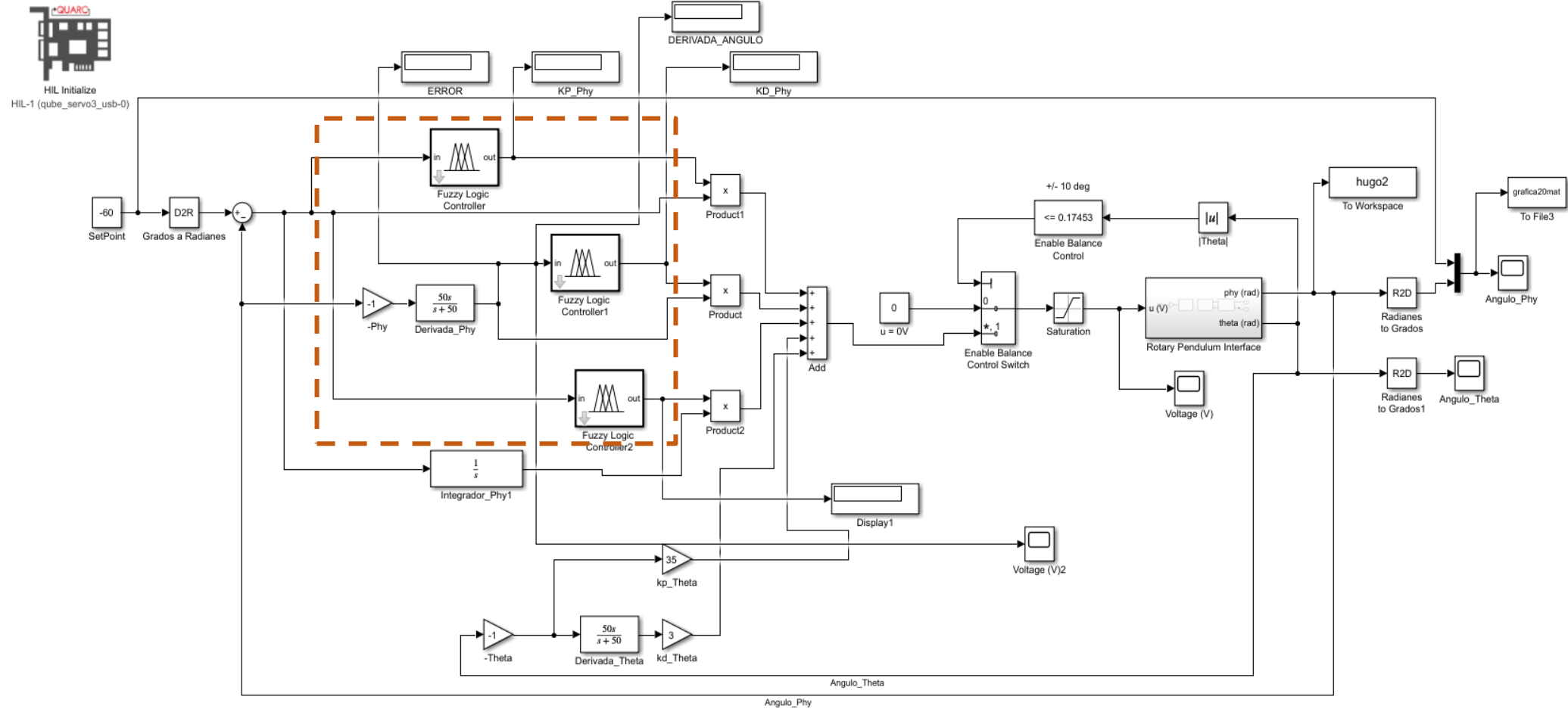
# Implementación y comparación de controladores



