



**ESPE**

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS  
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y LA  
CONSTRUCCIÓN**

**CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL  
TÍTULO DE INGENIERO CIVIL**

**TEMA: ESTUDIO DE UNIONES VIGA COLUMNA  
REFORZADAS CON CFRP EN ESTRUCTURAS DE HASTA  
CUATRO PISOS DE ALTO, MODELACIÓN DE UNA UNIÓN EN  
MATLAB, Y ENSAYO PRÁCTICO DE UNA UNIÓN.**

**AUTOR: TAPIA MAZÓN, WILLY RICARDO**

**DIRECTOR: ING. CAIZA SANCHEZ PABLO ENRIQUE PhD.**

**SALGOLQUÍ**

**2016**



**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y LA CONSTRUCCIÓN  
CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL**

**CERTIFICACIÓN**

Certifico que el trabajo de titulación, “ESTUDIO DE UNIONES VIGA COLUMNA REFORZADAS CON FRP EN ESTRUCTURAS DE HASTA CUATRO PISOS DE ALTO, MODELACIÓN DE UNA UNIÓN EN MATLAB, Y ENSAYO PRACTICO DE UNA UNIÓN.”, ha sido revisado en su totalidad y analizado por el software anti-plagio, el mismo cumple con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas - ESPE, por lo tanto me permito acreditarlo y autorizar al señor **WILLY RICARDO TAPIA MAZÓN** para que lo sustente públicamente.

Sangolquí, 24 de agosto del 2016

---

ING. PABLO CAIZA PhD.

**DIRECTOR**



**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y LA CONSTRUCCIÓN  
CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL  
AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD**

Yo, **WILLY RICARDO TAPIA MAZÓN**, con cédula de identidad N° 1718423211, declaro que este trabajo de titulación **“ESTUDIO DE UNIONES VIGA COLUMNA REFORZADAS CON FRP EN ESTRUCTURAS DE HASTA CUATRO PISOS DE ALTO, MODELACIÓN DE UNA UNIÓN EN MATLAB, Y ENSAYO PRACTICO DE UNA UNIÓN.”**

ha sido desarrollado considerando los métodos de investigación existentes, así como también se ha respetado los derechos intelectuales de terceros considerándolos en las citas bibliográficas.

Consecuentemente declaro que este trabajo es de mi autoría, en virtud de ello me declaro responsable del contenido, veracidad y alcance de proyecto en mención.

Sangolquí, 24 de agosto del 2016

---

**WILLY RICARDO TAPIA MAZÓN**

**C.C 1718423211**



**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA TIERRA Y LA CONSTRUCCIÓN  
CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL  
AUTORIZACIÓN**

Yo, **WILLY RICARDO TAPIA MAZÓN**, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas - ESPE publicar en la biblioteca Virtual de la Institución el presente trabajo de titulación “ESTUDIO DE UNIONES VIGA COLUMNA REFORZADAS CON CFRP EN ESTRUCTURAS DE HASTA CUATRO PISOS DE ALTO, MODELACIÓN DE UNA UNIÓN EN MATLAB, Y ENSAYO PRACTICO DE UNA UNIÓN.” cuyo contenido, ideas y criterios son de mi autoría y responsabilidad.

Sangolquí, 24 de agosto del 2016

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Willy Ricardo Tapia Mazón', is positioned above a horizontal line.

**WILLY RICARDO TAPIA MAZÓN**

**C.C 1718423211**

## **DEDICATORIA**

Dedico este proyecto de tesis a los docentes del área estructural de la carrera de Ingeniería Civil de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, los cuales me proporcionaron los conocimientos necesarios para poder desarrollar este proyecto de investigación.

También dedico este estudio a los profesionales que se dedican a la rehabilitación de estructuras en el Ecuador, para que puedan utilizar y complementar la metodología presentada en la investigación.

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a mi familia Wilfrido Tapia, Elsa Mazón, Elsa Tapia y Selene Bayas por el apoyo incondicional e impulsarme a terminar el proyecto de Tesis, a mis amigos Jonathan Carrión, Dayana Astudillo, Cristian Delgado por su ayuda en el proceso de construcción y refuerzo del ensayo práctico realizado, a mi amigo Camilo Calle por su recomendación en el uso de sensores (Strain Gauges), a David Ayo por su ayuda en los ensayos de tracción realizados a la fibra de Carbono, a mi primo el Arq. Iván Ortega por sus recomendaciones en el proceso constructivo de la probeta realizada, a la Ing. Carolina Robalino por las soluciones brindadas en el proceso de control de fisuras del ensayo práctico realizado.

Agradezco también al Dr. Pablo Caiza por su asesoría en el presente Proyecto de Tesis, al Dr. Roberto Aguiar por la donación de la fibra de Carbono.

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

CERTIFICACIÓN.....	ii
AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD.....	iii
AUTORIZACIÓN.....	iv
DEDICATORIA.....	v
AGRADECIMIENTO.....	vi
RESUMEN.....	xxiv
ABSTRACT.....	xxv
CAPÍTULO 1 ANÁLISIS DE UNIONES VIGA COLUMNA PREVIO AL REFORZAMIENTO.....	1
1.1    Introducción.....	1
1.2    Estudio del arte.....	2
1.3    Objetivo general del proyecto.....	2
1.4    Objetivos específicos.....	3
1.5    Necesidad de reforzamiento de uniones viga-columna.....	3
1.6    Problemas potenciales en una junta.....	5
1.6.1  Control de resistencia al corte.....	8
1.6.2  Control del cortante horizontal.....	8
1.6.2.1  Resistencia al Cortante horizontal aplicado al nudo.....	8
1.6.2.2  Resistencia al Cortante horizontal resistido por el nudo.....	11
1.6.3  Control del cortante vertical.....	16
1.6.3.1  Resistencia al cortante vertical aplicado al nudo.....	17
1.6.3.2  Resistencia al cortante vertical resistido por el nudo.....	17
1.6.4  Control del deterioro de adherencia.....	18
1.6.5  Refuerzo de confinamiento.....	19

1.6.6	Longitud de anclaje.....	23
1.7	Viga Fuerte columna débil.....	24
1.8	Comportamiento de elementos viga y columna que llegan al nudo.....	25
1.8.1	Comportamiento de Vigas (flexión-compresión). ....	26
1.8.1.1	Hormigón a compresión.....	28
1.8.1.2	Hormigón a tracción.....	29
1.8.1.3	Acero a Compresión .....	30
1.8.1.4	Acero a Tracción.....	31
1.8.1.5	Momento Nominal.....	31
1.8.1.5.1	Momento Nominal Total.....	32
1.8.1.5.2	Momento Último.....	32
1.8.2	Comportamiento a corte de Vigas .....	33
1.8.2.1	Fuerza cortante en la viga. ....	34
1.8.2.2	Fuerza cortante última. ....	34
1.8.3	Comportamiento de columnas (flexión-compresión).....	34
1.8.3.1	Hormigón a compresión.....	40
1.8.3.2	Hormigón a tracción.....	40
1.8.3.3	Fuerzas del Acero.....	42
1.8.3.4	Fuerza axial Nominal .....	43
1.8.3.4.1	Fuerza axial Última .....	43
1.8.3.5	Momento Nominal.....	43
1.8.3.5.1	Momento Nominal Total.....	44
1.8.3.5.2	Momento Último.....	44
1.8.4	Comportamiento a corte de Columnas.....	44
1.8.4.1	Fuerza cortante en la columna. ....	46



1.8.4.2	Fuerza cortante última. ....	46
CAPÍTULO 2 ANÁLISIS DE UNIONES VIGA COLUMNA REFORZADAS CON FIBRA DE CARBONO.....47		
2.1	Introducción.....	47
2.2	Metodología de reforzamiento de uniones viga columna con fibra de carbono.....	48
2.3	Esfuerzo a tensión máxima y deformación unitaria máxima de la fibra de carbono reducidos por condiciones ambientales.....	50
2.4	Adherencia de la Fibra de carbono.....	51
2.5	Mitigación de problemas potenciales en una junta.....	53
2.5.1	Control de resistencia al corte .....	54
2.5.2	Control de cortante horizontal.....	54
2.5.2.1	Resistencia al cortante horizontal aplicado al nudo .....	54
2.5.2.2	Resistencia al Cortante horizontal resistido por el nudo .....	61
2.5.3	Control al cortante vertical .....	61
2.5.3.1	Resistencia al cortante vertical aplicado al nudo .....	61
2.5.3.2	Resistencia al cortante vertical resistido por el nudo .....	62
2.5.4	Control del deterioro de adherencia .....	63
2.5.5	Refuerzo de confinamiento.....	64
2.5.6	Longitud de anclaje.....	66
2.6	Comportamiento de elementos viga y columna reforzados con fibra de carbono que llegan al nudo.....	68
2.6.1	Comportamiento de vigas (flexión).....	68
2.6.1.1	Fibra de carbono lateral a tracción. ....	68
2.6.1.2	Fibra de carbono en la base a tracción. ....	73
2.6.1.2.1	Momento de inercia al instante de colocar la fibra de carbono.....	74
2.6.1.2.2	Aporte de la fibra de carbono. ....	76

2.6.1.3 Momento Nominal (Aporte del refuerzo de fibra de carbono) .....	79
2.6.1.3.1 Momento Nominal Total.....	79
2.6.1.3.2 Momento Último.....	80
2.6.2 Comportamiento a corte de Vigas .....	80
2.6.2.1 Contribución al cortante de la fibra de carbono.....	83
2.6.2.2 Fuerza cortante última. ....	84
2.6.2.3 Aporte de la fibra de carbono (AL-SALLOUM).....	84
2.6.3 Comportamiento de columnas (Flexión).....	87
2.6.3.1 Fibra de carbono lateral izquierda y derecha a tracción. ....	92
2.6.3.2 Fibra de carbono en la base superior e inferior a tracción.....	93
2.6.3.2.1 Momento de inercia al instante de colocar la fibra.....	93
2.6.3.2.2 Aporte de la fibra de carbono. ....	93
2.6.3.3 Fuerza axial Nominal .....	95
2.6.3.3.1 Fuerza axial Última .....	96
2.6.3.4 Momento Nominal (Aporte del refuerzo de fibra de carbono) .....	96
2.6.3.4.1 Momento Nominal Total.....	97
2.6.3.4.2 Momento Último.....	97
2.6.4 Comportamiento a confinamiento en columnas.....	98
2.6.4.1 Primer punto del diagrama de interacción.....	98
2.6.4.2 Resto de puntos del diagrama de interacción.....	100
2.6.5 Comportamiento a corte de Columnas.....	102
2.6.5.1 Contribución al cortante de la fibra de carbono.....	105
2.6.5.2 Fuerza cortante última .....	105
2.6.5.3 Aporte de la fibra de carbono (AL-SALLOUM).....	106
CAPÍTULO 3 ENSAYO PRÁCTICO.....	109
3.1 Introducción.....	109

3.2	Geometría de la probeta.....	109
3.3	Armadura de la probeta.....	111
3.4	Características de los materiales que serán utilizados en la elaboración del ensayo.....	114
3.4.1	Resistencia del hormigón a compresión.....	114
3.4.2	Fluencia del acero de refuerzo .....	118
3.4.3	Ensayo de tracción de la fibra de carbono. ....	119
3.4.4	Galgas Extensiométricas (Strain Gauges). ....	121
3.5	Proceso constructivo de la probeta.....	122
3.6	Análisis de la probeta antes del reforzamiento.....	124
3.6.1	Sobre resistencia del hormigón debido al confinamiento por armadura de corte (MANDER). ....	124
3.6.2	Análisis estático no lineal.....	139
3.7	Proceso de reforzamiento de la probeta.....	144
3.8	Análisis de la probeta después del reforzamiento.....	148
3.8.1	Reforzamiento de la probeta con fibra de carbono .....	148
3.8.2	Análisis estático no lineal.....	150
3.8.2.1	Definición del material CFRP en ETABS.....	151
3.8.2.2	Resultados análisis no lineal .....	154
3.9	Resultados de la conexión y elementos continuos antes y después del reforzamiento.....	158
3.9.1	Resultados viga .....	158
3.9.2	Resultados Columnas.....	159
3.9.3	Resultados conexión .....	161
3.9.4	Resultados Galgas Extensiométricas (Strain Gauges) .....	162
3.9.5	Desplazamientos .....	172
	CAPÍTULO 4 EJEMPLO DE APLICACIÓN.....	173

4.1	Características de la estructura.....	173
4.1.1	Características de los materiales y características de sitio.....	173
4.1.2	Geometría y armado de los elementos estructurales.....	174
4.1.3	Cargas permanentes y de uso.....	176
4.1.4	Cortante basal.....	176
4.2	Estructura antes del reforzamiento.....	177
4.3	Estructura después del reforzamiento.....	179
4.3.1	Fuerzas en vigas y columna.....	179
4.3.2	Estructura con nudos reforzados con fibra de carbono.....	180
4.3.2.1	Propuesta de nudos reforzadas con fibra de carbono.....	180
4.3.2.2	Análisis no lineal.....	182
4.3.3	Estructura con nudos y pie de columna de la primera planta reforzados con fibra de carbono.....	184
4.3.3.1	propuesta de adicionar reforzamiento en Pie de columna de la primera planta.....	184
4.3.3.2	Análisis no lineal.....	185
4.3.4	Estructura con encamisado de hormigón armado en columnas de la primera y segunda planta y nudos reforzados con fibra de carbono.....	187
4.3.4.1	Propuesta de encamisado de columnas en primera y segunda planta.....	187
4.3.4.2	Análisis no lineal.....	188
4.4	Comparación de resultados.....	190
CAPÍTULO 5 CAPÍTULO CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....		192
5.1.1	Conclusiones.....	192
5.1.2	Recomendaciones.....	193

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Grandes sismos en Ecuador .....	1
Tabla 2 Unidades Problemas Potenciales en una junta .....	5
Tabla 3 Unidades Viga fuerte columna débil.....	24
Tabla 4 Unidades Aplicables Flexión-compresión en vigas.....	26
Tabla 5 Factor de reducción para hallar el momento último .....	33
Tabla 6 Unidades aplicables Corte en Vigas .....	33
Tabla 7 Peso del hormigón.....	33
Tabla 8 Unidades aplicables flexión-compresión en columnas .....	34
Tabla 9 Unidades aplicables corte en Columnas .....	44
Tabla 10 Refuerzo mínimo a cortante .....	45
Tabla 11 Resistencia al cortante del hormigón .....	45
Tabla 12 Peso del hormigón.....	46
Tabla 13 Refuerzo para cortante.....	46
Tabla 14 Factor de reducción por afectación del medio ambiente en varios sistemas de CFRP según sus condiciones de exposición.....	51
Tabla 15 Longitud de refuerzo del CFRP.....	52
Tabla 16 Unidades Problemas Potenciales en una junta .....	53
Tabla 17 Unidades aplicables reforzamiento en caras de la viga.....	68
Tabla 18 Factor de reducción para hallar el momento último .....	80
Tabla 19 Unidades aplicables reforzamiento corte en Vigas .....	80
Tabla 20 Unidades aplicables reforzamiento caras de la columna.....	87
Tabla 21 Factor de reducción para hallar el momento último .....	97
Tabla 22 Unidades aplicables reforzamiento corte en Vigas .....	102
Tabla 23 Contribución al cortante de la fibra de carbono. ....	105
Tabla 24 Procedencia de los agregados.....	115
Tabla 25 Resumen ensayos de agregados.....	115
Tabla 26 Volúmenes parciales de hormigón de la probeta.....	116
Tabla 27 Volumen Total de hormigón de la probeta .....	116
Tabla 28 Cantidad de materiales para dosificación $f'c=210$ kg/cm <sup>2</sup> .....	117
Tabla 29 Resistencia a la compresión del hormigón .....	117

Tabla 30 Valores máximos de carga (Varillas 10mm) .....	118
Tabla 31 Valores máximos de carga (Varillas 12mm) .....	118
Tabla 32 Datos del fabricante de la fibra de carbono. ....	119
Tabla 33 Valores máximos de carga(CARBOWRAP 600 CFRP).....	120
Tabla 34 Módulo de Elasticidad obtenido de los ensayos. ....	121
Tabla 35 Propiedades Galga Extensiométrica (Strain Gauges). ....	121
Tabla 36 Fases de construcción de la probeta. ....	122
Tabla 37 Unidades aplicables sobre resistencia (MANDER).....	124
Tabla 38 Datos columna sección 1 (Mander).....	129
Tabla 39 Resultados columna sección 1 (Mander).....	130
Tabla 40 Datos columna sección 2 (Mander).....	132
Tabla 41 Resultados columna sección 2 (Mander).....	132
Tabla 42 Datos columna sección 3 (Mander).....	134
Tabla 43 Resultados columna sección 3 (Mander).....	134
Tabla 44 Datos ménsula (Mander).....	136
Tabla 45 Resultados ménsula (Mander) .....	137
Tabla 46 Principales Pasos (Carga vs desplazamiento modelo teórico)....	141
Tabla 47 Principales Pasos (Carga vs desplazamiento Ensayo Practico) .	142
Tabla 48 Fases de reforzamiento de la probeta.....	144
Tabla 49: Principales Pasos (Carga vs desplazamiento modelo teórico)...	156
Tabla 50 Momento resistente en viga (Ensayo Practico).....	158
Tabla 51 Cortante resistente en viga (Ensayo Practico).....	158
Tabla 52 Sobre resistencia por confinamiento por refuerzo a corte en viga (Ensayo practico) .....	159
Tabla 53 Incremento de resistencia en columna (Ensayo Practico).....	159
Tabla 54 Cortante resistente en columna (Ensayo Practico).....	160
Tabla 55 Sobre resistencia por confinamiento en columna superior (Ensayo practico).....	160
Tabla 56 Sobre resistencia por confinamiento mas confinamiento por corte en columna superior (Ensayo practico).....	161
Tabla 57 Sobre resistencia por confinamiento por refuerzo a corte en columna inferior (Ensayo practico).....	161

Tabla 58: Problemas potenciales en la conexión antes y después del refuerzo.....	161
Tabla 59 Comportamiento de los sensores antes y después del refuerzo.....	169
Tabla 60 Sensores de Desplazamiento. ....	172
Tabla 61 Características de la estructura (Resistencia de materiales, Características de sitio) .....	173
Tabla 62: Cargas permanentes y de uso (Ejemplo de aplicación) .....	176
Tabla 63 Cortante basal (Ejemplo de aplicación).....	177
Tabla 64: Fuerzas en conexión esquinera .....	179
Tabla 65: Fuerzas en conexión exterior .....	179
Tabla 66: Fuerzas en conexión interior .....	179
Tabla 67 Cantidad de refuerzo en Nudos (Ejemplo de aplicación).....	180
Tabla 68: Características del material CFRP .....	182
Tabla 69 Cantidad de refuerzo en Base de las columnas (1/4 L).....	184
Tabla 70 Desempeño de la estructura antes del refuerzo y después de las propuestas de reforzamiento. ....	190
Tabla 71: Derivas de piso de la estructura antes del refuerzo y después de las propuestas de reforzamiento. ....	191

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Grandes sismos en Ecuador .....	1
Figura 2: Zonificación sísmica y espectro de diseño NEC (NEC, 2015).....	4
Figura 3: Falla de unión viga-columna , terremoto 17 de agosto de 1999, Kocaeli Turquía .....	5
Figura 4: Nudo Interior.....	6
Figura 5: Nudo exterior .....	6
Figura 6: Nudo Esquinero.....	6
Figura 7: Fuerzas externas en nudo interior y exterior .....	7
Figura 8: Fuerzas externas en nudo esquinero.....	7
Figura 9: Fuerza cortante horizontal.....	8
Figura 10: Fuerzas consideradas para el cortante horizontal (Nudo Interior y exterior) .....	9
Figura 11: Fuerzas consideradas para el cortante horizontal (Nudo esquinero).....	10
Figura 12: Cortante horizontal aplicada al nudo (Nudos Interiores y exteriores).....	11
Figura 13 : Cortante horizontal aplicada al nudo (Nudos esquineros).....	11
Figura 14: Área efectiva (Nudo interior en planta, excentricidad en columna).....	12
Figura 15 : Área efectiva (Nudo interior en planta) .....	13
Figura 16: Área efectiva (Nudo interior en 3D).....	13
Figura 17: Área efectiva (Nudo exterior en planta, excentricidad en columna).....	14
Figura 18: Área efectiva (Nudo exterior en planta) .....	14
Figura 19: Área efectiva (Nudo exterior en 3D).....	14
Figura 20: Área efectiva (Nudo esquinero en planta, excentricidad en columna).....	15
Figura 21: Área efectiva (Nudo exterior en planta) .....	15
Figura 22: Área efectiva (Nudo esquinero en 3D).....	16



Figura 23: Falla de unión viga-columna , Terremoto 17 de agosto de 1999, Koacaeli Turquía .....	16
Figura 24:Falla de unión viga-columna (Centro Comercial "Panta Pirák" en Banda Aceh, Terremoto y tsunami, 26 de diciembre de 2004.....	17
Figura 25: Armadura mínima en columna .....	18
Figura 26: Relación altura de los elementos con respecto al diámetro de las varillas.....	19
Figura 27: Condición geométrica de confinamiento ( $bv > 0.75hc$ ).....	20
Figura 28: Condición geométrica de confinamiento (distancia perpendicular de la cara de la viga al borde de la columna $\leq 10cm$ ) .....	20
Figura 29: Sección transversal de estribos cerrados de confinamiento. ....	21
Figura 30: Consideraciones para el acero de confinamiento.....	21
Figura 31: Detalle Longitud $h_x$ .....	22
Figura 32: Falla de unión viga-columna ,Terremoto 27 de febrero del 2010, Santiago Chile .....	22
Figura 33: Falla de unión viga-columna Terremoto 27 de febrero del 2010, Santiago Chile .....	23
Figura 34: Longitud de anclaje disponible.....	24
Figura 35: Falla de unión viga-columna , Terremoto 17 de agosto de 1999, Koacaeli Turquía .....	25
Figura 36: Falla de corte unión viga-columna Terremoto 1985, Ciudad de México 1985 .....	25
Figura 37: Deformaciones producidas en una viga.....	26
Figura 38: Fuerzas que se producen en una viga.....	27
Figura 39: Procedimiento para hallar el momento último en secciones viga adyacentes al nudo.....	27
Figura 40: Eje neutro infinito (Diagrama de interacción columna).....	35
Figura 41: Eje neutro infinito (Diagrama de interacción columna).....	36
Figura 42: Eje neutro igual a la altura de la sección (Diagrama de interacción columna) .....	36

Figura 43: Eje neutro igual a la altura de la sección (Diagrama de interacción columna) .....	37
Figura 44: Eje neutro balanceado (Diagrama de interacción columna).....	37
Figura 45: Eje neutro balanceado (Diagrama de interacción columna).....	38
Figura 46: Eje neutro variable (Diagrama de interacción columna).....	38
Figura 47: Eje neutro variable (Diagrama de interacción columna).....	39
Figura 48: Procedimiento para hallar el diagrama de interacción en secciones columna adyacentes al nudo .....	39
Figura 49: Altura efectiva acumulada del acero .....	42
Figura 50: Sentido de análisis para armadura por corte en columnas. ....	45
Figura 51: Filamentos de carbono (Fibra Unidireccional) .....	47
Figura 52: Probeta de fibra de carbono con resina epoxi (Fibra Unidireccional).....	47
Figura 53: Reforzamiento con CFRP de unión interior a flexión.....	48
Figura 54: Reforzamiento con CFRP de unión interior a corte. ....	49
Figura 55: Reforzamiento con CFRP de unión exterior a flexión.....	49
Figura 56: Reforzamiento con CFRP de unión exterior a corte. ....	49
Figura 57: Reforzamiento con CFRP de unión esquinera a flexión.....	50
Figura 58: Reforzamiento con CFRP de unión esquinera a corte. ....	50
Figura 59: Longitud de adherencia propuesta del Dr. Akguzel 2011.....	52
Figura 60: Longitud de adherencia propuesta del Dr. Akguzel 2011.....	53
Figura 61: Fuerza cortante horizontal (Nudo interior) .....	54
Figura 62: Fuerzas consideradas para el cortante horizontal (Nudo Interior) .....	55
Figura 63: Fuerza cortante horizontal (Nudo exterior) .....	56
Figura 64: Fuerzas consideradas para el cortante horizontal (Nudo Exterior). ....	57
Figura 65: Fuerza cortante horizontal (Nudo esquinero) .....	57
Figura 66: Fuerzas consideradas para el cortante horizontal (Nudo esquinero).....	58
Figura 67: Cortante horizontal aplicada al nudo (Nudos Interiores) .....	59
Figura 68: Cortante horizontal aplicada al nudo (Nudos exteriores).....	60

Figura 69 : Cortante horizontal aplicada al nudo (Nudos esquineros).....	60
Figura 70: Diagrama de interacción equivalente para resistir cortante vertical. ....	62
Figura 71: Equivalencia columna reforzada con CFRP para controlar la resistencia al cortante vertical resistido por el nudo. ....	63
Figura 72: Diagrama de interacción equivalente para controlar la resistencia al cortante vertical resistido por el nudo. ....	63
Figura 73: Falla en nudo por insuficiente refuerzo a confinamiento. ....	64
Figura 74: Refuerzo a corte para dar sobre resistencia a en inicio de zonas de falla. ....	65
Figura 75: Diagrama de esfuerzos de compresión en el hormigón, acero y CFRP y rectángulo equivalente de Whitney. ....	66
Figura 76: Esquemas de análisis de la fibra de carbono .....	68
Figura 77: Deformaciones y fuerzas en viga con fibra de carbono lateral...	69
Figura 78: Deformaciones y fuerzas en viga con fibra de carbono lateral...	69
Figura 79: Equilibrio de fuerzas en viga con fibra de carbono lateral .....	70
Figura 80: Procedimiento para hallar el momento último en secciones viga adyacentes al nudo.....	71
Figura 81: Deformaciones en viga con fibra de carbono en la base.....	76
Figura 82: Fuerzas en viga con fibra de carbono en la base .....	77
Figura 83: Tipos de envoltura .....	81
Figura 84: dfv (Envoltura U, dos lados cubiertos). ....	82
Figura 85: dfv (Envoltura completa) .....	83
Figura 86: Refuerzo de fibra de carbono en las caras de la columna .....	88
Figura 87: Eje neutro infinito (Diagrama de interacción columna).....	88
Figura 88: Eje neutro igual a la altura de la sección (Diagrama de interacción columna) .....	89
Figura 89: Eje neutro balanceado (Deformaciones) (Diagrama de interacción columna) .....	89
Figura 90: Eje neutro balanceado (Fuerzas) (Diagrama de interacción columna).....	90

Figura 91: Eje neutro variable (Deformaciones) (Diagrama de interacción columna).....	90
Figura 92: Eje neutro variable (Diagrama de interacción columna).....	91
Figura 93: Procedimiento para hallar el diagrama de interacción en secciones columna adyacentes al nudo con reforzamiento de fibra de carbono en sus caras .....	91
Figura 94: Sentido de análisis para armadura por corte en columnas. ....	103
Figura 95: Nudo esquinero en edificio.....	109
Figura 96: Geometría de nudo esquinero en ejemplo de pórtico bidimensional.....	110
Figura 97: Modelo matemático de la probeta.....	110
Figura 98 : Dimensiones de la probeta (Vista Lateral).....	111
Figura 99: Armadura de la probeta (Vista Lateral).....	112
Figura 100: Armadura en viga y columna (Corte transversal) .....	112
Figura 101: Armadura de cimentación izquierda (Apoyo izquierdo empotrado) .....	113
Figura 102: Armadura de cimentación derecha (Apoyo derecha fijo).....	113
Figura 103: Columna metálica (Apoyo derecha fijo) .....	114
Figura 104:Ensayos obligatorios para agregados.....	115
Figura 105: Ensayos de agregados.....	116
Figura 106: Cilindros fracturados en la máquina de ensayos de compresión .....	118
Figura 107: Ensayo de tracción de varillas con galgas extensiométricas (Strain gauges).....	119
Figura 108: Probetas para el ensayo de tracción de fibra de carbono. ....	120
Figura 109:Carga-desplazamiento (CARBOWRAP 600 CFRP).....	120
Figura 110: Ubicación de galgas extensiométricas (Strain Gauges) .....	121
Figura 111: Ubicación de Strain Gauges en acero figurado .....	122
Figura 112: Armado de la probeta(Ubicación en sitio del ensayo) .....	122
Figura 113: Encofrado de la probeta.....	123
Figura 114: Fundición de la probeta.....	123

Figura 115: Monograma para obtener coeficiente de mayoración de resistencia por confinamiento.....	127
Figura 116: Área confinada sección columna .....	128
Figura 117: Área confinada sección ménsula. ....	128
Figura 118: Área confinada de columna en elevación [cm]. ....	129
Figura 119: Resultados monograma columna sección 1 .....	131
Figura 120: Resultados monograma columna sección 2 .....	134
Figura 121: Resultados monograma columna sección 3 .....	136
Figura 122: Resultados monograma ménsula. ....	138
Figura 123: Sobre resistencia por confinamiento (MANDER).....	139
Figura 124: Imagen Modelo ETABS vs Ensayo Practico.....	139
Figura 125: Curva de capacidad (Modelo ETABS vs Ensayo Practico) ....	140
Figura 126: Porcentaje de sobre resistencia a la carga (Modelo ETABS vs ensayo practico). ....	140
Figura 127: Rótulas plásticas en el nudo .....	140
Figura 128: Curva de capacidad teórica .....	142
Figura 129: Curva de capacidad Ensayo Practico. ....	144
Figura 130: Retiro de residuos de hormigón de la probeta.....	145
Figura 131: Limpieza de impurezas con inyección de agua a presión. ....	145
Figura 132: Relleno de grietas y fisuras con mezcla de epóxico (A+B). ....	146
Figura 133: Probeta pulida previo a la colocación del CFRP.....	146
Figura 134: Piezas recortadas de Fibra de carbono y colocación con epóxico. ....	147
Figura 135: Refuerzo de fibra de carbono terminado .....	147
Figura 136: Ubicación de fisuras en probeta.....	148
Figura 137: Ubicación de grapas de CFRP en probeta. ....	148
Figura 138: Refuerzo a Flexión en la columna de la probeta .....	149
Figura 139: Refuerzo a flexión en la viga de la probeta.....	149
Figura 140: Refuerzo de confinamiento en la columna de la probeta .....	150
Figura 141: Refuerzo a corte en viga y columna de la probeta .....	150
Figura 142: Imagen Modelo ETABS vs Ensayo Practico.....	151
Figura 143: Propiedades del material CFRP.....	151

Figura 144: Propiedades de diseño del CFRP.....	152
Figura 145: Características para el trabajo no lineal del CFRP.....	152
Figura 146: Curva esfuerzo deformación del CFRP.....	153
Figura 147: Diseño de la sección con CFRP.....	153
Figura 148: Curva de capacidad (Modelo ETABS vs Ensayo Practico).....	154
Figura 149: Porcentaje de sobre resistencia a la carga (Modelo ETABS vs ensayo practico).....	154
Figura 150: Rótulas plásticas (Modelo ETABS).....	155
Figura 151: Rótulas plásticas (Rótulas Plásticas).....	155
Figura 152: Curva de capacidad teórica.....	156
Figura 153: Curva de capacidad Ensayo Practico.....	156
Figura 154: Falla en el nudo.....	157
Figura 155: Falla cabeza de columna.....	157
Figura 156: Zonas de refuerzo en la probeta.....	158
Figura 157: Diagramas de interacción de columna antes y después del refuerzo.....	160
Figura 158: Comportamiento Galgas extensiométricas (Strain Gauges) ...	168
Figura 159: Esfuerzos en el acero (Ensayo Practico).....	171
Figura 160: Puntos de control de desplazamientos.....	172
Figura 161: Dimensiones de la estructura (Ejemplo de aplicación).....	173
Figura 162: Geometría en elevación pórticos 1,4,A,D (Ejemplo de aplicación).....	174
Figura 163: Geometría en elevación pórticos 2,3,B,C (Ejemplo de aplicación).....	174
Figura 164: Geometría en planta pisos 1,2,3 (Ejemplo de aplicación).....	175
Figura 165: Armadura en columnas (Ejemplo de aplicación).....	175
Figura 166: Armadura Vigas exteriores (Ejemplo de aplicación).....	175
Figura 167: Armadura vigas interiores (Ejemplo de aplicación).....	176
Figura 169: Espectro sísmico de respuesta elástico y reducción de espectro elástico (Ejemplo de aplicación).....	177
Figura 169: Rótulas plásticas en la estructura antes del refuerzo.....	177
Figura 170: Curva de capacidad de la estructura antes del reforzamiento	178

Figura 171: Punto de desempeño de la estructura antes del reforzamiento.....	178
Figura 172: esquema de refuerzo de las conexiones. ....	180
Figura 173: Rótulas plásticas en estructura con nudos reforzados .....	182
Figura 174: Curva de capacidad de la estructura con nudos reforzados con CFRP .....	183
Figura 175: Punto de desempeño de la estructura con nudos reforzados con CFRP.....	183
Figura 176: Refuerzo de columnas en el primer piso. ....	184
Figura 177: Rótulas plásticas en estructura con nudos y columnas del primer piso reforzadas.....	185
Figura 178: Curva de capacidad de la estructura con nudos y columnas reforzados con CFRP .....	186
Figura 179: Punto de desempeño de la estructura con nudos y columnas del primer piso reforzados con CFRP.....	186
Figura 180: Encamisado de columnas esquineras y exteriores .....	187
Figura 181: Encamisado de columnas esquineras y exteriores .....	187
Figura 182: Columna Encamisada .....	188
Figura 183: Rótulas plásticas en estructura con nudos reforzados con CFRP y encamisado de columnas.....	188
Figura 184: Curva de capacidad de la estructura con nudos reforzados con CFRP y encamisado de columnas.....	189
Figura 185: Punto de desempeño de la estructura con nudos reforzados con CFRP y encamisado de columnas.....	189
Figura 186: Curvas de capacidad de la estructura antes del refuerzo y después de las propuestas de reforzamiento.....	190
Figura 187: Comparación de curvas de capacidad de la estructura antes y después de reforzamiento.....	192

## RESUMEN

En toda la historia sísmica del Ecuador se hacen evidentes diversos problemas estructurales, este tema de investigación se concentra en los daños que se producen en las uniones viga-columna. El proyecto simplifica el estudio y reforzamiento en conexiones estructurales. La evaluación de los nudos se desarrolla con la norma ACI318-14 donde se controla problemas de fuerzas cortantes actuantes, acero insuficiente de confinamiento y la falta de adherencia del acero que converge en el interior del nudo. El desarrollo de la metodología de reforzamiento con fibra de carbono parte de la idea propuesta por la tesis del Dr. Akguzel 2011, examinando el reforzamiento mediante la norma ACI440.2R-08, los elementos continuos a las conexiones se evalúan mediante el método de las fibras, con el cual se obtiene los resultados de resistencia inicial, e incremento de resistencia producto del reforzamiento. El control de los esfuerzos generados en el nudo y los elementos contiguos se realizan mediante un programa elaborado en el software MatLab. La parte teórica se justifica mediante un ensayo práctico, en el cual se comprueba la capacidad resistente y esfuerzos generados en una conexión esquinera antes y después del reforzamiento. Finalmente se plantea un ejercicio de un edificio con problemas estructurales donde se analiza el comportamiento no lineal antes y después del reforzamiento de nudos y elementos estructurales.

### Palabras clave:

- REFORZAMIENTO
- FIBRA DE CARBONO
- UNIÓN VIGA-COLUMNA
- PROBETA
- RÓTULA PLÁSTICA
- VULNERABILIDAD



## **ABSTRACT**

Thought the seismic history of Ecuador structural problems are evident, this research topic focuses on the damage that occur in the beam-column joints. The project facilitates the study and reinforcement of structural connections. The evaluation of the structural joints is developed with the standard ACI318-14, where acting shear forces are controlled, inadequate confinement steel and steel no adherence converging inside the structural joint. The development of the methodology of reinforcement with carbon fiber uses the idea given by Dr. Akguzel 2011; the reinforcement with carbon fiber is tested by ACI440.2R-08 standard, the continuous elements to connection are evaluated by the method of the fibers. The principal report results are resistance and increased resistance reinforcement. The joints and continuous elements are controlled by Matlab program. The theoretical part is justified by a practical test, in which the bearing capacity and generated stress are checked in a corner joint, before and after in the CFRP reinforcement. Finally, an exercise explains a building where structural problems exist and analyze nonlinear results before and after the reinforcement of structural elements and structural joints.

### **Key Words:**

- **REINFORCEMENT**
- **CARBON FIBER**
- **BEAM-COLUMN JOINT**
- **SPECIMEN FOR EXPERIMENT**
- **PLASTIC HINGE**
- **VULNERABILITY**

## CAPÍTULO 1

### ANÁLISIS DE UNIONES VIGA COLUMNA PREVIO AL REFORZAMIENTO

#### 1.1 Introducción

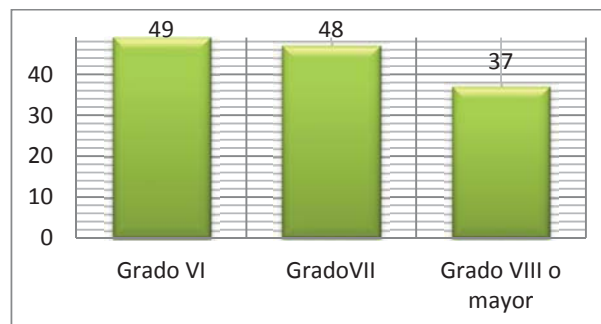
Debe observarse que los primeros eventos sísmicos en el país, al carecer de instrumentos de medida como sismómetros, se conocen por medio de registros históricos acerca de los efectos que los sismos dejaron sobre las poblaciones y además por estudio de cambios en las propiedades del medio ambiente. (IGEPN, s.f.)

La historia sísmica del Ecuador se considera desde 1541 hasta la actualidad, los registros indican que, en un lapso de 475 años, han ocurrido alrededor de 134 sismos de gran intensidad. En la tabla 1 y figura 1 se presenta el número de sismos más fuertes que han ocurrido en el país. (IGEPN, s.f.)

**Tabla 1**

Grandes sismos en Ecuador

<b>Periodo de estudio:</b>	458 años
<b>Intensidad</b>	<b>Número de sismos</b>
Grado VI	49
Grado VII	48
Grado VIII o mayor	37



**Figura 1:** Grandes sismos en Ecuador

El 19 de abril del 2016, un sismo de 7.8 grados se produjo en la costa ecuatoriana, el movimiento sísmico tuvo más de un minuto de duración, causando un gran número de pérdidas humanas y materiales.

Un sismo de esta naturaleza causa grandes daños en el país ya que se asegura que el 70% de las estructuras construidas en el Ecuador son informales, éstas estructuras al no ser diseñadas y construidas con la aplicación de normas de construcción, además sin realizar análisis estáticos y dinámicos, se tornan vulnerables ante un sismo. Además el daño y colapso de estas estructuras podrían causar el daño de estructuras aledañas a pesar de que éstas se encuentren construidas y diseñadas correctamente. Debido a los problemas con las estructuras existentes en el Ecuador es importante tomar en cuenta diferentes formas de reforzamiento para las mismas. (IGEPN, s.f.)

## **1.2 Estudio del arte**

En el Ecuador existen diversos problemas en edificaciones antiguas e informales, tanto en el diseño como en las técnicas constructivas aplicadas. En estructuras aporticadas de hormigón armado, se hacen evidentes varias patologías, pero esta investigación se concentra en aquellas que debilitan las articulaciones de una estructura.

Es común observar en edificaciones con vigas descolgadas que la sección de la viga es mayor a la sección de la columna (Viga fuerte, columna débil), ocasionado que las uniones viga-columna sean vulnerables ante un sismo, existen otras características que debilitan una unión viga-columna como la deficiencia en acero de refuerzo, la falta de adherencia del acero con el hormigón, doblados de acero y anclajes en general que no cumplen con las condiciones mínimas impuestas por los códigos actuales de construcción como el NEC 2015 y el ACI318-14.

## **1.3 Objetivo general del proyecto**

Estudiar el reforzamiento de uniones viga-columna, usando las recomendaciones del código ACI 440.2R-08 y el modelo alternativo de

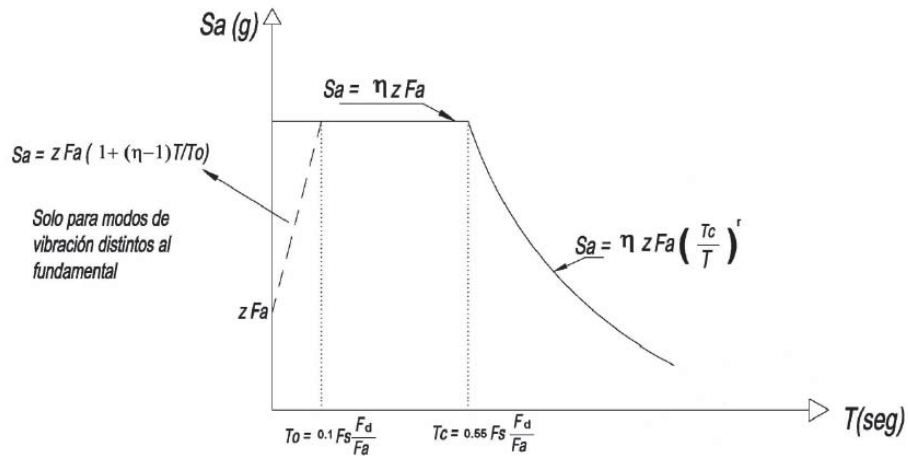
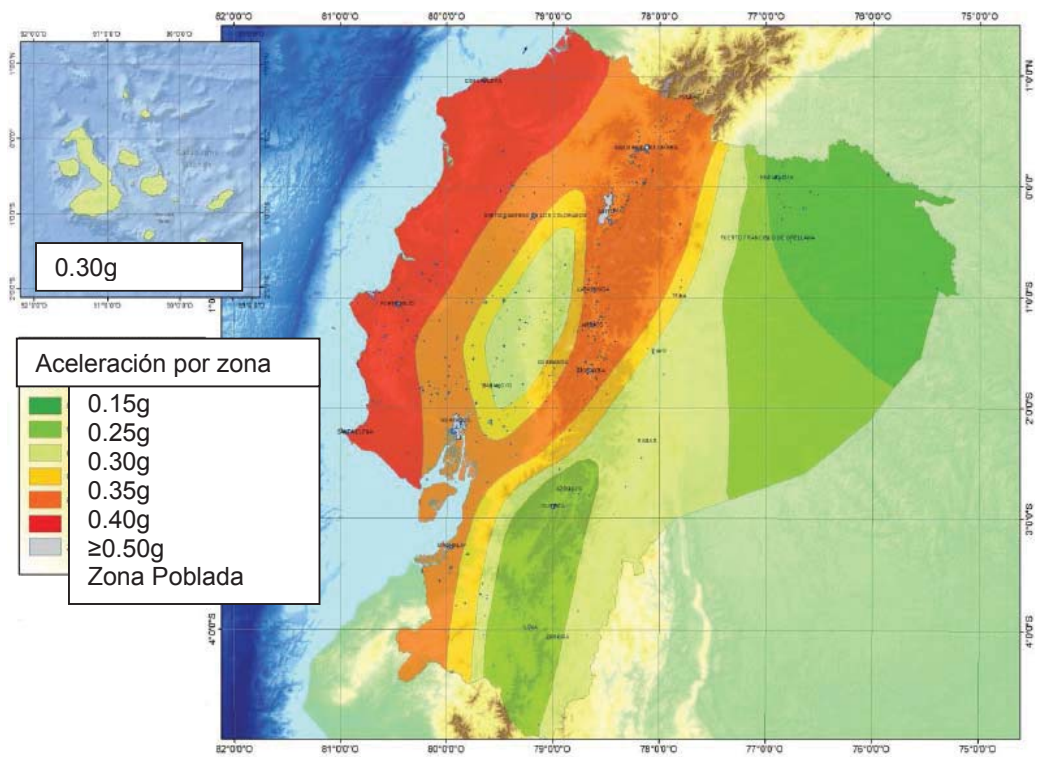
análisis propuesto por Dr. Akguzel 2011, realizando los análisis con el programa estructural ETABS y un programa de análisis desarrollado en MatLab, validados con un ensayo experimental.

#### **1.4 Objetivos específicos**

- Estudiar el efecto a flexión, confinamiento y cortante del reforzamiento con fibra de carbono en uniones viga-columna, usando el código ACI 440.2R-08.
- Estudiar el reforzamiento con fibra de carbono en uniones viga-columna, propuesto por el Dr. Akguzel, y evaluarla con el ACI318-14.
- Proponer una metodología de reforzamiento de uniones viga-columna usando el código ACI 440.2R-08 y el modelo propuesto por el Dr. Akguzel en una estructura aporticada.
- Desarrollar un programa en MatLab para analizar conexiones viga columna antes y después del reforzamiento con fibra de carbono.
- Observar la efectividad del refuerzo en uniones viga-columna con fibra de carbono en edificaciones con vigas descolgadas, mediante el análisis de un ejemplo propuesto, usando el programa ETABS.
- Validar los resultados analíticos mediante su comparación con los resultados experimentales obtenidos con la construcción de una conexión viga- columna.

#### **1.5 Necesidad de reforzamiento de uniones viga-columna**

El correcto diseño de uniones viga-columna es fundamental para un adecuado desempeño de una estructura en zonas sísmicas y especialmente en las estructuras aporticadas que carecen de elementos para disipar las fuerzas sísmicas, en la figura 2 se presenta la zonificación sísmica y las aceleraciones esperadas en el Ecuador. (Aguiar, Revelo, & Tapia, 2013)



**Figura 2:** Zonificación sísmica y espectro de diseño NEC (NEC, 2015)

Datos recientes sobre sismos ocurridos en el país y alrededor del mundo nos demuestran la importancia del correcto diseño de una unión viga-columna. Cuando se diseña una estructura de hormigón armado se debe procurar que la rótula plástica se forme en la viga, esta filosofía de diseño hará que la estructura no colapse ante la acción de un sismo, pero cuando se tiene un diseño erróneo de uniones viga-columna, la rótula plástica se

forma en el nudo, ocasionando deterioro de la rigidez lo que conduce a grandes desplazamientos en la estructura provocando el colapso de la misma, en la figura 3 se observa el colapso de una estructura por la falla de uniones viga columna. (Aguiar, Revelo, & Tapia, 2013)



**Figura 3:** Falla de unión viga-columna, terremoto 17 de agosto de 1999, Kocaeli Turquía  
**Fuente:** (Aguiar, Revelo, & Tapia, 2013)

### 1.6 Problemas potenciales en una junta

Para las fórmulas expuestas en este ítem las unidades de longitud se ingresan en centímetros y la fuerza en kilogramos como se observa en la tabla 2.

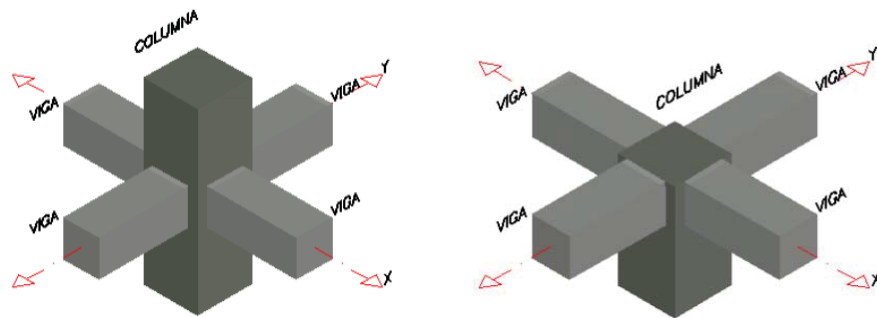
**Tabla 2**

Unidades Problemas Potenciales en una junta

Unidades	Sistema mks esfuerzos en kg/cm <sup>2</sup>
----------	---

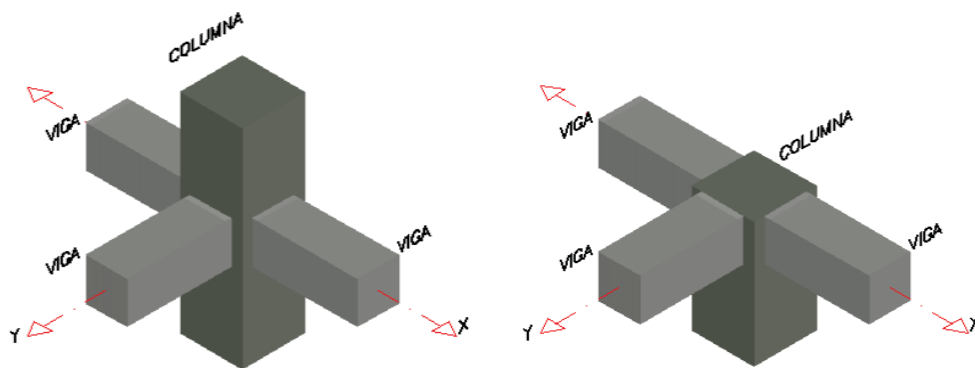
Este análisis se realiza para estructuras con uniones viga-columna monolíticas de hormigón armado, además estructuras diseñadas con vigas descolgadas. Se tienen tres tipos de unión viga-columna, cuyo factor  $\gamma$  (gama) para control de resistencia al cortante varía. (ACI318S-11, 2011)

- Nudo interior: Confinado por vigas en las cuatro caras  $\gamma=5.3$ . En la figura 4 se puede ver el detalle de un nudo interior e interior de cubierta. (ACI318S-11, 2011)



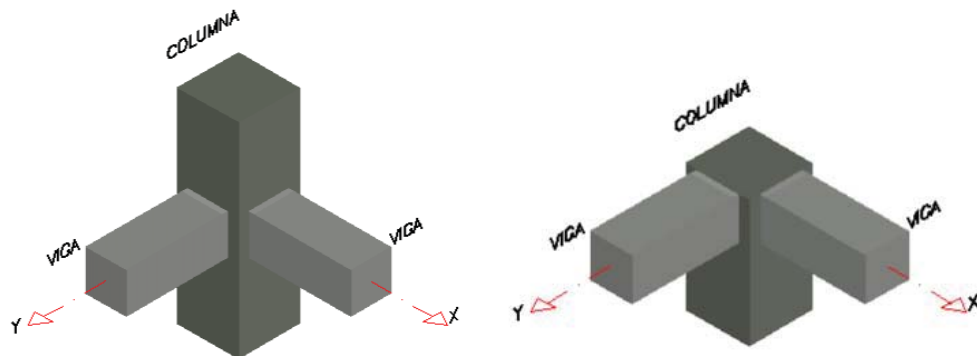
**Figura 4: Nudo Interior**

- Nudo exterior: Confinado por vigas en tres caras, o dos caras opuestas  $\gamma=4$ . En la figura 5 se puede ver el detalle de un nudo exterior y exterior de cubierta. (ACI318S-11, 2011)



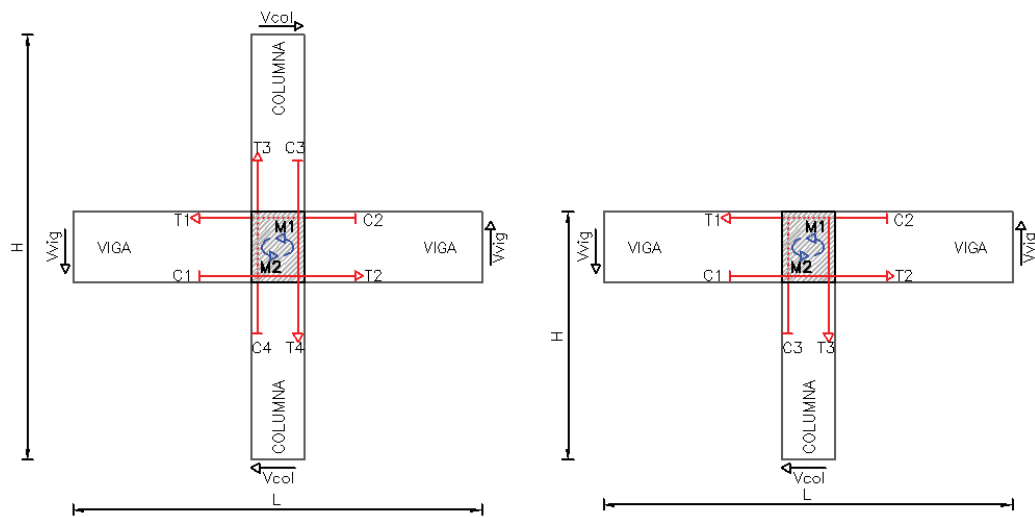
**Figura 5: Nudo exterior**

- Nudo Esquinero: No confinado u otros casos  $\gamma=3.2$ . En la figura 6 se puede ver el detalle de un nudo esquinero y esquinero de cubierta.



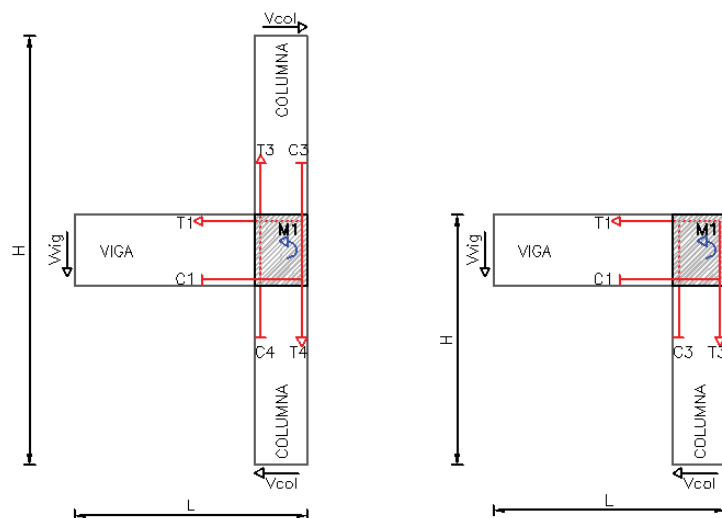
**Figura 6: Nudo Esquinero**

El análisis es similar para los tres tipos de nudos, para la evaluación se considera las solicitaciones externas debido a cargas laterales que afectan al nudo en dos dimensiones. En la figura 7 se observan las fuerzas externas que actúan en nudo interior y exterior debido a un sismo.



**Figura 7:** Fuerzas externas en nudo interior y exterior

En la figura 8 se observa las fuerzas externas que actúan en un nudo esquinero debido a un sismo.



**Figura 8:** Fuerzas externas en nudo esquinero



### 1.6.1 Control de resistencia al corte

Para el diseño de nudos es importante considerar tanto el cortante horizontal como el vertical donde se controla que el cortante aplicado al nudo producto de las solicitaciones sea menor al cortante resistido por el nudo. (ACI318S-11, 2011)

### 1.6.2 Control del cortante horizontal.

$$\phi V_n \geq V_j \text{ Ecuación 1}$$

Donde:

$V_n$ : Cortante resistido por el nudo,  $V_j$ : Cortante horizontal aplicado al nudo,  $\phi$ : Factor de reducción de capacidad, la resistencia del nudo se rige por el factor  $\phi$  que para zonas sísmicas se considera  $\phi = 0.85$ .

#### 1.6.2.1 Resistencia al Cortante horizontal aplicado al nudo

En la figura 9 se observa como las fuerzas del acero de la viga producen una fuerza cortante en el centro del nudo.

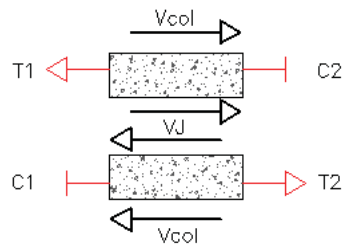


Figura 9: Fuerza cortante horizontal

- Momentos que se generan en el nudo

$$M1 = As1 \times \alpha \times Fy \times \left( d - As1 \times \alpha \times \frac{Fy}{1.7 \times f'c \times b} \right) \text{ Ecuación 2}$$

$$M2 = As2 \times \alpha \times Fy \times \left( d - As2 \times \alpha \times \frac{Fy}{1.7 \times f'c \times b} \right) \text{ Ecuación 3}$$

Donde:

$M1, M2$ : Momento a flexión en el rango inelástico,  $Fy$ : Resistencia a la fluencia del Acero,  $f'c$ : Resistencia a la compresión del hormigón,  $b$ : Base de la viga que llega al nudo,  $d$ : Altura efectiva de la viga que llega al nudo,  $As1$ :

Área de armadura superior de la viga que llega al nudo,  $A_{s2}$ : Área de armadura inferior de la viga que llega al nudo.

Las fuerzas en los refuerzos longitudinales de vigas en la cara del nudo deben determinarse asumiendo que la resistencia de tracción por flexión es:  $1.25 f_y$ . (Aguar, Revelo, & Tapia, 2013)

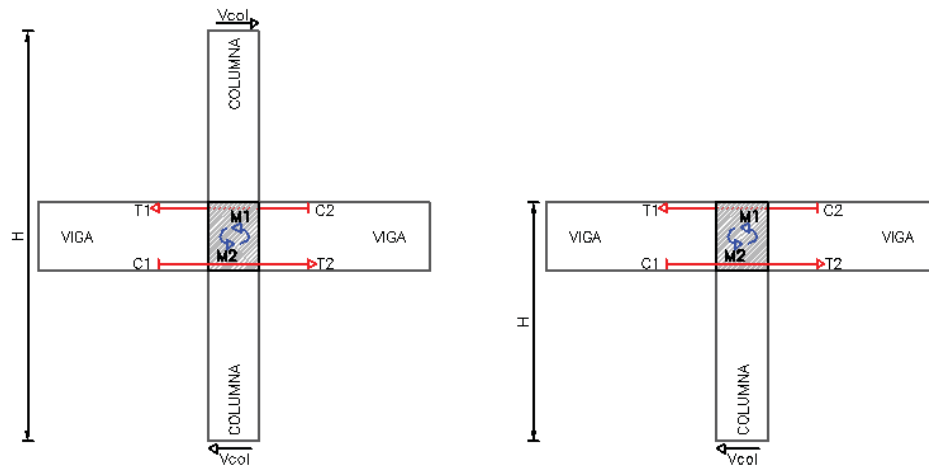
- Cortante en la columna (Nudos confinados por vigas en dos caras opuestas)

$$V_{col} = \frac{M1+M2}{H} \quad \text{Ecuación 4}$$

Donde:

$M1, M2$ : Momento a flexión en el rango inelástico,  $H$ : Longitud tomada desde puntos de inflexión de las columnas que convergen en el nudo.

En la figura 10 se presenta las fuerzas que se analizan en el corte horizontal para nudos interiores y exteriores.



**Figura 10:** Fuerzas consideradas para el cortante horizontal (Nudo Interior y exterior)

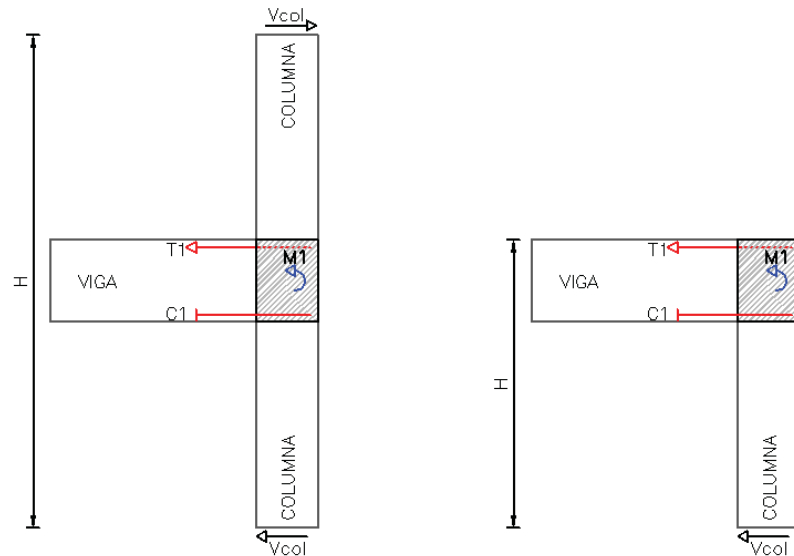
- Cortante en la columna (Nudos no confinado)

$$V_{col} = \frac{M1}{H} \quad \text{Ecuación 5}$$

Donde:

$M1$ : Momento a flexión en el rango inelástico,  $H$ : Longitud tomada desde puntos de inflexión de las columnas que convergen en el nudo.

En la figura 11 se presenta las fuerzas que se analizan en el corte horizontal para nudos esquineros. Durante un sismo al producirse momentos reversibles, se invierte el sentido de tracción del acero, si la cuantía del acero superior e inferior es diferente se producen dos fuerzas cortantes diferentes, se debe analizar en la situación más crítica.



**Figura 11: Fuerzas consideradas para el cortante horizontal (Nudo esquinero)**

- Fuerzas del acero en el nudo

$$T1 = As1 \times \alpha \times Fy \text{ Ecuación 6}$$

$$C2 = As2 \times \alpha \times Fy \text{ Ecuación 7}$$

Donde:

$As1$ : Armadura superior de la viga que llega al nudo,  $As2$ : Armadura inferior de la viga que llega al nudo,  $Fy$ : Resistencia a la fluencia del Acero,  $\alpha$ :  $1.25 f_y$

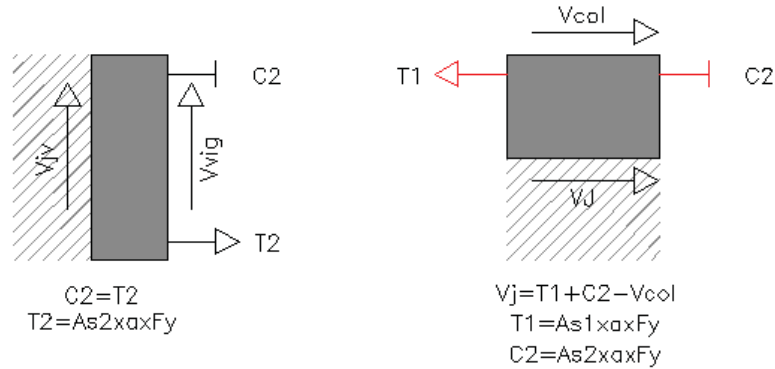
- Fuerza cortante aplicada a nudos confinados por vigas en dos caras opuestas

$$Vj = T1 + C2 - Vcol \text{ Ecuación 8}$$

Donde:

$T1$ : Fuerza de tracción del acero,  $C2$ : Fuerza de compresión del acero,  $Vcol$ : Cortante en la columna.

En la figura 12 se realiza el equilibrio de fuerzas horizontales para hallar la fuerza cortante horizontal aplicada en nudos interiores y exteriores



**Figura 12:** Cortante horizontal aplicada al nudo (Nudos Interiores y exteriores)

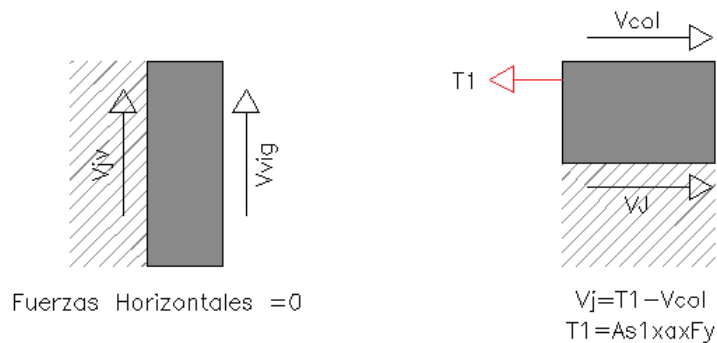
- Fuerza cortante aplicada a nudos sin confinado

$$V_j = T_1 - V_{col} \text{ Ecuación 9}$$

Donde:

$T_1$ : Fuerza de tracción del acero,  $V_{col}$ : Cortante en la columna.

