

ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO

DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA Y  
ELECTRÓNICA

CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA  
Y TELECOMUNICACIONES

PROYECTO DE GRADO PARA LA OBTENCIÓN  
DEL TÍTULO DE INGENIERÍA

Aplicación De La Transformada Wavelet En Dos  
Dimensiones Para El Análisis Y Compresión De  
Imágenes

Lorena Paola Pazmiño Altamirano

SANGOLQUÍ – ECUADOR

2012

## **CERTIFICACIÓN**

Certificamos que el presente proyecto de grado fue realizado en su totalidad por la Srta. Lorena Paola Pazmiño Altamirano bajo nuestra dirección.

-----  
Ing. Paúl Bernal

DIRECTOR

-----  
Ing. Gonzalo Olmedo

CODIRECTOR

## **AUTORIZACIÓN**

Yo, Lorena Paola Pazmiño Altamirano, autorizo a la Escuela Politécnica del Ejército la publicación, en la biblioteca virtual de la Institución del trabajo “APLICACIÓN DE LA TRANSFORMADA WAVELET EN DOS DIMENSIONES PARA EL ANÁLISIS Y COMPRESIÓN DE IMÁGENES”, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi exclusiva responsabilidad y autoría.

Sangolquí, 27 de Abril de 2012

-----  
Lorena Paola Pazmiño Altamirano

## RESUMEN

El presente proyecto consiste en la aplicación de la Transformada *Wavelet* en dos dimensiones para analizar y comprimir imágenes, de diferentes dimensiones, a color y en escala de grises.

Este trabajo se basa en la fundamentación teórica de la Transformada *Wavelet* Discreta dentro de las familias de *Wavelet* y *Wavelet Packet*; para comprobar su eficiencia al realizar compresiones tipo *hard* con un promedio de veinte imágenes a las que se les retuvo del 50 al 80% de energía para determinar su desempeño frente a las medidas objetivas MSE y PSNR, como las medidas subjetivas MOS para la percepción y aceptación del usuario final, donde la *Wavelet* de *Symlet* y la *Wavelet Packet* de *Daubechies* se destacaron entre las demás de familias *Wavelet*.

Adicionalmente se forzó el comportamiento de las *Wavelets* a porcentajes de compresión menores al 11% con el fin de determinar que el desempeño de las mismas en casos extremos es favorable. Se realizaron pruebas comparativas entre los estándares JPG y JPG2000 que usa la Transformada de Coseno y la Transformada *Wavelet*, respectivamente, para comprobar la mejor calidad del formato JPG2000, frente a JPG, obteniendo imágenes de menor tamaño en disco. Finalmente se presenta una breve visión de las aplicaciones que utilizan *Wavelets* hoy en día.

## **DEDICATORIA**

*Las palabras faltan,  
y el sentimiento aflora al recordarte...  
y aunque nada sea igual sin tu presencia  
tus sabias palabras en mi corazón grabadas están....*

*Este trabajo esta dedicado a mi abuelita,  
quien con su ejemplo y amor me encaminó  
para ser la mujer que ahora soy....  
De seguro desde el cielo te regocijas junto a mi  
por este triunfo y me envías tu bendición  
para iniciar mi vida laboral.*

## **AGRADECIMIENTO**

*No bastan las palabras para agradecer a Dios  
por iluminarme cada día a lo largo de la carrera y acompañarme  
mientras realizaba este trabajo.*

*A mis padres quienes desde pequeña guiaron mis pasos  
y me comprendieron a lo largo de este duro caminar con  
todo su amor.*

*A mis hermanos y sobrino que entre risas me alejaron de los obstáculos que se  
presentaban.*

*A aquella persona especial que fue más que un amigo,  
alguien que supo darme su amor y comprensión;  
quien con una sonrisa me ayudó a levantarme y nunca perder la Fe.*

*A mis amigos, con quienes disfrute esta etapa de mi vida entre proyectos, risas, lágrimas,  
exámenes y ocurrencias,*

*A mis ingenieros quienes a lo largo de la carrera me impartieron sus conocimientos,  
Y muchos de ellos fueron más que docentes, buenos amigos...*

*A mi director de tesis quien fue un amigo y un gran apoyo en la realización de este  
trabajo.*

## PRÓLOGO

Con el desarrollo de la tecnología, los objetivos principales para toda transmisión realizada, por un canal de comunicaciones, han sido optimizar el ancho de banda, mantener la calidad y eficiencia de la transmisión; por lo que, dentro del tema de estudio, la compresión de imágenes juega un papel fundamental, ya que facilita la transmisión de la misma a lo largo del canal, mejorando la eficiencia del ancho de banda.

El desarrollo de Televisión Digital en el Ecuador es un hecho, y su éxito depende de la calidad y forma de implementación de la misma. La ESPE se encuentra desarrollando un sin número de proyectos para su implementación; es por esto que el estudio de compresión de imágenes en dos dimensiones podrá entregar una visión más clara sobre el tipo de compresión a utilizar para la transmisión de imágenes; de manera que, mediante el análisis estadístico y comparativo de los tipos de compresión *Wavelet* (uso de la Transformada *Wavelet*) con la ayuda del software de simulación MATLAB®, se pueda encontrar el modelo más eficiente para compresión de imágenes.

El presente trabajo está organizado en 5 capítulos, dentro de los cuales se tratan los temas referentes al desarrollo del proyecto.

En el Capítulo 1, se presenta la fundamentación teórica para el desarrollo del proyecto, partiendo en los antecedentes de los tipos de transformadas, una visión general de lo que engloba las *Wavelets*, una descripción matemática y modo de implementación de la Transformada *Wavelet*, las bases para la implementación de *Wavelet Packet*, y una muestra general de los formatos de compresión de imágenes más usados en la actualidad.

En el Capítulo 2, se desarrolla la fundamentación teórica y matemática para la transformada *Wavelet* en dos dimensiones y una breve visión de cada una de sus familias, para aplicarlo en la compresión de imágenes y determinar cual de estas familias tiene un mejor desempeño, en base a las medidas objetivas MSE y PSNR, para imágenes con texturas fuertes y suaves<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Imágenes texturas fuertes.- Poseen figuras geométricas inmersas en la imagen, tienen bordes marcados.

En el Capítulo 3, se desarrolla la fundamentación matemática para la Transformada *Wavelet Packet*, donde de igual manera que en Capítulo 2 se realizaron pruebas con esta transformada para determinar su desempeño en base al MSE y PSNR. Adicionalmente se realizaron las medidas subjetivas MOS, entre las dos mejores *Wavelets* y *Wavelet Packet*.

En el Capítulo 4, se realizó el análisis de resultados con las dos mejores tanto de *Wavelet* como *Wavelet Packet* forzándolas a los mayores porcentajes de compresión para analizar su desempeño frente a las medidas MSE, PSNR y MOS. Finalmente se realizó una comparación entre el estándar JPG2000 que usa la DWT y el estándar JPEG que usa la DCT para determinar que estándar posee un mejor rendimiento.

En el Capítulo 5, se enlistan las conclusiones y recomendaciones obtenidas a lo largo del desarrollo de este trabajo.

Finalmente en la sección de anexos se muestran los formatos de encuesta utilizados para la recolección de información de las medidas MOS, manuales de usuario de las herramientas de MATLAB®, dimensionamiento del porcentaje de compresión frente al tamaño de la imagen que puede ser útil para pruebas futuras, códigos de programación y *software* para su realización.

# ÍNDICE DE CONTENIDOS

|  |    |
|--|----|
| CAPÍTULO 1 .....   | 1  |
| CONCEPTOS BÁSICOS .....  | 1  |
| 1.1 ANTECEDENTES .....   | 1  |
| 1.2 <i>WAVELETS</i> .....  | 3  |
| 1.3 TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> .....  | 5  |
| 1.3.1 Traslación .....   | 8  |
| 1.3.2 Escala .....   | 8  |
| 1.3.3 Bases <i>Wavelets</i> .....  | 9  |
| 1.3.4 Transformada <i>Wavelet</i> Continua .....                                 | 11 |
| 1.3.5 Transformada <i>Wavelet</i> Discreta .....                                 | 12 |
| 1.4 <i>WAVELET PACKET</i> .....  | 20 |
| 1.5 COMPRESIÓN DE IMÁGENES .....   | 21 |
| 1.5.1 Métodos De Compresión .....  | 22 |
| 1.5.2 Formatos De Compresión .....   | 23 |
| CAPÍTULO 2 .....   | 25 |
| <i>WAVELETS</i> EN DOS DIMENSIONES .....   | 25 |
| 2.1 TRANSFORMADA <i>WAVELET</i> EN DOS DIMENSIONES .....                         | 25 |
| 2.2 CLASES DE <i>WAVELETS</i> EN 2-D .....                                       | 31 |
| 2.2.1 <i>Wavelet</i> de Haar .....   | 31 |
| 2.2.2 <i>Wavelet</i> de Daubechies .....   | 33 |
| 2.2.3 <i>Wavelet</i> Coiflet .....   | 36 |
| 2.2.4 <i>Wavelet</i> de Symlets .....  | 37 |
| 2.2.5 <i>Wavelets</i> Biortogonales .....  | 38 |
| 2.2.6 <i>Wavelet Mexican Hat</i> .....   | 38 |
| 2.2.7 <i>Wavelet</i> Morlet .....  | 39 |
| 2.2.8 <i>Wavelet</i> Meyer .....   | 39 |
| 2.3 COMPRESIÓN DE IMÁGENES APLICANDO <i>WAVELETS</i> EN 2-D CON<br>MATLAB® ..... | 40 |
| 2.3.1 Medidas <i>Peak Signal-To-Noise</i> (PSNR) .....                           | 44 |
| 2.3.2 Medidas <i>Mean Opinion Score</i> (MOS) .....                              | 47 |

|   |    |
|---|----|
| CAPÍTULO 3 .....  | 49 |
| WAVELET PACKET EN DOS DIMENSIONES .....   | 49 |
| 3.1 TRANSFORMADA WAVELET PACKET (WPT).....                                      | 49 |
| 3.2 COMPRESIÓN DE IMÁGENES APLICANDO WAVELET PACKET EN 2-D<br>CON MATLAB® ..... | 50 |
| 3.2.1 Medidas MSE y PSNR .....  | 51 |
| 3.2.2 Medidas <i>Mean Opinion Score</i> (MOS).....                              | 58 |
| CAPÍTULO 4 .....  | 62 |
| ANÁLISIS DE RESULTADOS.....   | 62 |
| 4.1 ANÁLISIS DE MEDIDAS OBJETIVAS .....   | 62 |
| 4.1.1 <i>Wavelet de Symlet</i> .....  | 62 |
| 4.1.2 <i>Wavelet Packet de Daubechies</i> .....                                 | 64 |
| 4.1.3 Medidas MOS.....  | 68 |
| 4.2 COMPARACIÓN ENTRE LOS ESTÁNDARES JPEG Y JPEG2000 .....                      | 76 |
| 4.2.1 <i>Joint Photographic Experts Group – JPEG</i> .....                      | 76 |
| 4.2.2 <i>Joint Photographic Experts Group Año 2000 – JPEG2000 o JP2K</i> .....  | 76 |
| 4.3 PRUEBAS COMPARATIVAS .....  | 77 |
| 4.3.1 Formato JPEG .....  | 79 |
| 4.3.2 Formato JPEG2000 .....  | 81 |
| 4.3.3 <i>Wavelets en la Transmisión Digital</i> .....                           | 86 |
| CAPÍTULO 5 .....  | 89 |
| CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....  | 89 |
| 5.1 CONCLUSIONES .....  | 89 |
| 5.2 RECOMENDACIONES.....  | 91 |
| REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....  | 94 |

## ÍNDICE DE TABLAS

|   |    |
|---|----|
| Tabla 2.1 MSE de familia de <i>Wavelets</i> con texturas fuertes a blanco y negro.....  | 42 |
| Tabla 2.2 MSE de familia de <i>Wavelets</i> con texturas suaves a blanco y negro.....   | 43 |
| Tabla 2.3 PSNR de familia de <i>Wavelets</i> con texturas fuertes a blanco y negro..... | 45 |
| Tabla 2.4 PSNR de familia de <i>Wavelets</i> con texturas suaves a blanco y negro.....  | 46 |
| Tabla 2.5 Tabla de Valoración de MOS.....   | 48 |
| Tabla 2.6 Tabla de Conversión PSNR - MOS.....   | 48 |
| Tabla 3.1 MSE <i>Wavelet Packet</i> con texturas fuertes a blanco y negro.....          | 51 |
| Tabla 3.2 PSNR <i>Wavelet Packet</i> con texturas fuertes a blanco y negro.....         | 52 |
| Tabla 3.3 MSE <i>Wavelet Packet</i> con texturas suaves a blanco y negro.....           | 53 |
| Tabla 3.4 PSNR <i>Wavelet Packet</i> con texturas suaves a blanco y negro.....          | 54 |
| Tabla 3.5 Promedio MSE con Imágenes Blanco y Negro.....                                 | 56 |
| Tabla 3.6 Promedio PSNR Imágenes Blanco y Negro.....                                    | 57 |
| Tabla 3.7 Resultados Pruebas MOS.....   | 60 |
| Tabla 4.1 Valoración MOS para <i>Wavelet</i> de <i>Symlet</i> .....                     | 74 |
| Tabla 4.2 Valoración MOS para <i>Wavelet Packet</i> de <i>Daubechies</i> .....          | 75 |
| Tabla 4.3 Valores de MSE y PSNR para Imagen Reconstruida al 50%.....                    | 78 |
| Tabla 4.4 Tamaño de la Imagen de acuerdo a la cantidad de niveles <i>Wavelet</i> .....  | 83 |

## ÍNDICE DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura. 1.1 <i>Representación en Tiempo y Frecuencia de una señal</i> .....   | 2  |
| Figura. 1.2 <i>División Tiempo Frecuencia para diferentes formas de análisis</i> .....  | 3  |
| Figura. 1.3 <i>Señal sinusoidal y Wavelet</i> .....   | 4  |
| Figura. 1.4 <i>Demostración de cómo la STFT mapea la imagen en una representación tiempo-frecuencia</i> .....   | 5  |
| Figura. 1.5 <i>Mapeo de señal por la transformada Wavelet</i> .....   | 6  |
| Figura. 1.6 <i>Plano Wavelet Tiempo – Frecuencia</i> .....  | 9  |
| Figura. 1.7 <i>Proceso de cálculo de la CWT</i> .....   | 12 |
| Figura. 1.8 <i>Diagrama de descomposición de señales</i> .....  | 13 |
| Figura. 1.9 <i>Diagrama de descomposición de señales</i> .....  | 14 |
| Figura. 1.10 <i>Árbol de Descomposición Wavelet</i> .....   | 15 |
| Figura. 1.11 <i>Diagrama de codificación de sub-bandas</i> .....  | 18 |
| Figura. 1.12 <i>Ejemplo de descomposición DWT</i> .....   | 19 |
| Figura. 1.13 <i>Árbol de descomposición Wavelet</i> .....   | 20 |
| Figura. 2.1 <i>Pasos para el proceso de descomposición de una imagen. (a) Imagen original. (b) Descomposición en dirección vertical. (c) Descomposición en dirección horizontal – Resultado Final</i> ..... | 27 |
| Figura. 2.2 <i>Diagrama de bloques unidimensional para el cálculo de la DWT 2-D</i> .....   | 28 |
| Figura. 2.3 <i>Diagrama de bloques bidimensional para la DWT 2-D</i> .....  | 28 |
| Figura. 2.4 <i>Ejemplificación de la descomposición Wavelet por niveles</i> .....   | 29 |
| Figura. 2.5 <i>(a) Imagen original. (b) Resultado tras aplicar 3 niveles de la transformada Wavelet</i> .....   | 29 |
| Figura. 2.6 <i>Representación de las Wavelets de Haar</i> .....   | 32 |
| Figura. 2.7 <i>Wavelets de Daubechies (dbN)</i> .....   | 34 |
| Figura. 2.8 <i>Aplicación Wavelets (a) Señal original (b) Señal con ruido (c) Wavelet de Haar (d) Wavelet Daubechies</i> .....  | 36 |
| Figura. 2.9 <i>Wavelet de Coiflet (coifN)</i> .....   | 37 |
| Figura. 2.10 <i>Wavelet Symlet (symN)</i> .....   | 37 |
| Figura. 2.11 <i>Wavelets Biortogonales (biorNr.Nd)</i> .....  | 38 |
| Figura. 2.12 <i>Wavelet Mexican Hat</i> .....   | 39 |
| Figura. 2.13 <i>Wavelet de Morlet</i> .....   | 39 |
| Figura. 2.14 <i>Wavelet de Meyer</i> .....  | 40 |
| Figura. 2.15 <i>MSE con imágenes de texturas fuertes</i> .....  | 43 |
| Figura. 2.16 <i>MSE con imágenes de texturas suaves</i> .....   | 44 |
| Figura. 2.17 <i>PSNR Imágenes texturas fuertes a blanco y negro</i> .....   | 46 |
| Figura. 2.18 <i>PSNR Imágenes texturas suaves a blanco y negro</i> .....  | 47 |
| Figura. 3.1 <i>Esquema de descomposición de la transformada Wavelet Packet</i> .....  | 49 |
| Figura. 3.2 <i>MSE Wavelet Packet con imágenes de texturas fuertes</i> .....  | 52 |
| Figura. 3.3 <i>PSNR Wavelet Packet con imágenes con texturas fuertes</i> .....  | 53 |

|   |    |
|---|----|
| Figura. 3.4 MSE Wavelet Packet con imágenes con texturas suaves .....   | 54 |
| Figura. 3.5 PSNR Wavelet Packet con imágenes con texturas suaves .....  | 55 |
| Figura. 3.6 MSE para imágenes a blanco y negro .....  | 56 |
| Figura. 3.7 PSNR para imágenes a blanco y negro .....   | 57 |
| Figura. 3.8 Representación de Medidas MOS – Daubechies .....  | 58 |
| Figura. 3.9 Representación de Medidas MOS – Symlet .....  | 59 |
| Figura. 3.10 Representación de Medidas MOS – Wavelet Packet Daubechies .....  | 59 |
| Figura. 3.11 Representación de Medidas MOS – Wavelet Packet Symlet.....   | 60 |
| Figura. 4.1 MSE Imágenes a Color Wavelet de Symlet .....  | 63 |
| Figura. 4.2 PSNR Imágenes a Color Wavelet de Symlet .....   | 63 |
| Figura. 4.3 Cálculo para el Ajuste de Curva Wavelet Packet .....  | 65 |
| Figura. 4.4 Ajuste de Curva Wavelet Packet .....  | 66 |
| Figura. 4.5 Comportamiento del MSE respecto al número de niveles .....  | 67 |
| Figura. 4.6 PSNR para Wavelet Packet de Daubechies de acuerdo a los niveles eliminados .....  | 68 |
| Figura. 4.7 Representación de Medidas MOS – Wavelet Symlet al 1% .....  | 69 |
| Figura. 4.8 Representación de Medidas MOS – Wavelet Symlet al 3% .....  | 69 |
| Figura. 4.9 Representación de Medidas MOS – Wavelet Symlet al 5% .....  | 70 |
| Figura. 4.10 Representación de Medidas MOS – Wavelet Symlet al 7% .....   | 71 |
| Figura. 4.11 Representación de Medidas MOS – Wavelet Symlet al 9% .....   | 71 |
| Figura. 4.12 Representación de Medidas MOS – Wavelet Symlet al 11% .....  | 71 |
| Figura. 4.13 Representación de Medidas MOS – Wavelet Packet Daubechies menos 1 nivel .....  | 72 |
| Figura. 4.14 Representación de Medidas MOS – Wavelet Packet Daubechies menos 2 niveles .....  | 72 |
| Figura. 4.15 Representación de Medidas MOS – Wavelet Packet Daubechies menos 3 niveles .....  | 73 |
| Figura. 4.16 Representación de Medidas MOS – Wavelet Packet Daubechies menos 4 niveles .....  | 74 |
| Figura. 4.17 Escala de percepción MOS .....   | 74 |
| Figura. 4.18 Compresión tipo hard. (a) Imagen Original. (b) Imagen comprimida al 50% con la DCT. (c) Imagen comprimida al 50% con la DWT .....      | 79 |
| Figura. 4.19 Imagen reconstruida usando los primeros A coeficientes para cada bloque .....  | 80 |
| Figura. 4.20 Imágenes reconstruidas con varias tablas de cuantización.....  | 81 |
| Figura. 4.21 2D DWT de Imagen usando Daubechies 9/7 .....   | 81 |
| Figura. 4.22 Relación de Compresión obtenido para cada nivel de resolución. ....  | 82 |
| Figura. 4.23 Eficiencia global de la compresión sin pérdida.....  | 82 |
| Figura. 4.24 Imágenes comprimidas usando JPG2000, manteniendo N niveles Wavelet ..  | 84 |
| Figura. 4.25 Tamaño en disco para formatos JPEG y JPG2000. (a) Imagen Original – 1.14 MB, (b) Imagen JPG – 481 kb, (c) Imagen JPG2000 – 328 kb..... | 85 |

## GLOSARIO

|                    |   |
|--------------------|---|
| <b>BMP</b>         | <i>Bit Mapped Picture.</i>  |
| <b>Compresión</b>  | Eliminación de datos redundantes, que reduce la cantidad de datos necesarios para su representación.  |
| <b>Crominancia</b> | Componente de la señal de video que contiene la información de color, se aplica el término en imágenes puesto que el video no es mas que imágenes en movimiento.  |
| <b>Contraste</b>   | Incrementa el cambio de luminosidad entre las zonas más oscuras o más claras de una fotografía, simulando a su vez, un mejor enfoque y claridad de imagen.  |
| <b>CWT</b>         | Transformada Continua <i>Wavelet</i> .  |
| <b>D4</b>          | <i>Wavelet</i> de Daubechies de 4 coeficientes.   |
| <b>DCT</b>         | Transformada Discreta de coseno.  |
| <b>DWT</b>         | Transformada Discreta <i>Wavelet</i> .  |
| <b>Entropía</b>    | Evalúa el límite de reducción de la redundancia y del rendimiento de la codificación.   |
| <b>Escala</b>      | Permite variación de la visión global de la señal para amplificar o no sus detalles.  |
| <b>FFT</b>         | Transformada rápida de Fourier.   |
| <b>Fidelidad</b>   | Permite determinar la utilidad de los métodos de compresión con pérdidas al evaluar la similitud entre la imagen original y la descomprimida.   |
| <b>Filtrado</b>    | Elimina el ruido presente en la señal.  |
| <b>Filtros FIR</b> | Filtro de Respuesta Finita al Impulso. Se trata de un tipo de filtros digitales cuya respuesta a una señal impulso como entrada tendrá un número finito de términos no nulos.   |
| <b>Filtros IIR</b> | Filtro de Respuesta Infinita al Impulso. Se trata de un tipo de filtros digitales en el que, como su nombre indica, si la entrada es una señal impulso, la salida tendrá un número infinito de términos no nulos, es decir, nunca vuelve al reposo. |
| <b>GIF</b>         | <i>Graphics Interchange Format.</i>   |

|                   |   |
|-------------------|---|
| <b>HDTV</b>       | <i>High Definition Television</i> – Televisión en Alta Definición.  |
| <b>Iteración</b>  | En matemática, se refiere al proceso de iteración de una función o a las técnicas que se usan en métodos iterativos para la resolución de problemas numéricos.  |
| <b>JP2</b>        | Extensión del estándar JPEG 2000.   |
| <b>JPEG</b>       | <i>Join Photographic Experts Group</i> .  |
| <b>Luminancia</b> | Densidad superficial de intensidad luminosa que incide, atraviesa o emerge de una superficie, en una dirección dada.  |
| <b>MP</b>         | Megapixels.   |
| <b>Ortogonal</b>  | Del griego <i>orthos</i> —recto— y <i>gonía</i> —ángulo— es una generalización de la noción geométrica de perpendicularidad.  |
| <b>PNG</b>        | <i>Portable Network Graphics</i> .  |
| <b>PSNR</b>       | <i>Peak Signal-to-Noise Ratio</i> término utilizado en ingeniería para definir la relación entre la máxima energía posible de una señal y el ruido que afecta a su representación fidedigna.                |
| <b>Resolución</b> | Medida de la cantidad de detalle de la señal.   |
| <b>STFT</b>       | <i>Short time Fourier transform</i> .   |
| <b>TF</b>         | Transformada <i>Wavelet</i> .   |
| <b>TIFF</b>       | <i>Tag Image File Format</i> .  |
| <b>Traslación</b> | Localización de la ventana tomada a medida que se desliza a través de la señal.   |
| <b>Wavelet</b>    | Es una pequeña onda, que tiene su energía concentrada y de duración limitada.   |
| <b>WPT</b>        | Transformada <i>Wavelet Packet</i> .  |
| <b>PDA</b>        | <i>Personal Digital Assistant</i> . Organizador personal, que posee una computadora de mano originalmente diseñado como agenda electrónica con un sistema de reconocimiento de escritura.                   |
| <b>FPGA</b>       | <i>Field Programmable Gate Array</i> . Dispositivo semiconductor que contiene bloques de lógica cuya interconexión y funcionalidad puede ser configurada mediante un lenguaje de descripción especializado. |

|                 |  |
|-----------------|--|
| <b>Latencia</b> | Suma de retardos temporales dentro de una red. Un retardo es producido por la demora en la propagación y transmisión de paquetes dentro de la red.                     |
| <b>IPTV</b>     | <i>Internet Protocol Television.</i> Sistemas de distribución por suscripción de señales de televisión o vídeo usando conexiones de banda ancha sobre el protocolo IP. |
| <b>SD</b>       | <i>Standard Definition.</i>  |
| <b>HD</b>       | <i>High Definition.</i> Sistema de vídeo con una mayor resolución que la definición estándar.  |



# CAPÍTULO 1

## CONCEPTOS BÁSICOS

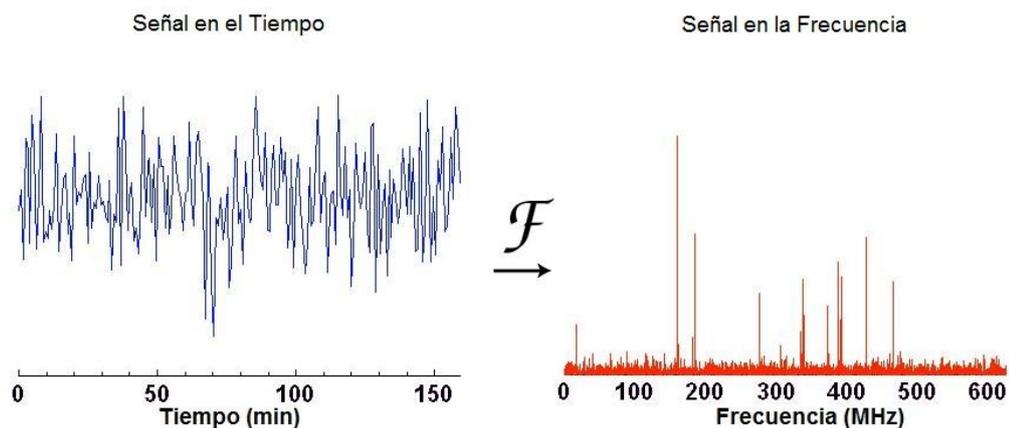
### 1.1 ANTECEDENTES

El avance de la tecnología permite gozar de una variedad de herramientas para el análisis de señales, una de ellas es la transformación de una función o señal,  $f(t)$ , obteniendo como resultado la representación de la misma en un dominio diferente; la determinación de que transformada será utilizada es crucial para el tipo de análisis a realizar, ya que depende de, sus propiedades, grado de adecuación a una aplicación concreta y a la carga computacional. Siendo una de las más empleadas la Transformada de Fourier (*Jean Baptiste Joseph Fourier*, 1768 - 1830), la cual matemáticamente se expresa como (1.1).

$$F(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j2\pi ft} dt , \quad (1.1)$$

$$f(t) = c + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sen\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) . \quad (1.2)$$

De cierta forma la TF también se la puede utilizar en el dominio de la frecuencia angular, desarrollándose así la serie de *Fourier* , la cual muestra que una función puede ser representada por la suma de funciones sinusoidales, como lo indica la ecuación (1.2), de forma que se pueda obtener información que no es evidente en el dominio temporal, como se ilustra en la Figura 1.1; la señal en tiempo (azul) no permite distinguir ninguna característica en especial, pero su espectro de Fourier se distingue claramente el ruido de las frecuencias sobre las cuales se constituye la señal.



**Figura. 1.1** Representación en Tiempo y Frecuencia de una señal

También se utiliza en el ámbito del tratamiento digital de imágenes, como por ejemplo para mejorar o dar mayor definición a ciertas zonas de una imagen fotográfica o tomada con una computadora.

Debido a la importancia del análisis de Fourier se han realizado adaptaciones con algoritmos eficientes, como la transformada rápida de Fourier (FFT, *Fast Fourier Transform*), con la que se puede efectuar operaciones como convolución y correlación, eficientemente en el dominio de la frecuencia. [FT, 2011].

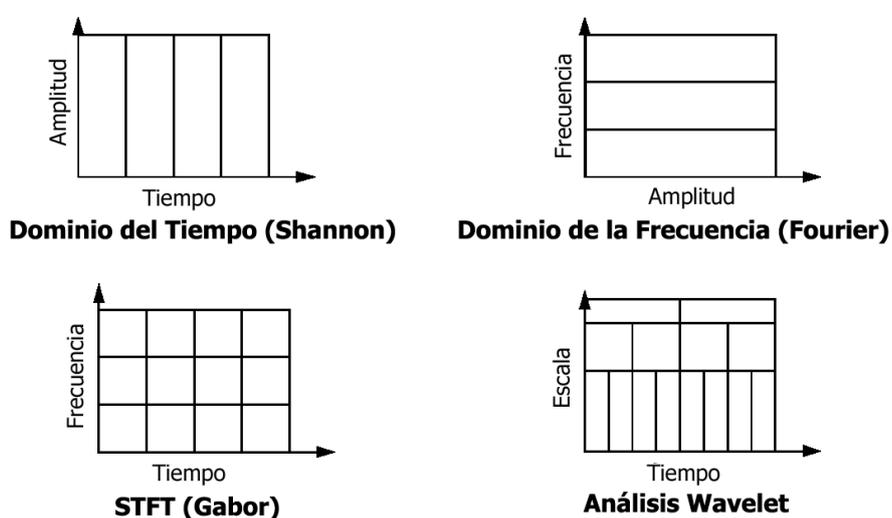
La idea de la transformación de señales, es revelar características esenciales de la señal que en el dominio original sean difíciles de detectar, de ahí la reconstrucción de la señal original se puede realizar utilizando pocos datos de la transformada; en base a esto nace la idea de la compresión.

El análisis de Fourier posee una notable desventaja. Cuando se lleva una señal al dominio de la frecuencia, se pierde información temporal, ya que no es posible determinar cuándo sucedió un evento en particular. Esta particularidad no es muy importante para señales estacionarias, donde sus características estadísticas no cambian con respecto al tiempo.

Para mejorar este inconveniente, Dennis Gabor adaptó el análisis de Fourier para que tenga la duración de una ventana (bloque de duración finita) de la señal original, lo que se

definió como la transformada de Fourier de tiempo corto (STFT, *Short Time Fourier Transform*). La duración y el ancho de banda de la función ventana afectan su precisión en tiempo y frecuencia en la STFT; mientras mayor sea la duración de la ventana, se obtiene una mayor resolución en frecuencia, pero sacrifica la resolución en tiempo, aunque al mismo tiempo la STFT carece de flexibilidad al tener resolución fija en tiempo y frecuencia una vez determinada la ventana. [Gabor, 1946].

Las *Wavelets* aparecen entonces como el siguiente paso lógico. Una técnica de ventana, pero con regiones de tamaño variable. Como se puede apreciar en la Figura 1.2, las regiones son divididas en base al tiempo y escala.



**Figura. 1.2** División Tiempo Frecuencia para diferentes formas de análisis

El término *Wavelet* aparece en 1909, en una tesis de Alfred Haar [Haar, 1909]. Las *Wavelets* son familias de funciones que se encuentran en el espacio y tienen gran concentración de energía; son empleadas como funciones de análisis, examinan la señal de interés para obtener características de espacio, tamaño y dirección forma que facilite el análisis de fenómenos transitorios, no estacionarios, o variables en el tiempo [Burrus, 1998].

## 1.2 WAVELETS

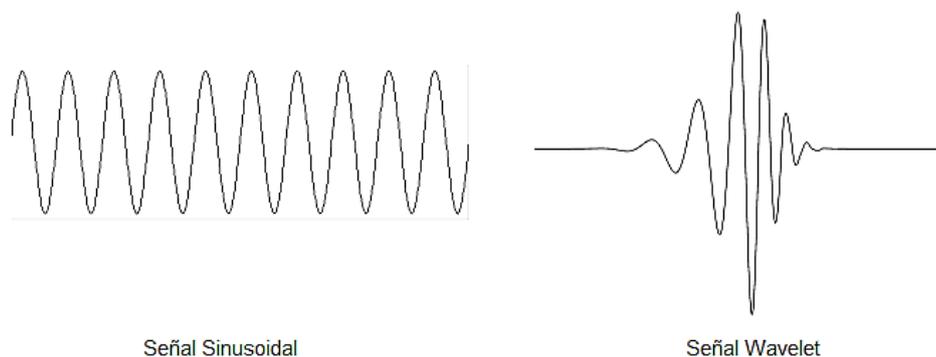
Las *Wavelets* son familias de funciones que se encuentran en el espacio, una *Wavelet* es una pequeña onda, que tiene su energía concentrada y de duración limitada, donde su

valor medio es cero, es por esto que marca la diferencia con el análisis de Fourier ya que las ondas sinusoidales no poseen duración finita, éstas se extienden de menos a más infinito, son suaves y predecibles, mientras que las *Wavelets* tienden a ser irregulares y asimétricas.

