

## **CAPÍTULO III**

### **CENTROS DE CORTANTE, RIGIDEZ Y GIRO DE ESTRUCTURAS**

#### **RESUMEN**

Este capítulo presenta cuatro métodos para determinar el centro de cortante de las estructuras, dos métodos para el centro de rigidez y un método para el centro de giro, además hace una aplicación a las estructuras con mampostería acoplada.

Se ha determinado la forma correcta de determinar los centros de cortante y rigidez escogiendo el mejor de los métodos, pero para el centro de giro, al obtenerse valores absurdos, lo mejor es trabajar con momentos torsores unitarios.

Por último, se desea establecer si los valores de las coordenadas del centro de cortante y el centro de rigidez varían o no según el sismo para el cual se esté realizando el análisis.

### 3.1 INTRODUCCIÓN

La determinación de las excentricidades estáticas  $e_x$  y  $e_y$  de una estructura, nos permiten determinar los momentos torsores que están actuando en la estructura. Estas excentricidades pueden calcularse a partir del centro de cortante, el centro de rigidez o el centro de giro.

Muy a menudo, confundimos estos tres conceptos o asumimos que son iguales, pero la verdad es que, el principio para calcular las coordenadas de cada uno de estos puntos es distinto, a pesar de ser utilizados con el mismo fin: determinar la torsión en los edificios.

### 3.2 CENTRO DE CORTANTE

El centro de cortante o centro de corte, es el punto de equilibrio de las fuerzas que actúan en la estructura.

Se basa en el principio de sumatoria de momentos con respecto a un origen arbitrario, donde las fuerzas actuantes corresponden a la rigidez de entrepiso calculada para cada uno de los pórticos.

Esta rigidez de entrepiso se define como la relación entre la fuerza cortante absorbida por el pórtico y el desplazamiento horizontal relativo entre los dos niveles que lo limitan (deriva de piso). Por lo tanto, el centro de cortante depende del sistema de fuerzas laterales.

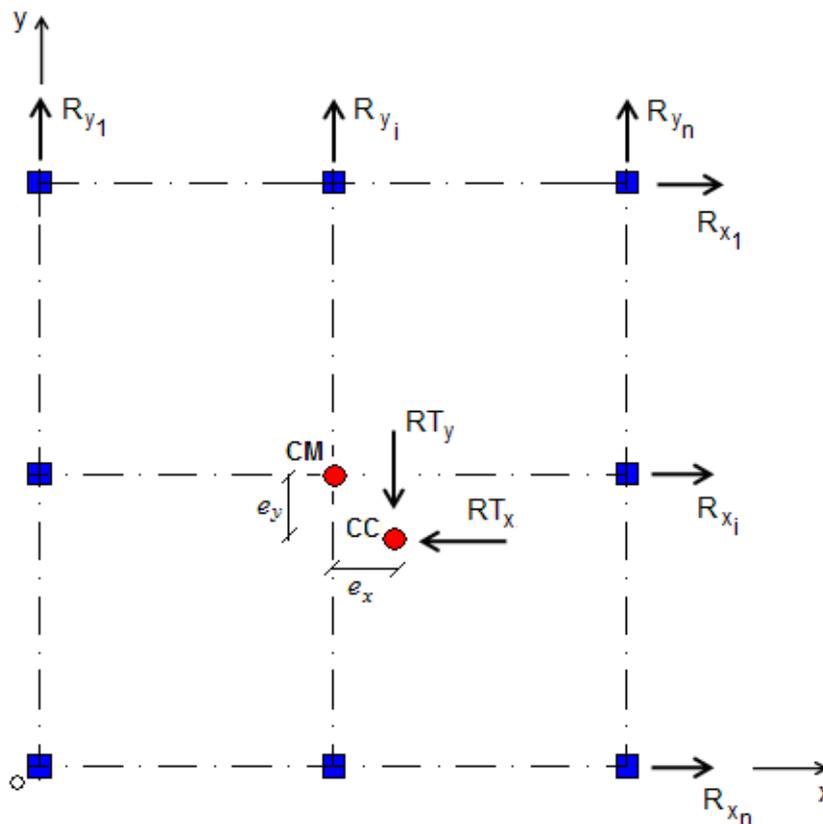
La Figura 3.1 indica un esquema de las fuerzas que deben ser consideradas para la determinación del centro de corte de una estructura.

Donde, las coordenadas del centro de cortante de cada piso están dadas por:

$$x_{CC} = \frac{\sum Ry_i x_i}{RT_y} \quad (3.1)$$

$$y_{CC} = \frac{\sum Rx_i y_i}{RT_x} \quad (3.2)$$

donde  $x_i$  e  $y_i$  representan la distancia en x e y, respectivamente, de cada uno de los pórticos al origen de coordenadas.



**Figura 3.1** Centro de cortante

Conociendo entonces las coordenadas del centro de cortante y las del centro de masas obtenidas con las ecuaciones 2.24 y 2.25, se puede determinar la excentricidad estática en cada sentido. El signo determina a qué lado del centro de masas se desplaza el centro de corte.

$$e_x = x_{CM'} - x_{CC} \quad (3.3)$$

$$e_y = y_{CM'} - y_{CC} \quad (3.4)$$

A continuación se presentan cuatro métodos para determinar el centro de corte de una estructura, en los cuales varía la forma de calcular la rigidez de entrepiso.

