



ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO

**CARRERA DE INGENIERÍA GEOGRÁFICA Y
DEL MEDIO AMBIENTE**

**PROYECTO DE GRADO PARA LA
OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERÍA**

**“GENERACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO
IONOSFÉRICO LOCAL, MEDIANTE MEDIDAS DE
FALSA DISTANCIA A PARTIR DE ESTACIONES DE
MONITOREO CONTINUO GPS”**

**REALIZADO POR:
JOSÉ ALBERTO SILVA ALTAMIRANO**

Sangolquí – Ecuador

Diciembre – 2009

CERTIFICACIÓN. Certificación por parte del Director y Codirector de la elaboración del proyecto bajo su dirección, y pie de firmas:

Dr. Alfonso Tierra Criollo

Ing. Marco Luna

RESUMEN

La atmósfera está dividida con respecto a la propagación de las señales en troposfera e ionosfera, dependiendo de las condiciones a ser relacionadas.

La ionosfera actúa como un medio que perturba las señales electromagnéticas que la atraviesan y cuyo efecto deberá ser eliminado realizando observaciones hechas con ciertas técnicas, como son las geodésicas espaciales, si se requiere obtener resultados precisos, el objetivo principal de este estudio es calcular el Retraso Ionosférico Vertical (I_v), el cual es causado por la refracción ionosférica y este atraso afecta principalmente a receptores de una frecuencia.

Un modelo representado por la serie de Fourier fue implementado en el cálculo del retraso ionosférico vertical (I_v) y los parámetros fueron calculados, a partir de datos colectados por tres estaciones de monitoreo continuo GPS (S061, CIE, ESPE) durante tres meses. Los datos de entrada del modelo fueron las falsas distancias de las portadoras L_1 y L_2 .

Los resultados obtenidos del retraso ionosférico vertical se localizan hasta valores de 4 metros, teniendo una mayor influencia a las 15:00 horas.

A partir de este modelo se generó un nuevo modelo matemático mediante una regresión lineal múltiple teniendo como datos el Día GPS, la Hora UTC de observación y el ángulo de elevación obteniendo un modelo con una precisión de 0.781 metros con respecto al modelo con Series de Fourier.

SUMMARY

The atmosphere is divided according to the propagation of signals in troposphere and ionosphere, depending on the conditions to related.

The ionosphere acts like an element the disturbs electromagnetic signals that go through it, and that its effect should be eliminated with observations made with certain techniques, as is the spatial geodesical, if the object is to obtain precise results. The primary objective of this study is to calculate the Vertical Ionospheric delay of the signal (I_v), which is caused by the ionospheric refraction, and this delay affects mainly one frequency receptors.

A model represented by the Fourier series was implemented in the calculation of the vertical ionospheric delay (I_v) and the parameters were calculated by the collection of data from three GPS reference stations (S061, CIE, ESPE) during three months. The initial data for the model where the false distances of the L_1 and L_2 carriers.

The results obtained from the vertical ionospheric delay can be found in the order of 4 meters, having a bigger influence at 15h00 hours.

From this model a mathematical model was generated using a multiple linear regression having as data the GPS day, the UTC hour of observation and the elevation angle, obtaining a model with a 0.781m precision compared to the model generated with the Fourier series.

DEDICATORIA

A mis padres, José y Rocío, por ser las personas quienes me dieron la vida y ser el pilar fundamental de mi vida, porque cada día me enseñan algo nuevo, me inculcan valores morales, profesionales y sobre todo, me dan ejemplo de trabajo, amor y dedicación.

A mi hermano, Xavier, que es mi mejor amigo con el cual he compartido juegos, travesuras, lágrimas, éxitos, alegrías y problemas.

Y en general, a toda mi familia, que siempre me ha apoyado en los proyectos de mi vida.

AGRADECIMIENTO

A mis Padres, por guiarme en el camino correcto y sobre todo por estar siempre a mi lado en los momentos difíciles de mi vida.

A mis abuelitos quienes con sus enseñanzas y buenas costumbres forjaron igual que mis padres la esencia de mi ser.

A mis tíos y tías, quienes se han preocupado y han estado pendientes de mí persona durante toda mi vida, en especial a mi tío Iván quien es como mi segundo padre, gracias por todo el apoyo brindado.

Al Centro de Investigaciones Científicas, por el auspicio y la colaboración prestada durante el desarrollo de este proyecto, en especial, al Dr. Alfonso Tierra, por su apoyo permanente tanto a nivel técnico como humano.

Al Ing. Marco Luna que en el poco tiempo que lo conozco ha demostrado ser un excelente profesional y persona, gracias por todo el conocimiento brindado para llegar a la culminación de este proyecto.

Al Ingeniero, Alexander Robayo por el aporte brindado en mi investigación.

A la Ingeniera y amiga, Sandrita Buitrón, por el aporte brindado con su investigación, la cual dio las pautas para continuar en la misma línea investigativa.

A mi Gorda, por ser la persona que comparte conmigo todas las alegrías y los problemas de la vida diaria, porque has dado sentido a mi vida, me diste el aguante necesario para seguir adelante y finalizar el proyecto.

A mis ñaños del colegio Stalyn, Fernando, José Luis, Edwin y Rolando que me dieron el temple para llegar a obtener este logro que es suyo también, a todos ustedes gracias por ser buenos amigos en los momentos más difíciles ahí estuvieron.

A los Conejos (Diego, Ivan21, Negro, Lenin, Rodro, Heidy, Nacho, Raffa, Pepe Duque, Robert, Edú, Víctor, Fabio, Xavi Palacios, Edison, Pepe Iñiguez, Micky) con los cuales compartí estudios, fútbol, fiestas, en fin toda mi vida universitaria, gracias por ser mis amigos y aguante los Conejos.

A Lore, Vivi, Norma, Xime, Fer, Cris, Diana por demostrarme su amistad sincera les quiero mucho a todas.

A Wilmer, mi amigo y compañero de tesis, por haber compartido tiempo y conocimientos durante la realización de nuestros proyectos.

A mi amiga Andrea Santacruz, por todo el apoyo que me brindo y por el tiempo compartido en el Ceinci, fuerza Andre que también lo vas a lograr.

A Gaby y Valu, que en el poco tiempo que les conozco han demostrado ser muy buenas personas y amigas, y que de una u otra forma siempre estuvieron dándome ánimos para la culminación del proyecto.

A mis primos y primas, amigos de la Marín (Xavier, Cristian, Orlando, Marco) a Julito mi Compita, que de una u otra manera estuvieron ahí siempre apoyándome para culminar mi proyecto.

A Krislen, Cinthya, Liz y Maritza, por contribuir en el procesamiento de datos.

A todos los compañeros de aula quienes han sido la compañía de muchos días en esta Universidad, gracias por complementar de una u otra forma la enseñanza académica del diario vivir.

Al Ing. Oswaldo Padilla y a Carlos Álvarez por la ayuda prestada en el desarrollo de este Proyecto.

ÍNDICE DE CONTENIDO

ÍNDICE DE CONTENIDO	1
ÍNDICE DE TABLAS	4
ÍNDICE DE FIGURAS	5
LISTA DE ABREVIATURAS Y SIGLAS	6
CAPÍTULO I	8
GENERALIDADES	8
1.1 INTRODUCCIÓN	8
1.2 ANTECEDENTES	10
1.3 JUSTIFICACIÓN	10
1.4 OBJETIVOS	12
1.4.1 Objetivo General.....	12
1.4.2 Objetivos Específicos.....	12
1.5 METAS	12
CAPÍTULO II	13
SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL	13
2.1 CARACTERÍSTICAS DE LAS SEÑALES GPS	13
2.2 OBSERVABLES GPS	15
2.2.1 Falsa Distancia.....	16
2.2.2 Fase de la Onda Portadora.....	17
2.3 ERRORES ENVUELTOS EN LAS OBSERVABLES	18
2.4 POSICIONAMIENTO CON GPS	19
2.4.1 Posicionamiento Absoluto o Puntual.....	19
2.4.2 Posicionamiento Relativo.....	19
CAPÍTULO III	20
LA IONOSFERA	20
3.1 DIVISIÓN DE LA ATMÓSFERA	20
3.2 LA IONOSFERA	22
3.2.1 Introducción.....	22
3.2.2 La Ley de Producción de Chapman's.....	22
3.2.3 Mecanismos de desionización.....	23
3.3 ESTRUCTURA DE LA IONOSFERA	24
3.4 IMPACTO EN LA PROPAGACIÓN	27
3.4.1 Refracción Ionosférica.....	27
3.5 CAUSAS DE LA VARIACIÓN DEL CTE	34
3.5.1 Variaciones Temporales.....	34
3.5.2 Influencia de la variación de la radiación solar.....	35
3.5.3 Regiones Geográficas de la Ionosfera.....	36
3.5.4 Campo Magnético Terrestre.....	37
3.5.5 Otras condiciones anómalas.....	38
3.6 MODELOS EMPÍRICOS DE LA IONOSFERA	39
3.6.1 Modelo Broadcast.....	40
3.6.2 Cálculo de la corrección ionosférica con el uso de receptores de una frecuencia..	41
3.6.3 Modelos para calcular la corrección de la refracción ionosférica.....	43
3.6.4 Cálculo de la corrección ionosférica con el uso de receptores doble frecuencia...	44
3.6.5 Funciones de Mapeo.....	45
3.6.6 Funciones de Modelamiento del atraso ionosférico vertical.....	46

CAPÍTULO IV	51
AJUSTE POR EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS Y CONTROL DE CALIDAD	51
4.1 INTRODUCCIÓN	51
4.2 MÉTODO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS	53
4.3 AJUSTE POR EL MÉTODO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS	55
4.4 MÉTODO PARAMÉTRICO CON CONDICIÓN	56
4.4.1 Parámetros Ajustados.....	57
4.4.2 Matriz Varianza-Covarianza de los parámetros ajustados.....	61
CAPÍTULO V	62
METODOLOGÍA	62
5.1 ORIGEN DE LOS DATOS	62
5.2 RECOLECCIÓN DE DATOS	69
5.3 PROCESAMIENTO DE DATOS	70
5.3.1 Formato RINEX.....	70
5.3.1.1 Definición de las observables RINEX.....	71
5.3.1.2 Designación de ficheros.....	71
5.3.1.3 Archivos de Observación.....	72
5.3.1.4 Definición de una órbita.....	76
5.3.1.5 Elementos Orbitales Keplerianos.....	77
5.3.1.6 Archivos de Navegación.....	79
5.3.1.7 Descripción de los Datos de Navegación.....	81
5.3.1.8 Transmisión de Efemérides (Broadcast Ephemeris).....	81
5.3.1.9 Errores Atmosféricos.....	82
5.3.1.10 Errores de Tiempo.....	83
5.4 CÁLCULO DEL RETRASO IONOSFÉRICO VERTICAL	83
5.4.1 Cálculo de las coordenadas precisas de las Estaciones.....	83
5.4.2 Cálculo del Ángulo de Elevación y Acimut del satélite.....	87
5.4.3 Obtención de las Falsas Distancias.....	89
5.4.4 Modelamiento del Error producido por el Retraso Ionosférico.....	90
CAPÍTULO VI	97
MODELO IONOSFÉRICO	97
6.1 INTRODUCCIÓN	97
6.1.1 La distribución F	97
6.1.2 Análisis de Varianza.....	99
6.1.3 Suposiciones ANOVA.....	99
6.1.4 La prueba ANOVA.....	100
6.1.5 Valor p (p -Value).....	102
6.1.6 Regresión Lineal Múltiple.....	102
6.1.7 Error estándar múltiple de estimación.....	103
6.1.8 Error Observado (Error Aleatorio).....	104
6.1.9 Análisis de variación de la regresión lineal múltiple.....	104
6.1.10 Cuadrado Medio del Error.....	105
6.1.11 Cuadrado Medio de la Regresión.....	106
6.1.12 Prueba de Hipótesis del Modelo Ajustado.....	106
6.1.13 Coeficiente de Determinación.....	107
6.2 AJUSTE DE DATOS	107
6.3 ANÁLISIS DE VARIANZA (ANOVA) DE LOS DATOS USADOS EN LA ESTIMACIÓN DEL RETRASO IONOSFÉRICO VERTICAL	107

6.4 MODELO IONOSFÉRICO PARA FALSAS DISTANCIAS A PARTIR DE MEDICIONES GPS	112
CAPÍTULO VII	119
RESULTADOS	119
7.1 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	119
7.1.1 Análisis de los gráficos para el Retraso Ionosférico Vertical (I_v).....	119
7.1.2 Análisis de los resultados numéricos para el Retraso Ionosférico Vertical.....	123
7.1.3 Análisis de los coeficientes de la serie de Fourier.....	131
CAPÍTULO VIII	134
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	134
8.1 CONCLUSIONES	134
8.2 RECOMENDACIONES	135
ANEXO 1	136
ANEXO 2	138
ANEXO 3	151
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	153

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla. 2.1 Fuentes y efectos de los errores envueltos en GPS.....	18
Tabla. 3.1 Efecto del atraso de propagación a la ionosfera.....	33
Tabla. 5.1 Archivo de Observación.....	72
Tabla. 5.2 Archivo de Navegación.....	79
Tabla. 5.3 Coordenadas Precisas Estaciones de Monitoreo Continuo GPS.....	87
Tabla. 5.4 Coordenadas Cartesianas de las Estaciones de Monitoreo Continuo GPS.....	88
Tabla. 5.5 Tipos de observables GPS en los archivos RINEX.....	89
Tabla. 6.1 Tabla ANOVA.....	100
Tabla. 6.2 Análisis de la Varianza.....	110
Tabla. 6.3 Test Duncan (Día GPS).....	111
Tabla. 6.4 Test Duncan (Hora UTC).....	111
Tabla. 6.5 Análisis de la Varianza (Día GPS, Hora UTC)	114
Tabla. 6.6 Resultados Regresión Lineal Múltiple.....	114
Tabla. 6.7 Resultados Regresión Lineal Múltiple de Tercer Orden para la hora.....	116
Tabla. 6.8 Resultados Regresión Lineal Múltiple.....	117
Tabla. 7.1 Análisis de los valores máximos del I_v a las 14 horas UTC.....	123
Tabla. 7.2 Análisis de los valores máximos del I_v a las 16 horas UTC.....	124
Tabla. 7.3 Análisis de los valores máximos del I_v a las 18 horas UTC.....	125
Tabla. 7.4 Análisis de los valores máximos del I_v a las 20 horas UTC.....	126
Tabla. 7.5 Análisis de los valores máximos del I_v a las 22 horas UTC.....	127
Tabla. 7.6 Análisis de los valores máximos del I_v a las 24 horas UTC.....	128
Tabla. 7.7 Promedios I_v en las estaciones S061, CIE y ESPE	129

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura. 2.1 Estructura básica de las señales GPS.....	13
Figura. 3.1 Representación Esquemática de la Atmósfera Terrestre en Condiciones Ideales.....	21
Figura. 3.2 Representación Esquemática de la Ionosfera.....	25
Figura. 3.3 Geometría para el Atraso del Camino Ionosférico.....	32
Figura. 3.4 Imágenes de la superficie del Sol obtenidas en un período de mínima y máxima actividad solar.....	35
Figura. 3.5 Ciclo Solar N° 24.....	36
Figura. 3.6 Regiones geográficas de la ionosfera.....	37
Figura. 3.7 Representación de la ionosfera a partir de los mensajes transmitidos.....	41
Figura. 3.8 Flujoograma con las funciones de mapeo y de modelamiento del retraso ionosférico vertical.....	50
Figura. 4.1 Relación entre las fases del ajuste.....	55
Figura. 5.1 Descarga de Datos de la Estación S061.....	63
Figura. 5.2 Descarga de Datos de la Estación S061.....	64
Figura. 5.3 Ubicación del equipo GPS doble frecuencia en las instalaciones de los laboratorios de Ingeniería Geográfica de la ESPE.....	68
Figura. 5.4 Elementos Orbitales.....	76
Figura. 5.5 Parámetros de la Órbita GPS.....	78
Figura. 5.6 Procesamiento Estación de Monitoreo Continuo CIE.....	85
Figura. 5.7 Procesamiento Estación ESPE.....	86
Figura. 5.8 Geometría Básica para el modelo de capa fina.....	90
Figura. 5.9 Triángulo Geocentro, Punto Ionosférico, Estación (GPE).....	91
Figura. 5.10 Triángulo Norte, Punto subionosférico, Estación (NQE).....	91
Figura. 6.1 Software InfoStat (Análisis de la Varianza).....	108
Figura. 6.2 Software InfoStat (Variables dependientes y Variables de clasificación).....	108
Figura. 6.3 ANOVA nivel de significancia 5%, Test de Duncan.....	109
Figura. 6.4 Identificación de los datos fuera de rango y los datos depurados.....	112
Figura. 6.5 Identificación de los datos fuera de rango y los datos depurados.....	113
Figura. 6.6 Identificación de los datos fuera de rango y los datos depurados.....	113
Figura. 6.7 Identificación de los datos fuera de rango y los datos depurados.....	113
Figura. 7.1 Relación entre el valor del atraso ionosférico vertical (I_v) y la Hora Local de observación en las Estaciones S061, CIE y ESPE.....	120
Figura. 7.2 Relación entre el valor del atraso ionosférico vertical (I_v) y la Hora Local de observación en las Estaciones S061, CIE y ESPE.....	121
Figura. 7.3 Relación entre el valor del atraso ionosférico vertical (I_v) y la Hora Local de observación en las Estaciones S061, CIE y ESPE.....	122
Figura. 7.4 Mapa de retraso ionosférico vertical (I_v) medio para las 14, 16, 18, 20, 22 y 24 Horas UTC.....	130
Figura. 7.5 Coeficientes de la Serie de Fourier.....	131

LISTA DE ABREVIATURAS Y SIGLAS

- A - Semieje mayor de la orbita del satélite
- C/A - Código fácil Acceso
- C1 - Falsa distancia usando el código C/A en L1
- CTE - Contenido Total de Electrones
- Cus,Cuc - Corrección a los senos y cósenos para el argumento de latitud.
- Crs,Crc - Corrección a los senos y cosenos del Radio orbital desde el geocentro.
- Cis,Cic - Corrección a los senos y cósenos de la inclinación del plano orbital
- D1 - Frecuencia Dopler en L1
- D2 - Frecuencia Dopler en L2
- e - excentricidad de la orbita del satélite
- GPS - Global Positioning System
- HF - High Frequency
- IGS - Internacional GPS Service
- io - Inclinación
- IODE - Edición de datos de efemérides
- IDOT - Variación del cambio de inclinación
- .M - Archivos Meteorológicos
- .N - Archivos de Navegación
- .O - Archivos de Observación
- L1 - Fase medida para L1
- L2 - Fase medida para L2
- LF - Low Frequency
- MF - Middle Frequency
- MMC - Método de Mínimos Cuadrados
- MVC - Matriz Varianza Covarianza
- P1 - Falsa Distancia usando en el código P para L1

- P2 - Falsa Distancia usando en el código P para L2
- RINEX - Receiver Independent Exchange format
- Toe - Tiempo de las efemérides
- WGS84 - World Geodetic System 1984
- UTC - Tiempo Universal Coordinado
- T1 - Señal Doppler transit integrad 150khz(T1)
- T2 - Señal Doppler transit integrad 400khz(T2)
- Toe - Tiempo de referencia de las efemérides
- VHF - Very High Frequency
- ω - Argumento de latitud del perigeo.

CAPÍTULO I

GENERALIDADES

1.1 INTRODUCCIÓN

El Sistema de Posicionamiento Global (GPS) es un sistema de navegación por ondas de radio, desarrollado por el Departamento de Defensa (DoD) de los Estados Unidos (LEICK, 1995). Inicialmente este sistema fue creado para aplicaciones militares. En razón de la alta exactitud proporcionada por el sistema y el gran desarrollo de la tecnología involucrada en los receptores GPS, el sistema se puso a disposición para uso civil (navegación, posicionamiento geodésico, agricultura, etc.) (Monico, 2000).

Para las diversas aplicaciones, los usuarios tienen a disposición varios tipos de receptores, los cuales pueden ser clasificados, de modo general, como receptores de simple y de doble frecuencia. En aplicaciones donde se exige alto nivel de precisión, es esencial el uso de receptores de doble frecuencia. Debido al elevado costo de este tipo de receptores, los de una frecuencia han sido utilizados en trabajos de posicionamiento con GPS.

Las principales fuentes de errores sistemáticos que afectan al posicionamiento con GPS (Global Positioning System) están asociados al satélite (órbita, reloj, relatividad, etc.), la propagación de la señal (refracción troposférica e ionosférica, interrupción de la señal, multicamino), del receptor/antena (reloj, centro de fase de la antena) y de la estación (coordenadas, mareas terrestres y oceánicas, movimiento del polo, etc.) (Monico, 2000). Parte de estos errores pueden ser modelados o reducidos, si técnicas adecuadas de rastreo y procesamiento fueran adoptadas.

La presencia de limitaciones impuestas para usuarios civiles por el DoD, a través de la adición de la disponibilidad selectiva S/A (Selective Availability), la ionosfera se torna en la mayor fuente de error en posicionamiento con GPS, el error asociado a la refracción ionosférica depende de varias variables como: ciclo solar, época del año, hora del día, localización geográfica, etc.

Los receptores GPS de doble frecuencia permiten efectuar correcciones al efecto de refracción ionosférica, debido a que el efecto de refracción es dependiente de la frecuencia de la señal.

La ionosfera se caracteriza, principalmente, por la producción de iones y electrones, está comprendida a partir de los 50 km encima de la superficie terrestre hasta los 1000 km. Debido a las propiedades de propagación dispersiva de la ionosfera para las señales de radio, la magnitud de este efecto depende de la frecuencia de la señal (Monico, 2000).

Dado que el efecto de la ionosfera depende de la frecuencia, por lo tanto depende del índice de refracción y es proporcional al contenido total de electrones (CTE), o sea al número de electrones presentes a lo largo del camino de la señal entre el satélite y el receptor. El problema principal es que los CTE varía en el tiempo y en el espacio, en razón del flujo de ionización solar, actividad magnética, ciclo de manchas solares, estación del año, localización del usuario y dirección del rayo vector del satélite (Camargo, 1999).

El desarrollo de los sistemas de posicionamiento por satélite han llevado a que sean utilizados para fines científicos, destacando el estudio de la Atmósfera terrestre en especial de la Ionosfera la cual actúa de gran manera sobre los fenómenos que ocurren en nuestro planeta. De esta manera el objetivo de la investigación fue generar un Modelo Matemático, que permita corregir los efectos producidos en la señal GPS debido a la actividad ionosférica, mediante la utilización de equipos GPS de doble frecuencia., recolectando información de las estaciones de monitoreo continuo S061, CIE, ESPE.

1.2 ANTECEDENTES

Desde el año 2008 el sol entró a un nuevo ciclo, orientado hacia un período de acentuada actividad, lo cual afectó directamente a la ionosfera, este fenómeno ha tenido un efecto negativo sobre las señales GPS, ya que cuanto mayor es el bombardeo de radiación solar, mayor es la densidad ionosférica de electrones y la información de las señales GPS que llega a los receptores sufre alteraciones.

Las perturbaciones que se han venido generando por efecto de un período de acentuada actividad solar se las conoce como errores relacionados con el medio de propagación donde la ionosfera puede provocar atenuación en la amplitud de la señal GPS, vibración en la fase y pérdida de la sintonía con uno o más satélites, resultando como consecuencia una operación intermitente en aquellos receptores GPS incapaces de enfrentarse con la creciente actividad solar.

En la actualidad se crea la necesidad de realizar un estudio exhaustivo de la ionosfera, como por ejemplo: en la Asamblea General del Comité Ejecutivo del SIRGAS (Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas) uno de los principales desafíos marcados para el 2007-2011, es consolidar estudios atmosféricos para SIRGAS, estableciendo un servicio investigativo para mejorar los modelos ionosféricos en la región y validar los mapas ionosféricos del SIRGAS, así como también desarrollar la cooperación SIRGAS – LISN (Low-latitude Ionosphere Sensor Network), el cual tiene como objetivo principal realizar un seguimiento continuo y constante en tiempo real de la ionosfera.

En el Ecuador, mediante el apoyo del Centro de Investigaciones Científicas “CEINCI” de la ESPE, se han realizado estudios de la ionosfera, direccionados a determinar el Contenido Vertical Total de Electrones, (Recalde, 2006), y el Efecto Ionosférico en la falsa distancia con las señales GPS y GLONASS (Buitrón, 2009).

1.3 JUSTIFICACIÓN

Las señales GPS, en su camino entre el satélite y la antena de la estación de rastreo, se propagan, a través de la atmósfera dinámica, atravesando capas de diferentes naturalezas y estados variables.

De esta manera sufren diferentes tipos de influencias, que pueden provocar variaciones en la dirección de propagación, velocidad de propagación, en la polarización y en la potencia de la señal (Seeber, 1993).

Es por ello que es necesario determinar este tipo de variaciones, en este caso se enfoca en el análisis de los efectos sistemáticos ionosféricos en la señal. Actualmente, la mayor fuente de error sistemático en el posicionamiento con receptores GPS de una frecuencia es debida a la refracción ionosférica, principalmente en el período de máxima actividad solar, en el cual, ocurre un aumento de la magnitud de este error.

El próximo período de máxima actividad solar de 11 años de tormentas solares empezó probablemente en marzo del 2008, y tendrá un pico a finales de 2011 o mediados de 2012, de acuerdo con una predicción realizada por el Centro de Entorno Espacial NOAA en coordinación con un panel internacional de expertos solares.

La intensidad del ciclo solar se mide en número máximo de manchas solares – manchas oscuras en el Sol que marcan las áreas de actividad magnética incrementada. Cuantas mayores manchas solares, más posibilidades de que tenga lugar una gran tormenta solar.

Las variaciones de ciclos de largos períodos, con ciclos de aproximadamente 11 años, son asociados a las ocurrencias de manchas solares, y el aumento de ionización es proporcional al número de manchas.

Las manchas solares son regiones más frías y oscuras, que aparecen en la superficie del sol. Ellas son rodeadas por regiones más brillantes que emiten un nivel más alto de radiación ultravioleta. Así, el aumento de la radiación ultravioleta ocasiona un cambio en la densidad de electrones en la ionosfera, afectando potencialmente a las centrales de energía eléctrica, comunicaciones críticas aéreas y militares, satélites, señales de los Sistemas de Navegación Global (GNSS), e incluso amenaza a los astronautas con radiación perjudicial.

Camargo (1999) desarrolló un modelo de la ionosfera para aplicaciones en receptores GPS de una frecuencia. En sus experimentos se obtuvo óptimos resultados, principalmente en el posicionamiento por punto (Camargo, 1999 e Camargo *et al.*, 2000).

Actualmente en el Ecuador existen muy pocos estudios sobre la ionosfera en cuanto a su comportamiento y efectos relacionados con las señales GPS, entre ellos tenemos la Determinación del Contenido Vertical Total de Electrones para Uso en Posicionamiento con Receptores GPS de una frecuencia (Recalde, 2006), y el Estudio del Efecto Ionosférico en la falsa distancia con las señales GPS y GLONASS (Buitrón, 2009). Por lo mencionado, se requiere efectuar investigaciones con el objetivo de obtener resultados óptimos. Para realizar estos estudios se analizará los datos disponibles en las tres estaciones de monitoreo continuo implantadas en la Estación S061, CIE y ESPE, donde la información obtenida servirá para medir la variación que sufren las señales al atravesar la ionosfera; el resultado de estas correcciones serán de gran utilidad, tanto para las comunicaciones como para los sistemas de navegación que dependen básicamente del GPS, y una vez determinadas estas variaciones se podrá generar un modelo matemático permitiendo corregir los errores sistemáticos debido a la ionosfera en un gran porcentaje.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivo General

- ❖ Generar un Modelo Matemático, que permita corregir los efectos producidos en la señal GPS debido a la actividad ionosférica, mediante la utilización de equipos GPS de doble frecuencia.

1.4.2 Objetivos Específicos

- ❖ Obtener datos GPS en un período mínimo de tres meses, mediante las estaciones de monitoreo continuo S061, CIE y ESPE, para la generación del modelo.
- ❖ Estimar el atraso ionosférico vertical basada en las medidas de la falsa distancia obtenidas en los puntos mencionados.
- ❖ Validar el ajuste del Modelo Matemático mediante técnicas estadísticas.

1.5 METAS

- ❖ Obtener un Modelo Matemático que permita ajustar los datos de atraso ionosférico, mediante el Método de los Mínimos Cuadrados.

CAPÍTULO II

SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL

2.1 CARACTERÍSTICAS DE LAS SEÑALES GPS

Cada satélite GPS transmite dos ondas portadoras en la banda L del espectro, que permiten operaciones en cualquier condición de tiempo, denominadas de L_1 y L_2 . Ellas son generadas a través de la multiplicación electrónica de la frecuencia fundamental (f_o) de 10,23 MHz que es producida por osciladores altamente estables (relojes atómicos de cesio y rubidio), con estabilidad entre 10^{-12} y 10^{-13} segundos. La Figura. 2.1 muestra, de forma simplificada, como son obtenidas las señales emitidas por los satélites GPS y los códigos modulados en las portadoras L_1 y L_2 .

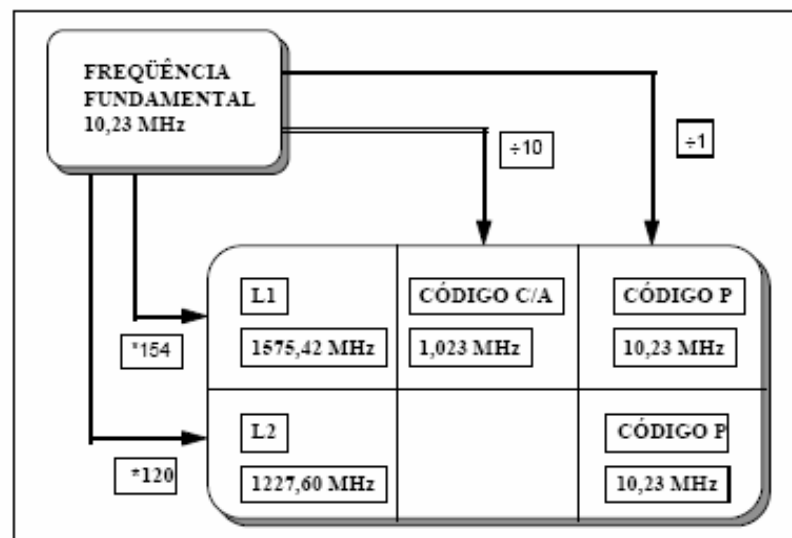


Figura. 2.1 Estructura básica de las señales GPS.

Fuente: Adaptada de Monico (2000).

Las portadoras L_1 y L_2 , tienen sus frecuencias derivadas por la multiplicación de la frecuencia fundamental por 154 y 120, respectivamente, o sea:

$$f_1 = 154 \times f_o = 1575,42 \text{ MHz} \quad (2.1)$$

y

$$f_2 = 120 \times f_o = 1227,60 \text{ MHz} \quad (2.2)$$

cuyas longitudes de onda son, respectivamente:

$$\lambda_1 \cong 19,04 \text{ cm} \quad (2.3)$$

y

$$\lambda_2 \cong 24,45 \text{ cm} \quad (2.4)$$

La portadora L_1 está modulada en fase con los dos códigos (C/A y P) y con los mensajes de navegación. Y la portadora L_2 está modulada apenas por el código P, juntamente con los mensajes de navegación.

La frecuencia del código C/A ($f_{C/A} = 1,023 \text{ MHz}$) corresponde al 10% de la frecuencia fundamental, y la frecuencia del código P ($f_P = 10,23 \text{ MHz}$) es coincidente con la de la frecuencia fundamental. Luego, para los códigos C/A y P, se obtienen, respectivamente, las longitudes de onda de 293,1 m y 29,31 m.

Los dos códigos binarios (C/A y P) son generados por algoritmos, que, de forma pseudo-aleatoria, hacen que sus valores resulten en una secuencia de (+1) y (-1), razón por la cual son denominados de ruidos falsamente aleatorios (pseudo random noise – PRN). Cada satélite tiene su propio código C/A, designado de PRN, y que se repite a cada milisegundo.

El código P es repetido solamente después de 267 días. Todos los satélites generan el mismo código, mas cada uno transmite un segmento que equivale a una semana de las 38 posibles.

Solamente usuarios autorizados tienen acceso a los códigos P, cuando el AS (Anti Spoofing) está activado. El AS se refiere al no permiso de acceso al código P, a través de la aplicación de criptografía, resultando un código protegido, denominado Y. El código Y es resultante de una combinación de los códigos P y W. Este último es generado en razón de 50 bps, al paso que el P presenta una razón de $10,23 \times 10^6$ bps (Monico, 1995).

Actualmente el sistema GPS se encuentra en su segunda fase:

- ❖ GPS I: 1996 - 2005
- ❖ GPS II: 2005 - 2017
- ❖ GPS III: 2017 - 2030

Para la actual generación se esperan los siguientes avances:

- ❖ Incorporación de una nueva señal en L2 para uso civil (L2C)
- ❖ Adición de una tercera señal civil (L5): 1176,45 MHz

2.2 OBSERVABLES GPS

El principio fundamental de navegación por GPS está basado en las medidas llamadas de Falsa-distancia, la cual es obtenida a partir de mediciones de tiempo o en base a las diferencias de fase mediante comparación entre las señales recibidas (enviada por el satélite) y la generada en el receptor.

Generalmente cuatro observables básicas son identificadas (Seeber, 1993):

- 1) Falsa-distancia a partir de medidas de códigos.
- 2) Diferencia de falsas-distancias a partir de conteos Doopler.
- 3) Fase o diferencias de fase de la portadora.
- 4) Diferencias de tiempo en la recepción de la señal mediante medidas de interferometria.

De estas cuatro tipos de observables GPS, dos son más importantes y utilizadas en posicionamiento: la falsa-distancia a partir de medidas de código, y la fase o diferencias de fase de la portadora. La primera es generalmente usada para navegación, mientras tanto en levantamientos de alta precisión se utiliza la fase de la portadora (Leick, 1995). Dependiendo del tipo de receptor, no todas las observables son disponibles. En receptores GPS de una frecuencia, se obtienen solamente datos en la frecuencia L_1 .

Las observables dos y cuatro no son utilizadas o raramente se usan para aplicaciones en Geodesia. La primera porque requiere de mucho tiempo de observación (algunas horas) y osciladores estables en el segmento de los usuarios; la segunda porque requiere instrumentos mas sofisticados, y porque toma mucho tiempo el procesamiento de las observaciones.

2.2.1 Falsa distancia

La Falsa-distancia representa la distancia medida entre el satélite y la antena receptora, puede ser obtenida a través de los códigos C/A sobre la portadora L_1 y/o con código P sobre la portadora L_1 y L_2 .

La sintonía de un satélite se hace mediante la modulación del código C/A, por lo que el receptor tendría que generar el mismo código del satélite que se desea rastrear. El tiempo que se demora en realizar la máxima correlación entre el código enviado por el satélite y el generado por el receptor, es igual al tiempo en que la portadora empleó en viajar desde la antena del satélite hasta la antena del receptor. Cuando la máxima correlación es lograda, se registra el tiempo en el reloj del receptor t_R . El tiempo de transmisión de la portadora enviada por el satélite t^S es obtenido del código PRN.

La diferencia entre las lecturas del reloj del receptor y del satélite, multiplicado por la velocidad de la luz, se obtiene la Falsa-distancia.

$$FD = c(t_R - t^S) \quad (2.5)$$

La ecuación fundamental para una simple falsa-distancia (FD), (e.g. SEEBER, 1993) es:

$$FD_R^S = DG_R^S + c.dtu + c.dta + c.dts + \varepsilon_r \quad (2.6)$$

Donde:

- DG_R^S = Es la distancia geométrica entre la antena del receptor y la antena del satélite,
- dtu = Error de sincronización del reloj, entre el sistema del tiempo GPS y el reloj del receptor,
- dta = Error debido a la refracción atmosférica,
- dts = Error del reloj del satélite con respecto al sistema del tiempo GPS,
- c = Velocidad de la luz en el vacío,
- ε_r = Error debido a ruidos.

El término dts puede ser corregido mediante un polinomio, cuyos coeficientes son obtenidos en el mensaje de navegación; la refracción ionosférica puede ser prácticamente eliminada mediante la utilización de las dos portadoras (L_1 , L_2); la refracción troposférica puede ser determinado mediante lecturas de presión, temperatura y humedad. Sin tomar en cuenta el error debido a los ruidos (ε_r), se tiene una ecuación mas simplificada

$$FD_R^S = DG_R^S + c.dtu \quad (2.7)$$

2.2.2 Fase de la onda portadora

En las aplicaciones Geodésicas no se obtuvieron resultados satisfactorios cuando se utilizaba medidas de falsa-distancia obtenidas a partir de los códigos debido a su longitud de onda. Por lo que, para trabajos de Geodesia se utiliza las portadoras L_1 y L_2 , debido a que sus longitudes de onda son menores.

Un satélite del sistema NAVSTAR, transmite la señal con una frecuencia próxima a la frecuencia nominal de la portadora y el oscilador del receptor registra la señal recibida también próxima a la frecuencia nominal

La diferencia entre la frecuencia recibida (f_r) y la frecuencia generada (f_g) por el receptor es conocida como frecuencia de batimiento de la portadora ($f_g - f_r$). La fase de esta frecuencia es medida por el receptor, y es igual a la diferencia entre la fase generada (ϕ_G) por el mismo, y la fase recibida ϕ_R (enviada por el satélite); esto es:

$$\phi_{obs} = \phi_G - \phi_R \quad (2.8)$$

2.3 ERRORES ENVUELTOS EN LAS OBSERVABLES

Las observables GPS están sujetas a los errores aleatorios, sistemáticos y groseros. Los errores sistemáticos son aquellos cuya causa es conocida, pudiendo ser parametrizados (modelados con términos adicionales) o reducidos por técnicas especiales de observación y/o procesamiento. Los errores aleatorios son inevitables y son considerados como una característica de la observación. Los errores groseros son originados de fallas humanas y/o del equipo y deben ser eliminados.

En la Tabla. 2.1 se presentan los errores envueltos en el GPS, asociados a las respectivas fuentes.

Tabla. 2.1 Fuentes y efectos de los errores envueltos en GPS

FUENTE	ERRORES
Satélite	Atraso entre portadoras en el hardware del satélite y receptor Error de la órbita Error de Reloj Relatividad
Propagación de la señal	Refracción Troposférica Refracción Ionosférica Interrupción de la señal Multicamino
Receptor/Antena	Error del Reloj Error entre los Canales Centro de Fase de la Antena
Estación	Error en las Coordenadas Mareas Terrestres y Oceánicas Movimiento del Polo Cargas de los Océanos Presión atmosférica

Fuente: Adaptado de Monico (2000).

El tratamiento de esos errores es de extrema importancia en la obtención de resultados de alta precisión. Muchos de ellos son prácticamente eliminados en el posicionamiento relativo o por la combinación lineal entre las portadoras L_1 y L_2 . Otros son reducidos con la adopción de modelos matemáticos adecuados.

2.4 POSICIONAMIENTO CON GPS

Posicionamiento puede ser definido como la determinación de la posición de objetos, parado o en movimiento, en la superficie terrestre con relación a un referencial específico. El posicionamiento GPS puede ser realizado utilizándose varios métodos, los cuales pueden ser clasificados como:

- ❖ Posicionamiento absoluto o puntual
- ❖ Posicionamiento relativo

2.4.1 Posicionamiento absoluto o puntual

En el posicionamiento absoluto o puntual, las coordenadas están asociadas directamente al geocentro, siendo necesario apenas un receptor para la determinación de las coordenadas del punto, y es muy utilizado en navegación y levantamientos expeditos.

2.4.2 Posicionamiento relativo

En el posicionamiento relativo, el usuario debe disponer de mínimo dos receptores, o utilizar apenas uno, y disponer de datos obtenidos de una o más estaciones de monitoreo continuo de referencia. En este método la posición de un punto es determinada en relación a otro(s), cuyas coordenadas son conocidas. El posicionamiento relativo puede ser realizado en tiempo real, para esto es necesario que los datos colectados en la estación de referencia sean transmitidos para la estación móvil, vía señal de radio (Monico, 2000). El nombre dado a este método es RTK (*Real Time Kinematic*).

CAPÍTULO III

LA IONOSFERA

3.1 DIVISIÓN DE LA ATMÓSFERA

La atmósfera terrestre, para propósitos prácticos, puede ser considerada como un conjunto de capas de gases, esféricas y concéntricas a la Tierra. Su estructura está relacionada con diversos elementos, tales como: térmicos, químicos y electromagnéticos. Estos parámetros combinados varían sensiblemente en función de la hora, latitud, longitud, época del año y actividad solar.