El análisis de Fourier consiste en descomponer una señal en ondas sinusoidales de diferentes frecuencias. Del mismo modo, el análisis *Wavelet* es la ruptura de una señal en versiones de la misma, desplazadas y escaladas de la *Wavelet* madre u original [Misiti, 2011].

Una de las principales ventajas que ofrecen las *Wavelets*, es la capacidad de realizar análisis puntuales; es decir, para analizar un área localizada de una señal más grande, para el análisis de transitorios, no estacionarios, o fenómenos variables en el tiempo. El análisis *Wavelet* es capaz de revelar aspectos de los datos que otras técnicas de análisis pierden, aspectos como, las tendencias, puntos de ruptura, discontinuidades en las derivadas. Por otra parte, debido a la visión diferente que presenta, el análisis *Wavelet* a menudo puede comprimir o eliminar el ruido de una señal sin una degradación apreciable.

No obstante aún posee la característica de onda oscilante, pero también tiene la capacidad de analizar simultáneamente tiempo y frecuencia con una base matemática flexible. Esto se ilustra en la Figura 1.3, donde se observa que en la señal *Wavelet* la energía se encuentra concentrada en torno a un punto.



**Figura. 1.3** Señal sinusoidal y Wavelet

### 1.3 TRANSFORMADA WAVELET

La transformada de Fourier no tiene ningún mecanismo para marcar el comienzo y el final de la onda sinusoidal intermitente. En un esfuerzo por corregir esta deficiencia, Dennis Gabor (1946) adaptó la transformada de Fourier para analizar sólo una pequeña parte de la señal a la vez mediante la técnica de ventanas [Gabor, 1946]. La adaptación de Gabor se llama transformada de Fourier de corto tiempo (STFT). La técnica funciona por la elección de una función de tiempo, o una ventana, que es esencialmente distinto de cero sólo en un intervalo finito, como se muestra en la Figura. 1.4.



**Figura. 1.4** Demostración de cómo la STFT mapea la imagen en una representación tiempo-frecuencia

Esta da información de cuándo y en qué frecuencia ocurre un evento en la señal. Sin embargo, se obtiene información con limitada precisión, puesto que está determinada por el tamaño de la ventana. El inconveniente es que una vez elegido un tamaño determinado de la ventana de tiempo, ésta es igual en todas las frecuencias. Sin embargo, muchas señales requieren un enfoque más flexible, uno en la que pueda variar el tamaño de la ventana para determinar con mayor precisión el tiempo o la frecuencia; aunque, una ventana de tiempo más larga mejora la resolución de frecuencia, mientras provoca que el tiempo de resolución sea pobre debido a que la transformada de Fourier pierde todo el tiempo de resolución sobre la duración de la ventana [Misiti, 2011].

Es por esto que, como alternativa para mejorar los problemas presentes con la STFT, se desarrolló la transformada *Wavelet*, la que permitirá representar de una mejor manera a una señal en tiempo y frecuencia simultáneamente.

El análisis *Wavelet* representa una técnica de ventanas con regiones de tamaño variable. Este análisis permite el uso de largos intervalos de tiempo donde desee mayor

precisión en información de baja frecuencia, y pequeños intervalos donde dese información de alta frecuencia, valiéndose de la escala que muestra la Figura 1.5.



**Figura. 1.5** Mapeo de señal por la transformada Wavelet

Puntualmente, lo que hace la transformada *Wavelet* es filtrar una señal en el dominio del tiempo mediante filtros pasa bajo y pasa alto [Camgm, 2007] [Azor, 2012], los cuales permiten separar partes de la señal de alta frecuencia de aquellas de baja frecuencia.

Una señal o función  $f(t)$  puede ser mejor analizada, descrita o procesada si se expresa como una composición lineal, así:

$$f(t) = \sum_i a_i \psi_i(t), \quad (1.3)$$

$$f(t) = a_1 \psi_1(t) + a_2 \psi_2(t) + \dots$$

Donde  $i$  es un índice entero para la suma finita o infinita,  $a_i$  son los coeficientes reales de la expresión, y  $\psi_i(t)$  son un conjunto de funciones de  $t$  con valores reales. Si la ecuación (1.3) es única, el conjunto es llamado *bases* por la clase de funciones que pueden expresarse así. Si la base es ortogonal, es decir,

$$\langle \psi_i(t), \psi_k(t) \rangle = \int \psi_i(t) \psi_k(t) dt = 0 \quad , \quad i \neq k \quad (1.4)$$

Entonces los coeficientes pueden ser calculados a través del producto punto, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} a_k &= \langle f(t), \psi_k(t) \rangle, \\ a_k &= \int f(t) \psi_k(t) dt \end{aligned} \quad (1.5)$$

Si sustituimos la ecuación (1.3) en la ecuación (1.5) y usamos la ecuación (1.4) se obtiene un coeficiente simple  $a_k$ , siendo estas bases ortogonales

$$a_k = \int a_1 \psi_1(t) \psi_k(t) dt = a_1.$$

Para la ecuación *Wavelet*, se construye un sistema de dos parámetros de manera que (1.3) se convierte en:

$$f(t) = \sum_k \sum_i a_{i,k} \psi_{i,k}(t). \quad (1.6)$$

donde  $i$  y  $k$  son índices enteros y  $\psi_{i,k}(t)$  son las funciones de la ecuación *Wavelet* que usualmente forman una base ortogonal.

El conjunto de coeficientes de la ecuación  $a_{i,k}$  son llamados la *Transformada*

*Discreta Wavelet* (DWT) de  $x(t)$  y (1.5) es la transformada inversa [Burrus, 1998].

Existen diferentes formas de expresión de la familia de *Wavelets*, pero cada una posee las siguientes tres características generales [Sweldens, 1996]:

Una familia de *Wavelets* es un conjunto de bloques para construir o representar una función o señal. Es un conjunto de expresiones de dos dimensiones (usualmente bases) para una clase de señales de una o más dimensiones.

La expresión *Wavelet* puede proporcionar una localización en tiempo-frecuencia de la señal. Esto significa que más energía de la señal es bien representada por unos pocos coeficientes de la expresión  $(a_{i,k})$ .

El cálculo de los coeficientes de la señal puede ser eficiente. Esto significa que el número de multiplicaciones punto flotante y adiciones aumentan linealmente con la longitud de la señal.

Una representación *Wavelet* otorga la localización en ambos, tiempo y frecuencia simultáneamente, donde hay que tomar en cuenta el factor de escala, dado que, cuanto menor sea el factor de escala, la onda será más “comprimida”, y viceversa.

### 1.3.1 Traslación

Dentro del análisis *Wavelet* el término *traslación* está relacionado con la localización de la ventana tomada a medida que se desplaza a través de la señal; es decir, corresponde a la información del tiempo en el dominio transformado. Para la transformada *Wavelet* se tiene un parámetro llamado “escala” que está definido como:

$$Escala = \frac{1}{frecuencia} \quad (1.7)$$

### 1.3.2 Escala

A este parámetro se lo puede relacionar con la escala usada en mapas, de forma que, las altas escalas corresponden a una visión global no detallada de la señal y las bajas escalas a una visión más detallada. En términos de frecuencia, las bajas frecuencias (altas escalas) están relacionadas con la información global de la señal, mientras que las altas

frecuencias (escalas bajas) se relacionan con información detallada sobre determinada característica de la señal que por lo general dura un periodo corto de tiempo.

El escalamiento como operación matemática, produce una dilatación o una compresión de la señal. La relación entre la escala y la frecuencia consisten que las escalas menores corresponden a altas frecuencias y las escalas mayores a bajas frecuencias [Castro, 2002].

Como el análisis de la WT se relaciona con información de tiempo y frecuencia, la representación gráfica de la misma se da en un plano tiempo-frecuencia como se muestra en la Figura 1.6, donde cada celda representa un valor de la WT en el plano mencionado, y se fija mediante la función de ventana temporal por la *Wavelet* madre en la CWT, con lo que diferentes funciones madre dan lugar a diferentes áreas.

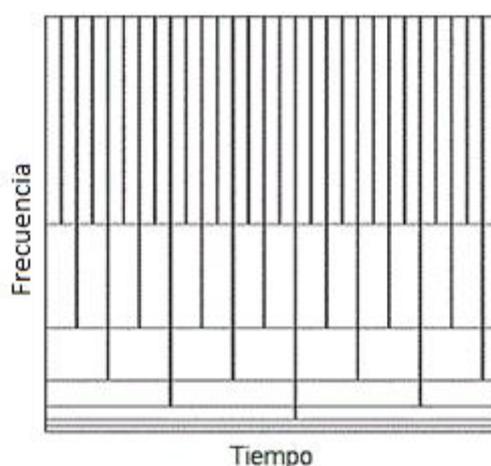


Figura. 1.6 Plano Wavelet Tiempo – Frecuencia

### 1.3.3 Bases *Wavelets*

Debido a que la proyección de una función sobre su base de escala ortonormal, da como resultado una aproximación menos detallada de la función en un nivel de resolución dado; y durante el proceso se pierde cierta información por lo tanto, se usan las proyecciones sobre otras funciones, denominadas *Wavelet ortonormales* (o simplemente *Wavelets*), para obtener la información complementaria de los detalles de la función.

Las *Wavelets* son generadas a partir de una *Wavelet* madre  $\psi(t)$  por traslaciones y dilataciones discretas, como se indica en la expresión:

$$\psi_{i,k}(t) = 2^{-\frac{i}{2}}\psi(2^{-i}t - k). \quad (1.8)$$

Cuando la transformada de Fourier  $\psi(w)$  de la *Wavelet* madre satisface la condición de ortogonalidad, las traslaciones discretas de la *Wavelet* madre  $\{\psi(2^{-i}t - k)\}$  forman una base ortonormal para cada escala  $2^i$ , como muestra la ecuación (1.9). Más aún, en el mismo nivel de resolución, el conjunto de traslaciones *Wavelet* es ortogonal al conjunto de traslaciones de la función de escala en el espacio de la misma resolución.

$$\langle \phi_{i,k}, \psi_{i,n} \rangle = 2^{-i} \int \phi_i(t - k)\psi_i(t - n)dt = 0. \quad (1.9)$$

para todo  $k$  y  $n \in Z$ .

La proyección  $x(t)$  sobre las bases *Wavelet* ortonormales es una correlación entre  $x(t)$  y  $\psi(t)$  muestreada a intervalos discretos. Las proyecciones de las funciones en  $L^2(\mathbb{R})$  sobre la base *Wavelet* ortonormal  $\{\psi(2^{-i}t - k)\}$ , forman un sub espacio  $W_i$ . El subespacio  $W_i$  es abarcado por  $\{\psi(2^{-i}t - k)\}$ .

### 1.3.4 Transformada *Wavelet* Continua

Una ventana de tiempo más largo mejora la resolución de frecuencia, aunque provoca un tiempo de resolución limitado debido a, que la transformada de Fourier pierde el tiempo de resolución mientras dura la ventana; lo contrario ocurre con una ventana de tiempo corto, puesto que, mientras mejora la localización, la resolución de frecuencia se empobrece.

El análisis *Wavelet* representa el siguiente paso lógico: una técnica de ventanas con regiones de tamaño variable; éste permite el uso de largos intervalos de tiempo en el que se desea mayor precisión para baja frecuencia, e intervalos cortos en las que desea información de alta frecuencia.

El proceso de cálculo de la CWT puede ser descrito en cuatros como:

- 1) Tomar una *Wavelet* madre
- 2) Calcular un número,  $C$ , que representa que tan estrecha es la correlación de la *Wavelet* con determinada sección de la señal. Cuando mayor sea el número de  $C$ , en valor absoluto, mayor es la similitud. Esto se deduce del hecho de los coeficientes de CWT se calculan con un producto interno. Si la energía de la señal y la energía de onda es igual a uno,  $C$  puede ser interpretado como un coeficiente de correlación. Se debe tener en cuenta, de manera general, que la energía de la señal no es igual a uno y los coeficientes de CWT no son directamente interpretables como los coeficientes de correlación.
- 3) Desplazar la *Wavelet* en sentido positivo del eje temporal, y repetir los pasos 1 y 2 hasta que se cubra la totalidad de la señal. Como muestra la Figura. 1.7.
- 4) Escalar la *Wavelet* en el tiempo, repetir pasos 1 a 3.

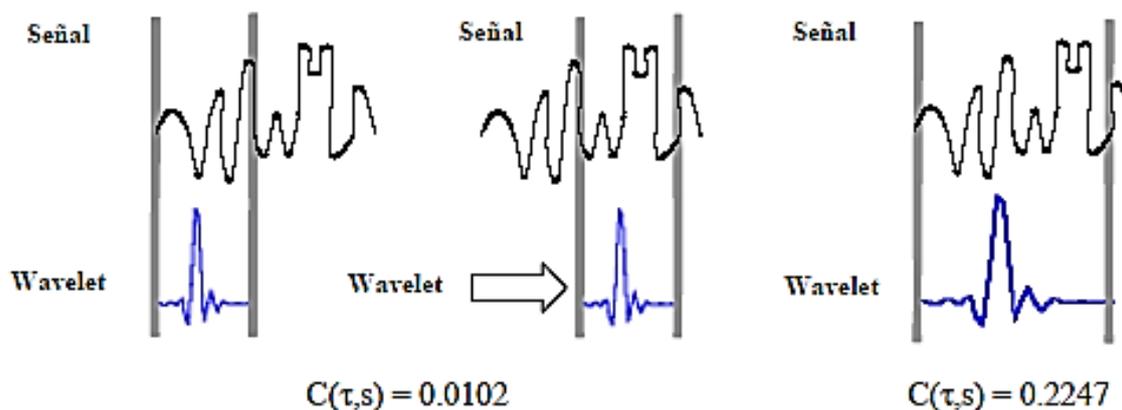


Figura. 1.7 Proceso de cálculo de la CWT

### 1.3.5 Transformada *Wavelet* Discreta

A la CWT se la puede evaluar computacionalmente de manera discretizada, pero esto no constituye realmente una transformada discreta, sino la versión muestreada de la CWT, esta versión muestreada entrega información redundante para la reconstrucción de la señal; lo que provoca el aumento significativo en el tiempo de cálculo. Es por esto que se utiliza la transformada *Wavelet* discreta (DWT), la cual es capaz de otorgar suficiente información para el análisis y la reconstrucción de la señal con una reducción significativa de tiempo de procesamiento, sin mencionar su facilidad de implementación frente a la CWT.

Los inicios de la DWT datan del año 1976 con la creación de una técnica para descomponer discretamente señales en el tiempo, y con la codificación de señales de audio (codificación sub-bandas); en el año 83 se creó una técnica similar que mejora el esquema de codificación sub-bandas disminuyendo la redundancia, el cual se denominó “codificación piramidal”, que actualmente se lo conoce como “análisis multiresolución” [Castro, 2002].

Para que la aplicación del análisis *Wavelet* sea útil, esta debe disponer de algoritmos rápidos para su uso en computadores, es decir, necesita un método rápido para obtener los coeficientes *Wavelet*  $a[i, k]$  y para reconstruir la señal que estos representan, por lo que

existe una familia rápida de algoritmos que están basados en el análisis multiresolución (MRA) que fue desarrollado para descomponer señales en tiempo discreto. Para el caso de la DWT, se usan filtros con distintas frecuencias de corte para analizar la señal en diferentes escalas. La señal pasa a través de filtros pasa alto para las componentes de alta frecuencia y filtros pasa bajo para componentes de baja frecuencia; lo que provoca el cambio de resolución de la señal, mientras la escala cambia por operaciones de interpolación y submuestreo.

En base a esto, el análisis multiresolución de Mallat [Mallat, 1994] incluye filtros de espejo en cuadratura.

### 1.3.5.1 Filtros de un nivel

Para la mayoría de las señales las componentes de baja frecuencia otorgan la mayor parte de información sobre la señal, en otras palabras se podría decir que le dan identidad a la misma. Mientras que las componentes de alta frecuencia dan características más particulares, debido a esto las componentes de una señal se subdividen en:

- Aproximaciones (Baja frecuencia)
- Detalles (Alta frecuencia)

Por lo que surge la necesidad de separar a estas componentes con la ayuda de filtros, como muestra la Figura 1.8,

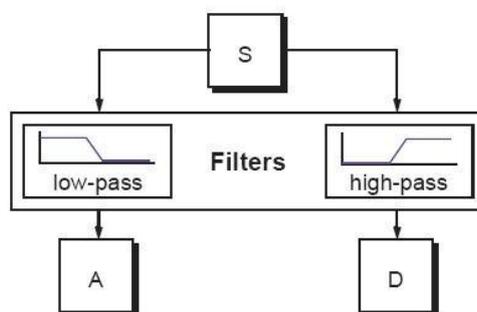


Figura. 1.8 Diagrama de descomposición de señales

Donde **S** será la señal a analizar; a la salida del filtro pasa bajo **A** y a la salida del filtro pasa alto **D**. Por el diseño complementario de los filtros con la suma de **A** y **D** obtendremos **S**, de manera que no se pierda información; sin embargo este proceso aumenta al doble el número de datos de la señal original. Para solventar este inconveniente se implementa un método que almacena la mitad de los datos de **A** y **D** sin perder información de la señal original; a este proceso se lo llama submuestreo, este método se ilustra mejor en la Figura 1.9, así:

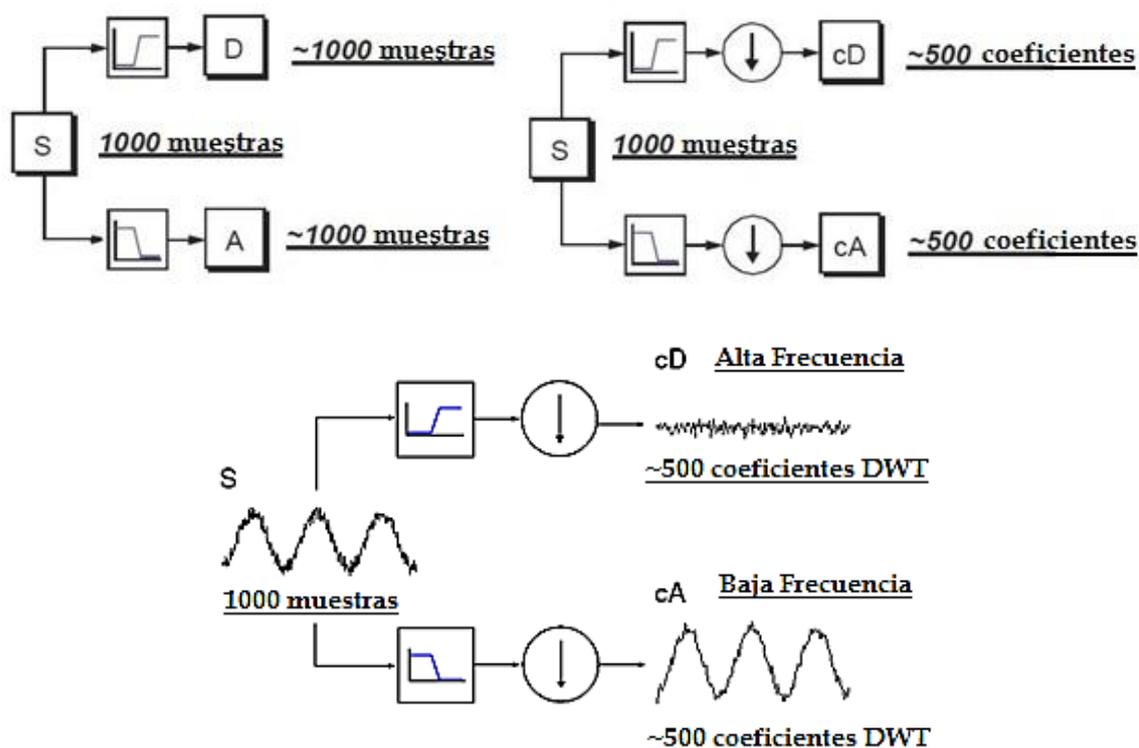


Figura. 1.9 Diagrama de descomposición de señales

Donde  $\downarrow$  representa la supresión de la mitad de las muestras; **cD** y **cA** representan los coeficientes obtenidos de la etapa de filtración, los cuales en conjunto forman la señal original **S**, manteniendo la información necesaria. Como ejemplo en la Figura 1.9 la señal original **S** posee 1000 muestras, dando como resultado dos series de aproximadamente 500 datos cada una, la idea de aproximado se debe a que posterior al proceso de filtrado realizado a través de la convolución de la señal de entrada con la función de transferencia (discreta) del filtro, lo cual puede provocar la adición de una o más muestras a la salida [Kouro, 2002].

A pesar de las facilidades que otorga el submuestreo, ciertas señales son más complejas y no son suficientes dos bandas de frecuencia, y hay que realizar una descomposición multiniveles, de manera que se pueda separar las características y analizarlas independientemente.

### 1.3.5.2 Filtros Multiniveles

Para mejorar lo expuesto anteriormente, se aplicará el mismo procedimiento a las señales de salida de la primera etapa, y así sucesivamente hasta alcanzar el nivel de precisión deseado. A este proceso se lo conoce como *Árbol de Descomposición Wavelet*, expuesto en la Figura 1.10.

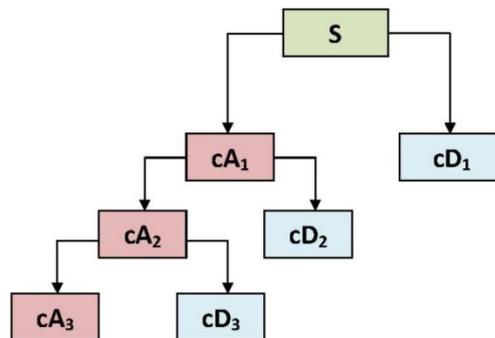


Figura. 1.10 *Árbol de Descomposición Wavelet*

Una forma de representación de la señal **S** posterior al proceso de descomposición es:

$$S = cA_1 + cD_1$$

$$= cA_2 + cD_2 + cD_1$$

$$= cA_3 + cD_3 + cD_2 + cD_1$$

Cabe recalcar que en la Figura 1.10 el coeficiente **cD<sub>1</sub>** es la componente de mayor frecuencia de la señal, y **cA<sub>3</sub>** la componente de menor frecuencia; este análisis por niveles

permite conocer información más detallada de la señal original  $\mathbf{S}$ , lo que le da el nombre de análisis *multiresolución*.

Visto con mayor precisión, la DWT utiliza filtros con diferentes frecuencias de corte, en pos de analizar la señal en diferentes escalas. La resolución<sup>2</sup> varía debido al filtrado, mientras que la escala varía debido a las operaciones de submuestreo, el cual elimina algunas muestras de la señal. El submuestreo por un factor “ $n$ ” reduce el número de muestras “ $n$ ” veces; mientras que la interpolación significa aumentar la tasa de muestreo adicionando nuevas muestras a la señal, por tanto, interpolar una señal por un factor de “ $n$ ” aumenta el número de muestras por un factor “ $n$ ” [Castro, 2002].

Para obtener la DWT, la señal pasa a través de un filtro digital pasa bajo de media banda con respuesta al impulso  $h[n]$ , matemáticamente este proceso consiste en realizar la convolución de la secuencia con la respuesta impulso del filtro, definido como:

$$x[n] * h[n] = \sum_{-\infty}^{\infty} x[k]h[n - k] . \quad (1.10)$$

El filtro pasa bajo de media banda elimina todas las frecuencias que se encuentran sobre la mitad de la mayor frecuencia de la señal, por ejemplo si la señal tiene su mayor componente de 100 Hz, el filtro eliminará las frecuencias superiores a 50 Hz.

Una vez que la señal ha pasado por el filtro, la mitad de las muestras se pueden suprimir por medio de la regla de Nyquist, es por esto que se eliminan una de cada dos

---

<sup>2</sup> *Resolución*.- Medida de la cantidad de detalle de la señal.

muestras de la señal (submuestreo por dos), lo que reduce el número de datos a la mitad mientras la escala se duplica. El filtro pasa bajo elimina la información de alta frecuencia (reduce a la mitad la resolución), y deja la escala intacta, posterior a esto, la señal es submuestreada por dos, ya que la mitad de las muestras son redundantes, este proceso duplica la escala. Este proceso se expresa:

$$y[n] = \sum_{-\infty}^{\infty} h[k]x[2n - k]. \quad (1.11)$$

La DWT analiza la señal descomponiéndola en una aproximación y un nivel (detalle), teniendo en cuenta diferentes bandas de frecuencias, cada una con distintas resoluciones para cada nivel. En base a esto se emplean dos conjuntos de funciones: de escalamiento y *Wavelets*, las cuales están relacionadas a filtros pasa bajo y pasa alto respectivamente. La descomposición de la señal en diferentes bandas se obtiene a través de

un filtrado sucesivo por el filtro pasa alto de media banda  $g[n]$  y de un filtro pasa bajo

$h[n]$ ; posterior a este filtrado se logra eliminar la mitad de las muestras de acuerdo a la

regla de Nyquist, debido a que la señal tendrá un frecuencia superior a  $\pi/2$  radianes, así se constituye el primer nivel de descomposición, que se expresa:

$$\begin{aligned} y_{high}[k] &= \sum_n x[n]g[2k - n]. \\ y_{low}[k] &= \sum_n x[n]h[2k - n]. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Donde  $y_{high}[k]$  e  $y_{low}[k]$  son las salidas de los filtros pasa alto y pasa bajo, respectivamente, posterior al submuestreo por dos. Al procedimiento anterior se lo conoce como codificación sub-bandas y se lo repite con objeto de conseguir mayor descomposición, para este caso en cada etapa, el filtrado y submuestreo dan como

resultado la disminución a la mitad del número de muestras, es decir reduce a la mitad la resolución en el tiempo, mientras duplica la resolución en frecuencia, debido a que la banda de frecuencia de la señal sólo abarca la mitad de la banda de frecuencias anteriores. En la Figura 1.11 podemos ver este proceso, donde en cada nivel de descomposición el ancho de banda de la señal aparece señalado como “ $f$ ”.

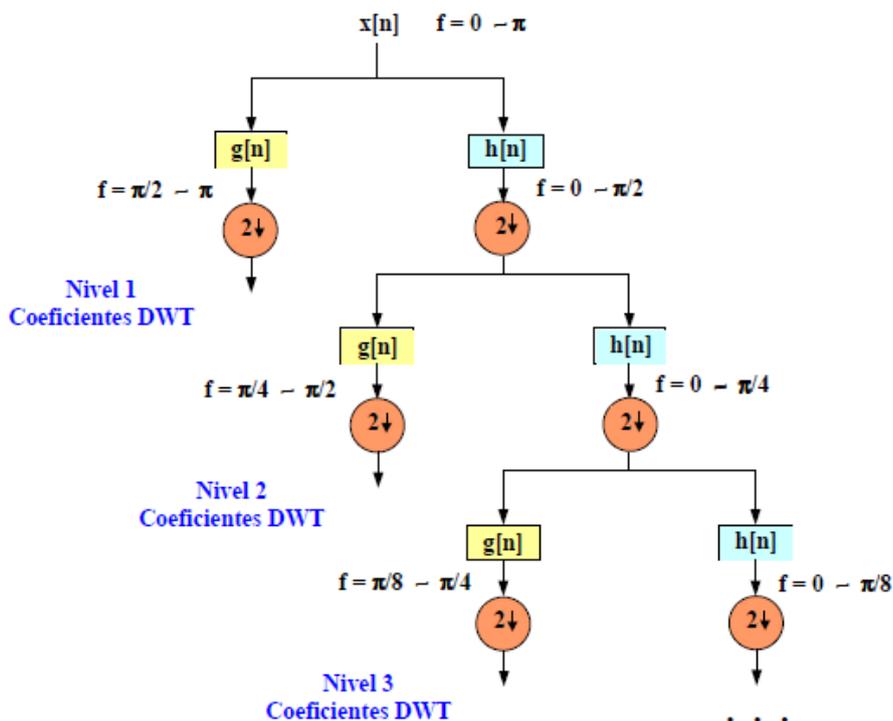


Figura. 1.11 Diagrama de codificación de sub-bandas

En resumen, el procedimiento descrito ofrece una buena resolución en el tiempo para frecuencias altas, y buena resolución en frecuencia para bajas frecuencias.

Como ejemplo de descomposición de la DWT, se muestra la Figura 1.12, donde se muestra detalles de ruido en las primeras dos, y a medida que aumentan los niveles estos se asemejan a la señal; se ha utilizado la *Wavelet Daubechies 8*, con nivel de descomposición cinco.

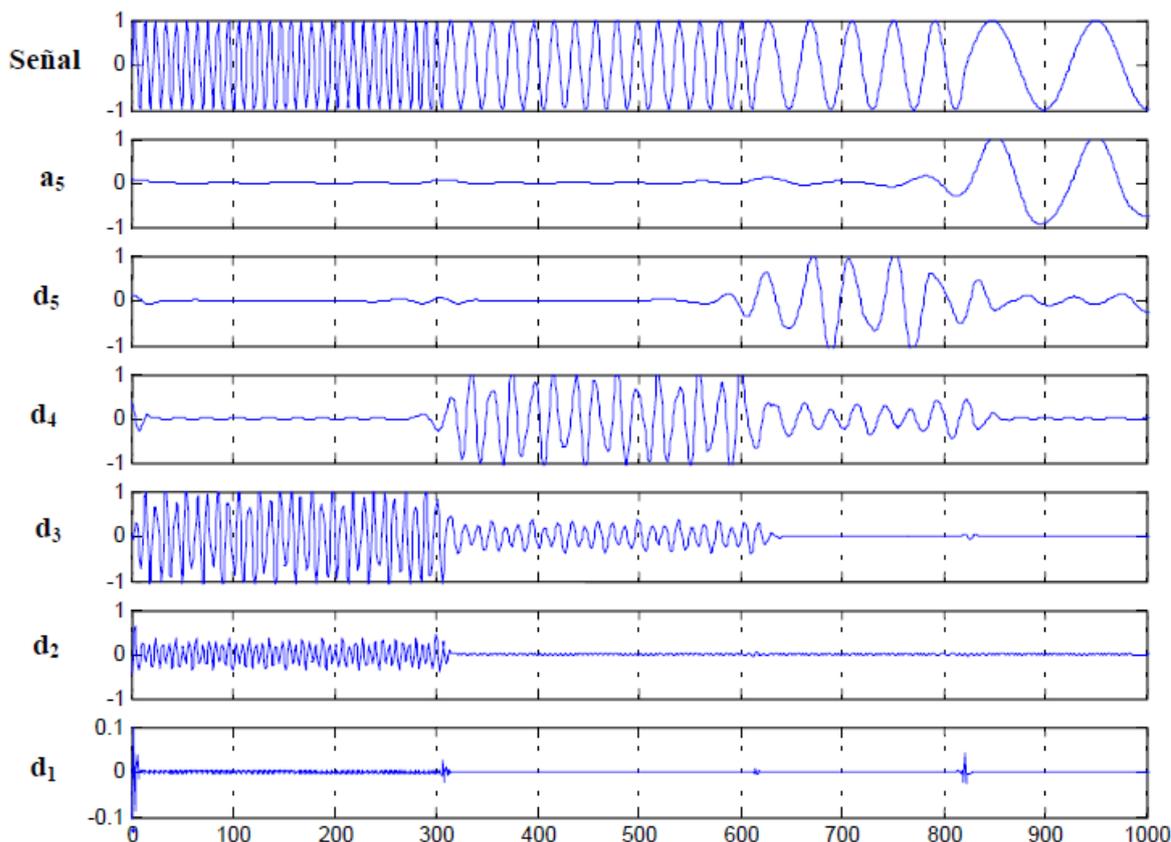


Figura. 1.12 Ejemplo de descomposición DWT

El área de procesamiento de imágenes es una de las más beneficiadas por la transformada *Wavelet*, debido a que imágenes de gran resolución demandan de mayor espacio en disco, lo que se reduce significativamente con la aplicación de la DWT. Para obtener este resultado se evalúa la DWT de una imagen dada fila a fila, despreciando de cada una los coeficientes inferiores a cierto umbral (*threshold*), cuando se requiera reconstruir la imagen original únicamente será necesario rellenar cada fila con “ceros” en el lugar de los coeficientes despreciados y al usar al DWT inversa se obtendrá la imagen original.

Cabe recalcar que para la determinación del número de niveles, debido a que es un proceso recursivo, el filtraje podría darse infinitamente, sin embargo, en la práctica sólo se puede descomponer hasta que un intervalo o nivel posea una sola muestra o píxel en el caso bidimensional, para análisis de imágenes.

## 1.4 WAVELET PACKET

El método *Wavelet Packet* es una generalización de la descomposición *Wavelet* que ofrece una gama más rica de posibilidades para el análisis de señales; como se explicó en el punto anterior la señal es sub-muestreada por niveles, y analiza la señal descomponiéndola en una aproximación y un nivel (detalle). Para el análisis *Wavelet Packet*, los detalles, así como aproximaciones se pueden dividir.

