



ESPE

UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

**CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA E
INSTRUMENTACIÓN**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL
TÍTULO DE INGENIERA EN ELECTRÓNICA E
INSTRUMENTACIÓN**

**TEMA: CONTROL DE ROTACIÓN AUTÓNOMO DE UN
ROBOT RUEDA ESFÉRICA TIPO OMNIDIRECCIONAL PARA
TAREAS DE DESPLAZAMIENTO**

**AUTORAS: VILMA JOHANA BASANTES BASANTES
GABRIELA ALEXANDRA BAUTISTA REINOSO**

DIRECTOR: ING. VÍCTOR HUGO ANDALUZ, PH.D.

LATACUNGA

2018



**DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA E INSTRUMENTACIÓN**

CERTIFICACIÓN

Certifico que el trabajo de titulación, “**CONTROL DE ROTACIÓN AUTÓNOMO DE UN ROBOT RUEDA ESFÉRICA TIPO OMNIDIRECCIONAL PARA TAREAS DE DESPLAZAMIENTO**” realizado por las señoritas, **BASANTES BASANTES VILMA JOHANA Y BAUTISTA REINOSO GABRIELA ALEXANDRA** ha sido revisado en su totalidad y analizado por el software anti-plagio, el mismo cumple con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, por lo tanto me permito acreditarlo y autorizar a las señoritas **BASANTES BASANTES VILMA JOHANA Y BAUTISTA REINOSO GABRIELA ALEXANDRA** para que lo sustenten públicamente.

Latacunga, 14 de marzo del 2018

PhD. Víctor Andaluz

DIRECTOR



**DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA E INSTRUMENTACIÓN**

AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD

Nosotras, **Vilma Johana Basantes Basantes**, con cédula de ciudadanía N°0503751505 y **Gabriela Alexandra Bautista Reinoso**, con cédula de ciudadanía N°0503963506 declaro que el presente trabajo de titulación, **“CONTROL DE ROTACIÓN AUTÓNOMO DE UN ROBOT RUEDA ESFÉRICA TIPO OMNIDIRECCIONAL PARA TAREAS DE DESPLAZAMIENTO”** ha sido desarrollado considerando los métodos de investigación existentes, así como también se ha respetado los derechos intelectuales de terceros considerándose en las citas bibliográficas.

Consecuentemente declaro que este trabajo es de nuestra autoría, en virtud de ello nos declaramos responsables del contenido, veracidad y alcance de la investigación mencionada.

Latacunga, 14 de marzo del 2018

Vilma Johana Basantes Basantes

C.C.: 0503751505

Gabriela Alexandra Bautista Reinoso

C.C.: 0503963506



**DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
CARRERA DE INGENIERÍA DE ELECTRÓNICA E INSTRUMENTACIÓN**

AUTORIZACIÓN

Nosotras, **VILMA JOHANA BASANTES BASANTES Y GABRIELA ALEXANDRA BAUTISTA REINOSO**, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar en la Biblioteca Virtual de la institución el presente trabajo de titulación “**CONTROL DE ROTACIÓN AUTÓNOMO DE UN ROBOT RUEDA ESFÉRICA TIPO OMNIDIRECCIONAL PARA TAREAS DE DESPLAZAMIENTO**” cuyo contenido, ideas y criterios son de nuestra autoría y responsabilidad.

Latacunga, 14 de marzo del 2018

Vilma Johana Basantes Basantes

C.C.: 0503751505

Gabriela Alexandra Bautista Reinoso

C.C.: 0503963506

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a Dios que bendice y guía mi camino, a mis queridos padres María Luzmila y Nelson Anibal por brindarme su apoyo, confianza, ser mi guía y pilar fundamental para alcanzar cada logro a lo largo de este camino, a mis ñañas Lina y Adriana por ser parte de mis travesuras y apoyarme incondicionalmente en cada momento, a mi pequeño sobrino Josué por ser parte de mi alegría. A mis abuelitos por brindarme su cariño y consejos en cada momento, a mi papabuelito José Felix que cada día me dio fuerza para continuar y no rendirme, permitiéndome ver la vida de una forma diferente y enseñándome que a base de esfuerzo y dedicación todo sueño es alcanzable.

Vilma Johana B. B.

DEDICATORIA

Dedico todo el esfuerzo, largas horas de estudio y trabajo a Dios quien me brindo fortaleza para vencer toda adversidad que se presentó en el trayecto de mi vida estudiantil, a mis padres Freddy y Nancy quiénes son el pilar fundamental de toda mi vida brindándome día a día su incondicional apoyo, amor y paciencia durante mi corta existencia, a mis hermanos Kevin y Sebastián por ser la motivación diaria de ser mejor persona, a mis abuelit@s Mami Tey, papito Manuel y Gricelda por incentivar y motivarme a la superación, a mamita Florinda que desde donde se encuentre me inspira a seguir adelante, y finalmente quiero dedicar todo mi esfuerzo a mis maestros de toda mi formación estudiantil, por compartir sus conocimientos.

Gaby A. Bautista R.

AGRADECIMIENTO

Mi agradecimiento eterno a Dios, a mi familia que son mi apoyo y fortaleza para continuar cada día y hoy son parte de este sueño y logro alcanzado.

A la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE Extensión Latacunga por acogerme en sus aulas y permitirme formar como profesional, a cada uno de mis profesores por todo el apoyo y confianza depositada en mi persona.

Un agradecimiento sincero al Ing. Víctor H. Andaluz PhD., por la paciencia y ayuda brindada durante la realización del presente proyecto de titulación.

A mis amigos con quienes compartí momentos de alegría y tristeza, y juntos logramos continuar y cumplir con cada uno de los objetivos planteados en este trayecto universitario, a mis amigos y compañeros de tesis Gabriela, Adrián y Francisco que a pesar de las adversidades y los obstáculos hemos logrado culminar este proyecto de titulación.

Mi sincero agradecimiento a todas las personas que contribuyeron y son parte de este logro alcanzado, gracias por brindarme su amistad, confianza y ayuda desinteresada, siempre los llevaré en mi mente, corazón y oraciones pidiendo a Dios que los guíe y los bendiga siempre.

Vilma Johana B. B.

AGRADECIMIENTO

Mi agradecimiento a mis padres por brindarme apoyo en todo momento sin importar las circunstancias, a mis chiquitines Kevin y Sebas por apoyarme y ser la fuente de inspiración para que yo siga cosechando éxitos, a mi abuelita Mami Tey por brindarme sus consejos y ayuda, a mis ñañas Patty y Mayra por su apoyo en todas las facetas de mi vida y darme una visión de lo que debo conseguir en mi vida, a todos mis prim@s por compartir conmigo travesuras, logros, travesuras gracias ya que son una motivación más para ser mejor persona y profesional. Mi agradecimiento y aprecio a todos los maestros que formaron parte de mi preparación académica ya que sin ellos sería muy difícil adquirir conocimientos y contar con una preparación profesional, a mi tutor de proyecto Ing. Víctor Hugo Andaluz PhD. gracias por la paciencia y ayuda brindada durante la realización del proyecto de titulación.

A mis amig@s quienes en el transcurso de la vida estudiantil fueron testigos del esfuerzo, dedicación y perseverancia diaria para cumplir esta meta lograda, a mis compañeros de proyecto Joha, Adrian y Francisco con quienes compartimos los últimos momentos de la vida estudiantil aprendiendo a trabajar en equipo, agradecer también a tod@s las personas que en cierta forma aportaron en mi formación profesional. De esta hermosa experiencia estudiantil a más de los sólidos conocimientos académicos puedo asegurar que cada obstáculo, caída o adversidad es un paso más hacia el éxito.

Gaby A. Bautista R

ÍNDICE DE CONTENIDOS

CARÁTULA.....	i
CERTIFICACIÓN.....	ii
AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD.....	iii
AUTORIZACIÓN	iv
DEDICATORIA	vi
AGRADECIMIENTO.....	vii
ÍNDICE DE CONTENIDOS	ix
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xii
ÍNDICE DE TABLAS.....	xiv
RESUMEN.....	xv
ABSTRACT	xvi
CAPÍTULO I.....	1
1. INTRODUCCION.....	1
1.1. Planteamiento del problema.....	1
1.2. Antecedentes	2
1.3. Objetivos	3
1.3.1. Objetivo General.....	3
1.3.2. Objetivos Específicos	3
CAPÍTULO II.....	4
2. MARCO TEÓRICO	4
2.1. Robots Móviles	4
2.2. Robots Omnidireccionales	5
2.3. Tipos de ruedas	5
2.3.1. Ruedas Convencionales.....	5
2.3.2. Ruedas especiales	6
2.4. Péndulo Invertido	10
2.5. Modelo matemático de un robot móvil	14
2.5.1. Modelo cinemático de un péndulo invertido.....	14
2.5.2. Modelo dinámico de un robot omnidireccional.....	16
2.6. Controladores	20
2.6.1. Control del movimiento de un robot móvil autónomo.....	20
2.6.2. Control cinemático.....	21
2.6.3. Control dinámico.....	21
2.6.4. Control basado en aproximación lineal.....	21
2.6.5. Control adaptativo	22
2.7. Algoritmo de Optimización por Cúmulo de Partículas (PSO).....	22
2.7.1. Implementación de la identificación de parámetros usando PSO	24

CAPÍTULO III	27
3. DESARROLLO DEL CIRCUITO ELECTRÓNICO	27
3.1. Robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional.....	27
3.2. Esquema electrónico del Robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional	28
3.2.1. Sistema de alimentación	29
3.2.2. Sistema de procesamiento	31
3.2.3. Actuadores.....	32
3.2.4. Sistema de sensado	40
3.2.5. Sistema de comunicación.....	45
CAPÍTULO IV	48
4. CONTROL AUTÓNOMO DEL ROBOT	48
4.1. Sistema de Coordenadas	48
4.2. Modelo Cinemático	54
4.3. Modelo Dinámico.....	57
4.4. Identificación de parámetros por el método de PSO	67
4.5. Diseño del esquema de control.....	69
4.5.1. Control Cinemático	69
4.5.2. Control Dinámico	71
4.5.3. Análisis de estabilidad.....	73
CAPÍTULO V	75
5. ANALISIS DE RESULTADOS	75
5.1. Validación del modelo dinámico del robot rueda esférica.....	75
5.2. Pruebas experimentales.....	76
5.2.1. Control Cinemático 2D	76
5.2.2. Control Dinámico 3D	83
CAPÍTULO VI	95
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	95
6.1. Conclusiones.	95
6.2. Recomendaciones	95
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
ANEXOS	101
CERTIFICACIÓN	102

ANEXO 1. Código de Arduino
ANEXO 2 Datos técnicos de motor Ec-i40 MAXON
ANEXO 3 Datos técnicos de la tarjeta servocontroladora ESCON 50/5
ANEXO 4 ODOMETRÍA

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	Rueda omnidireccional universal.....	6
Figura 2	Radio variable en una rueda omnidireccional	7
Figura 3	Rueda omnidireccional Mecanum.....	8
Figura 4	Vista inferior de la descomposición de la fuerza ejercida por el motor sobre la rueda Mecanum.....	8
Figura 5	Diseño original de la rueda esférica motriz presentada en agosto 2008	9
Figura 6	Péndulo invertido	10
Figura 7	Primer péndulo invertido sobre ruedas	11
Figura 8	Equibot	12
Figura 9	Segbot	12
Figura 10	Ballbot	13
Figura 11	Robot Omnidireccional Rezero	14
Figura 12	Cinemática del péndulo invertido	15
Figura 13	Esquema de un control adaptativo	22
Figura 14	Diagrama de flujo básico del algoritmo PSO	23
Figura 15	Representación gráfica de una partícula	26
Figura 16	Sistema del Robot Rueda Esférica	28
Figura 17	Esquema del diseño electrónico	29
Figura 18	Diseño PCB de la placa electrónica.....	30
Figura 19	Estructura del Motor brushless ECI 40 MAXON	34
Figura 20	Tarjeta ESCON 50/5 Servocontroladora	36
Figura 21	Configuración de la tarjeta servocontroladora ESCON 50/5	38
Figura 22	Diagrama de bloques de compensación dinámica de los motores	39
Figura 23	Comportamiento del control interno de velocidad	40
Figura 24	MPU6050	41
Figura 25	Ángulos de Euler en el robot rueda esférica tipo omnidireccional	43
Figura 26	Lectura del sensor MPU rotación en X	45
Figura 27	Módulo de comunicación inalámbrica NRF24	46
Figura 28	Lazo de control del robot Rueda Esférica.....	48
Figura 29	a) Sistema de coordenadas, b) velocidad angular.....	49
Figura 30	Puntos geométricos para la construcción de ecuaciones	51
Figura 31	Parámetros geométricos para el sistema en 3D.....	53
Figura 32	Ángulos de la configuración de los motores del robot	53
Figura 33	Diagrama de cuerpo libre de la disposición de las ruedas del robot rueda esférica	55
Figura 34	Esquema para la identificación de los parámetros del robot	67
Figura 35	Diagrama de bloques del control cinemático de estabilidad	71
Figura 36	Diagrama de bloques de un control PID.....	71
Figura 37	Diagrama de bloques del control PID en el robot Rueda Esférica	72
Figura 38	Diagrama de bloques del control en cascada para el equilibrio y desplazamiento el robot Rueda Esférica.....	73
Figura 39	Validación del modelo dinámico del robot rueda esférica	76
Figura 40	Reproducción virtual: Simulación 1 del control de estabilidad del robot	77
Figura 41	Estabilidad: Simulación 1 del control de estabilidad del robot.....	78
Figura 42	Estructura física del Robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional	79
Figura 43	Errores de estabilidad	80
Figura 44	Acciones de control	81
Figura 45	Velocidades de control Rueda 1-2-3.....	82
Figura 46	Tiempo de respuesta del controlador	83
Figura 47	Control de desplazamiento del robot sobre el eje x en Matlab	84
Figura 48	Reproducción virtual: Control de desplazamiento del robot sobre eje x	84
Figura 49	Errores del cuerpo del robot en tareas de equilibrio y desplazamiento	85
Figura 50	Acciones de control para estabilidad y desplazamiento	85
Figura 51	Control de desplazamiento del robot sobre el eje y en Matlab	86
Figura 52	Reproducción virtual: Control de desplazamiento del robot sobre eje y	87
Figura 53	Errores del cuerpo del robot en tareas de equilibrio y desplazamiento	87
Figura 54	Acciones de control para estabilidad y desplazamiento	88
Figura 55	Control de desplazamiento del Robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional ..	89

Figura 56 Reproducción virtual: Control de desplazamiento del robot	89
Figura 57 Errores del cuerpo al realizar tareas de desplazamiento	90
Figura 58 Acciones de control para desplazamiento del robot	90
Figura 59 Desplazamiento realizado por el Robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional	91
Figura 60 Errores de desplazamiento en los ejes x, y	92
Figura 61 Acción de control del motor 1	92
Figura 62 Acción de control del motor 2	93
Figura 63 Acción de control del motor 3	93

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Especificaciones técnicas de las baterías LiPo	31
Tabla 2 Especificaciones de la plataforma Arduino Uno y Arduino Mega	32
Tabla 3 Especificaciones técnicas del motor	34
Tabla 4 Servocontroladoras para motores EC-i 40	35
Tabla 5 Datos técnicos de tarjeta ESCON 50/5	37
Tabla 6 Características del MPU6050	41
Tabla 7 Especificaciones del módulo de comunicación nRF24L01	47
Tabla 8 Parámetros del robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional	54

RESUMEN

En el presente trabajo de titulación se plantea el desarrollo de un controlador de equilibrio y desplazamiento aplicado a un Robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional diseñado y construido en el trabajo de titulación **“Investigación de la Locomoción de los Robots Omnidireccionales para el Diseño y Construcción del Prototipo Robot Rueda Esférica para Movimiento en Espacio Reducido”**, el cual, tiene como propósito utilizar dicho robot como un banco de pruebas de investigación para encontrar los posibles controladores óptimos, con el fin de mantener su equilibrio y realizar tareas de desplazamiento. El robot rueda esférica tipo omnidireccional está formado de tres partes: el cuerpo, la esfera y el subsistema de propulsión, el mismo que, a su vez está constituido por tres actuadores, que accionan a las ruedas omnidireccionales transfiriendo así el movimiento a la esfera, sobre la cual se establecerá el equilibrio y permitirá el desplazamiento del robot, según su diseño y construcción. Para lograr este objetivo, se desarrolla el modelo matemático, el cual, tomando como referencia las características físicas del robot permite plantear un algoritmo de control óptimo, que cumpla con los estándares establecidos para su funcionamiento. El controlador define las acciones de control para los tres actuadores del robot, en función de las variables de estado: ángulos de inclinación del cuerpo y velocidades de las ruedas; mientras que la MPU se encarga de la medición de los ángulos para mantener el equilibrio del robot, la retroalimentación de las velocidades de los actuadores medidas por los sensores de efecto Hall, generan las acciones necesarias para efectuar el desplazamiento del robot sobre una superficie plana.

PALABRAS CLAVE:

- **ROBOTS - MODELACIÓN CINEMÁTICA**
- **ROBOTS - MODELACIÓN DINÁMICA**
- **ROBÓTICA**
- **ALGORITMOS DE IDENTIFICACIÓN**

ABSTRACT

The present investigation project poses the development of a balance and displacement controller applied to a spherical wheel omnidirectional type robot designed and construction in the degree project **“Investigación de la Locomoción de los Robots Omnidireccionales para el Diseño y Construcción del Prototipo Robot Rueda Esférica para Movimiento en Espacio Reducido”**, which has the main goal of using that robot as a testing bench to research problems and the possible optimum controllers with the purpose of making the robot stable and apply it in displacement tasks. The spherical wheel omnidirectional type robot is composed of three parts: the body, the spherical wheel, and a propulsion subsystem. The last one has three actuators that drive the omnidirectional wheels in order to transfer the movement to the sphere on which the balance is going to be established, and allowing in this way, the movement of the robot according its design and construction. To achieve this goal, a mathematical model which describes the physical behavior of the robot was developed in order to propose an optimum control algorithm that satisfies with the standards established for its functioning. The controllers define the actions for the three robot’s actuators basing on state variables: angle of inclination of the body and speeds of the wheels. While MPU measures the angles of the robot to maintain its balance, the feedback of speeds measured in actuators by Hall effect sensors, generates the necessary actions to complete the displacement of the robot over a flat surface.

KEYWORDS:

- **ROBOTS-KINEMATIC MODELING**
- **ROBOTS-DYNAMIC MODELING**
- **ROBOTICS**
- **IDENTIFICATION ALGORITHM**

CAPÍTULO I

1. INTRODUCCION

1.1. Planteamiento del problema

Actualmente las investigaciones en el campo de la robótica, están relacionadas a diferentes aplicaciones en robots omnidireccionales, que para su movimiento y desplazamiento requieren de un control avanzado. Esto implica que para el análisis y desarrollo de un esquema de control que permita la movilidad del robot rueda esférica tipo omnidireccional, se adopta el modelo del péndulo invertido de dos dimensiones, como base para el desarrollo del modelo matemático del robot, de manera que permita generar movimientos tanto de desplazamiento como de rotación sobre un eje vertical, por lo tanto, las investigaciones más recientes simplemente han desarrollado modelos simulados por computadora, en los cuales se demuestra que el robot es capaz de equilibrarse en una superficie plana.

Además, la mayoría de robots omnidireccionales con ruedas siempre giran sobre un único eje perpendicular al plano de rotación de la rueda, es decir una rueda convencional no cuenta con un sistema de control autónomo para tareas de desplazamiento, lo cual proporciona un menor grado de maniobrabilidad, a diferencia de un robot rueda esférica tipo omnidireccional el mismo que realiza un desplazamiento en cualquier dirección, gira alrededor de un eje vertical, da al sistema un único punto de contacto con el suelo permitiendo reducir la fricción y el espacio que necesita el sistema para conseguir un cambio de dirección.

Por lo tanto, el problema principal es que el robot rueda esférica tipo omnidireccional pueda mantenerse estable y se desplace de un lugar a otro, para lo cual en este trabajo de titulación se considera al robot rueda esférica tipo omnidireccional como un sistema de desplazamiento sobre una rueda esférica motriz (REM); además este proyecto propone una innovación de los robots móviles con ruedas, siendo este, un robot autónomo, proyectado a investigaciones para futuras aplicaciones.

Finalmente, este trabajo de investigación tiene como objetivo proponer un algoritmo de control, que permita mantener el equilibrio del robot rueda esférica tipo omnidireccional, a la vez realizar tareas de desplazamiento.

1.2. Antecedentes

Desde hace siglos, la robótica ha tenido un desarrollo muy importante abarcando desde robots móviles con sistemas muy simples hasta robots industriales con un mayor grado de complejidad, contemplando así un área amplia de mucho interés para el presente y el futuro. Los robots móviles se clasifican en robots con ruedas y con patas, estos se caracterizan por su capacidad de desplazamiento en un entorno desconocido o conocido parcialmente, sus aplicaciones cubren una gran variedad de campos, tales como trabajos subterráneos, tareas submarinas, movilización de objetos, misión espacial y exploración, vigilancia e intervención de seguridad, entre otros (González Jiménez & Ollero Baturone, 2016).

Para analizar de mejor forma los robots omnidireccionales se requiere conocer que en la actualidad se están desarrollando robots móviles empleando una sola esfera como su rueda, este tipo de robot es también conocido como Ballbot el cual pertenece a una clase especial de robot-equilibrio y posee un solo punto de contacto con el suelo, capaz de lograr un mayor grado de agilidad que la mayoría de los robots móviles con ruedas, los mismos que presentan limitaciones direccionales en movimientos a diferencia el robot Ballbot el cual se desplaza en cualquier dirección y también puede girar alrededor de un eje vertical (Ríos G. & Bueno L., 2008).

El esquema de control del robot rueda esférica tipo omnidireccional adopta el modelo del péndulo invertido de dos dimensiones como base para el desarrollo del modelo matemático del mismo, el péndulo invertido es una plataforma clásica para explorar las teorías prácticas de control, ya que es inherentemente inestable. Bajo la gravedad, el péndulo normalmente cae al suelo por lo cual es importante tener realimentación de sensores, sistema de control de bucle cerrado el cual debe ser diseñado para llevar a cabo correcciones de alta

frecuencia, para mantener al péndulo en posición vertical, por lo tanto, dinámicamente estable. (Han, Han, & Jo, 2014).

Por lo tanto, el robot puede ser de gran utilidad en ciertas aplicaciones como son los robots omnidireccionales con interesantes ventajas como el aumento de vida debido a que tiene una mayor superficie por usar generando un mínimo desgaste, robots manipuladores, articulaciones para prótesis médicas de locomoción, transporte de estructuras pesadas y como medio de transporte, debido a que pueden ser multidireccionales generando una nueva maniobrabilidad mucho más dinámica y precisa gracias a los movimientos laterales que puede realizar, además de ofrecer un control de estabilidad más completo con menos tendencia a inestabilidad convirtiéndose así en un robot más ágil y dinámico (García Martínez, 2016).

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

- Implementar un control de rotación autónomo de un robot rueda esférica tipo omnidireccional para tareas de desplazamiento.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Investigar los tipos de control a través de la recopilación de información de fuentes científicas aplicado a robots móviles.
- Desarrollar el circuito electrónico que contemple las etapas de potencia y control a fin de implementar esquemas de control en lazo cerrado.
- Proponer un esquema de control avanzado a fin de mantener el equilibrio de robots en tarea de posicionamiento autónomo.
- Evaluar experimentalmente el control autónomo propuesto sobre un robot esférica tipo omnidireccional en ambientes de trabajos estructurados.

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

En los últimos años, la investigación en el campo de la robótica ha experimentado un cambio significativo, los intereses de la investigación están evolucionando desde los robots industriales en entornos estructurados hacia el desarrollo de robots autónomos que operan en entornos no estructurados y naturales. Debido a la evolución de la industria se ha visto necesario desarrollar máquinas o manipuladores que permitan ejecutar las tareas que realizan los operadores en lugares donde su seguridad se ve amenazada, como también la integración de robots autónomos que ayuden a mejorar el estilo de vida de las personas.

2.1. Robots Móviles

Un robot móvil es una estructura electromecánica con capacidad de desplazarse dentro de un espacio de trabajo con diferentes niveles de autonomía, el mismo que está determinado por la capacidad de percibir, modelar, planificar y actuar para alcanzar un objetivo sin la intervención, o con una intervención mínima de supervisores humanos (González Jiménez & Ollero Baturone, 1996). Sus aplicaciones cubren un amplio campo en cuanto a trabajos subterráneos, tareas submarinas, misiones espaciales y exploración planetaria, aplicaciones militares entre otros.

En los robots móviles, el problema de la implementación en general, puede descomponerse en la ejecución de una misión, de la ruta, de la trayectoria y evitar obstáculos no esperados (Pérez Domínguez, 2013). En un robot para espacios no estructurados, el objetivo consiste en determinar hacia donde, y como debe desplazarse, donde la ruta establece el camino desde la posición inicial a una posición final, sin embargo, el robot puede desviarse de la ruta debido a errores mecánicos, de control u odometría.

Existen numerosos métodos de planificación de caminos para robots móviles dependiendo del entorno donde deberá moverse ya sea un entorno conocido y estático. La planificación de la trayectoria puede realizarse de forma dinámica,

considerando la posición actual del robot y los puntos intermedios definidos en la planificación de la ruta. Por ejemplo, en robots con ruedas y tracción convencional, el punto crítico se encuentra en definir trayectorias de curvatura continua que puedan ejecutarse con el menor error posible (Pérez Domínguez, 2013).

2.2. Robots Omnidireccionales

En la robótica móvil, los robots omnidireccionales presentan una estructura más eficiente que posee máxima maniobrabilidad en un plano, es decir puede realizar movimientos frontales, laterales y rotacionales sobre una superficie plana, sin la necesidad de cambiar su orientación (Cruz, 2008). Este tipo de movimiento es posible debido a las características y disposición de sus ruedas en la estructura del robot, las que poseen dos componentes una activa y otra pasiva, la primera brinda la tracción en una dirección y la segunda en una dirección diferente, a este tipo de ruedas se las conoce con el nombre de ruedas universales.

Una comparación entre los robots móviles convencionales se muestra que el tiempo y precisión requerida para seguir una trayectoria o evadir un obstáculo son mayor que un robot móvil omnidireccional, esto se debe al tipo de ruedas que se utilicen y su arquitectura. De tal manera que cabe recalcar que lo que define el grado de libertad de un robot móvil son sus actuadores, y como son distribuidos en la estructura, lo cual permite predecir los posibles movimientos que pueda realizar el robot.

2.3. Tipos de ruedas

Los robots omnidireccionales basan su capacidad de desplazamiento en las ruedas utilizadas y su configuración, logrando destacar dos áreas diferentes según el tipo de ruedas como son:

2.3.1. Ruedas Convencionales

Este tipo de ruedas posibilitan obtener movimientos omnidireccionales siempre y cuando se cuente con dos actuadores por rueda, los mismos que proporcionan dos grados de libertad.

- **Rueda motriz:** Es aquella que proporciona la fuerza de tracción al robot.

- **Rueda directriz:** Son ruedas de direccionamiento de orientación controlable.
- **Ruedas fijas:** Estas ruedas giran únicamente en torno a su eje sin tracción motriz.
- **Ruedas locas o ruedas de castor:** Son ruedas orientables, pero no controlables.

2.3.2. Ruedas especiales

Este tipo de ruedas poseen una componente activa que provee tracción en una dirección y, una componente pasiva en otra, solo se requiere de un actuador para su implementación.

- **Ruedas Omnidireccionales**

Las ruedas omnidireccionales son ruedas capaces no solo de girar en un plano como las ruedas convencionales, sino también pueden desplazarse en un plano (Williams, Carter, Gallina, & Rosati, 2002), presentan rodillos alrededor de su periferia, que proveen la componente pasiva que aumenta un grado de libertad adquiriendo movilidad en el eje perpendicular a la componente activa.



Figura 1 Rueda omnidireccional universal

Fuente: (Williams, Carter, Gallina, & Rosati, 2002)

La Figura 1 muestra la configuración básica de una rueda omnidireccional que permite el desplazamiento lateral de la rueda (Song & Byun, Design and Control of an Omnidirectional, 2006), de la cual se desarrollan ruedas omnidireccionales más complejas que mejoran el desplazamiento. Las características de este tipo de ruedas son las que se describen a continuación:

- a. Poseen una capacidad de carga limitada por su único punto de contacto con el suelo en este caso el del rodillo y el tipo de superficie en donde se moviliza, de tal manera que se puede producir daños en los rodillos por la presión que ejerce la carga sobre éste. (Yu, Spenko, & Dubowsky, 2004).

- b. Con una configuración de al menos tres ruedas permite que el robot se mueva en cualquier dirección de forma instantánea, debido a esto el diseño del robot es más simple, esto hace que se necesite un solo motor para cada rueda.
- c. Presenta vibraciones no deseadas esto se debe a que el radio de la rueda es variable, se produce cuando una rueda no presenta suficientes rodillos para cubrir totalmente la circunferencia de la misma, al tener contacto con el piso su radio varia, como se puede observar en la Figura 2 el radio R es menor que el radio R' tomando en cuenta el punto del borde externo de la rueda (Doroftei, Grosu, & Spinu, 2007).

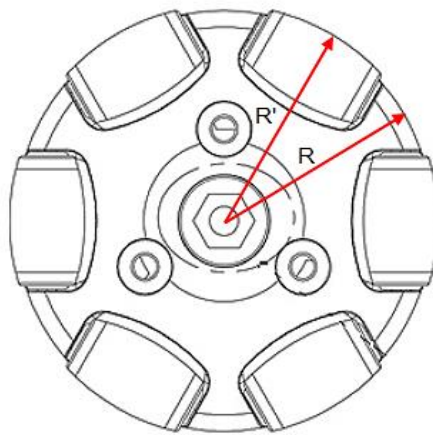


Figura 2 Radio variable en una rueda omnidireccional

Fuente: (Doroftei, Grosu, & Spinu, 2007)

- **Rueda MECANUM**

Las ruedas mecanum proveen el movimiento omnidireccional debido a una serie de rodillos montados en la rueda que poseen una rotación por lo general de 45° respecto de la circunferencia exterior de la rueda y que hacen contacto con el piso. La dinámica de una rueda mecanum hace que se creen fuerzas en los ejes horizontal y vertical, (Costella Batista & Rodríguez, 2013) que permiten generar movimientos laterales realizando el control de rotación sobre los actuadores de todas sus ruedas, generando mayor movilidad en ambientes no estructurados (Diegel, Badve, Bright, Potgieter, & Tlale, 2002).



Figura 3 Rueda omnidireccional Mecanum

Fuente: (DEPCO, 2017)

Debido a la disposición de los rodillos en la rueda principal como se muestra en la Figura 3, la fuerza emitida sobre la rueda, en la dirección de ésta, produce una fuerza sobre la superficie q que se descompone en dos vectores de fuerza: uno perpendicular al eje del rodillo y el segundo paralelo al eje del rodillo como se muestra en la Figura 4 (Song & Byun, Design and control of an omnidirectional mobile robot with steerable omnidirectional wheels., 2008).

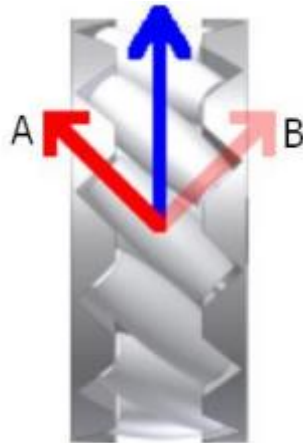


Figura 4 Vista inferior de la descomposición de la fuerza ejercida por el motor sobre la rueda Mecanum

Fuente: (Woods, 2006)

A partir de la descomposición de la fuerza en las componentes **A** y **B** en la Figura 4, se observa que solamente la componente **A** genera un momento al robot ya que, la componente **B** genera únicamente un momento al rodillo

2.4. Péndulo Invertido

El péndulo invertido consiste en una varilla montada de forma vertical sobre una base móvil como se muestra en la Figura 6, el cual es inestable cuando no existe desplazamiento, porque puede girar en cualquier momento y en cualquier dirección en el plano vertical de un eje localizado en el centro de la base y perpendicular al plano mencionado, que para mantener su equilibrio de manera autónoma es necesario una acción del desplazamiento de la base móvil (Li, Yang, & Fan, 2012) (Aracil & Gordillo, 2005).

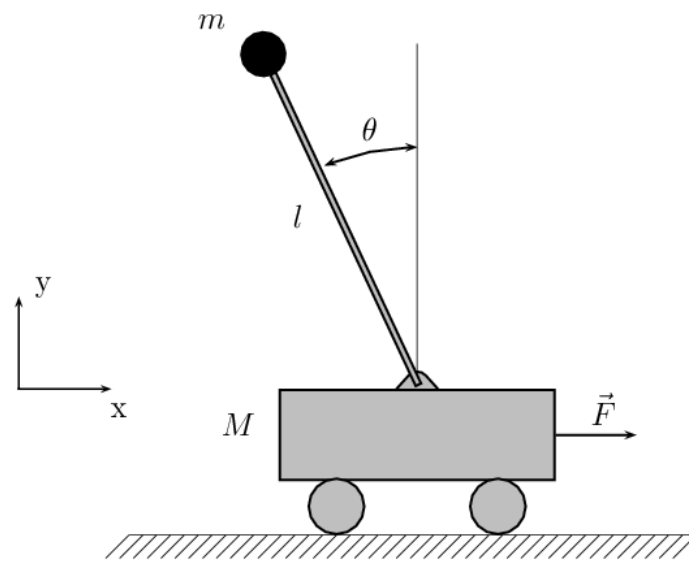


Figura 6 Péndulo invertido

Fuente: (Borrell , 2016)

2.4.1. Péndulo Invertido sobre ruedas (WIP)

El primer péndulo invertido sobre dos ruedas estaba conformado por un carro de rodadura acoplado a una plataforma con dos ruedas motrices, es un sistema lineal subactuado y fue construido por Kazuo Yamafuji en 1986 como se muestra en la Figura 7. A partir de la construcción del primer péndulo en la actualidad se ha vuelto un tema de estudio para varios investigadores que se dedicaron a diseñar, construir y modelar WIP. El WIP a simple vista puede ser confundido con un péndulo invertido sobre un carro, sin embargo, ambos sistemas no son idénticos y sus principales diferencias son:

- El WIP se desplaza por motores que controlan sus dos ruedas y realizan un movimiento no planar, el cuerpo del WIP está montado directamente sobre los motores que manejan las ruedas.

