



ESPE
UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS
INNOVACIÓN PARA LA EXCELENCIA

**VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN, INNOVACIÓN
CIENTÍFICA Y TRANSFERENCIA DE TECNOLOGÍA**

CENTRO DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN SISTEMAS DE GESTIÓN AMBIENTAL

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO
DE MAGÍSTER EN: SISTEMAS DE GESTIÓN AMBIENTAL**

**TEMA: PREDICCIÓN DE LA CONTAMINACIÓN ATMOSFÉRICA CON
MATERIAL PARTICULADO $PM_{2.5}$ EN EL CENTRO HISTÓRICO DE
QUITO, UTILIZANDO LA TEORÍA DEL CAOS**

AUTOR: PINO VALLEJO, MARCO VINICIO

DIRECTOR: ING. TIERRA CRIOLLO, ALFONSO RODRIGO

SANGOLQUÍ

2018



**VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN, INNOVACIÓN Y
TRANSFERENCIA DE TECNOLOGÍA
CENTRO DE POSGRADOS
CERTIFICACIÓN**

Certifico que el trabajo de titulación *“Predicción de la contaminación atmosférica con material particulado PM 2.5 en el Centro Histórico de Quito, utilizando la Teoría del Caos”* fue realizado por el señor Pino Vallejo, Marco Vinicio el mismo que ha sido revisado en su totalidad, analizado por la herramienta de verificación y similitud de contenido; por lo tanto cumple con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, razón por la cual me permito acreditar y autorizar para que lo sustente públicamente.

Sangolquí, 28 de febrero de 2018

Alfonso Rodrigo Tierra Criollo
C.C.: 0601803273



**VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN, INNOVACIÓN Y
TRANSFERENCIA DE TECNOLOGÍA
CENTRO DE POSGRADOS
AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD**

Yo, **Pino Vallejo, Marco Vinicio** con cédula de ciudadanía n° 060315175-4, declaro que el contenido, ideas y criterios del trabajo de titulación “*Predicción de la contaminación atmosférica con material particulado PM_{2.5} en el Centro Histórico de Quito, utilizando la Teoría del Caos*” es de mi autoría y responsabilidad, cumpliendo con los requisitos teóricos, científicos, técnicos, metodológicos y legales establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, respetando los derechos intelectuales de terceros y referenciando las citas bibliográficas.

Consecuentemente el contenido de la investigación mencionada es veraz.

Sangolquí, 28 de febrero de 2018

.....
Marco Vinicio Pino Vallejo

C.C.: 060315175-4



**VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN, INNOVACIÓN Y
TRANSFERENCIA DE TECNOLOGÍA
CENTRO DE POSGRADOS**

AUTORIZACIÓN

Yo, **Pino Vallejo, Marco Vinicio** con C.C. n° 060315175-4, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, publicar el trabajo de titulación “*Predicción de la contaminación atmosférica con material particulado PM_{2.5} en el Centro Histórico de Quito, utilizando la Teoría del Caos*”, en el Repositorio Institucional, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi autoría y responsabilidad.

Sangolquí, 28 de febrero de 2018

Marco Vinicio Pino Vallejo

C.C.: 060315175-4

DEDICATORIA

Dedico este trabajo de titulación a mi familia en especial a mi madre y a mi padre por brindarme su apoyo en todas las metas que me he trazado. A mis hermanos y sobrinos. A mi esposa y a mis hijos Doménica y Daniel que son mi inspiración y la razón para seguir adelante.

AGRADECIMIENTO

A la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE. A los docentes que impartieron con ahínco sus cátedras. A la Mgs. Margarita Haro, por su acertado desempeño como Coordinadora de la Maestría en Sistemas de Gestión Ambiental. Al Dr. Alfonso Tierra, distinguido docente e investigador de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, por dirigir el presente trabajo de titulación. Al Dr. Arquímedes Haro, docente e investigador de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo ESPOCH, por compartir sus conocimientos sobre sistemas caóticos.

INDICE DE CONTENIDO

CERTIFICACIÓN	i
AUTORÍA DE RESPONSABILIDAD	ii
AUTORIZACIÓN.....	iii
DEDICATORIA.....	iv
AGRADECIMIENTO.....	v
INDICE DE CONTENIDO.....	vi
ÍNDICE DE TABLAS	ix
RESUMEN.....	xi
ABSTRAC	xii
CAPÍTULO I	
ASPECTOS GENERALES	
1.1. Introducción.	1
1.2. Justificación e Importancia.....	3
1.3. Planteamiento del Problema.	4
1.4. Formulación del problema a resolver.....	5
1.5. Hipótesis.	5
1.6. Objetivo General.	5
1.7. Objetivos Específicos.	5
CAPITULO II	
MARCO TEÓRICO	
2.1. Sistemas Dinámicos.	7
2.1.1. Sistemas Lineales.	8
2.1.2. Sistemas No Lineales.	8
2.2. Teoría del Caos.....	10
2.2.1. Sistemas Caóticos.....	13
2.2.1.1. Espacio de Fase.	13
2.2.1.2. Reconstrucción del espacio de fase.....	13

2.2.1.3. Reducción del ruido.	15
2.2.1.4. Tiempo de Retardo.	16
2.2.1.5. Atractores Extraños.	18
2.2.1.5.1. Estructura Fractal.	18
2.2.1.6. Dimensión de Encaje.	20
2.2.1.7. Exponentes de Lyapunov.	21
2.2.2. Predicción de la serie de tiempo.	22

CAPITULO III

MARCO LEGAL

3.1. Límites permisibles para las concentraciones de material particulado.	24
3.1.1. Organización Mundial de la Salud - OMS.	24
3.1.2. Norma Ecuatoriana de Calidad del Aire - NECA.	25
3.2. Red Metropolitana de Monitoreo Atmosférico de Quito.	26
3.2.1. Estaciones Automáticas de Monitoreo.	27
3.2.2. Equipamiento para el monitoreo de PM _{2.5}	28
3.2.3. Representatividad de los Datos.	29

CAPITULO IV

METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

4.1. Ubicación Geográfica del Proyecto de Investigación.	31
4.1.1. Área de Influencia.	31
4.3. Procesamiento de Datos.	33
4.3.1. Selección de la serie de datos.	34
4.3.2. Identificación y corrección de datos anómalos.	34
4.3.3. Conformación de Base de Datos.	34
4.3.3.1. BD Concentraciones Medias en 24 horas de PM _{2.5}	34
4.3.3.2. BD Concentraciones Medias Anuales de PM _{2.5}	35
4.4. Análisis de las concentraciones de PM _{2.5} en base a los niveles permisibles para la salud.	35
4.4.1. Análisis descriptivo de las concentraciones medias en 24 horas de PM _{2.5} en base a los valores fijados por la Organización Mundial de la Salud (OMS).	36

4.4.2. Análisis descriptivo de las concentraciones medias anuales de $PM_{2.5}$ en base a los valores fijados por la Organización Mundial de la Salud - OMS.	36
4.4.3. Análisis descriptivo de las concentraciones medias en 24 horas de $PM_{2.5}$ en base a los criterios de la Norma Ecuatoriana de Calidad del Aire - NECA.	37
4.4.4. Análisis descriptivo de las concentraciones medias anuales de $PM_{2.5}$ en base a los criterios de la Norma Ecuatoriana de Calidad del Aire - NECA.	38
4.5. Análisis de las concentraciones de $PM_{2.5}$ con la Teoría del Caos.....	38
4.5.1. Análisis de las concentraciones de $PM_{2.5}$ por hora con la Teoría del Caos.....	39
4.5.2. Análisis de las concentraciones medias en 24 horas de $PM_{2.5}$ con la Teoría del Caos.	41
4.5.3. Análisis de concentraciones medias mensuales de $PM_{2.5}$ con la Teoría del Caos.....	43
4.6. Contraste de las concentraciones de $PM_{2.5}$ entre los Datos Reales y Datos Predichos.	45
4.6.1. Datos Reales y Datos Predichos de las concentraciones de $PM_{2.5}$ por hora.....	45
4.6.2. Datos Reales y Predichos de las concentraciones medias en 24 horas de $PM_{2.5}$	46
4.6.3. Datos Reales y Predichos de las concentraciones medias mensuales de $PM_{2.5}$	46
4.7. Validación estadística de los resultados mediante contraste de hipótesis.	47
4.7.1. Método de validación de resultados.	47
4.7.1. Validación estadística de la predicción de las concentraciones por hora.....	48
4.7.2. Validación estadística de la predicción de las concentraciones medias en 24 horas.	49
4.7.3. Validación estadística de la predicción de las concentraciones medias mensuales.	50
CAPITULO V	
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	
5.1. Conclusiones.	51
5.2. Recomendaciones.	53
REFERENCIAS	54

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 <i>Valores máximos fijados para material particulado $PM_{2.5}$</i>	25
Tabla 2 <i>Criterios fijados para material particulado $PM_{2.5}$</i>	26
Tabla 3 <i>Estaciones Automáticas de Monitoreo - REMMAQ</i>	28
Tabla 4 <i>Estaciones y equipo de captación de material particulado $PM_{2.5}$</i>	29
Tabla 5 <i>Porcentaje de datos válidos de $PM_{2.5}$ en el período 2006-2016</i>	30
Tabla 6 <i>Concentración media anual de particulado $PM_{2.5}$</i>	35
Tabla 7 <i>Número de días al año fuera del límite OMS</i>	36
Tabla 8 <i>Número de días al año fuera del límite NECA</i>	37
Tabla 9 <i>Diferencia de concentraciones reales y predichas por hora</i>	45
Tabla 10 <i>Diferencia de concentraciones reales y predichas de la media en 24 horas</i>	46
Tabla 11 <i>Diferencia de concentraciones reales y predichas de la media en 24 horas</i>	46
Tabla 12 <i>Regla de decisión</i>	47
Tabla 13 <i>Prueba Kolmogorov-Smirnov para concentraciones por hora</i>	48
Tabla 14 <i>Prueba t-Student para concentraciones por hora</i>	48
Tabla 15 <i>Regla de decisión para concentraciones por hora</i>	48
Tabla 16 <i>Prueba Kolmogorov-Smirnov para concentraciones medias en 24 horas</i>	49
Tabla 17 <i>Prueba t-Student para concentraciones medias en 24 horas</i>	49
Tabla 18 <i>Regla de decisión para concentraciones medias en 24 horas</i>	49
Tabla 19 <i>Prueba Kolmogorov-Smirnov para concentraciones medias mensuales</i>	50
Tabla 21 <i>Prueba t-Student para concentraciones medias mensuales</i>	50
Tabla 22 <i>Regla de decisión para concentraciones medias mensuales</i>	50

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Modelos matemáticos de sistemas.....	7
Figura 2 Estaciones Automáticas de Monitoreo	27
Figura 3 Ubicación geográfica y espacial del área de estudio	32
Figura 4 Concentraciones de PM _{2.5} por hora	39
Figura 5 Proyección bidimensional de PM _{2.5} por hora	40
Figura 6 Predicción de PM _{2.5} en 24 horas	40
Figura 7 Concentraciones medias en 24 horas de PM _{2.5}	41
Figura 8 Proyección bidimensional de las medias en 24 horas de PM _{2.5}	42
Figura 9 Predicción de concentraciones medias en 24 horas de PM _{2.5}	42
Figura 10 Concentraciones medias mensuales de PM _{2.5}	43
Figura 11 Proyección bidimensional de las medias mensuales de PM _{2.5}	44
Figura 12 Predicción para las medias mensuales de PM _{2.5}	44

RESUMEN

El material particulado denominado $PM_{2.5}$, es un contaminante de la atmósfera conformado por partículas en suspensión inferior o igual a los 2.5 micras, es decir pueden ingresar al aparato respiratorio y depositándose en los alveolos pulmonares. En el Distrito Metropolitano de Quito los niveles de concentración de $PM_{2.5}$ son preocupantes, debido a las características meteorológicas y geográficas de la urbe que influyen a que los elementos contaminantes atmosféricos no se dispersen con celeridad en la atmósfera. Para la investigación se utilizaron los datos históricos de las concentraciones de $PM_{2.5}$ dentro del periodo 2005 – 2016, registradas por la Estación Meteorológica de la Red Metropolitana de Monitoreo Atmosférico de Quito “REMMAQ” ubicada en el Centro Histórico. Se conformaron bases de datos de concentraciones de $PM_{2.5}$ por hora, medias en 24 horas y medias mensuales para ser analizadas con la Teoría del Caos mediante la utilización del software TISEAN 2.1, para establecer la dinámica de las series de datos y posteriormente predecir las concentraciones de $PM_{2.5}$ en 24 horas, 7 días y 6 meses. Los resultados de las predicciones fueron validadas estadísticamente mediante contraste de hipótesis, concluyendo que los datos reales se equiparan con los datos predichos.

Palabras Clave:

- MATERIAL PARTICULADO $PM_{2.5}$
- TEORÍA DEL CAOS
- TIEMPO DE RETENCIÓN
- DIMENSIÓN DE ENCAJE
- EXPONENTES DE LYAPUNOV

ABSTRAC

The particulate material called PM_{2.5} is a pollutant in the atmosphere formed by particles in suspension less than or equal to 2.5 microns, that is, they can enter the respiratory system and settle in the pulmonary alveoli. In the Metropolitan District of Quito concentration levels of PM_{2.5} are worrisome, due to the meteorological and geographical characteristics of the city that influence the atmospheric contaminants that are not dispersed quickly in the atmosphere. For the investigation the historical data of the PM_{2.5} concentrations were used within the period 2005 - 2016, registered by the Meteorological Station of the Quito Metropolitan Atmospheric Monitoring Network "REMMAQ" located in the Historic Center. Databases of concentrations of PM_{2.5} per hour, average in 24 hours and monthly averages were formed to be analyzed with the Theory of Chaos using the TISEAN 2.1 software, to establish the dynamics of the data series and later to predict the PM_{2.5} concentrations in 24 hours, 7 days and 6 months. The results of the predictions were validated statistically by contrasting hypotheses, concluding that the real data are equated with the predicted data.