Esto produce más de  $2^{2^n-1}$  formas diferentes de codificar la señal. La Figura 1.13 muestra el árbol de descomposición *Wavelet Packet*.

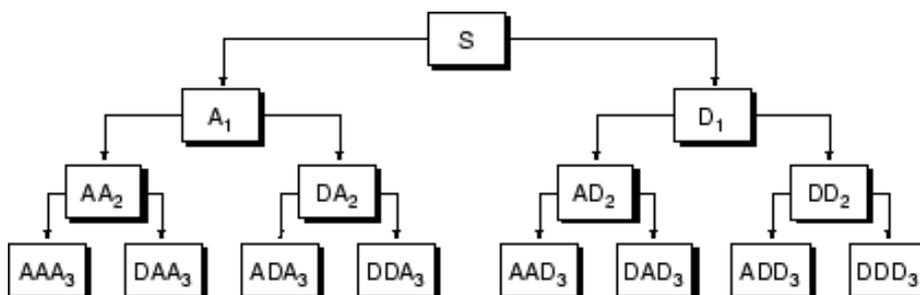


Figura. 1.13 Árbol de descomposición *Wavelet*

El árbol de descomposición *Wavelet* es parte de este árbol binario. Por ejemplo, el análisis de *Wavelet Packet* permite a la señal **S** ser representada como  $A_1 + AAD_3 + DAD_3 + DD_2$ . Este es un ejemplo de representación que, no es posible con el análisis ordinario *Wavelet*.

La elección de una de estas posibles codificaciones presenta un problema interesante. Dentro del *toolbox* de MATLAB®, se utiliza un criterio basado en la entropía para seleccionar la más adecuada descomposición de una señal determinada. Esto significa que se estudia cada nodo del árbol de descomposición y se cuantifica la información que se puede obtener mediante la realización de cada división.

Algoritmos simples y eficientes existen tanto para la descomposición *Wavelet Packet* y para la selección óptima de descomposición. Algoritmo de filtrado adaptativo, basado en

el trabajo de *Coifman y Wickerhauser*, con aplicaciones directas en la codificación de la señal y la compresión de datos. Estos algoritmos permiten a *Wavelet Packet 2-D* incluir herramientas de "Mejor nivel" y "Mejor árbol"; características que optimizan la descomposición tanto a nivel global como con respecto a cada nodo.

En otras palabras, este análisis se realiza de manera independiente tanto en las bandas de baja frecuencia como alta, lo que es mostrado como una estructura de árbol con dos laterales o ramificaciones, una corresponde a la salida de los filtros pasa bajo y la otra a la salida del filtro pasa alto.

El algoritmo de la DWT para obtener el valor eficaz de intensidades y tensiones, así como, la potencia activa, se emplea para obtener una separación en frecuencia en distintos niveles empleando filtros IIR; sin embargo, esta técnica proporciona bandas de frecuencia no uniformes que no pueden emplearse para obtener los valores antes mencionados. El trabajo presentado en [Hamid, 2001], resuelve el problema mencionado desarrollando el algoritmo *Wavelet Packet* para descomponer la señal original en bandas de frecuencia uniformes; de este modo, sí se puede medir el valor eficaz de tensiones e intensidades, así como la potencia de las componentes individuales de los armónicos.

## 1.5 COMPRESIÓN DE IMÁGENES

Al momento de tratar con imágenes digitales se producen gran cantidad de datos, lo que implica una capacidad de almacenamiento y un costo computacional elevado; es por esto que ha surgido la necesidad de comprimir las mismas, eliminando los datos redundantes, por consiguiente reduciendo la cantidad de datos necesarios para su representación.

*“Desde el punto de vista matemático, equivale a transformar una distribución bidimensional de píxeles en un conjunto de datos estadísticos sin correlacionar. La transformación se aplica antes del almacenamiento o transmisión de la imagen; posteriormente, la imagen comprimida se descomprime para reconstruir la imagen original o una aproximación de la misma.”* [González, 1996]

El término redundancia es muy importante dentro de la compresión de imágenes, y existen tres tipos [Flores, 2011]:

- Redundancia en la codificación.- Esta relacionado con la cantidad de bits utilizados para la representación de la información.
- Redundancia interpíxel.- Su función es aprovechar la correlación dada entre píxeles vecinos en una imagen.
- Redundancia psicovisual.- Reduce información imperceptible por el ojo humano.

Para la compresión de imágenes se usan algoritmos que determinan cual es la cantidad mínima de datos necesarios para mantener la información requerida, teniendo presente la redundancia existente en la imagen [Hernández, 2011].

### **1.5.1 Métodos De Compresión**

#### ***1.5.1.1 Compresión sin Pérdidas***

Al aplicar este método la imagen decodificada es exactamente igual a la imagen original, analizando píxel a píxel; es decir se preservan los datos.

La compresión sin pérdidas únicamente aprovecha la redundancia de codificación, puesto proporciona una redundancia relativamente pequeña en el tamaño de las imágenes, entre un 10 a 50%; su orden de compresión es de 3 a 1. Dentro de las técnicas más conocidas para la compresión sin pérdidas podemos citar las siguientes:

- Codificación de *Huffman*
- Codificación en planos de bit
- *Run-Length Coding* [FileFormat, 2011]
- Algoritmo de *Lempel-Ziv-Welch* [Lempel, 2011]

### 1.5.1.2 Compresión con Pérdidas

Al aplicar este método la imagen decodificada no posee exactamente las mismas características que la imagen original, aunque visualmente es sensiblemente parecida. Sin embargo logra razones de compresión mayores al método sin pérdidas, siendo esta de 30 a 50 veces con una degradación imperceptible [Hernández, 2011], ya que aprovecha la redundancia presente en la imagen, utilizando la redundancia psicovisual, puesto que el ojo humano es menos sensible a [Flores, 2011]:

- El color en comparación con la luminosidad
- Las componentes de alta frecuencia espacial
- La distorsión de cuantización en los niveles altos de luminosidad

Dentro de las técnicas más conocidas podemos citar:

- *Run-Length-Coding* a Nivel de Gris
- Codificación Predictiva Diferencial
- Transformada Discreta del Coseno
- Compresión *Wavelet*

## 1.5.2 Formatos De Compresión

De manera general los formatos de compresión más utilizados hoy en día son:

- **JPEG** (*Join Photographic Experts Group*), se encuentra dentro de los métodos de compresión con pérdidas, utiliza la transformada discreta de coseno (DCT). Este formato consigue una compresión ajustable a la calidad de la imagen que se quiere reconstruir.
- **Bitmap BMP** (*Bit Mapped Picture*), es un formato propio de *Microsoft Paint* y utiliza el método de compresión sin pérdidas *Run-Length Coding*; se caracteriza por mantener la calidad de la imagen aunque ocupe más espacio en disco.

- **GIF (*Graphics Interchange Format*)**, es un formato utilizado ampliamente en la web, el cual está basado en el método de compresión sin pérdidas *Lempel Ziv Welch*, este tipo de imagen se adapta a la pérdida de colores, por lo que hay pérdida de calidad.
- **PNG (*Portable Network Graphics*)**, este formato está basado en el método de compresión sin pérdidas, y fue creado para solucionar los problemas presentes con el formato GIF, puesto soporta animación y permite almacenar imágenes con mayor contraste guardando datos importantes.
- **TIFF (*Tag Image File Format*)**, este formato usa el método de compresión sin pérdidas *Lempel Ziv Welch*. Una característica importante de este formato es que guarda gran cantidad de información de la imagen en el mismo archivo.
- **JP2 (*JPEG 2000*)**, creado como mejora para el formato JPEG puesto que usa la transformada *Wavelet*, de manera que se lo usa como estándar de compresión (altas tasas de bits) y codificación digital de imágenes.

## CAPÍTULO 2

### WAVELETS EN DOS DIMENSIONES

#### 2.1 TRANSFORMADA WAVELET EN DOS DIMENSIONES

La transformada *Wavelet* en dos dimensiones (2-D) es aplicable para señales en dos dimensiones, como las imágenes. Para el tratamiento de éstas, se trabaja con la DWT 2-D; la cual requiere tratar con filtros bidimensionales, que son calculados a partir de la convolución de los filtros en 1-D sobre ellos mismos. Estos filtros pueden ser separables o no, lo que implica que se separan las funciones *Wavelet* y de escala, que trabajan en el espacio  $L^2(\mathbb{R}^2)$ , donde un filtro en 2-D  $f(n_1, n_2)$  cumple la característica de ser separable si se lo puede expresar como:

$$f(n_1, n_2) = f_1(n_1)f_2(n_2) . \quad (2.1)$$

En base a esto, la descomposición de una función base *Wavelet*  $\psi(x, y)$  puede ser calculada de manera similar a lo ya expuesto en el Capítulo 1, puesto la esencia de esta implementación es la misma que para la transformada en 1-D, ya que aprovecha el diseño de los bloques básicos realizados. Aunque aumenta la dificultad de implementación, debido a que las funciones  $\psi_{i_1, n_1}(x)$ ,  $\psi_{i_2, n_2}(y)$  mezclan información a dos escalas diferentes  $2_{i_1}$  y  $2_{i_2}$  a lo largo de los ejes  $x$  e  $y$ . Debido a esto es necesario evitar la mezcla de información, por lo que se trabaja con multi-resoluciones separables, cuyas bases están formadas por productos de funciones dilatadas a la misma escala [Lado, 2004].

Matemáticamente la DWT 2-D separable descompone una imagen  $S_i(n_1, n_2)$  en una imagen promedio y tres imágenes detalle, como lo indican las expresiones:

$$S_{i+1}(n_1, n_2) = \sum_{k_1} \sum_{k_2} g(k_1)g(k_2)S_i(2n_1 - k_1, 2n_2 - k_2). \quad (2.2)$$

$$W_{i+1}^1(n_1, n_2) = \sum_{k_1} \sum_{k_2} g(k_1)h(k_2)S_i(2n_1 - k_1, 2n_2 - k_2). \quad (2.3)$$

$$W_{i+1}^2(n_1, n_2) = \sum_{k_1} \sum_{k_2} h(k_1)g(k_2)S_i(2n_1 - k_1, 2n_2 - k_2). \quad (2.4)$$

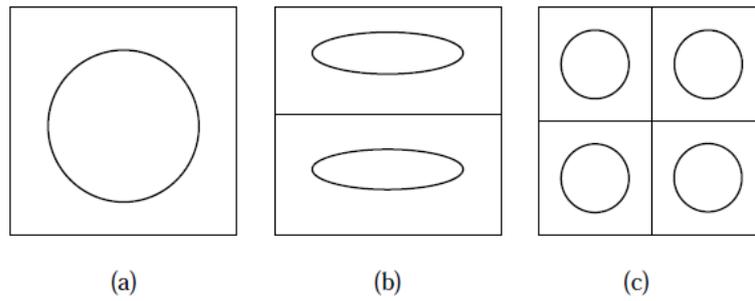
$$W_{i+1}^3(n_1, n_2) = \sum_{k_1} \sum_{k_2} h(k_1)h(k_2)S_i(2n_1 - k_1, 2n_2 - k_2). \quad (2.5)$$

Donde  $h(n)$  y  $g(n)$  son filtros pasa bajo y pasa alto de media banda *Wavelet* 1-D respectivamente. La señal  $S_{i+1}(n_1, n_2)$  representa un suavizado de baja resolución de la imagen  $S_i(n_1, n_2)$ . Las señales  $W_{i+1}^1(n_1, n_2)$ ,  $W_{i+1}^2(n_1, n_2)$ ,  $W_{i+1}^3(n_1, n_2)$  contienen los detalles de la señal  $S_i(n_1, n_2)$  [Colom, 2001].

En base a los coeficientes<sup>3</sup>, la imagen original forma una matriz de datos inicial  $c_o(x, y)$  Figura. 2.1 (a).

---

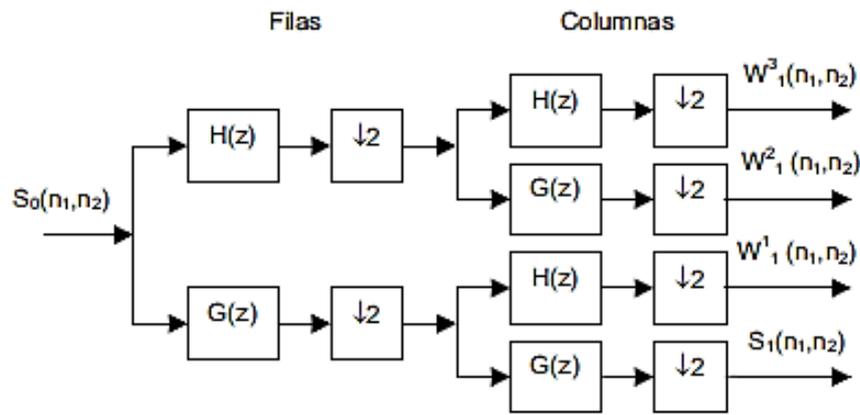
<sup>3</sup>  $a(i, k)$ , coeficiente wavelet 1-D;  $c(x, y)$  coeficiente wavelet 2-D



**Figura. 2.1** Pasos para el proceso de descomposición de una imagen. (a) Imagen original. (b) Descomposición en dirección vertical. (c) Descomposición en dirección horizontal – Resultado Final

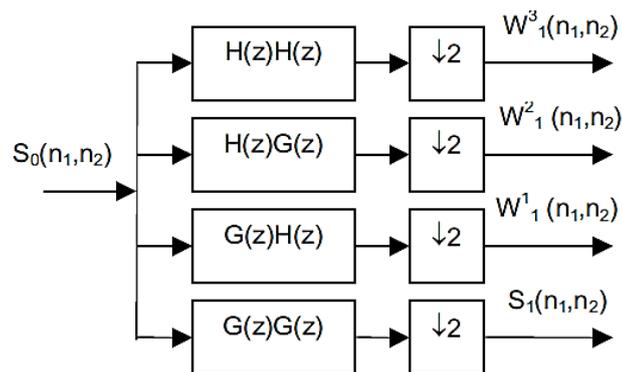
Para cada nivel  $i$  de resolución, es necesario calcular la correlación entre las filas de  $c_{i-1}(x,y)$  (coeficientes *Wavelet*) y los filtros unidimensionales  $h(n)$  y  $g(n)$  en la dirección vertical, dando como resultado imágenes compuestas, formadas por la mitad de las filas de la matriz como muestra la Figura. 2.1 (b). Posterior a esto se calcula la correlación entre éstas imágenes y se aplican los  $h(n)$  y  $g(n)$  en dirección horizontal para obtener de cada una, dos imágenes compuestas por la mitad de las columnas como muestra la Figura. 2.1 (c). Dentro de las cuales se encuentran una imagen de *aproximación* y tres imágenes de *detalle*, donde uno representa todos los detalles horizontales, otro los detalles verticales y por último los detalles diagonales.

Este proceso es ejecutado por el análisis multiresolución, donde para aplicar la DWT 2-D a una imagen primero se realiza un filtrado por filas y posteriormente de columnas, ya que al usar el diseño de bloques básicos unidimensional, éstos pasan por filtros 1-D, como muestra la Figura. 2.2.



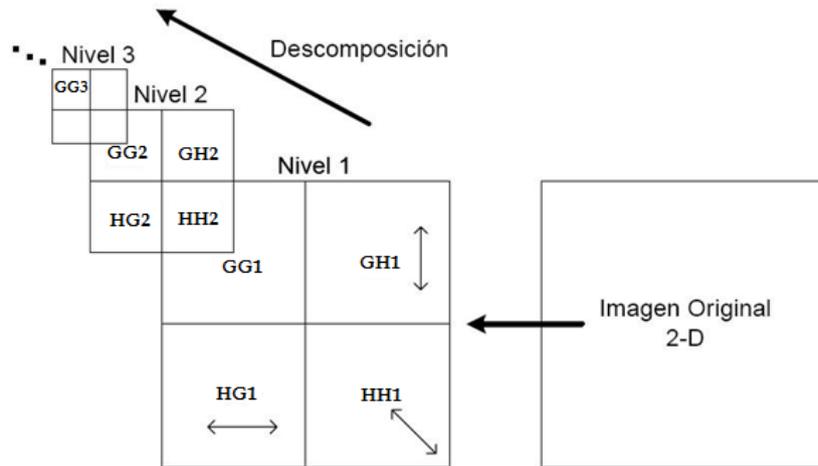
**Figura. 2.2** Diagrama de bloques unidimensional para el cálculo de la DWT 2-D

O bien se puede obtener los coeficientes aplicando directamente filtros bidimensionales, obteniendo cuatro salidas y simplificando el proceso, como muestra la Figura. 2.3, en ambos casos, el resultado será una matriz de coeficientes.



**Figura. 2.3** Diagrama de bloques bidimensional para la DWT 2-D

Mediante el uso de la herramienta de simulación MATLAB®, los coeficientes obtenidos por el análisis antes mencionado, de forma gráfica se representa en la Figura. 2.4:



**Figura. 2.4** Ejemplificación de la descomposición Wavelet por niveles

Como se puede ver, la imagen resultante de la cual se puede seguir obteniendo coeficientes al aplicar la transformada *Wavelet* es, la que obtenemos del filtro  $G(z)G(z)$ , como se mostró en la Figura. 2.3; este procedimiento se realizará tantas veces como niveles se deseen obtener. La Figura. 2.5 muestra el resultado aplicado a la imagen en sí.



**Figura. 2.5** (a) Imagen original. (b) Resultado tras aplicar 3 niveles de la transformada Wavelet

Debido a que una imagen se representa por una señal finita, formada por  $N \times M$  píxeles, los filtros también formarán una matriz de  $n \times m$  coeficientes; los cuales normalmente son más pequeños que la imagen original. Matemáticamente, la operación de filtrado se basa en productos y sumas entre la matriz de coeficientes y una parte de la imagen de las mismas dimensiones; esta matriz debe recorrer toda la imagen original, abarcando cada parte de ella.

El filtrado de imágenes presenta problemas cuando la matriz de filtrado se acerca a los bordes de la imagen, por lo que se debe proceder:

- La imagen debe contener completamente la matriz de filtrado, lo que provocará reducción en el tamaño de la imagen posterior al filtrado.
- La imagen debe contener el origen de la matriz de filtrado

(*usualmente*  $\left[ \frac{n}{2}, \frac{m}{2} \right]$ ), dando como resultado una imagen del mismo tamaño.

Para cualquier caso hay que tener en cuenta que existe un tiempo transitorio hasta que la matriz de filtrado se ubique completamente sobre la imagen, puesto que si no se mantiene el tamaño de la imagen original, ésta no puede compararse con la filtrada; para el otro caso será imperante dar un valor a los píxeles de los bordes que no se tiene, rellenando con negro, gris o duplicando filas y columnas periféricas. Por lo que para el tratamiento de imágenes con la transformada *Wavelet* es necesario ampliar la imagen por la derecha y por debajo con los píxeles de la izquierda y arriba, lo cual, vuelve más complicada su implementación en *hardware*, porque si los píxeles van de izquierda a derecha y de arriba abajo secuencialmente, será necesario almacenar filas y columnas de manera que se las pueda utilizar al final. A pesar de esto, se puede plantear el hecho de rellenar con negro o píxeles adyacentes en lugar de usar las primeras filas y columnas [Colom P., 2001].

## 2.2 CLASES DE WAVELETS EN 2-D

En base a la importancia de este estudio, se han creado varias expresiones para la transformada *Wavelet*, debido a que no existe una que pueda resolver todos los problemas. A partir de la modelación del problema y de un análisis a priori del tipo de imagen a tratar o del objetivo que se pretenda (compresión, eliminación del ruido, segmentación de la imagen, etc.) se busca la familia de *Wavelets*, de los cuales existen 3 niveles de simetría en estas funciones *Wavelet*: las no simétricas, como las familias Daubechies o Biortogonales; las funciones casi simétricas, Symlet o Coiflets; y las simétricas, como las de Haar, Meyer y Battle-Lemarié [F. Wavelet, 2011] [Misiti, 2011] [Fernández, 2007].

### 2.2.1 *Wavelet* de Haar

La transformada *Wavelet* de Haar es reconocida como la primera en formar parte de la familia de *Wavelets*, y fue propuesta por Alfred Haar en 1909, siendo ésta una de las más simples de representar. La *Wavelet* de Haar se calcula por iteración y un promedio de diferencia entre las muestras pares e impares de la señal, es decir, se opera en los datos mediante el cálculo de las sumas y diferencias de los elementos adyacentes. Su forma de análisis inicia con los elementos adyacentes horizontales, y posterior a esto los verticales adyacentes [T. Haar, 2011] [Haar2D, 2011].

A pesar de su simplicidad en la representación su desventaja más evidente es que al ser discontinua no es derivable, y no tiene buena localización tiempo-frecuencia; lo cual podría ser útil para el análisis de señales con transiciones repentinas.

La función *Wavelet* madre de las funciones de Haar  $\psi(t)$ , que pertenece a  $L^2(\mathbb{R})$ , es representada así:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < \frac{1}{2}, \\ -1 & \frac{1}{2} \leq t < 1, \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.6)$$

Su representación escalar  $\phi(t)$  es representada:

$$\phi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 1, \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.7)$$

La representación gráfica de las ecuaciones (2.6) y (2.7) la podemos ver en la Figura. 2.6 (a) y (b) respectivamente, la cual es una onda cuadrada de amplitud y longitud unitarias.

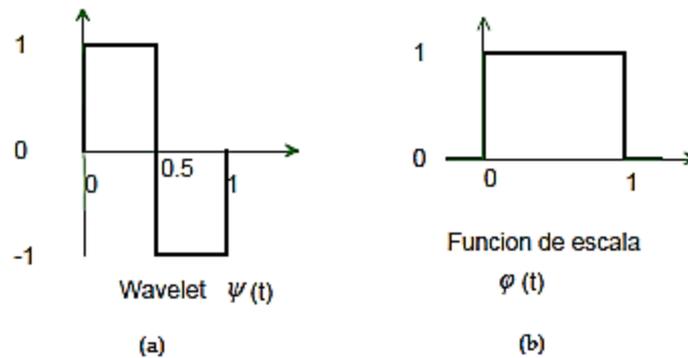


Figura. 2.6 Representación de las Wavelets de Haar

La función Haar puede ser representada de manera matricial como  $H_2$  ( $2 \times 2$ ) así:

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Al usar la DWT, cualquier secuencia  $(a_0, a_1, \dots, a_{2n}, a_{2n+1})$  sin importar su longitud, se puede transformar en una secuencia de dos componentes vectoriales

$((a_0, a_1), \dots, (a_{2n}, a_{2n+1}))$ ; en base a esto si se multiplica desde la derecha cada vector con la matriz  $H_2$  obtenemos:  $((s_0, d_0), \dots, (s_n, d_n))$ ; lo cual forma parte de una etapa de la transformada rápida de *Wavelet* de Haar; posteriormente se separara las secuencias  $s$  y  $d$  para continuar con la transformación de secuencia  $s$ .

La transformada de Haar al ser la más simple de la familia de *Wavelets*, se obtiene multiplicando de forma cruzada una función con la *Wavelet* de Haar con varios desplazamientos y extensiones, a esta transformada se la puede entender como el proceso de muestreo donde las filas de la matriz actúan como muestras de resolución más finas, como muestra la ecuación (2.9).

$$H_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Una característica interesante de la transformada *Wavelet* de Haar es que la transformada es igual a su inversa [T. Haar, 2011].

### 2.2.2 *Wavelet* de Daubechies

Durante una visita al *Courant Institute* de la Universidad de Nueva York, Ingrid Daubechies en 1987 descubrió una clase nueva de *Wavelets*, que a más de ser ortogonales, se podían implementar mediante sencillas ideas de filtrado digital, mediante cortos filtros digitales. Este tipo de *Wavelet* es tan sencilla de implementar como la de Haar, con la diferencia de que éstas son suaves y sin saltos bruscos como la de Haar [Academies, 2001]. Una característica importante de las *Wavelets* de Daubechies es la conexión estrecha con la teoría de fractales.

Esta *Wavelet* posee soporte compacto con  $N$  momentos de desvanecimiento; puede ser ortogonal, biortogonal, y no posee simetría, lo cual de hecho en algunas *Wavelets* es bastante pronunciada. El número de momentos de desvanecimiento para  $\psi$  es  $N$ , y el número de filtros es  $2N$ . Estas *Wavelets* no tienen una expresión determinada. La representación gráfica de las *Wavelets* de Daubechies se muestra en la Figura. 2.7:

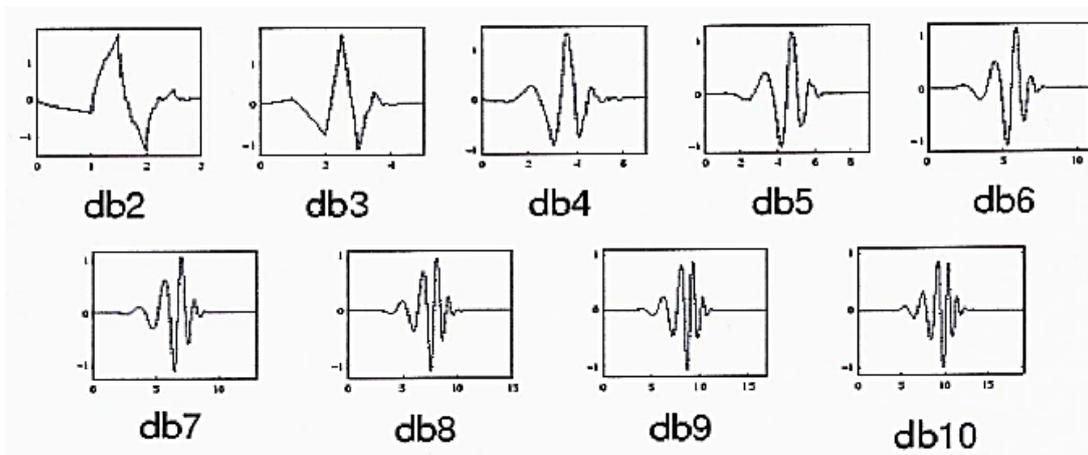


Figura. 2.7 *Wavelets de Daubechies (dbN)*

Donde  $N$  indica el orden y  $N \in \mathbb{Z}$ , cabe recalcar que la *Wavelet* de Haar representa db1, por su orden unitario.

Como forma de ejemplificación se muestra la transformada Daubechies (D4), que posee cuatro coeficientes de función de escala, los cuales son:

$$\begin{aligned}
 h_0 &= \frac{1 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \\
 h_1 &= \frac{3 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \\
 h_2 &= \frac{3 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}},
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

$$h_3 = \frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}.$$

En cada paso de la transformada *Wavelet* es aplicada la función de escala a los datos de entrada. Si el conjunto de datos original tiene  $N$  valores, la función de escala será aplicada en la transformada *Wavelet* para calcular  $N/2$  valores suavizados. Los valores suavizados se almacenan en la mitad inferior de los  $N$  elementos del vector de entrada.

Las funciones *Wavelet* y de escala son calculadas al realizar el producto punto entre los coeficientes y los cuatro valores de datos, como muestran las siguientes ecuaciones:

Ecuaciones de la función de escala Daubechies D4:

$$a_i = h_0 s_{2i} + h_1 s_{2i+1} + h_2 s_{2i+2} + h_3 s_{2i+3}. \quad (2.11)$$

Ecuaciones de la función *Wavelet* Daubechies D4:

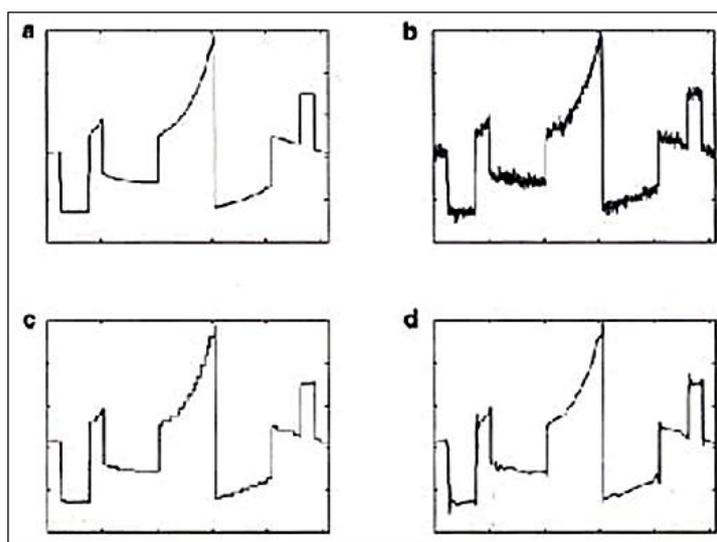
$$c_i = g_0 s_{2i} + g_1 s_{2i+1} + g_2 s_{2i+2} + g_3 s_{2i+3}. \quad (2.12)$$

Cada iteración en los pasos de la transformada *Wavelet* calcula un valor de función de escala y un valor de la función *Wavelet*. El índice  $i$  se incrementa en dos con cada iteración, de forma que se calcula la nueva escala y los valores de la función *Wavelet*.

Cada *Wavelet* tiene un número de *zero moments* y *vanishing moments* (“momentos cero y momentos de fuga”) [D4, 2011] igual a la mitad el número de coeficientes. Por ejemplo, D2 (Haar *Wavelet*) tiene un momento de fuga, D4 tiene dos, etc. Un momento de fuga limita la capacidad de la *Wavelet* para representar el comportamiento del polinomio o

información en una señal; es decir D2, con un momento, fácilmente codifica los polinomios de un coeficiente, o los componentes de la señal constante. D4 codifica polinomios con dos coeficientes, representando, componentes de una señal constante y lineal, y D6 codifica 3 polinomios, es decir, los componentes de una señal constante, lineal y cuadrática. A pesar de esta capacidad de codificar las señales, está sujeta al fenómeno de la fuga de escala.

En la Figura. 2.8 podemos ver la cualidad de esta transformada en la suavidad en bordes, donde (a) muestra la señal original, que presenta saltos y tramos suaves, (b) la señal con ruido, (c) resultado de la señal eliminando ruido a través de la *Wavelet* de Haar, la cual produce una línea irregular en lugar de una curva suave, y por último (d) donde aplica la *Wavelet* Daubechies, la cual produce una curva más suave [Academies, 2001].



**Figura. 2.8 Aplicación Wavelets (a) Señal original (b) Señal con ruido (c) Wavelet de Haar (d) Wavelet Daubechies**

### 2.2.3 Wavelet Coiflet

Este tipo de wavelets también creadas por Daubechies, son ortogonales y buscan mejorar a las *Wavelet* mencionadas en el punto anterior, consiguiendo una mejor aproximación entre los valores de las aproximaciones y los de la señal original. Este tipo de *Wavelet* tiene características de mayor simetría y posee mayor número de momentos de

desvanecimiento:  $2N$ . Su representación gráfica la vemos en la Figura. 2.9, donde  $N$  representa el orden [F. Wavelet, 2011] [T. Wavelet, 2011].



Figura. 2.9 Wavelet de Coiflet ( $coifN$ )

### 2.2.4 Wavelet de Symlets

Creada para aumentar la simetría de las *Wavelets* de Daubechies; es compacta y permite realizar la transformada continua y discreta *Wavelet*. Las *Symlets* pueden ser ortogonales, biortogonales, y poseen gran simetría. Como se observa en la Figura. 2.10,  $N$  representa el orden. Su número de desvanecimientos es  $N$  [F. Wavelet, 2011].

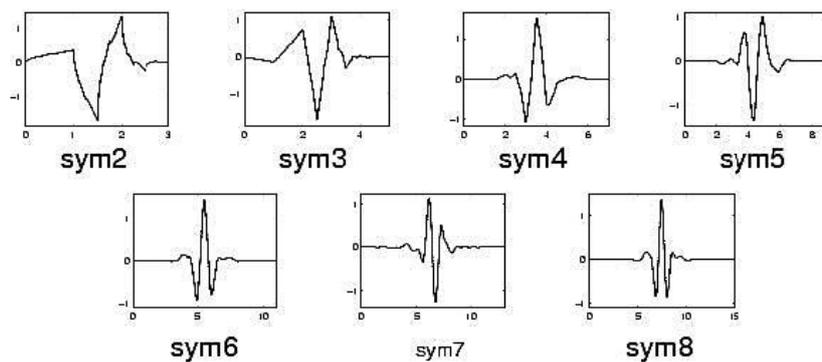


Figura. 2.10 Wavelet Symlet ( $symN$ )

### 2.2.5 Wavelets Biortogonales

Poseen la característica de reconstrucción exacta de la señal a través de filtros FIR; su orden está dado por  $N_r$  y  $N_d$  como muestra la Figura. 2.11, los cuales son para la reconstrucción y descomposición respectivamente. Sus momentos de desvanecimiento están dados por  $N_r$ .