### 3.2.1 Método Aproximado

Es conocido como el método de la Rigidez y es el más sencillo de aplicar. La rigidez de entrepiso de cada pórtico  $R$  está dada por la sumatoria de la rigidez  $t$  de las columnas que lo conforman:

$$R_i = \sum_{i=1}^{nc} t_i \quad (3.5)$$

donde  $nc$  es el número de columnas del pórtico y  $t$  viene dada por:

$$t = \frac{12EI}{H^3} \quad (3.6)$$

donde  $E$  es el módulo de elasticidad del hormigón,  $I$  es el momento de inercia de la columna igual a  $bh^3 / 12$  y  $H$  es la longitud de la columna.

### 3.2.2 Fórmulas de Rosenblueth y Esteva

A pesar de que la rigidez de entrepiso está en función de las cargas laterales que soporta la estructura, bajo ciertas hipótesis puede determinarse considerando únicamente las propiedades del entrepiso.

Las fórmulas que proponen Rosenblueth y Esteva, son aplicables para pórticos que se deforman esencialmente a flexión y consideran tanto la rigidez de las columnas, como la rigidez que aportan las vigas al pórtico, además hace distinción de cálculo entre el primer piso (ecuación 3.7) y los pisos superiores (ecuación 3.8).

$$R_1 = \frac{24E}{H^2 \left[ \frac{2}{\sum K_C} + \frac{1}{\sum K_V + \frac{\sum K_C}{12}} \right]} \quad (3.7)$$

$$R_n = \frac{24E}{H^2 \left[ \frac{2}{\sum K_C} + \frac{1}{\sum K_{Vi}} + \frac{1}{\sum K_{Vs}} \right]} \quad (3.8)$$

donde  $K_C$  es la rigidez  $I/H$  de las columnas del piso analizado y  $K_V$  es la rigidez  $I/L$  de las vigas (ecuación 3.7) y,  $K_{Vi}$  y  $K_{Vs}$  son la rigidez  $I/L$  de las vigas inferiores y superiores respectivamente (ecuación 3.8)

### 3.2.3 Fórmulas de Wilbur

Son fórmulas muy similares pero un poco más desarrolladas que las de Rosenblueth y Esteva; se diferencian en que Wilbur considera que la altura de los pisos no es necesariamente la misma.

Wilbur mantiene dos hipótesis para aplicar sus fórmulas:

1. Los giros en todos los nudos de un nivel y de dos niveles adyacentes son iguales, excepto en el primer nivel, donde se tiene empotramiento.
2. Las fuerzas cortantes en los dos entrepisos adyacentes al que interesa son iguales a la de éste.

Las ecuaciones 3.9, 3.10 y 3.11 indican el cálculo de la rigidez para el primero, segundo y demás entrepisos, respectivamente.

$$R_1 = \frac{48E}{h_1 \left[ \frac{4h_1}{\sum K_{C_1}} + \frac{h_1 + h_2}{\sum K_{V_1} + \frac{\sum K_{C_1}}{12}} \right]} \quad (3.9)$$

$$R_2 = \frac{48E}{h_2 \left[ \frac{4h_2}{\sum K_{C_2}} + \frac{h_1 + h_2}{\sum K_{V_1} + \frac{\sum K_{C_1}}{12}} + \frac{h_2 + h_3}{\sum K_{V_2}} \right]} \quad (3.10)$$

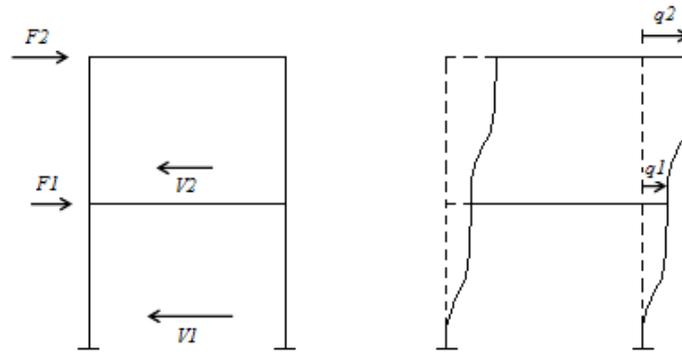
$$R_n = \frac{48E}{h_n \left[ \frac{4h_n}{\sum K_{C_n}} + \frac{h_m + h_n}{\sum K_{V_m}} + \frac{h_n + h_o}{\sum K_{V_n}} \right]} \quad (3.11)$$

donde m, n y o son los índices que identifican tres niveles consecutivos de abajo hacia arriba.

Para el entrepiso superior, si la cortante del penúltimo piso es el doble que la del último, se puede aplicar la ecuación 3.11 reemplazando la expresión  $h_m$  por  $2h_m$  y haciendo  $h_o = 0$ .

### 3.2.4 Por la definición

Se indicó anteriormente que la rigidez de entrepiso es el cociente entre la fuerza cortante actuante y la deriva de piso. Si se conocen las fuerzas laterales y los desplazamientos de cada nivel, entonces se puede determinar la rigidez de entrepiso con la ecuación 3.13.