## Controlador clásico PID

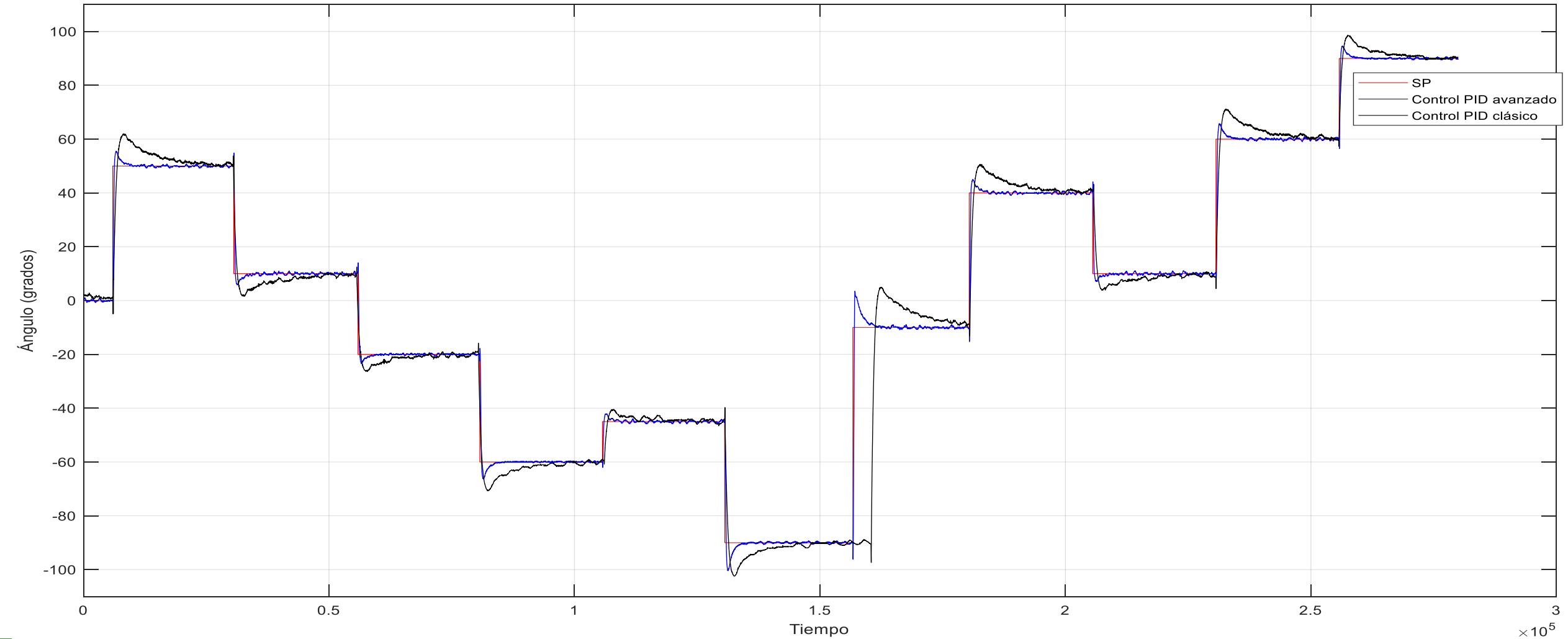


# Control Avanzado de