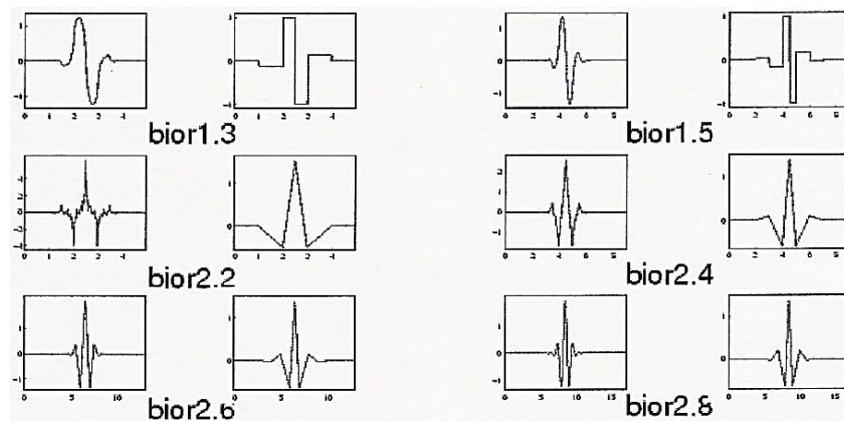


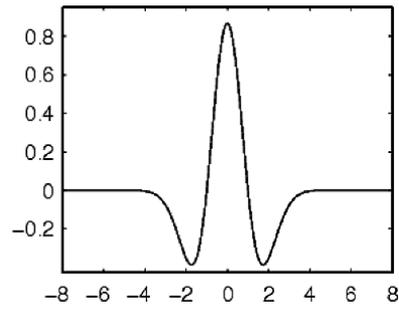
Figura. 2.11 Wavelets Biortogonales ( $biorNr.Nd$ )

### 2.2.6 Wavelet Mexican Hat

Esta onda no posee función de escala y es la segunda derivada de la función densidad de probabilidad Gaussiana:

$$mex(t) = \frac{2(1-t^2)e^{-t^2/2}}{\pi^{1/4}\sqrt{3}}. \quad (2.13)$$

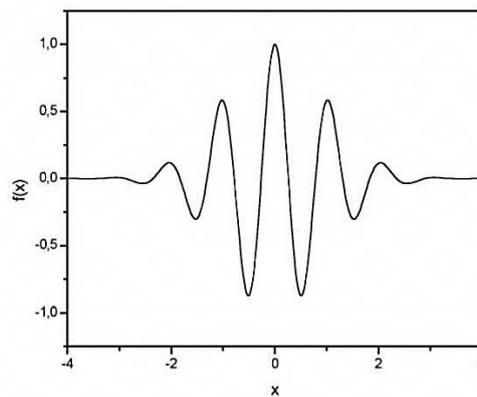
Como muestra la Figura. 2.12, este *Wavelet* posee una fase lineal.



**Figura. 2.12** *Wavelet Mexican Hat*

### 2.2.7 Wavelet Morlet

La *Wavelet* de Morlet es simétrica y no posee características de ortogonalidad ni biortogonalidad. En este tipo de *Wavelet* sólo es aplicable la CWT. Su representación gráfica la podemos ver en la Figura. 2.13.



**Figura. 2.13** *Wavelet de Morlet*

### 2.2.8 Wavelet Meyer

La *Wavelet* de Meyer se define en el dominio de la frecuencia cuya transformada de Fourier es suave, las bases de Meyer tienen soporte infinito y su función  $\psi$  tiene un número infinito de momentos nulos como se muestra en la Figura. 2.14 a continuación.

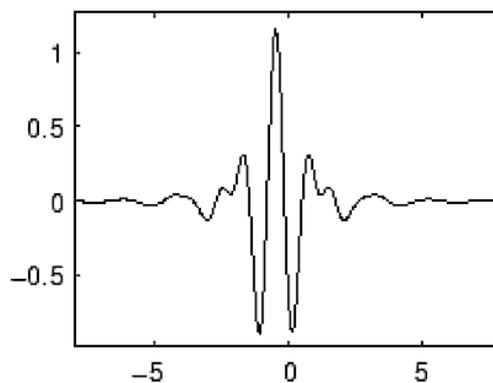


Figura. 2.14 *Wavelet de Meyer*

### 2.3 COMPRESIÓN DE IMÁGENES APLICANDO WAVELETS EN 2-D CON MATLAB®

Con el fin de probar la versatilidad y capacidad de reacción de cada familia de *Wavelets* frente a una pérdida brusca de coeficientes de los últimos niveles de descomposición, se ha realizado un código en MATLAB® para cargar un grupo de imágenes<sup>4</sup>, comprimirlas a diferentes valores de porcentaje con cada familia de *Wavelets*, para reconstruirlas y analizar su comportamiento con el Error Cuadrático Medio o MSE (*Mean Square Error*).

Las pruebas realizadas se han hecho con imágenes en alta definición de manera que puedan ser utilizadas para la transmisión con HDTV (*High Definition Television*) [Digital, 2011], la cual admite resoluciones de  $1024 \times 768$  y  $1920 \times 1080$  píxeles; para la transmisión de imágenes.

En base a lo expuesto anteriormente y para efecto de análisis se partió realizando un código en MATLAB® para la compresión tipo *hard* de diez imágenes en escala de grises (Anexo A1); el cual toma una a una las imágenes almacenadas en el vector **fotos** y realiza la descomposición *Wavelet* con la función **wavedec2**, que usa como parámetros de cálculo la imagen original y el número de niveles **N** calculado en base al tamaño de dicha imagen (el número de niveles calculado **N** es diez en base al tamaño en HD de cada imagen –  $1024 \times 768$ ); esta función de acuerdo a la familia de *Wavelet* seleccionada, entrega como

---

<sup>4</sup> Inicialmente el análisis se realizará con imágenes en escala de grises, posteriormente se observará la reacción de las *Wavelets* con imágenes a color.

resultado dos parámetros: el tamaño **S** y el vector de descomposición **C** para realizar la compresión. Con la longitud de **C** y el porcentaje de compresión dado se calcula un valor de dimensión **DIM**, de manera que se ubicaran ceros en el vector de descomposición **C** desde el valor de **DIM** hasta el valor final del tamaño de la imagen, ocasionando un tipo de compresión *hard*, puesto que coloca el valor de cero en la última porción de imagen, la que concuerda con los últimos niveles de descomposición *Wavelet*, de manera que no afecta mayormente a la imagen, ya que en estos niveles existe baja concentración de energía. Posteriormente se reconstruye la imagen con la función **waverec2**, la cual utiliza como parámetros de cálculo: la familia *Wavelet* anteriormente seleccionada, el nuevo vector de descomposición **C** y su tamaño **S**.

Como resultado de este proceso tenemos la Imagen Original y la Imagen Reconstruida, de donde podemos calcular el valor del MSE, cuya fórmula para imágenes monocromáticas se define así:

$$MSE = \frac{1}{HW} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} \|I(i,j) - K(i,j)\|^2. \quad (2.14)$$

donde **H** y **W** representan el alto y ancho en píxeles de la imagen, **I** y **K** las imágenes original y comprimida respectivamente.

Este cálculo se lo realiza con cada valor de porcentaje y se almacena en una matriz de manera que pueda ser representado gráficamente el valor medio del MSE con diez imágenes de distintas formas y ambientes; cabe recalcar que para determinar de mejor manera el comportamiento de cada familia *Wavelet* se ha tomado diez imágenes con texturas fuertes y diez con texturas suaves.

Una vez aplicado el código para el análisis de las imágenes se pudo obtener los valores del MSE presente para cada familia de *Wavelets*, los cuales se presentan en la Tabla 2.1 y Tabla 2.2 de forma numérica, resaltando los mejores resultados de cada porcentaje de compresión y en la Figura. 2.15 y Figura. 2.16 de forma gráfica para imágenes a blanco y negro con texturas fuertes y suaves, respectivamente; cabe recalcar

que se partirá con un estudio monocromático de forma que se pueda visualizar el comportamiento de cada familia para un posterior análisis con imágenes a color de manera que se pueda hallar la familia más confiable para el objetivo en mención.

En base a los valores e ilustraciones mostradas a continuación, el estudio está enfocado al porcentaje de compresión dentro del rango de 50 al 80%, donde podemos observar mayores diferencias visuales y numéricas para la recuperación de cada imagen, por lo que se ha determinado apartar del estudio a las familias de Haar, Discreta de Meyer e Inversa Biortogonal, debido a que su reacción frente a la compresión contiene mayor error frente a las demás familias presentes. Es por esto que para los análisis posteriores nos enfocaremos únicamente en las familias restantes, mejorando el procesamiento de los datos.

Tabla 2.1 MSE de familia de *Wavelets* con texturas fuertes a blanco y negro

| MSE con Imágenes de Texturas Fuertes a Blanco y Negro |                          |               |               |               |               |               |               |
|---|--------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| <i>Wavelets</i>                                       | Porcentaje de Compresión |               |               |               |               |               |               |
|   | 50                       | 55            | 60            | 65            | 70            | 75            | 80            |
| Haar  | 0,7268                   | 0,7104        | 0,5408        | 0,3806        | 0,1165        | 0,0346        | 0,0329        |
| Daubechies (db4)                                      | 0,2502                   | 0,2479        | 0,2122        | 0,1240        | 0,0513        | 0,0333        | 0,0305        |
| Symlet (sym4)   | 0,2487                   | 0,2471        | 0,2117        | 0,1219        | 0,0511        | <b>0,0316</b> | <b>0,0285</b> |
| Coiflet (coif4)                                       | <b>0,2265</b>            | <b>0,2260</b> | 0,2095        | 0,1194        | 0,0591        | 0,0343        | 0,0286        |
| Biortogonal (bior4.4)                                 | 0,2365                   | 0,2349        | <b>0,2013</b> | <b>0,1167</b> | <b>0,0488</b> | 0,0324        | 0,0293        |
| <i>Discrete Meyer (dmey)</i>                          | 0,3966                   | 0,3563        | 0,2202        | 0,2199        | 0,2173        | 0,1053        | 0,0396        |
| <i>Reverse Biorthogonal (rbio4.4)</i>                 | 0,2639                   | 0,2620        | 0,2217        | 0,1300        | 0,0546        | 0,0336        | 0,0306        |

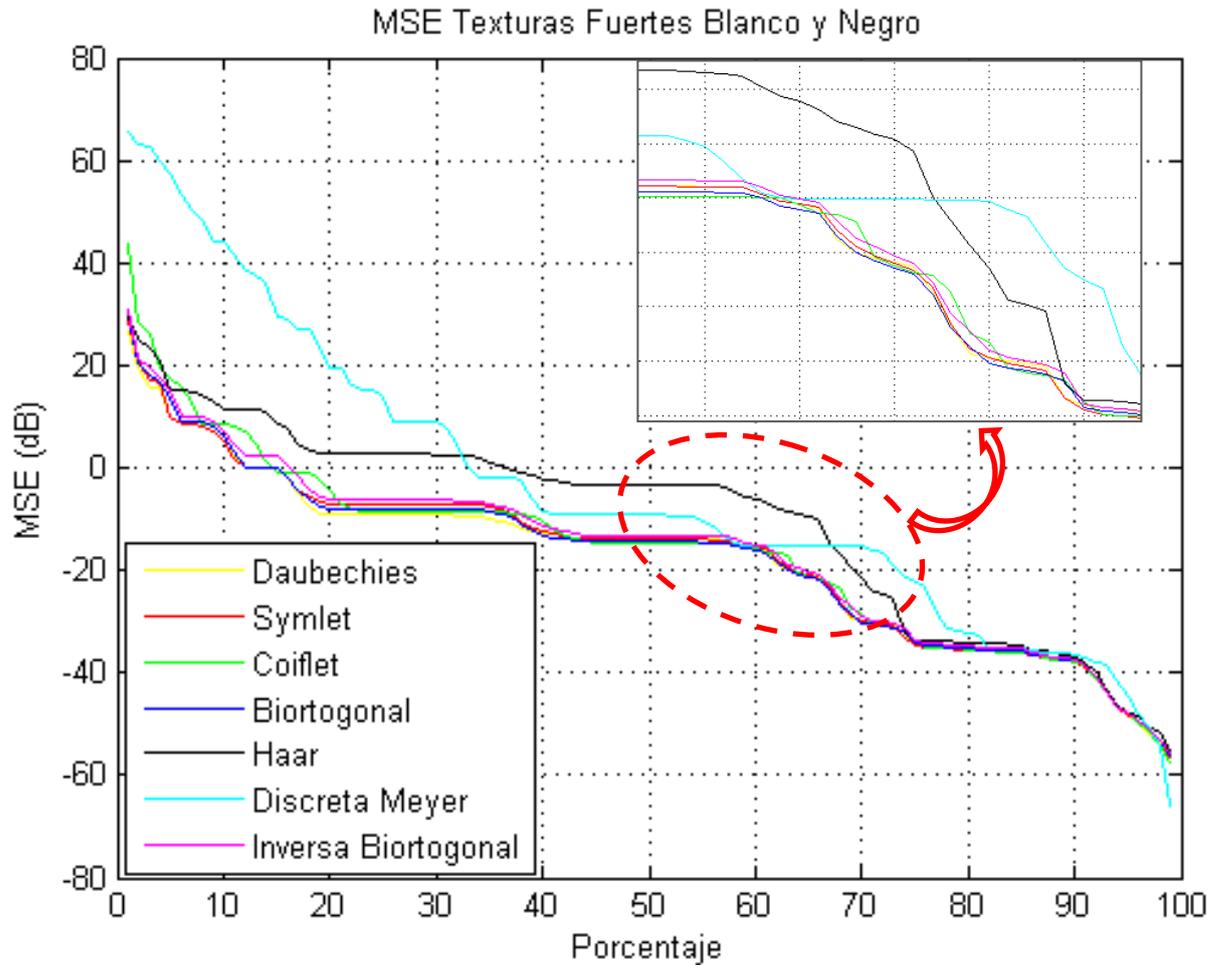


Figura. 2.15 MSE con imágenes de texturas fuertes

Tabla 2.2 MSE de familia de Wavelets con texturas suaves a blanco y negro

| MSE con Imágenes de Texturas Suaves a Blanco y Negro |                          |               |               |               |               |               |               |
|--|--------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| <i>Wavelets</i>                                      | Porcentaje de Compresión |               |               |               |               |               |               |
|  | 50                       | 55            | 60            | 65            | 70            | 75            | 80            |
| Haar   | 0,3969                   | 0,3284        | 0,2738        | 0,2176        | 0,1266        | 0,0603        | 0,0459        |
| Daubechies (db4)                                     | 0,2040                   | 0,1707        | 0,1474        | 0,1187        | 0,0731        | <b>0,0517</b> | <b>0,0362</b> |
| Symlet (sym4)  | 0,1968                   | 0,1685        | 0,1387        | 0,1219        | 0,0705        | 0,0545        | 0,0370        |
| Coiflet (coif4)                                      | <b>0,1820</b>            | 0,1715        | 0,1351        | <b>0,1184</b> | 0,0688        | 0,0538        | 0,0404        |
| Biorotogonal (bior4.4)                               | 0,1885                   | <b>0,1637</b> | <b>0,1350</b> | 0,1195        | <b>0,0685</b> | 0,0527        | 0,0374        |
| <i>Discrete Meyer (dmey)</i>                         | 0,1882                   | 0,1745        | 0,1728        | 0,1664        | 0,1352        | 0,1069        | 0,0568        |
| <i>Reverse</i>                                       | 0,2124                   | 0,1852        | 0,1514        | 0,1329        | 0,0761        | 0,0570        | 0,0402        |

|                                  |  |  |  |  |  |  |  |
|----------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|
| <i>Biorthogonal</i><br>(rbio4.4) |  |  |  |  |  |  |  |
|----------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|

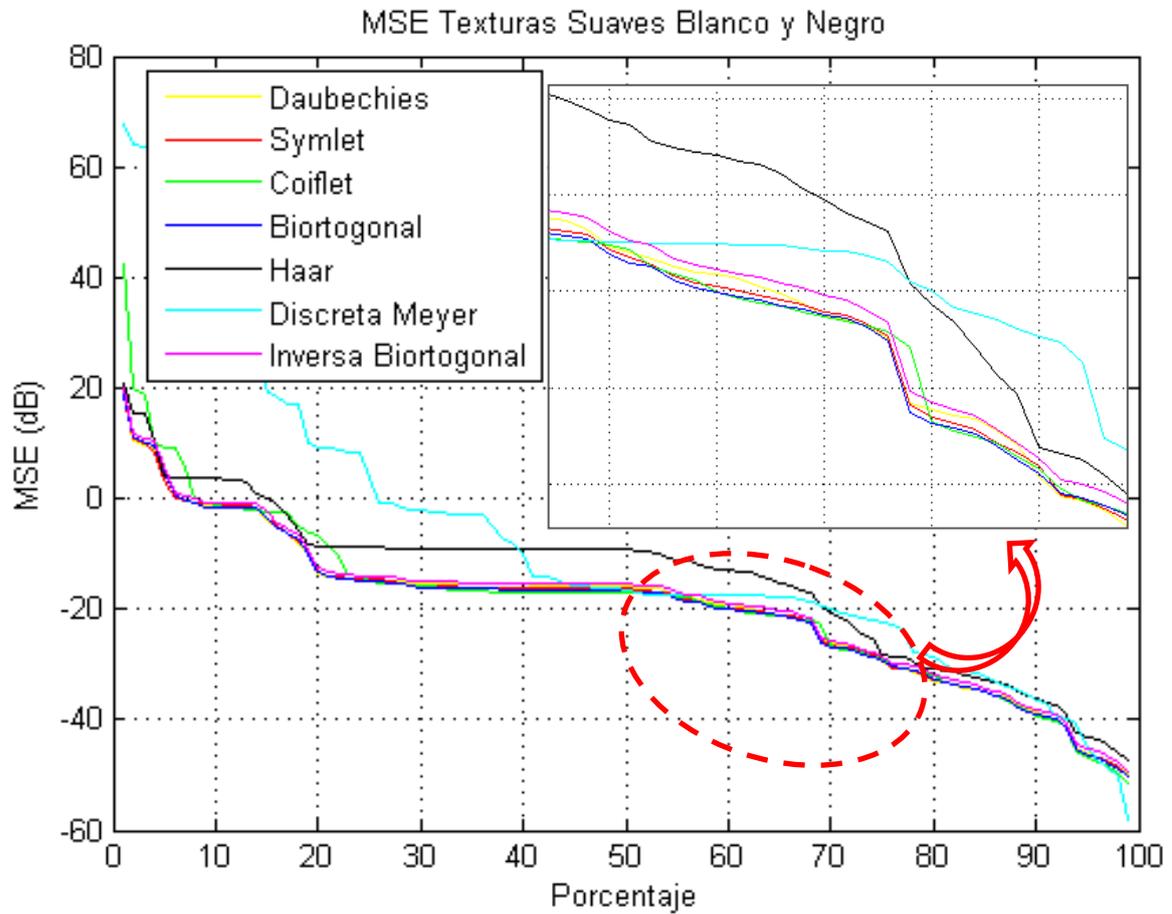


Figura. 2.16 MSE con imágenes de texturas suaves

### 2.3.1 Medidas Peak Signal-To-Noise (PSNR)

El término PSNR se utiliza para describir objetivamente la calidad de una señal; generalmente usado para calcular la relación entre la energía de la señal y el ruido que afecta a la misma. Para nuestro caso de estudio el PSNR es usado para calcular la calidad de una imagen comprimida con pérdidas mediante cierto códec, definiendo a esta medida como la diferencia entre los píxeles de la imagen original con los de la imagen modificada.

El PSNR es calculado en base del MSE, definiéndolo así:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left( \frac{\max_I^2}{MSE} \right) \quad (2.15)$$

donde  $\max_i$  es máximo valor que puede tomar un píxel, para imágenes con ocho bits por muestra, el cual sería doscientos cincuenta y cinco. Cabe recalcar que al tratarse de imágenes a color el cálculo del MSE difiere, puesto se define como la suma de todas las diferencias de los cuadrados dividido entre el tamaño de la imagen por tres, perteneciente a cada matriz que conforma la imagen en Rojo, Verde, Azul [Fernández, 2011].

En base a los resultados expuestos en la Tabla 2.1 y Tabla 2.2 se ha descartado del análisis a tres familias de *Wavelets* (*Haar*, *Discrete Meyer*, *Reverse Biortogonal*) por su elevado valor de MSE, sobretodo entre el 50 y 80% que es donde la imagen puede sufrir mayores cambios, es por esto que el cálculo del PSNR estará enfocado a las familias restantes para esclarecer el comportamiento de cada una; numéricamente en la Tabla 2.3 y Tabla 2.4. Gráficamente en la Figura. 2.17 y Figura. 2.18, así:

Tabla 2.3 PSNR de familia de *Wavelets* con texturas fuertes a blanco y negro

| PSNR con Imágenes de Texturas Fuertes a Blanco y Negro |                          |                |                |                |                |                |                |
|--|--------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| <i>Wavelets</i>  | Porcentaje de Compresión |                |                |                |                |                |                |
|  | 50                       | 55             | 60             | 65             | 70             | 75             | 80             |
| Daubechies (db4)                                       | 47,3063                  | 47,3464        | 48,0217        | 50,3549        | 54,1880        | 56,0647        | 56,4462        |
| Symlet (sym4)  | 47,3324                  | 47,3604        | 48,0320        | 50,4291        | 54,2050        | <b>56,2923</b> | <b>56,7407</b> |
| Coiflet (coif4)  | <b>47,7385</b>           | <b>47,7481</b> | <b>48,0773</b> | 50,5191        | 53,5733        | 55,9362        | 56,7255        |
| Biortogonal  | 47,5508                  | 47,5803        | 48,2507        | <b>50,6185</b> | <b>54,4050</b> | 56,1837        | 56,6205        |

(bior4.4)

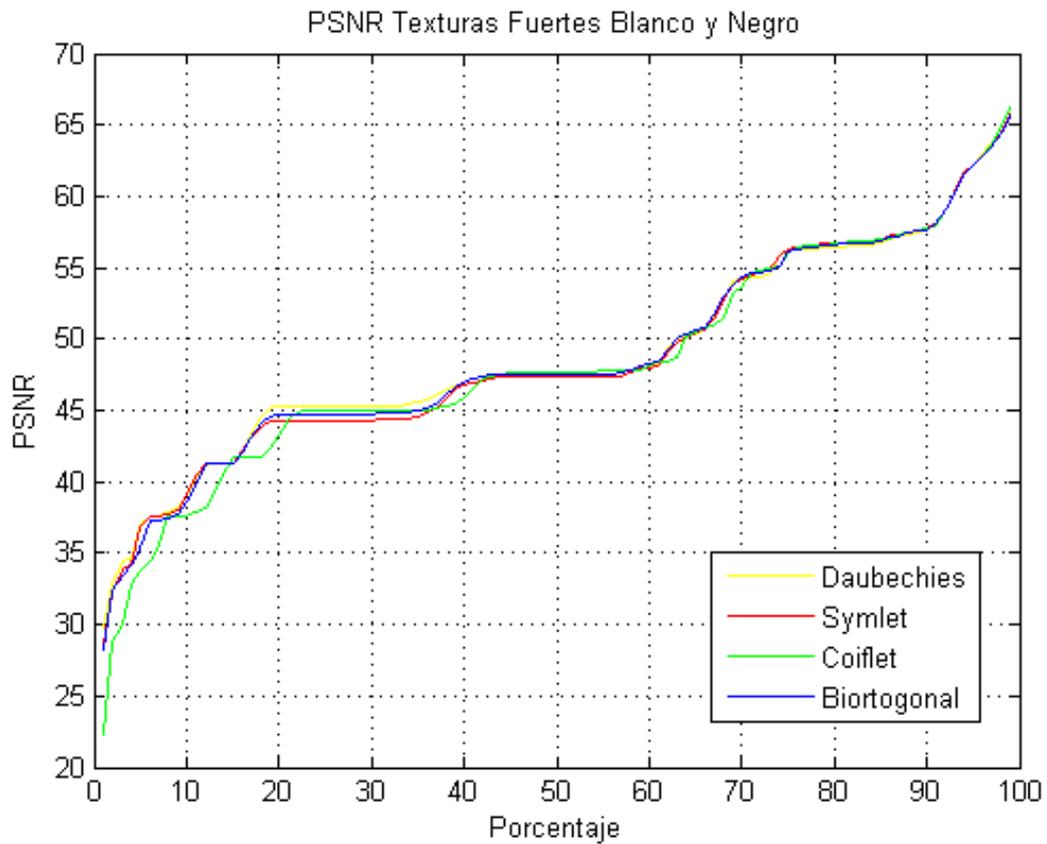


Figura. 2.17 PSNR Imágenes texturas fuertes a blanco y negro

Tabla 2.4 PSNR de familia de *Wavelets* con texturas suaves a blanco y negro

| PSNR con Imágenes de Texturas Suaves a Blanco y Negro |                          |                |                |                |                |                |                |
|---|--------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Wavelets  | Porcentaje de Compresión |                |                |                |                |                |                |
|   | 50                       | 55             | 60             | 65             | 70             | 75             | 80             |
| Daubechies (db4)                                      | 48,1937                  | 48,9660        | 49,6043        | 50,5436        | 52,6494        | <b>54,1505</b> | <b>55,7057</b> |
| Symlet (sym4)   | 48,3498                  | 49,0239        | 49,8674        | 50,4288        | 52,8056        | 53,9237        | 55,6126        |
| Coiflet (coif4)                                       | <b>48,6887</b>           | 48,9455        | 49,9827        | <b>50,5545</b> | 52,9107        | 53,9832        | 55,2297        |
| Biorotogonal (bior4.4)                                | 48,5358                  | <b>49,1490</b> | <b>49,9844</b> | 50,5151        | <b>52,9313</b> | 54,0681        | 55,5620        |

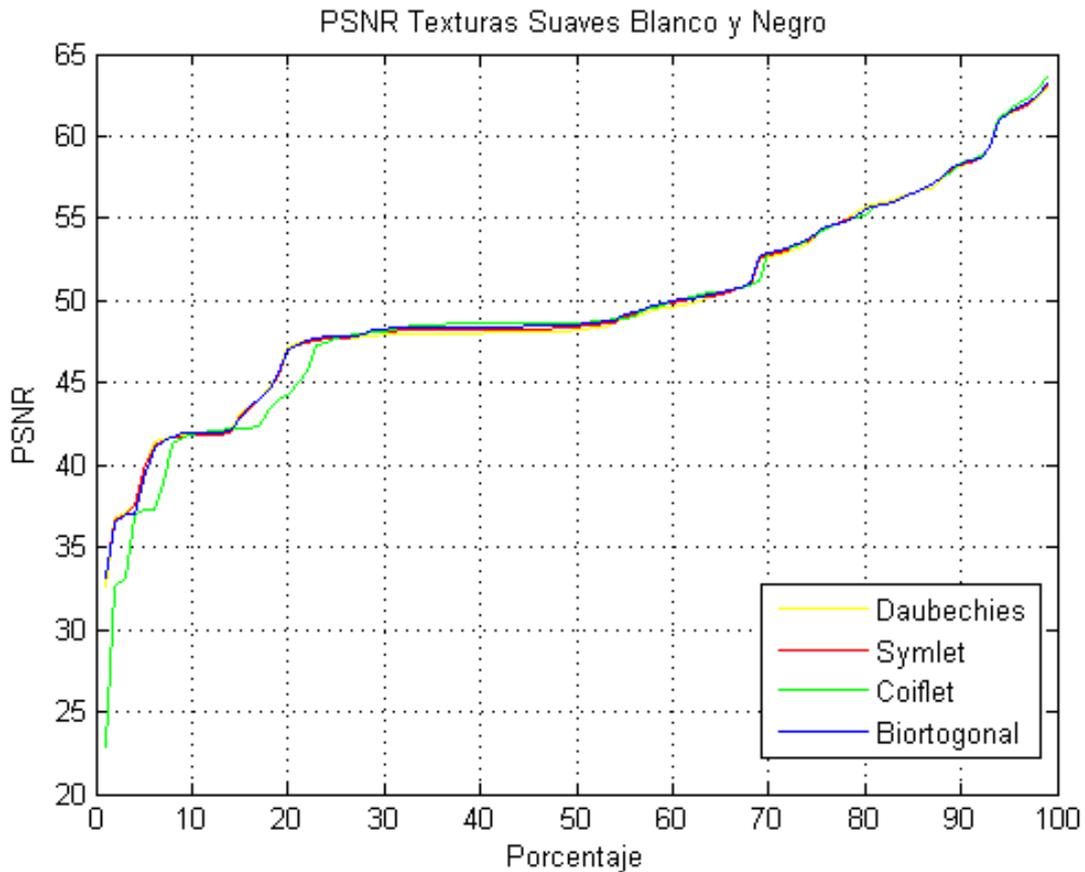


Figura. 2.18 PSNR Imágenes texturas suaves a blanco y negro

### 2.3.2 Medidas Mean Opinion Score (MOS)

Al presentar una imagen ante el usuario, es importante tener en cuenta la percepción que éste tiene ante la calidad de la misma; es por esto que es necesario generar una escala que mida de la manera más confiable como adoptan estos usuarios el contenido.

El MOS es una prueba subjetiva basada en una progresión de uno a cinco, donde uno representa la peor calidad y cinco la mejor.

En la se Tabla 2.5 puede observar cómo se valora la calidad según la medida MOS:

**Tabla 2.5** Tabla de Valoración de MOS

| Escala | Calidad   | Deterioro                  |
|--------|-----------|----------------------------|
| 5      | Excelente | Imperceptible              |
| 4      | Buena     | Perceptible pero tolerable |
| 3      | Media     | Ligeramente molesto        |
| 2      | Pobre     | Molesto                    |
| 1      | Mala      | Muy molesto                |

Este tipo de pruebas son óptimas para el usuario pero se debe complementar con las pruebas objetivas puesto que, al complementarlas tenemos una sustentación matemática complementada a la percepción del usuario final.

De manera complementaria se puede mapear el resultado del PSNR a una conversión del MOS, como muestra la Tabla 2.6:

**Tabla 2.6** Tabla de Conversión PSNR - MOS

| PSNR (dB)  | MOS |
|------------|-----|
| < 20 dB    | 1   |
| 21 – 25 dB | 2   |
| 26 – 30 dB | 3   |
| 30– 40 dB  | 4   |
| >40 dB     | 5   |

Se ha presentado la necesidad de realizar las pruebas de MSE y PSNR para *Wavelet Packet* previa la realización de las pruebas MOS, en función de que sus resultados faciliten la elección de la mejor familia *Wavelet*. En la sección 3.2.2 se podrá visualizar los resultados de estas pruebas, en base a la percepción que tiene el usuario.

## CAPÍTULO 3

### WAVELET PACKET EN DOS DIMENSIONES

#### 3.1 TRANSFORMADA WAVELET PACKET (WPT)

Se podría decir que la transformada *Wavelet Packet* (WPT) es una expansión de la transformada *Wavelet* discreta (DWT).

La diferencia radica en que; en el algoritmo de la DWT los coeficientes resultantes del filtro pasa alto, es decir los coeficientes de detalle no son usados en descomposiciones posteriores, solo los coeficientes de aproximación (obtenidos del filtro pasa bajo) son tomados en cuenta para las siguientes descomposiciones; y para el algoritmo WPT los coeficientes de aproximación y detalle son descompuestos de igual forma para conformar los valores de los coeficientes del nivel siguiente. Es decir corresponde a un esquema de descomposición en el árbol *Wavelet* sin submuestreo, donde el resultado de cada filtrado es usado como entrada del siguiente, como muestra la Figura. 3.1 [Fernández, 2007]

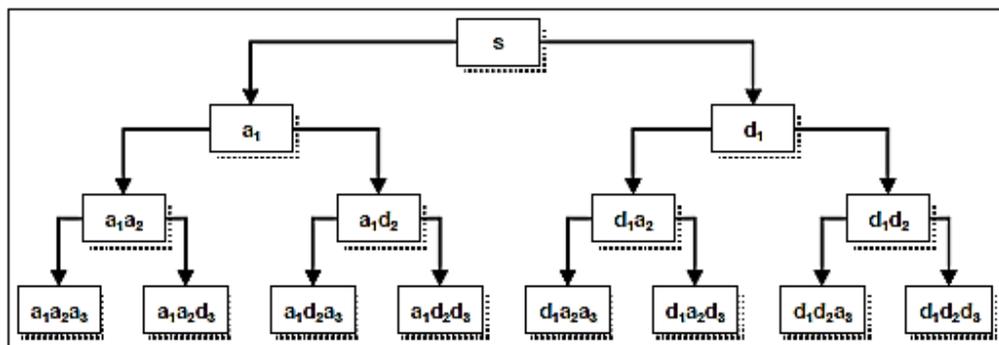


Figura. 3.1 Esquema de descomposición de la transformada *Wavelet Packet*

En la Figura. 3.1, se observa como la señal original  $S$  es descompuesta en dos niveles, los de aproximación ( $a_1$ ) y de detalle ( $d_1$ ). Posteriormente cada nuevo nivel es descompuesto en dos nuevos coeficientes de detalle y aproximación. Lo cual a pesar de ser una ventaja de la WPT, para obtener una mejor calidad en cada imagen sobre las técnicas

STFT y DWT; esto conlleva un mayor costo computacional y una mayor dimensionalidad del espacio transformado.

Cabe recalcar que las clases de *Wavelets Packet* que se tiene son las mismas a las expuestas en el Capítulo 2 en la sección 2.2 con la diferencia de que para este análisis se aplicará la WPT, por lo que no será necesaria una nueva explicación de las mismas.

### 3.2 COMPRESIÓN DE IMÁGENES APLICANDO WAVELET PACKET EN 2-D CON MATLAB®

De la misma manera que con las diferentes familias *Wavelets*, se pretende encontrar el *Wavelet Packet* que mejor reaccione ante las pruebas mencionadas en el Capítulo 2, mediante la codificación en MATLAB®, aplicando una codificación *hard* con las mejores 4 *Wavelets* elegidas anteriormente.