La atmósfera terrestre puede ser dividida en cuanto a la propagación de las señales GPS en troposfera e ionosfera, pues, las ondas electromagnéticas que se propagan en tales medios sufren diferentes influencias. La troposfera es la capa comprendida entre la superficie terrestre hasta aproximadamente 50 km de altura. Ella es formada por partículas neutras y la mayor concentración de gases se encuentran a una altura de 12 km, compuesta por nitrógeno, oxígeno, dióxido de carbono, argón, vapor de agua, entre otros (Sapucci, 2001).

La propagación de la señal en la troposfera depende principalmente del contenido de vapor de agua, de la presión de aire y de la temperatura. En este caso, la refracción no depende de la frecuencia de la señal transmitida, desde que la misma sea bajo de 30 GHz (Leick, 1995).

La ionosfera se caracteriza principalmente, por la formación de iones y electrones, se inicia por encima de los 50 km y se extiende hasta aproximadamente, los 1000 km de altura. En la región comprendida por la ionosfera, la densidad de iones y electrones es suficiente para alterar la propagación de ondas electromagnéticas que depende de la frecuencia. El principal proceso de formación de iones en la ionosfera es debido a la absorción de

radiación solar en la faja espectral del extremo ultravioleta (EUV) y de los rayos X (Kirchhoff, 1991).

De forma simplificada, se observa en la Figura. 3.1, una representación de la estructura de la atmósfera, en condiciones ideales, también como la variación de la presión y temperatura en función de la altitud.

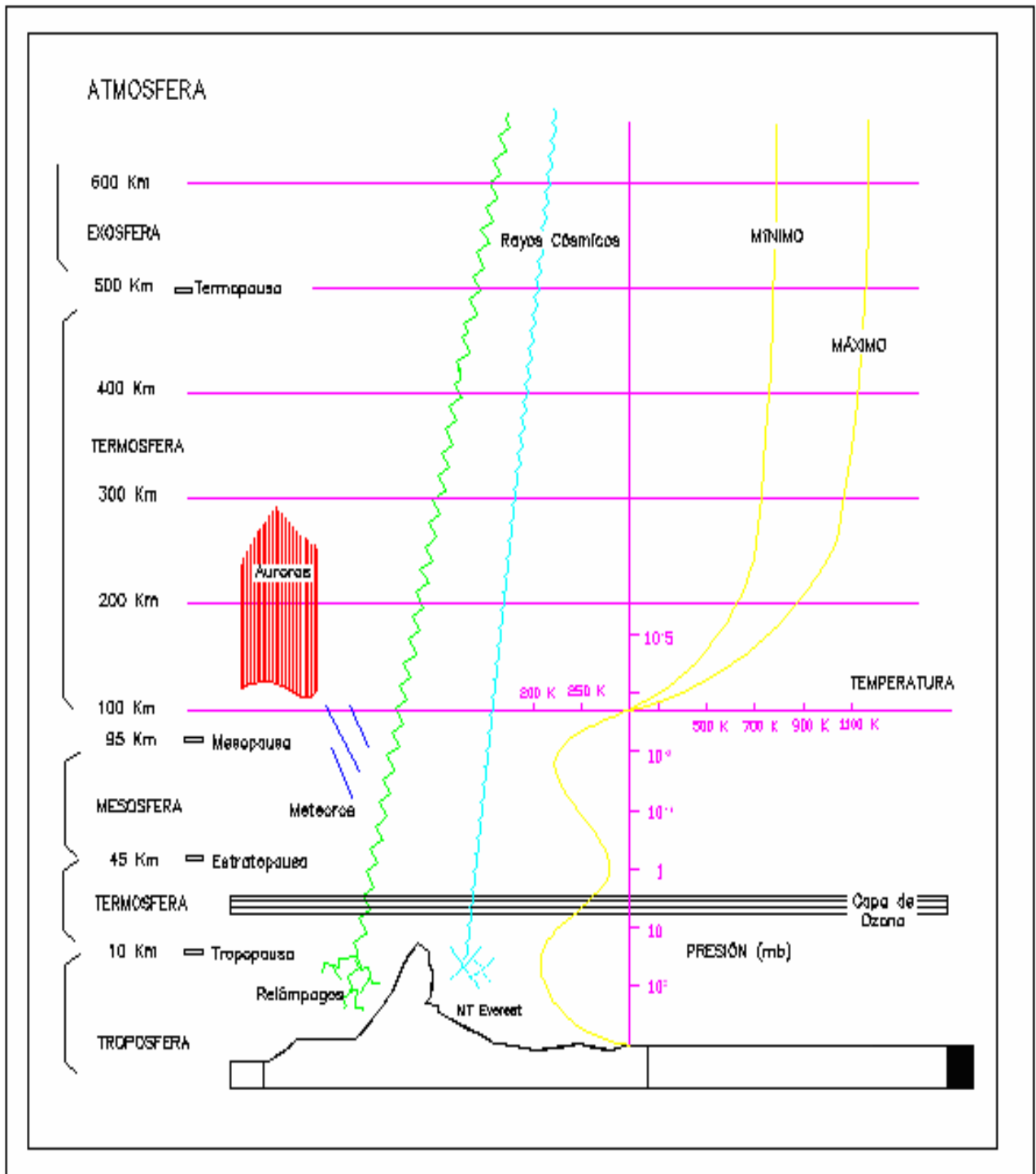


Figura. 3.1 Representación Esquemática de la Atmósfera Terrestre en Condiciones Ideales
 Fuente: Adaptado de Osorio (1992)

3.2 LA IONOSFERA

3.2.1 Introducción

La ionosfera es esa parte de la atmósfera terrestre donde los electrones libres pueden ser encontrados en cantidades suficientes para interrumpir la propagación de las ondas electromagnéticas. Estos electrones son principalmente producidos por fotoionización de átomos y moléculas neutras de la atmósfera, provocados por la radiación solar; del ultravioleta y los rayos X de las regiones del espectro. Aunque no hay ningún límite definido, las directrices generales son 50 km y 1000 km para los límites más bajos y superiores respectivamente. El límite más bajo viene del hecho de que debajo de 50 km la radiación ha sido completamente absorbida por capas más altas de la atmósfera. Por encima de 1000 km la atmósfera terrestre es prácticamente ionizada en su totalidad, aunque la densidad atmosférica tiende a disminuir.

3.2.2 La Ley de Producción de Chapman's

La ley de producción de Chapman's se refiere a la elaboración de un modelo físico muy simple, aunque con sus limitaciones permite explicar las principales características de la ionosfera. Este modelo, publicado por S. Chapman en 1931, permite la obtención de la variación de la densidad de electrones libres con la altura.

El perfil indica que la mayor cantidad de electrones se concentra en una capa delgada entre 350 y 550 kilómetros de altura. Este resultado justifica la habitual aproximación de modelado de la ionosfera como una capa de espesor infinitesimal, donde se concentran los electrones libres.

El modelo de Chapman's también permite deducir la variación diaria que presenta la ionosfera por el movimiento del sol. Incluso, si otros agentes como el campo geomagnético, también presentan variaciones en la distribución de electrones libres, la variación diaria es claramente la más importante. Este modelo relaciona la distribución de electrones con la posición del sol, mostrando una variación diaria de gran amplitud, con un máximo bien definido en la dirección del sol. Por esta razón, un sistema de coordenadas rotativo con el sol es usualmente adoptado para describir la ionosfera.

Dado que en este sistema el sol permanece aproximadamente tranquilo, las variaciones temporales se pueden tratar como pequeñas cantidades, insignificantes, en una primera aproximación para un período corto de tiempo.

Básicamente dos agentes producen ionización en la atmósfera alta. Uno de ellos es la radiación solar, aunque sólo aquellos fotones de longitud de onda corta presentes en el espectro del ultravioleta y rayos X, son capaces de producir ionización, ya que contienen suficiente energía para disociar los átomos y moléculas que se encuentran en la atmósfera.

El segundo son los rayos cósmicos provenientes del sol y del medio interestelar, que chocan con los átomos y las moléculas de la atmósfera. La ley de producción de Chapman's toma en cuenta sólo el primer agente mencionado anteriormente (Brunini, 1998).

3.2.3 Mecanismos de desionización

La ionización consiste esencialmente en que los átomos pierden o ganan uno o varios electrones debido a alguna acción exterior y como resultado brotan iones positivos o negativos y electrones libres. En el caso de la ionosfera la fuerza exterior que lo ocasiona es el Sol ya que produce la potente radiación de rayos ultravioletas y rayos X capaz de realizar la ionización.

Cuando ha tenido lugar este proceso, los iones y los electrones libres que se han formado chocan y se recombinan entre sí consecutivamente; un ion positivo tiende a estabilizar su estructura recobrando el electrón o electrones que le faltan, pero el proceso de ionización y desionización se mantiene de forma continua debido a que las radiaciones siguen llegando a la ionosfera.

Se puede considerar que la ionización no es constante ni igual en todos los puntos de la ionosfera, influyen sobre ella la rotación de la Tierra, la formación de manchas solares, las erupciones solares y principalmente la cantidad de radiación que llega en el día o en la noche.

Cuando la fuerza exterior que provoca la ionización desaparece, en este caso el sol, se produce la desionización, es decir, la recombinación de los iones formando de nuevo los átomos neutros.

En la noche el proceso de desionización es más lento ya que es necesario que los iones choquen unos entre otros y esto no ocurre muy frecuentemente por lo que después de la puesta del Sol las capas superiores de la atmósfera mantienen la ionización durante un tiempo prolongado (Buitrón S., 2009).

3.3 ESTRUCTURA DE LA IONOSFERA

La radiación solar contiene suficiente energía, para las ondas electromagnéticas del sol de corta longitud de onda causando apreciable fotoionización en la atmósfera terrestre en grandes alturas, creando, en la atmósfera superior, regiones parcialmente ionizadas, conocidas como ionosfera, que varían desde aproximadamente 50 a 1000 Km.

Durante el día diversas capas o regiones ionosféricas son reconocidas. Se admite que la ionosfera esta formada por tres regiones, la secuencia va en aumento de la altitud y la concentración de iones llamadas D, E, y F (Figura. 3.2), cuyas divisiones no son tan distintas.

Cada región contiene, muchas veces diversas capas; por ejemplo: la región F, para épocas de alta ionización, durante el día, en época de verano, se divide en dos o más regiones designadas de F1 y F2 (Webster, 1993).

Después de la concentración máxima de electrones, que ocurre en la región F, la densidad de electrones disminuye hasta fundirse como viento solar.

En la Figura. 3.2 se observa la representación de la distribución de las capas, de la densidad de electrones a lo largo del día, también como los distintos tipos de ondas que se propagan en la ionosfera (Osório, 1992).

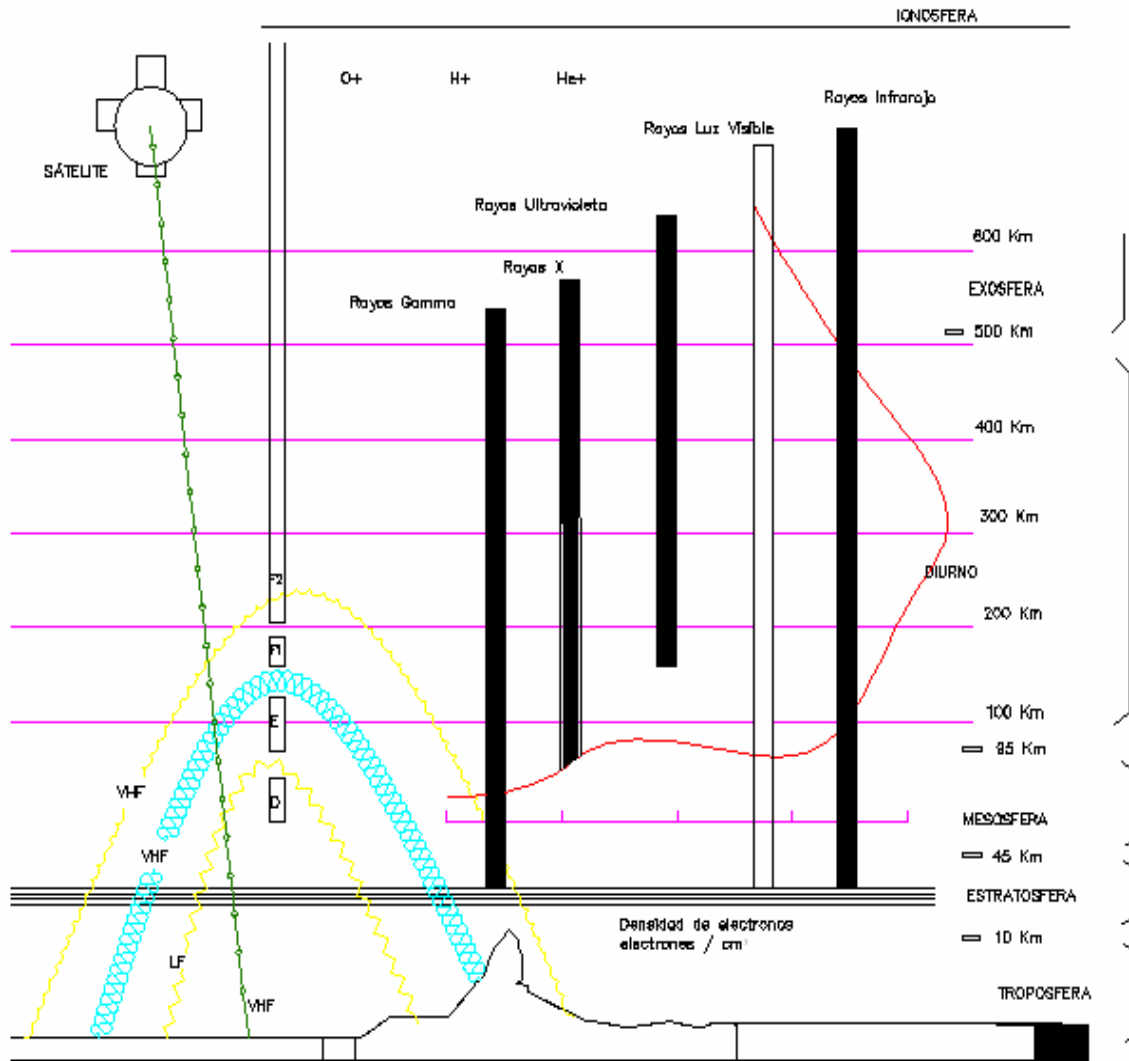


Figura. 3.2 Representación Esquemática de la Ionosfera

Fuente: Adaptado de Osório (1992)

La capa D, forma parte de la región más baja de la ionosfera, con altitud máxima de aproximadamente 85 Km, tiene una concentración máxima de electrones alrededor de los 80 Km. de altura, con una densidad del orden de 10^3 electrones / cm^3 (el/cm^3), esta región desaparece durante la noche, debido a la falta de ionización y la recombinación de los electrones. Es importante en la propagación de ondas, porque actúa como una fuente reflectora de las señales de frecuencia baja (LF) y de frecuencia muy baja (VLF) (Davies, 1990).

La capa E, comprendida aproximadamente entre los 85 y 140 Km. de altura respectivamente, la concentración máxima de electrones llega a un valor aproximado de 10^5el/cm^3 .

En esta región, surge una fina capa, designada de esporádica E, originada de variaciones en la densidad de electrones próxima a la región comprendida entre 90 y 130 Km. Tales variaciones ocurren debido a la magnetosfera, meteoros, y otros fenómenos físicos.

La contribución de la magnetosfera para la formación de la esporádica E, se resume al hecho de que los iones y electrones son transportados por el campo magnético que se encuentra en la magnetosfera, provocando las variaciones en la densidad de electrones en la región donde se encuentra la esporádica.

Los meteoros también tienen una contribución significativa para la formación de la esporádica, puesto, que al incidir en la región de la atmósfera, ocurre una producción de iones a lo largo de su trayecto, ocasionando variaciones en la densidad de electrones. Con respecto a la propagación de ondas, la esporádica refleja ondas de radio, que tengan frecuencia aproximadamente arriba de los 100 MHz (Davies, 1990).

La capa F comprende aproximadamente el intervalo de la ionosfera entre las alturas de 140 Km y 1000 Km, se subdivide en las capas F1 y F2. La capa F1, está comprendida entre las alturas de 140 a 200 Km. presenta una concentración de electrones variando de 2.5×10^5 el/cm³ a 4×10^5 el/cm³, para ocurrencias de manchas solares mínimas y máximas, respectivamente. Por la noche esta región desaparece (Camargo, 1999).

La capa F2, comprendida a partir de los 200 Km. hasta aproximadamente los 1000 Km. El pico en la densidad de electrones ocurre entre los 300 a 450 Km. de altura. La capa F2 presenta una característica difusa debido a la concentración de electrones. Este fenómeno es llamado Spread F y ocurre principalmente en la noche, provocando una variación en la densidad de electrones originando pequeños problemas en las señales de radio.

La división de la capa F en F1 y F2, es consecuencia de la alta ionización, durante el día, en el verano, pudiendo ser dividida en más regiones. Ocurre un incremento en la densidad de electrones de acuerdo con el aumento de la altitud. Después de la concentración máxima de electrones que ocurre en la capa F, la densidad de electrones disminuye hasta fundirse como viento solar (Camargo, 1999).

Es importante resaltar que la ionosfera es un medio dispersivo, o sea, el índice de refractividad depende de la frecuencia de la señal que la atraviesa. El estudio de la propagación de las señales de radio emitidos por los satélites del sistema GPS en la ionosfera es complicado, debido a la variación de la conductividad del medio con la frecuencia (Camargo, 1999).

3.4 IMPACTO EN LA PROPAGACIÓN

3.4.1 Refracción Ionosférica

Las señales GPS, en su camino entre el satélite y la antena de la estación de rastreo, se propagan a través de la atmósfera, atravesando capas, que poseen características muy diferentes. Conforme ya se ha visto anteriormente, la troposfera, para frecuencias bajo los 30 GHz, se comporta como un medio no dispersivo, o sea, la refracción es independiente de la frecuencia de la señal transmitida, dependiendo apenas de las propiedades termodinámicas del aire.

La ionosfera, como medio dispersivo, afecta a la modulación y a la fase de la portadora, haciendo que sufran, respectivamente, un retraso y un avance (Leick, 1995). El retraso es referido también, como atraso ionosférico y aumenta la longitud aparente del camino recorrido por la señal.

Los efectos de la troposfera son normalmente reducidos por medio de técnicas de procesamiento o determinados directamente por medio de modelos. Al contrario, el efecto de la ionosfera, depende de la frecuencia y consecuentemente del índice de refracción, es proporcional al TEC (Total Electron Content, por sus siglas en inglés), o sea, al número de electrones presentes a lo largo del camino del satélite al receptor. El problema principal es que los TEC varía en el tiempo y en el espacio, en razón del flujo de ionización solar, actividad magnética, ciclo de manchas solares, estación del año, localización del usuario y dirección del rayo vector del satélite (Camargo, 1999).

Esas variaciones pueden hacer que el receptor pierda sincronización con el satélite, por el debilitamiento de la señal, caso específico del fenómeno denominado cintilación.

La eliminación del índice de refracción de su valor unitario, en las diferentes capas de la ionosfera, hace que la velocidad de la fase de la portadora (V_f) dada por (Hofmann-Wellenhof *et al.*, 1993):

$$V_f = \lambda f \quad (3.1)$$

sufra un retraso, donde λ representa la longitud de onda y f su frecuencia.

Para un grupo de ondas, o sea, para las medidas de código, la propagación de la energía es definida como la velocidad de grupo (V_g) (Hofmann-Wellenhof *et al.*, 1993):

$$V_g = -\frac{df}{d\lambda} \lambda^2 \quad (3.2)$$

sufre un avance durante la propagación de la señal.

Diferenciando la ecuación (3.1) y sustituyendo en la ecuación (3.2), se obtiene una expresión que relaciona la velocidad de grupo con la velocidad de fase, descrita como ecuación de Rayleigh:

$$V_g = V_f - \lambda \frac{dV_f}{d\lambda} \quad (3.3)$$

Los correspondientes índices de refracción para la velocidad de fase y de grupo son dados como:

$$n_f = \frac{c}{V_f} \quad (3.4)$$

$$n_g = \frac{c}{V_g} \quad (3.5)$$

siendo c la velocidad de la luz.

Y la ecuación modificada de Rayleigh relaciona ambos índices de refracción por medio de la expresión (Hofmann-Wellenhof *et al.*, 1993):

$$n_g = n_f - \lambda \frac{dn_f}{d\lambda} \quad (3.6)$$

$$n_g = n_f + f \frac{dn_f}{df} \quad (3.7)$$

pues, a partir de la relación $c = \lambda f$, derivando λ en relación a f , o viceversa, se tiene que $\frac{\lambda}{d\lambda} = -\frac{f}{df}$.

El índice de refracción de fase en la ionosfera puede ser aproximado por la serie (Seeber, 1993):

$$n_f = 1 + \frac{c_2}{f^2} + \frac{c_3}{f^3} + \frac{c_4}{f^4} + \dots \quad (3.8)$$

Donde los coeficientes c_2 , c_3 y c_4 dependen solamente de la densidad de electrones (n_e) por m^3 , a lo largo de la trayectoria de propagación de la señal. Considerando solamente los efectos de primer orden, se puede expresar que:

$$n_f = 1 + \frac{c_2}{f^2} \quad (3.9)$$

A partir de la ecuación (3.7), se puede obtener el índice de refracción de la velocidad de grupo, donde:

$$dn_f = -2 \frac{c_2}{f^3} df \quad (3.10)$$

Así:

$$n_g = 1 - \frac{c_2}{f^2} \quad (3.11)$$

Se puede observar que el índice de refracción de fase y de grupo se diferencia apenas en la señal del coeficiente c_2 . Ese coeficiente, que depende de la densidad de electrones (n_e), está dado por (Hartmann e Leitinger, 1984):

$$c_2 = -40,3 n_e \quad (3.12)$$

En unidades del Sistema Internacional de medida, la constante 40,3 está dada en $mHz^2 (el/m^2)^{-1}$ y n_e en el/m^3 .

Así se tiene que:

$$n_f = 1 - \frac{40,3 n_e}{f^2} \quad (3.13)$$

$$n_g = 1 + \frac{40,3 n_e}{f^2} \quad (3.14)$$

resultando diferentes velocidades en las señales, de modo que ocurran retrasos en el grupo y avance en la fase, pues la velocidad de grupo (V_g) es menor que la velocidad de fase (V_f). Consecuentemente, provoca un aumento en las distancias obtenidas, a partir del código, y una disminución en las obtenidas, a partir de la fase, de una misma cantidad.

La distancia (S) entre el satélite (s) y el receptor (r), despreciándose otros errores sistemáticos, está definida por:

$$S = \int_s^r n ds \quad (3.15)$$

donde n representa, de forma genérica, el índice de refracción de fase o de grupo.

La diferencia entre la distancia medida (S) y la distancia geométrica (ρ) entre el satélite y el receptor es llamada refracción ionosférica (I_r^s) y representa el error sistemático, que, en el caso de la fase de la portadora (I_{fr}^s), es:

$$I_{fr}^s = \int_s^r \left(1 - \frac{40,3 n_e}{f^2} \right) ds - \rho \quad (3.16)$$

o

$$I_{fr}^s = -\frac{40,3}{f^2} \int_s^r n_e ds \quad (3.17)$$

Donde la parte variable caracteriza la densidad de electrones a lo largo del camino y representa el contenido total de electrones (TEC), o sea:

$$TEC = \int_s^r n_e ds \quad (3.18)$$

Así:

$$I_{fr}^s = -\frac{40,3}{f^2} TEC \quad (3.19)$$

De forma similar, se obtiene la refracción ionosférica para las señales moduladas por código I_{gr}^s :

$$I_{gr}^s = \frac{40,3}{f^2} TEC \quad (3.20)$$

En la expresión (3.19) y (3.20) el TEC está dado a lo largo de la dirección del satélite y receptor, y la unidad que se utiliza para representar está dada en electrones por metro cuadrado (el/m²). Para cantidades de TEC en la dirección vertical (VTEC), la refracción es calculada a partir de las siguientes ecuaciones:

$$I_{fr}^s = -\frac{1}{\cos(z')} \frac{40,3}{f^2} VTEC \quad (3.21)$$

y

$$I_{gr}^s = \frac{1}{\cos(z')} \frac{40,3}{f^2} \text{VTEC} \quad (3.22)$$

respectivamente para la fase y el código.

El valor de (z') , es el que representa el ángulo zenital del camino de la señal, en relación a un plano de altitud media (h_m) , y es obtenido de la siguiente expresión (Hofmann-Wellenhof, 1993):

$$\text{Sen } z' = \frac{r_m}{r_m + h_m} \text{sen } z \quad (3.23)$$

donde r_m es el radio medio de la tierra (6371Km), h_m representa la altura media de la ionosfera que varía entre los 300 y 450 Km, y z es la distancia zenital del satélite. La Figura. 3.3 indica las cantidades involucradas en la expresión (3.23).

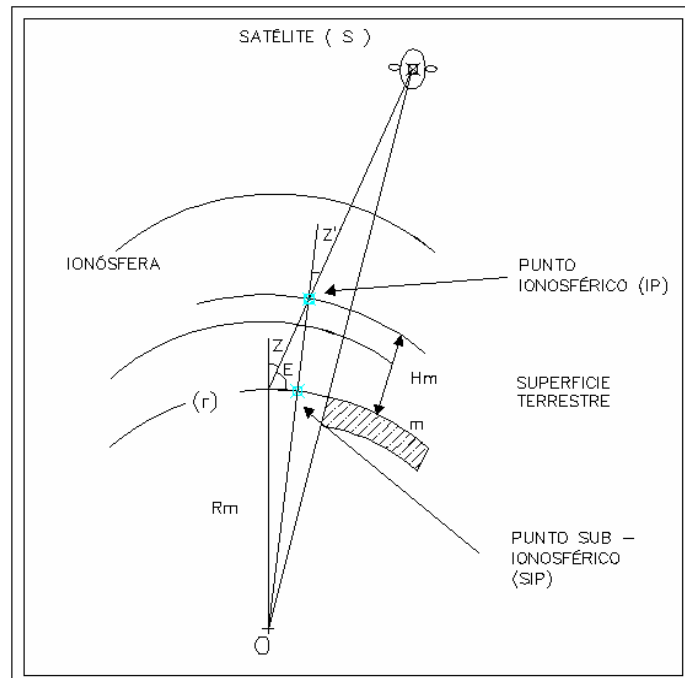


Figura. 3.3 Geometría para el Atraso del Camino Ionosférico
Fuente: Adaptado de Hofmann-Wellenhof (1993)

Varios modelos han sido desarrollados, para estimar la densidad de electrones. Sin embargo, es difícil encontrar uno que estime los TEC con precisión adecuada para los levantamientos geodésicos de precisión. Por ejemplo el modelo de Klobuchar, ha sido usualmente aplicado a medidas GPS (Klobuchar, 1987). Una mejor corrección es obtenida cuando el coeficiente c_2 (ecuación 3.8) es estimado a partir de observaciones simultáneas de señales transmitidas por los satélites GPS doble frecuencia.

De la expresión (3.13) o (3.14) se nota que las frecuencias más altas son las menos afectadas por la ionosfera, pues el índice es proporcional al cuadrado de la frecuencia y consecuentemente, el tiempo de atraso o avance será menor.

En la Tabla 3.1 se muestra como la ionosfera afecta a la propagación para diferentes frecuencias e indica el error residual en vertical, cuando medidas de doble frecuencia son disponibles (Hieber, 1983, Seeber, 1993).

Tabla. 3.1 Efecto del atraso de propagación, debido a la ionosfera sobre las distancias medidas con observaciones de una frecuencia y errores residuales para observaciones de doble frecuencia.

Una frecuencia	400MHz	1600MHz	2000MHz	8000MHz
Efecto medio	50m	3m	2m	0.12m
90% <	250m	15m	10m	0.6m
Efecto máximo	500m	30m	20m	1.2m
Doble frecuencia	150/400MHz	400/2000MHz	1227/1572MHz	2000/8000MHz
Efecto medio	0.6m	0.9cm	0.3cm	0.04cm
90% <	10m	6.6cm	1.7cm	0.21cm
Efecto máximo	36m	22cm	4.5cm	0.43cm

Fuente: Seeber (1993)

3.5 CAUSAS DE LAS VARIACIONES DEL CONTENIDO TOTAL DE ELECTRONES

La densidad de electrones, que describe el estado de la ionosfera, en función del flujo de ionización solar, actividad magnética, ciclos de manchas solares, estación del año, ubicación del usuario; es afectada por variaciones temporales, variaciones de la radiación solar, influencias de la latitud, longitud y campo magnético de la Tierra, entre otras anomalías.

3.5.1 Variaciones Temporales

Las variaciones temporales, que comprenden las variaciones diurnas, estacionales y ciclos de largos períodos, influyen directamente en el cambio de la densidad de electrones en la ionosfera. Las variaciones diurnas son provocadas por cambios que ocurren en ciertas regiones de la ionosfera, que desaparecen en la noche debido a la recombinación y unión de electrones e iones.

La principal razón de existencia de la variación diurna es debido a la iluminación del Sol, o sea, a la radiación solar. Algunas capas, como la D, E y F1, llegan al punto de desaparecer en la noche. La capa F2 no desaparece, en cuanto la cantidad de electrones se reduce en la madrugada a su valor mínimo, aumentando su valor con la salida del Sol. A lo largo del día la densidad de electrones depende de la hora local, ocurriendo su valor máximo entre las 12:00 y 16:00 horas locales (Webster, 1993).

Las estaciones del año también tienen su influencia en la variación de la densidad de electrones, debido al cambio del ángulo zenital del Sol y de la intensidad de flujo de ionización, caracterizando las variaciones estacionales.

Las variaciones de ciclos de largos períodos, son aproximadamente de 11 años, son asociados a las ocurrencias de manchas solares, y el aumento de ionización es proporcional al número de manchas. Las manchas solares son regiones frías y oscuras, que aparecen en la superficie del Sol, originadas por intensos campos magnéticos, que inhiben el flujo de energía proveniente de las capas internas y aprisionan los gases de la atmósfera solar, que son más calientes y brillantes, formando regiones activas, donde ocurren explosiones solares (INPE, 1997).

Estas son rodeadas por regiones más brillantes que emiten un nivel más alto de radiación ultravioleta. Así, el aumento de la radiación ultravioleta ocasiona un cambio en la densidad de electrones en la ionosfera. Las manchas solares pueden durar algunos días o hasta semanas. La Figura. 3.4 (a) y (b) muestra dos imágenes de la superficie del Sol, caracterizando sus manchas solares, obtenidas en un período de mínima y máxima actividad solar, respectivamente.

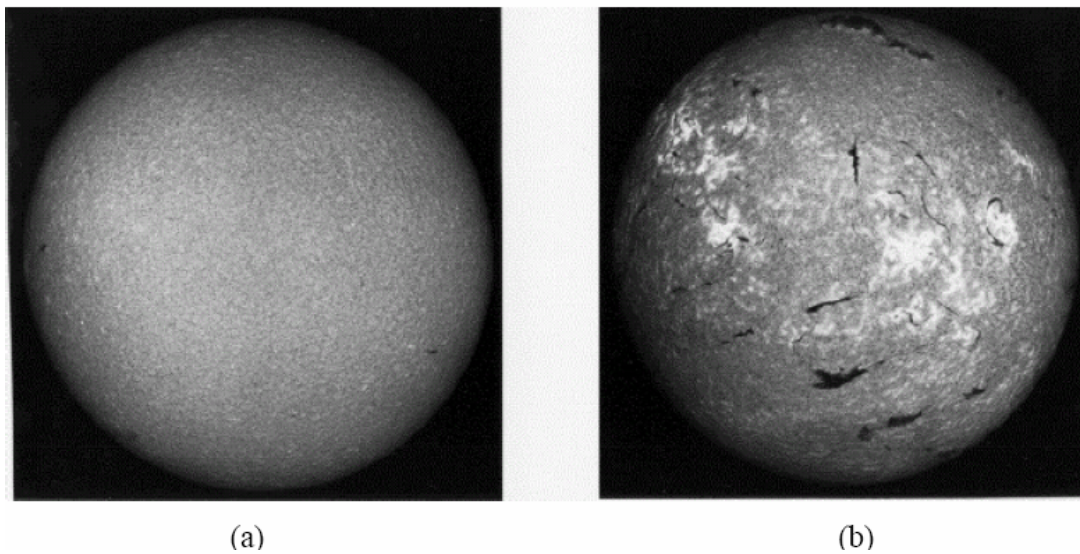


Figura. 3.4 Imágenes de la superficie del Sol obtenidas en un período de mínima (a) y máxima (b) actividad solar

Fuente: <ftp://ftp.noao.edu/kpvt/daily/int/> (10/2002)

3.5.2 Influencia de la variación de la radiación solar

Siendo la radiación solar el principal responsable para la formación de la ionosfera, su variación también influenciará en la variación de la densidad de electrones. Existen tres tipos de fenómenos asociados a la variación de la radiación solar.

El primero conocido por disturbio súbito ionosférico, y está asociado a las explosiones solares. Su causa es debido al rápido aumento de energía en la superficie del Sol, emitida en forma de rayos X y ultravioletas.

La variación de la radiación asociada a los agujeros en la corona da origen al segundo fenómeno. Estos agujeros son las fuentes de las corrientes del viento solar de alta

velocidad, y son más comunes en el período de disminución de la actividad solar y causan las tempestades ionosféricas. Cuando la variación de la radiación solar estuviere relacionada a las manchas solares, se tiene el tercer fenómeno, que fue descrito en la sección anterior.

En la Figura. 3.5 se observa en su totalidad el ciclo 23 y el inicio del ciclo 24 en el cual nos encontramos en este momento.

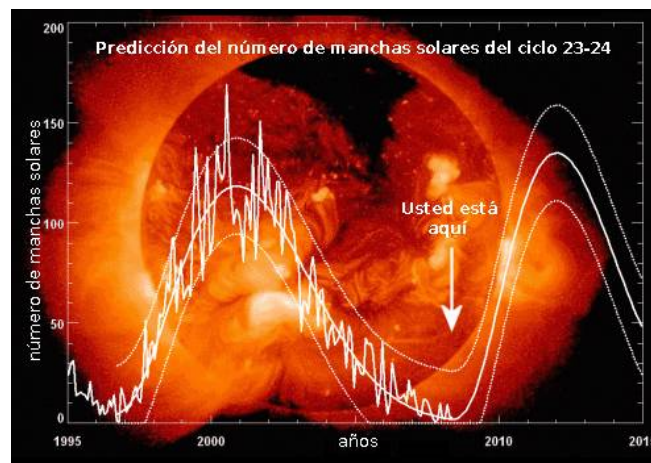


Figura. 3.5 Ciclo Solar N° 24
Fuente: www.AstroRED.org

3.5.3 Regiones geográficas de la ionosfera

La estructura global de la ionosfera no es homogénea. El cambio con la latitud, debido a la variación del ángulo zenital del Sol, que influye directamente en el nivel de radiación solar. Como ejemplo, se tiene que las regiones ecuatoriales son caracterizadas por un alto nivel de densidad de electrones.

Las regiones de latitudes medias son consideradas relativamente libres de anomalías ionosféricas, en cuanto a las regiones polares no son muy predecibles (Webster, 1993). La influencia de la longitud, debido a la no coincidencia de los polos geográficos y magnéticos, solo es sensible en las regiones más altas. La Figura. 3.6 muestra la localización de las tres mayores regiones geográficas de la ionosfera (Fonseca Junior, 2002).

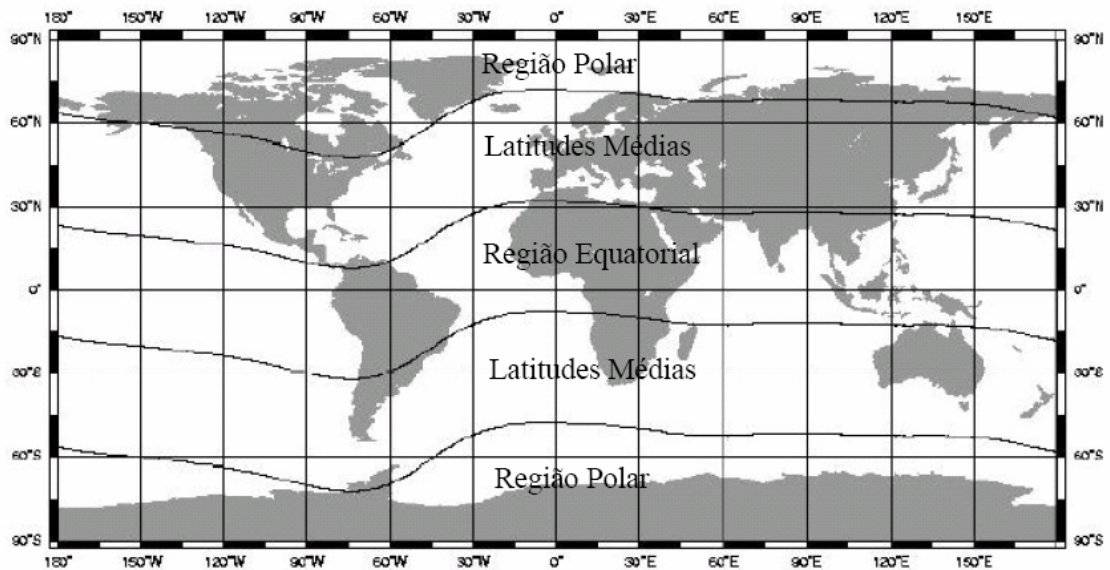


Figura. 3.6 Regiones geográficas de la ionosfera
Fuente: Adaptada de Fonseca Junior (2002)

En la Figura. 3.6 se observa que la región polar está delimitada entre $\pm (60^\circ \text{ a } 90^\circ)$, la región de latitudes medias entre $\pm (20^\circ \text{ a } 60^\circ)$ y la región ecuatorial limita entre $-20^\circ \text{ a } +20^\circ$, aproximadamente, del ecuador geomagnético.

3.5.4 Campo magnético terrestre

Próximo a la superficie de la Tierra, el campo magnético puede ser aproximado a un dipolo no coincidente con el eje de rotación (Fonseca Junior, 2002). El campo geomagnético se origina en el centro de la Tierra y las líneas de fuerza magnética se extienden a grandes distancias de la Tierra (Kirchhoff, 1991).

El campo magnético de la Tierra ejerce una gran influencia en la variación de la densidad de electrones. En la ionosfera y en la magnetosfera, el campo magnético controla el movimiento de las partículas ionizadas y, por lo tanto, cualquier perturbación en el campo magnético resultará en modificaciones en las condiciones de transporte del medio ionizado.

Las variaciones más comunes observadas en el campo magnético son aquellas producidas a través de las corrientes eléctricas que fluyen en la parte inferior de la ionosfera. Además de estas, pueden ocurrir variaciones bruscas y muy intensas, provocadas por las tempestades solares (Kirchhoff, 1991).

3.5.5 Otras condiciones anómalas

En la región ecuatorial, la densidad de electrones de la ionosfera está influenciada por el alto nivel de radiación solar y por los campos magnéticos y eléctricos de la Tierra. Esto hace que los electrones se muevan a lo largo de las líneas de fuerza horizontales del campo geomagnético a lo largo del ecuador. Esa anomalía es llamada efecto fuente (Webster, 1993).

El efecto fuente causa una alta concentración de electrones en el ecuador, conocido por anomalía ecuatorial o anomalía de Appleton. Esta anomalía consiste en dos fajas de alta densidad del plasma ionosférico, localizadas en las regiones tropicales que circulan paralelamente al ecuador geomagnético.

Un fenómeno asociado a la región polar, denominado aurora boreal, es consecuencia de los anillos de alta ionización que surgen alrededor de los polos magnéticos.

Las irregularidades entre la ionosfera y la tierra también pueden producir variaciones de cortos períodos en las señales trans-ionosféricas, provocadas por rápidas fluctuaciones en la fase y amplitud debido a los efectos de refracción, que causan debilitamiento de la señal recibida por los GPS, haciendo que ocurra pérdida de la señal.

Estas rápidas fluctuaciones son llamadas cintilaciones, y son análogas a la refracción atmosférica de las estrellas y provocan irregularidades en el TEC.

Las cintilaciones pueden causar pérdidas de señal (Seeber, 1993). La pérdida de señal está, también relacionada con el sistema de recepción del receptor GPS (antena/amplificador) y la técnica de procesamiento de la señal.

La cintilación ionosférica tiende a afectar potencialmente a todos los servicios GPS, en el rastreo con receptores de simples y doble frecuencia, tanto en posicionamiento por punto como en el relativo.

3.6 MODELOS EMPÍRICOS DE LA IONOSFERA

Las señales GPS, en su trayecto entre el satélite y la estación de rastreo, sufren un atraso en el grupo y avance en la fase de la portadora. Esto es debido a la ionosfera, resultando en un aumento en las distancias obtenidas a partir del código y disminución en las obtenidas a partir de la fase de la portadora, de una misma cantidad, aunque de signos opuestos. Este efecto es directamente proporcional al TEC e inversamente proporcional al cuadrado de la frecuencia.

