ANÁLISIS DE FILTROS ADAPTATIVOS DE LA FAMILIA SM APLICADOS PARA EL DISEÑO DE UN CANCELADOR DE ECO ACÚSTICO

Lisseth Reyes, Paúl Bernal, Daniel Altamirano
Departamento de Eléctrica y Electrónica
Escuela Politécnica del Ejército
Sangolquí-Ecuador

***Resumen*—Una de las aplicaciones más importantes del filtraje adaptativo es sustraer el eco de una señal ruidosa, puesto que todas las conversaciones sufren de la presencia de este fenómeno e involucran un retardo. Por lo cual en este documento se propone un nuevo filtro para eliminar este inconveniente, el mismo que se basa en la mejora del filtro adaptativo *Simplified Set-Membership Affine Projection*, ofreciendo un rendimiento robusto con respecto al límite de error, el orden de proyección, la interferencia del ruido impulsivo y el seguimiento de los cambios bruscos en subsistemas adyacentes. Este nuevo filtro presenta dos versiones la primera con umbral fijo *RSMAP1* y la segunda con umbral variable *RSMAP2*, donde se estudiaron sus características y su desempeño. Se diseño el cancelador de eco aplicando el filtro *RSMAP1* y el filtro *RSMAP2* y se analizaron los resultados en comparación con el filtro *SSMAP* demostrando que el algoritmo *RSMAP* conserva sus características de estabilidad y convergencia incluso cuando el canal es variable en el tiempo.**

I. Introducción

El estudio del campo de procesamiento de las señales se ha realizado durante varias décadas, pero en los años ochenta la investigación de sus aplicaciones tuvo mayor crecimiento, gracias a la aparición de nuevas herramientas de aplicación, donde los circuitos digitales han sido la clave para el desarrollo tecnológico. Un ejemplo de un sistema de procesamiento digital de señales se conoce como filtro.

El filtrado es una operación, cuyo objetivo es procesar una señal con el fin de manipular la información contenida en la misma. En otras palabras, un filtro es un dispositivo que asigna a la señal de entrada otra señal de salida para facilitar la extracción de la información deseada contenida en la señal de entrada. Un filtro digital procesa señales en tiempo discreto representadas en formato digital. Los filtros pueden ser invariantes en el tiempo donde los parámetros internos y su estructura son fijos, y si el filtro es lineal la señal de salida es una función lineal de la señal de entrada.

Otro tipo de filtro son los adaptativos usados cuando se desconocen las características estadísticas de la señal a filtrar o cuando se conocen y se sabe que son cambiantes con el tiempo, adicionalmente este tipo de filtros ofrecen las características de fiabilidad, precisión, pequeños tamaños físicos, flexibilidad y bajo costo.

El filtrado utilizando el algoritmo *SM* es muy eficiente en la eliminación del ruido gracias a la actualización frecuente de sus coeficientes y en comparación con los algoritmos *LMS* y *RLS*, los algoritmos de *SM* ofrecen una reducción de la complejidad computacional, debido principalmente a los datos selectivos de actualización. El algoritmo *Robust Set-Membership Affine-Projection* permite reducir la complejidad computacional en el filtrado adaptativo puesto que, los coeficientes del filtro se actualizan sólo cuando el error de estimación de salida es mayor que el pre determinado por el límite superior.

El cancelador debe estimar la forma característica del eco para adaptarse rápidamente a sus variaciones por esta razón se realizará un estudio exhaustivo de los filtros y algoritmos adaptativos. Este estudio toma como referencia principal los algoritmos desarrollados en [1].

II. ALGORITMOS DE FILTRAJE ADAPTATIVO

El filtro de *Wiener* es un filtro ideal, el cual presenta el vector de coeficientes óptimos, el mismo que se encuentra dado por la ecuación 1.