- El péndulo invertido está montado sobre un carro en el cual sus actuadores manejan indirectamente el movimiento del péndulo.

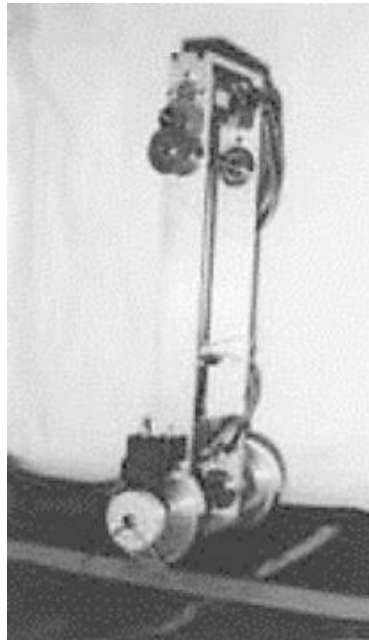


Figura 7 Primer péndulo invertido sobre ruedas

Fuente: (Li, Yang, & Fan, 2012)

Entre las plataformas construidas basándose en el WIP se tiene: el Equibot que se observa en la Figura 8 que es un robot de equilibrio desarrollado por Dani Piponi semejante a un robot Segway de pequeña escala que utiliza un sensor infrarrojo para medir la distancia al suelo y deducir el ángulo de inclinación (Li, Yang, & Fan, 2012). En la Figura 9 se muestra el Segbot es un robot de equilibrio basado en los principios básicos del Segway de dos ruedas, construido en el año 2004 en el laboratorio de sistemas de control en la Universidad de Illinois (EE. UU.) (COECSL , 2011).



Figura 8 Equipot

Fuente: (PyroElectro, 2010)

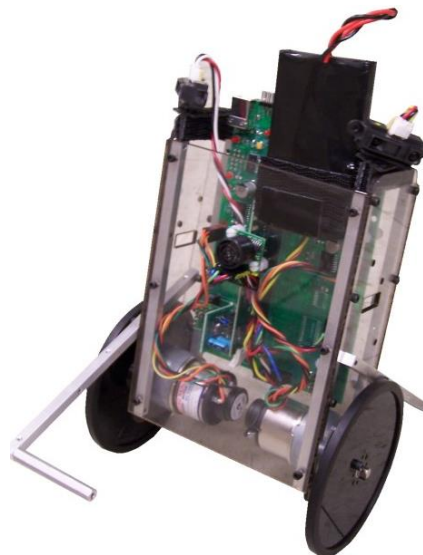


Figura 9 Segbot

Fuente: (COECSL , 2011)

Con el fin de resolver el problema del robot unicycle, en la Figura 10 se presenta el robot Ballbot desarrollado para equilibrarse sobre una rueda esférica mientras se desplaza, utilizando el mecanismo del mouse para moverse y cambiar de dirección sin la necesidad de primero girar lo que lo convierte en un robot omnidireccional. Este robot se equilibra con la ayuda de sensores, actuadores y un sistema computacional que permite procesar las señales de dichos elementos.

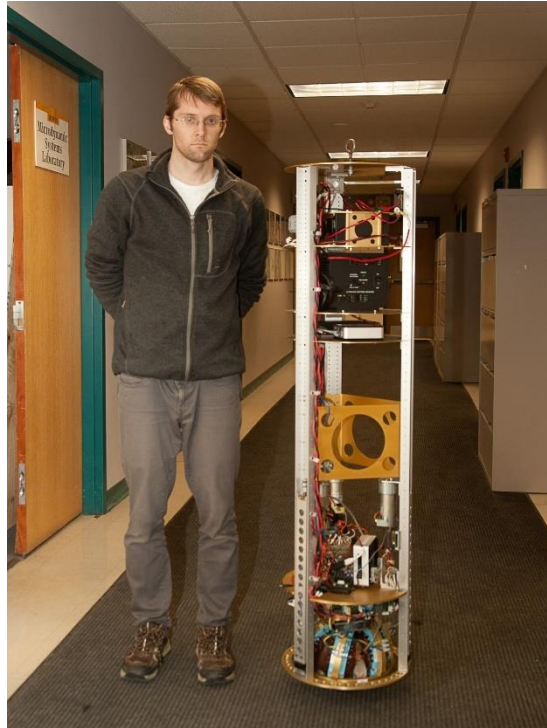


Figura 10 Ballbot

Fuente: (Seyfarth, y otros, 2016)

El robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional es considerado una gran innovación en el campo de los sistemas dinámicamente inestables, su estudio y modelación se basa en el modelo del péndulo invertido (Nagarajan U. , Mampetta, Kantor, & Hollis, 2009), ballbot es un robot móvil dinámicamente estable diseñado para balancearse sobre una rueda esférica que cuenta con un solo punto de contacto con el suelo. El primer robot de este tipo se realizó en el año 2006 en la Universidad de Carnegie Mellon (CMU) en los Estados Unidos (Lauwers, Kantor, & Hollis, 2006) (Nagarajan U. , Mampetta, Kantor, & Hollis, 2009). Otro ha sido desarrollado por la Universidad de Tohoku Gakuin (TGU) en Japón (Kumagai & Ochiai, 2008), un tercero fue desarrollado como proyecto de estudiantes en la Universidad de Adelaida (UA) en Australia (Fong & Uppill, 2009), pero ninguno de ellos es capaz de utilizar todo el potencial de agilidad, que es la característica principal de un ballbot, de manera que la Universidad Politécnica de Zurich en Suiza (Fankhauser & Gwerder, 2010), crea un robot obteniendo mejores resultados que los anteriores su nombre es Rezero como se muestra en la Figura 11.

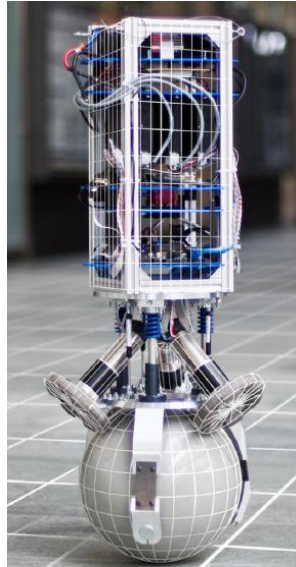


Figura 11 Robot Omnidireccional Rezero

Fuente: (Fankhauser & Gwerder, 2010)

2.5. Modelo matemático de un robot móvil

El área de la robótica móvil es un campo de investigación activo, que con el fin de realizar estudios teóricos sobre un robot móvil e incrementar la autonomía del robot evitando en lo posible la intervención humana, es necesario el desarrollo de un modelo matemático completo como una herramienta definitiva de diseño (RÍOS G. & BUENO L. , 2008). El paso previo a la obtención de un modelo matemático es conocer el entorno de trabajo, funcionalidad, capacidad de carga, estructura, disposición y número de actuadores, geometría de componentes mecánicos móviles, etc., para definir la complejidad del sistema.

2.5.1. Modelo cinemático de un péndulo invertido

El modelo cinemático de un péndulo invertido permite conocer la velocidad y posición de este en cualquier periodo de tiempo. La cinemática hace referencia al análisis del movimiento sin importar las causas que lo originan como fuerzas, rozamiento del suelo, etc. En la robótica móvil la cinemática analiza el desplazamiento de los robots en función de su geometría, tipos de ruedas, actuadores, disposición de los mismos, articulaciones y engranajes. Para el análisis del comportamiento cinemático de un robot en general, se parte de la configuración más completa y relaciona las coordenadas articulares a coordenadas cartesianas.

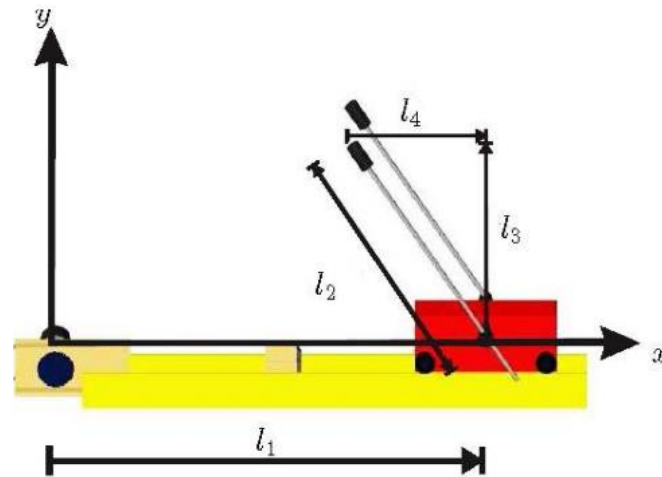


Figura 12 Cinemática del péndulo invertido

Fuente: (Rodríguez, y otros, 2009)

De la Figura 12 se tiene la cinemática del péndulo y del carro como:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 - l_3 \\ l_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 - l_2 \sin(q_2) \\ -l_2 \cos(q_2) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

donde, al derivar la posición se obtiene la velocidad, se eleva al cuadrado para emplear en el cálculo de la energía cinética:

$$v_1^2 = \dot{q}_1^2 \quad (2.3)$$

$$v_2^2 = \dot{q}_1^2 - 2l_2 \cos(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + l_2^2 \dot{q}_2^2 \quad (2.4)$$

reemplazando la energía cinética $K(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \dot{q}^2$ se tiene:

$$K_1 = \frac{1}{2} m_c \dot{q}_1^2 \quad (2.5)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_p \left[\dot{q}_1^2 - 2l_2 \cos(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + l_2^2 \dot{q}_2^2 \right] + \frac{1}{2} I \dot{q}_2^2 \quad (2.6)$$

Y, usando la energía potencial $U(q) = mgl$ se obtiene:

$$U(q_1) = 0 \quad (2.7)$$

$$U(q_2) = m_p g l_2 \cos(q_2) \quad (2.8)$$

2.5.2. Modelo dinámico de un robot omnidireccional

El modelo dinámico de un robot se puede obtener a partir de las leyes físicas conocidas como las leyes de la mecánica newtoniana y lagrangiana (Buitrago, 1997). Esto conduce al desarrollo de las ecuaciones de movimiento para un robot que se desplaza o realiza cambios rápidos involucrando aceleraciones y masas importantes, en términos de los parámetros geométricos e inerciales de los elementos. El análisis para la obtención del modelo dinámico implica el estudio de la evolución del robot móvil que ha llevado al desarrollo de máquinas donde, los aspectos dinámicos son más importantes en el diseño del sistema de control, con respecto de su posición, velocidad y aceleración como respuesta a la aplicación de un torque en cada una de las ruedas. Los métodos convencionales que pueden ser aplicados para el desarrollo y obtención del modelo dinámico son las formulaciones de Euler-Lagrange y Newton-Euler. La formulación de estos dos métodos es la siguiente:

- **Método Euler-Lagrange**

El modelo dinámico se obtiene a través del método de Euler-Lagrange que es uno de los métodos más utilizados, se basa en la interpretación de la energía total del sistema $E(q, \dot{q})$, que está definida como la diferencia de la energía cinética $K(q, \dot{q})$ y la energía potencial $U(q)$ (Ollero Baturone, 2001).

- Energía cinética (K) :

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2.9)$$

- Energía potencial (U) :

$$U = mgl \quad (2.10)$$

- La función Lagrangiana $L(q, \dot{q})$ se define como:

$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - U(q, \dot{q}) \quad (2.11)$$

Partiendo de estas consideraciones al resolver la ecuación de Euler-Lagrange para un sistema conservativo, la ecuación se define como:

$$\tau = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q_i} \quad (2.12)$$

donde, (q_i, \dot{q}_i) son los vectores de desplazamiento y velocidad respectivamente, para $i = 1, 2, 3, \dots, n$; n es el número de grados de libertad; τ es un vector de fuerzas y pares aplicados.

Mediante el uso de la expresión (1.12), se obtienen directamente los valores de las matrices de pares inerciales y de Coriolis:

$$\tau = \mathbf{M}(q)\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}(q, \dot{q})\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{g}(q) \quad (2.13)$$

donde, $\mathbf{M}(q)$ es la matriz de inercia; $\mathbf{C}(q, \dot{q})$ es la matriz de Coriolis y de velocidades centrípetas; $\mathbf{g}(q)$ es el vector gravitacional. Para proponer una estructura de controlador, el modelo dinámico debe cumplir ciertas propiedades fundamentales:

Propiedad 1. La matriz de inercias $\mathbf{M}(q)$ es una matriz definida positiva $\mathbf{M}(q) > 0$, es simétrica $\mathbf{M}(q) > 0 \Rightarrow \exists \mathbf{M}^{-1}(q) > 0$, y está acotada,

$$\mu_1(q)\mathbf{I} \leq \mathbf{M}(q) \leq \mu_2(q)\mathbf{I} \quad (2.14)$$

donde \mathbf{I} es la matriz identidad, $\mu_1(q) \neq 0$ y $\mu_2(q)$ es un constante escalar.

Propiedad 2. Se considera la matriz antisimétrica $\dot{\mathbf{q}}^T [\dot{\mathbf{M}}(q) - 2\mathbf{C}(q, \dot{q})] \dot{\mathbf{q}} \equiv 0$, así:

$$\dot{\mathbf{M}}(q) = \mathbf{C}(q, \dot{q}) + \mathbf{C}(q, \dot{q})^T \quad (2.15)$$

La matriz $\mathbf{C}(q, \dot{q})$ es una matriz lineal con respecto a q desde $k_c \in \mathbb{R}^+$, es decir:

$$\|\mathbf{C}(q, \dot{q})\| \leq k_c(q)\|\dot{q}\| \quad (2.16)$$

donde $k_c(q)$ es una constante escalar positiva.

Propiedad 3. El par gravitacional $g(q)$ se obtiene mediante el gradiente de la energía potencial $U(q)$ del sistema,

$$g(q) = \frac{\partial U(q)}{\partial q} \quad (2.17)$$

donde $U(q)$ es la energía potencial expresada en el espacio de operación y está limitada como:

$$\left\| \frac{\partial g(q)}{\partial q} \right\| \leq k_g \quad (2.18)$$

donde k_g es un escalar constante.

- **Método Newton-Euler**

En la formulación del método de Newton-Euler, las ecuaciones de movimiento fueron derivadas a partir de la segunda Ley de Newton, la cual relaciona fuerza y momento, así como torque y momento angular. Partiendo de estas consideraciones al resolver la ecuación de Newton-Euler para un sistema conservativo, la ecuación se define como:

$$\tau_i = \begin{cases} n_i^T z_{i-1} + b_i \dot{q}_i & (2.19) \\ f_i^T z_{i-1} + b_i \dot{q}_i & (2.20) \end{cases}$$

se aplica la expresión (2.19) si el elemento i es rotacional y la expresión (2.20) cuando el elemento i es traslacional.

Donde, n_i es el momento ejercido sobre el elemento $i-1$ en el sistema de coordenadas de este elemento; f_i es la fuerza ejercida sobre el elemento i por el elemento $i-1$ en el sistema de coordenadas de este elemento para soportar al elemento i y a los elementos por encima de él; z_{i-1} es el eje del actuador $i-1$; b_i es el coeficiente de rozamiento viscoso del actuador i ; \dot{q}_i es la primera derivada respecto al tiempo de la coordenada generalizada q_i .

En este método las ecuaciones de movimiento se expresan explícitamente en forma vectorial matricial apropiadas para el análisis del control (Buitrago, 1997). Utilizando el método de Euler-Lagrange se determina el modelo dinámico del péndulo invertido de la Figura 12, al aplicar el Lagrangiano como se indica en la expresión (2.11) se determina:

$$L_1 = \frac{1}{2} m_c \dot{q}_1^2 \quad (2.21)$$

$$L_2 = \left(\frac{1}{2} m_p \left[\dot{q}_1^2 - 2l_2 \cos(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + l_2^2 \dot{q}_2^2 \right] + \frac{1}{2} I \dot{q}_2^2 \right) - m_p g l_2 \cos(q_2) \quad (2.22)$$

y usando la propiedad $L_T = L_1 + L_2$ se obtiene:

$$L_T = \frac{1}{2} m_c \dot{q}_1^2 + \left(\frac{1}{2} m_p \left[\dot{q}_1^2 - 2l_2 \cos(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + l_2^2 \dot{q}_2^2 \right] + \frac{1}{2} I \dot{q}_2^2 \right) - m_p g l_2 \cos(q_2) \quad (2.23)$$

Se aplica el método de Euler-Lagrange (2.12) para encontrar la dinámica del carro:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_1} &= \tau_1 - f_c \\ (m_c + m_p) \ddot{q}_1 - m_p l_2 (\cos(q_2) \ddot{q}_2 - \sin(q_2) \dot{q}_2) &= \tau_1 - f_c \end{aligned} \quad (2.24)$$

La dinámica del péndulo se determina:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_2} &= 0 - f_p \\ \left[(m_p l_2^2 + I) \ddot{q}_2 - m_p l_2 (\cos(q_2) \ddot{q}_2 - \sin(q_2) \dot{q}_2) \right] - \left[m_p l_2 \sin(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_p g l_2 \sin(q_2) \right] &= 0 - f_p \end{aligned} \quad (2.25)$$

Se representa el modelo dinámico (2.13) de forma matricial a partir de (2.24) y (2.25):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m_p + m_c & -m_p l_2 \cos(q_2) \\ -m_p l_2 \cos(q_2) & m_p l_2^2 + I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{m_p l_2 \sin(q_2) \dot{q}_2}{2} \\ \frac{m_p l_2 \sin(q_2) \dot{q}_2}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \dots \\ \begin{bmatrix} 0 \\ -m_p l_2 \sin(q_2) \end{bmatrix} g = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(2.26)

2.6. Controladores

La elección del controlador para un robot es una decisión importante en su funcionamiento óptimo y el correcto desempeño del robot de tal forma que cumpla con una tarea determinada, esto dependerá fundamentalmente de la eficiencia y eficacia que tenga el controlador. Los trabajos publicados sobre el diseño de controladores para el seguimiento de trayectorias se basan en general en la cinemática de los robots móviles, como se los presenta en (Garcia & Tornero, 2008) y (Künhe, Gomez, & Fetter, 2005). Sin embargo, para llevar a cabo tareas que requieren movimientos de alta velocidad o transporte de cargas pesadas, es importante conocer la dinámica del robot, para este caso los cambios de la dinámica no deberían perjudicar el desempeño del controlador, este debe ser capaz de adaptarse a este tipo de cambios. En (Liu, Zhang, Yang, & Yu, 2004) y (Dong & Guo, 2005) se presentan controladores de seguimiento de trayectoria que compensan la dinámica del robot y tienen en cuenta sus cambios.

Otros trabajos semejantes son realizados por Liyong y Wei (2007) y Chaitanya y Sarkar (2007). Das y Kar (2006) presentan un controlador basado en lógica difusa adaptable donde las variaciones del sistema, que incluye los cambios de parámetros del robot móvil y no linealidades desconocidas, se estima por un sistema de lógica difusa cuyos parámetros se sintonizan en línea. Da y Song. (2003) presentan el diseño de un controlador adaptable directo empleando lógica difusa y redes neuronales.

2.6.1. Control del movimiento de un robot móvil autónomo

En este control se analiza el robot como un conjunto para obtener el desplazamiento deseado de forma autónoma, con el fin de que el robot sea capaz de seguir trayectorias para llegar a un objetivo deseado. Existen varias técnicas de control de posición de un robot móvil entre ellas, la técnica basada en teoría de control y la técnica basada en métodos geométricos. La primera técnica utiliza los modelos matemáticos del robot para desarrollar el controlador que lo mantenga estable y a la vez realice una tarea preestablecida, el problema de este controlador es que el sistema a controlar no es lineal, a pesar de que el sistema es controlable muchas veces la teoría de control clásica es incapaz de

linealizar el sistema en un punto estable. La segunda técnica se basa en métodos geométricos para seguir una trayectoria formulada matemáticamente (Baño Azcón, 2003).

2.6.2. Control cinemático

El control cinemático parte del modelo cinemático del robot y tiene como objetivo establecer la trayectoria que debe seguir el robot a lo largo del tiempo para alcanzar los objetivos determinados sin tener en cuenta los efectos de las fuerzas sobre él, este control recibe como entradas los datos procedentes del programa descrito por el usuario que puede ser el punto de destino, tipo de trayectoria deseada, velocidad, etc. (Acosta Sánchez & Sigut Saavedra, 2005).

2.6.3. Control dinámico

El control dinámico toma en cuenta cada una de las características del robot como: relaciones cinemáticas, actuadores, masas, momentos de inercia, etc., este control tiene como objetivo procurar que las trayectorias que sigue el robot $q(t)$ sean lo más cercanas posible a las propuestas por el control cinemático deseadas $q_d(t)$ (Acosta Sánchez & Sigut Saavedra, 2005) y a partir de estas velocidades genera comandos de velocidad para el robot que compensen los efectos dinámicos del mismo y logren el comportamiento según la dinámica de referencia (Rossomando, Soria, & Carelli, 2010). Para llevar a cabo esta acción es necesario el desarrollo y uso del modelo dinámico del robot, además de las herramientas de análisis y diseño aportadas por la teoría de servocontrol (estabilidad de Lyapunov, control PID, control adaptativo, etc.).

El modelo dinámico es no lineal, multivariable, acoplado y de parámetros variantes hace poco factible la verificación del mismo, por esta razón su control es extremadamente complejo y en ocasiones es necesario el uso de sensores inerciales que tienen un alto costo, poca robustez y baja precisión.

2.6.4. Control basado en aproximación lineal

Este control consiste en la aproximación lineal del modelo entorno a un punto de funcionamiento y posteriormente diseñar un controlador lineal clásico, o a su

vez es posible discretizar el sistema lineal y aplicar un control discreto. La desventaja de la aproximación lineal es la pérdida de eficacia del control diseñado a medida que el estado se aleja del punto de funcionamiento, como resultado el sistema puede convertirse en inestable (Gracia Caladín, 2018).

2.6.5. Control adaptativo

El control adaptativo es un tipo de control que se adapta a las variaciones de los parámetros del sistema. Por lo tanto, la estrategia empleada debe estar en función de los parámetros de este (Toro & Ríos Quiroga , 2011). Una de las principales estructuras adaptativas es la que se utiliza un modelo de referencia, como se presenta en la Figura 13, este esquema contiene básicamente tres elementos a saber:

- Un dispositivo o algoritmo de identificación de parámetros para una estructura de un sistema determinado.
- Una función de ajuste de parámetros de controlador.
- Una estrategia de control basada en los parámetros del sistema.

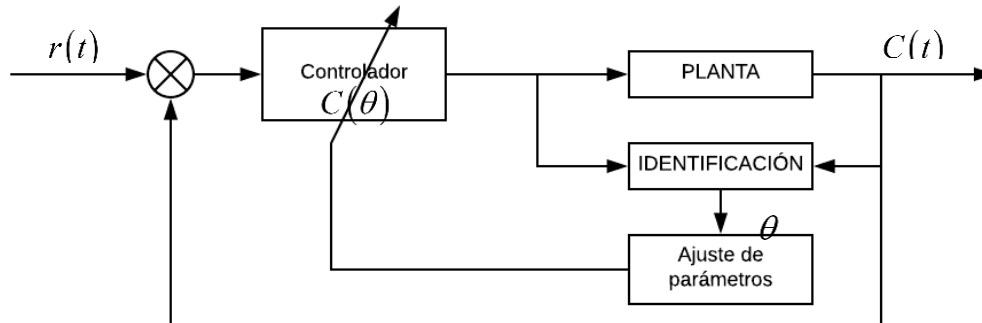


Figura 13 Esquema de un control adaptativo

Fuente: (Toro & Ríos Quiroga , 2011)

2.7. Algoritmo de Optimización por Cúmulo de Partículas (PSO)

Los algoritmos basados en nubes conocidos también como enjambre o cúmulos de partículas se aplican en diferentes campos de investigación para la optimización de problemas complejos, este algoritmo es una técnica metaheurística de búsqueda basado en la población, propuesto por Kennedy y Eberhart en 1995 (Kennedy & Eberhart, 1995), perteneciente al grupo de algoritmos evolutivos y se basa en el comportamiento de la naturaleza

específicamente en el vuelo de las bandadas de aves y el movimiento de los bancos de peces los cuales actúan como un solo individuo. En estos grupos se establecen relaciones entre ellos llevando a crear jerarquías dependiendo de las características de los mismos, donde si un miembro detecta un camino deseable para desplazarse, el resto de la colonia lo sigue de inmediato convirtiéndose en el líder del grupo, pero el líder puede cambiar si existe otro individuo que encuentra un camino con mejores características.

Cada individuo informa las mejores posiciones a los demás y dinámicamente ajustan su propia posición y su velocidad con base en las mejores posiciones. La velocidad se ajusta con el comportamiento histórico de los individuos, de esta manera, los individuos tienden a dirigirse hacia un mejor espacio de búsqueda en el proceso de minimización de la función objetivo (Kennedy & Eberhart, 1995). El diagrama de flujo básico del algoritmo PSO se muestra en la Figura 14.

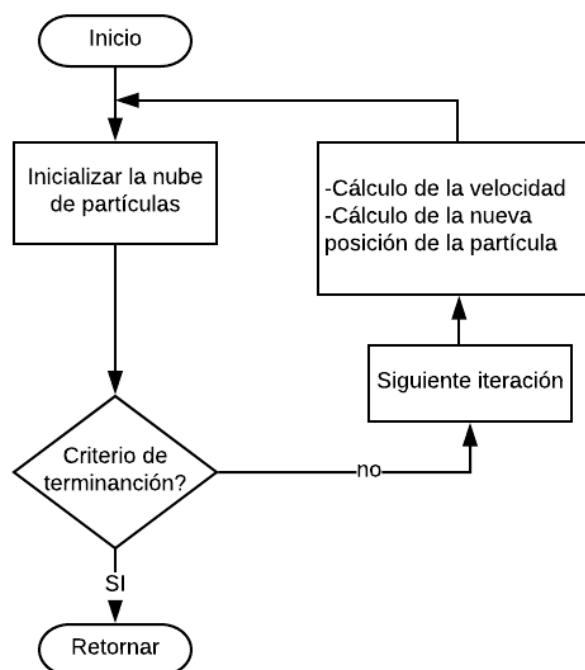


Figura 14 Diagrama de flujo básico del algoritmo PSO

El PSO es un sistema multiagente en el cuál los individuos denominadas también partículas son agentes simples que se mueven por el espacio de búsqueda, guardan y comunican la mejor solución que han encontrado. Las principales características del algoritmo PSO son las siguientes (Eberhart, Shi, & Kennedy, 2001):

- En PSO los individuos de búsqueda o partículas intercambian información. Las partículas modifican su dirección en función de las partículas de un de su enjambre
- PSO almacena el historial de cada partícula. La partícula decide su nueva posición en función de la mejor posición ubicada anteriormente.
- Suele tener una convergencia rápida a buenas soluciones.
- Se inicializa de forma aleatoria la población del algoritmo y evoluciona iteración tras iteración.
- La búsqueda persigue siempre la solución más óptima posible.
- PSO no crea nuevas partículas durante su ejecución, sino que siempre son las mismas partículas modificadas a lo largo del proceso.

2.7.1. Implementación de la identificación de parámetros usando PSO

Para la implementación del algoritmo PSO al modelo dinámico primero se inicia con la descripción del algoritmo PSO, estudiando la anatomía de la partícula. Una partícula está compuesta por tres vectores y dos valores de aptitud, con referencia al problema propuesto (Gómez, 2008).

Los tres vectores son los siguientes:

- El vector $X_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,N})$ almacena la posición actual de la partícula.
- El vector $mejorpos_i = (mejorpos_{i,1}, mejorpos_{i,2}, \dots, mejorpos_{i,N})$ almacena la mejor posición de la mejor solución encontrada por la partícula hasta el momento.
- El vector velocidad $V_i = (v_{i,1}, v_{i,2}, \dots, v_{i,N})$ almacena la dirección según la cual se moverá la partícula.

Los dos valores de aptitud son los siguientes:

- El valor de $aptitud_x_i$, almacena el valor de adecuación de la posición actual correspondiente al vector X_i ; es decir, almacena el valor de la función de costo evaluada en la partícula X_i .
- El valor de $aptitud_mejorpos_i$ almacena el valor de adecuación de la partícula con mejor solución local encontrada hasta el momento correspondiente al vector $mejorpos_i$.

A continuación, se describe el proceso algorítmico:

1. La nube se inicia generando las posiciones de forma aleatoria.
2. Se genera las velocidades aleatoriamente estableciendo un intervalo $[-V_{\max}, V_{\max}]$, no es conveniente fijarlas a cero (Eberhart, Shi, & Kennedy, 2001).
3. Se calcula la aptitud de cada partícula y se actualizan los valores de $aptitud_x_i$ y $aptitud_mejorpos_i$.
4. En cada iteración se mueven las partículas desde una posición del espacio de búsqueda hasta otra. Al vector de posición X_i se le añade el vector de velocidad V_i para obtener un nuevo vector X_i .
5. Con la nueva posición de la partícula se calcula y actualiza $aptitud_x_i$.
6. Si el nuevo valor de aptitud es el mejor encontrado por la partícula i , hasta el momento, se actualizan los valores de $mejorpos_i$ y $aptitud_mejorpos_i$.
7. Si el valor de $aptitud_mejorpos_i$ es el mejor encontrado por la nube de partículas hasta el momento, se actualizan el valor de la mejor posición de la nube $mejorpos$ y su $aptitud_mejorpos$.
8. En cada iteración se modifica el vector velocidad de cada partícula, utilizando la velocidad anterior, un componente cognitivo y un componente social. El modelo matemático resultante, y que representa la raíz del algoritmo PSO, está representado por las siguientes ecuaciones:

$$V_i^t = \Omega^{t-1} V_i^{t-1} + \varphi_1 rand_1 (mejorpos_i - X_i^{t-1}) + \varphi_2 rand_2 (mejorpos - X_i^{t-1}) \quad (2.26)$$

$$X_i^t = X_i^{t-1} + V_i^t \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots, P, \quad (2.27)$$

donde, X_i^t es el vector posición de la partícula i en la iteración t ; V_i^t es el vector velocidad de la partícula i en la iteración t ; Ω^t es el factor de inercia de la iteración t ; φ_1, φ_2 son los pesos que controlan los componentes cognitivo y social; $rand_1$ es el número aleatorio entre 0 y 1; $rand_2$ es el número aleatorio entre 0 y 1; $mejorpos_i$ es la mejor posición encontrada por la partícula i hasta el momento,

que posee la mejor solución; *mejorpos* representa la posición de la partícula con la mejor solución de la nube o enjambre de partículas; y P son el número de partículas que componen la nube o enjambre.

9. Si el nuevo valor de *aptitud_mejorpos* correspondiente a la mejor solución encontrada por el enjambre de partícula, en este caso corresponde a la resolución del error cuadrático entre la respuesta del sistema real y la respuesta del sistema medido que debe ser menor que una tolerancia, entonces el proceso se debe parar; caso contrario ir al paso 5.

En la Figura 15 se representa el movimiento de una partícula en el espacio de soluciones. Las flechas de línea discontinua representan la dirección de los componentes cognitivo y social, mientras que la flecha punteada discontinua representa la velocidad actual de la partícula y la flecha de línea continua representa la dirección que toma la partícula para moverse desde la posición actual hasta la nueva posición.

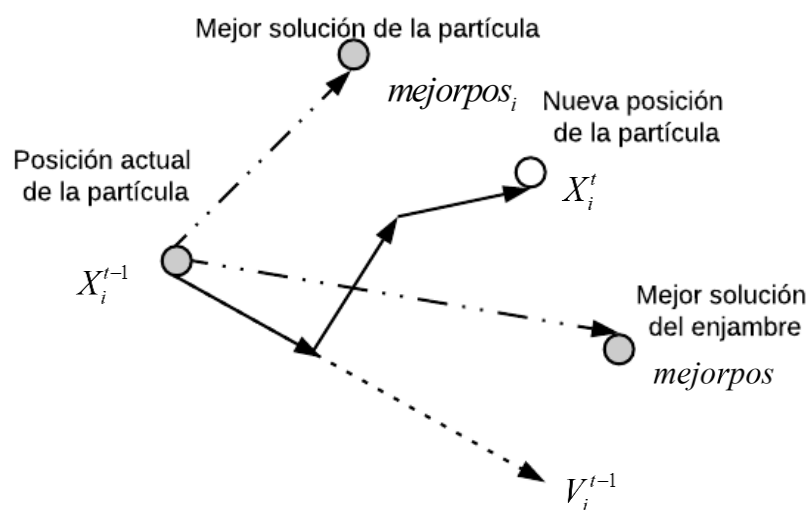


Figura 15 Representación gráfica de una partícula

CAPÍTULO III

3. DESARROLLO DEL CIRCUITO ELECTRÓNICO

En el presente capítulo se describe la estructura mecánica y electrónica del robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional, en cual se analiza los componentes mecánicos del robot: sistema de propulsión (motores, reductores, ruedas omnidireccionales), distribución de espacio del robot donde se ubicarán los componentes electrónicos (tarjetas, baterías, Arduino, sensores). También se detalla el análisis, dimensionamiento y diseño de los circuitos de potencia y control, tomando en cuenta las especificaciones que debe cumplir este robot.