Hay una variedad de modelos de la ionosfera actualmente en uso o están siendo desarrollados, cada una con su propio enfoque para el problema de hacer una descripción numérica del comportamiento de la ionosfera. Estos modelos pueden dividirse en dos grupos: empíricos y teóricos.

Los modelos empíricos pueden adaptarse a una gran cantidad de mediciones de la densidad de electrones obtenidos ya sea en el terreno, cohetes o satélites; cubren una amplia gama de lugares, momentos del día, estaciones del año y niveles de actividad solar y geomagnética.

Los modelos teóricos en cambio se basan en consistentes soluciones de la continuidad, la energía, las ecuaciones de movimiento, los electrones y los iones en el entorno solar-terrestre. Los parámetros de los modelos teóricos es la intensidad de la radiación solar, la precipitación de partículas aurorales. Los modelos teóricos tienen la capacidad de explicar algunos comportamientos físicos de la ionosfera, pero, a pesar de ser mucho más complicados, consume más tiempo de computadora que los modelos empíricos, que hasta el momento no han sido capaces de dar un rendimiento superior a los modelos empíricos.

Los modelos empíricos significan describir las condiciones de la ionosfera en un determinado período de tiempo y para determinadas regiones. Estos modelos son capaces de tener en cuenta las grandes gradientes regionales de los contenidos de electrones.

A continuación serán presentados algunos modelos que permiten realizar la corrección del efecto de refracción ionosférica, la cuantificación de este efecto puede ser hecha a través de:

- ✓ Coeficientes transmitidos en los mensajes de navegación, utilizando el modelo broadcast.
- ✓ Observaciones realizadas con receptores GPS de una frecuencia.
- ✓ Observaciones realizadas con receptores GPS de doble frecuencia, al cual daremos más énfasis, ya que nuestra investigación es realizada con dichos receptores.

3.6.1 Modelo Broadcast

El modelo matemático involucrado en la corrección del efecto de la ionosfera en GPS, cuyos coeficientes son transmitidos en los mensajes de navegación, fue desarrollado por Klobuchar (1987) para atender, específicamente a los usuarios de receptores GPS de una frecuencia.

El modelo Broadcast también es conocido por modelo de Klobuchar. Este modelo permite calcular el atraso ionosférico, es decir, la corrección ionosférica para la falsa distancia entre el satélite y el receptor.

Los coeficientes del modelo, en un total de ocho (α_i y β_i , $i = 0, \dots, 3$), son transmitidos por los satélites como parte de los mensajes de navegación (Leick, 1995). Por tanto, son válidos para cualquier usuario del sistema GPS, razón por la cual es considerado como un modelo global.

Para describir la variación de la ionosfera durante el día, el modelo utiliza la función coseno con amplitud máxima a las 14:00 horas locales. La amplitud y el período de la función coseno son calculados en función de la latitud geomagnética y de los coeficientes transmitidos por los satélites y representados por un polinomio de tercer grado.

Durante la noche, el atraso ionosférico en L_1 es considerado constante e igual a 5 nanosegundos y que equivale aproximadamente a 1,5 m o 9,24 unidades de TEC. La Figura. 3.7 indica una representación de la ionosfera a partir de los mensajes transmitidos (Newby; Langley, 1992).

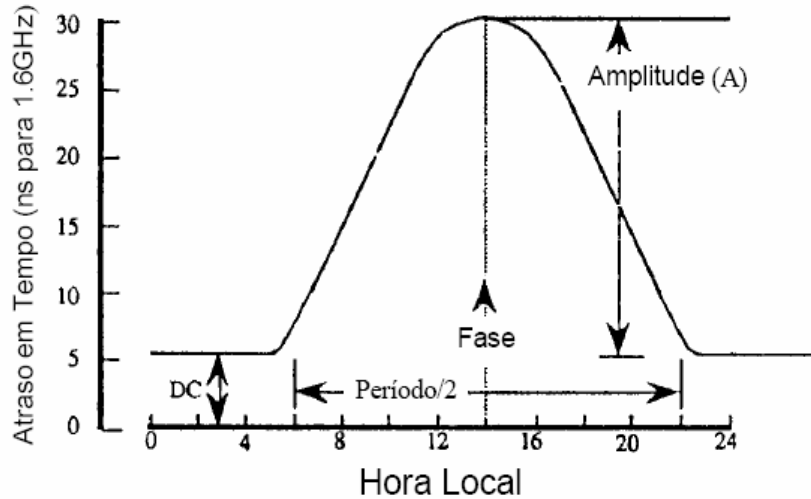


Figura. 3.7 Representación de la ionosfera a partir de los mensajes transmitidos
Fuente: Adaptada de Newby *et al.* (1990)

El algoritmo empleado en el modelo de Klobuchar para calcular la corrección ionosférica de las medidas hechas con la portadora L_1 , más allá de los ocho coeficientes, utiliza la latitud, la longitud geodésica de la estación, el azimut y el ángulo de elevación del satélite y el tiempo GPS de la época de observación. La secuencia detallada de este algoritmo puede ser encontrada en Camargo (1999), Matsuoka e Camargo (2002).

De acuerdo con la literatura, el modelo compensa aproximadamente el 50 – 60 % del atraso ionosférico total en regiones de latitudes medias (Leick, 1995). Este modelo puede satisfacer en general aplicaciones de navegación de baja precisión.

3.6.2 Cálculo de la corrección ionosférica con el uso de receptores de una frecuencia

Algunos modelos fueron desarrollados para calcular la corrección de la ionosfera con observaciones realizadas con receptores de una frecuencia, que utilizan el código C/A y la fase de la portadora. El cálculo del error debido a la ionosfera está basado en la diferencia entre las observaciones de la falsa distancia y de la fase de la portadora. Las ecuaciones de observación de la falsa distancia y de la fase de la portadora expresada en unidad métrica, para una época t cualquiera, son dadas por (Leick, 1995):

$$P_{1r}^s = \rho_r^s + c (dt_r - dt^s) + I_{1r}^s + T_{1r}^s + S_{p1}^s + R_{p1} + \varepsilon_{p1} \quad (3.24)$$

$$\lambda_1 \phi_{1r}^s = \rho_r^s + c (dt_r - dt^s) - I_{1r}^s + T_{1r}^s + \lambda_1 N_{1r}^s + S_{\phi 1}^s + R_{\phi 1} + \varepsilon_{\phi 1} \quad (3.25)$$

En la primera ecuación, los términos S_{p1}^s y R_{p1} , representan respectivamente, los errores sistemáticos de hardware del satélite y del receptor para las medidas de falsa distancia. Y en la segunda ecuación los términos $S_{\phi 1}^s$ y $R_{\phi 1}$, representan los mismos errores sistemáticos relacionados a la fase de la portadora. Esos errores están asociados a las alteraciones en el oscilador del satélite, al cable de la antena y al receptor; constituyendo las tendencias instrumentales de los satélites y de los receptores.

La diferencia entre las ecuaciones (3.24) y (3.25), para una época t, está dada por:

$$P_{1r}^s - \lambda_1 \phi_{1r}^s = 2I_{1r}^s - \lambda_1 N_{1r}^s + (S_{p1} - S_{\phi 1})^s + (R_{p1} - R_{\phi 1})_r + \varepsilon_{p1} - \varepsilon_{\phi 1} \quad (3.26)$$

En la ecuación (3.26) los términos $(S_p - S_{\phi})^s$ y $(R_p - R_{\phi})_r$ representan las tendencias interfrecuencias en los satélites y receptores, en las medidas de la falsa distancia (índice p) y de la fase de la portadora (índice ϕ).

La ecuación (3.26) se expresa en función del error, debido a la ionosfera, de la ambigüedad inicial, de las tendencias instrumentales de los satélites y del receptor, y de los otros errores, tales como el efecto multicamino, el ruido.

Esta ecuación contiene muchos términos incógnitos. Incluso sin tener en cuenta las tendencias instrumentales y los demás errores (ε_{p1} y $\varepsilon_{\phi 1}$), el atraso debido a la ionosfera y las ambigüedades no pueden ser estimados separadamente, pues, a cada época t, es adicionada una nueva incógnita, la cual se refiere al efecto de la ionosfera.

Algunas soluciones han sido propuestas para modelar las principales características de la ionosfera. Algunos modelos utilizados para calcular la corrección de la ionosfera con medidas hechas en L_1 serán descritas a continuación.

3.6.3 Modelos para calcular la corrección de la refracción ionosférica

El error sistemático en la vertical, debido a la refracción ionosférica en la portadora L_1 , puede ser modelado utilizando el modelo de lámina ionosférica, modelo diario con función coseno y modelo del punto ionosférico.

El modelo de la lámina ionosférica es considerada como la forma más simple para modelar el efecto de la ionosfera, pues no considera la curvatura de la Tierra. La ionosfera es considerada una superficie plana y de igual densidad, conteniendo una distribución homogénea de electrones libres. El atraso ionosférico, a lo largo del camino satélite/receptor (I_r^s), en la portadora L_1 está dado por:

$$I_r^s = \frac{I^v}{\text{sen}(el)} \quad (3.27)$$

donde (el) representa el ángulo de elevación del satélite del punto de vista del receptor. El atraso ionosférico vertical (I^v) es considerado constante en el modelo, y no depende del azimut del satélite.

El modelo diario con función coseno lleva en consideración la rotación de la Tierra y el movimiento diario del Sol, con respecto a la localización del receptor GPS. El atraso ionosférico vertical es modelado por la función coseno:

$$I^v = I_{\max}^v \cos(h_s - 14^h) \quad (3.28)$$

donde h_s representa el ángulo horario del Sol. El atraso ionosférico vertical máximo (I_{\max}^v) ocurre próximo a las 14:00 horas locales.

El modelo del punto ionosférico tiene el mismo principio del modelo de la capa o lámina ionosférica, sin embargo utiliza una capa ionosférica de altura media de 300 a 400 Km. El modelo dado por la ecuación (3.27) es sustituido por:

$$I_r^s = \frac{I^v}{\text{sen}(el')} \quad (3.29)$$

donde $el' = 90^\circ - z'^s$, representa el ángulo de elevación del satélite en el punto ionosférico IP. El valor de z'^s , representa el ángulo zenital del camino de la señal calculado en el punto en que este atraviesa la capa ionosférica (IP) a un plano de altitud media h_m , donde z'^s es obtenido a través de la ecuación (3.23).

3.6.4 Cálculo de la corrección ionosférica con el uso de receptores de doble frecuencia

La principal técnica para la corrección del efecto de refracción ionosférica está basada en medidas de la falsa distancia o de la fase de la portadora obtenidas por receptores de doble frecuencia, pues proporcionan correcciones más exactas de los efectos de la refracción de la ionosfera.

Los modelos a ser presentados están basados en la combinación lineal de las observables GPS. En la derivación de los modelos, los errores debidos al no sincronismo del reloj del satélite y del receptor, el error de las efemérides y de la refracción de la troposfera no serán considerados, pues estos efectos contaminan cada una de las medidas efectuadas, en ambas frecuencias, de la misma manera en unidades de distancia.

Como se distingue entre las medidas, los mismos serán eliminados, no comprometiendo el resultado del método. De modo general, para las falsas distancias (P_{1r}^s, P_{2r}^s) el modelo está expresado por (Camargo, 1999; Georgiadiou, 1994):

$$F(P_2 - P_1)_r^s = I_{1r}^s + F[(S_{p2} - S_{p1})^s + (R_{p2} - R_{p1})] + F\varepsilon_{p21} \quad (3.30)$$

$$\text{con } F = \frac{f_2^2}{(f_1^2 - f_2^2)}$$

La ecuación (3.30) es utilizada para el cálculo del atraso ionosférico I_{1r}^s en la portadora L_1 . Las diferencias $(S_{p2} - S_{p1})^s$ y $(R_{p2} - R_{p1})$ respectivamente representan el error sistemático

interfrecuencia L_1 - L_2 de los satélites y de los receptores y ε_{p21} las diferencias de los demás errores restantes.

Algunos autores han estimado el TEC de la ionosfera a partir de observaciones GPS obtenidas de doble frecuencia, utilizando una o varias estaciones GPS (Camargo, 1999). En esta dirección, se puede citar el trabajo desarrollado por Georgiadiou (1994), donde se estiman los coeficientes de un modelo regional de la ionosfera con datos GPS de un receptor de doble frecuencia del Sistema Activo de Referencia GPS (AGRS) de Holanda.

Lanyi y Roth (1988) basaron sus estudios a partir de datos de una estación GPS recogidos durante una noche. Coco *et al.* (1991) también utilizaron el mismo procedimiento. Ambos representan el TEC vertical, por medio de un polinomio. Wilson *et al.* (1992) modeló el TEC vertical por medio de armónicos esféricos, utilizando datos de receptores GPS, recolectados durante 24 horas, en una red global.

3.6.5 Funciones de Mapeo

Existen diferentes formas de mapeo a continuación vamos a detallar las más utilizadas:

- ✓ Función de mapeo patrón geométrico $SF_{(P)}$:

$$SF = \frac{1}{\cos z'} \quad (3.31)$$

donde el valor de z' , representa el ángulo zenital del camino de la señal en relación a un plano de altura media (h_m), es obtenido con la fórmula (3.23).

- ✓ Función presentada por Sárdon (1994) $SF_{(S)}$:

$$SF = \frac{\sqrt{r_m^2 \operatorname{sen}^2(el) + 2r_m h_2 + h_2^2} - \sqrt{r_m^2 \operatorname{sen}^2(el) + 2r_m h_1 + h_1^2}}{h_2 - h_1} \quad (3.32)$$

Sardón *et al.* (1994) presenta una función de mapeo que depende básicamente, del ángulo de elevación (el) del satélite y de la altura más baja (h_1) y la más alta (h_2) de la capa ionosférica adoptada. Los valores de h_1 y h_2 , fueron adoptados por Sardón *et al.* (1994) siendo iguales a 305 y 405 km, respectivamente. Sin embargo, otros valores pueden ser adoptados.

✓ Función presentada por Komjathy (1997) $SF_{(K)}$:

$$SF = a_0 + a_1x^2 + a_2x^4 + a_3x^6 \quad (3.33)$$

En Komjathy (1997) la función de mapeo es presentada mediante un polinomio, donde $x = 1 - \frac{2}{180}el$; $a_0 = 1,0206$; $a_1 = 0,4663$; $a_2 = 3,5055$ y $a_3 = -1,8415$. Los coeficientes (a_0, a_1, a_2 y a_3) fueron ajustados y estimados para una capa ionosférica variando entre las alturas de 200 y 600 km (Clynch *et al.* Komjathy, 1997).

Ahora considerando la relación entre el retraso ionosférico en la portadora L_1 en la dirección satélite/antena receptora (I_{1r}^s) y el mismo en la dirección vertical (I_1^v), dada por:

$$I_{1r}^2 = SF I_1^v \quad (3.34)$$

3.6.6 Funciones de modelamiento del retraso ionosférico vertical

A continuación se dan a conocer las diferentes funciones de modelamiento del retraso ionosférico vertical (I_1^v) existentes:

✓ Series de Fourier (orden = 6; número de coeficientes = 15) $I_{1(Fou)}^v$:

$$I_1^v = a_1 + a_2B^s + \sum_{\substack{i=1 \\ j=2i+1}}^6 \{a_j \cos(ih^s) + a_{j-1} \text{sen}(ih^s)\} + a_{15}B^s h^s \quad (3.35)$$

donde los términos $(a_1, a_2, \dots, a_{15})$ son los parámetros de la serie. La variable B^s representa la diferencia entre las latitudes geográficas de la antena receptora y la del punto sub-ionosférico (proyección de la latitud del punto ionosférico en la capa ionosférica de altitud media h_m , sobre la superficie de la Tierra – Figura. 3.3) y la variable h^s está dada por: $h^s = \frac{2\pi}{T}(t-14)$ donde T representa el período de 24 horas y t la hora local del punto subionosférico.

✓ Armónicos Esféricos (orden = 3; número de coeficientes = 16) $I_{1(HE)}^v$:

$$I_1^v = \sum_{n=0}^3 \left\{ \sum_{m=0}^n \{C_{nm} \cos(mt) + S_{nm} \text{sen}(mt)\} P_{nm}(\text{sen}(\delta_{mIP})) \right\} \quad (3.36)$$

donde:

$P_{nm}(x)$ es el polinomio de Legendre;

δ_{mIP} es la latitud geomagnética del punto ionosférico;

t es la hora local del punto ionosférico (normalizado entre 0 y 2π); y

C_{nm} y S_{nm} son los coeficientes de la función

Una forma de calcular el polinomio de Legendre ($P_{nm}(x)$) es utilizando la fórmula de Ferrer, que es adecuada para programación. De esta forma, el polinomio de Legendre está dado por (Krueger *et al.* 1994):

$$P_{nm}(x) = 2^{-n} (1-x^2)^{m/2} \sum_{k=0}^r (-1)^k \frac{(2n-2k)!}{k!(n-k)!(n-m-2k)!} x^{n-m-2k} \quad (3.37)$$

donde r es el mayor entero $\leq (n-m)/2$.

✓ Series de Taylor (orden = 3; número de coeficientes = 16) I_1^v (T_{ay}):

$$I_1^v = \sum_{n=0}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^{m_{\max}} E_{nm} (B - B_0)^n (s - s_0)^m \quad (3.38)$$

donde:

B_0, s_0 son las coordenadas de origen de la expansión de la serie;

B, s son las coordenadas del punto ionosférico;

n_{\max}, m_{\max} determinan el orden máxima de la expansión bidimensional de la serie de Taylor; y

E_{nm} son los coeficientes de la serie de Taylor.

Se puede adoptar por ejemplo, las coordenadas de origen B_0 y s_0 , siendo respectivamente, la latitud geográfica de la antena del receptor y la longitud del Sol medio. En este caso, se puede considerar B como la latitud geográfica del punto ionosférico y la variable s como:

$$s = UT + \lambda - \pi \quad (3.39)$$

donde UT es el tiempo universal del punto ionosférico y λ es la longitud geográfica del punto ionosférico.

✓ Polinomio de Cuarto Orden (orden = 4; número de coeficientes = 15) I_1^v (Pol):

$$\begin{aligned} I_1^v = & a_0 + a_1 \ddot{\vartheta}_{mIP} + a_2 (\ddot{\vartheta}_{IP} + UT\dot{\vartheta}_e) + a_3 \ddot{\vartheta}_{mIP}^2 + a_4 (\ddot{\vartheta}_{IP} + UT\dot{\vartheta}_e)^2 + a_5 \ddot{\vartheta}_{mIP} (\ddot{\vartheta}_{IP} + UT\dot{\vartheta}_e) \\ & + a_6 \ddot{\vartheta}_{mIP}^3 + a_7 (\ddot{\vartheta}_{IP} + UT\dot{\vartheta}_e)^3 + a_8 \ddot{\vartheta}_{mIP}^2 (\ddot{\vartheta}_{IP} + UT\dot{\vartheta}_e) + a_9 \ddot{\vartheta}_{mIP} (\ddot{\vartheta}_{IP} + UT\dot{\vartheta}_e)^2 + \\ & a_{10} \ddot{\vartheta}_{mIP}^4 + a_{11} (\ddot{\vartheta}_{IP} + UT\dot{\vartheta}_e)^4 + a_{12} \ddot{\vartheta}_{mIP}^3 (\ddot{\vartheta}_{IP} + UT\dot{\vartheta}_e) + a_{13} \ddot{\vartheta}_{mIP}^2 (\ddot{\vartheta}_{IP} + UT\dot{\vartheta}_e)^2 + \\ & a_{14} \ddot{\vartheta}_{mIP} (\ddot{\vartheta}_{IP} + UT\dot{\vartheta}_e)^3 \end{aligned} \quad (3.40)$$

donde:

δ_{mIP} es la latitud geomagnética del punto ionosférico;

λ_{IP} es la longitud del punto ionosférico;

UT es el tiempo universal del punto ionosférico;

ω_e es la velocidad angular de la Tierra; y

a_0, \dots, a_{14} son los coeficientes del modelo

Considerando la ecuación (3.30), las funciones de mapeo y las de modelamiento del atraso ionosférico vertical, la ecuación (3.30) puede ser escrita de 12 formas diferentes, por ejemplo:

Para $SF_{(P)}$ y $I_{1(Fou)}^v$:

$$F(P_2 - P_1)_r^s = SF_{(P)} I_{1(Fou)}^v + F\left[(S_{p2} - S_{p1})^s + (R_{p2} - R_{p1})\right] + F \varepsilon_{p21} \quad (3.41)$$

De esta manera existen 12 opciones diferentes para modelar la corrección del efecto ionosférico, depende de la función de mapeo y de modelamiento que se desean utilizar.

Para cada función de mapeo existen cuatro opciones diferentes de modelamiento del atraso ionosférico vertical.

Como existen tres funciones de mapeo, se tiene un total de 12 opciones diferentes de modelamiento de la ionosfera.

En la Figura. 3.8 se muestra un flujograma de las opciones entre las funciones de mapeo y modelamiento del retraso ionosférico vertical.

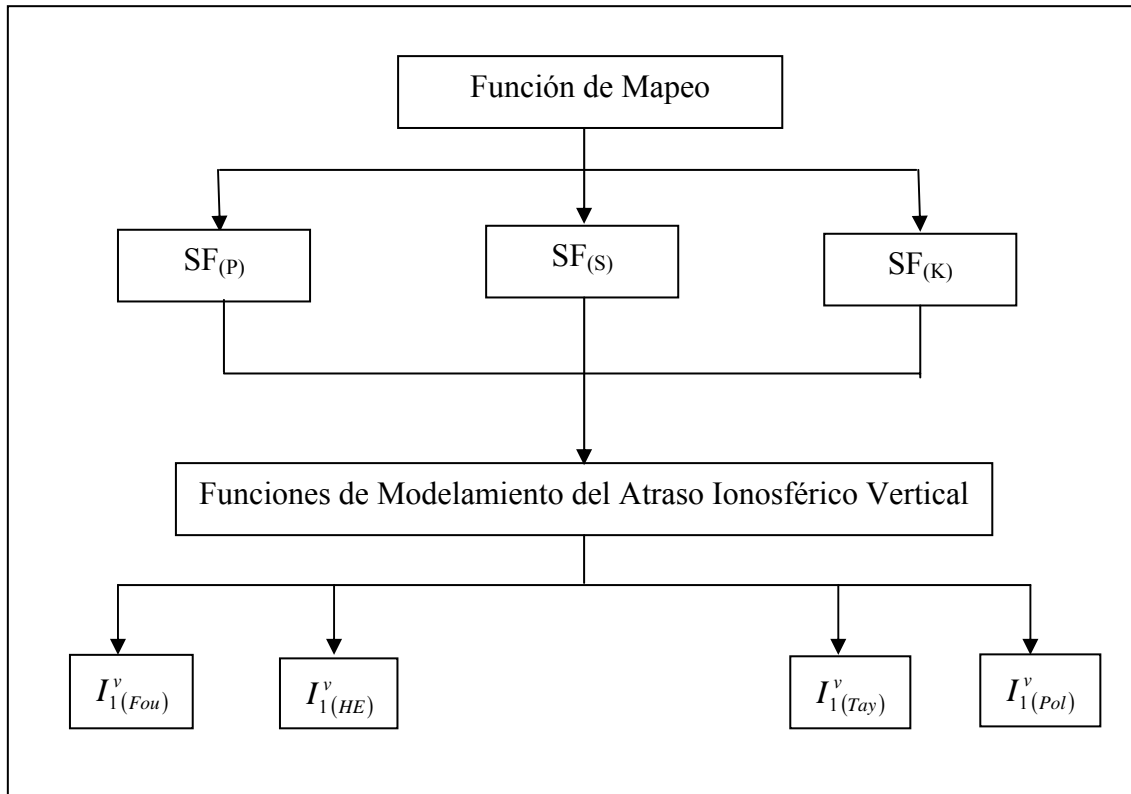


Figura. 3.8 Flujograma con las funciones de mapeo y de modelamiento del retraso ionosférico vertical
Fuente: Matsuoka (2003)

CAPÍTULO IV

AJUSTE POR EL MÉTODO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS Y CONTROL DE CALIDAD

4.1 INTRODUCCIÓN

El ajuste de observaciones es una rama de la matemática aplicada, cuyo objetivo es proporcionar solución única para problemas donde el número de observaciones (medidas) es redundante y el sistema de ecuaciones lineales es inconsistente.

Cuando las observaciones son realizadas es inevitable la ocurrencia de errores, una vez que estos son inherentes al proceso de observación. De esta forma, suponiendo una medida realizada muchas veces, esta varía constantemente. A esta variación se le da el nombre de fluctuaciones probabilísticas. Cualquier estimación de un parámetro solo tendrá valor científico o técnico si está acompañado de su precisión, o sea, de su estimativa de calidad.

La inconsistencia del sistema de ecuaciones es debida a las fluctuaciones probabilísticas de las observaciones y hace que un determinado subconjunto de datos proporcione valores diferentes en otro subconjunto. La solución única, a estos problemas, está dada por el Método de los Mínimos Cuadrados (MMC), desarrollado independientemente por Gauss en 1795 y Legendre en 1805 (Camargo, 1999).

Existen tres tipos de errores involucrados en el proceso de medición: los groseros, los sistemáticos y los aleatorios (accidentales o randómicos) (Gemael, 1994). Los errores groseros son originados de fallas humanas y/o del equipo y deben ser eliminados. Los errores sistemáticos son aquellos originados de causa conocida, en la mayoría de las veces pueden ser evitados a través de técnicas especiales de observación y de procesamiento, o

eliminados mediante la aplicación de fórmulas proporcionadas por la teoría (Modelos Matemáticos).

Eliminados los errores sistemáticos y groseros, las observaciones todavía poseen la influencia de los errores aleatorios, que al contrario de los anteriores, no están vinculados a ninguna causa conocida. Una característica importante de estos errores es la tendencia de neutralización de los mismos cuando el número de observaciones crece.

Se puede, también, con base en las técnicas de ajuste, detectar la presencia de errores groseros en un conjunto de observaciones, efectuar la planificación de la coleta de datos y saber, a priori, si atendieron las prescripciones establecidas.

El ajuste de observaciones se ha visto beneficiado en las últimas décadas con la facilidad de lenguaje matricial y el desarrollo en la computación y electrónica.

En resumen se puede decir que:

A partir de observaciones redundantes sujetas a fluctuaciones probabilísticas y de una estimativa de su precisión, el AJUSTE tiene por objetivo:

- ❖ Estimar, mediante la aplicación de modelos matemáticos adecuados y de MMC, un valor único para cada una de las incógnitas del problema.
- ❖ Estimar la precisión de las incógnitas y una eventual correlación entre ellas. (Gemael, 1994).

Siempre que se necesita describir, matemáticamente, una realidad física, se recurre a fórmulas, expresiones o ecuaciones que representan tal realidad con suficiente aproximación. El modelo matemático es definido como un sistema teórico, que describe una situación física o una serie de eventos. De esta forma, tal descripción no necesita explicar, totalmente la situación física, mas no relacionar solamente los aspectos o propiedades de interés.

Teniendo en vista que el modelo sirve para un propósito particular, el mismo se puede presentar de diferentes formas para una misma situación física, dependiendo del propósito en cuestión. Como ejemplo, el modelo teórico está estrictamente relacionado a la aproximación deseada, tal como la representación de la Tierra o parte de ella, realidades físicas en las disciplinas de Topografía y Geodesia, que utilizan de los modelos teóricos, tales como: el plano, la esfera y el elipsoide.

El modelo matemático está frecuentemente, compuesto de dos partes, divididos en un modelo funcional y un modelo estocástico. El modelo funcional constituye la parte decisiva de la realidad física o evento en consideración. El modelo estocástico describe las propiedades no determinativas (estocásticas) de las variables envueltas, particularmente aquellas representando las observaciones. Los modelos funcional y estocástico deben ser tratados juntos, pudiendo tener varias combinaciones.

Las observaciones, también como el resultado del ajuste, son frecuentemente analizadas en la práctica, por la precisión y la exactitud. La exactitud se refiere al grado de concordancia de una estimativa y de su valor verdadero y está vinculada a efectos aleatorios (fluctuación probabilísticas) y sistemáticos. Así, en cuanto la precisión expresa el grado de proximidad de la observación con su medida, vinculadas apenas a efectos aleatorios. La exactitud refleja la tendencia y la precisión refleja la dispersión, por ejemplo de una observación.

4.2 MÉTODO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS

El método de los mínimos cuadrados estima las variables estocásticas X (parámetros) y su precisión $\sum X$ (matriz varianza-covarianza (MVC) de los parámetros), a partir de las muestras L_b observadas con precisión $\sum L_b$ (matriz varianza-covarianza (MVC) de las observaciones) (Camargo, 1999).

El ajuste de datos está limitado en tres espacios, descritos a continuación:

- ❖ Espacio de Observaciones o Medidas R^n .
- ❖ Espacio del Modelo Matemático R^m .
- ❖ Espacio de los Parámetros desconocidos R^u (Gemael, 1994).

El conjunto original de observaciones será denotado por el vector L_b , que incluye observaciones redundantes e inconsistentes, después del ajustamiento es sustituido por otro, representado por L_a que satisface.

El conjunto de valores estimados para L_a es diferente del conjunto original L_b . La diferencia entre ambos vectores está dada por:

$$V = L_a - L_b \quad (4.1)$$

Que es conocido como el vector de los residuos, entonces:

$$L_a = L_b + V \quad (4.2)$$

El principio de MMC establece que:

$$\phi = V^T P V = \text{mínimo} \quad (4.3)$$

Conocida como forma cuadrática fundamental de MMC, donde el vector de los residuos es V y la matriz de peso de las observaciones está dada por:

$$P = \sigma_o^2 \sum L_b^{-1} \quad (4.4)$$

En donde σ_o^2 es un escalar conocido como factor de varianza a priori y $\sum L_b$ la matriz varianza – covarianza de las observaciones.

Es importante mencionar que la aplicación del principio de los mínimos cuadrados no requiere el conocimiento a priori de la distribución de probabilidades asociada a las observaciones (Gemael, 1994).

Dependiendo de las variables (observaciones y/o parámetros) el ajustamiento se lo puede realizar por los métodos: correlatos, paramétrico y combinado (Gemael, 1994). El método escogido para esta investigación es el paramétrico con condición.

4.3 AJUSTE POR EL MÉTODO DE LOS MÍNIMOS CUADRADOS

El modelo matemático es el punto inicial de la filosofía del ajuste. Una vez definido el modelo, aspectos prácticos y computacionales son utilizados para seleccionar los métodos de ajuste, por el MMC. La relación entre las fases de ajuste es mostrada en la Figura. 4.1:

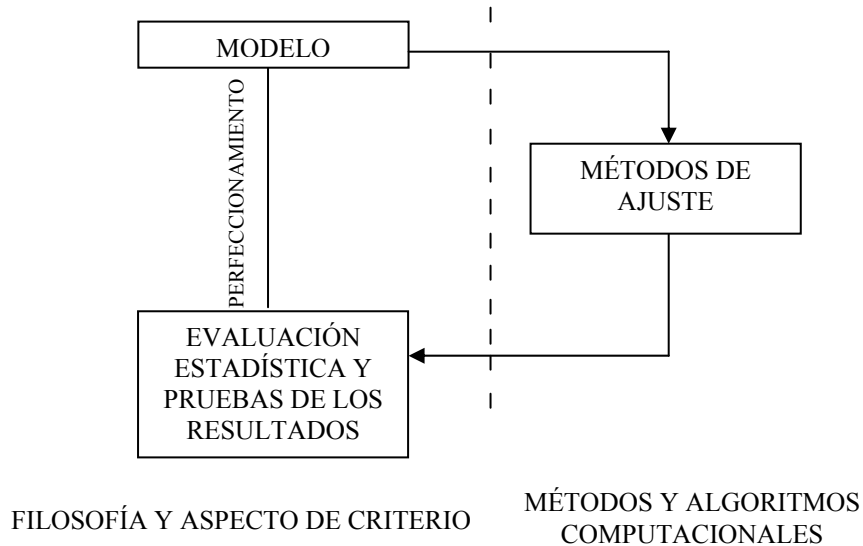


Figura. 4.1 Relación entre las fases del ajuste.

Fuente: Mikhail (1976).

Después de realizar el ajuste, otro paso necesario es la evaluación estadística de los resultados, esto es, una operación de criterio de los modelos (funcional y estocástico) y de las observaciones. El análisis estadístico podrá conducir a un perfeccionamiento, si el modelo original es constatado como inadecuado ocurre el rechazo de las observaciones.

Dependiendo de las variables (observaciones y o parámetros) involucrados en el modelo, el ajuste puede ser realizado para uno de los métodos: correlatos, paramétrico o combinado (Gemael, 1994). Apenas el método paramétrico será presentado, por ser el que se aplicará en este trabajo.

Además, pueden ser impuestas restricciones en los parámetros involucrados en el ajustamiento, designadas por condiciones. Una ecuación de condición está constituida solamente de parámetros. En la práctica, las condiciones en los parámetros ocurren, cuando algunos o todos los parámetros debe satisfacer algunas relaciones provenientes de la geometría o de características físicas del modelo.

Cuando un parámetro se mantiene fijo en el ajuste, se tiene la condición designada de absoluta. En este caso, la varianza del parámetro es considerada nula. Si la varianza de los parámetros fuera conocida, será tratada como observaciones adicionales o pseudo-observaciones (L'_b), constituyendo la llamada condición relativa. Y cuando hay una relación funcional explícita entre los parámetros, que deben obedecer a una determinada condición geométrica o física, pudiendo ser o no conocidos sus valores, se tiene el caso de las condiciones funcionales.

Las ecuaciones de condición, también como las condiciones involucradas en los problemas de ajuste, pueden ser lineales o no. Sin embargo, los tratamientos por el MMC son realizados, en general, con funciones lineales. Cuando las ecuaciones en el modelo no son lineales, se hace una expansión en serie, generalmente como la serie de Taylor, donde los términos de orden superior a la primera son negligentes.

Cuando se utilizan modelos linealizados, un conjunto de valores aproximados (X_0) para las incógnitas es exigido. La elección de esos valores es un aspecto importante, para resolver el problema. Infortunadamente no hay un camino único para su elección. En algunas situaciones, la experiencia es relevante; en otras, los cálculos abreviados a partir de los valores observados, pueden ser empleados.

En el caso de modelos no lineales, no se pueden admitir como valores ajustados finales aquellos obtenidos en la primera etapa del ajuste. Es necesaria la realización de iteraciones. Para tal criterio de convergencia debe ser establecido a fin de decidirse sobre el término de la iteración (Mikhail, 1976).

4.4 MÉTODO PARAMÉTRICO CON CONDICIÓN

El método paramétrico es también designado como ajuste de observaciones indirectas, o aún, como método de las ecuaciones de observaciones. Cada observación proporciona una ecuación. Se denota por n el número total de observaciones, se tiene, entonces, n ecuaciones. Las ecuaciones serán de tal forma, que se pueden aclarar en función de los u parámetros involucrados. Admitiéndose s condiciones, igual al número de observaciones adicionales.

4.4.1 Parámetros Ajustados

El modelo matemático del método paramétrico con condición está compuesto por (Camargo,1999):

$$L_a = F(X_a) \quad (4.5)$$

$$L'_a = G(X_a) \quad (4.6)$$

donde:

L_a : Vector $(n \times 1)$ de las observaciones ajustadas;

L'_a : Vector $(s \times 1)$ de los parámetros condicionados ajustados;

X_a : Vector $(u \times 1)$ de los parámetros ajustados;

F : Función que relaciona L_a con X_a , pudiendo ser lineal o no;

G : Función que relaciona L'_a con X_a , pudiendo ser lineal o no;

En el proceso de linealización, se utilizan valores aproximados (X_o) para los parámetros incógnitos (X_a), como punto de expansión de las funciones $F(X_a)$ y $G(X_a)$ en la serie de Taylor:

Sea entonces:

$$L_a = L_b + V \quad (4.7)$$

Donde:

L_b : Vector $(n \times 1)$ de los valores observados;

V : Vector $(n \times 1)$ de los residuos.

De esa forma se puede escribir la ecuación (4.5) como:

$$L_b + V = F(X_a) \quad (4.8)$$

Linealizando la segunda parte de la ecuación (4.8) con la serie de Taylor, se tiene que:

$$L_b + V = F(X_o) + \left. \frac{\delta F}{\delta X_a} \right|_{X_o} X \quad (4.9)$$

Designando la función de los parámetros aproximados por L_o :

$$L_o = F(X_o) \quad (4.10)$$

y la matriz de las derivadas parciales de las ecuaciones en relación a los parámetros, por A:

$$A = \left. \frac{\delta F}{\delta X_a} \right|_{X_o} \quad (4.11)$$

se tiene que:

$$L_b + V = L_o + AX \quad (4.12)$$

$$V = AX + L_o - L_b \quad (4.13)$$

Denotando L como la diferencia entre L_o y L_b :

$$L = L_o - L_b \quad (4.14)$$

Así, se obtiene el modelo matemático linealizado del modelo paramétrico:

$$V = AX + L \quad (4.15)$$

El segundo modelo (L'_a) es obtenido de la linealización de la ecuación de condición:

$$L'_a = G(X_a) \quad (4.16)$$

Similarmente al modelo principal, se tiene:

$$L'_b + V' = G(X_a) \quad (4.17)$$

que en forma linealizada, está dada por:

$$L'_b + V' = G(X_o) + \left. \frac{\partial G}{\partial X_a} \right|_{X_o} X \quad (4.18)$$

con:

$$G(X_o) = L'_o \quad (4.19)$$

$$\left. \frac{\partial G}{\partial X_a} \right|_{X_o} = C \quad (4.20)$$

$$L'_o - L'_b = L' \quad (4.21)$$

Se tiene que la ecuación (4.18) puede ser escrita como (Camargo, 1999):

$$V' = CX + L' \quad (4.22)$$

En resumen, los modelos linealizados son compuestos de **n** ecuaciones de observaciones y **s** ecuaciones de condición (una para cada condición), respectivamente, dadas por:

$${}_n V_1 = {}_n A_u \quad {}_u X_1 + {}_n L_1 \quad (4.23)$$

$${}_n V'_1 = {}_s C_u \quad {}_u X_1 + {}_s L'_1 \quad (4.24)$$

Aplicándose el principio de MMC:

$$\phi = V^T P V + V'^T P_{inj} V' = \text{mínimo} \quad (4.25)$$

Se obtiene que:

$$X = -(A^T PA + C^T P_{inj} C)^{-1} (A^T PL + C^T P_{inj} L') \quad (4.26)$$

o:

$$X = -(N + N')^{-1} (U + U') \quad (4.27)$$

siendo:

N y N' : Matrices ($u \times u$) de los coeficientes de las ecuaciones normales;

U y U' : Vectores ($u \times 1$) de los términos independientes;

P_{inj} : Matriz de peso ($s \times s$) de las condiciones ($P_{inj} = \sigma_o^2 \sum L_b^{-1}$)

Siendo la matriz $(N + N')$ no singular, las componentes del vector X convierten los parámetros aproximados en ajustados:

$$X_a = X_o + X \quad (4.28)$$

Cuando la matriz de pesos de las condiciones relativas en la diagonal y cada una de las ecuaciones de condición contiene un parámetro, la matriz N' y el vector U' serán, respectivamente, P_{inj} y $P_{inj}L'$. El procedimiento de introducción de condiciones, en este caso, es muy útil computacionalmente, porque se forma la matriz N y el vector U , conforme el modelo del método paramétrico. A partir de ahí, si un parámetro (j) es condicionado, se posiciona dentro de la matriz N y del vector U , los elementos correspondientes a (j). A esos elementos añadidos P_{inj} , correspondiente a (j) en N , y el producto $P_{inj}L'$, a los elementos del vector U .

Este procedimiento es conveniente numéricamente, mantiene el modelo paramétrico y posibilita patrones especiales para la matriz A y N , que son importantes para la eficiencia numérica.

4.4.2 Matriz Varianza – Covarianza de los parámetros ajustados

La estimativa de un valor o de un conjunto de valores (parámetros) debe ir acompañada de un indicador de calidad de los mismos. La MVC de los parámetros ajustados es obtenida, aplicando la ley de propagación de covarianzas en la expresión (4.27), es decir, en la expresión que proporciona el vector de las correcciones de los parámetros aproximados (Gemael, 1994).

$$\sum X_a = \sigma_o^2 (N + N')^{-1} \quad (4.29)$$

Siendo, el factor de variancia a posteriori (σ_o^2) calculado a partir de la siguiente expresión:

$$\sigma_o^2 = \frac{V^T P V + V'^T P_{inj} V'}{n - u + s} \quad (4.30)$$

CAPÍTULO V

METODOLOGÍA

5.1 ORIGEN DE LOS DATOS

En esta investigación se utilizó los datos de tres estaciones: S061, CIE y ESPE. De las cuales solo la estación S061, pertenece a la Red de Monitoreo Continuo IGS. Cada una de las estaciones se especifica a continuación:

S061 (Estación de la Red de Monitoreo Continuo IGS)

La estación S061 forma parte de la Red de Monitoreo Continuo IGS (Internacional GNSS Service), está ubicada en la terraza del edificio central del IGM Quito – Ecuador. (Figura. 5.1).