**Figura 3.2** Definición de rigidez de entrepiso

$$V_n = F_n + V_{n+1} \quad (3.12)$$

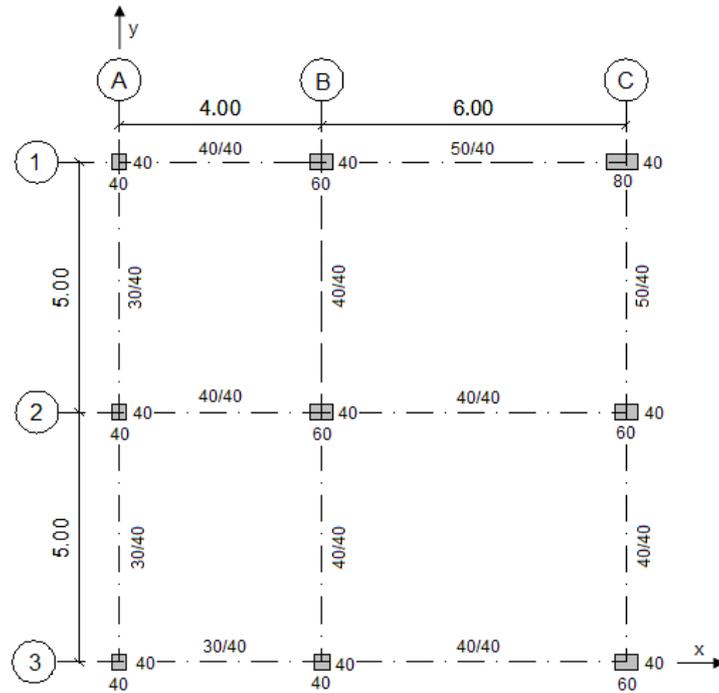
$$R_n = \frac{V_n}{q_n - q_{n-1}} \quad (3.13)$$

Al determinar el centro de cortante mediante la definición de rigidez de entrepiso, no es necesario que la estructura cumpla con las hipótesis de los dos métodos anteriores.

### 3.2.5 Aplicación

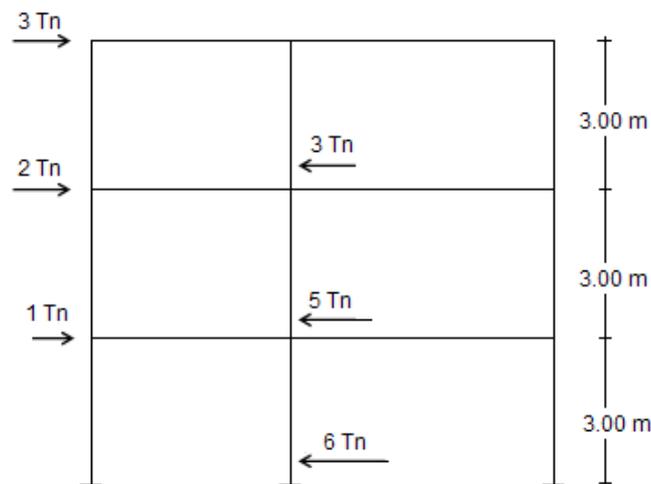
Para determinar cuál es el método que calcula de manera más exacta el centro de corte de una estructura, se aplican los 4 métodos indicados en un edificio de 3 pisos con altura de entrepiso de 3.00m en todos los niveles.

La Figura 3.3 indica la distribución en planta de la estructura (igual en todos los pisos) con las luces indicadas en metros y las dimensiones de vigas y columnas en centímetros. Se trabaja con un módulo de elasticidad igual a 1738965.21 Tn/m<sup>2</sup>. El período fundamental de la estructura es 0.548 segundos.



**Figura 3.3** Distribución en planta del edificio sin considerar mampostería

Para calcular las coordenadas del centro de corte por la definición, es necesario conocer las fuerzas sísmicas que están actuando en cada piso, para el ejemplo se asumieron las fuerzas indicadas en la Figura 3.4 y con la matriz de rigidez de la estructura se determinaron los desplazamientos de cada piso indicados en la Tabla 3.1.



**Figura 3.4** Fuerzas de piso consideradas para determinar  $R$  por la definición

**Tabla 3.1** Desplazamientos de cada piso

<b>Pórtico Desp.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
$q_1$ [m]	0,0010	0,0014	0,0019	0,0027	0,002	0,0017
$q_2$ [m]	0,0028	0,0035	0,0048	0,0064	0,0048	0,0041
$q_3$ [m]	0,0043	0,0052	0,0071	0,009	0,0067	0,0058

Las Tablas 3.2, 3.3 y 3.4 indican la rigidez de entrepiso obtenidas por el método aproximado, fórmulas de Rosenblueth y Esteva, fórmulas de Wilbur y por la definición.

**Tabla 3.2** Rigidez de entrepiso del 1<sup>er</sup> nivel [Tn/m]

<b>Método Pórtico</b>	<b>Método Aproximado</b>	<b>Fórmulas de Rosenblueth y Esteva</b>	<b>Fórmulas de Wilbur</b>	<b>Por la Definición</b>
<b>1</b>	20403,9	5713,1	5713,1	6000,0
<b>2</b>	12778,2	4197,9	4197,9	4285,7
<b>3</b>	8862,3	3188,7	3188,7	3157,9
<b>A</b>	4946,4	2185,6	2185,6	2222,2
<b>B</b>	6595,2	2914,2	2914,2	3000,0
<b>C</b>	8244,0	3510,6	3510,6	3529,4