3.1. Robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional

El robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional es un robot móvil dinámicamente estable diseñado para balancearse sobre una rueda esférica que cuenta con un solo punto de contacto con el suelo, este robot tiene la capacidad de moverse en cualquier dirección sobre un plano horizontal y no tiene que girar para cambiar de dirección es decir es omnidireccional; donde la rueda esférica es controlada directamente por tres actuadores, mientras que el cuerpo no tiene control directo y se mantiene en posición vertical alrededor de su punto de equilibrio inestable mediante el control aplicado en la esfera.

La Figura 3.1 presenta la estructura del robot compuesto por tres partes: el cuerpo, la esfera y el subsistema de propulsión formado por las ruedas omnidireccionales con su respectivo motor siendo este el subsistema más complejo del robot. La esfera es un subsistema pasivo, en el que los motores accionan a las ruedas omnidireccionales de tal manera que transfirieren su potencia hacia la superficie de la esfera, logrando así el movimiento del sistema (Bonci, Pirani, Rossi, & Gabbanini, 2015) .

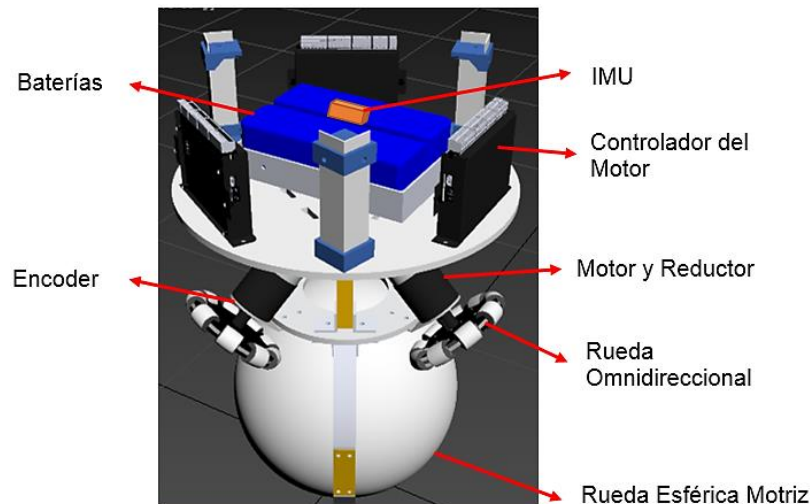


Figura 16 Sistema del Robot Rueda Esférica

El robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional ha sido diseñado y construido en el trabajo de titulación **Investigación de la Locomoción de los Robots Omnidireccionales para el Diseño y Construcción del Prototipo Robot Rueda Esférica para Movimiento en Espacio Reducido** de los autores Alay Romero Adrián Alejandro y Moreno Balseca Edwin Francisco, estudiantes de la carrera de Ingeniería Mecatrónica, robot que será empleado como un banco de pruebas para investigar los problemas y posibles controladores aptos para mantener la estabilidad y desplazamiento de un robot dinámicamente estable que se equilibra y se mueve sobre una rueda esférica.

3.2. Esquema electrónico del Robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional

El esquema electrónico del Robot Rueda Esférica se desarrolla después de un estudio de los componentes mecánicos, este esquema está compuesto por cinco etapas, como se muestra en la Figura 17, las cuales mediante su iteración conjunta permitirán realizar el control de equilibrio en el plano z y, el desplazamiento en los planos x , y .

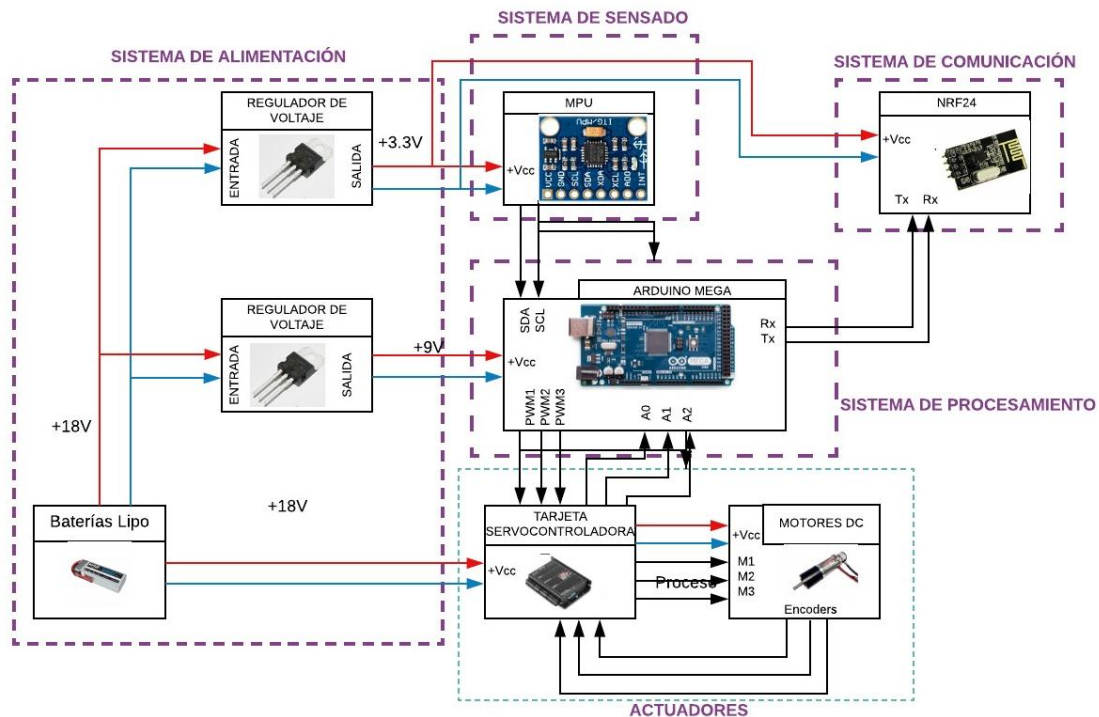


Figura 17 Esquema del diseño electrónico

3.2.1. Sistema de alimentación

El sistema de alimentación del Robot Rueda Esférica consta de dos baterías LIPO (Polímetro de Litio), cada una con 5 celdas de carga, corriente de suministro de 6000mAh, constante de descarga de 50c, valores suficientes para alimentar a los actuadores del robot (motores, drivers), sistema de comunicación, sistema de sensado y sistema de procesamiento; con un total de 18.5V por cada batería generando un voltaje de alimentación de 37V para los actuadores, estas baterías también suministran energía para el sistema de procesamiento en el cual es necesario incluir un regulador de voltaje de 9V, como también para el sistema de sensado y comunicación con un regulador de 3.3V, para lo cual se realiza el diseño y construcción de una placa electrónica tomando en cuenta las protecciones de sobrecorriente que debe tener cada uno de los reguladores, el diseño fue realizado con la ayuda del software Fritzing, como indica la Figura 18.

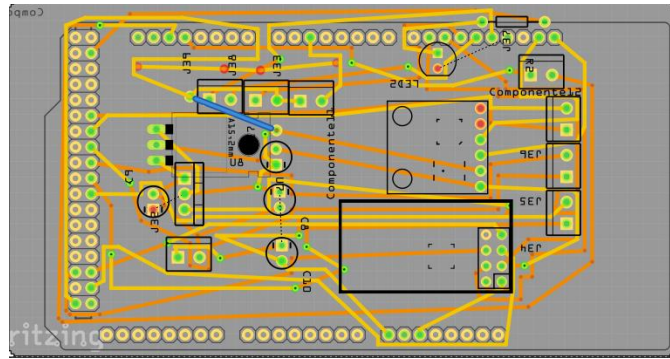


Figura 18 Diseño PCB de la placa electrónica

a. Dimensionamiento de baterías LiPo

Para determinar el voltaje y corriente que debe suministrar la batería LiPo a todos los componentes electrónicos, se realiza cálculos matemáticos en los cuales se considera los valores de consumo de corriente por hora de todos los componentes electrónicos conectados a la fuente de alimentación (carga) y el tiempo de operación que se desea para el robot. (Viana-Cárdenas, 2012)

Consumo de la carga por hora:

Motores: 16.40Ah

Sistema de Comunicación: 11.3 mAh

Sistema de Sensado: 3.8 mAh

Unidad de procesamiento: 46mAh

$$Q_T = 16.4611 Ah$$

Si, se desea que el tiempo de funcionamiento sea de 20 minutos, entonces:

$$I_b = t_f Q_T \quad (3.1)$$

$$I_b = (0.33h) \times \left(16.4611 \frac{A}{h} \right) \quad (3.2)$$

$$I_b = 5.4321A \quad (3.3)$$

donde, I_b representa la corriente de la batería; t_f el tiempo de funcionamiento y Q_T la carga total.

Una vez realizado los cálculos y teniendo como referencia que la corriente mínima de la batería debe ser de 5.4717 Ah y el voltaje necesario para alimentar a todos los componentes es de 18V, se revisa los valores estándar de baterías LiPo disponibles en el mercado como muestra la Tabla 1:

Tabla 1
Especificaciones técnicas de las baterías LiPo

ESPECIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
Nombre	HRB 2 Packs Battery Lipo18.5 V 6000mAh 50C
Capacidad	6 000 mAh
Configuración	6S1p/18.5 V/6 celdas
Tasa de descarga	50C
Plug de descarga	Dean T Plug
Dimensiones	155 x 48 x 47.5 mm

Fuente: (amazon, 2017)

3.2.2. Sistema de procesamiento

El sistema de procesamiento del robot es el encargado de recibir datos del sistema de sensado (acelerómetro, giroscopio y sensores de efecto Hall), realizar comunicación bilateral: envía los datos procesados del sistema de sensado y recibe las acciones de control para los actuadores, para realizar la comunicación bilateral es necesario contar con dos unidades de procesamiento: una para el emisor y otra para el receptor. En el mercado existe una gran variedad de plataformas hardware: microcontroladores, FPGA, Raspberry, plataformas Arduino, entre otras, de las cuales la plataforma Arduino es una tarjeta eficiente, bajo costo y con capacidad de procesamiento suficiente para cubrir las necesidades del proyecto.

La plataforma Arduino constituye una opción interesante por su bajo costo adquisitivo, dispone pines digitales y analógicos de entrada y únicamente pines digitales de salida en la mayoría de sus versiones. Su principal ventaja es la simpleza de programación en lenguaje C++. Arduino puede utilizarse en el desarrollo de objetos interactivos autónomos o puede comunicarse a un PC a través del puerto serial (conversión con USB) utilizando lenguajes como Flash, Processing, MaxMSP, etc. Las posibilidades de realizar desarrollos basados en Arduino tienen como límite la imaginación (Thayer Ojeda, 2017).

El sistema de procesamiento del robot consta de un Arduino Mega y un Arduino Uno, los mismos que funcionan como: emisor y receptor respectivamente. Los códigos de programación desarrollados se muestran en el Anexo 1. La Tabla 2 muestra las principales características de las dos tarjetas utilizadas.

Tabla 2
Especificaciones de la plataforma Arduino Uno y Arduino Mega

Características	Arduino Uno	Arduino Mega
Microcontrolador	ATmega328.	ATmega2560
Voltaje Operativo	5V	5V
Pines digitales de Entrada/ Salida	14 pines digitales de I/O (6 salidas PWM).	54 (de los cuales 15 proveen salida PWM)
Pines análogos de entrada	6	16
Corriente DC por cada Pin Entrada/Salida	40 mA	40 mA
Corriente DC entregada en el Pin 3.3V	50 mA	50 mA
Memoria Flash	32 KB	256 KB (8KB usados por el bootloader)
SRAM	2KB	8KB
EEPROM	1 KB	4KB
Clock Speed	16 MHz	16 MHz

Fuente: (arduino, 2017)

3.2.3. Actuadores

Dentro del diseño mecánico del robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional, se contempla el uso de actuadores de movimiento circular (motores), los mismos que son adaptados a las ruedas omnidireccionales, encargadas de generar la rotación y traslación de la esfera. Para la regulación de velocidad e inversión de

giro de estos motores es necesario el uso de drivers, los mismos que se seleccionan de acuerdo al tipo de motor que se emplea. En el mercado existen varios tipos de motores: AC, DC, servomotores, motores a pulso, etc. Sin embargo, luego de un análisis de ventajas, desventajas, especificaciones técnicas y requerimientos del robot, se optó emplear motores brushless.

a. Motores Brushless

Los motores brushless son motores sin escobillas que están formados por una parte móvil que es el rotor, en donde se encuentran los imanes permanentes, y otra parte fija, llamado estator o carcasa, que es donde se encuentran los bobinados de hilo conductor. (Aran, 2017). Los motores brushless presentan ventajas en cuanto al consumo de corriente, ya que, si se aumenta la tensión de los terminales del rotor (aumenta la velocidad), su corriente de consumo no incrementa debido a que la corriente y velocidad son hasta cierto punto independientes. Este tipo de motores tiene mayor eficiencia (menos pérdida de calor), mayor rendimiento, menor ruido eléctrico y un rango de velocidad elevado. (Martín, 2012).

En el dimensionamiento mecánico de los motores considerando es peso de la estructura se calcula que la potencia requerida para cada motor es de 89W, lo cual conlleva a buscar en el mercado motores que suministren esta potencia; los motores que se adquirieron y que cumplen con todos los requerimientos mecánicos y eléctricos son los motores ECI40 MAXON, cuya estructura se muestra en la Figura 19. El motor brushless ECI40 MAXON es un motor de altas prestaciones, capaz de alcanzar más de 6.000rpm en menos de 2ms, posee una potencia de 100W, para mejores referencias ver Anexo 2. Estos motores tienen incorporado sensores de efecto Hall con los cuales es posible conocer la posición del rotor. Estos motores pueden ser conectados en red o buses de campo como CanOpen, Profibus o EthernetCat, hasta 128 motores brushless y actúan sincronizados, y son controlados por un drive en modo maestro o esclavo (Maxon Motor, 2017).

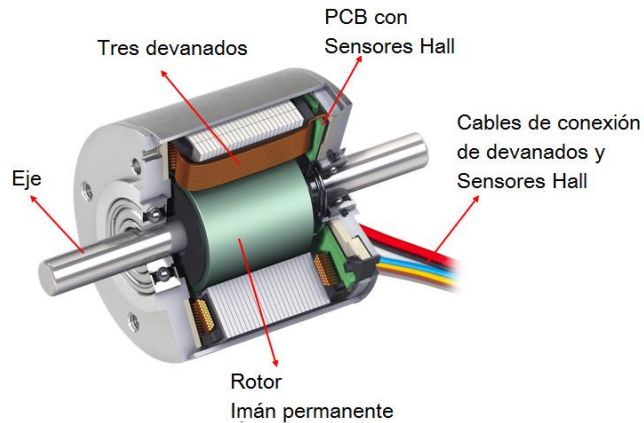


Figura 19 Estructura del Motor brushless ECI 40 MAXON

Fuente: (Maxon Motor, 2017)

La Tabla 3 muestra las características técnicas de los motores brushless ECI-40 de MAXON Motors, que se emplea en el accionamiento del robot, estos motores tienen incorporado tres sensores de efecto Hall ubicados en los devanados del rotor; adicionalmente se emplea un reductor de velocidad con una relación de 1 a 12.

Tabla 3
Especificaciones técnicas del motor

Descripción	Unidad	Valor
Voltaje nominal	V	18
Velocidad sin carga	rpm	4540
Corriente sin carga	mA	352
Velocidad nominal	rpm	3920
Torque nominal (max. torque continuo)	mNm	207
Corriente nominal (max. corriente continua)	A	5.46
Torque de parada	mNm	2860
Corriente de parada	A	76.3
Eficiencia máxima	%	87

CONTINÚA 

Torque constante	mNm/A	37.5
Velocidad constante	rpm/V	255

Fuente: (Maxon Motor, 2017)

b. Driver de los motores

Los motores brushless que se adquirieron para la construcción del robot, como se mencionó anteriormente ya que presentan ventajas en su uso al realizar el control. Sin embargo, estos motores necesitan de administración electrónica para su funcionamiento; ya que requieren de un conmutador electrónico el cual energiza de forma secuencial a las bobinas del estator generando un campo eléctrico giratorio que “arrastra” al rotor a su alrededor. (Keeping, 2013).

La electrónica de los conmutadores para este tipo de motores resulta ser muy compleja y debe tener cierta precisión para no producir ruidos ni alteraciones para que el funcionamiento sea eficiente. Es por ello que se tomó en cuenta las recomendaciones electrónicas de los motores, donde se indica una serie de tarjetas que se pueden adquirir para su control. En la Tabla 4 se mencionan algunas de las tarjetas controladoras compatibles con los motores.

Tabla 4
Servocontroladoras para motores EC-i 40

TIPO	SERIE
ESCON	Mod. 50/4 EC-S
ESCON	Module 50/5
ESCON	50/5
ESCON	70/10
DEC	Module 50/5
EPOS2	24/5
EPOS2	50/5
ESPOS2	70/10
EPOS4	Module 50/8
EPOS4	Comp. 50/8 CAN
MAXPOS	50/5

Fuente: (MaxonMotor, 2015)

Los parámetros que se consideraron para elegir la mejor tarjeta fueron: funcionamiento, costo, ventajas y desventajas. La tarjeta EPOS2 50/5 es una tarjeta que permite para el control ingresar torques, y que permite realizar la comunicación directa con cualquier software, sin embargo, debido a su elevado costo se considera otra tarjeta que cuente con similares características, la servocontroladora ESCON 50/5 de la Figura 20, se adquiere como controladora de los motores ya que ésta se ajusta a los requerimientos mínimos del sistema.



Figura 20 Tarjeta ESCON 50/5 Servocontroladora

Fuente: (MaxonMotor, 2015)

Los servocontroladores ESCON, con 4 cuadrantes y modulación por ancho de pulso (PWM), son compactos, potentes y sirven para el accionamiento de motores de CC de imán permanente, con y sin escobillas. Los modos operativos disponibles son: regulador de velocidad, variador de velocidad y regulador de corriente, los datos técnicos de la tarjeta se muestran en el Anexo 3. Los servocontroladores ESCON están diseñados para ser comandados a través de un valor de consigna analógico. Poseen amplias funciones con entradas/salidas tanto analógicas como digitales y pueden configurarse para PC con Windows a través del puerto USB, mediante la interfaz gráfica de usuario «ESCON Studio». (motor, 2017). La Tabla 5 muestra los datos técnicos de esta tarjeta.

Tabla 5 Datos técnicos de tarjeta ESCON 50/5

ESPECIFICACIÓN	DETALLE	VALOR
Dimensionamiento eléctrico	Tensión Nominal de trabajo	10-50 Vcc
		+Vcc
	Intensidad de salida	5A / 15 ^a
		I_{cont} / I_{max} (<20s)
	Frecuencia de modulación por duración de pulso(PWM)	53,6 kHz
	Frecuencia de exploración, regulador PI de corriente	53,6 kHz
	Frecuencia de exploración, regulador PI de velocidad	536 kHz
Entradas y salidas	Entrada analógica 1	Resolución 12 bits;
	Entrada analógica 2	-10 a 10V; diferencial
	Salida analógica 1	Resolución 12 bits; -
	Salida analógica 2	4 a 4V; relativo a GND
	Entrada digital 1	+2.4 a +36Vcc
	Entrada digital 2	($R_i = 38,5k\Omega$)
	Entrada/ salida digital 3	+2.4 a +36Vcc
	Entrada/ salida digital 4	($R_i = 38,5k\Omega$)
		Señales de sensor Hall H1, H2, H3
Tensión de salida	Tensión de salida auxiliar	+5Vcc($I_L \leq 10mA$)
	Tensión de alimentación de sensor Hall	+5Vcc($I_L \leq 30mA$)
Potenciómetros	Potenciómetro P1	240°
	Potenciómetro P2	
Conexiones del motor	Motor de CE	Devanados 1,2 y 3 de motor
Puerto	USB 2.0/USB 3.0	Full speed

Fuente: (maxon motor, 2017)

La tarjeta servocontroladora mediante la interfaz gráfica de usuario «ESCON Studio», permite configurar su funcionamiento: se configura en modo variador de velocidad; para control de los motores se asigna al pin Entrada digital 1 como señal de PWM como valor de consigna para regular la velocidad del motor, pin Entrada digital 2 como Habilitador del motor, 1 → Habilitado, 0 → Inhabilitado; pin Entrada digital 3 para sentido de giro del motor, 1 → giro sentido horario, 0 → giro sentido anti horario, la configuración general de la tarjeta se puede visualizar en la Figura 21.

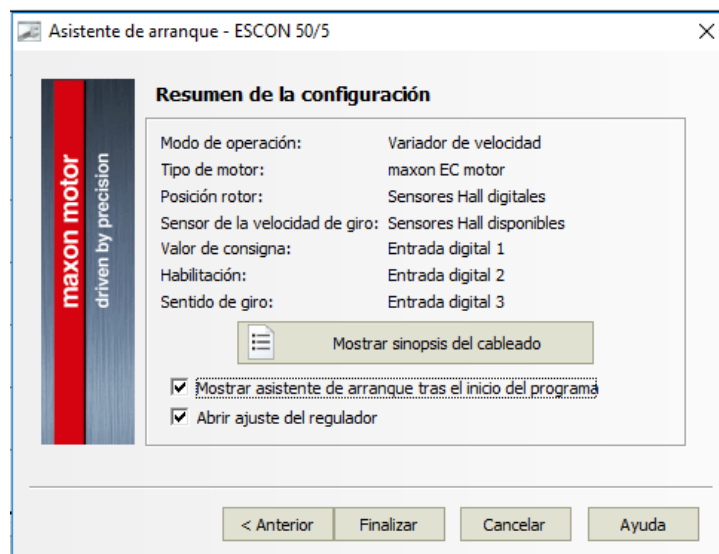


Figura 21 Configuración de la tarjeta servocontroladora ESCON 50/5

La tarjeta también permite conectar los tres sensores de efecto Hall ubicados en el rotor del motor empleados como medidores de velocidad, esta velocidad cumple dos funciones dentro del controlador: realimentar al lazo de control interno de los motores y realimentar al lazo de control del robot total. La medida de velocidad de cada motor fue asignado a un pin análogo (las salidas de los pines analógicos de la tarjeta varían de 0-4V), obteniendo así una relación voltaje-velocidad, este voltaje es leído por el pin análogo de la tarjeta de procesamiento (Arduino Mega) para mediante el escalamiento obtener la velocidad de cada motor.

Otra de las ventajas de las tarjetas servocontroladoras es que cuentan con un controlador PID interno para los motores, este control compensa la dinámica del Robot Rueda Esférica, de tal manera que el error de velocidad que está dado

por: $\tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W}_d - \mathbf{W}_r$ debe ser compensado por el lazo de control interno antes mencionado de las tarjetas como muestra la Figura 22, donde \mathbf{W}_d representa las velocidades del controlador y \mathbf{W}_r son las velocidades medidas por los sensores de efecto Hall.

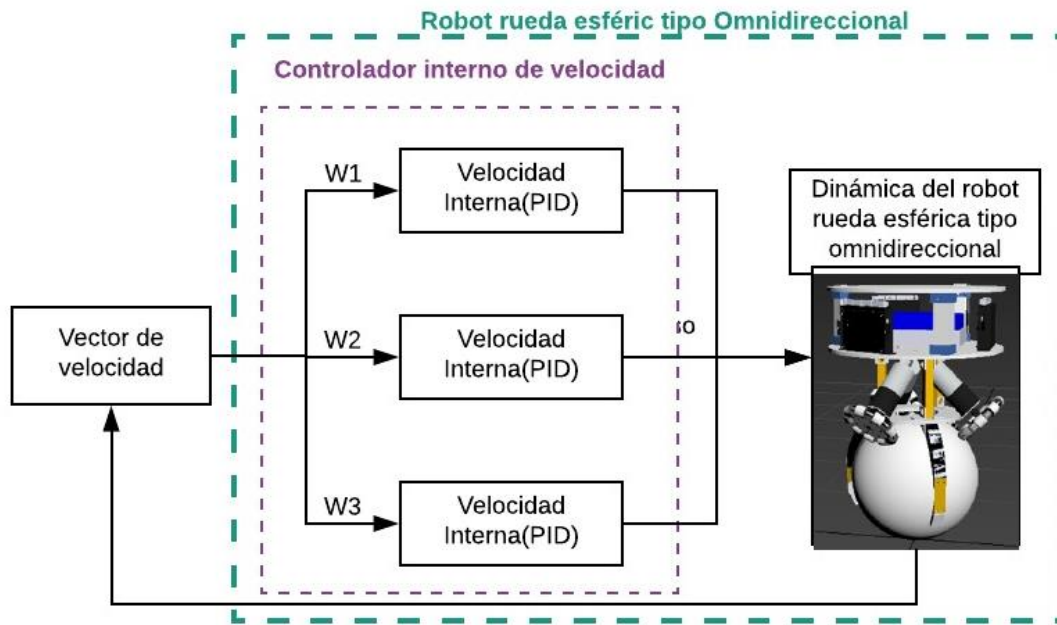


Figura 22 Diagrama de bloques de compensación dinámica de los motores

El control PID interno de cada tarjeta debe ser sintonizado de tal forma que se reduzca al mínimo los errores de velocidad, el controlador de velocidad interno para la compensación dinámica del robot está dada por:

$$W = k_p \tilde{\mathbf{W}}(t) + k_i \int_0^t \tilde{\mathbf{W}}(t) dt + k_d \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{W}}(t) \quad (3.4)$$

donde, k_p, k_i, k_d son ganancias que minimizan el error de velocidad, a través de la comunicación serial entre la servocontroladora ESCON 50/5 y el computador, mediante el software ESCON Studio se obtienen las señales de consigna y los valores medidos por la tarjeta una vez definida las ganancias del controlador como se muestra en la Figura 23, los mismos que son datos reales de los motores.

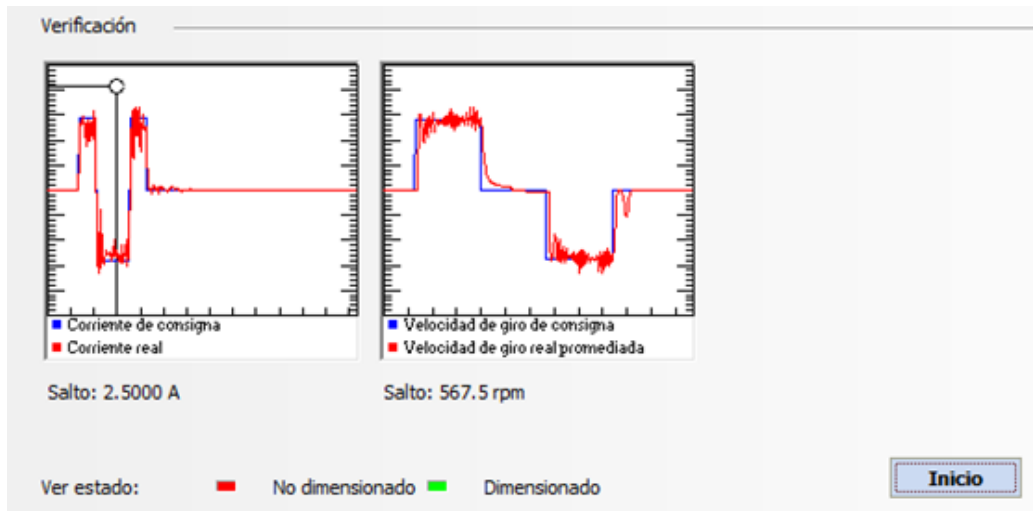


Figura 23 Comportamiento del control interno de velocidad

3.2.4. Sistema de sensado

Su importancia radica ya que, de su correcto funcionamiento depende una respuesta adecuada del controlador. Dicho sistema es el encargado de: medir la posición del cuerpo del robot en sus tres ejes x, y, z y, medir la velocidad de las ruedas de accionamiento del robot. Para esto, se emplea sensores y algoritmos de acoplamiento de mediciones para que se adapten a los requerimientos del controlador.

La posición del cuerpo del robot corresponde a los ángulos de inclinación del robot en cada eje (ángulos de Euler). Se ha tomado como referencia los proyectos de tesis: “Modeling and Control of a Ballbot” (Fankhauser & Gwerder, 2010) y “Equilibrio dinámico en tiempo real de un robot tipo Ballbot” (Espinosa Mendoza & Gutiérrez Gaspar, 2014); donde se emplearon unidades de mediciones inerciales IMU de Sparkfun, Sensor Stick en su versión 10724, y un sensor IMU industrial. En estos proyectos se dio a conocer que algunas recomendaciones en la adquisición de datos de los sensores como: periodo de muestreo, y que en ciertos casos es recomendable omitir la medición en el eje z.

Tomando en consideración las recomendaciones de los proyectos antes mencionados se buscó un sensor que permita obtener una correcta medición de las posiciones del robot. Además, debe cumplir con la velocidad de medición requerida por el controlador, por lo cual se emplea el sensor MPU6050 que se

muestra en la Figura 24. Este sensor combina un giroscopio y un acelerómetro en los tres ejes (x, y, z) con alta precisión y se maneja por comunicación I²C desde cualquier microcontrolador. Una de las ventajas de este sensor es que posee convertidores analógicos- digitales (ADC) para cada uno de los ejes de cada uno de los sensores, para así obtener valores en simultáneo con un rango de hasta 2000°/s para el giroscopio y hasta $\pm 16g$ para el acelerómetro. (Invensense, 2017).



Figura 24 MPU6050

Fuente: (aliexpress, 2017)

En la Tabla 6 se muestra las principales características del sensor MPU6050 empleado como dispositivo de medición inercial.

Tabla 6
Características del MPU6050

Características	Valor
Voltaje de alimentación	2.375 V - 3.46 V.
Corriente de funcionamiento	3.9 mA (cuando los 6 ejes de detección de movimiento y el DMP están habilitados).
Velocidad	<ul style="list-style-type: none"> • Modo rápido de 400kHz I2C para comunicarse con todos los registros. • Interfaz serial SPI de 1MHz para comunicarse con todos los registros.

Fuente: (Invensense, 2017)

a. Acelerómetro

Es un dispositivo que mide la aceleración en tres ejes: x, y, z (las tres dimensiones del espacio). La aceleración que actúa sobre los cuerpos terrestres es la gravedad con aproximadamente $9.8 \frac{m}{s^2}$, en orientación perpendicular al suelo. Gracias a que el acelerómetro detecta las variaciones de aceleración se puede conocer los ángulos de inclinación de un objeto. Si se sabe que la gravedad es 9.8 m/s^2 , y la medida que ofrecen los tres ejes del acelerómetro; utilizando trigonometría es posible calcular el ángulo de inclinación del sensor. (ROBOLOGS, 2017)

$$\delta_y = \tan^{-1} \left(\frac{x}{\sqrt{y^2 + z^2}} \right) \quad (3.4)$$

$$\delta_x = \tan^{-1} \left(\frac{y}{\sqrt{y^2 + z^2}} \right) \quad (3.5)$$

b. Giroscopio

Este sensor mide la velocidad angular, tiene la capacidad de facilitar una línea de referencia que no resulte afectada por las fuerzas perturbadoras y que sirve para vigilar uno o varios ejes como referencia fija o direccional. (Serra, 2002). Entonces, si se conoce el ángulo inicial, se puede sumar el valor que mide el giroscopio para saber el nuevo ángulo. En (3.1)- (3.3) se indica cómo se calcula el ángulo de cada uno de los ejes: (ROBOLOGS, 2017)

$$\mathcal{G}_x = \delta_{x(t-1)} + \phi_x \Delta t \quad (3.6)$$

$$\mathcal{G}_y = \delta_{y(t-1)} + \phi_y \Delta t \quad (3.7)$$

$$\mathcal{G}_z = \delta_{z(t-1)} + \phi_z \Delta t \quad (3.8)$$

donde, $\mathcal{G}_{x,y,z}$ representa los ángulos en los ejes x, y, z respectivamente; $\delta_{x,y,z(t-1)}$ los ángulos en tiempo $(t-1)$; $\phi_{x,y,z}$ las variaciones del giroscopio en sus tres ejes y Δt la variación del tiempo entre cada cálculo.

c. Ángulos de Euler

Para conocer la posición y el movimiento de un cuerpo rígido en el espacio es necesario conocer tres ángulos que definan la orientación con respecto a los

tres ejes de un sistema de referencia estático x, y, z . Se ha elegido emplear los llamados ángulos de Euler, los cuales en terminología náutica corresponden a roll, pitch y yaw.

La Figura 3.10 muestra la disposición de los ángulos, en donde: θ_x es el ángulo de rotación sobre el eje x ; θ_y corresponde al ángulo de rotación sobre el eje y y, θ_z indica el ángulo de giro sobre el eje z de sistema de referencia estático. Para el caso del robot sobre el cual se implementará el controlador, todos estos ángulos fueron considerados en el modelamiento matemático; ahí radica la importancia de obtener una lectura real mediante el sistema de sensado. (Marion, 1975).

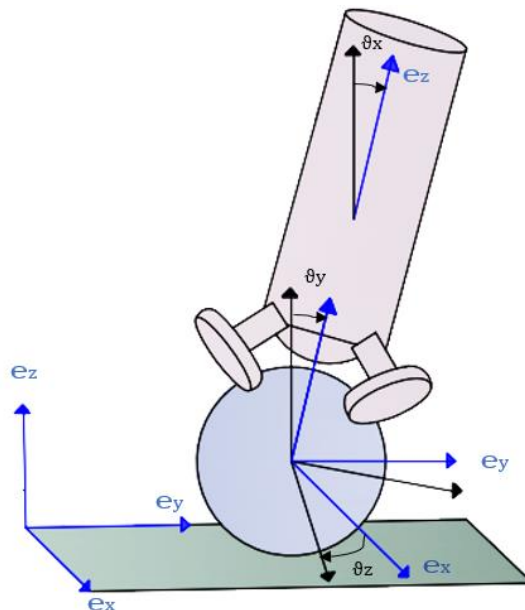


Figura 25 Ángulos de Euler en el robot rueda esférica tipo omnidireccional

d. Filtros para la señal

Una herramienta indispensable para garantizar la medición real de un sensor es el filtro, el cual es un sistema lineal e invariante que permite el paso de las componentes de una señal en un determinado intervalo frecuencial eliminando las demás, con esto se consigue eliminar señales indeseables como ruido, drift, etc. El instrumento de medición que se emplea es MPU6050, un equipo de alta sensibilidad, el mismo que consta de un acelerómetro y giroscopio, en el caso del acelerómetro detecta cualquier aceleración que no sea la gravedad, lo cual

produce errores en la medición de la posición real del robot, he ahí la importancia del uso de filtros.