Foto. 5.1 Estación de Monitoreo Continuo S061
Fuente: Foto tomada por el autor

Las especificaciones técnicas de la estación S061, se encuentran en el *log in*, podemos acceder a ver dichas especificaciones entrando a la página oficial de la SOPAC (www.sopac.ucsd.edu.com), a continuación se detalla algunas características de la estación S061:

- ✓ Domes Number: 42003S003
- ✓ Receptor: ASHTECH Z-XII3
- ✓ Antena: ASH700936B_M

Los datos GPS de la estación S061, se obtuvieron de la página web de la SOPAC (Scripps Orbit and Permanent Array Center) <http://sopac.ucsd.edu>. (Figura. 5.2), para lo cual se sigue los siguientes pasos:

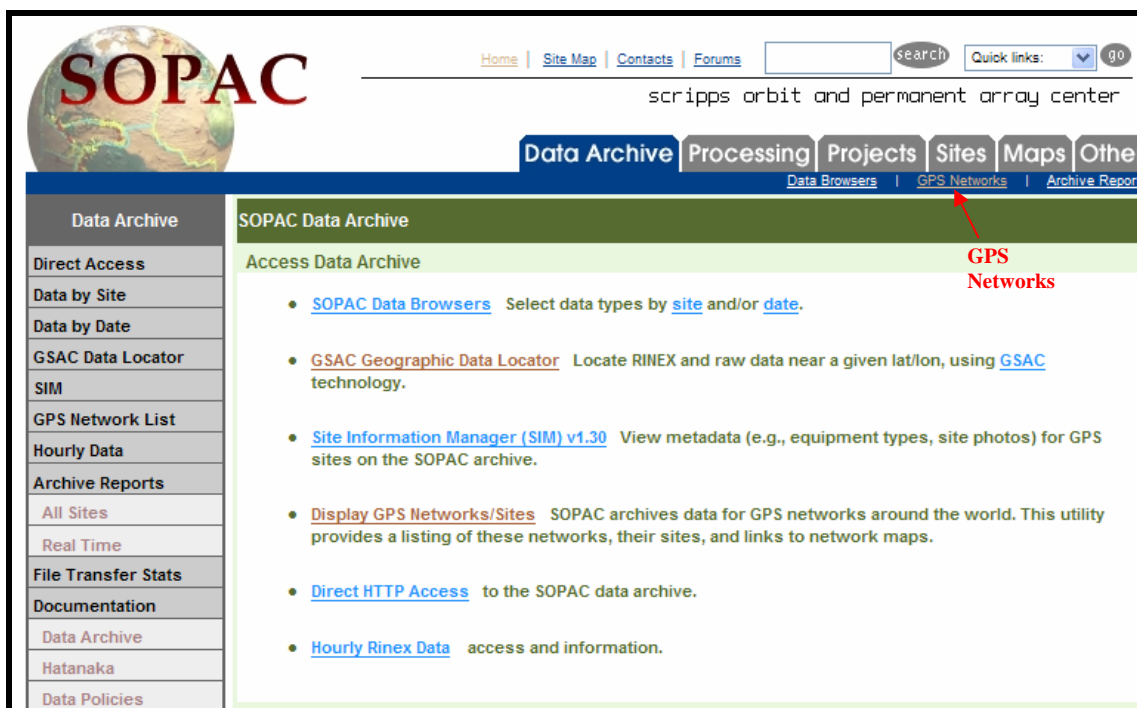


Figura. 5.1 Descarga de Datos de la Estación S061
Fuente: <http://sopac.ucsd.edu>.

En la pestaña de *Data Archive* se va a la opción *GPS Networks*, en el cual se despliegan varios conjuntos de GPS, se busca *IGS (International GNSS Service)*, se da clic y aparecerán todas las estaciones de monitoreo continuo pertenecientes al IGS, se busca la estación *RIOP*, ingresamos a la misma la cual va dar información de la estación como por ejemplo: Lugar de ubicación, Coordenadas Cartesianas con su Época de Referencia, Latitud y Longitud de la estación con su Época de Referencia, el Site log que no es más

que las especificaciones técnicas de la estación. En la misma hay una opción de búsqueda cercana de Datos GPS (*Find Nearby GPS Data*) se da clic en *Go* y se accede a bajar los archivos RINEX de observación y navegación de los días GPS en estudio.

En la Figura. 5.4 se indica como ejemplo la obtención de los archivos rinex de observación del día GPS 49 del año 2009, puesto que la estación de monitoreo continuo RIOP está fuera de funcionamiento hace algún tiempo atrás, se coloca un radio de 250 km. para captar datos de otras estaciones de monitoreo continuo cercanos, tal es el caso de la estación *S061*, la cual se usa en la presente investigación.

The screenshot shows the SOPAC website interface. At the top, there is a navigation menu with links for Home, Site Map, Contacts, and Forums. Below this is a search bar and a 'Quick links' dropdown. The main content area is titled 'Nearby Data - Featuring GSAC * 2 Technology' and displays search results for 6 matches found within 250 kilometers of the specified coordinates. The search criteria are: Year: 2009, Day: 49, Latitude: -1.6506, Longitude: -78.65111, and Radius: 250 km. A 'Data Types' dropdown menu is open, showing options: All data types, RINEX Observation Files (selected), RINEX Navigation Files, RINEX Meteorological Files, and Raw GPS Data Files. Below the search criteria, there is a 'Map It' button and a 'Search' button. The search results are displayed in a table with columns: Download Link, URL, Data Type, Archive Identifier, and File Size.

Download Link	URL	Data Type	Archive Identifier	File Size
1	ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/gps/data/daily/2009/049/09d/qui10490.09d.Z	rinex_obs	cddis s061	501789
1	ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/gps/data/daily/2009/049/09d/qui20490.09d.Z	rinex_obs	cddis s061	505469
1	ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/gps/data/daily/2009/049/09d/qui10490.09d.Z	rinex_obs	cddis s061	501789
1	ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/gps/data/daily/2009/049/09d/qui20490.09d.Z	rinex_obs	cddis s061	505469
1	ftp://garner.ucsd.edu/pub/rinex/2009/049/qui10490.09d.Z	rinex_obs	sopac qui1	501789
1	ftp://garner.ucsd.edu/pub/rinex/2009/049/qui20490.09d.Z	rinex_obs	sopac qui2	505469

Figura. 5.2 Descarga de Datos de la Estación S061
Fuente: <http://sopac.ucsd.edu>.

Los archivos Rinex de observación y navegación de la estación S061 (también encontrada con el nombre de qui1 o qui2), son bajados en archivos .zip, solo con dar clic sobre el URL, los mismos contienen dos subarchivos, uno con extensión “d” para los de observación y otro “n” para los de navegación respectivamente, necesarios para cualquier procesamiento.

Los archivos de observación tienen el siguiente formato “nombre_de_la_estación_díagps.añod” (ejemplo: qui10490.09d para el 18 de febrero del año 2009, día GPS 49) y se encuentran doblemente comprimidos, primero se utiliza WinZip y luego formato Hatanaka.

Mientras que los archivos de navegación tienen el siguiente formato “nombre_de_la_estación_díagps.añon” (ejemplo: qui10490.09n para el 18 de febrero del año 2009, día GPS 49), este queda listo para ser utilizado con tan solo descomprimir el archivo zip.

Como se cita anteriormente para los archivos de observación, una vez descomprimido el archivo zip, es necesaria la descompresión Hatanaka, para ello se debe bajar el programa **crx2rnx.exe** desde la página oficial de la SOPAC, el cual ayudará en la descompresión siguiendo los siguientes pasos:

- ✓ En un mismo directorio deben copiarse el programa de descompresión **crx2rnx.exe** y el archivo de observación extraído del zip (qui10490.09d).
- ✓ Con el mouse arrastramos al archivo “d” hacia el programa de descompresión **crx2rnx.exe**. Automáticamente se abre una ventana de DOS y el archivo queda descomprimido en formato RINEX (extensión “o”), posteriormente la ventana se cierra sola.
- ✓ Este archivo es creado en el mismo directorio.

Los archivos descargados vía Internet tuvieron un período de 0 horas (UTC) a 24 horas (UTC), se obtuvieron datos de todos los días a excepción de los fines de semana y feriados.

El día de inicio de la recolección de datos fue el 9 de febrero de 2009 (día GPS 40) y la finalización fue el 29 de abril de 2009 (día GPS 119) ver Anexo 1 (Calendario GPS año 2009), los archivos poseen un intervalo de grabación de 15 segundos y un ángulo de elevación de 10 grados. La altura de la antena fue de 0 m medidos a la base de la antena, conocido como ARP por sus siglas en inglés (Antenna Reference Point).

CIE (Centro de Investigaciones Espaciales)

La Estación de Monitoreo Continuo CIE, se estableció en el Centro de Investigaciones Espaciales “CIE” (Figura. 5.4), el cual se encuentra ubicado en la Estación Cotopaxi localizada a 55 Km. de la ciudad de Quito, en la provincia de Cotopaxi, cantón Latacunga. Esta estación posee un receptor de marca Trimble NetR5, que está ubicado dentro de las instalaciones del CIE en la oficina de procesamiento de datos (Figura. 5.5) y una antena de marca Zephyr Geodetic modelo 2, la misma que se encuentra ubicada en el techo del CIE sobre una base de cemento en la cual se empotró un trípode de acero inoxidable para insertar la antena (Figura. 5.6).



Foto 5.2 Centro de Investigaciones Espaciales



Foto. 5.3 Receptor Trimble NetR5



Foto. 5.4 Antena Zephyr Geodetic instalada en trípode de acero inoxidable empotrado en base de cemento

Los archivos Rinex de observación y de navegación, fueron obtenidos transformando los archivos de código binario a formato RINEX 2.1, mediante un convertidor de RINEX, del software Trimble Geomatics Office (TGO). Los archivos GPS generados en la estación de monitoreo continuo CIE tuvieron un período de 24 horas (UTC) iniciando a las 0:00 horas (UTC) y finalizando a las 24 horas (UTC), la recolección de datos se realizó todos los días a excepción de los fines de semana y feriados. No se contó con datos durante el período del 10 al 25 de marzo del 2009 debido a que existieron problemas técnicos con la estación de monitoreo continuo CIE. El día de inicio de la recolección de datos fue el 9 de febrero del 2009 (día GPS 40) y la finalización fue el 29 de abril del 2009 (día GPS 119). Los archivos poseen un intervalo de grabación de 15 segundos, con un ángulo de elevación de 10 grados. La altura de la antena fue de 1.18m medida al centro de fase de la antena.

ESPE (Escuela Politécnica del Ejército)

Para el caso del punto ESPE, no se utilizó una estación de monitoreo continuo GPS, la recolección de datos en este punto se lo realizó con un equipo GPS de doble frecuencia marca Thales Z-max, el mismo que fue ubicado en la terraza de las instalaciones de los laboratorios de Ingeniería Mecánica y de Geográfica y Medio Ambiente de la Escuela Politécnica del Ejército (Figura. 5.7).



Figura. 5.3 Ubicación del equipo GPS doble frecuencia en las instalaciones de los laboratorios de Ingeniería Geográfica de la ESPE

En la terraza fue colocada una placa de acero (Figura. 5.8) la misma que sirve para posicionar el punto, la altura de la antena de la estación fue variable debido a que por medidas de seguridad todos los días el equipo fue montado y desmontado (Figura. 5.9).



Foto. 5.5 Placa de acero ESPE

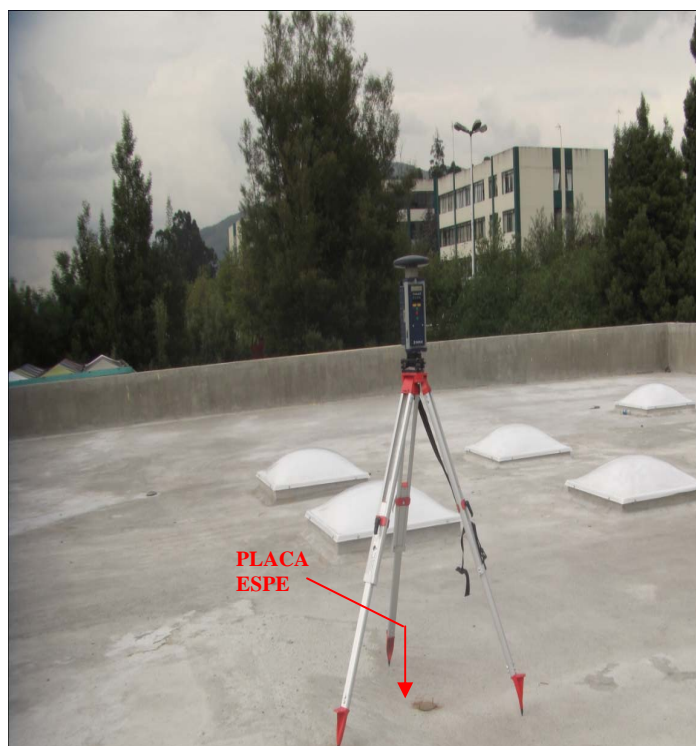


Foto. 5.6 Equipo GPS montado en el punto ESPE

Los archivos Rinex de observación y de navegación, fueron obtenidos transformando los archivos de código binario a formato RINEX, mediante un convertidor RINEX, del software Ashtech Solutions 2.60.

Los archivos GPS generados en la estación ESPE tuvieron un período de 11 horas (UTC) iniciando a las 13:00 horas (UTC) y finalizando a las 24 horas (UTC), la recolección de datos se realizó todos los días a excepción de los fines de semana y feriados. El día de inicio de la recolección de datos fue el 9 de febrero del 2009 (día GPS 40) y la finalización fue el 29 de abril del 2009 (día GPS 119). Los archivos poseen un intervalo de grabación de 15 segundos, con un ángulo de elevación de 10 grados.

5.2 RECOLECCIÓN DE DATOS

Para la presente investigación, los receptores de cada una de las estaciones utilizadas han sido configurados, de tal manera que se obtengan observaciones de las 24 horas del día, para el caso de las estaciones de monitoreo continuo S061 y CIE; y observaciones de 11 horas para el caso de la estación ESPE, almacenando así archivos diarios con intervalos de grabación de 15 segundos, ya que para el cálculo del retraso ionosférico vertical se toman

datos cada dos horas. Se toma los archivos creados durante tres meses: Febrero, Marzo y Abril.

5.3 PROCESAMIENTO DE DATOS

Para el procesamiento, en esta investigación se utilizó los datos disponibles de las tres estaciones S061, CIE y ESPE, en un periodo comprendido entre el 9 de febrero y el 29 de abril de 2009.

La técnica para el procesamiento fue la siguiente:

- Analizar la integridad de los archivos diarios
- Definir los meses a trabajar (Febrero, Marzo y Abril)
- Conversión de los archivos de código binario a formato RINEX, mediante un convertidor de RINEX, según el software utilizado para cada una de las estaciones como fue explicado anteriormente.
- Procesamiento de los datos para el cálculo del retraso ionosférico cada 2 horas.

5.3.1 Formato RINEX

La necesidad de combinar distintos tipos de receptores de diferentes casas comerciales, y/o versiones, en el mismo proyecto, y calcular los datos con un mismo programa se convierte en prioridades. El formato RINEX (Receiver INdependent EXchange), satisface esta necesidad de intercambio de información registrada por equipos de posicionamiento por diferentes satélites, ya sean GPS, TRANSIT, GLONASS o combinados.

Los receptores registran una serie de observables como:

- ❖ La medida de fase de una o dos portadoras entre la señal recibida del satélite y la señal generada por el receptor.
- ❖ La medida de pseudodistancia (Código), equivalente a la diferencia del tiempo de recepción (expresada en el marco del tiempo del receptor) y el tiempo de emisión (expresada en el marco de tiempo del satélite) de la misma señal.
- ❖ La observación de tiempo del reloj del receptor en el instante de recepción de las medidas de código y fase.

Actualmente el formato consta de seis tipos de ficheros ASCII (la anterior versión 2.00 sólo constaba de 4 tipos) **Fuente:** Curso Avanzado de Sistemas de Posicionamiento por Satélite, 2006:

- a. Observation Data
- b. Navigation Message
- c. Meteorological Data
- d. GLONASS Navigation Message
- e. GEO Navigation Message
- f. Satellite and Receiver Clock Date

Cada fichero consta de una cabecera (header) y de una sección de datos. La información de la cabecera se refiere a todo el fichero y por ello es puesta al principio del mismo. Contiene etiquetas en las columnas, que describen qué tipo de información se encuentra a la izquierda de la misma.

5.3.1.1 Definición de las observables en RINEX

Las observables van expresadas en tiempo, fase y pseudodistancia, de la siguiente manera:

- ✓ **Tiempo.-** Es el tiempo de la medida en el receptor de las señales recibidas. Es el mismo para medidas de pseudodistancia (código) y fase, de igual manera para todos los satélites observados en esa época. Está expresado en Tiempo GPS.
- ✓ **Pseudodistancia.-** Es la distancia (expresada en metros) desde la antena del receptor a la antena del satélite, incluyendo estados de reloj (offsets) y otros errores, como retardos atmosféricos.
- ✓ **Fase.-** Es la medida de la portadora de fase en ciclos enteros en L1 y L2.

5.3.1.2 Designación de los Ficheros

La forma que por convención está recomendada para nombrar ficheros RINEX es ssssddf.yyt

- ✓ *ssss* Identificador de la estación de trabajo
- ✓ *ddd* Día del año del primer registro
- ✓ *f* Secuencia del archivo en un día (sesión) es = 0 1 sesión por día

✓ *yy* Año

✓ *t* Tipo de fichero:

O: para ficheros de observación,

D: para ficheros de observación con compresión Hatanaka,

N: para ficheros de navegación,

M: para ficheros de datos meteorológicos,

G: para ficheros de navegación GLONASS

5.3.1.3 Archivos de Observación

El fichero de observación contiene en su cabecera información que describe los contenidos del fichero, como el nombre de la estación, información de antena, las coordenadas aproximadas de la estación, número y tipos de observación, intervalo de observación en segundos, tiempo de la primera observación registrada, y otros datos.

La Tabla. 5.1 muestra la estructura de un archivo RINEX de observación.

Tabla. 5.1 Archivo de Observación

Etiqueta de la cabecera	Descripción
RINEX VERSION / TYPE	Versión de RINEX. / Tipo de fichero "o" observación "n" Navegación Sistema de satélite: * G o vacío: GPS. * R: GLONASS. * T: NWSS Transit. * M: Mixto.
PGM / RUN BY / DATE	Programa que crea este fichero / Agencia que crea este fichero / Día de creación del fichero.
COMMENT	Comentario
MARKER NAME	Nombre del punto de observación
MARKER NUMBER	Número del punto de observación
OBSERVER / AGENCY	Nombre del Observador / agencia o instituto que observa
REC # / TYPE / VERS	Número / tipo / software usado por el receptor
ANT # / TYPE	Número / tipo de la antena
APPROX POSITION XYZ	Posición absoluta aproximada del punto en la última época en X Y Z
ANTENNA: DELTA H/E/N	Altura de antena / excentricidades relativas al Este / al norte (m).

WAVELENGTH FACT L1/2	Factores para L1 y L2: * 1: Ciclo enteros completo. * 2: Medio ciclo (encuadramiento). * 0 en L2: Sólo una frecuencia (solo L1).
# / TYPES OF OBSERV	Número de observables / tipos diferentes de observaciones Tipos de observaciones: L1,L2 : Fase medida para L1 y L2 C1 : Falsa distancia usando el código C/A en L1 P1,P2 : Falsa distancia usando en código P para L1 y L2 D1, D2 : Frecuencia doppler en L1 y L2 T1, T2 : Señal Doopler transit integrada 150 kHz (T1), 400Khz (T2) Unidades: Fase (ciclos enteros) Falsa distancia (metros) Doopler (Hz) Transit (ciclos)
INTERVAL	Intervalo de observación (épocas) en s
TIME OF FIRST OBS	Tiempo de la primera época de grabación (4 dígitos para el año, mes, día, hora, minuto y segundo). Ej: 1990 3 24 13 10 36.000000 Sistema de tiempo: • GPS: tiempo GPS • GLO: tiempo UTC.
TIME OF LAST OBS	Tiempo de la última época de grabación (4 dígitos para el año, mes, día, hora, minuto y segundo). Ej: 1990 3 24 13 10 36.000000
LEAP SECONDS	Salto de segundos entre épocas en segundos
PRN / # OF OBS	Pseudo – Rango – Noise (número del satélite) / número de observaciones para cada tipo de observaciones indicadas en # / TYPES OF OBSERV. Para cada satélite se repite este registro.
END OF HEADER	Final de la cabecera

Registro de Observación	Descripción
EPOCH /SAT or EVENT FLAG	<ul style="list-style-type: none"> • Época año mes día hora min. seg. • Epoch Flag: 0: OK 1: falla de sincronización entre la época anterior y la actual >1:event flag • Número de satélites en la época actual • Lista de PRNs (números de los satélites). • Desfase del reloj del receptor.
Observaciones	<ul style="list-style-type: none"> • Cada satélite repite un valor para cada tipo de observación. • Los espacios en blanco o escritos 0.0 indican observaciones perdidas.

El ejemplo 1, pertenece a un archivo de observación GPS en formato RINEX de la estación de monitoreo continuo CIE, datos pertenecientes al día 17 de febrero de 2009.

Ejemplo 1.- Archivo de Observación GPS de la Estación Cotopaxi 17 de Febrero de 2009

```

2.10          OBSERVATION DATA      G (GPS)          RINEX VERSION / TYPE
DAT2RINW 3.10 001  ESPE              18FEB09 10:23:30  PGM / RUN BY / DATE
ESPE         ESPE                    OBSERVER / AGENCY
4747K11267   TRIMBLE NETR5           Nav 3.32 Sig 0.00  REC # / TYPE / VERS
                                     TRM41249.00       ANT # / TYPE
-----
Offset from BOTTOM OF ANTENNA to PHASE CENTER is 53.3 mm  COMMENT
-----
ESTACION_COTOPAX                                     MARKER NAME
COTOPAX                                              MARKER NUMBER
1263695.2215 -6254984.5060 -68886.6117             APPROX POSITION XYZ
1.2333      0.0000      0.0000                     ANTENNA: DELTA H/E/N
*** Above antenna height is from mark to PHASE CENTER.  COMMENT
Note: The above height is to the antenna phase center.  COMMENT
      The RINEX specification calls for this to be the  COMMENT
      height from the bottom surface of the antenna mount  COMMENT
      to the survey mark.                                COMMENT
Note: The above offsets are CORRECTED.                COMMENT
Raw Offsets: H= 1.1800 E= 0.0000 N= 0.0000          COMMENT
-----
      1      1      0                                     WAVELENGTH FACT L1/2
      6      L1      C1      L2      C2      P2      D1      # / TYPES OF OBSERV
600.000                                           INTERVAL
2009      2      17      0      0      0.0000000    TIME OF FIRST OBS
2009      2      17      23      50      0.0000000    TIME OF LAST OBS
0                                               RCV CLOCK OFFS APPL
31                                             # OF SATELLITES
2      57      57      55      0      55      57      PRN / # OF OBS
3      35      35      35      0      35      35      PRN / # OF OBS
4      41      41      38      0      38      41      PRN / # OF OBS
5      45      45      43      0      43      45      PRN / # OF OBS
6      40      40      37      0      37      40      PRN / # OF OBS
7      35      35      35      35      0      35      PRN / # OF OBS
8      35      35      35      0      35      35      PRN / # OF OBS
9      52      52      51      0      51      52      PRN / # OF OBS
10     36      36      33      0      33      36      PRN / # OF OBS
11     39      39      35      0      35      39      PRN / # OF OBS
12     56      56      56      56      0      56      PRN / # OF OBS
13     40      40      40      0      40      40      PRN / # OF OBS
14     56      56      54      0      54      56      PRN / # OF OBS
15     36      36      36      36      0      36      PRN / # OF OBS
16     35      35      33      0      33      35      PRN / # OF OBS
17     57      58      56      57      0      57      PRN / # OF OBS
18     55      55      54      0      54      55      PRN / # OF OBS
19     36      36      33      0      33      36      PRN / # OF OBS
20     53      53      51      0      51      53      PRN / # OF OBS
21     36      36      36      0      36      36      PRN / # OF OBS
22     38      38      38      0      38      38      PRN / # OF OBS
23     36      36      36      0      36      36      PRN / # OF OBS
24     39      39      39      0      39      39      PRN / # OF OBS
25     36      36      36      0      36      36      PRN / # OF OBS
26     34      34      34      0      34      34      PRN / # OF OBS
27     55      55      55      0      55      55      PRN / # OF OBS
28     37      37      37      0      37      37      PRN / # OF OBS
29     45      45      45      45      0      45      PRN / # OF OBS
30     54      54      53      0      53      54      PRN / # OF OBS
31     51      51      50      50      0      51      PRN / # OF OBS
32     54      54      54      0      54      54      PRN / # OF OBS
END OF HEADER

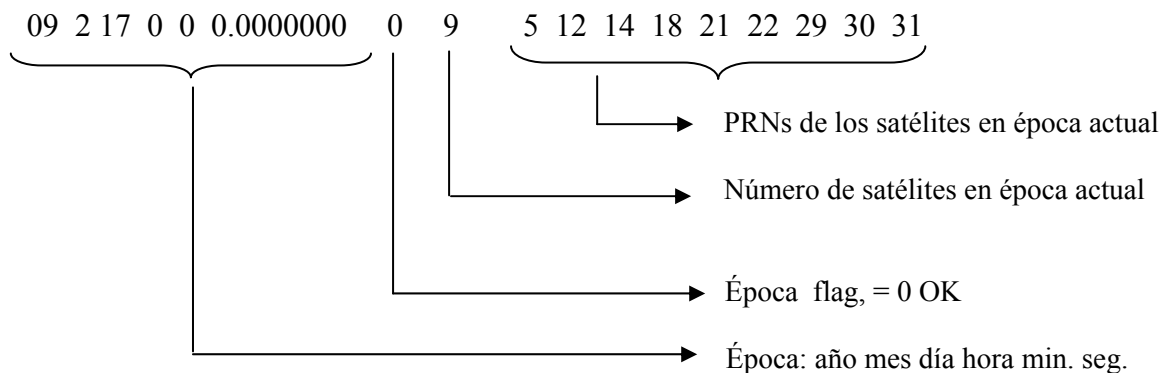
```


Tomando como ejemplo el registro de observación para la primera época del 17 de Febrero de 2009 tenemos:

```

09  2 17  0  0  0.0000000  0  9  5 12 14 18 21 22 29 30 31
-5347357.75005  23083651.83605  -3892380.34646      0.00000  23083650.91846
  0.00000
-1488001.42112  24186925.60902  -1152476.67117  24186926.58607      0.00000
  0.00000
-5161226.84505  23857829.78105  -3911120.20246      0.00000  23857827.88746
  0.00000
-16752308.50807  21128989.93007  -13928730.26248      0.00000  21128987.27748
  0.00000
-19411992.22507  21306258.94507  -15109303.16248      0.00000  21306256.66848
  0.00000
-15730344.07107  21735031.68007  -12249622.36548      0.00000  21735027.93448
  0.00000
-2021576.33705  24426307.66405  -1568935.05908  24426306.94908      0.00000
  0.00000
-15197332.92707  21482286.18807  -11693665.11648      0.00000  21482284.70748
  0.00000
-18263994.86507  20985816.04707  -14225496.93009  20985814.34809      0.00000
  0.00000
  
```

donde:



y sus observables son:

```

-5347357.75005  23083651.83605  -3892380.34646  23083650.91846  → Obs. para 5
-1488001.42112  24186925.60902  -1152476.67117  0.00000        → Obs. para 12
-5161226.84505  23857829.78105  -3911120.20246  23857827.88746  → Obs. para 14
-16752308.50807  21128989.93007  -13928730.26248  21128987.27748  → Obs. para 18
-19411992.22507  21306258.94507  -15109303.16248  21306256.66848  → Obs. para 21
-15730344.07107  21735031.68007  -12249622.36548  21735027.93448  → Obs. para 22
-2021576.33705  24426307.66405  -1568935.05908  0.00000        → Obs. para 29
-15197332.92707  21482286.18807  -11693665.11648  21482284.70748  → Obs. para 30
-18263994.86507  20985816.04707  -14225496.93009  0.00000        → Obs. para 31
  
```

↳ L1 (ciclos) ↳ C1 (metros) ↳ L2 (ciclos) ↳ P2 (metros)

5.3.1.4 Definición de una Órbita

Para situar una órbita en el espacio, vamos a partir de unas definiciones previas:

Perigeo.- Posición dentro de la órbita del satélite, donde se encuentra el punto más próximo al geocentro terrestre (foco).

Apogeo.- Es la posición en la órbita del satélite del punto más lejano al geocentro (foco).

Línea de apsidas.- Es la línea que une el perigeo con el geocentro.

Línea Nodal.- Línea que resulta de la intersección del plano orbital del satélite con el plano ecuatorial celeste y el punto donde la órbita pasa del hemisferio sur al norte se llama **nodo ascendente**.

La órbita kepleriana se describe así, el eje X en la dirección del equinoccio medio (punto Aries), el eje Z en la dirección del eje de rotación medio y el eje Y formando un triedro trirectángulo con orientación positiva. Gráficamente, la órbita kepleriana se describe en la Figura. 5.10.

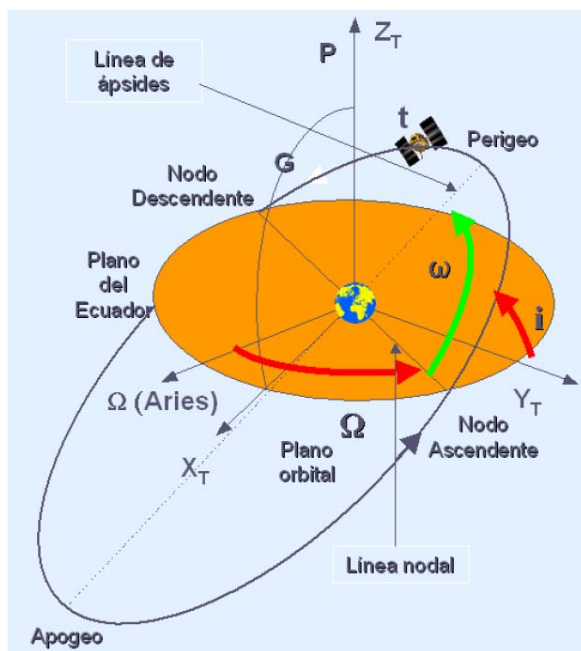


Figura. 5.4 Elementos Orbitales

Fuente: Curso Avanzado de Sistemas de Posicionamiento por Satélite (2006)

5.3.1.5 Elementos Orbitales Keplerianos

El movimiento kepleriano es definido por 6 parámetros orbitales que sitúan de forma única una órbita en el espacio, son los llamados elementos keplerianos y están descritos de la siguiente manera en la Figura. 5.11 (Hofmann, *et. al.*, 1993):

A.- Semieje mayor de la órbita (llamado también distancia promedio o media). En el caso del archivo rinex lo que se transmite es la raíz cuadrada del semi eje mayor: **Srqt (A)**.

e.- Excentricidad de la órbita. Es un parámetro adimensional que determina el grado de achatamiento de la curva con respecto a una circunferencia. En un satélite artificial (en órbita elíptica) la excentricidad tiene valores comprendidos entre el siguiente intervalo: $0 < e < 1$.

io.- Inclinação. Es el ángulo entre el plano de la órbita y el plano de referencia (ecuador celeste), expresado en radianes.

OMEGA (Ω) .- Ascensión recta del nodo ascendente. Es el ángulo que se mide desde el punto vernal (sitio imaginario de la bóveda celeste ubicado actualmente en la constelación de Piscis en donde el Sol corta el ecuador celeste) medido sobre el ecuador celeste en el sentido contrario de las agujas del reloj hasta la línea que contiene el nodo ascendente de la órbita (sitio donde el satélite atraviesa el ecuador celeste de sur a norte), expresado en grados.

ω - Argumento de latitud del perigeo. Es el ángulo que comienza a medirse desde la línea que contiene el nodo ascendente de la órbita medido sobre el plano del satélite hasta la línea que contiene la dirección del perigeo. Usualmente está expresado en grados.

t_o .- Tiempo del paso por el perigeo. Es el instante dado (en año, mes, día, hora, minuto y segundo) en el que el satélite se encuentra en el punto de la órbita más cercano a la Tierra).

Por otro lado, la tercera ley de Kepler (cuadrado del periodo orbital es proporcional al cubo de semieje mayor), nos permite conocer el movimiento medio del satélite, es decir la velocidad angular media del satélite. Este movimiento medio es en una órbita perfecta, sin embargo por efecto de las perturbaciones, la órbita del satélite es distinta y debe ser corregida.

Sin embargo, las leyes de Kepler describen una órbita ideal, en realidad varias Perturbaciones que afectan a los satélites GPS y estas son (Fuente: FTP://IGSCB.JPL.NASA.GOV/IGSCB/DATA/FORMAT/RINEX2.TXT):

- ❖ La Tierra no es una esfera perfecta y por lo mismo no tiene una distribución homogénea de sus masas, lo que genera distorsiones en el geopotencial terrestre, alterando los campos gravitacionales terrestres; para calcular estos efectos del geopotencial, se usa coeficientes armónicos.
- ❖ Atracción gravitacional Lunar.
- ❖ Impacto de fotones solares.
- ❖ Fricción atmosférica.

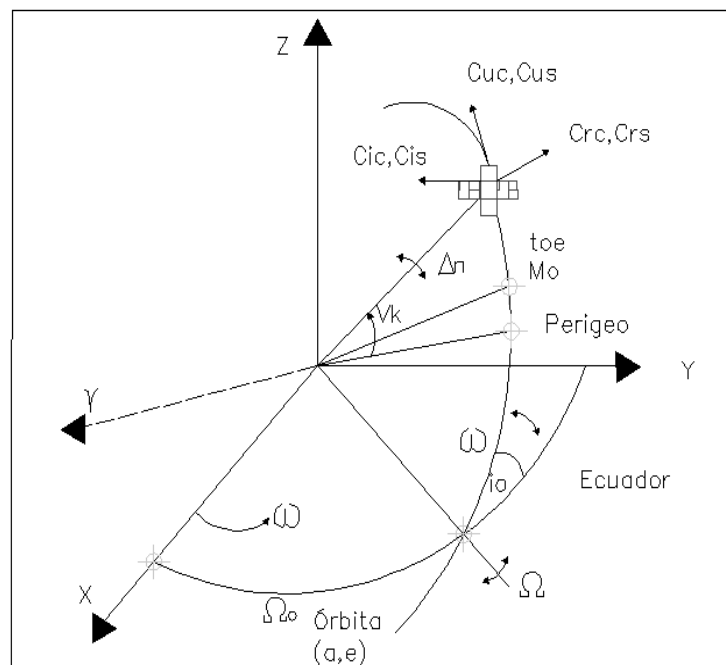


Figura. 5.5 Parámetros de la Órbita GPS
Fuente: Adaptado de Mónico (2000)

5.3.1.6 Archivos de Navegación

El fichero de mensaje de navegación contiene información del satélite. En su cabecera, el mensaje de navegación contiene información como la fecha de creación del fichero, el nombre de la agencia, y otra información relevante. De igual forma como el fichero de observación, el último registro en la sección de cabecera debe ser “END OF HEADER”.

La sección de cabecera puede contener información adicional como los parámetros del modelo ionosférico. De la misma forma, los parámetros del almanaque relacionados con el tiempo GPS y UTC y los *leap seconds* pueden opcionalmente ir incluidos en la sección del mensaje de navegación.

El primer registro en la sección de datos contiene el número PRN del satélite, la etiqueta de tiempo, y los parámetros del reloj del satélite (tendencia, desviación y la velocidad de desviación). Los registros subsiguientes contienen información sobre la órbita de transmisión del satélite, la salud del estado del satélite, la semana GPS, y otra información relevante. La Tabla. 5.2 presenta la estructura del archivo de navegación

Tabla. 5.2 Archivo de Navegación

Etiqueta de la cabecera (header)	Descripción
RINEX VERSION / TYPE	Versión de RINEX. / Tipo de fichero “o” observación “n” Navegación Sistema de satélite: * G o vació: GPS. * R: GLONASS. * T: NWSS Transit. * M: Mixto.
PGM / RUN BY / DATE	Programa que crea este fichero / Agencia que crea este fichero / Día de creación del fichero.
COMMENT	Comentario
ION ALPHA	Parámetros ionosféricas A0-A3 del almanaque.
ION BETA	Parámetros ionosféricas B0-B3 del almanaque
DELTA-UTC: A0,A1,T,W	Parámetros del almanaque para calcular el tiempo en el sistema UTC: A0, A1 : Términos del polinomio. T : Tiempo de referencia para datos UTC. W : Número de la semana UTC de referencia.
LEAP SECONDS	Salto de segundos entre épocas en segundos (Opcional)
END OF HEADER	Final de la cabecera

Registro de Observación	Descripción
PRN / EPOCH / SV CLK	Número PRN del satélite / Época (año mes día hora min. seg.) / <ul style="list-style-type: none"> SV desviación del reloj del satélite [s]. SV Deriva del reloj del satélite [s/s]. SV Período de deriva [s/s²].
TRANSMISION DE LA ORBITA 1	<ul style="list-style-type: none"> IODE Edad de las efemérides (s). Corrección Crs [m]. Delta n : Diferencia media de movimiento [rad / s]. MO :Anomalía media [rad].
TRANSMISION DE LA ORBITA 2	<ul style="list-style-type: none"> Corrección Cuc (rad). e: Excentricidad de la órbita del satélite. Corrección Cus (rad). Sqrt (A) Raíz cuadrada del semieje mayor (m^{1/2}).
TRANSMISION DE LA ORBITA 3	<ul style="list-style-type: none"> Toe: Tiempo de las efemérides (segundos de semana GPS). Corrección Cic (rad). Ascensión recta del Nodo de longitud ascendente (OMEGA) (rad). Corrección Cis (rad).
TRANSMISION DE LA ORBITA 4	<ul style="list-style-type: none"> .io: Inclínación (rad). Corrección Crc (m). Argumento del perigeo (rad). Variación del nodo de longitud (OMEGA DOT) (rad / s) .
TRANSMISION DE LA ORBITA 5	<ul style="list-style-type: none"> Variación del cambio de inclinación (IDOT) (rad / s) Códigos en el canal L2. Semana GPS. Aviso de datos de código P en L2.
TRANSMISION DE LA ORBITA 6	<ul style="list-style-type: none"> Precisión del satélite (m). Salud del satélite (entrada MSB). Retardo ionosférico (TGD) (s). Edad de los datos del reloj (IODC)(s).
TRANSMISION DE LA ORBITA 7	<ul style="list-style-type: none"> Tiempo de transmisión del mensaje (s de semana GPS). De repuesto / sin información. De repuesto / sin información. De repuesto / sin información.

El ejemplo 2, muestra un archivo de navegación GPS en formato RINEX de la estación de monitoreo continuo CIE, datos pertenecientes al día 17 de febrero de 2009.