En la figura 13 se realiza el equilibrio de fuerzas horizontales para hallar la fuerza cortante horizontal aplicada en nudos interiores y exteriores



**Figura 13 :** Cortante horizontal aplicada al nudo (Nudos esquineros)

### 1.6.2.2 Resistencia al Cortante horizontal resistido por el nudo

$$V_n = \gamma \times \sqrt{f'_c} \times A_j \text{ Ecuación 10}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia a la compresión del hormigón,  $\gamma$ : Nudo Interior 5.3; exterior 4.0; esquinero 3.2,  $A_j$ : Área efectiva.

- Área efectiva

$$A_j = b_j \times h_j \text{ Ecuación 11}$$

$$h_j = h_c \text{ Ecuación 12}$$

Donde:

$h_j = h_c$ : Altura de la columna (Profundidad del nudo),  $b_j$ : Ancho efectivo.

- Ancho efectivo

Debe ser el menor entre:

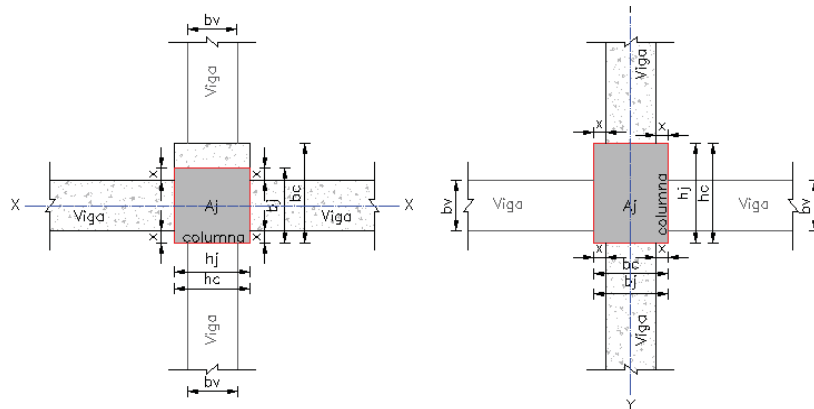
$$b_j = b_v + h_j \text{ Ecuación 13}$$

$$b_j = b_v + 2 \times X \text{ Ecuación 14}$$

Donde:

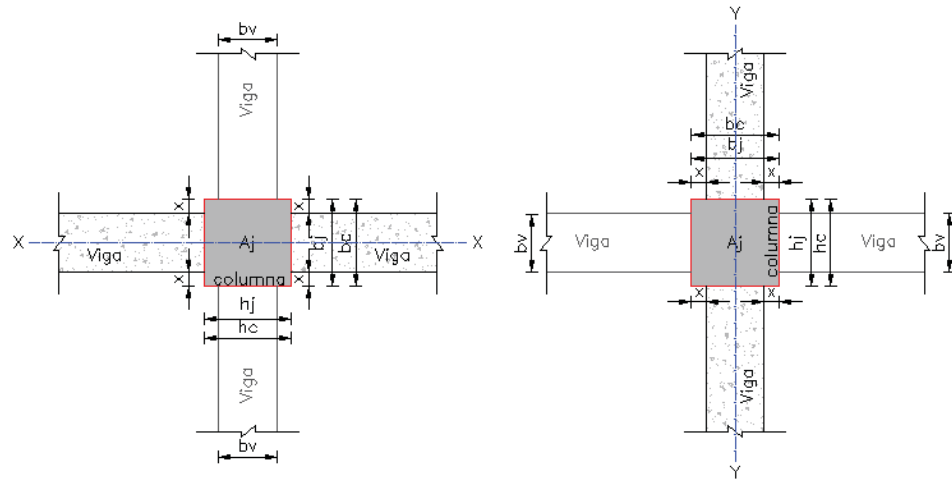
$h_j = h_c$ : Altura de la columna (Profundidad del nudo),  $b_v$ : base de la viga,  $X$ : Distancia perpendicular de la cara de la viga al borde de la columna.

En la figura 14 se representa un nudo interior en planta donde las vigas producen excentricidad en la columna, se observa cómo determinar el área efectiva dependiendo del sentido de análisis.



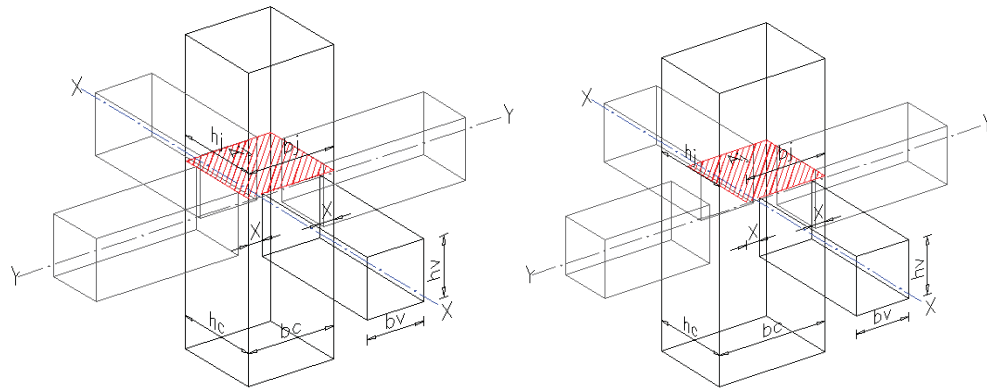
**Figura 14:** Área efectiva (Nudo interior en planta, excentricidad en columna)

En la figura 15 se representa un nudo interior en planta donde las vigas no producen excentricidad en la columna, se observa cómo determinar el área efectiva dependiendo del sentido de análisis.



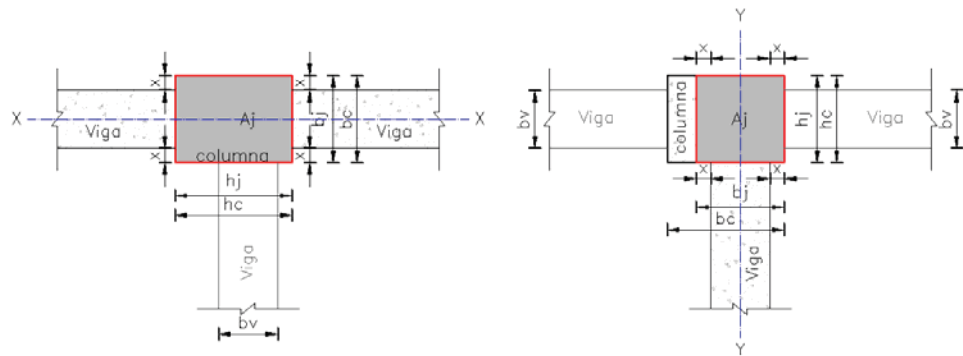
**Figura 15 :** Área efectiva (Nudo interior en planta)

En la figura 16 se representa un nudo interior en tres dimensiones, en la figura izquierda se muestra un ejemplo donde las vigas no producen excentricidad en la columna, mientras que en el lado derecho las vigas producen excentricidad en la columna.



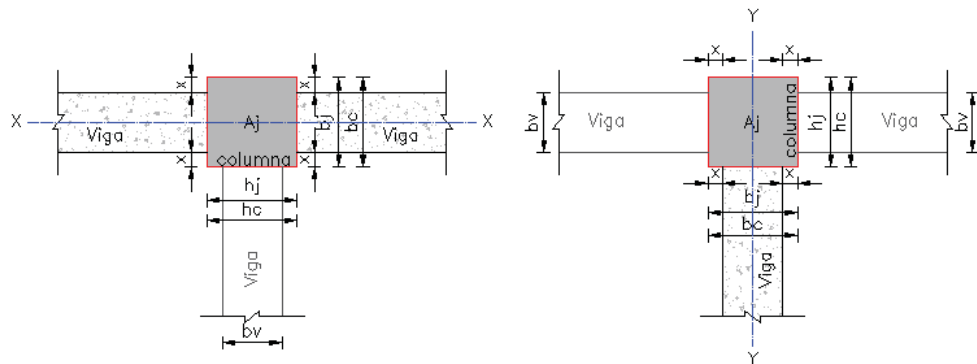
**Figura 16:** Área efectiva (Nudo interior en 3D)

En la figura 17 se representa un nudo exterior en planta donde una de las vigas produce excentricidad en la columna, se observa cómo determinar el área efectiva dependiendo del sentido de análisis.



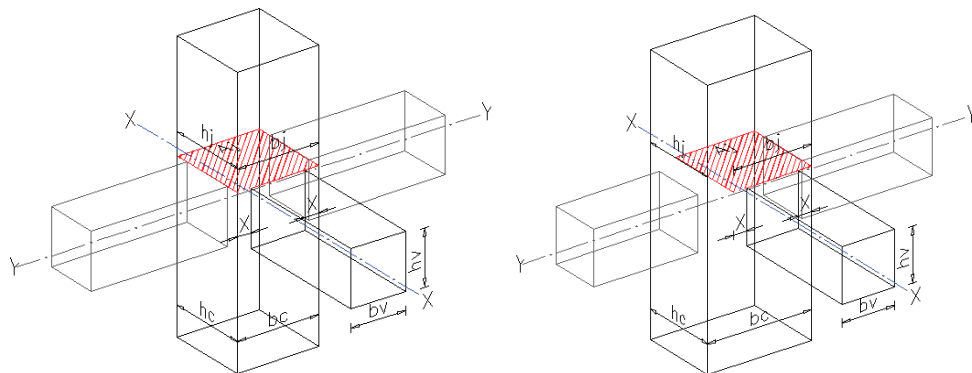
**Figura 17:** Área efectiva (Nudo exterior en planta, excentricidad en columna)

En la figura 18 se representa un nudo exterior en planta donde las vigas no producen excentricidad en la columna, se observa cómo determinar el área efectiva dependiendo del sentido de análisis.



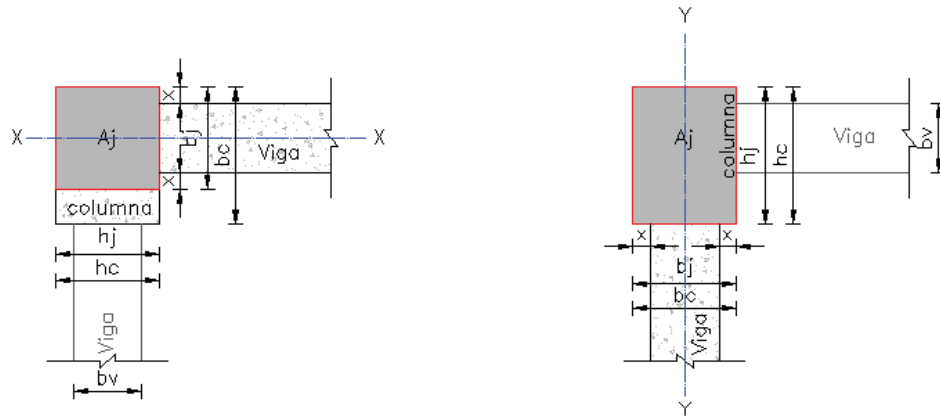
**Figura 18:** Área efectiva (Nudo exterior en planta)

En la figura 19 se representa un nudo exterior en tres dimensiones, en la figura izquierda se muestra un ejemplo donde las vigas no producen excentricidad en la columna, mientras que en el lado derecho una de las vigas produce excentricidad en la columna.



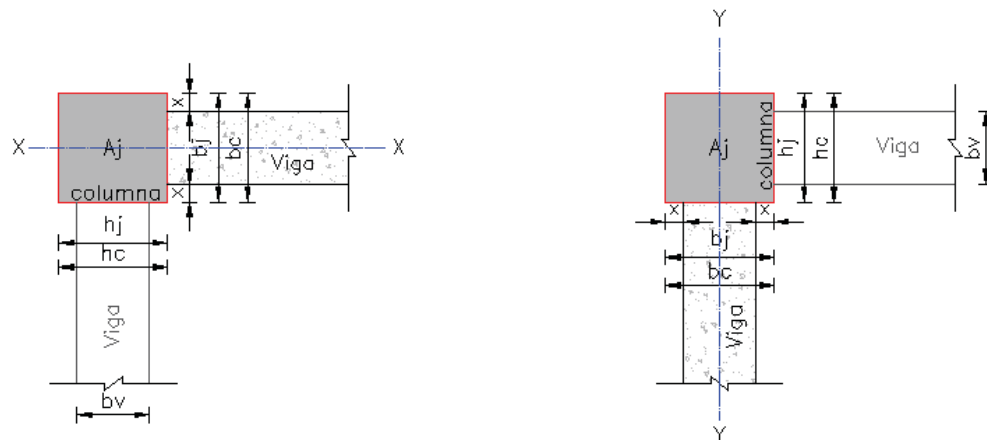
**Figura 19:** Área efectiva (Nudo exterior en 3D)

En la figura 20 se representa un nudo esquinero en planta donde una de las vigas produce excentricidad en la columna, se observa cómo determinar el área efectiva dependiendo del sentido de análisis.



**Figura 20:** Área efectiva (Nudo esquinero en planta, excentricidad en columna)

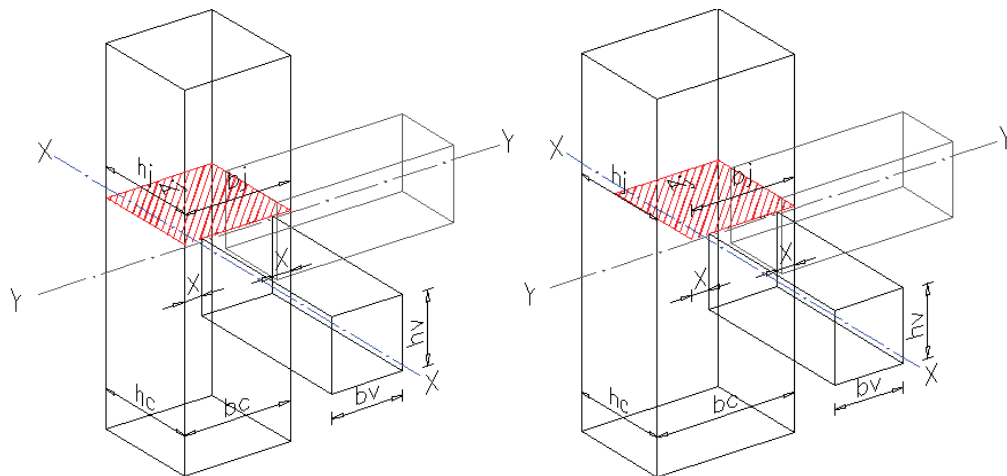
En la figura 21 se representa un nudo esquinero en planta donde las vigas no producen excentricidad en la columna, se observa cómo determinar el área efectiva dependiendo del sentido de análisis.



**Figura 21:** Área efectiva (Nudo exterior en planta)

En la figura 22 se representa un nudo esquinero en tres dimensiones, en la figura izquierda se muestra un ejemplo donde las vigas no producen excentricidad en la columna, mientras que en el lado derecho una de las vigas produce excentricidad en la columna.





**Figura 22:** Área efectiva (Nudo esquinero en 3D)

En la figura 23 se puede observar como el acero de la viga produce una fuerza cortante horizontal, además se observa en el grafico fallas por confinamiento.



**Figura 23:** Falla de unión viga-columna, Terremoto 17 de agosto de 1999, Koacaeli Turquía

Fuente: (Aguiar, Revelo, & Tapia, 2013)

### 1.6.3 Control del cortante vertical

$$V_{jv} < V_j \text{ Ecuación 15}$$

Donde:

$V_j$ : Fuerza cortante horizontal aplicada al nudo,  $V_{jv}$ : Fuerza cortante vertical aplicada al nudo.

$$h_v < h_c \text{ Ecuación 16}$$

Donde:

$h_v$ : altura de la viga,  $h_c$ : altura de la columna.

### 1.6.3.1 Resistencia al cortante vertical aplicado al nudo

$$V_{jv} = V_j \times \left( \frac{h_v}{h_c} \right) \text{ Ecuación 17}$$

Donde:

$V_j$ : Fuerza cortante horizontal aplicada al nudo,  $h_v$ : altura de la viga,  $h_c$ : altura de la columna.

En la figura 24 se observa un colapso debido a cortante vertical provocado por viga fuerte columna débil.



**Figura 24:** Falla de unión viga-columna (Centro Comercial "Panta Pirák" en Banda Aceh, Terremoto y tsunami, 26 de diciembre de 2004)

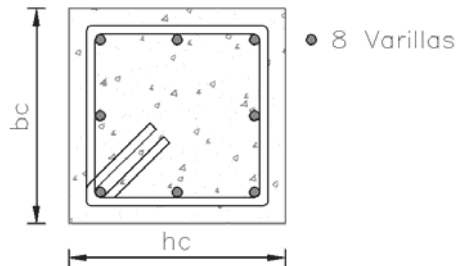
**Fuente:** (Aguiar, Revelo, & Tapia, 2013)

### 1.6.3.2 Resistencia al cortante vertical resistido por el nudo

El número de aceros mínimo en la columna debe ser 8 varillas, 4 ubicadas en las esquinas de la sección y los 4 restantes en la parte central de cada cara de la sección. (Aguiar, Revelo, & Tapia, 2013)

$$V_{nv} = \text{min 8 varillas} \text{ Ecuación 18}$$

En la figura 25 se observa una sección de columna con armadura recomendable.



**Figura 25:** Armadura mínima en columna

#### 1.6.4 Control del deterioro de adherencia

Durante un sismo la estructura puede ingresar en el rango no lineal produciendo que el acero se deslice en el nudo durante la formación de rótulas plásticas en vigas adyacentes, deteriorando la adherencia en unión viga columna, El ACI 318S-11 nos propone revisiones para evitar este fenómeno: (Aguiar, Revelo, & Tapia, 2013)

- Las fuerzas generadas por refuerzos longitudinales de vigas a tracción en la cara del nudo deben establecerse con resistencia a la flexión igual:  $\alpha \times f_y$  y la resistencia del nudo se rige por el factor  $\phi$  que para zonas sísmicas se considera  $\phi = 0.85$ . (ACI318S-11, 2011)
- Para nudos exteriores y esquineros, el refuerzo longitudinal de una viga debe prolongarse hasta la cara más distante del núcleo confinado de la columna y anclarse correctamente, **Gancho anclaje 90° min 12 $\phi$** . (Aguiar, Revelo, & Tapia, 2013)
- Para conexiones interiores donde el acero atraviesa el nudo se debe cumplir: (ACI318S-11, 2011)

$$h_c > 20 \phi_{\text{viga}} \quad \text{Ecuación 19}$$

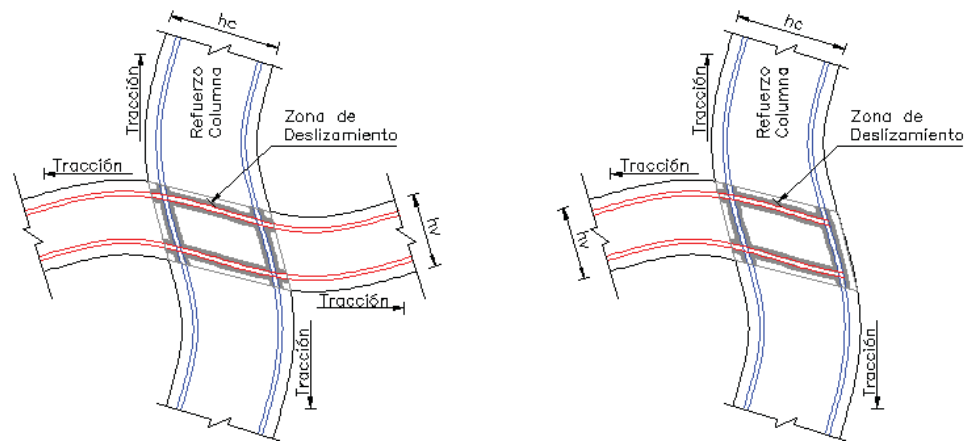
$$h_v > 20 \phi_{\text{columna}} \quad \text{Ecuación 20}$$

Donde:

$h_c$ : Altura de la sección de la columna,  $h_v$ : Altura de la sección de la viga,  
 $\phi$ : Diámetro del refuerzo longitudinal.

En la figura 26 se muestra en el lado izquierdo la representación de un nudo interior y exterior, mientras en el lado derecho un nudo esquinero, se

observa que durante un sismo se producen fuerzas de tracción, que provocarán que el acero trate de deslizarle en el nudo.



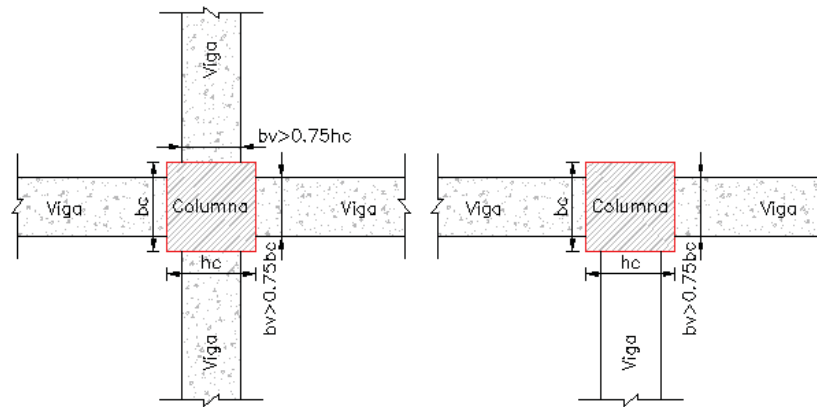
**Figura 26:** Relación altura de los elementos con respecto al diámetro de las varillas

### 1.6.5 Refuerzo de confinamiento

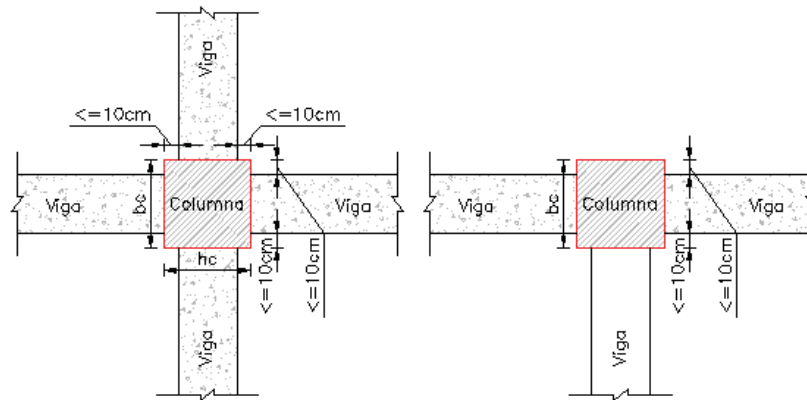
Las uniones viga-columna el acero de confinamiento aumenta la resistencia del núcleo de hormigón mejorando la capacidad de la conexión a deformarse. En nudos exteriores e interiores las vigas también aportan en el confinamiento del núcleo de hormigón. (Sánchez & Camacho, 2010)

- Condición geométrica

Cuando la base de las vigas que conforman una conexión son el 75% mayor a la altura de la columna del nudo y la distancia perpendicular de la cara de la viga al borde de la columna es menor o igual a 10cm se genera confinamiento. En la figura 27 y 28 se presenta la geometría ideal que deben cumplir los nudos para que las vigas generen confinamiento en la conexión. (ACI318S-11, 2011)



**Figura 27:** Condición geométrica de confinamiento ( $bv > 0.75hc$ )



**Figura 28:** Condición geométrica de confinamiento (distancia perpendicular de la cara de la viga al borde de la columna  $\leq 10\text{cm}$ )

Si la distancia perpendicular de la cara de la viga al borde de la columna es mayor a 10cm, debe colocarse refuerzo transversal adicional. (Aguiar, Revelo, & Tapia, 2013)

- Estribos de confinamiento

Deberá ser el mayor valor entre:

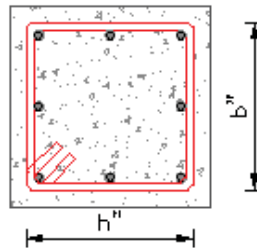
$$A_{sh} = 0.3 \times \frac{Sh \times h'' \times f'c}{F_y} \times \left[ \left( \frac{A_g}{A_{ch}} \right) - 1 \right] \quad \text{Ecuación 21}$$

$$A_{sh} = 0.09 \times \frac{Sh \times h'' \times f'c}{F_y} \quad \text{Ecuación 22}$$

Donde:

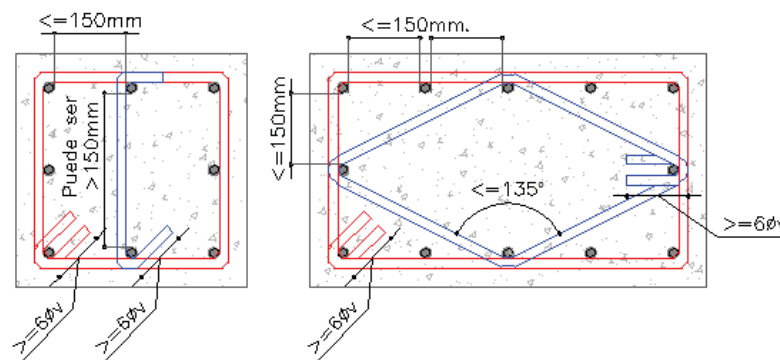
Sh: Separación de los estribos de confinamiento,  $A_g = hc \times bc$ : Altura de la sección de la columna,  $A_{ch} = h'' \times b''$ : Área del núcleo de la columna,  $h''$ :

Altura de columnas menos recubrimientos,  $b''$ : Base de columnas menos recubrimientos,  $f'_c$ : Resistencia a la compresión del hormigón,  $F_y$ : Resistencia a la fluencia del Acero,  $S_h$ : Espaciamiento de estribos en el nudo.



**Figura 29:** Sección transversal de estribos cerrados de confinamiento.

- Consideraciones para el acero de confinamiento.
  - a) Los estribos deben ser cerrados. (ACI318S-11, 2011)
  - b) Cada acero longitudinal de esquina e intermedia debe proporcionar un apoyo para el estribo. (Comite 318, 2011)
  - c) La separación entre aceros longitudinales no debe ser mayor a 150mm.
  - d) El ángulo interno de los estribos no debe ser mayor a  $135^\circ$ . (ACI318S-11, 2011)
  - e) Se puede completar la armadura con ganchos los cuales deben contar con el mismo diámetro y espaciamiento de los estribos confinamiento. (ACI318S-11, 2011)



**Figura 30:** Consideraciones para el acero de confinamiento.

- Espaciamiento de estribos de confinamiento

Deberá ser el menor valor entre:

$$S_h = \min \left[ \frac{bc}{4}; \frac{hc}{4}; 6 \times \phi_{col}; 15\text{cm} \right] \text{ Ecuación 23}$$

Donde:

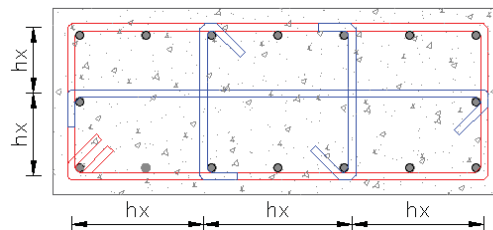
bc: Base de la columna, hc: Altura de la columna,  $6 \times \varnothing_{col}$ : 6\*Diámetro de varilla longitudinal de la columna.

NOTA: El valor de 15 cm se toma de la ecuación:

$$Sh = 10 \times \left( \frac{35-hx}{3} \right) \text{ Ecuación 24}$$

$$10\text{cm} \leq Sh \leq 15\text{cm} \text{ Ecuación 25}$$

En la figura 31 se observa como determinar hx, que es la distancia entre los ejes de la armadura transversal.



**Figura 31:** Detalle Longitud hx

Donde:

Sh: no será mayor a 15cm y no es necesario tomarlo menor que 10cm.

En la figura 32 y 33 se observa deterioro en uniones viga-columna por falta de acero de confinamiento .



**Figura 32:** Falla de unión viga-columna, Terremoto 27 de febrero del 2010, Santiago Chile  
Fuente: (Larraín, 2011)



**Figura 33:** Falla de unión viga-columna Terremoto 27 de febrero del 2010, Santiago Chile  
**Fuente:** (Larraín, 2011)

### 1.6.6 Longitud de anclaje

La longitud de anclaje se aplica para el diseño de nudos exteriores y esquineros, el refuerzo longitudinal de las vigas debe prolongarse hasta la cara más distante del núcleo confinado de la columna. La longitud requerida de anclaje  $l_{dh_{req}}$  para las varillas de una viga que termina en un nudo debe ser menor que la longitud de anclaje disponible  $l_{dh_{disp}}$ . (Aguiar, Revelo, & Tapia, 2013)

- Concreto de peso normal, gancho 90°.

$$l_{dh_{disp}} > \max \left( l_{dh_{req}} = \frac{F_y \times \emptyset_v}{17.2 \times \sqrt{f'_c}}; 8\emptyset_v; 150\text{mm} \right) \text{ Ecuación 26}$$

- Concreto peso liviano, gancho 90°.

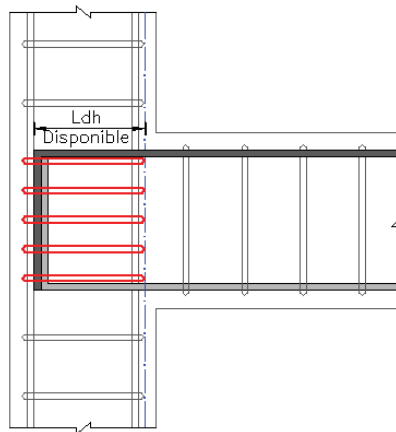
$$l_{dh_{disp}} > \max \left( l_{dh_{req}} = 1.25 \times \frac{F_y \times \emptyset_v}{17.2 \times \sqrt{f'_c}}; 10\emptyset_v; 190\text{mm} \right) \text{ Ecuación 27}$$

Donde:

$l_{dh_{req}}$ : Longitud requerida de anclaje,  $l_{dh_{disp}}$ : Longitud de anclaje disponible,  $f'_c$ : Resistencia a la compresión del hormigón,  $F_y$ : Resistencia a la fluencia del Acero,  $\emptyset$ : Diámetro del refuerzo longitudinal de la viga.

En la figura 34 se observa como el acero de la viga debe prolongarse hasta la cara más distante del núcleo confinado de la columna.





**Figura 34:** Longitud de anclaje disponible

NOTA: El gancho de 90 grados debe estar dentro del acero de confinamiento, si la separación de estribos  $s < 3 \cdot \varnothing_v$ , se puede reducir la longitud de anclaje requerida un 20%.

$$l_{dh \text{ diseño}} = 0.80 \times l_{dh \text{ req}} \quad \text{Ecuación 28}$$

### 1.7 Viga Fuerte columna débil

Para las fórmulas expuestas en este ítem las unidades de longitud se ingresan en centímetros y fuerza en kilogramos como se observa en la tabla 3.

**Tabla 3**

Unidades Viga fuerte columna débil

Unidades	Sistema mks esfuerzos en kg/cm <sup>2</sup>
----------	---

Para analizar el problema de viga fuerte columna débil se consideran los momentos de vigas y columnas que llegan al nudo.

$$\frac{\Sigma M_c}{\Sigma M_g} \geq 1.2 \quad \text{Ecuación 29}$$

Donde:

$\Sigma M_c$ : Sumatoria de momentos de columna superior e inferior que llegan al nudo,  $\Sigma M_g$ : Sumatoria de momentos de vigas que convergen en el nudo.

Este comportamiento preverá que las rótulas plásticas se formen en las vigas y no en las columnas, en la figura 35 se observa la falla de una conexión debido a viga fuerte columna débil.



**Figura 35:** Falla de unión viga-columna, Terremoto 17 de agosto de 1999, Koacaeli Turquía  
**Fuente:** (Aguar, Revelo, & Tapia, 2013)

### 1.8 Comportamiento de elementos viga y columna que llegan al nudo

La resistencia a flexión y corte, en vigas y columnas se analizan ya que transmiten esfuerzos al nudo, en la figura 36 se aprecia una falla de corte en la cabeza de columna que llega al nudo.



**Figura 36:** Falla de corte unión viga-columna Terremoto 1985, Ciudad de México 1985  
**Fuente:** (Nereida, 2008)

Las vigas y columnas que forman el nudo deben resistir los momentos y cortantes generados durante un sismo, el procedimiento para hallar el

momento último en vigas y columnas se describe a continuación, considerando que la base inferior de los elementos se encuentra en tracción y la base superior a compresión, hay que recordar que durante un sismo se producen momentos reversibles, en ese caso se evalúa con el mismo procedimiento descrito, pero se considera que la base inferior de los elementos se encuentra a compresión y la base superior a tracción.

### 1.8.1 Comportamiento de Vigas (flexión-compresión).

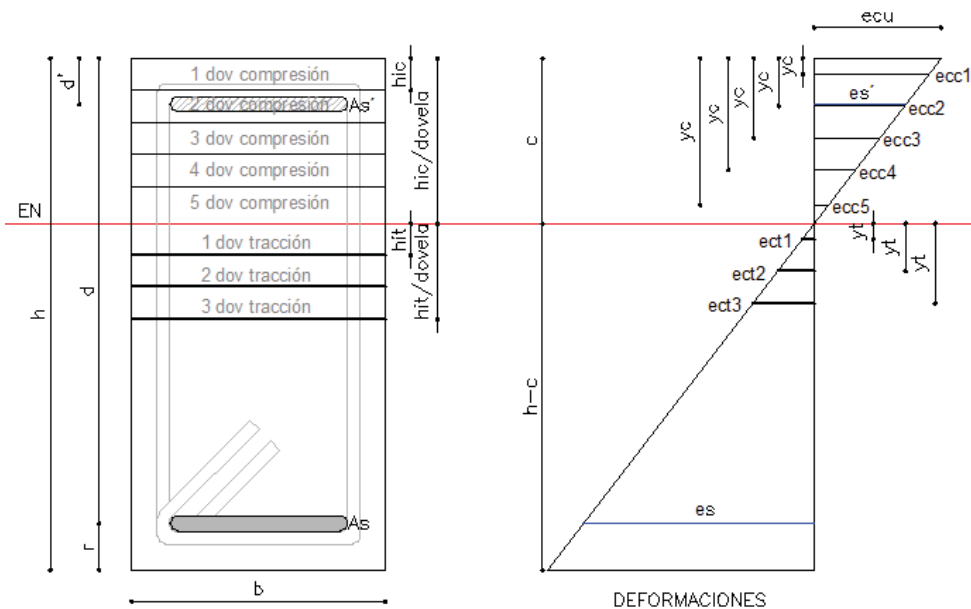
Para las fórmulas expuestas en este ítem las unidades pueden ser: de longitud en milímetros y fuerza en Newton ó longitud en centímetros y fuerza en kilogramos como se observa en la tabla 4.

**Tabla 4**

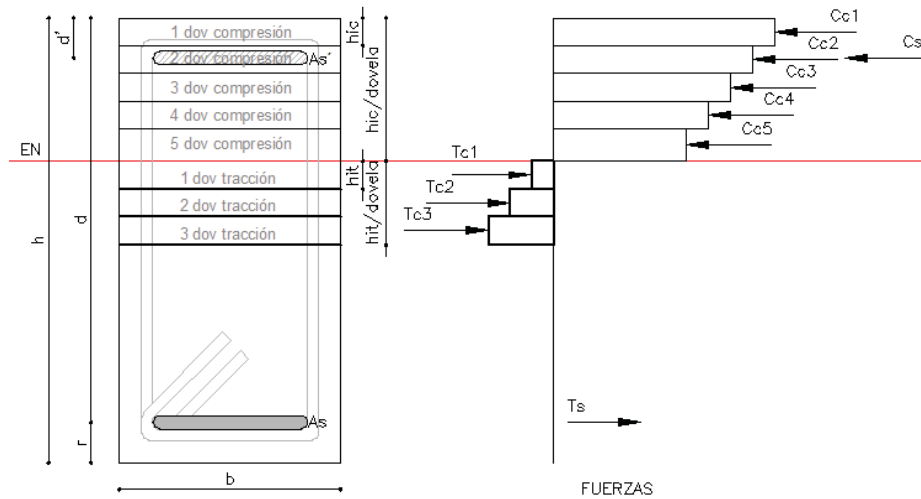
Unidades Aplicables Flexión-compresión en vigas

Unidades	Sistema SI esfuerzos en MPa	Sistema mks esfuerzos en kg/cm <sup>2</sup>
----------	-----------------------------	---

Se analiza la sección de una viga doblemente armada, donde no se considera el efecto del refuerzo a confinamiento, el acero transversal aporta un pequeño porcentaje en la flexión longitudinal del elemento por lo que se desprecia para el análisis. En la figura 37 y 38 se representa el esquema de análisis para determinar el momento resistente de las vigas que llegan al nudo. Para el análisis se considera el método de las fibras.

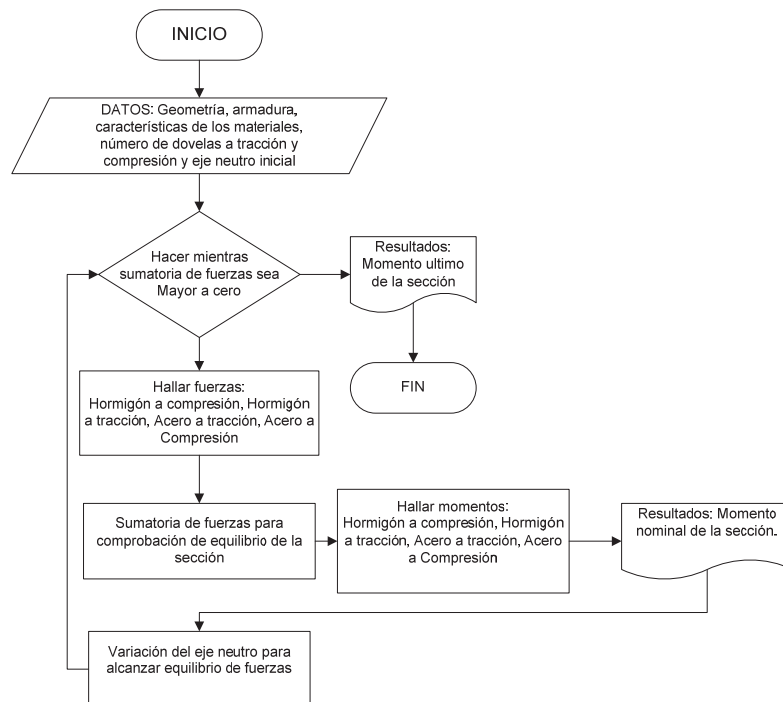


**Figura 37:** Deformaciones producidas en una viga.



**Figura 38:** Fuerzas que se producen en una viga

El método de las fibras consiste en dividir en dovelas una sección de hormigón armado, las fibras describen como el elemento divide sus esfuerzos en tensión y compresión, se realiza un proceso iterativo donde el valor del eje neutro "c" irá variando hasta encontrar el equilibrio en la sección, en el diagrama de flujo de la figura 38 se describe el procedimiento a seguir para hallar el momento resistente de las vigas adyacentes al nudo.



**Figura 39:** Procedimiento para hallar el momento último en secciones viga adyacentes al nudo

### 1.8.1.1 Hormigón a compresión

- Altura de cada una de las dovelas de hormigón a compresión.

$$h_{ic} = \frac{c}{\text{número de dovelas a compresión}} \quad \text{Ecuación 30}$$

Donde:

c: Profundidad del eje neutro.

- Deformación en el hormigón en punto medio de cada dovela, se halla por medio de relación de triángulos.

$$e_{cc} = \frac{c-y_c}{c} \times e_{cu} \quad \text{Ecuación 31}$$

Donde:

c: Profundidad del eje neutro,  $y_c$ : Distancia medida desde la mayor deformación a compresión a la mitad de cada dovela,  $e_{cu}$ : Deformación máxima unitaria a compresión del hormigón.

- Esfuerzo de hormigón con Hognestad

$$f_{ch} = f'_c \times \left[ \left( \frac{2 \times e_{cc}}{e_o} \right) - \left( \frac{e_{cc}}{e_o} \right)^2 \right] \quad \text{Ecuación 32}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia a la compresión del hormigón,  $e_{cc}$ : Deformación del hormigón en el punto medio de cada dovela,  $e_o$ : Deformación del hormigón asociada a  $f'_c$ . (Aguar, 2014)

- Fuerza de compresión de cada dovela de hormigón

$$C_c = b \times h_{ic} \times f_{ch} \quad \text{Ecuación 33}$$

Donde:

b: base de la viga,  $h_{ic}$ : Altura de cada una de de las dovelas de hormigón a compresión,  $f_{ch}$ : Esfuerzo de hormigón con Hognestad.

### 1.8.1.2 Hormigón a tracción

- Elasticidad del hormigón a tracción.

$$E_{ct} = \frac{2 \times f'_c}{e_o} \quad \text{Ecuación 34}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia a la compresión del hormigón,  $e_o$ : Deformación del hormigón asociada a  $f'_c$ . (Aguiar, 2014)

- Deformación máxima a tracción del hormigón

$$e_{cut} = 0.1 \times e_o \quad \text{Ecuación 35}$$

Donde:

$e_o$ : Deformación inicial del hormigón.

- Altura de cada una de las dovelas de hormigón a tracción.

$$h_{it} = \frac{t}{\text{número de dovelas a tracción}} \quad \text{Ecuación 36}$$

Donde:

$t$ : Altura del bloque a tracción.

- Altura bloque a tracción del hormigón

$$t = \frac{e_{cut}}{e_{cu}} \times c \quad \text{Ecuación 37}$$

Donde:

$e_{cu}$ : Deformación máxima unitaria a compresión del hormigón,  $e_{cut}$ : Deformación máxima a tracción del hormigón,  $c$ : Profundidad del eje neutro.

- Deformación en el hormigón en punto medio de cada dovela

$$e_{ct} = \frac{e_{cut}}{t} \times y_t \quad \text{Ecuación 38}$$

Donde:

$e_{cut}$ : Deformación máxima a tracción del hormigón,  $t$ : Altura bloque a tracción del hormigón,  $y_t$ : Distancia medida desde la menor deformación a tracción a la mitad de cada dovela. (Aguiar, 2014)

- Esfuerzo del hormigón a tracción.

$$f_{ct} = E_{ct} \times e_{ct} \quad \text{Ecuación 39}$$

Donde:

$e_{ct}$ : Deformación en el hormigón en punto medio de cada dovela,  $E_{ct}$ : Elasticidad del hormigón a tracción.

- Fuerza de tracción de cada dovela

$$T_c = b \times h_{it} \times f_{ct} \quad \text{Ecuación 40}$$

Donde:

$b$ : base de la viga,  $h_{it}$ : Altura de cada una de de las dovelas de hormigón a tracción,  $f_{ct}$ : Esfuerzo del hormigón a tracción.

### 1.8.1.3 Acero a Compresión

- Deformación del acero a compresión

$$e_{sc} = \frac{e_{cu}}{c} \times (c - d') \quad \text{Ecuación 41}$$

Donde:

$e_{cu}$ : Deformación máxima unitaria a compresión del hormigón,  $c$ : Profundidad del eje neutro,  $d'$ : Altura efectiva del acero a compresión.

- Fuerza de compresión

Si  $e_{sc} < e_{sy}$

$$f_s = E_s \times e_{sc} \rightarrow C_s = A'_s \times f_s \quad \text{Ecuación 42}$$

Si  $e_{sc} \geq e_{sy}$

$$C_s = A'_s \times f_y \quad \text{Ecuación 43}$$

Donde:

$e_{sc}$ : Deformación del acero a compresión a compresión,  $e_{sy} = f_y / E_s$ : Deformación del acero en fluencia,  $f_y$ : Fluencia del acero,  $E_s$ : Módulo de elasticidad del acero,  $f_s$ : Esfuerzo corregido de fluencia,  $A'_s$ : Área de acero a compresión.

#### 1.8.1.4 Acero a Tracción

- Deformación del acero a tracción.

$$est = \frac{ecu}{c} \times (d - c) \quad \text{Ecuación 44}$$

Donde:

ecu: Deformación máxima unitaria a compresión del hormigón, c: Profundidad del eje neutro, d: Altura efectiva del acero a tracción

- Fuerza de tracción

Si  $est < esy$

$$fs = Es \times est \rightarrow Ts = As \times fs \quad \text{Ecuación 45}$$

Si  $esc \geq esy$

$$Ts = As \times fy \quad \text{Ecuación 46}$$

Donde:

est: Deformación del acero,  $esy = fy/Es$ : Deformación del acero en fluencia,  $fy$ : Fluencia del acero,  $Es$ : Módulo de elasticidad del acero,  $fs$ : Esfuerzo corregido de fluencia,  $As$ : Área de acero a tracción.

#### 1.8.1.5 Momento Nominal.

Este análisis considera el momento en el centro de inercia de la sección.

- Momento para el hormigón a compresión, para cada dovela.

$$MCc = Cc \times \left( \frac{h}{2} - yc \right) \quad \text{Ecuación 47}$$

Donde:

$Cc$ : Fuerza de compresión de cada dovela de hormigón,  $h$ : Altura de la viga,  $yc$ : Distancia medida desde la mayor deformación a compresión a la mitad de cada dovela.

- Momento para el hormigón a tracción, para cada dovela.

$$MTc = Tc \times \left( \left( \frac{h}{2} - c \right) + yt \right) \quad \text{Ecuación 48}$$



Donde:

Tc: Fuerza de tracción de cada dovela, h: Altura de la viga, yt: Distancia medida desde la menor deformación a tracción a la mitad de cada dovela.

- Momento para el acero a compresión

$$MCs = Cs \times \left( \frac{h}{2} - r \right) \text{ Ecuación 49}$$

Donde:

Cs: Fuerza de compresión del acero, h: Altura de la viga, r: recubrimiento (incluye recubrimiento libre del hormigón sumado la distancia hasta el eje neutro de la varilla a compresión).

- Momento para el acero a Tracción

$$MTs = Ts \times \left( \frac{h}{2} - r \right) \text{ Ecuación 50}$$

Donde:

Ts: Fuerza de tracción del acero, h: Altura de la viga, r: recubrimiento (incluye recubrimiento libre del hormigón sumado la distancia hasta el eje neutro de la varilla a tracción).

#### 1.8.1.5.1 Momento Nominal Total

$$Mn = \Sigma MCc + \Sigma MTc + MCs + MTs \text{ Ecuación 51}$$

$\Sigma MCc$ : Sumatoria de momentos del hormigón a compresión,  $\Sigma MTc$ : Sumatoria de momentos del hormigón a Tracción, MCs: Momento de compresión del acero, MTs: Momento de tracción del acero.

#### 1.8.1.5.2 Momento Último

El momento nominal es corregido por el factor de reducción  $\emptyset$  el cual se analiza en la tabla número 5:

$$Mu = \emptyset \times Mn \text{ Ecuación 52}$$

**Tabla 5**

Factor de reducción para hallar el momento último

Condición	$\phi$
$est < 0.005$	0.9
$est \leq esy$	0.65
No cumple ninguna Anterior	$0.65 + \frac{0.25 \times (est - esy)}{0.005 - esy}$

Donde:

 $\phi$ : Factor de reducción,  $M_n$ : Momento Nominal Total.**1.8.2 Comportamiento a corte de Vigas**

Para las fórmulas expuestas en este ítem las unidades de longitud se ingresan en centímetros y fuerza en kilogramos como se observa en la tabla 6.

**Tabla 6**

Unidades aplicables Corte en Vigas

Unidades	Sistema mks esfuerzos en kg/cm <sup>2</sup>
----------	---

Se determina la fuerza cortante que la sección es capaz de resistir.

- Área mínima de refuerzo para cortante

$$A_{vmin} = 0.2 \times \sqrt{f'c} \times \frac{b \times s}{f_{yt}} \geq 3.5 \times \frac{b \times s}{f_{yt}} \quad \text{Ecuación 53}$$

Donde:

$f'c$ : Resistencia del hormigón,  $b$ : Base de la viga,  $s$ : Espaciamiento entre estribos,  $f_{yt}$ : Fluencia del acero a corte.

- Fuerza cortante nominal del hormigón.

$$V_c = 0.53 \times \lambda \times \sqrt{f'c} \times b \times d \quad \text{Ecuación 54}$$

Donde:

 $\lambda$ : Peso del hormigón.**Tabla 7**

Peso del hormigón

Hormigón de peso liviano	Hormigón de peso liviano, agregado fino peso normal	Hormigón de peso normal
0.75	0.85	1

Fuente: (ACI318S-11, 2011)

$f'_c$ : Resistencia del hormigón,  $b$ : Base de la viga,  $d$ : Altura efectiva al acero a tracción.

- Fuerza cortante nominal del acero.

$$V_s = \frac{A_v \times f_y \times [\text{seno}(\alpha) + \text{coseno}(\alpha)] \times d}{s} \quad \text{Ecuación 55}$$

Donde:

$A_v$ : Área del acero a corte existente en la viga,  $f_y$ : Fluencia del acero,  $\alpha$ : Inclinación de los estribos en grados,  $d$ : Altura efectiva al acero a tracción,  $s$ : Espaciamiento entre estribos.

### 1.8.2.1 Fuerza cortante en la viga.

$$V_n = \phi \times (V_c + V_s) \quad \text{Ecuación 56}$$

Donde:

$\phi$ : Factor de reducción por corte ( $\phi=0.75$  (ACI318S-11, 2011)),  $V_c$ : Fuerza cortante nominal del hormigón,  $V_s$ : Fuerza cortante nominal del acero.

### 1.8.2.2 Fuerza cortante última.

$$V_n \geq V_u \quad \text{Ecuación 57}$$

Donde:

$V_n$ : Fuerza cortante en la viga,  $V_u$ : Fuerza cortante última producto de las sollicitaciones externas que actúan en la viga.

### 1.8.3 Comportamiento de columnas (flexión-compresión).

Para las fórmulas expuestas en este ítem las unidades pueden ser: de longitud en milímetros y fuerza en Newton o longitud en centímetros y fuerza en kilogramos como se observa en la tabla 8.

**Tabla 8**

Unidades aplicables flexión-compresión en columnas

Unidades	Sistema SI esfuerzos en MPa	Sistema mks esfuerzos en kg/cm <sup>2</sup>
----------	-----------------------------	---

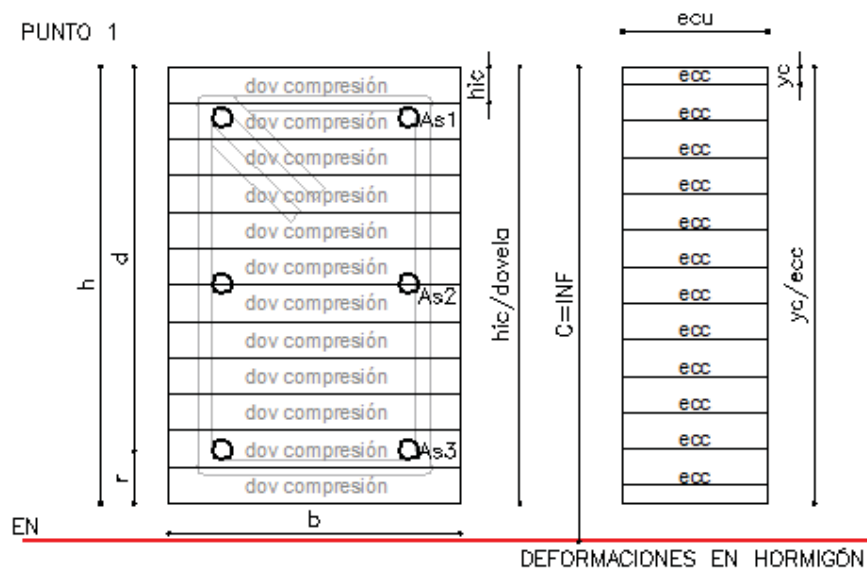
Se considera la sección de una columna, donde no se considera el efecto del refuerzo a confinamiento, las columnas se evalúan por el método

de las fibras, las dovelas describen como el elemento divide sus esfuerzos en tensión y compresión.

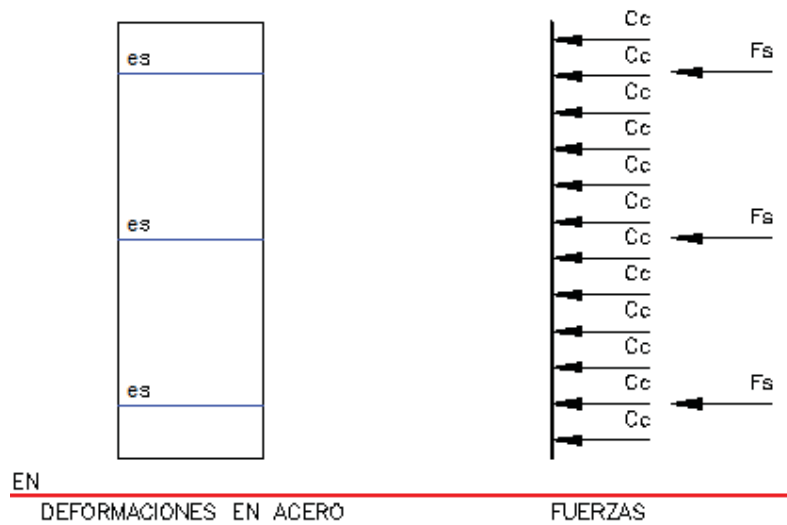
Para obtener el diagrama de interacción se evalúa la columna con diferentes ubicaciones del eje neutro "c", cada una de estas evaluaciones dará como resultado una fuerza axial y momento, en las figuras 39, 40, 41 y 42 se representa el esquema de análisis para determinar el diagrama de interacción de las columnas que llegan al nudo.

En la construcción del diagrama de interacción se deben considerar por lo menos tres puntos, el primero cuando el eje neutro está en el infinito, el segundo punto cuando el eje neutro está balanceado y el tercero cuando el eje neutro está bajo el eje neutro balanceado. Para obtener una curva que describa de mejor forma el comportamiento se pueden considerar más puntos.

En la figura 40 y 41 se presenta el esquema cuando el eje neutro está en el infinito, en ese instante todas las deformaciones del hormigón por fibra son iguales a la deformación máxima unitaria a compresión, por ende, todas las fuerzas axiales trabajan a compresión y la sumatoria de momentos con respecto al centroide de la sección es cero.

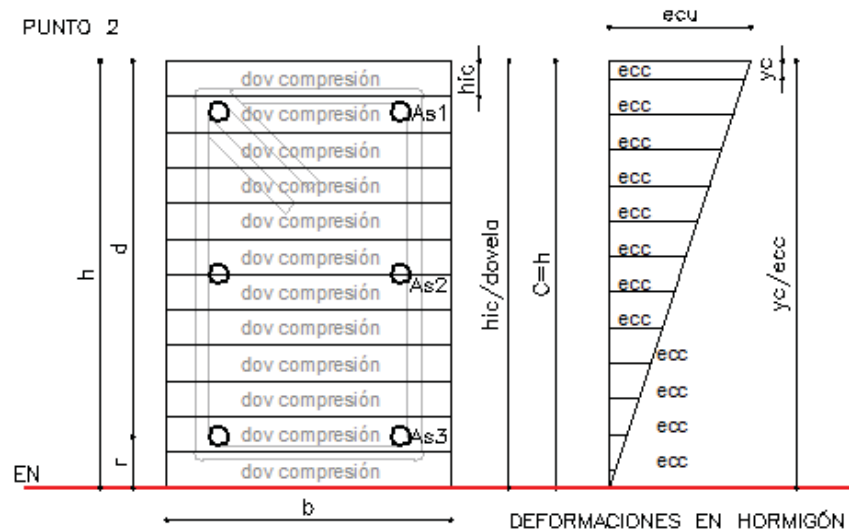


**Figura 40:** Eje neutro infinito (Diagrama de interacción columna)

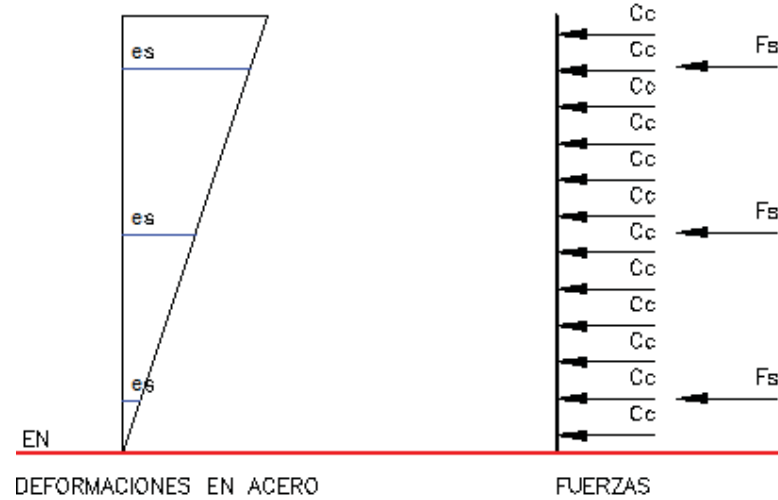


**Figura 41:** Eje neutro infinito (Diagrama de interacción columna)

En la figura 42 y 43 se considera que el eje neutro es igual a la altura de la sección donde todas las fuerzas axiales trabajan a compresión, pero la capacidad de carga decrece, ya que se genera un momento resultante en la sección.

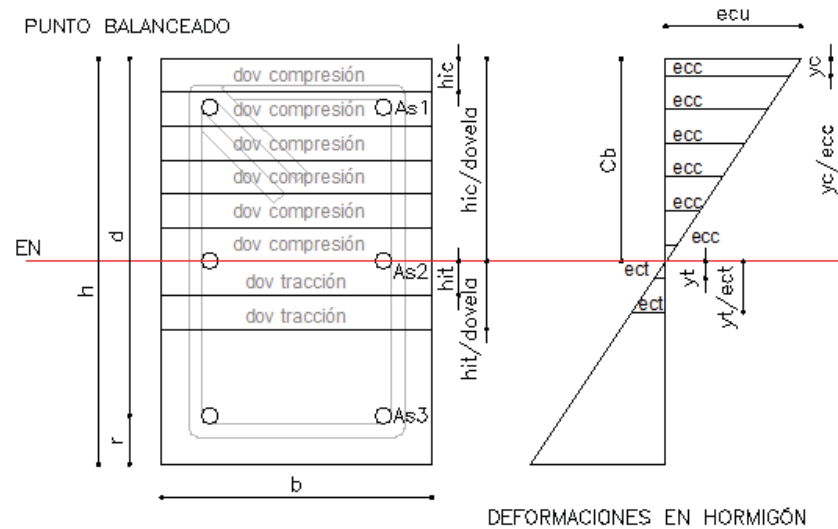


**Figura 42:** Eje neutro igual a la altura de la sección (Diagrama de interacción columna)

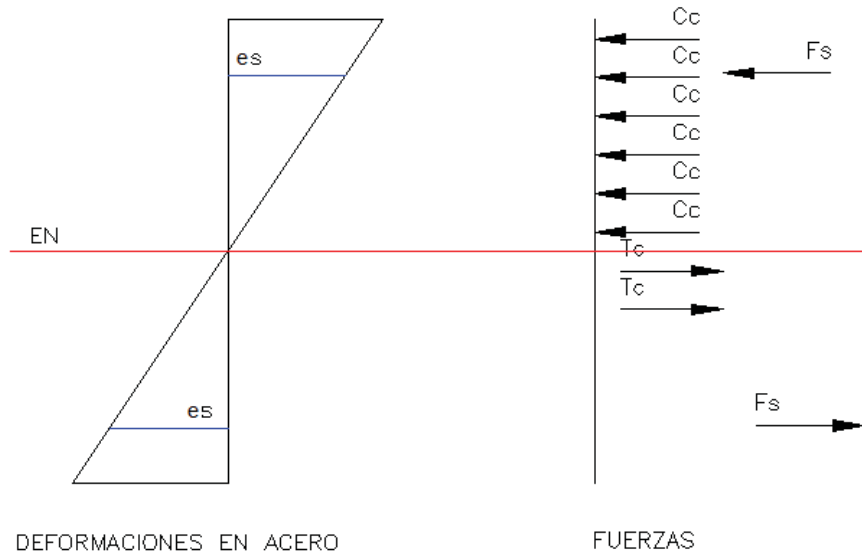


**Figura 43:** Eje neutro igual a la altura de la sección (Diagrama de interacción columna)

En la figura 44 y 45 se presenta el eje neutro balanceado, en ese el momento resultante es el mayor que puede soportar la sección.

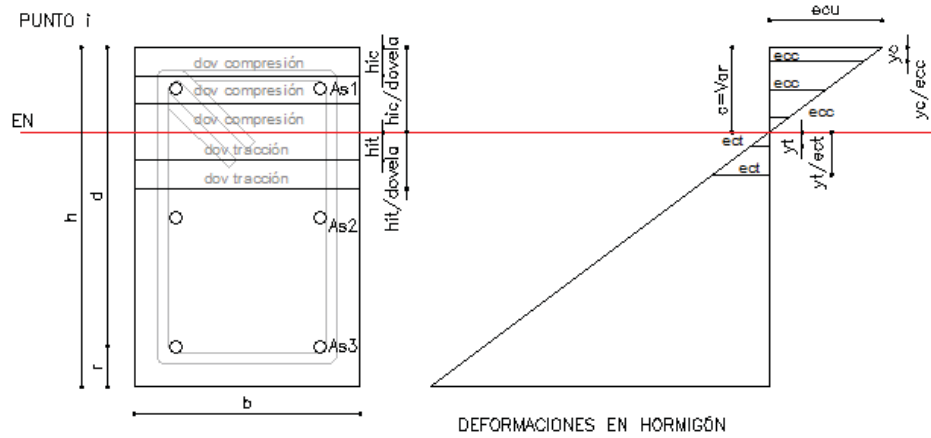


**Figura 44:** Eje neutro balanceado (Diagrama de interacción columna)

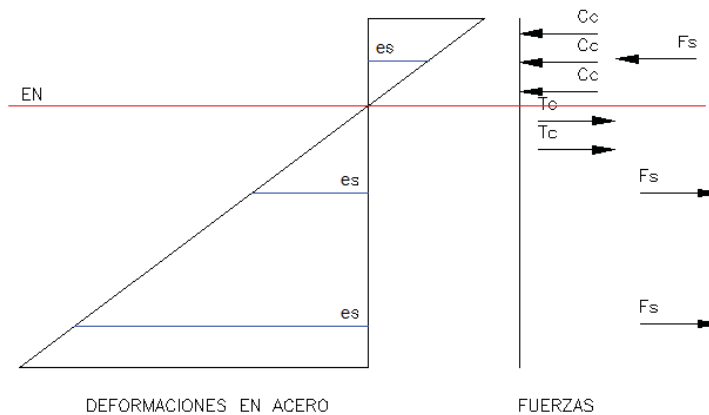


**Figura 45:** Eje neutro balanceado (Diagrama de interacción columna)

En la figura 46 y 47 se considera el esquema cuando definimos el punto final y otros puntos que se consideren necesarios en la elaboración del diagrama de interacción, donde el eje neutro variará sobre y bajo el eje neutro balanceado, obteniendo fuerzas y momentos axiales diferentes.