control PID con ajuste de ganancias basados en lógica difusa

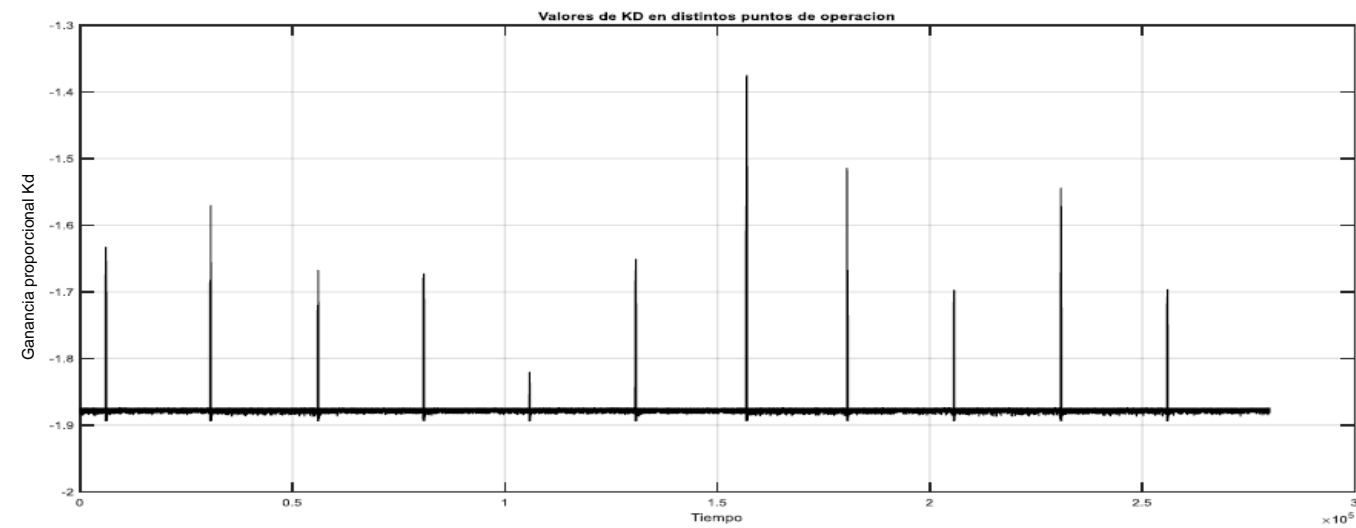