Cabe recalcar que dado que el *Wavelet Packet* produce más de  $2^{2^n-1}$  formas diferentes de codificar la señal para el árbol de descomposición [Coifman, 1990]; en las pruebas se ha utilizado 3 niveles de ramificación del árbol *Wavelet* (Anexo A2), de manera que se puedan establecer las pruebas de comparación con las diferentes familias *Wavelet* de forma más equitativa; tomando en cuenta que el costo computacional para *Wavelet Packet* es mayor.

Este análisis parte de la cantidad de energía retirada con las familias de *Wavelets* dado que en base al principio de energía, ésta sería la base para poder relacionar estas familias con el *Wavelet Packet*, ubicando en este último una relación de la energía retenida en la imagen, con el valor umbral de cada imagen. La descomposición de *Wavelet Packet* se realizó con la función **wpdec2** en base a la imagen original, el nivel de ramificación del árbol *Wavelet*, la entropía y el parámetro; estos dos últimos valores se los ha tomado en base a la teoría de *Wavelet Packet* [WP, 2011]. Posterior a este análisis se debe unir los nodos del árbol *Wavelet* mediante la función **wpjoin**, de manera que se pueda usar su resultado para la compresión con la función **wpdencmp**.

Teniendo en cuenta que se está tratando con una matriz de coeficientes para cada imagen, el cálculo de energía para la imagen original y comprimida es la siguiente:

$$E_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum c^2}{m \times n}} \quad (3.1)$$

donde  $E_{RMS}$  representa el valor eficaz o cuadrático medio de la energía de la imagen;  $c$  representa cada coeficiente de la matriz y  $m \times n$  el producto de las filas por las columnas de la imagen digital [Carlson, 2007].

### 3.2.1 Medidas MSE y PSNR

Tomando en cuenta los conceptos expuestos en la sección 2.3 se presenta a continuación en la Tabla 3.1 y Tabla 3.2 los resultados de las pruebas del MSE y PSNR para texturas fuertes; en la Tabla 3.3 y Tabla 3.4 para texturas suaves.

- **Texturas Fuertes:**

Tabla 3.1 MSE *Wavelet Packet* con texturas fuertes a blanco y negro

| MSE con Imágenes de Texturas Fuertes a Blanco y Negro |                          |               |               |               |               |               |               |               |               |
|---|--------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Wavelets  | Porcentaje de Compresión |               |               |               |               |               |               |               |               |
|   | 50                       | 55            | 60            | 65            | 70            | 75            | 80            | 85            | 90            |
| Daubechies (db4)                                      | <b>0,0228</b>            | <b>0,0207</b> | <b>0,0155</b> | <b>0,0089</b> | <b>0,0057</b> | <b>0,0042</b> | <b>0,0037</b> | <b>0,0030</b> | <b>0,0019</b> |
| Symlet (sym4)   | 0,0232                   | 0,0211        | 0,0694        | 0,0091        | 0,0421        | 0,0044        | <b>0,0037</b> | <b>0,0030</b> | 0,0020        |
| Coiflet (coif4)                                       | 0,0245                   | 0,0221        | 0,0190        | 0,0107        | 0,0063        | 0,0046        | 0,0056        | 0,0031        | 0,0021        |
| Biortogonal (bior4.4)                                 | 0,0290                   | 0,0267        | 0,0202        | 0,0103        | 0,0064        | 0,0048        | 0,0042        | 0,0034        | 0,0022        |

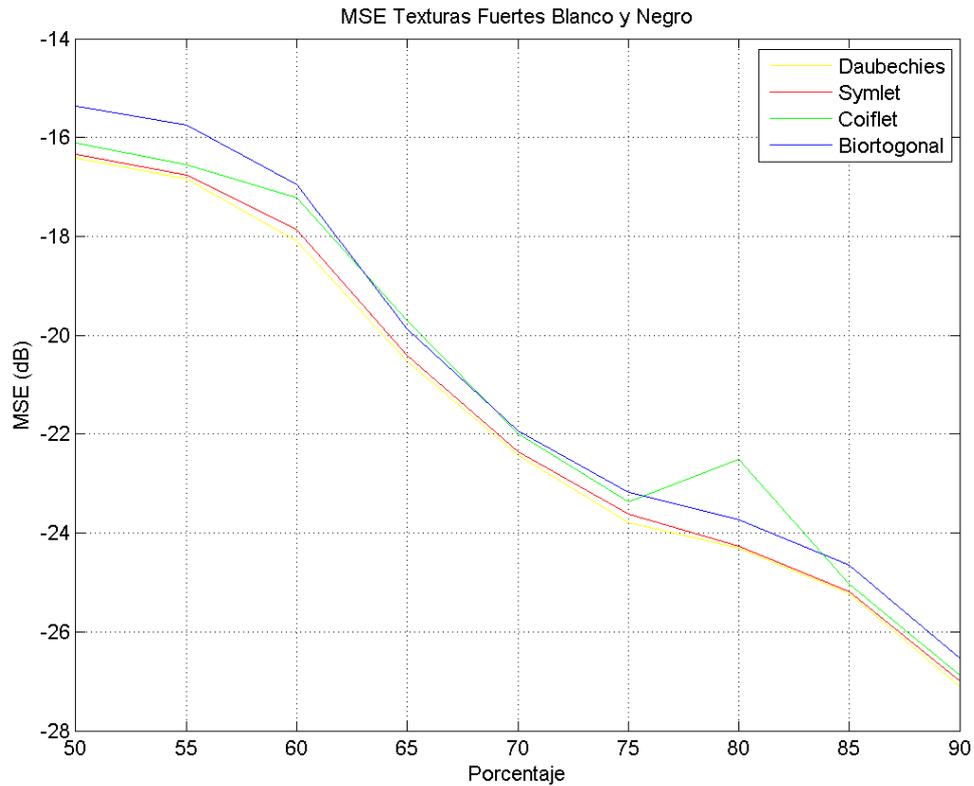


Figura. 3.2 MSE Wavelet Packet con imágenes de texturas fuertes

Tabla 3.2 PSNR Wavelet Packet con texturas fuertes a blanco y negro

| PSNR con Imágenes de Texturas Fuertes a Blanco y Negro |                          |        |        |        |        |        |               |               |               |
|--|--------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|---------------|---------------|---------------|
| Wavelets   | Porcentaje de Compresión |        |        |        |        |        |               |               |               |
|  | 50                       | 55     | 60     | 65     | 70     | 75     | 80            | 85            | 90            |
| Daubechies (db4)                                       | 59,780                   | 60,203 | 61,153 | 63,011 | 64,724 | 67,303 | 66,547        | 67,575        | 69,445        |
| Symlet (sym4)  | 59,729                   | 60,150 | 58,899 | 62,933 | 63,069 | 65,952 | <b>66,640</b> | <b>67,814</b> | <b>69,476</b> |
| Coiflet (coif4)  | 59,592                   | 60,059 | 60,646 | 62,335 | 64,414 | 65,725 | 65,256        | 67,451        | 69,400        |
| Biorotogonal (bior4.4)                                 | 58,524                   | 58,896 | 59,753 | 62,302 | 64,227 | 65,459 | 66,038        | 66,924        | 68,864        |

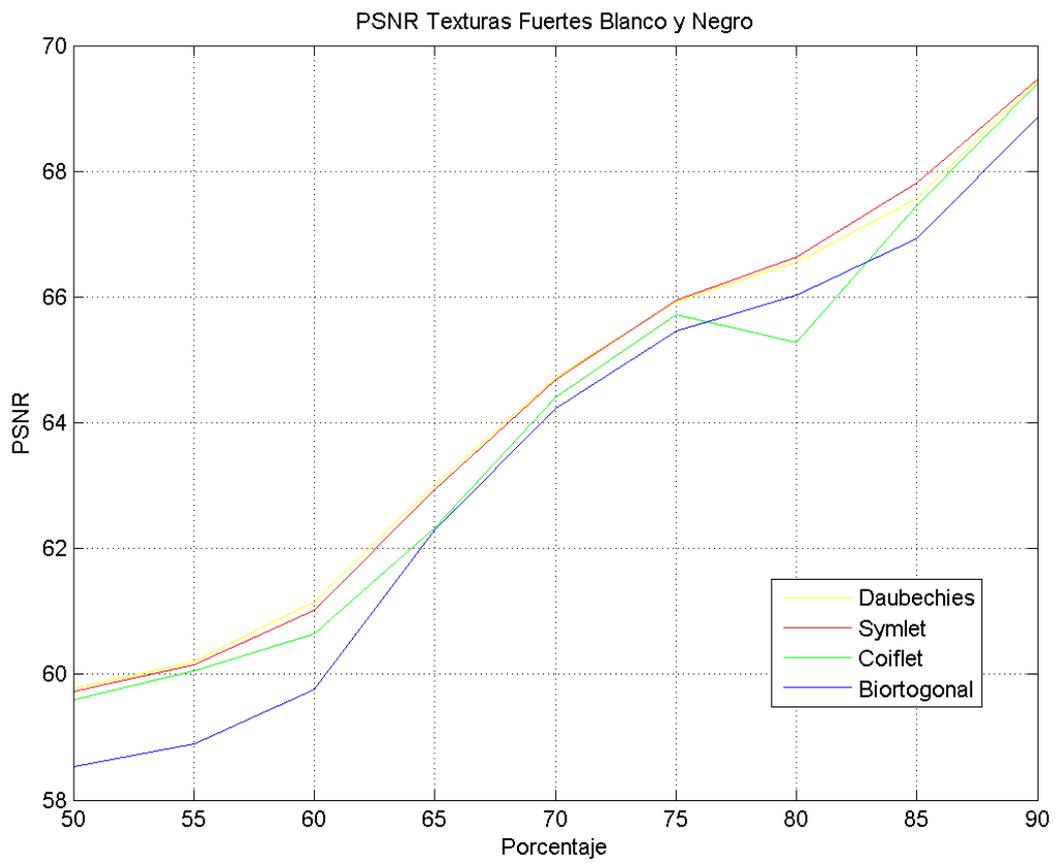


Figura. 3.3 PSNR Wavelet Packet con imágenes con texturas fuertes

- **Texturas Suaves:**

Tabla 3.3 MSE Wavelet Packet con texturas suaves a blanco y negro

| MSE con Imágenes de Texturas Suaves a Blanco y Negro |                          |               |               |               |               |               |               |               |               |
|--|--------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| <i>Wavelets</i>                                      | Porcentaje de Compresión |               |               |               |               |               |               |               |               |
|  | 50                       | 55            | 60            | 65            | 70            | 75            | 80            | 85            | 90            |
| Daubechies<br>(db4)                                  | 0,0313                   | <b>0,0256</b> | <b>0,0192</b> | <b>0,0142</b> | 0,0102        | <b>0,0073</b> | <b>0,0054</b> | <b>0,0037</b> | <b>0,0021</b> |
| Symlet<br>(sym4)                                     | 0,0322                   | 0,0262        | 0,0198        | 0,0146        | 0,0102        | 0,0074        | <b>0,0054</b> | 0,0038        | <b>0,0021</b> |
| Coiflet<br>(coif4)                                   | <b>0,0291</b>            | 0,0258        | <b>0,0192</b> | 0,0143        | <b>0,0099</b> | <b>0,0073</b> | 0,0055        | 0,0038        | <b>0,0021</b> |
| Biorotogonal<br>(bior4.4)                            | 0,0360                   | 0,0298        | 0,0224        | 0,0164        | 0,0115        | 0,0082        | 0,0061        | 0,0041        | 0,0023        |

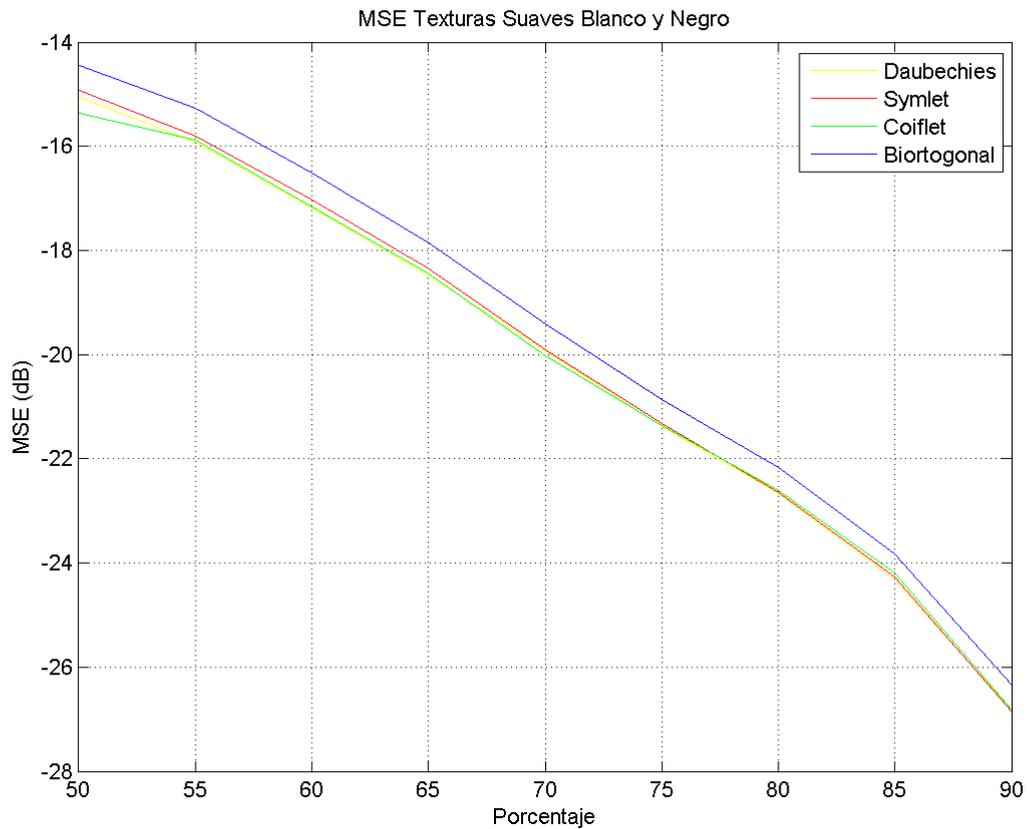
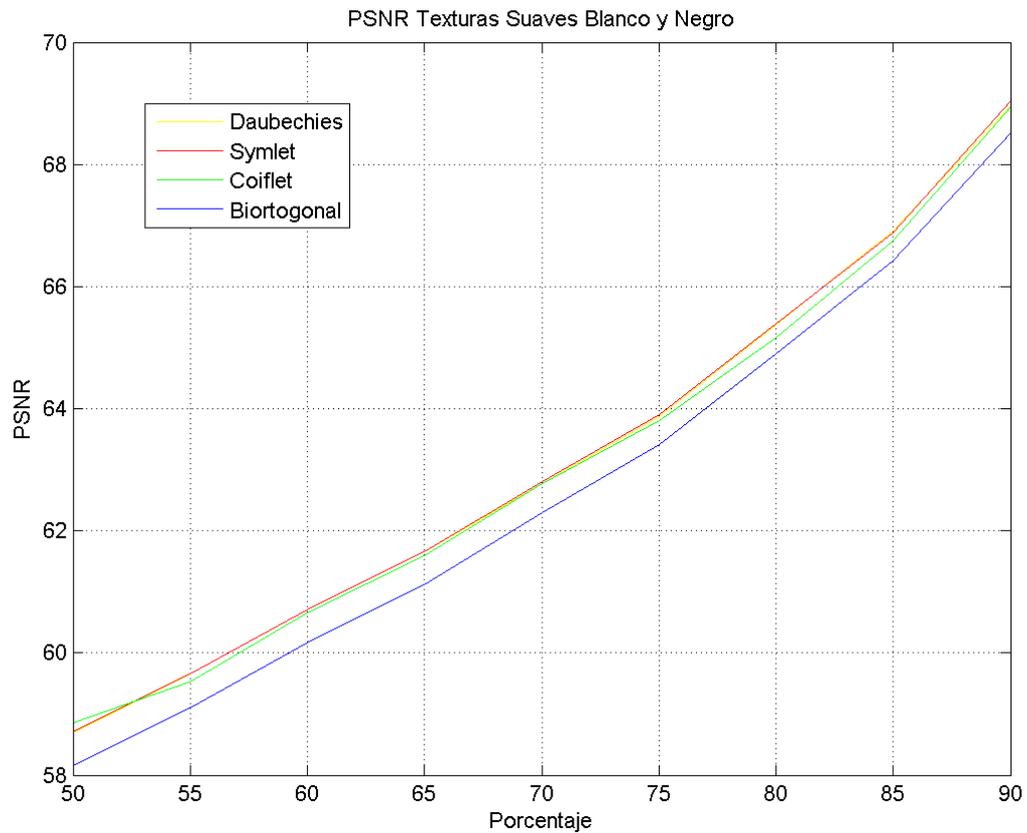


Figura. 3.4 MSE Wavelet Packet con imágenes con texturas suaves

Tabla 3.4 PSNR Wavelet Packet con texturas suaves a blanco y negro

| PSNR con Imágenes de Texturas Suaves a Blanco y Negro |                          |                |                |                |                |                |                |                |                |
|---|--------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Wavelets  | Porcentaje de Compresión |                |                |                |                |                |                |                |                |
|   | 50                       | 55             | 60             | 65             | 70             | 75             | 80             | 85             | 90             |
| Daubechies (db4)                                      | 58,6984                  | 59,6555        | 60,7129        | <b>61,6660</b> | 62,7697        | 63,8674        | 65,3776        | <b>66,9090</b> | 68,9556        |
| Symlet (sym4)   | 58,7099                  | <b>59,6686</b> | <b>60,7143</b> | 61,6629        | <b>62,8091</b> | <b>63,9001</b> | <b>65,3943</b> | 66,8810        | <b>69,0344</b> |
| Coiflet (coif4)                                       | <b>58,8587</b>           | 59,5316        | 60,6602        | 61,5936        | 62,7749        | 63,7975        | 65,1546        | 66,7467        | 68,9503        |
| Biorotogonal (bior4.4)                                | 58,1485                  | 59,1030        | 60,1683        | 61,1255        | 62,2957        | 63,4133        | 64,9049        | 66,4245        | 68,5247        |



**Figura. 3.5 PSNR Wavelet Packet con imágenes con texturas suaves**

Teniendo en cuenta que *Wavelet Packet* se comporta diferente con imágenes de texturas fuertes y suaves, se ha realizado un promedio entre ambos tipos, de manera que se pueda establecer comportamiento general y así disminuir el número de posibles *Wavelets* para su análisis. Es por esto que en la Tabla 3.5 representado en la Figura. 3.6, y la Tabla 3.6 representado en la Figura. 3.7; se muestra este promedio; por lo que, las familias que mejor reaccionan ante estas pruebas son, la familia de *Daubechies* y *Symlet*, que poseen un menor MSE y una mejor relación PSNR; es por esto que se centrará en estas familias para la realización de las medidas MOS.

Tabla 3.5 Promedio MSE con Imágenes Blanco y Negro

| MSE con Imágenes Blanco y Negro |                          |               |               |               |              |               |               |               |               |
|---------------------------------|--------------------------|---------------|---------------|---------------|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Wavelets                        | Porcentaje de Compresión |               |               |               |              |               |               |               |               |
|                                 | 50                       | 55            | 60            | 65            | 70           | 75            | 80            | 85            | 90            |
| Daubechies (db4)                | 0,0271                   | <b>0,0232</b> | <b>0,0174</b> | <b>0,0116</b> | <b>0,008</b> | <b>0,0058</b> | <b>0,0046</b> | <b>0,0034</b> | <b>0,0020</b> |
| Symlet (sym4)                   | 0,0277                   | 0,0237        | 0,0446        | 0,0119        | 0,0262       | 0,0059        | <b>0,0046</b> | <b>0,0034</b> | 0,0021        |
| Coiflet (coif4)                 | <b>0,027</b>             | 0,024         | 0,0191        | 0,0125        | 0,0081       | 0,006         | 0,0056        | 0,0035        | 0,0021        |
| Biorotogonal (bior4.4)          | 0,0325                   | 0,0283        | 0,0213        | 0,0134        | 0,009        | 0,0065        | 0,0052        | 0,0038        | 0,0023        |

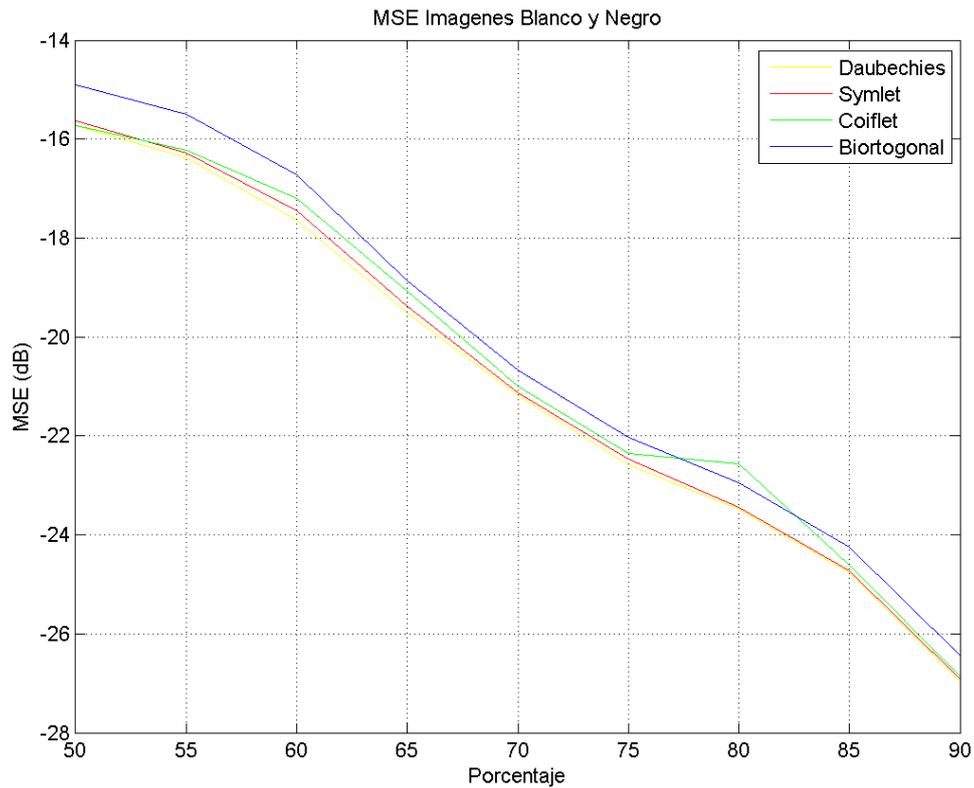


Figura. 3.6 MSE para imágenes a blanco y negro

Tabla 3.6 Promedio PSNR Imágenes Blanco y Negro

| PSNR con Imágenes a Blanco y Negro |                          |         |         |         |         |         |               |               |               |
|------------------------------------|--------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------------|---------------|---------------|
| Wavelets                           | Porcentaje de Compresión |         |         |         |         |         |               |               |               |
|                                    | 50                       | 55      | 60      | 65      | 70      | 75      | 80            | 85            | 90            |
| Daubechies (db4)                   | 59,2392                  | 59,9293 | 60,933  | 62,339  | 63,747  | 65,585  | 65,9623       | 67,242        | 69,2003       |
| Symlet (sym4)                      | 59,2195                  | 59,9093 | 59,8067 | 62,298  | 62,9391 | 64,9261 | <b>66,017</b> | <b>67,348</b> | <b>69,255</b> |
| Coiflet (coif4)                    | 59,2254                  | 59,7953 | 60,6531 | 61,9643 | 63,5945 | 64,7613 | 65,2053       | 67,0989       | 69,1752       |
| Biorotogonal (bior4.4)             | 58,3363                  | 58,9995 | 59,9607 | 61,7138 | 63,2614 | 64,4362 | 65,4715       | 66,6743       | 68,6944       |

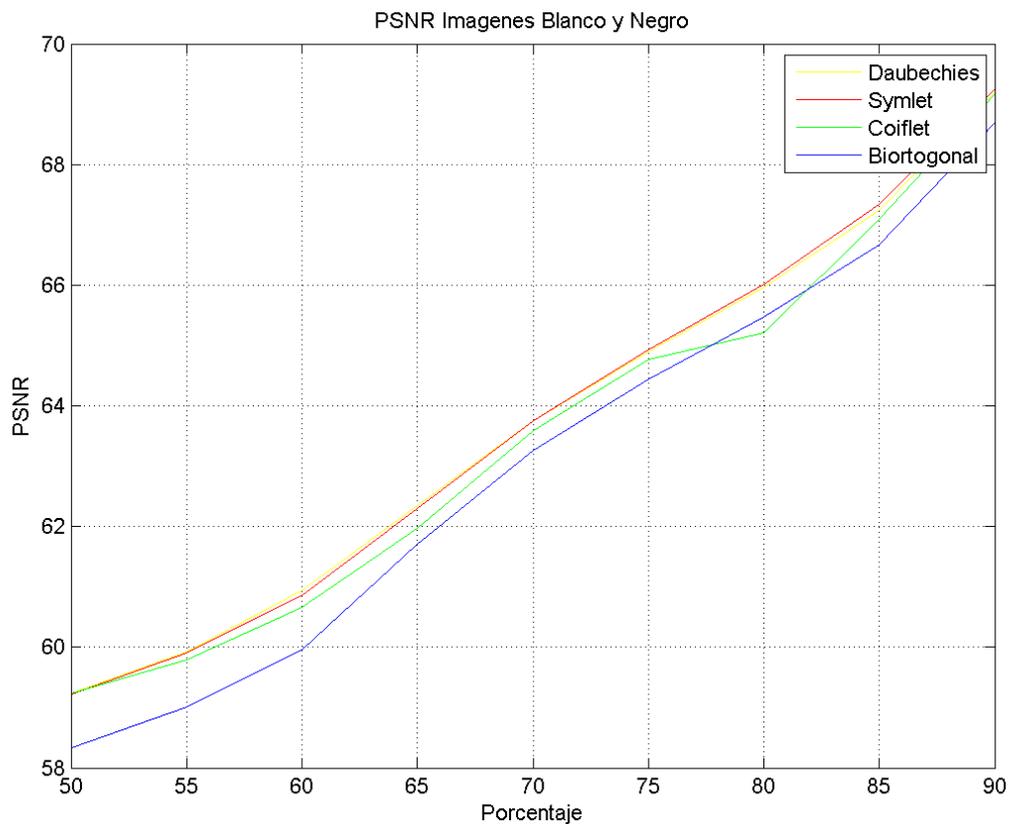
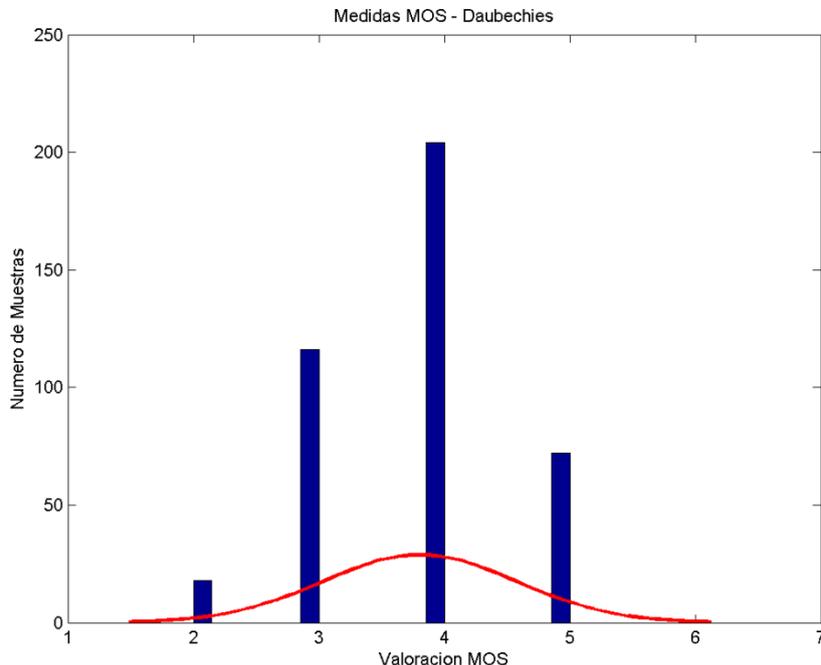


Figura. 3.7 PSNR para imágenes a blanco y negro

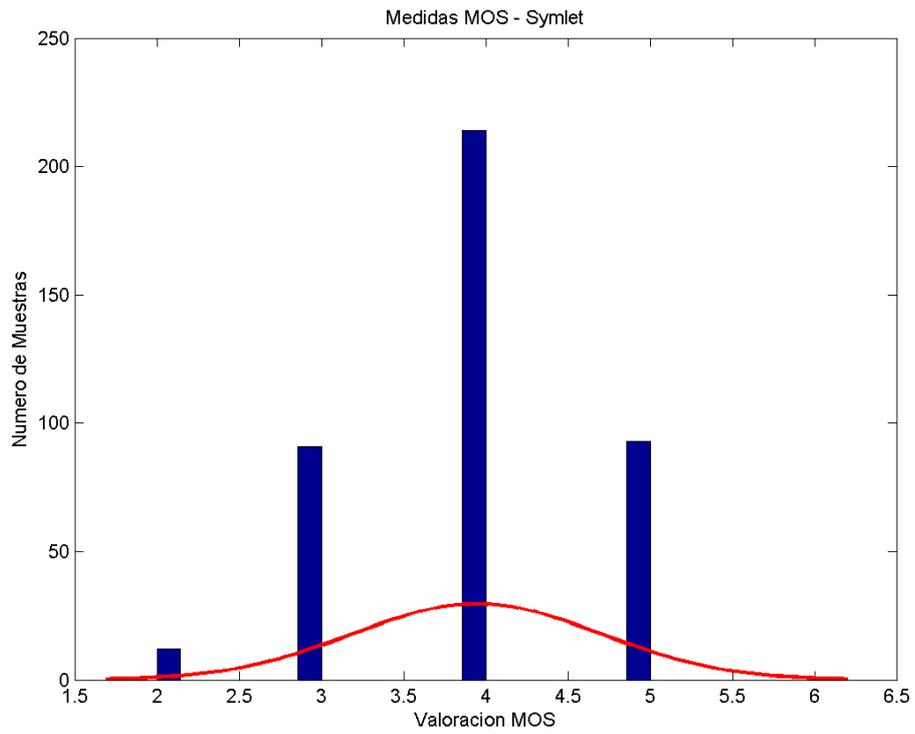
### 3.2.2 Medidas *Mean Opinion Score* (MOS)

En base a la información expuesta en el Capítulo 2 sección 2.3.2, se presentarán los resultados de estas pruebas para observar la reacción del usuario final ante el comportamiento de las familias *Wavelet* y *Wavelet Packet* (Anexo A3).

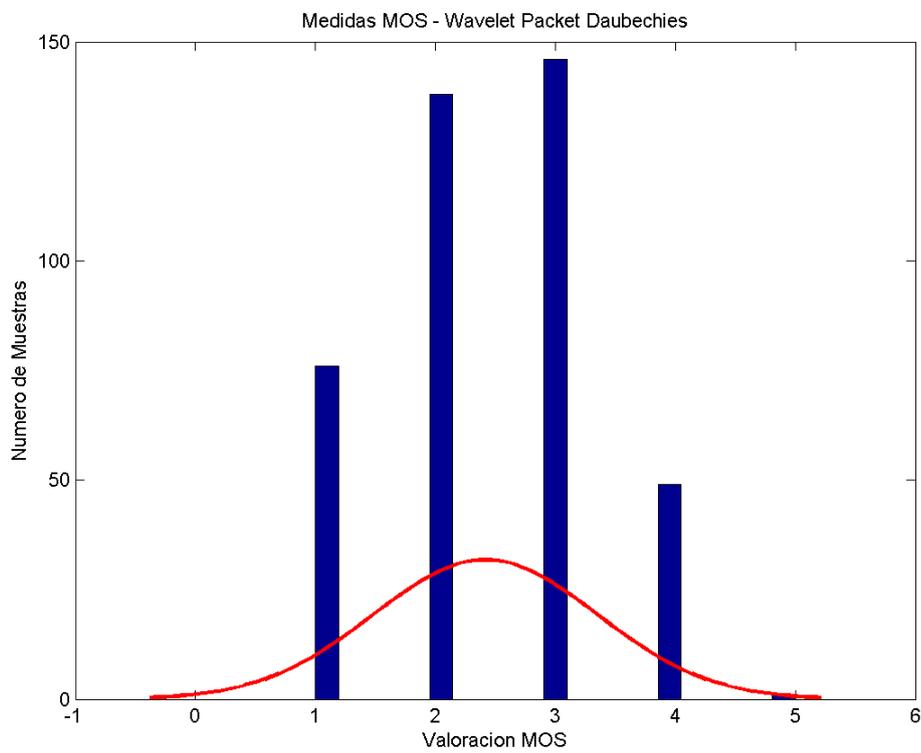
Se presentaron cinco imágenes con texturas fuertes y cinco con texturas suaves, a color de  $1024 \times 768$  (HD) las cuales mantuvieron el 5% de su información. A continuación se muestran los resultados de la valoración MOS para cada familia *Wavelet* y *Wavelet Packet*, así podemos ver de forma gráfica la tendencia de esta valoración entre los usuarios. En la Figura. 3.8, Figura. 3.9, Figura. 3.10 y Figura. 3.11 se muestra la representación de la distribución de los datos en comparación de una función de densidad de probabilidad gaussiana [Belaustegui, 2010] de manera que se puede determinar una tendencia de la valoración MOS para los usuarios, esta tendencia concuerda con los valores promedio mostrados en negrita en la Tabla 3.7 referente a las familias *Wavelet* de *Daubechies*, *Symlet*, *Wavelet Packet Daubechies* y *Wavelet Packet Symlet*, respectivamente.