Donde $\mathbf{p}$ es el vector de correlación cruzada entre las señales deseada y la de entrada y $\mathbf{R}$ corresponde a la matriz Hermitiana, sin embargo estos valores no son conocidos por lo tanto se han creado algoritmos de estimación como los que se estudiaran a continuación.

$$\mathbf{W}_o = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p} \tag{1}$$

A. ALGORTIMO LMS

El *Least-Mean-Square* es un algoritmo de búsqueda en el que se realiza una simplificación del cálculo del vector gradiente, modificando apropiadamente la función objetivo. El algoritmo LMS, así como otros relacionados con él, se usa

ALGORITMO LMS
INICIALIZACIÓN
$\mathbf{x}(0) = \mathbf{w}(0) = [0...0]^T$
Hacer para $k \geq 0$
$e(k) = d(k) - \mathbf{x}^T(k)\mathbf{w}(k)$
$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + 2\mu e(k)\mathbf{x}(k)$

Tabla I: Algoritmo LMS

ampliamente en diversas aplicaciones de filtrado adaptativo, debido a su simplicidad computacional. Las características de convergencia del algoritmo LMS se examinan con el fin de establecer un rango para el factor de convergencia que garantice la estabilidad.

El algoritmo LMS es ampliamente utilizado en el filtraje adaptativo por varias razones:

- La principal es la baja complejidad computacional.
- La prueba de convergencia en entorno estacionario.
- La convergencia imparcial en la media para la solución de Wiener.
- El comportamiento estable cuando se implementa con la aritmética de precisión finita.

El algoritmo se describe en la tabla **I**.

B. ALGORTIMO RLS

Los algoritmos *Recursive Least Squares* son conocidos por su rápida convergencia, incluso cuando la difusión de valores propios de la matriz de correlación de la señal de entrada es grande.

Estos algoritmos tienen un buen rendimiento cuando se trabaja en diferentes entornos de tiempo. Todas estas ventajas vienen con el coste de un aumento de la complejidad computacional y algunos problemas de estabilidad, que no son tan críticas en algoritmos LMS.

El algoritmo se describe en la tabla **II**.

C. ALGORTIMO AP

Los algoritmos *Affine Projection* reutilizan la señal de datos antigua con el fin de mejorar la convergencia, para lo cual los algoritmos *Data-reusing* son una buena alternativa.

Para lograr el equilibrio entre el desajuste final y la velocidad de convergencia se debe introducir un factor de convergencia.El objetivo del algoritmo AP es minimizar:

$$\tfrac{1}{2}\|\mathbf{w}(k+1) - \mathbf{w}(k)\|^2$$

$$\mathbf{d}_{ap}(k) - \mathbf{X}_a p^T(k)\mathbf{w}(k+1) = 0 \qquad (2)$$

ALGORITMO RLS CONVENCIONAL
INICIALIZACIÓN
$\mathbf{S}_D(-1) = \delta\mathbf{I}$
Donde δ puede ser un valor estimado de la potencia de la señal de entrada
$\mathbf{p}_D(-1) = \mathbf{x}(-1) = [0...0]^T$
Hacer para $k \geq 0$
$\mathbf{S}_D(k) = \frac{1}{\delta}\left[\mathbf{S}_D(k-1) - \frac{\mathbf{S}_D(k-1)\mathbf{X}(k)\mathbf{X}^T(k)\mathbf{S}_D(k-1)}{\delta + \mathbf{X}^T(k)\mathbf{S}_D(k-1)\mathbf{X}(k)}\right]$
$\mathbf{p}_D(k) = \delta\mathbf{p}_D(k-1) + d(k)\mathbf{X}(k)$
$\mathbf{w}(k) = \mathbf{S}_D(k)\mathbf{p}_D(k)$
Si es necesario calcular:
$y(k) = \mathbf{w}^T(k)\mathbf{x}(k)$
$\epsilon = d(k) - y(k)$

Tabla II: Algoritmo RLS

ALGORITMO AFFINE PROJECTION
INICIALIZACIÓN
$\mathbf{x}(0) = \mathbf{w}(0) = [0...0]^T$
Escoger μ en el rango de $0 < \mu \leq 2$
γ= pequeña constante
Hacer para $k \geq 0$
$\mathbf{e}_{ap}(k) = \mathbf{d}_{ap}(k) - \mathbf{X}_{ap}^T(k)\mathbf{w}(k)$
$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu\mathbf{X}_{ap}^T(k)\left(\mathbf{X}_{ap}^T(k)\mathbf{X}_{ap}(k) + \gamma\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{e}_{ap}(k)$

Tabla III: Algoritmo AP

El algoritmo AP mantiene el siguiente coeficiente del vector $\mathbf{w}(k+1)$ lo más cerca posible al actual $\mathbf{w}(k)$, mientras que se fuerza el eror a posteriori a ser cero.