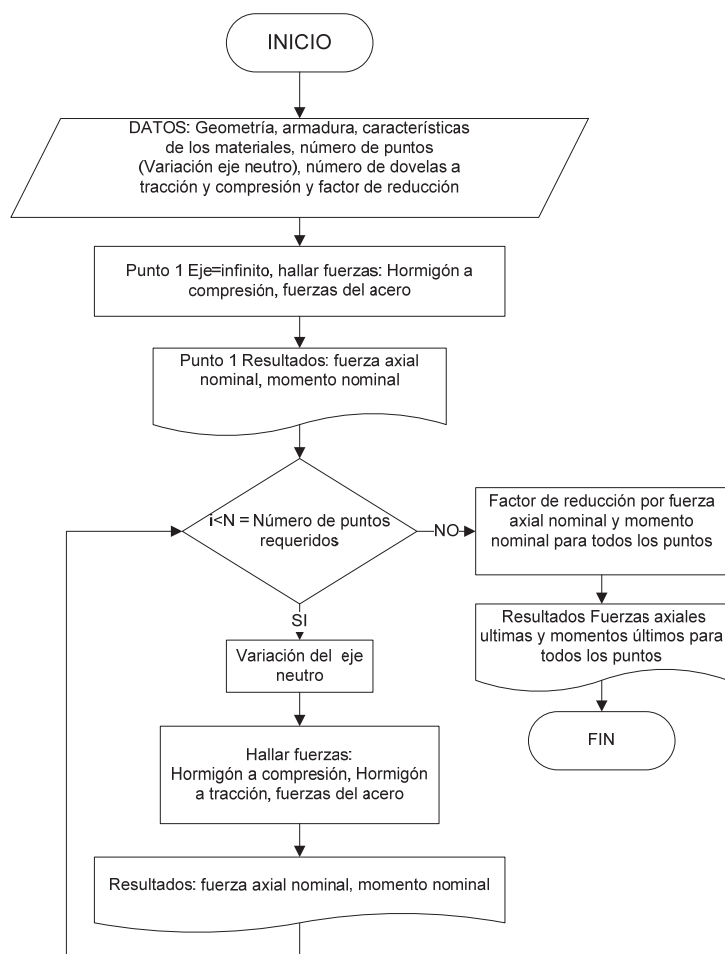


**Figura 46:** Eje neutro variable (Diagrama de interacción columna)



**Figura 47:** Eje neutro variable (Diagrama de interacción columna)

En el diagrama de flujo de la figura 48 se describe el procedimiento a seguir para hallar las curvas de interacción de las columnas adyacentes al nudo.



**Figura 48:** Procedimiento para hallar el diagrama de interacción en secciones columna adyacentes al nudo



### 1.8.3.1 Hormigón a compresión

- Altura de cada una de las dovelas de hormigón a compresión.

$$hic = \frac{c}{\text{número de dovelas a compresión}} \quad \text{Ecuación 58}$$

Donde:

c: Profundidad del eje neutro

- Deformación en el hormigón en punto medio de cada dovela, se halla por medio de relación de triángulos.

$$ecc = \frac{c-yc}{c} \times ecu \quad \text{Ecuación 59}$$

Donde:

c: Profundidad del eje neutro, yc: Distancia medida desde la mayor deformación a compresión a la mitad de cada dovela, ecu: Deformación máxima unitaria a compresión del hormigón.

- Esfuerzo de hormigón con Hognestad.

$$fch = f'c \times \left[ \left( \frac{2 \times ecc}{eo} \right) - \left( \frac{ecc}{eo} \right)^2 \right] \quad \text{Ecuación 60}$$

Donde:

f'c: Resistencia a la compresión del hormigón, ecc: Deformación del hormigón en el punto medio de cada dovela, eo: Deformación del hormigón asociada a f'c. (Aguiar, 2014)

- Fuerza de compresión de cada dovela de hormigón

$$Cc = b \times hic \times fch \quad \text{Ecuación 61}$$

Donde:

b: Base de la columna, hic: Altura de cada una de de las dovelas de hormigón a compresión, fch: Esfuerzo de hormigón con Hognestad.

### 1.8.3.2 Hormigón a tracción

- Elasticidad del hormigón a tracción.

$$Ect = \frac{2 \times f'c}{eo} \quad \text{Ecuación 62}$$

Donde:

$f'c$ : Resistencia a la compresión del hormigón,  
 $eo$ : Deformación del hormigón asociada a  $f'c$ . (Aguiar, 2014)

$$e_{cut} = 0.1 \times eo \quad \text{Ecuación 63}$$

Donde:

$eo$ : Deformación inicial del hormigón.

- Altura de cada una de las dovelas de hormigón a tracción.

$$h_{it} = \frac{t}{\text{número de dovelas a tracción}} \quad \text{Ecuación 64}$$

Donde:

$t$ : Altura del bloque a tracción

- Altura bloque a tracción del hormigón

$$t = \frac{e_{cut}}{e_{cu}} \times c \quad \text{Ecuación 65}$$

Donde:

$e_{cu}$ : Deformación máxima unitaria a compresión del hormigón,  $e_{cut}$ : Deformación máxima a tracción del hormigón,  $c$ : Profundidad del eje neutro

- Deformación en el hormigón en punto medio de cada dovela

$$e_{ct} = \frac{e_{cut}}{t} \times y_t \quad \text{Ecuación 66}$$

Donde:

$e_{cut}$ : Deformación máxima a tracción del hormigón,  $t$ : Altura bloque a tracción del hormigón,  $y_t$ : Distancia medida desde la menor deformación a tracción a la mitad de cada dovela.

- Esfuerzo del hormigón a tracción.

$$f_{ct} = E_{ct} \times e_{ct} \quad \text{Ecuación 67}$$

Donde:

$e_{ct}$ : Deformación en el hormigón en punto medio de cada dovela,  $E_{ct}$ : Elasticidad del hormigón a tracción.

- Fuerza de tracción de cada dovela

$$T_c = b \times hit \times f_{ct} \quad \text{Ecuación 68}$$

Donde:

b: base de la columna, hit: Altura de cada una de de las dovelas de hormigón a tracción,  $f_{ct}$ : Esfuerzo del hormigón a tracción.

### 1.8.3.3 Fuerzas del Acero

- Deformación del acero.

$$e_s = \frac{e_{cu}}{c} \times (c - d_a) \quad \text{Ecuación 69}$$

Donde:

$e_{cu}$ : Deformación máxima unitaria a compresión del hormigón, c: Profundidad del eje neutro,  $d_a$ : Altura efectiva acumulada del acero, desde la fibra de compresión máxima del hormigón.

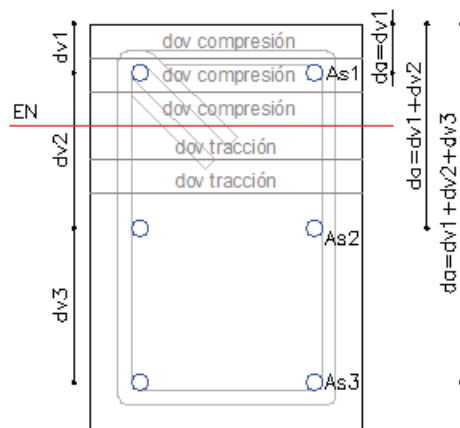


Figura 49: Altura efectiva acumulada del acero

- Fuerzas del acero

Si  $e_s < 0$  el acero trabaja a compresión caso contrario está a tracción.

$$\text{Si } e_s < e_{sy}: f_s = E_s \times e_s \rightarrow F_s = A_s \times f_s \quad \text{Ecuación 70}$$

$$\text{Si } e_s \geq e_{sy}: F_s = A_s \times f_y \quad \text{Ecuación 71}$$

Donde:

$e_{st}$ : Deformación del acero,  $e_{sy} = f_y / E_s$ : Deformación del acero en fluencia,  $f_y$ : Fluencia del acero,  $E_s$ : Módulo de elasticidad del acero,  $f_s$ : Esfuerzo corregido de fluencia,  $A_s$ : Área de acero a tracción.

### 1.8.3.4 Fuerza axial Nominal

Este análisis considera la sumatoria de las fuerzas generadas por el hormigón y el acero con respecto a la altura del eje neutro considerado.

- Fuerza axial nominal, de cada punto considerado.

$$F_n = \Sigma C_c - \Sigma T_c + \Sigma F_s \quad \text{Ecuación 72}$$

Donde

$C_c$ : Fuerza de compresión de cada dovela de hormigón,  $T_c$ : Fuerza de tracción de cada dovela de hormigón,  $F_s$ : Fuerza del acero.

#### 1.8.3.4.1 Fuerza axial Última

El momento nominal es corregido por el factor de reducción  $\emptyset$ .

$$F_u = \emptyset \times F_n \quad \text{Ecuación 73}$$

Donde:

$\emptyset$ : Factor de reducción,  $F_n$ : Fuerza axial Nominal Total.

### 1.8.3.5 Momento Nominal.

Este análisis considera el momento en el centro de inercia de la figura.

- Momento para el hormigón a compresión, para cada dovela.

$$M_{C_c} = C_c \times \left( \frac{h}{2} - y_c \right) \quad \text{Ecuación 74}$$

Donde:

$C_c$ : Fuerza de compresión de cada dovela de hormigón,  $h$ : Altura de la columna,  $y_c$ : Distancia medida desde la mayor deformación a compresión a la mitad de cada dovela.

- Momento para el hormigón a tracción, para cada dovela.

$$M_{T_c} = T_c \times \left( \left( \frac{h}{2} - c \right) + y_t \right) \quad \text{Ecuación 75}$$

Donde:

$T_c$ : Fuerza de tracción de cada dovela,  $h$ : Altura de la columna,  $y_t$ : Distancia medida desde la menor deformación a tracción a la mitad de cada dovela.

- Momento del acero

El sentido del momento depende si la fuerza del acero se encuentra en compresión o tracción

$$MFs = Fs \times \left( \frac{h}{2} - da \right) \text{ Ecuación 76}$$

Donde:

Fs: Fuerza del acero, h: Altura de la columna, da: Altura efectiva acumulada del acero, desde la fibra de compresión máxima del hormigón.

#### 1.8.3.5.1 Momento Nominal Total

$$Mn = \Sigma MCc + \Sigma MTc + MFs \text{ Ecuación 77}$$

$\Sigma MCc$ : Sumatoria de momentos del hormigón a compresión,  $\Sigma MTc$ : Sumatoria de momentos del hormigón a Tracción, MFs: Sumatoria de momentos del acero.

#### 1.8.3.5.2 Momento Último

El momento nominal es corregido por el factor de reducción  $\emptyset$ .

$$Mu = \emptyset \times Mn \text{ Ecuación 78}$$

Donde:

$\emptyset = 0.7$ : Factor de reducción, Mn: Momento Nominal Total.

### 1.8.4 Comportamiento a corte de Columnas

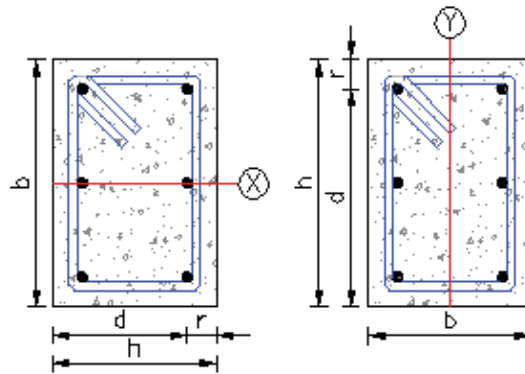
Para las fórmulas expuestas en este ítem las unidades de longitud se ingresan en centímetros y fuerza en kilogramos como se observa en la tabla 9.

**Tabla 9**

Unidades aplicables corte en Columnas

Unidades	Sistema mks esfuerzos en kg/cm <sup>2</sup>
----------	---

Se determina la fuerza cortante que la sección es capaz de resistir por cada sentido de análisis x e y, en la figura 50 se observa que la altura de la columna "h" es paralela al sentido de análisis.



**Figura 50:** Sentido de análisis para armadura por corte en columnas.

Se hace un análisis bidireccional.

- Área mínima de refuerzo para cortante

**Tabla 10**

Refuerzo mínimo a cortante

Análisis en el sentido X-X	$A_{vmin_{X-X}} = 0.2 \times \sqrt{f'c} \times \frac{b \times s}{f_{yt}} \geq 3.5 \times \frac{b \times s}{f_{yt}}$	<b>Ecuación 79</b>
----------------------------	---	--------------------

Análisis en el sentido Y-Y	$A_{vmin_{Y-Y}} = 0.2 \times \sqrt{f'c} \times \frac{b \times s}{f_{yt}} \geq 3.5 \times \frac{b \times s}{f_{yt}}$	<b>Ecuación 80</b>
----------------------------	---	--------------------

Donde:

$f'c$ : Resistencia del hormigón,  $b$ : Base de la columna,  $s$ : Espaciamiento entre estribos,  $f_{yt}$ : Fluencia del acero a corte.

- Fuerza cortante nominal del hormigón.

**Tabla 11**

Resistencia al cortante del hormigón

Análisis sentido X-X	$V_{c_{X-X}} = 0.53 \times \left(1 + \frac{N_u}{140 \times A_g}\right) \times \lambda \times \sqrt{f'c} \times b \times d$	<b>Ecuación 81</b>
----------------------	--	--------------------

Análisis sentido Y-Y	$V_{c_{Y-Y}} = 0.53 \times \left(1 + \frac{N_u}{140 \times A_g}\right) \times \lambda \times \sqrt{f'c} \times b \times d$	<b>Ecuación 82</b>
----------------------	--	--------------------

Donde:

$N_u$ : Carga de compresión axial,  $A_g = b \times h$ : Área total de la sección transversal,  $b$ : Base de la columna,  $h$ : Altura de la columna,  $\lambda$ : Peso del hormigón.

**Tabla 12**

Peso del hormigón

Hormigón de peso liviano	Hormigón de peso liviano, agregado fino peso normal	Hormigón de peso normal.
0.75	0.85	1

$f'c$ : Resistencia del hormigón,  $b$ : Base de la columna,  $d$ : Altura efectiva al acero a tracción.

- Fuerza cortante nominal del acero.

**Tabla 13**

Refuerzo para cortante

Análisis en el sentido X-X	$V_{S_{X-X}} = \frac{A_v \times f_y \times [\text{seno}(\alpha) + \text{coseno}(\alpha)] \times d}{s}$	Ecuación 83
Análisis en el sentido Y-Y	$V_{S_{Y-Y}} = \frac{A_v \times f_y \times [\text{seno}(\alpha) + \text{coseno}(\alpha)] \times d}{s}$	Ecuación 84

Donde:

$A_v$ : Área del acero a corte existente en la viga,  $f_y$ : Fluencia del acero,  $\alpha$ : Inclinación de los estribos en grados, seno y coseno en la fórmula se calcula en radianes,  $d$ : Altura efectiva,  $s$ : Espaciamiento entre estribos.

#### 1.8.4.1 Fuerza cortante en la columna.

$$V_{n_{x-x}} = \emptyset \times (V_c + V_s) \text{ Ecuación 85}; V_{n_{y-y}} = \emptyset \times (V_c + V_s) \text{ Ecuación 86}$$

Donde:

$\emptyset$ : Factor de reducción por corte  $\emptyset=0.75$ ,  $V_c$ : Fuerza cortante nominal del hormigón,  $V_s$ : Fuerza cortante nominal del acero.

#### 1.8.4.2 Fuerza cortante última.

$$V_n \geq V_{u_{X-X}}; V_n \geq V_{u_{Y-Y}} \text{ Ecuación 87}$$

Donde:

$V_n$ : Fuerza cortante en la viga,  $V_{u_{X-X}}$ : Fuerza cortante última producto de las solicitaciones externas que actúan en la columna en el sentido X-X,  $V_{u_{Y-Y}}$ : Fuerza cortante última producto de las solicitaciones externas que actúan en la columna en el sentido Y-Y.

## CAPÍTULO 2

### ANÁLISIS DE UNIONES VIGA COLUMNA REFORZADAS CON FIBRA DE CARBONO

#### 2.1 Introducción.

El CFRP (Fibra de Carbono) es una fibra sintética conformada por delgados filamentos de carbono como se observa en la figura 51, en la Ingeniería Civil se utiliza para reparación, rehabilitación y reforzamiento de elementos estructurales. Para que la fibra de carbono trabaje en conjunto con otro material, es decir como un material compuesto es necesario adherirlo con polímeros termoestables (Resina epoxi). En la figura 52 se observa una probeta de fibra de carbono con resina epoxi, para un ensayo de tracción. (Broulaye)



**Figura 51:** Filamentos de carbono (Fibra Unidireccional)



**Figura 52:** Probeta de fibra de carbono con resina epoxi (Fibra Unidireccional)

La reparación y reforzamiento de estructuras con fibra de carbono, se realiza desde mediados de la década de los 80s, presenta grandes ventajas en relación a los sistemas convencionales.

- El CFRP es un material ligero por la baja densidad que presenta.
- Proporciona aislamiento térmico, no transmite el calor por conducción.
- Tiene resistencia a las variaciones de temperatura.

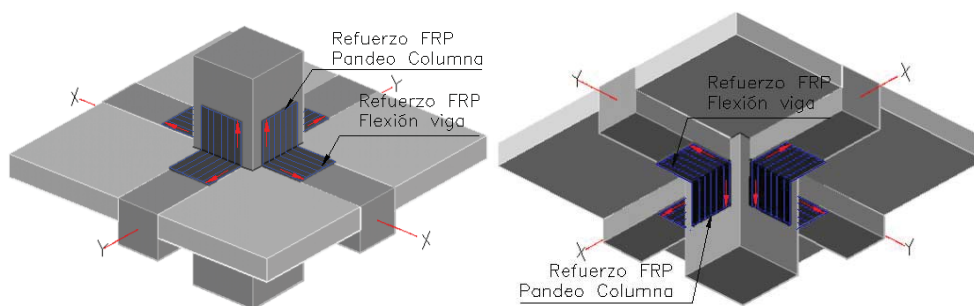


- Resistencia a agentes naturales externos como viento, lluvia, granizo, lluvia.
- Gran capacidad a resistir el impacto, puede absorber grandes cantidades de energía sin deformarse.
- Elevada resistencia mecánica a la tracción, superior a la del acero
- Su aplicación requiere menos tiempo en relación a otros sistemas de reforzamiento.

## 2.2 Metodología de reforzamiento de uniones viga columna con fibra de carbono

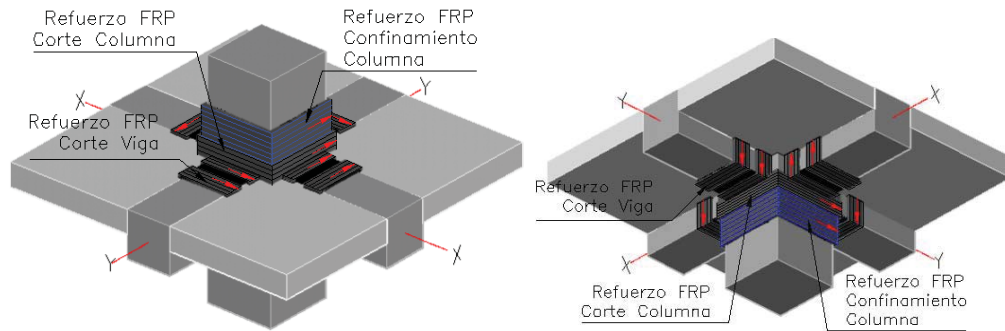
Para aumentar la capacidad de resistir esfuerzos sísmicos en las uniones viga-columna se utiliza las recomendaciones de diseño a flexión del ACI 440.2R-08 y se complementa el refuerzo con las recomendaciones de control de adherencia propuestas por el Dr. Akgucel, finalmente se evalúa el nudo basado en las recomendaciones del ACI-318S-11.

En las figuras 53 a 58 se presentan las formas estudiadas para reforzar uniones viga-columna. En la figura 53 se observa la forma del refuerzo a flexión en la base superior e inferior de la viga y en las caras de la columna de un nudo interior.



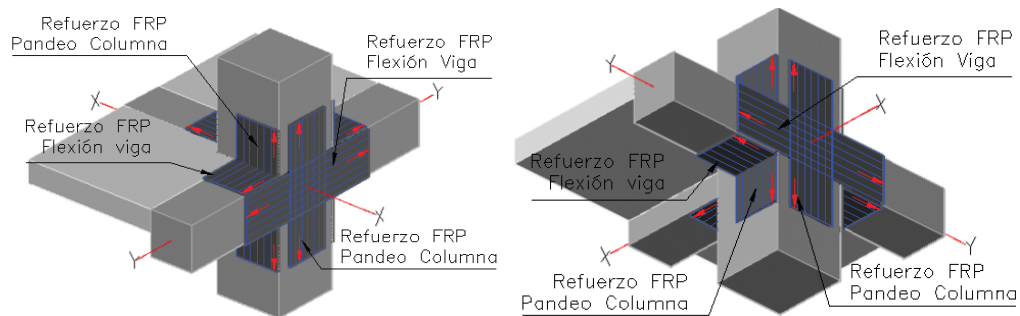
**Figura 53:** Reforzamiento con CFRP de unión interior a flexión.

En la figura 54 se observa la forma del refuerzo a corte en vigas y en columna de un nudo interior.



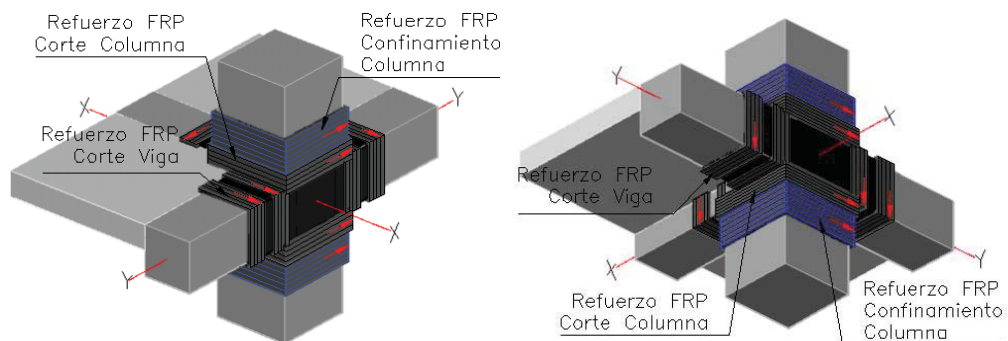
**Figura 54:** Reforzamiento con CFRP de unión interior a corte.

En la figura 55 se observa la forma del refuerzo a flexión en la base superior e inferior de la viga y en las caras de la columna de un nudo exterior.



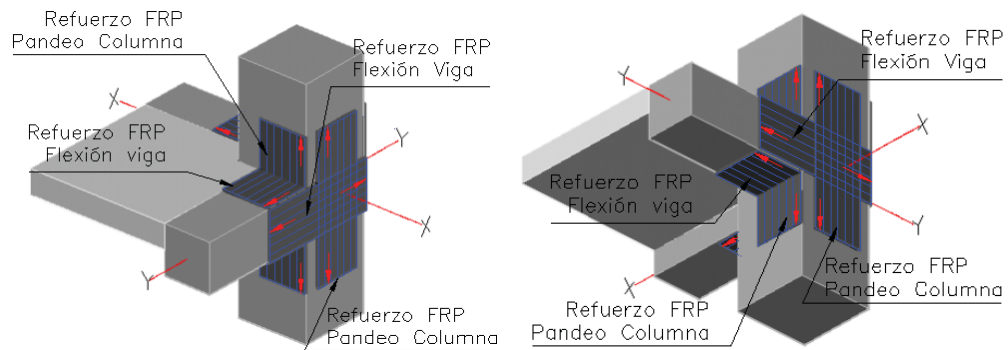
**Figura 55:** Reforzamiento con CFRP de unión exterior a flexión.

En la figura 56 se observa la forma del refuerzo a corte en vigas y columna de un nudo exterior.



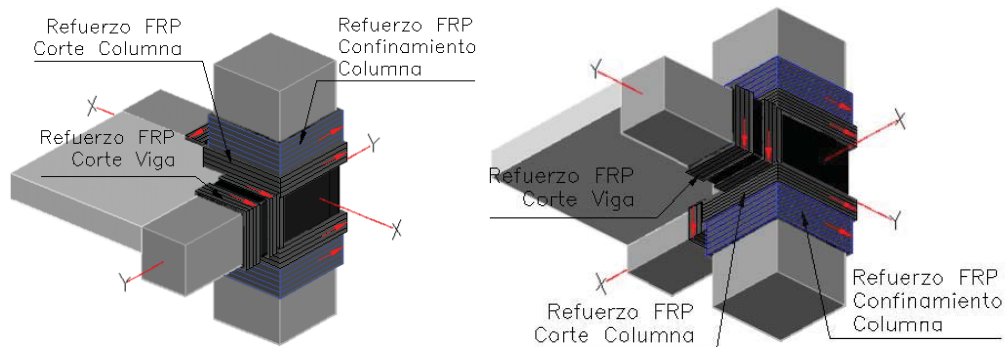
**Figura 56:** Reforzamiento con CFRP de unión exterior a corte.

En la figura 567 se observa la forma del refuerzo a flexión en la base superior e inferior de la viga y en las caras de la columna de un nudo esquinero.



**Figura 57:** Reforzamiento con CFRP de unión esquinera a flexión.

En la figura 58 se observa la forma del refuerzo a corte en vigas y columna de un nudo esquinero.



**Figura 58:** Reforzamiento con CFRP de unión esquinera a corte.

### **2.3 Esfuerzo a tensión máxima y deformación unitaria máxima de la fibra de carbono reducido por condiciones ambientales.**

Existen diversos efectos ambientales que deterioran los materiales compuestos, para reforzar el hormigón armado con fibra de carbono se considera la exposición a la humedad, temperatura, alcalinidad, agua salada, rayos UV, fuego y vandalismo. El diseñador del refuerzo de una estructura tendrá que analizar con detenimiento los factores ambientales que influyen en el sitio del proyecto para poder adoptar un valor de reducción. (ACI 440.2R-08, 2008)

**Tabla 14**

Factor de reducción por afectación del medio ambiente en varios sistemas de CFRP según sus condiciones de exposición.

Condiciones de exposición	Fibra	Factor de reducción ambiental CE
Exposición interior	Carbono	0,95
	Vidrio	0,75
	Aramida	0,85
Exposición a la intemperie (puentes, embarcaderos, y aparcamientos cerrados)	Carbono	0,85
	Vidrio	0,65
	Aramida	0,75
Ambiente agresivo (plantas químicas, plantas de tratamiento de aguas residuales)	Carbono	0,85
	Vidrio	0,50
	Aramida	0,70

Fuente: (ACI 440.2R-08, 2008)

$$F_{fu} = F_{fu}^* \times CE \quad \text{Ecuación 88}$$

$$e_{fu} = e_{fu}^* \times CE \quad \text{Ecuación 89}$$

Donde:

$F_{fu}^*$ : Esfuerzo a tensión máxima,  $e_{fu}^*$ : Deformación unitaria máxima, CE: Factor de reducción a la exposición ambiental.

## 2.4 Adherencia de la Fibra de carbono.

- Comité 440.

El código ACI 440.2R-08 recomienda que la longitud de refuerzo con fibra de carbono no debe ser menor que: (ACI 440.2R-08, 2008)

$$l_{df} = \sqrt{\frac{n \times E_f \times t_f}{f'_c}} \quad \text{Ecuación 90}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia a la compresión del hormigón,  $E_f$ : Elasticidad de la fibra de carbono,  $t_f$ : Espesor de la fibra de carbono,  $n$ : Número de capas de fibra de carbono.

- Dr Akgucel.

En la figura 59 se observa la longitud de refuerzo con fibra de carbono que el Dr. Akgucel recomienda para obtener una correcta adherencia, este

proyecto considera que el refuerzo cubra la longitud donde se formaran rótulas plásticas en la columna y la altura efectiva "d" en la viga. (Akguzel, 2011)

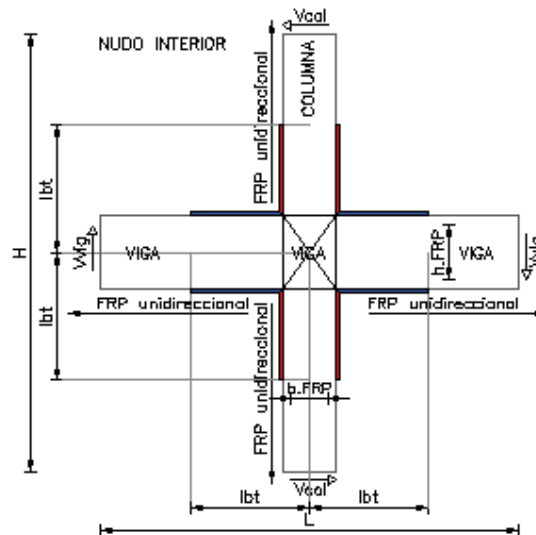
**Tabla 15**

Longitud de refuerzo del CFRP

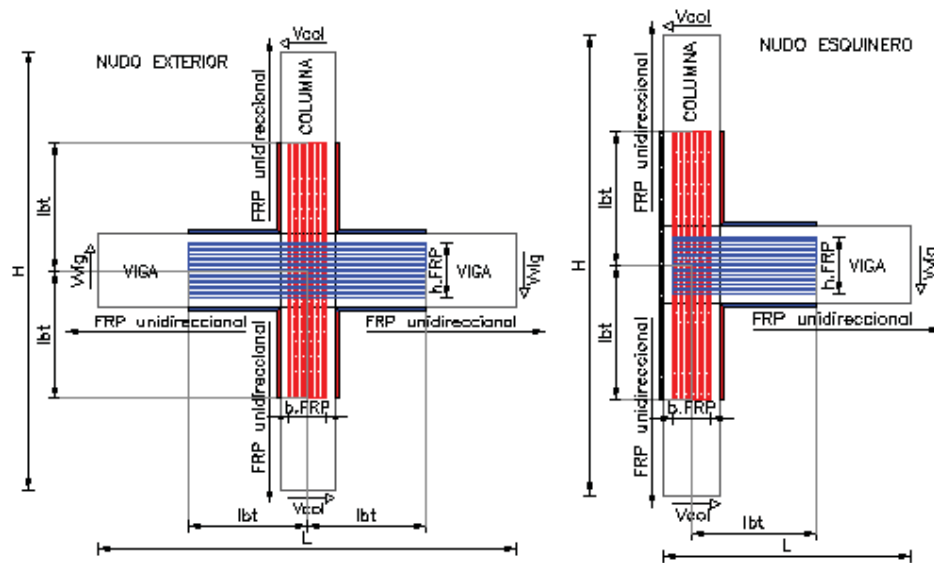
Elemento	Longitud de refuerzo con CFRP
Viga	Altura efectiva "d"
Columna	$l_p = \left[ 0.3 \times \left( \frac{N}{N_0} \right) + 3 \times \left( \frac{A_s}{A_g} \right) - 0.1 \right] \times L + 0.25 \geq 0.25 \times L$ (Bae y Bayrak 2008)
	<b>Ecuación 91</b>
Columna	$l_p = 1/4 \times L$
	<b>Ecuación 92</b>

Donde:

N/N<sub>0</sub>: Carga axial normalizada, A<sub>s</sub>: Área de acero, A<sub>g</sub>: Área sección, L: Longitud del elemento.



**Figura 59:** Longitud de adherencia propuesta del Dr. Akguzel 2011.



**Figura 60:** Longitud de adherencia propuesta del Dr. Akguzel 2011.

La longitud de refuerzo con fibra de carbono no debe ser menor que:

$$lbt = d_{fc} + \left(\frac{hc}{2}\right) \rightarrow d_{fc} = b, \text{FRP Ecuación 93}$$

Donde:

$d_{fc}$ : base del refuerzo lateral de fibra de carbono,  $hc$ : Altura de la columna.

## 2.5 Mitigación de problemas potenciales en una junta

Una vez propuesta la disposición en la que se colocará la fibra de carbono, en los elementos viga y columna que llegan al nudo se analiza como el refuerzo mejora las condiciones de las conexiones.

Para las fórmulas expuestas en este ítem las unidades de longitud se ingresan en centímetros y fuerza en kilogramos como se observa en la tabla 16.

**Tabla 16**

Unidades Problemas Potenciales en una junta

Unidades	Sistema mks esfuerzos en kg/cm <sup>2</sup>
----------	---

Factor  $\gamma$  (gamma) para control de resistencia al cortante horizontal varía:

- Nudo interior: Confinado por vigas en las cuatro caras  $\gamma=5.3$

- Nudo exterior: Confinado por vigas en tres caras, o dos caras opuestas  $\gamma=4$ . Nudo Esquinero: No confinado, otros casos  $\gamma=3.2$ .

### 2.5.1 Control de resistencia al corte

La fibra de carbono mayor los esfuerzos en los elementos viga y columna que llegan a los nudos, incrementando la capacidad de las conexiones a resistir esfuerzos cortantes. (ACI318S-11, 2011)

### 2.5.2 Control de cortante horizontal

Por medio de este control podemos analizar la cantidad de fibra de carbono necesaria en la viga.

$$\phi V_n \geq V_j \text{ Ecuación 94}$$

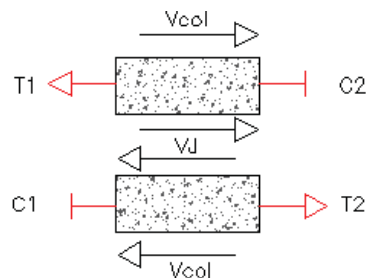
Donde:

$V_n$ : Cortante resistido por el nudo,  $V_j$ : Cortante horizontal aplicado al nudo,  $\phi$ : Factor de reducción de capacidad.

La resistencia del nudo se rige por el factor  $\phi$  que para zonas sísmicas se considera  $\phi = 0.85$ .

#### 2.5.2.1 Resistencia al cortante horizontal aplicado al nudo

La fibra de carbono contribuye en el cortante horizontal sólo cuando el refuerzo atraviesa el nudo, esto sucede sólo en nudos esquineros y exteriores, en la figura 61 se observa un nudo.



**Figura 61:** Fuerza cortante horizontal (Nudo interior)

- Momentos que se generan en un nudo interior

$$M1 = As1 \times \alpha \times Fy \times \left( d - As1 \times \alpha \times \frac{Fy}{1.7 \times f'c \times b} \right) \text{ Ecuación 95}$$

$$M2 = As2 \times \alpha \times Fy \times \left( d - As2 \times \alpha \times \frac{Fy}{1.7 \times f'c \times b} \right) \text{ Ecuación 96}$$

Donde:

M1, M2: Momento a flexión del acero en el rango inelástico, Fy: Resistencia a la fluencia del Acero, f'c: Resistencia a la compresión del hormigón, b: Base de la viga que llega al nudo, d: Altura efectiva de la viga que llega al nudo, As1: Área de armadura superior de la viga que llega al nudo, As2: Área de armadura inferior de la viga que llega al nudo.

- Cortante en la columna (Nudo interior)

$$V_{col} = \frac{M1 + M2}{H} \text{ Ecuación 97}$$

Donde:

M1, M2: Momento a flexión en el rango inelástico, Mf1, Mf2: Momento a flexión de la fibra de carbono en la base superior e inferior de la viga, H: Longitud tomada desde puntos de inflexión de las columnas que convergen en el nudo.

En la figura 62 se presenta un nudo interior donde se observa que el refuerzo de fibra de carbono en la base superior e inferior de la viga no contribuyen al momento resultante en el nudo, por ende, al cortante en la columna, este refuerzo contribuye a los momentos generados en la cara del nudo.

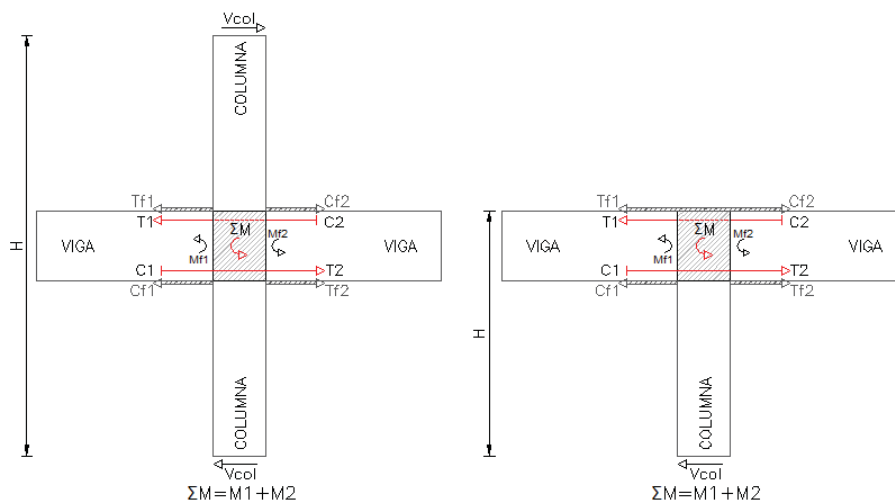
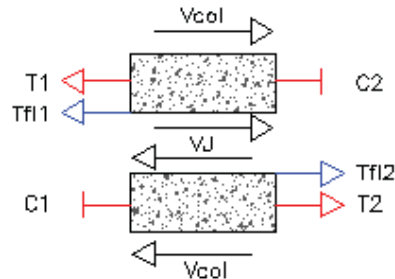


Figura 62: Fuerzas consideradas para el cortante horizontal (Nudo Interior)



En la figura 63 se presenta un nudo exterior donde se observa la contribución de la fibra de carbono lateral en la viga.



**Figura 63:** Fuerza cortante horizontal (Nudo exterior)

- Momentos que se generan en un nudo exterior

$$M1 = As1 \times \alpha \times Fy \times \left( d - As1 \times \alpha \times \frac{Fy}{1.7 \times f'c \times b} \right) \quad \text{Ecuación 98}$$

$$M2 = As2 \times \alpha \times Fy \times \left( d - As2 \times \alpha \times \frac{Fy}{1.7 \times f'c \times b} \right) \quad \text{Ecuación 99}$$

La fibra de carbono lateral se analiza en dovelas:

$$MTfl1 = \sum Tfl1 \times \left[ \left( \frac{h}{2} - (h - c) \right) - ytf \right], \quad MTfl2 = \sum Tfl2 \times \left[ \left( \frac{h}{2} - (h - c) \right) - ytf \right] \quad \text{Ecuación 100}$$

Donde:

M1, M2: Momento a flexión del acero en el rango inelástico, Mfl1, Mfl2: Momento a flexión de la fibra de carbono lateral en la viga, Fy: Resistencia a la fluencia del Acero, f'c: Resistencia a la compresión del hormigón, b: Base de la viga que llega al nudo, d: Altura efectiva de la viga que llega al nudo, As1: Área de armadura superior de la viga que llega al nudo, As2: Área de armadura inferior de la viga que llega al nudo, Tfl1, Tfl2: Fuerza de tracción de la fibra de carbono lateral, h: Altura de la viga, c: Profundidad del eje neutro, ytf: Distancia medida desde la menor deformación a tracción en la fibra de carbono a la mitad de cada dovela.

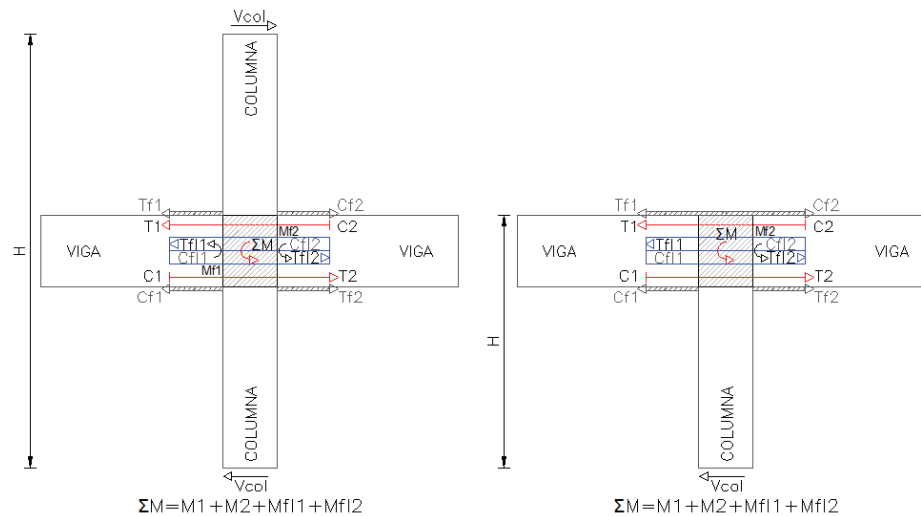
- Cortante en la columna (Nudo exterior)

$$Vcol = \frac{M1 + M2 + Mfl1 + Mfl2}{H} \quad \text{Ecuación 101}$$

Donde:

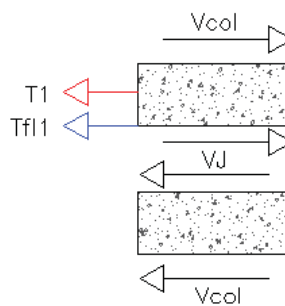
M1, M2: Momento a flexión en el rango inelástico, Mf1, Mf2: Momento a flexión de la fibra de carbono lateral en la viga, H: Longitud tomada desde puntos de inflexión de las columnas que convergen en el nudo.

En la figura 64 se presenta las fuerzas del acero y fibra de carbono que se analizan en el corte horizontal para nudos exteriores.



**Figura 64:** Fuerzas consideradas para el cortante horizontal (Nudo Exterior).

En la figura 64 se presenta un nudo esquinero donde se observa la contribución de la fibra de carbono lateral en la viga.



**Figura 65:** Fuerza cortante horizontal (Nudo esquinero)

- Momentos que se generan en un nudo esquinero

$$M1 = As1 \times \alpha \times Fy \times \left( d - As1 \times \alpha \times \frac{Fy}{1.7 \times f'c \times b} \right) \text{ Ecuación 102}$$

$$MTf1 = \sum Tf1 \times \left[ \left( \frac{h}{2} - (h - c) \right) - ytf \right] \text{ Ecuación 103}$$

Donde:

M1: Momento a flexión del acero en el rango inelástico, Mf1: Momento a flexión de la fibra de carbono lateral en la viga, Fy: Resistencia a la fluencia del Acero, f'c: Resistencia a la compresión del hormigón, b: Base de la viga que llega al nudo, d: Altura efectiva de la viga que llega al nudo, As1: Área de armadura superior de la viga que llega al nudo, As2: Área de armadura inferior de la viga que llega al nudo, Tf1: Fuerza de tracción de la fibra de carbono lateral, h: Altura de la viga, c: Profundidad del eje neutro, ytf: Distancia medida desde la menor deformación a tracción en la fibra de carbono a la mitad de cada dovela.

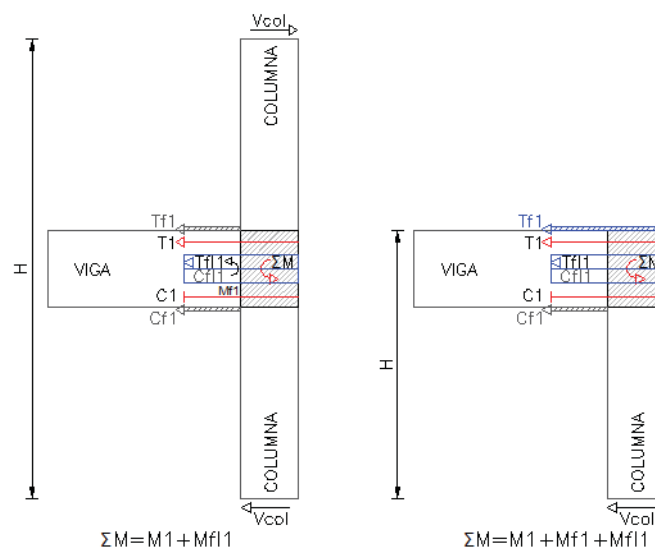
- Cortante en la columna (Nudo esquinero)

$$V_{col} = \frac{M1 + Mf1}{H} \quad \text{Ecuación 104}$$

Donde:

M1: Momento a flexión en el rango inelástico, Mf1: Momento a flexión de la fibra de carbono lateral en la viga, H: Longitud tomada desde puntos de inflexión de las columnas que convergen en el nudo.

En la figura 66 se presenta las fuerzas del acero y fibra de carbono que se analizan en el corte horizontal para nudos esquineros.



**Figura 66:** Fuerzas consideradas para el cortante horizontal (Nudo esquinero).

- Fuerzas del acero en el nudo

$$T1 = As1 \times \alpha \times Fy, \quad C2 = As2 \times \alpha \times Fy \quad \text{Ecuación 105, Ecuación 106}$$

Donde:

As1: Armadura superior de la viga que llega al nudo, As2: Armadura inferior de la viga que llega al nudo, Fy: Resistencia a la fluencia del Acero,  $\alpha$ :  $1.25 f_y$ .

- Fuerza de tracción de la fibra de carbono lateral en la viga.

$$Tf1 = Tf2 = f_{fetl} \times n_l \times t_f \times h_{itf} \quad \text{Ecuación 107}$$

Donde:

f<sub>fetl</sub>: Esfuerzo de fibra de carbono traccionada, n<sub>l</sub>: Número de fibras de carbono a tracción, t<sub>f</sub>: Espesor de la fibra de carbono, h<sub>itf</sub>: Altura de cada una de de las dovelas de fibra de carbono a tracción.

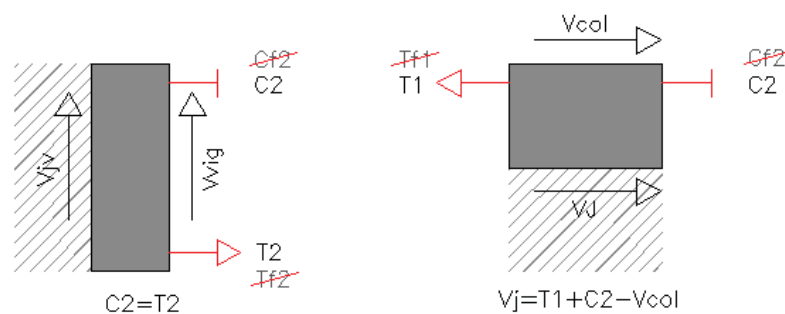
- Fuerza cortante aplicada a nudos interiores.

$$V_j = T1 + C2 - V_{col} \quad \text{Ecuación 108}$$

Donde:

T1, T2 = C2: Fuerza de tracción del acero, V<sub>col</sub>: Cortante en la columna.

En la figura 67 se realiza el equilibrio de fuerzas horizontales y verticales para hallar la fuerza cortante horizontal aplicada en nudos interiores.



**Figura 67:** Cortante horizontal aplicada al nudo (Nudos Interiores)

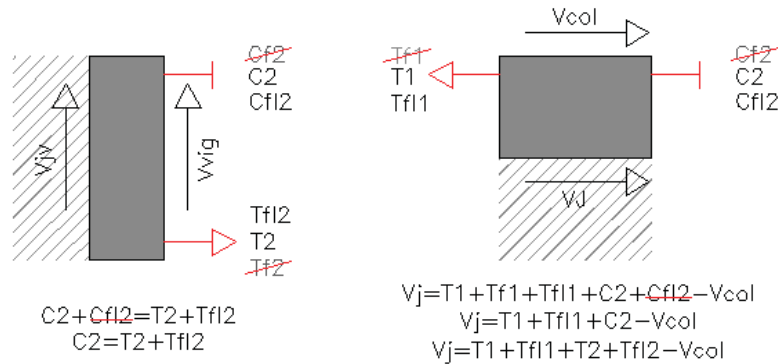
- Fuerza cortante aplicada a nudos exteriores.

$$V_j = T1 + Tf1 + C2 + Tf2 - V_{col} \quad \text{Ecuación 109}$$

Donde:

$T1, T2 = C2$ : Fuerza de tracción del acero,  $Tf1, Tf2$ : Fuerza de tracción lateral de la fibra de carbono en la viga,  $Vcol$ : Cortante en la columna.

En la figura 68 se realiza el equilibrio de fuerzas horizontales y verticales para hallar la fuerza cortante horizontal aplicada en nudos exteriores, no olvidar que la fibra de carbono sólo trabaja a tracción.



**Figura 68:** Cortante horizontal aplicada al nudo (Nudos exteriores)

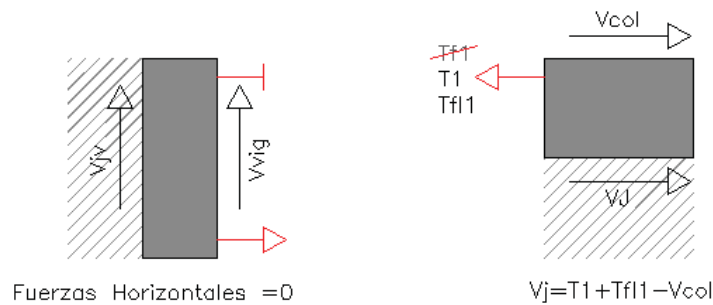
- Fuerza cortante aplicada a nudos esquineros.

**$Vj = T1 + Tf11 - Vcol$  Ecuación 110**

Donde:

$T1$ : Fuerza de tracción del acero,  $Tf11$ : Fuerza de tracción lateral de la fibra de carbono en la viga,  $Vcol$ : Cortante en la columna.

En la figura 69 se realiza el equilibrio de fuerzas horizontales y verticales para hallar la fuerza cortante horizontal aplicada en nudos esquineros, no olvidar que la fibra de carbono sólo trabaja a tracción.



**Figura 69 :** Cortante horizontal aplicada al nudo (Nudos esquineros)

### 2.5.2.2 Resistencia al Cortante horizontal resistido por el nudo

$$V_n = \gamma \times \sqrt{f'_c} \times A_j \quad \text{Ecuación 111}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia a la compresión del hormigón,  $\gamma$ : Nudo Interior 2.3; exterior 4.0; esquinero 3.2,  $A_j$ : Área efectiva.

- Área efectiva

$$A_j = b_j \times h_j \rightarrow h_j = h_c \quad \text{Ecuación 112, Ecuación 113}$$

Donde:

$h_j = h_c$ : Altura de la columna (Profundidad del nudo),  $b_j$ : Ancho efectivo

- Ancho efectivo

Debe ser el menor entre:

$$b_j = b_v + h_j \rightarrow b_j = b_v + 2 \times X \quad \text{Ecuación 114, Ecuación 115}$$

Donde:

$h_j = h_c$ : Altura de la columna (Profundidad del nudo),  $b_v$ : base de la viga,  $X$ : Distancia perpendicular de la cara de la viga a la columna.

### 2.5.3 Control al cortante vertical

$$V_{jv} \leq V_j \quad \text{Ecuación 116}$$

Donde:

$V_j$ : Fuerza cortante horizontal aplicada al nudo,  $V_{jv}$ : Fuerza cortante vertical aplicada al nudo.

#### 2.5.3.1 Resistencia al cortante vertical aplicado al nudo

El refuerzo con fibra de carbono en las caras de la columna, aumentará la capacidad de la sección a resistir esfuerzos, los esfuerzos deben ser equivalentes a una sección de mayor área.

La relación  $h_v/h_c$ , debe ser menor a uno aplicando un porcentaje de reducción, para cumplir con el cortante vertical.

$$\frac{h_v}{h_c} < 1 - \% \text{reducción}$$

$$V_{jv} = V_j \times \left( \frac{h_v}{h_c} \right) \rightarrow V_{jv} = V_j \times (1 - \% \text{reducción}) \quad \text{Ecuación 117}$$

Se obtiene la altura mínima de columna que se debería tener:

$$h_{c2} = \frac{V_{jv} \times h_{v1}}{V_{jv}} \quad \text{Ecuación 118}$$

Donde:

$V_{jv}$ : Fuerza cortante vertical aplicada al nudo,  $V_j$ : Fuerza cortante horizontal aplicada al nudo,  $h_v$ : altura de la viga,  $h_{c2}$ : altura de la columna (Paralela al sentido de análisis).

Al obtener la sección de columna necesaria se obtiene un diagrama de interacción con el refuerzo de fibra de carbono equivalente como se observa en la figura 70.

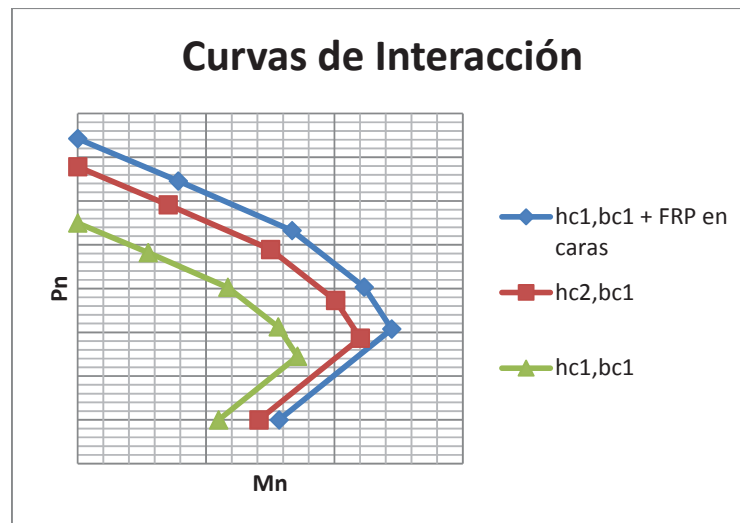
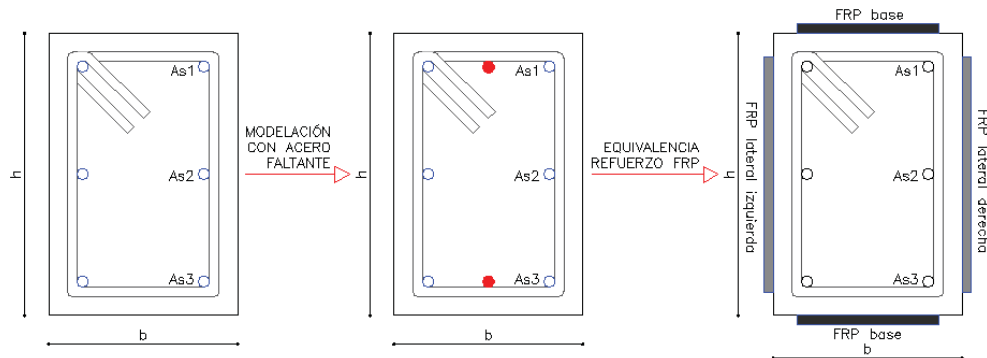


Figura 70: Diagrama de interacción equivalente para resistir cortante vertical.

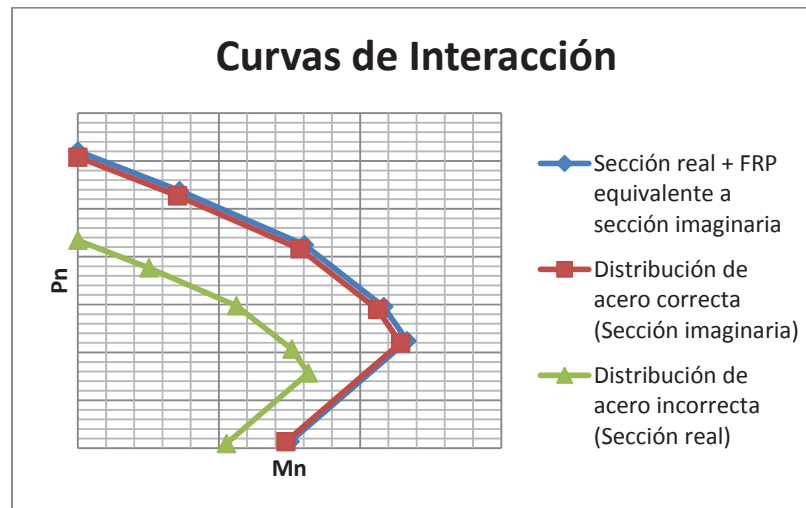
### 2.5.3.2 Resistencia al cortante vertical resistido por el nudo

Se verifica que las columnas tengan por lo menos un acero en la parte central de cada una de sus caras. Cuando esta condición no se cumple se modela la sección completando los aceros faltantes hallando el diagrama de interacción, posteriormente se evalúa la sección original sumado el refuerzo de CFRP hasta llegar a un diagrama igual, en la figura 71 y 72 se observa el

procedimiento para controlar la resistencia al cortante vertical resistido por el nudo.



**Figura 71:** Equivalencia columna reforzada con CFRP para controlar la resistencia al cortante vertical resistido por el nudo.



**Figura 72:** Diagrama de interacción equivalente para controlar la resistencia al cortante vertical resistido por el nudo.

#### 2.5.4 Control del deterioro de adherencia

Durante un sismo la estructura puede ingresar en el rango no lineal produciendo que el acero se deslice en el nudo, al reforzar con fibra de carbono las vigas continuas al nudo, se prolonga el trabajo en el rango elástico. (Aguir, Revelo, & Tapia, 2013)

El refuerzo con fibra de carbono incrementa el momento resistente de la viga, este momento debe ser superior al momento producto de solicitaciones externas a tal punto de conseguir que el acero trabaje en el rango elástico,



es importante considerar que el refuerzo de la fibra de carbono en las vigas tiene que cumplir el control de cortante horizontal.

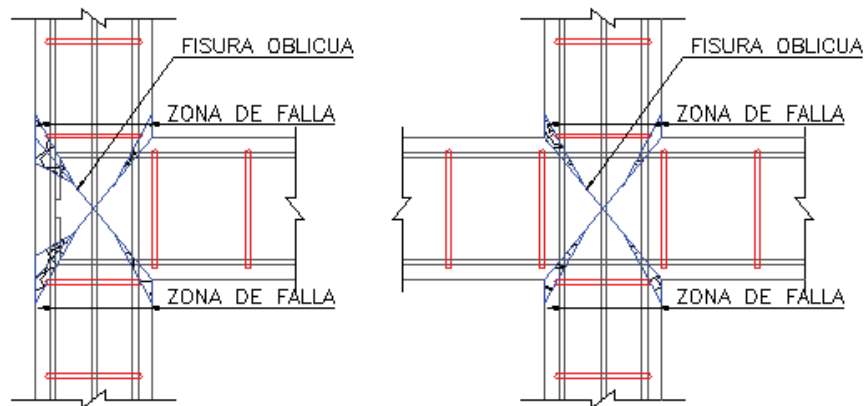
Se debe procurar que  $\epsilon_s < \epsilon_{sy}$  para que la fuerza del acero longitudinal a tracción no trabaje en circunstancias límite.

Donde:

$\epsilon_s$ : Deformación del acero,  $\epsilon_{sy} = f_y/E_s$ : Deformación del acero en fluencia,  $f_y$ : Fluencia del acero,  $E_s$ : Módulo de elasticidad del acero.

### 2.5.5 Refuerzo de confinamiento

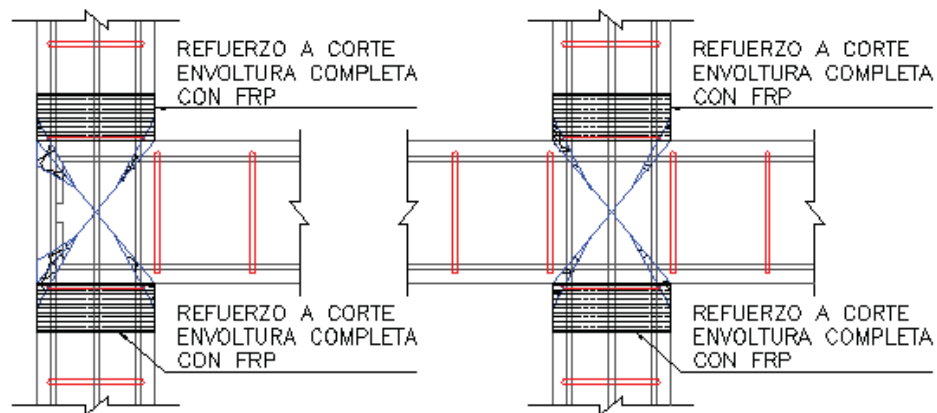
Al no cumplir con: dimensiones de viga requerida con respecto a la columna que conforma el nudo, menor o nula cantidad de estribos en el nudo y figurado incorrecto del acero, ocasionan que en la conexión bajo la acción de un sismo se genere una fisura oblicua a lo largo de toda la conexión donde se concentran los esfuerzos, estas fisuras inician en la unión de la cara de la columna con la cara de la viga donde el hormigón falla a compresión.



**Figura 73:** Falla en nudo por insuficiente refuerzo a confinamiento.

No es posible reforzar el nudo con fibra de carbono por confinamiento, sin embargo, el refuerzo de fibra de carbono en la sección de columna que se interseca con la viga, mejora las condiciones de absorción de esfuerzos de la conexión, aumentando la rigidez y ayudando al elemento a resistir mayores momentos evitando la tracción del concreto.

Para retrasar el inicio de la fisura se coloca refuerzo a corte el cual genera sobre resistencia del hormigón a compresión, este refuerzo no representa una solución equivalente a la falta de acero de confinamiento, pero contribuirá a retardar el deterioro de la conexión.



**Figura 74:** Refuerzo a corte para dar sobre resistencia a en inicio de zonas de falla.

Un valor estimado del refuerzo a corte con fibra de carbono será tomando un valor equivalente del acero mínimo requerido (Ver Capítulo 1.6.5) :

$$A_v = A_{sh}, \quad s = sh$$

$$V_s = \frac{A_v \times f_y \times [\text{seno}(\alpha) + \text{coseno}(\alpha)] \times d}{s} \quad \text{Ecuación 119}$$

$$V_f = V_s$$

$$A_{fv} = \frac{V_f \times s_f}{F_{fe} \times [\text{seno}(\alpha) + \text{coseno}(\alpha)] \times d_{fv}} \quad \text{Ecuación 120}$$

Donde:

$A_v$ : Área del acero a corte existente en la viga,  $f_y$ : Fluencia del acero,  $\alpha$ : Inclinación de los estribos en grados, seno y coseno en la fórmula se calcula en radianes,  $d$ : Altura efectiva,  $s$ : Espaciamiento entre estribos,  $A_{fv} = 2 \times n_f \times t_f \times w_f$ : Área de la fibra,  $n_f$ : Número de capas,  $t_f$ : Espesor de la fibra de carbono,  $w_f$ : Ancho de la fibra de carbono,  $F_{fe}$  Esfuerzo efectivo en el CFRP,  $\alpha$ : Inclinación de la fibra en grados,  $d_{fv} = 0.85 \times d$ : Altura efectiva del reforzamiento a cortante,  $s_f$ : Espaciamiento de la fibra de carbono.