Keywords:

- **PARTICULATE MATERIAL PM_{2.5}**
- **CHAOS THEORY**
- **HOLDING TIME**
- **LACE DIMENSION**
- **EXPONENTS OF LYAPUNOV**

CAPÍTULO I

ASPECTOS GENERALES

1.1. Introducción.

La contaminación del aire representa un importante riesgo para la salud, sea en los países desarrollados o en los países en desarrollo. La mayoría de las fuentes de contaminación del aire exterior están más allá del control de las personas y se requiere de la aplicación de normativas nacionales e internacionales en sectores como el transporte, gestión de residuos energéticos, construcción y agricultura (OMS, 2017)

La Norma Ecuatoriana de Calidad del Aire - NECA, considera entre los principales agentes contaminantes de la atmósfera y de alta toxicidad al monóxido de carbono (CO); dióxido de azufre (SO₂); óxidos de nitrógeno (NO, NO₂ y NO_x); ozono (O₃); y material particulado de 10 micrómetros (PM₁₀) y material particulado de 2.5 micrómetros (PM_{2.5}), cada uno con incidencia sobre la salud (MAE, 2011).

El material particulado con dimensiones aerodinámicas de 2.5 micras se denomina PM_{2.5} y tiene una estrecha relación con el aumento de la mortalidad o morbilidad diaria y a largo plazo debido a que penetra profundamente en los alvéolos pulmonares y, por tanto, es plausible que induzcan efectos adversos para la salud (Linares & Díaz, 2009).

El PM_{2.5} se forma a través de reacciones químicas, a partir de quema de combustibles fósiles, procesos industriales, agricultura, construcción de carreteras, procesos erosivos y la extracción de material pétreo (Rojas & Garibay, 2003). En la atmósfera urbana, el principal aporte a las

PM_{2.5}, entre un 70 y un 80%, se debe al tráfico rodado (Ballester, Querol, Medina, Baldasano, & Sunyer, 2007).

La Red Metropolitana de Monitoreo Atmosférico de Quito - REMMAQ, dispone de nueve Estaciones Automáticas de Monitoreo ubicadas en: Carapungo, Cotocollao, Jipijapa, Belisario, El Camal, Centro, Guamaní, Tumbaco y Los Chillos con capacidad para analizar continua y automáticamente los contaminantes comunes del aire como monóxido de carbono (CO₂), dióxido de azufre (SO₂), óxidos de nitrógeno (NO_x), ozono (O₃) y material particulado de 10 micras (PM₁₀) y material particulado de 2.5 micras (PM_{2.5}) (Secretaría de Ambiente del Distrito Metropolitano de Quito, 2017). Estas estaciones difunden información diaria sobre la calidad del aire con el objetivo de que los habitantes estén en capacidad adoptar las medidas pertinentes para evitar o minimizar los riesgos sobre la salud.

Debido al alto impacto que el material particulado tiene sobre la salud, el presente trabajo investigativo analiza mediante herramientas estadísticas los datos históricos de las concentraciones de material particulado PM_{2.5} dentro del período 2005 - 2016, registrados por la Estación Automática de Monitoreo Centro, para determinar las concentraciones de este contaminante atmosférico en el transcurso de 12 años y comparar los resultados de las concentraciones de la media en 24 horas y la media anual con los límites permisibles estipulados por la Organización Mundial de la Salud - OMS y la Norma Ecuatoriana de Calidad del Aire - NECA. Posteriormente la serie de datos históricos se analizan mediante instrumentos probabilísticos basados en la Teoría del Caos como es el Tiempo de Retardo, la Dimensión de Encaje y los Exponentes de Lyapunov para finalmente predecir las concentraciones de PM_{2.5} en el Centro Histórico de Quito, por hora, medias en 24 horas y medias mensuales.

1.2. Justificación e Importancia.

El material particulado se puede acumular en el sistema respiratorio con numerosos efectos negativos sobre la salud como el aumento de las enfermedades respiratorias y la disminución del funcionamiento pulmonar. Los grupos más sensibles son los niños, ancianos y personas con padecimientos respiratorios y cardíacos (Linares & Díaz, 2009). Los problemas de salud ocasionados por el $PM_{2.5}$ están relacionados con enfermedades del corazón y pulmones, afectaciones cerebrales, bronquitis, asma y otros síntomas cardio-respiratorios (PNUD, 2016).

El promedio anual de $PM_{2.5}$ considerado como límite por la Organización Mundial de la Salud es de $10 \mu\text{g}/\text{m}^3$. En América Latina, Chile ocupa el primer lugar en exceder la normativa con $64 \mu\text{g}/\text{m}^3$, Brasil en segundo lugar con $44 \mu\text{g}/\text{m}^3$, en tercer lugar Bolivia con $43 \mu\text{g}/\text{m}^3$, en cuarto lugar México con $36 \mu\text{g}/\text{m}^3$, Ecuador en quinto lugar con $33 \mu\text{g}/\text{m}^3$ y finalmente Costa Rica en sexto lugar con $30 \mu\text{g}/\text{m}^3$ (OMS, 2017)

Los resultados del estudio de calidad del aire en Ecuador realizado entre los años 2012-2013 por la Organización Mundial de la Salud y publicados en mayo de 2016 concluyen que el promedio anual de $PM_{2.5}$ es de $33 \mu\text{g}/\text{m}^3$ en Santo Domingo, $32 \mu\text{g}/\text{m}^3$ en Milagro, $18 \mu\text{g}/\text{m}^3$ en Quito, $14 \mu\text{g}/\text{m}^3$ en Latacunga y $13 \mu\text{g}/\text{m}^3$ en Manta, estas concentraciones sobrepasan los niveles internacionales (OMS, 2017). En el periodo 2014 a nivel nacional se dieron 1656 defunciones por enfermedades crónicas de las vías respiratorias inferiores (INEC, 2014).

Por lo expuesto se plantea la necesidad de conocer el comportamiento histórico del $PM_{2.5}$ en la atmósfera y determinar las posibles concentraciones futuras a las que estaría expuesta la población que habita y visita el Centro Histórico de Quito.

1.3. Planteamiento del Problema.

Ante los efectos de la contaminación atmosférica la Organización Mundial de la Salud, ha emitido normas sobre la Calidad del Aire que se encuentran científicamente respaldadas y que incluyen parámetros para disminuir los riesgos sanitarios (Secretaría de Ambiente del Distrito Metropolitano de Quito, 2017). En la capital del Ecuador en el año 2016 la Estación Automática de Monitoreo “Centro”, registró que el $PM_{2.5}$ tuvo un máximo horario de $103,40 \mu\text{g}/\text{m}^3$ y que superó la normativa límite en la media anual con $7,24 \mu\text{g}/\text{m}^3$.

La topografía tipo valle y los 2800 metros de altura a la que se encuentra la ciudad de Quito, limitan la combustión completa de los hidrocarburos. El alto contenido de azufre en los combustibles desgasta los motores de los vehículos y provoca emisiones de material particulado, especialmente en sitios puntuales de la ciudad donde la concentración de los contaminantes puede ser molesta e incluso peligrosa (Díaz & Páez, 2006). El material particulado es considerado como uno de los principales problemas de contaminación del Distrito Metropolitano de Quito, debido al incremento de días sobre la norma (Secretaría de Ambiente del Distrito Metropolitano de Quito, 2017).

En el Plan Especial de Movilidad del Centro Histórico de Quito, realizado en años 2015, determinó que en el lapso de 12 horas (06h30 - 18h30) el promedio de peatones que ingresan diariamente al núcleo central del Centro Histórico de Quito es de 282.290 personas de lunes a viernes y de 308.959 personas en fin de semana. Es decir un promedio de 1.800 personas/hora a 2.400 personas/hora en hora punta, en los principales puntos del núcleo central como las calles Rocafuerte, Cuenca, Olmedo y Guayaquil (Instuto de la Ciudad de Quito, 2017).

1.4. Formulación del problema a resolver.

Para la investigación, el problema se formula con una pregunta principal: ¿Cómo predecir las concentraciones de material particulado $PM_{2.5}$ en el Centro histórico de Quito?

1.5. Hipótesis.

Aplicando la Teoría del Caos en los datos históricos de material particulado $PM_{2.5}$, se predecirá las concentraciones futuras en el Centro Histórico de Quito.

1.6. Objetivo General.

Predecir las concentraciones del material particulado $PM_{2.5}$ en el Centro Histórico de Quito utilizando la Teoría del Caos para determinar los niveles de contaminación futura.

1.7. Objetivos Específicos.

Elaborar una base de datos de las concentraciones de material particulado $PM_{2.5}$, utilizando los registros de mediciones de la Estación Automática de Monitoreo “Centro” perteneciente a la Red Metropolitana de Monitoreo Atmosférico de Quito para conformar la serie de datos históricos del período 2005-2016.

Caracterizar la serie de datos históricos de $PM_{2.5}$, mediante análisis estadístico para determinar variaciones de concentraciones del contaminante en el tiempo y cotejarlas con los límites permisibles de la Organización de la Salud - OMS y la Norma Ecuatoriana de Calidad del Aire - NECA.

Procesar la serie de datos históricos de $PM_{2.5}$, usando el modelo TISEAN para determinar el Tiempo de Retardo, la Dimensión de encaje y el Coeficiente de Lyapunov.

Predecir las concentraciones de $PM_{2.5}$, mediante el análisis de la dinámica caótica para conocer los niveles de contaminación a las que estaría expuesta la población.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Sistemas Dinámicos.

Los sistemas dinámicos matemáticamente se emplean para el modelamiento de fenómenos físicos, en donde los estados varían con el tiempo (Figueiredo, 2000). Los sistemas dinámicos tienen relevancia científica debido a que al aplicarlos en un modelo realista es posible delinear las propiedades generales del sistema y las propiedades específicas de su dinámica (Da Silva, 2017).

El modelamiento de un sistema consiste en descomponer de manera abstracta el sistema en subsistemas más simples, cuyos modelos sean factibles de obtener en base a la experiencia previa (Duarte, 2006). La Figura 1, ilustra la clasificación de los modelos:

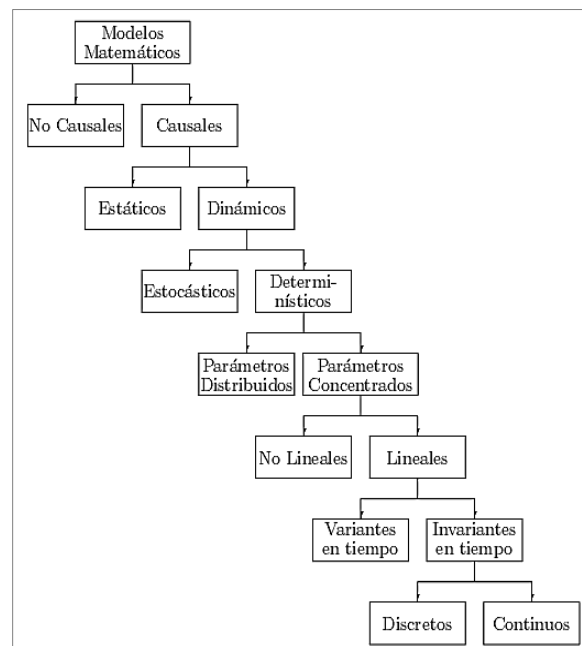


Figura 1 Modelos matemáticos de sistemas

Fuente: (Duarte, O., 2006)

La presente investigación conceptualiza los sistemas lineales y no lineales para determinar sus características y llegar a la premisa pertinente a los sistemas complejos.

2.1.1. Sistemas Lineales.

Los sistemas lineales en forma general de movimiento se presentan predecibles, regulares donde existe la posibilidad de aplicar el principio de la superposición (Junior, 2012). Como se expresa en la ecuación (1):

$$f(xt + yt) = f(xt) + f(yt) \quad (1)$$

Es decir, si xt es una posible solución de un sistema lineal y yt es otra solución de este sistema, una combinación del tipo $f(xt) + f(yt)$, de donde x y y son constantes arbitrarias, es también una solución. La definición de linealidad con el principio de la superposición de efectos, permite evaluar individualmente los efectos de varias causas y sumarlos para obtener el efecto resultante. (Da Silva, 2017). Se determina que las propiedades de proporcionalidad y superposición son inherentes a los sistemas lineales (Duarte, 2006).

2.1.2. Sistemas No Lineales.

Los sistemas no lineales presentan una descripción más realista de los fenómenos naturales a diferencia de los sistemas lineales, debido a que las no linealidades geométricas están asociadas al movimiento, a restricciones o grandes desplazamientos físicos que están asociados al comportamiento de los sistemas complejos (Savi, 2006). Los sistemas complejos son tratados en la Teoría del Caos como sistemas sensibles a las condiciones iniciales.

La no linealidad de un sistema se debe a que sus componentes, y su entorno están interconectados por procesos de retroalimentación recursiva, haciendo que, a lo largo de su funcionamiento las pequeñas perturbaciones se amplíen, rompiendo el vínculo entre la entrada y la salida subsiguiente es decir el espacio de fase (Barbosa, 2005). Debido a estas condiciones estos sistemas son analizados mediante la reestructuración del espacio de fase.

Los sistemas no lineales, como la dinámica atmosférica, la variación del precio de una acción en la bolsa de valores y la formación de tránsito urbano, presentan comportamientos irregulares, ya que la evolución de estos sistemas están influenciados por una infinidad de factores (Monteiro, 2006). Las respuestas a muchos problemas está en entender ¿Cómo se comporta el sistema?, ¿Qué tipo de retroalimentación existe?, ¿Cómo actúa la devolución de una señal modificada a su emisor? y ¿Cuál es la duración de los resultados de los ciclos de retroalimentación?, estas preguntas residen en la búsqueda de más información para encontrar una relación de causa-efecto, que permita hacer previsión y control (Giovannini & Kruglianskas, 2004).

La no linealidad dinámica trata sistemas no lineales con memoria, es decir, aquellos cuyas salidas $y(t)$ dependen no solo de las entradas en ese mismo instante $u(t)$, sino también de sus derivadas o diferencias finitas” (Duarte, 2006). Como se expresa en la ecuación (2):

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (2)$$

Donde, el vector u contiene las entradas al sistema, x las variables de estado, y f es una función vectorial no lineal.