El algoritmo se describe en la tabla **III**.

D. COMPARACIÓN DE LOS ALGORITMOS RLS, LMS Y AP

Como se puede apreciar en la figura 3 el algoritmo AP tiene un mayor desajuste en comparación con los algoritmos RLS y LMS, es decir el error cuadrático es mayor, mientras que de los tres algoritmos el LMS es el que converge más lentamente pero su error es mínimo a comparación de los otros algoritmos estudiados.

III. ALGORITMOS DE FILTRAJE ADAPTATIVO FAMILIA SET MEMBERSHIP

Estos tipo de filtros emplean una función determinista relacionada con el error de restricción la cual limita la salida del filtro para que las actualizaciones pertenezcan a un

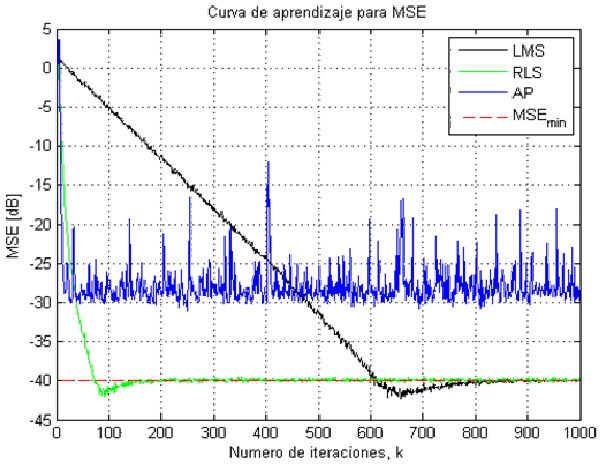


Fig. 1: Curva de aprendisaje MSE para algoritmos RLS, LMS y AP

conjunto de soluciones factibles.

El objetivo del filtro SM es diseñar $\mathbf{w}(k)$ de tal forma que la magnitud de error de estimación de la salida superior esté delimitada por una cantidad prescrita $\bar{\gamma}$.

El conjunto $\Psi(k)$ representa un polígono de parámetros en el espacio cuya ubicación es uno de los principales objetivos del filtro SM, si este cojunto se encuentra contenido en $H(k)$ no es necesario actualizar los coeficientes de adaptación del filtro, porque el conjunto de miembros actual está totalmente dentro del conjunto de restricción tal y como se puede observar en la figura 2.

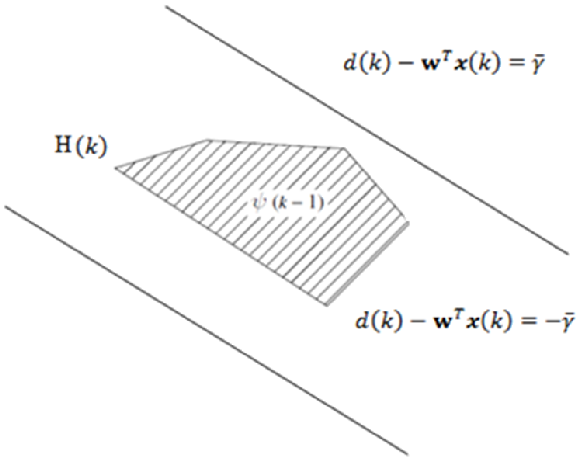


Fig. 2: $\Psi(k)$ contenido en el conjunto de restricción

A. ALGORITMO SET MEMBERSHIP AFFINE PROJECTION

La función objetivo que debe reducirse al mínimo en el algoritmo SMAP es $\bar{\gamma}(k)$, para lo cual se debe realizar una actualización de coeficientes siempre que $\mathbf{w}(k) \in \Psi^{L+1}(k)$ de tal forma que:

$$||\mathbf{w}(k+1) - \mathbf{w}(k)||^2$$

ALGORITMO SET MEMBERSHIP AFFINE PROJECTION

INCIALIZACIÓN

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{w}(0) = [0...0]^T$$

Escoger $\bar{\gamma}$ alrededor de $\sqrt{5}\sigma_n$

γ= pequeña constante

Hacer para $k \geq 0$

$$\mathbf{e}_{ap}(k) = \mathbf{d}_{ap}(k) - \mathbf{X}_{ap}^T(k)\mathbf{w}(k)$$

$$\mathbf{w}(k+1) =$$

$$\begin{cases} \mathbf{w}(k) + \mathbf{X}_{ap}(k)\left(\mathbf{X}_{ap}^T(k)\mathbf{X}_{ap}(k)\right)^{-1}(\mathbf{e}_{ap}(k) - \bar{\gamma}(k)) & \text{si } |e(k)| > \bar{\gamma} \\ \mathbf{w}(k) & \text{otro caso} \end{cases}$$

Tabla IV: Algoritmo SMAP

ALGORITMO SIMPLIFIED SET MEMBERSHIP AFFINE PROJECTION

INCIALIZACIÓN

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{w}(0) = [0...0]^T$$

Escoger $\bar{\gamma}$ alrededor de $\sqrt{5}\sigma_n$

γ= pequeña constante

Hacer para $k \geq 0$

$$\mathbf{e}_{ap}(k) = \mathbf{d}_{ap}(k) - \mathbf{X}_{ap}^T(k)\mathbf{w}(k)$$

$$\mu(k) = \begin{cases} 1 - \frac{\bar{\gamma}}{|e(k)|} & \text{si } |e(k)| > \bar{\gamma} \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mathbf{X}_{ap}(k)\left(\mathbf{X}_{ap}^T(k)\mathbf{X}_{ap}(k)\right)^{-1}\mu(k)e(k)\mathbf{u}_1$$

Tabla V: Algoritmo SSMAP

$$\mathbf{d}_{ap}(k) - \mathbf{X}_a p^T(k)\mathbf{w}(k+1) = \bar{\gamma}(k) \tag{3}$$

Donde $\Psi^{L+1}(k)$ representa la intersección del conjunto de la última restricción. El algoritmo se describe en la tabla IV.

B. ALGORITMO SIMPLIFIED SET MEMBERSHIP AFFINE PROJECTION

Con el fin de lograr un buen equilibrio entre la velocidad de convergencia y el esfuerzo computacional, el límite de error se elige como $\sqrt{5}\sigma_n$, donde σ_n^2 es la varianza del ruido.

Además el rendimiento del algoritmo SSMAP se ve afectado por los valores extremos en las muestras de la señal de error que puede ser provocada por la interferencia de ruido impulsivo.

El algoritmo llevará a cabo una actualización si y solo si $\mathbf{w}(k) \in H(k)$, o $|e(k)| > \bar{\gamma}$. La descripción paso a paso del algoritmo *Simplified SM-AP* se presenta en la tabla V.

ALGORITMO Robust SM-AP CON UMBRAL FIJO

INICIALIZACIÓN

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{w}(0) = [0...0]^T$$

Escoger $\bar{\gamma}$ y $\bar{\gamma}_c$ alrededor de $\sqrt{5}\sigma_n$

$$c_k = [e_k^2 + \varepsilon e_{k-1}^2 + \varepsilon ... e_{k-p+1}^2 + \varepsilon] \in \Re^{NX1}$$

Escoger λ entre $0 < \lambda << 1$

Escoger v entre $0 < v << 1$

Escoger Q entre $1.86 \leq Q \leq 1.98$

Hacer para $k \geq 0$

$$\mathbf{e}_{ap}(k) = \mathbf{d}_{ap}(k) - \mathbf{X}_{ap}^T(k)\mathbf{w}(k)$$

$$C_k = mediana(c_k)$$

$$\sigma_{1,k}^2 = \lambda\sigma_{1,k-1}^2 + (1-\lambda)C_k$$

$$\theta_k = Q\sigma_{1,k}$$

$$\bar{\gamma}_k = \begin{cases} ||e(k)||_\infty - v\theta_k \text{ si } ||e(k)||_\infty > \theta_k \\ \bar{\gamma}_c \qquad \text{otro caso} \end{cases}$$

$$\mu(k) = \begin{cases} 1 - \frac{\bar{\gamma}}{|e(k)|} \text{ si } |e(k)| > \bar{\gamma}_k \\ 0 \qquad \text{otro caso} \end{cases}$$