**Tabla 3.3** Rigidez de entrepiso del 2<sup>do</sup> nivel [Tn/m]

<b>Método Pórtico</b>	<b>Método Aproximado</b>	<b>Fórmulas de Rosenblueth y Esteva</b>	<b>Fórmulas de Wilbur</b>	<b>Por la Definición</b>
<b>1</b>	20403,9	10201,9	2527,9	2777,8
<b>2</b>	12778,2	7566,0	2079,8	2381,0
<b>3</b>	8862,3	5673,3	1669,4	1724,1
<b>A</b>	4946,4	3649,0	1280,4	1351,4
<b>B</b>	6595,2	4865,3	1707,2	1785,7
<b>C</b>	8244,0	5946,0	2016,9	2083,3

**Tabla 3.4** Rigidez de entrepiso del 3<sup>er</sup> nivel [Tn/m]

<b>Método Pórtico</b>	<b>Método Aproximado</b>	<b>Fórmulas de Rosenblueth y Esteva</b>	<b>Fórmulas de Wilbur</b>	<b>Por la Definición</b>
<b>1</b>	20403,9	10201,9	2632,8	2000,0
<b>2</b>	12778,2	7566,0	2261,6	1764,7
<b>3</b>	8862,3	5673,3	4848,6	1304,3
<b>A</b>	4946,4	3649,0	1454,8	1153,8
<b>B</b>	6595,2	4865,3	1939,8	1578,9
<b>C</b>	8244,0	5946,0	2284,5	1764,7

Finalmente, la Tabla 3.5 resume los valores de excentricidad estática obtenidos con los cuatro métodos en cada sentido.

**Tabla 3.5** Excentricidades estáticas en cada piso en función del centro de corte

Modelo	Piso	$e_x$ [m]			$e_y$ [m]		
		1	2	3	1	2	3
Método Aproximado		0.50	0.50	0.50	1.37	1.37	1.37
Fórmulas de Rosenblueth y Esteva		0.43	0.46	0.46	0.96	0.97	0.97
Fórmulas de Wilbur		0.43	0.39	0.39	0.96	0.68	0.58
Por la Definición		0.40	0.36	0.33	1.06	0.77	0.69

Si conocemos que el centro de corte de una estructura depende de la rigidez de entrepiso y ésta a su vez depende de la fuerza sísmica que actúa en cada planta, es absurdo pensar que la excentricidad es la misma en todos los niveles pues muy rara vez estas fuerzas son iguales en todos los pisos, por lo que el método aproximado es mejor utilizarlo en estructuras sólo de 1 piso. Las fórmulas de Rosenblueth y Esteva y las fórmulas de Wilbur pueden aplicarse siempre y cuando se cumplan con las hipótesis establecidas.

Lo mejor, por lo tanto, es determinar el centro de corte de las estructuras por la definición, ya que no presenta ninguna restricción de cálculo; bajo esta consideración, el centro de corte de la estructura en cada piso, se indica en las Figuras 3.5, 3.6 y 3.7.

Hay que tener cuidado, al determinar las coordenadas del centro de corte por la definición, con las fuerzas que actúan en cada piso, pues para nuestro ejemplo asumimos una distribución triangular de las fuerzas, pero no siempre se cumple esta relación, como se vio en los capítulos 1 y 2 en el Bloque de Enfermería de la Universidad San Luis Gonzaga, donde la fuerza sísmica del primer piso era mayor que la del segundo.