Ejemplo 2.- Archivo de Navegación GPS de la Estación Cotopaxi 17 de Febrero de 2009

```

2.10 NAVIGATION DATA G (GPS) RINEX VERSION / TYPE
DAT2RINW 3.10 001 ESPE 18FEB09 10:23:30 PGM / RUN BY / DATE
COMMENT
.8382D-08 -.7451D-08 -.5960D-07 .5960D-07 ION ALPHA
.8806D+05 -.1638D+05 -.1966D+06 .6554D+05 ION BETA
.186264514923D-08 .888178419700D-15 405504 1519 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
15 LEAP SECONDS
END OF HEADER
2 09 2 17 12 0 0.0 .157113187015D-03 -.12505521494D-11 .00000000000D+00
.19000000000D+02 .44750000000D+02 .486377402428D-08 .305765526963D+01
.232644379139D-05 .896356394514D-02 .868923962116D-05 .515361747742D+04
.21600000000D+06 -.130385160446D-06 .134661736032D+01 .707805156708D-07
.941522909363D+00 .201437500000D+03 .272339225896D+01 -.798247535928D-08
-.320013329840D-09 .10000000000D+01 .15190000000D+04 .00000000000D+00
.24000000000D+01 .00000000000D+00 -.172294676304D-07 .19000000000D+02
.21220800000D+06 .40000000000D+01

```

```

2 09 2 17 14 0 0.0 .157103873789D-03 -.125055521494D-11 .000000000000D+00
.200000000000D+02 .476562500000D+02 .490484716371D-08 -.217527214902D+01
.245496630669D-05 .896322936751D-02 .853464007378D-05 .515361831856D+04
.223200000000D+06 -.219792127609D-06 .134655952970D+01 -.577419996262D-07
.941520270258D+00 .204750000000D+03 .272335227448D+01 -.807819363205D-08
-.290369237901D-09 .100000000000D+01 .151900000000D+04 .000000000000D+00
.240000000000D+01 .000000000000D+00 -.172294676304D-07 .200000000000D+02
.216018000000D+06 .400000000000D+01
2 09 2 17 16 0 0.0 .157095026225D-03 -.125055521494D-11 .000000000000D+00
.320000000000D+02 .354062500000D+02 .507413992972D-08 -.112530693920D+01
.192038714886D-05 .896321958862D-02 .805221498013D-05 .515361404419D+04
.230400000000D+06 -.558793544769D-08 .134649993481D+01 -.128522515297D-06
.941518403575D+00 .215843750000D+03 .272360680468D+01 -.820034157714D-08
-.148934775160D-09 .100000000000D+01 .151900000000D+04 .000000000000D+00
.240000000000D+01 .000000000000D+00 -.172294676304D-07 .320000000000D+02
.223218000000D+06 .400000000000D+01

```

5.3.1.7 Descripción de los datos de Navegación

El mensaje de navegación contiene los datos que necesita recibir el usuario para llevar a cabo los cálculos y operaciones necesarios para la navegación, es decir, la determinación de la posición y la velocidad de dicho usuario. Dicha información se transmite a 50 bps y como se ha visto, se modula sobre las dos portadoras. Los datos que incluye el mensaje son:

- ✓ Información sobre sincronización de tiempos.
- ✓ Estado de los satélites
- ✓ Parámetros para calcular las correcciones al reloj.
- ✓ Las efemérides (posición y velocidad) para el vehículo espacial.
- ✓ Correcciones a la señal por retardos atmosféricos.
- ✓ Almanaque de toda la constelación.
- ✓ Mensajes especiales.
- ✓ Mensajes para uso militar.

5.3.1.8 Transmisión de Efemérides (Broadcast Ephemeris):

En el archivo RINEX se descargan parámetros que describen la órbita kepleriana del satélite y valores de corrección para simular una órbita perfecta.

Además, de los elemento Keplerianos, existen parámetros extra que sirven para modelar la posición del satélite en su órbita normal. Y proporcionan parámetros de deriva y de coeficientes armónicos. Y estos son:

Delta n.- Corrección para calcular el movimiento medio en (rad/s)

Omd – ODOT.- OMEGA DOT, variación de posición del nodo de longitud de la ascensión recta del satélite.

MO.- Anomalía media en el tiempo de referencia. Se trata de un ángulo que se recorre uniformemente en tiempo de 0 a 360 grados durante una órbita del satélite, de forma que 0° se corresponden con el perigeo y 180° con el apogeo

IDOT.- Variación del cambio de inclinación

Cus, Cuc.- Corrección a los senos y cosenos para el argumento de latitud. (Corrección de latitud).

Crs, Crc.- Corrección a los senos y cosenos del radio orbital desde el geocentro.

Cis, Cic.- Corrección a los senos y cosenos de la inclinación del plano orbital.

- ✓ **to** : época de referencia de la efemérides
- ✓ **IODE** : edición de datos de efemérides

Con estos valores y las correspondientes fórmulas para su empleo, puede calcularse la posición de un SV en su plano orbital con una precisión cifrada en el orden de 40 m.

Toe.- Tiempo de referencia de las efemérides es el segundo GPS de referencia. Corresponde a la tercera línea, primera columna.

5.3.1.9 Errores Atmosféricos

ALPHA ION – BETA ION.- Los retrasos ionosféricos (ionospheric delay) son eliminados casi totalmente usando dos frecuencias portadoras, mientras que usando una frecuencia puede ser eliminada parcialmente utilizando el modelo de Klobuchar.

Este modelo presenta ocho parámetros que son transmitidos al enviar los datos desde el satélite (Broadcast data), este polinomio es de sexto orden y sus coeficientes también son dependientes de la hora del día y la latitud geomagnética del receptor.

Este polinomio resulta en un estimado del retraso vertical de la ionosfera, el cual es combinado con un factor oblicuo que depende de la elevación del satélite, calculando el retraso ionosférico en la línea satélite - receptor. Este valor final provee un estimado del 50% de seguridad, que representa desde 5m a 30m en la pseudo distancia, mientras que para los satélite más bajos entre 3 a 5 m en latitudes medias altas.

En la troposfera por otro lado, el formato no envía coeficientes de modelo alguno, ya que no existe, pero se estima que en la parte húmeda hay un retraso de 5cm y en la parte seca hay un retraso de 1 cm.

5.3.1.10 Errores de Tiempo

Existen errores correspondientes al sistema espacial del GPS que son introducidos en la solución de la posición, unos de estos errores son los de desfase del reloj del satélite y la deriva del mismo, estos errores pueden ser modelados por un polinomio de segundo orden. La causa de estos errores se halla en la manera que es monitoreado las efemérides y el reloj del satélite.

5.4 CÁLCULO DEL RETRASO IONOSFÉRICO VERTICAL

Para realizar los cálculos del retraso ionosférico vertical, se procede a calcular las coordenadas precisas de cada una de las estaciones.

5.4.1 Cálculo de la coordenadas precisas de las Estaciones

Puesto que la toma de datos GPS para este proyecto en las tres estaciones de monitoreo continuo, inició el día GPS 40 (9 de febrero) y finalizó en el día GPS 119 (29 de abril) del año 2009, para obtener las coordenadas precisas de las tres estaciones y su respectiva época de referencia, se trabajó con el día GPS 83 que es la media de los días de rastreo.

La época de referencia se obtiene dividiendo el Día GPS para el número de días que tiene el año en el cual se realiza el rastreo, el cociente de esta división se suma al año de rastreo obteniendo así la época de referencia, que en nuestro caso resulta ser 2009.2.

Para realizar el ajuste de las coordenadas se usó como estación base a la S061, las coordenadas precisas de la misma se obtuvieron vía Internet ingresando a la página Web de la SOPAC (Sripps Orbit and Permanent Array Center), las coordenadas se encuentran en la época de referencia 2008.5, para lo cual se debe realizar un cambio de época, de las coordenadas obtenidas de la página Web de la SOPAC de 2008.5 a 2009.2, usando la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} X(t) &= X(t_0) + (t - t_0) * V_x \\ Y(t) &= Y(t_0) + (t - t_0) * V_y \\ Z(t) &= Z(t_0) + (t - t_0) * V_z \end{aligned} \quad (5.1)$$

Donde $X(t)$, $Y(t)$, $Z(t)$ son las coordenadas cartesianas de la época de referencia deseada, que viene a ser 2009.2, $X(t_0)$, $Y(t_0)$, $Z(t_0)$ son las coordenadas cartesianas de la época de referencia a la cual vamos a realizar el cambio, que es 2008.5, $(t - t_0)$ es la diferencia de tiempo existente entre las épocas de referencia, en nuestro caso es (2009.2-2008.5) y V_x , V_y , V_z son las velocidades de la estación S061 obtenidas del modelo de velocidades Velinter. De esta forma se obtuvieron las coordenadas de la estación S061 en época de referencia 2009.2.

Para obtener las coordenadas precisas de la estación de monitoreo continuo CIE, se realizó previamente un rastreo GPS el día 2 de octubre de 2008 (Día GPS 276), en el punto SIRGAS LATA, conocido también como Piedra Colorada ubicado en la estación Cotopaxi, para lo cual se utilizó un equipo doble frecuencia de marca Thales-Zmax, el tiempo de duración del rastreo fue de 2 horas, iniciando el rastreo a las 12h21 min. finalizando el mismo a las 14h15 min., con un intervalo de grabación de 15 seg.

Las coordenadas precisas de la estación base SIRGAS LATA (Piedra Colorada) fueron obtenidas vía Internet (<http://www.sirgas.org/>), en donde se descargo el boletín de materialización de puntos SIRGAS en la época de referencia 1995.4.

Puesto que la época de referencia de nuestro rastreo en el SIRGAS LATA (Piedra Colorada) fue 2008.7, se realizó un cambio de época de las coordenadas obtenidas del

boletín SIRGAS en 1995.4 a 2008.7 usando la expresión (5.1). De esta forma se obtuvieron las coordenadas SIRGAS LATA (Piedra Colorada) en la época de referencia 2008.7.

Entonces para obtener las coordenadas de la estación de monitoreo continuo CIE (época de referencia 2008.7), se procede a procesar la estación CIE, para lo cual utilizamos el software Trimble Geomatics Office (TGO), tomando como estación base el punto SIRGAS LATA (Piedra Colorada) y como móvil el punto CIE, para lo cual se utilizaron los archivos RINEX del día jueves 2 de octubre de 2008 (día GPS 276), época de referencia 2008.7, para ambos puntos.

Una vez obtenida las coordenadas de la estación CIE época de referencia 2008.7, se realiza de nuevo un cambio de época a la 2009.2, para lo cual utilizamos la expresión (5.1). Con estas coordenadas de la estación CIE época de referencia 2009.2, se procede a procesarla, para lo cual utilizamos el software Trimble Business Center (TBC), tomando como estación base el punto S061 y como móvil el punto CIE (Figura. 5.12), para lo cual se utilizaron los archivos RINEX del día martes 24 de marzo de 2009 (día GPS 83), época de referencia 2009.2, para ambos puntos.

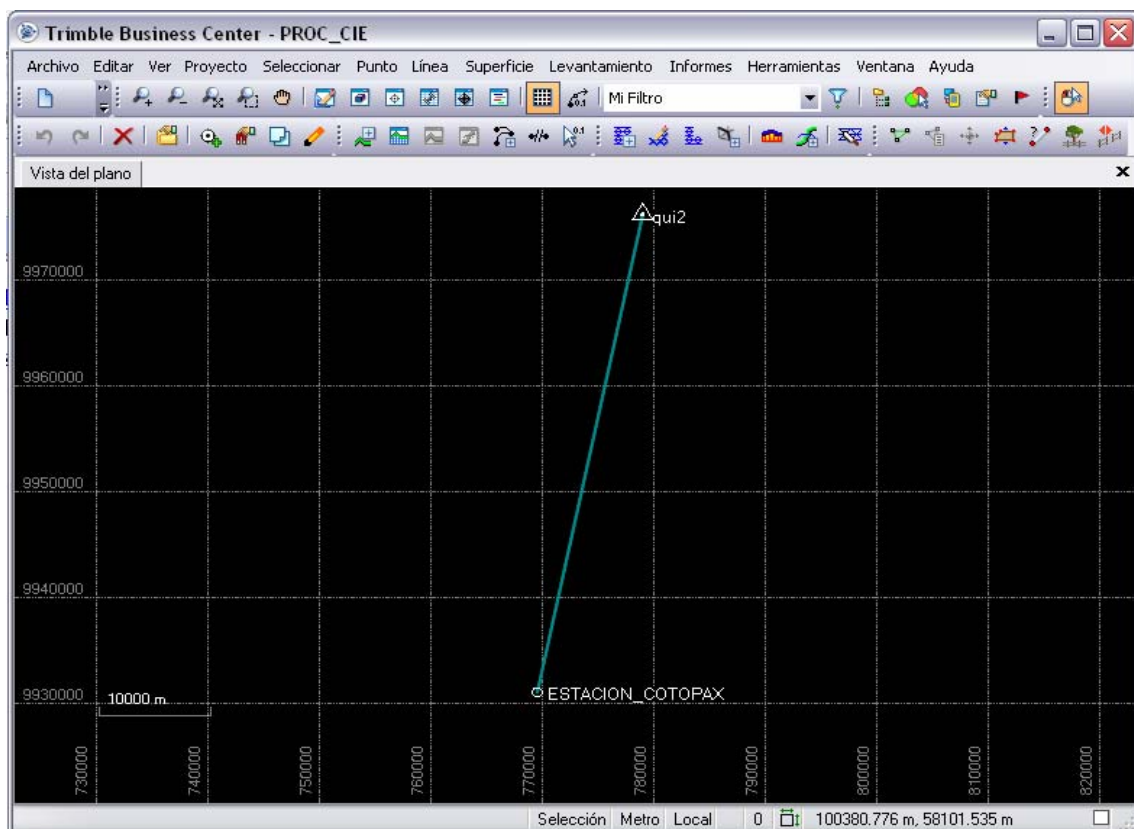


Figura. 5.6 Procesamiento Estación de Monitoreo Continuo CIE
Fuente: Trimble Business Center (TBC)

De esta manera se obtuvo las coordenadas precisas de la estación CIE época de referencia 2009.2.

Para el caso de la estación ESPE las coordenadas se obtuvieron procesando esta estación utilizando el software Trimble Business Center (TBC), tomando como estación base el punto S061 y como móvil el punto ESPE (Figura. 5.13), para lo cual se utiliza los archivos RINEX del día martes 24 de marzo de 2009 (día GPS 83), época de referencia 2009.2, para ambos puntos.

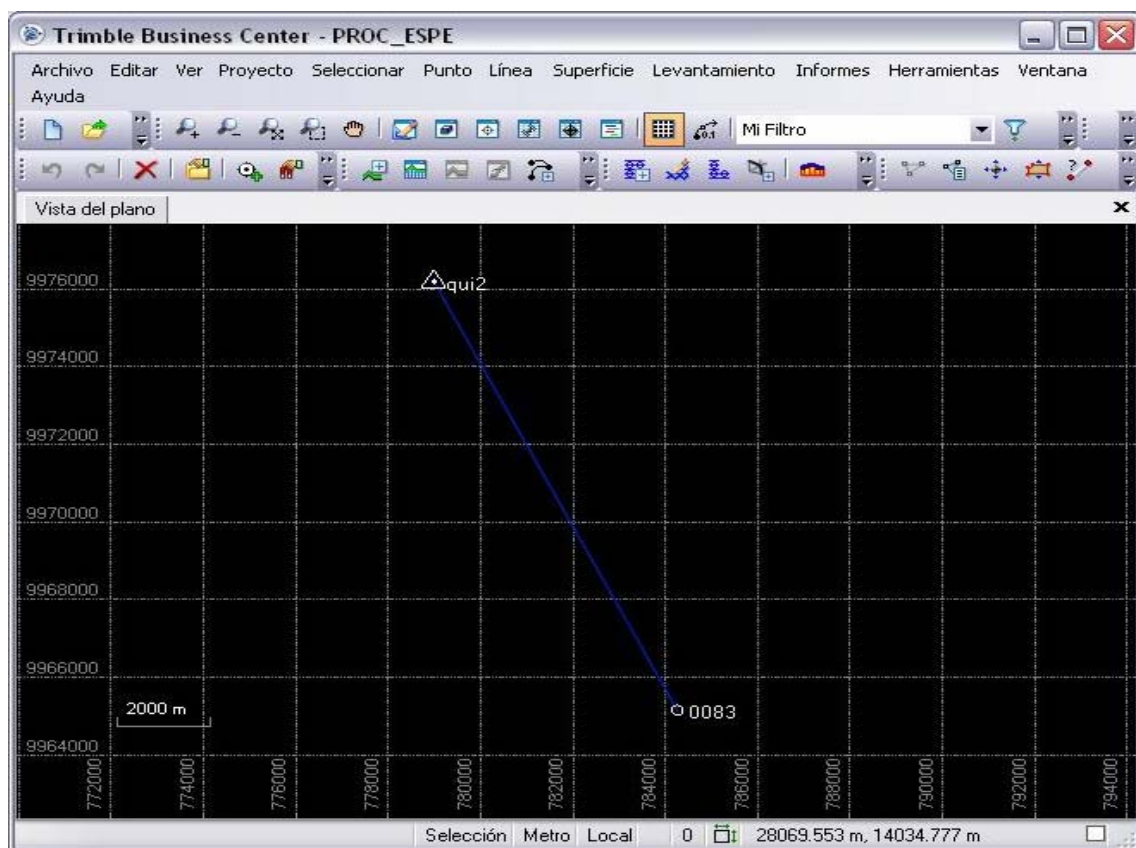


Figura. 5.7 Procesamiento Estación ESPE
Fuente: Trimble Business Center (TBC)

De esta manera se obtuvo las coordenadas precisas de la estación ESPE época de referencia 2009.2.

Una vez realizado el ajuste de las coordenadas de las tres estaciones utilizadas en el presente proyecto, se presentan las mismas en la Tabla. 5.3:

Tabla. 5.3 Coordenadas Precisas Estaciones de Monitoreo Continuo GPS

	Estación S061	Estación CIE	Estación ESPE
Latitud	S 0°12'54.564''	S 0°37'21.540''	S 0°18'53.891''
Longitud	W 78°29'36.988''	W 78°34'41.769''	W 78°26'46.562''
Altura Elipsoidal	2919.767 m	3597.547 m	2518.640 m
Elipsoide de Referencia	WGS-84	WGS-84	WGS-84
Época de Referencia	2009.2	2009.2	2009.2
Marco de Referencia	ITRF2005	ITRF2000	ITRF2000

5.4.2 Cálculo del Ángulo de Elevación y Acimut del Satélite

En la estimación del retraso ionosférico vertical es fundamental obtener el valor del ángulo de elevación y del acimut de cada uno de los satélites GPS que se están rastreando; para lo cual se utiliza la información de los elementos keplerianos y orbitales que vienen incluidos en los archivos de navegación, los mismos que sirven para obtener con mayor precisión la información orbital transmitida por el satélite el cual hace uso de las efemérides y es por medio de esta transmisión de datos que se puede corregir la posición del receptor al conocer exactamente la posición del satélite.

Para el cálculo del ángulo de elevación y acimut del satélite se sigue la metodología presentada por Tierra, *et. al*, 2009. Una vez obtenidas las coordenadas del satélite tomando en cuenta la rotación terrestre se procede a pasar las coordenadas de un sistema WGS-84 a un sistema local para lo cual se procede a realizar una traslación y dos rotaciones obteniendo así las coordenadas del satélite en un sistema local:

$$\begin{bmatrix} XL \\ YL \\ ZL \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta & 0 \\ -\sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Xr - Xo \\ Yr - Yo \\ Zr - Zo \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

donde:

φ, λ : Coordenadas Geodésicas de la Estación Receptora

$\alpha = 90 - \varphi$: Ángulo de Rotación

$\Theta = 90 + \lambda$: Ángulo de Rotación

X_o, Y_o, Z_o : Coordenadas Cartesianas de la Estación Receptora

X_r, Y_r, Z_r : Coordenadas Cartesianas del satélite debido a la rotación de la Tierra

XL, YL, ZL : Coordenadas Cartesianas del satélite en un Sistema Local

Una vez obtenidas las coordenadas en un sistema local se realiza el cálculo del ángulo de elevación y azimut del satélite utilizando las siguientes fórmulas (Tierra A., 1991):

$$E = \arctg\left(\frac{ZL}{\sqrt{XL^2 + YL^2}}\right) \quad (5.3)$$

$$Az = \arctg\left(\frac{XL}{YL}\right) \quad (5.4)$$

donde:

E : Ángulo de elevación

Az : Azimut

De manera que el procedimiento para la estimación del ángulo de elevación y el azimut de los satélites GPS es muy extenso, se utiliza el programa realizado por Suárez W., 2009 en lenguaje computacional (Matlab) con lo cual se logra reducir el tiempo de la estimación de estos valores de forma significativa, un programa para cada estación de monitoreo continuo (S061, CIE, ESPE) fue realizado en donde se colocaron las coordenadas precisas de cada una de ellas, las mismas que fueron procesadas y ajustadas como se explicó anteriormente; las coordenadas usadas en cada programa son (Tabla. 5.4):

Tabla. 5.4 Coordenadas Cartesianas de las Estaciones de Monitoreo Continuo GPS

	Estación S061	Estación CIE	Estación ESPE
$X (m)$	1272866,795	1263695,114	1277942,136
$Y (m)$	-6252769,406	-6254984,622	-6251272,527
$Z (m)$	-23801,7146	-68886,8563	-34841,2235
Época de Referencia	2009.2	2009.2	2009.2

El lenguaje de programación de cada uno de los programas para la estimación de los ángulos de elevación y del azimut de los satélites se encuentra en el Anexo 2, los mismos que se encuentran identificados de la siguiente manera:

- ✓ **CIE:** angulo_cie
- ✓ **ESPE:** angulo_espe
- ✓ **S061:** angulo_s061

5.4.3 Obtención de las Falsas Distancias

Para obtener los valores de falsas distancias en los archivos RINEX de observación en cada una de las estaciones, previamente se identificó el número de satélites presentes en el archivo de navegación a las 14, 16, 18, 20, 22 y 24 horas UTC, de esta manera se continúa con la búsqueda de las falsas distancias de cada satélite en el archivo de observación correspondiente a las horas antes mencionadas.

Como se está trabajando con estaciones de monitoreo continuo GPS de diferentes marcas comerciales, cada una de ellas genera archivos de observación con distintos tipos de observables entre sí, en la Tabla. 5.5 se indica la Estación, y los diferentes tipos de observables que contiene el archivo Rinex de observación:

Tabla. 5.5 Tipos de observables GPS en los archivos Rinex de observación de cada una las estaciones de monitoreo continuo GPS

	# / TYPES OF OBSERVABLES										
Estación S061	9	L1	L2	C1	P1	P2	D1	D2	S1	S2	
Estación CIE	6	L1	C1	L2	C2	P2	D1				
Estación ESPE	7	L1	L2	C1	P1	P2	D1	D2			

Para esta investigación se obtienen los valores de falsas distancias de C1 y P2 en cada uno de los archivos Rinex de observación de cada estación.

5.4.4 Modelamiento del error producido por el retraso ionosférico

Como se indicó en el capítulo 3 existen varios modelos para calcular la corrección del retraso ionosférico vertical, en esta investigación se ha escogido trabajar con el modelo para falsas distancias presentado por (Camargo, 1999; Georgiadiou, 1994) ecuación (3.30) la misma que utiliza la función de mapeo patrón geométrico ecuación (3.31) y la función de modelamiento del retraso ionosférico vertical utilizando series de Fourier ecuación (3.35).

Para el cálculo de las coordenadas del punto subionosférico es conveniente introducir una variable auxiliar α , que se define por el ángulo formado por la estación E, el geocentro G y el punto subionosférico Q (Figura. 5.14).

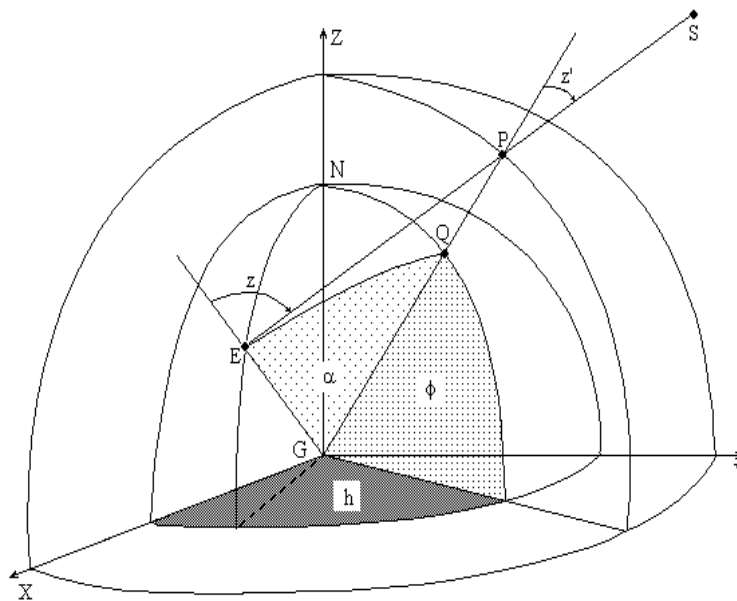


Figura. 5.8 Geometría básica para el modelo de capa fina
Fuente: Brunini (1998)

La señal proviene de los satélites pasa a través de la delgada capa de la ionosfera en el punto P, y llega a la estación E, con una distancia cenital z . La proyección del punto P sobre la superficie de la Tierra se llama punto subionosférico Q.

En la Figura. 5.15 es fácil ver que en el triángulo GPE $\alpha = z - \epsilon$. Entonces, usando la ley del seno, se obtiene la siguiente expresión:

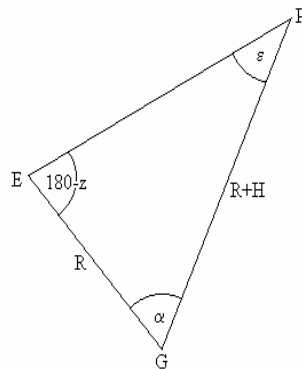


Figura. 5.9 Triángulo Geocentro, Punto Ionosférico, Estación (GPE)
Fuente: Brunini (1998)

$$\frac{\sin(180-z)}{R+H} = \frac{\sin(\varepsilon)}{R} \tag{5.5}$$

donde R es el radio medio de la tierra (6371 km) y H es la altura media de la ionosfera para esta investigación se utiliza el valor de 400 km. De la última expresión la cantidad deseada se obtiene fácilmente:

$$\alpha = z - \arcsin\left(\frac{R}{R+H} \sin(z)\right) \tag{5.6}$$

Teniendo esta variable auxiliar, es posible obtener las coordenadas geográficas del punto subionosférico. Mediante la aplicación de la regla del coseno en el triángulo NEQ (Figura. 5.15), la latitud se puede obtener de:

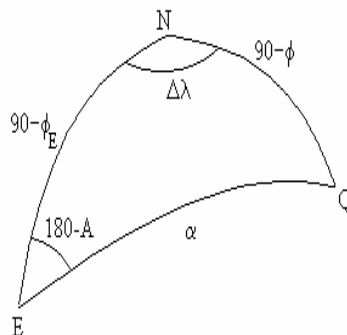


Figura. 5.10 Triángulo Norte, Punto Subionosférico, Estación (NQE)
Fuente: Brunini (1998)

$$\sin\phi = \sin\phi_E \cos\alpha - \cos\phi_E \cos\alpha \cos A \quad (5.7)$$

donde ϕ es la latitud del punto subionosférico, ϕ_E es la latitud de la estación y A el azimut del satélite.

Para la longitud, se utiliza la siguiente ecuación:

$$\lambda = \lambda_E + \Delta\lambda \quad (5.8)$$

donde $\Delta\lambda$ se puede obtener aplicando la ley seno en el triángulo NEQ (Figura. 5.15):

$$\frac{\sin\Delta\lambda}{\sin\alpha} = \frac{\sin A}{\cos\phi} \quad (5.9)$$

siendo λ y λ_E las longitudes del punto subionosférico y de la estación.

La hora local en el punto subionosférico se obtiene en base a la longitud del punto subionosférico y a la hora UTC de observación.

En resumen, las expresiones obtenidas fueron:

Latitud del punto subionosférico:

$$\phi = \arcsin[\sin\phi_E \cos\alpha - \cos\phi_E \sin\alpha \cos A] \quad (5.10)$$

Longitud del punto subionosférico:

$$\lambda = \lambda_E + \arcsin\left[\frac{\sin\alpha \sin A}{\cos\phi}\right] \quad (5.11)$$

Hora Local en el punto subionosférico:

$$t = UTC + \lambda \quad (5.12)$$

Sustituyendo la serie dada por la ecuación (3.35), que representa el retraso ionosférico vertical, en la ecuación (3.30), se puede estimar los coeficientes que permiten calcular el efecto de la refracción ionosférica.

Cuando se utilizan falsas distancias, para modelar el retraso ionosférico, se tiene un total de 15 incógnitas que representan los coeficientes de la serie (a_1, a_2, \dots, a_{15}). En este estudio no se toma en cuenta los errores sistemáticos de los receptores y de los satélites.

Los coeficientes del modelo se calculan mediante un ajuste por el método de mínimos cuadrados (MMC) usando el método paramétrico con condición, como se explicó en el capítulo 4. Las matrices y vectores involucrados en el ajuste pueden ser montadas a partir del siguiente modelo:

$$F(P_2 - P_1)_r^s = SF_r^s \left(a_1 + a_2 B^s + \sum_{\substack{i=1 \\ j=2i+1}}^6 \{ a_j \cos(ih^s) + a_{j+1} \sin(ih^s) \} + a_{15} B^s h^s \right) + F[(S_{p2} - S_{p1})^s + (R_{p2} - R_{p1})] + F\varepsilon_{p21} \quad (5.13)$$

La matriz A, será formada por los coeficientes de los parámetros, está constituida de n líneas y $15+r+s$ columnas, donde n representa el número de observaciones de las falsas distancias, derivada de L_1 y L_2 simultáneamente.

Considerando apenas una época, para efecto de mostrar el patrón de la matriz A para cada uno de los r receptores y s satélites involucrados, se tiene que:

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{c}
r_1 \\
\left\{ \begin{array}{l}
SF^{S_1} \quad SF^{S_1} B^{S_1} \quad SF^{S_1} \cosh^{S_1} \quad SF^{S_1} \sinh^{S_1} \quad \dots \quad SF^{S_1} B^{S_1} h^{S_1} \quad F \quad 0 \dots 0 \quad F \quad 0 \dots 0 \\
SF^{S_2} \quad SF^{S_2} B^{S_2} \quad SF^{S_2} \cosh^{S_2} \quad SF^{S_2} \sinh^{S_2} \quad \dots \quad SF^{S_2} B^{S_2} h^{S_2} \quad F \quad 0 \dots 0 \quad F \quad 0 \dots 0 \\
: \quad : \quad : \quad : \quad \dots \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \\
SF^{S_s} \quad SF^{S_s} B^{S_s} \quad SF^{S_s} \cosh^{S_s} \quad SF^{S_s} \sinh^{S_s} \quad \dots \quad SF^{S_s} B^{S_s} h^{S_s} \quad F \quad 0 \dots 0 \quad F \quad 0 \dots 0 \\
: \quad : \quad : \quad : \quad \dots \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad :
\end{array}
\right. \\
A = \\
r_2 \\
\left\{ \begin{array}{l}
SF^{S_1} \quad SF^{S_1} B^{S_1} \quad SF^{S_1} \cosh^{S_1} \quad SF^{S_1} \sinh^{S_1} \quad \dots \quad SF^{S_1} B^{S_1} h^{S_1} \quad F \quad 0 \dots 0 \quad F \quad 0 \dots 0 \\
SF^{S_2} \quad SF^{S_2} B^{S_2} \quad SF^{S_2} \cosh^{S_2} \quad SF^{S_2} \sinh^{S_2} \quad \dots \quad SF^{S_2} B^{S_2} h^{S_2} \quad F \quad 0 \dots 0 \quad F \quad 0 \dots 0 \\
: \quad : \quad : \quad : \quad \dots \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \\
SF^{S_s} \quad SF^{S_s} B^{S_s} \quad SF^{S_s} \cosh^{S_s} \quad SF^{S_s} \sinh^{S_s} \quad \dots \quad SF^{S_s} B^{S_s} h^{S_s} \quad F \quad 0 \dots 0 \quad F \quad 0 \dots 0 \\
: \quad : \quad : \quad : \quad \dots \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \\
: \quad : \quad : \quad : \quad \dots \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \\
: \quad : \quad : \quad : \quad \dots \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad :
\end{array}
\right. \\
r_3 \\
\left\{ \begin{array}{l}
SF^{S_1} \quad SF^{S_1} B^{S_1} \quad SF^{S_1} \cosh^{S_1} \quad SF^{S_1} \sinh^{S_1} \quad \dots \quad SF^{S_1} B^{S_1} h^{S_1} \quad F \quad 0 \dots 0 \quad F \quad 0 \dots 0 \\
SF^{S_2} \quad SF^{S_2} B^{S_2} \quad SF^{S_2} \cosh^{S_2} \quad SF^{S_2} \sinh^{S_2} \quad \dots \quad SF^{S_2} B^{S_2} h^{S_2} \quad F \quad 0 \dots 0 \quad F \quad 0 \dots 0 \\
: \quad : \quad : \quad : \quad \dots \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \\
SF^{S_s} \quad SF^{S_s} B^{S_s} \quad SF^{S_s} \cosh^{S_s} \quad SF^{S_s} \sinh^{S_s} \quad \dots \quad SF^{S_s} B^{S_s} h^{S_s} \quad F \quad 0 \dots 0 \quad F \quad 0 \dots 0 \\
: \quad : \quad : \quad : \quad \dots \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad : \quad :
\end{array}
\right.
\end{array}
\begin{array}{c}
a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad \dots \quad a_{15} \quad r_1 \quad r_2 \quad \dots \quad r_r \quad s_1 \quad s_2 \quad \dots \quad s_r
\end{array}
\end{array}$$

El vector L será igual al vector de las observaciones L_b , que está compuesto de la combinación lineal de las observables del mismo tipo, de dimensión $n \times 1$. Para los diversos receptores y satélites, considerando apenas una época se tiene que:

$$L_b = \begin{bmatrix} F(P_2^{S1} - P_1^{S1})_{r_1} \\ F(P_2^{S2} - P_1^{S2})_{r_1} \\ \vdots \\ F(P_2^{Ss} - P_1^{Ss})_{r_1} \\ \vdots \\ F(P_2^{S1} - P_1^{S1})_{r_2} \\ F(P_2^{S2} - P_1^{S2})_{r_2} \\ \vdots \\ F(P_2^{Ss} - P_1^{Ss})_{r_2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ F(P_2^{S1} - P_1^{S1})_{r_r} \\ F(P_2^{S2} - P_1^{S2})_{r_r} \\ \vdots \\ F(P_2^{Ss} - P_1^{Ss})_{r_r} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Considerando que la combinación lineal de las observaciones son independientes, la MVC resultante será diagonal. Tomándose como desviación típica para las falsas distancias (C/A y P₂), respectivamente, los valores de 1 m y 1.5 m, resultaron, después de la propagación, que:

$$\sigma_{L_b} = F \cdot 1.80m \quad (5.14)$$

donde F ecuación (3.30) es una constante igual a $F = \frac{f_2^2}{(f_1^2 - f_2^2)} \cong 1.546$

Si el producto de la matriz A, por un vector B cualquiera, no nulo, resulta una matriz nula, la matriz A presenta deficiencia de característica (AB=0, para B≠0); y la matriz N, resultante del producto A^TPA será singular.

En nuestro estudio el modelo presenta deficiencia de característica. Y, conforme con lo dicho, la matriz N , en este caso, será singular. Su singularidad será eliminada, con la introducción de un número de condiciones igual al número de deficiencias de característica de la matriz, que en nuestro caso, es una. Esto implica que la tendencia interfrecuencia de los receptores o de los satélites tiene que ser determinada en relación a uno de ellos.

La condición puede ser introducida, con respecto a las tendencias, en uno de los receptores o en uno de los satélites. En nuestro caso la condición fue impuesta en el receptor (r_i) , la matriz C , de dimensión $(15 + r + s \times 1)$ tiene el siguiente formato:

$$C = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \dots & a_{15} & r_1 & \dots & r_i & \dots & r_r & s_1 & s_2 & \dots & s_s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

El vector C es un vector n -dimensional, conteniendo elementos unitarios para las observaciones a ser probadas, y cero para las otras posiciones.

Un valor fue atribuido al error sistemático $(R_{p2} - R_{p1})_{r_i}$ del receptor (r_i) , también como una varianza o desviación típica para la condición.

Por tratarse con una cantidad abundante de datos para el cálculo de los coeficientes del modelo, se realizó un programa en lenguaje computacional (Matlab) con lo cual se logró reducir el tiempo de la estimación de estos coeficientes de forma significativa. El programa se basa en el ajuste por el MMC usando el método paramétrico con condición, para lo cual debemos tener definidas todas las matrices y vectores que intervienen en el proceso como se explicó anteriormente.

El lenguaje de programación de este programa para el cálculo de los coeficientes del modelo se encuentra en el Anexo 3, con el nombre de **IONO**.

CAPÍTULO VI

MODELO IONOSFÉRICO

6.1 INTRODUCCIÓN

Un modelo matemático se define como una descripción de un hecho o fenómeno del mundo real, es decir permite modelar desde el tamaño de la población, hasta fenómenos físicos como la velocidad, aceleración, etc.

El objetivo del modelo matemático es entender ampliamente el fenómeno que se desea representar y predecir su comportamiento en el futuro (Stewart, 2002).

Es importante mencionar que un modelo matemático no es completamente exacto con los problemas de la vida real, de hecho, se trata de una idealización.

En el capítulo 5, se indicó el tipo de modelo adoptado para calcular el retraso ionosférico vertical mediante el uso de series de Fourier, a continuación se realiza una serie de análisis estadísticos los mismos que sirven para generar un nuevo modelo matemático más simple, basado en los resultados obtenidos del ajuste del MMC del modelo presentado en el capítulo anterior.

6.1.1 La distribución F

Sirve para probar si dos muestras proceden de poblaciones con variancias iguales, y también sirve cuando se desean comparar simultáneamente varias medias poblacionales. Esta comparación simultánea de varias de tales medias se denomina *análisis de varianzas (ANOVA)*.

La distribución F se utiliza para probar la hipótesis de que la varianza de una población normal es igual a la varianza de otra población normal, de modo que la prueba es útil para determinar si una población normal tiene más variación que otra.

La distribución F se utiliza para validar supuestos con respecto a ciertas pruebas estadísticas.

Independientemente de que se desee determinar si una población tiene más variación que otra, o si se desea validar un supuesto con respecto a una prueba estadística, primero se plantea la hipótesis nula. Esta hipótesis es que la varianza de una población normal, σ_1^2 , es igual a la varianza de otra población también normal, σ_2^2 . La hipótesis alternativa podría ser que las varianzas difieren. Esta prueba de hipótesis se expresa como:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad (6.1)$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \quad (6.2)$$

Para realizar la prueba se consigue una muestra aleatoria de n_1 observaciones a partir de una población, y una muestra de n_2 observaciones de una segunda población. El valor estadístico de prueba es $\frac{S_1^2}{S_2^2}$, donde S_1^2 y S_2^2 son las varianzas muestrales respectivas.

Si la hipótesis nula es verdadera ($H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$), el valor estadístico de prueba sigue la distribución F con $n_1 - 1$ y $n_2 - 1$ grados de libertad. Para reducir el tamaño de la tabla de valores críticos, la varianza muestral más grande se coloca en el numerador; en consecuencia, la razón F siempre es mayor que 1. Por lo tanto, el valor crítico de la cola de valores superiores es el único que se necesita. El valor crítico de F se obtiene dividiendo entre dos el nivel de significancia ($\alpha/2$), y buscando después el número adecuado de grados de libertad en la Tabla de Valores críticos de la distribución F a un nivel de significancia de 5%.

6.1.2 Análisis de Varianza

Permite probar la significancia de las diferencias entre más de dos medias de muestra. Al usar el análisis de varianza (ANOVA: Analysis Of Variance) se logra hacer inferencias sobre si las muestras fueron tomada de poblaciones que tienen la misma media. Este análisis es útil cuando se compara la media de más de dos muestras (Levin & Rubin, 1996).

ANOVA esta basado en una comparación de las estimaciones de diferentes varianzas, σ^2 de nuestra población total.

El Análisis de la Varianza (ANOVA), permite probar hipótesis referidas a los parámetros de posición (esperanza) de dos o más distribuciones. La hipótesis que se somete a prueba generalmente se establece con respecto a las medias de las poblaciones en estudio o de cada uno de los tratamientos evaluados en un experimento:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_a \text{ con } i = 1, \dots, a$$

donde a = número de poblaciones o tratamientos.

El ANOVA es un procedimiento que descompone la variabilidad total en la muestra (suma de cuadrados total de las observaciones) en componentes (suma de cuadrados) asociados cada uno a una fuente de variación reconocida (Nelder, 1994; Searle, 1971, 1987).

6.1.3 Suposiciones ANOVA

Otro uso de la distribución F comprende la técnica del análisis de varianza (ANOVA), donde se comparan tres o más medias muestrales para determinar si provienen de poblaciones iguales. Para usar el ANOVA, se considera lo siguiente:

1. Las poblaciones están distribuidas normalmente.
2. Las poblaciones tienen desviaciones estándares iguales (σ).
3. Las muestras se seleccionan de modo independiente.

Cuando se cumplen estas condiciones, F se utiliza como el valor estadístico de prueba. En particular, el término tratamiento se emplea para identificar las poblaciones que se examinan.

El ANOVA permitirá comparar las medias de tratamiento de forma simultánea y evita la aparición del error Tipo I. El error Tipo I se refiere a rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera.

6.1.4 La prueba ANOVA

Debemos recordar que se desea determinar si las diversas medias de muestra provinieron de una o de varias poblaciones con medias distintas. En realidad se comparan estas muestras por medio de sus varianzas. Como se explicó anteriormente las suposiciones requeridas para el ANOVA. Una de ellas era que las desviaciones estándares de las diferentes poblaciones tenían que ser iguales. En la prueba ANOVA se toma ventaja de esta condición. La estrategia fundamental es calcular la varianza poblacional (desviación estándar al cuadrado) de dos formas, y después encontrar la razón de estas dos estimaciones. Si la razón es aproximadamente 1, por lógica los dos cálculos son iguales y se concluye que las medias de muestra son las mismas. Si la razón es diferente de 1, se concluye que las medias muestrales no son las mismas. La distribución F establece cuando la razón (o relación) es mucho mayor que 1, como para haber sucedido al azar.