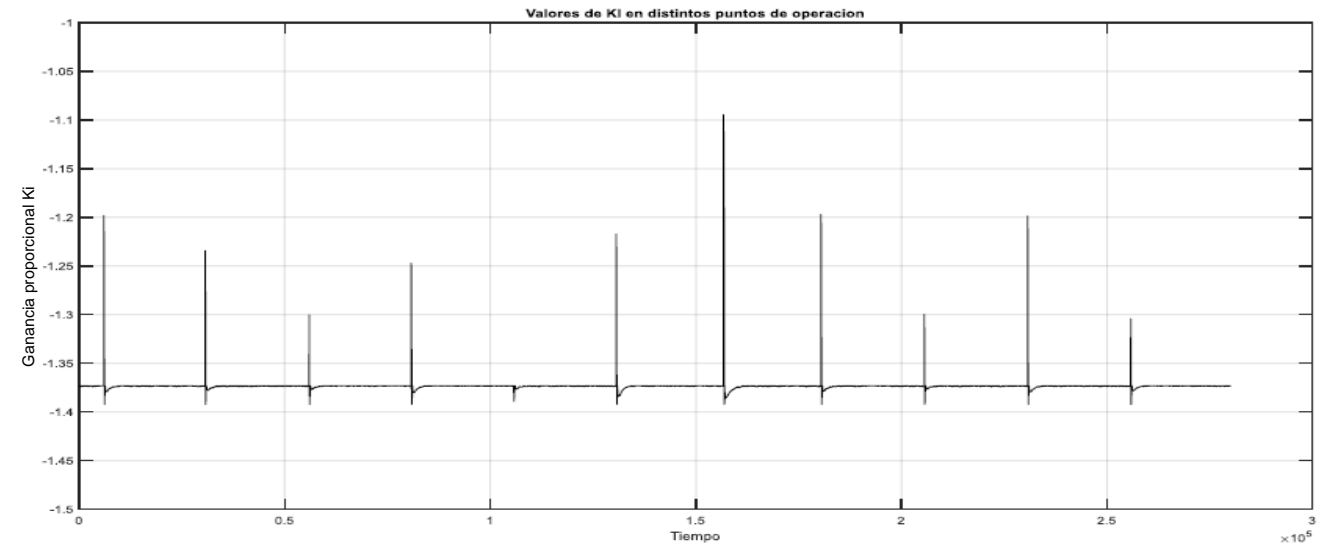
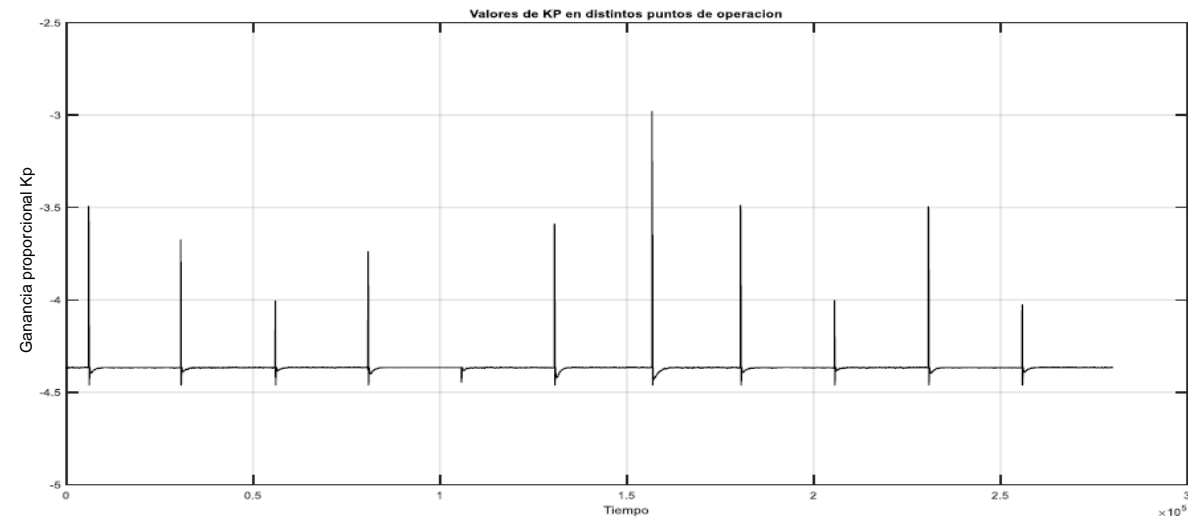