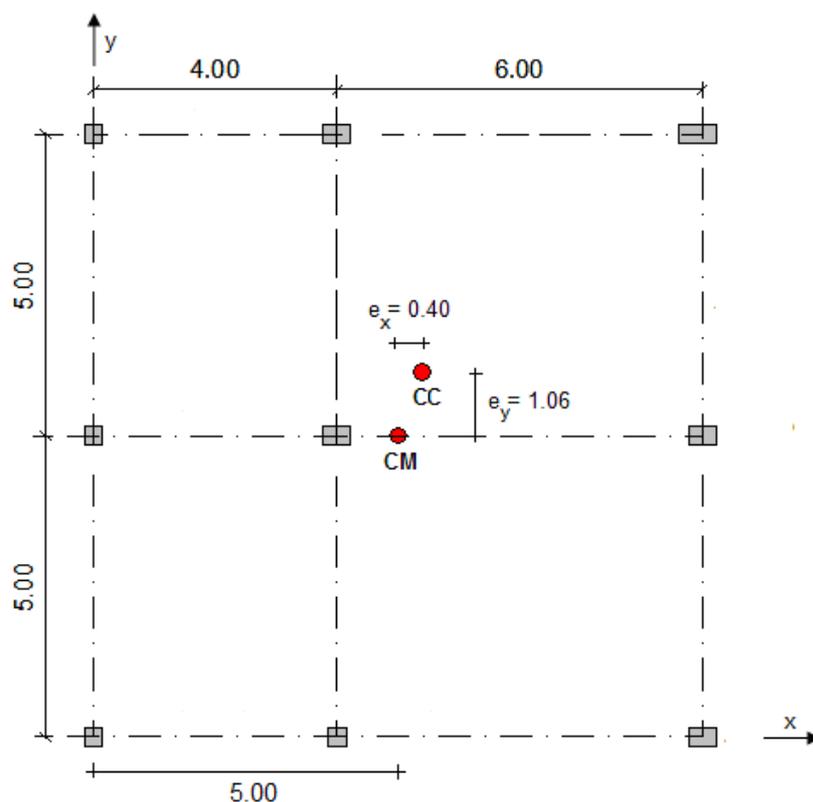


Figura 3.5 Centro de corte y excentricidades estáticas del 1<sup>er</sup> piso

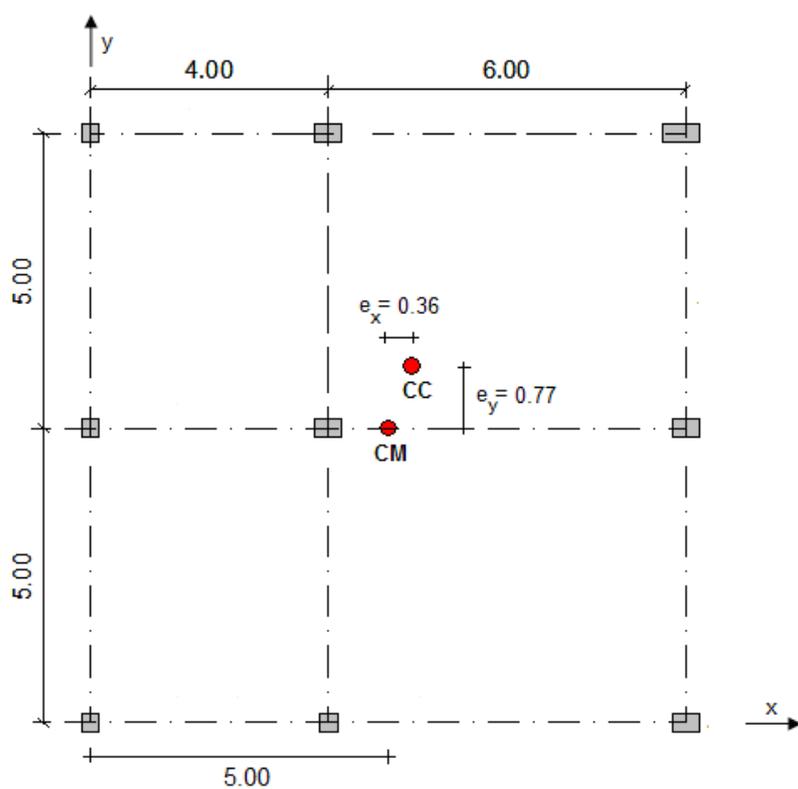
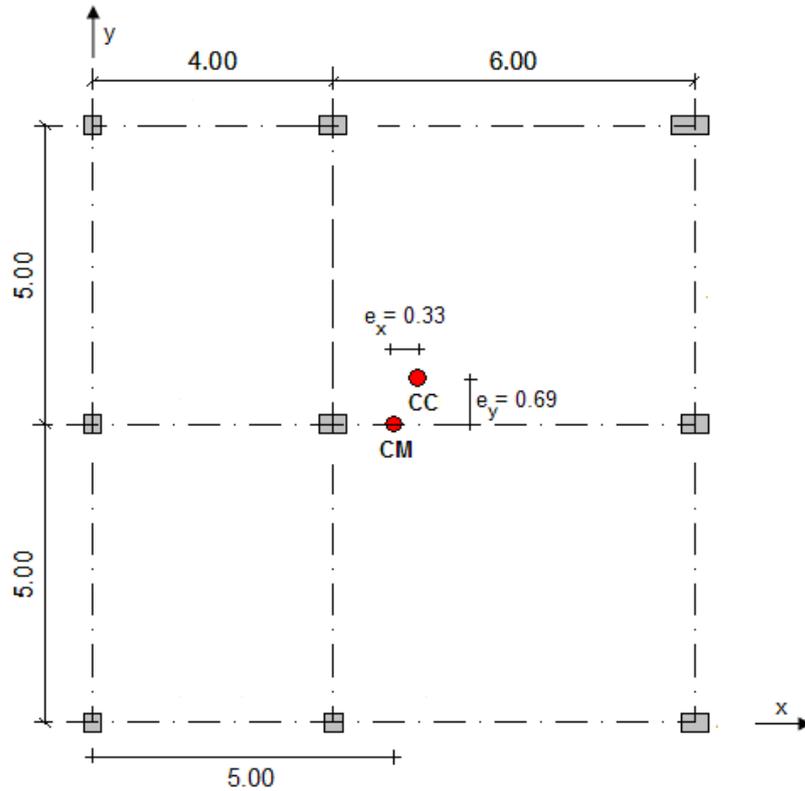


Figura 3.6 Centro de corte y excentricidades estáticas del 2<sup>do</sup> piso



**Figura 3.7** Centro de corte y excentricidades estáticas del 3<sup>er</sup> piso

### 3.3 CENTRO DE RIGIDEZ

El centro de rigidez de una estructura es el lugar geométrico donde al aplicar las fuerzas sísmicas, la estructura solamente se desplaza y no rota.

En estructuras de dos o más pisos, el centro de rigidez define el punto donde debe aplicarse la fuerza sísmica para que un nivel no rote con respecto al nivel inferior.

Existen dos métodos para determinar las coordenadas del centro de rigidez de una estructura a partir de su matriz de rigidez espacial.