Existen diferentes filtros que se emplean de acuerdo a la necesidad del proyecto, el filtro de Kalman resalta como opción para filtrar la señal del sensor MPU6050. Sin embargo, no se hace uso por su alto gasto computacional y por la dificultad para comprender su funcionamiento e implementación. Por ello, se escogió el Filtro Complementario o Complementary Filter, el cual es fácil de implementar en la tarjeta Arduino por su bajo gasto computacional, en la Figura 3.11 se muestra la señal medida por la MPU de la rotación con respecto al eje X, la señal azul representa la lectura del ángulo en tiempo real sin filtrar y, la señal de color rojo es la señal filtrada aplicando el filtro complementario (Jaime A. González, 2004).

El filtro complementario básicamente es la unión de dos filtros diferentes: filtro pasa alto y filtro pasa bajo; en donde el primero se usará para el giroscopio y, el segundo para el acelerómetro. La ecuación (3.4) resulta de combinar estos dos filtros:

$$\mathcal{G} = 0.98(\mathcal{G} + \phi\Delta t) + 0.02\delta \quad (3.9)$$

donde, ϕ es el ángulo del Giroscopio que debe ser calculado previamente y, δ es el ángulo del Acelerómetro calculado con la fórmula de la tangente; Δt representa la variación de tiempo (en segundos) entre el cálculo del ángulo. (ROBOLOGS, 2017)

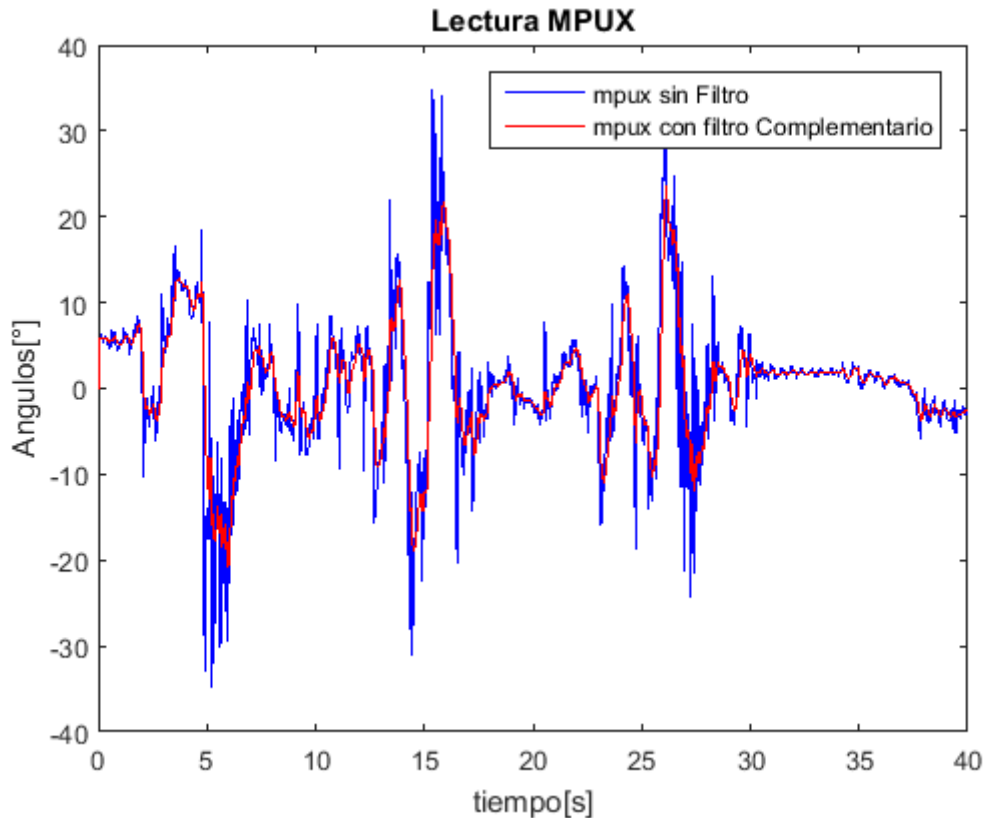


Figura 26 Lectura del sensor MPU rotación en X

e. Velocidad de los motores del robot

Las velocidades de los motores son variables de estado para la realimentación de los controladores: controlador interno de motores y control total del robot, los motores empleados en el presente proyecto de titulación, dentro de sus características técnicas se indica que poseen internamente tres sensores magnéticos dispuestos con 60° de separación. Dichos sensores generan señales binarias en forma de pulsos, los mismos que obtienen una correcta medición de velocidad de cada motor, estos sensores son conectados directamente a la tarjeta servocontroladora para así obtener la relación voltaje-velocidad tal como se indicó en la sección anterior.

3.2.5. Sistema de comunicación

El objetivo de emplear un sistema de comunicación es realizar control en tiempo real o lo más cercano a éste. Para conseguirlo es necesario contar con una unidad de procesamiento avanzada, lo cual implicaría incremento de costos,

por lo cual se analizó la idea de realizar el control mediante el procesador de la computadora y enviar estos datos de forma inalámbrica hacia el robot.

El sistema de comunicación consta de dos nodos bilaterales: un maestro y un esclavo. El maestro es el encargado de recibir los datos procesados del sistema de sensado del robot, transmitirlos mediante comunicación serial al procesador de la computadora, y enviar las acciones de control. Mientras que, el esclavo es quien recoge las señales de los sensores (giroscopio, acelerómetro y efecto Hall), procesa esta información y la transmite, al mismo tiempo que recibe las acciones de control para cada uno de los motores.

Existe un gran número de opciones para realizar comunicación inalámbrica: Zig Bee, WiFi, Radiofrecuencia, Bluetooth, etc.; tecnologías de características muy similares, sin embargo, revisando las características, ventajas y desventajas de cada tecnología se determinó emplear la comunicación por radiofrecuencia ya que es una opción eficiente, bajo costo, y fácil de emplear. Al realizar un análisis de las tecnologías inalámbricas que emplean radiofrecuencia, se encontraron los módulos nRF24L01 como se puede ver en la Figura 27. Éstos son dispositivos transceptores (transmisor y receptor) de bajo consumo energético, alta velocidad de transmisión, amplias distancias de transmisión, bajo costo y fácil configuración. (ELECTRONILAB, 2017).

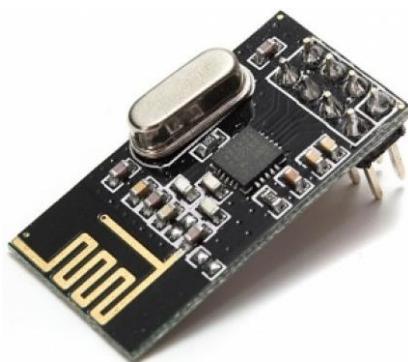


Figura 27 Módulo de comunicación inalámbrica NRF24

Fuente: (ANODAS, 2017)

El módulo NRF24 es un transmisor y receptor de radio frecuencia fabricado por Nordic Semiconductor. Este módulo se caracteriza por su bajo consumo de energía y por la velocidad de comunicación, con tasa de transmisión configurable

para 250Kbps, 1 Mbps y 2 Mbps. De acuerdo con el fabricante (SEMICONDUCTOR, 2017), el módulo posee un regulador de energía, permitiendo su funcionamiento entre 1,9V a 3,6V. Este módulo es elaborado para trabajar en la banda ISM (Industrial, Scientific and Medical) de frecuencia libre de 2,4GHz, tiene la capacidad de recibir datos de hasta 6 transmisores sin que exista interferencia entre ellos.

A continuación, se muestra las características de estos módulos en la Tabla 7.

Tabla 7 Especificaciones del módulo de comunicación nRF24L01

Características	Valor
Voltaje de alimentación	3-3.6V (3.3V recomendado)
Potencia máxima de salida	+20dBm
Corriente(máxima) en modo de transmisión	115mA
Corriente(máxima) en modo de emisión	45mA
Modo de apagado-espera	4.2uA
Sensibilidad a 2 Mbps en modo de recepción	-92dBm
Sensibilidad a 1 Mbps en modo de recepción	-95dBm
Sensibilidad a 225 Kbps en modo de recepción	-104dBm
Ganancia PA	20dB
Ganancia LNA	10dB
Figura de ruido LNA	2.6dBi
Distancia a Tasa de 2MB (zona abierta)	520m
Distancia a Tasa de 1MB (zona abierta)	750m
Distancia a Tasa de 220Kb (zona abierta)	1000m

Fuente: (ELECTRONILAB, 2017)

CAPÍTULO IV

4. CONTROL AUTÓNOMO DEL ROBOT

Para proponer un controlador es necesario obtener la representación matemática del robot, el cual permita conocer el comportamiento del robot mediante un estudio de las leyes físicas que lo rigen, tomando en cuenta que el robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional cumple con los principios físicos de un péndulo invertido. El sistema de este robot está descrito por cinco grados de libertad (DoF): dos grados de libertad que determinan la posición de la esfera en los ejes x, y y están representados por φ_x, φ_y , tres grados de libertad que determinan la rotación del cuerpo en los ejes x, y, z y están representados por $\vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z$. La Figura 28 describe el sistema de control en lazo cerrado en el cual, las entradas del sistema son las velocidades proporcionadas a través del controlador para los tres motores que mueven las ruedas (W_1, W_2, W_3), mientras que las salidas son las variables obtenidas por los sensores lo cual convierte a este robot en un sistema de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO).

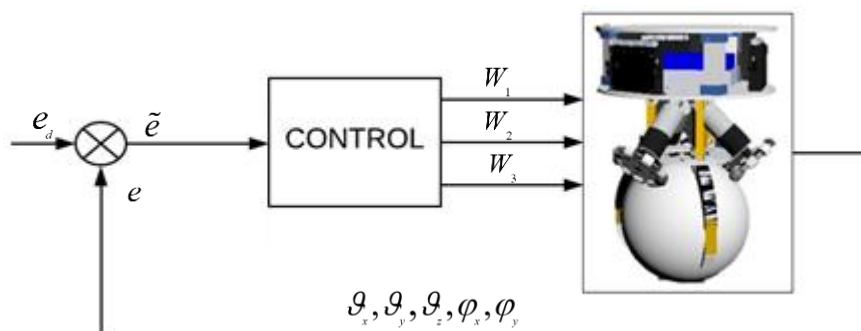


Figura 28 Lazo de control del robot Rueda Esférica

4.1. Sistema de Coordenadas

Para determinar el modelo matemático es necesario tener un sistema de coordenadas con respecto a la estructura del robot como se presenta en la Figura 29 a), en la misma que se coloca un sistema individual, representado por la siguiente simbología: I representa el sistema de referencia inercial; el sistema de referencia L se describe por la rotación en el eje z de inercia denominado ${}_I e_z$ determinado por ϑ_z ; C' es el sistema de referencia derivado de la rotación

sobre el eje y determinada por ϑ_y , con respecto al sistema de referencia L denominado ${}^L e_y$ y finalmente el sistema de referencia del cuerpo es denotado por C y se deriva de la rotación sobre el eje x determinada por ϑ_x con referencia al sistema C' denominado ${}^{C'} e_x$, estos vectores son empleados para realizar la rotación entre los sistemas de referencia como se indica en (4.1).

La Figura 29 b) representa los movimientos de rotación que realiza el robot por acción de las ruedas para generar la rotación de la esfera, para conocer la rotación del robot se emplea los ángulos de Tait-Bryan (Notes, 2015) que es un tipo específico de ángulos de Euler los mismo que son medios por el sistema de sentido.

$$I \xrightarrow{\vartheta_z} L \xrightarrow{\vartheta_y} C' \xrightarrow{\vartheta_x} C \quad (4.1)$$

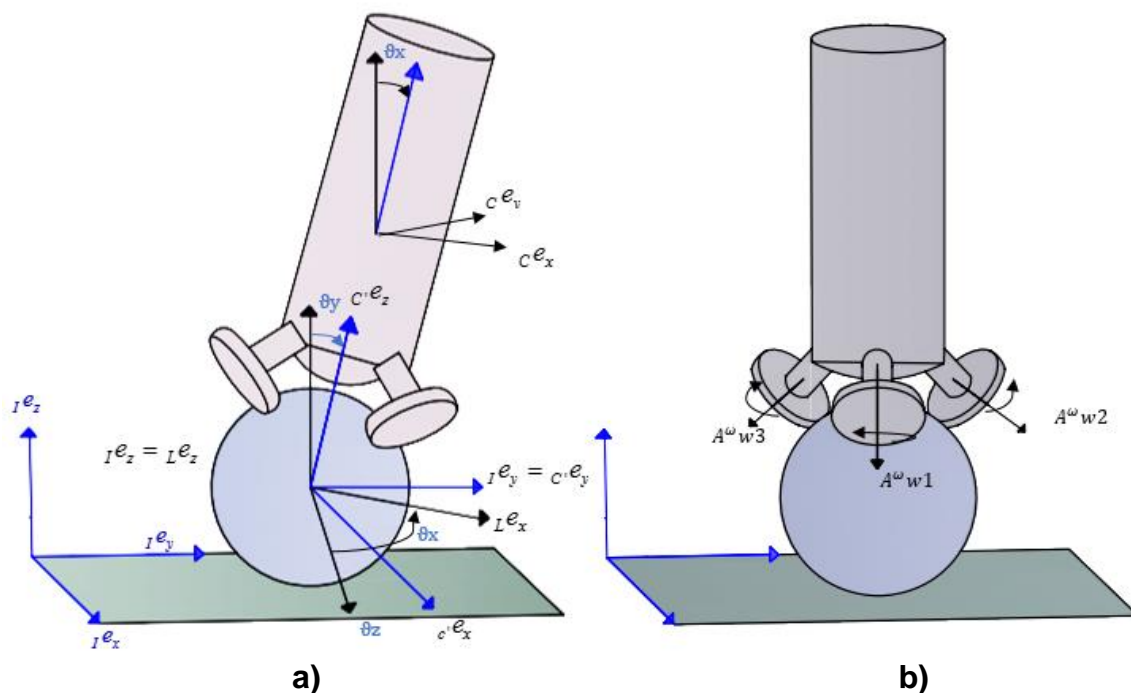


Figura 29 a) Sistema de coordenadas, b) velocidad angular

Los vectores de la velocidad angular de las principales partes móviles del robot se definen de la siguiente manera:

- **Velocidad angular de la esfera** ($\vec{\Omega}_E$)

Representación paramétrica $\vec{\Omega}_E$ con respecto al sistema de referencia L .

$${}^L\bar{\Omega}_E = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_x \\ \dot{\phi}_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

- **Velocidad angular de una rueda i (ω_{Wi})**

Parametrización de ω_{Wi} con respecto al sistema de referencia C en dirección de los ejes de los motores.

$${}^C\omega_{W1} = \dot{\psi}_1 \quad {}^C\omega_{W2} = \dot{\psi}_2 \quad {}^C\omega_{W3} = \dot{\psi}_3 \quad (4.3)$$

- **Velocidad angular del cuerpo ($\bar{\Omega}_C$)**

Formulación de $\bar{\Omega}_C$ con respecto al sistema de referencia L .

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\vartheta_y) \\ 0 & \cos(\vartheta_x) & \sin(\vartheta_x)\cos(\vartheta_y) \\ 0 & -\sin(\vartheta_x) & \cos(\vartheta_x)\cos(\vartheta_y) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\dot{\vartheta} = \begin{bmatrix} \dot{\vartheta}_x \\ \dot{\vartheta}_y \\ \dot{\vartheta}_z \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$${}^C\bar{\Omega}_C = \mathbf{J}\dot{\vartheta} = \begin{bmatrix} \dot{\vartheta}_x - \sin \vartheta_y \dot{\vartheta}_z \\ \cos \vartheta_x \dot{\vartheta}_y + \cos \vartheta_y \sin \vartheta_x \dot{\vartheta}_z \\ -\sin \vartheta_x \dot{\vartheta}_y + \cos \vartheta_x \cos \vartheta_y \dot{\vartheta}_z \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

- **Rotación absoluta de las ruedas omnidireccionales**

La rotación absoluta de las ruedas omnidireccionales se calculan obteniendo los vectores en dirección de los ejes de los motores, estos vectores se intersecan entre un punto de referencia M , y el punto central de las ruedas omnidireccionales W_1 , W_2 y W_3 respectivamente con el sistema de referencia del cuerpo C como se indica en la Figura 4.3, y se denotan como ${}^C\overline{\mathbf{M}W_1}$, ${}^C\overline{\mathbf{M}W_2}$ y ${}^C\overline{\mathbf{M}W_3}$.

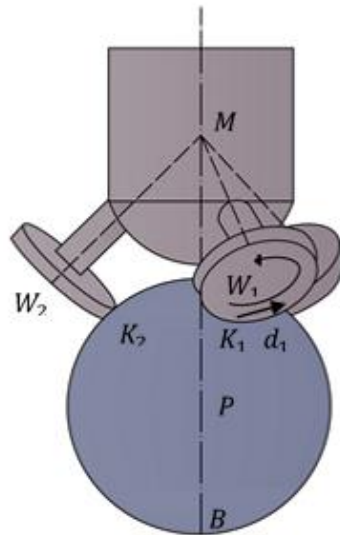


Figura 30 Puntos geométricos para la construcción de ecuaciones

De esta manera la velocidad angular absoluta de las ruedas se determinará como:

$${}^C\Omega_{W_i} = {}^C\omega_{W_i} + \frac{{}^C\overline{MW}_i}{{}^C\|\overline{MW}_i\|} {}^C\vec{\Omega}_C \quad \text{para } i=1,2,3 \quad (4.7)$$

Dependencia en la rotación de las ruedas omnidireccionales

Los vectores que parten del centro de la esfera P y se intersecan al punto de contacto de las ruedas omnidireccionales H_1 , H_2 y H_3 , con respecto al sistema de referencia C , son representados como ${}^C\overline{PH}_1$, ${}^C\overline{PH}_2$ y ${}^C\overline{PH}_3$. Las direcciones de la velocidad tangencial de la rotación de las ruedas omnidireccionales son vectores unitarios y se representan como ${}^C\vec{d}_1$, ${}^C\vec{d}_2$ y ${}^C\vec{d}_3$.

La velocidad angular de la esfera con respecto al cuerpo en el sistema de referencia C se calcula como se indica a continuación.

$${}^C\vec{\omega}_E = R_{CL} \vec{\Omega}_E - {}^C\vec{\Omega}_C \quad (4.8)$$

donde, R_{CL} es la matriz de transformación del sistema de referencia L al sistema de referencia C .

Considerando las suposiciones del (Fankhauser & Gwerder, 2010) en la sección 2.1.2, se puede deducir que: la velocidad en la superficie de la esfera en la dirección de la rueda omnidireccional debe ser la misma que la velocidad tangencial de la rueda omnidireccional. Esto se puede formular como una ecuación escalar para cada rueda omnidireccional:

$$\left({}_C \vec{\omega}_E \times {}_C \overline{\mathbf{PH}}_i \right) {}_C \vec{\mathbf{d}}_i = {}_C \omega_{Wi} r_W \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \quad (4.9)$$

donde, r_W representa el radio de las ruedas omnidireccionales

- **Traslación de la esfera**

Conociendo el vector ${}_I \overline{\mathbf{BP}}$ que parte de punto B al centro de la esfera P en el sistema de referencia inercial I , se puede calcular el vector de velocidad ${}_I \dot{\mathbf{r}}_P$ que parte del centro de la esfera P , de la siguiente manera.

$${}_I \dot{\mathbf{r}}_P = {}_I \Omega_E \times {}_I \overline{\mathbf{BP}} \quad (4.10)$$

Los momentos de inercia del cuerpo y la esfera, parten de centro de la esfera y se selecciona el sistema de referencia en el cual los momentos principales de inercia son cero.

$${}_C \Theta_C = \begin{bmatrix} {}_C \Theta_{C,x} & 0 & 0 \\ 0 & {}_C \Theta_{C,y} & 0 \\ 0 & 0 & {}_C \Theta_{C,z} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$${}_I \Theta_E = {}_L \Theta_E = \begin{bmatrix} \Theta_E & 0 & 0 \\ 0 & \Theta_E & 0 \\ 0 & 0 & \Theta_E \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

- **Momentos de Inercia**

El momento de inercia de un motor unido a una rueda Θ_W , es un valor escalar y afecta únicamente a la rotación sobre el eje del motor, en el sistema de coordenadas fijo del cuerpo como se muestra en la Figura 31. Con el fin de considerar la rotación de los motores y las ruedas omnidireccionales sobre los ejes en el sistema de referencia inercial, se adiciona el momento de inercia de los motores y las ruedas al momento de inercia del cuerpo, tal como se muestra en la Figura 32.

Es necesario conocer la relación de transmisión entre el motor y la rueda omnidireccional, por lo que en la expresión (4.13) se describe la relación entre el momento de inercia de una rueda omnidireccional y el motor correspondiente.

$$\Theta_W = \Theta_{OW} + i_{engranaje}^2 \Theta_M \quad (4.13)$$

donde, $i_{engranaje}^2$ número de veces que gira el rotor del motor.

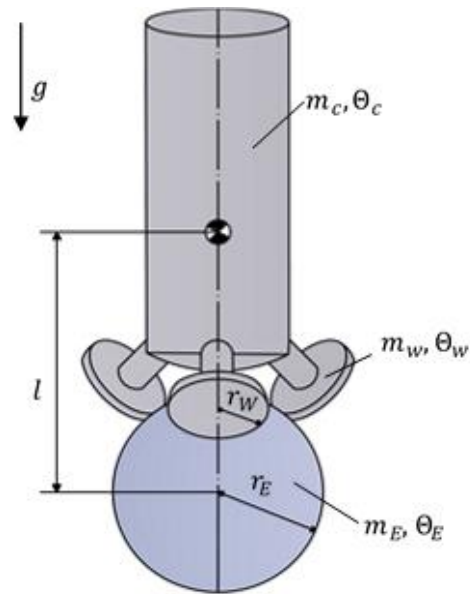


Figura 31 Parámetros geométricos para el sistema en 3D

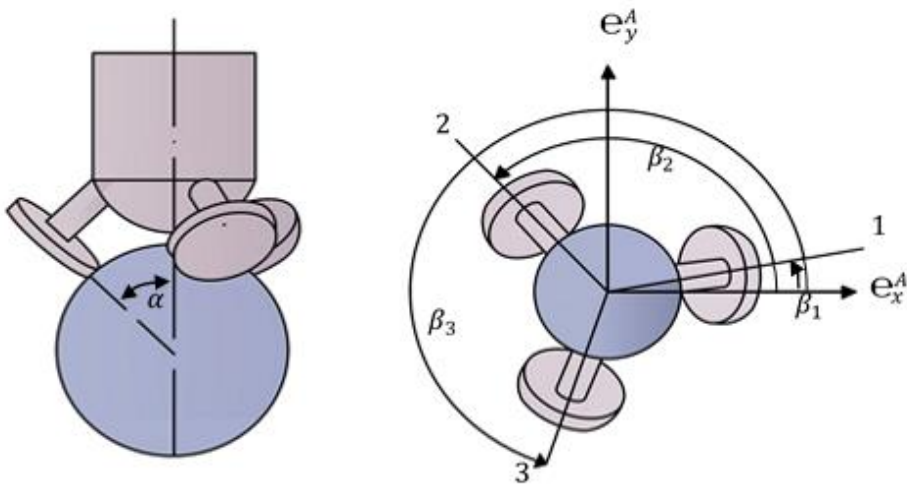


Figura 32 Ángulos de la configuración de los motores del robot

- **Parámetros**

Los parámetros y simbología que se emplea en el desarrollo de la representación matemática del robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional se describe en la Tabla 8.

Tabla 8 Parámetros del robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional

Descripción	Variable	Valor
Masa de la esfera	m_E	3Kg
Masa de las ruedas omnidireccionales	m_W	0.05Kg
Masa del cuerpo	m_C	8.44Kg
Radio de la esfera	r_E	0.11m
Radio de las ruedas omnidireccionales	r_W	0.005m
Radio del cuerpo	r_C	0.15m
Aceleración gravitacional	g	$9.8 \frac{m}{s^2}$
Inercia de la esfera	Θ_E	0.0242Nm
Inercia del cuerpo	${}_C \Theta_{CWx}$	2.026Nm
Inercia del cuerpo	${}_C \Theta_{CWy}$	2.025Nm
Inercia del cuerpo	${}_C \Theta_{CWz}$	0.092Nm
Inercia de un motor y una rueda	Θ_{Wi}	0.00085452Nm
Ángulo del punto de contacto de las ruedas omnidireccionales	α	45°
Ángulo de dirección de las ruedas omnidireccionales	$\beta_1, \beta_2, \beta_3$	0°, 120°, 240°

4.2. Modelo Cinemático

El desarrollo del modelo cinemático del robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional del presente trabajo de titulación tomó como referencia al artículo propuesto (Hew Yeong Han, 2014) , en el cual indica que para lograr la estabilidad del robot se debe variar la rotación las ruedas en forma consecutiva y en pares. La Figura 33 muestra el diagrama de cuerpo libre del robot Rueda

Esférica vista en dos planos, donde ubican los ejes x, y de acuerdo a la lectura de la IMU.

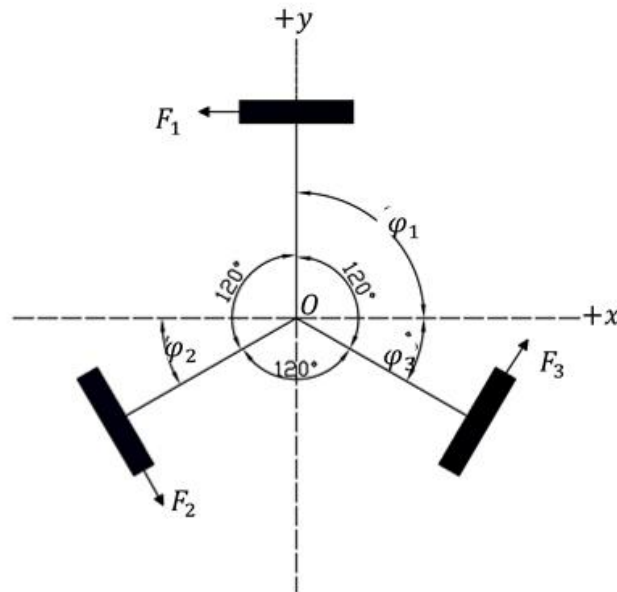


Figura 33 Diagrama de cuerpo libre de la disposición de las ruedas del robot rueda esférica

En base al diagrama de cuerpo libre del robot se aplica la segunda Ley de Newton:

$$\Sigma F = m \cdot a \quad (4.14)$$

$$\Sigma F_x = m \cdot a_x \quad (4.15)$$

$$\Sigma F_y = m \cdot a_y \quad (4.16)$$

$$\Sigma F_x = -F_1 \sin \varphi_1 + F_2 \sin \varphi_2 + F_3 \sin \varphi_3 \quad (4.17)$$

$$\Sigma F_y = F_1 \cos \varphi_1 - F_2 \cos \varphi_2 + F_3 \cos \varphi_3 \quad (4.18)$$

$$m \cdot a_x = -F_1 \sin \varphi_1 + F_2 \sin \varphi_2 + F_3 \sin \varphi_3 \quad (4.19)$$

$$m \cdot a_y = F_1 \cos \varphi_1 - F_2 \cos \varphi_2 + F_3 \cos \varphi_3 \quad (4.20)$$

Tomando el torque en el punto O:

$$\tau_0 = I \alpha \quad (4.21)$$

$$R(F_1 + F_2 + F_3) = mR^2 \alpha_0 \quad (4.22)$$

$$F_1 + F_2 + F_3 = mR \alpha_0 \quad (4.23)$$

Sustituyendo $\varphi_1 = \varphi_2 = 30^\circ$ y $\varphi_3 = 90^\circ$ en (4.19), (4.20)

$$ma_x = -F_1 + \frac{1}{2}F_2 + \frac{1}{2}F_3 \quad (4.24)$$

$$ma_y = -\frac{\sqrt{3}}{2}F_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}F_3 \quad (4.25)$$

$$mR\alpha_0 = F_1 + F_2 + F_3 \quad (4.26)$$

Expresando en forma matricial (4.24)- (4.26):

$$\begin{bmatrix} ma_x \\ ma_y \\ mR\alpha_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Despejando el vector de fuerzas:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.667 & 0 & 0.333 \\ 0.333 & -0.577 & 0.333 \\ 0.333 & 0.577 & 0.333 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ma_x \\ ma_y \\ mR\alpha_0 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$F_1 = -0.667ma_x + 0.333mR\alpha_0 \quad (4.29)$$

$$F_2 = 0.333ma_x - 0.577ma_y + 0.333mR\alpha_0 \quad (4.30)$$

$$F_3 = 0.333 \cdot m \cdot a_x + 0.577 \cdot m \cdot a_y + 0.333 \cdot m \cdot R \cdot \alpha_0 \quad (4.31)$$

Sustituyendo la aceleración en función de la aceleración angular $a = r_w \dot{\omega}$ en

(4.29)- (4.31):

$$mr_w \dot{\omega}_1 = -0.667ma_x + 0.333mR\alpha_0 \quad (4.32)$$

$$mr_w \dot{\omega}_2 = 0.333ma_x - 0.577ma_y + 0.333mR\alpha_0 \quad (4.33)$$

$$mr_w \dot{\omega}_3 = 0.333ma_x + 0.577ma_y + 0.333mR\alpha_0 \quad (4.34)$$

Despejando la aceleración angular de cada rueda:

$$\dot{\omega}_1 = \frac{-0.667a_x + 0.333R\alpha_0}{r_w} \quad (4.35)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{0.333a_x - 0.577a_y + 0.333R\alpha_0}{r_w} \quad (4.36)$$

$$\dot{\omega}_3 = \frac{0.333a_x + 0.577a_y + 0.333R\alpha_0}{r_w} \quad (4.37)$$

Integrando en función del tiempo cada una de las aceleraciones (4.35)- (4.37) se obtiene:

$$\omega_1 = \frac{-0.667v_x + 0.333R\omega_0}{r_w} \quad (4.38)$$

$$\omega_2 = \frac{0.333v_x - 0.577v_y + 0.333R\omega_0}{r_w} \quad (4.39)$$

$$\omega_3 = \frac{0.333v_x + 0.577v_y + 0.333R\omega_0}{r_w} \quad (4.40)$$

4.3. Modelo Dinámico

Basado en los aportes del trabajo de (Fierro & Lewis, 1998), se utiliza el método de Euler-Lagrange el cual permite determinar el balance de la energía del robot, el análisis de la energía cinética (K) y potencial (U) del sistema facilita la obtención de una representación matemática del comportamiento del robot, para el análisis, simulación y diseño de un controlador adecuado. Existen dos formas para obtener el modelado dinámico de este robot: a) realizar un análisis en cada plano, b) analizar las energías totales en 3D. El modelo 3D desarrollado en el presente proyecto de titulación abarca todo el sistema de este robot que consiste en una esfera, tres ruedas omnidireccionales y el cuerpo con tres motores. Como coordenadas mínimas \bar{q} , se usa el siguiente conjunto de variables.

$$\vec{q} = [\mathcal{G}_x \quad \mathcal{G}_y \quad \mathcal{G}_z \quad \varphi_x \quad \varphi_y]^T \quad (4.41)$$

Energías

Para cada parte del robot, se considera las energías de traslación, rotación y la energía potencial, se selecciona el plano con energía potencial cero para que coincida con el centro de la esfera.

- **Energía cinética de la esfera** (K_E)

La energía cinética total de la esfera consta de una componente de traslación y una de rotación, tal como se indica en la ecuación (4.42).

$$K_E = \frac{1}{2} m_E \dot{\vec{r}}_P^T \dot{\vec{r}}_P + \frac{1}{2} {}^L \vec{\Omega}_{EL}^T \Theta_{EL} \vec{\Omega}_{EL} \quad (4.42)$$

La esfera solo se mueve en dirección horizontal (x, y), lo que significa que su energía potencial U_E es cero en todo momento.

- **Energía cinética del cuerpo** (K_C)

Como se explicó anteriormente, en la masa e inercia del cuerpo (m_C y Θ_C), ya contempla la masa e inercia de los motores y las ruedas omnidireccionales. Para el cálculo de la energía cinética del cuerpo se elige el punto de referencia P , a diferencia que para el cálculo de la energía de la esfera se elige el centro de masa del robot. Como resultado, debe incluirse un término de acoplamiento (4.43).

$$K_C = \frac{1}{2} m_C \dot{\vec{r}}_P^T \dot{\vec{r}}_P + m_C ({}^C R_{CI}) \dot{\vec{r}}_P ({}^C \vec{\Omega}_C \times {}^C \vec{r}_{PSC}) + \frac{1}{2} {}^C \vec{\Omega}_C^T \Theta_{CC} \vec{\Omega}_C \quad (4.43)$$

donde, ${}^C \vec{r}_{PSC}$ representa el vector desde el centro de la esfera; P al centro de gravedad del cuerpo SC en el sistema de referencia C .