Es conveniente resumir las operaciones de cálculo del valor estadístico F en una tabla ANOVA. El formato para dicha tabla es (Tabla. 6.1):

Tabla. 6.1 Tabla ANOVA

<i>Fuente de Variación</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Grados de Libertad</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>F</i>
<i>Tratamientos</i>	<i>SST</i>	<i>k-1</i>	<i>SST/(k-1)=MST</i>	<i>MST/MSE</i>
<i>Error</i>	<i>SSE</i>	<i>n-k</i>	<i>SSE/(n-k)=MSE</i>	
<i>Total</i>	<i>SS total</i>	<i>n-1</i>		

Se requiere tres valores, llamados **suma de cuadrados** (SS, de *sum of squares*), para calcular F . Se pueden determinar esos valores evaluando SS total y SST (de *sum of squares, treatments*), encontrando después SSE (*sum of squares, error*), por sustracción.

El término SS total es la variación total, SST es la variación debida a los tratamientos y SSE es la variación (error) entre los tratamientos.

Para encontrar el valor de F , se trabaja con la tabla. Los grados de libertad para el numerador y el denominador son iguales a los que sirven para hallar los valores críticos de F . La expresión **cuadrado medio** es otro nombre breve para un cálculo de la varianza. El cuadrado medio para el tratamiento es igual a SST dividido entre sus grados de libertad. El resultado se denomina **cuadrado medio para tratamientos** y se simboliza por MST (de *mean square, treatments*).

Se calcula el **error cuadrado medio** (MSE, de *mean square error*) de manera similar. Hay que dividir SSE entre sus grados de libertad. Para terminar el proceso y evaluar F , se divide MST entre MSE.

Normalmente se inicia el proceso encontrando el SS total. Este término es la suma de las diferencias cuadráticas entre cada observación y la media total. La fórmula para determinar SS total es:

$$SS \text{ total} = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n} \quad (6.3)$$

donde:

$\sum X^2$ es la suma de los valores X elevados al cuadrado

$(\sum X)^2$ es el cuadrado de la suma de los valores X

n es el número total de observaciones

Después se determina SST. La fórmula para evaluar SST es:

$$SST = \sum \left(\frac{T_c^2}{n_c} \right) - \frac{(\sum X)^2}{n} \quad (6.4)$$

donde:

T_c^2 es el total de la columna para cada tratamiento

n_c es el número de observaciones (tamaño de la muestra) para cada tratamiento

Finalmente se determina SSE, por sustracción. La fórmula obvia para evaluar SSE es:

$$SSE = SS\ total - SST \quad (6.5)$$

6.1.5 Valor p (p -Value)

Cuando existe un p -value muy alto con relación al nivel de significancia (α) se acepta la hipótesis nula caso contrario se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa.

6.1.6 Regresión Lineal Múltiple

El análisis de regresión es un modelo matemático que relaciona las variables conocidas con las desconocidas, dentro del cual se dice que la Regresión Múltiple es el proceso por el cual se usan varias variables para predecir otra.

La variable conocida se llama la variable independiente y la variable que se intenta predecir es la variable dependiente. La regresión múltiple busca usar varias variables independientes para construir una mejor ecuación de predicción. Cada variable independiente puede ser responsable en algo de la variabilidad de la variable dependiente. A menudo cuando se añaden variables independientes se puede mejorar la estimación de la predicción (Levin & Rubin, 1996).

Se trata de predecir el valor de una variable dependiente (y_i) como función lineal de una familia de (j) variables independientes explicativas (x_1, x_2, \dots, x_j), a partir de una muestra de tamaño (i) cuyas observaciones se ordenan matricialmente de la siguiente forma (Levin & Rubin, 1996):

$$\begin{bmatrix} y_1, x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1j} \\ y_2, x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2j} \\ \dots \\ \dots \\ y_i, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ij} \end{bmatrix}$$

Siendo y_i la i -ésima variable dependiente y x_{ij} la j -ésima variable independiente explicativa asociada a la observación (i).

De esta manera se ajustan los datos a un modelo expresado de la siguiente manera:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_j x_{ij} + e_i \quad (6.6)$$

Donde:

- $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_j$: Coeficientes de regresión estimados
- e_i : Error Observado (Error aleatorio)

El modelo expuesto anteriormente presenta la característica que el número de ecuaciones mayor que el número de incógnitas $i > j$.

6.1.7 Error estándar múltiple de estimación

El error estándar describe la variación con respecto a la línea de regresión. Un error estándar pequeño indica que los puntos están cerca de la recta, mientras que un valor grande señalaba que los puntos estaban esparcidos alrededor de ella.

La fórmula para calcular el error estándar viene dada por:

$$S_{y \cdot 12 \dots K} = \sqrt{\frac{\sum (Y - Y')^2}{n - (k + 1)}} \quad (6.7)$$

donde:

Y es la observación

Y' es el valor estimado a partir de la ecuación de regresión

n es el número de observaciones en la muestra

k es el número de variables independientes

6.1.8 Error Observado (Error Aleatorio)

$$e_i = (\hat{Y}_i - y_i) \quad (6.8)$$

Se le llama (e_i) error aleatorio, a la diferencia entre el valor estimado en la regresión “ \hat{Y}_i ” menos el valor observado “ y_i ”, esta es una distancia entre ambos valores y puede ser negativa o positiva (Levin & Rubin, 1996).

6.1.9 Análisis de variación de la regresión lineal múltiple

En el caso de regresión múltiple, la descomposición de la variación de la variable dependiente y_i se expresa de la siguiente manera (Levin & Rubin, 1996):

$$SST = SSR + SSE \quad (6.9)$$

Donde:

- SST : Suma de Cuadrados Total
- SSR : Suma de Cuadrados de Regresión
- SSE : Suma de Cuadrados del Error

Una vez determinados los factores fundamentales de la variación de la regresión estos se descomponen de la siguiente forma:

$$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (6.10)$$

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{y})^2 \quad (6.11)$$

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (6.12)$$

Donde:

- y_i : La i -ésima variable dependiente
- \hat{Y}_i : La i -ésima variable estimada en la regresión
- \bar{y} : Media de los valores de la variable dependiente

6.1.10 Cuadrado Medio del Error

La estimación de la varianza de los errores es crucial para hacer inferencias acerca de los coeficientes de regresión. Si en nuestro modelo hay p_x variables predictoras (incógnitas) entonces, se estima por (Levin & Rubin, 1996):

$$S_E^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{Y}_i)^2}{n_x - p_x - 1} = \frac{SSE}{n_x - p_x - 1} = MSE \quad (6.13)$$

Donde:

- y_i : Variables dependientes
- \hat{Y}_i : Valores estimados a partir a partir de la ecuación de regresión
- n_x : Número ecuaciones
- p_x : Número de incógnitas
- SSE : Suma de cuadrados del error
- MSE : Cuadrado medio del error.

6.1.11 Cuadrado Medio de la Regresión

$$S_R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{y})^2}{p_x} = \frac{SSR}{p_x} = MSR \quad (6.14)$$

Donde:

- *MSR* : Cuadrado medio de la regresión.

6.1.12 Prueba de Hipótesis del Modelo Ajustado

En este caso la hipótesis nula es $H_0 : \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 \dots = \beta_j = 0$ o sea, que el modelo no sirve, versus la hipótesis alterna H_1 : Al menos uno de los coeficientes es distinto de cero, o sea, al menos una de las variables del modelo sirve.

Si la hipótesis nula no se rechaza se podrá concluir que ninguna de las variables en conjunto pueden explicar la variación; esto significa que es un modelo muy pobre y que debiera de ser reformulado (Levin & Rubin, 1996).

La prueba estadística es la prueba de F que se obtiene al hacer la tabla de análisis de varianza para la regresión múltiple.

$$F = \frac{S_R^2}{S_E^2} = \frac{\frac{SSR}{p_x}}{\frac{SSE}{n_x - p_x - 1}} = \frac{MSR}{MSE} \quad (6.15)$$

Donde:

- *MSR* : Cuadrado medio de la regresión.
- *MSE* : Cuadrado medio del error.

Se distribuye como una F con grados de libertad en el numerador y grados de libertad en el denominador.

6.1.13 Coeficiente de Determinación R^2

Coeficiente que mide el grado de dependencia entre variables, tomando el valor 0 en caso de correlación nula o el valor 1 en caso de correlación total. Equivale al cuadrado del coeficiente de correlación.

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \quad (6.16)$$

Donde:

- SSR : Suma de Cuadrados de Regresión
- SST : Suma de Cuadrados Total

El coeficiente de determinación (R^2) indica qué porcentaje de la variabilidad de la variable respuesta (Y) es explicada por su relación lineal con (X) y varía entre valores de 0 a 1 (Levin & Rubin, 1996).

$$0 \leq R^2 \leq 1$$

6.2 AJUSTE DE DATOS

Para realizar el análisis estadístico de los datos obtenidos del retraso ionosférico vertical, calculados en el capítulo 5.5, se utilizó el software estadístico “InfoStat” el mismo que permite realizar el análisis de la varianza de cada una de las estaciones mencionadas en este proyecto (S061, CIE y ESPE), dentro de este análisis se determinó la influencia de los parámetros horas UTC y los día GPS en la estimación del retraso ionosférico vertical.

6.3 ANÁLISIS DE VARIANZA (ANOVA) DE LOS DATOS USADOS EN LA ESTIMACIÓN DEL RETRASO IONOSFÉRICO VERTICAL

Se ingresa al software estadístico InfoStat, (Figura. 6.1, Figura. 6.2) donde se realiza el análisis de varianza, para lo cual se determina si existen diferencias estadísticamente significativas entre la estimación del retraso ionosférico vertical y los siguientes parámetros:

- ❖ Día GPS
- ❖ Hora UTC
- ❖ Estaciones S061, CIE y ESPE

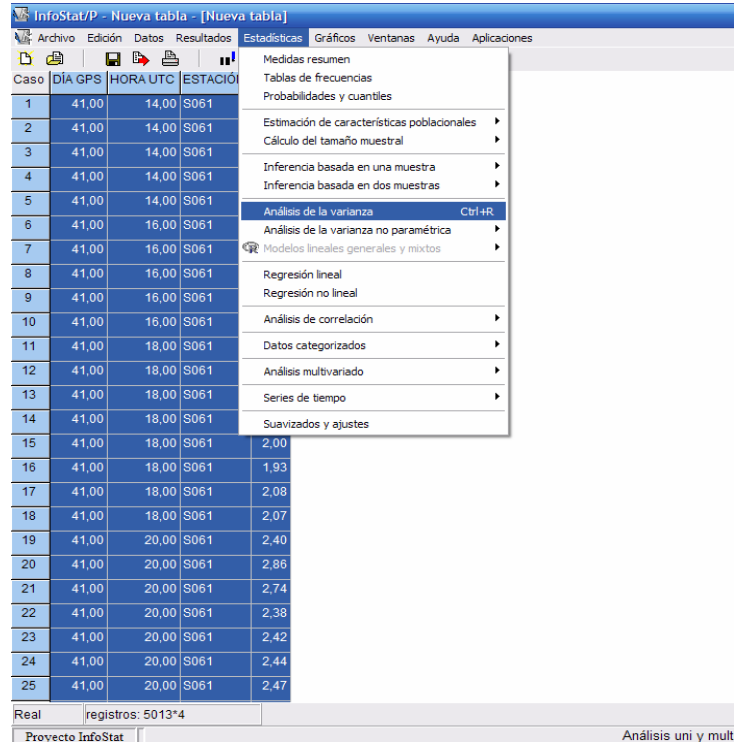


Figura. 6.1 Software InfoStat (Análisis de la Varianza)
Fuente: InfoStat

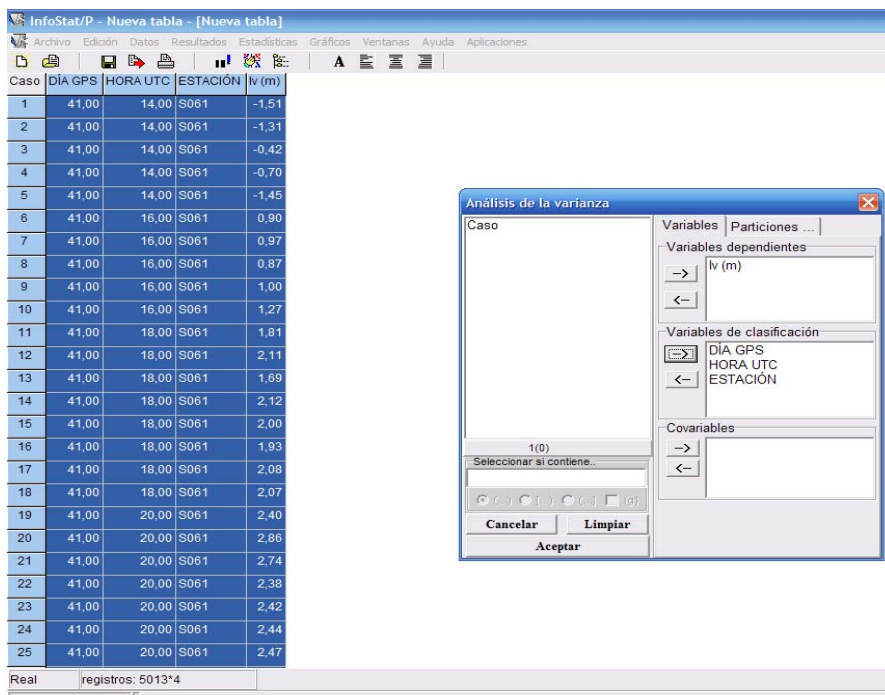


Figura. 6.2 Software InfoStat (Variables dependientes y Variables de clasificación)
Fuente: InfoStat

Para determinar la existencia de alguna relación estadísticamente significativa entre el retraso ionosférico vertical con el día GPS, la hora UTC y la estación se realiza el análisis de varianza (ANOVA) con un nivel de significancia al 5% (α) y un test de Duncan; el mismo que permite realizar la comparación de las medias dentro del segmento de datos existentes (Figura. 6.3).

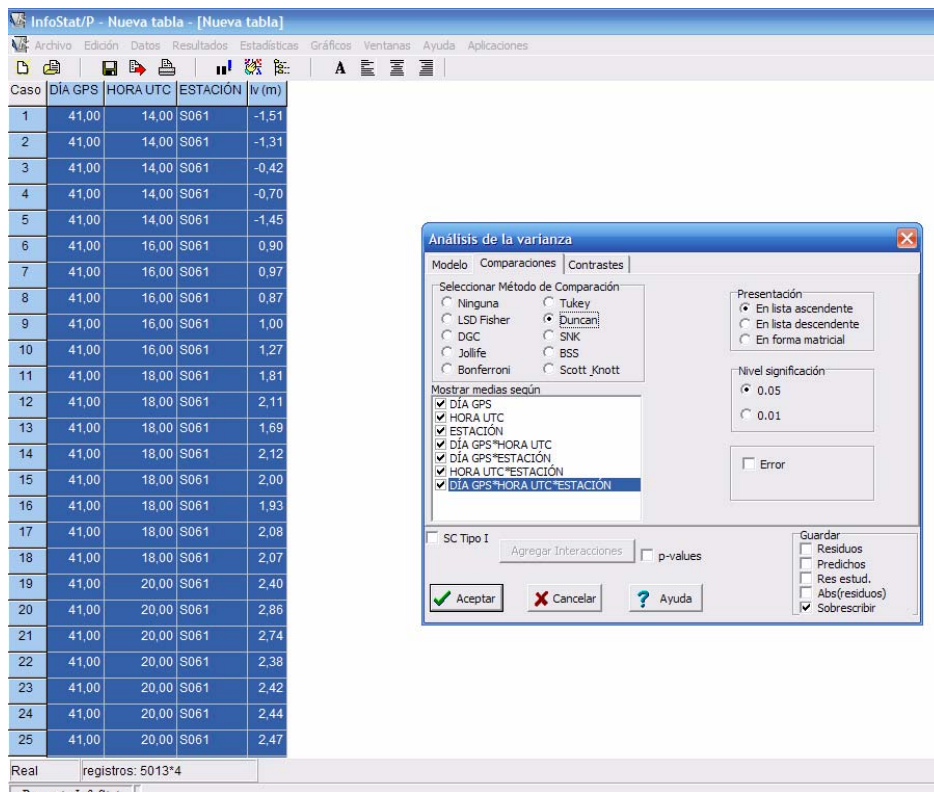


Figura. 6.3 ANOVA nivel de significancia 5 %, Test de Duncan
Fuente: InfoStat

InfoStat usa el método de mínimos cuadrados para ajustar el modelo lineal general permitiendo especificar más de un criterio de clasificación y sus interacciones. Con este tipo de modelos se pueden analizar experimentos con un solo factor o con múltiples factores o fuentes de variación.

Para determinar si existen diferencias estadísticamente significativas se realizó una prueba de hipótesis de la siguiente manera:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_n$$

$$H_1 : \text{Al menos uno es diferente}$$

Si $p \geq \alpha$ se acepta H_0 , es decir no existen diferencias entre las medias a comparar.

Si $p < \alpha$ se rechaza H_0 y se concluye que al menos una media es diferente al resto, por lo tanto existen diferencias significativas entre las medias.

Donde:

- α : Nivel de significancia 5% ($\alpha = 0,05$)
- p : Valor obtenido por el ANOVA

En la Tabla. 6.2 se presentan los resultados obtenidos por la ANOVA:

Tabla. 6.2 Análisis de la Varianza

Análisis de la varianza

<u>Variable</u>	<u>N</u>	<u>R²</u>	<u>R²Aj</u>	<u>CV</u>
Iv (m)	5013	0,77	0,77	45,32

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III)

<u>F.V.</u>	<u>SC</u>	<u>gl</u>	<u>CM</u>	<u>F</u>	<u>p-valor</u>
Modelo	5253,44	41	128,13	409,80	<0,0001
DÍA GPS	615,09	34	18,09	57,86	<0,0001
HORA UTC	4678,68	5	935,74	2992,73	<0,0001
ESTACIÓN	1,14	2	0,57	1,82	0,1626
Error	1554,28	4971	0,31		
Total	6807,72	5012			

Test:Duncan Alfa=0,05

Error: 0,3127 gl: 4971

Como se puede observar existen diferencias significativas en el Día GPS y en la hora UTC, en la Estación no existen diferencias significativas ($p = 0,1626$) (Tabla. 6.2).

En la Tabla. 6.3 y 6.4 se presentan los resultados de la comparación de medias utilizando el test de Duncan con un nivel de significancia del 5%.

Tabla. 6.3 Test Duncan (Día GPS)**Test:Duncan Alfa=0,05***Error: 0,3127 gl: 4971*

DÍA GPS	Medias	n				
48,00	2,03	141	A			
98,00	1,80	136		B		
110,00	1,72	146		B	C	
42,00	0,49	140				T

Letras distintas indican diferencias significativas ($p \leq 0,05$)

Como se puede observar en la Tabla. 6.3, existen diferencias significativas en el Día GPS, teniendo como valor máximo de retraso ionosférico el Día GPS 48 y como mínimo el Día GPS 42.

Tabla. 6.4 Test Duncan (Hora UTC)**Test:Duncan Alfa=0,05***Error: 0,3127 gl: 4971*

HORA UTC	Medias	n					
20,00	2,46	872	A				
22,00	1,99	775		B			
18,00	1,84	876			C		
16,00	1,01	900				D	
24,00	0,20	762					E
14,00	-0,23	828					F

Letras distintas indican diferencias significativas ($p \leq 0,05$)

Como se puede observar en la Tabla. 6.4, existen diferencias significativas en la Hora UTC, teniendo como valor máximo de retraso ionosférico las 22 horas y como mínimo las 14 horas.

En nuestro primer análisis de varianza (ANOVA), se indica que en el cálculo del retraso ionosférico vertical (Iv) no interviene la Estación, pero si difiere lo que es el día GPS como la hora UTC, para la generación de un modelo más simple para el cálculo del retraso ionosférico vertical; se realiza otro análisis de varianza en el cual intervienen las variables Día GPS, Hora UTC, Ángulo de Elevación y Acimut.

6.4 MODELO IONOSFÉRICO PARA FALSAS DISTANCIAS A PARTIR DE MEDICIONES GPS

Para la generación de un modelo más simple que el presentado en el capítulo 5 (modelo con Series de Fourier), se tiene como datos conocidos al Día GPS, la Hora UTC de observación, el ángulo de elevación y el acimut del satélite los mismos que son calculados con la metodología citada anteriormente.

Como se observa en el análisis anterior no existen diferencias significativas entre la variable Estación y el retraso ionosférico vertical, es por esta razón que en el análisis de varianza ANOVA que se va a realizar se tomarán en cuenta solamente los parámetros expuestos anteriormente.

Lo primero que se hace es una depuración de los datos originales que se tiene, analizando y eliminando los datos atípicos o fuera de rango. Esto se realiza haciendo gráficas entre el retraso ionosférico vertical (Iv) con cada uno de las variables antes mencionados, se identifican los datos que están fuera de rango y los eliminamos, con el objetivo de realizar el análisis de varianzas ANOVA. En la Figura. 6.4, Figura. 6.5, Figura. 6.6, y Figura. 6.7 se puede observar los datos que están fuera de rango y los datos una vez depurados.

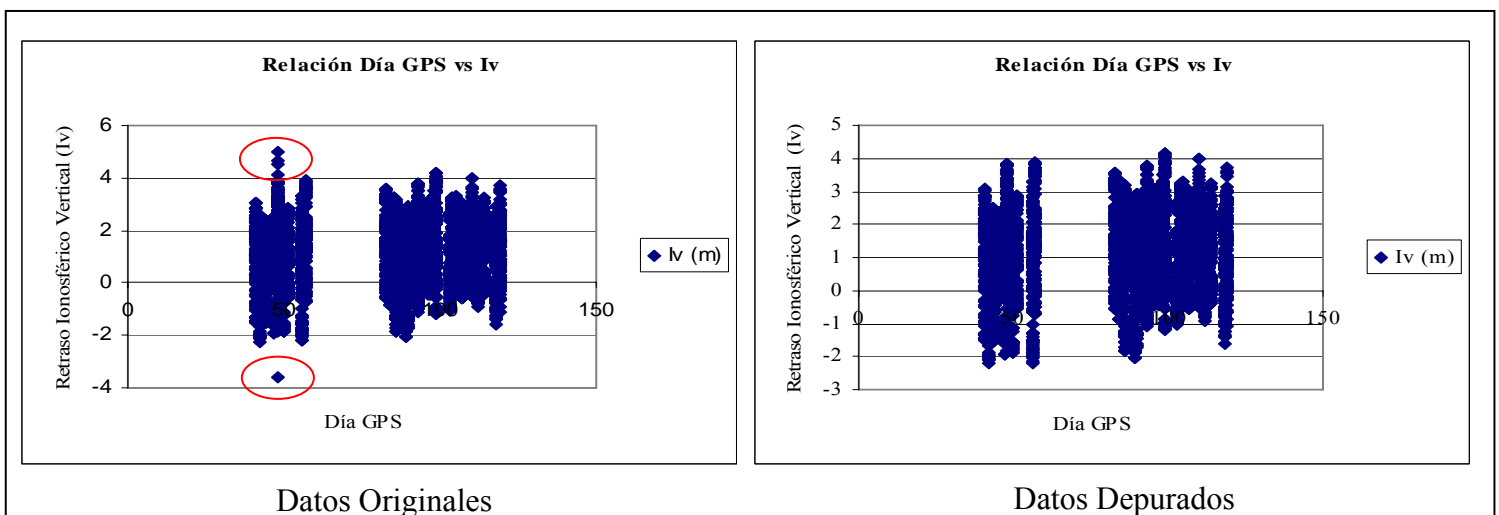


Figura. 6.4 Identificación de los datos fuera de rango y los datos depurados.

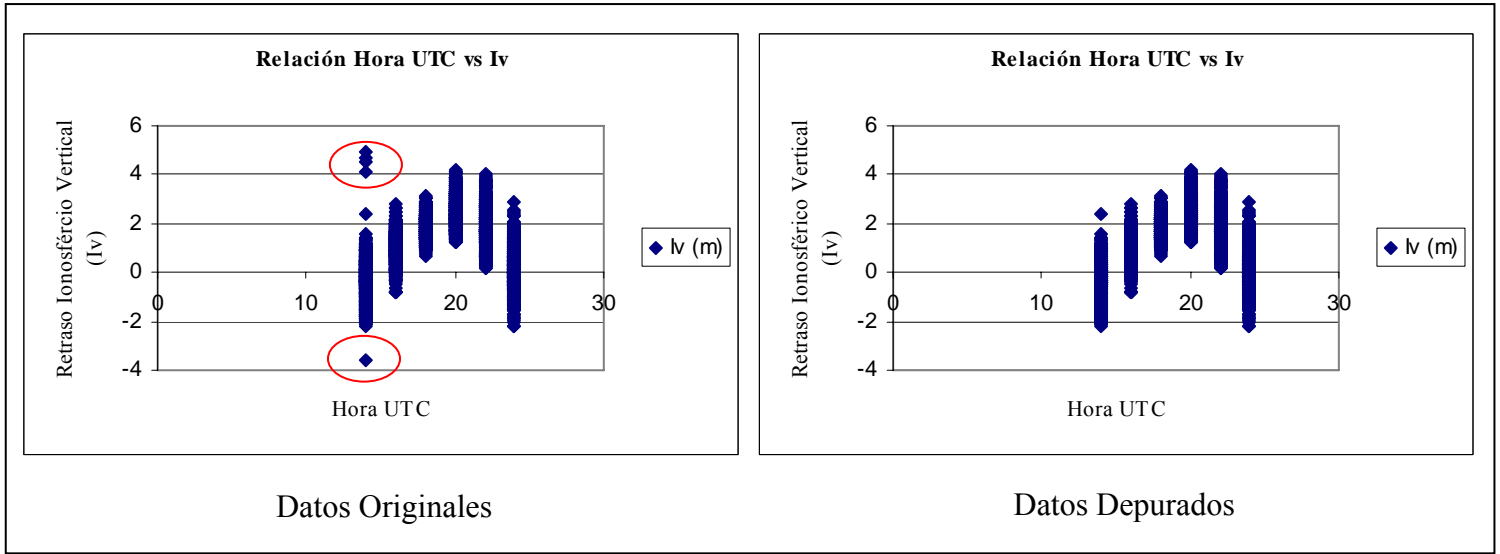


Figura. 6.5 Identificación de los datos fuera de rango y los datos depurados.

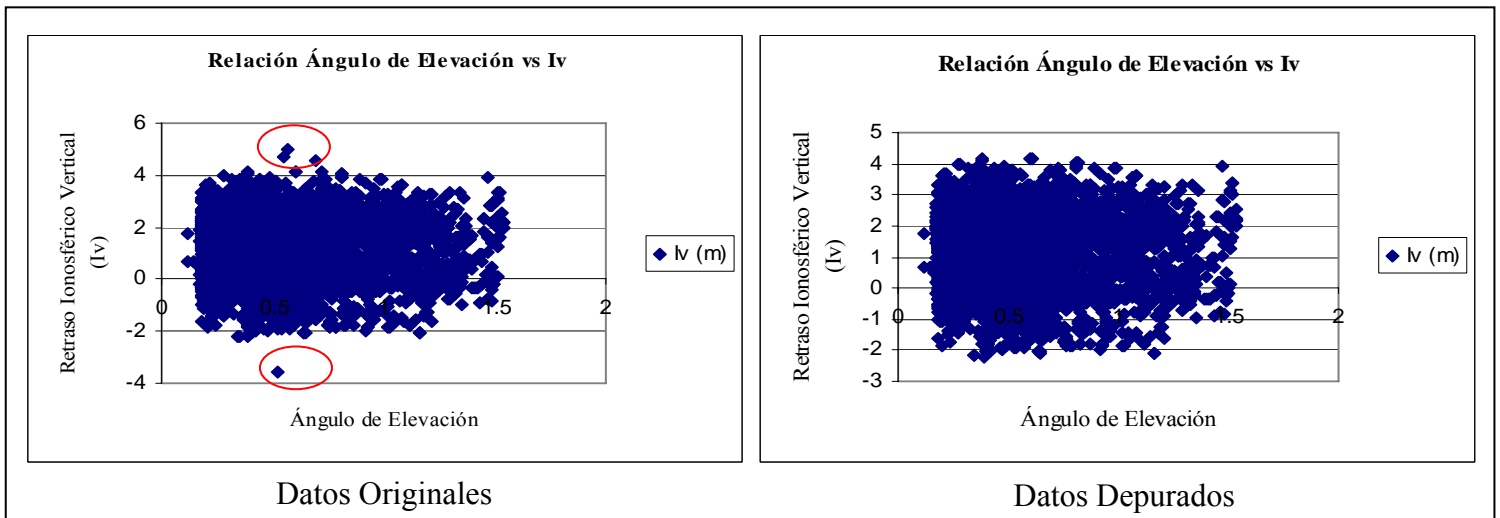


Figura. 6.6 Identificación de los datos fuera de rango y los datos depurados.

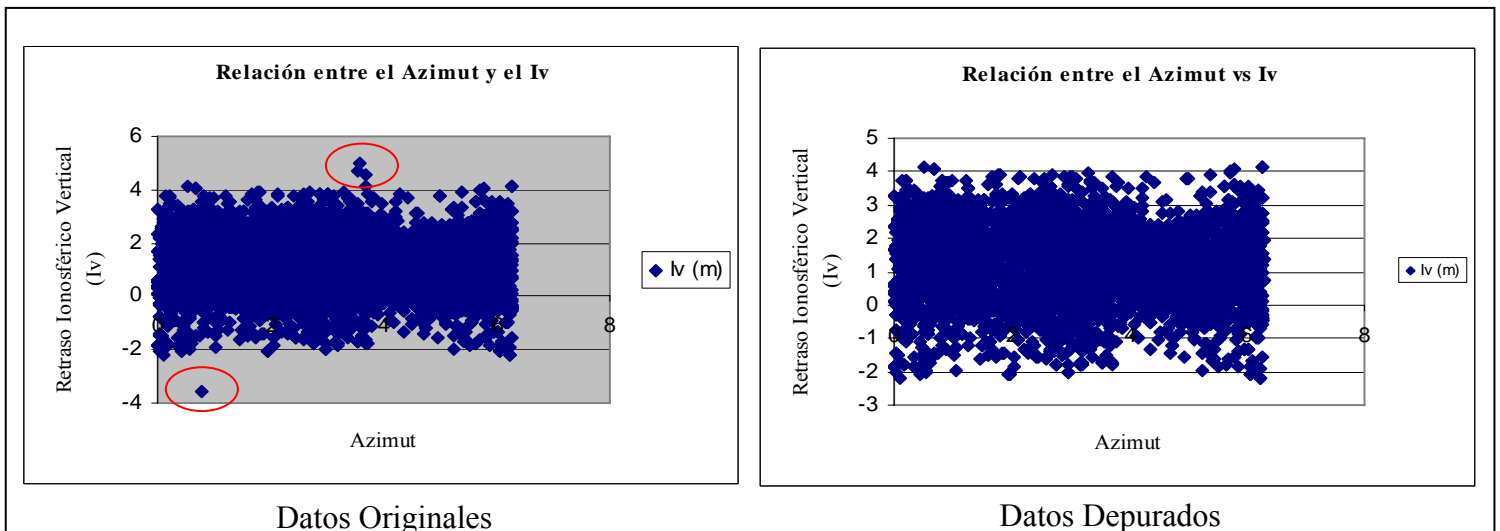


Figura. 6.7 Identificación de los datos fuera de rango y los datos depurados.

Una vez depurados los datos, se realiza un ANOVA, para determinar la existencia de alguna relación estadísticamente significativa entre el retraso ionosférico vertical con el día GPS y la hora UTC, con un nivel de significancia al 5% (α) y un test de Duncan al 5%; el mismo que permite realizar la comparación de las medias dentro del segmento de datos existentes, para lo cual se utiliza el software InfoStat y se procede como se indica en la Figura. 6.1. A continuación se indican los valores que arroja este análisis (Tabla. 6.5):

Tabla. 6.5 Análisis de la Varianza (Día GPS, Hora UTC)

Análisis de la varianza

Variable	N	R ²	R ² Aj	CV
Iv (m)	5008	0.78	0.78	44.19

Cuadro de Análisis de la Varianza (SC tipo III)

F.V.	SC	gl	CM	F	p-valor
Modelo	5266.72	39	135.04	455.57	<0,0001
DÍA GPS	593.79	34	17.46	58.92	<0,0001
HORA UTC	4708.52	5	941.7	3176.85	<0,0001
Error	1472.65	4968	0.3		
Total	6739.37	5007			

Como se puede observar existen diferencias significativas tanto en el Día GPS como en la hora UTC.

De esta manera, se procede a realizar una Regresión Lineal Múltiple, para determinar si existe alguna relación estadísticamente significativa entre el retraso ionosférico vertical con el día GPS, la hora UTC, el ángulo de elevación y el acimut. La Regresión Lineal Múltiple se realizó en Excel con un nivel de significancia al 1% (α).

Dando como resultado lo siguiente (Tabla. 6.6):

Tabla. 6.6 Resultados Regresión Lineal Múltiple

Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.28440915
Coefficiente de determinación R ²	0.080888565
R ² ajustado	0.080153716
Error típico	1.11270137
Observaciones	5008

ANÁLISIS DE VARIANZA					
	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	4	545.1383149	136.2845787	110.0751967	4.71742E-90
Residuos	5003	6194.236009	1.238104339		
Total	5007	6739.374324			
	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	
Intercepción	-0.668132658	0.112954935	-5.915037315	3.53847E-09	
DÍA GPS	0.005146941	0.000603904	8.522774248	2.03713E-17	
HORA UTC	0.090895198	0.004738916	19.18059047	3.52095E-79	
ÁNGULO DE ELEVACIÓN	-0.286288942	0.052342982	-5.469480896	4.73304E-08	
ACIMUT	-0.026999806	0.00876126	-3.081726453	0.002069231	

Se realiza una prueba de hipótesis, siendo:

$H_0 : \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 \dots = \beta_j = 0$ es decir, el modelo no se ajusta,

H_1 : Uno o más coeficientes son distintos de cero, es decir, los coeficientes se ajustan para explicar el modelo propuesto.

Como se puede observar, los coeficientes son diferentes de cero. Así este modelo lo podríamos adoptar, sino fuera por el valor del Coeficiente de Determinación (R^2) que es de 0.0808 el cual es un valor muy bajo que indica un modelo que no se ajusta mucho a la realidad.

Es por esta razón que se procede a realizar una segunda regresión lineal múltiple de tercer orden para la hora. En este análisis se llega a establecer si existe relación estadísticamente significativa entre el retraso ionosférico vertical con el día GPS, la hora UTC, el ángulo de elevación y el acimut. La Regresión Lineal Múltiple de tercer orden se la realiza en Excel con un nivel de significancia al 1% (α).

Dando como resultado lo siguiente (Tabla. 6.7):

Tabla. 6.7 Resultados Regresión Lineal Múltiple de Tercer Orden para la hora

Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.84311468
Coefficiente de determinación R ²	0.710842363
R ² ajustado	0.710495443
Error típico	0.624235834
Observaciones	5008

ANÁLISIS DE VARIANZA					
	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	6	4790.63277	798.438795	2049.01076	0
Residuos	5001	1948.74155	0.38967038		
Total	5007	6739.37432			
	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	
Intercepción	19.72809652	2.19693156	8.97984121	3.77E-19	
DÍA GPS	0.006212131	0.00033898	18.3260048	1.1715E-72	
HORA UTC	-5.048454347	0.35851953	-14.0813928	3.4202E-44	
ÁNGULO DE ELEVACIÓN	-0.15039739	0.02939484	-5.11645606	3.2297E-07	
AZIMUT	-0.005316984	0.00492086	-1.08049854	0.27997234	
H2	0.369881165	0.01917979	19.2849385	5.4199E-80	
H3	-0.008088454	0.00033649	-24.0379902	6.391E-121	

Los valores indican que se acepta H_0 para el acimut es decir este coeficiente no es significativo ($p=0.2799$), mientras los coeficientes para el Día GPS, Hora UTC y el ángulo de elevación son significativos ($p \leq 0.01$).

De esta manera se procede a realizar una tercera regresión lineal múltiple. En este análisis se llega a establecer si existe relación estadísticamente significativa entre el retraso ionosférico vertical con el día GPS, la hora UTC y el ángulo de elevación, ya no se considera al acimut ya que con el análisis anterior se demostró que esta variable no interfiere en el cálculo del retraso ionosférico vertical. La Regresión Lineal Múltiple se la realiza en Excel con un nivel de significancia al 1% (α).

Dando como resultado lo siguiente (Tabla. 6.8):

Tabla. 6.8 Resultados Regresión Lineal Múltiple

Estadísticas de la regresión	
Coefficiente de correlación múltiple	0.84307465
Coefficiente de determinación R ²	0.71077486
R ² ajustado	0.71048575
Error típico	0.62424628
Observaciones	5008

ANÁLISIS DE VARIANZA					
	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	5	4790.17784	958.035568	2458.497104	0
Residuos	5002	1949.19648	0.38968342		
Total	5007	6739.37432			
	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	
Intercepción	19.6615269	2.19610426	8.95291142	4.79488E-19	
DÍA GPS	0.00621615	0.00033896	18.3386617	9.41005E-73	
HORA UTC	-5.04163852	0.35847004	-14.0643234	4.31266E-44	
H2	0.36957009	0.01917796	19.2705683	7.01027E-80	
H3	-0.00808378	0.00033646	-24.0256766	8.3123E-121	
ÁNGULO DE ELEVACIÓN	-0.14751882	0.02927435	-5.03918323	4.83989E-07	

Los p -valores indican que se rechaza H_0 , es decir los coeficientes son diferentes de cero.

Así este modelo se ajusta muy bien a las necesidades que se requiere, ya que el valor del Coeficiente de Determinación (R^2) es de 0.7107 el cual es un valor que se ajusta mucho a la realidad.

Por lo tanto el modelo de retraso ionosférico vertical I_v , obtenido es el siguiente:

$$I_v = 19.6615 + 0.006216 * \text{Día GPS} - 5.0416 * \text{Hora UTC} + 0.36957 * (\text{Hora UTC})^2 - 0.008083 * (\text{Hora UTC})^3 - 0.147518 * \text{Ángulo de elevación}$$

Por ejemplo para:

Iv MODELO (m)	2,1585
DÍA GPS	41
HORA UTC	20
ÁNGULO DE ELEVACIÓN	0.56208

Iv serie Fourier (m) 2,4040

El valor de 2,1585 metros es el valor obtenido con el modelo de regresión lineal múltiple, el mismo que se acerca al valor obtenido con el modelo de serie de Fourier que es 2,4040 metros, para el Día GPS 41, a las 20 Horas UTC y con un ángulo de elevación de 0.56208 rad. Con este modelo se logró estimar el *Iv* con un error estándar múltiple de $\pm 0,781$ metros.

CAPÍTULO VII

RESULTADOS

7.1 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

En este capítulo, serán analizados los resultados de la estimación del retraso ionosférico vertical (Iv) modelado mediante la serie de Fourier en las estaciones S061, CIE y ESPE; utilizando la metodología presentada en el Capítulo V, el análisis es realizado de manera gráfica como numéricamente.

Se realiza también el análisis de los coeficientes de la serie de Fourier, calculado mediante el MMC con el método paramétrico con condición y la influencia que tienen en el comportamiento diario de la ionosfera.