### 2.5.6 Longitud de anclaje

$$l_{dh_{req}} < l_{dh_{disp}}, \quad l_{dh_{req}} = \frac{F_y \times \phi_v}{17.2 \times \sqrt{f'_c}}, \quad l_{dh_{req}} = 1.25 \times \frac{F_y \times \phi_v}{17.2 \times \sqrt{f'_c}}$$

Ecuación 121, Ecuación 122

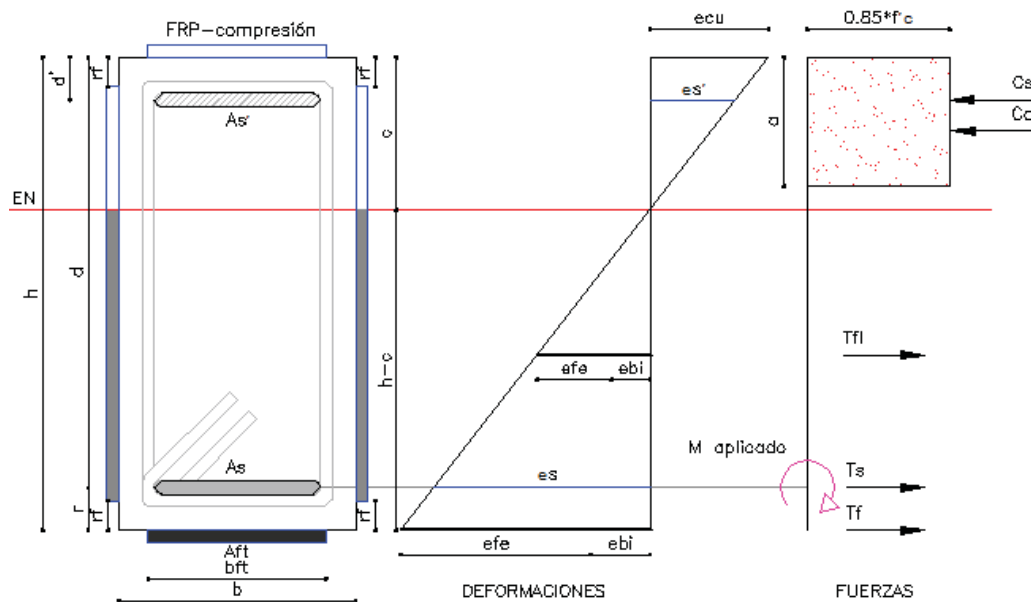
El refuerzo con fibra de carbono en la viga debe ser suficiente para lograr que el acero no entre en el rango de fluencia.

$$esy = \frac{f_y}{E_s} \rightarrow est < esy \rightarrow fs = est \times E_s \quad \text{Ecuación 123}$$

Donde:

est: Deformación del acero, esy =  $f_y/E_s$ : Deformación del acero en fluencia,  $f_y$ : Fluencia del acero,  $E_s$ : Módulo de elasticidad del acero.

Para determinar la longitud de anclaje requerida después del reforzamiento con CFRP, se utiliza una formula aproximada basada en el diagrama de esfuerzos de compresión en el hormigón y rectángulo equivalente de Whitney, donde se considera el aporte del acero y la fibra de carbono.



**Figura 75:** Diagrama de esfuerzos de compresión en el hormigón, acero y CFRP y rectángulo equivalente de Whitney.

Se conoce el momento aplicado en la viga, con el cual se obtiene la fuerza del acero a tracción ( $T_s$ ).

Ecuaciones para hallar altura del eje neutro:

$$a = \frac{C_c}{0.85 \times f'_c \times b} \rightarrow C_c = T_s - C_s + T_f + T_{fl} \quad \text{Ecuación 124}$$

$$a = \frac{(A_s - A_s') \times f_y + T_f + T_{fl}}{0.85 \times f'_c \times b} \rightarrow T_{fl} = f_{fetl} \times n_l \times t_f \times (h - c - r_f) \rightarrow f_{fetl} = E_f \times 0.90 e_{fu}$$

**Ecuación 125**

$$c = \frac{a}{B_1} \quad \text{Ecuación 126}$$

$$c = \frac{(A_s - A_s') \times f_y + T_f + f_{fetl} \times n_l \times t_f \times (h - r_f)}{0.85 \times f'_c \times b \times B_1 + f_{fetl} \times n_l \times t_f} \quad \text{Ecuación 127}$$

Para conocer el estado de deformación del acero a tracción se despeja la fuerza de compresión del hormigón, asumiendo que el momento nominal se genera en el acero a tracción de la viga. Para el despeje se reemplaza el momento aplicado por el momento nominal.

$$C_c = \frac{M_{aplicado} - C_s(d - d') - T_f \times d' + T_{fl} \times \left( \frac{h - c - 2 \times d' + r_f}{2} \right)}{d - (a/2)} \quad \text{Ecuación 128}$$

Finalmente se despeja la fuerza del acero a tracción.

$$T_s = C_c + C_s - T_f - T_{fl} \quad \text{Ecuación 129}$$

$$f_s = T_s / A_s \quad \text{Ecuación 130}$$

Donde:

c: Profundidad del eje neutro,  $f_s$ : Esfuerzo corregido de fluencia,  $A_s$ : Área de acero a tracción,  $A_s'$ : Área de acero a compresión,  $f_y$ : Fluencia del acero,  $T_f$ : Fuerza de tracción de la fibra de carbono en la base de la viga,  $T_{fl}$ : Fuerza de tracción de la fibra de carbono lateral,  $f_{fetl}$ : Esfuerzo de fibra de carbono traccionada,  $r_f$ : Inicio de la fibra lateral a partir de la base de la viga,  $n_l$ : Número de fibras de carbono a tracción,  $t_f$ : Espesor de la fibra de carbono,  $h$ : Altura de la viga,  $a$ : Altura del bloque de compresión,  $B_1$ : Relación entre la profundidad de bloque rectangular equivalente de esfuerzos de compresión con la profundidad del eje neutro.

Se asume:

$$I_{dh_{req}} = \frac{f_s \times \emptyset^3 v}{17.2 \times \sqrt{f'_c}}, \quad I_{dh_{req}} = 1.25 \times \frac{f_s \times \emptyset^3 v}{17.2 \times \sqrt{f'_c}} \quad \text{Ecuación 131, Ecuación 132}$$

## 2.6 Comportamiento de elementos viga y columna reforzados con fibra de carbono que llegan al nudo.

### 2.6.1 Comportamiento de vigas (flexión)

Para las fórmulas expuestas en este ítem las unidades de longitud se ingresan en milímetros y fuerza en Newton como se observa en la tabla 17.

Tabla 17

Unidades aplicables reforzamiento en caras de la viga

Unidades	Sistema SI esfuerzos en MPa
----------	-----------------------------

#### 2.6.1.1 Fibra de carbono lateral a tracción.

En la figura 76 se observa dos posibles casos de colocación de la fibra de carbono lateral, en el lado izquierdo se muestra el caso cuando las dos caras están libres y pueden ser reforzadas, en el lado derecho cuando sólo se puede reforzar una cara. El procedimiento para obtener el momento nominal resistente es igual en los dos casos.

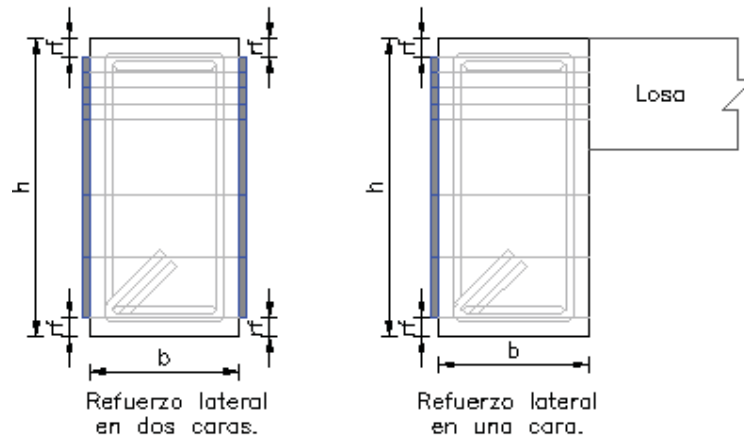


Figura 76: Esquemas de análisis de la fibra de carbono

En las figuras 77, 78 y 79 se presenta el esquema de análisis para determinar el comportamiento de la viga con el refuerzo de fibra de carbono lateral.

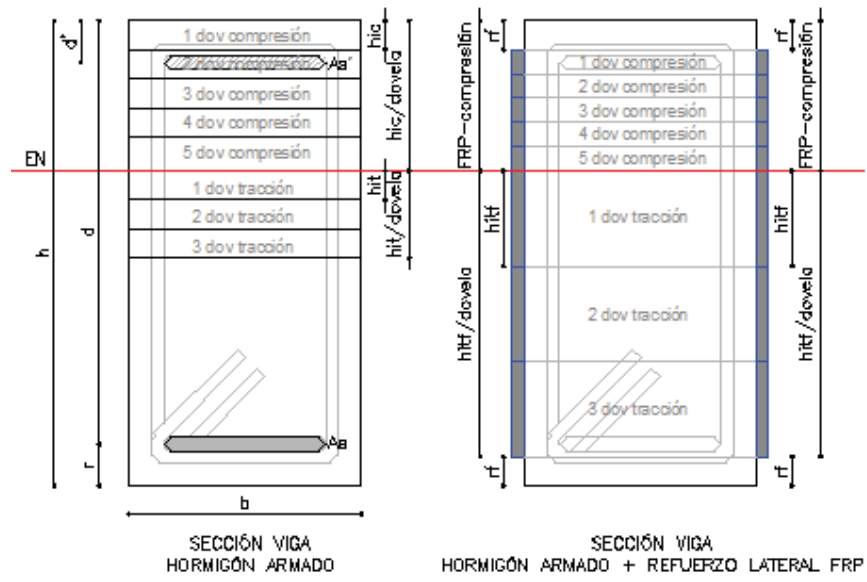


Figura 77: Deformaciones y fuerzas en viga con fibra de carbono lateral

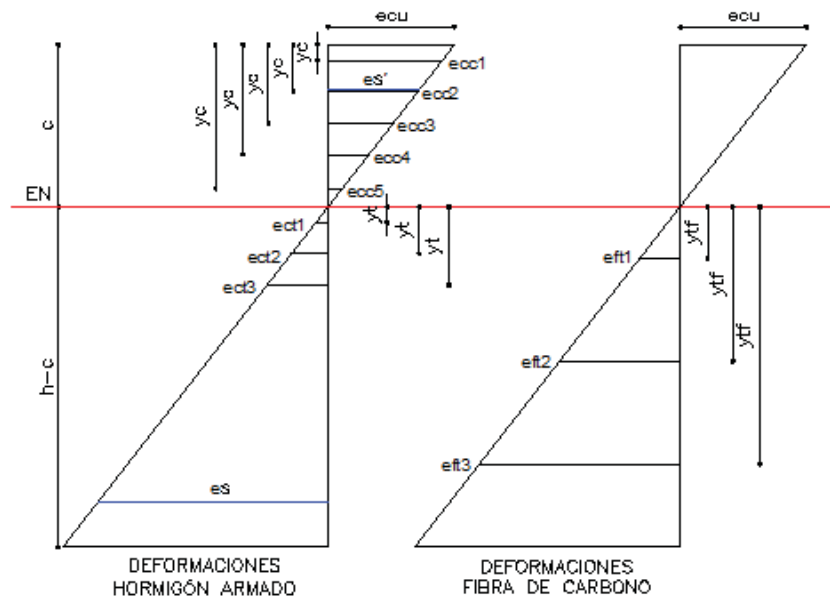
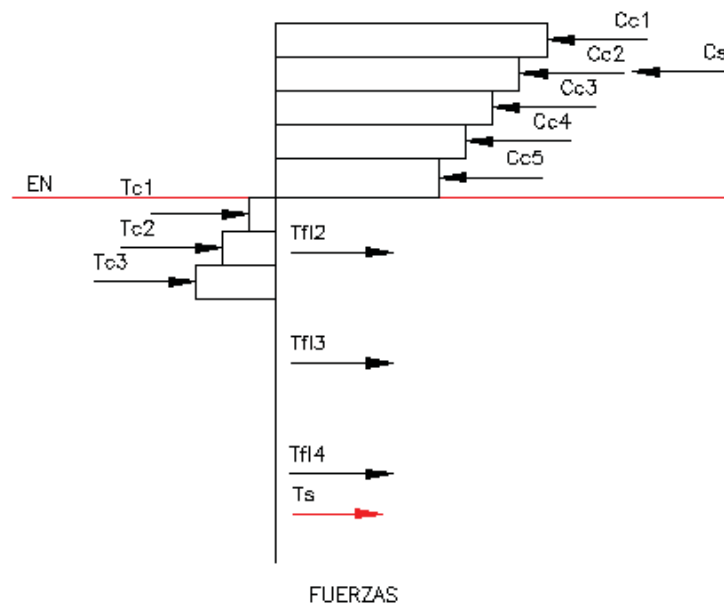


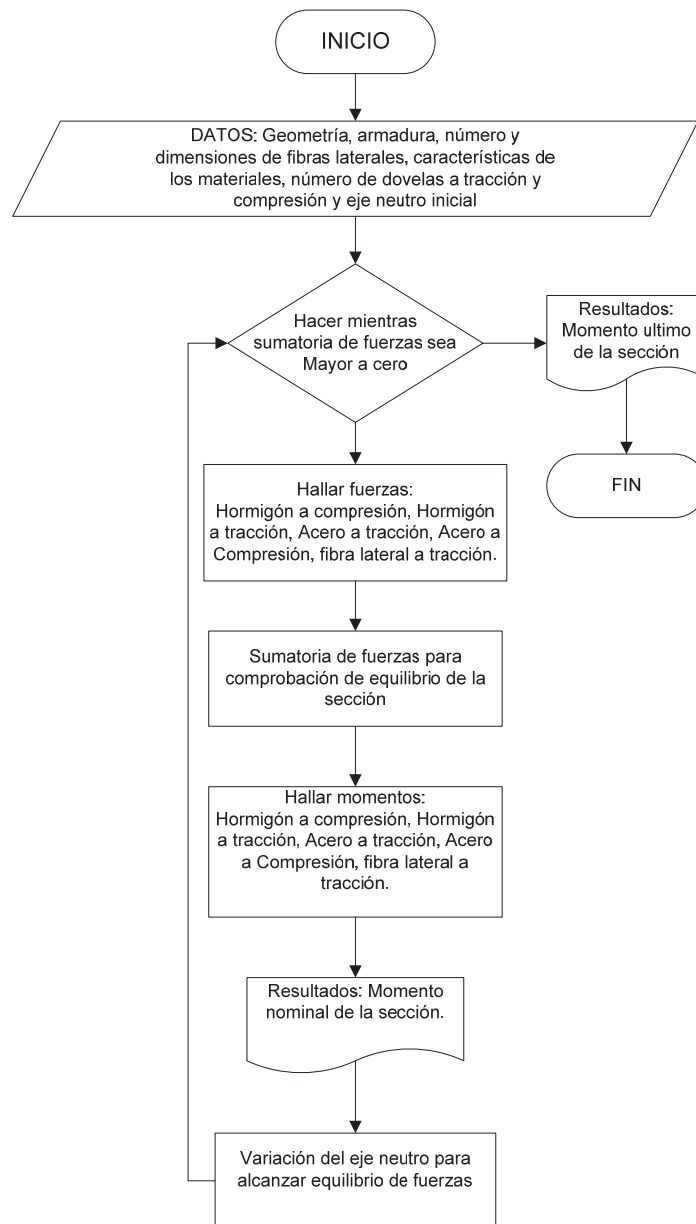
Figura 78: Deformaciones y fuerzas en viga con fibra de carbono lateral



**Figura 79:** Equilibrio de fuerzas en viga con fibra de carbono lateral

La fibra de carbono lateral se evalúa en dovelas al igual que el hormigón armado, las fibras describirán como el refuerzo de carbono divide sus esfuerzos en tensión y compresión, el refuerzo se suma con el proceso iterativo donde el valor del eje neutro "c" irá variando hasta encontrar el equilibrio en la sección, en el diagrama de flujo de la figura 80 se describe el procedimiento a seguir para hallar la contribución de la fibra de carbono al momento resistente de las vigas adyacentes al nudo.

Para hallar el momento resistente no se considera la fuerza de la fibra de carbono a compresión, ya que la fibra de carbono sólo trabaja a tracción. Sin embargo se analizan las fuerzas de la fibra de carbono "a compresión" en el instante que se generen momentos reversibles generados por un sismo, es decir cuando las fibras que trabajaban a compresión empiezan a trabajar a tracción.



**Figura 80:** Procedimiento para hallar el momento último en secciones viga adyacentes al nudo

- Altura de cada una de las dovelas de fibra de carbono a tracción.

$$hitf = \frac{h-c-rf}{\text{número de dovelas a tracción}} \quad \text{Ecuación 133}$$

Donde:

h: Altura de la viga, c: Profundidad del eje neutro, rf: Inicio de la fibra lateral a partir de la base de la viga.



- Deformación al instante de colocar la fibra

$$e_{bi} = \frac{M_i \times y_{tf}}{E_c \times I} \quad \text{Ecuación 134}$$

Donde:

$M_i$ : Momento al instante de colocar la fibra de carbono,  $y_{tf}$ : Distancia medida desde la menor deformación a tracción en la fibra de carbono a la mitad de cada dovela,  $E_c$ : Módulo de elasticidad del hormigón,  $I$ : Momento de inercia.

- Factor de reducción por tensión.

$$e_{fd} = 0.41 \times \sqrt{\frac{f'_c}{n_t \times E_f \times t_f}} \quad \text{Ecuación 135}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia a la compresión del hormigón,  $n_t$ : Número de fibras de carbono a tracción,  $t_f$ : Espesor de la fibra de carbono,  $E_f$ : Elasticidad de la fibra de carbono.

- Se toma la deformación de ruptura dependiendo de la siguiente condición:

$$e_{fd} \leq 0.9 \times e_{fu}$$

Si  $e_{fd} \leq 0.9 \times e_{fu}$  se mantiene el factor de reducción por tensión.

$$e_{fdl} = e_{fd} \quad \text{Ecuación 136}$$

Si  $e_{fd} > 0.9 \times e_{fu}$  el factor de reducción por tensión es remplazado por la deformación de tensión de ruptura.

$$e_{fdl} = 0.9 \times e_{fu} \quad \text{Ecuación 137}$$

Donde:

$e_{fu}$ : Deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales.

- Deformación de la fibra de carbono en el punto medio de cada dovela.

$$e_{ft} = \frac{e_{cu} \times y_{tf}}{c} \quad \text{Ecuación 138}$$

Donde:

$c$ : Profundidad del eje neutro,  $y_{tf}$ : Distancia medida desde la menor deformación a tracción en la fibra de carbono a la mitad de cada dovela,  $e_{cu}$ : Deformación máxima unitaria a compresión.

- Se toma la deformación dependiendo de la siguiente condición:

$$e_{ft} \leq e_{fdl}$$

Si  $e_{ft} \leq e_{fdl}$  se mantiene la deformación en la fibra de carbono en el punto medio de cada dovela.

$$e_{ft} = e_{ft} \quad \text{Ecuación 139}$$

Si  $e_{ft} > e_{fdl}$  la deformación en la fibra de carbono en el punto medio de cada dovela es remplazada por la deformación de tensión de ruptura.

$$e_{ft} = e_{fdl} \quad \text{Ecuación 140}$$

- Esfuerzo de la fibra de carbono traccionada.

$$f_{fetl} = E_f \times e_{ft} \quad \text{Ecuación 141}$$

Donde:

$e_{fc}$ : Deformación de tracción de diseño,  $E_f$ : Elasticidad de la fibra de carbono.

- Fuerza de tracción de la fibra de carbono lateral.

$$T_{fl} = f_{fetl} \times n_l \times t_f \times h_{itf} \quad \text{Ecuación 142}$$

Donde:

$f_{fetl}$ : Esfuerzo de fibra de carbono traccionada,  $n_l$ : Número de fibras de carbono a tracción,  $t_f$ : Espesor de la fibra de carbono,  $h_{itf}$ : Altura de cada una de de las dovelas de fibra de carbono a tracción.

### 2.6.1.2 Fibra de carbono en la base a tracción.

Para el reforzamiento se necesita conocer cómo se encuentra el momento de inercia del elemento.

### 2.6.1.2.1 Momento de inercia al instante de colocar la fibra de carbono.

- Resistencia del hormigón en el agrietamiento

$$f_r = 1.989 \times \sqrt{f'_c} \quad \text{Ecuación 143}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia a la compresión del hormigón.

- Relación elasticidad del acero con elasticidad del hormigón

$$n_s = E_s/E_c \quad \text{Ecuación 144}$$

Donde:

$E_s$ : Módulo de elasticidad del acero,  $E_c$ : Módulo de elasticidad del hormigón.

- Ubicación inicial del eje neutro considerando que la sección no está agrietada

$$C_{b\_cr} = \frac{\frac{1}{2} \times b \times h^2 + (n_s - 1) \times (A'_s \times d' + A_s \times d)}{b \times h + (n_s - 1) \times (A'_s + A_s)} \quad \text{Ecuación 145}$$

Donde:

$A_s$ : Área de acero a tracción,  $A'_s$ : Área de acero a compresión,  $d$ : Altura efectiva del acero a tracción,  $d'$ : Altura efectiva del acero a compresión,  $n_s$ : Relación elasticidad del acero con elasticidad del hormigón,  $b$ : Base de la viga,  $h$ : Altura de la viga.

- Momento de inercia considerando que la sección no está agrietada

$$I_g = \frac{1}{12} \times b \times h^3 + b \times h \times \left( C_{b\_cr} - \frac{1}{2} \times h \right)^2 + (n_s - 1) \times [A'_s \times (C_{b\_cr} - d')^2 + A_s \times (C_{b\_cr} - d)^2] \quad \text{Ecuación 146}$$

Donde:

$A_s$ : Área de acero a tracción,  $A'_s$ : Área de acero a compresión,  $d$ : Altura efectiva del acero a tracción,  $d'$ : Altura efectiva del acero a compresión,  $n_s$ : Relación elasticidad del acero con elasticidad del hormigón,  $b$ : Base de la viga,  $h$ : Altura de la viga,  $C_{b\_cr}$ : Ubicación inicial del eje neutro considerando que la sección no está agrietada.

- Momento de Agrietamiento

$$M_{cr} = \frac{f_r \times I_g}{h - C_{b\_Cr}} \quad \text{Ecuación 147}$$

Donde:

$f_r$ : Resistencia del hormigón en el agrietamiento,  $I_g$ : Momento de inercia considerando que la sección no está agrietada,  $h$ : Altura de la viga,  $C_{b\_cr}$ : Ubicación inicial del eje neutro con sección no agrietada.

- Ubicación inicial del eje neutro considerando que la sección está agrietada.

$$B = \frac{b}{ns \times A_s} \quad \text{Ecuación 148}$$

$$r = \frac{(ns-1) \times A'_s}{ns \times A_s} \quad \text{Ecuación 149}$$

$$C_{a\_cr} = \frac{\left[ \sqrt{3 \times d \times B \times \left(1 + \frac{r \times d'}{d}\right) + (1+r)^2} - (1+r) \right]}{B} \quad \text{Ecuación 150}$$

Donde:

$A_s$ : Área de acero a tracción,  $A'_s$ : Área de acero a compresión,  $d$ : Altura efectiva del acero a tracción,  $d'$ : Altura efectiva del acero a compresión,  $ns$ : Relación elasticidad del acero con elasticidad del hormigón,  $b$ : Base de la viga.

- Momento de inercia considerando que la sección está agrietada.

$$I_{cr} = \frac{1}{3} \times b \times C_{a\_cr}^3 + ns \times A_s \times (d - C_{a\_cr})^2 + (ns - 1) \times A'_s \times (C_{a\_cr} - d')^2$$

**Ecuación 151**

Donde:

$A_s$ : Área de acero a tracción,  $A'_s$ : Área de acero a compresión,  $d$ : Altura efectiva del acero a tracción,  $d'$ : Altura efectiva del acero a compresión,  $ns$ : Relación elasticidad del acero con elasticidad del hormigón,  $b$ : Base de la viga,  $h$ : Altura de la viga,  $C_{a\_cr}$ : Ubicación inicial del eje neutro con sección agrietada.

- Para determinar la inercia con la que se realizan los cálculos se evalúa la condición

$M_i < M_{cr}$

Si  $M_i < M_{cr}$  el momento de inercia es igual al momento de inercia cuando la sección no está agrietada.

$I = I_g$  Ecuación 152

Si  $M_i > M_{cr}$  el momento de inercia es igual al momento de inercia cuando la sección esta agrietada.

$I = I_{cr}$  Ecuación 153

Donde:

$M_i$ : Momento al instante de colocar la fibra de carbono.

### 2.6.1.2.2 Aporte de la fibra de carbono.

En la figura 81 y 82 se presenta el esquema de análisis para determinar el comportamiento de la viga con el refuerzo de fibra de carbono en la base.

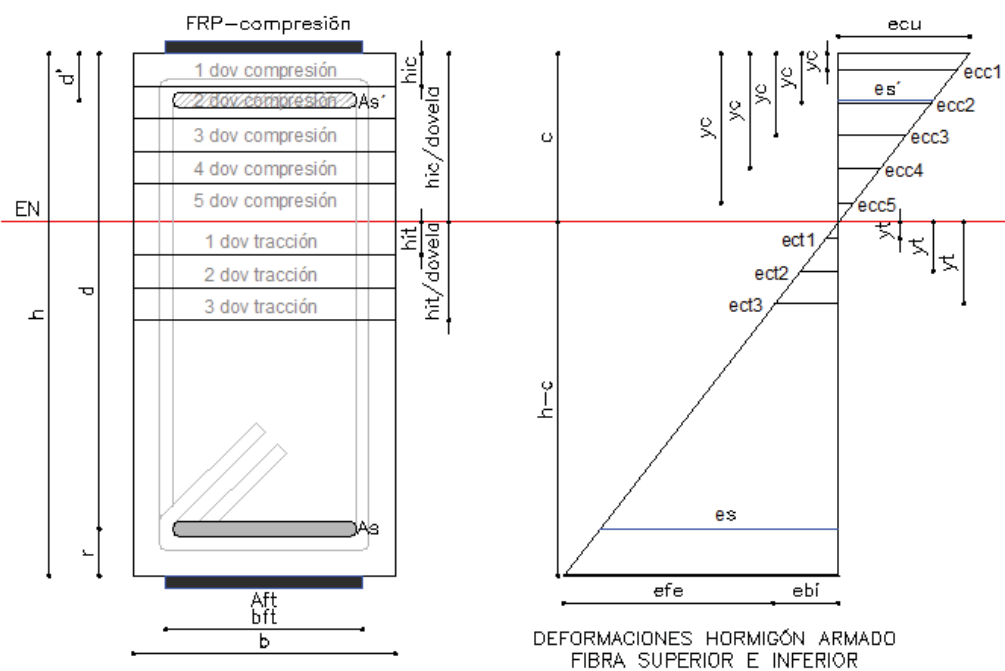
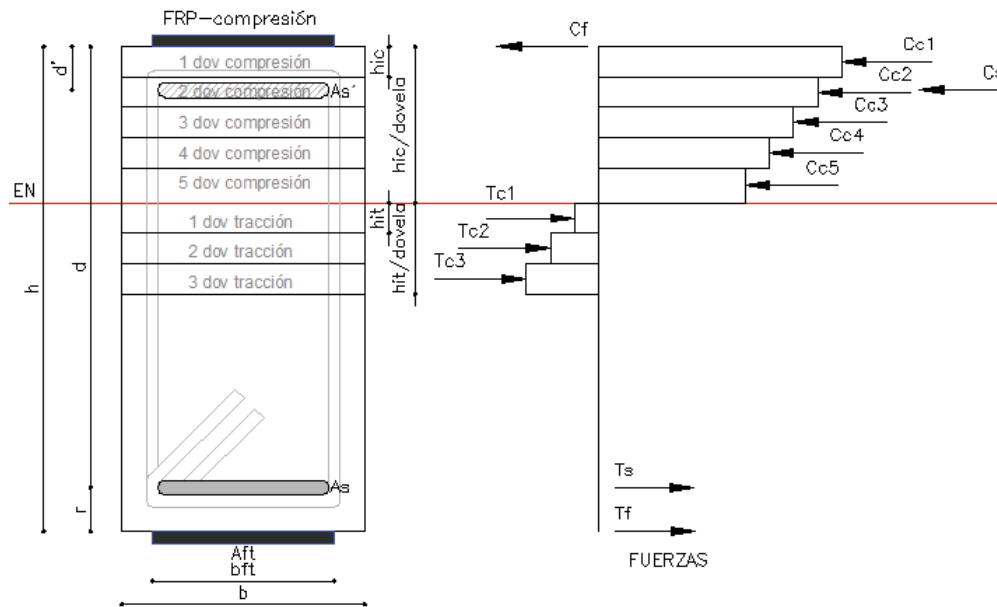


Figura 81: Deformaciones en viga con fibra de carbono en la base



**Figura 82:** Fuerzas en viga con fibra de carbono en la base

- Deformación al instante de colocar la fibra

$$e_{bi} = \frac{M_i \times (h - c)}{E_c \times I} \quad \text{Ecuación 154}$$

Donde:

$M_i$ : Momento al instante de colocar la fibra de carbono,  $h$ : altura de la viga,  $c$ : Profundidad del eje neutro,  $E_c$ : Módulo de elasticidad del hormigón,  $I$ : Momento de inercia.

- Factor de reducción por tensión.

$$e_{fd} = 0.41 \times \sqrt{\frac{f'_c}{n_t \times E_f \times t_f}} \quad \text{Ecuación 155}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia a la compresión del hormigón,  $n_t$ : Número de fibras de carbono a tracción,  $t_f$ : Espesor de la fibra de carbono,  $E_f$ : Elasticidad de la fibra de carbono.

- Se toma la deformación de ruptura dependiendo de la siguiente condición:

$$e_{fd} \leq 0.9 \times e_{fu}$$

Si  $efd \leq 0.9 \times efu$  se mantiene el factor de reducción por tensión.

$$efd = efd \quad \text{Ecuación 156}$$

Si  $efd > 0.9 \times efu$  el factor de reducción por tensión es remplazado por la deformación de tensión de ruptura.

$$efd = 0.9 \times efu \quad \text{Ecuación 157}$$

Donde:

$efu$ : Deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales.

- Deformación de tensión de diseño

$$efe = ecu \times \left( \frac{h-c}{c} \right) - ebi \quad \text{Ecuación 158}$$

$ecu$ : Deformación máxima unitaria a tracción,  $ebi$ : Deformación al instante de colocar la fibra,  $c$ : Profundidad del eje neutro,  $h$ : altura de la columna.

- Se toma la deformación dependiendo de la siguiente condición:

$$efe \leq efd$$

Si  $efe \leq efd$  se mantiene la deformación de tensión de diseño.

$$efe = efe \quad \text{Ecuación 159}$$

Si  $efe > efd$  la deformación de tensión de diseño calculado es remplazado por la deformación de tensión de ruptura.

$$efe = efd \quad \text{Ecuación 160}$$

- Esfuerzo de la fibra de carbono traccionada.

$$ffe = Ef \times efe \quad \text{Ecuación 161}$$

Donde:

$efe$ : Deformación de tensión de diseño,  $Ef$ : Elasticidad de la fibra de carbono.

- Fuerza de tracción de la fibra de carbono

$$Tf = ffe \times Aft \quad \text{Ecuación 162}$$

Donde:

$f_{fe}$ : Esfuerzo de la fibra de carbono traccionada,  $A_{ft} = n_t \times t_f \times b_{ft}$ : Área de la fibra de carbono a tracción,  $n_t$ : Número de fibras de carbono a tracción,  $t_f$ : Espesor de la fibra de carbono,  $b_{ft}$ : Base de la fibra de carbono a tracción.

### 2.6.1.3 Momento Nominal (Aporte del refuerzo de fibra de carbono)

Se evalúa el aporte del refuerzo lateral de fibra de carbono a la sección de hormigón armado.

- Momento de la fibra de carbono lateral a tracción, para cada dovela.

$$MT_{fl} = T_{fl} \times \left[ \left( \frac{h}{2} - (h - c) \right) - y_{tf} \right] \quad \text{Ecuación 163}$$

Donde:

$T_{fl}$ : Fuerza de tracción de la fibra de carbono lateral,  $h$ : Altura de la viga,  $c$ : Profundidad del eje neutro,  $y_{tf}$ : Distancia medida desde la menor deformación a tracción en la fibra de carbono a la mitad de cada dovela.

- Momento de la fibra de carbono a tracción en la base de la viga.

$$MT_f = T_f \times \frac{h}{2} \quad \text{Ecuación 164}$$

Donde:

$T_f$ : Fuerza de tracción de la fibra de carbono,  $h$ : Altura de la viga.

#### 2.6.1.3.1 Momento Nominal Total

Los resultados del CFRP se añaden a la sumatoria de momentos generados por el hormigón y el acero con respecto a la altura del eje neutro considerado. (1.8.1.5.1 Capítulo I).

$$M_n = \Sigma MC_c + \Sigma MT_c + MC_s + MT_s + \Psi_f \times \Sigma MT_{fl} + \Psi_f \times \Sigma MT_f \quad \text{Ecuación 165}$$

Donde:

$\Sigma MC_c$ : Sumatoria de momentos del hormigón a compresión,  $\Sigma MT_c$ : Sumatoria de momentos del hormigón a Tracción,  $MC_s$ : Momento de compresión del acero,  $MT_s$ : Momento de tracción del acero,  $\Psi_f$ : Factor de reducción adicional,  $\Sigma MT_{fl}$ : Sumatoria de momentos de la fibra de carbono



lateral a Tracción, MTf: Momento de la fibra de carbono en la base de la viga a Tracción.

### 2.6.1.3.2 Momento Último

El momento nominal es corregido por el factor de reducción  $\phi$  el cual depende de:

$$M_u = \phi \times M_n \quad \text{Ecuación 166}$$

**Tabla 18**

Factor de reducción para hallar el momento último

Condición	$\phi$
est < 0.005	0.9
est ≤ esy	0.65
No cumple ninguna Anterior	$0.65 + \frac{0.25 \times (\text{est} - \text{esy})}{0.005 - \text{esy}}$

Donde:

$\phi$ : Factor de reducción,  $M_n$ : Momento Nominal Total.

## 2.6.2 Comportamiento a corte de Vigas

**Tabla 19**

Unidades aplicables reforzamiento corte en Vigas

Unidades	Sistema SI esfuerzos en MPa
----------	-----------------------------

- Longitud de adherencia

$$L_e = \frac{23300}{(n_f \times t_f \times E_f)^{0.58}} \quad \text{Ecuación 167}$$

Donde:

$n_f$ : Número de capas,  $t_f$ : Espesor de la fibra de carbono,  $E_f$ : Elasticidad de la fibra de carbono.

- Factor de modificación  $k_1$  (Resistencia del hormigón)

$$k_1 = \left(\frac{f'_c}{27}\right)^{\frac{2}{3}} \quad \text{Ecuación 168}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia del hormigón.

- Factor de modificación  $k_2$

Depende del tipo de envoltura que estemos utilizando para el reforzamiento.

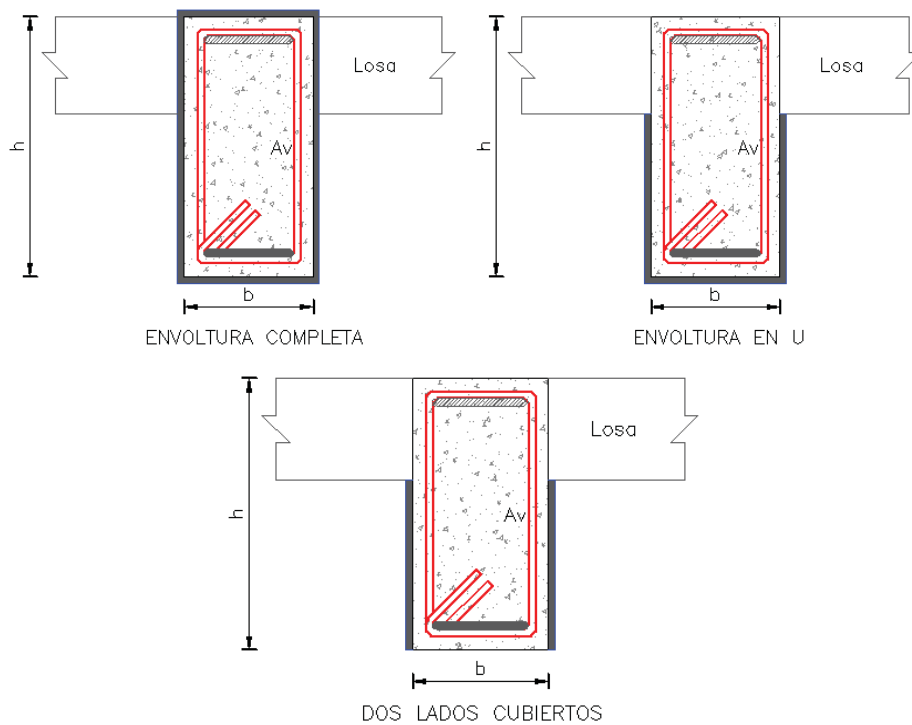


Figura 83: Tipos de envoltura

- Envoltura completa

$$k_2 = 0 \quad \text{Ecuación 169}$$

Nota: Se debe cumplir con la condición:

$$0.004 < 0.75 \times e_{fu} \rightarrow e_{fe} = 0.004$$

Donde:

$e_{fu}$ : deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales.

- Envoltura en U.

$$k_2 = \frac{d_{fv} - L_e}{d_{fv}} \quad \text{Ecuación 170}$$

Donde:

$d_{fv} = 0.85 \times d$ : Altura efectiva del reforzamiento a cortante,  $d$ : Altura efectiva al acero a tracción.

$L_e$ : Longitud de adherencia.

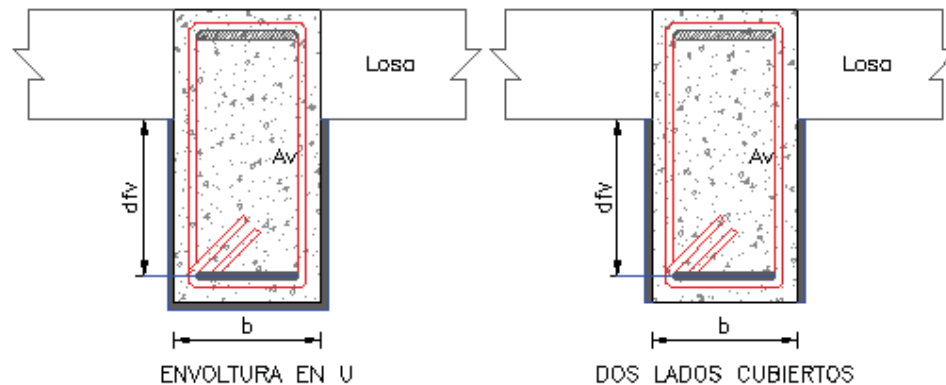
- Dos lados cubiertos.

$$k_2 = \frac{d_{fv} - 2 \times L_e}{d_{fv}} \quad \text{Ecuación 171}$$

Donde:

$d_{fv}$ : Altura efectiva del reforzamiento a cortante.

En la figura 84 se observa la altura efectiva de reforzamiento a cortante, para envolturas tipo U y dos lados cubiertos



**Figura 84:**  $d_{fv}$  (Envoltura U, dos lados cubiertos).

$d$ : Altura efectiva al acero a tracción.

$L_e$ : Longitud de adherencia.

- Coeficiente de reducción de adherencia.

$$k_v = \frac{k_1 \times k_2 \times L_e}{11900 \times e_{fu}} \quad \text{Ecuación 172}$$

Donde:

$k_1$ : Factor de modificación,  $k_2$ : Factor de modificación,  $L_e$ : Longitud de adherencia,  $e_{fu}$ : deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales.

Nota: Para la envoltura completa se debe cumplir con la condición:

$$e_{fe} = 0.004 \leq 0.75 \times e_{fu} \rightarrow \text{cumple la condición}$$

Donde:

$e_{fu}$ : Deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales.

Nota: Para la envoltura en U y dos lados cubiertos se debe cumplir con la condición:

$$e_{fe} = k_v \times e_{fu} \leq 0.004 \rightarrow \text{cumple la condición}$$

Donde:

$e_{fu}$ : Deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales,  
 $k_v$ : Coeficiente de reducción de adherencia.

- Esfuerzo efectivo en el CFRP

$$F_{fe} = e_{fe} \times E_f \quad \text{Ecuación 173}$$

Donde:

$e_{fe}$ : deformación de la fibra,  $E_f$ : Elasticidad de la fibra de carbono.

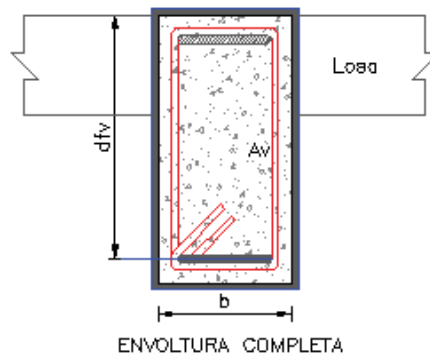
### 2.6.2.1 Contribución al cortante de la fibra de carbono

$$V_f = \frac{A_{fv} \times F_{fe} \times [\text{seno}(\alpha) + \text{coseno}(\alpha)] \times d_{fv}}{s_f} \quad \text{Ecuación 174}$$

Donde:

$A_{fv} = 2 \times n_f \times t_f \times w_f$ : Área de la fibra,  $n_f$ : Número de capas,  $t_f$ : Espesor de la fibra de carbono,  $w_f$ : Ancho de la fibra de carbono,  $F_{fe}$  Esfuerzo efectivo en el CFRP,  $\alpha$ : Inclinación de la fibra en grados,  $d_{fv}$ : Altura efectiva del reforzamiento a cortante.

En la figura 85 se observa la altura efectiva del reforzamiento a cortante cuando se tiene envoltura completa.



**Figura 85:**  $d_{fv}$  (Envoltura completa)

Nota: Se considera que la altura efectiva del reforzamiento a cortante no trabaja al 100%, se recomienda:  $d_{fv} = 0.85 \times d$ .

$s_f$ : Espaciamiento de la fibra de carbono.

- Contribución al cortante de la fibra de carbono afectado por factor de reducción adicional

$$V_f = \Psi_f \times V_{f0} \quad \text{Ecuación 175}$$

Donde:

$\Psi_f = 0.85$ : Factor de reducción adicional.

### 2.6.2.2 Fuerza cortante última.

Se considera también las fuerzas antes del reforzamiento.

$$V_n = \phi \times [k \times (V_c + V_s) + V_f] \quad \text{Ecuación 176}$$

Donde

$\phi$ : Factor de reducción por corte  $\phi = 0.75$ ,  $k = 0.7$ : Ductilidad de desplazamiento,  $V_c$ : Fuerza cortante nominal del hormigón,  $V_s$ : Fuerza cortante nominal del acero,  $V_f$ : Fuerza cortante de la fibra de carbono.

- Límites requeridos ACI 440,02R-08

$$L_1 = V_s + V_f \quad \text{Ecuación 177}$$

$$L_2 = 0.66 \times \sqrt{f'_c} \times b \times d \quad \text{Ecuación 178}$$

Siempre debe cumplirse que  $L_1 < L_2$

Donde:

$V_s$ : Fuerza cortante nominal del acero,  $V_f$ : Fuerza cortante de la fibra de carbono,  $f'_c$ : Resistencia del hormigón,  $b$ : base de la viga,  $d$ : Altura efectiva al acero a tracción.

### 2.6.2.3 Aporte de la fibra de carbono (AL-SALLOUM).

Cuando se utiliza refuerzo a corte con envoltura completa el confinamiento que produce hace que la resistencia del hormigón a compresión y el Módulo de elasticidad del hormigón se incrementen.

- Área transversal de la viga

$$A_g = b \times h \quad \text{Ecuación 179}$$

Donde:

b: Base de la viga, h: altura de la viga.

- Diagonal de la sección

$$D = \sqrt{b^2 + h^2} \quad \text{Ecuación 180}$$

Donde:

b: Base de la viga, h: altura de la viga.

- Módulo de elasticidad del concreto.

$$E_{cc} = 4.7 \times \sqrt{\frac{f'_c}{10.20}} \times 1000 \times 10.20 \rightarrow \left[ \frac{kg}{cm^2} \right] \quad \text{Ecuación 181}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia del hormigón.

- Deformación unitaria efectiva afectada por factor de eficiencia a la tensión.

$$e_{fe} = e_{fu} \times K_E \quad \text{Ecuación 182}$$

Donde:

$e_{fu}$ : Deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales,  
 $K_E = 0.55$ : Factor de eficiencia a la tensión.

- Presión de confinamiento máxima.

$$f_l = \frac{\Psi_f \times 2 \times E_f \times n_f \times t_f \times e_{fe}}{D} \quad \text{Ecuación 183}$$

Donde:

$\Psi_f$ : factor de reducción adicional,  $E_f$ : Módulo de elasticidad de la fibra de carbono,  $n_f$ : número de capas de confinamiento,  $t_f$ : espesor de la fibra de carbono,  $e_{fe}$ : Deformación unitaria efectiva.

- Relación (Área acero longitudinal/Área sección transversal)

$$P_g = \frac{A_s}{A_g} \quad \text{Ecuación 184}$$

Donde:

As: Área de acero longitudinal, Ag: Área de la sección transversal.

- Relación de áreas Ae/Ac.

$$P1 = \frac{b}{h} \times (h - 2 \times Rc)^2 \quad \text{Ecuación 185}$$

$$P2 = \frac{h}{b} \times (b - 2 \times Rc)^2 \quad \text{Ecuación 186}$$

$$\frac{Ae}{Ac} = \frac{1 - \left(\frac{P1+P2}{3 \times Ag}\right) - Pg}{1 - Pg} \quad \text{Ecuación 187}$$

Donde:

b: Base de la viga, h: altura de la viga, Rc: Radio de las esquinas de la sección, Ag: Área de la sección transversal, Pg: Área de acero longitudinal dividido para área sección transversal.

- Factores de forma

$$ka = \frac{Ae}{Ac} \times \left(\frac{b}{h}\right)^2 \quad \text{Ecuación 188}$$

$$kb = \frac{Ae}{Ac} \times \left(\frac{h}{b}\right)^{0.5} \quad \text{Ecuación 189}$$

Donde:

b: Base de la viga, h: altura de la viga, Ae/Ac: Relación de áreas.

- Deformación unitaria

$$eccu = eo \times \left[ 1.5 + 12 \times kb \times \frac{fl}{f'c} \times \left(\frac{efe}{eo}\right)^{0.45} \right] \quad \text{Ecuación 190}$$

Debe cumplir la condición:

$$eccu < 0.01$$

Donde:

kb: Factor de forma, fl: Presión de confinamiento máxima, f'c: Resistencia del hormigón, efe: Deformación unitaria efectiva, eo: Deformación del hormigón asociada a f'c.

- Presión de confinamiento máxima.

$$f'_{cc} = f'_c + 3.3 \times k_a \times f_l \quad \text{Ecuación 191}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia del hormigón,  $k_a$ : Factor de forma,  $f_l$ : Presión de confinamiento máxima.

- Aumento del Módulo de elasticidad del hormigón debido al refuerzo de confinamiento.

$$E_{cc} = 4.7 \times \sqrt{\frac{f'_{cc}}{10.20}} \times 1000 \times 10.20 \quad \text{Ecuación 192}$$

Donde:

$f'_{cc}$ : Presión de confinamiento máxima

### 2.6.3 Comportamiento de columnas (Flexión)

Para las fórmulas expuestas en este ítem las unidades de longitud se ingresan en milímetros y fuerza en Newton como se observa en la tabla 20.

**Tabla 20**

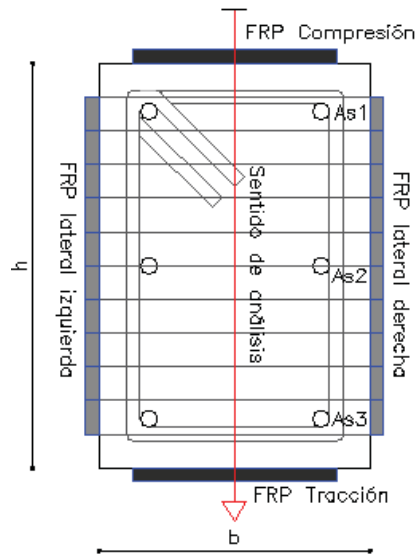
Unidades aplicables reforzamiento caras de la columna

Unidades	Sistema SI esfuerzos en MPa
----------	-----------------------------

Se considera la sección de una columna que será reforzada con fibra de carbono en sus cuatro caras, el refuerzo al igual que el hormigón armado se evalúan por el método de las fibras, las dovelas describirán como el refuerzo divide sus esfuerzos en tensión y compresión.

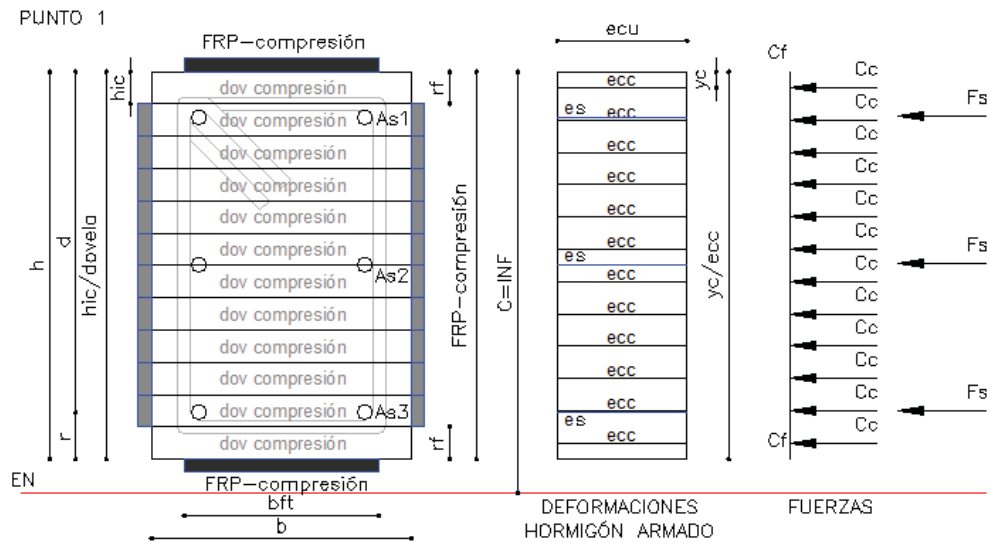
Se evalúa la columna con diferentes ubicaciones del eje neutro "c", cada una de estas evaluaciones dará como resultado el aporte del refuerzo de fibra de carbono a la fuerza axial y momento, en las figuras 84, 85, 86 y 87 se representa el esquema de análisis para determinar el diagrama de interacción de las columnas que llegan al nudo. Para obtener la curva de iteración no se considera las fuerzas de la fibra de carbono a compresión, pero éstas trabajarán cuando se generen momentos reversibles durante sismos. En la figura 86 se muestra el reforzamiento en las cuatro caras de la columna.





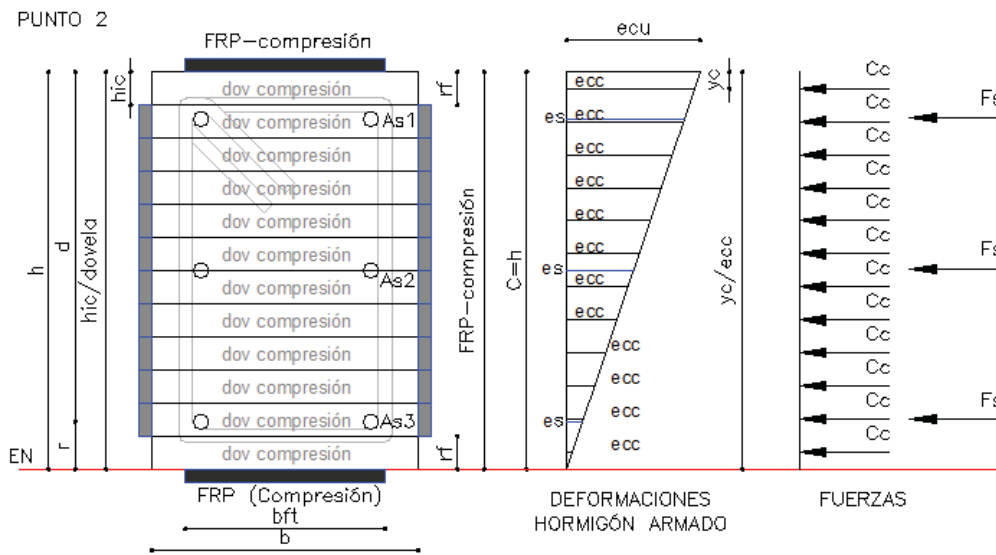
**Figura 86:** Refuerzo de fibra de carbono en las caras de la columna

En la figura 87 se presenta el esquema cuando el eje neutro está en el infinito.



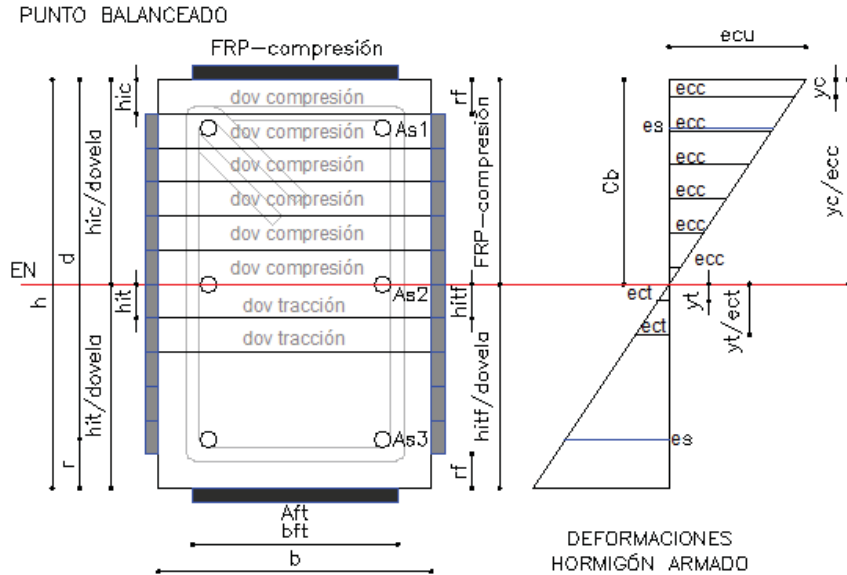
**Figura 87:** Eje neutro infinito (Diagrama de interacción columna)

En la figura 88 se considera que el eje neutro es igual a la altura de la sección.



**Figura 88:** Eje neutro igual a la altura de la sección (Diagrama de interacción columna)

En la figura 89 y 90 se presenta el eje neutro balanceado, en el instante en que el eje neutro es diferente a la altura de la columna empieza a trabajar la fibra de carbono.



**Figura 89:** Eje neutro balanceado (Deformaciones) (Diagrama de interacción columna)

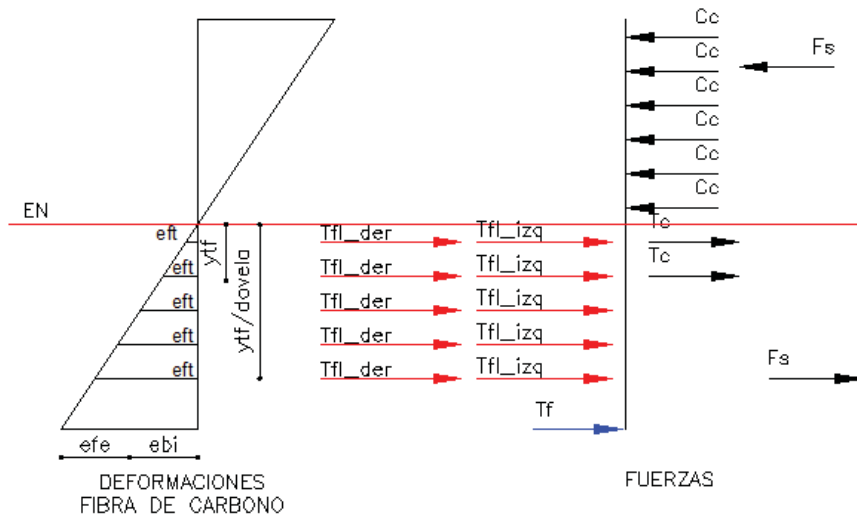


Figura 90: Eje neutro balanceado (Fuerzas) (Diagrama de interacción columna)

En la figura 91 y 92 se considera el esquema para elaborar diversos puntos a considerar, donde se irá variando el eje neutro.

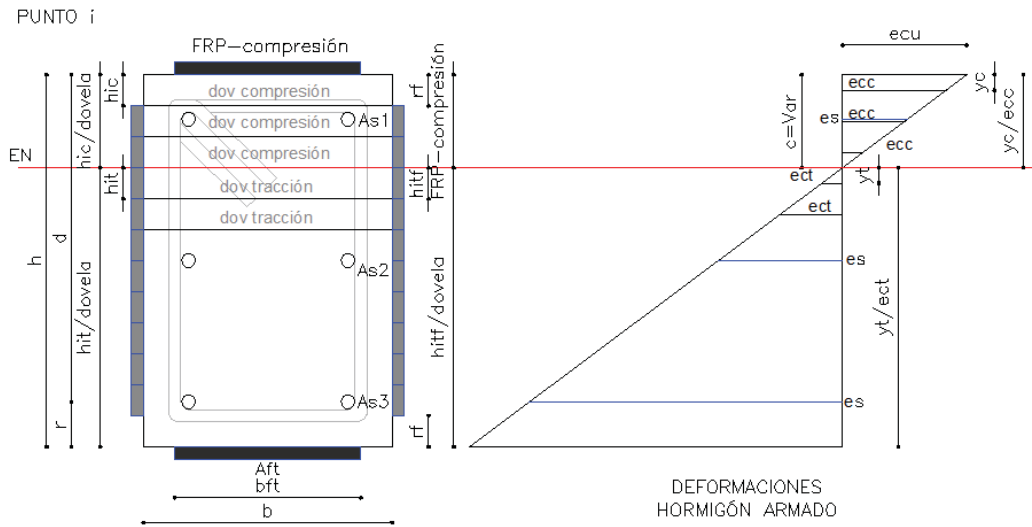
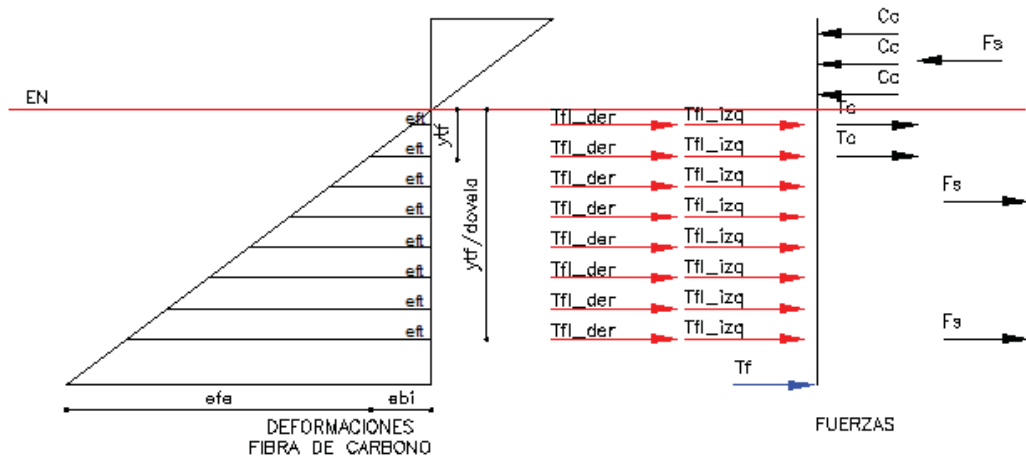
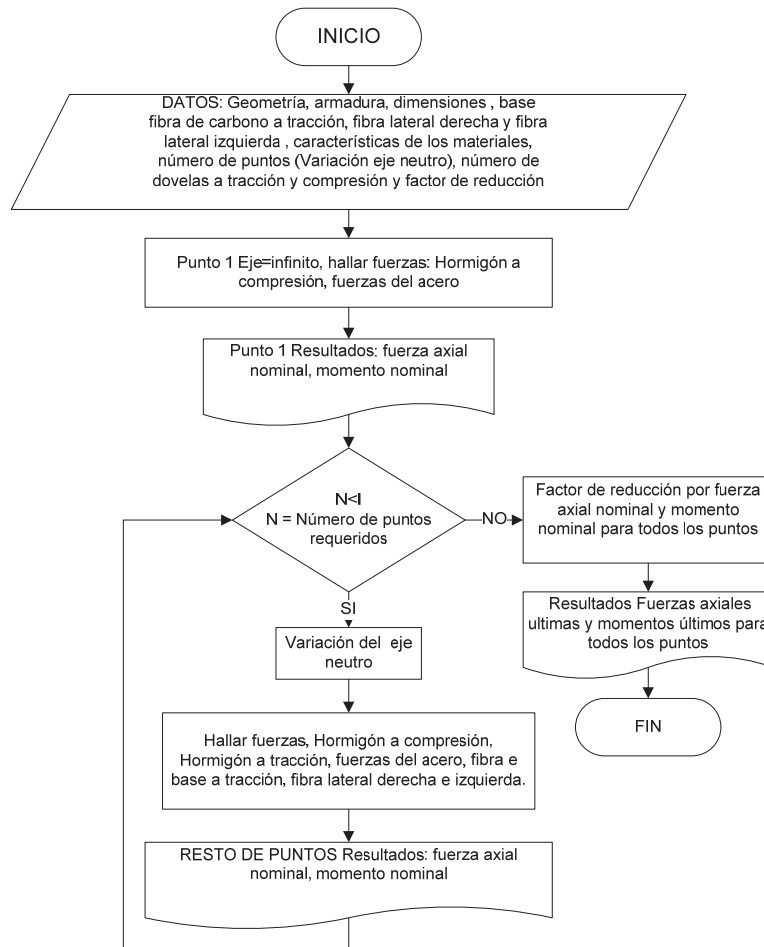


Figura 91: Eje neutro variable (Deformaciones) (Diagrama de interacción columna)



**Figura 92:** Eje neutro variable (Diagrama de interacción columna)

En el diagrama de flujo de la figura 93 se describe el procedimiento a seguir para hallar las curvas de interacción de las columnas reforzadas.



**Figura 93:** Procedimiento para hallar el diagrama de interacción en secciones columna adyacentes al nudo con reforzamiento de fibra de carbono en sus caras

### 2.6.3.1 Fibra de carbono lateral izquierda y derecha a tracción.

- Altura de cada una de las dovelas de fibra de carbono a tracción.

$$\mathbf{hitf} = \frac{\mathbf{h-c-rf}}{\mathbf{número\ de\ dovelas\ a\ tracción}} \quad \mathbf{Ecuación\ 193}$$

Donde:

h: Altura de la columna, c: Profundidad del eje neutro, rf: Inicio de la fibra lateral a partir de la base de la columna.

- Deformación de la fibra de carbono en el punto medio de cada dovela.

$$\mathbf{eft} = \frac{\mathbf{ecu \times ytf}}{\mathbf{c}} \quad \mathbf{Ecuación\ 194}$$

Donde:

c: Profundidad del eje neutro, ytf: Distancia medida desde la menor deformación a tracción en la fibra de carbono a la mitad de cada dovela, ecu: Deformación máxima unitaria a compresión.

- Deformación de tensión de ruptura

$$\mathbf{efdcl} = \mathbf{0.9 \times efu} \quad \mathbf{Ecuación\ 195}$$

Donde

efu: Deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales.