Por expuesto, el sistema carece de las propiedades de proporcionalidad y superposición. El hecho de que un sistema sea no lineal hace que su análisis sea complejo, considerándolo caótico. Por lo tanto la representación de la dinámica del sistema se apoya en técnicas geométricas de visualización y análisis.

2.2. Teoría del Caos.

En las dos últimas décadas el interés por los fenómenos caóticos ha ido en aumento, extendiéndose a campos del conocimiento muy dispares y alejados de las matemáticas, erigiéndose en el cuerpo de doctrina que hoy conocemos como Dinámica No Lineal (Lichtenberg & Lieberman, 1983).

Con el advenimiento de la Teoría del Caos, se descubrió que algunos sistemas deterministas muy simples pueden generar comportamientos aleatorios. A esta aleatoriedad se denomina caos (Salini, 2009). Entonces surge una pregunta ¿El caos es determinista? Como principio se estipula que el futuro está completamente determinado por el pasado, pero en la práctica las pequeñas incertidumbres se agrandan, de tal forma que si bien el movimiento es predecible a corto plazo, no lo es a largo plazo (Peitgen, Jurgens, & Saupe, 2004).

El determinismo esta inherente en el caos, su comportamiento está completamente determinado por sus condiciones iniciales (Skinner, Molnar, Vybilar, & Mitra, 1992). Existen dos propiedades del caos la primera es que cualquier efecto, por pequeño que parezca, adquiere rápidamente proporciones macroscópicas y la segunda la constituye el crecimiento exponencial de los errores debido a la dinámica caótica (Salini, 2009).

Para poder clasificar el comportamiento de un sistema dinámico como caótico, deberá tener las siguientes propiedades:

- Debe ser sensible a las condiciones iniciales.
- Debe ser transitivo y sus órbitas periódicas deber formar un conjunto denso en una región compacta del espacio de fases.

La sensibilidad a las condiciones iniciales está directamente relacionada con el exponente de Lyapunov (Solé & Manrubia, 1996). La sensibilidad es un valor que caracteriza el radio de separación de dos trayectorias que eran al principio infinitesimalmente próximas (Salini, 2009). La sensibilidad a las condiciones iniciales se menciona el llamado “efecto mariposa”.

El tiempo meteorológico constituye uno de los grandes ejemplos de sistemas caóticos; en donde pequeñas perturbaciones en la atmósfera pueden cambiar el clima en proporciones enormes. De esta premisa nace la frase “El aleteo de una mariposa en Brasil puede producir un tornado en Texas” que Edward Lorenz incluyó en la conferencia del 29 de diciembre de 1972 en la sesión anual de la American Association for the Advancement of Science (Open Mind, 2015).

El término transitividad hace referencia a que existen muchas órbitas densas, en el espacio de las fases que implica que un sistema dinámico no podrá descomponerse en dos subsistemas independientes entre sí (Salini, 2009). Esto quiere decir, que pesar que se cumplan las características de sensibilidad, dichas órbitas pasará por todas las regiones que componen el atractor extraño, a largo plazo, formando un único sistema dinámico.

El marco general del que emerge el caos, es la teoría de los sistemas dinámicos, la cual consta de dos partes: la noción de estado, que es la información esencial de un sistema y la dinámica, que es la regla que describe la evolución del estado en el tiempo (Gao, Cao, Tung, & Hu, 2007).

Entonces se puede aplicar la dinámica, o ecuaciones de movimiento, para saber cómo evoluciona un sistema desde su estado inicial para buscar una solución explícita con un algoritmo simple que precisa sólo del estado inicial y el tiempo final para predecir el futuro sin pasar por estado intermedios (May, 1976).

En la matemática del caos, las cosas no ocurren al azar, las condiciones iniciales son determinantes, pero el producto por ser dinámico y complejo tiene como esencia un resultado prácticamente impredecible (Colle, 2002). Su aplicación se basa sobre tres supuestos científicos:

- a) Los sistemas simples pueden generar comportamientos complejos.
- b) Los sistemas complejos causan comportamientos sencillos.
- c) Las leyes de la complejidad tienen validez universal y se despreocupan de los detalles del micro-componente de un sistema.

Considerando la dinámica de un fenómeno de la naturaleza, cuando las ecuaciones y relaciones son lineales se pueden encontrar una solución explícita o “resolver” el sistema, pero si las ecuaciones son de carácter no lineales en general no se pueden resolver estas ecuaciones (Salini, 2009). Entonces, el sistema caótico no representa falta de orden, sino dinamismo y frecuente inestabilidad.

Estos comportamientos aperiódicos son complejos y permanentemente sensibles a pequeñas perturbaciones (Da Silva, 2017). Es así que, la Teoría del Caos se refiere a un estudio cualitativo del comportamiento aperiódico e inestable en sistemas determinísticos dinámicos y no dinámicos. La teoría de la complejidad está ligada al descubrimiento de patrones y leyes razonablemente simples, que gobiernan una serie de fenómenos complejos (Wilber, 2007).

2.2.1. Sistemas Caóticos.

Como se indicó anteriormente para que un sistema dinámico sea considerado caótico, debe ser sensible a las condiciones iniciales, transitivo y sus órbitas periódicas deber formar un conjunto denso en una región compacta del espacio de fases (Salini, 2009). Es el espacio de fase la que da inicio al análisis de un sistema caótico.

2.2.1.1. Espacio de Fase.

La mejor manera de obtener una descripción completa de la dinámica de un sistema no lineal es analizarlo bajo el aspecto de la evolución del espacio de fase, obtenido por la variación del parámetro de control elegido en el intervalo de análisis (Parker & Chua, 1987). El espacio de fase de un sistema dinámico se define como el espacio formado por las variables de estado del sistema x . El diagrama de fases muestra cómo evoluciona este estado a tiempo. El conjunto de todas las curvas, o líneas de flujo, que representan posibles las soluciones (Neto, 2016).

2.2.1.2. Reconstrucción del espacio de fase.

La reconstrucción del espacio de fase es un procedimiento que consume una gran cantidad de recursos de cómputo y es sensible al ruido.

En la actualidad el método de reconstrucción del espacio de fase más usado es el sugerido por Takens, en el cual se usan coordenadas de retardo de tiempo. La reconstrucción utilizando retardos de tiempo produce un atractor topológicamente equivalente conocido como atractor extraño, dejando los parámetros dinámicos invariantes (Takens, 1981). En la práctica el procedimiento de la reconstrucción del espacio de fase tiene que superar las dificultades que se presentan por el uso de un sistema finito de puntos con ruido obtenidos de un sistema con un número desconocido de grados de libertad (Castillo & Calleros, 2003).

El teorema de Takens que se encuentra dentro de la teoría de sistemas dinámicos, establece que un sistema caótico determinista $U(t)=(u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t))$ sobre un atractor con la dimensión $D < \infty$, generalmente satisface la ecuación (3):

$$y(t) = [x(t), x(t + \tau), \dots, x(t + (d - 1) \tau)] \quad (3)$$

Donde x es alguna de las variables del sistema dinámico ($u_1(t)$ por ejemplo), y $y(t)$ es la reconstrucción del sistema original $U(t)$. Esto indica que retardos de tiempo de una única variable puede servir como sustituto de las variables no observadas del sistema.

La calidad de la reconstrucción de espacio fase depende de la selección del retardo óptimo τ , y de la determinación de la dimensión del espacio fase en que debe ser reconstruido el sistema conocido como dimensión de encaje.

Las series de tiempo de sistemas físicos reales no satisfacen las condiciones requeridas por el teorema de Takens, porque las bases de datos están limitadas por tres factores: tamaño,

resolución y ruido. Para los sistemas físicos reales la dimensión del espacio fase es a menudo desconocida.

2.2.1.3. Reducción del ruido.

El estudio de series de datos pueden llevar a sacar conclusiones erróneas ya que los datos que se toman como magnitud de la variable que se va a analizar suelen estar influidas por varios factores que introducen distorsiones a las que se les conoce como ruido que no permiten observar con claridad los patrones dinámicos que se quiere analizar (Fernández, 2004). Por tal razón es necesario filtrar la serie de datos para poder separar el componente ruidoso y extraer señales que informen acerca del comportamiento evolutivo de la serie.

El filtrado de las señales de los sistemas no lineales requiere el uso de métodos especiales, ya que los filtros espectrales lineales pueden interactuar desfavorablemente con la estructura no lineal (Haro, 2016). La reducción de ruido no lineal, explora la estructura en el espacio de fases reconstruido, es decir, no se basa en información de la frecuencia, con el fin de definir la distinción entre la señal y el ruido.

Determinada la dimensión de encaje adecuada, para cada vector de encaje se forma un vecino en el espacio de las fases conteniendo todos los puntos de tal manera que el radio de los falsos vecinos Σ sea lo suficientemente grande para cubrir la extensión del ruido, pero lo suficientemente pequeño que un típico radio de curvatura. Esta operación se puede repetir hasta reducir el ruido sin perder información para cada vector (Hammel, 1990).

Es importante reducir las distorsiones de los datos obtenidos en un proceso experimental, antes de empezar su tratamiento y análisis; pues la presencia de ruido puede influir considerablemente sobre la interpretación del comportamiento dinámico de un sistema en estudio (Haro, 2016).

Dentro del análisis de series temporales, algunos métodos para la reducción del ruido asumen que los datos están relacionados dinámicamente y que debido a hechos determinísticos los datos en una misma región del espacio tienen un comportamiento similar.

El algoritmo no lineal más simple sobre reducción de ruido consiste en reemplazar la coordenada central de cada vector de encaje, por un promedio local de esta coordenada (Haro, 2016). Como se expresa en la ecuación (4):

$$S_{n-\frac{m}{2}} = \frac{1}{U^n_e} \sum_{S_n \in U^n_e} S'_{n-\frac{m}{2}} \quad (4)$$

Al escoger una m dimensión de encaje y un adecuado tiempo de retardo τ , por cada vector de encaje S_n se forma una vecindad U^n_e , se forma en el espacio de fase que contiene todos los puntos S_n tal que $\|S_n - S'\| < \Sigma$, donde Σ es el radio de la vecindad, que debe ser lo suficientemente grande para cubrir la extensión de ruido y S' el espacio de fase inicial. Por cada vector de encaje $S_n = (S_{n-(m-1)}, \dots, S_n)$ con $\lambda=1$, la coordenada corregida es $S'_{n-\frac{m}{2}}$, se calcula como el promedio sobre la vecindad U^n_e (Haro, 2016).

2.2.1.4. Tiempo de Retardo.

El tiempo de retardo (τ), es el paso más importante en el análisis del espacio de fases, es la técnica de reconstrucción del sistema, formando vectores y ejecutando una proyección en el

espacio de fases, que es un espacio físico que permite detectar variables dinámicas, en este método se busca la relación biunívoca de los datos en el espacio de las fases (Alligood, Sauer, & Yorke, 1996).

La técnica de reconstrucción de espacio de fase más importante es el método de retardo. Los vectores en un nuevo espacio, el espacio de empotramiento, se forman a partir de los valores retardados de las mediciones escalares expresado en la ecuación (5):

$$S_n = (S_{n-(m-1)\tau}, S_{n-(m-2)\tau}, \dots, S_n) \quad (5)$$

El número m de elementos se denomina dimensión de encaje, el tiempo τ se denomina generalmente retardo. Los teoremas expuestos por Takens, afirman que si la S_n de hecho consiste en mediciones escalares del estado de un sistema dinámico, entonces bajo ciertas suposiciones de genericidad, la incorporación de retardo de tiempo proporciona una imagen uno a uno del conjunto original x siempre que m sea lo suficientemente grande (Sauer, Yorke, & Casdagli, 1991). Si N mediciones escalares están disponibles, el número de vectores de inclusión se estima que será $N-(m-1)\tau$. Esto debe tenerse en cuenta para la correcta normalización de las cantidades promediadas. Siendo el tiempo de retardo el primer mínimo en el valor de retardo de la función.

El procedimiento de tiempo de retardo, es una herramienta importante para la inspección visual de datos, aunque la visualización se restringe a dos dimensiones y representaciones tridimensionales. Un buen despliegue en dos dimensiones puede dar alguna orientación sobre una buena elección del tiempo de retardo para las incrustaciones de dimensión superior.

2.2.1.5. Atractores Extraños.

El comportamiento caótico está ligado a lo que se conoce como atractores extraños, los cuales pueden llegar a tener una enorme complejidad, como por ejemplo el atractor de Lorenz, el cual surge del modelo tridimensional del sistema climático. Los Atractores es un sistema dinámico determinista tridimensional no lineal derivado de las ecuaciones simplificadas de rolos de convección que se producen en las ecuaciones dinámicas de la atmósfera terrestre (Lorenz, 1984).

El atractor es una representación dinámica de un sistema en el espacio de las fases. Una vasta clase de sistemas dinámicos disipativos, tienen la notable propiedad de poseer un atractor, el cual es el lugar de los puntos recorridos luego de una trayectoria suficientemente larga (Haro, 2016).

En el caso de los sistemas caóticos, en las cuales se tiene una fuerte dependencia de las coordenadas iniciales, el atractor no es en efecto un objeto regular, sino más bien tiene una estructura muy complicada, entonces se lo llama atractor extraño, el cual puede tener una estructura fractal (Takayasu, 1990).

2.2.1.5.1. Estructura Fractal.

La importancia de los atractores fractales, en investigaciones científicas radica en que pueden describir fenómenos complejos dependientes del tiempo, que están caracterizados por una alta dependencia de las condiciones iniciales (Haro, 2016). Por lo expuesto, se debe entender por caos, no la ausencia de orden, sino más bien cierto orden de características impredecibles, pero que se puede describir en forma concreta y precisa. Generalmente un sistema dinámico esta descrito por la ecuación (6):

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \quad (6)$$

Pero es conocido que este tipo de ecuaciones se puede presentar en términos de un mapa Poincaré expresada en la ecuación (7):

$$x(n+1) = g(x(n)) \quad (7)$$

Lo cual es muy útil para visualizar las características cualitativas de un comportamiento caótico o no caótico, Así, podemos reducir una ecuación a un mapa de Poincaré, determinada en la ecuación (8):

$$P(n+1) = g(P(n)) \quad (8)$$

De esta manera, es fácil comprender los varios comportamientos de un sistema (Alligood, Sauer, & Yorke, 1996):

- a) Si la trayectoria del sistema es periódica, sobre la sección de Poincaré se tiene un conjunto finito de puntos aislados.
- b) Si el movimiento es casi periódico, se tendrá una figura regular cerrada.
- c) Si es un movimiento caótico, formará una mancha no estructurada.