La energía potencial del cuerpo, incluidos los motores y las ruedas omnidireccionales, se calcula mediante la expresión (4.44).

$$U_C = m_C \bar{\mathbf{g}} R_{IC} \bar{\mathbf{r}}_{PSC} \quad (4.44)$$

donde el vector de gravedad se define como:

$$\bar{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}$$

- **Energía cinética de las ruedas omnidireccionales**

Para el caso de las ruedas omnidireccionales solo se considera las energías de rotación, esto se debe a que las ruedas giran alrededor del eje del motor respectivo (4.45).

$$K_{wi} = \frac{1}{2} {}_c\Theta_{wi} \Omega_{wi}^2 \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \quad (4.45)$$

Ecuaciones de Euler-Lagrange

Las ecuaciones de movimiento se obtienen resolviendo la ecuación de Euler-Lagrange, donde el Lagrangeano está definido por:

$$L = K - U \quad (4.46)$$

donde, K es la energía cinética total del robot Rueda Esférica (4.47) y, U es la energía potencial total (4.48).

$$K = K_E + K_C + K_{W1} + K_{W2} + K_{W3}$$

$$K = \frac{1}{2} m_E \dot{\bar{\mathbf{r}}}_P^T \dot{\bar{\mathbf{r}}}_P + \frac{1}{2} {}_L\bar{\Omega}_{EL}^T {}_L\Theta_{EL} \bar{\Omega}_E + \frac{1}{2} m_C \dot{\bar{\mathbf{r}}}_P^T \dot{\bar{\mathbf{r}}}_P + m_C (R_{CI} \dot{\bar{\mathbf{r}}}_P) ({}_c\bar{\Omega}_C \times {}_c\bar{\mathbf{r}}_{PSC}) + \dots$$

$$\frac{1}{2} {}_c\bar{\Omega}_C^T {}_c\Theta_{CC} \bar{\Omega}_C + \frac{1}{2} {}_c\Theta_{W1C} \Omega_{W1}^2 + \frac{1}{2} {}_c\Theta_{W2C} \Omega_{W2}^2 + \frac{1}{2} {}_c\Theta_{W3C} \Omega_{W3}^2 \quad (4.47)$$

$$U = U_C$$

$$U = m_C \bar{\mathbf{g}} R_{IC} \bar{\mathbf{r}}_{PSC} \quad (4.48)$$

Mediante (4.47) y (4.48) se determina el Lagrangeano total (4.49) el sistema:

$$\begin{aligned}
L = & \frac{1}{2} m_{E I} \dot{\mathbf{r}}_P^T \dot{\mathbf{r}}_P + \frac{1}{2} L \bar{\mathbf{\Omega}}_{E L}^T \Theta_{E L} \bar{\mathbf{\Omega}}_E + \frac{1}{2} m_{C I} \dot{\mathbf{r}}_P^T \dot{\mathbf{r}}_P + m_C \left(R_{C I} \dot{\mathbf{r}}_P \right) \left({}_C \bar{\mathbf{\Omega}}_C \times {}_C \bar{\mathbf{r}}_{PSC} \right) + \dots \\
& \frac{1}{2} {}_C \bar{\mathbf{\Omega}}_C^T \Theta_{C C} \bar{\mathbf{\Omega}}_C + \frac{1}{2} {}_C \Theta_{W1 C} \Omega_{W1}^2 + \frac{1}{2} {}_C \Theta_{W2 C} \Omega_{W2}^2 + \frac{1}{2} {}_C \Theta_{W3 C} \Omega_{W3}^2 - m_C \bar{\mathbf{g}} R_{IC} \bar{\mathbf{r}}_{PSC}
\end{aligned} \tag{4.49}$$

Empleando el método de Euler-Lagrange se propone: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}_i} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}_i} \right) = \tau_i$ para

determinar las fuerzas y torques de rotación generados por el robot rueda esférica, para lo cual se emplean las siguientes ecuaciones:

$$\tau_1 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}_x} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \vartheta_x} \right) \tag{4.50}$$

$$\tau_2 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}_y} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \vartheta_y} \right) \tag{4.51}$$

$$\tau_3 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}_z} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \vartheta_z} \right) \tag{4.52}$$

$$\tau_4 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_x} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \psi_x} \right) \tag{4.53}$$

$$\tau_5 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_y} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \psi_y} \right) \tag{4.54}$$

por lo tanto, se obtiene:

$$\tau_1 = M_{11} \ddot{\vartheta}_x + M_{12} \ddot{\vartheta}_z + M_{13} \ddot{\vartheta}_z + M_{14} \ddot{\psi}_x + M_{15} \ddot{\psi}_z + C_{11} \dot{\vartheta}_x + C_{12} \dot{\vartheta}_z + C_{13} \dot{\vartheta}_z + C_{14} \dot{\psi}_x + \dots$$

$$C_{15} \dot{\psi}_z + g_1$$

$$\tau_2 = M_{21} \ddot{\vartheta}_x + M_{22} \ddot{\vartheta}_z + M_{23} \ddot{\vartheta}_z + M_{24} \ddot{\psi}_x + M_{25} \ddot{\psi}_z + C_{21} \dot{\vartheta}_x + C_{22} \dot{\vartheta}_z + C_{23} \dot{\vartheta}_z + C_{24} \dot{\psi}_x + \dots$$

$$C_{25} \dot{\psi}_z + g_2$$

$$\tau_3 = M_{31} \ddot{\vartheta}_x + M_{32} \ddot{\vartheta}_z + M_{33} \ddot{\vartheta}_z + M_{34} \ddot{\psi}_x + M_{35} \ddot{\psi}_z + C_{31} \dot{\vartheta}_x + C_{32} \dot{\vartheta}_z + C_{33} \dot{\vartheta}_z + C_{34} \dot{\psi}_x + \dots$$

$$C_{35} \dot{\psi}_z + g_3$$

$$\tau_4 = M_{41} \ddot{\vartheta}_x + M_{42} \ddot{\vartheta}_z + M_{43} \ddot{\vartheta}_z + M_{44} \ddot{\psi}_x + M_{45} \ddot{\psi}_z + C_{41} \dot{\vartheta}_x + C_{42} \dot{\vartheta}_z + C_{43} \dot{\vartheta}_z + C_{44} \dot{\psi}_x + \dots$$

$$C_{45} \dot{\psi}_z + g_4$$

$$\tau_5 = M_{51}\ddot{\theta}_x + M_{52}\ddot{\theta}_z + M_{53}\ddot{\theta}_z + M_{54}\ddot{\psi}_x + M_{55}\ddot{\psi}_z + C_{51}\dot{\theta}_x + C_{52}\dot{\theta}_z + C_{53}\dot{\theta}_z + C_{54}\dot{\psi}_x + \dots \\ C_{55}\dot{\psi}_z + g_5$$

En forma general, los torques obtenidos se describen en forma matricial como se indica a continuación:

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} & M_{15} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} & M_{25} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} & M_{35} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} & M_{45} \\ M_{51} & M_{52} & M_{53} & M_{54} & M_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_x \\ \ddot{\theta}_y \\ \ddot{\theta}_z \\ \ddot{\psi}_x \\ \ddot{\psi}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \\ \dot{\theta}_z \\ \dot{\psi}_x \\ \dot{\psi}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \\ g_5 \end{bmatrix}$$

$$M_{11} = {}_C\Theta_{CWx} + \frac{(3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi})}{4r_W^2}$$

$$M_{12} = 0$$

$$M_{13} = - \left(\frac{\left(\left(4{}_C\Theta_{CWx}r_W^2 + 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} \right) \sin(\mathcal{G}_y) \right)}{4r_W^2} \right)$$

$$M_{14} = lm_{CW}r_E \cos(\mathcal{G}_x) - \frac{(3r_E(r_E + r_W)\Theta_{Wi} \cos(\mathcal{G}_y))}{4r_W^2}$$

$$M_{15} = -lm_{CW}r_E \sin(\mathcal{G}_x) \sin(\mathcal{G}_y)$$

$$M_{21} = M_{12}$$

$$M_{22} = \frac{1}{8r_W^2} \left(4({}_C\Theta_{CWy} + {}_C\Theta_{CWz})r_W^2 + 9(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} + \dots \right)$$

$$\left(4({}_C\Theta_{CWy} - {}_C\Theta_{CWz})r_W^2 - 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} \right) \cos(2\mathcal{G}_x)$$

$$M_{23} = \frac{\left(4({}_C\Theta_{CWy} - {}_C\Theta_{CWz})r_W^2 - 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} \right) \cos(\mathcal{G}_y) \sin(2\mathcal{G}_x)}{8r_W^2}$$

$$M_{24} = \frac{3r_E(r_E + r_W)\Theta_{Wi} \sin(2\mathcal{G}_x) \sin(\mathcal{G}_y)}{8r_W^2}$$

$$M_{25} = \frac{3r_E(r_E + r_W)\Theta_{Wi} (-3 + \cos(2\mathcal{G}_x))}{8r_W^2 + lm_{CW}r_E \cos(\mathcal{G}_x) \cos(\mathcal{G}_y)}$$

$$M_{31} = M_{13}$$

$$M_{32} = M_{23}$$

$$M_{33} = \frac{1}{4r_W^2} \left(\cos(\vartheta_y)^2 \left(2 \left(2 {}_C \Theta_{CWz} r_W^2 + 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} \right) \cos(\vartheta_x)^2 + \dots \right. \right. \\ \left. \left. \left(4 {}_C \Theta_{CWy} r_W^2 + 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} \right) \sin(\vartheta_x)^2 + \left(4 {}_C \Theta_{CWx} r_W^2 (r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} \right) \sin(\vartheta_y)^2 \right) \right)$$

$$M_{34} = \frac{r_E \cos(\vartheta_x) (-8lm_{CW} \sin(\vartheta_x)) - \left(3(r_E + r_W) \Theta_{Wi} \cos(\vartheta_x) \sin(2\vartheta_y) \right)}{8r_W^2}$$

$$M_{35} = \frac{r_E \left(4lm_{CW} + 3(r_E + r_W) \Theta_{Wi} \cos(\vartheta_x) \cos(\vartheta_y) \right) \sin(\vartheta_x)}{4r_W^2}$$

$$M_{41} = M_{14}$$

$$M_{42} = M_{24}$$

$$M_{43} = M_{34}$$

$$M_{44} = \frac{1}{16r_W^2} \left(16r_W^2 \left((m_{CW} + m_E) r_E^2 + \Theta_{Wi} \right) + 15r_E^2 \Theta_{Wi} + 3r_E^2 \Theta_{Wi} (\cos(2\vartheta_x)) - \dots \right. \\ \left. 2 \cos(\vartheta_x)^2 \cos(2\vartheta_y)^2 \right)$$

$$M_{45} = - \frac{3r_E^2 \Theta_{Wi} \sin(2\vartheta_x) \sin(\vartheta_y)}{8r_W^2}$$

$$M_{51} = M_{15}$$

$$M_{52} = M_{25}$$

$$M_{53} = M_{35}$$

$$M_{54} = M_{45}$$

$$M_{55} = \frac{8r_W^2 \left((m_{CW} + m_E) r_E^2 + \Theta_{Wi} \right) + 9r_E^2 \Theta_{Wi} - 3r_E^2 \Theta_{Wi} \cos(2\vartheta_x)}{8r_W^2}$$

$$C_{11} = 0$$

$$C_{12} = \frac{1}{8r_W^2} \left(12r_E (r_E + r_W) \Theta_{Wi} \sin(\vartheta_x)^2 \sin(\vartheta_y) \dot{\varphi}_x + \sin(2\vartheta_x) \dots \right. \\ \left. \left(6r_E (r_E + r_W) \Theta_{Wi} \dot{\varphi}_y + \left(4 \left({}_C \Theta_{CWy} - {}_C \Theta_{CWz} \right) r_W^2 - 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} \dot{\vartheta}_y \right) \right) - \dots \right. \\ \left. 2 \cdot \left(4 {}_C \Theta_{CWx} r_W^2 + 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} + \left(4 \left({}_C \Theta_{CWy} - {}_C \Theta_{CWz} \right) r_W^2 - 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} \right) \dots \right. \right. \\ \left. \left. \cos(2\vartheta_x) \cos(\vartheta_y) \dot{\vartheta}_z \right) \right)$$

$$C_{13} = \frac{1}{8r_W^2} \left(r_E \left(-8lm_{cW} r_W^2 \sin(\mathcal{G}_x) \sin(\mathcal{G}_y) - 3(r_E + r_W) \Theta_{Wi} \sin(2\mathcal{G}_x) \dots \right. \right. \\ \left. \left. \sin(2\mathcal{G}_y) \right) \dot{\phi}_x + 2r_E \left(-4lm_{cW} r_W^2 \cos(\mathcal{G}_x) - 3(r_E + r_W) \Theta_{Wi} \cos(2\mathcal{G}_x) \cos(\mathcal{G}_y) \right) \dot{\phi}_y + \dots \right. \\ \left. \left(4(-{}_c\Theta + {}_c\Theta_{cWz}) r_W^2 + 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} \right) \cos(\mathcal{G}_y)^2 \sin(2\mathcal{G}_x) \dot{\mathcal{G}}_z \right. \\ \left. C_{14} = \frac{3r_E^2 \Theta_{Wi} \sin(\mathcal{G}_y) \left(\sin(2\mathcal{G}_x) \sin(\mathcal{G}_y) \dot{\phi}_x + 2 \cos(2\mathcal{G}_x) \dot{\phi}_y \right)}{8r_W^2} \right.$$

$$C_{15} = -\frac{3r_E^2 \Theta_{Wi} \sin(2\mathcal{G}_x) \dot{\phi}_y}{8r_W^2}$$

$$C_{21} = \frac{1}{4r_W^2} \left(-6r_E (r_E + r_W) \Theta_{Wi} \sin(\mathcal{G}_x)^2 \sin(\mathcal{G}_y) \dot{\phi}_x + \sin(2\mathcal{G}_x) \left(-3r_E (r_E + r_W) \dots \right. \right. \\ \left. \left. \Theta_{Wi} \dot{\phi}_y + \left(4(-{}_c\Theta_{cWy} + {}_c\Theta_{cWz}) r_W^2 + 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} \right) \dot{\mathcal{G}}_y + \left(4{}_c\Theta_{cWx} r_W^2 + 3(r_E + r_W)^2 \dots \right. \right. \right. \\ \left. \left. \Theta_{Wi} + \left(4({}_c\Theta_{cWy} - {}_c\Theta_{cWz}) r_W^2 - 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} \right) \cos(2\mathcal{G}_x) \cos(\mathcal{G}_y) \dot{\mathcal{G}}_z \right) \right.$$

$$C_{22} = 0$$

$$C_{23} = \frac{1}{16r_W^2} \left(4r_E \cos(\mathcal{G}_x) \left(4lm_{cW} r_W^2 \cos(\mathcal{G}_y) + 3(r_E + r_W) \Theta_{Wi} \cos(\mathcal{G}_x) \cos(2\mathcal{G}_x) \right) \dot{\phi}_x + \dots \right. \\ \left. 6r_E (r_E + r_W) \Theta_{Wi} \sin(2\mathcal{G}_x) \sin(\mathcal{G}_y) \dot{\phi}_y + \left(4(-2{}_c\Theta_{cWx} + {}_c\Theta_{cWy} + {}_c\Theta_{cWz}) r_W^2 + 3(r_E + r_W) \Theta_{Wi} + \dots \right. \right. \\ \left. \left. \left(4(-{}_c\Theta_{cWy} + {}_c\Theta_{cWz}) r_W^2 + 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} \right) \cos(2\mathcal{G}_x) \right) \sin(2\mathcal{G}_y) \dot{\mathcal{G}}_z \right) \\ C_{24} = -\frac{3r_E^2 \Theta_{Wi} \cos(\mathcal{G}_x)^2 \left(\sin(2\mathcal{G}_y) \dot{\phi}_x - 2 \cos(\mathcal{G}_y) \tan(\mathcal{G}_x) \dot{\phi}_y \right)}{8r_W^2}$$

$$C_{25} = 0$$

$$C_{31} = \frac{1}{8r_W^2} \left(r_E \left(8lm_{cW} r_W^2 \sin(\mathcal{G}_x) \sin(\mathcal{G}_y) + 3(r_E + r_W) \Theta_{Wi} \sin(2\mathcal{G}_x) \sin(2\mathcal{G}_y) \right) \dot{\phi}_x + \dots \right. \\ \left. 2 \left(r_E \left(4lm_{cW} r_W^2 \cos(\mathcal{G}_x) + 3(r_E + r_W) \Theta_{Wi} \cos(2\mathcal{G}_x) \cos(\mathcal{G}_y) \right) \dot{\phi}_y - \dots \right. \right. \\ \left. \left. \cos(\mathcal{G}_y) \left(\left(4{}_c\Theta_{cWx} r_W^2 + 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} + \left(4(-{}_c\Theta_{cWy} + {}_c\Theta_{cWz}) r_W^2 + 3(r_E + r_W) \Theta_{Wi} \right) \cos(2\mathcal{G}_x) \dots \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \dot{\mathcal{G}}_y + \left(4(-{}_c\Theta_{cWy} + {}_c\Theta_{cWz}) r_W^2 + 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} \right) \cos(\mathcal{G}_y) \sin(2\mathcal{G}_y) \mathcal{G}_z \right) \right) \right) \right)$$

$$\begin{aligned}
C_{32} = & -\frac{1}{8r_W^2} \left(2r_E \cos(\vartheta_x) (4lm_{CW} r_W^2 \cos(\vartheta_y) + 3(r_E + r_W) \Theta_{Wi} \cos(\vartheta_x) \cos(2\vartheta_y)) \dot{\varphi}_x + \dots \right. \\
& \sin(2\vartheta_x) \sin(\vartheta_y) \left(3r_E (r_E + r_W) \Theta_{Wi} \dot{\varphi}_y + \left(4({}_C \Theta_{CWy} - {}_C \Theta_{CWz}) r_W^2 - 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} \right) \dot{\vartheta}_y + \dots \right. \\
& \left. \left(4(-2{}_C \Theta_{CWx} + {}_C \Theta_{CWy} + {}_C \Theta_{CWz}) r_W^2 + 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} + \left(4(-{}_C \Theta_{CWy} + {}_C \Theta_{CWz}) r_W^2 + \dots \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. 3(r_E + r_W)^2 \Theta_{Wi} \right) \cos(2\vartheta_x) \right) \sin(2\vartheta_y) \dot{\vartheta}_z \right)
\end{aligned}$$

$$C_{33} = 0$$

$$C_{34} = 0$$

$$C_{35} = 0$$

$$\begin{aligned}
C_{41} = & \frac{1}{8r_W^2} \left(2r_E (-4lm_{CW} r_W^2 \sin(\vartheta_x) \dot{\vartheta}_x + 3\Theta_{Wi} \sin(2\vartheta_y) \left(-r_E (\sin(2\vartheta_x) \sin(\vartheta_y) \dot{\varphi}_x + \dots \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \cos(2\vartheta_x) \dot{\varphi}_y + 2(r_E + r_W) \cos(\vartheta_x)^2 \dot{\vartheta}_y + r_E (8l r_W^2 \sin(\vartheta_x) \sin(\vartheta_y) + \dots \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. 3 \cdot (r_E + r_W) \Theta_{Wi} \sin(2\vartheta_x) \sin(2\vartheta_y) \right) \dot{\vartheta}_z \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{42} = & \frac{1}{4r_W^2} \left(r_E \cos(\vartheta_x) \left(3r_E \Theta_{Wi} \cos(\vartheta_x) \sin(2\vartheta_y) \dot{\varphi}_x - 3(r_E + r_W) \Theta_{Wi} \cos(\vartheta_x) \cos(2\vartheta_y) \dot{\vartheta}_z + \dots \right. \right. \\
& \left. \left. \cos(\vartheta_y) \left(3\Theta_{Wi} \sin(\vartheta_x) \left(-r_E \dot{\varphi}_y + (r_E + r_W) \dot{\vartheta}_y - 4lm_{CW} r_W^2 \dot{\vartheta}_z \right) \right) \right)
\end{aligned}$$

$$C_{43} = 0$$

$$C_{44} = 0$$

$$C_{45} = 0$$

$$\begin{aligned}
C_{52} = & -\frac{1}{4r_W^2} r_E \cos(\vartheta_y) \left(4lm_{CW} r_W^2 \sin(\vartheta_y) \dot{\vartheta}_y + 3\Theta_{Wi} \sin(\vartheta_x) + \dots \right. \\
& \left. (r_E \cos(\vartheta_y) \dot{\varphi}_x + (r_E + r_W) \sin(\vartheta_y) \vartheta_z) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{51} = & \frac{1}{4r_W^2} r_E \left(-8lm_{CW} r_W^2 \cos(\vartheta_y) \sin(\vartheta_x) \dot{\vartheta}_y - 3\Theta_{Wi} \sin(2\vartheta_x) \left(-r_E \dot{\varphi}_y + \dots \right. \right. \\
& \left. \left. (r_E + r_W) \dot{\vartheta}_x + 4lm_{CW} r_W^2 \cos(\vartheta_x) \left(\sin(\vartheta_y) \dot{\vartheta}_x + \dot{\vartheta}_z \right) + \dots \right. \right. \\
& \left. \left. 3\Theta_{Wi} \cos(2\vartheta_x) \left(-r_E \sin(\vartheta_y) \dot{\varphi}_x + (r_E + r_W) \cos(\vartheta_y) \vartheta_z \right) \right)
\end{aligned}$$

$$C_{52} =$$

$$C_{53} = 0$$

$$C_{54} = 0$$

$$C_{55} = 0$$

$$g_1 = -glm_{CW} \cos(\mathcal{G}_y) \sin(\mathcal{G}_x)$$

$$g_2 = -glm_{CW} \cos(\mathcal{G}_x) \sin(\mathcal{G}_y)$$

$$g_3 = 0$$

$$g_4 = 0$$

$$g_5 = 0$$

En forma general se obtiene:

$$\mathbf{M}(q)\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}(q, \dot{q})\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{g}(q) = \boldsymbol{\tau}(t) \quad (4.55)$$

donde, $\mathbf{M}(q)$ es la matriz de inercia; $\mathbf{C}(q, \dot{q})$ es la matriz de fuerzas centrípetas y centrífugas; $\mathbf{g}(q)$ es la matriz de fuerza gravitacional y $\boldsymbol{\tau}(t)$ son los torques generados por el robot.

Los torques obtenidos, hacen referencia a cada uno de grados de libertad de robot; sin embargo, el sistema de locomoción del robot rueda esférica cuenta con tres ruedas adaptadas a sus respectivos motores para su accionamiento, por lo cual se debe emplear una matriz de transformación (\mathbf{C}):

$$\boldsymbol{\tau}(t) = \mathbf{C}\boldsymbol{\tau}_{Ruedas} \quad (4.56)$$

El torque de los motores se puede expresar de forma general según la ecuación (4.57); donde $i = 1, 2, 3$ corresponde a cada motor del robot; $\boldsymbol{\tau}_{Ruedas}$ son los torques; v_i son los voltajes de alimentación; \dot{q}_i son las velocidades angulares de cada motor; k_a es la constante de torque multiplicado por la constante de reducción; k_b es el producto de la constante contra electromotriz y la constante de reducción; R_a es la resistencia eléctrica de los motores, (se considera que los motores tienen características similares).

$$\boldsymbol{\tau}_{Ruedas} = \frac{k_a (v_i - k_b \dot{q}_i)}{R_a} \quad (4.57)$$

Expresando matricialmente (4.57):

$$\begin{bmatrix} \tau_{rueda1} \\ \tau_{rueda2} \\ \tau_{rueda3} \end{bmatrix} = \frac{k_a}{R_a} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} - \frac{k_a k_b}{R_a} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{Ruedas} = \mathbf{D}_a \mathbf{v}_a(t) - \mathbf{E}_a \dot{\mathbf{q}}_a(t) \quad (4.58)$$

donde, $\mathbf{v}_a(t)$ son los voltajes de alimentación de cada motor y, $\mathbf{D}_a, \mathbf{E}_a$ son matrices constantes.

Los voltajes de alimentación de los motores del robot pueden ser expresados en forma general en función de un controlador PD como muestra:

$$v_i = K_p (\dot{q}_{i_ref} - \dot{q}_i) - \ddot{q}_i K_D \quad (4.59)$$

Siendo $\dot{\mathbf{q}}_{i_ref}$ la velocidad angular de referencia de los controladores PD, $\ddot{\mathbf{q}}_i$ la aceleración de los motores; y K_p, K_D son constantes de ganancia proporcional y derivativa respectivamente, expresando matricialmente (4.59) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_p & 0 & 0 \\ 0 & K_p & 0 \\ 0 & 0 & K_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_{1ref} \\ \dot{q}_{2ref} \\ \dot{q}_{3ref} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_p & 0 & 0 \\ 0 & K_p & 0 \\ 0 & 0 & K_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_D & 0 & 0 \\ 0 & K_D & 0 \\ 0 & 0 & K_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_a(t) = \mathbf{L}_A \dot{\mathbf{q}}_{a_ref}(t) - \mathbf{L}_A \dot{\mathbf{q}}_a(t) - \mathbf{J}_A \ddot{\mathbf{q}}_a(t) \quad (4.60)$$

donde, $\dot{\mathbf{q}}_{a_ref}(t)$ son las velocidades angulares de referencia de los motores y,

$\mathbf{L}_A, \mathbf{J}_A$ son matrices constantes de ganancia.

Reemplazando (4.60) en (4.58) se determina:

$$\boldsymbol{\tau}_{Ruedas} = \mathbf{D}_a \left[\mathbf{L}_A \dot{\mathbf{q}}_{a_ref}(t) - \mathbf{L}_A \dot{\mathbf{q}}_a(t) - \mathbf{J}_A \ddot{\mathbf{q}}_a(t) \right] - \mathbf{E}_a \dot{\mathbf{q}}_a(t) \quad (4.61)$$

igualando (4.61) y (4.55):

$$\mathbf{D}_a \left[\mathbf{L}_A \dot{\mathbf{q}}_{a_ref}(t) - \mathbf{L}_A \dot{\mathbf{q}}_a(t) - \mathbf{J}_A \ddot{\mathbf{q}}_a(t) \right] - \mathbf{E}_a \dot{\mathbf{q}}_a(t) = \text{CONV}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{M}(q)\ddot{\mathbf{q}}(t) + \dots \\ \mathbf{C}(q, \dot{q})\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{g}(q) \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

Despejando $\dot{\mathbf{q}}_{a_ref}(t)$ se obtiene:

$$(4.63)$$

4.4. Identificación de parámetros por el método de PSO

Su objetivo principal es mejorar el modelamiento matemático del sistema robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional que ha sido definido anteriormente, mediante utilizar datos experimentales es posible describir el comportamiento real de robot en un instante de trabajo determinado. La identificación de parámetros es una forma de establecer una relación entre los resultados reales y los resultados del modelo matemático desarrollado permitiendo mejorar el modelo obtenido, hasta que el comportamiento del robot muestre un procedimiento con mayor exactitud y permita cumplir los fines deseados del control (Rodríguez & López , 1996). Para la adaptación del algoritmo PSO al modelo dinámico se inicia primero la descripción del algoritmo PSO, estudiando la anatomía de la partícula tal como se muestra en la Figura 34.

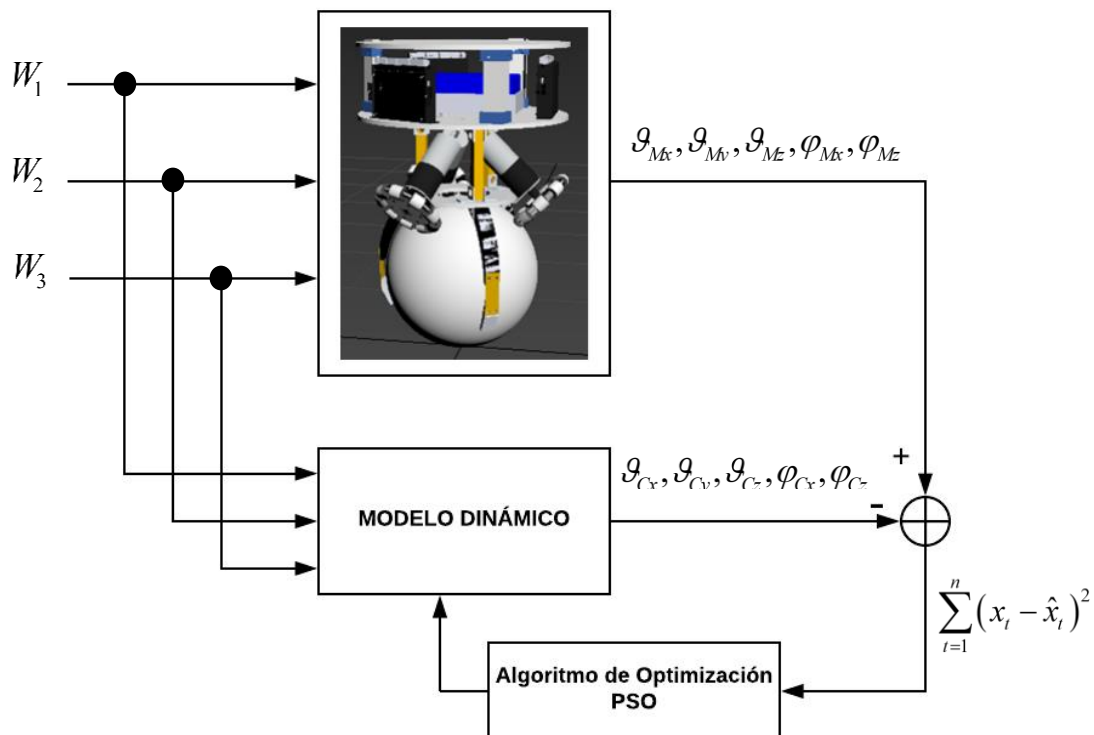


Figura 34 Esquema para la identificación de los parámetros del robot

En la Figura 34 se muestra el esquema de la identificación de parámetros del robot Rueda Esférica Tipo Omnidireccional. El error entre la lectura de las

variables de estado $(\mathcal{G}_{Mx}, \mathcal{G}_{My}, \mathcal{G}_{Mz}, \varphi_{Mx}, \varphi_{My})$ del robot y la lectura de salida del modelo $(\mathcal{G}_{Cx}, \mathcal{G}_{Cy}, \mathcal{G}_{Cz}, \varphi_{Cx}, \varphi_{Cy})$ es usado como criterio para corregir los parámetros del modelo, con el fin de identificar todos los parámetros dinámicos del robot. Como primer paso se crea una población por k partículas y cada una de ellas en un estado i , para este caso el total de población es de 30 partículas cada partícula se representa mediante un vector cuyas posiciones indican los valores de las variables que se desean identificar.

En la ejecución del algoritmo PSO durante cada iteración se selecciona el líder del grupo comparando los valores de la función objetivo de cada partícula con la función objetivo del líder que es la partícula que tiene el mejor valor de posición. A lo largo del proceso de optimización, cada vez que una partícula mejore el valor de su función objetivo, se actualiza el valor de su mejor posición local $mejorpos_i$ y cada vez que existe un cambio de líder se actualiza el valor a la mejor posición global $mejorpos$.

Posteriormente se configura la función velocidad que es un vector que guía a las partículas durante el proceso de búsqueda y permite actualizar su posición. La velocidad es un vector cuyas dimensiones deben ser iguales, este vector contiene información de la evolución de posicionamiento local y colectivo de todo el grupo. Para el cálculo de la velocidad de cada partícula se utilizó la expresión (2.26).

$$V_i^t = \Omega^{t-1} V_i^{t-1} + \varphi_1 rad_1 (mejorpos_i - X_i^{t-1}) + \varphi_2 rad_2 (mejorpos - X_i^{t-1})$$

donde, V_i^{t-1} es la velocidad actual; Ω^{t-1} el factor de inercia actúa sobre la velocidad actual de la partícula, en el cual un valor muy elevado puede ocasionar una búsqueda profunda mientras que un valor demasiado pequeño lleva a que la búsqueda sea demasiado breve

$$\Omega^{t-1} = 0.9 - \left(0.5 \frac{\text{Iteración}}{\text{Max_num_Iteraciones}} \right)$$

donde, el número de iteraciones inicializa en 0 y el número máximo de iteraciones 20.

Las constantes de aceleración $\varphi_1 = \varphi_2 = 2.05$, son valores que direccionan las partículas hacia su mejor posición local y global respectivamente, la adecuada calibración de estos valores permite que la población no se homogenice durante el proceso, dichos valores fueron elegidos en base a pruebas experimentales (Ruiz F., Toro O., & Gallego R., 2008); rad_1, rad_2 son valores aleatorios de 0 a 1 que pertenecen a una distribución de probabilidad uniforme.

Para actualizar la posición de las partículas se aplica la siguiente ecuación:

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1)$$

la posición actualizada de las partículas son los valores que se desea identificar los mismos que satisfacen las restricciones de las variables del robot los cuales se indican en la Tabla 8, para esto se define un rango de valores para las velocidades evitando de este modo sobrepasar el límite impuesto.

4.5. Diseño del esquema de control

4.5.1. Control Cinemático

El control cinemático de equilibrio a desarrollar para el robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional se divide en dos ejes x, y empleando este método, la propulsión del robot se simplifica a dos ruedas virtuales que permiten un movimiento en las direcciones x, y . El sistema de sensado mediante la MPU mide constantemente la magnitud y dirección de los ángulos de inclinación del cuerpo del robot, las medidas de estos ángulos cumplen la función de realimentar el lazo de control. Para lograr la estabilidad del robot se aplica un control PID por separado tanto para el ángulo de inclinación en el eje x como para el eje y , obteniendo así la aceleración para el robot en la dirección de inclinación, para lograr la rotación de las tres ruedas se considera las ecuaciones de la cinemática inversa de la sección 4.2, tal como muestra la Figura 35.

Se considera como punto de equilibrio constante a la posición 0° en los dos ejes variables, fuera de este valor el controlador entregará valores de velocidad para cada una de las llantas produciendo la rotación de la esfera. En la implementación de este controlador por sugerencia del artículo (Hew Yeong Han, 2014) el tiempo de muestreo debe ser de 100Hz para lograr que el robot se mantenga dinámicamente estable.