### 3.3.1 Fórmulas de Vásquez y Ridell

Vásquez y Ridell proponen dos ecuaciones sencillas para determinar las coordenadas del centro de rigidez de una estructura a partir de su matriz de rigidez espacial  $K_E$ .

$$K_E = \begin{bmatrix} [K_{xx}] & [K_{xy}] & [K_{x\theta}] \\ [K_{xy}]^t & [K_{yy}] & [K_{y\theta}] \\ [K_{x\theta}]^t & [K_{y\theta}]^t & [K_{\theta\theta}] \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

donde  $K_{xy} = 0$  por tratarse de pórticos ortogonales,  $K_{xx} = \sum KL_i^{(x)}$ ,  $K_{yy} = \sum KL_i^{(y)}$ ,  $K_{x\theta} = \sum KL_i^{(x)} \cdot r_i^{(x)}$ ,  $K_{y\theta} = \sum KL_i^{(y)} \cdot r_i^{(y)}$  y  $K_{\theta\theta} = \sum KL_i \cdot (r_i)^2$ .

Las excentricidades estáticas vienen dadas por:

$$e_x [1] = [K_{y\theta}] [K_{yy}]^{-1} \quad (3.15)$$

$$-e_y [1] = [K_{x\theta}] [K_{xx}]^{-1} \quad (3.16)$$

Pero estas ecuaciones son válidas únicamente para estructuras compensadas, es decir estructuras simétricas y cuyos pórticos tienen rigideces iguales o proporcionales, para las cuales el centro de rigidez es el mismo en todos los niveles.

Para entender por qué las ecuaciones son válidas únicamente para estructuras compensadas, se presenta a continuación la deducción de las fórmulas de Vásquez y Ridell.

La relación entre las acciones externas (fuerzas laterales y momentos torsores) y los desplazamientos (corrimientos laterales en dos direcciones y una rotación con respecto al eje perpendicular a la losa) de una estructura puede expresarse así:

$$\begin{Bmatrix} \{Q_x\} \\ \{Q_y\} \\ \{Q_\theta\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_{xx}] & [0] & [K_{x\theta}] \\ [0] & [K_{yy}] & [K_{y\theta}] \\ [K_{x\theta}]^t & [K_{y\theta}]^t & [K_{\theta\theta}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q_x\} \\ \{q_y\} \\ \{q_\theta\} \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \{Q_x\} &= [K_{xx}] \{q_x\} + [K_{x\theta}] \{q_\theta\} \\ \{q_x\} &= [K_{xx}]^{-1} (\{Q_x\} - [K_{x\theta}] \{q_\theta\}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \{Q_y\} &= [K_{yy}] \{q_y\} + [K_{y\theta}] \{q_\theta\} \\ \{q_y\} &= [K_{yy}]^{-1} (\{Q_y\} - [K_{y\theta}] \{q_\theta\}) \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\{Q_\theta\} = [K_{x\theta}]^t \{q_x\} + [K_{y\theta}]^t \{q_y\} + [K_{\theta\theta}] \{q_\theta\} \quad (3.20)$$

(3.18) y (3.19) en (3.20)

$$\begin{aligned} \{Q_\theta\} &= [K_{x\theta}]^t [K_{xx}]^{-1} (\{Q_x\} - [K_{x\theta}] \{q_\theta\}) + [K_{y\theta}]^t [K_{yy}]^{-1} (\{Q_y\} - [K_{y\theta}] \{q_\theta\}) + [K_{\theta\theta}] \{q_\theta\} \\ \{Q_\theta\} &= [K_{x\theta}]^t [K_{xx}]^{-1} \{Q_x\} - [K_{x\theta}]^t [K_{xx}]^{-1} [K_{x\theta}] \{q_\theta\} + [K_{y\theta}]^t [K_{yy}]^{-1} \{Q_y\} - [K_{y\theta}]^t [K_{yy}]^{-1} [K_{y\theta}] \{q_\theta\} + [K_{\theta\theta}] \{q_\theta\} \\ \{Q_\theta\} &= [K_{x\theta}]^t [K_{xx}]^{-1} \{Q_x\} + [K_{y\theta}]^t [K_{yy}]^{-1} \{Q_y\} + ([K_{\theta\theta}] - [K_{x\theta}]^t [K_{xx}]^{-1} [K_{x\theta}] - [K_{y\theta}]^t [K_{yy}]^{-1} [K_{y\theta}]) \{q_\theta\} \\ \{Q_\theta\} - [K_{x\theta}]^t [K_{xx}]^{-1} \{Q_x\} - [K_{y\theta}]^t [K_{yy}]^{-1} \{Q_y\} &= ([K_{\theta\theta}] - [K_{x\theta}]^t [K_{xx}]^{-1} [K_{x\theta}] - [K_{y\theta}]^t [K_{yy}]^{-1} [K_{y\theta}]) \{q_\theta\} \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\{Q_\theta^*\} = \{Q_\theta\} - [K_{x\theta}]^t [K_{xx}]^{-1} \{Q_x\} - [K_{y\theta}]^t [K_{yy}]^{-1} \{Q_y\} \quad (3.22)$$

$$[K_{\theta\theta}^*] = ([K_{\theta\theta}] - [K_{x\theta}]^t [K_{xx}]^{-1} [K_{x\theta}] - [K_{y\theta}]^t [K_{yy}]^{-1} [K_{y\theta}]) \quad (3.23)$$