**Figura. 3.8 Representación de Medidas MOS – Daubechies**



**Figura. 3.9** Representación de Medidas MOS – Symlet



**Figura. 3.10** Representación de Medidas MOS – Wavelet Packet Daubechies

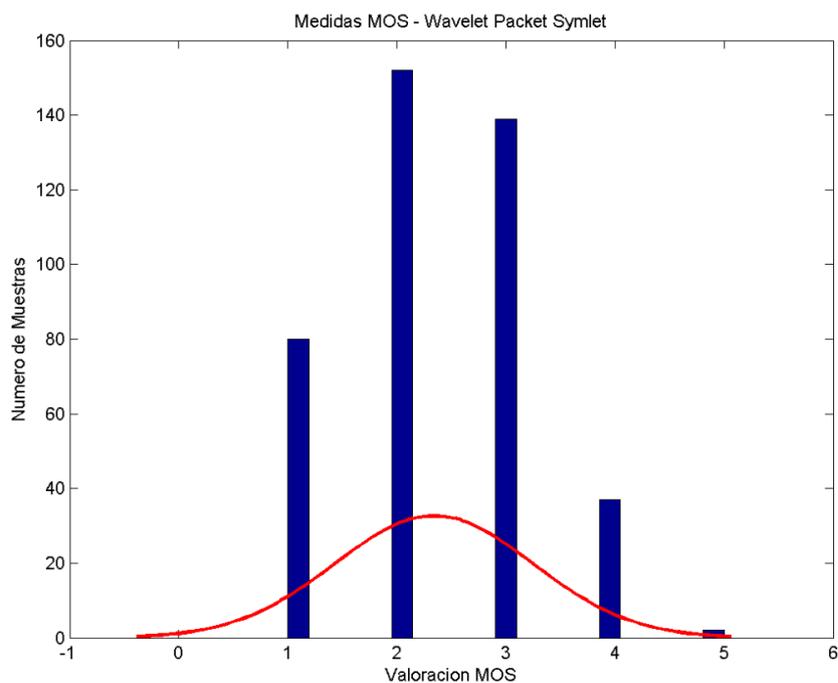


Figura. 3.11 Representación de Medidas MOS – Wavelet Packet Symlet

En la Tabla 3.7 se muestra el promedio de los valores impuestos por los usuarios para esta prueba, la que fue tomada a cuarenta y un personas, que no poseen mayores conocimientos sobre la teoría de compresión de imágenes y la Transformada *Wavelets*, lo que ayuda a tener una idea general sobre la percepción que tiene el usuario final ante estas imágenes.

Tabla 3.7 Resultados Pruebas MOS

|  | Daubechies    | Symlet        | WP DB         | WP SYM        |
|--|---------------|---------------|---------------|---------------|
| <b>Imágenes<br/>Texturas<br/>Fuertes</b> | 3,7073        | 3,9512        | 2,4390        | 2,2683        |
|  | 4,0000        | 4,2195        | 2,5122        | 2,2683        |
|  | 4,0488        | 4,1707        | 3,1220        | 2,8049        |
|  | 4,0000        | 4,1220        | 2,6585        | 2,7561        |
|  | 3,7805        | 3,7561        | 3,0000        | 2,9756        |
| <b>Imágenes<br/>Texturas<br/>Suaves</b>  | 4,0732        | 4,0244        | 3,0732        | 3,0000        |
|  | 3,2195        | 3,3658        | 1,3415        | 1,6829        |
|  | 4,0732        | 4,2683        | 2,5366        | 2,4878        |
|  | 3,5610        | 3,9025        | 1,5122        | 1,9756        |
|  | 3,6341        | 3,6829        | 1,9756        | 1,4878        |
| <b>Promedio</b>                          | <b>3,8098</b> | <b>3,9463</b> | <b>2,4171</b> | <b>2,3390</b> |

En la Tabla 3.7 vemos la representación de la calificación dada a las imágenes por cada usuario, por lo que de manera general de acuerdo a la Tabla 2.5 de valoración MOS del Capítulo 2 las *Wavelets* que mejor se comportan son: la familia de *Wavelet Symlet* que posee una valoración de **3,9463** cercano a cuatro, lo que indica que posee como características: calidad – buena y deterioro – perceptible pero tolerable; y la familia *Wavelet Packet* de *Daubechies* con una valoración de **2,4171**, la cual se encuentra más cercana a la valoración de tres, marcando como características: calidad – media y deterioro – ligeramente molesto. En base a esto nos basaremos en estas familias para un posterior análisis y comparación con la transformada del coseno que es la base para el estándar JPG.

## CAPÍTULO 4

### ANÁLISIS DE RESULTADOS

#### 4.1 ANÁLISIS DE MEDIDAS OBJETIVAS

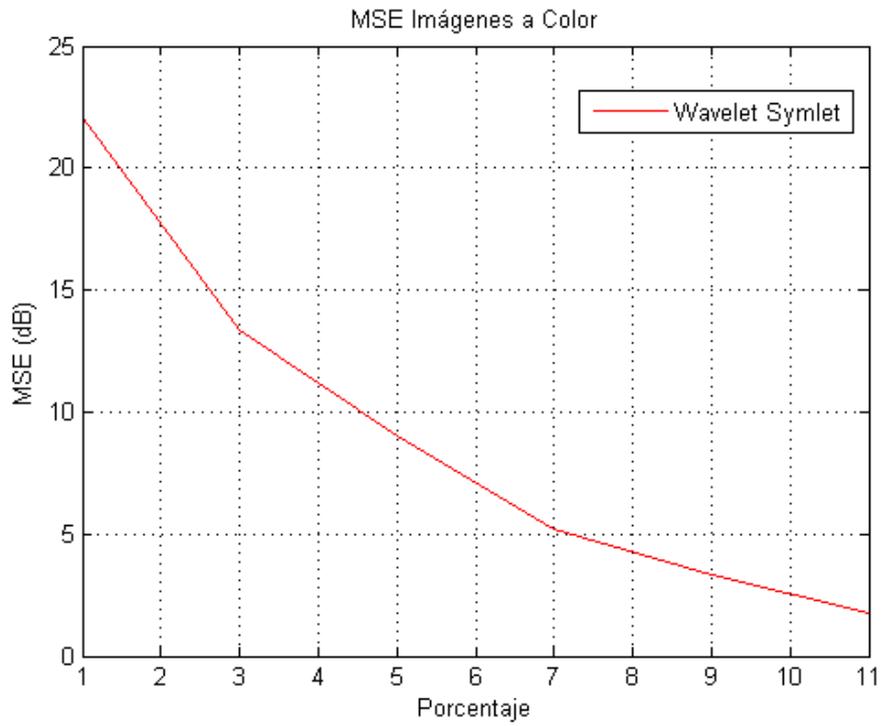
De acuerdo a lo presentado en el Capítulo 3, en esta sección se centrará el estudio en la *Wavelet de Symlet* y en la *Wavelet Packet de Daubechies* las cuales obtuvieron el mejor comportamiento con las pruebas realizadas.

##### 4.1.1 *Wavelet de Symlet*

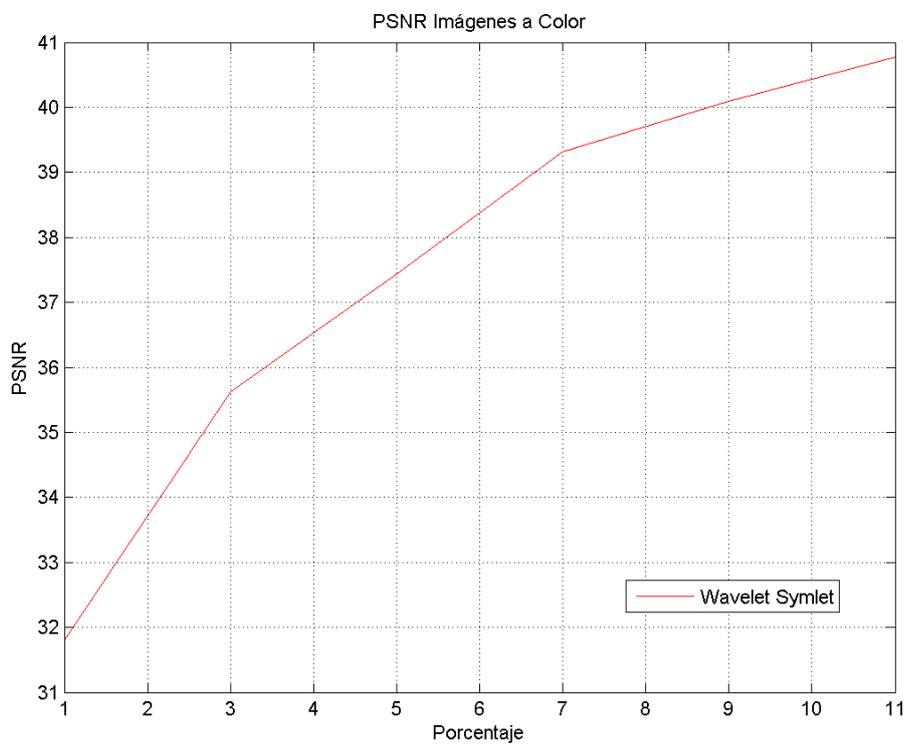
Para el análisis de la *Wavelet de Symlet* se han realizado pruebas con imágenes a color, en texturas fuertes, suaves y una imagen que posee una fusión de texturas, mejor calidad en color y brillo; para este análisis se ha forzado el tratamiento de las *Wavelets* a un porcentaje muy bajo, entre 1 y 11%, para comprobar su eficiencia en la reconstrucción de la imagen original.

Como se observa en la Figura. 4.1 el MSE es relativamente bajo en relación al porcentaje de compresión. Si tenemos en cuenta que al tener el **1%** de información retenida en la imagen se tiene un MSE de **22,4** dB. En base a esto podemos ver que las *Wavelets* tiene un alto desempeño frente a la pérdida de grandes porcentajes de energía sin que afecte mayormente a la apreciación de la imagen.

En la Figura. 4.2 podemos ver que el PSNR reacciona de manera aceptable para el bajo nivel de porcentaje al que las imágenes fueron expuestas, **1%** de energía retenida, PSNR = **31,8** dB, obteniendo así una buena relación entre la máxima energía de la imagen y el ruido que afecta a la misma.



**Figura. 4.1** *MSE Imágenes a Color Wavelet de Symlet*



**Figura. 4.2** *PSNR Imágenes a Color Wavelet de Symlet*

### 4.1.2 *Wavelet Packet de Daubechies*

Debido a que se está forzando el comportamiento de las *Wavelets* no se pudo realizar el análisis para las *Wavelet Packet de Daubechies* con las funciones nativas de MATLAB® puesto que éstas poseen un umbral máximo para retirar energía de las imágenes, por lo que se optó por utilizar ciertas funciones del *wavekit* de MATLAB®, el que se encuentra más detallado en el Anexo A10 [Ojanen, 1998].

Para el desarrollo del código en MATLAB® se tomaron tres imágenes<sup>5</sup> a color de 1024×768, de forma que para iniciar el procesamiento de cada componente (R, G o B) se debió formar una matriz de orden  $2^n \times 2^n$  llamada **R**, debido a que las funciones del *wavekit* admiten únicamente matrices cuadradas, al igual que las funciones nativas de MATLAB®, a diferencia que éstas lo realizaban automáticamente después de cargar cada imagen. Una vez cargada la matriz **R** se utilizó la función **wavecoef** la cual toma como parámetros de análisis el nombre de la *Wavelet* a usar y su orden, que para nuestro caso es la *Wavelet* de Daubechies de orden cuatro. Esta función nos entrega: los coeficientes del filtro para la función de escala **hR** y los coeficientes *Wavelet* **gR**, con estos parámetros y la matriz **R** se realizó el análisis *Wavelet Packet* en dos dimensiones mediante la función **wpa2**, la cual entrega la estructura **wpR**, que contiene los campos: **wp** que contiene los coeficientes del árbol *Wavelet* y **sel** que puede ser cero o uno, cero hará que todos los coeficientes del árbol sean cero; uno forzará a elegir una base [Ojanen, 1998] que ayudará en el cálculo de los coeficientes *Wavelet*, por lo que posterior a esto se eligió la mejor base del árbol con la función **bestbas2**. Una vez realizado el análisis *Wavelet*, se procedió a la remoción de niveles completos de energía, ya que la información de la imagen entre las ramas del árbol está concatenada, debido a que se está trabajando con el mejor árbol de descomposición. Para sintetizar los coeficientes *Wavelet* se utilizó la función **wps2**, la cual nos entrega los coeficientes listos para proceder a re ensamblar la imagen (Anexo A4).

Debido a que esta herramienta permite eliminar niveles completos o parciales de la imagen, se realizaron varias pruebas para determinar el comportamiento de la imagen frente a la eliminación brusca de niveles, por lo que se tomaron datos del MSE respecto a

---

<sup>5</sup> En cada imagen se realizó un análisis independiente para cada matriz de color R, G o B.

la eliminación de niveles, y se realizó un ajuste de curva con la información que muestra la Figura. 4.3. La ecuación (4.1) muestra la función de la curva polinomial de cuarto grado

que se utilizó para determinar el comportamiento de la curva *Wavelet Packet*, donde  $p_k$

representa los coeficientes de la ecuación, y  $x$  representa el grado de la misma, como muestra la Figura. 4.4.

$$f(x) = p_1 x^4 + p_2 x^3 + p_3 x^2 + p_4 x + p_5 . \quad (4.1)$$

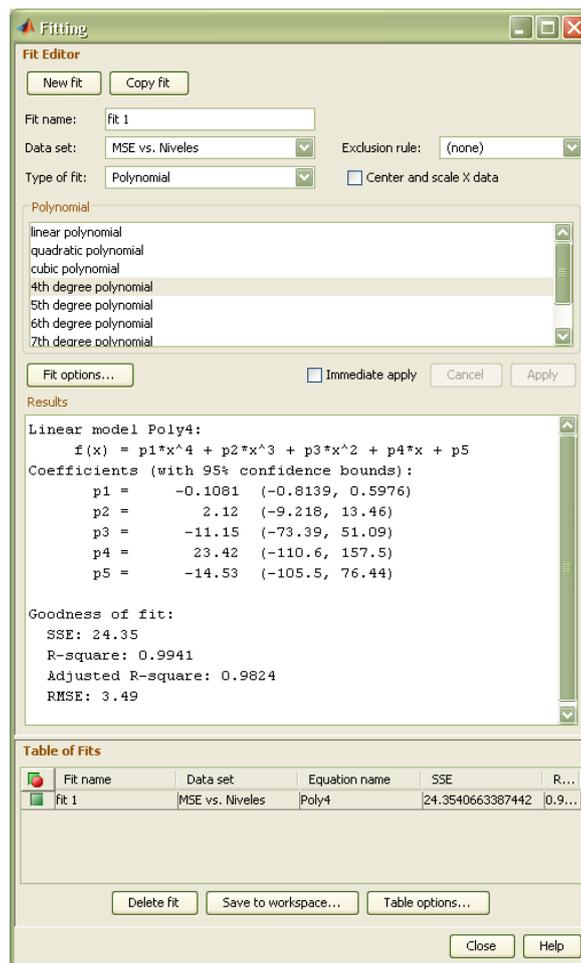
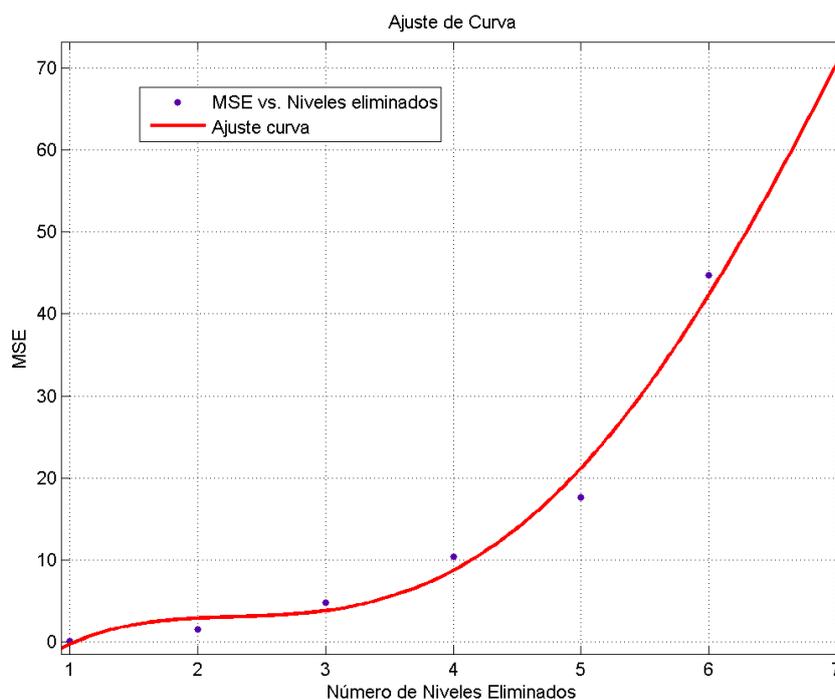


Figura. 4.3 Cálculo para el Ajuste de Curva *Wavelet Packet*

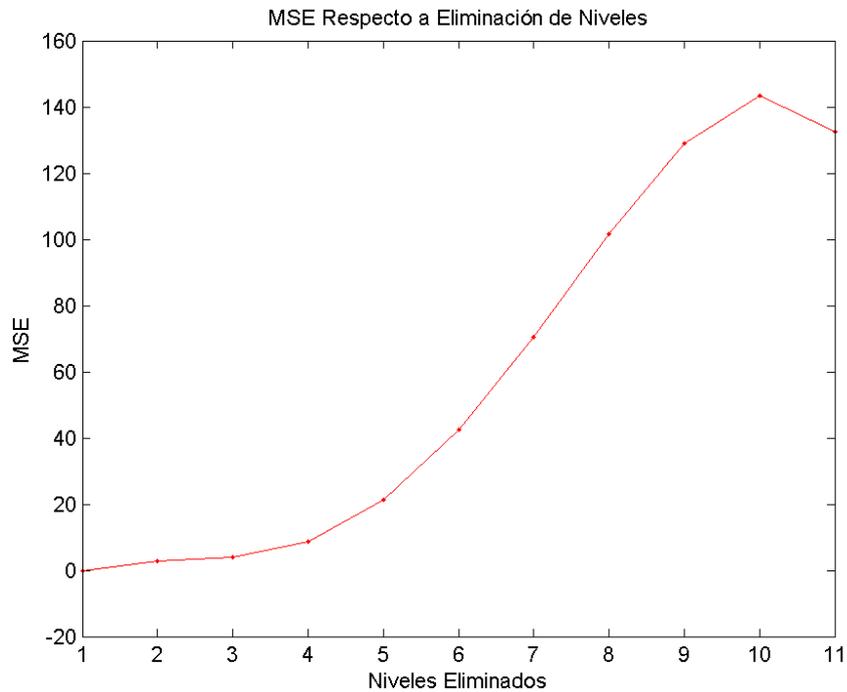


**Figura. 4.4** *Ajuste de Curva Wavelet Packet*

Con esta fundamentación se determinó el comportamiento futuro del MSE, puesto que al quitar mayor número de niveles la pérdida de información es significativa y el error aumenta; claro está que el comportamiento de esta curva está íntimamente ligado al número de niveles presente en cada imagen, el cual se calcula en base al tamaño de la misma, es por esto que las imágenes analizadas poseen diez niveles de energía,

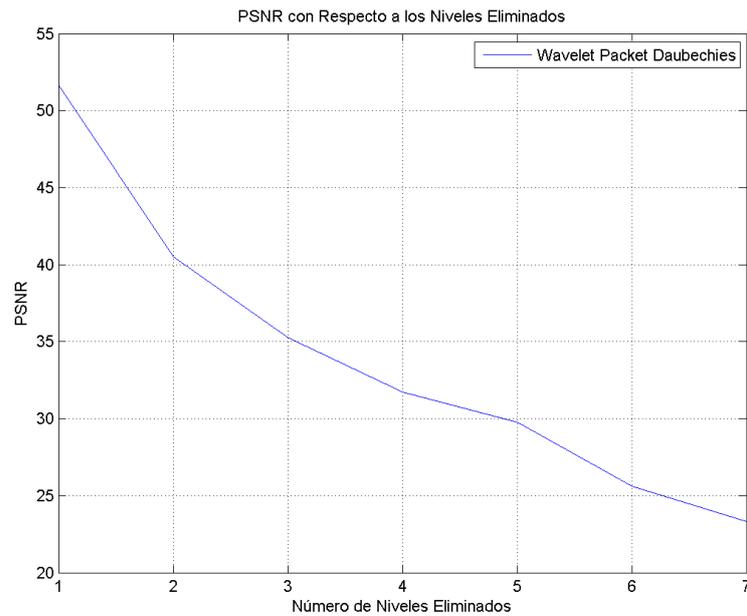
$2^{10} = 1024$ , es por esto que en la Figura. 4.5 observamos que al eliminar diez niveles su MSE es máximo y posterior a esto empieza a decrecer la curva, esto se da debido a que en este punto la concentración de energía de la imagen es nula, ya que se ha retirado toda la

información que poseía. Este comportamiento se da porque toda imagen posee una concentración de energía finita.



**Figura. 4.5** *Comportamiento del MSE respecto al número de niveles*

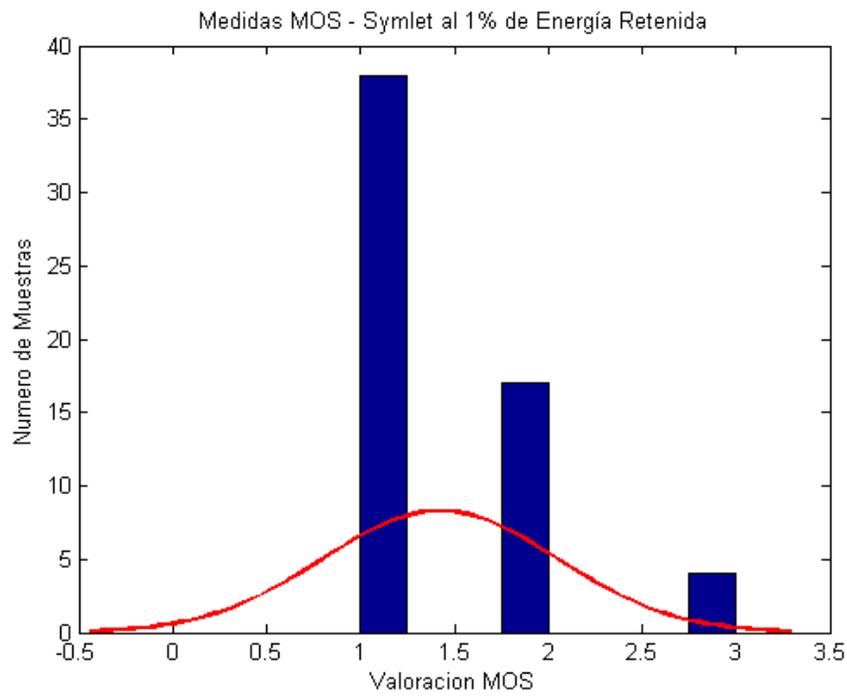
El análisis del PSNR está basado en el cálculo del MSE de acuerdo al número de niveles eliminados, es por esto que a mayor número de niveles eliminados el PSNR disminuye significativamente como se muestra en la Figura. 4.6.



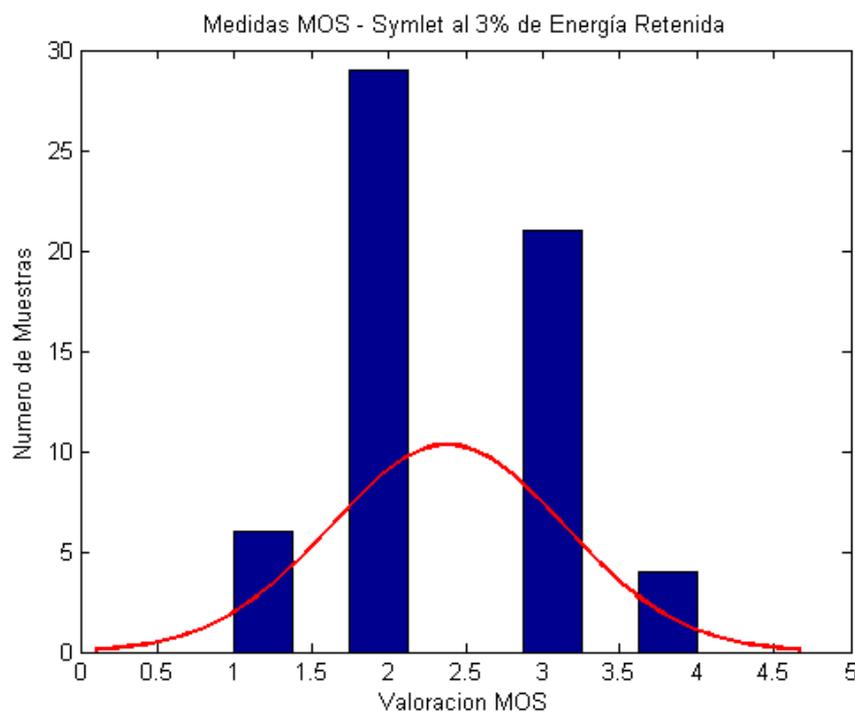
**Figura. 4.6** PSNR para Wavelet Packet de Daubechies de acuerdo a los niveles eliminados

### 4.1.3 Medidas MOS

Como se expuso en las secciones 4.1.1 y 4.1.2 ambas familias *Wavelet* han sido forzadas al límite de su comportamiento trabajando con porcentajes bajos de retención de energía para *Symlet* y eliminando niveles completos para *Daubechies* (Anexo A3), con imágenes a color de  $1024 \times 768$  (HD). En la Figura. 4.7, Figura. 4.8, Figura. 4.9, Figura. 4.10, Figura. 4.11 y Figura. 4.12 se muestra la representación de la distribución de los datos para la *Wavelet* de *Symlet* en comparación con una función de densidad de probabilidad gaussiana [Belaustegui, 2010], de manera que se puede determinar una tendencia de la valoración MOS para los usuarios.



**Figura. 4.7** Representación de Medidas MOS – Wavelet Symlet al 1%



**Figura. 4.8** Representación de Medidas MOS – Wavelet Symlet al 3%

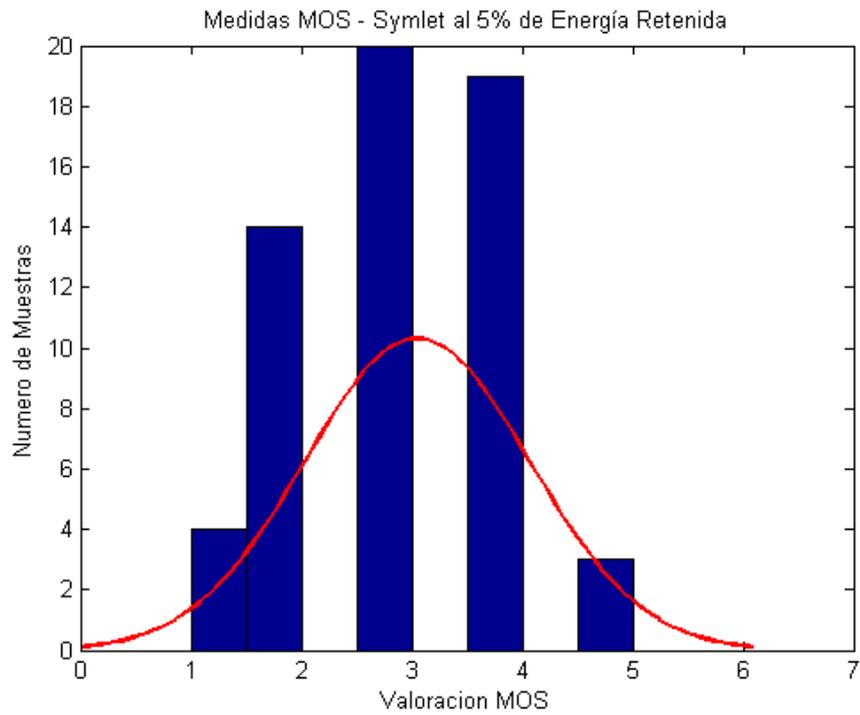
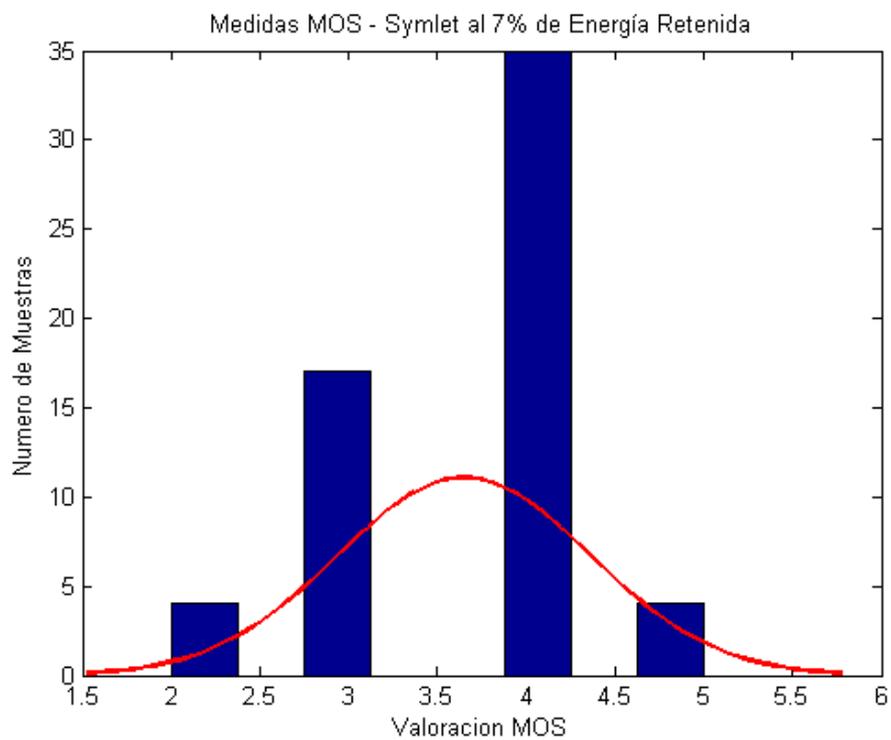
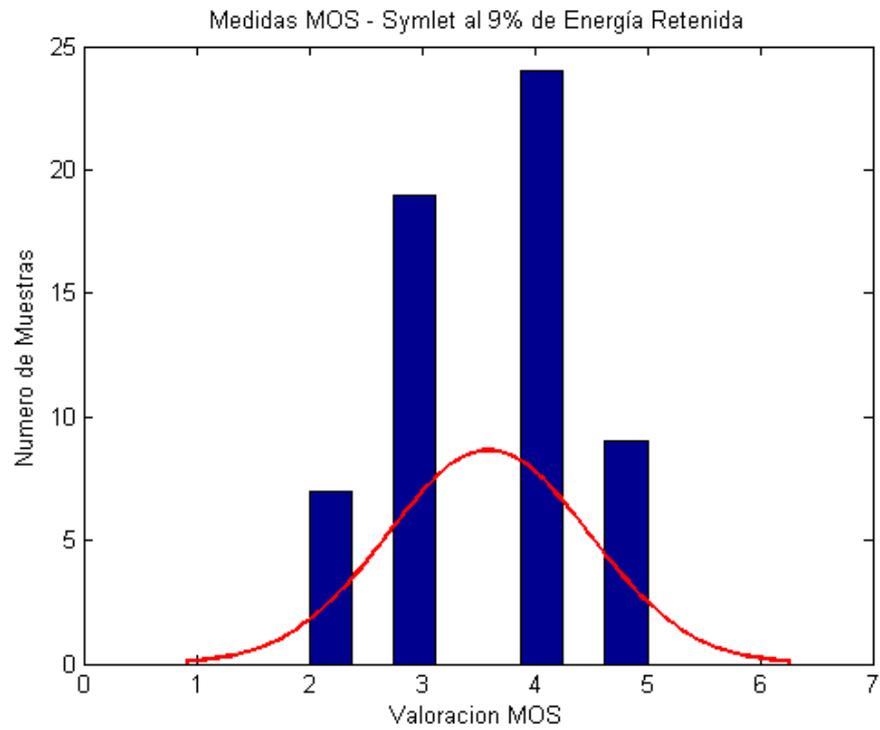
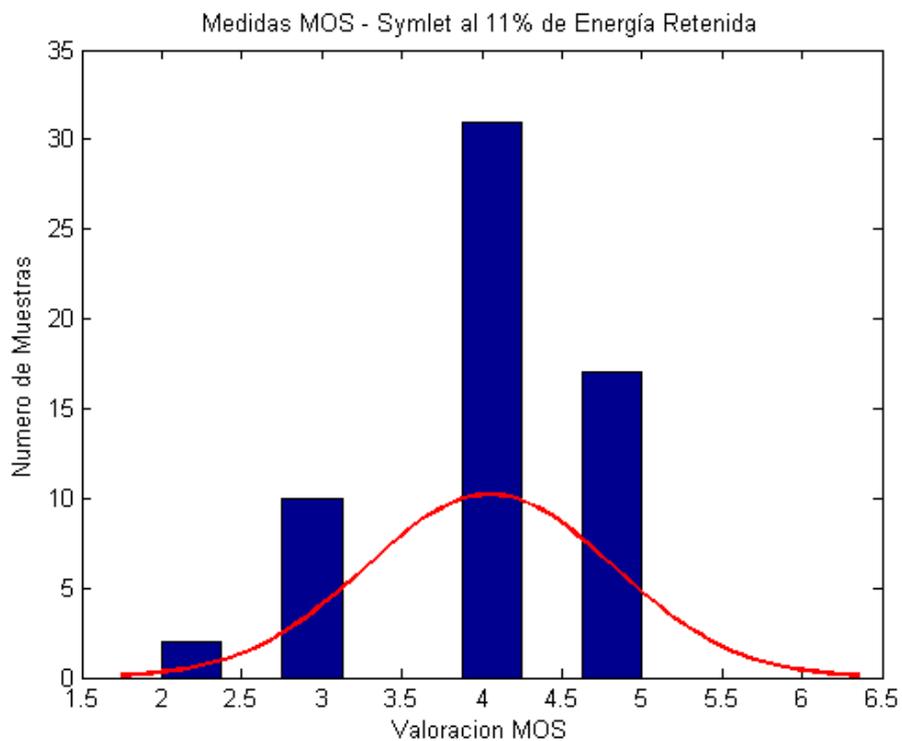
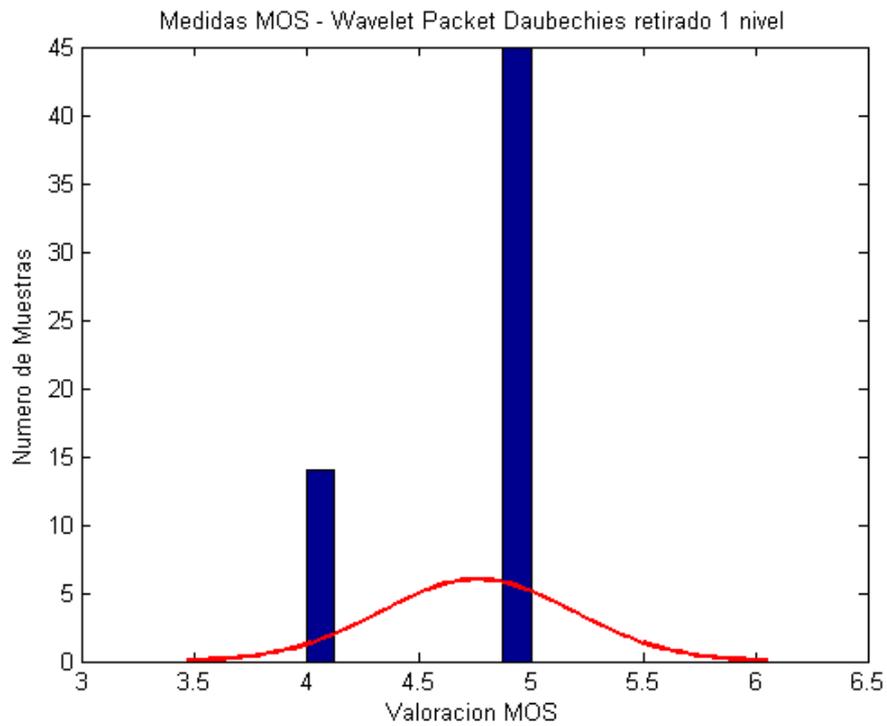