- Se toma la deformación dependiendo de la siguiente condición:

$$\mathbf{eft} \leq \mathbf{efdcl}$$

Si  $\mathbf{eft} \leq \mathbf{efdcl}$  se mantiene la deformación en la fibra de carbono en el punto medio de cada dovela.

$$\mathbf{eft} = \mathbf{eft} \quad \mathbf{Ecuación\ 196}$$

Si  $\mathbf{eft} > \mathbf{efdcl}$  la deformación en la fibra de carbono en el punto medio de cada dovela es remplazada por la deformación de tensión de ruptura.

$$\mathbf{eft} = \mathbf{efdcl} \quad \mathbf{Ecuación\ 197}$$

- Esfuerzo de la fibra de carbono traccionada.

$$\mathbf{ffetl} = \mathbf{Ef \times eft} \quad \mathbf{Ecuación\ 198}$$

Donde:

efc: Deformación de tracción de diseño, Ef: Elasticidad de la fibra de carbono.

- Fuerza de tracción de la fibra de carbono lateral izquierda.

$$Tfl_{izq} = ffetl \times nl \times tf \times hitf \quad \text{Ecuación 199}$$

- Fuerza de tracción de la fibra de carbono lateral derecha.

$$Tfl_{der} = ffetl \times nl \times tf \times hitf \quad \text{Ecuación 200}$$

Donde:

ffetl: Esfuerzo de fibra de carbono traccionada, nl: Número de fibras de carbono a tracción, tf: Espesor de la fibra de carbono, hitf: Altura de cada una de de las dovelas de fibra de carbono a tracción.

### 2.6.3.2 Fibra de carbono en la base superior e inferior a tracción.

Se utiliza el método del ACI 440 de refuerzo con fibra de carbono a flexión en vigas, para reforzar la base superior e inferior de columnas, la aplicación de este refuerzo controlara el Flexión producto de fuerzas sísmicas.

#### 2.6.3.2.1 Momento de inercia al instante de colocar la fibra.

Inercia para secciones rectangulares.

$$I = \frac{b \times h^3}{12} \quad \text{Ecuación 201}$$

Donde:

b: Base de la columna, h: Altura de la columna.

#### 2.6.3.2.2 Aporte de la fibra de carbono.

- Deformación al instante de colocar la fibra

$$ebi = \frac{Mi \times c}{Ec \times I} \quad \text{Ecuación 202}$$

Donde:

Mi: Momento al instante de colocar la fibra de carbono, c: Profundidad del eje neutro, Ec: Módulo de elasticidad del hormigón, I: Momento de inercia.

- Factor de reducción por tensión.

$$e_{fd} = 0.41 \times \sqrt{\frac{f'_c}{n_t \times E_f \times t_f}} \quad \text{Ecuación 203}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia a la compresión del hormigón,  $n_t$ : Número de fibras de carbono a tracción,  $t_f$ : Espesor de la fibra de carbono,  $E_f$ : Elasticidad de la fibra de carbono.

- Se toma la deformación de ruptura dependiendo de la siguiente condición:

$$e_{fd} \leq 0.9 \times e_{fu}$$

Si  $e_{fd} \leq 0.9 \times e_{fu}$  se mantiene el factor de reducción por tensión.

$$e_{fd} = e_{fd} \quad \text{Ecuación 204}$$

Si  $e_{fd} > 0.9 \times e_{fu}$  el factor de reducción por tensión es remplazado por la deformación de tensión de ruptura.

$$e_{fd} = 0.9 \times e_{fu} \quad \text{Ecuación 205}$$

Donde:

$e_{fu}$ : Deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales.

- Deformación de tensión de diseño

$$e_{fe} = e_{cu} \times \left( \frac{h-c}{c} \right) - e_{bi} \quad \text{Ecuación 206}$$

Donde:

$e_{cu}$ : Deformación máxima unitaria a tracción,  $e_{bi}$ : Deformación al instante de colocar la fibra,  $c$ : Profundidad del eje neutro,  $h$ : altura de la columna.

- Se toma la deformación dependiendo de la siguiente condición:

$$e_{fe} \leq e_{fd}$$

Si  $e_{fe} \leq e_{fd}$  se mantiene la deformación de tensión de diseño.

$$e_{fe} = e_{fe} \quad \text{Ecuación 207}$$

Si  $e_{fe} > e_{fd}$  la deformación de tensión de diseño calculado es remplazado por la deformación de tensión de ruptura.

$$e_{fe} = e_{fd} \quad \text{Ecuación 208}$$

- Esfuerzo de la fibra de carbono traccionada.

$$f_{fe} = E_f \times e_{fe} \quad \text{Ecuación 209}$$

Donde:

$e_{fe}$ : Deformación de tensión de diseño,  $E_f$ : Elasticidad de la fibra de carbono.

- Fuerza de tracción de la fibra de carbono

$$T_f = f_{fe} \times A_{ft} \quad \text{Ecuación 210}$$

Donde:

$f_{fe}$ : Esfuerzo de la fibra de carbono traccionada,  $A_{ft} = n_t \times t_f \times b_{ft}$ : Área de la fibra de carbono a tracción,  $n_t$ : Número de fibras de carbono a tracción,  $t_f$ : Espesor de la fibra de carbono,  $b_{ft}$ : Base de la fibra de carbono a tracción.

### 2.6.3.3 Fuerza axial Nominal

Los resultados del CFRP se añaden a la sumatoria de las fuerzas generadas por el hormigón y el acero con respecto a la altura del eje neutro considerado. (1.8.3.5 Capítulo I).

Condición:

Si el eje neutro es igual a la altura de la columna.

$$F_n = \Sigma C_c + \Sigma F_s \quad \text{Ecuación 211}$$

Si el eje neutro es diferente a la altura de la columna.

$$F_n = \Sigma C_c - \Sigma T_c + \Sigma F_s - T_f - \Sigma T_{fl\_izq} - \Sigma T_{fl\_der} \quad \text{Ecuación 212}$$

Donde:

$C_c$ : Fuerza de compresión de cada dovela de hormigón,  $T_c$ : Fuerza de tracción de cada dovela de hormigón,  $F_s$ : Fuerza del acero,  $T_f$ : Fuerza de tracción de la fibra de carbono en la base de la columna,  $\Sigma T_{fl\_izq}$ : Fuerza del



tracción lateral izquierda de cada dovela de la fibra de carbono,  $\Sigma Tfl\_der$ :  
Fuerza del tracción lateral derecha de cada dovela de la fibra de carbono.

### 2.6.3.3.1 Fuerza axial Última

El momento nominal es corregido por el factor de reducción  $\emptyset$ .

$$F_u = \emptyset \times F_n \quad \text{Ecuación 213}$$

Donde

$\emptyset$ : Factor de reducción,  $F_n$ : Fuerza axial Nominal Total.

### 2.6.3.4 Momento Nominal (Aporte del refuerzo de fibra de carbono)

Se evalúa el aporte del refuerzo con fibra de carbono en las caras de la columna a la sección de hormigón armado.

- Momento de la fibra de carbono lateral a tracción izquierda.

$$MTfl\_izq = Tfl\_izq \times \left[ \left( \frac{h}{2} - (h - c) \right) - ytf\_izq \right] \quad \text{Ecuación 214}$$

Donde:

$Tfl\_izq$ : Fuerza de tracción de la fibra de carbono lateral izquierda,  $h$ :  
Altura de la columna,  $c$ : Profundidad del eje neutro,  $ytf\_izq$ : Distancia medida  
desde la menor deformación a tracción en la fibra de carbono a la mitad de  
cada dovela.

- Momento de la fibra de carbono lateral a tracción derecha.

$$MTfl\_der = Tfl\_der \times \left[ \left( \frac{h}{2} - (h - c) \right) - ytf\_der \right] \quad \text{Ecuación 215}$$

Donde:

$Tfl\_izq$ : Fuerza de tracción de la fibra de carbono lateral derecha,  $h$ :  
Altura de la columna,  $c$ : Profundidad del eje neutro,  $ytf\_der$ : Distancia medida  
desde la menor deformación a tracción en la fibra de carbono a la mitad de  
cada dovela.

- Momento de la fibra de carbono a tracción en la base de la columna.

$$MTfr = Tf \times \frac{h}{2} \quad \text{Ecuación 216}$$

Donde:

Tf: Fuerza de tracción de la fibra de carbono, h: Altura de la columna.

#### 2.6.3.4.1 Momento Nominal Total

Los resultados del CFRP se añaden a la sumatoria de momentos generados por el hormigón y el acero con respecto a la altura del eje neutro considerado. (1.8.3.6.1 Capítulo I).

Condición:

Si el eje neutro es igual a la altura de la columna.

$$\mathbf{Mn} = \Sigma \mathbf{MCc} + \mathbf{MFs} \quad \text{Ecuación 217}$$

Si el eje neutro es diferente a la altura de la columna.

$$\mathbf{Mn} = \Sigma \mathbf{MCc} + \Sigma \mathbf{MTc} + \mathbf{MFs} + \Psi \mathbf{f} \times \Sigma \mathbf{MTfl\_izq} + \Psi \mathbf{f} \times \Sigma \mathbf{MTfl\_der} + \Psi \mathbf{f} \times \mathbf{MTf}$$

**Ecuación 218**

Donde:

$\Sigma \mathbf{MCc}$ : Sumatoria de momentos del hormigón a compresión,  $\Sigma \mathbf{MTc}$ : Sumatoria de momentos del hormigón a Tracción,  $\mathbf{MFs}$ : Sumatoria de momentos del acero,  $\Psi \mathbf{f}$ : Factor de reducción adicional,  $\Sigma \mathbf{MTfl\_izq}$ : Sumatoria de momentos de la fibra de carbono lateral izquierda a Tracción,  $\Sigma \mathbf{MTfl\_der}$ : Sumatoria de momentos de la fibra de carbono lateral derecha a Tracción,  $\mathbf{MTf}$ : Momento de la fibra de carbono a Tracción en la base de la columna.

#### 2.6.3.4.2 Momento Último

El momento nominal es corregido por el factor de reducción  $\emptyset$  el cual depende de:

$$\mathbf{Mu} = \emptyset \times \mathbf{Mn} \quad \text{Ecuación 219}$$

**Tabla 21**

Factor de reducción para hallar el momento último

Condición	$\emptyset$
est < 0.005	0.9
est ≤ esy	0.65
No cumple ninguna Anterior	$0.65 + \frac{0.25 \times (\text{est} - \text{esy})}{0.005 - \text{esy}}$

Donde:

$\phi$ : Factor de reducción,  $M_n$ : Momento Nominal Total.

#### 2.6.4 Comportamiento a confinamiento en columnas.

El confinamiento en columnas rigidiza el elemento incrementando la resistencia del hormigón a compresión y el Módulo de elasticidad del hormigón además ayuda en el comportamiento a corte.

##### 2.6.4.1 Primer punto del diagrama de interacción.

- Área transversal de la columna

$$A_g = b \times h \quad \text{Ecuación 220}$$

Donde:

b: Base de la viga, h: altura de la viga.

- Relación (Área acero longitudinal/Área sección transversal)

$$P_g = \frac{A_s}{A_g} \quad \text{Ecuación 221}$$

Donde:

$A_s$ : Área de acero longitudinal,  $A_g$ : Área de la sección transversal.

- Diagonal de la sección

$$D = \sqrt{b^2 + h^2} \quad \text{Ecuación 222}$$

Donde:

b: Base de la viga, h: altura de la viga.

- Relación de áreas  $A_e/A_c$ .

$$P_1 = \frac{b}{h} \times (h - 2 \times R_c)^2 \quad \text{Ecuación 223}$$

$$P_2 = \frac{h}{b} \times (b - 2 \times R_c)^2 \quad \text{Ecuación 224}$$

$$\frac{A_e}{A_c} = \frac{1 - \left( \frac{P_1 + P_2}{3 \times A_g} \right) - P_g}{1 - P_g} \quad \text{Ecuación 225}$$

Donde:

b: Base de la viga, h: altura de la viga, Rc: Radio de las esquinas de la sección, Ag: Área de la sección transversal, Pg: Área de acero longitudinal dividido para área sección transversal.

- Factores de forma

$$k_a = \frac{A_e}{A_c} \times \left(\frac{b}{h}\right)^2 \quad \text{Ecuación 226}$$

Donde:

b: Base de la viga, h: altura de la viga, Ae/Ac: Relación de áreas.

- Deformación unitaria efectiva afectada por factor de eficiencia a la tensión.

$$e_{fe} = e_{fu} \times K_E \quad \text{Ecuación 227}$$

Donde:

e<sub>fu</sub>: Deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales, K<sub>E</sub> = 0.55: Factor de eficiencia a la tensión.

- Presión de confinamiento máxima.

$$f_l = \frac{\Psi_f \times 2 \times E_f \times n \times t_f \times e_{fe}}{D} \quad \text{Ecuación 228}$$

Donde:

Ψ<sub>f</sub>: factor de reducción adicional, E<sub>f</sub>: Módulo de elasticidad de la fibra de carbono, n: número de capas de confinamiento, t<sub>f</sub>: espesor de la fibra de carbono, e<sub>fe</sub>: Deformación unitaria efectiva.

- Chequeo de la relación de confinamiento mínimo.

Si  $f_l/f'_c > 0.08$  cumple el chequeo, caso contrario no cumple con la relación de confinamiento mínimo.

- Presión de confinamiento máxima.

$$f'_{cc} = f'_c + 3.3 \times k_a \times f_l \quad \text{Ecuación 229}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia del hormigón,  $k_a$ : Factor de forma,  $f_l$ : Presión de confinamiento máxima.

- Aumento del módulo de elasticidad del hormigón debido al refuerzo de confinamiento.

$$E_{cc} = 4.7 \times \sqrt{\frac{f'_c}{10.20}} \times 1000 \times 10.20 \rightarrow \left[ \frac{kg}{cm^2} \right] \quad \text{Ecuación 230}$$

Donde:

$f'_{cc}$ : Presión de confinamiento máxima

#### 2.6.4.2 Resto de puntos del diagrama de interacción.

- Área transversal de la viga

$$A_g = b \times h \quad \text{Ecuación 231}$$

Donde:

$b$ : Base de la viga,  $h$ : altura de la viga.

- Relación (Área acero longitudinal/Área sección transversal)

$$P_g = \frac{A_s}{A_g} \quad \text{Ecuación 232}$$

Donde:

$A_s$ : Área de acero longitudinal,  $A_g$ : Área de la sección transversal.

- Diagonal de la sección

$$D = \sqrt{b^2 + h^2} \quad \text{Ecuación 233}$$

Donde:

$b$ : Base de la viga,  $h$ : altura de la viga.

- Relación de áreas  $A_e/A_c$ .

$$P_1 = \frac{b}{h} \times (h - 2 \times R_c)^2 \quad \text{Ecuación 234}$$

$$P_2 = \frac{h}{b} \times (b - 2 \times R_c)^2 \quad \text{Ecuación 235}$$

$$\frac{A_e}{A_c} = \frac{1 - \left( \frac{P_1 + P_2}{3 \times A_g} \right) - P_g}{1 - P_g} \quad \text{Ecuación 236}$$

Donde:

b: Base de la viga, h: altura de la viga, Rc: Radio de las esquinas de la sección, Ag: Área de la sección transversal, Pg: Área de acero longitudinal dividido para área sección transversal.

- Factores de forma

$$k_b = \frac{A_e}{A_c} \times \left(\frac{h}{b}\right)^{0.5} \quad \text{Ecuación 237}$$

$$k_a = \frac{A_e}{A_c} \times \left(\frac{b}{h}\right)^2 \quad \text{Ecuación 238}$$

Donde:

b: Base de la viga, h: altura de la viga, Ae/Ac: Relación de áreas.

- Deformación unitaria efectiva afectada por factor de eficiencia a la tensión.

$$e_{fe} = e_{fu} \times KE \quad \text{Ecuación 239}$$

Donde:

e<sub>fu</sub>: Deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales, KE = 0.55: Factor de eficiencia a la tensión.

- Chequeo deformación unitaria efectiva.

Si  $e_{cc} \leq 0.04$ , la deformación unitaria es:  $e_{fu} = e_{fu} \times KE$ , caso contrario  $e_{fe} = 0.004$ .

- Presión de confinamiento máxima.

$$f_l = \frac{\Psi_f \times 2 \times E_f \times n \times t_f \times e_{fe}}{D} \quad \text{Ecuación 240}$$

Donde:

$\Psi_f$ : factor de reducción adicional,  $E_f$ : Módulo de elasticidad de la fibra de carbono, n: número de capas de confinamiento,  $t_f$ : espesor de la fibra de carbono,  $e_{fe}$ : Deformación unitaria efectiva.

- Presión de confinamiento máxima.

$$f'_{cc} = f'_c + 3.3 \times k_a \times f_l \quad \text{Ecuación 241}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia del hormigón,  $k_a$ : Factor de forma,  $f_l$ : Presión de confinamiento máxima.

- Deformación unitaria

$$e_{ccu} = e_o \times \left[ 1.5 + 12 \times k_b \times \frac{f_l}{f'_c} \times \left( \frac{e_{fe}}{e_o} \right)^{0.45} \right] \quad \text{Ecuación 242}$$

Debe cumplir la condición:

$$e_{ccu} < 0.01$$

Donde:

$k_b$ : Factor de forma,  $f_l$ : Presión de confinamiento máxima,  $f'_c$ : Resistencia del hormigón,  $e_{fe}$ : Deformación unitaria efectiva,  $e_o$ : Deformación del hormigón asociada a  $f'_c$ .

- Chequeo de deformación unitaria.

La deformación unitaria debe cumplir con la condición  $e_{ccu} \leq 0.01$ .

- Aumento del Módulo de elasticidad del hormigón debido al refuerzo de confinamiento.

$$E_{cc} = 4.7 \times \sqrt{\frac{f'_{cc}}{10.20}} \times 1000 \times 10.20 \quad \text{Ecuación 243}$$

Donde:

$f'_{cc}$ : Presión de confinamiento máxima

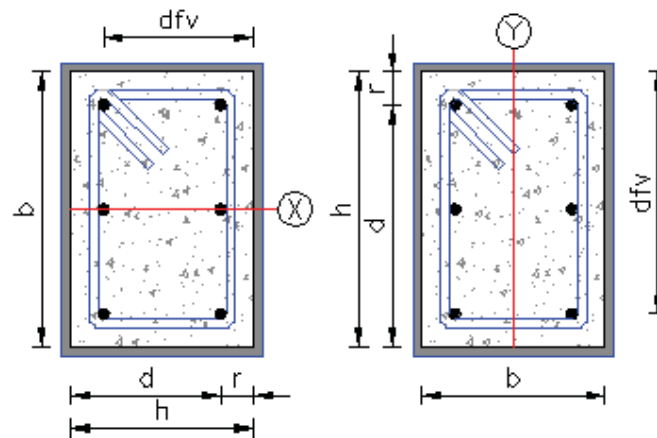
## 2.6.5 Comportamiento a corte de Columnas

Tabla 22

Unidades aplicables reforzamiento corte en Vigas

Unidades	Sistema SI esfuerzos en MPa
----------	-----------------------------

Se analiza la contribución de la fibra de carbono a la fuerza cortante que la sección es capaz de resistir por cada sentido de análisis x e y, en la figura 94 se observa que la altura de la columna es paralela al sentido de análisis.



**Figura 94:** Sentido de análisis para armadura por corte en columnas.

Para controlar el corte en columnas se considera un refuerzo con envoltura completa.

- Longitud de adherencia

$$L_e = \frac{23300}{(n_f \times t_f \times E_f)^{0.58}} \quad \text{Ecuación 244}$$

Donde:

$n_f$ : Número de capas,  $t_f$ : Espesor de la fibra de carbono,  $E_f$ : Elasticidad de la fibra de carbono.

- Factor de modificación  $k_1$  (Resistencia del hormigón)

$$k_1 = \left(\frac{f'_c}{27}\right)^{\frac{2}{3}} \quad \text{Ecuación 245}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia del hormigón.

- Factor de modificación  $k_2$

Envoltura completa

$$k_2 = 0 \quad \text{Ecuación 246}$$

Nota: Se debe cumplir con la condición:

$$0.004 < 0.75 \times e_{fu} \rightarrow e_{fe} = 0.004$$



Donde:

efu: Deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales.

- Coeficiente de reducción de adherencia.

$$k_v = \frac{k_1 \times k_2 \times L_e}{11900 \times e_{fu}} \quad \text{Ecuación 247}$$

Donde:

k1: Factor de modificación, k2: Factor de modificación, Le: Longitud de adherencia, efu: deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales.

Nota: Para la envoltura completa se debe cumplir con la condición:

$$e_{fe} = 0.004 \leq 0.75 \times e_{fu} \rightarrow \text{cumple la condición}$$

Donde:

efu: Deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales.

Nota: Para la envoltura en U y dos lados cubiertos se debe cumplir con la condición:

$$e_{fe} = k_v \times e_{fu} \leq 0.004 \rightarrow \text{cumple la condición}$$

Donde:

efu: Deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales,  
Kv: Coeficiente de reducción de adherencia.

- .Esfuerzo efectivo en el CFRP

$$F_{fe} = e_{fe} \times E_f \quad \text{Ecuación 248}$$

Donde:

efe: deformación de la fibra, Ef: Elasticidad de la fibra de carbono.

### 2.6.5.1 Contribución al cortante de la fibra de carbono

Se hace un análisis bidireccional.

**Tabla 23**

Contribución al cortante de la fibra de carbono.

$$\text{Sentido X-X} \quad V_{f_{X-X}} = \frac{A_{fv} \times F_{fe} \times [\text{seno}(\alpha) + \text{coseno}(\alpha)] \times d_{vf}}{sf} \quad \text{Ecuación 249}$$

$$\text{Sentido Y-Y} \quad V_{f_{Y-Y}} = \frac{A_{fv} \times F_{fe} \times [\text{seno}(\alpha) + \text{coseno}(\alpha)] \times d_{vf}}{sf} \quad \text{Ecuación 250}$$

Donde:

$A_{fv} = 2 \times n_f \times t_f \times w_f$ : Área de la fibra,  $n_f$ : Número de capas,  $t_f$ : Espesor de la fibra de carbono,  $w_f$ : Ancho de la fibra de carbono,  $F_{fe}$  Esfuerzo efectivo en el CFRP,  $\alpha$ : Inclinación de la fibra en grados,  $d_{vf} = 0.85 \times d$ : Altura efectiva del reforzamiento a cortante,  $sf$ : Espaciamiento de la fibra de carbono.

- Contribución al cortante de la fibra de carbono afectado por factor de reducción adicional

$$V_f = \Psi_f \times V_{f_{X-X}} \quad \text{Ecuación 251}$$

Donde:

$\Psi_f = 0.85$ : Factor de reducción adicional.

### 2.6.5.2 Fuerza cortante última

Se considera también las fuerzas antes del reforzamiento.

$$V_{n_{X-X}} = \emptyset \times [k \times (V_c + V_s) + V_f] \quad \text{Ecuación 252}$$

$$V_{n_{Y-Y}} = \emptyset \times [k \times (V_c + V_s) + V_f] \quad \text{Ecuación 253}$$

Donde

$\emptyset$ : Factor de reducción por corte  $\emptyset=0.75$ ,  $k = 0.7$ : Ductilidad de desplazamiento,  $V_c$ : Fuerza cortante nominal del hormigón,  $V_s$ : Fuerza cortante nominal del acero,  $V_f$ : Fuerza cortante de la fibra de carbono.

- Límites requeridos ACI 440,02R-08

$$L1 = V_s + V_f \text{ Ecuación 254}$$

$$L2 = 0.66 \times \sqrt{f'_c} \times b \times d \text{ Ecuación 255}$$

Siempre debe cumplirse que  $L1 < L2$

Donde:

$V_s$ : Fuerza cortante nominal del acero,  $V_f$ : Fuerza cortante de la fibra de carbono,  $f'_c$ : Resistencia del hormigón,  $b$ : base de la viga,  $d$ : Altura efectiva al acero a tracción.

### 2.6.5.3 Aporte de la fibra de carbono (AL-SALLOUM).

- Área transversal de la columna

$$A_g = b \times h \text{ Ecuación 256}$$

Donde:

$b$ : Base de la viga,  $h$ : altura de la columna.

- Diagonal de la sección

$$D = \sqrt{b^2 + h^2} \text{ Ecuación 257}$$

Donde:

$b$ : Base de la columna,  $h$ : altura de la columna.

- Módulo de elasticidad del concreto.

$$E_{cc} = 4.7 \times \sqrt{\frac{f'_c}{10.20}} \times 1000 \times 10.20 \rightarrow \left[ \frac{kg}{cm^2} \right] \text{ Ecuación 258}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia del hormigón.

- Deformación unitaria efectiva afectada por factor de eficiencia a la tensión.

$$e_{fe} = e_{fu} \times KE \text{ Ecuación 259}$$

Donde:

efu: Deformación unitaria máxima reducida por condiciones ambientales,  
KE = 0.55: Factor de eficiencia a la tensión.

- Presión de confinamiento máxima.

$$f_l = \frac{\Psi_f \times 2 \times E_f \times n_f \times t_f \times e_{fe}}{D} \quad \text{Ecuación 260}$$

Donde:

$\Psi_f$ : factor de reducción adicional,  $E_f$ : Módulo de elasticidad de la fibra de carbono,  $n_f$ : número de capas de confinamiento,  $t_f$ : espesor de la fibra de carbono,  $e_{fe}$ : Deformación unitaria efectiva.

- Relación (Área acero longitudinal/Área sección transversal)

$$P_g = \frac{A_s}{A_g} \quad \text{Ecuación 261}$$

Donde:

$A_s$ : Área de acero longitudinal,  $A_g$ : Área de la sección transversal.

- Relación de áreas  $A_e/A_c$ .

$$P_1 = \frac{b}{h} \times (h - 2 \times R_c)^2 \quad \text{Ecuación 262}$$

$$P_2 = \frac{h}{b} \times (b - 2 \times R_c)^2 \quad \text{Ecuación 263}$$

$$\frac{A_e}{A_c} = \frac{1 - \left(\frac{P_1 + P_2}{3 \times A_g}\right) - P_g}{1 - P_g} \quad \text{Ecuación 264}$$

Donde:

$b$ : Base de la columna,  $h$ : altura de la columna,  $R_c$ : Radio de las esquinas de la sección,  $A_g$ : Área de la sección transversal,  $P_g$ : Área de acero longitudinal dividido para área sección transversal.

- Factores de forma

$$k_a = \frac{A_e}{A_c} \times \left(\frac{b}{h}\right)^2 \quad \text{Ecuación 265}$$

$$k_b = \frac{A_e}{A_c} \times \left(\frac{h}{b}\right)^{0.5} \quad \text{Ecuación 266}$$

Donde:

b: Base de la viga, h: altura de la viga,  $A_e/A_c$ : Relación de áreas.

- Deformación unitaria

$$e_{ccu} = e_o \times \left[ 1.5 + 12 \times k_b \times \frac{f_l}{f'_c} \times \left( \frac{e_{fe}}{e_o} \right)^{0.45} \right] \text{ Ecuación 267}$$

Debe cumplir la condición:

$$e_{ccu} < 0.01$$

Donde:

$k_b$ : Factor de forma,  $f_l$ : Presión de confinamiento máxima,  $f'_c$ : Resistencia del hormigón,  $e_{fe}$ : Deformación unitaria efectiva,  $e_o$ : Deformación del hormigón asociada a  $f'_c$ .

- Presión de confinamiento máxima.

$$f'_{cc} = f'_c + 3.3 \times k_a \times f_l \text{ Ecuación 268}$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia del hormigón,  $k_a$ : Factor de forma,  $f_l$ : Presión de confinamiento máxima.

- Aumento del Módulo de elasticidad del hormigón debido al refuerzo de confinamiento.

$$E_{cc} = 4.7 \times \sqrt{\frac{f'_c}{10.20}} \times 1000 \times 10.20 \rightarrow \left[ \frac{kg}{cm^2} \right] \text{ Ecuación 269}$$

Donde:

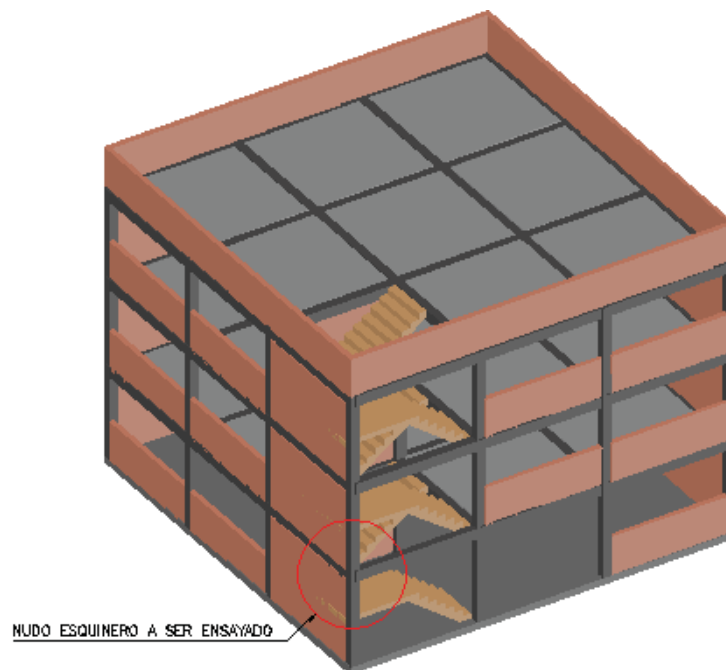
$f'_{cc}$ : Presión de confinamiento máxima

### CAPÍTULO 3

## ENSAYO PRÁCTICO

### 3.1 Introducción.

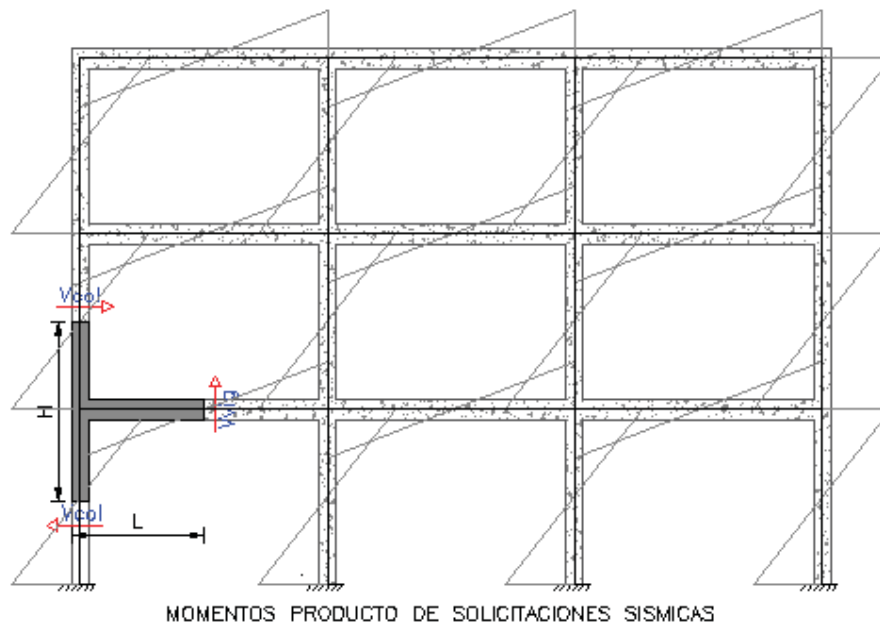
Para validar el procedimiento de reforzamiento con fibra de carbono para uniones viga columna explicado en el capítulo 1 y 2 , se construyó una probeta a escala real de un nudo esquinero, la probeta se diseñó a propósito con fallas en la articulación de acuerdo a la norma ACI-318S-11, estos errores permitieron demostrar que es posible rehabilitar estructuras con diseños erróneos en sus conexiones, en la figura 95 se observa una edificación en la cual se indica como partió la idea para realizar el ensayo.



**Figura 95:** Nudo esquinero en edificio.

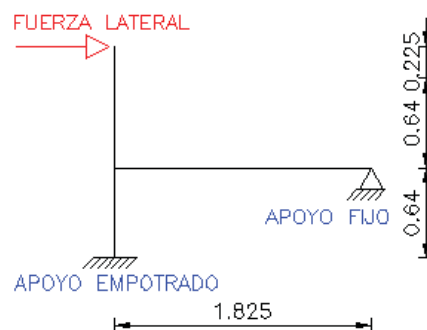
### 3.2 Geometría de la probeta.

Para el ensayo se consideró un análisis bidimensional, como se presenta en la figura 96 la altura y longitud de la probeta se aproximó conociendo que las fuerzas cortantes que afectan al nudo se producen en los puntos de inflexión de una estructura cuando ésta se encuentra bajo solicitaciones sísmicas. (VER ANEXO 1)



**Figura 96:** Geometría de nudo esquinero en ejemplo de pórtico bidimensional

Basados en la figura anterior se estableció el modelo matemático en forma de "T" girada a 45 grados como se observa en la figura 97. Las condiciones para la aplicación de carga del laboratorio donde se realizó el ensayo (Laboratorio de estructuras de la Escuela Politécnica Nacional) también influyó en las dimensiones de la probeta.

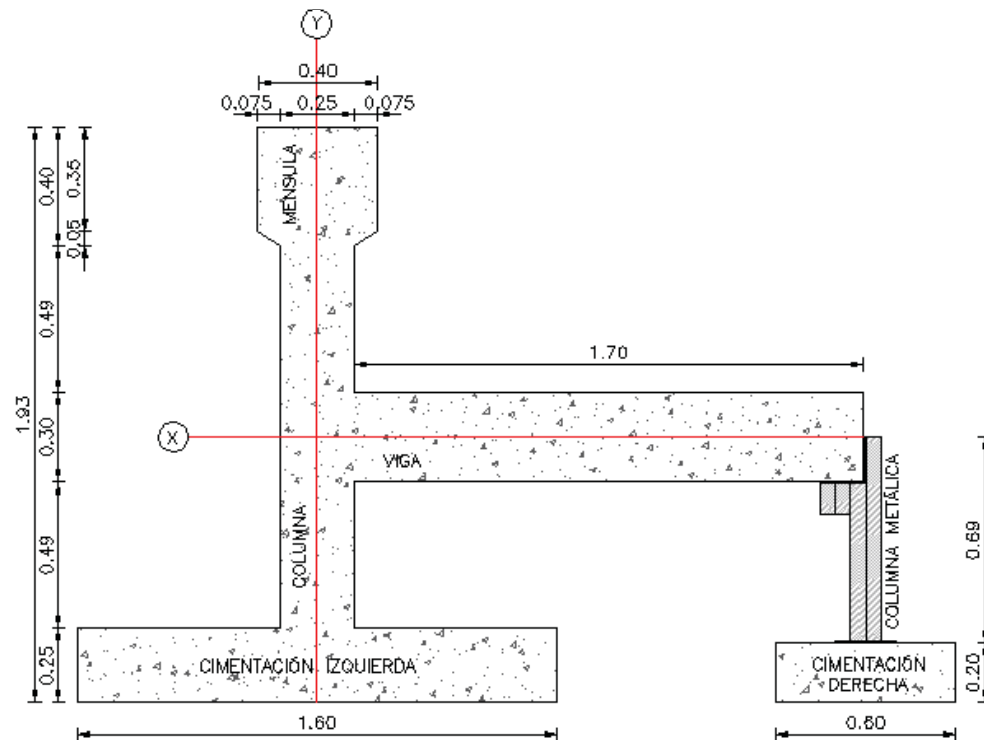


**Figura 97:** Modelo matemático de la probeta

Para recrear las condiciones de una conexión viga-columna con problemas de diseño se consideraron las siguientes de los elementos como se observa en la figura 98:

**Sección en columna:** Para la columna se consideró un área menor al área mínima recomendada por el NEC 15 (Norma Ecuatoriana de la construcción), las dimensiones adoptadas fueron 25x25cm.

**Sección en viga:** La viga tiene mayor área que la columna, las dimensiones adoptadas fueron de 25x30cm, donde la base de la viga es menor a la base mínima recomendada por el ACI 318S-11.



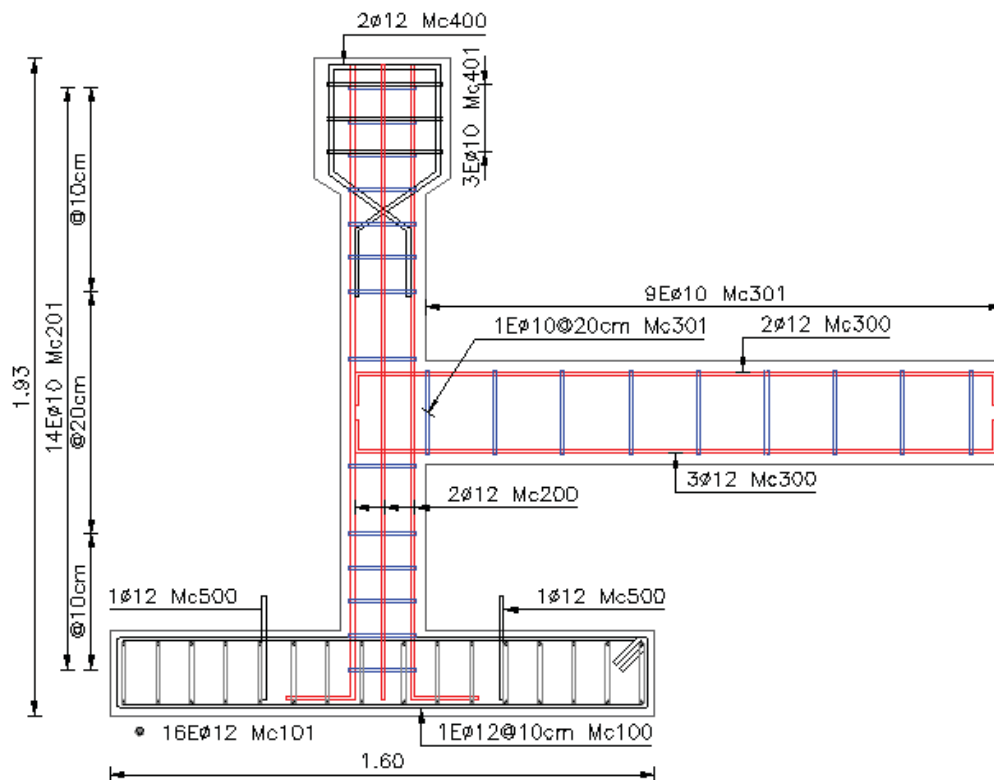
**Figura 98 :** Dimensiones de la probeta (Vista Lateral)

La aplicación de la carga lateral es mediante un gato hidráulico, para lo cual fue necesario ampliar el área de la columna en la parte superior formando una ménsula. Para el apoyo izquierdo fue necesario crear una cimentación por donde pasaron ejes roscados los cuales permitieron pos tensar la probeta al contra piso del laboratorio para crear empotramiento, para el apoyo derecho se incorporó una columna metálica sobre una base de hormigón armado, la base es pos tensada, pero la ductilidad de la columna metálica trabaja como un apoyo fijo.

### 3.3 Armadura de la probeta

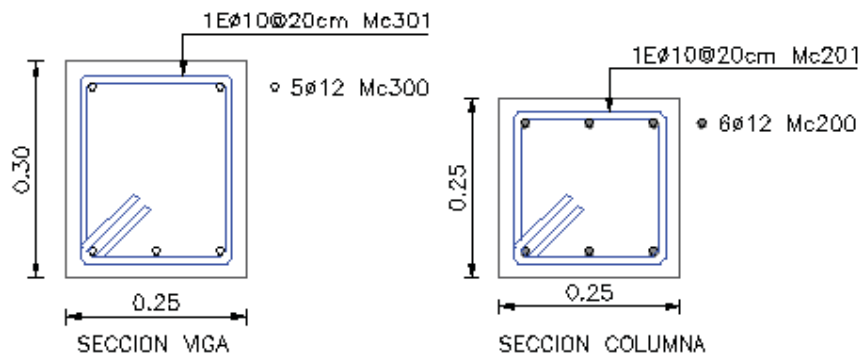
La armadura describe una conexión frágil como se observa en la figura 99. (VER ANEXO 1)





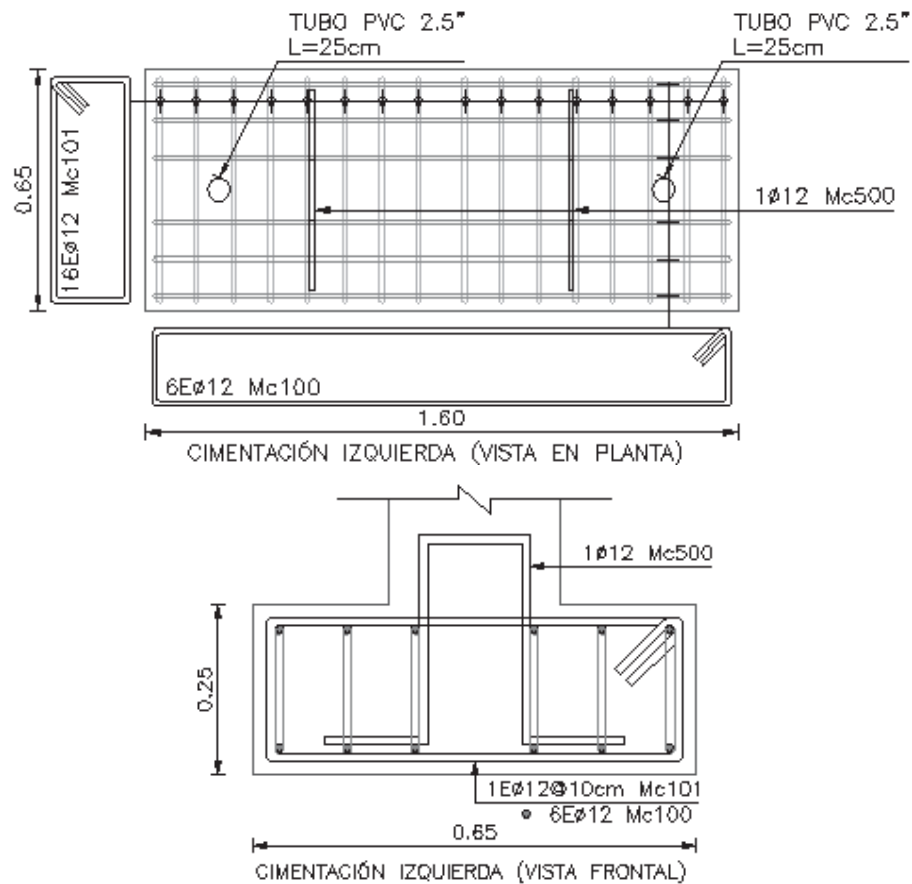
**Figura 99:** Armadura de la probeta (Vista Lateral)

Hay que prestar atención en la armadura de viga y columna para analizar cómo está trabajando el nudo, en la figura 100 se presenta la sección transversal de la viga y la columna.



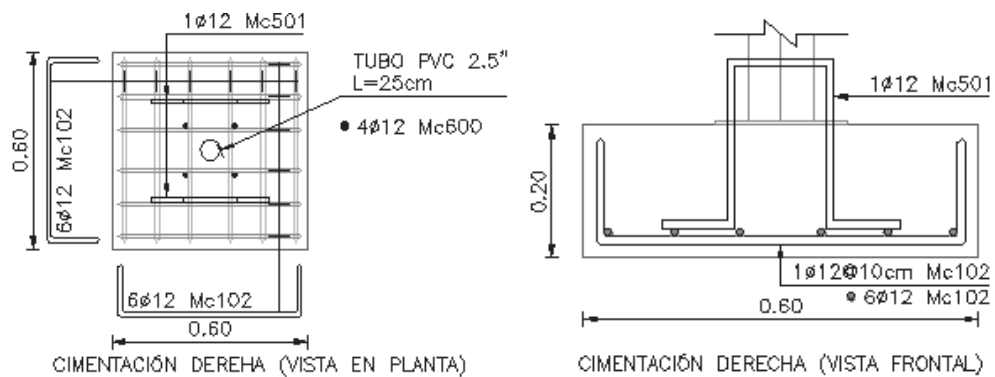
**Figura 100:** Armadura en viga y columna (Corte transversal)

En la figura 101 se presenta la armadura de la cimentación izquierda, los ductos de tubería son por donde ingresan los ejes roscados y los ganchos implementados (Mc500) permiten movilizar la probeta.



**Figura 101:** Armadura de cimentación izquierda (Apoyo izquierdo empotrado)

La cimentación derecha está compuesta de dos partes, la primera parte una base de hormigón armado con un ducto de tubería por donde ingresa un eje roscado (figura 102) y la segunda parte una columna metálica donde se apoya la viga (figura 103).



**Figura 102:** Armadura de cimentación derecha (Apoyo derecho fijo)

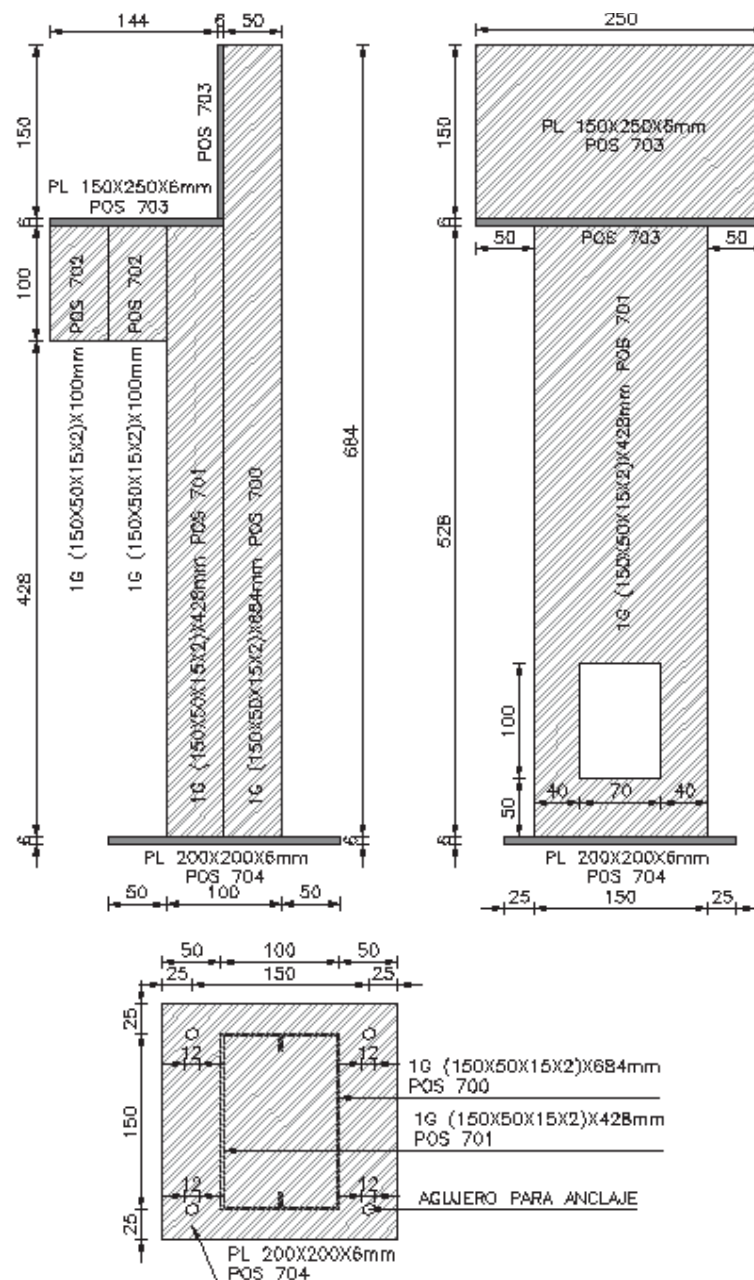


Figura 103: Columna metálica (Apoyo derecha fijo)

### 3.4 Características de los materiales que serán utilizados en la elaboración del ensayo.

#### 3.4.1 Resistencia del hormigón a compresión

El hormigón armado se diseñó con una resistencia baja a la compresión igual a  $f'c=210$  kg/cm<sup>2</sup>, para el efecto se realizaron los siguientes ensayos:

- Ensayo de los agregados.

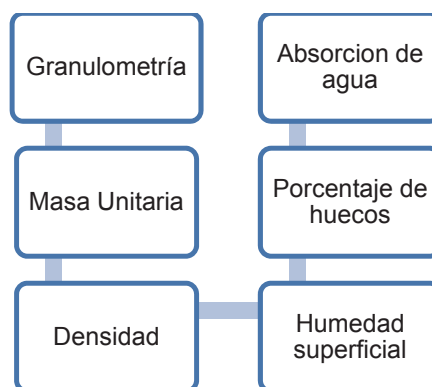
**Tabla 24**

Procedencia de los agregados

**Agregado** Procedencia

<b>Fino</b>	Mina Pintag
<b>Grueso</b>	Mina Pintag

En la figura 104 se presenta los ensayos obligatorios en agregados para el diseño de una dosificación:

**Figura 104:** Ensayos obligatorios para agregados

A continuación, se presenta el resumen de los datos obtenidos en los ensayos de agregados, los cuales fueron obtenidos en el laboratorio de suelos de la Universidad de las Fuerzas armadas ESPE.

**Tabla 25**

Resumen ensayos de agregados.

Descripción	Agregado	Agregado	Unidades
	Grueso	Fino	
Peso específico del material impermeable de las partículas	2468.78	2586.87	Kg/m <sup>3</sup>
Peso específico de las partículas saturadas con superficie seca	2328.53	2424.68	Kg/m <sup>3</sup>
Peso específico de las partículas secas	2233.33	2322.84	Kg/m <sup>3</sup>
Absorción de agua	4.26	4.38	%
Módulo de finura		2.79	
Humedad natural	16.55	4.69	%
Tamaño máximo nominal	1		Pulg.
Peso volumen suelto	1257.49	1626.44	Kg/m <sup>3</sup>
Peso volumen compacto	1307.90	1741.40	Kg/m <sup>3</sup>

En la figura 105 se presentan fotografías de ensayos de granulometría de agregados y abrasión de agregado grueso.



**Figura 105:** Ensayos de agregados

- Dosificación para hormigón de cemento Portland

Para un hormigón  $f'c=210$  kg/cm<sup>2</sup>, se utilizó la relación 1:2:3 (Cemento:Ripio:Arena) , se obtuvo que la relación agua cemento es  $a/c=0.59$ , en la tabla 27 y 28 se resume el volumen de hormigón requerido en la probeta.

**Tabla 26**

Volumenes parciales de hormigón de la probeta

Volumen	Cantidad	Unidades
Columna	0.08	m <sup>3</sup>
Viga	0.13	m <sup>3</sup>
Ménsula	0.04	m <sup>3</sup>
Cimentación izquierda	0.26	m <sup>3</sup>
Cimentación derecha	0.07	m <sup>3</sup>

**Tabla 27**

Volumen Total de hormigón de la probeta

Volumen	Cantidad	Unidades
Probeta	0.58	m <sup>3</sup>
Dos cilindros de hormigón	0.01	m <sup>3</sup>
<b>Volumen Total:</b>	<b>0.59</b>	<b>m<sup>3</sup></b>

En la tabla 28 se presenta el número de sacos de cemento, agregados y galones de aguas requeridos, se considera una parihuela de 0.4mx0.4mx0.2m

**Tabla 28**

Cantidad de materiales para dosificación  $f'c=210 \text{ kg/cm}^2$

	Agua	Cemento		Ripio		Arena	
	Galones	Kg	saco	m3	Parihuelas	m3	Parihuelas
<b>Parcial</b>	7,79	50	1	0,064	2	0,096	3
<b>Total</b>	38,95	250	5	0,32	10	0,48	15

La elasticidad del hormigón será  $E_c = 4.7 \times \sqrt{\frac{f'c}{10.20}} \times 1000 \times 10.20 \rightarrow \left[ \frac{kg}{cm^2} \right]$ .

- Ensayo resistencia a la compresión del hormigón.

Se obtuvieron dos cilindros de hormigón de la probeta los cuales fueron fracturados a los 28 días de la fundición en la máquina de ensayos de compresión como se observa en la figura 106, obteniendo los siguientes resultados.

**Tabla 29**

Resistencia a la compresión del hormigón

Ruptura	28 días	
Espécimen	1	2
$f'c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	176,45	184,10
$f'c$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	180,28	

Durante la construcción no se tomó en cuenta el factor lluvia, la cual saturó a los agregados fino y grueso de agua, aumentando la relación agua/cemento que produjo la falla en el valor de la dosificación de diseño obteniendo un valor de:  **$f'c=180.28 \text{ kg/cm}^2$** .



**Figura 106:** Cilindros fracturados en la máquina de ensayos de compresión

### 3.4.2 Fluencia del acero de refuerzo

Para el acero el fabricante considera una fluencia  $f_y=4200$  kg/cm<sup>2</sup>, pero para validar este valor se realizaron ensayos de tracción a cuatro especímenes de cada diámetro 10mm y 12mm como se observa en la figura 107, con los resultados obtenidos se ajustó el valor real de la fluencia como se observa en la tabla 30 diámetro de 10mm y tabla 31 diámetro de 12mm.

**Tabla 30**

Valores máximos de carga (Varillas 10mm)

Diámetro:	10mm			
Especimen:	1	2	3	4
$f_y$ [Kg/cm <sup>2</sup> ]:	4902,35	4882,87	4931,22	4858,29
Media Aritmética:	4893,68			
Varianza:	75,07	116,83	1408,97	1252,55
Desviación estándar:	30,84			
Coefficiente de variación [%]:	0,63			

**Tabla 31**

Valores máximos de carga (Varillas 12mm)

Diámetro:	12mm			
Especimen:	1	2	3	4
$f_y$ [Kg/cm <sup>2</sup> ]:	4846,86	4853,34	4247,52	5086,01
Media Aritmética:	4758,43			
Varianza:	7819,02	9007,78	261030,09	107306,37
Desviación estándar:	358,31			
Coefficiente de variación [%]:	7,53			

El límite de fluencia que se obtuvo es mayor al establecido por el fabricante lo que genera un valor de sobre resistencia, al realizar un

promedio entre las varillas de 10mm y 12mm obtenemos un valor de  $f_y=4826.06 \text{ kg/cm}^2$ .



**Figura 107:** Ensayo de tracción de varillas con galgas extensiométricas (Strain gauges)

### 3.4.3 Ensayo de tracción de la fibra de carbono.

Para la fibra de carbono el fabricante considera los siguientes valores:

**Tabla 32**

Datos del fabricante de la fibra de carbono.

#### **CARBOWRAP 600 CFRP**

Propiedades	Valor	Unidades
Resistencia última a tensión en la dirección principal de la fibra	842	MPa
Elongación a la ruptura	1,2	%
Módulo de Elasticidad	69,6	GPa
Espesor de la lámina	1	mm

Se elaboraron cinco especímenes de CFRP de las cuales cuatro se ensayaron a tracción hasta llegar a la rotura, un espécimen se ensayó con una galga extensiométrica (Strain Gauge), en la figura 108 se indica el procedimiento para obtener las probetas las cuales las cuales tienen una longitud de 250mm y un ancho de 15mm en los 50mm iniciales superior e inferior de la probeta se colocó otra capa de CFRP para que la probeta pueda insertarse en las mordazas de la máquina de tracción.





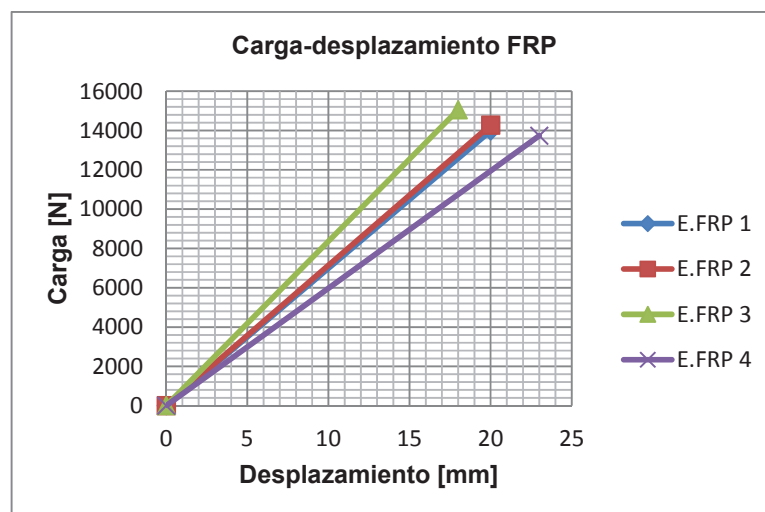
**Figura 108: Probetas para el ensayo de tracción de fibra de carbono.**

En la tabla 33 y en la figura 109 se presenta los resultados obtenidos en el ensayo de tracción.

**Tabla 33**

Valores máximos de carga (CARBOWRAP 600 CFRP)

Espécimen CFRP N:	Carga	Varianza
1	13881,15	126460,25
2	14273,55	1353,32
3	15058,35	675006,02
4	13734,00	252770,13
Sumatoria:	56947,05	1055589,72
Media Aritmética		14236,76
Desviación estándar:		838,88
Coeficiente de variación [%]:		5,89



**Figura 109:**Carga-desplazamiento (CARBOWRAP 600 CFRP)

La resistencia última a tensión, en la dirección principal de la fibra obtenida en los ensayos es mayor a la presentada por el fabricante, incrementando el Módulo de elasticidad.

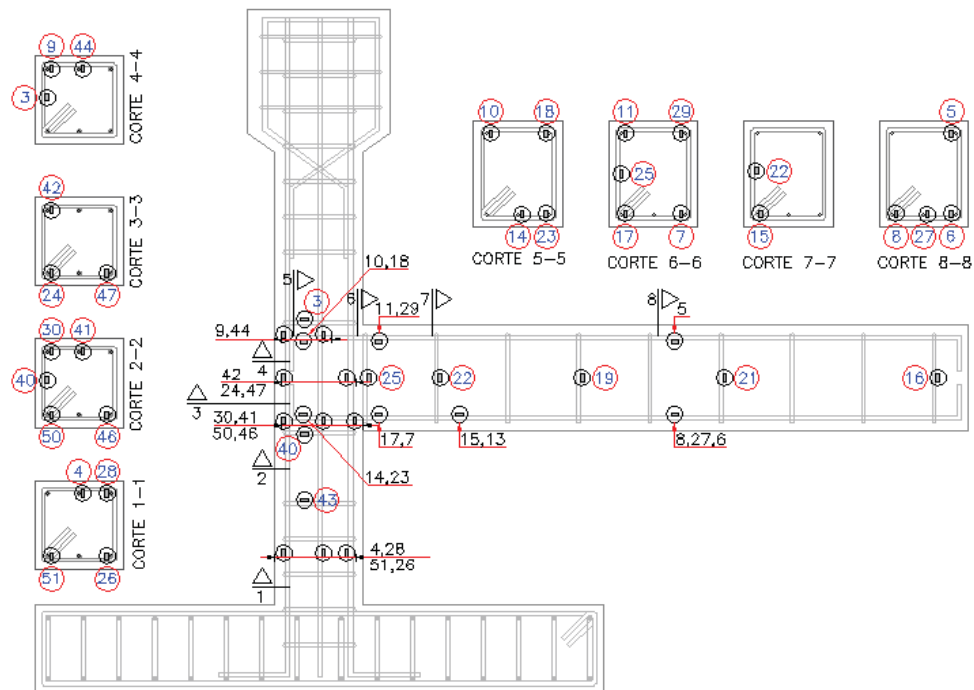
**Tabla 34**

Módulo de Elasticidad obtenido de los ensayos.

Especimen	1	2	3	4
Resistencia última a tensión en la dirección principal de la fibra [MPa]:	925,41	892,10	912,63	915,60
Media aritmética:	911,43			
Módulo de elasticidad [MPa]:	75952,79			
Módulo de elasticidad [GPa]:	75,95			

### 3.4.4 Galgas Extensiométricas (Strain Gauges).

- Ubicación de las galgas extensiométricas (Strain Gauges) figura 110.



**Figura 110:** Ubicación de galgas extensiométricas (Strain Gauges)

- Propiedades del fabricante de las galgas extensiométricas (Strain Gauges):

**Tabla 35**

Propiedades Galga Extensiométrica (Strain Gauges).

<b>TIPO</b>	BF350-3AA(11)T0-F-X1-V2
<b>OHMS</b>	350.0±0.1
<b>GAGE FACTOR</b>	2.0±1%

### 3.5 Proceso constructivo de la probeta.

Tabla 36

Fases de construcción de la probeta.

Proceso	Duración [días]
Figurado del acero y ubicación de Strain Gauges	15
Ensamblaje de columna metálica y armado de la estructura	3
Encofrado de la estructura	2
Fundición de la probeta	1
<b>Total:</b>	<b>21</b>

- Figurado del acero y ubicación de galgas extensiométricas (Strain Gauges), figura 111.



Figura 111: Ubicación de Strain Gauges en acero figurado

- Ensamblaje de columna metálica y armado de la estructura, figura 112.



Figura 112: Armado de la probeta (Ubicación en sitio del ensayo)

- Encofrado de la estructura: Se realizó con tabla de monte, figura 113.



**Figura 113:** Encofrado de la probeta.

- Fundición de la probeta: Durante la fundición de la probeta se extrajeron dos cilindros para verificación de dosificación, figura 114.



**Figura 114:** Fundición de la probeta

### 3.6 Análisis de la probeta antes del reforzamiento.

#### 3.6.1 Sobre resistencia del hormigón debido al confinamiento por armadura de corte (MANDER).

Para las fórmulas expuestas en este ítem las unidades pueden ser: de longitud en milímetros y fuerza en Newton ó longitud en centímetros y fuerza en kilogramos como se observa en la tabla 37.

**Tabla 37**

Unidades aplicables sobre resistencia (MANDER).

Unidades	Sistema USA esfuerzos en psi	Sistema mks esfuerzos en kg/cm <sup>2</sup>
----------	------------------------------	---

Para comparar los resultados del análisis teórico con el ensayo práctico se considera que la armadura de confinamiento, aumenta la resistencia a compresión del hormigón en la columna de la estructura, según el espaciamiento de los estribos y la geometría del elemento.

- Procedimiento del método de Mander

Nota: La altura de la columna es paralela al sentido de análisis.

#### 1. Determinar bc:

$$bc = b - 2 \times rcl$$

Donde:

b: Base de la columna, rcl: recubrimiento libre de la columna (distancia tomada desde el estribo al borde).

#### 2. Determinar dc:

$$dc = h - 2 \times rcl$$

Donde:

h: Altura de la columna, rcl: recubrimiento libre de la columna (distancia tomada desde el estribo al borde).

#### 3. Área transversal del estribo sentido X-X:

$$Asx = Av \times \text{Número de Ramas}_{\text{sentido } x-x}$$

Donde:

$A_v$ : Área del acero a corte existente en la columna.

**4. Área transversal del estribo sentido Y-Y:**

$$A_{sy} = A_v \times \text{Número de Ramas}_{\text{Sentido Y-Y}}$$

Donde:

$A_v$ : Área del acero a corte existente en la columna.

**5. Esfuerzo lateral de confinamiento sentido X-X:**

$$f_{lx} = \frac{A_{sx}}{s \times d_c} \times f_{yh}$$

Donde:

$A_{sx}$ : Área transversal del estribo sentido X-X,  $s$ : Espaciamiento entre estribos,  $d_c$ : altura menos recubrimiento libre de cada extremo,  $f_{yh}$ : Fluencia del acero a corte.