El error de los ángulos de inclinación en los ejes x, y está dado por (4.64)

$$\varphi_{xerror} = \varphi_x - 0 \text{ y } \theta_{yerror} = \theta_y - 0 \quad (4.64)$$

Las velocidades para el lazo de control están definidas:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{\varphi_x} &= \mathcal{G}_{\varphi_x(t-1)} + K_{p_x} (\varphi_x - \varphi_{x(t-1)}) + K_{i_x} (\varphi_x) + K_{d_x} (\varphi_x - 2\varphi_{x(t-1)} + \varphi_{x(t-2)}) \\ \mathcal{G}_{\theta_y} &= \mathcal{G}_{\theta_y(t-1)} + K_{p_y} (\theta_y - \theta_{y(t-1)}) + K_{i_y} (\theta_y) + K_{d_y} (\theta_y - 2\theta_{y(t-1)} + \theta_{y(t-2)}) \end{aligned} \quad (4.65)$$

La ecuación (4.65) expresa las acciones de control para mantener al robot en posición perpendicular a la superficie de contacto donde, φ_x es el ángulo de inclinación con respecto al eje x ; θ_y es el ángulo de inclinación con respecto al eje y . Las ganancias $K_{p_x}, K_{i_x}, K_{d_x}, K_{p_y}, K_{i_y}, K_{d_y}$ deben determinarse intuitivamente observando los cambios dinámicos del robot, debido a que no existe un método recomendado o específico para determinarlas. La salida de este lazo de control proporciona la velocidad en los ejes, la cual se emplea en la cinemática inversa del robot para lograr la rotación de las tres ruedas.

El algoritmo de control a implementar asegura que las salidas son proporcionales a la magnitud de inclinación logrando que el robot se mueva hacia la dirección de inclinación, si existe acciones de control tanto para el eje x, y se calcula el sentido y magnitud de rotación mediante el uso de la cinemática inversa de la sección 4.2. Para lograr una efectiva reacción del controlador las velocidades de los motores son reguladas por el controlador interno en lazo cerrado que poseen las tarjetas servocontroladoras, como se indica en la sección 3.2.3.

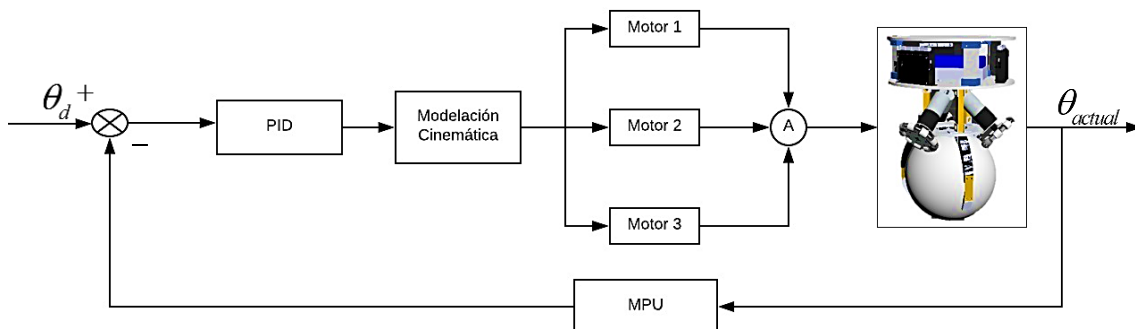


Figura 35 Diagrama de bloques del control cinemático de estabilidad

4.5.2. Control Dinámico

En la sección 4.3 se desarrolló el modelo dinámico 3D del robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional el cual se empleará para proponer una estrategia de control. Existen diferentes técnicas para proponer estrategias de control empleando el modelo dinámico de un robot; sin embargo, debido a la simplicidad se plantea un control PID para mantener la estabilidad del robot y realizar un desplazamiento deseado. El control PID no es un control recomendable para sistemas inestables, pero debido a la exactitud del modelo dinámico obtenido existen varias referencias que afirman que este tipo de control es fiable para este tipo de sistemas.

Típicamente, el diagrama de bloques del controlador PID se muestra en la Figura 36. La ley de control en lazo cerrado de esta estrategia de control está dada por (4.66)

$$\tau = K_p(q^d - q) + K_D(\dot{q}^d - \dot{q}) + K_I \int_0^t (q^d - q) d\tau + g(q) \quad (4.66)$$

donde, $(q^d - q)$ expresa el error de posición de las variables de estado definido como la diferencia entre la posición deseada $(\vartheta_{xd}, \vartheta_{yd}, \vartheta_{zd}, \varphi_{xd}, \varphi_{yd})$ y la posición actual $(\vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z, \varphi_x, \varphi_y)$, K_p, K_D, K_I son matrices diagonales definidas positivas

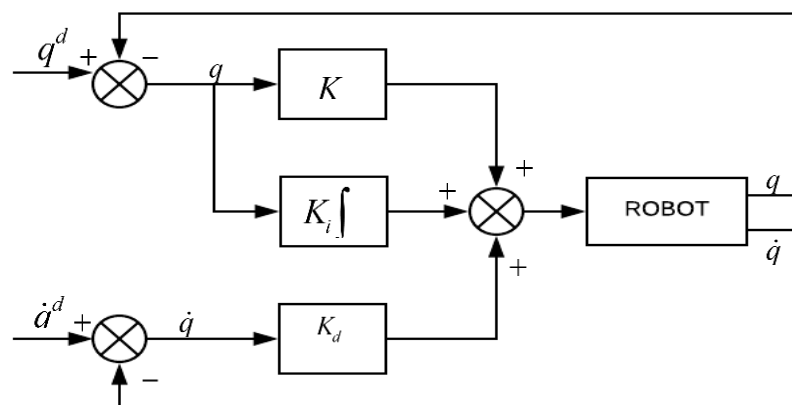


Figura 36 Diagrama de bloques de un control PID

La salida de este controlador proporciona torques, los mismos que representan es esfuerzo de torsión de cada uno de los estados; el robot Rueda Esférica es un sistema en el cual el número de variables de estado no es igual al número de salidas por lo cual, a la salida de controlador se debe emplear una matriz de conversión (4.56) para así obtener igual número de torques y actuadores. Sin embargo, la señal de entrada de los motores que se emplea en este robot es velocidad (rpm), por lo cual se debe realizar la conversión de torques a velocidades lo cual se desarrolla en la sección 4.3.

Las variables de estado que se emplea en el desarrollo del modelo dinámico del robot $\vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z, \varphi_x, \varphi_y$, donde $\vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z$ representa la posición del cuerpo en los tres planos y, φ_x, φ_y representan los ángulos rodados por la esfera en los planos x, y para definir estas variables se debe determinar la traslación de la esfera en función de las velocidades de cada rueda W_1, W_2, W_3 para esto se emplea una etapa de odometría ver Anexo 5, el esquema del control del robot Rueda Esférica se muestra en la Figura 37.

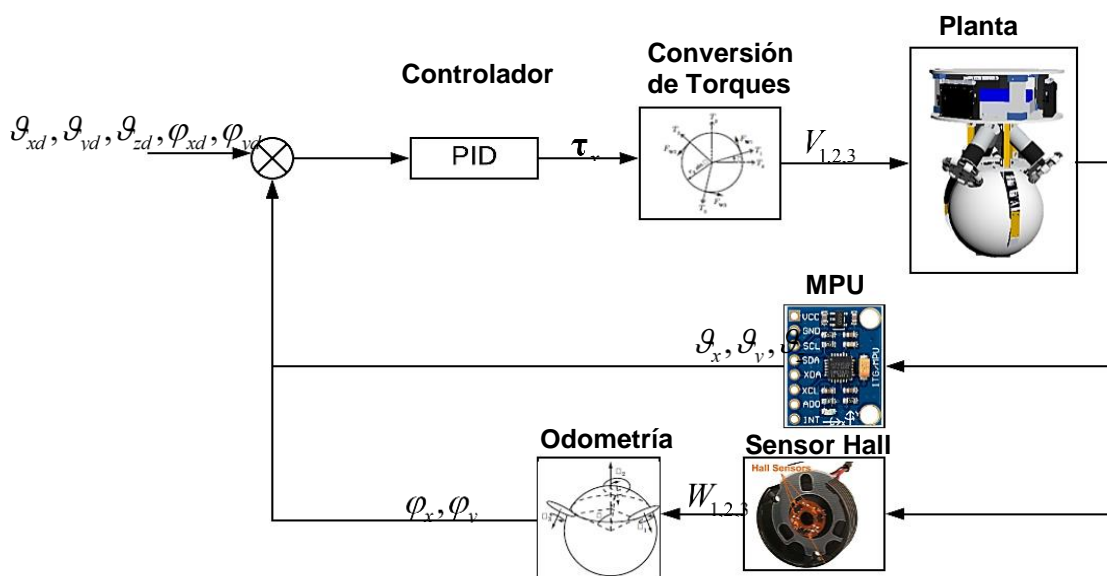


Figura 37 Diagrama de bloques del control PID en el robot Rueda Esférica

El objetivo de la implementación del desarrollo del presente proyecto de titulación es realizar el control de equilibrio y desplazamiento del Robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional, por lo cual una vez realizado la parte crítica del

control (estabilidad), se desarrolla un control en cascada para realizar el desplazamiento del robot. La Figura 38 muestra el lazo de control que se implementa para la tarea de desplazamiento.

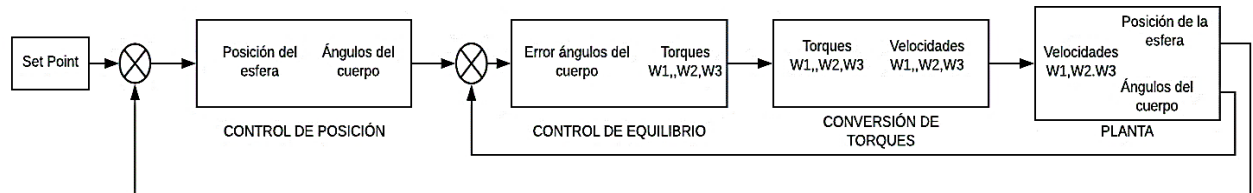


Figura 38 Diagrama de bloques del control en cascada para el equilibrio y desplazamiento el robot Rueda Esférica

4.5.3. Análisis de estabilidad

La teoría de estabilidad de Lyapunov permite realizar un análisis de los sistemas de control no lineales, como la síntesis de controladores estable, empelando la ley de control de la sección 4.5.2 para determinar la estabilidad se siguen los siguientes pasos:

1. Definir la función candidata de Lyapunov $V(x(t)); x \in \mathbb{R}^n$; la misma que debe cumplir con ciertas condiciones (W._Khalil, 204) :

La función candidata de Lyapunov $V(x)$ debe cumplir con requisitos:

- La función debe ser $V(x)$ definida positiva, es decir, si en el punto de equilibrio $x = 0$ cumple que $V(x) > 0$ y $V(0) = 0$, Si $V(x) = 0$, entonces la función es semi-definida positiva (PSD).
- La función $V(x)$ debe tener derivadas parciales continuas. Además, para algunos $\epsilon > 0$, $V(x)$ debería ser menor que ϵ en una región finita en el origen.

La función candidata para este sistema estada dado por (4.67):

$$V = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} + \frac{1}{2} e^T K_p e \quad (4.67)$$

Donde, $e = q^d - q$ es el error de posición, y q^d son valores constates que corresponden a la posición deseada de las variables de estado.

2. Obtener $\dot{V}(x(t)) = \frac{dV(x(t))}{dt}$

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} + \dot{q}^T M \ddot{q} - e^T K_p \dot{q} \quad (4.68)$$

3. Definir la ecuación en lazo cerrado del control (4.69)

$$\tau = K_p e - K_D \dot{q} + g \quad (4.69)$$

y, teniendo la ecuación (4.70):

$$\tau = M \ddot{q} + C \dot{q} + g \quad (4.70)$$

Igualando las ecuaciones (4.69) y (4.70):

$$K_p e - K_D \dot{q} + g = M \ddot{q} + C \dot{q} + g$$

Reemplazando $M \ddot{q}$ en (4.68) se obtiene la siguiente expresión:

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{q}^T (\dot{M} - 2C) \dot{q} - \dot{q}^T K_D \dot{q} \quad (4.71)$$

Dado que la matriz $(\dot{M} - 2C)$ es una Skew Symmetric Matrix (Mathematics, 2018), como se demuestra en (Koditschek, 1984), (Arimoto S., 1993), por lo tanto el término $\dot{q}^T (\dot{M} - 2C) \dot{q}$ es una matriz nula, reemplazando en (4.71) se obtiene (4.72):

$$\dot{V} = -\dot{q}^T K_D \dot{q} \quad (4.72)$$

Si se considera que $\dot{q} > 0$ y K_D es una matriz definida positiva, se determina:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\dot{q}^T K_D \dot{q} \\ \dot{V} &= -((+)(+)(+)) \\ \dot{V} &< 0 \end{aligned}$$

y, si $\dot{q} < 0$ y K_D es una matriz definida positiva:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\dot{q}^T K_D \dot{q} \\ \dot{V} &= -((-)(+)(-)) \\ \dot{V} &< 0 \end{aligned}$$

por lo tanto, la ecuación de control es asintóticamente estable.

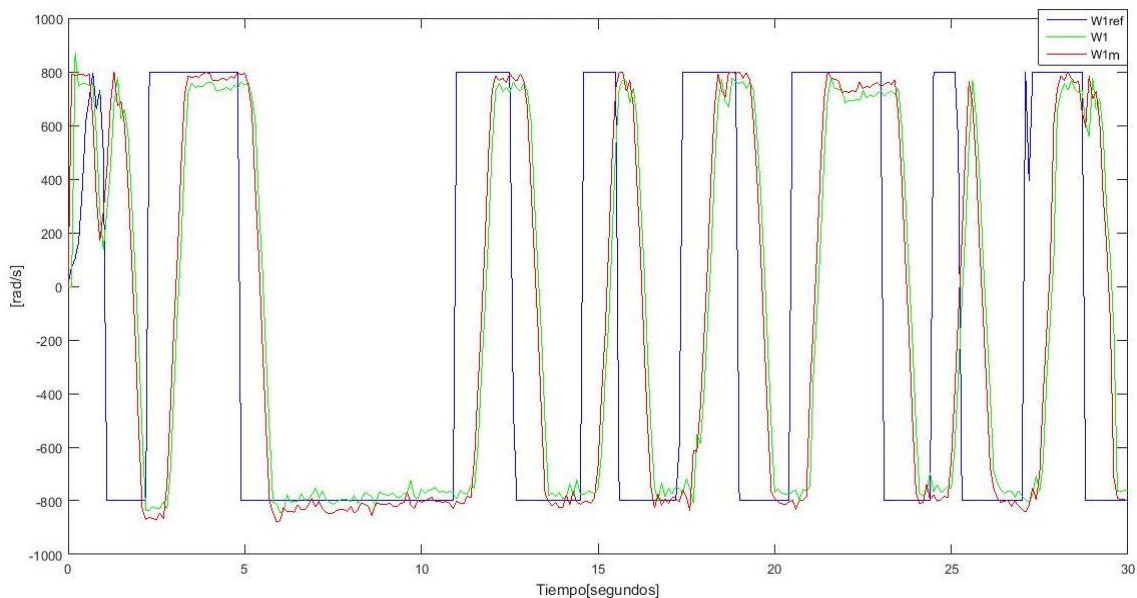
CAPÍTULO V

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En el presente capítulo se describe el análisis de los resultados del controlador para el equilibrio y desplazamiento del robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional, en el que se presenta los resultados de validación del modelo dinámico del robot rueda esférica. También se detalla los resultados de la simulación de equilibrio y desplazamiento realizado en el entorno virtual de Unity, Matlab y datos reales de implementación.

5.1. Validación del modelo dinámico del robot rueda esférica.

Para validar el modelo (4.55) se emplea los siguientes parámetros: $Ka = -0.2354$, $Ra = 7.3740$, $Kb = 0.05$, $Kmp = 4.1744$, $Kdm = 0.06033$, $A\theta_{AWx} = 2.026$, $A\theta_{AWy} = 3.8404$, $A\theta_{AWz} = 1.1804$, $\theta_{Wi} = 0.00085452$ y $\theta_{Ki} = 0.0242$. En esta prueba se utilizó señales obtenidas del controlador en 2D, donde: $W1m$, $W2m$ y $W3m$ son los resultados obtenidos del modelo dinámico.



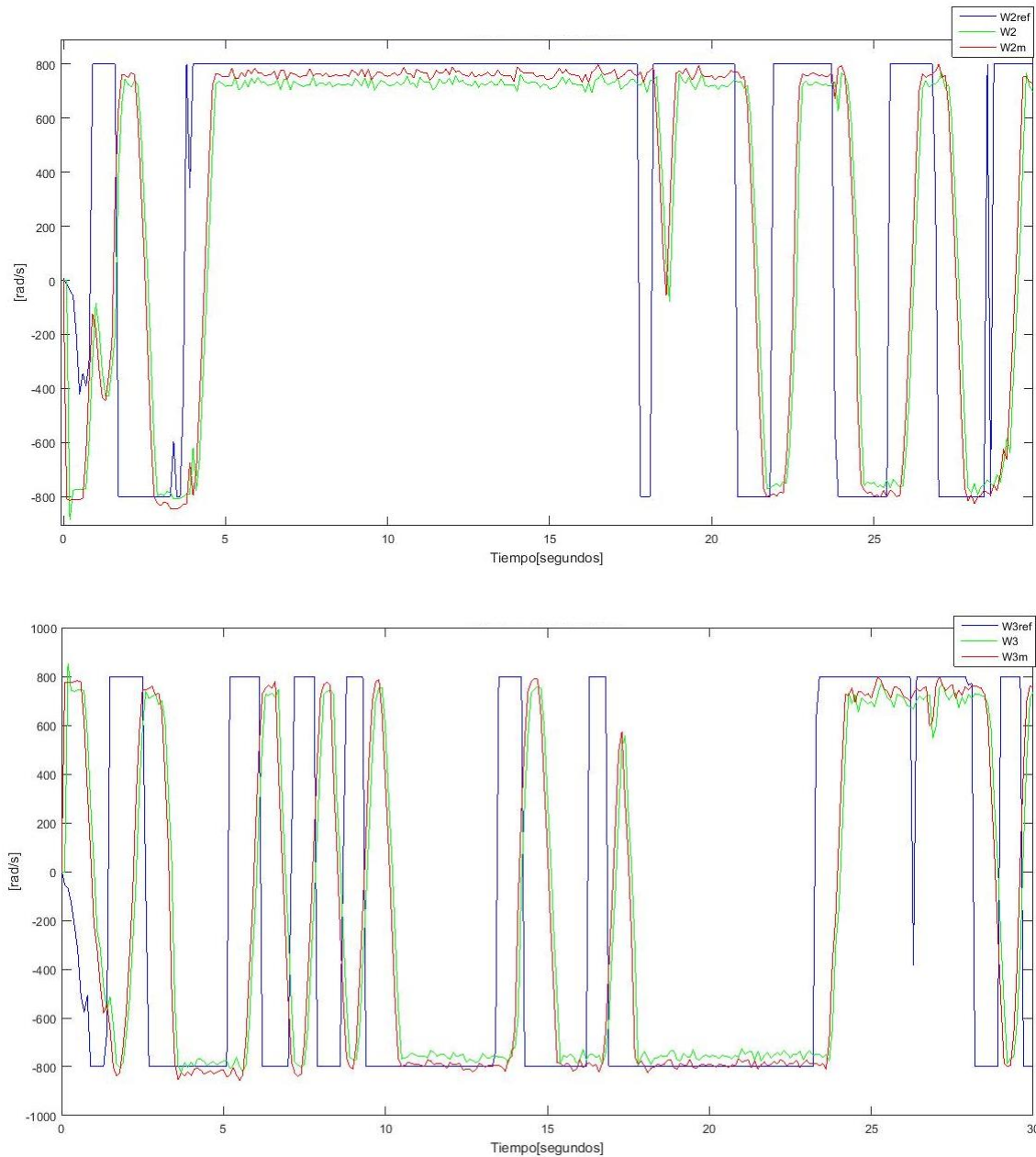


Figura 39 Validación del modelo dinámico del robot rueda esférica

En la Figura 39 se presentan los resultados de la validación empleando el método PSO, donde se observa un buen desempeño del modelo dinámico obtenido para el robot rueda esférica.

5.2. Pruebas experimentales.

5.2.1. Control Cinemático 2D

El control de desplazamiento diseñado es evaluado en el entorno de simulación Matlab y la plataforma Unity la cual permite obtener una simulación

casi real del comportamiento del controlador, ya que este simulador virtual permite aplicar parámetros físicos como gravedad, rozamiento, etc. También se realiza pruebas reales para evaluar y validar el modelo 2D del sistema.

Experimento 1

El primer experimento corresponde al control de estabilidad realizado con el modelo cinemático en 2D, en el cual indica que para lograr la estabilidad del robot se debe variar la rotación las ruedas en forma consecutiva y en pares, las Figuras 40 y 41 muestran, la evolución de estabilidad en el entorno virtual Unity la estabilidad del robot en Matlab, respectivamente.

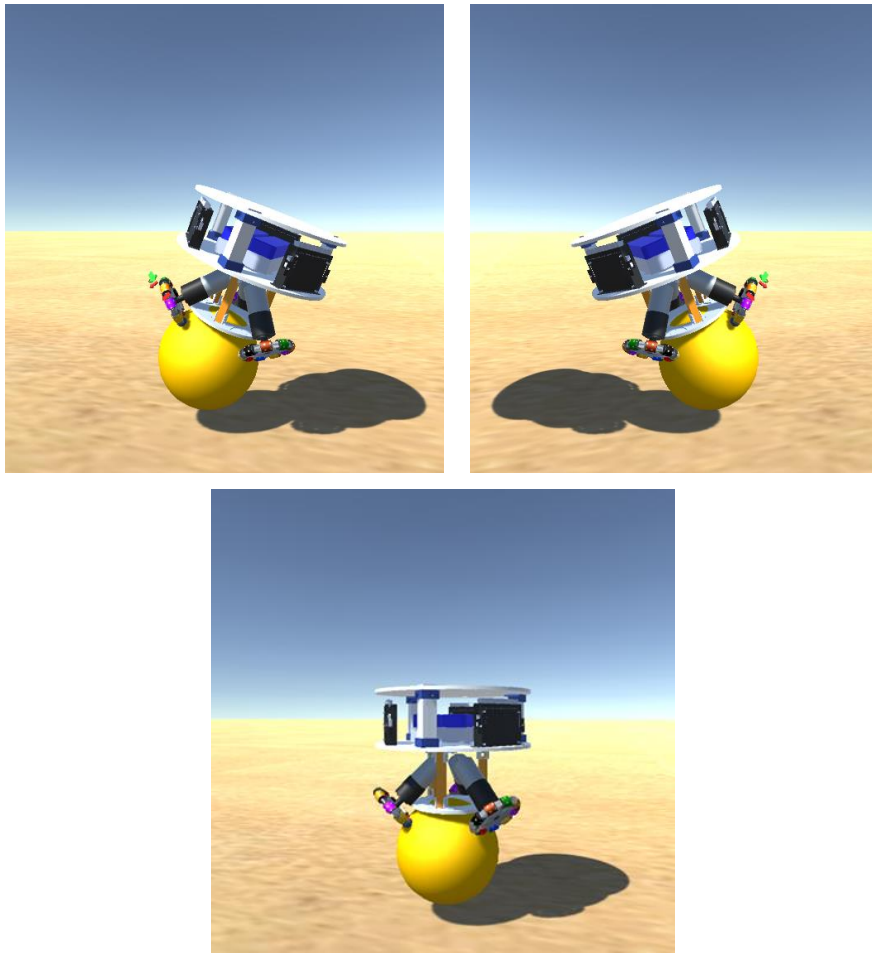


Figura 40 Reproducción virtual: Simulación 1 del control de estabilidad del robot

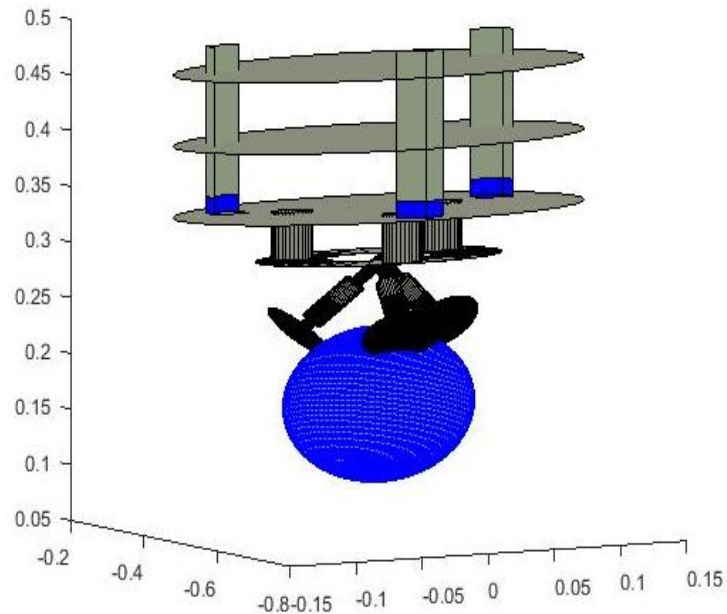


Figura 41 Estabilidad: Simulación 1 del control de estabilidad del robot

Las pruebas experimentales de estabilización del modelo 2D del Robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional, se desarrollan sobre una superficie lisa, la cual permite mejor movilidad para lograr la estabilidad del robot, las pruebas de estabilización se realizan con el fin de comprobar si el robot, mediante las acciones de control de las llantas es capaz de mantenerse en equilibrio sobre la esfera, determinar el tiempo de estabilización y determinar las constantes del controlador.

Durante el desarrollo de las pruebas, se pudo comprobar que el tiempo de intercambio de datos entre la Unidad de Procesamiento y la computadora debe ser mínimo, en algunos documentos referenciales del proyecto indican que existe un correcto desempeño a 0.1seg, sin embargo, se pudo comprobar que con este tiempo existe un retraso en la acción de respuesta del controlador. Los módulos empleados para el intercambio de información NRF24 generaron un tiempo de muestreo de entre 0.1- 0.15 seg., lo cual representa un problema en la implementación del controlador. Por ello se descartó la idea de emplear estos módulos y se implementa el control de estabilidad en la Unidad de Procesamiento obteniendo así un periodo de muestreo como indica la Figura 46 dando un promedio de 40 milisegundos como tiempo de muestreo y obteniendo una mejor reacción del controlador.

Las pruebas experimentales se ejecutan también para determinar las constantes del controlador, como valores referenciales se tomaron los valores del artículo de investigación (Hew Yeong Han, 2014), sin embargo, estas constantes no fueron favorables, por lo cual se realizaron varias pruebas hasta obtener valores que mejoren el desempeño de la estabilización. Estas pruebas se desarrollaron colocando manualmente al robot en posición vertical próximo al punto de equilibrio y dejando en libertad, a medida que el robot se inclinaba en alguno de los ejes la respuesta del controlador generaba acciones de control adecuadas para la compensación del error, pero el robot en todas las pruebas tendía a caerse ya que la velocidad aplicada por los motores no era suficiente para contrarrestar la fuerza gravitacional. Durante el desarrollo de las pruebas con el objetivo de encontrar el centro de masa del robot se agregó peso a la estructura intentando equilibrar fuerzas; también se realizaron pruebas donde se suspendió al robot en una estructura metálica, sin embargo, con ninguno los aditivos mecánicos se logró mejorar la estabilidad.

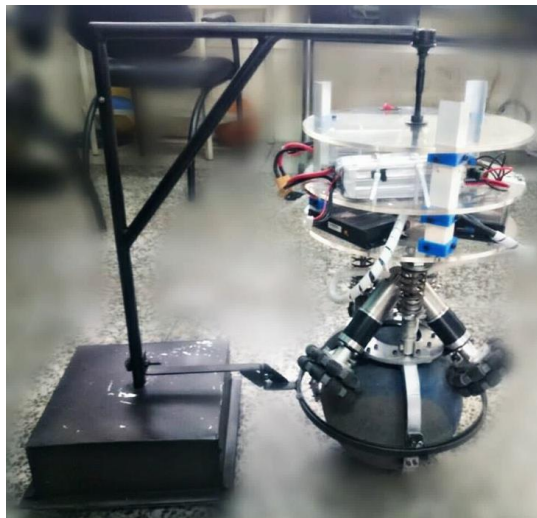


Figura 42 Estructura física del Robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional

Después de realizar varias pruebas, se obtuvieron constates de control que mejoraron la estabilidad, sin embargo, el peso de la estructura fue la principal dificultad en el desarrollo del control, por lo cual en conjunto con los compañeros de trabajo se optó por añadir una estructura inerte que ayude a la estabilización del robot tal como se muestra en la Figura 42. Esta estructura no mantiene al robot estático en posición vertical, sino que da libertad de inclinación y movimiento al robot permitiendo que el controlador actúe para mantener la

estabilidad. En la Figura 43 se puede observar las lecturas dadas por la MPU en las cuáles se evidencia que el controlador responde perturbaciones de hasta 17° , manteniendo un margen de error entre 0° y 1° , de los resultados de estabilización se puede determinar que ante una perturbación el tiempo que el robot se demora en estabilizarse es de 2 seg para perturbaciones grandes.