## Respuesta de los controladores clásico y Avanzado en la planta real

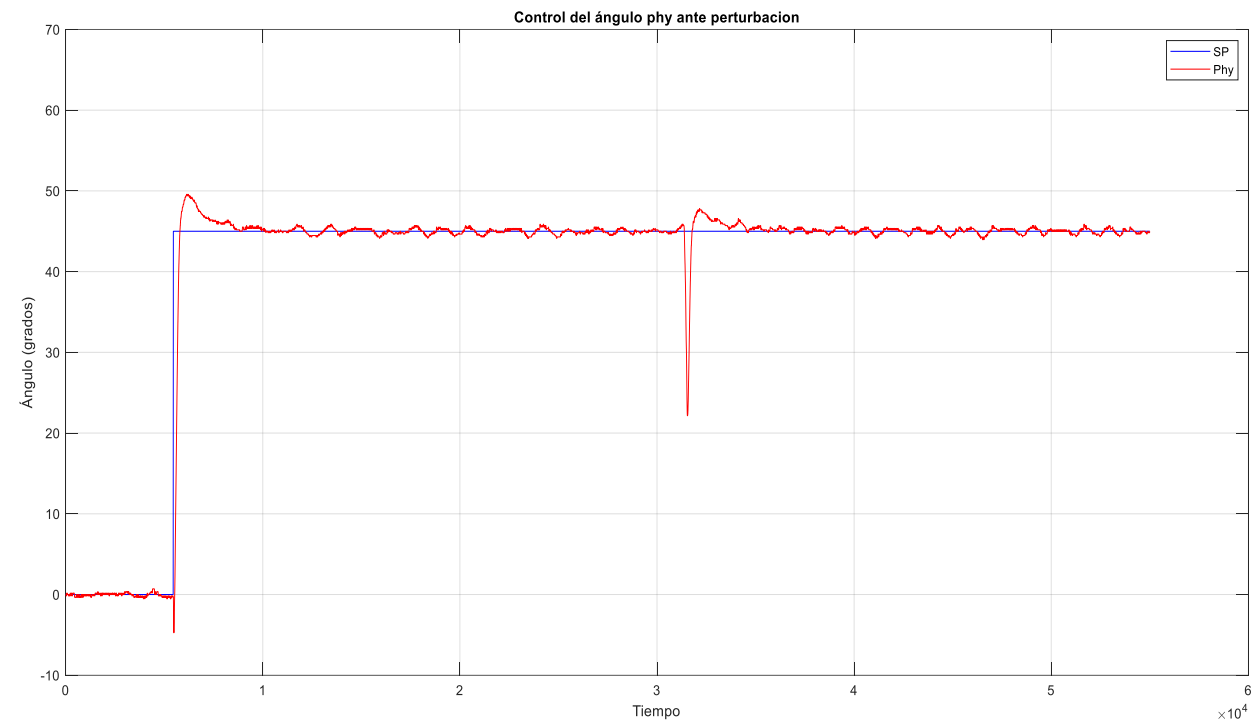
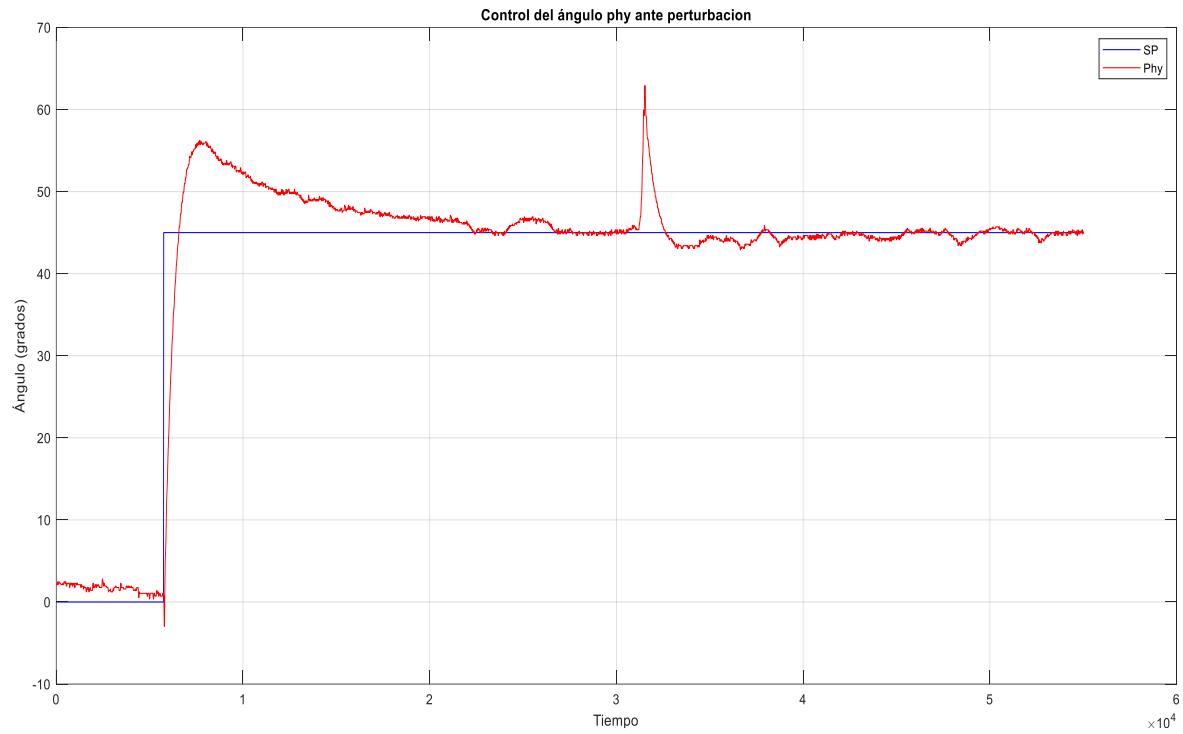
Control PID avanzado vs Control PID clásico