**6. Esfuerzo lateral de confinamiento sentido Y-Y:**

$$f_{ly} = \frac{A_{sy}}{s \times b_c} \times f_{yh}$$

Donde:

$A_{sy}$ : Área transversal del estribo sentido Y-Y,  $s$ : Espaciamiento entre estribos,  $b_c$ : base menos recubrimiento libre de cada extremo,  $f_{yh}$ : Fluencia del acero a corte.

**7. Cuantía de refuerzo longitudinal.**

$$\rho_{cc} = \frac{A_s}{b \times d}$$

Donde:

$A_s$ : Área de acero longitudinal,  $b$ : Base de la columna,  $d$ : altura efectiva de la columna.

**8. Espaciamiento entre caras externas del estribo.**

$$s' = s - \emptyset Ast$$

Donde:

s: Espaciamiento entre estribos,  $\emptyset Ast$ : diámetro del acero transversal.

**9. Coeficiente efectivo de confinamiento (Estribos rectangulares)**

$$k_e = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \times \frac{(w'i)^2}{6 \times bc \times dc}\right) \times \left(1 - \frac{s'}{2 \times bc}\right) \times \left(1 - \frac{s'}{2 \times dc}\right)}{(1 - \rho cc)}$$

Donde:

$w'i$ : Área bajo parábola formada entre la distancia de las caras del acero longitudinal,  $s'$ : Espaciamiento entre caras externas del estribo,  $bc$ : base menos recubrimiento libre de cada extremo,  $dc$ : altura menos recubrimiento libre de cada extremo.

**10. Esfuerzo lateral de confinamiento efectivo sentido X-X.**

$$f'lx = k_e \times flx$$

Donde:

$k_e$ : Coeficiente efectivo de confinamiento,  $flx$ : Esfuerzo lateral de confinamiento sentido X-X.

**11. Esfuerzo lateral de confinamiento efectivo sentido Y-Y.**

$$f'ly = k_e \times fly$$

Donde:

$k_e$ : Coeficiente efectivo de confinamiento,  $fly$ : Esfuerzo lateral de confinamiento sentido Y-Y.

**12. Coeficiente de mayoración de resistencia por confinamiento [k].**

Relación de esfuerzos de confinamiento.

$$\frac{f'lx}{f'co} = \text{relación 1}, \quad \frac{f'ly}{f'co} = \text{relación 2}$$

Donde:

$f'_{lx}$ : Esfuerzo lateral de confinamiento efectivo sentido X-X,  $f'_{ly}$ : Esfuerzo lateral de confinamiento efectivo sentido Y-Y,  $f'_{co}$ : Resistencia del hormigón a compresión

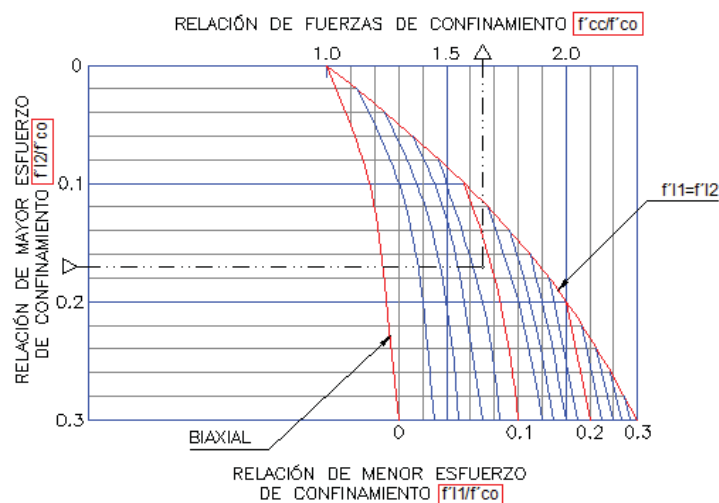
El coeficiente de mayoración de resistencia se obtiene ingresando con las relaciones de esfuerzos de confinamiento en el monograma presentado en la figura 115.

### 13. Esfuerzo de compresión del hormigón confinado:

$$f'_{cc} = k \times f'_{co}$$

Donde:

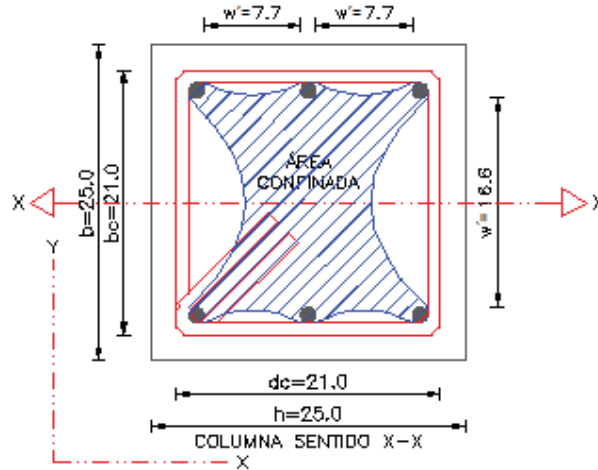
k: Coeficiente de mayoración de resistencia por confinamiento,  $f'_{co}$ : Resistencia del hormigón a compresión



**Figura 115:** Monograma para obtener coeficiente de mayoración de resistencia por confinamiento.

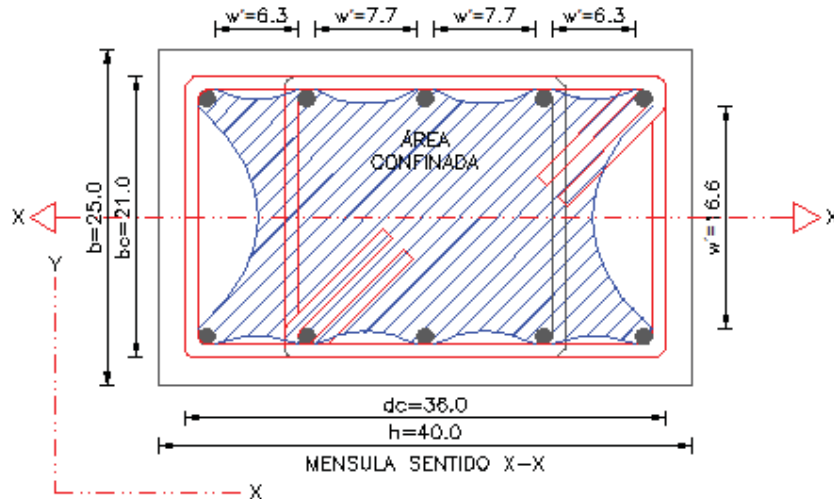
La columna se analizara en tres secciones además de la ménsula, en la figura 116 se observa el área confinada en planta donde se encuentra el estribo.





**Figura 116:** Área confinada sección columna

En la figura 117 se observa al área confinada de la ménsula en planta donde se encuentra el estribo.



**Figura 117:** Área confinada sección ménsula.

Para hallar la sobre resistencia del hormigón es importante considerar el espaciamiento entre estribos, en la figura 118 se observa como aumenta o disminuye en elevación el área efectivamente confinada.

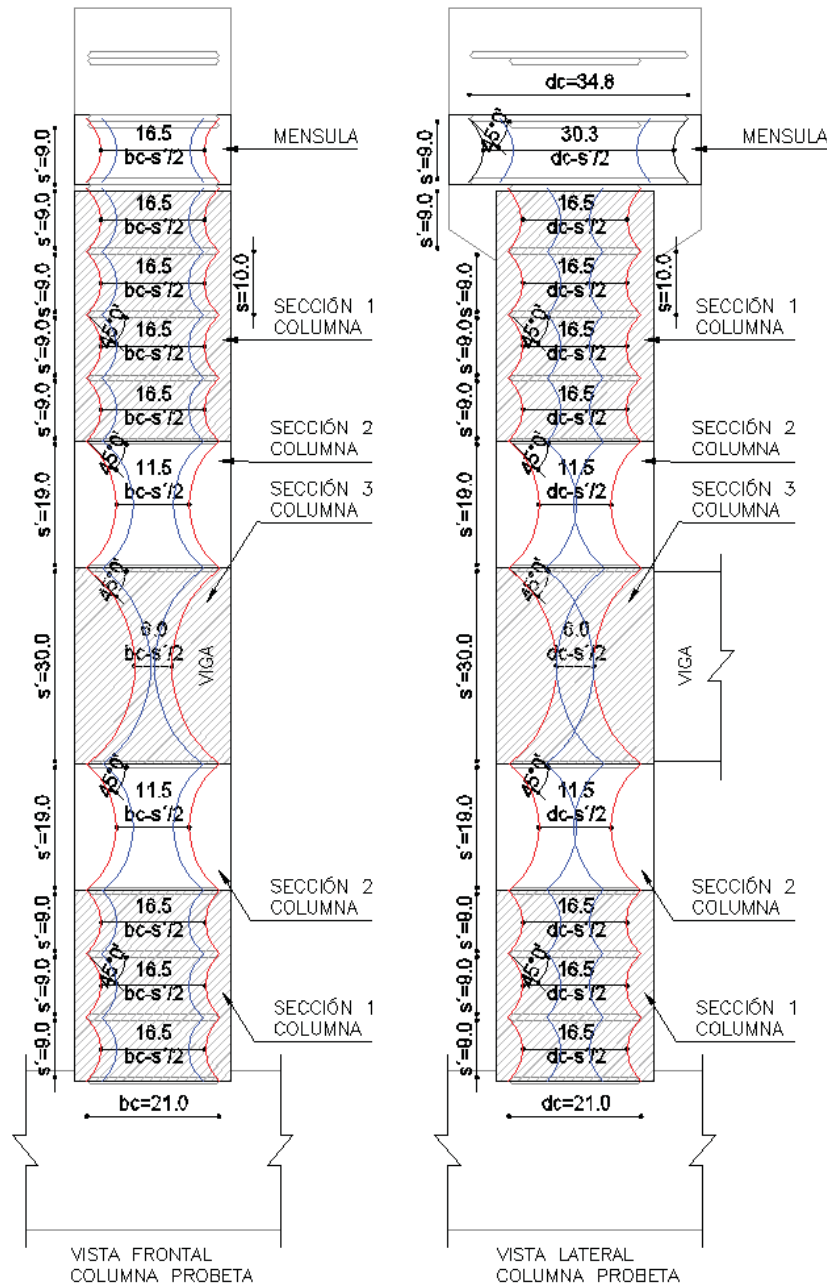


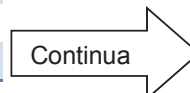
Figura 118: Área confinada de columna en elevación [cm].

- Resultados sección 1 columna

Tabla 38

Datos columna sección 1 (Mander)

Elemento:	Columna
Sentido de análisis :	x-x
<b>NOTA: Altura paralela al sentido de análisis.</b>	
b=	25 cm



<b>h=</b>	25	cm	
<b>r=</b>	3,6	cm	
<b>Diametro acero longitudinal=</b>	12	mm	
<b>Número acero longitudinal=</b>	6		
<b>Diametro acero transversal=</b>	10	mm	
<b>Número de ramas del estribo sentido x-x=</b>	2		
<b>Número de ramas del estribo sentido y-y=</b>	2		
<b>s=Espaciamiento entre estribos =</b>	10	cm	
<b>fyh=</b>	4200	kg/cm <sup>2</sup>	
<b>Distancia entre cara y cara del acero longitudinal</b>			
<b>w:</b>			
<b>Distancia N:</b>	<b>Sentido</b>	<b>Longitud</b>	<b>Num áreas</b>
1	x-x	7,7 cm	4
2	y-y	16,6 cm	2
<b>f'co=</b>	180,28	kg/cm <sup>2</sup>	

Tabla 39

Resultados columna sección 1 (Mander)

<b>PROCEDIMIENTO</b>			
<b>1. Determinar bc</b>			
<b>r libre=</b>	2	cm	20 mm
<b>bc=</b>	21	cm	210 mm
<b>2. Determinar dc</b>			
<b>r libre=</b>	2	cm	20 mm
<b>dc=</b>	21	cm	210 mm
<b>3. Área transversal del estribo sentido x-x</b>			
<b>Asx=</b>	157,08	mm <sup>2</sup>	1,57 cm <sup>2</sup>
<b>4. Área transversal del estribo sentido y-y</b>			
<b>Asy=</b>	157,08	mm <sup>2</sup>	1,57 cm <sup>2</sup>
<b>5. Esfuerzo lateral de confinamiento sentido x-x</b>			
<b>flx=</b>	31,42	kg/cm <sup>2</sup>	
<b>6. Esfuerzo lateral de confinamiento sentido y-y</b>			
<b>fly=</b>	31,42	kg/cm <sup>2</sup>	
<b>7. Cuantía de refuerzo longitudinal</b>			
<b>pcc:</b>			
<b>As=</b>	678,58	mm <sup>2</sup>	6,79 cm <sup>2</sup>
<b>b=</b>	25	cm	
<b>d=</b>	21,4	cm	
<b>pcc=</b>	0,013		
<b>8. Espaciamiento entre caras externas del estribo</b>			
<b>s'=</b>	9	cm	
<b>9. Coeficiente efectivo de confinamiento (Estribos rectangulares)</b>			
<b>Ke:</b>			
<b>w:</b>			


 Continua

Distancia N:	Longitud	Longitud
1	7,7 cm	3,03 pulg
2	16,6 cm	6,54 pulg

w2/6:			
Distancia N:	Área	Área	
1	1,53 pulg2	9,88 cm2	
2	7,12 pulg2	45,93 cm2	

w2/6xbcxdc:			
Distancia N:	w2/6xbcxdc	Num áreas	Σ
1	0,022	4	0,090
2	0,104	2	0,208
Σ (w2/6xbcxdc)=			0,298

ke= 0,44

**10. Esfuerzo lateral de confinamiento efectivo sentido x-x**  
 $f'_{lx} = 13,79 \text{ kg/cm}^2$

**11. Esfuerzo lateral de confinamiento efectivo sentido y-y**  
 $f'_{ly} = 13,79 \text{ kg/cm}^2$

**12. Coeficiente de mayoración de resistencia por confinamiento**  
 $f'_{lx} = 0,08$

$f'_{co}$

$f'_{ly} = 0,08$

$f'_{co}$

**Se obtiene mediante el uso del siguiente monograma.**

k= 1,47

**13. Esfuerzo de compresión del hormigón confinado**  
 $f'_{cc} = 265,01 \text{ kg/cm}^2$

$$E_{cc} = 4,7 \times \sqrt{\frac{265.01}{10.20}} \times 1000 \times 10.20 = 244360.15 \text{ kg/cm}^2$$

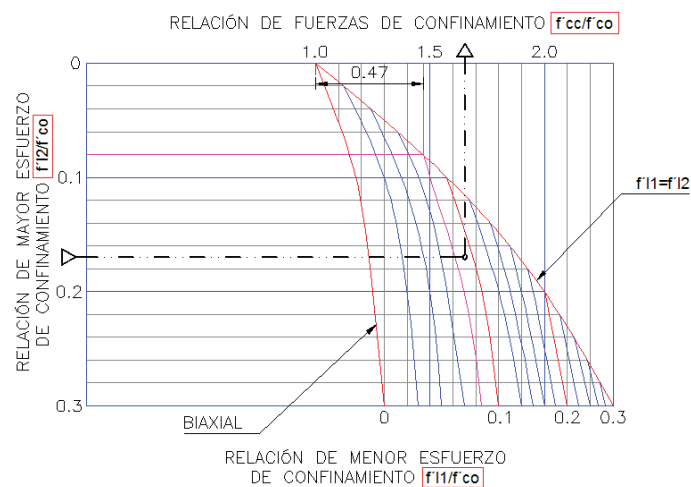


Figura 119: Resultados monograma columna sección 1

- Resultados sección 2 columna

Tabla 40

Datos columna sección 2 (Mander)

DATOS:	
<b>Elemento:</b>	Columna
<b>Sentido de análisis :</b>	x-x
<b>NOTA: Altura paralela al sentido de análisis.</b>	
<b>b=</b>	25 cm
<b>h=</b>	25 cm
<b>r=</b>	3,6 cm
<b>Diametro acero longitudinal=</b>	12 mm
<b>Número acero longitudinal=</b>	6
<b>Díametro acero transversal=</b>	10 mm
<b>Número de ramas del estribo sentido x-x=</b>	2
<b>Número de ramas del estribo sentido y-y=</b>	2
<b>s=Espaciamiento entre estribos =</b>	20 cm
<b>fyh=</b>	4200 kg/cm <sup>2</sup>
<b>Distancia entre cara y cara del acero longitudinal</b>	
<b>w:</b>	
<b>Distancia N:</b>	Sentido Longitud Num áreas
1	x-x 7,7 cm 4
2	y-y 16,6 cm 2
<b>f'co=</b>	180,28 kg/cm <sup>2</sup>

Tabla 41

Resultados columna sección 2 (Mander)

PROCEDIMIENTO			
<b>1. Determinar bc</b>			
<b>r libre=</b>	2 cm	20 mm	
<b>bc=</b>	21 cm	210 mm	
<b>2. Determinar dc</b>			
<b>r libre=</b>	2 cm	20 mm	
<b>dc=</b>	21 cm	210 mm	
<b>3.Área transversal del estribo sentido x-x</b>			
<b>Asx=</b>	157,08 mm <sup>2</sup>	1,57 cm <sup>2</sup>	
<b>4.Área transversal del estribo sentido y-y</b>			
<b>Asy=</b>	157,08 mm <sup>2</sup>	1,57 cm <sup>2</sup>	
<b>5.Esfuerzo lateral de confinamiento sentido x-x</b>			
<b>flx=</b>	15,71 kg/cm <sup>2</sup>		
<b>6.Esfuerzo lateral de confinamiento sentido y-y</b>			
<b>fly=</b>	15,71 kg/cm <sup>2</sup>		
<b>7. Cuantía de refuerzo longitudinal</b>			
<b>pcc:</b>			
<b>As=</b>	678,58 mm <sup>2</sup>	6,79 cm <sup>2</sup>	


 Continua

<b>b=</b>	25	cm	
<b>d=</b>	21,4	cm	
<b>pcc=</b>	0,013		
<b>8. Espaciamiento entre caras externas del estribo</b>			
<b>s'=</b>	19	cm	
<b>9. Coeficiente efectivo de confinamiento (Estribos rectangulares)</b>			
<b>Ke:</b>			
<b>w:</b>			
<b>Distancia N:</b>	<b>Longitud</b>	<b>Longitud</b>	
<b>1</b>	7,7 cm	3,03 pulg	
<b>2</b>	16,6 cm	6,54 pulg	
<b>w2/6:</b>			
<b>Distancia N:</b>	<b>Área</b>	<b>Área</b>	
<b>1</b>	1,53 pulg <sup>2</sup>	9,88 cm <sup>2</sup>	
<b>2</b>	7,12 pulg <sup>2</sup>	45,93 cm <sup>2</sup>	
<b>w2/6xbcxdc:</b>			
<b>Distancia N:</b>	<b>w2/6xbcxdc</b>	<b>Num áreas</b>	<b>Σ</b>
<b>1</b>	0,022	4	0,090
<b>2</b>	0,104	2	0,208
	<b>Σ (w2/6xbcxdc)=</b>		0,298
<b>ke=</b>	0,21		
<b>10. Esfuerzo lateral de confinamiento efectivo sentido x-x</b>			
<b>f'lx=</b>	3,35	kg/cm <sup>2</sup>	
<b>11. Esfuerzo lateral de confinamiento efectivo sentido y-y</b>			
<b>f'ly=</b>	3,35	kg/cm <sup>2</sup>	
<b>12. Coeficiente de mayoración de resistencia por confinamiento</b>			
<b>f'lx</b>	=	0,02	
<b>f'co</b>			
<b>f'ly</b>	=	0,02	
<b>f'co</b>			
<b>Se obtiene mediante el uso del siguiente monograma.</b>			
<b>k=</b>	1,12		
<b>13. Esfuerzo de compresión del hormigón confinado</b>			
<b>f'cc=</b>	201,91	kg/cm <sup>2</sup>	

$$E_{cc} = 4,7 \times \sqrt{\frac{201,91}{10,20}} \times 1000 \times 10,20 = 213295,03 \text{ kg/cm}^2$$

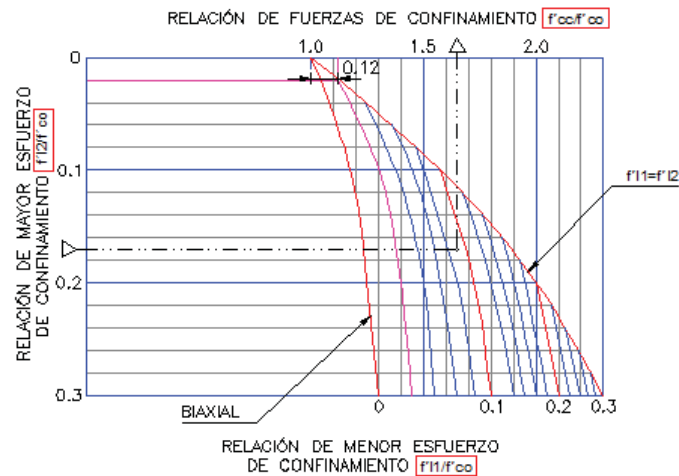


Figura 120: Resultados monograma columna sección 2

▪ Resultados sección 3 columna

Tabla 42

Datos columna sección 3 (Mander)

DATOS:

<b>Elemento:</b>	Columna
<b>Sentido de análisis :</b>	x-x
<b>NOTA: Altura paralela al sentido de análisis.</b>	
<b>b=</b>	25 cm
<b>h=</b>	25 cm
<b>r=</b>	3,6 cm
<b>Díametro acero longitudinal=</b>	12 mm
<b>Número acero longitudinal=</b>	6
<b>Díametro acero transversal=</b>	10 mm
<b>Número de ramas del estribo sentido x-x=</b>	2
<b>Número de ramas del estribo sentido y-y=</b>	2
<b>s=Espaciamiento entre estribos =</b>	30 cm
<b>fyh=</b>	4200 kg/cm <sup>2</sup>
<b>Distancia entre cara y cara del acero longitudinal</b>	
<b>w:</b>	
<b>Distancia N:</b>	Sentido Longitud Num áreas
1	x-x 7,7 cm 4
2	y-y 16,6 cm 2
<b>f'co=</b>	180,28 kg/cm <sup>2</sup>

Tabla 43

Resultados columna sección 3 (Mander)

PROCEDIMIENTO

1. Determinar bc

Continúa

<b>r libre=</b>	2 cm	20 mm	
<b>bc=</b>	21 cm	210 mm	
<b>2. Determinar dc</b>			
<b>r libre=</b>	2 cm	20 mm	
<b>dc=</b>	21 cm	210 mm	
<b>3. Área transversal del estribo sentido x-x</b>			
<b>Asx=</b>	157,08 mm <sup>2</sup>	1,57 cm <sup>2</sup>	
<b>4. Área transversal del estribo sentido y-y</b>			
<b>Asy=</b>	157,08 mm <sup>2</sup>	1,57 cm <sup>2</sup>	
<b>5. Esfuerzo lateral de confinamiento sentido x-x</b>			
<b>flx=</b>	10,47 kg/cm <sup>2</sup>		
<b>6. Esfuerzo lateral de confinamiento sentido y-y</b>			
<b>fly=</b>	10,47 kg/cm <sup>2</sup>		
<b>7. Cuantía de refuerzo longitudinal</b>			
<b>pcc:</b>			
<b>As=</b>	678,58 mm <sup>2</sup>	6,79 cm <sup>2</sup>	
<b>b=</b>	25 cm		
<b>d=</b>	21,4 cm		
<b>pcc=</b>	0,013		
<b>8. Espaciamiento entre caras externas del estribo</b>			
<b>s'=</b>	29 cm		
<b>9. Coeficiente efectivo de confinamiento (Estribos rectangulares)</b>			
<b>Ke:</b>			
<b>w:</b>			
<b>Distancia N:</b>	<b>Longitud</b>	<b>Longitud</b>	
<b>1</b>	7,7 cm	3,03 pulg	
<b>2</b>	16,6 cm	6,54 pulg	
<b>w<sup>2</sup>/6:</b>			
<b>Distancia N:</b>	<b>Área</b>	<b>Área</b>	
<b>1</b>	1,53 pulg <sup>2</sup>	9,88 cm <sup>2</sup>	
<b>2</b>	7,12 pulg <sup>2</sup>	45,93 cm <sup>2</sup>	
<b>w<sup>2</sup>/6xbcxdc:</b>			
<b>Distancia N:</b>	<b>w<sup>2</sup>/6xbcxdc</b>	<b>Num áreas</b>	<b>Σ</b>
<b>1</b>	0,022	4	0,090
<b>2</b>	0,104	2	0,208
	<b>Σ (w<sup>2</sup>/6xbcxdc)=</b>		<b>0,298</b>
<b>ke=</b>	0,07		
<b>10. Esfuerzo lateral de confinamiento efectivo sentido x-x</b>			
<b>f'l<sub>x</sub>=</b>	0,71 kg/cm <sup>2</sup>		
<b>11. Esfuerzo lateral de confinamiento efectivo sentido y-y</b>			
<b>f'l<sub>y</sub>=</b>	0,71 kg/cm <sup>2</sup>		
<b>12. Coeficiente de mayoración de resistencia por confinamiento</b>			
<b>f'l<sub>x</sub></b>	=	0,00	
<b>f'co</b>			


 Continua



$f'ly$	=	0,00
$f'co$		
Se obtiene mediante el uso del siguiente monograma.		
$k$	=	1
<b>13. Esfuerzo de compresión del hormigón confinado</b>		
$f'cc$	=	180,28 kg/cm <sup>2</sup>

$$Ecc = 4,7 \times \sqrt{\frac{180.28}{10.20}} \times 1000 \times 10.20 = 201544,86 \text{ kg/cm}^2$$

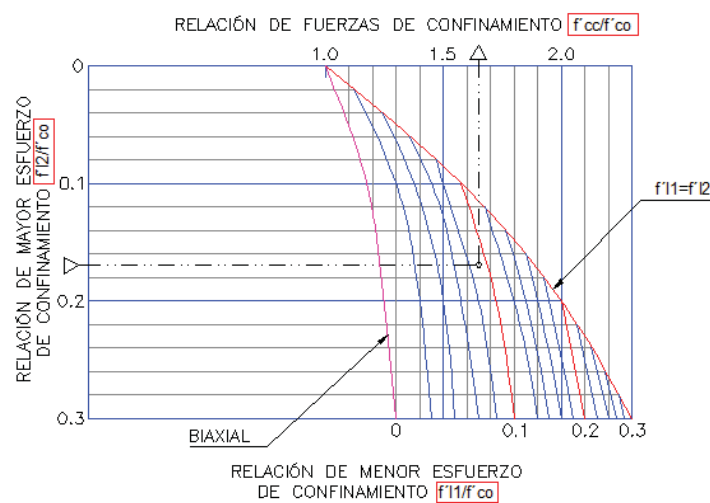


Figura 121: Resultados monograma columna sección 3

#### ▪ Resultados Ménsula

Tabla 44

Datos ménsula (Mander)

DATOS:	
Elemento:	Ménsula
Sentido de análisis :	x-x
NOTA: Altura paralela al sentido de análisis.	
$b$ =	25 cm
$h$ =	40 cm
$r$ =	3,6 cm
Diametro acero longitudinal=	12 mm
Número acero longitudinal=	10
Díametro acero transversal=	10 mm
Número de ramas del estribo sentido x-x=	4
Número de ramas del estribo sentido y-y=	2
$s$ =Espaciamiento entre estribos =	10 cm
$f_y$ =	4200 kg/cm <sup>2</sup>
Distancia entre cara y cara del acero longitudinal	

Continúa

<b>w:</b>				
<b>Distancia N:</b>	<b>Sentido</b>	<b>Longitud</b>		<b>Num áreas</b>
<b>1</b>	x-x	6,3	cm	4
<b>2</b>	x-x	7,7	cm	4
<b>3</b>	y-y	16,6	cm	2
<b>f'co=</b>	180,28	kg/cm <sup>2</sup>		

Tabla 45

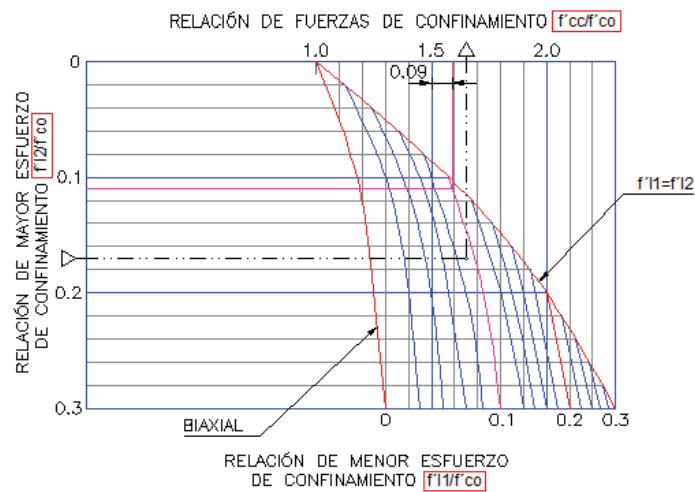
## Resultados ménsula (Mander)

<b>PROCEDIMIENTO</b>				
<b>1. Determinar bc</b>				
<b>r libre=</b>		2	cm	20 mm
<b>bc=</b>		21	cm	210 mm
<b>2. Determinar dc</b>				
<b>r libre=</b>		2	cm	20 mm
<b>dc=</b>		36	cm	360 mm
<b>3. Área transversal del estribo sentido x-x</b>				
<b>Asx=</b>		314,16	mm <sup>2</sup>	3,14 cm <sup>2</sup>
<b>4. Área transversal del estribo sentido y-y</b>				
<b>Asy=</b>		157,08	mm <sup>2</sup>	1,57 cm <sup>2</sup>
<b>5. Esfuerzo lateral de confinamiento sentido x-x</b>				
<b>flx=</b>		36,65	kg/cm <sup>2</sup>	
<b>6. Esfuerzo lateral de confinamiento sentido y-y</b>				
<b>fly=</b>		31,42	kg/cm <sup>2</sup>	
<b>7. Cuantía de refuerzo longitudinal</b>				
<b>pcc:</b>				
<b>As=</b>	1130,97	mm <sup>2</sup>		11,31 cm <sup>2</sup>
<b>b=</b>	25	cm		
<b>d=</b>	36,4	cm		
<b>pcc=</b>	0,012			
<b>8. Espaciamiento entre caras externas del estribo</b>				
<b>s'=</b>	9	cm		
<b>9. Coeficiente efectivo de confinamiento (Estribos rectangulares)</b>				
<b>Ke:</b>				
<b>w:</b>				
<b>Distancia N:</b>		<b>Longitud</b>		<b>Longitud</b>
<b>1</b>		6,3	cm	2,48 pulg
<b>2</b>		7,7	cm	3,03 pulg
<b>3</b>		16,6	cm	6,54 pulg
<b>w<sup>2</sup>/6:</b>				
<b>Distancia N:</b>		<b>Área</b>		<b>Área</b>
<b>1</b>		1,03	pulg <sup>2</sup>	6,62 cm <sup>2</sup>
<b>2</b>		1,53	pulg <sup>2</sup>	9,88 cm <sup>2</sup>
<b>3</b>		7,12	pulg <sup>3</sup>	45,93 cm <sup>3</sup>
<b>w<sup>2</sup>/6x<sup>2</sup>bcx<sup>2</sup>dc:</b>				


 Continua

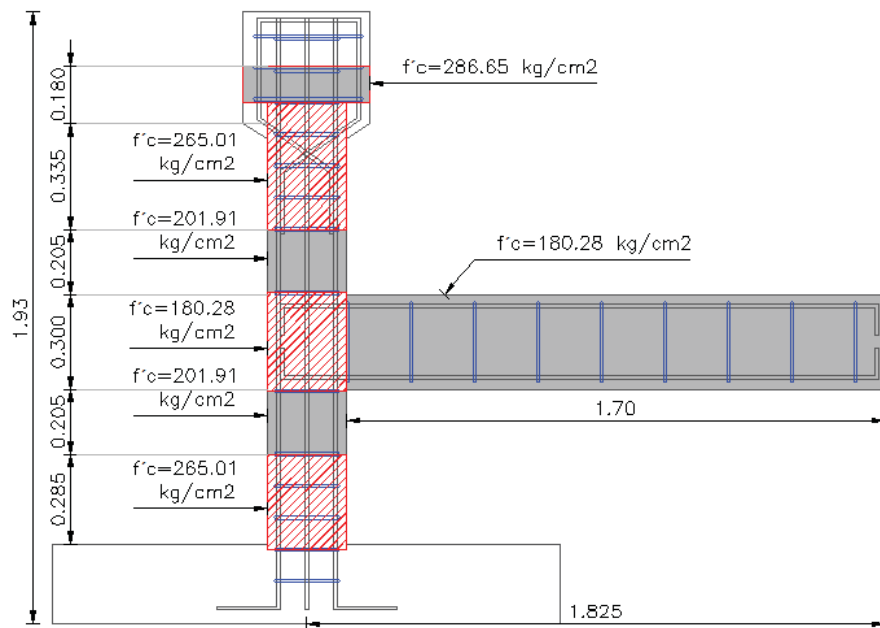
Distancia N:	w2/6x <sub>b</sub> c <sub>x</sub> d <sub>c</sub>	Num áreas	Σ
1	0,009	4	0,035
2	0,013	4	0,052
3	0,061	2	0,121
Σ (w2/6x <sub>b</sub> c <sub>x</sub> d <sub>c</sub> )=			0,209
ke=	0,55		
<b>10. Esfuerzo lateral de confinamiento efectivo sentido x-x</b>			
f'lx=	20,19 kg/cm <sup>2</sup>		
<b>11. Esfuerzo lateral de confinamiento efectivo sentido y-y</b>			
f'ly=	17,30 kg/cm <sup>2</sup>		
<b>12. Coeficiente de mayoración de resistencia por confinamiento</b>			
f'lx	=	0,11	
f'co			
f'ly	=	0,10	
f'co			
<b>Se obtiene mediante el uso del siguiente monograma.</b>			
k=	1,59		
<b>13. Esfuerzo de compresión del hormigón confinado</b>			
f'cc=	286,65 kg/cm <sup>2</sup>		

$$E_{cc} = 4,7 \times \sqrt{\frac{286.65}{10.20}} \times 1000 \times 10.20 = 254138,39 \text{ kg/cm}^2$$



**Figura 122:** Resultados monograma ménsula.

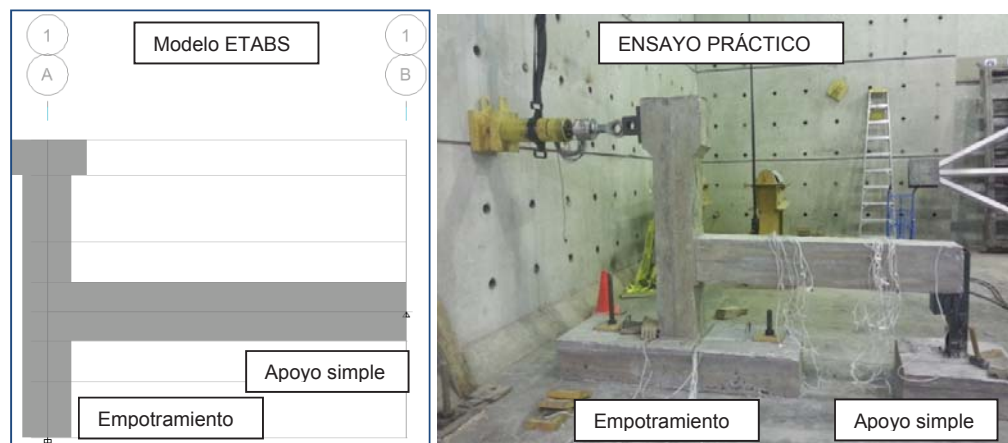
En la figura 123 se resume la sobre resistencia en columnas.



**Figura 123:** Sobre resistencia por confinamiento (MANDER)

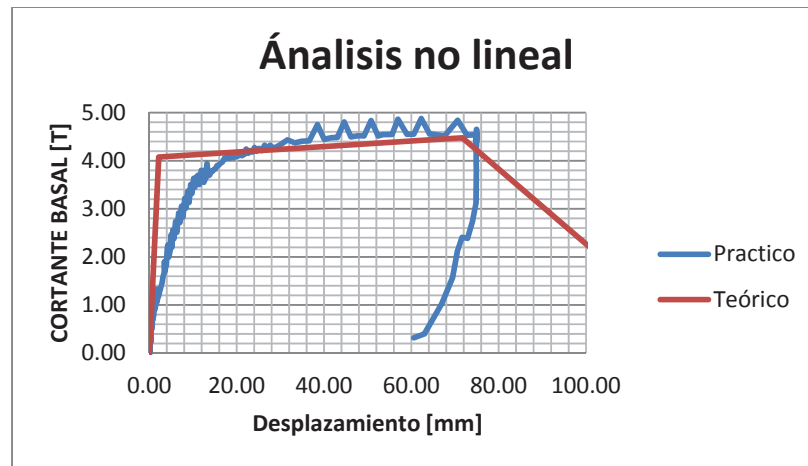
### 3.6.2 Análisis estático no lineal

Se compara y analiza el desempeño del modelo teórico y el Ensayo Práctico, el modelo teórico fue desarrollado en el programa ETABS.



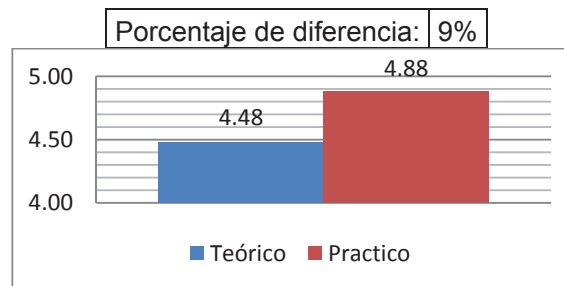
**Figura 124:** Imagen Modelo ETABS vs Ensayo Práctico

En la teoría y la práctica se aplicó una carga lateral mono tónica (Pushover) hasta llegar a la rotura, obteniendo los siguientes resultados.



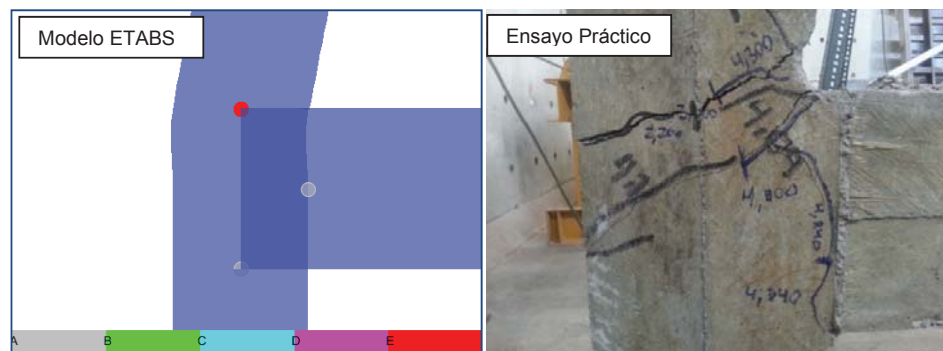
**Figura 125:** Curva de capacidad (Modelo ETABS vs Ensayo Practico)

Se obtuvo un desplazamiento similar, la resistencia a la carga aplicada en el ensayo práctico obtuvo mayor resistencia que el modelo teórico.



**Figura 126:** Porcentaje de sobre resistencia a la carga (Modelo ETABS vs ensayo practico).

Como se observa en la figura 173 La falla se concentró en el nudo. En el modelo teórico se colocaron tres rótulas plásticas alrededor del nudo las cuales presentan un trabajo de capacidad similar a las fisuras generadas en el ensayo práctico.

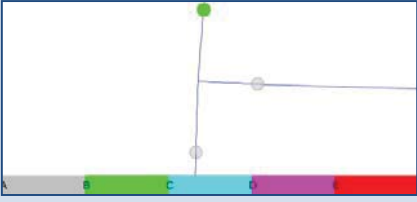
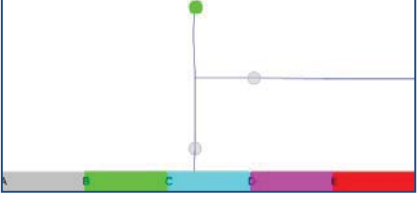
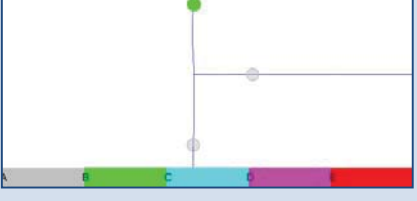
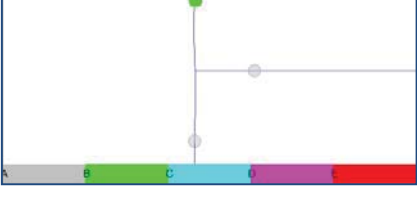
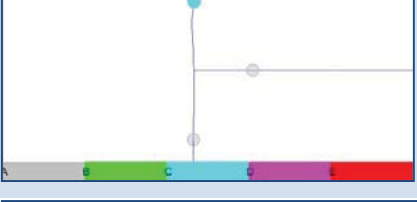
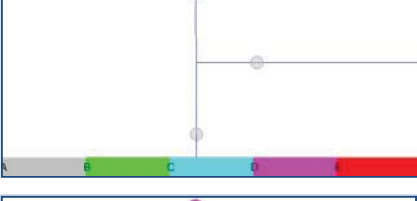
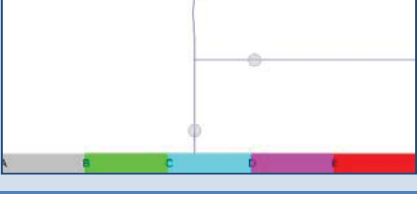


**Figura 127:** Rótulas plásticas en el nudo

- Modelo Teórico (ETABS)

**Tabla 46**

Principales Pasos (Carga vs desplazamiento modelo teórico)

Paso	Figura (Formación de articulaciones)	Desplazamiento [mm]	Carga [T]
1		2.17	4.08
2		22.17	4.19
3		42.17	4.31
4		62.17	4.42
5		71.69	4.48
6		99.93	2.27
7		118.76	0.81

Continúa 

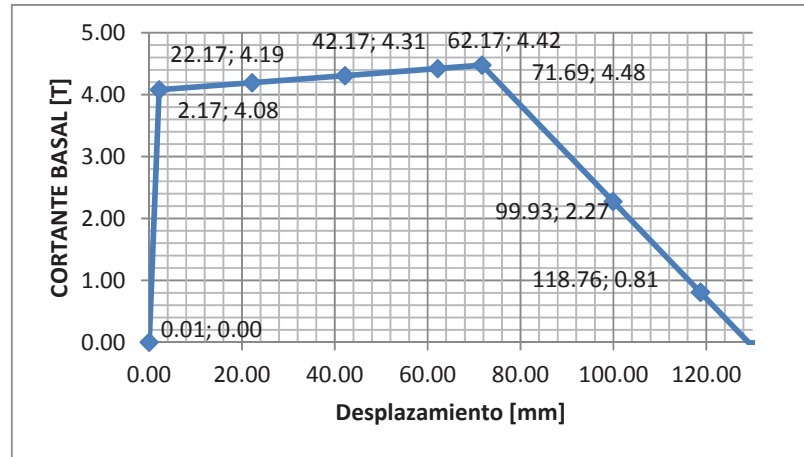


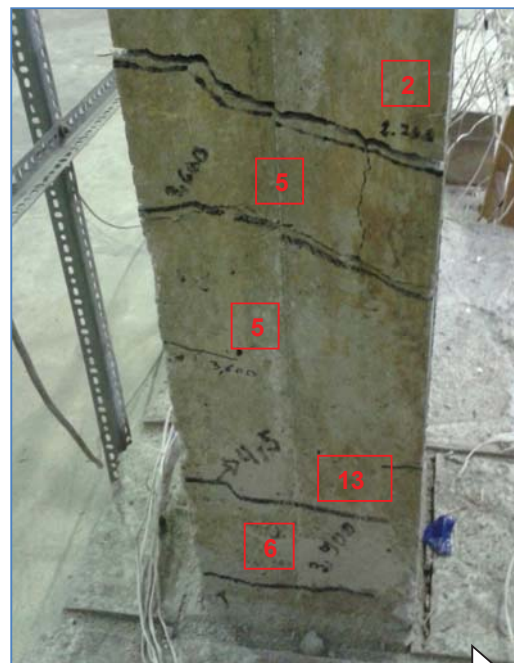
Figura 128: Curva de capacidad teórica

▪ Ensayo Practico

Tabla 47

Principales Pasos (Carga vs desplazamiento Ensayo Practico)

Pasos	Desplazamiento [mm]	Carga [T]
1	0,02	0,07
2	5,14	2,20
3	6,73	2,91
4	9,08	3,13
5	10,15	3,63
6	15,52	3,90
7	20,23	4,09
8	21,19	4,10
9	24,08	4,27
10	27,67	4,32
11	29,93	4,33
12	36,63	4,41
13	46,18	4,50
14	50,79	4,83
15	56,94	4,86
16	62,27	4,88
17	67,56	4,51



Continúa





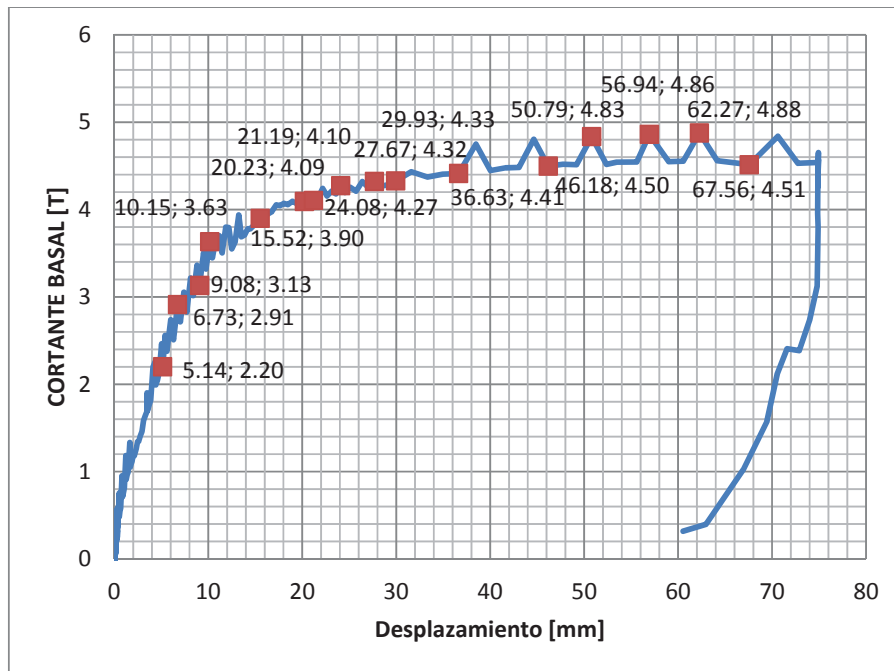


Figura 129: Curva de capacidad Ensayo Practico.

### 3.7 Proceso de reforzamiento de la probeta.

Tabla 48

Fases de reforzamiento de la probeta.

Proceso	Duración [días]
Cincelado y lijado de grietas y fisuras	2
Limpieza de impurezas en grietas y fisuras	1
Relleno de grietas y fisuras	2
Pulido de la probeta	1
Colocación de refuerzo de fibra de carbono	1
Total:	7

- Cincelado y lijado de grietas y fisuras, para retiro de residuos de hormigón, figura 130.



**Figura 130: Retiro de residuos de hormigón de la probeta.**

- Limpieza con inyección de agua a presión en grietas y fisuras, figura 131.



**Figura 131: Limpieza de impurezas con inyección de agua a presión.**

- Relleno de grietas y fisuras con inyección de adhesivo epóxico (Componente A) y puente de adherencia epóxico (Componente B), figura 132.



**Figura 132:** Relleno de grietas y fisuras con mezcla de epóxico (A+B).

- Pulido de la probeta, alisando la superficie y generando radio en esquinas de viga y columna, figura 133.



**Figura 133:** Probeta pulida previo a la colocación del CFRP.

- Colocación del refuerzo de fibra de carbono utilizando epofix 300 (Conformado por 2 componentes sin solventes A y B), figuras 134 y 135.



**Figura 134:** Piezas recortadas de Fibra de carbono y colocación con epóxico.



**Figura 135:** Refuerzo de fibra de carbono terminado

### 3.8 Análisis de la probeta después del reforzamiento.

(VER ANEXO 1)

#### 3.8.1 Reforzamiento de la probeta con fibra de carbono

- Colocación de grapas en fisuras y grietas.

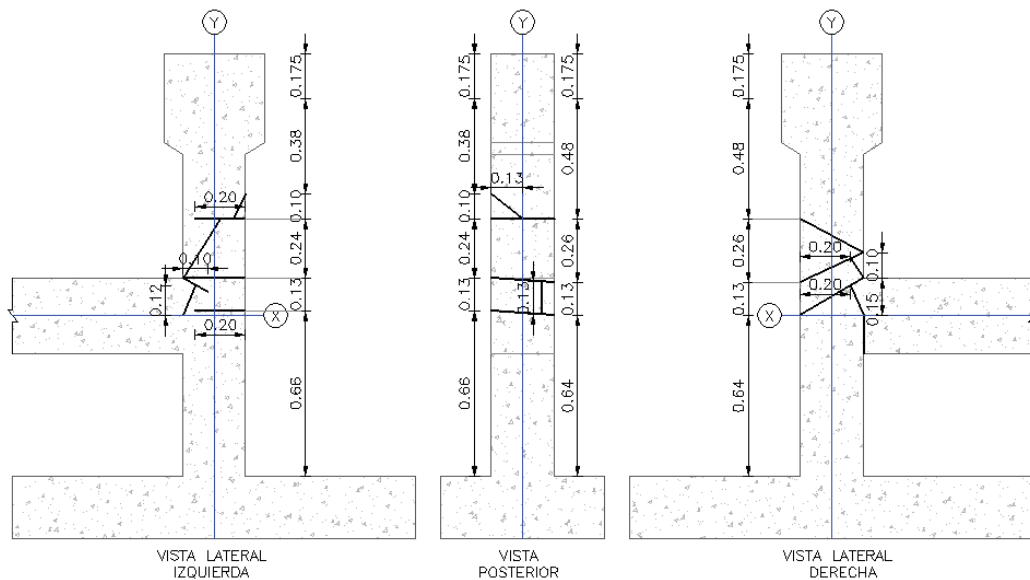


Figura 136: Ubicación de fisuras en probeta.

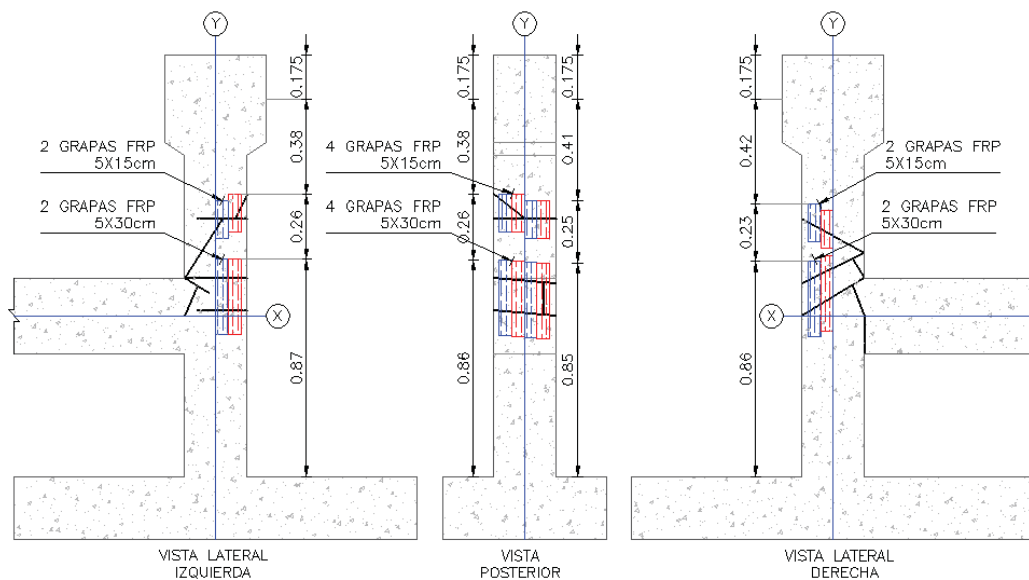
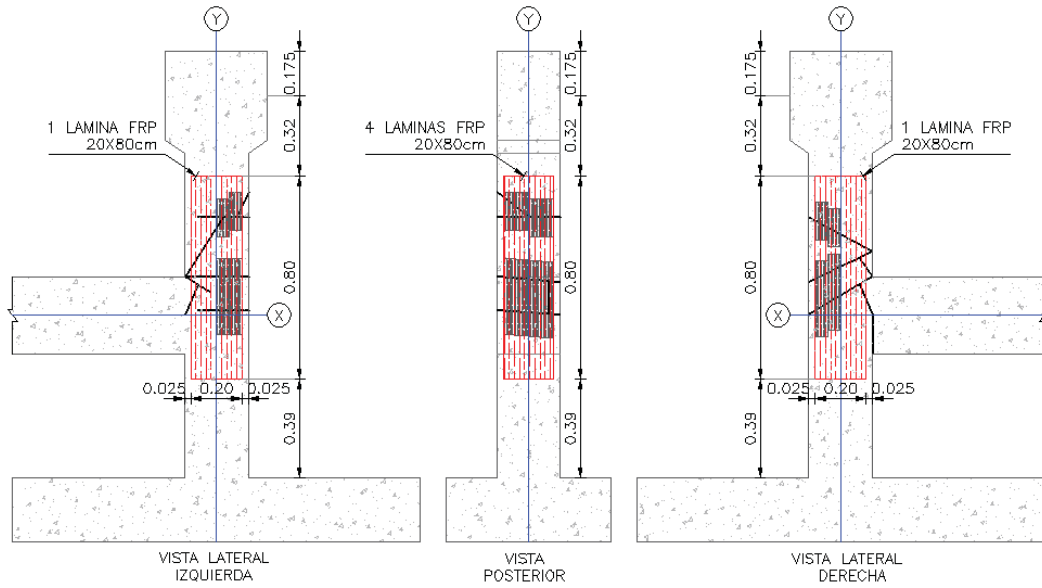


Figura 137: Ubicación de grapas de CFRP en probeta.

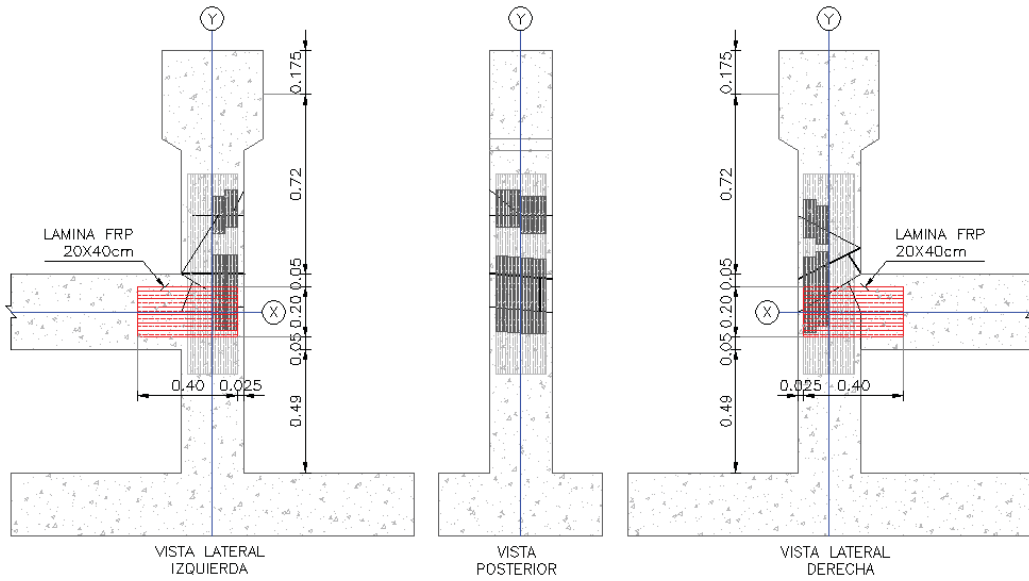
A pesar de inyectar epóxico en grietas y fisuras se agregó grapas para ayudar a la probeta a restablecer las condiciones de resistencia inicial.

- Refuerzo a Flexión en columna.



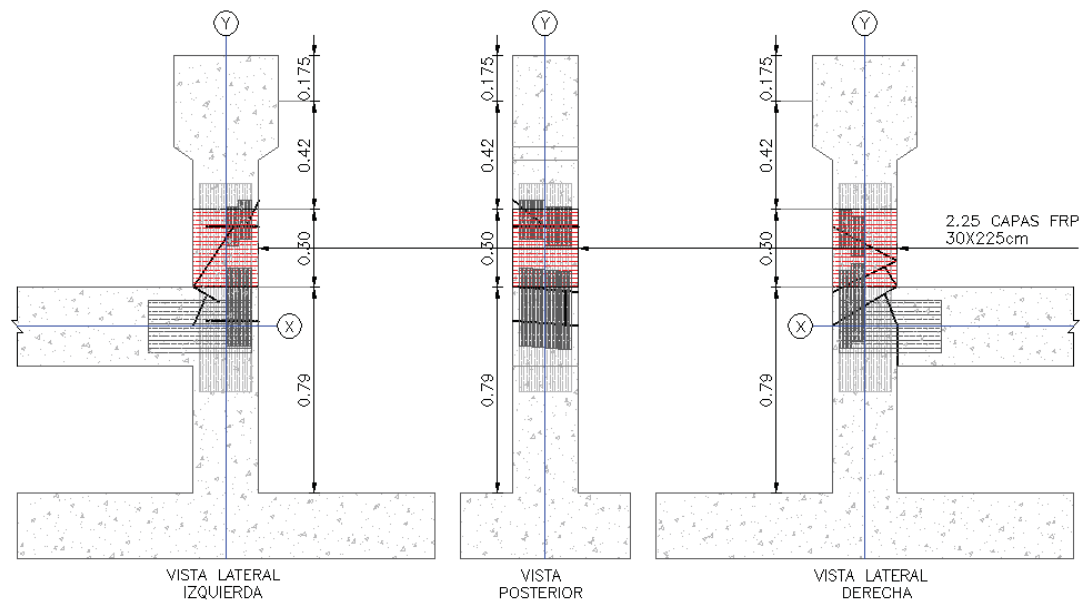
**Figura 138:** Refuerzo a Flexión en la columna de la probeta

- Refuerzo a flexión en viga



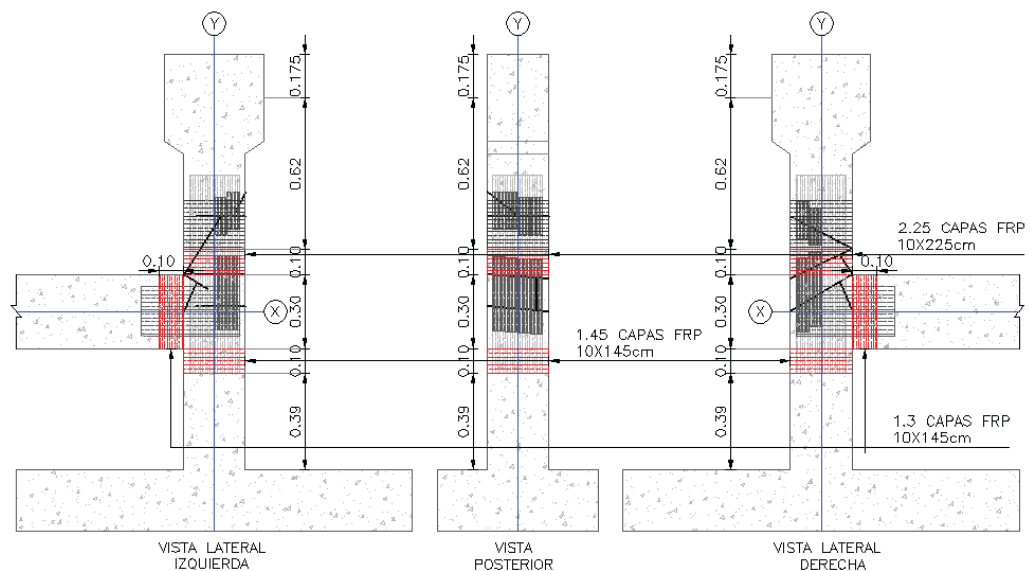
**Figura 139:** Refuerzo a flexión en la viga de la probeta.

- Refuerzo de confinamiento en la columna.



**Figura 140:** Refuerzo de confinamiento en la columna de la probeta

- Refuerzo a corte en viga y columna



**Figura 141:** Refuerzo a corte en viga y columna de la probeta

### 3.8.2 Análisis estático no lineal

Se compara y analiza el desempeño del modelo teórico y el Ensayo Practico, el modelo teórico fue desarrollado en el programa ETABS.



Figura 142: Imagen Modelo ETABS vs Ensayo Practico

### 3.8.2.1 Definición del material CFRP en ETABS

El software ETABS no ejecuta el análisis no lineal con la fibra de carbono como material. Para la creación de este material se debe partir del material acero existente y modificarlo con las características de la fibra de carbono.

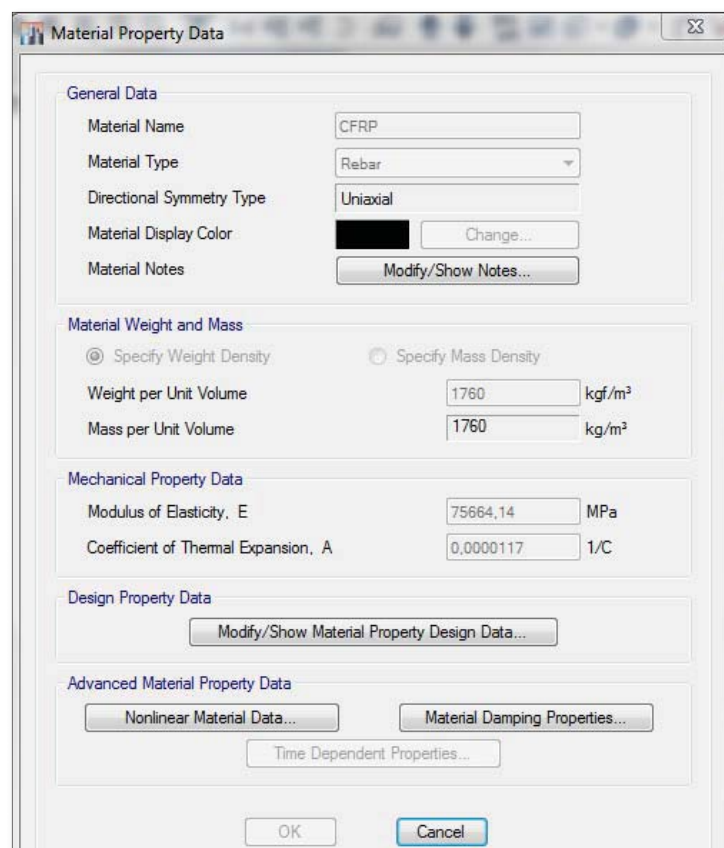
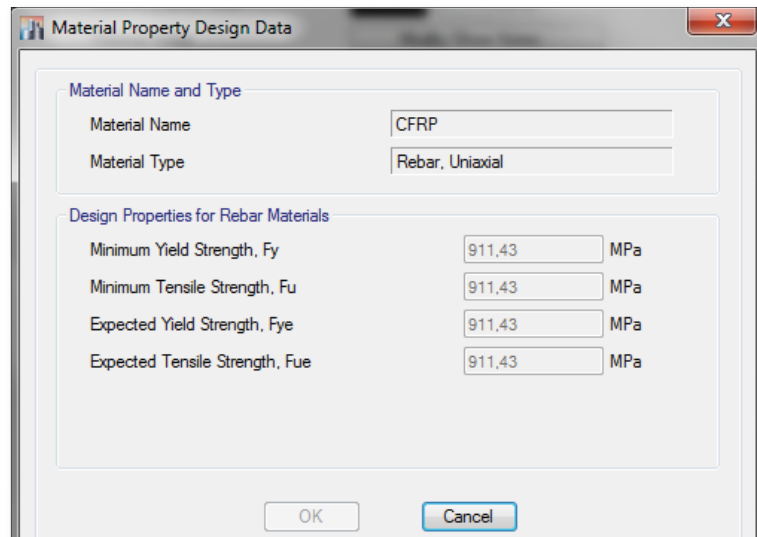


Figura 143: Propiedades del material CFRP



Como la fibra de carbono utilizada para el modelo es uniaxial, se parte de la característica de una barra de acero uniaxial (Rebar Uniaxial), donde ingresamos la masa y elasticidad del CFRP.