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu(k)\mathbf{X}_{ap}(k)\left(\mathbf{X}_{ap}^T(k)\mathbf{X}_{ap}(k) + \gamma\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{e}_{ap}(k)$$

Tabla VI: Algoritmo RSMAP1

ALGORITMO Robust SM-AP CON UMBRAL VARIABLE

INICIALIZACIÓN

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{w}(0) = [0...0]^T$$

Escoger $\bar{\gamma}$ y $\bar{\gamma}_c$ alrededor de $\sqrt{5}\sigma_n$

$$c_k = [e_k^2 + \varepsilon e_{k-1}^2 + \varepsilon ... e_{k-p+1}^2 + \varepsilon] \in \Re^{NX1}$$

Escoger λ entre $0 < \lambda << 1$

Escoger v entre $0 < v << 1$

Escoger Q entre $1.86 \leq Q \leq 1.98$

Escoger $\beta = 0.5$

Escoger $\Upsilon = 2.5$

Hacer para $k \geq 0$

$$\mathbf{e}_{ap}(k) = \mathbf{d}_{ap}(k) - \mathbf{X}_{ap}^T(k)\mathbf{w}(k)$$

$$C_k = mediana(c_k)$$

$$\sigma_{1,k}^2 = \lambda\sigma_{1,k-1}^2 + (1-\lambda)C_k$$

$$\theta_k = Q\sigma_{1,k}$$

$$\eta_k = \beta\eta_{k-1} + (1-\beta)min\left(\eta_{k-1}, \frac{|d_k^2 - y_k^2|}{d_k^2}\right)$$

$$\sigma_{2,k}^2 = \lambda\sigma_{2,k-1}^2 + (1-\lambda)min\left(\sigma_{2,k-1}^2, \sigma_{1,k}^2\right)$$

$$\bar{\gamma}_c = \left[\bar{\gamma}_{c,0}^2 + \Upsilon\left[1 + sign\left(1 - \eta_k\right)\sigma_{2,k}^2\right]\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\bar{\gamma}_k = \begin{cases} ||e(k)||_\infty - v\theta_k \text{ si } ||e(k)||_\infty > \theta_k \\ \bar{\gamma}_c \qquad \text{otro caso} \end{cases}$$

$$\mu(k) = \begin{cases} 1 - \frac{\bar{\gamma}}{|e(k)|} \text{ si } |e(k)| > \bar{\gamma}_k \\ 0 \qquad \text{otro caso} \end{cases}$$

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \mu(k)\mathbf{X}_{ap}(k)\left(\mathbf{X}_{ap}^T(k)\mathbf{X}_{ap}(k) + \gamma\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{e}_{ap}(k)$$

Tabla VII: Algoritmo RSMAP2

IV. ALGORITMO ROBUST SET MEMBERSHIP AFFINE PROJECTION

El algoritmo *Robust SM-AP* reduce la complejidad computacional ya que los coeficientes se actualizan solo cuando el error de estimación de salida es mayor que el limite superior de error.El algoritmo *RSMAP* es robusto a los valores atípicos en el sentido de que su rendimiento permanece en gran medida insensible a los valores extremos producidos por ruido impulsivo. Se propone dos versiones del algoritmo *RSMAP* [2].

A. ALGORITMO RSMAP CON UMBRAL FIJO

En la tabla VI se presenta la versión del algoritmo *RSMAP* con umbral fijo, donde el valor de $\bar{\gamma}_c$ vienda dado por $\sqrt{5}\sigma_n$.

El valor de σ_n, puede ser elegido para lograr un buen equilibrio entre la velocidad de convergencia y el bajo costo computacional.

B. ALGORITMO RSMAP CON UMBRAL VARIABLE

En la tabla VII se presenta la versión del algoritmo *RSMAP* con umbral variable, donde el valor de $\bar{\gamma}_c$ ya no es una constante, ahora es un valor calculado.