(3.22) y (3.23) en (3.21)

$$\begin{aligned} \{Q_\theta^*\} &= [K_{\theta\theta}^*] \{q_\theta\} \\ \{q_\theta\} &= [K_{\theta\theta}^*]^{-1} \{Q_\theta^*\} \end{aligned} \quad (3.24)$$

(3.24) en (3.18) y (3.19)

$$\{q_x\} = [K_{xx}]^{-1} (\{Q_x\} - [K_{x\theta}][K_{\theta\theta}^*]^{-1} \{Q_{\theta}^*\}) \quad (3.25)$$

$$\{q_y\} = [K_{yy}]^{-1} (\{Q_y\} - [K_{y\theta}][K_{\theta\theta}^*]^{-1} \{Q_{\theta}^*\}) \quad (3.26)$$

Según la norma chilena, centro de rigidez es el punto de un nivel o planta en el que aplicando una fuerza horizontal cualquiera como acción única, sólo produce traslación de nivel <sup>18</sup>.

De esta definición se desglosa que las rotaciones son nulas en todos los niveles y las acciones exteriores son nulas en todos los niveles salvo aquel en que se desea conocer el centro de rigidez, por lo tanto:

$$\{q_{\theta}\} = \{0\} \quad (3.27)$$

$$\{Q_x\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \dots \\ F_j \cos \alpha \\ \dots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.28) \quad \{Q_y\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \dots \\ F_j \sin \alpha \\ \dots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\{Q_{\theta}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \dots \\ F_j (x_{CR} \sin \alpha - y_{CR} \cos \alpha) \\ \dots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

(3.27) en (3.24)

$$\{Q_{\theta}^*\} = [K_{\theta\theta}^*] \{0\}$$

<sup>18</sup> Sobre la introducción de las normas antisísmicas para el análisis de la torsión en modelos tridimensionales de edificios, E. Villafañe y F. Crisafulli

por lo tanto,

$$\{Q_\theta\} = [K_{x\theta}] [K_{xx}]^{-1} \{Q_x\} + [K_{y\theta}] [K_{yy}]^{-1} \{Q_y\} \quad (3.31)$$

(3.28), (3.29) y (3.30) en (3.31)

$$\left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \dots \\ F_j(x_{CR} \sin\alpha - y_{CR} \cos\alpha) \\ \dots \\ 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \left( \sum_{k=1}^n K_{x\theta \ 1k} K_{xx \ kj}^{-1} \right) F_j \cos\alpha + \left( \sum_{k=1}^n K_{y\theta \ 1k} K_{yy \ kj}^{-1} \right) F_j \sin\alpha \\ \dots \\ \left( \sum_{k=1}^n K_{x\theta \ jk} K_{xx \ kj}^{-1} \right) F_j \cos\alpha + \left( \sum_{k=1}^n K_{y\theta \ jk} K_{yy \ kj}^{-1} \right) F_j \sin\alpha \\ \dots \\ \left( \sum_{k=1}^n K_{x\theta \ nk} K_{xx \ kj}^{-1} \right) F_j \cos\alpha + \left( \sum_{k=1}^n K_{y\theta \ nk} K_{yy \ kj}^{-1} \right) F_j \sin\alpha \end{array} \right\} \quad (3.32)$$

donde  $K_{x\theta \ jk}$  y  $K_{y\theta \ jk}$  representan el elemento  $k$ -ésimo de la fila  $j$  de las matrices  $[K_{x\theta}]$  y  $[K_{y\theta}]$ ; y,  $K_{xx \ kj}^{-1}$  y  $K_{yy \ kj}^{-1}$  el elemento  $k$ -ésimo de la fila  $j$  de las matrices  $[K_{xx}]^{-1}$  y  $[K_{yy}]^{-1}$ .

Se tiene entonces que:

$$x_{CR} = \sum K_{x\theta \ jk} K_{xx \ kj}^{-1} \quad (3.33)$$

$$-y_{CR} = \sum K_{y\theta \ jk} K_{yy \ kj}^{-1} \quad (3.34)$$

Este método determina las coordenadas del centro de rigidez tomando como origen el centro de masas de la estructura, por lo tanto  $x_{CR} = e_x$  y  $y_{CR} = e_y$ , es decir que:

$$e_x [1] = [K_{y\theta}] [K_{yy}]^{-1}$$

$$-e_y [1] = [K_{x\theta}] [K_{xx}]^{-1}$$

Estas ecuaciones (3.14 y 3.15) permitirán encontrar el centro de rigidez del piso buscado, pero en el resto de pisos las ecuaciones no se cumplirán. Es por esto que el método es válido únicamente para estructuras compensadas.

### 3.3.2 Fórmulas de Tso y Cheung

En 1985, Tso y Cheung propusieron dos fórmulas para determinar el centro de rigidez de una estructura a partir de su matriz de rigidez espacial y las fuerzas laterales actuantes en cada sentido.