Se modifica también las propiedades de diseño del material, asumiendo el comportamiento elástico de la fibra de carbono.



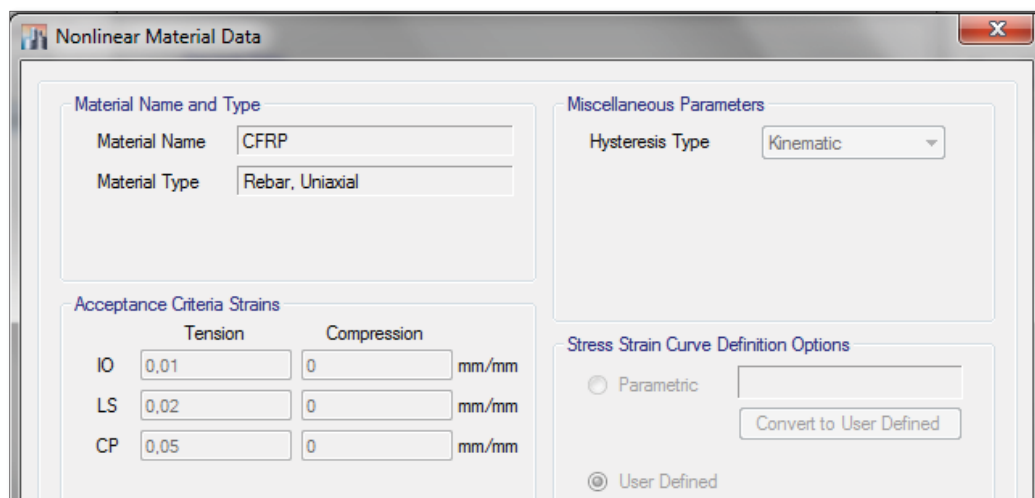
The dialog box titled "Material Property Design Data" contains the following fields:

- Material Name and Type:**
  - Material Name: CFRP
  - Material Type: Rebar, Uniaxial
- Design Properties for Rebar Materials:**
  - Minimum Yield Strength,  $F_y$ : 911,43 MPa
  - Minimum Tensile Strength,  $F_u$ : 911,43 MPa
  - Expected Yield Strength,  $F_{ye}$ : 911,43 MPa
  - Expected Tensile Strength,  $F_{ue}$ : 911,43 MPa

Buttons: OK, Cancel

**Figura 144:** Propiedades de diseño del CFRP.

Se debe modificar la curva esfuerzo - deformación con las características del CFRP, la curva tiene un comportamiento elástico, donde no se considera el trabajo a compresión.

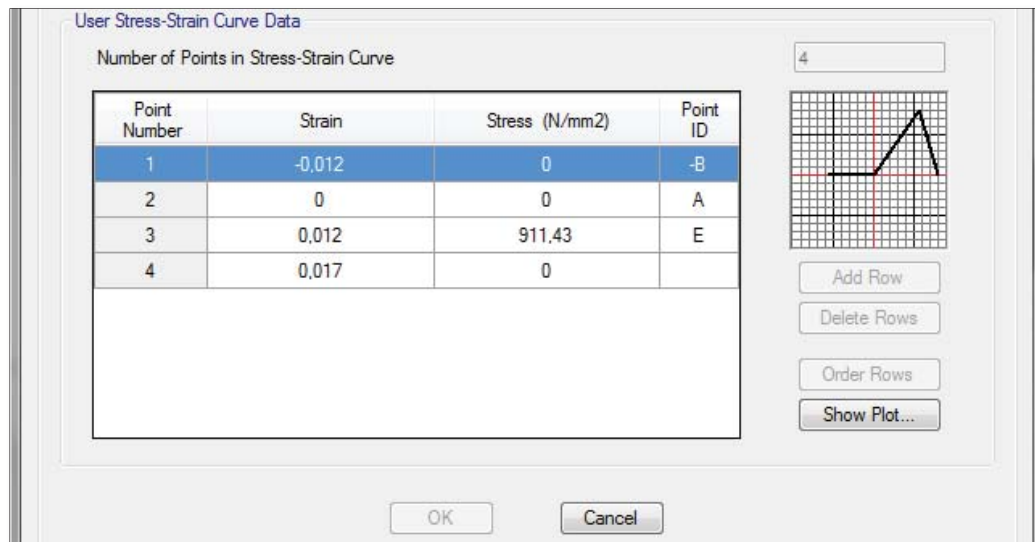


The dialog box titled "Nonlinear Material Data" contains the following fields:

- Material Name and Type:**
  - Material Name: CFRP
  - Material Type: Rebar, Uniaxial
- Miscellaneous Parameters:**
  - Hysteresis Type: Kinematic
- Acceptance Criteria Strains:**

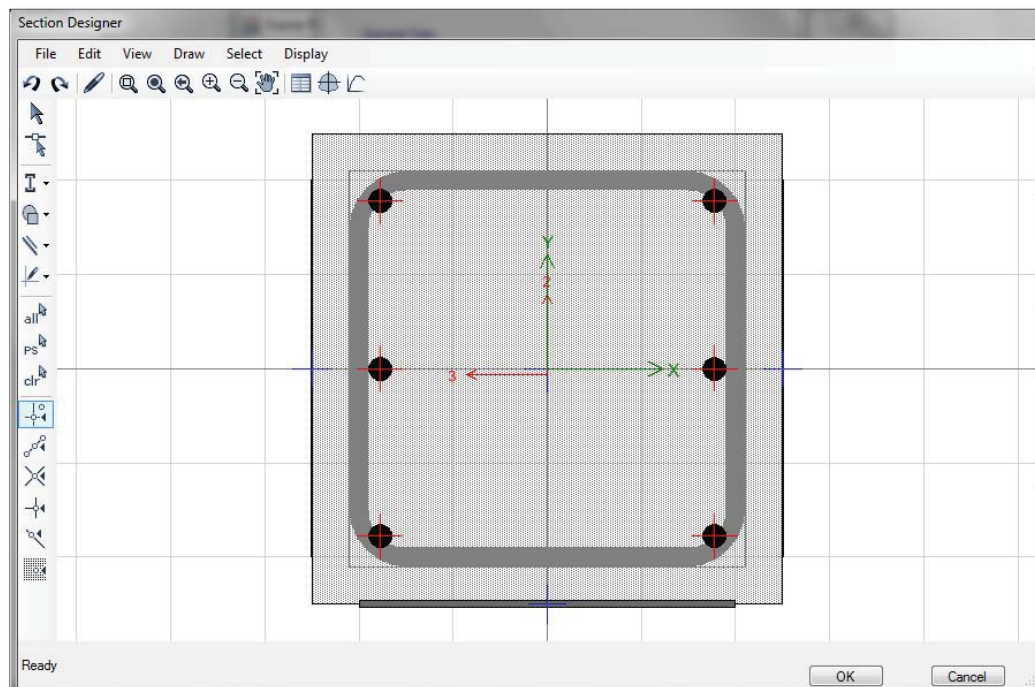
	Tension	Compression	
IO	0,01	0	mm/mm
LS	0,02	0	mm/mm
CP	0,05	0	mm/mm
- Stress Strain Curve Definition Options:**
  - Parametric
  - User Defined
  - Convert to User Defined

**Figura 145:** Características para el trabajo no lineal del CFRP.



**Figura 146:** Curva esfuerzo deformación del CFRP.

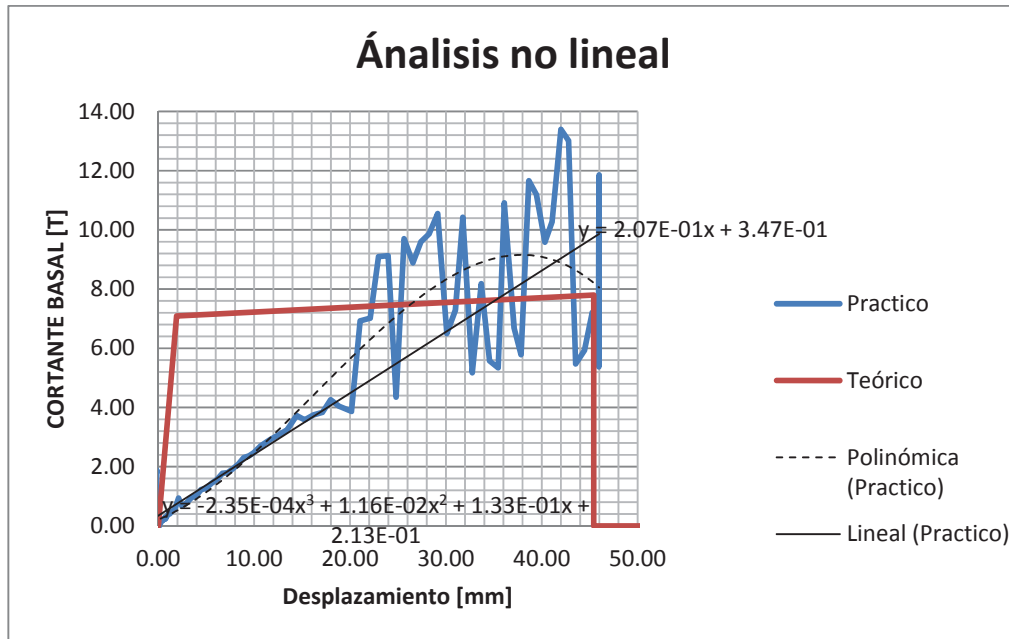
Una vez definido el material se procede a la creación de la sección. La fibra de carbono se dibuja como una placa con el material creado con las características del CFRP.



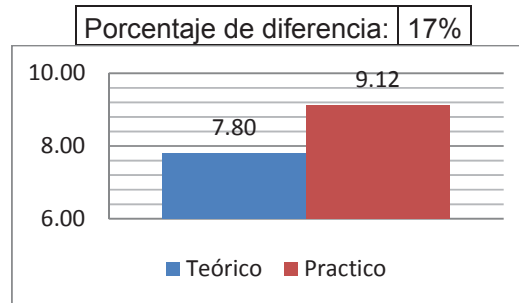
**Figura 147:** Diseño de la sección con CFRP.

### 3.8.2.2 Resultados análisis no lineal

En la teoría y la práctica se aplicó una carga lateral mono tónica (Pushover) hasta llegar a la rotura, obteniendo los siguientes resultados.

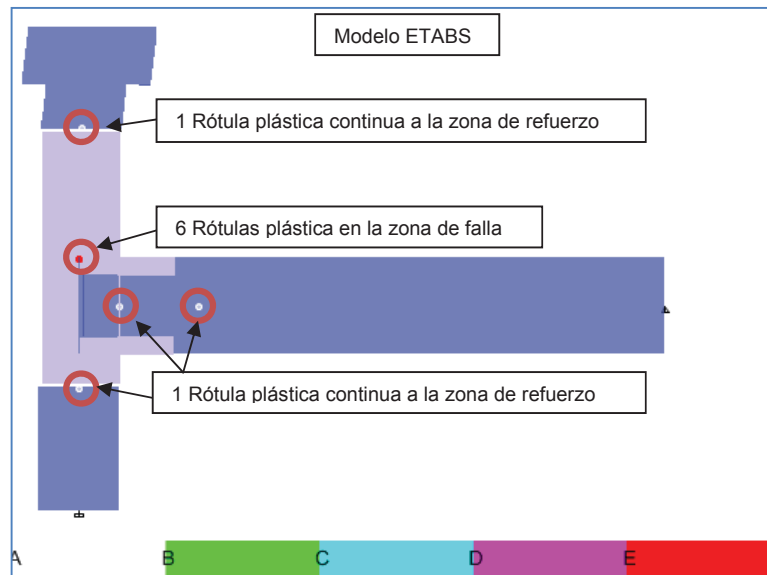


**Figura 148:** Curva de capacidad (Modelo ETABS vs Ensayo Practico)

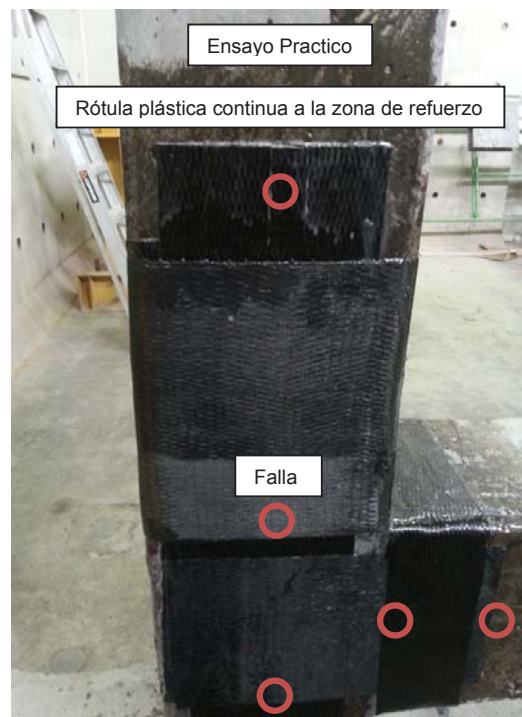


**Figura 149:** Porcentaje de sobre resistencia a la carga (Modelo ETABS vs ensayo practico).

Como se observa en la figura 150 la falla se concentró en el nudo. Sin embargo, en el modelo teórico se colocaron diez rótulas plásticas, ocho alrededor del nudo y las restantes continuas a la zona de refuerzo.



**Figura 150:** Rótulas plásticas (Modelo ETABS)



**Figura 151:** Rótulas plásticas (Rótulas Plásticas)

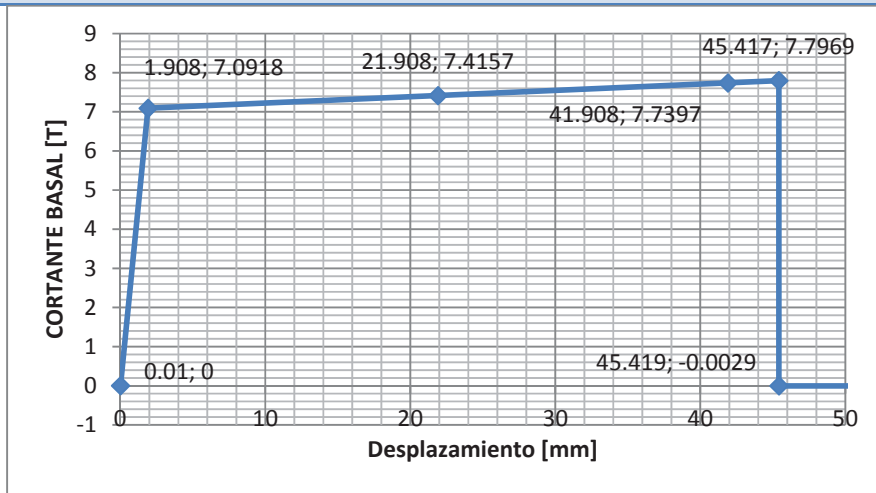
- Modelo Teórico (ETABS)

En la tabla 49 y figura 152 se observa la transición de los niveles de desempeño de la probeta:

**Tabla 49:**

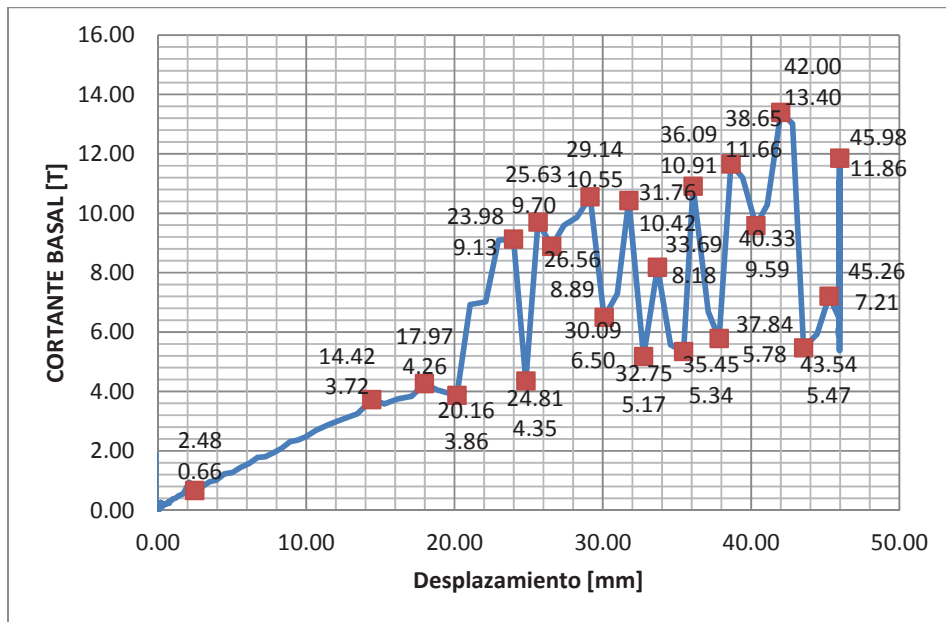
Principales Pasos (Carga vs desplazamiento modelo teórico)

Paso	Desplazamiento	Carga	A B	B C	C D	D E	>E	A IO	IO LS	LS CP	>CP	Total
	mm	T										
0	0,01	0,00	10	0	0	0	0	10	0	0	0	10
1	1,91	7,09	5	5	0	0	0	10	0	0	0	10
2	21,91	7,42	5	5	0	0	0	5	5	0	0	10
3	41,91	7,74	5	5	0	0	0	5	0	5	0	10
4	45,42	7,80	5	0	5	0	0	5	0	0	5	10
5	45,42	0,00	5	0	0	0	5	5	0	0	5	10



**Figura 152:** Curva de capacidad teórica

▪ Ensayo Practico



**Figura 153:** Curva de capacidad Ensayo Practico.

En el ensayo práctico a pesar de que la falla se concentró en el nudo es evidente que los esfuerzos también se trasladaron a la cabeza de columna y en menor porcentaje a la viga.

En la figura 154 se puede apreciar la falla que produjo el colapso de la unión viga-columna, al retirar la fibra de carbono se observa la grieta que se produjo, el mecanismo de colapso fue en el mismo sitio generado antes del refuerzo, se observa también un menor agrietamiento en la zona de confinamiento de la columna continua.



**Figura 154:** Falla en el nudo

En la figura 155 se observa el traslado de los esfuerzos hacia la columna en la zona continua al refuerzo con fibra de carbono (Agrietamiento en la cabeza de columna superior), producto de la carga lateral aplicada. También es evidente el principal motivo de la falla de la fibra de carbono que es la adherencia.



**Figura 155:** Falla cabeza de columna

### 3.9 Resultados de la conexión y elementos continuos antes y después del reforzamiento

En la figura 156 se resume el reforzamiento aplicado para cada elemento que conforma la conexión, para analizar la diferencia de resistencia antes y después del reforzamiento.

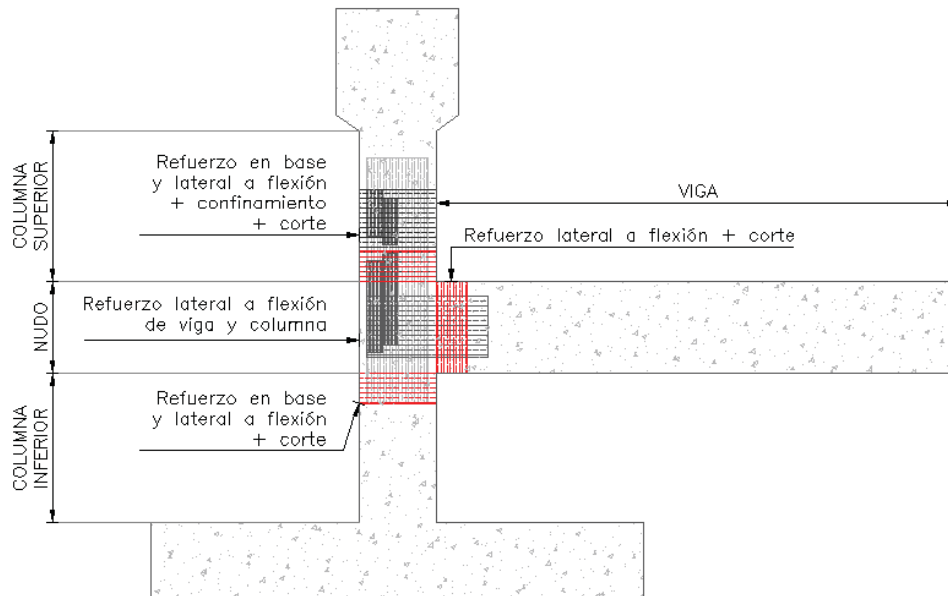


Figura 156: Zonas de reforzamiento en la probeta

#### 3.9.1 Resultados viga

En la zona que cubre el refuerzo se tiene los siguientes incrementos:

Tabla 50

Momento resistente en viga (Ensayo Practico)

MOMENTO RESISTENTE [T.m]			
Flexión fibras superiores		Flexión fibras inferiores	
ANTES DEL REFUERZO	DESPUES DEL REFUERZO	ANTES DEL REFUERZO	DESPUES DEL REFUERZO
2,47	4,85	3,60	5,74

Tabla 51

Cortante resistente en viga (Ensayo Practico)

CORTANTE RESISTENTE [T]	
ANTES DEL REFUERZO	DESPUES DEL REFUERZO
11,03	19,25

Tabla 52

Sobre resistencia por confinamiento por refuerzo a corte en viga (Ensayo practico)

<b>CORTE</b>				
<b>Sobre resistencia por confinamiento</b>				
<b>fc</b> [kg/cm <sup>2</sup> ]	<b>3,3*Ka*fl</b> [kg/cm <sup>2</sup> ]	<b>fcc</b> [kg/cm <sup>2</sup> ]	<b>Ec</b> [kg/cm <sup>2</sup> ]	<b>Ecc</b> [kg/cm <sup>2</sup> ]
<b>180,28</b>	<b>63,55</b>	<b>243,83</b>	<b>201544,86</b>	<b>234392,52</b>

### 3.9.2 Resultados Columnas

El diagrama de interacción de la columna describe el comportamiento antes y después del refuerzo, se tomó como valor de comparación, el punto balanceado para observar el incremento de resistencia.

Tabla 53

Incremento de resistencia en columna (Ensayo Practico)

<b>COMPORTAMIENTO DIAGRAMA DE INTERACCIÓN</b>		
<b>ANTES DEL REFUERZO</b>		
<b>Cb [cm]</b>	<b>Fn*Ø [T]</b>	<b>Mn*Ø [T.m]</b>
<b>12,00</b>	<b>27,08</b>	<b>3,43</b>
<b>COMPORTAMIENTO SIMULADO</b>		
<b>Cb [cm]</b>	<b>Fn*Ø [T]</b>	<b>Mn*Ø [T.m]</b>
<b>15,08</b>	<b>35,37</b>	<b>5,75</b>
<b>REFUERZO EN CARAS DE COLUMNA</b>		
<b>Cb [cm]</b>	<b>Fn*Ø [T]</b>	<b>Mn*Ø [T.m]</b>
<b>11,00</b>	<b>8,08</b>	<b>4,89</b>
<b>REFUERZO EN CARAS + CONFINAMIENTO DE COLUMNA</b>		
<b>Cb [cm]</b>	<b>Fn*Ø [T]</b>	<b>Mn*Ø [T.m]</b>
<b>10,50</b>	<b>12,82</b>	<b>5,74</b>

En la figura 157 se presenta el aporte del CFRP en cada etapa de refuerzo en la columna, además del diagrama que debería tener la sección (Sección simulada) , para no tener problemas con el cortante vertical.



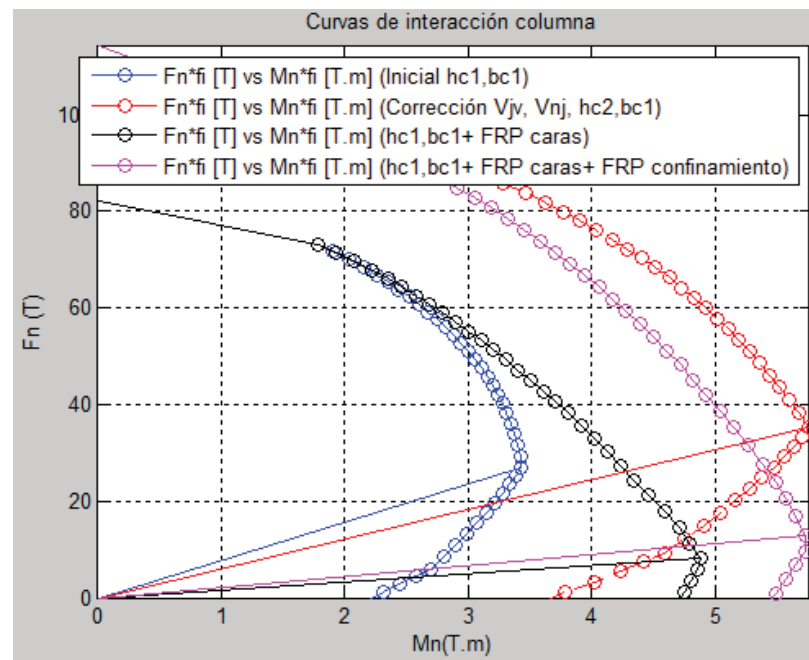


Figura 157: Diagramas de interacción de columna antes y después del refuerzo

El refuerzo a corte en la columna superior fue mayor al de la columna inferior.

Tabla 54

Cortante resistente en columna (Ensayo Practico)

Columna parte superior	
CORTANTE RESISTENTE [T]	
ANTES DEL REFUERZO	DESPUES DEL REFUERZO
9,68	22,95
Columna parte inferior	
CORTANTE RESISTENTE [T]	
ANTES DEL REFUERZO	DESPUES DEL REFUERZO
8,97	16,71

Tabla 55

Sobre resistencia por confinamiento en columna superior (Ensayo practico)

CONFINAMIENTO				
Sobre resistencia por confinamiento				
$f_c$	$3,3 \cdot K_a \cdot f_l$	$f_{cc}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$E_c$	$E_{cc}$
[kg/cm <sup>2</sup> ]	[kg/cm <sup>2</sup> ]		[kg/cm <sup>2</sup> ]	[kg/cm <sup>2</sup> ]
201,91	98,62	300,53	213295,03	260220,49

Tabla 56

Sobre resistencia por confinamiento, más confinamiento por corte en columna superior  
(Ensayo practico)

CONFINAMIENTO + CORTE				
Sobre resistencia por confinamiento				
fc	3,3*Ka*fl	fcc	Ec	Ecc
[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]
300,53	98,62	399,15	260220,49	299891,05

Tabla 57

Sobre resistencia por confinamiento por refuerzo a corte en columna inferior (Ensayo practico)

Sobre resistencia por confinamiento				
fc	3,3*Ka*fl	fcc	Ec	Ecc
[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]	[kg/cm2]
201,91	63,55	265,47	213295,03	244569,60

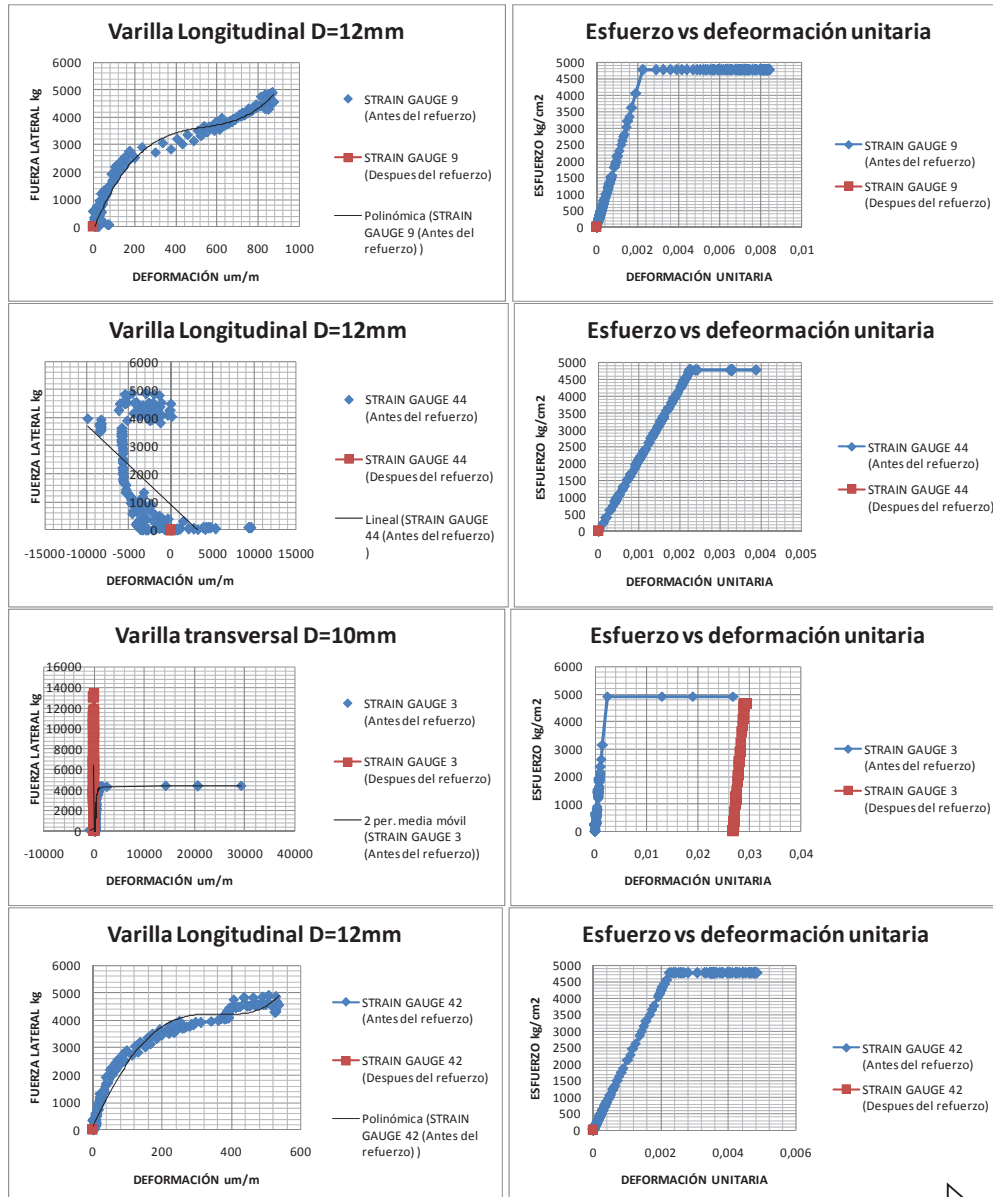
### 3.9.3 Resultados conexión

Tabla 58: Problemas potenciales en la conexión antes y después del refuerzo

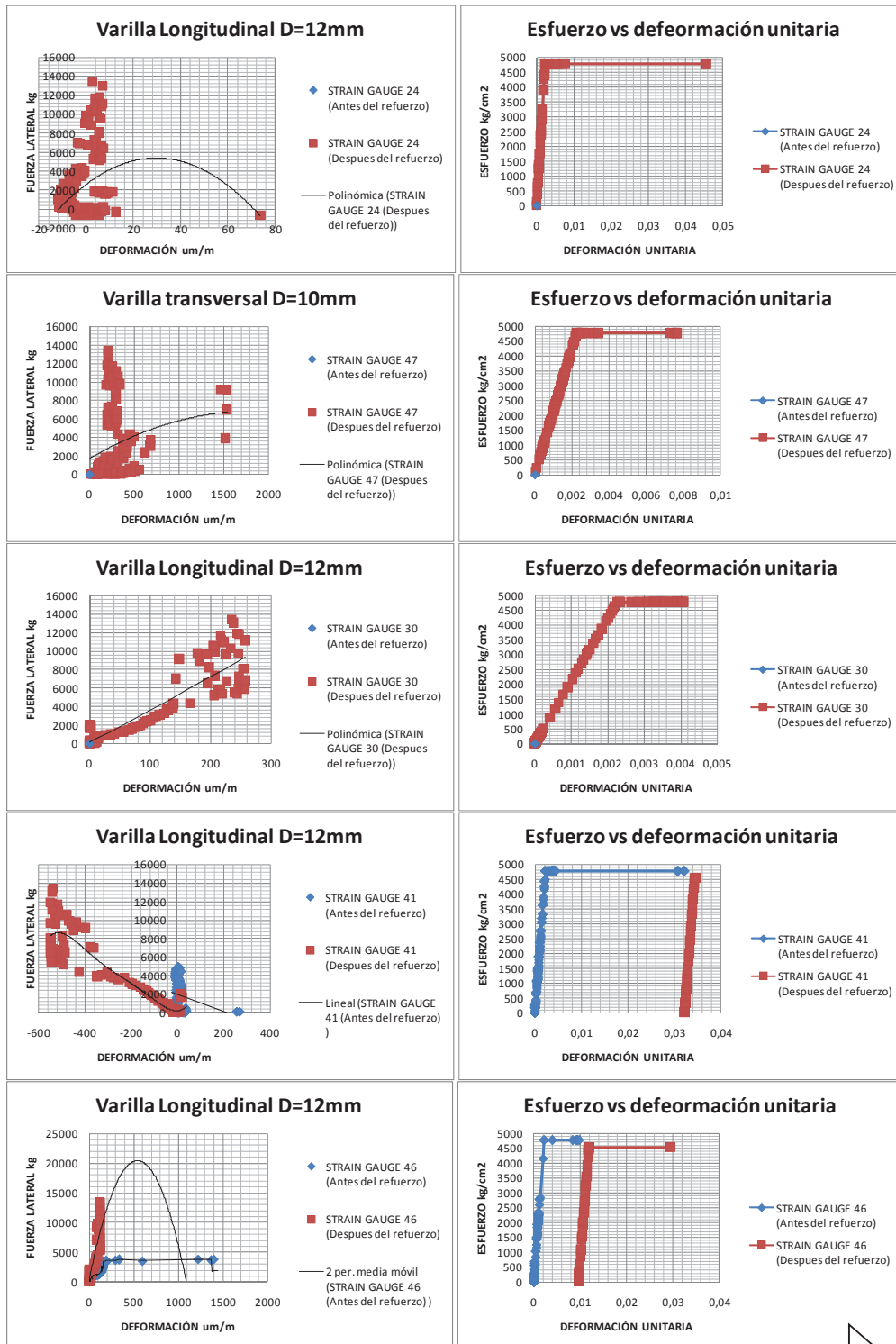
PROBLEMAS POTENCIALES EN CONEXIONES (NUDO ESQUINERO ENSAYO)				
	Control	Antes del refuerzo	Después del refuerzo	Observaciones
Resistencia al contante horizontal	Ø Vn [T]	Vj [T]	Vj [T]	Esfuerzo equivalente
	22,826	17,241	17,103	
Resistencia al contante vertical	Vjv [T]	Vj [T]	Vj [T]	Esfuerzo equivalente
	20,689	17,241		
	17,018		17,103	
	Vnv (simetría) N.-Var [u]	N.-Var [u]	N.-Var [u]	Esfuerzo equivalente
	8	6	8	
Control de confinamiento	Ash [cm2]	Ast [cm2]	Asf [cm2]	Refuerzo en caras retrasa falla por falta de acero en el núcleo (Refuerzo de columna superior diferente a refuerzo inferior)
	0,614	0,000	4,500	
			2,900	
	Espaciamiento [cm]	Espaciamiento [cm]	Espaciamiento [cm]	
	6,25	0,00	30,00	El espaciamiento del refuerzo será equivalente a la altura de la viga
	bv [cm]	0,75bc [cm]	No existe control	Importante que la condición cumpla
	25	18,75		
Longitud de anclaje	ldh disp. [cm]	ldh req. [cm]	ldh req. [cm]	Refuerzo retrasa que el acero fluya Acero Inferior Acero Superior
	21	25,077	23,805	
			23,516	

### 3.9.4 Resultados Galgas Extensiométricas (Strain Gauges)

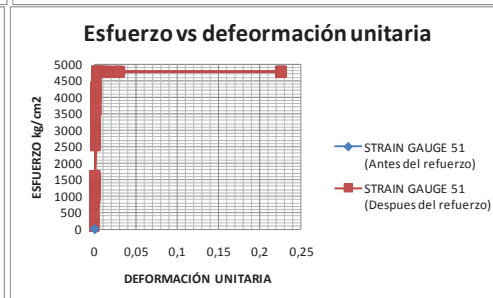
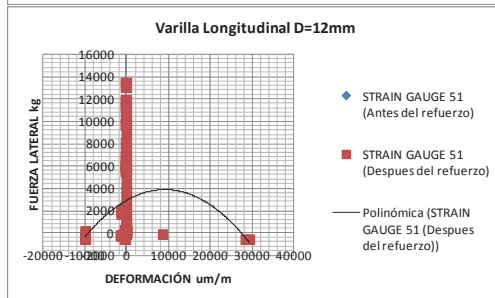
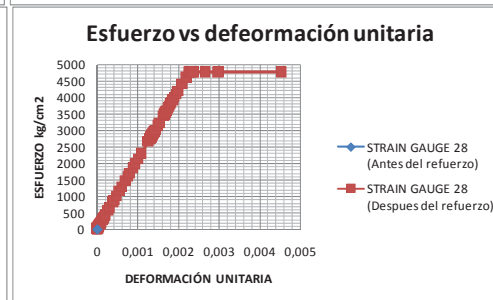
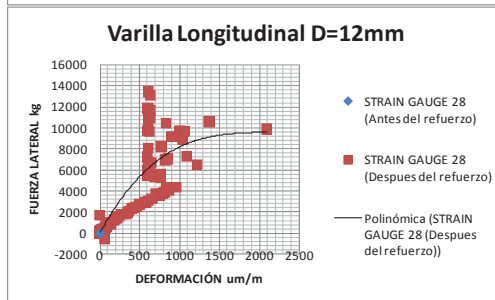
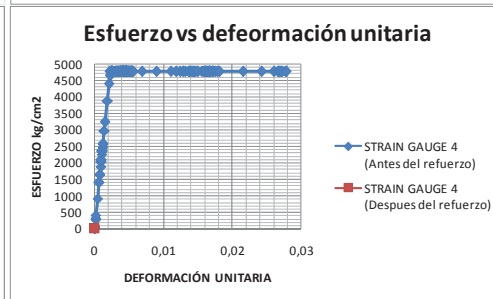
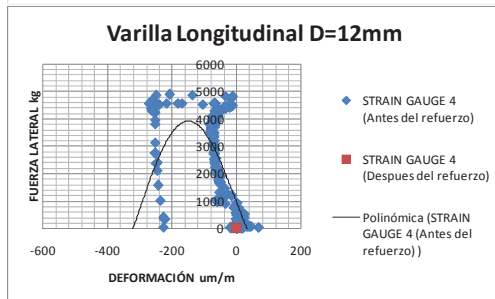
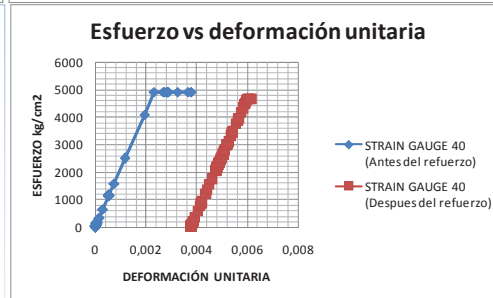
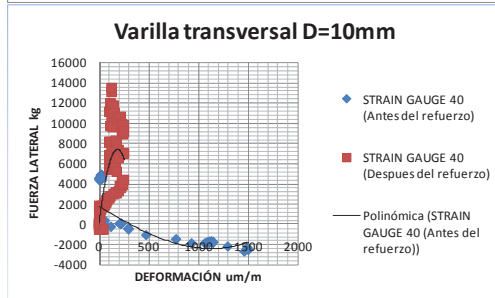
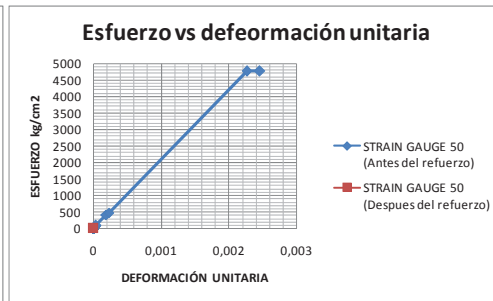
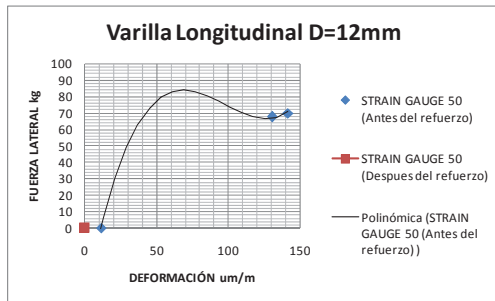
Para interpretar los resultados de los sensores, se utilizó el modelo elastoplástico perfecto del acero. En el lado izquierdo se presenta la deformación con respecto a la carga lateral aplicada, al lado derecho los datos fueron transformados al diagrama esfuerzo vs deformación.



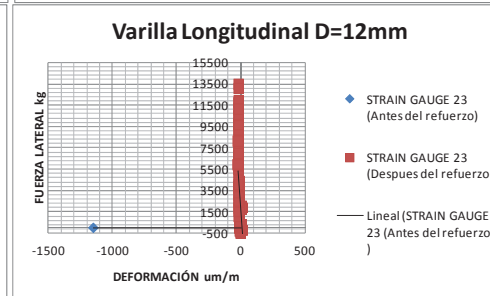
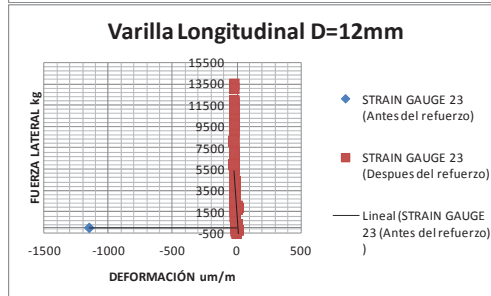
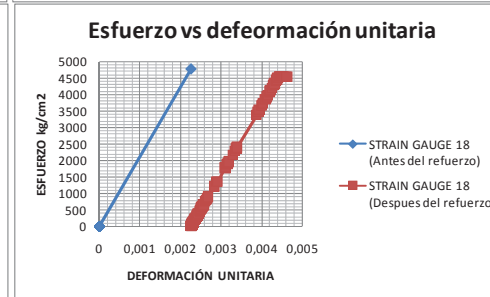
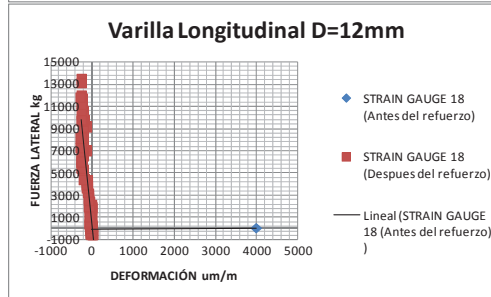
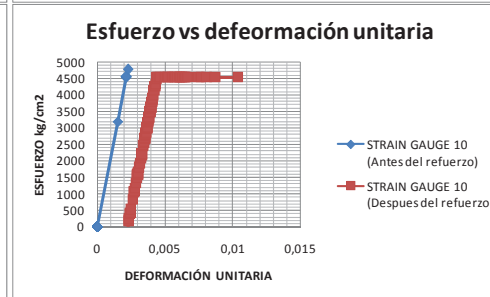
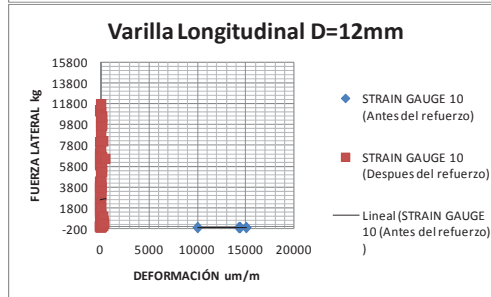
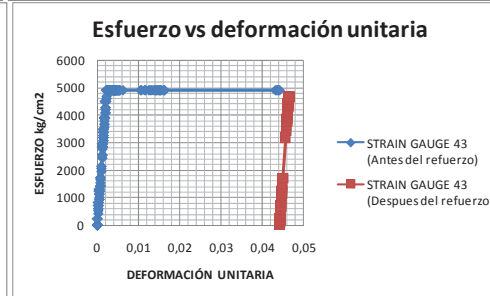
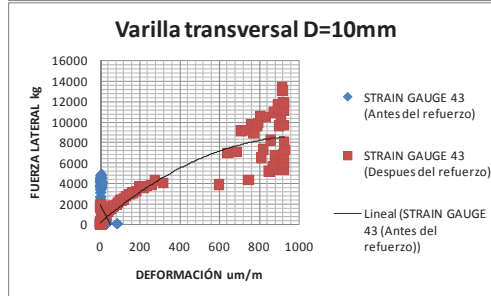
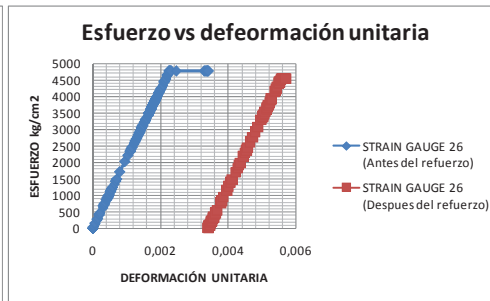
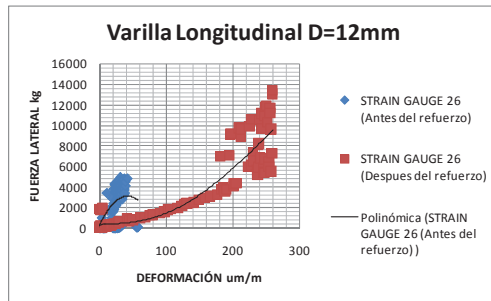
Continua



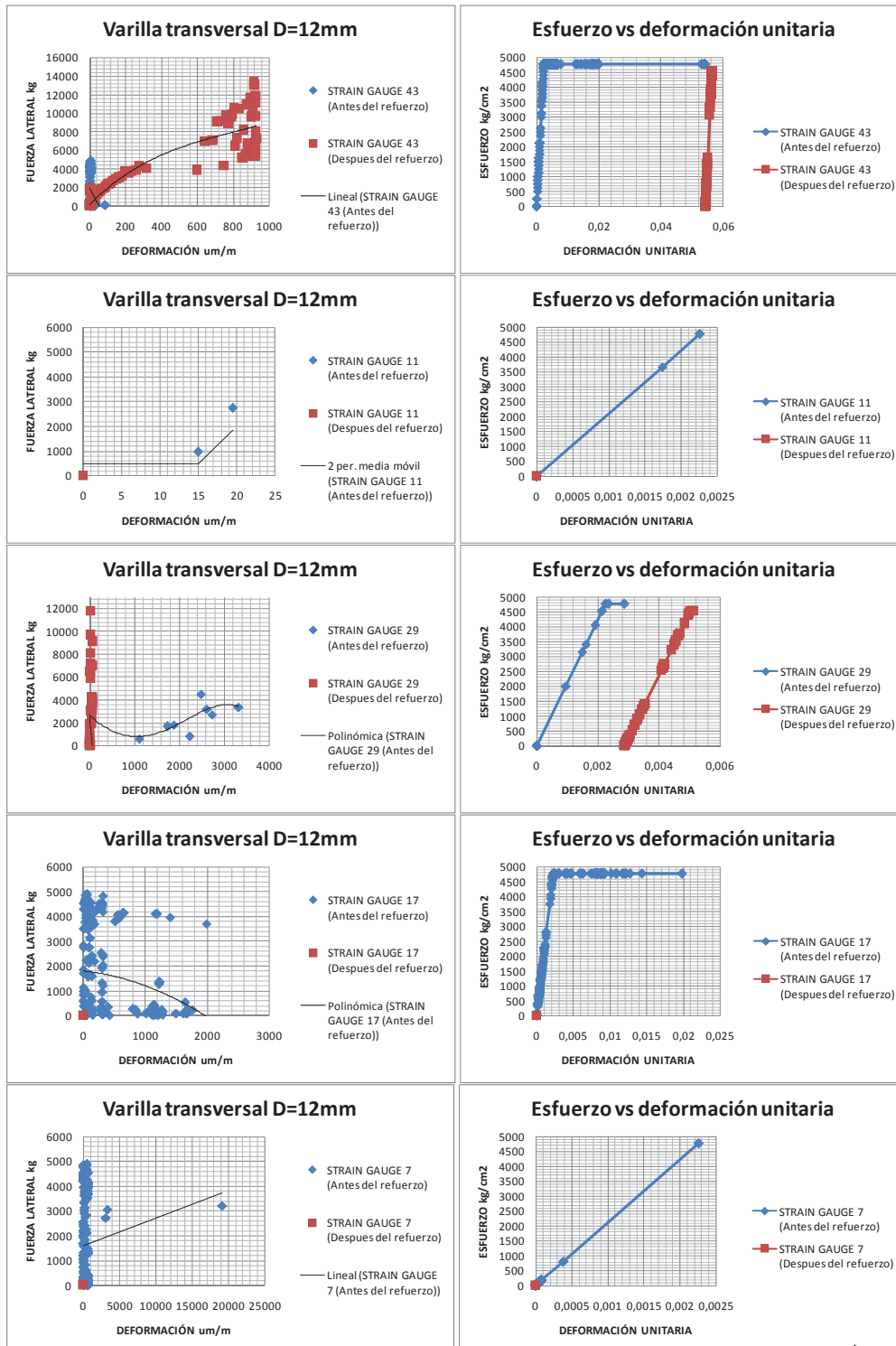
Continua



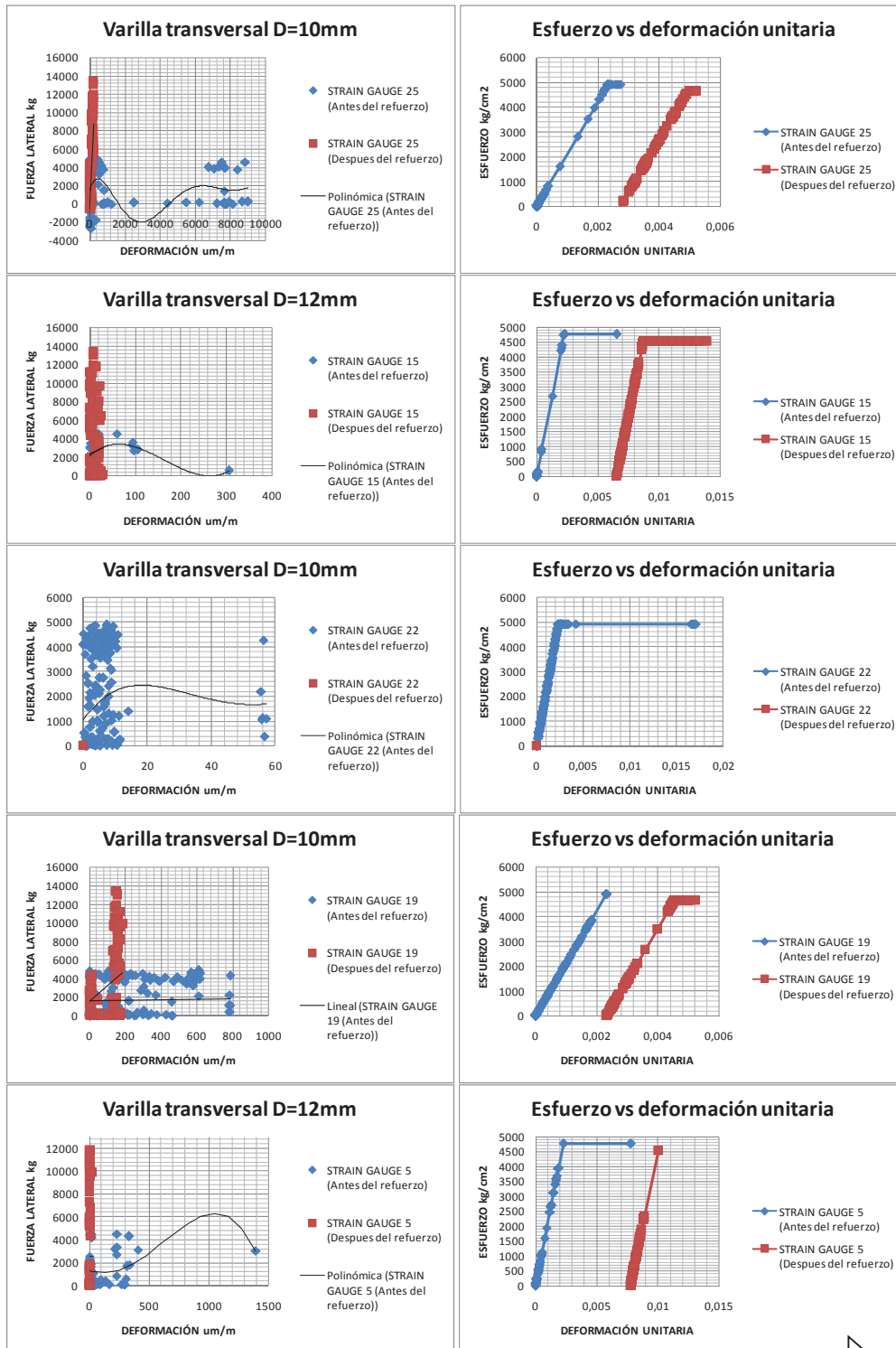
Continúa



Continúa

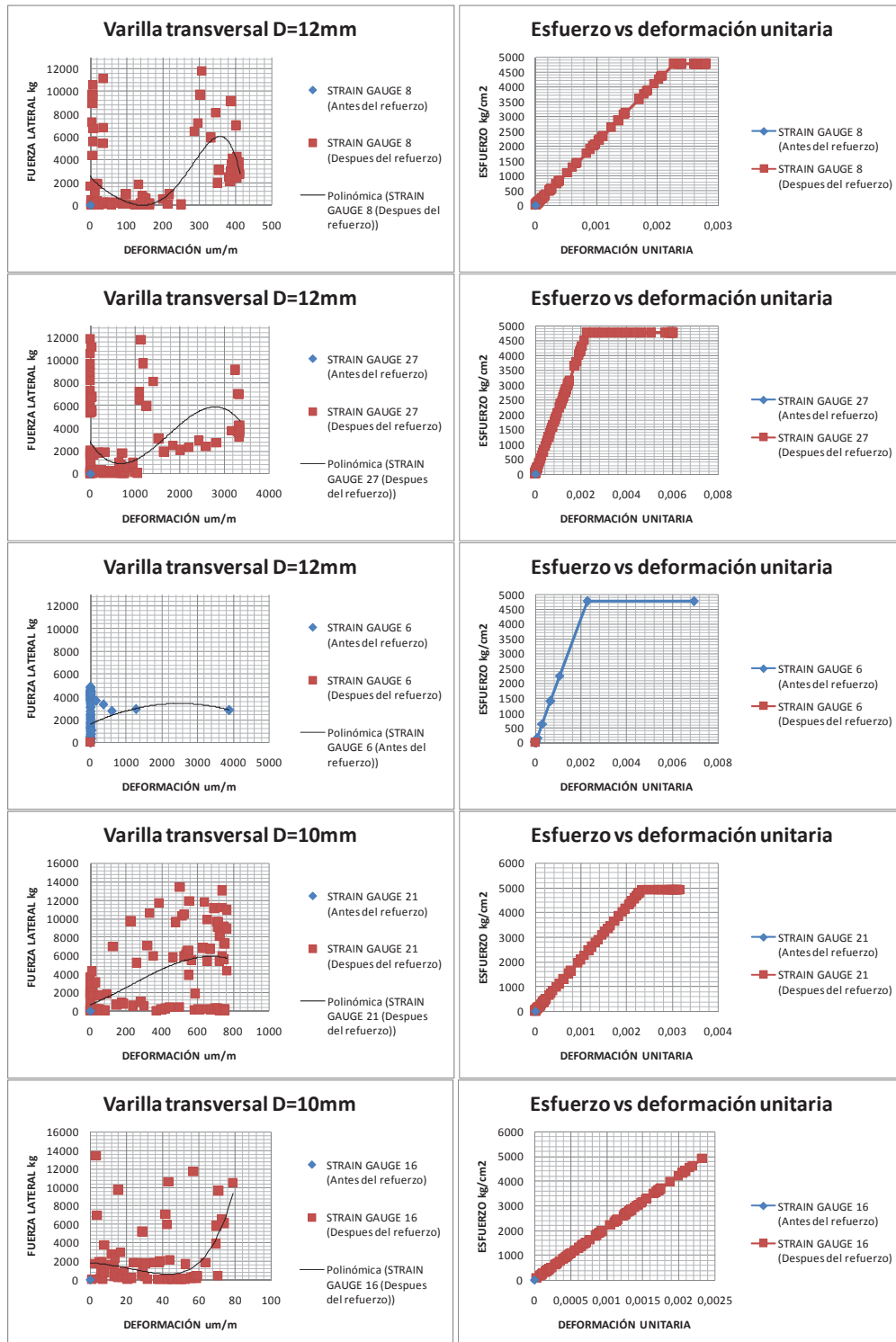


Continúa



Continúa





**Figura 158: Comportamiento Galgas extensiométricas (Strain Gauges)**

En la tabla 59 se resume el comportamiento de los sensores antes y después del reforzamiento.

Tabla 59

## Comportamiento de los sensores antes y después del refuerzo

NÚM.-	NOMBRE	ANTES DEL REFUERZO			DESPUES DEL REFUERZO		
1	SG 9 L-C4	Estándar			S/L		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0084	-	-	-
2	SG 44 L-C4	Anómalo			S/L		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0039	-	-	-
3	SG 3 T-C4	Estándar			Estándar		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4893,68	0,0023	0,0268	4649,00	0,0292	0,0295
4	SG 42 L-C3	Estándar			S/L		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0049	-	-	-
5	SG 24 L-C3	S/L			Anómalo		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		-	-	-	4758,43	0,0023	0,0456
6	SG 47 L-C3	S/L			Anómalo		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		-	-	-	4758,43	0,0023	0,0077
7	SG 30 L-C2	S/L			Estándar		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		-	-	-	4758,43	0,0023	0,0041
8	SG 41 L-C2	Anómalo			Estándar		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0322	4520,51	0,0345	0,0347
9	SG 46 L-C2	Anómalo			Anómalo		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,002265	0,00975	4520,51	0,012020	0,02941
10	SG 50 L-C2	Anómalo			S/L		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0025	-	-	-
11	SG 40 T-C2	Anómalo			Anómalo		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4893,68	0,0023	0,0038	4649,00	0,0061	0,0062
12	SG 4 L-C1	Estándar			S/L		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0278	-	-	-
13	SG 28 L-C1	S/L			Estándar		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		-	-	-	4758,43	0,0023	0,0045
14	SG 51 L-C1	S/L			Anómalo		

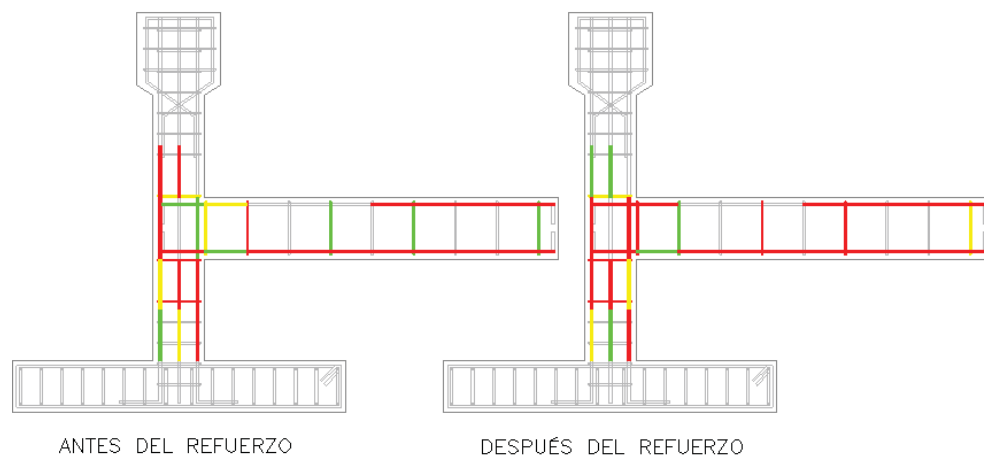

 Continua

		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		-	-	-	4758,43	0,0023	0,2263
<b>15</b>	SG 26 L-C1	Anómalo			Estándar		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0034	4520,51	0,0057	0,0057
<b>16</b>	SG 43 T-C1	Anómalo			Estándar		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4893,68	0,0023	0,0442	4649,00	0,0465	0,0465
<b>17</b>	SG 10 L-C5	Anómalo			Anómalo		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0023	4520,51	0,0045	0,0104
<b>18</b>	SG 18 L-C5	Anómalo			Anómalo		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0023	4520,51	0,0045	0,0046
<b>19</b>	SG 23 L-C5	Anómalo			Anómalo		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0023	4520,51	0,0045	0,0053
<b>20</b>	SG 14 L-C5	Anómalo			Estándar		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0543	4520,51	0,0565	0,0565
<b>21</b>	SG 11 L-C6	Anómalo			S/L		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0023	-	-	-
<b>22</b>	SG 29 L-C6	Anómalo			Anómalo		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0029	4520,51	0,0051	0,0051
<b>23</b>	SG 17 L-C6	Anómalo			S/L		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0199	-	-	-
<b>24</b>	SG 7 L-C6	Anómalo			S/L		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0023	-	-	-
<b>25</b>	SG 25 T-C6	Anómalo			Anómalo		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4893,68	0,0023	0,0027	4649,00	0,0051	0,0052
<b>26</b>	SG 15 L-C7	Anómalo			Anómalo		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0066	4520,51	0,0088	0,0139
<b>27</b>	SG 22 T-C7	Anómalo			S/L		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4893,68	0,0023	0,0171	-	-	-
<b>28</b>	SG 19 T	Anómalo			Anómalo		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu


 Continua

		4893,68	0,0023	0,0023	4649,00	0,0047	0,0052
<b>29</b>	SG 5 L-C8	Anómalo			Anómalo		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0078	4520,51	0,0101	0,0101
<b>30</b>	SG 8 L-C8	S/L			Anómalo		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		-	-	-	4758,43	0,0023	0,0028
<b>31</b>	SG 27 L-C8	S/L			Anómalo		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		-	-	-	4758,43	0,0023	0,0060
<b>32</b>	SG 6 L-C8	Estándar			S/L		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		4758,43	0,0023	0,0069	-	-	-
<b>33</b>	SG 21 T	S/L			Estándar		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		-	-	-	4893,68	0,0023	0,0032
<b>34</b>	SG 16 T	S/L			Anómalo		
		fy	ey	eu	fy	ey	eu
		-	-	-	4893,68	0,0023	0,0023

En la figura 150 se puede observar como los esfuerzos en el acero se trasladan al nudo y zonas continuas al reforzamiento.