El algoritmo *RSMAP2* se puede utilizar en aplicaciones en las que no se especificó $\bar{\gamma}_c$ previamente. En la mayoría de situaciones, las dos versiones del algoritmo propuesto ofrecen un rendimiento similar.

V. DISEÑO DEL CANCELADOR DE ECO

Una de las aplicaciones más importantes del filtraje adaptativo es sustraer el eco de una señal ruidosa, puesto que todas las conversaciones sufren de la presencia de este fenómeno e involucran un retardo.

Si el retardo es corto, el eco es imperceptible pero si el retardo es grande torna difícil la comunicación, estadísticamente se puede suponer el umbral para el retardo de 25 mili segundos y el retardo supera dicho umbral el eco es perceptible por el oído humano. En la figura 3 se tiene la configuración de un cancelador de eco acústico.

Por propósitos de simulación se ha utilizado el modelo recomendado por la ITU-T $G.168$ [3], en el cual se incluye el

requisito de mecanismos de control y el número de pruebas de laboratorio para evaluar el rendimiento de un cancelador de eco.

El diseño del cancelador propuesto consta de la generación de la señal de entrada y la señal deseada, la cual se obtiene realizando la adición del ruido con la señal de entrada filtrada mediante los diferentes modelos de la recomendación ITU $G.168$.Esta recomendación contiene 4 modelos de trayecto de eco definidos como:

- m1 $\mapsto$ Corta dispersión 64 coeficientes.
- m2 $\mapsto$ Corta -mediana dispersión 96 coeficientes.
- m3 $\mapsto$ Mediana dispersión 96 coeficientes.
- m4 $\mapsto$ Larga dispersión 128 coeficientes.

Las pruebas recomendadas por la ITU-T $G.168$ utilizan señales *CSS (Set of Composite Source Signals)* ya que permiten simular señales de una o varias personas hablando.

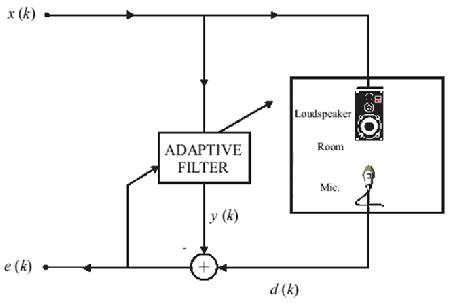


Fig. 3: Configuración de un cancelador de eco acústico

VI. ÁNALISIS Y SIMULACIÓN DEL ALGORITMO RSMAP

En las figuras 4, 5, 6 y 7 se realizó la comparación del desempeño de los algoritmos diseñados con el algoritmo *SSMAP* donde se verifica claramente la versatilidad de los algoritmos *RSMAP* en cuanto a velocidad de convergencia y desajuste. Adicionalmente se constata que para un modelo con mayor dispersión se tiene un error menor, por lo tanto para el análisis de estabilidad se utilizará este dicho modelo.