Figura. 4.9 Representación de Medidas MOS – Wavelet Symlet al 5%

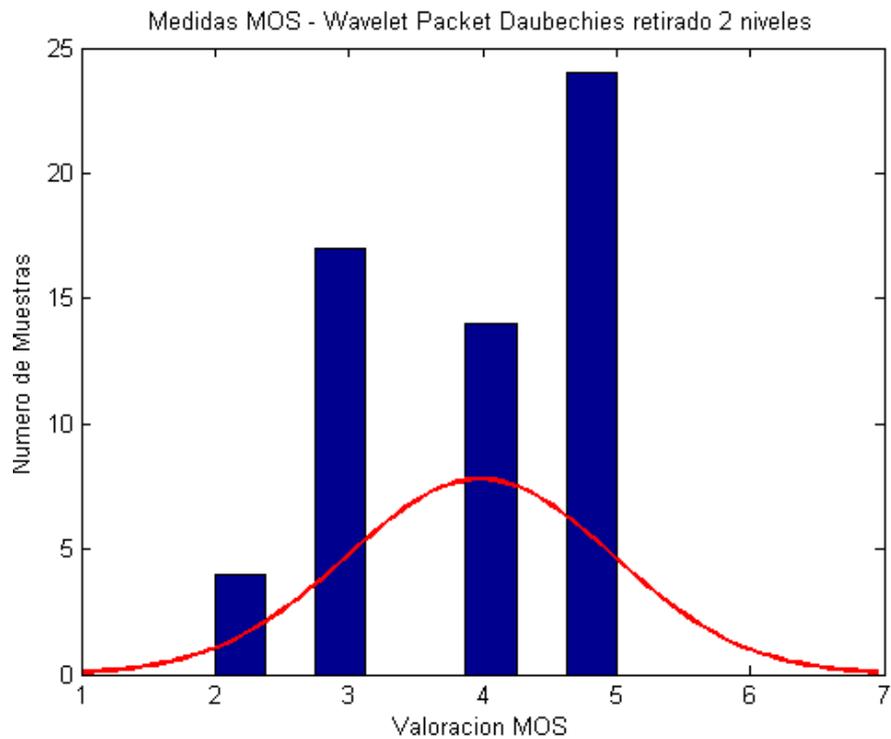


**Figura. 4.10** *Representación de Medidas MOS – Wavelet Symlet al 7%***Figura. 4.11** *Representación de Medidas MOS – Wavelet Symlet al 9%***Figura. 4.12** *Representación de Medidas MOS – Wavelet Symlet al 11%*

De igual manera se presenta esta tendencia para la *Wavelet Packet* de *Daubechies*, en la Figura. 4.13, Figura. 4.14, Figura. 4.15 y Figura. 4.16.



**Figura. 4.13** Representación de Medidas MOS – Wavelet Packet Daubechies menos 1 nivel



**Figura. 4.14** Representación de Medidas MOS – Wavelet Packet Daubechies menos 2 niveles

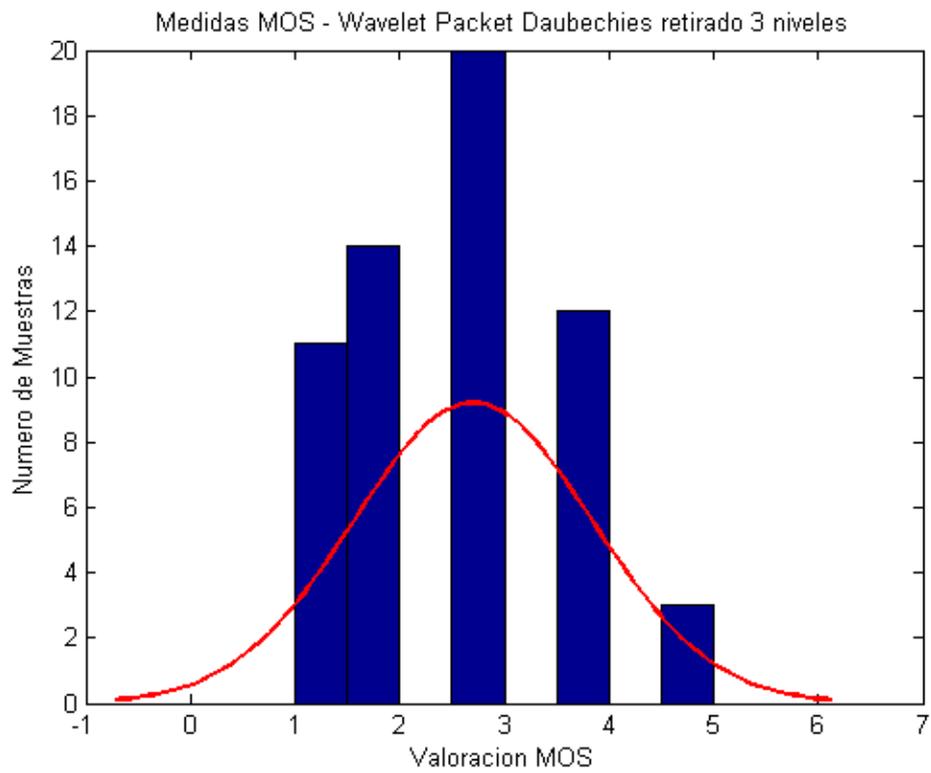
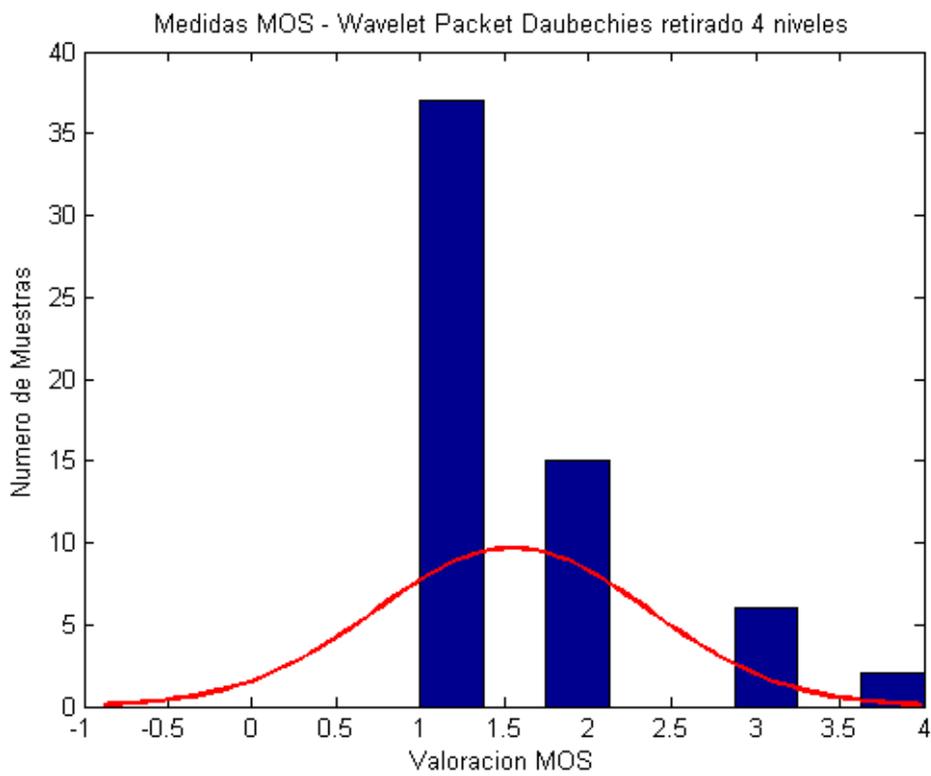
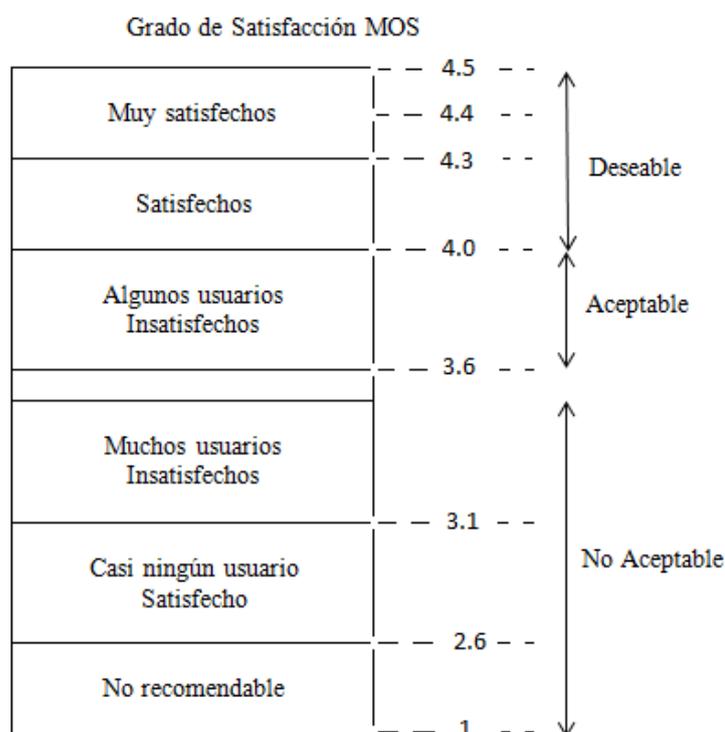


Figura. 4.15 Representación de Medidas MOS – Wavelet Packet Daubechies menos 3 niveles



**Figura. 4.16 Representación de Medidas MOS – Wavelet Packet Daubechies menos 4 niveles**

La Figura. 4.17 presenta una escala de valoración MOS más amplia que la presentada en el Capítulo 2 sección 2.3.2, con el objetivo de analizar de mejor manera el promedio de los resultados de las medidas MOS, tomadas a veinte personas que no poseen mayor conocimiento sobre la teoría de compresión de imágenes y la Transformada *Wavelet*. Estos resultados se presentan en la Tabla 4.1 para *Wavelet* de *Symlet* y en la Tabla 4.2 para *Wavelet Packet* de *Daubechies*.

**Figura. 4.17 Escala de percepción MOS****Tabla 4.1 Valoración MOS para *Wavelet* de *Symlet***

| Porcentaje de Retención de Energía | 1     | 3     | 5     | 7     | 9     | 11    |
|------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Promedio de Valoración MOS         | 1,483 | 2,383 | 3,050 | 3,650 | 3,550 | 4,050 |

En base a la Figura. 4.17 se puede determinar que a pesar de que se está trabajando con valores muy bajos de retención de energía, la *Wavelet* de *Symlet* reacciona favorablemente; siendo que con un **11%** de retención de energía tenemos una valoración en promedio de **4,05**, es decir que existen usuarios satisfechos alcanzando una satisfacción MOS deseable. Cabe mencionar que con un porcentaje de **7%** tenemos una valoración promedio de **3,65**, es decir existen algunos usuarios satisfechos alcanzando una satisfacción MOS aceptable, mientras los demás porcentajes se encuentran dentro de una escala no aceptable.

**Tabla 4.2 Valoración MOS para *Wavelet Packet* de *Daubechies***

| <b>Número de Niveles Eliminados</b> | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> |
|-------------------------------------|----------|----------|----------|----------|
| <b>Promedio de Valoración MOS</b>   | 4,700    | 3,933    | 2,700    | 1,550    |

De acuerdo al comportamiento de la *Wavelet Packet* de *Daubechies* para el análisis de estas imágenes se procedió a eliminar niveles completos de coeficientes. En base al tamaño de las imágenes, *Wavelet Packet* dividió a cada una en diez niveles de los cuales se procedió a eliminar de uno a cuatro niveles, como muestra la Tabla 4.2, de esta forma el usuario determina que sin un nivel la valoración promedio es de **4,7**, es decir, se alcanza una satisfacción MOS deseable; aun retirando dos niveles la valoración promedio es **3,933**, con lo que se alcanza una satisfacción MOS aceptable, pero a partir de la eliminación de tres niveles el nivel de aceptación de los usuarios es no aceptable.

En base a lo expuesto anteriormente se podría decir que la *Wavelet* de *Symlet* reacciona muy bien a porcentajes bajos de retención de energía teniendo una valoración aceptable al **7%**; igual tendencia de valoración posee la *Wavelet Packet* de *Daubechies* en la eliminación de dos niveles, teniendo en cuenta que para este caso se tiene el doble de información por nivel, de acuerdo al análisis que realiza la *Wavelet Packet*. Siendo estos los resultados es claro que el comportamiento de las *Wavelets* es superior a pesar de forzar su desempeño en valores bajos de retención de energía.

## 4.2 COMPARACIÓN ENTRE LOS ESTÁNDARES JPEG Y JPEG2000

### 4.2.1 *Joint Photographic Experts Group – JPEG*

El estándar JPEG se desarrolló para compresión digital y codificación de tono continuo de imágenes fijas; teniendo como su principal objetivo el proveer de técnicas de compresión para un amplio rango de tipos de imágenes, reconstrucción de imágenes con calidad y tasa de compresión [Dutoit, 2009].

Este estándar está basado en la DCT, la cual posee una gran capacidad de compactación de energía en un reducido número de coeficientes. La transformación debe lograr separar la información relevante, a fin de desechar la información irrelevante.

Habitualmente el algoritmo de codificación Huffman y una compresión con pérdidas para reducir el tamaño de la imagen, por lo que al descomprimir la misma no posee las características de la imagen original, aunque estas muchas veces no son perceptibles ante el ojo humano; por ejemplo, éste es mucho más sensible al cambio en la luminancia que en la crominancia; es decir capta de mejor manera a los cambios de brillo que los de color, por lo que denota fácilmente cambios de brillo en zonas homogéneas como en los bordes de los objetos [DCT, 2012].

Una de las características del JPEG es la flexibilidad de ajustar el grado de compresión, a costa de la pérdida de calidad. Cabe recalcar que esta pérdida es acumulativa cuando se realizan sucesivas compresiones.

### 4.2.2 *Joint Photographic Experts Group Año 2000 – JPEG2000 o JP2K*

Debido a la necesidad de más potencia de cálculo disponible, a la posibilidad de poder seleccionar un “área de interés” evitando transmitir detalles de toda la extensión de la imagen sino del área que el usuario así lo determine; se necesitan formatos más flexibles y orientados a permitir el acceso eficiente a las imágenes a través de dispositivos heterogéneos, se desarrolló el estándar JPEG 2000, el cual a diferencia de JPEG se basa en la transformada *Wavelet* permitiendo un análisis multiresolución, ya que organiza los datos de la imagen en un conjunto jerárquico de bloques, donde cada uno posee información de

los componentes de la imagen. En base a esto se puede extraer porciones de imagen de acuerdo a las necesidades de resolución, ancho de banda, etc. [Dutoit, 2009].

JP2K tiene la capacidad de realizar compresión con pérdida o sin pérdida, e independientemente de esto, ofrece mayor calidad final, reduciendo el tamaño de la imagen. Adicionalmente tiene la habilidad de mostrar a una misma imagen en diferentes resoluciones, así como permite tomar porciones de la misma, de acuerdo al interés de visualización del usuario, manteniendo su calidad [JP2K, 2007].

Sin embargo, una consecuencia de esta flexibilidad y capacidad de edición, requiere codificadores y decodificadores más complejos y exigentes computacionalmente.

### 4.3 PRUEBAS COMPARATIVAS

Para la realización de las pruebas comparativas entre los formatos JPG y JPG2000, inicialmente se realizó una compresión tipo *hard* [Astralsound, 2011] para visualizar como se desempeña cada transformada; para esta prueba se utilizó una imagen a color de 1024×768 de texturas suaves, donde se procedió a comprimirla retirando el 50% de su energía.

Para el análisis del estándar JPEG2000 se realizó un código en MATLAB® el cual se desarrollo en base a lo expuesto en el Capítulo 2, sección 2.3, a diferencia que para este caso se utilizó: una imagen a color, la *Wavelet* de *Symlet* con cuatro niveles de acuerdo a los resultados obtenidos en el Capítulo 3, y un valor de porcentaje de **50%**. Para el caso del estándar JPEG se realizó un código similar a diferencia que este realiza la descomposición de los coeficientes de la DCT con la función **dct2**, la cual toma como parámetro la matriz de color (R, G o B), posteriormente se realizó la compresión tipo *hard*, teniendo en cuenta que la forma de ubicación de ceros para la DCT difiere de las *Wavelets* las cuales representan un filtro de reconstrucción perfecta, en base a esto se realizó la reconstrucción de la imagen con la IDWT, cuya función es la **idct2** (Anexo A5). En base a estas pruebas se obtuvieron valores de MSE y PSNR, como se muestra en la Tabla 4.3 se puede observar que los valores obtenidos con la Transformada *Wavelet* son mejores que los de la Transformada del Coseno.

Tabla 4.3 Valores de MSE y PSNR para Imagen Reconstruida al 50%

|                                    | MSE           | PSNR           |
|------------------------------------|---------------|----------------|
| <b>Transformada del Coseno</b>     | 3,3595        | 35,7216        |
| <b>Transformada <i>Wavelet</i></b> | <u>0,0445</u> | <u>54,5021</u> |

(a)



(b)



(c)



**Figura. 4.18** *Compresión tipo hard. (a) Imagen Original. (b) Imagen comprimida al 50% con la DCT. (c) Imagen comprimida al 50% con la DWT*

En la Figura. 4.18 se observa el resultado de la compresión tipo *hard*, en la parte superior se tiene la imagen original (a), en la parte inferior izquierda (b), observamos el resultado de aplicar la DCT, que lo que hace es eliminar los coeficientes de menor energía de manera que produce una distorsión en toda la imagen, aunque todavía se pueda distinguir la misma. En la parte inferior derecha (c), se encuentra el resultado de aplicar la DWT, la cual realiza un análisis mas amplio para la eliminación de los coeficientes, retirando los bits redundantes, de manera que no afecte mayormente a la imagen; como se observa en (c) ésta imagen es similar a la original aunque varía el contraste [Digitalfotored, 2005] y afecta un poco a los bordes de la imagen, puesto que los bordes bruscos y detalles son los que se ven mas afectados posterior a la compresión *hard*.

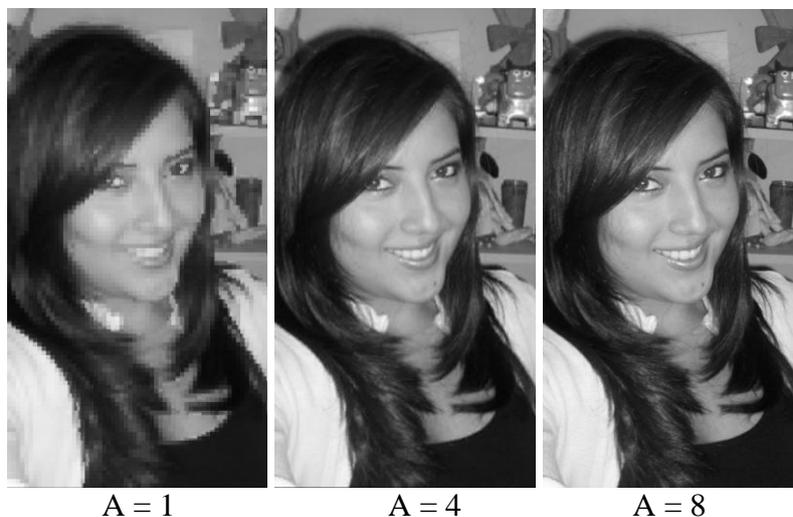
Una vez realizada esta comparación un tanto brusca, se tomo como base la codificación propia de cada estándar de acuerdo a las especificaciones internacionales dadas por el *Joint Photographic Experts Group* utilizadas por *Dutoit Thierry y Marques Ferran* [Thierry, 2009].

### 4.3.1 Formato JPEG

Para el análisis de la imagen con el estándar JPEG se ha adecuado el código presente en [Thierry, 2009] a las necesidades de este trabajo utilizando una imagen diferente y con mayor resolución de acuerdo a lo establecido desde el Capítulo 2, sección 2.3 para determinar su comportamiento.

Para el análisis de la imagen con el estándar JPEG se aplicó la DCT mediante la función **dct2**, para luego dividir la imagen en bloques de 8x8 píxeles, es decir sesenta y cuatro coeficientes por bloque, con la función **blkproc** manteniendo los coeficientes con mayor energía de acuerdo al umbral de codificación obtenidos con la función **coeffs\_keep\_higher**; estos coeficientes son almacenados en **Dk**, donde para efecto de análisis se mantuvieron **A** coeficientes de cada bloque ( $A = 1, 4, 8$ ), con el fin de observar el desempeño de la transformada, por lo que en la Figura. 4.19 se muestra la reconstrucción de la misma. Para una mejor visualización de los resultados se amplió la

imagen en la sección del rostro de manera que se puedan apreciar los detalles de la imagen y la distorsión presente en la misma.



**Figura. 4.19** Imagen reconstruida usando los primeros  $A$  coeficientes para cada bloque

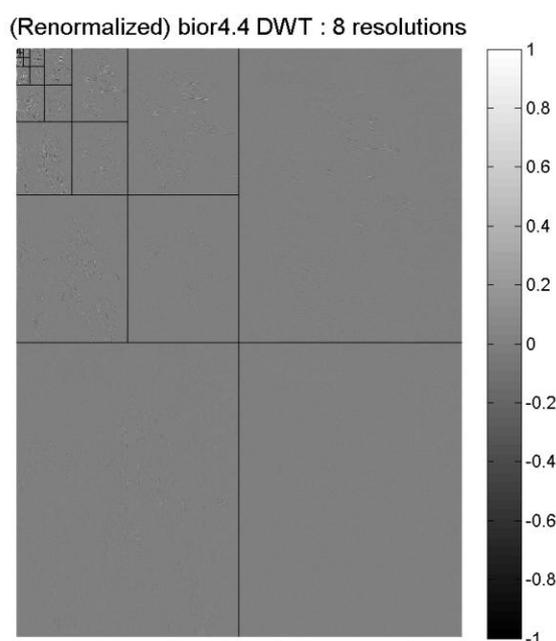
Siendo que los coeficientes DCT necesitan ser cuantificados con el fin de generar una fuente discreta, cuyos símbolos pueden ser codificados en base a su entropía; se utilizó una cuantización uniforme para cada coeficiente DCT. Es por esto que con la función **stillimagegrayencode** se implementa la codificación en la imagen tomando como parámetro la imagen original **Im** y el factor **k**, el cual es una constante de multiplicación para la tabla de cuantificación ( $k = 1, 3$  y  $5$ ); mientras menor sea este valor mejor será la reconstrucción de la imagen (Anexo A6). En la Figura. 4.20 se muestra el resultado de esta codificación.



**Figura. 4.20** *Imágenes reconstruidas con varias tablas de cuantización*

### 4.3.2 Formato JPEG2000

Para el presente análisis se utilizó la misma imagen que la sección 4.3.1 Debido a que en el análisis *Wavelet*, la importancia de su compresión se basa en que pocos coeficientes concentran la información esencial de la imagen, en la Figura. 4.21 se observa el número de resoluciones que se obtiene de la DWT de acuerdo al tamaño de la imagen propuesta que para nuestro caso es ocho. Cabe recalcar que se está utilizando los filtros de *Daubechies 9/7* que son equivalentes a *Biorthogonal 4.4* en el entorno de MATLAB® (Anexo A7).

**Figura. 4.21** *2D DWT de Imagen usando Daubechies 9/7*

En la Figura. 4.22 se muestra la relación de compresión obtenida de cada nivel de resolución. El número total de bits sin comprimir tomados en cuenta para calcular estos valores, es el número de bits realmente procesados por el codificador de entropía. En la Figura. 4.23 se muestra la relación de compresión global, comparando el número original de bits con los obtenidos posterior a la etapa de codificación de entropía. Cuando se tienen bits correlacionados, e incluso si estos no son tomados en cuenta en el nivel de resolución, el codificador de entropía logra compresión en bajas frecuencias [Thierry, 2009].

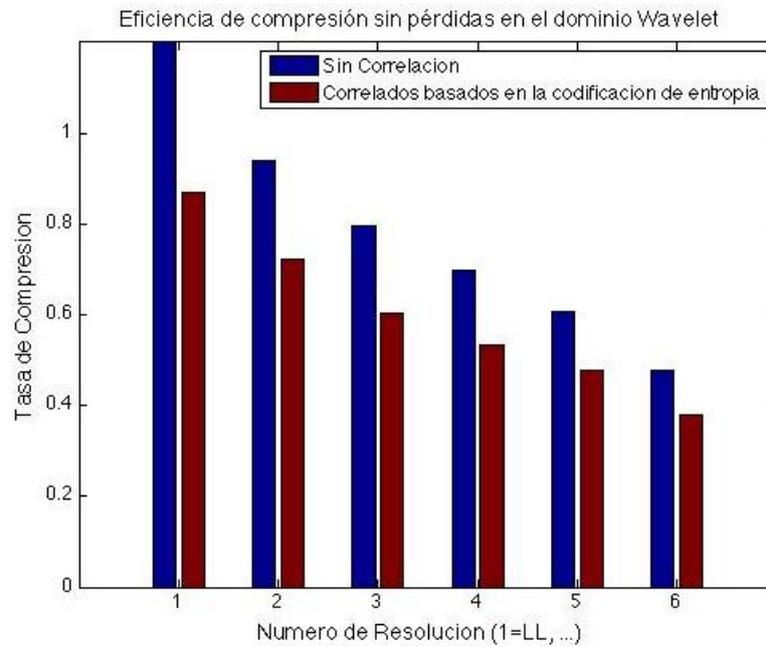


Figura. 4.22 Relación de Compresión obtenido para cada nivel de resolución.

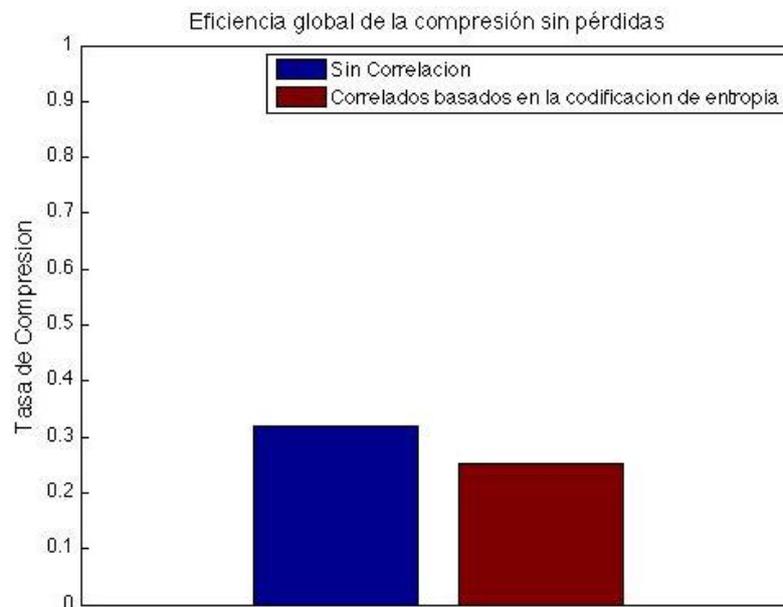


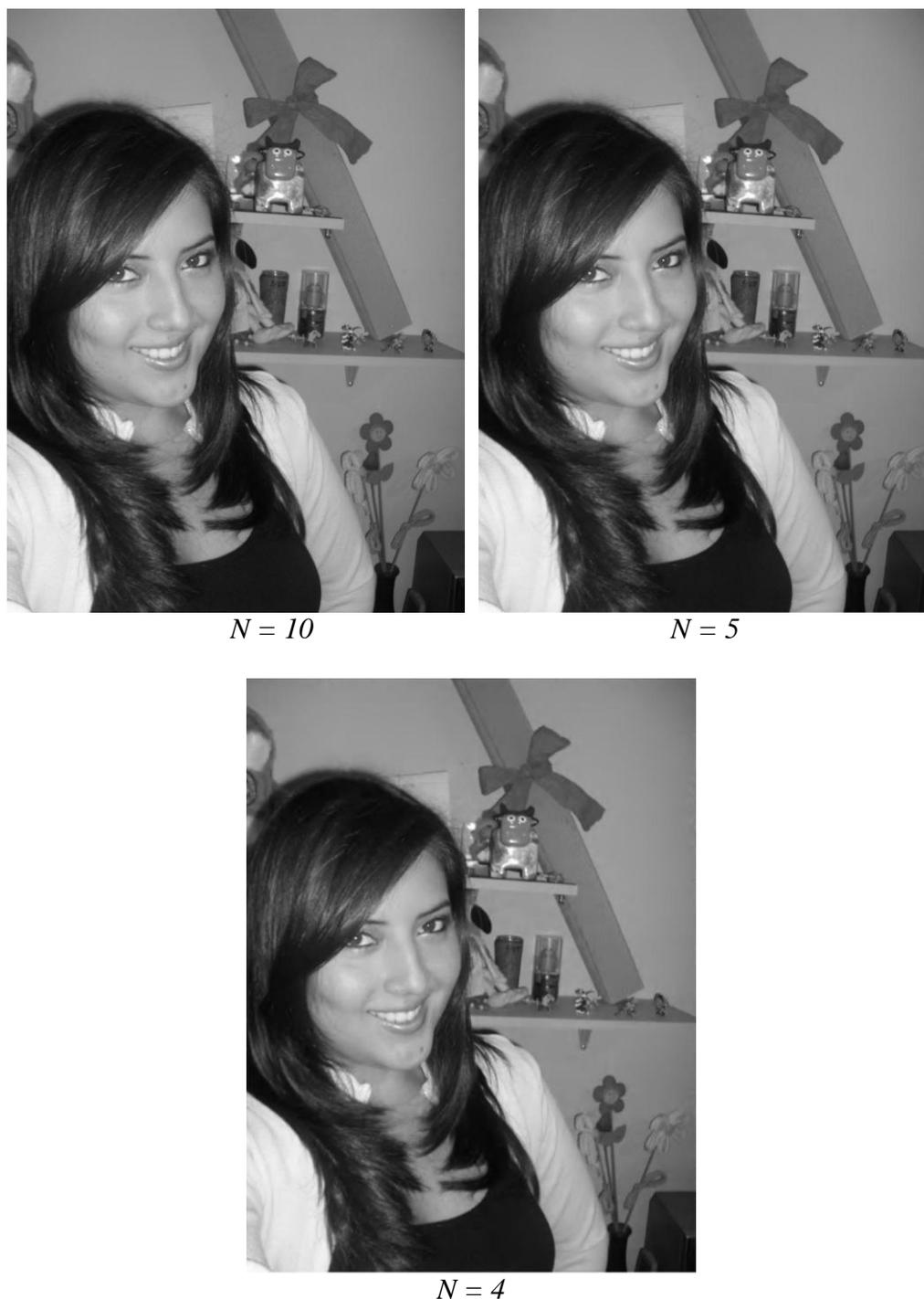
Figura. 4.23 Eficiencia global de la compresión sin pérdida.