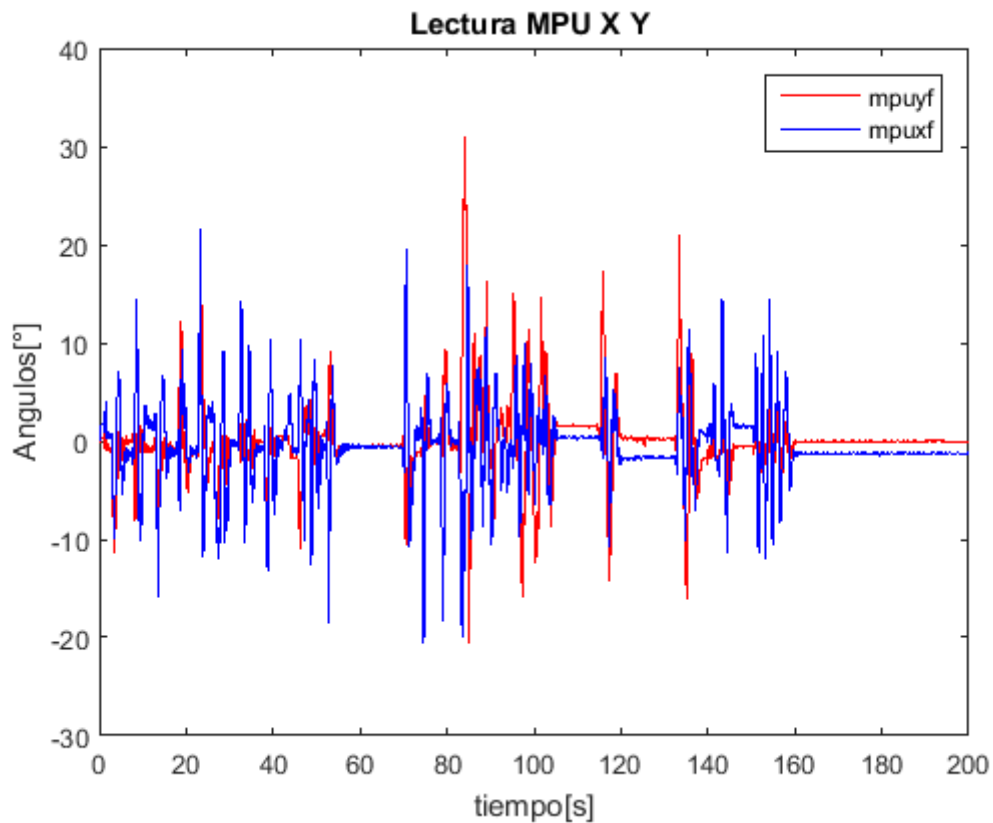


Figura 43 Errores de estabilidad

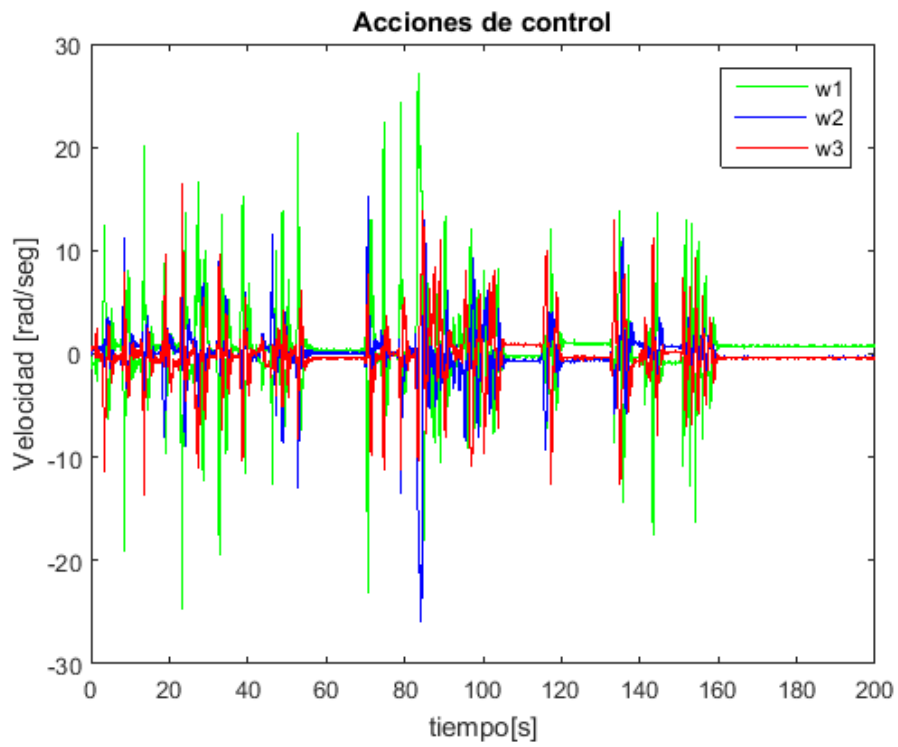
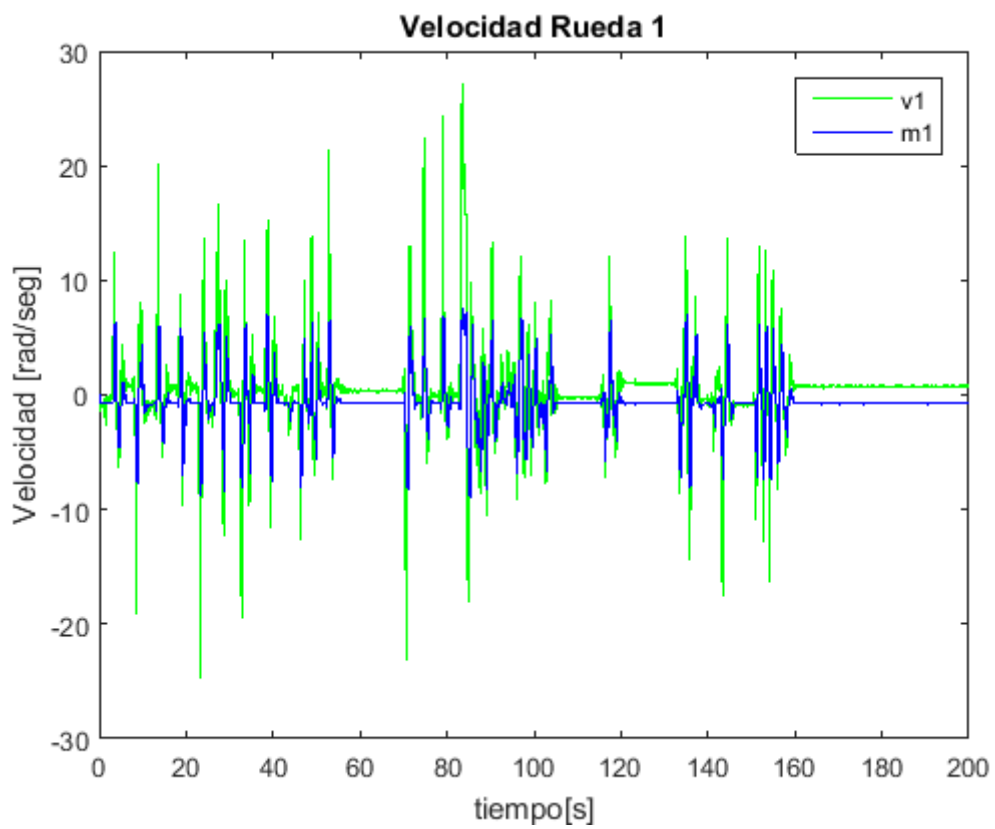


Figura 44 Acciones de control



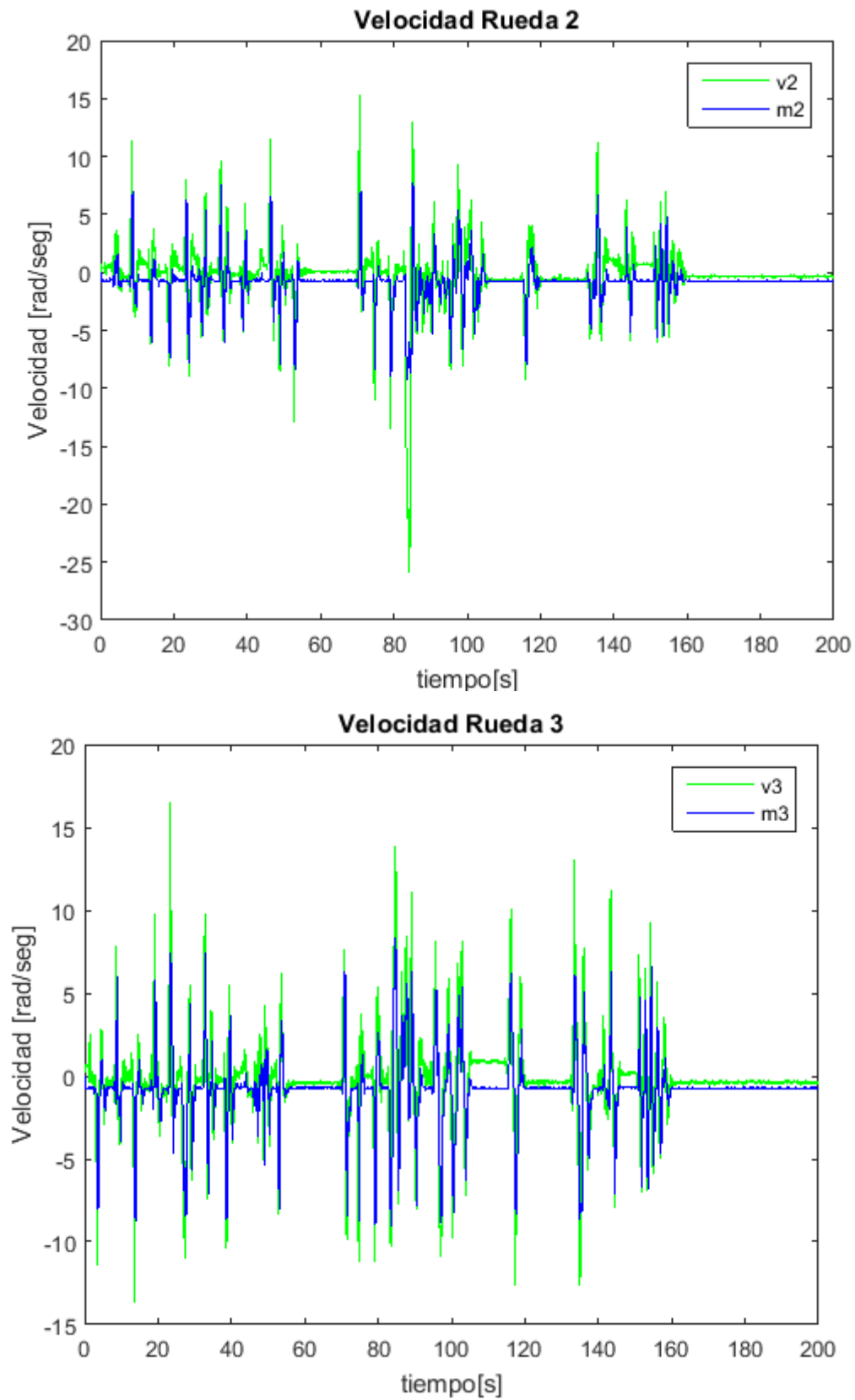


Figura 45 Velocidades de control Rueda 1-2-3

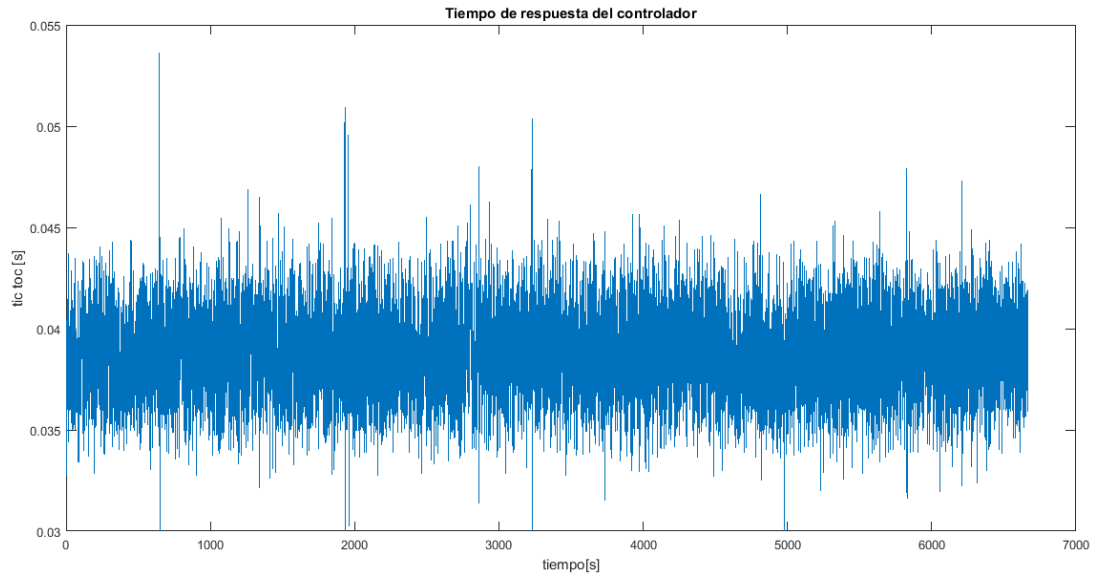


Figura 46 Tiempo de respuesta del controlador

Las Figuras 43-45 corresponde a los errores de estabilidad, las acciones de control y las velocidades de control de las Ruedas 1-2-3, respectivamente, donde se observa que la fuerza de fricción entre las ruedas y esfera no es muy significativa en la reacción del controlador.

5.2.2. Control Dinámico 3D

Experimento 1

Este segundo experimento corresponde al control de equilibrio y desplazamiento sobre el eje x realizado con el modelo dinámico en 3D, las Figuras 47 y 48 muestran el desplazamiento del robot en el software Matlab y la evolución de desplazamiento en el entorno virtual Unity, respectivamente.

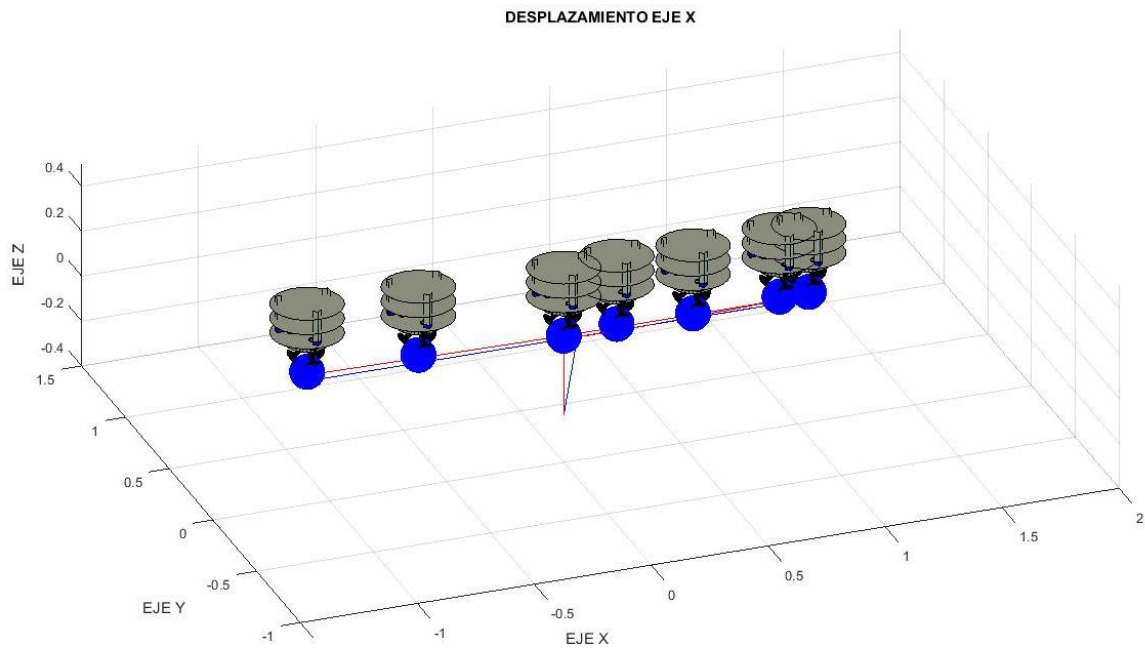


Figura 47 Control de desplazamiento del robot sobre el eje x en Matlab

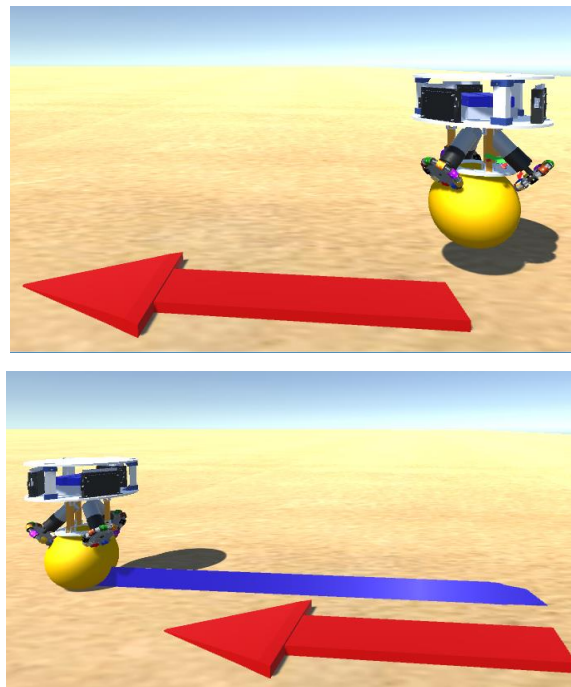


Figura 48 Reproducción virtual: Control de desplazamiento del robot sobre eje x

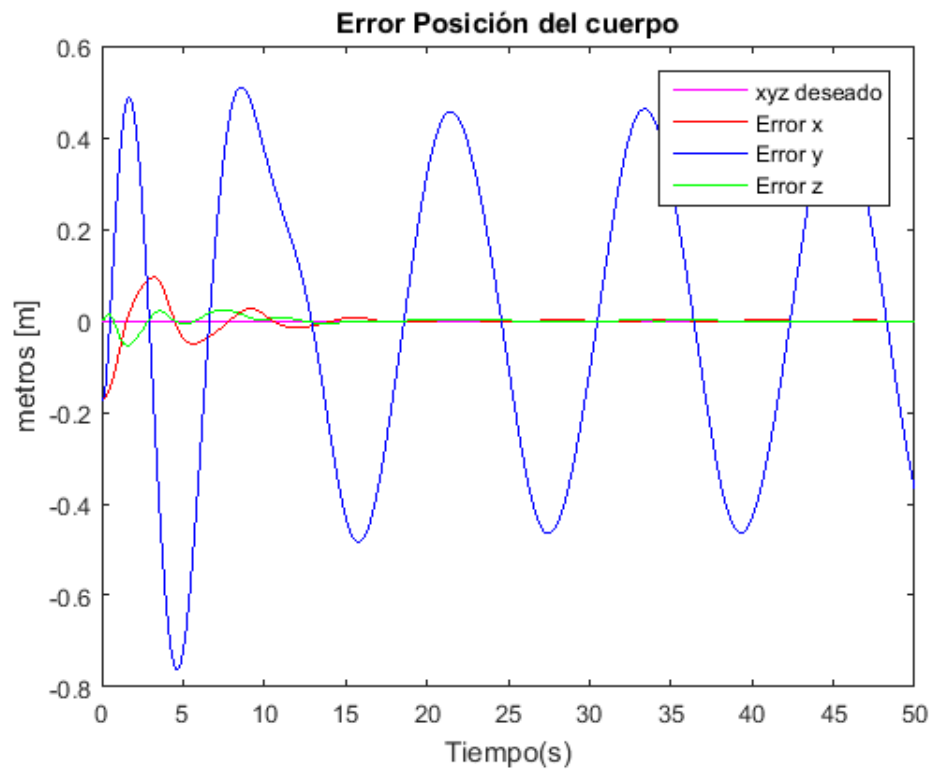


Figura 49 Errores del cuerpo del robot en tareas de equilibrio y desplazamiento

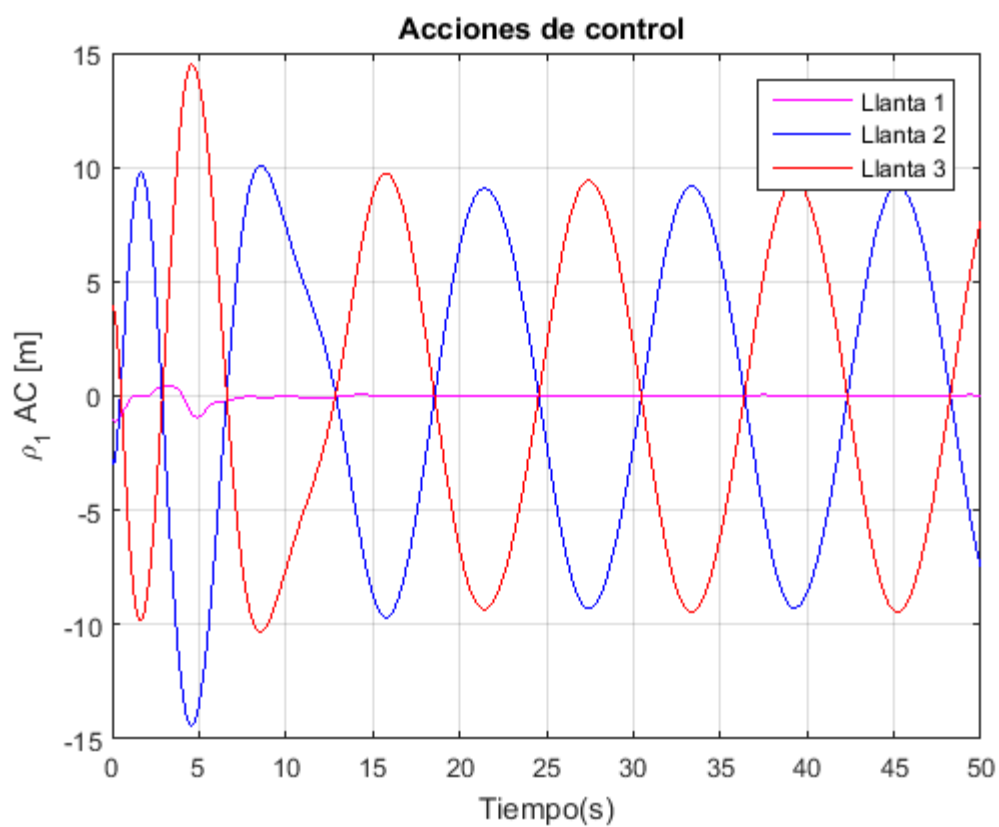


Figura 50 Acciones de control para estabilidad y desplazamiento

Las Figuras 49 corresponde a los errores del cuerpo en tareas de equilibrio y desplazamiento sobre el eje x, donde se observa la aproximación a cero y la estabilidad sobre un punto de equilibrio del robot, la Figura 50 muestra las acciones de control para mantener estable el robot y generar un desplazamiento.

Experimento 2

El tercer experimento corresponde al control de desplazamiento sobre el eje y realizado con el modelo dinámico en 3D, las Figuras 51 y 52 muestran, el desplazamiento del robot en Matlab y la evolución de desplazamiento en el entorno virtual Unity.

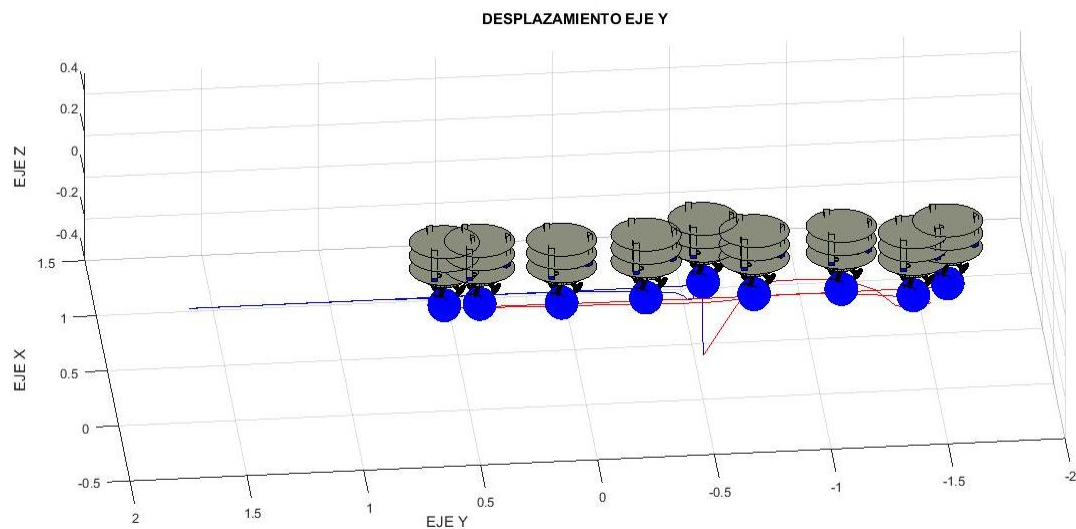
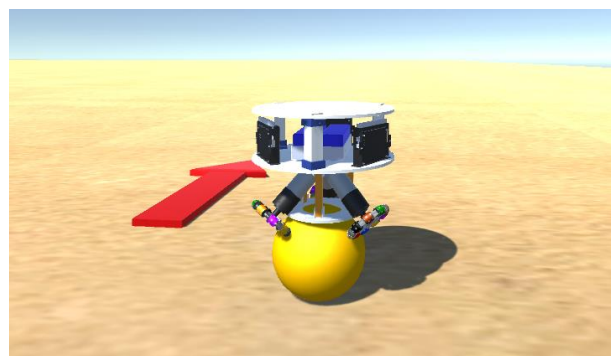


Figura 51 Control de desplazamiento del robot sobre el eje y en Matlab



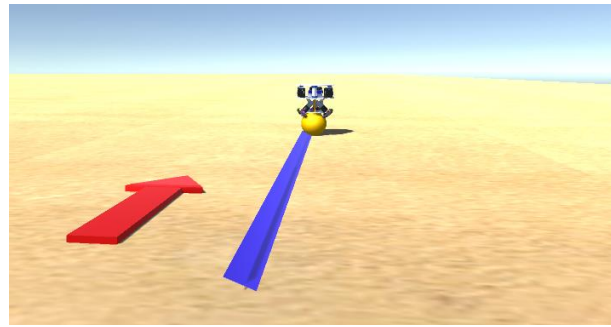


Figura 52 Reproducción virtual: Control de desplazamiento del robot sobre eje y

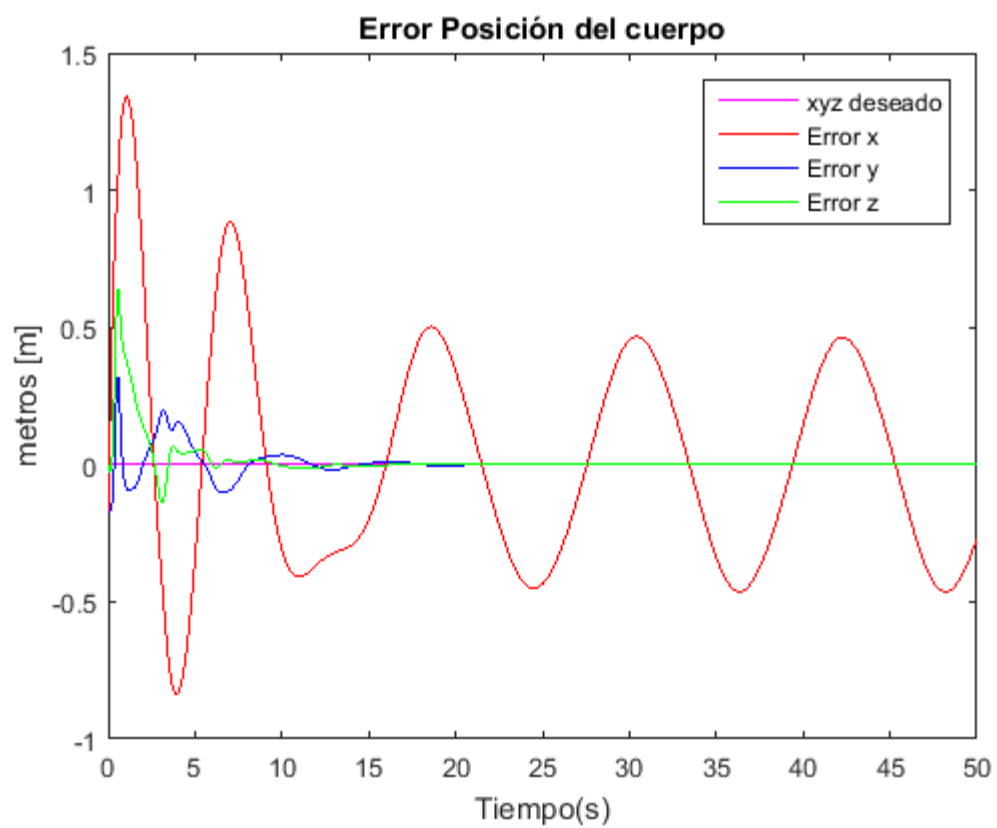


Figura 53 Errores del cuerpo del robot en tareas de equilibrio y desplazamiento

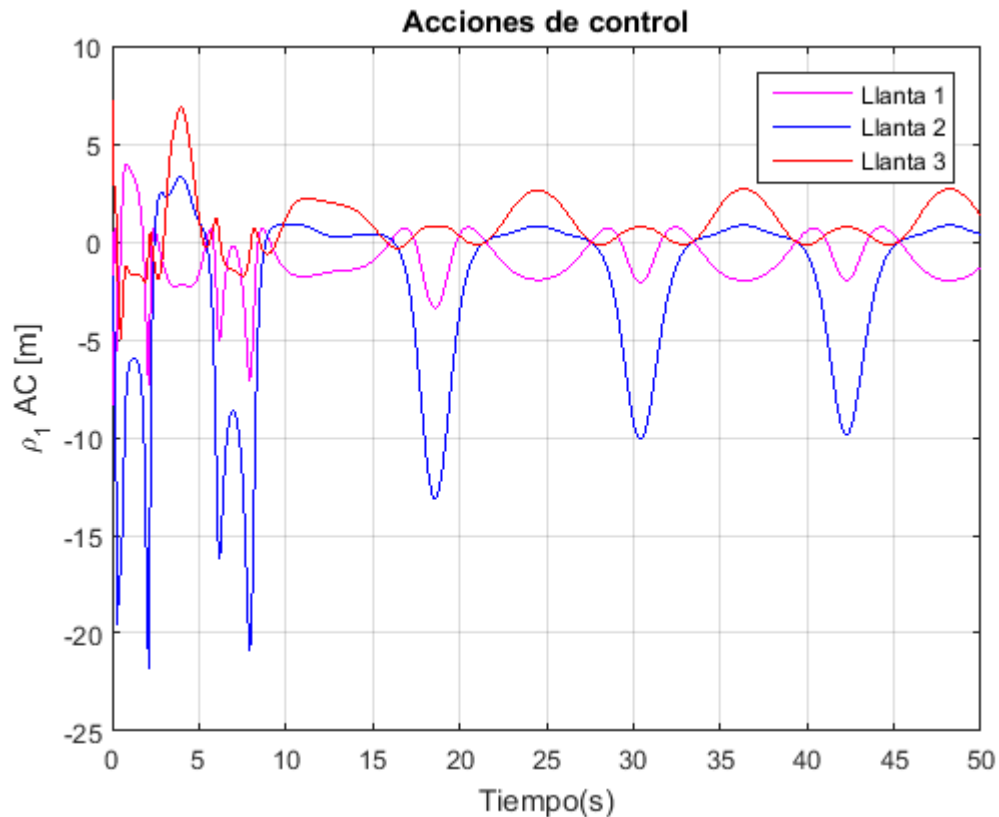


Figura 54 Acciones de control para estabilidad y desplazamiento

Las Figuras 53 corresponde a los errores del cuerpo en tareas de equilibrio y desplazamiento sobre el eje y , donde se estima la aproximación a cero y la estabilidad sobre un punto de equilibrio del robot, la Figura 54 muestra las acciones de control para mantener estable el robot y generar un desplazamiento.

Experimento 3

Este último experimento corresponde al control de desplazamiento en el cual se forma una circunferencia de 1m de radio mediante el accionamiento del robot, las Figuras 55 y 56 muestran el desplazamiento del robot en Matlab y la evolución de desplazamiento en el entorno virtual Unity, respectivamente.

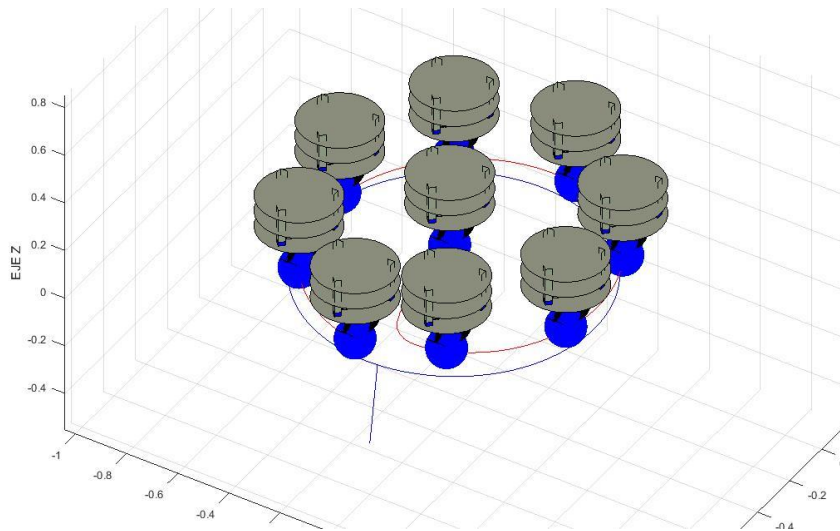


Figura 55 Control de desplazamiento del Robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional

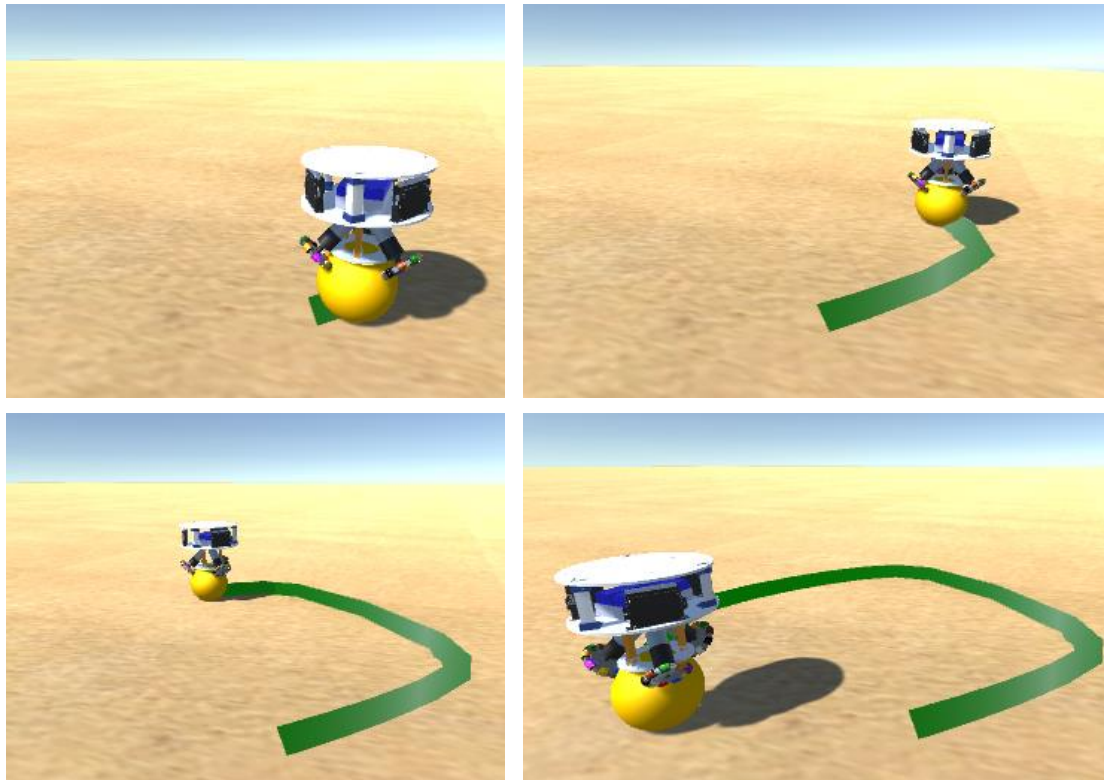


Figura 56 Reproducción virtual: Control de desplazamiento del robot

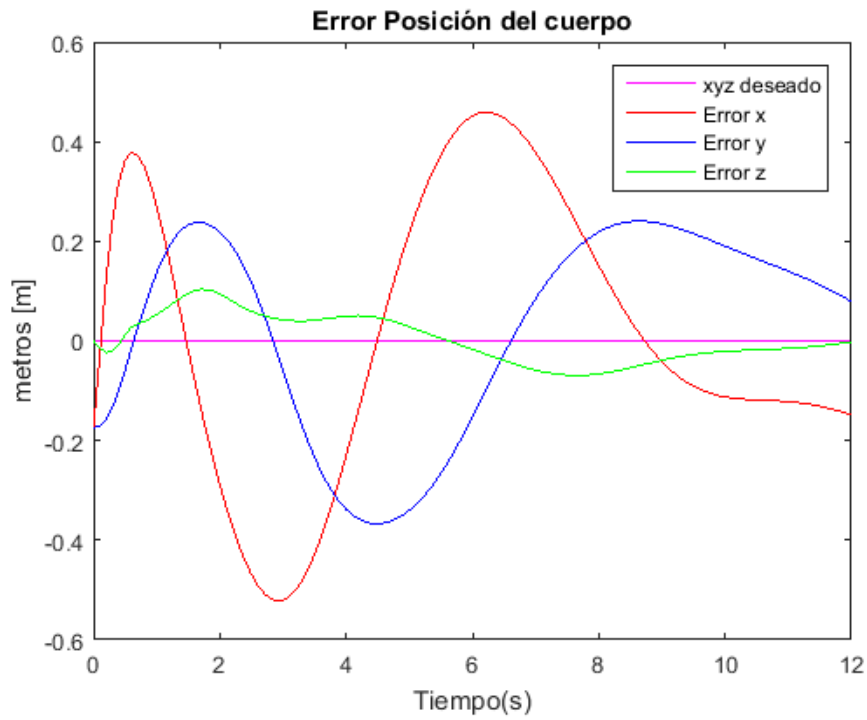


Figura 57 Errores del cuerpo al realizar tareas de desplazamiento

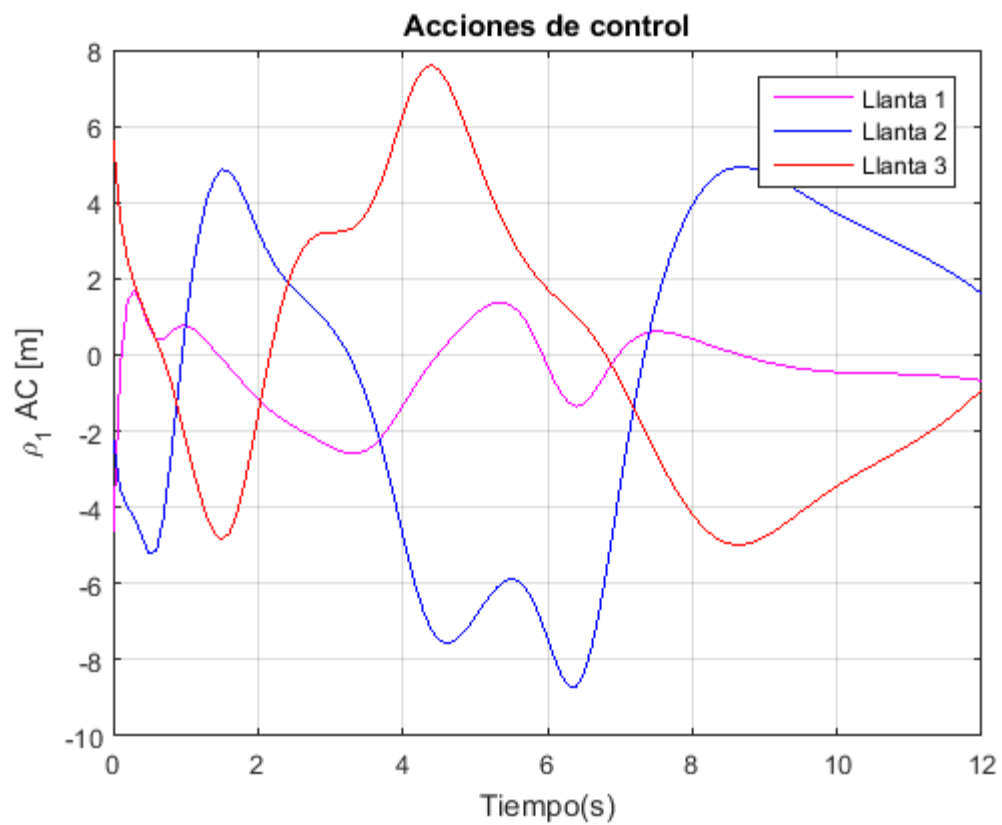


Figura 58 Acciones de control para desplazamiento del robot

La Figura 57 corresponde a los errores del cuerpo del Robot al realizar un desplazamiento circular manteniendo el equilibrio, donde se observa que los errores convergen a cero y, la Figura 58 refleja las velocidades de control, las mismas que actúan para que el robot se desplace correctamente.