Se considera entonces, que el paso de la ecuación diferencial al mapa no cambia la naturaleza regular o caótica del sistema estudiado (Haro, 2016).

2.2.1.6. Dimensión de Encaje.

La dimensión de encaje mínima es identificada como m , el método de le denomina falsos vecinos cercanos. Al suponer que la dimensión de encaje es mínima para una serie temporal S_i es m_o . Esto significa que en un espacio de m_o dimensional, el espacio de retardo del atractor reconstruido es una imagen uno a uno del atractor en el espacio de fase original. Especialmente, las propiedades topológicas se conservan. Así, los vecinos de un punto dado son asignados a vecinos en el espacio de retardo (Kennel, Brown, & Abarbanel, 1992).

Debido a la supuesta suavidad de la dinámica, los vecindarios de los puntos se representan nuevamente en los vecindarios y la forma y el diámetro de los barrios se cambia de acuerdo con los exponentes de Lyapunov. Pero al suponer que se inserta en un espacio m -dimensional con $m < m_o$, debido a esta proyección ya no se conserva la estructura topológica y los puntos se proyectan en barrios de otros puntos a los que no pertenecerían en dimensiones más altas (Haro, 2016). Estos puntos son denominados “falsos vecinos” a los cuales si se aplica la dinámica, no son típicamente mapeados en la imagen del vecindario, sino en algún otro lugar, de modo que el promedio de "diámetro" se vuelve bastante grande.

La idea del algoritmo del falso vecino es que para cada punto \dot{S}_i en la serie de tiempo busque su vecino más cercano \dot{S}_j en un espacio m -dimensional. Por lo tanto calcula la distancia $\|\dot{S}_i - \dot{S}_j\|$, reincide en ambos puntos y calcula, como se expresa en la ecuación (9):

$$Ri = \frac{|S_{i+1} - S_{j+1}|}{\|\dot{S}_i - \dot{S}_j\|} \quad (9)$$

Al exceder S_i un umbral heurístico determinado S_t , este punto está marcado como un vecino falso vecino (Kennel, Brown, & Abarbanel, 1992). El criterio de que la dimensión de inclusión es lo suficientemente alta es la fracción de puntos para la cual $S_i > S_t$ es cero, o al menos suficientemente pequeño. La dimensión de encaje se determina cuando la función es igual a cero.

La introducción del concepto de falso vecino más cercano, permite especificar una mínima separación temporal de los vecinos válidos y así determinar las dimensiones apropiadas para las matrices creadas, buscando vecinos a un punto fijo y que estén contenidos dentro de una bola de radio centrada en ese punto, de esta forma se calcula la distancia interactiva y se computa. Si la relación de la distancia de la interacción y del vecino más cercano excede a un valor determinado, el punto se marca como un vecino equivocado (Escudero, 2007).

2.2.1.7. Exponentes de Lyapunov.

El cálculo del espectro completo de Lyapunov requiere considerablemente más esfuerzo que el exponente máximo (Haro, 2016). El proceso es esencial y consiste en una estimación de los Jacobianos locales, es decir, de la dinámica linealizada que gobierna el crecimiento de las perturbaciones infinitesimales. El caos surge del crecimiento exponencial de las perturbaciones infinitesimales es así que para garantizar el análisis de esta inestabilidad están los exponentes de Lyapunov, que cuantifican el momento que dos trayectorias se alejan, como se expresa en la ecuación (10):

$$\lambda = \frac{1}{t} \ln \left(\frac{r(t)}{r} \right) \quad (10)$$

Donde $r(t)$ semi-eje mayor de una elipse, r radio pequeño y t tiempo grande, en general se establece $\lambda_1 \geq \lambda_2 \dots \lambda_d$. Con esta premisa las variables que permiten caracterizar un atractor se presentan de la siguiente manera:

- a) Para un punto fijo todos los λ_i son negativos,
- b) En un ciclo límite $\lambda_1 = 0$ y $\lambda_i < 0$ por $i > 1$.
- c) En el movimiento n-dimensional, $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n$ y $\lambda_i < 0$ por $i > n$.
- d) En un sistema caótico al menos un exponente de Lyapunov es positivo.

2.2.2. Predicción de la serie de tiempo.

Para la predicción de la serie de tiempo, el planteamiento es reconstruir la dinámica de un sistema a partir de las coordenadas de retardo, dimensión fractal y coeficientes de Lyapunov de un sistema complejo de muchas variables a las que se le denomina espacio de las fases (Takens, 1981). Mediante las conceptualizaciones de la dinámica, y trabajando en el espacio determinado por $y(t)$, es posible hacer modelos locales para describir la evolución desde una vecindad (con verdaderos vecinos) hacia otra vecindad de la órbita $y(t+1)$.

El modelo más simple es plantear una evolución lineal, para ir de $y(t)$ a $y(t+1)$, donde los coeficientes A_t y B_t son obtenidos por mínimos cuadrados de los puntos entre las vecindades. Realizando este proceso para todo el conjunto de la serie, podemos inferir la evolución para cada nuevo dato (Haro, 2016).

Mediante la aplicación de la teoría de estabilidad lineal a las órbitas $y(t)$, puede determinarse que el error en la precisión en las mediciones del desplazamiento en x crece como $e^{(t/14\tau s)}$ con lo cual predicciones más allá de 10τ están fuera del límite de predictibilidad del sistema (Albano, Muench, Schwartz, Mees, & Rapp, 1988). Este modelo permite el cálculo de los valores predichos a través de la ecuación (11):

$$Y_{n+1} = A_0 + \sum_{i=1 \dots n} A_i f_i(Y_n) \quad (11)$$

Con Y_n es el n-ésimo vector y f_i es la función gaussiana centrada en el i-ésimo centro.

CAPITULO III

MARCO LEGAL

3.1. Límites permisibles para las concentraciones de material particulado.

El monitoreo de la calidad del aire indispensable para la aplicación de gestión ambiental y mantener informada a la población para que adopte las medidas de contingencia pertinentes para minimizar los riesgos sobre la salud.

3.1.1. Organización Mundial de la Salud - OMS.

La contaminación del aire representa un importante riesgo ambiental para la salud, bien sea en los países desarrollados o en los países en desarrollo (OMS, 2017). La Organización Mundial de la Salud se pronuncia sobre la contaminación con partículas de la siguiente manera:

- Generalmente, las mediciones de la calidad del aire se notifican como concentraciones medias diarias o anuales de material particulado por metro cúbico (m^3) de aire. Las mediciones sistemáticas de la calidad del aire se expresadas en microgramos (μ).

- Cuando se dispone de instrumentos de medición suficientemente sensibles, se notifican también las concentraciones de partículas finas ($PM_{2.5}$ o más pequeñas).

Sobre los efectos sobre la salud, la Organización Mundial de la Salud expone que:

- Las partículas más perjudiciales para la salud son las de 10 micrones de diámetro, o menos ($\leq PM_{10}$), que pueden penetrar y alojarse en el interior profundo de los pulmones.

- La exposición crónica a las partículas agrava el riesgo de desarrollar cardiopatías y neumopatías, así como cáncer de pulmón.

- Existe una estrecha relación cuantitativa entre la exposición a altas concentraciones de pequeñas partículas (PM_{10} y $PM_{2,5}$) y el aumento de la mortalidad o morbilidad diaria y a largo plazo. A la inversa, cuando las concentraciones de partículas pequeñas y finas son reducidas, la mortalidad conexas también desciende, en el supuesto de que otros factores se mantengan sin cambios.

- La contaminación con partículas conlleva efectos sanitarios incluso en muy bajas concentraciones; de hecho, no se ha podido identificar ningún umbral por debajo del cual no se hayan observado daños para la salud.

En la Tabla 1 se señalan los valores límites para el material particulado $PM_{2,5}$ para la media en 24 horas y la media anual:

Tabla 1

Valores máximos fijados para material particulado $PM_{2,5}$

Período de Tiempo	Valores fijados para $PM_{2,5}$
Media en 24 horas	25 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
Media Anual	10 $\mu\text{g}/\text{m}^3$

Fuente: (OMS, 2005)

3.1.2. Norma Ecuatoriana de Calidad del Aire - NECA.

La Norma Ecuatoriana de Calidad del Aire, se encuentra redactada en el Anexo 4 del Libro VI del Texto Unificado de Legislación Secundaria del Ministerio del Ambiente, y forma parte del

conjunto de normas técnicas ambientales para la prevención y control de la contaminación, citadas en la Disposición General Primera del Título IV del Libro VI del Texto Unificado de Legislación Secundaria del Ministerio del Ambiente.

La NECA considera que la fuente principal de emisión del material particulado $PM_{2.5}$ es el proceso de combustión y tiene la capacidad de ingresar al espacio alveolar o al torrente sanguíneo incrementando el riesgo de padecer enfermedades crónicas cardiovascular y muerte prematura.

Los criterios o concentraciones fijadas para el $PM_{2.5}$ se encuentran establecidos en el Anexo 4 de la NECA o Nivel de Inmisión de material particulado, como se indica en la Tabla 2:

Tabla 2

Criterios fijados para material particulado $PM_{2.5}$

Período de Tiempo	Criterio para $PM_{2.5}$
Media en 24 horas	50 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
Media Anual	15 $\mu\text{g}/\text{m}^3$

Fuente: (NECA, 2011)

3.2. Red Metropolitana de Monitoreo Atmosférico de Quito.

La Red Metropolitana de Monitoreo Atmosférico de Quito, tiene como finalidad producir datos confiables sobre la concentración de contaminantes atmosféricos en el territorio del Distrito Metropolitano de Quito que sirvan como insumo para la planificación, formulación, ejecución y evaluación de políticas y acciones orientadas al mejoramiento de la calidad del aire y difundir esta información en condiciones comprensibles para el público en general (Secretaría de Ambiente del Distrito Metropolitano de Quito, 2017).

3.2.1. Estaciones Automáticas de Monitoreo.

La Red Metropolitana de Monitoreo Atmosférico de Quito, cuenta con nueve Estaciones Automáticas de Monitoreo estas son: Carapungo, Cotocollao, Jipijapa, Belisario, El Camal, Centro, Guamaní, y en los valles Tumbaco y Los Chillos como se ilustra en la Figura 2. Las estaciones tienen capacidad para analizar continua y automáticamente los siguientes contaminantes comunes del aire: Monóxido de carbono (CO); Dióxido de azufre (SO₂); Óxidos de nitrógeno (NO, NO₂ y NO_x); Ozono (O₃), y Material particulado PM₁₀ y PM_{2.5}.

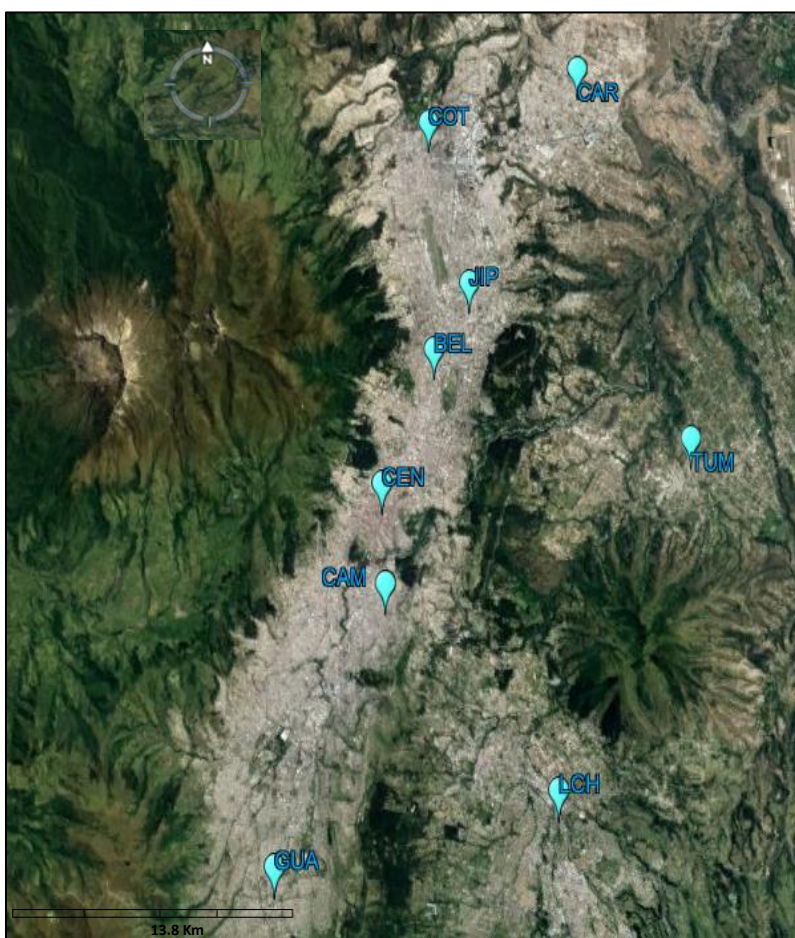


Figura 2 Estaciones Automáticas de Monitoreo - REMMAQ

En la Tabla 3, se indica el código de las estaciones, las coordenadas geográficas y la dirección en donde se encuentran instaladas.