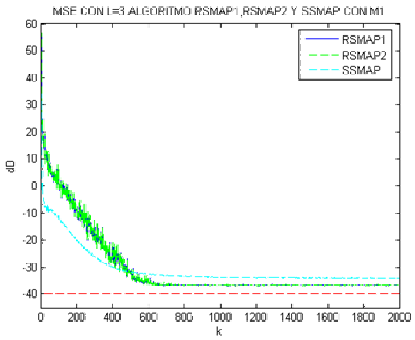


Fig. 4: Modelo 1 de la ITU aplicado a los algoritmos SSMAP, RSMAP1 y RSMAP2

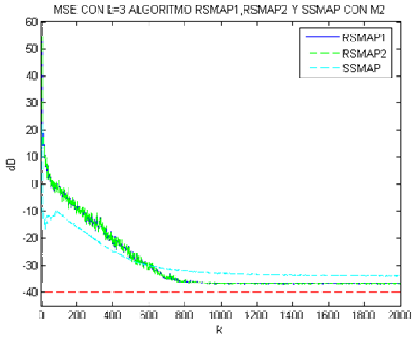


Fig. 5: Modelo 2 de la ITU aplicado a los algoritmos SSMAP, RSMAP1 y RSMAP2

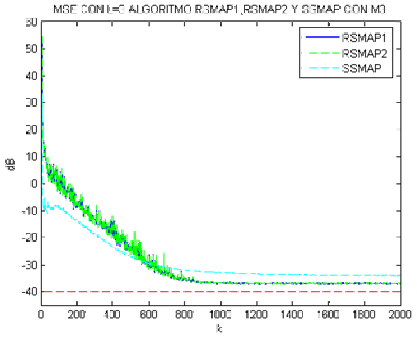


Fig. 6: Modelo 3 de la ITU aplicado a los algoritmos SSMAP, RSMAP1 y RSMAP2

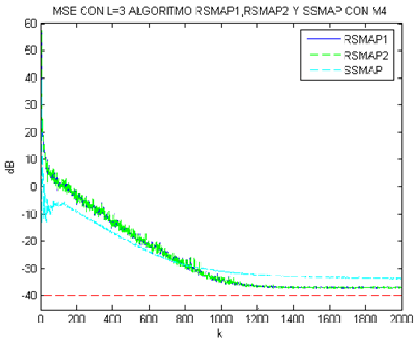


Fig. 7: Modelo 4 de la ITU aplicado a los algoritmos SSMAP, RSMAP1 y RSMAP2

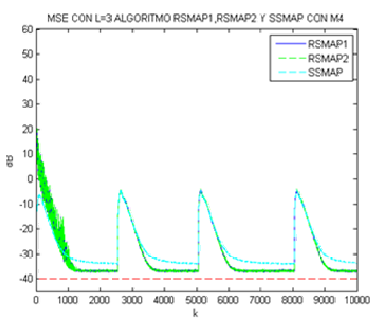
A. *ESTABILIDAD DEL ALGORITMO RSMAP*

En la figura 8 se puede observar las variaciones introducidas en el sistema estacionario manejado con anterioridad para producir un sistema variable, con lo cual se analizó la estabilidad del algoritmo, se obtiene el MSE antes de realizar la variación y después de realizada la variación del sistema.

Verificando que a pesar de la variación introducida los filtros operan de acuerdo a lo esperado en cuanto a sus características estabilidad y convergencia.

VII. CONCLUSIONES

Se comprobó que el algoritmo *RSMAP* en sus dos versiones es superior en desempeño al algoritmo *SSMAP* tanto en



Antes de la variación:

Algoritmo	Modelo M4
SSMAP	6.246 dB
RSMAP1	3.139 dB
RSMAP2	3.139 dB

Después de la variación:

Algoritmo	Modelo M4
SSMAP	6.259 dB
RSMAP1	3.119 dB
RSMAP2	3.119 dB

Fig. 8: Cancelador de eco con canal variable con M4

estado estacionario como en no estacionario y en parámetros como el desajuste y robustez con respecto al ruido blanco sin comprometer la velocidad de convergencia inicial y la capacidad de re-adaptación. El valor del MSE en el algoritmo *RSMAP* es la mitad del valor obtenido en el *SSMAP*, con esto se comprueba la versatilidad del algoritmo diseñado ya que cumple con la norma de la ITU-T $G.168$.

El algoritmo *RSMAP1* produce un desajuste ligeramente notable en comparación con el algoritmo *RSMAP2* debido al hecho de que el último algoritmo comienza con un límite de error inferior que el primero, para tener un mejor desempeño del algoritmo *RSMAP* se debe utilizar modelos cuya dispersión sea elevada, ya que se comprobó que bajo estas condiciones el algoritmo muestra un mejor rendimiento, sin embargo esto representa un mayor costo computacional por que utiliza un mayor número de coeficientes.

REFERENCES

[1] DINIZ, Paulo S. R.(2008). "Adaptative Filtering Algorithms and Practical Implementation". (3ra Ed.).

[2] ZULFIQUAR A, & ANDREAS A. (2012). "Robust Set-Membership Affine-Projection Adaptative-Filtering Algorithm", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 60, no. 1.

[3] International Telecommunication Union, ITU-T G.168 (2002). "Standard for Digital Network Echo Cancellers"