En este experimento se realiza pruebas experimentales con el robot, en el cual se determina que la velocidad máxima del mismo es de $0.35 \frac{m}{s}$, lo cual permite determinar la ganancia máxima en el control de trayectoria que se implementa. La Figura 59 muestra la trayectoria deseada (hd), y (h) representa el recorrido realizado por el robot sobre una superficie plana; debido a la fricción causada en los accionamientos del robot y, a fuerzas externas se producen errores de posición en los ejes x, y del plano los cuales se muestran en la Figura 60.

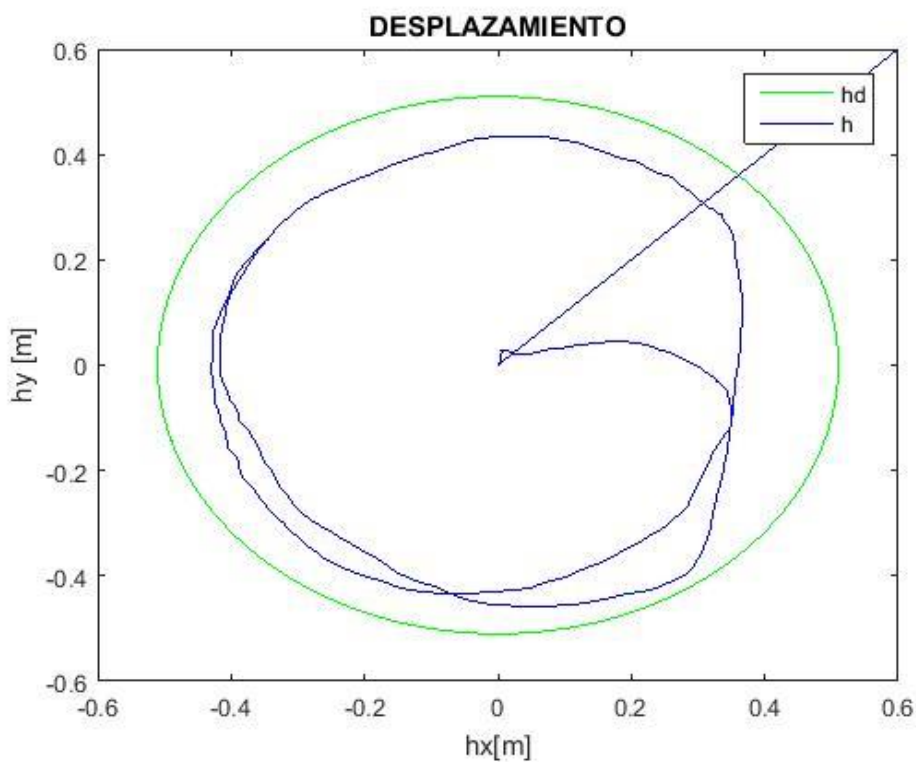


Figura 59 Desplazamiento realizado por el Robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional.

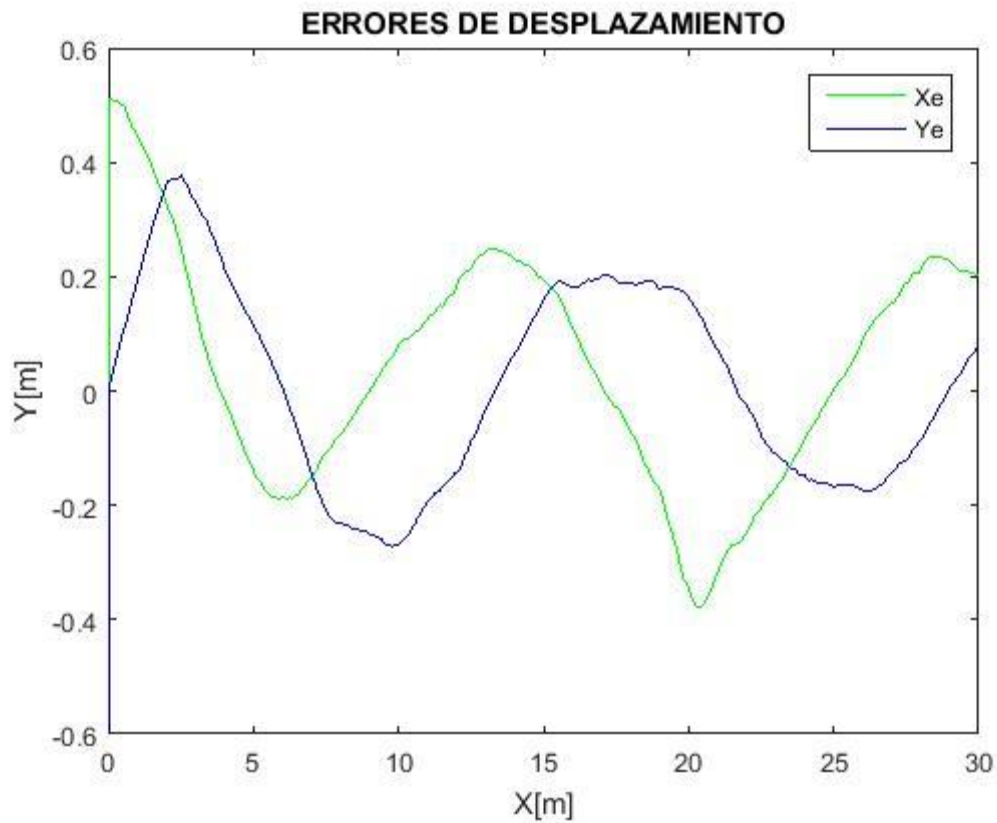


Figura 60 Errores de desplazamiento en los ejes x, y

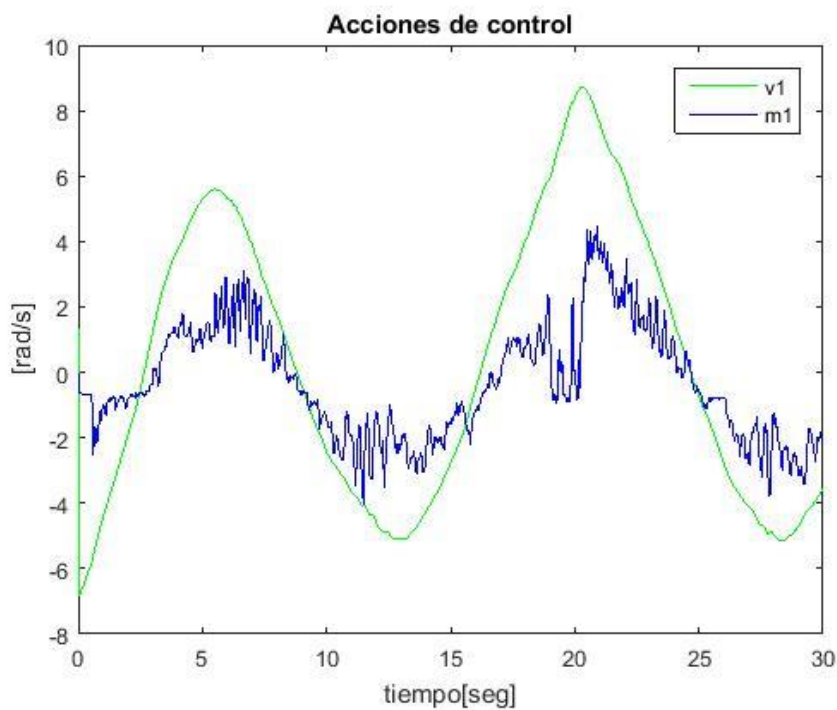


Figura 61 Acción de control del motor 1

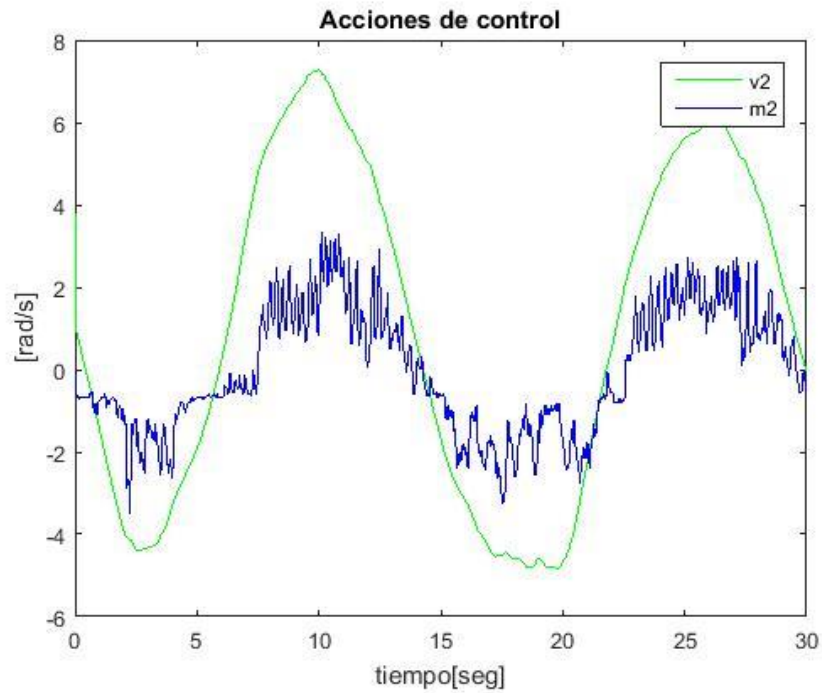


Figura 62 Acción de control del motor 2

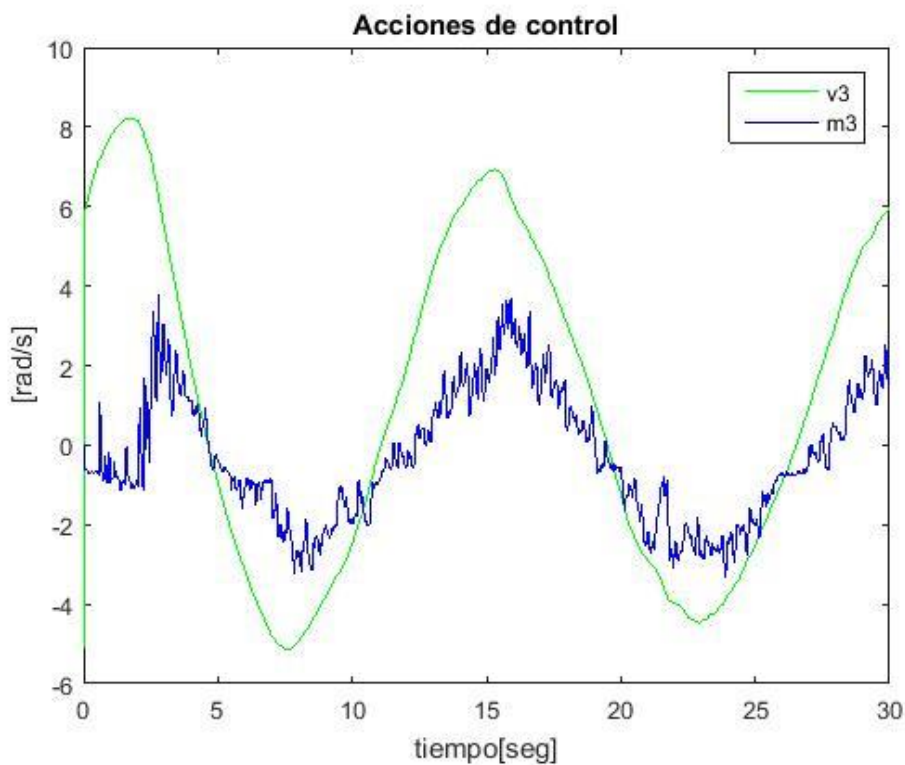


Figura 63 Acción de control del motor 3

En las Figuras 61-63 se visualiza las acciones de control (v_1 , v_2 , v_3) emitidas por el controlador de desplazamiento y, las lecturas de las velocidades de los motores (m_1 , m_2 , m_3) de lo cual se puede analizar que, existe una diferencia entre la señal que envía el controlador y la señal de lectura de velocidad, debido

a las fuerzas de rozamiento entre las ruedas y la esfera éstas, no son muy significativas para el desempeño del controlador.

CAPÍTULO VI

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1. Conclusiones.

- La implementación de filtros analógicos para la lectura de señales de sensores y las protecciones de sobrecorriente en reguladores de voltaje hacen que la placa electrónica presente un alto grado de robustez y eficiencia, generando confianza en los datos que se adquieren y una respuesta adecuada de las señales que se envían.
- La obtención del modelo cinemático y dinámico del Robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional se basa en las características del comportamiento del péndulo invertido, radicando su principal diferencia en el sistema de accionamiento que tiene una sincronización de movimientos de las ruedas manteniendo el equilibrio del robot; con esta referencia se establece las leyes de control PID.
- El tiempo de muestreo obtenido en la implementación del controlador es de 40mseg, el mismo que representa una respuesta aproximada al tiempo real esto se consigue al emplear algoritmos simplificados(librerías) en la lectura y procesamiento de señales de los sensores.
- Los ángulos de inclinación del cuerpo mayores a 17° , producen velocidades de respuesta del controlador mayores a 1000 rpm, de tal manera que puede producir daños a la estructura mecánica de las ruedas debido a la fricción que se produce entre éstas y la esfera, por esta razón es indispensable colocar una estructura mecánica que limite la inclinación excesiva del robot.
- Las características físicas de la esfera como su peso (3 kg), dimensión (22 cm de diámetro) y contextura (goma), permiten que el sistema de accionamiento transfiera el movimiento de mejor manera para la realización de tareas de rotación y traslación del robot.

6.2. Recomendaciones

- En base al análisis de resultados se determinó que el sistema de comunicación inalámbrica con los módulos NRF24 genera un retardo entre la emisión y recepción de datos, el mismo que, no permite un correcto desempeño del controlador en cuanto a la reacción de los actuadores. Por

este motivo, se recomienda usar módulos de comunicación que permitan el intercambio de datos en tiempo menor a 40 milisegundos, o a su vez, emplear tarjetas de procesamiento de mayor capacidad donde se implemente el control de estabilidad y desplazamiento.

- Dado que es fundamental la correcta lectura de las señales de la MPU para el controlador, se considera indispensable la inclusión de filtros avanzados, para lo cual es necesario contar con un sistema de procesamiento de alto rendimiento, de manera que permita disminuir el error de lectura del sensor.
- Es necesario tomar en cuenta el diseño y construcción en sí del prototipo Robot Rueda Esférica tipo Omnidireccional, dado que el desempeño de cualquier tipo de control implementado será proporcional al grado de exactitud que presente la estructura.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Song, J.-B., & Byun, K.-S. (2006). Design and Control of an Omnidirectional. En J. Buchli, *Mobile Robotics, Moving Intelligence* (pág. 586). Pro Literatur Verlag, Germany / ARS, Austria: INTECH.
- Acosta Sánchez, L., & Sigut Saavedra, M. (2005). Matemáticas y robótica. *sctm05*, 1-11. *aliexpress*. Recuperado: (20 de Noviembre de 2017). Obtenido de aliexpress: https://es.aliexpress.com/store/product/10PCS-MPU-6050-Module-3-Axis-Gyroscope-Accelerometer-Module-for-Arduino-MPU-6050/2184012_32668193907.html
- amazon. Recuperado: (16 de Junio de 2017). *amazon*. Obtenido de amazon: https://www.amazon.com/HRB-Battery-Bateria-Helicopter-Quadcopter/dp/B06XP7F1VS/ref=sr_1_12?ie=UTF8&qid=1510776780&sr=8-12&keywords=bateria%20lipo
- Amazon. Recuperado: (27 de Noviembre de 2017). *Amazon*. Obtenido de <https://www.amazon.com/HRB-Battery-5000mAh-50-100C-T-REX550/dp/B06XKQ3478>
- ANODAS. Recuperado: (24 de 11 de 2017). *electronics ANODAS*. Obtenido de <http://anodas.lt/en/nrf2401-2-4-ghz-wireless-transceiver-module>
- Aracil, J., & Gordillo, F. (2005). El péndulo invertido: un desafío para el control no lineal. *RIAI*, 8-19.
- Aran. Recuperado: (24 de Noviembre de 2017). *Coches RC.com*. Obtenido de <http://www.cochesrc.com/motor-electrico-brushless-funcionamiento-y-caracteristicas-a3607.html>
- Arduino*. Recuperado: (20 de Noviembre de 2017). Obtenido de Arduino: <https://www.arduino.cc/en/Tutorial/DigitalPins>
- arduino. Recuperado: (16 de Noviembre de 2017). *arduino*. Obtenido de arduino: <http://arduino.cl>
- Arimoto S., L. Y. (1993). Model-based adaptive hybrid control for. *Proc. IEEE Int. Conf on Robotics and Automation*, (págs. 618-623). Atlanta, USA.
- Bonci, A., Pirani, M., Rossi, M., & Gabbanini, E. M. (2015). Embedded system for a Ballbot robot. *Intelligent Solutions in Embedded Systems (WISES)*, 157-161.
- Borrell, G. (2016). Recuperado: (12 de Febrero del 2018) *matlabyoctave*. Obtenido de <http://matlabyoctave.appspot.com/invpnd/invpnd.html>
- Buitrago, J. (1997). Propiedades de los modelos dinámicos en robótica clásica. *Energía y Computación, Volumen VI*, 58-62.
- COECSL. Recuperado: (08 de Mayo de 2017). *COECSL*. Obtenido de <http://coeysl.ece.illinois.edu/segbot/segbot.html>
- COLDFIRE. Recuperado: (24 de 11 de 2017). *COLDFIRE Electrónica*. Obtenido de <https://coldfire-electronica.com/esp/item/154/55/acelerometro-giroscopio-6-dof-imu-gy-521-mpu-6050>
- Costella Batista, V., & Rodríguez, H. (2013). Sistema de Control con Lógica Difusa y Diseño de Plataforma Autónoma con Ruedas Mecanum a Partir de su Arquitectura. *Revista de investigación de la Universidad Tecnológica de Panamá*, 30-38.
- Cruz, H. Recuperado: (11 de Diciembre 2017). *ADDECA*. Obtenido de Asociación Argentina de Control Automático: http://www.aadeca.org/pdf/CP_monografias/monografia_robot_movil.pdf
- DEPCO. Recuperado: (05 de 11 de 2017). *DEPCO, LLC*. Obtenido de <http://www.depcollc.com/commerce/shop/product.aspx?pid=276-1447>
- Diegel, O., Badve, A., Bright, G., Potgieter, J., & Tlale, S. (2002). Improved Mecanum Wheel Desing for Omni-directional Robots. *Robotics and Automation*, (págs. 117-121). Auckland.
- Dong, W., & Guo, Y. (2005). "Dynamic tracking control of uncertainmobile robots". *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, (págs. 2774-2779).
- Doroftei, I., Grosu, V., & Spinu, V. (2007). Chapter 29: Omnidirectional Mobile Robot – Design and Implementation. En M. K. Habib, *Bioinspiration and Robotics: Walking and Climbing Robots* (págs. 511-528). Romania, Intech.
- Eberhart, R., Shi, Y., & Kennedy, J. (2001). *Swarm Intelligence*. San Francisco: Elsevier, Morgan Kaufmann Publishers.
- Ejarque, G., Haarth, R., & Distefano, M. (2010). *Mecanismo de Control de Rotación de una Rueda Esférica*. Mendoza, Argentina.

- ELECTRONILAB. Recuperado: (16 de Noviembre de 2017). *ELECTRONILAB*. Obtenido de ELECTRONILAB: <https://electronilab.co/tienda/modulo-transceptor-rf-nrf24l01-2-4-ghz-antena-sma-lna-y-pa/>
- Espinosa Mendoza, J. L., & Gutiérrez Gaspar, J. H. Recuperado: (22 de Febrero de 2018). Obtenido de <http://www.ptolomeo.unam.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/132.248.52.100/3100/Equilibrio%20din%C3%A1mico%20en%20tiempo%20real%20de%20un%20robot%20tipo%20ballbot%20final.pdf?sequence=1>
- Fankhauser, P., & Gwerder, C. (2010). *Modelling and control of a Ballbot*. Zurich: Bachelor Thesis.
- Fernando, R. (2011). *Robótica- Control de robots manipuladores*. Alfaomega Grupo Editor.
- Fierro, R., & Lewis, F. (1998). Control of a Nonholonomic Mobile. *IEEE TRANSACTIONS ON NEURAL NETWORKS*, VOL. 9, NO. 4.
- Fong, J., & Uppill, S. (2009). *Design and Build a Ballbot*. Australia: Report, The University of Adelaide.
- García, L., & Tornero, J. (2008). Kinematic Control of Wheeled Mobile Robots. *Latin American Applied Research*, 38: 7-16.
- Gómez, M. (2008). *e-spacio*. Obtenido de <http://e-spacio.uned.es/fez/view.php?pid=tesisuned:IngInd-Mgomez>
- González Jiménez, J., & Ollero Baturone, A. (1996). Estimación de la posición de un robot móvil. *Informática y Automática*, vol. 29-4. Obtenido de researchgate.net: researchgate.net
- Hew Yeong Han, T. Y. (2014). Development of Omnidirectional Self-Balancing Robot. *IEEE International Symposium on Robotics and Manufacturing Automation*, 57-62.
- Hinum, K. Recuperado: (18 de Mayo de 2017). *NOTEBOOK CHECK*. Obtenido de <https://www.notebookcheck.org/Intel-Core-i5-480M-Notebook-Processor.48648.0.html>
- Invensense. Recuperado: (20 de Noviembre de 2017). *Invensense*. Obtenido de Invensense: <https://www.invensense.com/wp-content/uploads/2015/02/MPU-6000-Datasheet1.pdf>
- Islam Anik, M. A., Hassan, M., Mahmud, H., & Hasan, M. K. (2016). Activity Recognition of a Badminton Game Through Accelerometer and Gyroscope. *19th International Conference on Computer and Information Technology* (págs. 213-217). Dhaka: IEEE.
- Jaime A. González, M. A. (2004). Comparación de la Red Neuronal y del Filtro de Kalman en la Estimación de Velocidad de Motor de Inducción. *1ER CONGRESO IBEROAMERICANO DE ESTUDIANTES DE INGENIERÍA ELÉCTRICA (I CIBELEC 2004)*, (pág. 7).
- JOURNAL, C. Recuperado: (10 de Diciembre de 2017). *CHAINSAW JOURNAL*. Obtenido de <http://www.chainsawjournal.com/what-is-a-brushless-motor-and-how-does-it-work/>
- Keeping, S. (27 de Marzo de 2013). *Digi-Key*. Obtenido de Digi-Key: <https://www.digikey.com/es/articles/techzone/2013/mar/an-introduction-to-brushless-dc-motor-control>
- Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle Swarm Optimization. *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, (págs. 1942-1948). Nagoya.
- Koditschek, D. (1984). Natural Motion for Robot Arms. *Proceedings of 23rd Conference on Decision and Control*, (págs. 733-735). Las Vegas.
- Kumagai, M., & Ochiai, T. (2008). Development of a Robot Balancing on a Ball. *ICCA'S'08, IEEE International Conference on Control, Automation and Systems*, (págs. 433-438). Seoul.
- Künhe, F., Gomez, J., & Fetter, W. (2005). "Mobile Robot Trajectory Tracking Using Model Predictive Control". *II IEEE Latin-American Robotics Symposium*. Brazil.
- Lauwers, T. B., Kantor, G. A., & Hollis, R. L. (2006). A Dynamically Stable Single-Wheeled Mobile Robot with Inverse Mouse-Ball Drive. *ICRA'06, IEEE International Conference on Robotics and Automation*, (págs. 2884-2889). Orlando.
- Li, Z., Yang, C., & Fan, L. (2012). *Advanced Control of Wheeled Inverted Pendulum Systems*. London: Springer.
- Liu, S., Zhang, H., Yang, X., & Yu, J. (2004). "Dynamic Control of a Mobile Robot Using an Adaptive Neurodynamics and Sliding Mode Strategy". *Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation*, (págs. 5011-5011). Hangzhou, China.
- Marion, J. B. (1975). *Dinámica clásica de las partículas y sistemas*. Reverte.
- Martín, J. C. (2012). *Máquinas Eléctricas*. Editex.

- Mathematics*. Recuperado: (14 de Febrero de 2018). Obtenido de Mathematics: <https://math.stackexchange.com/questions/52593/problem-in-skew-symmetric-matrix>
- maxon motor*. (20 de Noviembre de 2017). Obtenido de maxon motor: https://www.maxonmotor.es/medias/sys_master/root/8827036729374/17-EN-424-425-428.pdf
- Maxon Motor. Recuperado: (24 de Noviembre de 2017). *Maxon Motor*. Obtenido de <http://www.brushlessmotor.es/>
- MaxonMotor. Recuperado: (10 de Noviembre de 2017). *Maxon Motor Controler*. Obtenido de https://www.maxonmotorusa.com/medias/sys_master/root/8818447548446/409510-ESCON-50-5-Referencia-del-Dispositivo-Es.pdf
- motor, m. Recuperado: (20 de Noviembre de 2017). *maxon motor*. Obtenido de maxon motor: <https://www.maxonmotor.es/maxon/view/content/ESCON-Detailsite>
- Muñoz Martínez, V. F., Gil-Gómez, G., & García Cerezo, A. (19 de Abril de 2015). *Modelo cinemático y dinámico de un robot móvil Omni-Direccional*. Obtenido de ResearchGate: <https://www.researchgate.net/publication/266009534>
- Nagarajan, U., Mampetta, A., Kantor, G. A., & Hollis, R. L. (2009). State Transition, Balancing, Station Keeping, and Yaw Control for a Dynamically Stable Single Spherical Wheel Mobile Robot. *ICRA'09, IEEE International Conference on Robotics and Automation*, (págs. 998-1003). Kobe.
- Nagarajan, U., Mampetta, A., Kantor, G. A., & Hollis, R. L. (2009). State Transition, Balancing, Station Keeping, and Yaw Control for a Dynamically Stable Single Spherical Wheel Mobile Robot. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, (págs. 998-1003). Kobe.
- Notes, E. Recuperado: (02 de Febrero de 2018). *Engineering Notes*. Obtenido de http://danceswithcode.net/engineeringnotes/rotations_in_3d/rotations_in_3d_part1.html
- Ollero Baturone, A. (2001). *Robótica Manipuladores y robots móviles*. Barcelona: Marcombo.
- Pérez Domínguez, D. (Enero de 2013). *e-REDING*. Obtenido de <http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/12095/fichero/VOLUMEN+1%252F01++CAPITULO+1+-+INTRODUCCION.pdf>
- POSITAL. Recuperado: (20 de Noviembre de 2017). Obtenido de POSITAL: <https://www.posital.com/es/productos/encoders-absolutos/absolute-incremental-encoders.php>
- PyroElectro. Recuperado: (8 de Noviembre de 2017). *PyroElectro*. Obtenido de <http://www.pyroelectro.com/2010/11/08/equibot-the-balancing-robot/>
- RÍOS G. , L. H., & BUENO L. , M. (2008). MODELO MATEMÁTICO PARA UN ROBOT MÓVIL. *Scientia Et Technica*, 13-17.
- ROBOLOGS. Recuperado: (20 de Noviembre de 2017). Obtenido de ROBOLOGS: <https://robologs.net/2014/10/15/tutorial-de-arduino-y-mpu-6050/>
- Rodríguez, F., & López , M. J. (1996). *Control Adaptativo y robusto*. Sevilla: Secretariado de publicaciones de la Universidad de Sevilla.
- Rodríguez, G., Sánchez, P., Cortés, F., Camarillo, A., Flores, B., Monjaraz, J., . . . Morales Timal, G. (2009). Modelado, Control y Simulación de un Sistema Péndulo Invertido Sobre Base Móvil. *8º Congreso Nacional de Mecatrónica*. Veracruz.
- Ruiz F., H. A., Toro O., E. M., & Gallego R., R. A. (2008). IDENTIFICACIÓN DE ERRORES EN LA ESTIMACIÓN DE ESTADO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS USANDO PARTICULAS SWARM. *Scientia Et Technica 2008*, 72-76.
- SEMICONDUCTOR. Recuperado: (24 de 11 de 2017). *NORDIC SEMICONDUCTOR*. Obtenido de <http://www.nordicsemi.com/eng/Products/2.4GHz-RF/nRF24L01P>
- Serra, M. E. (2002). *Topografía para minería subterránea*. Univ. Politéc. de Catalunya.
- Seyfarth, G., Bhatia, A., Sassnick, O., Shomin, M., Kumagai, M., & Hollis, R. (2016). Initial Results for a Ballbot Driven with a Spherical Induction Motor. *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* , (págs. 3771-3776). Stockholm, Sweden.
- Song, J.-B., & Byun, K.-S. (2008). Design and control of an omnidirectional mobile robot with steerable omnidirectional wheels. *Pro Literatur Verlag, Germany / ARS, Austria*, 1666-1671.
- Thayer Ojeda, L. Recuperado: (24 de 11 de 2017). *Arduino.cl*. Obtenido de Arduino Mega 2560 R3: <http://arduino.cl/arduino-mega-2560/>

- Toro, N., & Ríos Quiroga, L. C. (2011). Aplicación del control adaptativo para control de posición en un robot cartesiano. *SCIENTIA ET TECHNICA No. 15 ResearchGate*, 45-52.
- Viana-Cárdenas, A. d. (2012). *Energía útil*. Barcelona: Ediciones del Serbal.
- W._Khalil, _ (204). Modeling, Identification and Control of Robots. En _ W._Khalil, *Modeling, Identification and Control of Robots* (págs. 350-352).
- Williams, R. L., Carter, B. E., Gallina, P., & Rosati, G. (2002). Dynamic Model With Slip for Wheeled. *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION, VOL. 18, NO. 3*, 285-293.
- Woods, B. (2006). *Omni-Directional Wheelchair*.
- Yu, H., Spenko, M., & Dubowsky, S. (2004). Omni-Directional Mobility Using Active Split Offset Castors. *ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 126(Num. 5)*, 822-829.

ANEXOS



**DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA
CARRERA DE ELECTRÓNICA E INSTRUMENTACIÓN**

CERTIFICACIÓN

Certifico que el trabajo de titulación, **“CONTROL DE ROTACIÓN AUTÓNOMO DE UN ROBOT RUEDA ESFÉRICA TIPO OMNIDIRECCIONAL PARA TAREAS DE DESPLAZAMIENTO”** ha sido realizado por las señoritas, **BASANTES BASANTES VILMA JOHANA Y BAUTISTA REINOSO GABRIELA ALEXANDRA**, y el mismo cumple con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE.

En la ciudad de Latacunga, a los 15 días del mes de marzo del 2018.

PhD. Víctor Andaluz
DIRECTOR DEL PROYECTO

Aprobado

Ing. Franklin Silva Monteros
DIRECTOR DE CARRERA



Dr. Rodrigo Vaca
SECRETARIO ACADÉMICO