Tabla 3

Estaciones Automáticas de Monitoreo - REMMAQ

Código	Estaciones	Coordenadas Geodésicas	Ubicación
BEL	Belisario	78°29'24" O 0°10'48" S	Zona: Norte Edificio del Colegio San Gabriel Dirección: Av. América 3541
CAM	El Camal	78°30'36" O 0°15'00" S	Zona: Sur Hospital Patronato Municipal San José del Sur. Dirección: Adrián Navarro 1660 e Hinostroza
CAR	Carapungo	78°26'50" O 0°05'54" S	Zona: Calderón Edificio CNT Carapungo Dirección: Super Manzana B, el Vergel S/N)
COT	Cotocollao	78°29'50" O 0°06'28" S	Zona: La Delicia Museo Cotocollao. Dirección: Santa Teresa #70-121 entre Ignacio Loyola y Alfonso del Hierro
CEN	Centro	78°30'36" O 0°13'12" S	Zona: Centro Radio Municipal Dirección: García Moreno 751 y Sucre
GUA	Guamaní	78°33'5" O 0°19'51" S	Zona: Quitumbe
JIP	Jipijapa	78°28'48" O 0°09'36" S	Zona: Norte Dirección Metropolitana Ambiental Dirección: Río Coca 1731 e Isla Fernandina
LCH	Los Chillos	78°27'36" O 0°18'00" S	Zona: Los Chillos Edificio CNT Dirección: Av. Ilaló y Av. General Enríquez
TUM	Tumbaco	78°24'00" O 0°12'36" S	Zona: Tumbaco Edificio CNT Dirección: Norberto Salazar y Gonzalo Meneses

Fuente: (IQCA, 2017)

3.2.2. Equipamiento para el monitoreo de PM_{2.5}.

Las Estaciones Automáticas de Monitoreo “Belisario”, “Camal”, “Centro”, “Cotocollao” y “Carapungo”, monitorean las 24 horas del día las concentraciones de material particulado PM_{2.5}

en unidades de $\mu\text{g}/\text{m}^3$. El método de medida es estandarizado la estación “Centro” tiene un registro desde el 26 de agosto de 2004.

Tabla 4

Estaciones y equipo de captación de material particulado $\text{PM}_{2.5}$

Contaminante	Estaciones	Método de medida	Marca / modelo
Material particulado $\text{PM}_{2.5}$	BEL, CAM, CEN, COT CAR	Atenuación de Rayos Beta Método equivalente para PM_{10} EPA No.EQPM-1102-150	Thermo Andersen FH62C14

Fuente: (IQCA, 2017)

3.2.3. Representatividad de los Datos.

La Red Metropolitana de Monitoreo Atmosférico de Quito, se basa en un programa de Control y Aseguramiento de Calidad, con procedimientos operativos, de mantenimiento y formularios de registro de todas sus actividades. Este sistema permite el cumplimiento de los estándares requeridos de desempeño para la red de monitoreo y el registro histórico de los parámetros de funcionamiento de los muestreadores y analizadores; con el fin de evaluar de manera continua su operación integral (Secretaría de Ambiente del Distrito Metropolitano de Quito, 2017). Los criterios de cobertura temporal para los diferentes subsistemas establecidos por la Red Metropolitana de Monitoreo Atmosférico de Quito, son los siguientes:

- RAPAR, para el cálculo de las concentraciones media diaria, se requiere al menos de 22 horas de muestreo. Para el cálculo de la media mensual y anual se necesita por lo menos de 2/3 del período total, con registros válidos.

- REDEP y REMPA, para determinar los promedios mensuales y anuales, se necesita por lo menos de 2/3 del período total, con registros válidos.

Cuando los registros no cumplen los criterios de cobertura temporal no se consideran válidos, debido a que comprometen su representatividad. Este criterio se aplica internacionalmente.

Tabla 5

Porcentaje de datos válidos de PM_{2.5} en el período 2006 – 2016

Año	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
%	97.00	98.00	97.00	96.90	96.90	95.30	97.90	94.70	91.50	97.40	94.50

Fuente: (REMMAQ, 2016)

Para el cálculo de validación de los datos se necesita cubrir el 75% del período con registros válidos. Los porcentajes expuestos en la Tabla 8, indican que el período comprendido entre los años 2006 y 2016 se encuentra sobre el 95%, siendo aptos para ser analizados.

CAPITULO IV

METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

4.1. Ubicación Geográfica del Proyecto de Investigación.

La investigación se desarrolló en la parroquia Centro Histórico del Distrito Metropolitano de Quito, jurisdicción de la provincia de Pichincha dentro del perímetro comprendido en las siguientes coordenadas geodésicas: P₁ 0°13'16.82"S, 78°31'09.44"O; P₂ 0°12'41.34"S, 78°30'39.61"O; P₃ 0°13'05.20"S, 78°30'05.66"O; P₄ 0°13'45.02"S, 78°30'38.35"O.

4.1.1. Área de Influencia.

El área de influencia directa es el casco colonial, que comprende una superficie de 3,75 km², con una población de 40.587 habitantes. Se trata de la tercera división administrativa de la urbe y la primera en densidad poblacional con 10.823,20 hab/km², con un total de 15.570 viviendas y arquitectura considerada Patrimonio Cultural de la Humanidad.

Geográficamente se encuentra en una zona estrecha entre el cerro de Cruz Loma y el cerro Itchimbía. Entre sus estrechas y empinadas calles diariamente circula un atiborrado tráfico vehicular. De lunes a viernes se registra el ingreso de 282.290 personas al Centro Histórico, de las cuales el 70 % son turistas que visitan el área para admirar imponentes edificaciones como es el Palacio de Gobierno, Teatro Bolívar y Teatro Sucre y en lo referente a iglesias Santo Domingo, San Agustín, La Merced, La Catedral, El Sagrario, La Compañía de Jesús, San Francisco y La Basílica.

Se considera como eje central del área de influencia, la Estación Automática de Monitoreo Centro con código CEN, que forma parte de la Red Metropolitana de Monitoreo Atmosférico de Quito - REMMAQ, ubicada en las calles Mejía y Guayaquil, como se ilustra en la Figura 3.



Figura 3 Ubicación geográfica y espacial del área de estudio

4.2. Tipo de Estudio.

Para el desarrollo del estudio se aplicó de manera sistemática los siguientes tipos de investigación:

La investigación exploratoria, dedicada al proceso de selección de las medidas de concentraciones de material particulado $PM_{2.5}$, detección y corrección de datos anómalos y conformación de base de datos.

La investigación descriptiva, aplicada en el análisis estadístico de las concentraciones de $PM_{2.5}$ en el período 2005 - 2016.

La investigación cuantitativa, utilizada en el cotejo de las concentraciones de $PM_{2.5}$ con los límites permisibles fijados por la Organización Mundial de la Salud - OMS y la Norma Ecuatoriana de la Calidad del Aire - NECA.

La investigación aplicada, empleada en el análisis de series temporales mediante el modelo TISEAN 2.1 para la predicción de concentraciones futuras de $PM_{2.5}$.

4.3. Procesamiento de Datos.

Los datos históricos de $PM_{2.5}$ se obtuvieron de la Estación Automática de Monitoreo Centro, perteneciente a la Red Metropolitana de Monitoreo Atmosférico de Quito - REMMAQ, ubicada en las calles Mejía y Guayaquil. Los sensores remotos de esta estación captan las concentraciones de $PM_{2.5}$ las 24 horas del día en unidades de $\mu g/m^3$ con el 95% de datos válidos.

Para el procesamiento de las concentraciones de $PM_{2.5}$, se seleccionó la serie de datos correspondiente al período 2005 - 2016, se depuraron anomalías para luego conformar las bases de datos de las concentraciones medias en 24 horas y las medias anuales para cotejarlas con los valores permisibles para la salud.

4.3.1. Selección de la serie de datos.

Para la investigación, se seleccionó la serie de datos de concentraciones de $PM_{2.5}$ por cada hora a partir de las 01h00 a las 24h00 del 01 de enero del 2005 hasta el 31 de diciembre de 2016, recopilándose un total de 105.192 datos históricos.

4.3.2. Identificación y corrección de datos anómalos.

Dentro de los 105.192 datos históricos registrados en el período 2005 - 2016, se detectaron 18 datos anómalos que tenían signo negativo. Las medidas de emisiones de contaminantes atmosféricos no pueden existir datos que registren signo negativos por lo que se consideró como un error en el ingreso de datos. Para su corrección se respetó el valor asignado y se retiró el signo negativo.

4.3.3. Conformación de Base de Datos.

Depurada la serie de datos históricos del período 2005 - 2016, se procedió conformar dos bases de datos (BD). La primera BD está constituida por las concentraciones medias en 24 horas de $PM_{2.5}$ y la segunda BD por las concentraciones medias anuales de $PM_{2.5}$.

4.3.3.1. BD Concentraciones Medias en 24 horas de $PM_{2.5}$.

Los valores de las concentraciones medias en 24 horas correspondientes al período 2005-2016, se encuentran organizados por año, mes y día como se presentan en el Anexo, con un total de 4.382 datos.

4.3.3.2. BD Concentraciones Medias Anuales de $PM_{2.5}$.

Los datos de las concentraciones medias anuales de $PM_{2.5}$, son el resultado del procedimiento estadístico mensual desde el año 2005 al 2016 como indica en la Tabla 6:

Tabla 6

Concentración media anual de particulado $PM_{2.5}$

Año	Media Anual ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)
2005	21.48
2006	21.44
2007	21.64
2008	19.23
2009	18.52
2010	19.46
2011	18.10
2012	18.17
2013	18.44
2014	17.82
2015	15.87
2016	17.24

4.4. Análisis de las concentraciones de $PM_{2.5}$ en base a los niveles permisibles para la salud.

La información se procesó estadísticamente para determinar las variaciones de las concentraciones de $PM_{2.5}$ en el lapso de 12 años. Adicionalmente los datos son cotejados con los límites permisibles relacionados a la salud bajo los parámetros tipificados por la Organización Mundial de la Salud - OMS y la Norma Ecuatoriana de Calidad del Aire – NECA, que fijan valores límites para las concentraciones de $PM_{2.5}$ específicamente para las medias en 24 horas y las medias anuales.

4.4.1. Análisis descriptivo de las concentraciones medias en 24 horas de PM_{2.5} en base a los valores fijados por la Organización Mundial de la Salud (OMS).

La OMS establece para las concentraciones medias en 24 horas de PM_{2.5} un límite permisible de 25 µg/m³. En la Tabla 7 se detalla el número de días que exceden este valor.

Tabla 7

Número de días al año fuera del límite OMS

Años	No. de días/año que exceden el límite permisible de PM _{2.5} media en 24 horas	Meses con mayor días de incidencia
2005	123	Octubre - Noviembre - Diciembre
2006	102	Marzo
2007	100	Octubre
2008	29	Noviembre
2009	54	Octubre
2010	49	Septiembre - Noviembre
2011	43	Noviembre
2012	49	Octubre - Noviembre
2013	51	Noviembre
2014	44	Enero - Febrero - Marzo
2015	25	Octubre - Noviembre.
2016	37	Enero - Noviembre

El 2005 es el año en que se registra un mayor número de días en el que se excede el límite permisible de PM_{2.5} para la media en 24 horas con 123 días. En el año 2015 se reduce a 25 días, y para el año 2016 se incrementa a 37 días.

4.4.2. Análisis descriptivo de las concentraciones medias anuales de PM_{2.5} en base a los valores fijados por la Organización Mundial de la Salud - OMS.

La OMS fija un límite de 10 µg/m³ para las concentraciones medias anuales de PM_{2.5}. Analizadas las series de datos, se logró identificar que los promedios de los años 2005 y 2006 se encuentran sobre los 21 µg/m³. El año 2007 tiene la concentración más alta de la serie de datos

con $21,64 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Los años 2008, 2009, 2010, 2011, 2012 y 2013 sobrepasan los $18 \mu\text{g}/\text{m}^3$. El año 2014 tiene una concentración de $17,82 \mu\text{g}/\text{m}^3$. La concentración media anual del año 2015 es la más baja en los 12 años analizados con a $15,87 \mu\text{g}/\text{m}^3$, incrementándose a $17,24 \mu\text{g}/\text{m}^3$ para el año 2016.

4.4.3. Análisis descriptivo de las concentraciones medias en 24 horas de $\text{PM}_{2,5}$ en base a los criterios de la Norma Ecuatoriana de Calidad del Aire - NECA.

La NECA establece $50 \mu\text{g}/\text{m}^3$ como límite para la media en 24 horas de $\text{PM}_{2,5}$. En la Tabla 8, se detalla el número de días que exceden esta norma.

Tabla 8

Número de días al año fuera del límite NECA

Años	Días	Meses con mayor incidencia
2005	1	Enero
2006	0	
2007	2	Enero - Octubre
2008	0	
2009	0	
2010	0	
2011	0	
2012	0	
2013	0	
2014	1	Enero
2015	1	Enero
2016	0	

La serie de datos no registran días periódicos $\geq 50 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Se debe indicar que el 1 de enero de los años 2005, 2007, 2014 y 2015 las concentraciones de $\text{PM}_{2,5}$ se incrementan sobre el límite debido a la quema de monigotes como lo indica el Informe Anual 2016 de Calidad de Aire de Quito.

4.4.4. Análisis descriptivo de las concentraciones medias anuales de PM_{2.5} en base a los criterios de la Norma Ecuatoriana de Calidad del Aire - NECA.

El límite permisible para la media anual de material particulado PM_{2.5} que establece la NECA es de 15 µg/m³. En el período 2005 - 2016 se excede el valor recomendado.

4.5. Análisis de las concentraciones de PM_{2.5} con la Teoría del Caos

Para el análisis de las concentraciones de PM_{2.5} se utilizó el paquete informático TISEAN 2.1, que permite el estudio de series de datos no lineales desarrollado en Alemania por Rainer Hegger y Holger Kantz de la Universidad de Frankfurt y Thomas Schreiber del Instituto Max-Pank.