Debido a que el número de niveles de la imagen de acuerdo a su dimensión es diez se modificó el valor de la constante de *bitplanes* **NBP** para poder realizar el análisis *Wavelet* en todos los niveles; una vez establecido este valor, en base a la variable **NB** se determina el número de niveles a ser retenidos en la imagen, de acuerdo a la teoría de asignación del bit más óptimo (*optimal bit allocation* [Thierry, 2009] ); por lo que la Tabla 4.4 se muestra el tamaño de la imagen con la cantidad de niveles retenidos de la misma; de esta manera la imagen de diez niveles *Wavelet* representaría la imagen original ya que posee la cantidad de niveles completos y representa un tamaño de **1.583,09 kb**; la imagen de cinco niveles representa el 50% de compresión , con un tamaño de **414,43 kb**, el cual es inferior a la mitad de la imagen original y como referencia de acuerdo al análisis realizado desde el Capítulo 2, donde se trabajó cada imagen con sus primeros cuatro niveles de energía, la imagen de cuatro niveles *Wavelet* posee un tamaño de **170,63 kb**.

**Tabla 4.4** Tamaño de la Imagen de acuerdo a la cantidad de niveles *Wavelet*

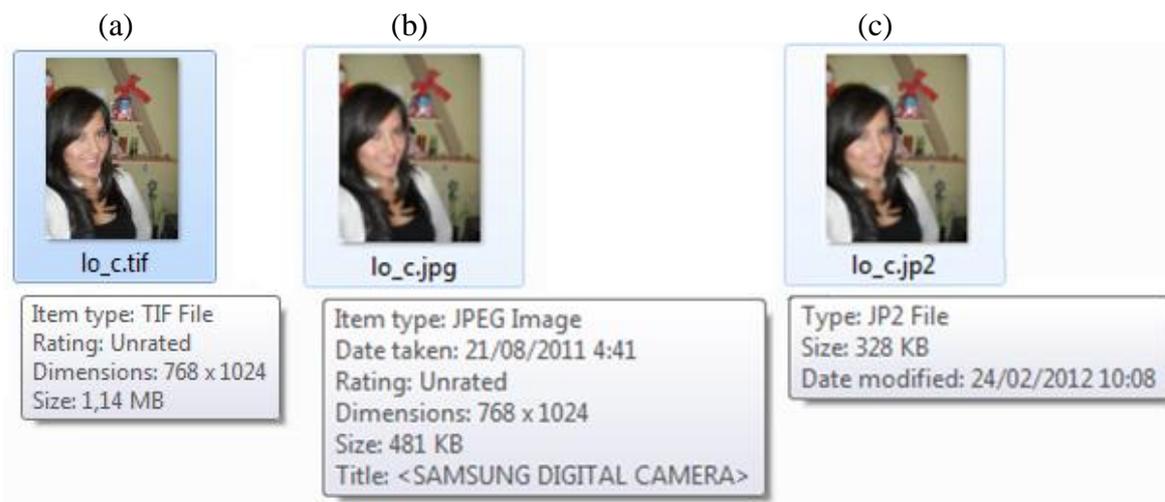
| <b>Niveles<br/><i>Wavelet</i></b> | <b>Tamaño de la<br/>Imagen [kb]</b> |
|-----------------------------------|-------------------------------------|
| 4                                 | 170,63                              |
| 5                                 | 414,43                              |
| 10                                | 1583,09                             |

Los valores de la Tabla 4.4 se encuentran ilustrados en la Figura. 4.24 donde, inclusive manteniendo únicamente los cuatro primeros niveles de energía, la calidad de la imagen es buena y no presenta mayor distorsión.



**Figura. 4.24** *Imágenes comprimidas usando JPG2000, manteniendo  $N$  niveles Wavelet*

Finalmente se tomó la imagen de la sección 4.3 en su formato original y se la almacenó en formato JPEG y JP2 para comprobar su eficiencia al momento de reducir el tamaño de la imagen. La Figura. 4.25 muestra la imagen en su formato original (a) con un tamaño en disco de **1,14 MB**, la imagen con formato JPEG (b) posee un tamaño en disco de **481 kb**, finalmente la imagen con formato JPG2000 (c) posee un tamaño en disco de **382 kb** la cual es la de menor tamaño y mantiene la misma calidad de la imagen.



**Figura. 4.25** *Tamaño en disco para formatos JPEG y JPG2000. (a) Imagen Original – 1.14 MB, (b) Imagen JPG – 481 kb, (c) Imagen JPG2000 – 328 kb*

Cabe recalcar que mientras mayor sea la resolución de la imagen mejor será su reacción frente a la remoción de energía por lo que en el Anexo A8 se muestra una relación de compresión de acuerdo al tamaño de la imagen en MB, para objeto de pruebas.

A pesar que las computadoras de hoy en día tienen una capacidad de procesamiento elevada, hay que tener en cuenta el costo computacional que este procesamiento representa; por lo que se utiliza un análisis llamado “análisis de complejidad” basado en los algoritmos de estudio, y posee la notación  $O$  [Ponce, 2007]; este análisis se realiza en base a los siguientes pasos [Cortés, 2012]:

- Suponer el peor de los casos (donde se ejecute el mayor número de líneas de código).
- Asignar un costo a cada operación o línea de código.
- Determinar el número de veces que se ejecuta la línea de código.

Para el presente trabajo se realizó el “análisis de complejidad” de forma general puesto que posee diferentes algoritmos; en base a esto se deja a un lado el estudio de las constantes del costo de cada operación y se obtiene una aproximación matemática calculando la cantidad de operaciones que realiza, en función del tamaño de la entrada ( $s$ ).

En base a esto se tomó el código **hardComprW.m** (Anexo A1), donde se cargan veinte imágenes de  $1024 \times 1024$  y se realiza la compresión tipo *hard* de 1 a 99%, por lo que su costo computacional de forma general sería  $O[NIm \times P \times s^2]$ , donde ***NIm*** representa el número de imágenes, ***P*** el número de veces que se realiza la compresión en base al porcentaje de retención de energía y ***s*<sup>2</sup>** representa el orden de la matriz cuadrada, que es directamente proporcional al número de coeficientes *Wavelet*.

### 4.3.3 *Wavelets* en la Transmisión Digital

Ciertamente las *Wavelets* han tenido una gran evolución, marcada por descubrimientos y redescubrimientos independientes a partir del año 1909, con el descubrimiento de las funciones base *Wavelet* por Alfred Haar; aunque el progreso más rápido se ha realizado desde principios de la década de 1980, con el surgimiento de una teoría matemática coherente de las *Wavelets*. Hoy en día una de sus aplicaciones más importantes es el estándar JPEG2000, el cual es utilizado para la visualización y transmisión de imágenes tanto en el cine como en la televisión digital (HDTV). Las *Wavelets* presentan las siguientes características [Morstol, 2012]:

- Calidad de video.- A diferencia de MPEG-2 y MPEG-4 quienes se limitan a la asignación de ocho bits por muestra, JPEG2000 puede asignar más bits por muestra de acuerdo a los requerimientos de la aplicación.
- Complejidad simétrica y estructura de costos.- Hoy en día debido a la próxima migración a equipos de HDTV, el costo de los terminales finales es importante para su acogida. En base a esto MPEG-2 y MPEG-4 están diseñados para transmitir video a un gran número de receptores, siendo así su codificador complejo y costoso, mientras que los decodificadores son simples y baratos. Esta tendencia puede ser mantenida por el estándar

JPEG2000 ya que puede utilizar el mismo chip (FPGA) para la codificación y decodificación.

- Baja latencia.- La reducción de la latencia es crucial para la televisión en directo. Dentro de la compresión MPEG, las imágenes se codifican utilizando la información de las imágenes previas y futuras, donde su latencia es afectada por la dependencia entre las mismas. Con JPEG2000 no hay dependencia de un cuadro a otro, por lo que produce una latencia menor a 1,5 *frames* para codificar o decodificar.
- Robustez si existen errores de transmisión.- JPEG2000 es ideal para IPTV ya que debido a su independencia entre cuadros los errores producidos en la transmisión tienen menor duración causando menor impacto visual.
- Soporta múltiples compresiones.- El uso de la compresión MPEG2 produce degradación de la calidad en cada etapa de compresión. La tecnología de compresión JPEG2000 soporta múltiples etapas de compresión manteniendo la calidad de la imagen.
- Escalabilidad.- Tal vez una de las características más importantes ya que JPEG2000 posee dentro de la imagen comprimida varios niveles de resolución o detalle codificados; permitiendo extraer una imagen almacenada en el servidor con alta o baja resolución; a su vez, si se desea mayor calidad en la imagen se puede extraer más información a partir del archivo comprimido para aumentar la resolución, y al momento de la transmisión de esta nueva imagen no sería necesario reenviar toda la imagen, únicamente la información adicional necesaria para la visualización que será añadida a la información de la imagen local. JPEG2000 también admite la extracción selectiva de datos de imágenes de una región en particular, facilitando la visualización de áreas de interés con mejor calidad, reduciendo al mínimo la cantidad de datos necesarios a ser transmitidos a través de la red; esto es particularmente útil cuando se observa imágenes en redes con un ancho de

banda limitado o en dispositivos de baja potencia, con capacidades de visualización limitados, como los dispositivos móviles [Edwards, 2001].

En base a estas características grandes representantes de la televisión digital y el cine han puesto sus intereses en las *Wavelets*, por ejemplo: HBO uno de los canales de televisión más importantes de los EEUU ha adquirido *gateways* de video que utilizan el formato de compresión JPEG2000 para la transmisión de la programación en alta definición a través de una red IP, desde sus estudios de grabación hasta el Centro de Comunicaciones de HBO en Nueva York [Winslow, 2009]. Así también el Instituto Nacional Audiovisual en Francia (INA), que posee y administra el repositorio central de archivos audiovisuales de toda la radio y la televisión francesa, ha optado por una tecnología basada en el formato JPEG2000, para la digitalización en calidad SD y HD de todos sus repositorios y la nueva información que se lleve a cabo [Panorama, 2012]. Dentro del cine, *Digital Cinema Initiatives* (DCI), conformado por siete estudios de Hollywood (Disney, Fox, Paramount, MGM, Sony Pictures Entertainment, Universal and Warner Bros) han seleccionado al estándar JPEG2000 para la elaboración y transmisión de sus películas [Bilgin, 2012]. Para interés nacional, empresas como *Grass Valley*<sup>TM</sup> ha adoptado para la compresión en alta definición con el formato JPEG2000 [HD, 2010]; esta empresa provee de diversas soluciones al canal ecuatoriano TC Televisión, quien le ha confiado la migración de su contenido y futura transmisión en HD [Panorama, 2011]. Ciertamente la televisión digital en Ecuador se avizora con el uso de equipos basados en las técnicas de compresión *Wavelet*, ya sea para facilitar su almacenamiento como para su transmisión.

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 5.1 CONCLUSIONES

- Con el desarrollo del presente trabajo se a logrado probar la eficiencia de la Transformada *Wavelet* para la compresión de imágenes puesto que a demostrado un mejor desempeño frente a porcentajes muy bajos en la compresión tipo *Hard*; siendo así la DWT superior a la DCT, ya que su PSNR es de 54,5021 frente a 35,7216 de la DCT y su MSE es de 0,0445 dB mientras que el de la DCT es de 3,3595, lo que representa aproximadamente el 0,046% del valor obtenido por la DCT; en base a estos resultados es claro que el rendimiento de la DWT es mejor y permite mantener la calidad de la imagen para que no afecte visualmente ante el usuario final.
- Debido a la capacidad de compresión de las *Wavelets* utilizado en el estándar JPEG2000, se comprobó que el espacio que ocupa una imagen de 1MP en disco es 328 kb mientras que una con JPEG ocupa en disco 481kb, manteniendo completamente la calidad de la imagen original. Aunque es claro que mientras mayor sea la resolución de la imagen la capacidad de compresión *Wavelet* es mayor; es por esto que se lo esta usando para la producción en el cinematográfica.
- El comportamiento de la curva del MSE de *Wavelet Packet* muestra que al momento de retirar todos los niveles de energía presentes en la imagen, ésta empieza a decrecer, motivo por el cual podemos decir que en este punto la concentración de energía de la imagen es nula, ya que se ha retirado toda la información que poseía, demostrando así que toda imagen posee una concentración de energía finita.

- Para toda aplicación que se relacione con imágenes la percepción del usuario final es muy importante, es por esto que de acuerdo a las medidas subjetivas MOS realizadas, las *Wavelets* tienen una gran aceptación obteniendo una valoración de 4,05 con imágenes comprimidas al 11%, lo que representa usuarios satisfechos; manteniendo un grado de satisfacción MOS deseable. Es por esto que las *Wavelets* poseen un buen comportamiento reteniendo porcentajes bajos de energía, mejorando su calidad de compresión al aumentar la resolución de la imagen; ya que posee mayor cantidad de coeficientes donde pueda eliminar los bits redundantes; en base a esto, de acuerdo al tipo de procesamiento que realizan las *Wavelets Packet*, su desempeño frente a las *Wavelets* es mejor porque posee el doble de información, aunque esto amerite mayor costo computacional.
- Es claro que el estándar JPG2000 es una evolución y mejora al estándar JPG, debido a que a diferencia de éste último, JPG2000 posee dos características fundamentales que son su escalabilidad y capacidad de edición. Escalabilidad, ya que es escalable en base a la forma de organizar la información, concentrando la mayor cantidad de información en pocos niveles iniciales, de forma que si se eliminaran los últimos no afectaría a la presentación de la imagen; y su capacidad de edición puesto que el análisis *Wavelet* permite tener acceso a cada nivel de descomposición de forma independiente, es por esto que facilita la extracción de porciones de imagen y nos entrega información de la estructura original de la señal.
- Una clara ventaja de las *Wavelets Packet* es que se puede retirar niveles completos de coeficientes sin que esto afecte mayormente a la imagen; a diferencia que con las *Wavelets* ya que su remoción de energía afecta directamente a todos los niveles de la imagen; un claro ejemplo de esto es que el MSE promedio obtenido de veinte imágenes con texturas fuertes en escala de grises para la *Wavelet* de Symlet al 55%, es de 0,2471 dB, mientras que para la *Wavelet Packet* de Symlet es de 0,0211 dB, un valor mucho menor al de las *Wavelets*.

- En base a las pruebas realizadas con la compresión tipo *hard*, se pudo observar que las *Wavelets* poseen falta de precisión en la compresión de bordes marcados, ya que es uno de los puntos donde se puede observar la distorsión de la imagen al comprimirla en porcentajes bajos, es por esto que uno de sus aplicativos mas grandes es la transmisión y visualización de las imágenes médicas, puesto que no poseen bordes marcados y requieren un tamaño reducido para su transmisión en tiempo real.

## 5.2 RECOMENDACIONES

- Se recomienda a futuro que se extienda el estudio de este trabajo en la transmisión de datos e imágenes para la interactividad con la televisión digital, ya que se ha comprobado que ahorraría significativamente el uso de ancho de banda manteniendo la estructura de los datos y la calidad de las imágenes, al disminuir significativamente su tamaño, facilitando su visualización en dispositivos móviles debido a su escalabilidad.
- Ciertamente aunque el desempeño de las *Wavelets Packet* es mejor que las *Wavelet*, estas exigen una mayor capacidad de procesamiento al poseer el doble de información; es decir su costo computacional es superior al de las *Wavelets* ya que exige mayor número de operaciones; por lo que se debe tener en cuenta el tipo de aplicación y si ameritaría el uso de la misma.
- Con la acogida del estándar japonés - brasileño para televisión digital ISDB-T/SBTVD la migración de contenidos puede resultar costosa por lo que se debe tomar en cuenta la compresión que se va a utilizar para la transmisión y almacenamiento de los mismos, por lo que el uso de las *Wavelets* es recomendado, como ya lo está aplicando el canal ecuatoriano TC Televisión mediante los equipos de *Grass Valley*<sup>TM</sup>.
- Se debe tener presente que el tamaño que entrega de cada imagen MATLAB® no es el original ya que este por motivos de procesamiento aumenta una cabecera de información a cada imagen invisible para el usuario,

pero útil para el *software*, por lo que aumenta su tamaño original y mientras mas complejo sea el procesamiento mayor será el tamaño de esta cabecera.

- A pesar que MATLAB® posee un entorno gráfico para la aplicación y estudio de las *Wavelets* (Anexo A9), para el efecto de la realización de este trabajo no se la pudo aplicar, puesto que ésta herramienta posee internamente un umbral máximo de compresión, donde determina de acuerdo a la imagen hasta donde ésta puede ser comprimida, de manera que se mantenga la calidad de la misma.
- Se recomienda el uso del *software* MATLAB® ya que ha facilitado la aplicación y análisis de las diferentes familias *Wavelet*, puesto que se logró elaborar códigos para el análisis de las imágenes, mediante la compresión tipo *Hard*, la utilización del *toolbox* propio del programa (con las diferentes familias *Wavelet* y *Wavelet Packet*) y la aplicación de los filtros propios del estándar JPG y JPG2000, para comprobar que las *Wavelets* tienen un mejor rendimiento frente a la DCT.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Burrus. 1998] C. Sidney Burrus. Ramesh A. Gopinath y Haitao Guo. “*Introduction to Wavelets and Wavelet Transform*”. Prentice Hall. New Jersey. 1998.
- [Gabor. 1946] Gabor. Dennis. “*Theory of communications*”. Jour. Inst. Elec. Eng. Londres. 93:429-457. 1946.
- [Haar. 1909] Haar. Alfred. “*An alternative orthonormal basis for signal decomposition*”. 1909.
- [Misiti. 2011] Michel Misiti. Yves Misiti. Georges Oppenheim. Jean-Michel Poggi. “*Wavelet Toolbox 4 – Getting Started Guide*”. MathWorks. 1997-2011.
- [Sweldens. 1996] Wim Sweldens. “*Wavelets: what next*” Proceedings of IEEE. Abril 1996.
- [FT, 2011] “*Transformada de Fourier*”, <http://www.fiec.espol.edu.ec>. Consultado el 7 de Septiembre de 2011.
- [Castro. 2002] Rosa María de Castro Fernández. “*Análisis de la teoría de ondículas orientada a las aplicaciones en ingeniería eléctrica: Fundamentos*”. E.T.SI. Industriales. Madrid. 2002. [http://www.uta.cl/hdiaz/Documents/Fundamentos\\_Wavelets.pdf](http://www.uta.cl/hdiaz/Documents/Fundamentos_Wavelets.pdf). Consultado el 25 de Agosto de 2011.
- [Mallat. 1998] Stéphane Mallat. “*A Wavelet tour of signal processing*”. Academic Press. 1998. [http://cas.ensmp.fr/~chaplais/Wavetour\\_presentation/Wavetour\\_presentation\\_US.html](http://cas.ensmp.fr/~chaplais/Wavetour_presentation/Wavetour_presentation_US.html). Consultado 20 de Septiembre de 2011.

- [Kouro. 2002] Samir Kouro y Rodrigo Musalem. “*Tutorial introductorio a la Teoría de Wavelets*”. Universidad Técnica Federico Santa María. Artículo presentado el 1 de julio de 2002. <http://www2.elo.utfsm.cl/~elo377/documentos/Wavelet.pdf>. Consultado el 25 de Agosto de 2011.
- [Hamid. 2001] Hamid E. y Kawasaki Z.. “*Wavelet packet transform for RMS values and power measurements*”. IEEE Power Engineering Review. Septiembre 2001.
- [González. 1996] Rafael C. González y Richard E. Woods. “*Tratamiento Digital de Imágenes*”. Addison-Wesley Iberoamericana S.A.. Wilmington. Delaware. E.U.A.. 1996.
- [Hernández. 2011] Universidad Miguel Hernández. “*Compresión de imágenes*”. <http://isa.umh.es/asignaturas/rvc/Tema%209.%20Compresion%20de%20Imágenes.pdf>. Consultado el 17 de Agosto de 2011
- [FileFormat, 2011] *Run Length Encoding (RLE)*, [http://www.fileformat.info/mirror/egff/ch09\\_03.htm](http://www.fileformat.info/mirror/egff/ch09_03.htm). Consultado el 23 de Agosto de 2011.
- [Lempel, 2011] Compresión de datos, “*Lempel-Ziv*”, <http://www.dcc.uchile.cl/~bebustos/apuntes/cc30a/compresion/>. Consultado el 23 de Agosto de 2011.
- [Flores. 2011] Andrés Flores. “*Procesamiento digital de imágenes*”. <http://www.slideshare.net/daflorese/pdi05>. Consultado el 26 de Septiembre de 2011.
- [Lado. 2004] María José Lado Touriño y Arturo José Méndez Penín. Algoritmo y Aplicaciones de gráficos de interfaz. curso tomado para el programa de Doctorado en “*Ingeniería de Software basada en componentes reutilizables*” en 2003-2004. [http://www.lsi.uvigo.es/lsi/mrpepa/tercerciclo/curso\\_wavelets.pdf](http://www.lsi.uvigo.es/lsi/mrpepa/tercerciclo/curso_wavelets.pdf). Consultado el 27 de Septiembre de 2011.

- [Colom. 2001] Colom. Ricardo; Gadea. Rafael; Sebastiá. Ángel; Martínez. Marcos; Herrero. Vicente y Armau\*. Vicente. “*Transformada Discreta Wavelet 2-D para procesamiento de video en tiempo real*”. *Jornadas de Paralelismo-Valencia*. Tomo 12. págs. 2 y 3. Publicado en Septiembre 2001.
- [Colom P.. 2001] Colom Palero. Ricardo José. Tesis doctoral sobre “*Estudio e Implementación de la Transformada Wavelet para la compresión de imágenes y video*”.  
<http://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/4261/tesisUPV1368.pdf?sequence=1>. Consultado el 28 de Septiembre de 2011.
- [T. Haar. 2011] Transformada *Wavelet* de Haar.  
<http://www.clear.rice.edu/elec301/Projects99/imcomp/Haar.htm>. Consultado el 03 de Octubre de 2011.
- [Haar2D. 2011] Haar *Wavelets* 2-D.  
[http://www.ceremade.dauphine.fr/~peyre/numerical-tour/tours/wavelet\\_2\\_haar2d/](http://www.ceremade.dauphine.fr/~peyre/numerical-tour/tours/wavelet_2_haar2d/). Consultado el 03 de Octubre de 2011.
- [F. Wavelet. 2011] Familias de *Wavelets*.  
[http://catarina.udlap.mx/u\\_dl\\_a/tales/documentos/lem/perez\\_r\\_o\\_a/capitulo2.pdf](http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lem/perez_r_o_a/capitulo2.pdf), páginas 9 – 14. Consultado el 5 de Octubre de 2011.
- [T. Wavelet. 2011] Teoría de *Wavelet*, páginas 5 – 8.  
[http://catarina.udlap.mx/u\\_dl\\_a/tales/documentos/lem/hernandez\\_d\\_m/capitulo2.pdf](http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lem/hernandez_d_m/capitulo2.pdf). Consultado el 12 de Octubre de 2011.
- [Academies. 2001] *National Academy of Sciences*. Diciembre de 2001. “*Síntesis de Wavelets*”.  
[http://www7.nationalacademies.org/spanishbeyonddiscovery/mat\\_008276-03.html](http://www7.nationalacademies.org/spanishbeyonddiscovery/mat_008276-03.html). Consultado el 5 de Octubre de 2011.

- [D4, 2011] *The Daubechies D4 Wavelet Transform*,  
[http://www.bearcave.com/misl/misl\\_tech/wavelets/daubechies/](http://www.bearcave.com/misl/misl_tech/wavelets/daubechies/).  
Consultado el 7 de Octubre de 2011.
- [Fernández. 2007] Alfonso Fernández Sarría. “*Estudio de técnicas basadas en la transformada Wavelet y optimización de sus parámetros para la clasificación por texturas de imágenes digitales*”. Universidad Politécnica de Valencia. Publicado en Febrero de 2007. Consultado el 12 de Octubre de 2011
- [Digital. 2011] Guía sobre la HDTV. <http://www.canaltopdigital.com/hdtv/>. Consultado el 6 de Noviembre de 2011.
- [Fernández. 2011] Avaluació de la qualitat de video sense referencia. <http://upcommons.upc.edu/pfc/bitstream/2099.1/12502/1/69741.pdf>. Páginas 22 y 23. Consultado el 23 de Octubre de 2011.
- [Carlson, 2007] Carlson A. Bruce, Crilly Paul B., Rutledge Janet C., “*Sistemas de Comunicaciones*”, Cuarta Edición, págs. 735 y 736, publicado en México 2007.
- [Coifman, 1990] Coifman Ronald, Wickerhauser Victor, “*Entropy-Based Algorithms for Best Basis Selection*”, *Department of Mathematics Yale University, New Haven Connecticut 1990*, [www.math.wustl.edu/~victor/papers/ebafbbs.pdf](http://www.math.wustl.edu/~victor/papers/ebafbbs.pdf) Similares.  
Consultado el 16 de Diciembre de 2011.
- [Fernández, 2007] Alfonso Fernández Sarría, “*Estudio de técnicas basadas en la transformada Wavelet y optimización de sus parámetros para la clasificación por texturas de imágenes digitales*”, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, febrero de 2007. Consultado el 18 de Diciembre de 2011.
- [Dutoit, 2009] Thierry Dutoit, Ferran Marqués, “*Applied Signal Processing*”, Springer, New York - USA, 2009. Capítulo 10, págs. 386-408.

- [Monedero, 1999] Javier Monedero, “*Conceptos fundamentales de Teoría de Imagen Digital*”, UPC, 1999, <http://upcommons.upc.edu/ocw/diposit/material/23830/23830.pdf>. Consultado el 19 de Enero de 2012.
- [DCT, 2012] Transformada Discreta del Coseno DCT, [http://www.diac.upm.es/acceso\\_profesores/asignaturas/tdi/tdi/transformadas/pdf/dct.pdf](http://www.diac.upm.es/acceso_profesores/asignaturas/tdi/tdi/transformadas/pdf/dct.pdf). Consultado el 23 de Enero de 2012.
- [JPEG, 2012] *Joint Photographic Experts Group*, Características de operación de los estándares JPG y JP2K, <http://www.jpeg.org/index.html>. Consultado el 22 de Febrero de 2012.
- [JP2K, 2007] “*Comparison between JPEG and JPEG 2000*” 2000-2007, <http://www.verypdf.com/pdfinfoeditor/jpeg-jpeg-2000-comparison.htm>. Consultado el 23 de Enero de 2012.
- [Ojanen, 1998] Harri Ojanen, “*WAVEKIT: a Wavelet Toolbox for Matlab®*”, <http://www.math.rutgers.edu/~ojanen/wavekit/>, 26 de Abril 1998. Consultado el 17 de Enero de 2012.
- [Thierry, 2009] Dutoit Thierry, Marques Ferran, “*Applied Signal Processing. A MATLAB® based proof of concept*”. Springer Science Business Media. New York, USA. 2009.
- [Astralsound, 2011] Astralsound® PA Hire 2003-2011, “*Hard and Soft Compression*”, <http://www.astralsound.com/compressors.htm>. Consultado el 27 de Febrero de 2012.
- [Digitalfotored, 2005] Digitalfotored, 2005, “*Contraste de una imagen digital*”, <http://www.digitalfotored.com/imagendigital/contraste.htm>. Consultado el 27 de Febrero de 2012.
- [Camgm, 2007] “*Introducción a los Filtros Digitales*”, <http://www.tijbc.com/pds/libros/pds/pds-capitulo-4.pdf>. Consultado el 25 de Septiembre de 2011.

- [Azor, 2012] Jesús Rubén Azor Montoya, “*La Transformada Wavelet – Banco de Filtros*”, <http://www.um.edu.ar/math/wavelets/index.html>. Consultado el 25 de Septiembre de 2011.
- [WP, 2011] *Wavelet Packet Entropies, Wavelet Packet: Advanced Concepts (Wavelet Toolbox™)* Ayuda de MATLAB®. Consultado el 23 de Enero de 2012.
- [Belaustegui, 2010] Carlos Belaustegui Gotia y Juan Augusto Maya, “*Distribución Gaussiana Multivariable-Función de Densidad de Probabilidad (f.d.p.) Gaussiana Multivariable*”, [http://materias.fi.uba.ar/6615/Material/Gaussiana\\_multivariable.pdf](http://materias.fi.uba.ar/6615/Material/Gaussiana_multivariable.pdf), publicado el 8 de Agosto de 2010. Consultado el 6 de Marzo de 2012.
- [Cortés, 2012] Ricardo Cortés Espinosa y Francisco Laborde Castro, “*Complejidad – Análisis de Complejidad Computacional*”, [http://www.google.com.ec/url?sa=t&rct=j&q=complejidad%20temporal&source=web&cd=5&ved=0CEYQFjAE&url=http%3A%2F%2Fwww.magusoft.net%2Fcompuvi%2Fextra%2F04\\_bigopptx&ei=ecxcT6fqK4G3twfJn-mEDA&usg=AFQjCNHctMQdeJcVY1WV33i296kgvpY8UQ](http://www.google.com.ec/url?sa=t&rct=j&q=complejidad%20temporal&source=web&cd=5&ved=0CEYQFjAE&url=http%3A%2F%2Fwww.magusoft.net%2Fcompuvi%2Fextra%2F04_bigopptx&ei=ecxcT6fqK4G3twfJn-mEDA&usg=AFQjCNHctMQdeJcVY1WV33i296kgvpY8UQ). Consultado el 11 de Marzo de 2012.
- [Ponce, 2007] Joemmanuel Ponce G., “*Introducción a los Algoritmos – Complejidad Computacional*”. <http://www.slideshare.net/joemmanuel/complejidad-computacional>. Consultado el 7 de Marzo de 2012.
- [Morstol, 2012] Janne T. Morstol, Helge Stephansen e Ivar Rognstad, “*Can JPEG2000 solve the challenge of HDTV Contribution over IP?*”, [http://www.tips.com/sites/default/files/whitepapers/Whitepaper\\_JPEG2000.pdf](http://www.tips.com/sites/default/files/whitepapers/Whitepaper_JPEG2000.pdf). Consultado el 11 de Marzo de 2012.

- [Edwards, 2001] Eric Edwards y Siegfried Foessel, “*JPEG 2000 for Digital Cinema Applications*”, <http://www.jpeg.org/public/DCINEMA-v2.pdf>, publicado el 25 de Abril del 2001. Consultado 12 de Marzo de 2012.
- [Winslow, 2009] George Winslow, Multichannel News, “*HBO Opens T-VIPS Video Gateways - Norwegian Vendor Helps Premium Net Ship Content Coast to Coast*”, [http://www.multichannel.com/article/232385-HBO\\_Opens\\_T\\_VIPS\\_Video\\_Gateways.php](http://www.multichannel.com/article/232385-HBO_Opens_T_VIPS_Video_Gateways.php), publicado el 13 de Mayo de 2009. Consultado el 10 de Marzo de 2012.
- [Panorama, 2012] Panorama Visual, “*El INA francés escoge los servidores EVS-OpenCube MXF JPEG2000*”, <http://www.panoramaaudiovisual.com/es/2011/12/09/el-ina-frances-escoge-los-servidores-eps-opencube-mxf-jpeg2000/>. Consultado el 10 de Marzo de 2012.
- [Panorama, 2011] Panorama Visual, “*La ecuatoriana TC Televisión confía en Grass Valley para migrar a HD*”, <http://www.panoramaaudiovisual.com/es/2011/05/02/la-ecuatoriana-tc-television-confia-en-grass-valley-para-migrar-a-hd/>, publicado el 2 de Mayo de 2011. Consultado el 11 de Marzo de 2012.
- [HD, 2012] Pixel to Voxel, “*Artículo video HD parte final - formatos*”, <http://pixeltovoxel.com/blog/?p=5300>, publicado el 20 de Diciembre de 2010. Consultado el 11 de Marzo de 2012.
- [Bilgin, 2012] Ali Bilgin y Michael W. Marcellin, “*JPEG2000 for Digital Cinema*”, <http://www2.engr.arizona.edu/~bilgin/publications/ISCAS2006.pdf>, California, USA. Consultado el 11 de Marzo de 2012.

## **FECHA DE ENTREGA**

El proyecto fue entregado al Departamento de Eléctrica y Electrónica y reposa en la Escuela Politécnica del Ejército desde:

Sangolquí, a \_\_\_\_\_

### **ELABORADO POR:**

---

LORENA PAOLA PAZMIÑO ALTAMIRANO

CI: 1722216023

### **AUTORIDAD:**

---

CRNL. EDWIN CHAVEZ MORILLO. Ph.D.

DIRECTOR DE LA CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA Y  
TELECOMUNICACIONES