**Figura 159: Esfuerzos en el acero (Ensayo Practico)**

El traslado de esfuerzos se hace evidente en la parte superior e inferior de la columna. Antes del refuerzo los esfuerzos se concentran en la columna mientras que después terminan concentrándose en el nudo, se puede notar también el traslado de los esfuerzos hacia la viga.

### 3.9.5 Desplazamientos

Los desplazamientos se obtuvieron en el ensayo práctico mediante el uso de sensores LVDT.

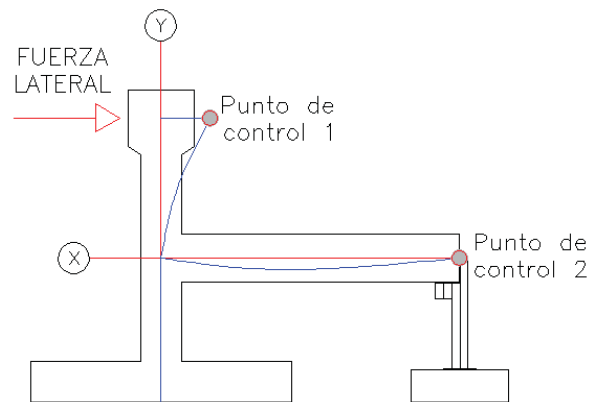


Figura 160: Puntos de control de desplazamientos

Tabla 60

Sensores de Desplazamiento.

Punto de control	Ensayo Practico Antes del refuerzo [mm]	Ensayo Practico después del refuerzo [mm]
1	8.25	45.97
2	0.68	9.41

## CAPÍTULO 4

### EJEMPLO DE APLICACIÓN

#### 4.1 Características de la estructura

Para el ejemplo se consideró un problema recurrente en estructuras informales en el Ecuador, que es la construcción de pisos superiores sobre la estructura original sin un análisis apropiado, en la figura 161 se presenta la estructura examinada de tres Plantas de altura.

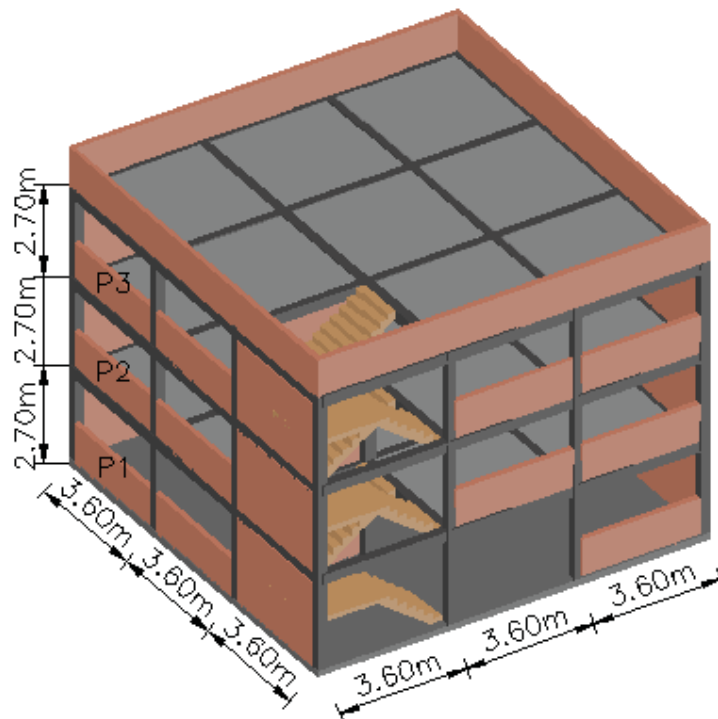


Figura 161: Dimensiones de la estructura (Ejemplo de aplicación)

#### 4.1.1 Características de los materiales y características de sitio.

Se consideraron los siguientes parámetros:

Tabla 61

Características de la estructura (Resistencia de materiales, Características de sitio)

Características de la Estructura		
$f'c=$	210	kg/cm <sup>2</sup>
$f_y=$	4200	kg/cm <sup>2</sup>
Suelo:	Tipo C	
Ubicación:	Sierra Ecuatoriana	
Importancia:	1	

#### 4.1.2 Geometría y armado de los elementos estructurales.

- Geometría pórticos en elevación.

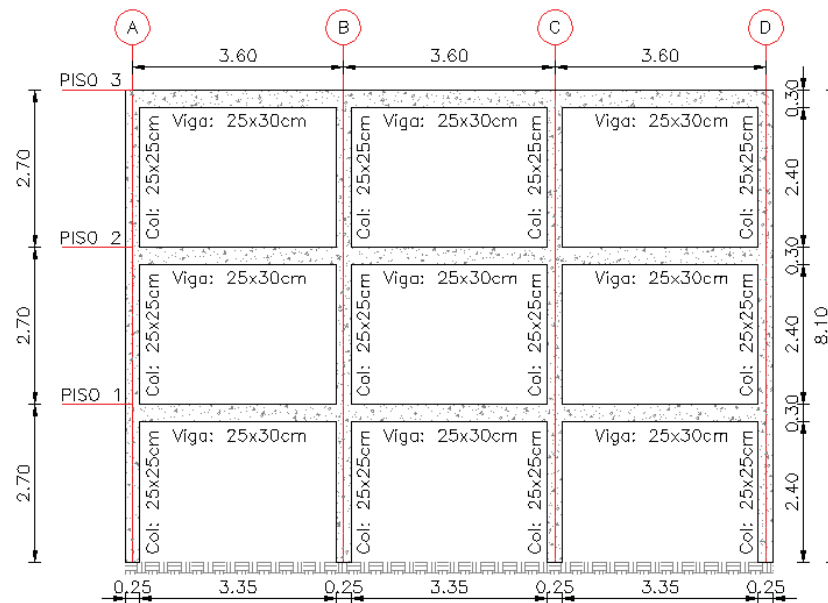


Figura 162: Geometría en elevación pórticos 1,4,A,D (Ejemplo de aplicación)

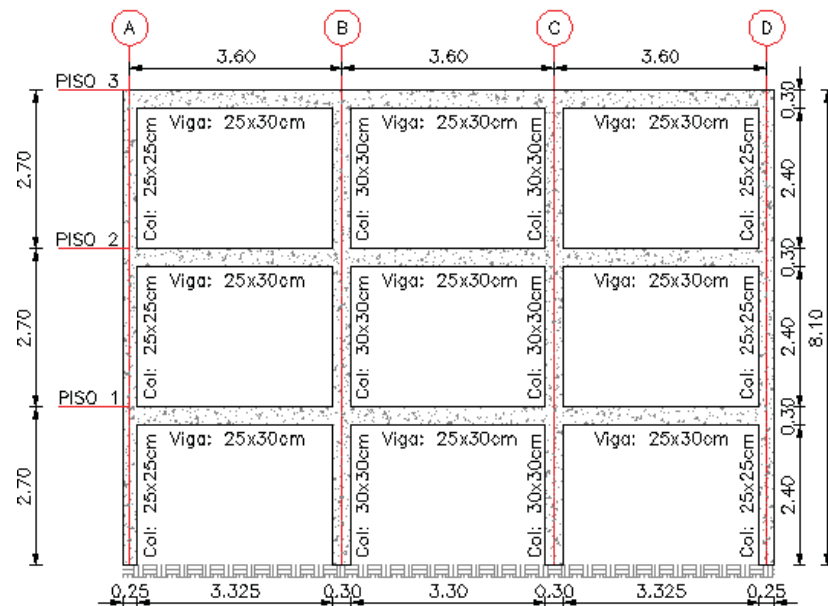


Figura 163: Geometría en elevación pórticos 2,3,B,C (Ejemplo de aplicación)

En la figura 164 se diferencia los tipos de nudos en la estructura y los elementos que convergen en la misma.

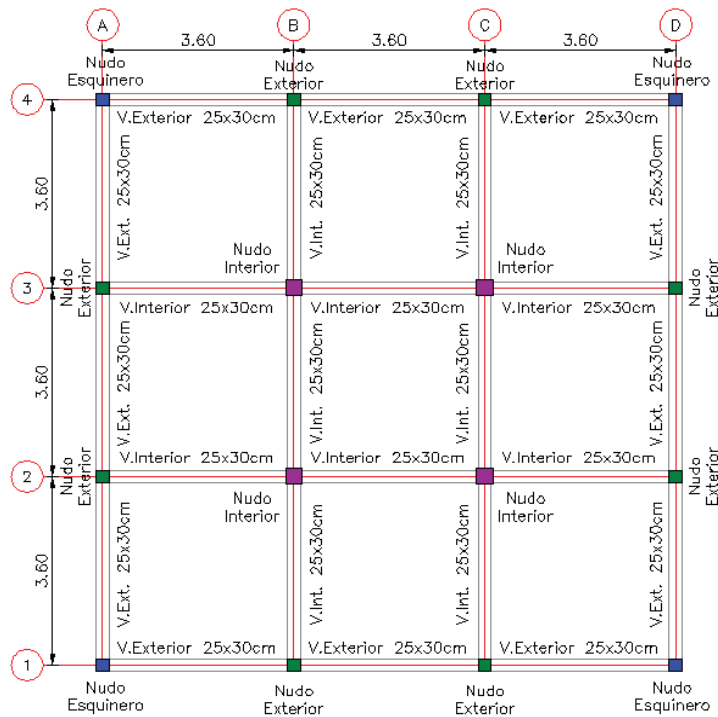


Figura 164: Geometría en planta pisos 1,2,3 (Ejemplo de aplicación)

- Armadura de vigas y columna

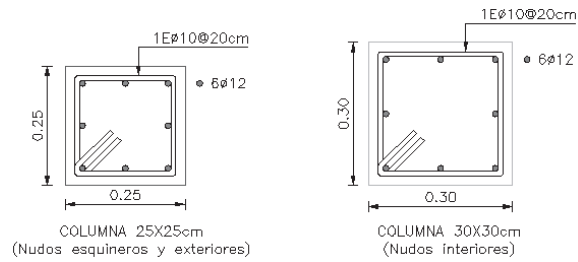


Figura 165: Armadura en columnas (Ejemplo de aplicación)

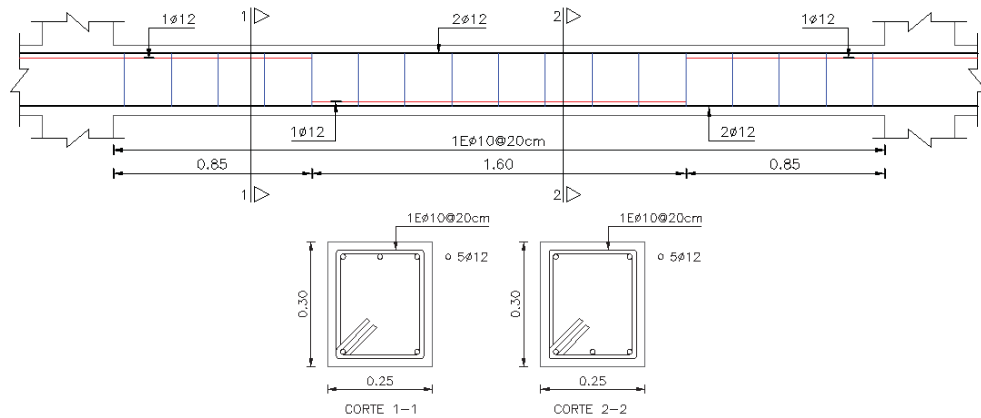


Figura 166: Armadura Vigas exteriores (Ejemplo de aplicación)



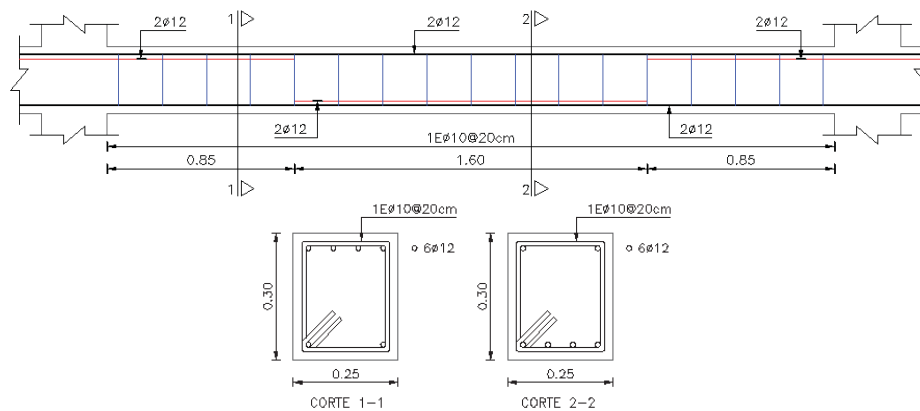


Figura 167: Armadura vigas interiores (Ejemplo de aplicación)

#### 4.1.3 Cargas permanentes y de uso

El edificio está conformado por una losa nervada de 20cm de altura, Para el modelo efectuado en ETABS se considera una losa maciza equivalente de 14cm. Para la carga viva se considera que la edificación es una residencia.

Tabla 62: Cargas permanentes y de uso (Ejemplo de aplicación)

CARGAS PERMANENTES					
Losa					
	m	m	m	T/m <sup>3</sup>	
P.p. Loseta	1,00	1,00	0,05	2,40	0,12 T
P.p. nervios	3,60	0,10	0,15	2,40	0,13 T
P.P Bloques Alivianamiento	0,80	0,80	0,15	0,85	0,08 T
P.p. Losa					0,33 T/m <sup>2</sup>
<b>Altura equivalente losa maciza</b>					<b>0,14 m</b>
Acabados					
P. Acabados					<b>0,17 T/m<sup>2</sup></b>
Paredes					
P. Paredes					<b>0,20 T/m<sup>2</sup></b>
<b>Carga permanente total=</b>					<b>0,37 T/m<sup>2</sup></b>
SOBRE CARGAS DE USO					
Carga Viva					<b>0,20 T/m<sup>2</sup></b>

#### 4.1.4 Cortante basal

Se obtiene según se estipula en el NEC\_SE\_DS (Peligro sísmico).

Tabla 63

## Cortante basal (Ejemplo de aplicación)

Factor de reducción	
R=	4,02
$\emptyset P=$	1
$\emptyset E=$	1
$R*\emptyset P*\emptyset E=$	4,02
Periodo de vibración	
Ct=	0,055
a=	0,9
hn=	8,1 m
Ta=	0,36
Aceleración	
Sa=	1,19 m2/s
CORTANTE BASAL	
V=	0,30 W

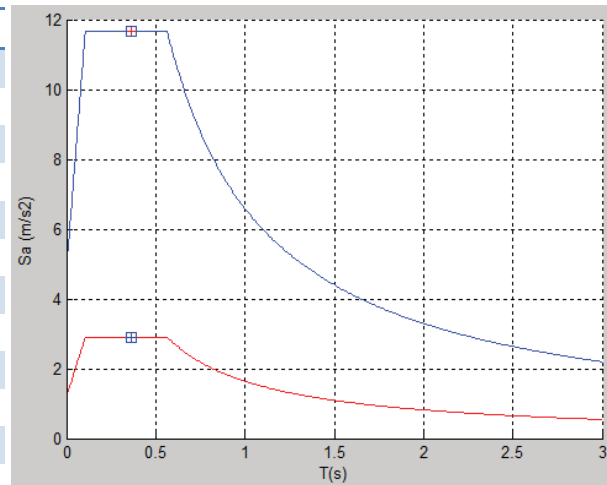


Figura 168: Espectro sísmico de respuesta elástico y reducción de espectro elástico (Ejemplo de aplicación).

En la figura 168 se observa como el periodo fundamental de vibración aproximado de la estructura al ser pequeño reacciona con grandes aceleraciones en el espectro de diseño.

#### 4.2 Estructura antes del reforzamiento

Al realizar el análisis no lineal de la estructura se observa un problema de piso blando.

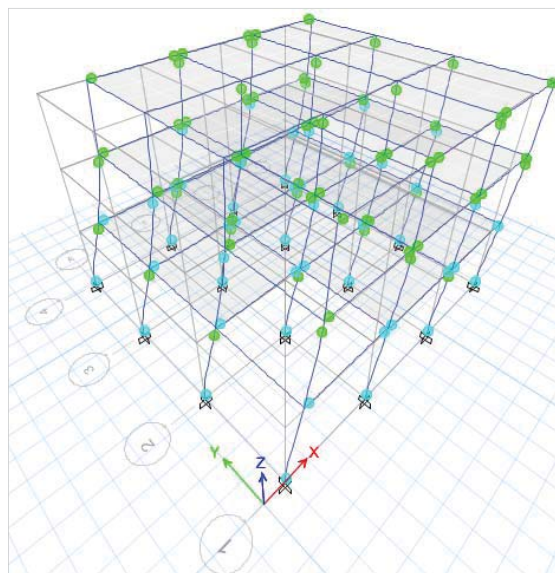


Figura 169: Rótulas plásticas en la estructura antes del reforzamiento

Para generar la curva de capacidad de la estructura se consideraron cargas *pushover* (Carga de empuje mono tónico) no lineales y aceleraciones que se generan en la base, tanto en el sentido x-x y sentido y-y.

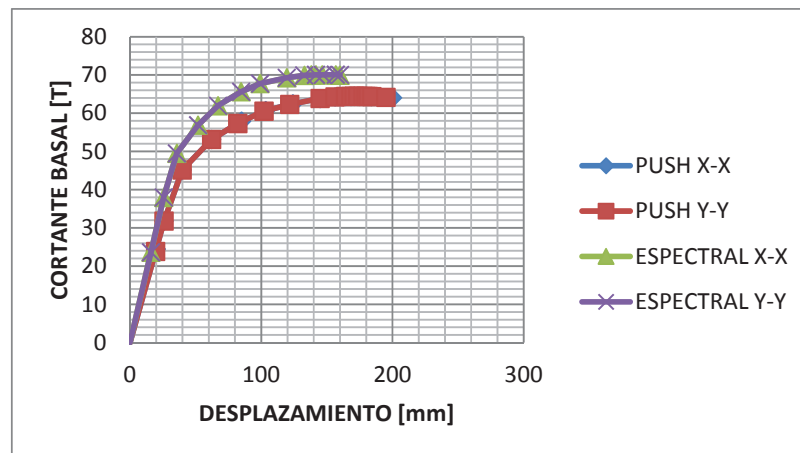


Figura 170: Curva de capacidad de la estructura antes del reforzamiento

Para hallar el punto de desempeño, se ingresó el espectro de diseño elástico, con los factores de reducción presentados en el numeral 4.1.4 de este capítulo.

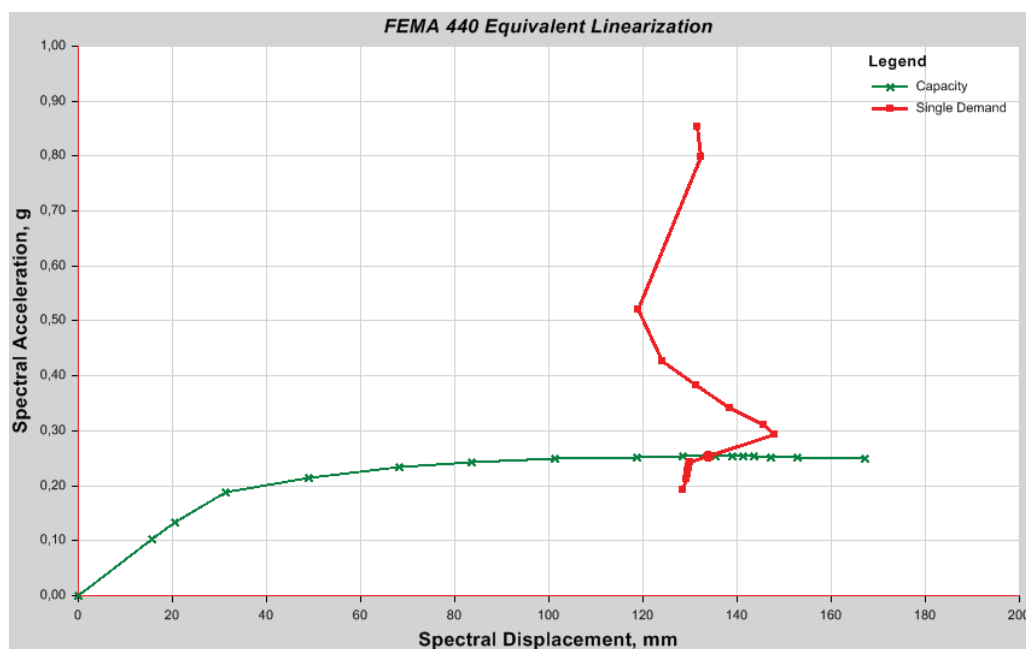


Figura 171: Punto de desempeño de la estructura antes del reforzamiento

Al analizar la figura 171 se observa como el sismo incursiona en gran porcentaje en el rango inelástico de la estructura, por lo que se concluye que es necesario un reforzamiento.

### 4.3 Estructura después del reforzamiento

Se desarrolla tres posibilidades de reforzamiento.

#### 4.3.1 Fuerzas en vigas y columna

Para el reforzamiento se tomaran las mayores fuerzas que actúan en cada conexión de la estructura.

Tabla 64: Fuerzas en conexión esquinera

ELEVACIÓN [m]	COLUMNA ESQUINERA				VIGA DE CONEXIÓN ESQUINERA				
	P [T]	V- [T]	V+ [T]	M- [T.m]	M+ [T.m]	V- [T]	V+ [T]	M- [T.m]	M+ [T.m]
8,1	4,55	1,95	1,95	2,70	2,70	2,47	2,98	2,73	1,63
5,4	11,15	2,98	2,98	3,47	3,47	3,88	4,06	4,72	3,54
2,7	18,39	3,91	3,91	3,71	3,71	4,62	4,96	6,04	5,04
0	18,83	3,91	3,91	6,43	6,43				

Tabla 65: Fuerzas en conexión exterior

ELEVACIÓN [m]	COLUMNA EXTERIOR				VIGA DE CONEXIÓN EXTERIOR				
	P [T]	V- [T]	V+ [T]	M- [T.m]	M+ [T.m]	V- [T]	V+ [T]	M- [T.m]	M+ [T.m]
8,1	9,04	2,61	2,61	3,47	3,47	3,75	3,73	2,74	1,41
5,4	19,98	3,90	3,90	4,29	4,29	5,31	5,31	5,48	3,33
2,7	31,98	4,46	4,46	5,07	5,07	6,13	6,11	6,78	4,99
0	32,41	4,46	4,46	6,92	6,92				

Tabla 66: Fuerzas en conexión interior

ELEVACIÓN [m]	COLUMNA INTERIOR				VIGA DE CONEXIÓN INTERIOR				
	P [T]	V- [T]	V+ [T]	M- [T.m]	M+ [T.m]	V- [T]	V+ [T]	M- [T.m]	M+ [T.m]
8,1	18,00	2,95	2,95	4,15	4,15	4,73	4,71	4,10	0,66
5,4	35,88	5,48	5,48	6,44	6,44	5,80	5,79	6,11	2,97

Continúa

2,7	54,0	7,48	7,48	6,73	6,73	6,8	6,8		
0	54,7	7,48	7,48	12,58	12,58	5	4	7,74	4,41
	9								
	1								

### 4.3.2 Estructura con nudos reforzados con fibra de carbono

En esta propuesta solo se refuerza los nudos de la estructura, para analizar su desempeño.

#### 4.3.2.1 Propuesta de nudos reforzadas con fibra de carbono

En la figura 172 se presenta el esquema de refuerzo con CFRP considerado para el reforzamiento.

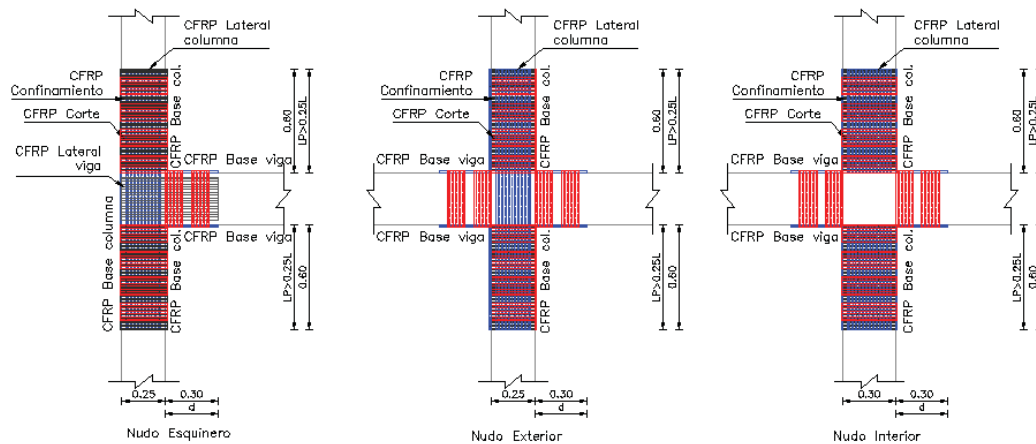


Figura 172: esquema de refuerzo de las conexiones.

Tabla 67

Cantidad de refuerzo en Nudos (Ejemplo de aplicación)

NUDO ESQUINERO				
Viga				
	Refuerzo a flexión		Refuerzo a corte	
Piso	Número de fibras( Base superior e inferior )	Número de fibras( Lateral)	Número de capas	
3	0	1	3	
2	0	1	3	
1	1	1	3	
Columna				
	Refuerzo a flexión		Refuerzo a confinamiento	Refuerzo a corte
Piso	Número de fibras( Cara superior e inferior )	Número de fibras( Cara izquierda y derecha)	Número de capas	Número de capas
3	4	4	3	2
2	4	4	3	2

Continúa

1	4	4	3	2
<b>NUDO EXTERIOR</b>				
<b>Viga exterior</b>				
	Refuerzo a flexión		Refuerzo a corte	
<b>Piso</b>	Número de fibras( Base superior e inferior )	Número de fibras( Lateral)	Número de capas	
<b>3</b>	0	0	3	
<b>2</b>	1	0	3	
<b>1</b>	2	0	3	
<b>Viga Interior</b>				
	Refuerzo a flexión		Refuerzo a corte	
<b>Piso</b>	Número de fibras( Base superior e inferior )	Número de fibras( Lateral)	Número de capas	
<b>3</b>	0	0	3	
<b>2</b>	1	0	3	
<b>1</b>	2	0	3	
<b>Columna</b>				
	Refuerzo a flexión		Refuerzo a confinamiento	Refuerzo a corte
<b>Piso</b>	Número de fibras( Cara superior e inferior )	Número de fibras( Cara izquierda y derecha)	Número de capas	Número de capas
<b>3</b>	4	4	3	2
<b>2</b>	4	4	3	2
<b>1</b>	4	4	3	2
<b>NUDO INTERIOR</b>				
<b>Viga</b>				
	Refuerzo a flexión		Refuerzo a corte	
<b>Piso</b>	Número de fibras( Base superior e inferior )	Número de fibras(Lateral)	Número de capas	
<b>3</b>	0	0	3	
<b>2</b>	1	0	3	
<b>1</b>	2	0	3	
<b>Columna</b>				
	Refuerzo a flexión		Refuerzo a confinamiento	Refuerzo a corte
<b>Piso</b>	Número de fibras( Cara superior e inferior )	Número de fibras( Cara izquierda y derecha)	Número de capas	Número de capas
<b>3</b>	0	0	1,5	2
<b>2</b>	1	1	1,5	2
<b>1</b>	1	1	1,5	2

Es importante acotar que el radio de curvatura para los elementos reforzados es de 2.5 cm, en las columnas el refuerzo se extiende hasta la longitud plástica L/4 y en vigas hasta la longitud de máximo corte "d"(altura efectiva de la viga).

- Características de la fibra de carbono.

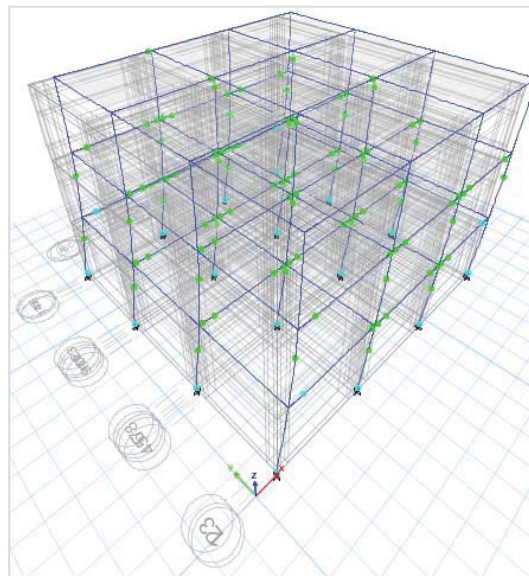
**Tabla 68: Características del material CFRP**

**CARBOWRAP 600 CFRP**

Propiedades	Valor	Unidades
Resistencia última a tensión en la dirección principal de la fibra	842	MPa
Elongación a la ruptura	1,2	%
Módulo de Elasticidad	69,6	GPa
Espesor de la lámina	1	mm

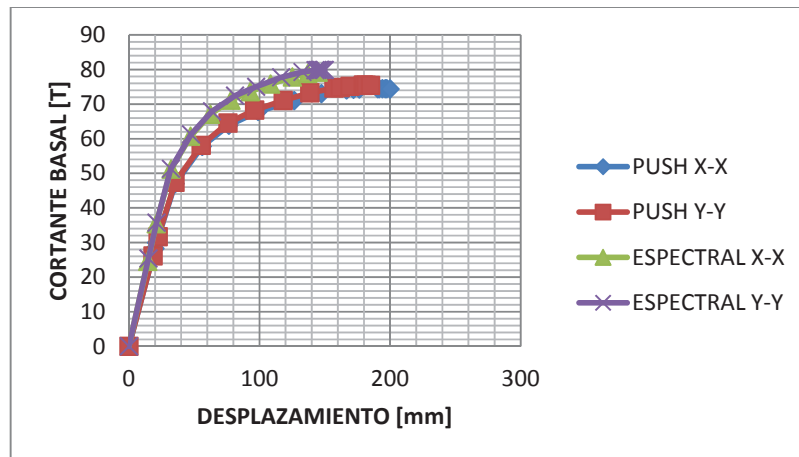
**4.3.2.2 Análisis no lineal.**

Se puede observar que al rigidizar los nudos el problema de piso blando persiste, incluso es probable agravar en un pequeño porcentaje el problema ya que los esfuerzos se trasladan fuera de la zona de refuerzo, acelerando la degradación de rotulas en el primer piso.



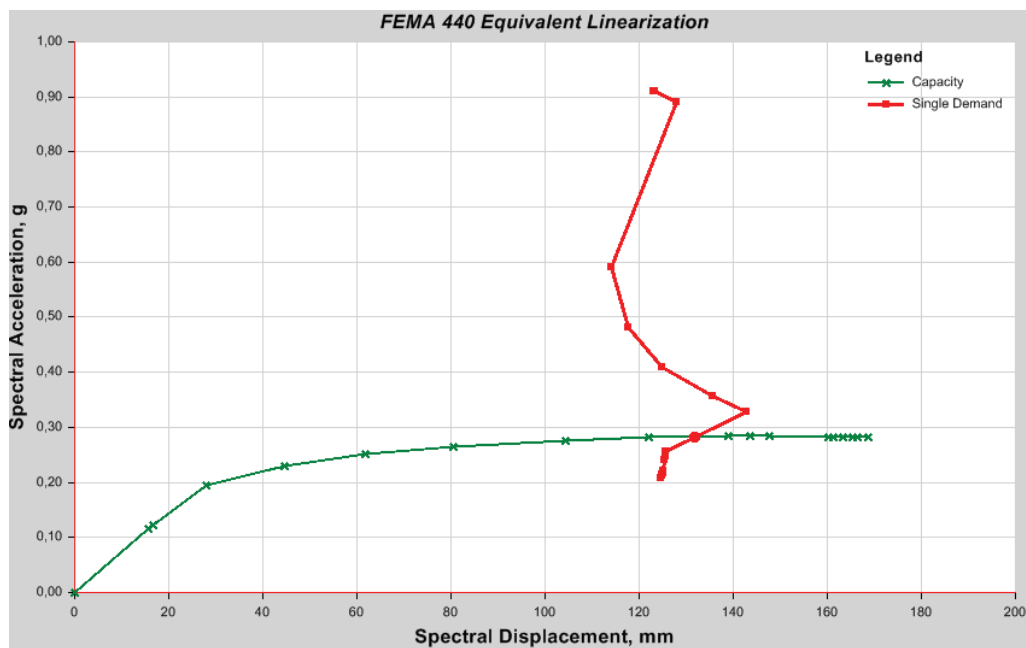
**Figura 173: Rótulas plásticas en estructura con nudos reforzados**

La curva de capacidad presenta un análisis pushover y aceleraciones de piso en ambos sentidos. Al reforzar los nudos se eleva la resistencia de la estructura.



**Figura 174: Curva de capacidad de la estructura con nudos reforzados con CFRP**

Al analizar la figura 175 se observa como el sismo incursiona con menor porcentaje en el rango inelástico de la estructura, por lo que se concluye que el reforzamiento en los nudos no es suficiente para mejorar el desempeño.



**Figura 175: Punto de desempeño de la estructura con nudos reforzados con CFRP.**



### 4.3.3 Estructura con nudos y pie de columna de la primera planta reforzados con fibra de carbono.

Basándose en los anteriores análisis, se busca eliminar la falla por piso blando, por lo que se propone complementar el refuerzo de nudos del NUMERAL 4.3.2 con un refuerzo adicional con CFRP de las columnas de la primera planta. Las fuerzas de diseño serán las que se generan en la base VER NUMERAL 4.3.1.

#### 4.3.3.1 propuesta de adicionar reforzamiento en Pie de columna de la primera planta.

Para 1/4L en la base de la columna se considera refuerzo a flexión, confinamiento y corte. Para la parte intermedia de la columna solo se aplicará refuerzo por confinamiento.

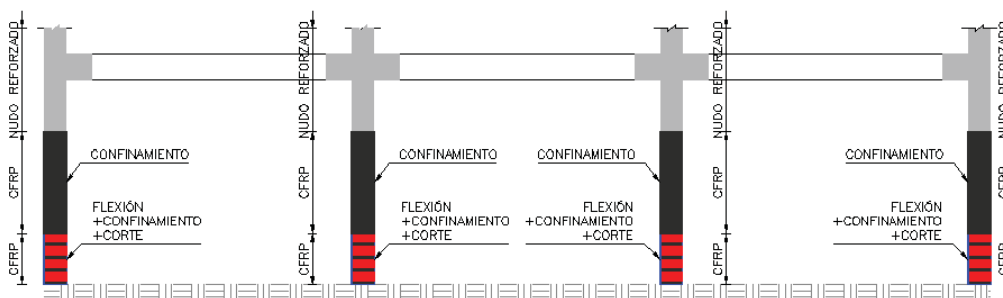


Figura 176: Refuerzo de columnas en el primer piso.

Tabla 69

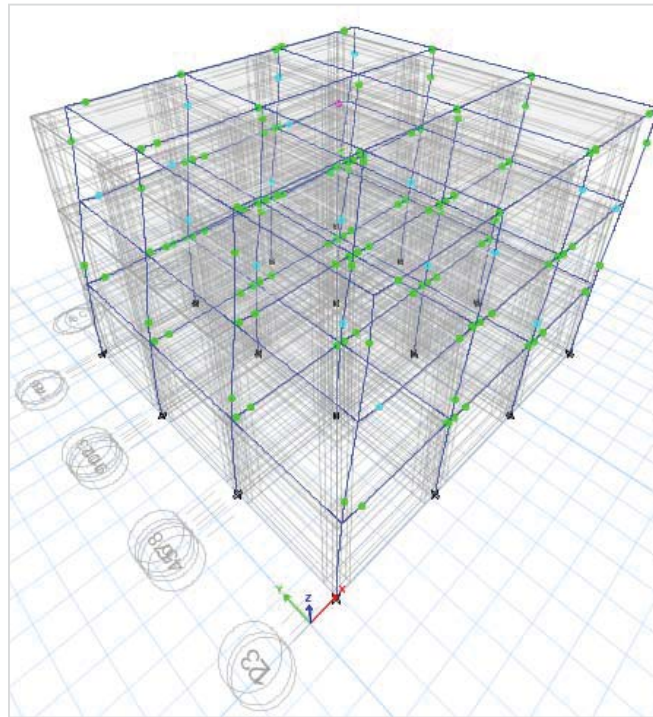
Cantidad de refuerzo en Base de las columnas (1/4 L).

COUMNAS ESQUINERAS Y EXTERIORES				
	Refuerzo a flexión		Refuerzo a confinamiento	Refuerzo a corte
Piso	Número de fibras (Cara superior e inferior)	Número de fibras (Cara izquierda y derecha)	Número de capas	Número de capas
Base	6	6	3,5	2
COLUMNAS INTERIORES				
	Refuerzo a flexión		Refuerzo a confinamiento	Refuerzo a corte
Piso	Número de fibras (Cara superior e inferior)	Número de fibras (Cara izquierda y derecha)	Número de capas	Número de capas
Base	17	17	4,5	2

Para el centro de la columna se considera 3 capas de confinamiento.

#### 4.3.3.2 Análisis no lineal.

Al rigidizar los nudos y reforzar las columnas del primer piso, se elimina el problema de piso blando, los esfuerzos se trasladan a los pisos superiores y su formación en un gran porcentaje es en las vigas.



**Figura 177: Rótulas plásticas en estructura con nudos y columnas del primer piso reforzadas.**

La curva de capacidad presenta un análisis pushover y aceleraciones de piso en ambos sentidos. Al reforzar los nudos y columnas del primer piso se eleva la resistencia de la estructura, además la estructura puede disipar gran cantidad de energía en el rango elástico.

En el grafico 178 se puede observar como la estructura tiende a comportarse elásticamente.

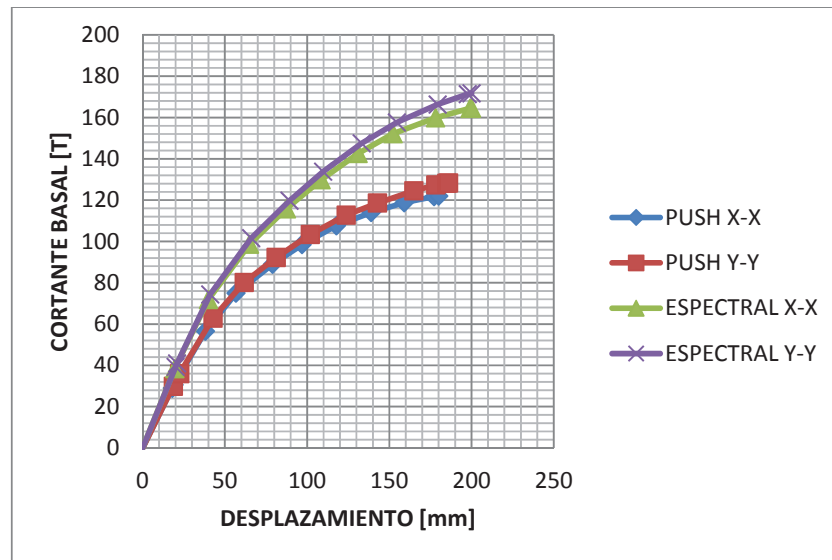


Figura 178: Curva de capacidad de la estructura con nudos y columnas reforzados con CFRP

Al analizar la figura 179 se observa que a pesar de incrementar el refuerzo el sismo incursiona en el rango inelástico de la estructura, de manera similar a la propuesta de refuerzo solo en los nudos.

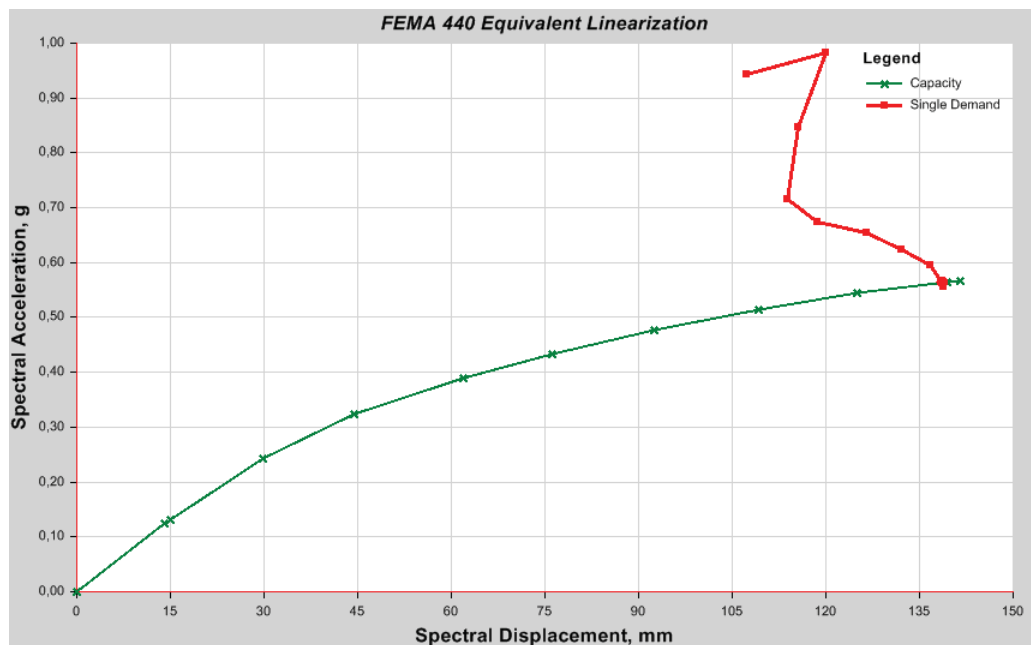


Figura 179: Punto de desempeño de la estructura con nudos y columnas del primer piso reforzados con CFRP.

#### 4.3.4 Estructura con encamisado de hormigón armado en columnas de la primera y segunda planta y nudos reforzados con fibra de carbono.

Para mejorar las condiciones de trabajo de la estructura y que esta trabaje en un rango elástico, es necesario optar por un reforzamiento mixto.

##### 4.3.4.1 Propuesta de encamisado de columnas en primera y segunda planta.

Se reforzada encamisando las columnas débiles y las articulaciones restantes con CFRP igual que en el NUMERAL 4.3.2.

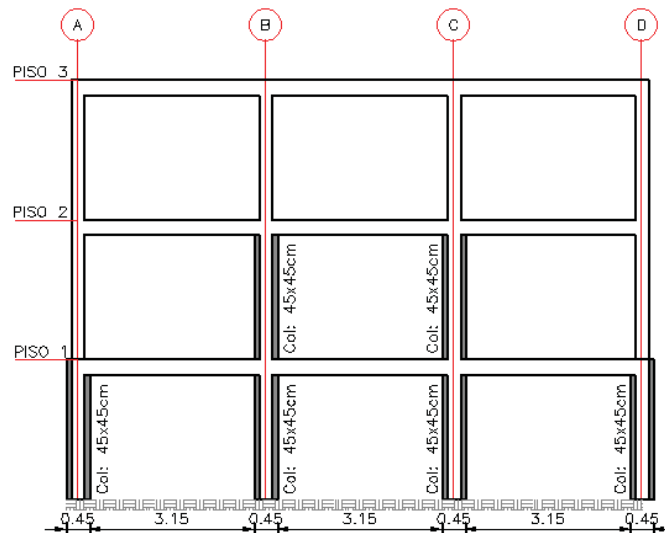


Figura 180: Encamisado de columnas esquineras y exteriores

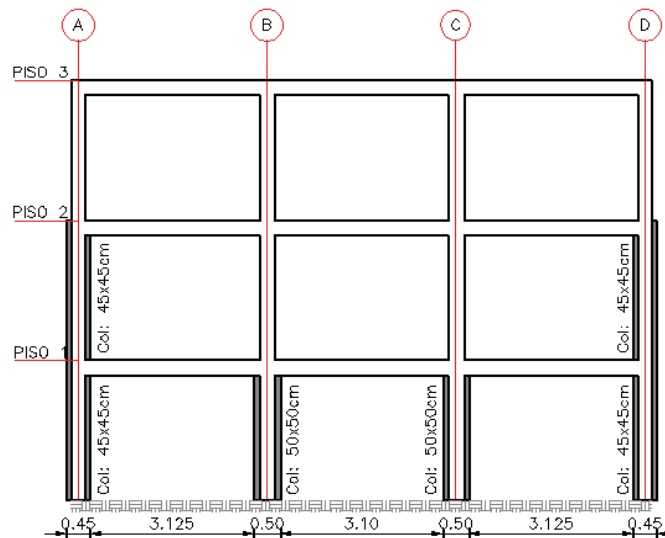
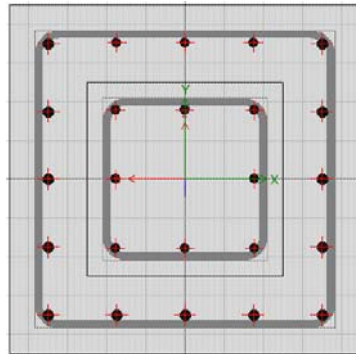


Figura 181: Encamisado de columnas esquineras y exteriores

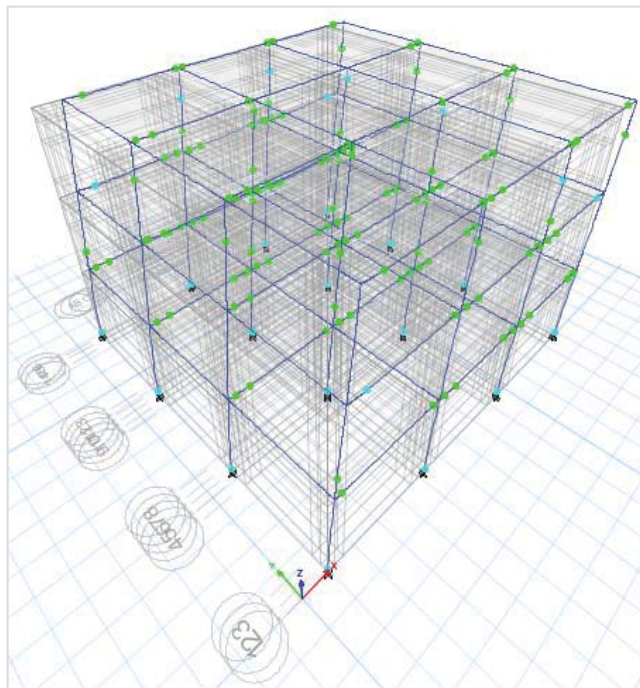
Las columnas crecieron 10cm por lado. La sección de columnas esquineras y exteriores son ahora de 45x45cm y las interiores de 50x50cm



**Figura 182: Columna Encamisada**

La armadura perimetral es del 1%, se debe procurar que el área perimetral de la columna, sea mayor o igual al área interior de la columna existente. El encamisado de columnas exteriores se incrementó hasta el segundo piso ya que existen problemas de cortante horizontal en la conexión con la sección original.

#### 4.3.4.2 Análisis no lineal.



**Figura 183: Rótulas plásticas en estructura con nudos reforzados con CFRP y encamisado de columnas.**

Al encamisar las columnas débiles y rigidizar los nudos, la formación de rotulas plásticas empieza en los pisos superiores, finalmente la falla de la estructura deteriora el último piso y la base de la estructura.

La curva de capacidad presenta un incremento notable en la resistencia de la estructura, lo que permitirá disipar gran cantidad de energía en el rango elástico.

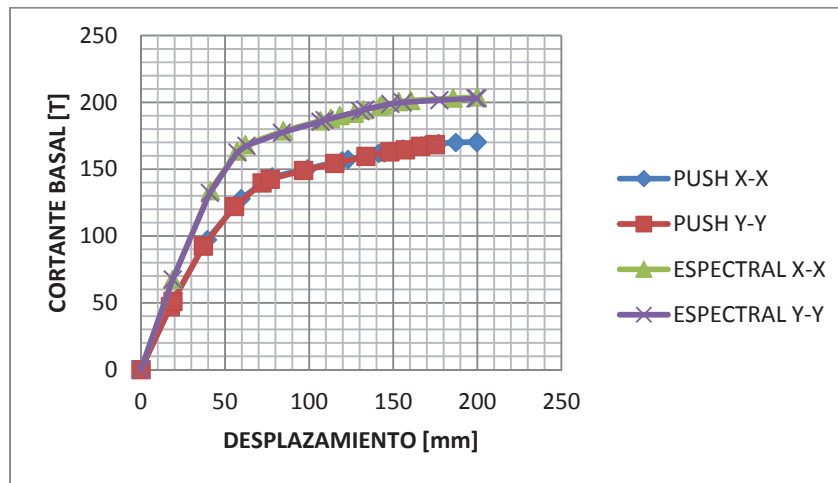


Figura 184: Curva de capacidad de la estructura con nudos reforzados con CFRP y encamisado de columnas.

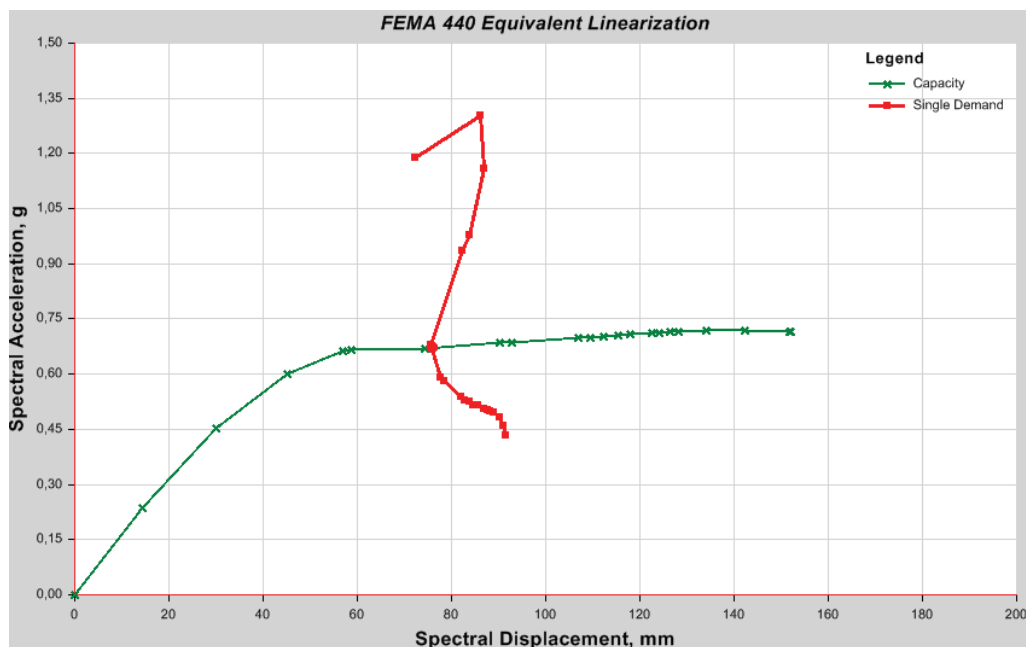


Figura 185: Punto de desempeño de la estructura con nudos reforzados con CFRP y encamisado de columnas.

Al analizar la figura 185 se observa que el sismo incursiona en un pequeño porcentaje en el rango inelástico de la estructura, lo que genera un desempeño aceptable.

#### 4.4 Comparación de resultados.

Se puede finalmente observar la diferencia entre la estructura sin refuerzo y la estructura con varios reforzamientos propuestos.

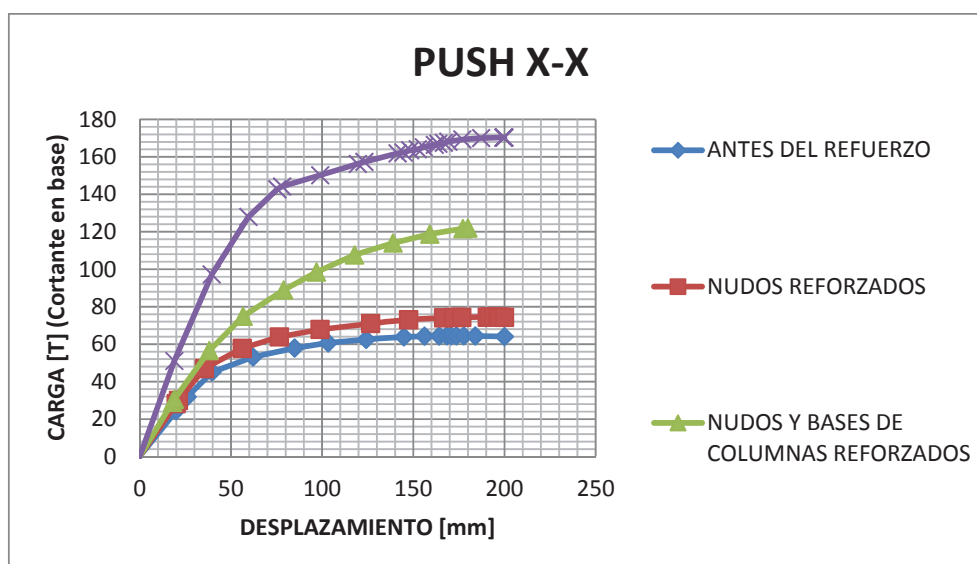


Figura 186: Curvas de capacidad de la estructura antes del refuerzo y después de las propuestas de reforzamiento.

En la tabla 70 se observa como las metodologías de reforzamiento aumentan la capacidad de resistir carga en el rango elástico, sin embargo, al rigidizar la estructura la estructura pierde la capacidad de disipar energía por deformación.

Tabla 70

Desempeño de la estructura antes del refuerzo y después de las propuestas de reforzamiento.

	CORTANTE BASAL [T]	DESPLAZAMI ENTO [mm]	DUCTILII DAD [R]
ANTES DEL REFUERZO	64,36	162,34	4,03
NUDOS REFORZADOS	73,65	158,52	4,13
NUDOS Y BASES DE COLUMNAS REFORZADOS	121,53	176,24	3,69
NUDOS REFORZADOS Y ENCAMISADO DE HORMIGÓN EN COLUMNAS	150,77	100,90	2,21



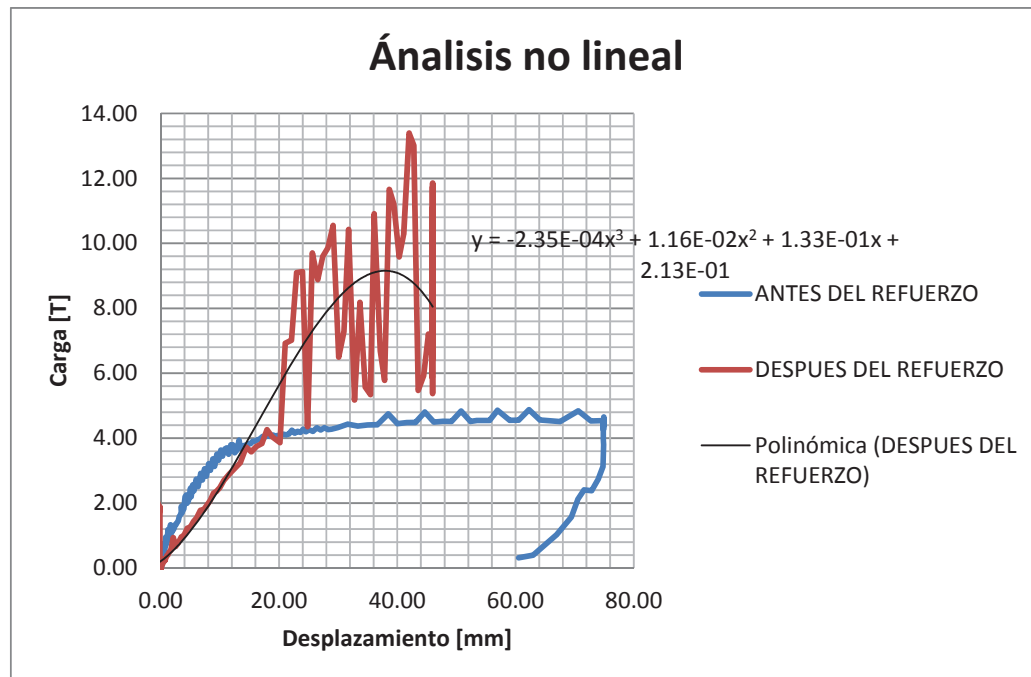


## CAPÍTULO 5

### CAPÍTULO CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 5.1.1 Conclusiones

- Resistencia antes y después del reforzamiento de la probeta.



**Figura 187: Comparación de curvas de capacidad de la estructura antes y después de reforzamiento.**

Al comparar las curvas de capacidad antes y después del reforzamiento, se concluye que después del reforzamiento un nudo reforzado con CFRP puede disipar energía de una manera elástica, sin embargo, pierde en gran porcentaje la capacidad de disipar energía por deformación como ocurre antes del refuerzo.

- Al observar la figura 187, podemos observar que la curva de capacidad tiene una gran dispersión de puntos, esto se debe, a que el refuerzo confiere una resistencia global al nudo, pero las diferentes disposiciones de la fibra de carbono fallan parcialmente. Es decir, la caída abrupta de la curva de capacidad formando picos simboliza que primero fallan las fibras con menor número de capas y las que tienen menor adherencia.

- El refuerzo de uniones viga-columna permite incrementar la resistencia del nudo, evitando fallas por cortante horizontal y vertical, además retrasando el deterioro por falta de adherencia del acero.
- El refuerzo de uniones viga-columna traslada los esfuerzos a los elementos continuos.
- En el ejemplo del capítulo 5 se hicieron evidentes conclusiones acerca del reforzamiento de uniones, viga columna.
  - a) El refuerzo solo en los nudos, no es la solución definitiva para la rehabilitación de estructuras vulnerables, es decir. El refuerzo de nudos se presenta como un complemento a la rehabilitación de una estructura.
  - b) Al reforzar nudos con fibra de carbono se aporta rigidez a la estructura disminuyendo las derivas de piso.
  - c) Al reforzar la estructura con fibra de carbono se aumenta la capacidad a resistir carga pero disminuimos la ductilidad de la estructura.
  - d) El reforzamiento de uniones viga-columna mejora el desempeño de la estructura.
- La fibra de carbono se presenta como una gran alternativa de reforzamiento por su elevada resistencia mecánica, alta durabilidad, además que presenta un mínimo incremento en el espesor de los elementos de la estructura.
- El tejido de fibra de carbono al ser un material flexible puede adaptarse fácilmente a la forma de los elementos de la estructura.

### **5.1.2 Recomendaciones**

- La fibra de carbono se recomienda para reforzamientos ya que al ser liviana no adiciona peso a estructuras vulnerables en rehabilitación.
- Para reforzar uniones viga columna con la metodología propuesta añadimos las siguientes recomendaciones.
  - a) Realizar una curación detallada, es decir, antes de colocar la fibra se debe librar los elementos de toda clase de impureza, además alisar y

achaflanar correctamente los elementos para asegurar una correcta adherencia de la fibra.

- b) Fiscalizar el sentido de las fibras del tejido, siempre las fibras deben ser paralelas al sentido de flexión y corte.
- c) En vigas procurar utilizar envolturas completas por reforzamiento a corte para generar sobre resistencia en la viga.
- d) Antes de diseñar el refuerzo de uniones viga-columna verificar que la estructura no tenga problemas por cargas verticales, el refuerzo debe absorber solo cargas laterales.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ACI 440.2R-08, C. 4. (2008). Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures. En C. 440, *ACI 440.2R-08*. Farmington Hills.
- ACI318S-11, C. 3. (2011). ACI 318S-11. En C. 318, *American Concrete Institute* (págs. 167,175 y 176). Farmington Hills, MI, USA.
- Aguiar, R. (2014). Método de las fibras.
- Aguiar, R., Revelo, M., & Tapia, W. (2013). Jornadas de Investigación Científica desde las Aulas. *Análisis de conexiones viga-columna de acuerdo al código ACI 318SR-05*. Sangolquí, Pichincha, Ecuador.
- Akguzel, U. (2011). *Seismic Performance of FRP Retrofitted Exterior RC Beam-Column Joints under Varying Axial and Bidirectional Loading*. Christchurch, New Zealand.
- Broulaye, b. (s.f.). *Monografías.com*. Recuperado el 2016, de Monografías.com:  
<http://www.monografias.com/trabajos81/comportamiento-materiales-compuestos-fibra-carbono/comportamiento-materiales-compuestos-fibra-carbono2.shtml>
- Comite 318. (2011). *ACI 318S-11*. Farmington Hills, MI, USA.
- Escalante, T. (s.f.). *Las vigas son elementos estructurales de concreto armado*. Obtenido de ARQHYS:  
<http://www.arqhys.com/construccion/vigas-de-concreto.html>
- IGENP, I. G. (s.f.). *Escala de Mercali*. Recuperado el 2014, de Instituto Geofísico EPN: <http://www.igepn.edu.ec/sismos/sismicidad/escala-de-mercalli.html>
- IGEPN, I. G. (s.f.). Recuperado el 11 de 2014, de Instituto Geofísico EPN: <http://www.igepn.edu.ec/sismos/sismicidad/grandes-terremotos.html>

Insignia, R. y. (s.f.). *Refuerzos Estructurales con fibra de carbono*. Obtenido de Insignia: <http://obrasinsignia.com/ventajas-obra.html>

LA HORA, P. w. (20 de 12 de 2012). *Dos edificaciones con nuevo rumbo*. Obtenido de LA HORA: [http://www.lahora.com.ec/index.php/noticias/show/1101254608#.VcEun\\_I\\_Oko](http://www.lahora.com.ec/index.php/noticias/show/1101254608#.VcEun_I_Oko)

Larraín, A. (11 de 05 de 2011). *Lecciones del Terremoto 27 febrero 2010 CCHC*. Recuperado el 2014, de Corporación de desarrollo Tecnológico: [http://www.construccion-universidad.cl/2014/presentaciones/2011/lecciones\\_ingenieria\\_estructural-alfonso\\_larrain.pdf](http://www.construccion-universidad.cl/2014/presentaciones/2011/lecciones_ingenieria_estructural-alfonso_larrain.pdf)

NEC. (2015). Peligro Sísmico Diseño Sismo Resistente. En NEC, *Norma Ecuatoriana de la construcción* (págs. 27,33).

Nereida, E. (2008). *Repositorio digital de la Facultad de Ingeniería - UNAM*. Recuperado el Diciembre de 2015, de Repositorio digital de la Facultad de Ingeniería - UNAM: <http://www.ptolomeo.unam.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/132.248.52.100/2680/sotobarraza.pdf?sequence=1>

Sánchez, J., & Camacho, M. (2010). Evaluación del comportamiento de uniones viga-columna en concreto reforzado. Caso de estudio: Nudo confinado or una cara. Bucaramanga.