Para el procesamiento de los datos, se utilizaron 105.192 datos correspondientes a las series de concentraciones de PM_{2.5} por hora, 4.382 datos de las medias en 24 horas y 144 datos de las medias mensuales. Los datos se analizaron en seis etapas. La primera etapa, consistió en la reducción del ruido. En la segunda etapa se determinó la información mutua para calcular el primer mínimo para el Tiempo de Retención. La salida de este dato construye la tercera etapa cuyo proceso consistió en extraer la columna de los datos reales y contraponerlos con los datos estimados en el tiempo de retención a escala logarítmica para obtener la dimensionalidad y graficar el atractor extraño con el objetivo de observar la distribución de los datos en el espacio de las fases. En la cuarta etapa se calculó los falsos vecinos, es decir el valor que llega a cero para determinar la Dimensión de Encaje. Para la quinta etapa se calculó los Exponentes de Lyapunov que determinan si la serie de datos es caótica. La sexta etapa es la predicción no lineal simple sobre los datos originales, ingresando los datos correspondientes al tiempo de retención y la dimensión de encaje el software realiza el ajuste pertinente en la regresión lineal.

4.5.1. Análisis de las concentraciones de $PM_{2.5}$ por hora con la Teoría del Caos

Serie de datos: La serie se conforma de 105.192 datos que representan las horas de concentraciones de $PM_{2.5}$ durante el periodo 2005-2016.

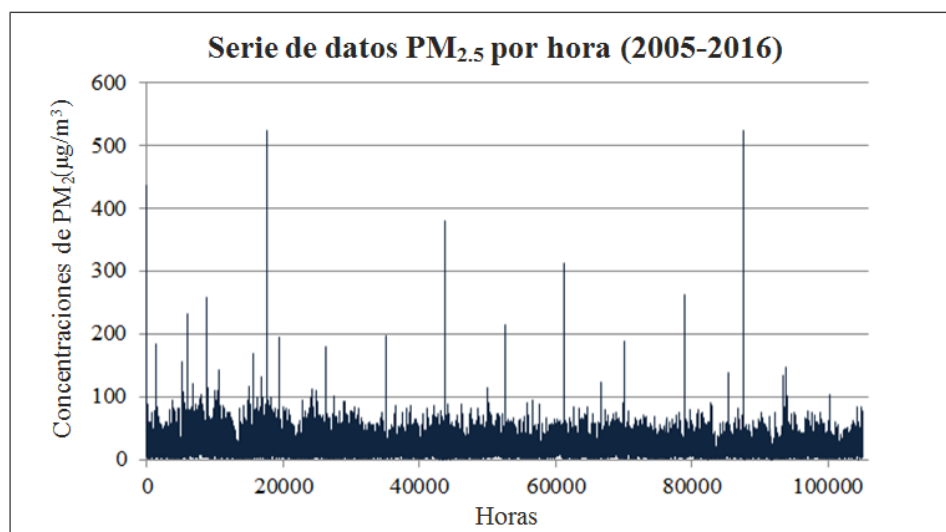


Figura 4 Concentraciones de $PM_{2.5}$ por hora

Tiempo de Retención, Dimensión de Encaje y Coeficientes de Lyapunov: Los valores determinados en el análisis de las concentraciones por hora de $PM_{2.5}$ con la Teoría del Caos se describen en la Tabla 9:

Tabla 9

Análisis de las concentraciones por hora de $PM_{2.5}$ con la Teoría del Caos

Parámetro	Descripción	Valor
Tiempo de Retención (τ)	Primer mínimo en el valor de retardo	9
Dimensión de Encaje (m)	Dimensión en donde la función es igual a cero	17
Exponente de Lyapunov	Estado de los coeficientes	0.01227
		0.00927
		0.00707
		0.00504
		0.00331
		0.00174
		0.00011

Atractor Extraño: Ilustra la distribución de los datos de las concentraciones de $PM_{2.5}$ por hora en el período 2005-2016 en el espacio de las fases.

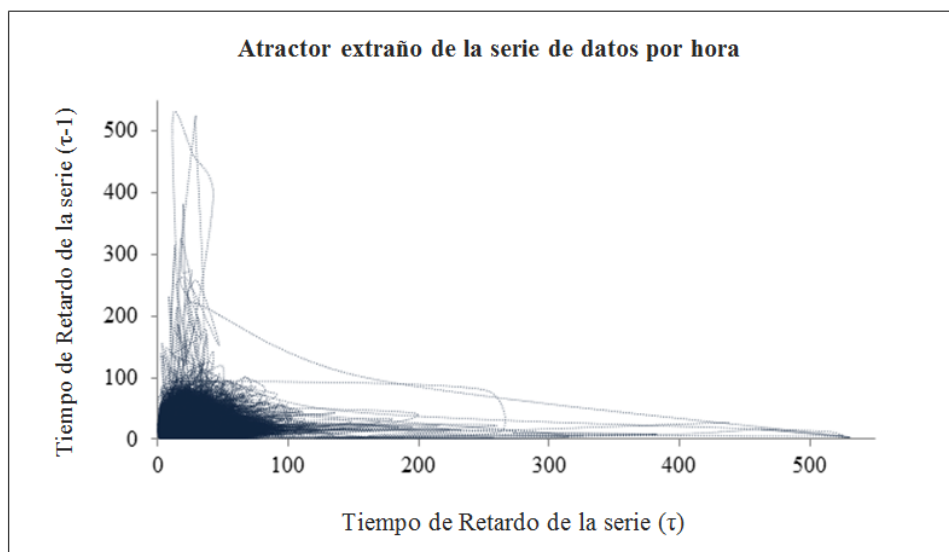


Figura 5 Proyección bidimensional de $PM_{2.5}$ por hora

Predicción: Concentraciones de $PM_{2.5}$ para las 24 horas del 31 de diciembre de 2016.

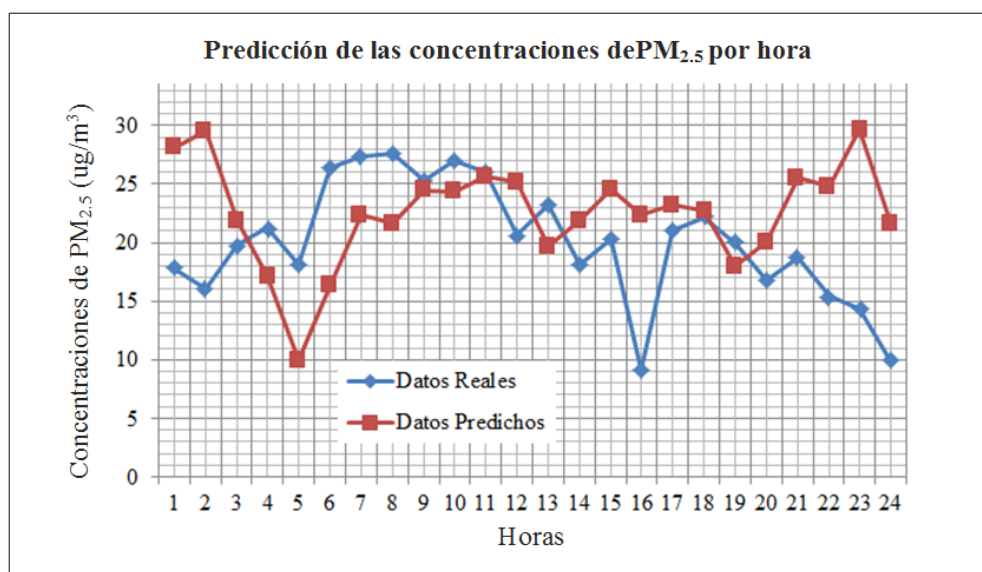


Figura 6 Predicción de $PM_{2.5}$ en 24 horas

4.5.2. Análisis de las concentraciones medias en 24 horas de $PM_{2.5}$ con la Teoría del Caos.

Serie de datos: La serie se conforma de 4.382 datos que representan las concentraciones medias en 24 horas de $PM_{2.5}$ en el período 2005-2016.

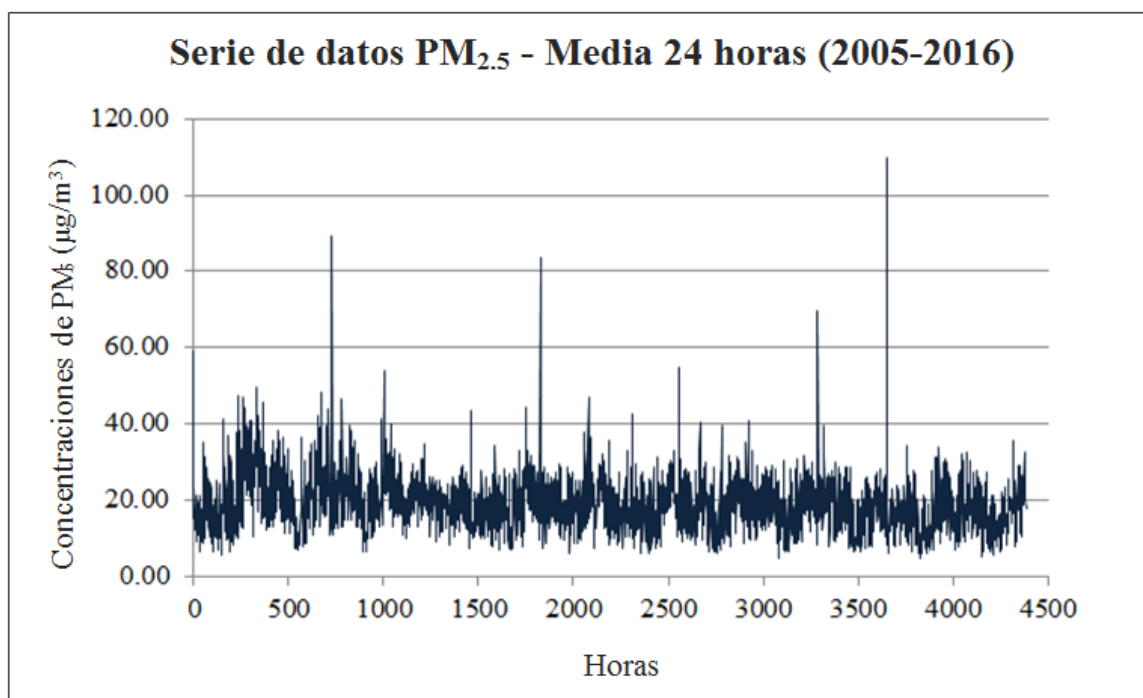


Figura 7 Concentraciones medias en 24 horas de $PM_{2.5}$

Tiempo de Retención, Dimensión de Encaje y Coeficientes de Lyapunov: Los valores determinados en el análisis de las concentraciones medias en 24 horas de $PM_{2.5}$ con la Teoría del Caos se describen en la Tabla 10:

Tabla 10

Análisis de las concentraciones por hora de $PM_{2.5}$ con la Teoría del Caos

Parámetro	Descripción	Valor
Tiempo de Retención (τ)	Primer mínimo en el valor de retardo	4
Dimensión de Encaje (m)	Dimensión en donde la función es igual a cero	6
Exponente de Lyapunov	Estado de los coeficientes	0.00854

Atractor Extraño: Ilustra la distribución de los datos de las concentraciones medias en 24 horas de $PM_{2.5}$ en el espacio de las fases.

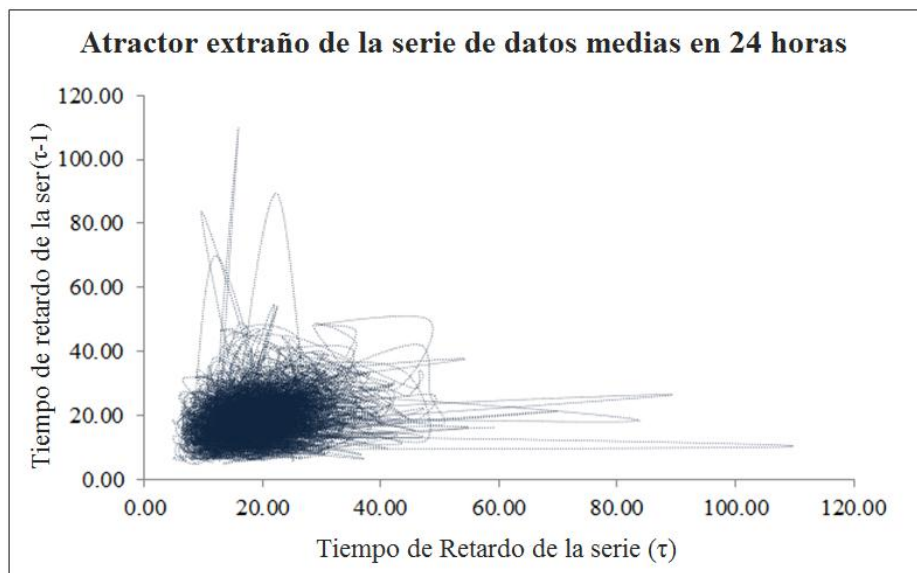


Figura 8 Proyección bidimensional de las medias en 24 horas de $PM_{2.5}$

Predicción: Concentraciones de $PM_{2.5}$ predichas para del 25 al 31 de diciembre de 2016.

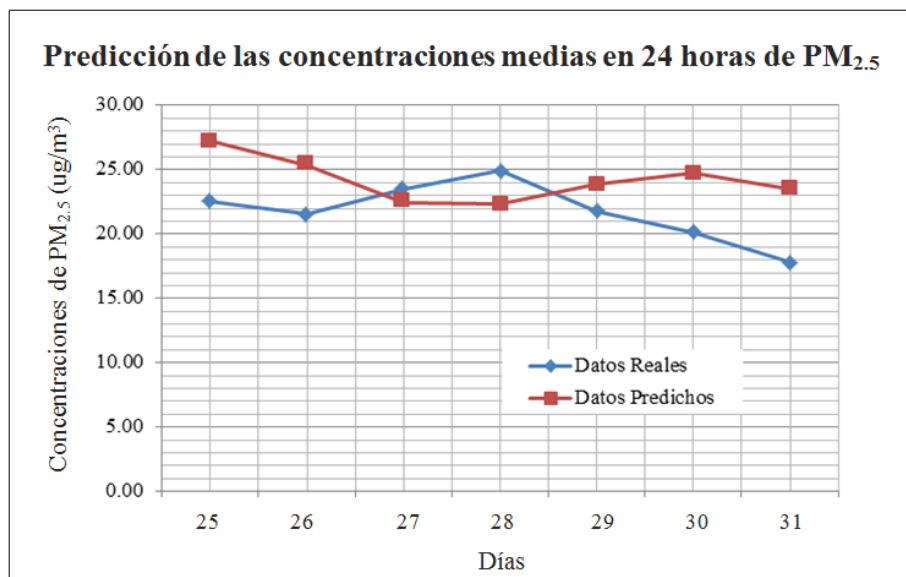


Figura 9 Predicción de concentraciones medias en 24 horas de $PM_{2.5}$

4.5.3. Análisis de concentraciones medias mensuales de $PM_{2.5}$ con la Teoría del Caos.

Serie de datos: La serie se conforma de 144 datos que representan las concentraciones medias mensuales de $PM_{2.5}$ en el período 2005-2016.