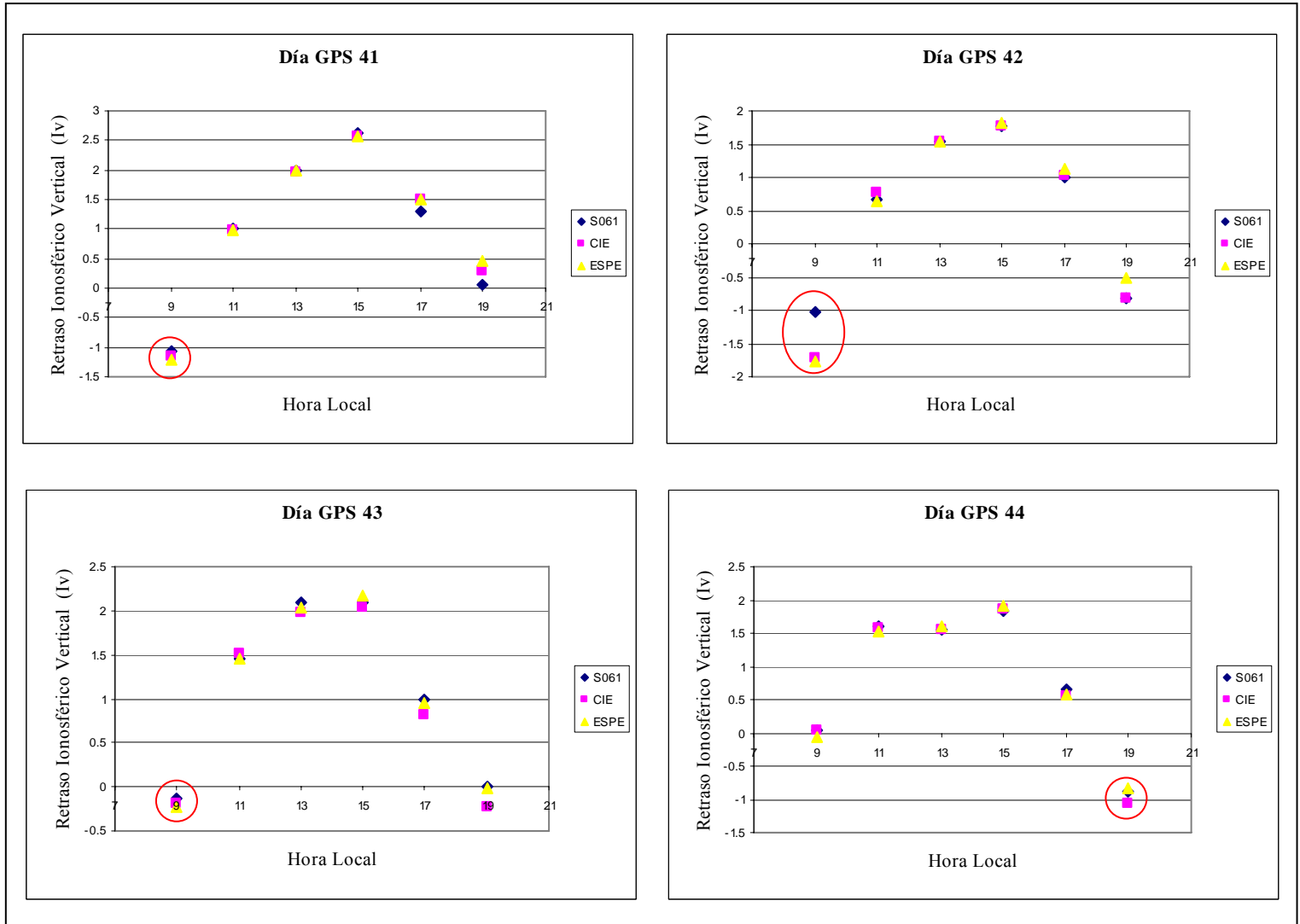
7.1.1 Análisis de los gráficos para el Retraso Ionosférico Vertical (Iv):

En las Figuras. 7.1, 7.2 y 7.3 se muestran cuatro gráficos en cada una de las figuras, correspondientes a varios días GPS de estudio, en los cuales se representan los valores estimados de retraso ionosférico vertical calculados cada dos horas.

En todos los gráficos se aprecia que a las 9:00 y 19:00 horas locales (14:00 y 24:00 horas UTC) se tiene los valores más bajos de retraso ionosférico vertical, en cambio se puede apreciar que a las 15:00 horas locales (20:00 horas UTC) se tienen los valores más altos de retraso ionosférico vertical, en las estaciones S061, CIE y ESPE, con estos resultados se puede confirmar que en horas pasado el medio día la actividad solar es mayor y por ende afecta en mayor cantidad a las señales GPS.

En la Figura. 7.1 se representa la relación existente entre el retraso ionosférico vertical (I_v) y la Hora Local, de una muestra de cuatro días GPS en estudio, correspondientes al mes de Febrero de 2009.

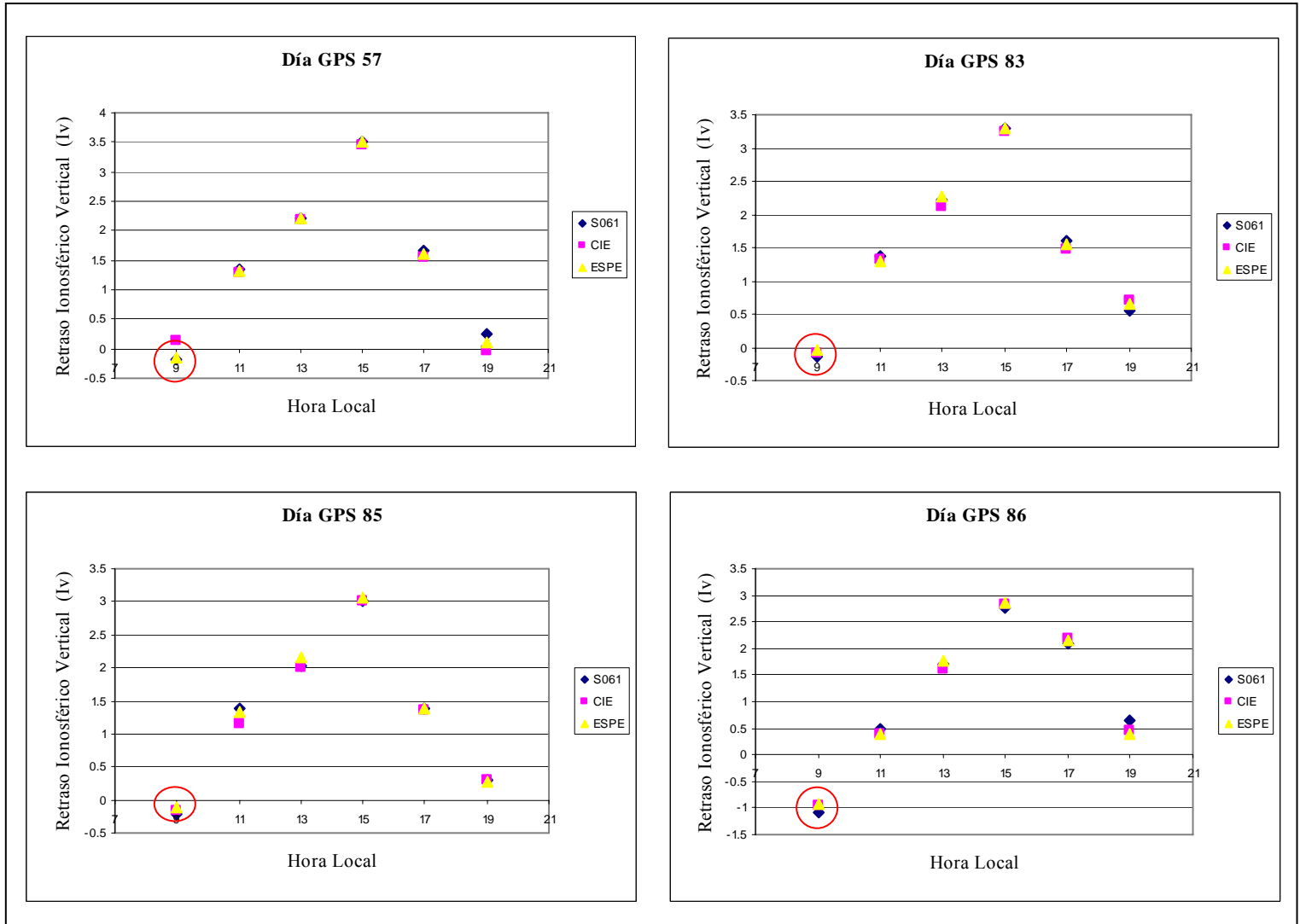
Figura. 7.1 Relación entre el valor del Retraso Ionosférico Vertical (I_v) y la Hora Local de observación en las Estaciones S061, CIE y ESPE.



Como se puede observar en la Figura. 7.1, las estaciones (S061, CIE y ESPE) mantienen una misma tendencia para los cuatro días, teniendo valores similares de I_v en cada una de las estaciones. Se obtienen los valores más bajos a las 9:00 y 19:00 Horas Locales (14:00 y 24:00 Horas UTC), y los valores máximos se dan a las 15:00 Horas Locales (20:00 Horas UTC) llegando hasta los 2,5 metros.

En la Figura. 7.2 se representa la relación existente entre el retraso ionosférico vertical (I_v) y la Hora Local, de una muestra de cuatro días GPS en estudio, correspondientes al mes de Marzo de 2009.

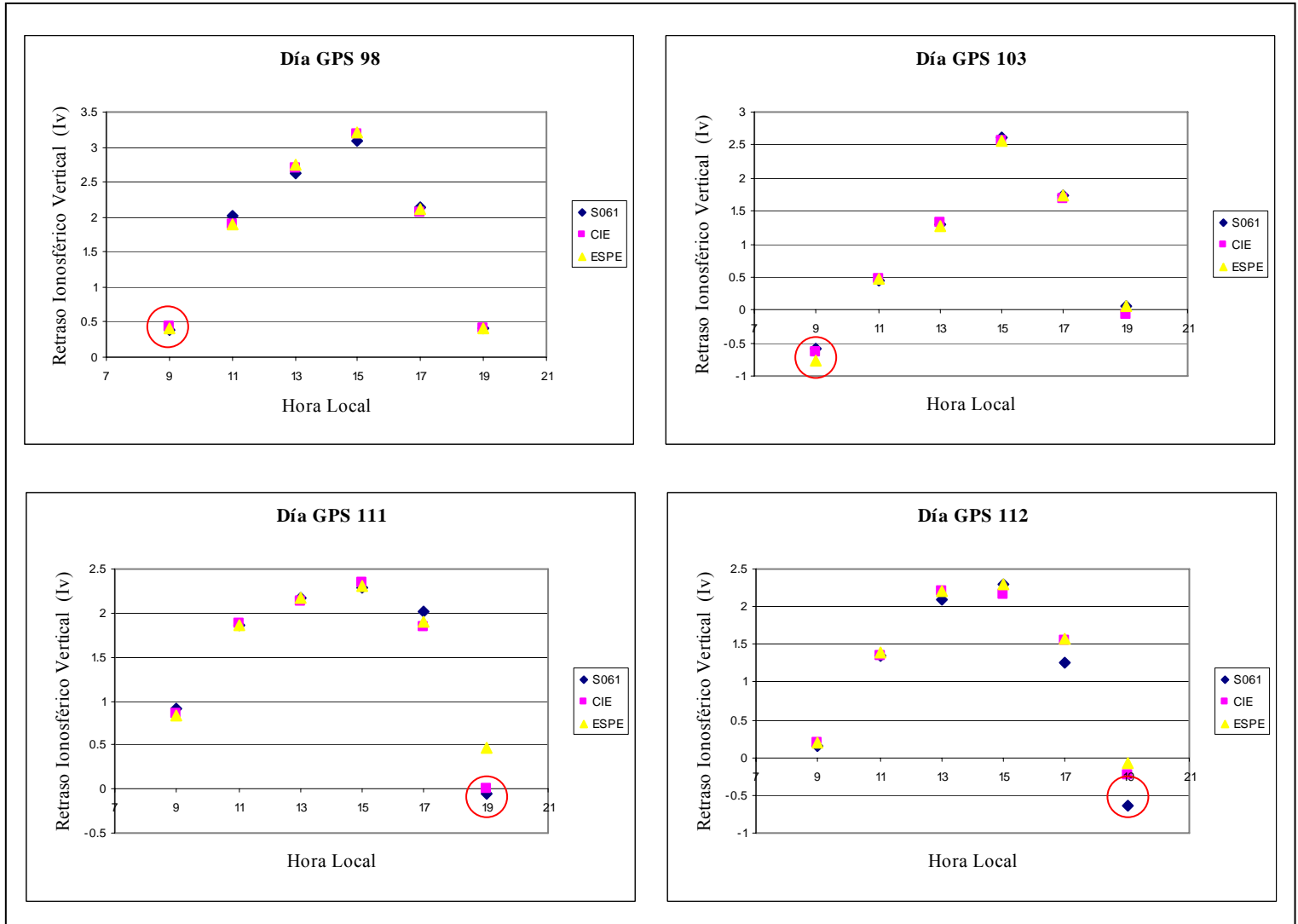
Figura. 7.2 Relación entre el valor del Retraso Ionosférico Vertical (I_v) y la Hora Local de observación en las Estaciones S061, CIE y ESPE.



Como se puede observar en la Figura. 7.2, las estaciones (S061, CIE y ESPE) mantienen una misma tendencia para los cuatro días, teniendo valores similares de I_v en cada una de las estaciones. Se obtienen los valores más bajos a las 9:00 y 19:00 Horas Locales (14:00 y 24:00 Horas UTC), y los valores máximos se dan a las 15:00 Horas Locales (20:00 Horas UTC) llegando hasta los 3,5 metros.

En la Figura. 7.3 se representa la relación existente entre el retraso ionosférico vertical (I_v) y la Hora Local, de una muestra de cuatro días GPS en estudio, correspondientes al mes de Abril de 2009.

Figura. 7.3 Relación entre el valor del Atraso Ionosférico Vertical (I_v) y la Hora Local de observación en las Estaciones S061, CIE y ESPE.



Como se puede observar en la Figura. 7.3, las estaciones (S061, CIE y ESPE) mantienen una misma tendencia para los cuatro días, teniendo valores similares de I_v en cada una de las estaciones. Se obtienen los valores más bajos a las 9:00 y 19:00 Horas Locales (14:00 y 24:00 Horas UTC), y los valores máximos se dan a las 15:00 Horas Locales (20:00 Horas UTC) llegando hasta los 3,0 metros.

7.1.2 Análisis de los resultados numéricos para el Retraso Ionosférico Vertical:

El análisis final de los resultados numéricos se puede encontrar en las Tablas. 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5 y 7.6, para lo cual se usó los valores de las medias del retraso ionosférico vertical, para cada hora (14, 16, 18, 20, 22 y 24 horas UTC) para todos los días de estudio (38 días), en las estaciones S061, CIE y ESPE.

Los resultados de los cálculos del retraso ionosférico vertical son comparados con los obtenidos de Seeber (1993) que se muestran en la Tabla. 3.1 e indican que los obtenidos en este trabajo están dentro de lo establecido.

Tabla. 7.1 Análisis de los valores máximos del retraso ionosférico vertical (Iv) en las estaciones S061, CIE y ESPE para los 38 días de estudio, a las 14 horas UTC.

Día GPS	14 Horas UTC		
	S061	CIE	ESPE
41	-1.0789	-1.1492	-1.2020
42	-1.0318	-1.7148	-1.7658
43	-0.1299	-0.1945	-0.2336
44	0.0431	0.0405	-0.0670
47	-0.9855	-1.2807	-1.3126
48	1.3050	2.6095	1.4379
49	-0.1882	-0.2019	-0.3126
50	-1.5008	-1.6181	-1.5573
51	-0.0082	0.0207	0.0785
56	-0.9141	-0.4237	-0.6333
57	-0.1726	0.1468	-0.1600
83	-0.1528	-0.1006	-0.0312
84	-0.4009	-0.3861	-0.3375
85	-0.2202	-0.1639	-0.1220
86	-1.0936	-0.9532	-0.9254
89	-1.3442	-1.3033	-1.3063
90	-1.1779	-0.8026	-0.8927
92	0.2866	0.5043	0.5262
93	-0.4522	-0.3789	-0.3468
96	-0.1088	-0.0353	-0.1614
97	-0.1339	-0.1151	-0.1293
98	0.3775	0.4342	0.4125
99	0.4952	0.5214	0.4202
103	-0.5787	-0.6361	-0.7706
104	0.1810	0.2898	0.2609
105	0.5212	0.5846	0.5357
106	0.3406	0.3022	0.2852
107	0.0731	-0.0565	-0.1035
110	-0.0989	-0.0456	-0.0872
111	0.9066	0.8643	0.8261
112	0.1486	0.1995	0.2013

113	0.0334	0.0903	0.0434
114	0.1708	0.1596	0.1157
118	-0.5079	-0.7440	-0.7864
119	-0.1569	0.0350	-0.0282
Promedio Iv	-0.2158	-0.1572	-0.2323

Como se puede observar en la Tabla. 7.1 se utiliza los promedios de la estimación del retraso ionosférico vertical (I_v) de cada satélite rastreado a las 14 horas UTC, el día GPS de observación correspondiente. Los valores promedios del I_v en las estaciones S061, CIE y ESPE son negativos puesto que en la presente investigación no tomamos en cuenta los errores interfrecuencia de los satélites y de los receptores.

Tabla. 7.2 Análisis de los valores máximos del retraso ionosférico vertical (I_v) en las estaciones S061, CIE y ESPE para los 38 días de estudio, a las 16 horas UTC.

Día GPS	16 Horas UTC		
	Estación		
	S061	CIE	ESPE
41	1.0046	0.9675	0.9865
42	0.6559	0.7566	0.6513
43	1.4567	1.5083	1.4544
44	1.5957	1.5817	1.5300
47	0.1896	0.3906	0.3769
48	1.4358	1.7527	1.7141
49	0.8639	0.8762	0.8973
50	0.1479	0.1506	0.1296
51	1.0661	1.0666	1.0714
56	0.6720	0.5333	0.5299
57	1.3444	1.3013	1.3230
83	1.3746	1.3286	1.2893
84	0.5495	0.5248	0.4795
85	1.3939	1.1406	1.3350
86	0.4995	0.3806	0.3878
89	-0.0451	-0.1071	-0.1358
90	0.2877	0.2105	0.1916
92	1.1613	1.1408	1.1424
93	0.7844	0.8335	0.8119
96	0.7738	0.7701	0.7881
97	1.1749	1.1480	1.1665
98	2.0172	1.8859	1.9036
99	1.0202	1.0487	0.9499
103	0.4447	0.4754	0.4719
104	1.3271	1.2731	1.2636
105	1.2397	1.3520	1.2927
106	1.7030	1.6767	1.6870
107	0.8521	0.8243	0.8301
110	1.6639	1.6940	1.6919
111	1.8565	1.8741	1.8531
112	1.3465	1.3516	1.3827
113	1.2564	1.2676	1.2986

114	1.3586	1.2864	1.3273
118	0.6724	0.5820	0.6703
119	0.8574	0.7860	0.8182
Promedio Iv	1.0287	1.0181	1.0160
Max	2.0172	1.8859	1.9036

Como se puede observar en la Tabla. 7.2 se utiliza los promedios de la estimación del retraso ionosférico vertical (I_v) de cada satélite rastreado a las 16 horas UTC, el día GPS de observación correspondiente. El valor promedio del I_v para la estación S061 es de 1.0287 metros, para la estación CIE es de 1.0181 metros y para la estación ESPE es de 1.0160 metros.

Tabla. 7.3 Análisis de los valores máximos del retraso ionosférico vertical (I_v) en las estaciones S061, CIE y ESPE para los 38 días de estudio, a las 18 horas UTC.

Día GPS	18 Horas UTC		
	Estación		
	S061	CIE	ESPE
41	1.9983	1.9662	2.0000
42	1.5352	1.5286	1.5496
43	2.0873	1.9831	2.0271
44	1.5587	1.5405	1.5994
47	1.5283	1.5323	1.5529
48	2.3109	2.2517	2.3078
49	1.3367	1.2815	1.2941
50	1.3506	1.3250	1.3410
51	1.8164	1.7779	1.7980
56	1.4793	1.4443	1.4491
57	2.2174	2.1862	2.2168
83	2.2083	2.1264	2.2568
84	1.0539	1.0711	1.0463
85	2.0317	2.0103	2.1702
86	1.6914	1.6159	1.7763
89	1.5331	1.5664	1.7412
90	1.5944	1.3883	1.7340
92	1.8594	1.9117	1.8872
93	1.6761	1.7295	1.5250
96	1.5482	1.5172	1.5174
97	1.5679	1.6374	1.6238
98	2.6186	2.7040	2.7360
99	2.6283	2.6451	2.6195
103	1.3058	1.3286	1.2742
104	2.1116	2.1140	2.1054
105	1.9756	1.8590	1.8730
106	2.2203	2.1368	2.1860
107	1.5900	1.5683	1.5634
110	2.1921	2.3758	2.2763
111	2.1707	2.1344	2.1709

112	2.0973	2.2104	2.2026
113	2.1083	2.1742	2.0978
114	1.9216	2.0473	2.0376
118	1.7252	1.8201	1.7850
119	1.5487	1.5617	1.6160
Promedio Iv	1.8342	1.8306	1.8559
Max	2.6283	2.7040	2.7360

Como se puede observar en la Tabla. 7.3 se utiliza los promedios de la estimación del retraso ionosférico vertical (I_v) de cada satélite rastreado a las 18 horas UTC, el día GPS de observación correspondiente. El valor promedio del I_v para la estación S061 es de 1.8342 metros, para la estación CIE es de 1.8306 metros y para la estación ESPE es de 1.8559 metros.

Tabla. 7.4 Análisis de los valores máximos del retraso ionosférico vertical (I_v) en las estaciones S061, CIE y ESPE para los 38 días de estudio, a las 20 horas UTC.

Día GPS	20 Horas UTC		
	Estación		
	S061	CIE	ESPE
41	2.6182	2.5809	2.5765
42	1.7662	1.7807	1.8125
43	2.0959	2.0447	2.1636
44	1.8239	1.8659	1.9191
47	2.2693	2.2429	2.2445
48	3.0179	3.1228	3.0789
49	1.7716	1.7977	1.7716
50	1.5472	1.5756	1.5964
51	2.5570	2.6345	2.6443
56	2.3310	2.3529	2.5157
57	3.5070	3.4471	3.5235
83	3.2994	3.2473	3.2870
84	2.2286	2.2353	2.2874
85	3.0197	3.0041	3.0731
86	2.7786	2.8189	2.8672
89	1.8714	2.1104	2.2231
90	2.7301	2.7390	2.7470
92	2.2029	2.1575	2.1734
93	2.6666	2.8466	2.7506
96	2.4780	2.4747	2.4870
97	2.0138	2.0868	2.1008
98	3.0885	3.1934	3.2196
99	3.8067	3.9036	3.8445
103	2.6041	2.5543	2.5599
104	3.1231	3.1546	3.1376
105	1.7511	1.7659	1.7456
106	2.0074	1.9090	1.9892
107	2.5061	2.4570	2.5987

110	2.6851	2.6268	2.9305
111	2.2932	2.3370	2.3135
112	2.2982	2.1600	2.3052
113	2.1548	2.0954	2.1965
114	2.1508	2.1492	2.1427
118	2.0188	1.9217	2.0365
119	2.4378	2.3625	2.3896
Promedio Iv	2.4434	2.4502	2.4929
Max	3.8067	3.9036	3.8445

Como se puede observar en la Tabla. 7.4 se utiliza los promedios de la estimación del retraso ionosférico vertical (I_v) de cada satélite rastreado a las 20 horas UTC, el día GPS de observación correspondiente. El valor promedio del I_v para la estación S061 es de 2.4434 metros, para la estación CIE es de 2.4502 metros y para la estación ESPE es de 2.4929 metros.

Tabla. 7.5 Análisis de los valores máximos del retraso ionosférico vertical (I_v) en las estaciones S061, CIE y ESPE para los 38 días de estudio, a las 22 horas UTC.

Día GPS	22 Horas UTC		
	Estación		
	S061	CIE	ESPE
41	1.3102	1.4972	1.5085
42	1.0044	1.0298	1.1315
43	0.9924	0.8210	0.9612
44	0.6518	0.5403	0.5839
47	2.2506	2.2799	2.2072
48	3.2711	3.2822	3.2950
49	1.5402	1.5253	1.5194
50	1.7798	1.7703	1.7603
51	0.8535	0.7648	0.8071
56	1.6440	1.5051	1.5383
57	1.6738	1.5553	1.6164
83	1.5944	1.4831	1.5422
84	1.8009	1.8426	1.8165
85	1.3766	1.3704	1.3713
86	2.1008	2.1717	2.1623
89	1.9621	2.0264	2.0575
90	2.6488	2.6598	2.6317
92	2.7015	2.6851	2.6548
93	3.4305	2.9791	2.8880
96	2.5133	2.3837	2.4900
97	2.2681	2.0760	2.1543
98	2.1276	2.0683	2.1200
99	1.5046	1.2746	1.5528
103	1.7481	1.6941	1.7314
104	2.7620	2.6979	2.7299
105	2.8364	2.5217	2.5522

106	2.1690	2.2583	2.2091
107	2.5722	2.6352	2.5994
110	2.9767	2.9899	3.0117
111	2.0208	1.8483	1.8939
112	1.2623	1.5548	1.5633
113	1.8137	1.7452	1.7768
114	2.6360	2.5831	2.6608
118	1.9440	1.8785	2.0018
119	2.9980	2.9445	3.0811
Promedio Iv	2.0212	1.9698	2.0052
Max	3.4305	3.2822	3.2950

Como se puede observar en la Tabla. 7.5 se utiliza los promedios de la estimación del retraso ionosférico vertical (Iv) de cada satélite rastreado a las 22 horas UTC, el día GPS de observación correspondiente. El valor promedio del Iv para la estación S061 es de 2.0212 metros, para la estación CIE es de 1.9698 metros y para la estación ESPE es de 2.0052 metros.

Tabla. 7.6 Análisis de los valores máximos del retraso ionosférico vertical (Iv) en las estaciones S061, CIE y ESPE para los 38 días de estudio, a las 24 horas UTC.

Día GPS	24 Horas UTC		
	Estación		
	S061	CIE	ESPE
41	0.0559	0.2762	0.4650
42	-0.8138	-0.8294	-0.5060
43	0.0126	-0.2256	-0.0250
44	-0.8791	-1.0613	-0.8350
47	0.6866	0.6218	0.7385
48	1.3121	1.4049	1.6350
49	-0.0929	-0.2772	-0.1230
50	0.3127	0.2977	0.5022
51	-0.2842	-0.0804	0.0451
56	-1.1377	-1.6803	-1.2876
57	0.2569	-0.0371	0.1016
83	0.5468	0.7108	0.6426
84	-0.3854	-0.3910	-0.4068
85	0.3045	0.3017	0.2729
86	0.6420	0.4430	0.3979
89	0.9426	0.7844	0.9373
90	1.3714	1.1455	1.2734
92	0.5643	1.3586	1.3238
93	0.7667	0.1347	0.4217
96	0.3789	0.5562	0.5651
97	0.4346	0.4174	0.3219
98	0.4139	0.4115	0.4247
99	-1.0174	-0.8535	-0.6707
103	0.0471	-0.0807	0.0500

104	0.2897	0.2703	0.3490
105	0.5416	0.8073	0.7798
106	-0.0719	-0.0811	-0.0424
107	-0.3227	-0.2884	-0.2250
110	0.8374	0.8386	0.8558
111	-0.0628	0.0126	0.4600
112	-0.6407	-0.2350	-0.0825
113	0.3720	0.7895	0.8530
114	0.1611	0.1978	0.3208
118	-0.5826	-0.3852	-0.0596
119	0.4315	0.2153	0.5709
Promedio Iv	0.1540	0.1568	0.2870
Max	1.3714	1.4049	1.6350

Como se puede observar en la Tabla. 7.6 se utiliza los promedios de la estimación del retraso ionosférico vertical (I_v) de cada satélite rastreado a las 24 horas UTC, el día GPS de observación correspondiente. El valor promedio del I_v para la estación S061 es de 0.1540 metros, para la estación CIE es de 0.1568 metros y para la estación ESPE es de 0.2870 metros.

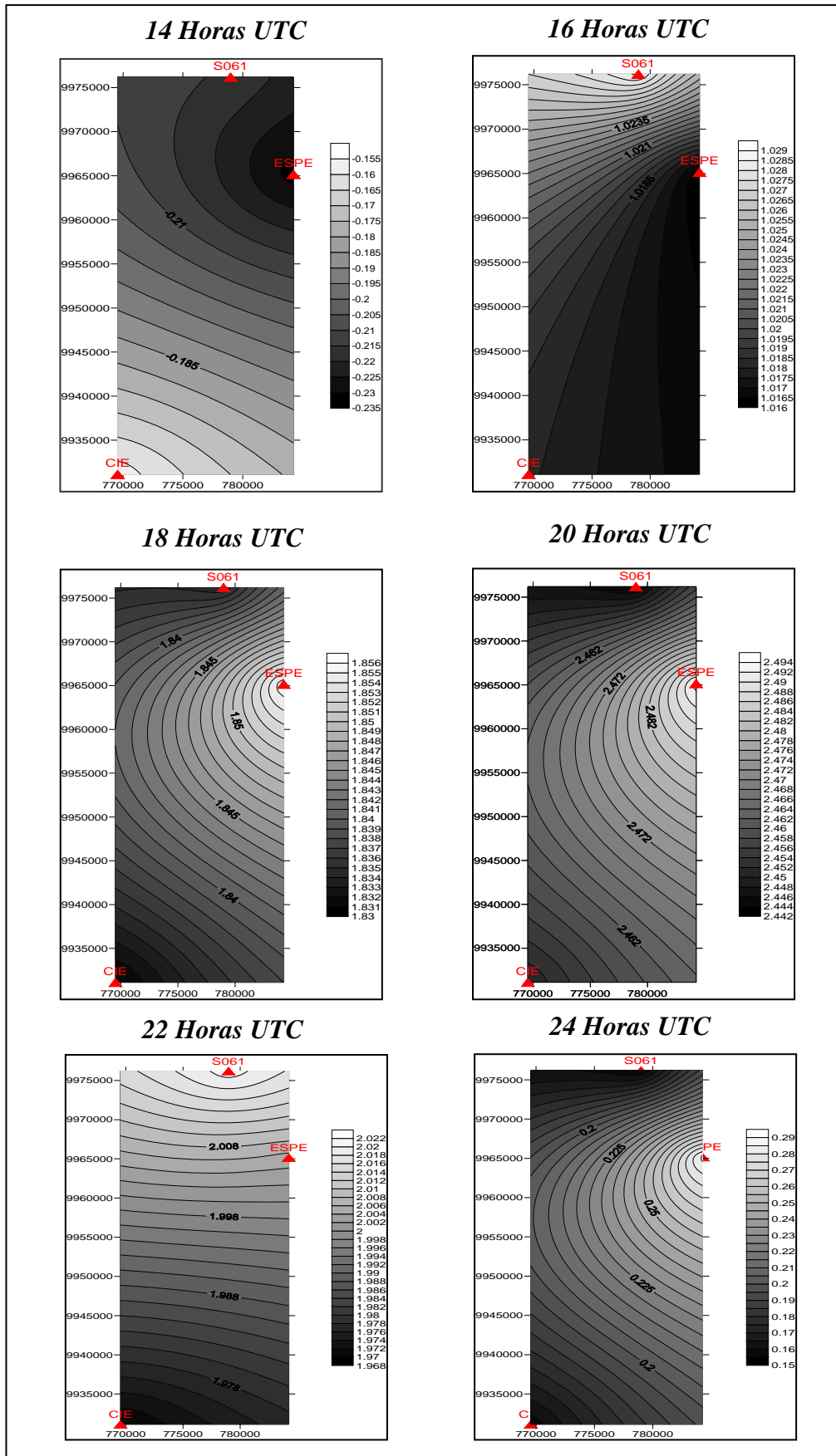
Del análisis matemático se observa que el valor de retraso ionosférico vertical (I_v), tiene un valor máximo a las 20:00 horas locales llegando alcanzar hasta los 4 metros, mientras que los valores mas bajos se dan a las 14:00 y 24:00 horas UTC.

Una vez obtenido los promedios del I_v para cada una de las horas (14, 16, 18, 20, 22, 24 horas UTC) en las estaciones S061, CIE y ESPE, estos valores se encuentran representados en la Tabla. 7.7; se procede a realizar una interpolación de Kriging tomado en cuenta las coordenadas (Este y Norte) de las estaciones de monitoreo continuo GPS, y se obtuvieron como resultado mapas de retraso ionosférico vertical para cada una de las horas (Figura. 7.4).

Tabla. 7.7 Promedios del retraso ionosférico vertical (I_v) en las estaciones S061, CIE y ESPE a las 14, 16, 18, 20, 22 y 24 horas UTC.

Hora UTC	I_v		
	S061	CIE	ESPE
14	-0.216	-0.157	-0.232
16	1.029	1.018	1.016
18	1.834	1.831	1.856
20	2.443	2.450	2.493
22	2.021	1.970	2.005
24	0.154	0.157	0.287

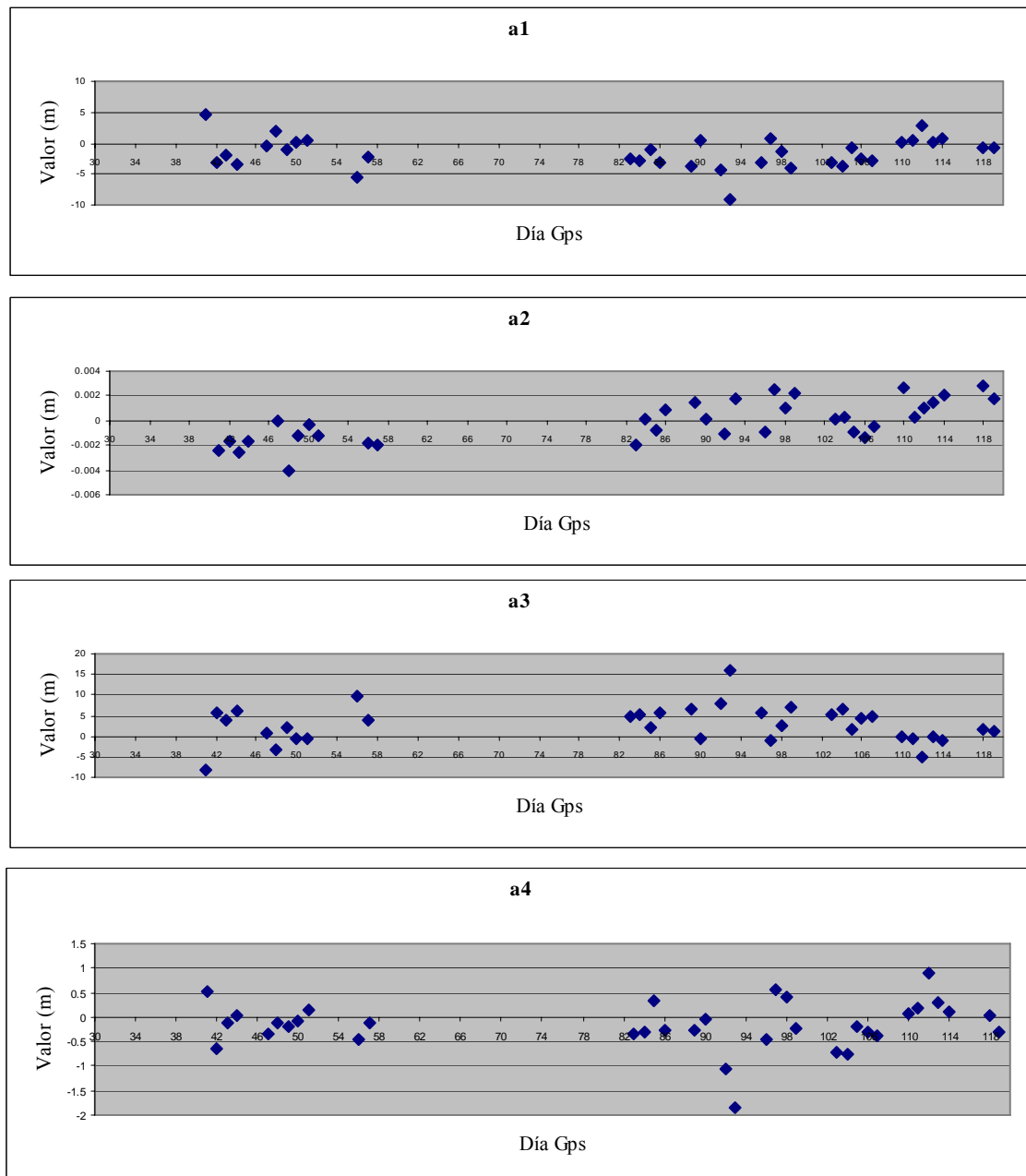
Figura. 7.4 Mapa de retraso Ionosférico Vertical (Iv) Medio para las 14, 16, 18, 20, 22 y 24 Horas UTC

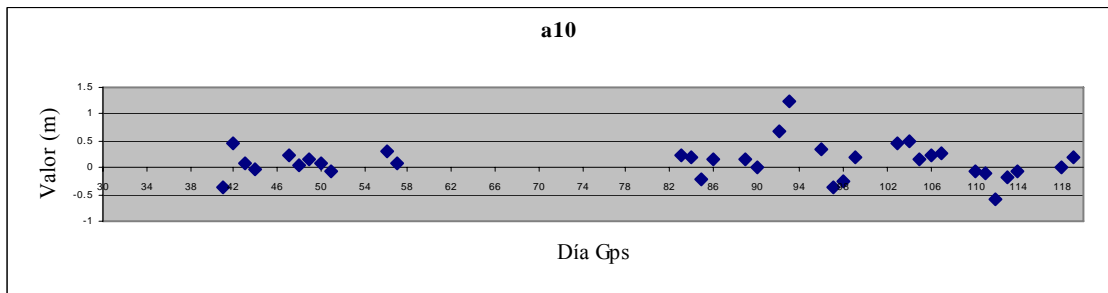
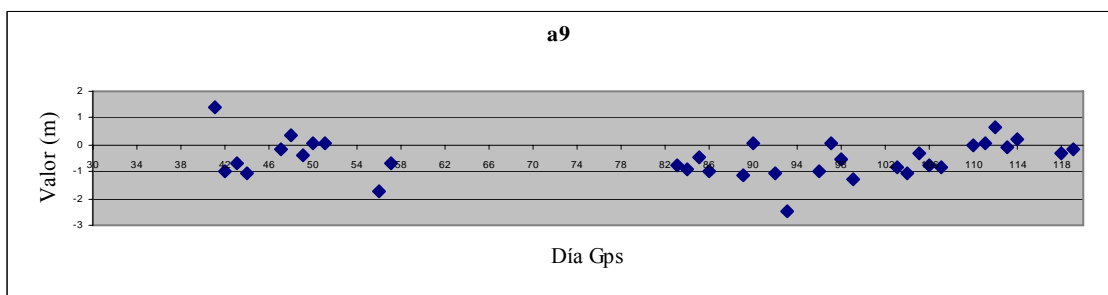
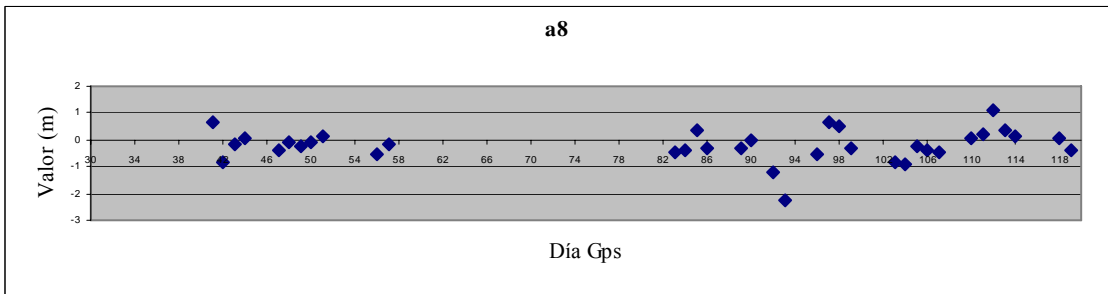
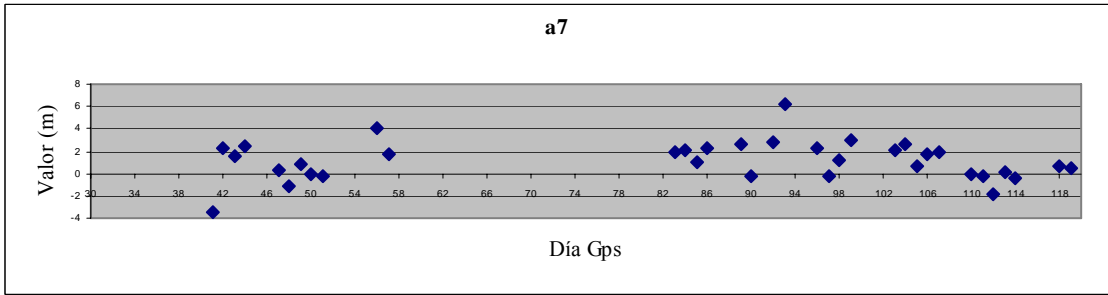
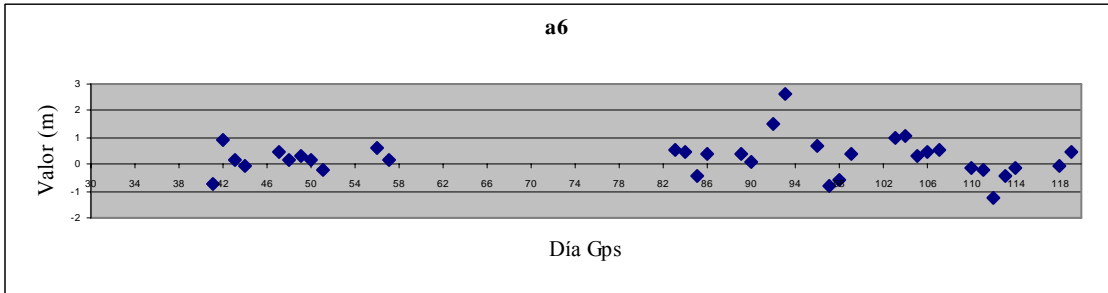
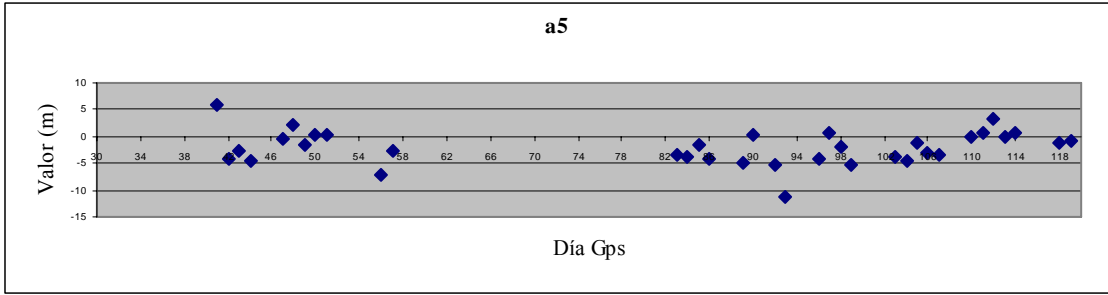


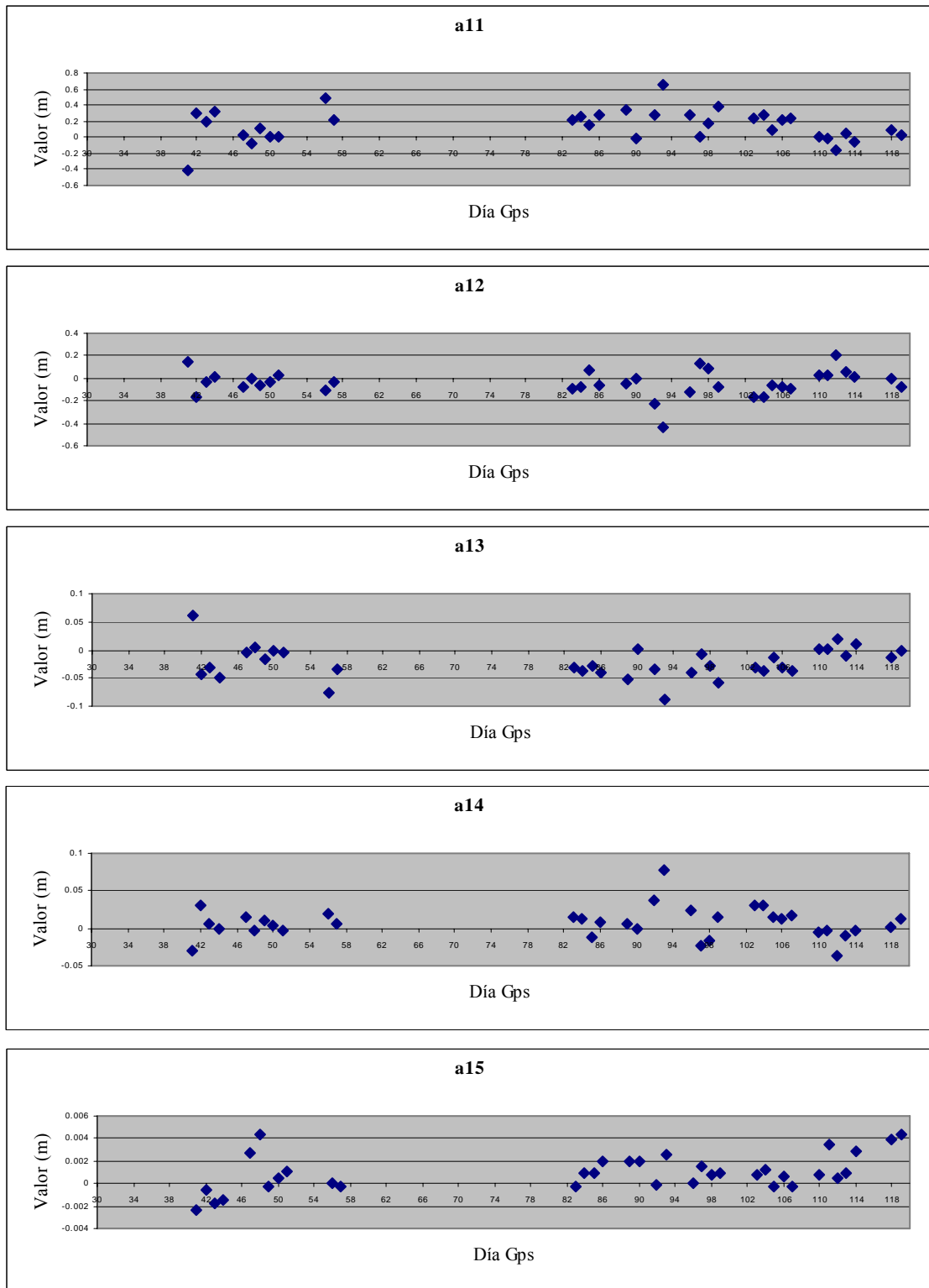
7.1.3 Análisis de los coeficientes de la serie de Fourier:

En la Figura. 7.5 se presentan los coeficientes estimados para la serie de Fourier del modelo. Estos gráficos fueron obtenidos de los resultados del ajuste, utilizando como observable la falsa distancia.