## Valores de ganancia del controlador

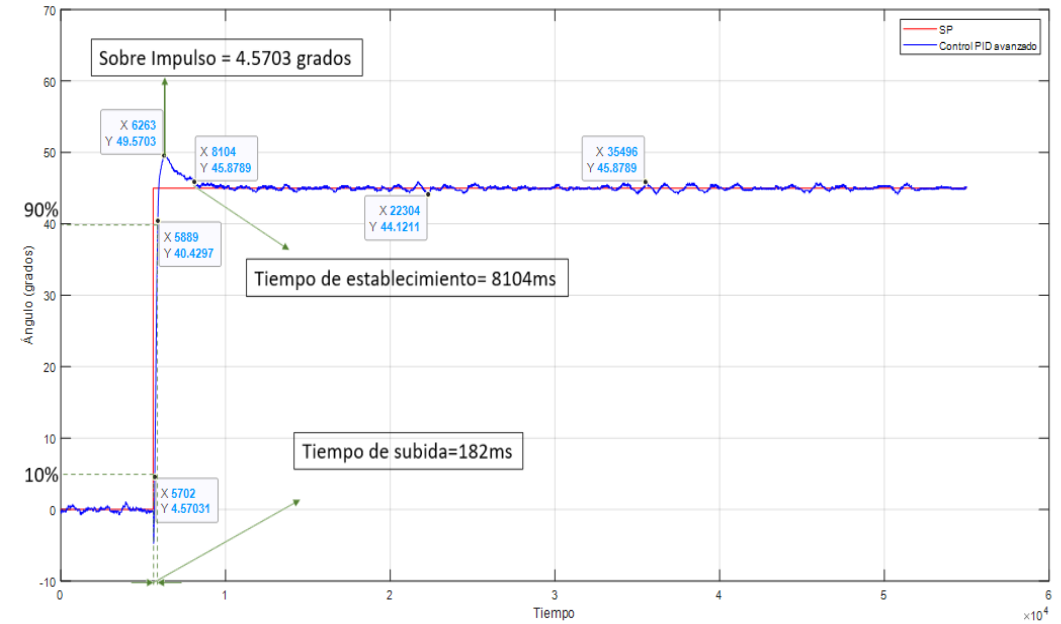
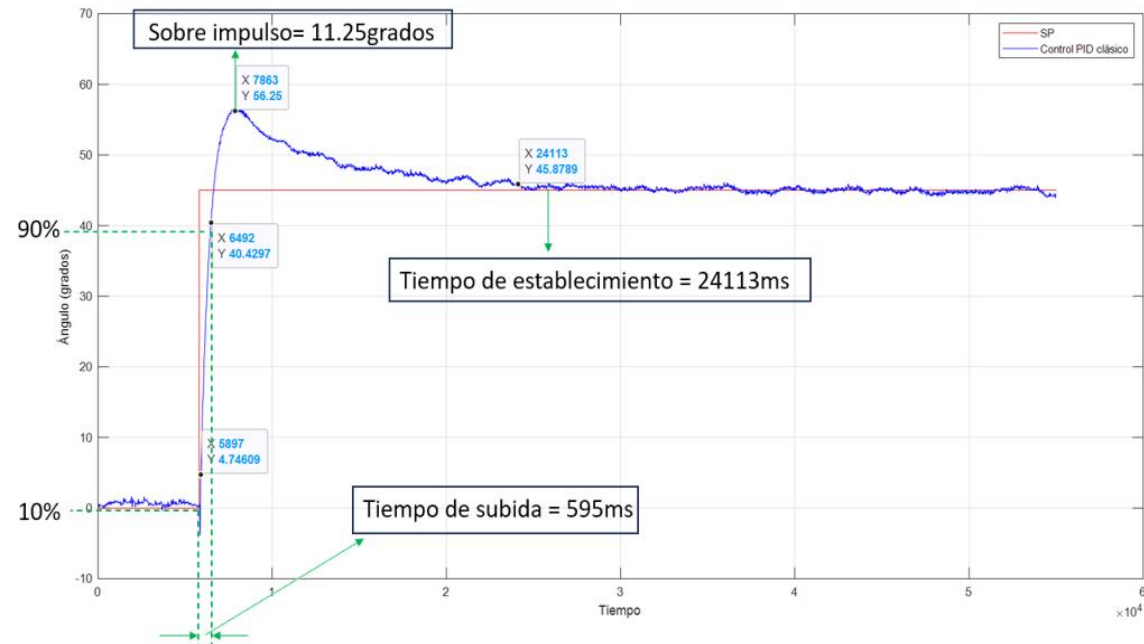