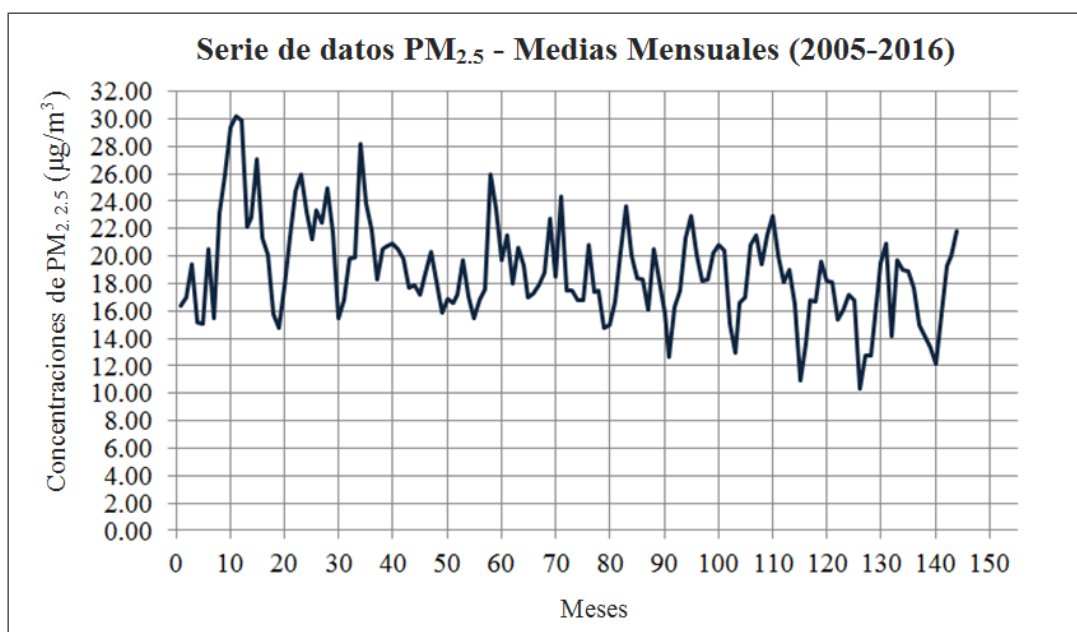


Figura 10 Concentraciones medias mensuales de $PM_{2.5}$

Tiempo de Retención, Dimensión de Encaje y Coeficientes de Lyapunov: Los valores determinados en el análisis de las concentraciones medias mensuales de $PM_{2.5}$ con la Teoría del Caos se describen en la Tabla 11:

Tabla 11

Análisis de las concentraciones medias en 24 horas de $PM_{2.5}$ con la Teoría del Caos

Parámetro	Descripción	Valor
Tiempo de Retención (τ)	Primer mínimo en el valor de retardo	3
Dimensión de Encaje (m)	Dimensión en donde la función es igual a cero	3
Exponente de Lyapunov	Estado de los coeficientes	-0.11320

Atractor Extraño: Ilustra la distribución de los datos de las concentraciones medias mensuales de $PM_{2.5}$ en el espacio de las fases.

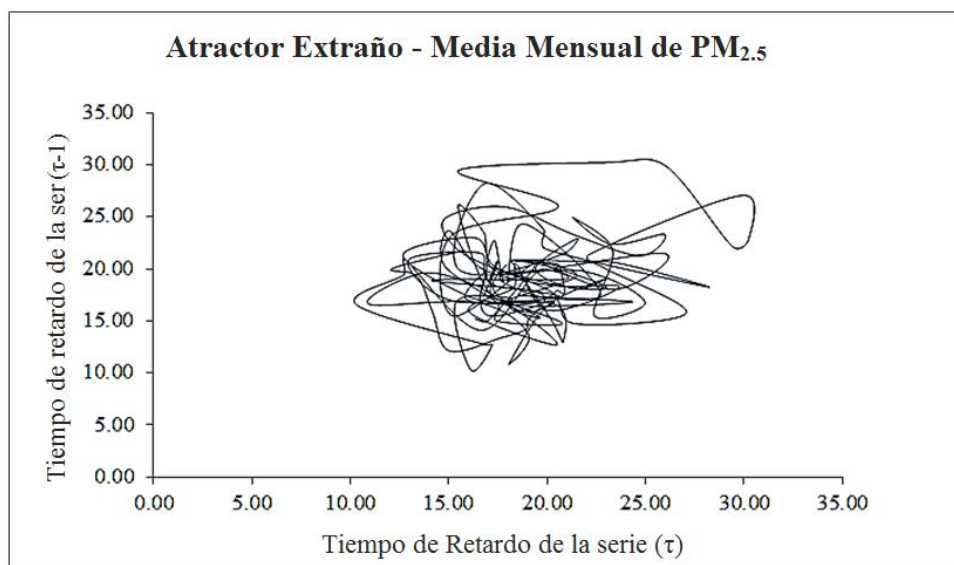


Figura 11 Proyección bidimensional de las medias mensuales de $PM_{2.5}$

Predicción: Concentraciones para 6 meses de julio a diciembre de 2016.

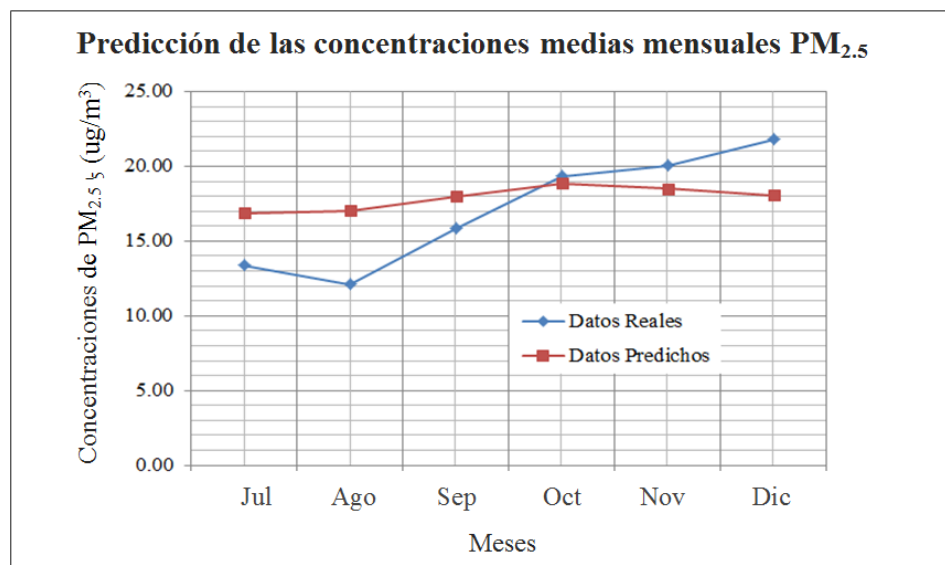


Figura 12 Predicción de las medias mensuales de $PM_{2.5}$

4.6. Contraste de las concentraciones de PM_{2.5} entre los Datos Reales y Datos Predichos.

4.6.1. Datos Reales y Datos Predichos de las concentraciones de PM_{2.5} por hora.

Para la predicción de las concentraciones de PM_{2.5} por hora, se consideraron los datos reales de las 24 horas del 31 de diciembre del 2016. La diferencia entre los datos reales y los predichos se expresa en la Tabla 12.

Tabla 12

Diferencia entre las concentraciones por hora

Horas	Datos Reales µg/m ³	Datos Predichos µg/m ³	Diferencia µg/m ³
1	17.75	28.12	10.37
2	16.1	29.56	13.46
3	19.79	21.85	2.06
4	21.23	17.10	4.13
5	18.16	9.98	8.18
6	26.43	16.35	10.08
7	27.38	22.36	5.02
8	27.65	21.60	6.05
9	25.30	24.49	0.81
10	26.97	24.33	2.64
11	25.98	25.67	0.31
12	20.62	25.16	4.54
13	23.20	19.70	3.5
14	18.09	21.86	3.77
15	20.37	24.59	4.22
16	9.10	22.41	13.31
17	21.08	23.19	2.11
18	22.14	22.74	0.6
19	19.97	18.02	1.95
20	16.73	20.05	3.32
21	18.71	25.53	6.82
22	15.41	24.79	9.38
23	14.37	29.68	15.31
24	9.88	21.60	11.72
		Media	5.99
		Desviación Estándar	4.45
		Máximo	15.31
		Mínimo	0.31

4.6.2. Datos Reales y Predichos de las concentraciones medias en 24 horas de PM_{2.5}.

Para la predicción de las concentraciones medias en 24 horas de PM_{2.5}, se consideraron los datos reales de los últimos siete días del mes de diciembre del 2016.

Tabla 13

Diferencia de concentraciones de las medias en 24 horas

Días	Datos Reales $\mu\text{g}/\text{m}^3$	Datos Predichos $\mu\text{g}/\text{m}^3$	Diferencia $\mu\text{g}/\text{m}^3$
25	22.53	27.22	4.69
26	21.57	25.37	3.80
27	23.53	22.48	1.05
28	24.95	22.31	2.64
29	21.79	23.84	2.05
30	20.12	24.71	4.590
31	17.83	23.53	5.7
		Media	3.50
		Desviación Estándar	1.65
		Máximo	5.70
		Mínimo	1.05

4.6.3. Datos Reales y Predichos de las concentraciones medias mensuales de PM_{2.5}.

Para la predicción de las concentraciones medias mensuales de PM_{2.5}, se consideraron los datos reales de los últimos 6 meses del año 2016.

Tabla 14

Diferencia de concentraciones de la media mensual

Meses	Datos Reales $\mu\text{g}/\text{m}^3$	Datos Predichos $\mu\text{g}/\text{m}^3$	Diferencia $\mu\text{g}/\text{m}^3$
Julio	13.38	16.89	3.51
Agosto	12.11	17.00	4.89
Septiembre	15.82	17.96	2.14
Octubre	19.31	18.86	0.45
Noviembre	20.01	18.49	1.52
Diciembre	21.79	18.06	3.73
		Media	2.71
		Desviación Estándar	1.63
		Máximo	4.89
		Mínimo	0.45

4.7. Validación estadística de los resultados mediante contraste de hipótesis.

4.7.1. Método de validación de resultados.

Para la validación de los resultados de la predicción de las concentraciones de $PM_{2.5}$, se aplicó como método estadístico, el contraste de hipótesis:

a) Planteamiento de la Hipótesis:

Hipótesis Nula (H_0) Datos reales = Datos Predichos

Hipótesis Alternativa (H_1) Datos reales \neq Datos Predichos

b) Estadístico de Prueba:

Prueba de Kolmogorov-Smirnov: Permite medir el grado de concordancia existente entre la distribución de la serie de datos y una distribución teórica específica y de esta manera determinar si los datos poseen normalidad.

Prueba t-Student: Permite comparar muestras y establece la diferencia entre las medias de las muestras.

d) Regla de decisión: Consideraciones estadísticas para definir la decisión:

Tabla 15

Regla de decisión

Regla	Decisión
$-Vc_t \leq t \leq Vc_t$	H_0 no rechazada
$P \geq \alpha$	H_0 no rechazada

Donde: Vc_t = Valor crítico de t; t = Estadístico;
P = Probabilidad; α = Nivel de Significancia

4.7.1. Validación estadística de la predicción de las concentraciones por hora.

a) Planteamiento de la Hipótesis

Hipótesis Nula (H_0) Datos reales = Datos Predichos

Hipótesis Alternativa (H_1) Datos reales \neq Datos Predichos

b) Estadístico de Prueba

Tabla 16

Prueba Kolmogorov-Smirnov para concentraciones por hora

Hipótesis Nula	Significancia	Decisión
Distribución de Datos Reales es normal con la media 20.10 y la desviación estándar 11.07	0.20	Conserve la Hipótesis Nula
Distribución de Datos Predichos es normal con la media 22.53 y la desviación estándar 5.70	0.20	Conserve la Hipótesis Nula

Tabla 17

Prueba t-Student para concentraciones por hora

Prueba t-Student	Datos Reales	Datos Predichos
Media	20.10	22.53
Varianza	26.01	18.99
Observaciones	24 horas (31 de dic 2016)	24 horas
Coeficiente de correlación de Pearson	-0.1362	
Diferencia hipotética de las medias	0.0000	
Grados de libertad	23	
Nivel de Significancia $\alpha = 0.05$		
Estadístico (t)	-1.6661	
P (T \leq t)	0.1092	
Valor crítico de t (V_{c_t})	2.0687	

c) Regla de decisión

Tabla 18

Regla de decisión para concentraciones por hora

$-V_{c_t} \leq t \leq V_{c_t}$ $-2.0687 \leq -1.6661 \leq 2.0687$	H_0 no rechazada
$P \geq \alpha$ $0.1092 \geq 0.05$	H_0 no rechazada

4.7.2. Validación estadística de la predicción de las concentraciones medias en 24 horas.

a) Planteamiento de la Hipótesis.

Hipótesis Nula (H_0) Datos reales = Datos Predichos

Hipótesis Alternativa (H_1) Datos reales \neq Datos Predichos

b) Estadístico de Prueba.