Figura. 7.5 Coeficientes de la Serie de Fourier







Los gráficos presentados en la Figura. 7.5 muestran los valores de los parámetros estimados, a partir de las falsas distancias. Los coeficientes estimados para la serie presentan valores diarios diferentes, vistos principalmente en los coeficientes a_1 , a_3 , a_5 y a_7 , que indican el comportamiento diario de la ionosfera.

CAPÍTULO VIII

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

8.1 CONCLUSIONES

- ✓ Los coeficientes estimados a partir de las falsas distancias para la serie de Fourier presentan valores diarios diferentes, lo cual nos indica el comportamiento diario de la ionosfera.
- ✓ Los valores máximos de retraso ionosférico vertical I_v obtenido con el modelo de series de Fourier (Georgiadiou, 1998) fueron aproximadamente de 4 metros, los cuales están dentro de los parámetros establecidos.
- ✓ En los cálculos los resultados del retraso ionosférico vertical (I_v) salen negativos, por dos razones puesto que existen fallas en los archivos Rinex tanto de la estación CIE como ESPE, como también en el modelo no se tomó en cuenta los errores interfrecuencias de los receptores y de los satélites.
- ✓ Se recolectaron datos de tres meses obteniendo una tendencia similar diaria y mensual en el comportamiento de la ionosfera, obteniendo resultados de I_v con una mayor influencia a la 20:00 horas UTC (15:00 horas locales).
- ✓ En los análisis estadísticos se llega a la conclusión que el ángulo de elevación influye en el cálculo del retraso ionosférico vertical.

- ✓ El modelo matemático generado mediante una regresión lineal múltiple, se ajusta de manera adecuada a nuestros requerimientos y nos permite estimar el valor del retraso ionosférico vertical (I_v) en los puntos S061, CIE y ESPE con un error estándar múltiple de $\pm 0,781$ metros.

8.2 RECOMENDACIONES

- ✓ Al ser una investigación inicial en cuanto a la generación de un modelo matemático utilizando datos de Estaciones de Monitoreo Continuo GPS, es necesario realizar nuevos estudios y comprobaciones.
- ✓ Revisar las Estaciones CIE y ESPE, ya que los archivos RINEX de observación están con errores.
- ✓ Continuar con el estudio del retraso ionosférico vertical, usando otras funciones de modelamiento por ejemplo polinomios, armónicos esféricos; para comparar con los resultados de esta investigación y de esta manera analizar cual de estos arroja mejores resultados.
- ✓ Realizar estudios similares durante las 24 horas del día en diferentes épocas del año, ya que en esta investigación al no tener implantada la estación de monitoreo continuo GPS de la ESPE no se pudo investigar la influencia de la ionosfera durante todo el día, solo trabajamos 10 horas diarias, de esta manera analizaremos de mejor manera el comportamiento diario de la ionosfera.
- ✓ Densificar los puntos de rastreo de observaciones GNSS, para generar un modelo ionosférico más apegado a la realidad y de esta manera generar a futuro mapas IONEX.
- ✓ Para próximos estudios utilizar Fases de la Portadora, ya que proporcionarán resultados más precisos.

ANEXO 1

CALENDARIO GPS PARA EL AÑO 2009

Enero								
SEMANA	Semana GPS	DOM	LUN	MAR	MIE	JUE	VIE	SAB
1	1460			1	2	3	4	5
2	1461	6	7	8	9	10	11	12
3	1462	13	14	15	16	17	18	19
4	1463	20	21	22	23	24	25	26
5	1464	27	28	29	30	31		

Febrero								
SEMANA	Semana GPS	DOM	LUN	MAR	MIE	JUE	VIE	SAB
5	1464						32	33
6	1465	3	4	5	6	7	8	9
7	1466	10	11	12	13	14	15	16
8	1467	17	18	19	20	21	22	23
9	1468	24	25	26	27	28	29	

Marzo								
SEMANA	Semana GPS	DOM	LUN	MAR	MIE	JUE	VIE	SAB
9	1468							61
10	1469	2	3	4	5	6	7	8
11	1470	9	10	11	12	13	14	15
12	1471	16	17	18	19	20	21	22
13-14	1472/1473	23/30	24/31	25	26	27	28	29

Abril								
SEMANA	Semana GPS	DOM	LUN	MAR	MIE	JUE	VIE	SAB
14	1473			1	2	3	4	5
15	1474	6	7	8	9	10	11	12
16	1475	13	14	15	16	17	18	19
17	1476	20	21	22	23	24	25	26
18	1477	27	28	29	30			

Mayo								
SEMANA	Semana GPS	DOM	LUN	MAR	MIE	JUE	VIE	SAB
18	1477					1	2	3
19	1478	4	5	6	7	8	9	10
20	1479	11	12	13	14	15	16	17
21	1480	18	19	20	21	22	23	24
22	1481	25	26	27	28	29	30	31

Junio								
SEMANA	Semana GPS	DOM	LUN	MAR	MIE	JUE	VIE	SAB
23	1482	1	2	3	4	5	6	7
24	1483	8	9	10	11	12	13	14
25	1484	15	16	17	18	19	20	21
26	1485	22	23	24	25	26	27	28
27	1486	29	30					

Julio								
SEMANA	Semana GPS	DOM	LUN	MAR	MIE	JUE	VIE	SAB
27	1486			1	2	3	4	5
28	1487	6	7	8	9	10	11	12
29	1488	13	14	15	16	17	18	19
30	1489	20	21	22	23	24	25	26
31	1490	27	28	29	30	31		

Agosto								
SEMANA	Semana GPS	DOM	LUN	MAR	MIE	JUE	VIE	SAB
31	1490					1	2	3
32	1491	3	4	5	6	7	8	9
33	1492	10	11	12	13	14	15	16
34	1493	17	18	19	20	21	22	23
35-36	1494/1495	24/31	25	26	27	28	29	30

Septiembre								
SEMANA	Semana GPS	DOM	LUN	MAR	MIE	JUE	VIE	SAB
36	1495		1	2	3	4	5	6
37	1496	7	8	9	10	11	12	13
38	1497	14	15	16	17	18	19	20
39	1498	21	22	23	24	25	26	27
40	1499	28	29	30				

Octubre								
SEMANA	Semana GPS	DOM	LUN	MAR	MIE	JUE	VIE	SAB
40	1499				275	276	277	278
41	1500	5	6	7	8	9	10	11
42	1501	12	13	14	15	16	17	18
43	1502	19	20	21	22	23	24	25
44	1503	26	27	28	29	30	31	

Noviembre								
SEMANA	Semana GPS	DOM	LUN	MAR	MIE	JUE	VIE	SAB
44	1503							306
45	1504	2	3	4	5	6	7	8
46	1505	9	10	11	12	13	14	15
47	1506	16	17	18	19	20	21	22
48-49	1507/1508	23/30	24	25	26	27	28	29

Diciembre								
SEMANA	Semana GPS	DOM	LUN	MAR	MIE	JUE	VIE	SAB
49	1508		1	2	3	4	5	6
50	1509	7	8	9	10	11	12	13
51	1510	14	15	16	17	18	19	20
52	1511	21	22	23	24	25	26	27
53	1512	28	29	30	31			

ANEXO 2

**PROGRAMAS DEL CÁLCULO DEL ÁNGULO DE ELEVACIÓN
DEL SATÉLITE**

**PROGRAMA PARA CALCULAR EL ANGULO DE ELEVACION
" ESTACIÓN S061"**

```
clear all
format long g
load p1.txt;
load s1.txt;
i=0;
k=0;
z=length(p1); %lenght mide la longitud del vector ingresado
py=0;
    while i<z

u=3.986005E14; % Valor del Parametro Gravitacional (m3/s2) Fuente:Curso Avanzado de
Sistemas de Posicionamiento por Satelite Modulo B1(III) pag 5.
omega=7.2921151467E-5;% Valor de Velocidad de Rotacion WGS-84 (rad/seg)
Fuente:Curso Avanzado de Sistemas de Posicionamiento por Satelite Modulo B1(III) pag
5.
v1=299792458; %Velocidad de la Luz (m/s)

A= p1(3+i,4)^2;%Semi Eje mayor de la Elipse (metros)
no= sqrt(u/(A^3)); %Movimiento Medio calculado (m/s)
n=no+p1(2+i,3);% Variaciónm del movimiento medio (m/s)

%CALCULO DEL DIA JULIANO Fuente:Curso Avanzado de Sistemas de
Posicionamiento por Satelite Modulo B3 pag 36.
% Hofman-Wellenhof pag 34-35

y=2009;%input('Ingrese el Año: ');
m= ;%input('Ingrese el Mes: ');
d= ;%input('Ingrese el Dia: ');
h= ;%input('Ingrese el Hora: ');

if m<=2
    y=y-1;
    m=m+12;
end

julday=floor(365.25*y)+floor(30.6001*(m+1))+d+h/24+1720981.5; % Dia Juliano (floor=
implica redondeo hacia el menor entero)

%CALCULO DEL SEGUNDO GPS Fuente:Curso Avanzado de Sistemas de
Posicionamiento por Satélite Modulo B3 pag 36.
% Hofman-Wellenhof pag 34-35

a= floor (julday+.5);
b=a+1537;
c=floor((b-122.1)/365.25);
e=floor(365.25*c);
f=floor((b-e)/30.6001);
```

```

d=b-e-floor(30.6001*f)+rem(julday+.5,1);
day_of_week=rem(floor(julday+.5),7); %Dia de la Semana GPS
week=floor((julday-2444244.5)/7); %Semana GPS
t=(rem(d,1)+day_of_week+1)*86400;%segundos de la semana GPS

%p=s1(1+i,1); %input('Ingrese Pseudodistancia:');%Pseudodistancia
t2=s1(1+k,1)/v1;% Tiempo que se demora en llegar la señal del satélite al receptor (s)

tk=t-(p1(4+i,1)+t2); %(s)

Mk=p1(2+i,4)+n*tk; %Anomalia Media (rad)
Ek1=Mk+(p1(3+i,2)*sin(Mk));%Anomalia Exentrica (rad)

%Proceso Iterativo para encontrar el valor de Ek
Ek2=Mk+(p1(3+i,2)*sin(Ek1));%Segunda Iteracion (rad)
Ek=Mk+(p1(3+i,2)*sin(Ek2));%Tercera Iteracion (rad)

%Vk=atan((sqrt(1-(p1(3+i,2)^2))*sin(Ek))/((cos(Ek)-p1(3+i,2)))); %(rad)
Vk=2*atan((sqrt((1+p1(3+i,2))/(1-p1(3+i,2))))*tan(Ek/2));

fik=Vk+p1(5+i,3);%Argumento de Latitud (rad)

Uk=fik+p1(3+i,3)*sin(2*fik)+p1(3+i,1)*cos(2*fik);% Argumento de Latitud corregido
(rad)

rk=(A*(1-(p1(3+i,2)*cos(Ek))))+(p1(2+i,2)*sin(2*fik))+p1(5+i,2)*cos(2*fik);%Radio
Corregido (m)

xk=rk*cos(Uk); %Coordenadas de satelite ubicadas en el plano Orbital
yk=rk*sin(Uk); %Coordenadas de satelite ubicadas en el plano Orbital

ik=p1(5+i,1)+(p1(6+i,1)*tk)+(p1(4+i,4)*sin(2*fik))+p1(4+i,2)*cos(2*fik);%Inclinación
Corregida

omegak=p1(4+i,3)+((p1(5+i,4)- omega)*tk)-omega*p1(4+i,1); % Latitud corregida del
Nodo asendenete

%Coordenadas del satelite en WGS-84

Xs1=xk*cos(omegak)-yk*cos(ik)*sin(omegak);
Ys1=xk*sin(omegak)+yk*cos(ik)*cos(omegak);
Zs1=yk*sin(ik);

%Rotación que sufre la tierra desde el momento qu se envia la señal hasta que llega a la
tierra

gama=-omega*t2; % Velocidad de rotacion de la tierra por el tiempo calculado con la
pseudo distancia y la velocidad de la luz
R3z=[cos(gama) sin(gama) 0;-sin(gama) cos(gama) 0;0 0 1];

```

```

Rota=R3z*[Xs1;Ys1;Zs1];
Xs=Rota(1,1);
Ys=Rota(2,1);
Zs=Rota(3,1);

    coor_wgs84(1+py,1)=[Xs];
    coor_wgs84(1+py,2)=[Ys];
    coor_wgs84(1+py,3)=[Zs];

    %PROCESO PARA TRANSFORMAR COORDENADAS DEL SATELITE WGS-
84 A UN SISTEMA LOCAL

%Coordendas Geodesicas de la Estacion fija de monitoreo continuo s061(gados)
    fi1= -0.215156784 ;
    lan1= -78.4936078 ;
%Coordendas Cartesianas de la Estacion fija de monitoreo continuo s061(metros)

    Xo=1272866.795;
    Yo=-6252769.406;
    Zo=-23801.71461;

%Angulos de la Matriz de rotación (grados)
    alf1=90-fi1;
    gam1=90+lan1;
%Angulos de la Matriz de rotación transformado a radianes
    alf=(alf1*pi())/180;
    gam=(gam1*pi())/180;

%Matrices de rotación que transforman las coordenadas de sistema WGS-84 a Sistema
Local
%Fuente: Hofman-Wellenhof pag28
% Apuntes Dr.Tierra

    R1=[ 1 0 0 ; 0 cos(alf) sin(alf);0 -sin(alf) cos(alf)];
    R3=[cos(gam) sin(gam) 0;-sin(gam) cos(gam) 0;0 0 1];

%Matriz de la diferencia de Coordenadas del satellite (WGS-84)y de la Estacion fija de
Monitoreo Continuo
    Pa=[Xs-Xo;Ys-Yo;Zs-Zo];

%Operación para pasar de sistema WGS-84 a Sistema local Fuente: Apuntes Dr.Tierra
    R=R1*R3*Pa;

%Impresion de las coordenadas en Sistema Local
    XL=R(1,1);
    YL=R(2,1);
    ZL=R(3,1);

    coor_loc(1+py,1)=[XL];
    coor_loc(1+py,2)=[YL];

```

```

    coor_loc(1+py,3)=[ZL];

%Calculo del angulo de ELEVACION del satellite en el sistema local

Elev1=atan((ZL)/(sqrt(XL^2+YL^2)));
Elev=Elev1*(180/pi()) %transforma el angulo de elevacion a grados

%Calculo del AZIMUT del satellite en el sistema local
AZ1=atan(XL/YL);
AZg=AZ1*(180/pi()); %transforma el azimut a grados
if (XL>0) & (YL<0)
    AZ=180+AZg
else
    if (XL<0) & (YL<0)
        AZ=180+AZg
    else
        if (XL<0) & (YL>0)
            AZ=360+AZg
        else
            AZ=AZg
        end
    end
end

ElAz(1+py,1)=[p1(1+i,1)];%Numero del Satellite
ElAz(1+py,2)=[Elev];%Angulo de Elevación Grados
ElAz(1+py,3)=[Elev*pi()/180];%Angulo de Elevación Radianes
ElAz(1+py,4)=[AZ];%Azimut Grados
ElAz(1+py,5)=[AZ*pi()/180];%Azimut Radianes

i=i+8;
k=k+1;

    py=py+1; % incrementa la posicion de la matriz coor que da las coordenadas del
satelite

end

```

**PROGRAMA PARA CALCULAR EL ANGULO DE ELEVACION
" ESTACIÓN CIE"**

```
clear all
format long g
load p1.txt;
load s1.txt;
i=0;
k=0;
z=length(p1); %lenght mide la longitud del vector ingresado
py=0;
    while i<z

u=3.986005E14; % Valor del Parametro Gravitacional (m3/s2) Fuente:Curso Avanzado de
Sistemas de Posicionamiento por Satelite Modulo B1(III) pag 5.
omega=7.2921151467E-5;% Valor de Velocidad de Rotacion WGS-84 (rad/seg)
Fuente:Curso Avanzado de Sistemas de Posicionamiento por Satelite Modulo B1(III) pag
5.
v1=299792458; %Velocidad de la Luz (m/s)

A= p1(3+i,4)^2;%Semi Eje mayor de la Elipse (metros)
no= sqrt(u/(A^3)); %Movimiento Medio calculado (m/s)
n=no+p1(2+i,3);% Variaciónm del movimiento medio (m/s)

%CALCULO DEL DIA JULIANO Fuente:Curso Avanzado de Sistemas de
Posicionamiento por Satelite Modulo B3 pag 36.
% Hofman-Wellenhof pag 34-35

y=2009;%input('Ingrese el Año: ');
m= ;%input('Ingrese el Mes: ');
d= ;%input('Ingrese el Dia: ');
h= ;%input('Ingrese el Hora: ');

if m<=2
    y=y-1;
    m=m+12;
end

julday=floor(365.25*y)+floor(30.6001*(m+1))+d+h/24+1720981.5; % Dia Juliano (floor=
implica redondeo hacia el menor entero)

%CALCULO DEL SEGUNDO GPS Fuente:Curso Avanzado de Sistemas de
Posicionamiento por Satélite Modulo B3 pag 36.
% Hofman-Wellenhof pag 34-35

a= floor (julday+.5);
b=a+1537;
c=floor((b-122.1)/365.25);
e=floor(365.25*c);
f=floor((b-e)/30.6001);
```

```

d=b-e-floor(30.6001*f)+rem(julday+.5,1);
day_of_week=rem(floor(julday+.5),7); %Dia de la Semana GPS
week=floor((julday-2444244.5)/7); %Semana GPS
t=(rem(d,1)+day_of_week+1)*86400;%segundos de la semana GPS

%p=s1(1+i,1); %input('Ingrese Pseudodistancia:');%Pseudodistancia
t2=s1(1+k,1)/v1;% Tiempo que se demora en llegar la señal del satélite al receptor (s)

tk=t-(p1(4+i,1)+t2); %(s)

Mk=p1(2+i,4)+n*tk; %Anomalia Media (rad)
Ek1=Mk+(p1(3+i,2)*sin(Mk));%Anomalia Exentrica (rad)

%Proceso Iterativo para encontrar el valor de Ek
Ek2=Mk+(p1(3+i,2)*sin(Ek1));%Segunda Iteracion (rad)
Ek=Mk+(p1(3+i,2)*sin(Ek2));%Tercera Iteracion (rad)

%Vk=atan((sqrt(1-(p1(3+i,2)^2))*sin (Ek))/((cos (Ek)-p1(3+i,2)))); %(rad)
Vk=2*atan((sqrt((1+p1(3+i,2))/(1-p1(3+i,2))))*tan(Ek/2));

fik=Vk+p1(5+i,3);%Argumento de Latitud (rad)

Uk=fik+p1(3+i,3)*sin(2*fik)+p1(3+i,1)*cos(2*fik);% Argumento de Latitud corregido
(rad)

rk=(A*(1-(p1(3+i,2)*cos(Ek))))+(p1(2+i,2)*sin(2*fik))+p1(5+i,2)*cos(2*fik);%Radio
Corregido (m)

xk=rk*cos(Uk); %Coordenadas de satelite ubicadas en el plano Orbital
yk=rk*sin(Uk); %Coordenadas de satelite ubicadas en el plano Orbital

ik=p1(5+i,1)+(p1(6+i,1)*tk)+(p1(4+i,4)*sin(2*fik))+p1(4+i,2)*cos(2*fik);%Inclinación
Corregida

omegak=p1(4+i,3)+((p1(5+i,4)- omega)*tk)-omega*p1(4+i,1); % Latitud corregida del
Nodo asendenete

%Coordenadas del satelite en WGS-84

Xs1=xk*cos(omegak)-yk*cos(ik)*sin(omegak);
Ys1=xk*sin(omegak)+yk*cos(ik)*cos(omegak);
Zs1=yk*sin(ik);

%Rotación que sufre la tierra desde el momento qu se envia la señal hasta que llega a la
tierra

gama=-omega*t2; % Velocidad de rotacion de la tierra por el tiempo calculado con la
pseudo distancia y la velocidad de la luz
R3z=[cos(gama) sin(gama) 0;-sin(gama) cos(gama) 0;0 0 1];

```

```

Rota=R3z*[Xs1;Ys1;Zs1];
Xs=Rota(1,1);
Ys=Rota(2,1);
Zs=Rota(3,1);

    coor_wgs84(1+py,1)=[Xs];
    coor_wgs84(1+py,2)=[Ys];
    coor_wgs84(1+py,3)=[Zs];

    %PROCESO PARA TRANSFORMAR COORDENADAS DEL SATELITE WGS-
84 A UN SISTEMA LOCAL

%Coordendas Geodesicas de la Estacion fija de monitoreo continuo CIE(gados)
    fi1= -0.62265015 ;
    lan1= -78.5782694 ;
%Coordendas Cartesianas de la Estacion fija de monitoreo continuo CIE(metros)

    Xo=1263695.114 ;
    Yo=-6254984.622;
    Zo=-68886.8563;

%Angulos de la Matriz de rotación (grados)
    alf1=90-fi1;
    gam1=90+lan1;
%Angulos de la Matriz de rotación transformado a radianes
    alf=(alf1*pi())/180;
    gam=(gam1*pi())/180;

%Matrices de rotación que transforman las coordenadas de sistema WGS-84 a Sistema
Local
%Fuente: Hofman-Wellenhof pag28
% Apuntes Dr.Tierra

    R1=[ 1 0 0 ; 0 cos(alf) sin(alf);0 -sin(alf) cos(alf)];
    R3=[cos(gam) sin(gam) 0;-sin(gam) cos(gam) 0;0 0 1];

%Matriz de la diferencia de Coordenadas del satellite (WGS-84)y de la Estacion fija de
Monitoreo Continuo
    Pa=[Xs-Xo;Ys-Yo;Zs-Zo];

%Operación para pasar de sistema WGS-84 a Sistema local Fuente: Apuntes Dr.Tierra
    R=R1*R3*Pa;

%Impresion de las coordenadas en Sistema Local
    XL=R(1,1);
    YL=R(2,1);
    ZL=R(3,1);

    coor_loc(1+py,1)=[XL];
    coor_loc(1+py,2)=[YL];

```

```

    coor_loc(1+py,3)=[ZL];

%Calculo del angulo de ELEVACION del satellite en el sistema local

Elev1=atan((ZL)/(sqrt(XL^2+YL^2)));
Elev=Elev1*(180/pi()) %transforma el angulo de elevacion a grados

%Calculo del AZIMUT del satellite en el sistema local
AZ1=atan(XL/YL);
AZg=AZ1*(180/pi()); %transforma el azimut a grados
if (XL>0) & (YL<0)
    AZ=180+AZg
else
    if (XL<0) & (YL<0)
        AZ=180+AZg
    else
        if (XL<0) & (YL>0)
            AZ=360+AZg
        else
            AZ=AZg
        end
    end
end

ElAz(1+py,1)=[p1(1+i,1)];%Numero del Satellite
ElAz(1+py,2)=[Elev];%Angulo de Elevación Grados
ElAz(1+py,3)=[Elev*pi()/180];%Angulo de Elevación Radianes
ElAz(1+py,4)=[AZ];%Azimut Grados
ElAz(1+py,5)=[AZ*pi()/180];%Azimut Radianes

i=i+8;
k=k+1;

    py=py+1; % incrementa la posicion de la matriz coor que da las coordenadas del
satelite

end

```


PROGRAMA PARA CALCULAR EL ANGULO DE ELEVACION "ESTACIÓN ESPE"

```
clear all
format long g
load p1.txt;
load s1.txt;
i=0;
k=0;
z=length(p1); %lenght mide la longitud del vector ingresado
py=0;
    while i<z

u=3.986005E14; % Valor del Parametro Gravitacional (m3/s2) Fuente:Curso Avanzado de
Sistemas de Posicionamiento por Satelite Modulo B1(III) pag 5.
omega=7.2921151467E-5;% Valor de Velocidad de Rotacion WGS-84 (rad/seg)
Fuente:Curso Avanzado de Sistemas de Posicionamiento por Satelite Modulo B1(III) pag
5.
v1=299792458; %Velocidad de la Luz (m/s)

A= p1(3+i,4)^2;%Semi Eje mayor de la Elpise (metros)
no= sqrt(u/(A^3)); %Movimiento Medio calculado (m/s)
n=no+p1(2+i,3);% Variaciónm del movimiento medio (m/s)

%CALCULO DEL DIA JULIANO Fuente:Curso Avanzado de Sistemas de
Posicionamiento por Satelite Modulo B3 pag 36.
% Hofman-Wellenhof pag 34-35

y=2009;%input('Ingrese el Año:');
m=3;%input('Ingrese el Mes:');
d=31;%input('Ingrese el Dia:');
h=18;%input('Ingrese el Hora:');

if m<=2
    y=y-1;
    m=m+12;
end

julday=floor(365.25*y)+floor(30.6001*(m+1))+d+h/24+1720981.5; % Dia Juliano (floor=
implica redondeo hacia el menor entero)

%CALCULO DEL SEGUNDO GPS Fuente:Curso Avanzado de Sistemas de
Posicionamiento por Satélite Modulo B3 pag 36.
% Hofman-Wellenhof pag 34-35

a= floor (julday+.5);
b=a+1537;
c=floor((b-122.1)/365.25);
e=floor(365.25*c);
f=floor((b-e)/30.6001);
```

```

d=b-e-floor(30.6001*f)+rem(julday+.5,1);
day_of_week=rem(floor(julday+.5),7); %Dia de la Semana GPS
week=floor((julday-2444244.5)/7); %Semana GPS
t=(rem(d,1)+day_of_week+1)*86400;%segundos de la semana GPS

%p=s1(1+i,1); %input('Ingrese Pseudodistancia:');%Pseudodistancia
t2=s1(1+k,1)/v1;% Tiempo que se demora en llegar la señal del satélite al receptor (s)

tk=t-(p1(4+i,1)+t2); %(s)

Mk=p1(2+i,4)+n*tk; %Anomalia Media (rad)
Ek1=Mk+(p1(3+i,2)*sin(Mk));%Anomalia Exentrica (rad)

%Proceso Iterativo para encontrar el valor de Ek
Ek2=Mk+(p1(3+i,2)*sin(Ek1));%Segunda Iteracion (rad)
Ek=Mk+(p1(3+i,2)*sin(Ek2));%Tercera Iteracion (rad)

%Vk=atan((sqrt(1-(p1(3+i,2)^2))*sin(Ek))/((cos(Ek)-p1(3+i,2)))); %(rad)
Vk=2*atan((sqrt((1+p1(3+i,2))/(1-p1(3+i,2))))*tan(Ek/2));

fik=Vk+p1(5+i,3);%Argumento de Latitud (rad)

Uk=fik+p1(3+i,3)*sin(2*fik)+p1(3+i,1)*cos(2*fik);% Argumento de Latitud corregido
(rad)

rk=(A*(1-(p1(3+i,2)*cos(Ek))))+(p1(2+i,2)*sin(2*fik))+p1(5+i,2)*cos(2*fik);%Radio
Corregido (m)

xk=rk*cos(Uk); %Coordenadas de satelite ubicadas en el plano Orbital
yk=rk*sin(Uk); %Coordenadas de satelite ubicadas en el plano Orbital

ik=p1(5+i,1)+(p1(6+i,1)*tk)+(p1(4+i,4)*sin(2*fik))+p1(4+i,2)*cos(2*fik);%Inclinación
Corregida

omegak=p1(4+i,3)+((p1(5+i,4)- omega)*tk)-omega*p1(4+i,1); % Latitud corregida del
Nodo asendenete

%Coordenadas del satelite en WGS-84

Xs1=xk*cos(omegak)-yk*cos(ik)*sin(omegak);
Ys1=xk*sin(omegak)+yk*cos(ik)*cos(omegak);
Zs1=yk*sin(ik);

%Rotación que sufre la tierra desde el momento qu se envia la señal hasta que llega a la
tierra

gama=-omega*t2; % Velocidad de rotacion de la tierra por el tiempo calculado con la
pseudo distancia y la velocidad de la luz
R3z=[cos(gama) sin(gama) 0;-sin(gama) cos(gama) 0;0 0 1];

```

```

Rota=R3z*[Xs1;Ys1;Zs1];
Xs=Rota(1,1);
Ys=Rota(2,1);
Zs=Rota(3,1);

    coor_wgs84(1+py,1)=[Xs];
    coor_wgs84(1+py,2)=[Ys];
    coor_wgs84(1+py,3)=[Zs];

    %PROCESO PARA TRANSFORMAR COORDENADAS DEL SATELITE WGS-
84 A UN SISTEMA LOCAL

%Coordendas Geodesicas de la Estacion fija de monitoreo continuo ESPE(gados)
    fi1= -0.314969734 ;
    lan1= -78.44626723 ;
%Coordendas Cartesianas de la Estacion fija de monitoreo continuo ESPE(metros)

    Xo= 1277942.136;
    Yo=-6251272.527;
    Zo=-34841.22346;

%Angulos de la Matriz de rotación (grados)
    alf1=90-fi1;
    gam1=90+lan1;
%Angulos de la Matriz de rotación transformado a radianes
    alf=(alf1*pi())/180;
    gam=(gam1*pi())/180;

%Matrices de rotación que transforman las coordenadas de sistema WGS-84 a Sistema
Local
%Fuente: Hofman-Wellenhof pag28
% Apuntes Dr.Tierra

    R1=[ 1 0 0 ; 0 cos(alf) sin(alf);0 -sin(alf) cos(alf)];
    R3=[cos(gam) sin(gam) 0;-sin(gam) cos(gam) 0;0 0 1];

%Matriz de la diferencia de Coordenadas del satellite (WGS-84)y de la Estacion fija de
Monitoreo Continuo
    Pa=[Xs-Xo;Ys-Yo;Zs-Zo];

%Operación para pasar de sistema WGS-84 a Sistema local Fuente: Apuntes Dr.Tierra
    R=R1*R3*Pa;

%Impresion de las coordenadas en Sistema Local
    XL=R(1,1);
    YL=R(2,1);
    ZL=R(3,1);

    coor_loc(1+py,1)=[XL];
    coor_loc(1+py,2)=[YL];

```

```

    coor_loc(1+py,3)=[ZL];

%Calculo del angulo de ELEVACION del satellite en el sistema local

Elev1=atan((ZL)/(sqrt(XL^2+YL^2)));
Elev=Elev1*(180/pi()) %transforma el angulo de elevacion a grados

%Calculo del AZIMUT del satellite en el sistema local
AZ1=atan(XL/YL);
AZg=AZ1*(180/pi()); %transforma el azimut a grados
if (XL>0) & (YL<0)
    AZ=180+AZg
else
    if (XL<0) & (YL<0)
        AZ=180+AZg
    else
        if (XL<0) & (YL>0)
            AZ=360+AZg
        else
            AZ=AZg
        end
    end
end

ElAz(1+py,1)=[p1(1+i,1)];%Numero del Satellite
ElAz(1+py,2)=[Elev];%Angulo de Elevación Grados
ElAz(1+py,3)=[Elev*pi()/180];%Angulo de Elevación Radianes
ElAz(1+py,4)=[AZ];%Azimut Grados
ElAz(1+py,5)=[AZ*pi()/180];%Azimut Radianes

i=i+8;
k=k+1;

    py=py+1; % incrementa la posicion de la matriz coor que da las coordenadas del
satelite

end

```

ANEXO 3

**PROGRAMA RESOLUCIÓN DEL MÉTODO DE MÍNIMO
CUADRADOS CON EL MÉTODO PARAMÉTRICO CON
CONDICIÓN**

PROGRAMA PARA LA RESOLUCIÓN POR EL MMC MÉTODO PARAMÉTRICO CON CONDICIÓN

```
clear all
```

```
format long g
```

```
load mata.txt;
```

```
load Lb.txt;
```

```
load C.txt;
```

```
load P.txt;
```

```
load P1.txt;
```

```
load L1.txt;
```

```
A=mata;
```

```
N=(A'*P*A);
```

```
U=A'*P*Lb/1000;
```

```
N1=(C'*P1*C);
```

```
U1=C'*P1*L1;
```

```
X=inv(N+N1)*(U+U1)
```

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CAMARGO,P., Modelo regional de la Ionosfera para uso en Posicionamiento con Receptores GPS de una Frecuencia, Tesis de Doctorado,p., 1999.

GEMAEL, C.. Introdução ao Ajustamento de Observações: Aplicações Geodésicas. Curitiba: Ed. UFPR, 1994.

GEORGIADIOU, Y., KLEUSBERG, A.. On the effects ionospheric delay on geodetic relative GPS positioning. Manuscripta Geodaetica, v. 13, n.1, p. 1-8, 1988.

GEORGIADIOU, Y.. Modelling the ionosphere for an active control network of GPS stations. LGR-Series_Publications of the Delft Geodetic Computing Centre, Delft University of Tecnology, n.7, Dec. 1994.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J.. Global Positioning System Theory and Practice. 2.ed. New York: Springer-Verlag, 1993.

KLOBUCHAR, J.A.. Global Positioning System. Theory and Applications, Volumen 1,P 504-506, 1995.

KLOBUCHAR, J.A.. Ionospheric time-delay algorithm for single-frequency GPS users. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, v.AES-23, n.3, p.325-331, May 1987.

LEICK, A.. GPS Satellite Surveying. 2.ed. New York : John Wiley & Sons, 1995.

LEVIN & RUBIN, Estadística Para Administradores, USA, The University of North Carolina, 1996.

MATSUOKA, M.T, Avaliação de Funções para modelagem do efeito da refração ionosférica na propagação dos sinais GPS. Presidente Prudente, 2003. Dissertação (Mestre em Ciências Cartográficas), Universidad Estadual Paulista.

MONICO, J.F.G.. Posicionamiento por NAVSTAR S, Descripción, Fundamentos y Aplicaciones, p. 99-107,Septiembre, 2000.

NEWBY, S.P.; LANGLEY, R.B.. Three alternative empirical ionospheric models – are they better than GPS broadcast model?, In : Proceedings of the Sixth International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Columbus, OH, USA, Mar. 16-2, 1992, v.1, p.240-244.

OSÓRIO, I.M.T.V.P.. Del Sistema Global de Posicionamiento en Orbitografía en Satélites de Baja Altitud. Portugal, 1992. Tese (Doutorado) – Faculdade de Ciencias, Universidade do Porto.

RODRIGUES C., Modelo Regional da Ionosfera (MOD_ION): Implementação em tempo real. Presidente Prudente, 2005. Dissertação (Mestre em Ciências Cartográficas), Universidad Estadual Paulista.

SARDON, E.; RUIS, A.; ZARRAOA, N. Estimation of the transmitter and receiver differential biases and the ionospheric total electron content from Global Positioning System observation. Radio Science, v.29, p.557-586, May/June, 1994.

SEEBER, Gunter. Satellite Geodesy : Foundations, Methods and Applications. Berlin-New York : Walter de Gruyter, 1993.

TIERRA, A. ,Sistema de Posicionamiento Global por Satélites GPS, Facultad de Ingeniería Geográfica, Escuela Politécnica del Ejercito, p. 10-20, 1995

WEBSTER, I. A Regional Model for Prediction of Ionospheric Delay for Single Frequency Users of the Global Positioning System. New Brunswick, 1993. M.Sc.E Thesis - Departament of Surveying Engineering, University of New Brunswick.

<http://sopac.ucsd.edu> acceso 30 de abril, 2009.

<http://www.sirgas.org/> acceso 15 de mayo, 2009