## Respuesta del ángulo $\phi$ ante perturbaciones





# Respuesta transitoria de los controladores clásico y avanzado en un punto de operación



Controlador	KP Ganancia Proporcional	Ti(min) Tiempo Integral	Td(min) Tiempo derivativo	Tr (mseg) Tiempo de subida	Ts (mseg) Tiempo de Asentamiento	%OS Sobre impulso
PID clásico	La ganancia proporcional fija es de -2	La ganancia integral fija es de -0.1	La ganancia derivativa fija es de -2	595	24113	11.25

Controlador	KP Ganancia Proporcional	Ti(min) Tiempo Integral	Td(min) Tiempo derivativo	Tr (mseg) Tiempo de subida	Ts (mseg) Tiempo de Asentamiento	%OS Sobre impulso
PID adaptativo con ajuste de ganancias utilizando lógica difusa	La ganancia proporcional varía en función del error, este rango está dado de [-5 a -0]	La ganancia integral varía en función de la velocidad del ángulo phy, este rango está dado de [-2 a -1]	La ganancia derivativa varía en función del error, este rango está dado de [-1.5 a -0.5]	182	8104	4.5703

06.

# Conclusiones



Dada la naturaleza no lineal y altamente inestable de la planta, se desarrolló un modelo matemático aproximado del péndulo invertido QUBE-Servo 3. Este modelo se implementó utilizando diagramas de bloques en Simulink, permitiendo un análisis detallado del comportamiento del sistema mediante pruebas tanto en lazo abierto como en lazo cerrado, utilizando un controlador clásico y un controlador adaptativo con ajuste de ganancias mediante lógica difusa, antes de su aplicación en la planta real. Además, la creación de un modelo tridimensional del péndulo invertido facilitó la visualización y comprensión del comportamiento del sistema.

En los simuladores, los sistemas tienden a ser ideales al no estar sujetos a factores externos. Por esta razón, se diseñaron controladores PID clásicos con ganancias fijas y controladores PID adaptativos con ajuste de ganancias mediante lógica difusa, estableciendo la ganancia integral en cero, los mismos que fueron implementados por simulación, dando como resultado un desempeño satisfactorio. Sin embargo, al implementar los controles en la planta real, se realizó un análisis para introducir una ganancia integral para el control PID avanzado. Esto debido a que durante las pruebas experimentales se observaron fallos significativos cuando el error aumentaba considerablemente. Por consiguiente, la incorporación de una ganancia integral permitió contrarrestar este comportamiento y mejorar la respuesta del sistema en condiciones reales.

Al comparar el controlador PID clásico con el controlador PID con ajustes de ganancias mediante lógica difusa por simulación, se observa que éste presenta un tiempo de asentamiento menor y carece de sobre impulso inicial. Por lo tanto, a partir de la simulación, el controlador avanzado supera al controlador clásico en términos de desempeño.

Una vez implementados los controladores en la planta real, se observa que el controlador avanzado PID con ajuste de ganancias basado en lógica difusa presenta menor sobre impulso inicial, tiempo de establecimiento reducido y una corrección más eficaz del error en estado permanente. Esto confirma la eficiencia, precisión y capacidad del control avanzado respecto a un control clásico.

En la implementación del control PID tradicional, el rango de trabajo máximo es de  $90^\circ$ , mientras que, el control avanzado PID adaptativo con lógica difusa tiene un rango máximo de  $160^\circ$ . Por lo que, la amplitud de operación del control avanzado permite un mejor rendimiento del sistema.