Tabla 19

Prueba Kolmogorov-Smirnov para concentraciones medias en 24 horas

Hipótesis Nula	Significancia	Decisión
La distribución de los datos reales es normal con la media 21.76 y la desviación estándar 4.14	0.20	Conserve la Hipótesis Nula
La distribución de datos predichos es normal con la media 24.20 y la desviación estándar 2.68	0.20	Conserve la Hipótesis Nula

Tabla 20

Prueba t-Student para concentraciones medias en 24 horas

Prueba t-Student	Datos Reales	Datos Predichos
Media	21.76	24.20
Varianza	5.35	2.98
Observaciones	7 días (25 al 31 de dic 2016)	7 días
Coeficiente de correlación de Pearson	-0.22	
Diferencia hipotética de las medias	0.0000	
Grados de libertad	6	
Nivel de Significancia $\alpha = 0.05$		
Estadístico (t)	-2.04	
P (T \leq t)	0.09	
Valor crítico de t (V_{c_t})	2.45	

c) Regla de decisión.

Tabla 21

Regla de decisión para concentraciones medias en 24 horas

$-V_{c_t} \leq t \leq V_{c_t}$ $-2.45 \leq -2.04 \leq 2.45$	H_0 no rechazada
$P \geq \alpha$ $0.09 \geq 0.05$	H_0 no rechazada

4.7.3. Validación estadística de la predicción de las concentraciones medias mensuales.

a) Planteamiento de la Hipótesis.

Hipótesis Nula (H_0) Datos reales = Datos Predichos

Hipótesis Alternativa (H_1) Datos reales \neq Datos Predichos

b) Estadístico de Prueba.

Tabla 22

Prueba Kolmogorov-Smirnov para concentraciones medias mensuales

Hipótesis Nula	Significancia	Decisión
La distribución de los datos reales es normal con la media 17.07 y la desviación estándar 3.89	0.20	Conserve la Hipótesis Nula
La distribución de los datos predichos es normal con la media 17.88 y la desviación estándar 0.79	0.20	Conserve la Hipótesis Nula

Tabla 23

Prueba t-Student para concentraciones medias mensuales

Prueba t-Student	Datos Reales	Datos Predichos
Media	17.07	17.88
Varianza	15.14	0.63
Observaciones	6 meses (jul, ago, sep, oct, nov y dic 2016)	6 meses
Coeficiente de correlación de Pearson	0.8307	
Diferencia hipotética de las medias	0.0000	
Grados de libertad	5	
Nivel de Significancia $\alpha = 0.05$		
Estadístico (t)	-0.6039	
P ($T \leq t$)	0.5723	
Valor crítico de t (V_{c_t})	2.5706	

c) Regla de decisión.

Tabla 24

Regla de decisión para concentraciones medias mensuales

$-V_{c_t} \leq t \leq V_{c_t}$ $-2.5706 \leq -0.6039 \leq 2.5706$	H_0 no rechazada
$P \geq \alpha$ $0.5706 \geq 0.05$	H_0 no rechazada

CAPITULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones.

Los valores fijados por la Organización Mundial para la Salud y la Norma Ecuatoriana de la Calidad del Aire, no contemplan límites permisibles para la concentración de $PM_{2.5}$ por hora.

Debido a la quema de monigotes y juegos pirotécnicos el 1 de enero de cada año a la 01h00 las concentraciones de $PM_{2.5}$ se elevan sobre el límite permisible.

El 1 de enero del año 2006 se registra una concentración de $524,70 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Las concentraciones en esta fecha en particular han ido reduciéndose considerablemente hasta llegar a $77.20 \mu\text{g}/\text{m}^3$ el 1 de enero del año 2016.

El análisis estadístico de las concentraciones medias en 24 horas de $PM_{2.5}$, determinan una disminución del 69,91% entre los años 2005 y 2016.

La disminución de las concentraciones medias en 24 horas de $PM_{2.5}$, se estima que se deben a las políticas ambientales aplicadas en el Distrito Metropolitano de Quito como los horarios de circulación de para vehículos de carga liviana y carga pesada, así mismo la restricción vehicular con el pico y placa y el domingo de peatonalización específicamente en el Centro Histórico de Quito.

Las concentraciones medias en 24 horas de $PM_{2.5}$ entre los años 2005 - 2016 no exceden los $50 \mu\text{g}/\text{m}^3$ que establece la Norma Ecuatoriana de la Calidad del Aire.

Las concentraciones medias anuales de $PM_{2.5}$ del período 2005 - 2016 se encuentran fuera del límite que establecen la Organización Mundial para la Salud y la Norma Ecuatoriana de la Calidad del Aire de $10 \mu\text{g}/\text{m}^3$ y $15 \mu\text{g}/\text{m}^3$ respectivamente.

El primer mínimo en el valor de retardo de la función para determinar el tiempo de retención de las series de datos de las concentraciones de $PM_{2.5}$ por hora es 9, para las medias en 24 horas es 5 y para las medias mensuales es 3.

La contraposición de los datos reales con los datos estimados en el tiempo de retención a escala logarítmica permite obtener la dimensionalidad y graficar el atractor extraño para observar la distribución de los datos en el espacio de las fases. En las concentraciones de $PM_{2.5}$ por hora los datos se agrupan entre 0 y $100 \mu\text{g}/\text{m}^3$, en el caso de las medias en 24 horas de $PM_{2.5}$ los datos se encuentran agrupados entre 5 y $30 \mu\text{g}/\text{m}^3$ mientras que los datos de las medias mensuales se encuentran dispersos.

La función que llega a cero para determina la dimensión de encaje para los datos de las concentraciones de $PM_{2.5}$ por hora es 17, para las medias en 24 horas es 6 y para las medias mensuales es 3.

Los Exponentes de Lyapunov calculados para las concentraciones de $PM_{2.5}$ por hora y medias en 24 horas determinan que el sistema es caótico mientras que las concentraciones medias anuales se determina que el sistema no es caótico.

Los resultados de las predicciones de las concentraciones de $PM_{2.5}$ para 24 horas, 7 días y 6 meses, validadas estadísticamente mediante contraste de hipótesis, concluyen que existe suficiente evidencia para no rechazar la hipótesis nula.

5.2. Recomendaciones.

Debido a las afectaciones a la salud que provoca la exposición al $PM_{2.5}$, la Norma Ecuatoriana de la Calidad del Aire, debería alinearse a los valores fijados por la Organización Mundial de la Salud en la concentración concerniente a la media anual.

La Norma Ecuatoriana de la Calidad del Aire, debería plantear el límite permisible para exposiciones de $PM_{2.5}$ por hora.

La Secretaría de Ambiente de Quito, debería aplicar medios de pronóstico de los contaminantes atmosféricos y difundirla diariamente en su portal web institucional con el fin de que la población esté en capacidad de adoptar las medidas requeridas para evitar o minimizar los riesgos sobre la salud.

Los resultados obtenidos en la validación estadística de la presente investigación, permiten recomendar la aplicación de la Teoría del Caos para pronosticar las concentraciones de $PM_{2.5}$.

REFERENCIAS

- Albano, A., Muench, J., Schwartz, C., Mees, A. I., & Rapp, P. (1988). Singular-value decomposition and the Grassberger-Procaccia algorithm. *Physical Review A*, 38-3017.
- Alligood, K. T., Sauer, T. D., & Yorke, J. A. (1996). Chaos an introduction to dynamical systems. *Springer-Verlag New York, Inc.*, 105-147.
- Ballester, F., Querol, X., Medina, S., Baldasano, J. M., & Sunyer, J. (2007). Situación actual, prioridades de actuación y necesidades de investigación en contaminación atmosférica y salud en España. 71.
- Barbosa, W. (2005). *La teoría del caos y la complejidad en la gestión estratégica*. São Caetano do Sur: Universidad Municipal de São Caetano do Sur.
- Castillo, R., & Calleros, G. (2003). Reconstrucción de Ciclos Límite por el Método de los Retardos. *Energía Nuclear y Seguridad Radiológica: Nuevos Retos y Perspectivas*, 3.
- Colle, R. (2002). La computación desentraña el caos y la complejidad. *Instituto Superior de Psicología Social*, 184.
- Da Silva, J. (2017). *Automatización de la predicción de variables micro-meteorológicas utilizando la Teoría de la Complejidad*. Cuiabá: Universidad Federal de Mato Grosso.
- Díaz, V., & Páez, C. (Junio de 2006). Contaminación por material particulado en Quito y caracterización química de las muestras. *Acta NOVA, III(2)*, 308-309.
- Duarte, O. (2006). *Análisis de Sistemas Dinámicos Lineales*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Escudero, A. (2007). *Modelación y pronóstico del potencial Energético del rio blanco usando la Teoría del Caos y un método convencional*. Riobamba: Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.
- Fernández, D. (2004). Reducción del ruido y predicción de series temporales de alta frecuencia mediante sistemas dinámicos no lineales y técnicas neurales. *Banco Central del Uruguay*, 2.
- Figueiredo, J. (2000). *Ecuaciones Diferenciales No Lineales con Tres Retardos: Estudio detallado de las soluciones*. Sao Paulo: Instituto de Física de Universidad de Sao Paulo.

- Gao, J., Cao, Y., Tung, W.-w., & Hu, J. (2007). *Multiscale analysis of complex time series*. New Jersey: Wiley-Interscience.
- Giovannini, F., & Kruglianskas, I. (2004). *Organización eficaz: Cómo prosperar en un mundo complejo y caótico, usando un modelo racional de gestión*. Sao Paulo: El Nobel.
- Hammel, S. M. (1990). A noise reduction method for chaotic systems. *Physics letters A*, 8.
- Haro, A. (2016). Predicción de datos meteorológicos en cortos intervalos de tiempo en la ciudad de Riobamba usando la Teoría del Caos. *Sistemas, Cibernética e Informática*, 36.
- INEC. (22 de Marzo de 2014). *Estadística de Salud*. Recuperado el 14 de Abril de 2017, de <http://www.ecuadorencifras.gob.ec/salud/>
- Instuto de la Ciudad de Quito. (15 de Marzo de 2017). *Instituto de la Ciudad de Quito*. Recuperado el 22 de Mayo de 2017, de <http://www.institutodelaciudad.com.ec/index.php/k2-component/boletin-estadistico/93-convenios/160-az-ela-dmq-instituto>
- Junior, G. (2012). *Caos y Sincronización en Circuitos Electrónicos en el caso de las mujeres*. Joao Pessoa: Universidad Federal de Paraíba.
- Kennel, M. B., Brown, R., & Abarbanel, H. D. (1992). Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction. *Physical Review A*, 45-3403.
- Lichtenberg, A., & Lieberman, M. (1983). *Regular and Stochastic Motion*. New York: Springer Science+Business Media, LLC.
- Linares, C., & Díaz, J. (2009). Efecto de las partículas de diámetro inferior a 2,5 micras (PM2,5) sobre los ingresos hospitalarios en niños menores de 10 años en Madrid. 5.
- Lorenz, E. (1984). Irregularity: A fundamental property of the atmosphere. *Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography*, 36-98.
- MAE. (04 de Abril de 2011). *Ministerio del Ambiente del Ecuador*. Recuperado el 12 de Abril de 2017, de <http://www.ambiente.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2012/10/Acuerdo-50-NCA.pdf>
- May, R. (10 de Junio de 1976). Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature*, 59-467.
- Monteiro, L. (2006). *Sistémias Dinámicas*. Sao Paulo: Livraria da Física.

- Neto, C. (2016). *Control de caos utilizando el método de la retroalimentación con estados desfasados extendidos aplicados en un péndulo no lineal*. Río de Janeiro: Universidad Federal de Río de Janeiro.
- OMS. (1 de Septiembre de 2017). *Organización Mundial de la Salud*. Recuperado el 12 de Abril de 2017, de <http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs313/es/>
- Open Mind. (22 de Mayo de 2015). *Compartiendo conocimiento para un mejor futuro*. Recuperado el 15 de Junio de 2017, de <https://www.bbvaopenmind.com/cuando-lorenz-descubrio-el-efecto-mariposa/>
- Parker, T., & Chua, L. (1987). Chaos: A tutorial for engineers. *Proceedings of the IEEE*, 982-1008.
- Peitgen, H., Jurgens, H., & Saupe, D. (2004). *Chaos and Fractal New Frontiers of Science*. New York: Springer Science+Businessm Media, Inc .
- PNUD. (1 de Enero de 2016). *Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo*. Recuperado el 12 de Abril de 2017, de <http://www.ec.undp.org/content/ecuador/es/home/search.html?q=material+particulado>
- Rojas, L., & Garibay, V. (2003). Las partículas suspendidas, aeropartículas o aerosoles: ¿hacen daño a la salud? *Gaceta Ecológica*, 29-44.
- Salini, G. (2009). *Desarrollo de un modelo para pronosticar concentraciones extremas de PM2.5 en Santiago*. Santiago de Chile: Universidad de Santiago de Chile.
- Sauer, T., Yorke, J. A., & Casdagli, M. (1991). Embedology. *Statiscal Physics*, 65-579.
- Savi, M. (2006). *Dinámica No Lineal y Caos*. Río de Janeiro: E-papers Servicios Editoriales Ltda.
- Secretaría de Ambiente del Distrito Metropolitano de Quito. (1 de Enero de 2017). *Políticas y Planeación Ambiental*. Recuperado el 12 de Abril de 2017, de <http://www.quitoambiente.gob.ec/ambiente/index.php/politicas-y-planeacion-ambiental/red-de-monitoreo>
- Secretaría de Ambiente del Distrito Metropolitano de Quito. (2017). *Informe de la Calidad de Aire 2016 Distrito Metropolitano de Quito*. Quito: ICA.
- Skinner, J. E., Molnar, M., Vybirar, T., & Mitra, M. (1992). Application of chaos theory to biology and medicine. *Integrative Physiological and Behavioral Science*, XXVII, 39–53.

Solé, R. V., & Manrubia, S. C. (1996). *Orden y Caos en Sistemas Complejos*. Barcelona: Ediciones UPC.

Takayasu, H. (1990). *Fractals in the physical sciences*. Inglaterra: Manchester University Press.

Takens, F. (1981). Detecting strange attractors in turbulence. *Lecture notes in Math*, 366-381.

Wilber, K. (2007). *Una teoría de todo*. Barcelona: Kairós.