$$e_x = [Q_y']^{-1} [K_{y\theta}] [K_{yy}]^{-1} [Q_y] \quad (3.35)$$

$$e_y = -[Q_x']^{-1} [K_{x\theta}] [K_{xx}]^{-1} [Q_x] \quad (3.36)$$

donde  $[K_{xx}]$ ,  $[K_{yy}]$ ,  $[K_{x\theta}]$  y  $[K_{y\theta}]$  se definieron en la ecuación 3.14, mientras que las matrices  $[Q_x']$  y  $[Q_y']$ , y los vectores  $[Q_x]$  y  $[Q_y]$  vienen dados por:

$$[Q_x'] = \begin{bmatrix} Q_{x1} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{xi} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{xm} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad [Q_y'] = \begin{bmatrix} Q_{y1} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{yi} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{ym} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$[Q_x] = \begin{bmatrix} Q_{x1} \\ Q_{xi} \\ Q_{xm} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad [Q_y] = \begin{bmatrix} Q_{y1} \\ Q_{yi} \\ Q_{ym} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Estas fórmulas no tienen ninguna restricción, a diferencia de las de Vásquez y Ridell, sin embargo, para su determinación, Tso y Cheung consideraron que mientras el sismo actúa en el sentido X, no existen acciones en el sentido Y, y viceversa. Además asumieron que todos los giros son nulos. A continuación se presenta la deducción de las fórmulas:

Partiendo de la ecuación 3.17, tenemos que, cuando actúa el sismo en el sentido X:

$$\begin{Bmatrix} [Q_x] \\ 0 \\ [Q_\theta] \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_{xx}] & [0] & [K_{x\theta}] \\ [0] & [K_{yy}] & [K_{y\theta}] \\ [K_{x\theta}]^t & [K_{y\theta}]^t & [K_{\theta\theta}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} [q_x] \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.39)$$

por lo tanto,

$$[Q_x] = [K_{xx}] [q_x]$$

$$[q_x] = [K_{xx}]^{-1} [Q_x] \quad (3.40)$$

$$[Q_\theta] = [K_{x\theta}]^t [q_x] \quad (3.41)$$

por otra parte, se sabe que el momento torsor es igual a la fuerza que actúa en el centro de masas por la excentricidad estática, es decir:

$$[Q_\theta] = e_y [Q_x] \quad (3.42)$$

igualando las expresiones 3.41 y 3.42, y reemplazado  $[q_x]$  de la ecuación 3.41 por la ecuación 3.40, tenemos que:

$$-e_y [Q_x] = [K_{x\theta}] [K_{xx}]^{-1} [Q_x] \quad (3.43)$$

Si ahora en cambio, actúa el sismo en sentido Y:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ [Q_y] \\ [Q_\theta] \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_{xx}] & [0] & [K_{x\theta}] \\ [0] & [K_{yy}] & [K_{y\theta}] \\ [K_{x\theta}]^t & [K_{y\theta}]^t & [K_{\theta\theta}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ [q_y] \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

$$[Q_y] = [K_{yy}] [q_y]$$

$$[q_y] = [K_{yy}]^{-1} [Q_y] \quad (3.45)$$

$$[Q_\theta] = [K_{y\theta}] [q_y] \quad (3.46)$$

$$[Q_\theta] = e_x [Q_y] \quad (3.47)$$

$$e_x [Q_y] = [K_{y\theta}] [K_{yy}]^{-1} [Q_y] \quad (3.48)$$

de las ecuaciones 3.43 y 3.48, se despejan los valores de las excentricidades estáticas y se obtienen las expresiones 3.35 y 3.36 que nos permiten determinar las coordenadas del centro de rigidez de una estructura.

### 3.3.3 Aplicación

Para determinar las coordenadas del centro de rigidez con los dos métodos analizados, consideramos la estructura del apartado 3.2.5, cuyas cargas y pesos son los de la Tabla 3.6.

**Tabla 3.6** Cargas y Pesos por piso de estructura sin mampostería

Piso	Carga [Tn/m <sup>2</sup> ]		Peso [Tn]		Peso Total [Tn]
	wD	wL	PD	25% PL	
1	1.10	0.20	110.0	5.0	115.0
2	1.10	0.20	110.0	5.0	115.0
3	0.80	0.10	80.0	2.5	82.5

En la aplicación de las expresiones 3.15 y 3.16 de Vásquez y Ridell, y las ecuaciones 3.35 y 3.36 de Tso y Cheung, se emplearon las matrices indicadas a continuación:

$$K_{xx} = \begin{bmatrix} 68798 & -39417 & 9365 \\ -39417 & 46911 & -20157 \\ 9365 & -20157 & 12777 \end{bmatrix} \text{ Tn/m}$$

$$K_{x\theta} = \begin{bmatrix} -91819 & 53033 & -13489 \\ 53033 & -57355 & 23244 \\ -13489 & 23244 & -12851 \end{bmatrix} \text{ Tn/m}$$

$$K_{yy} = \begin{bmatrix} 33805 & -19161 & 4097 \\ -19161 & 25950 & -11930 \\ 4097 & -11930 & 8566 \end{bmatrix} \text{ Tn/m}$$

$$K_{y\theta} = \begin{bmatrix} 16390 & -9380 & 2183 \\ -9380 & 11595 & -5097 \\ 2183 & -5097 & 3358 \end{bmatrix} \text{ Tn/m}$$

Para las fórmulas de Tso y Cheung se necesitan las fuerzas actuantes en cada piso en los dos sentidos, para esto se determinó el comportamiento en el tiempo de la estructura de 3 pisos ante la componente Este – Oeste del sismo de Perú del 15 de agosto del 2007, obteniendo los siguientes resultados:

$$[Q_x] = \begin{bmatrix} 43.25 \\ 71.04 \\ 78.49 \end{bmatrix} \text{ Tn} \quad \text{y} \quad [Q_y] = \begin{bmatrix} 40.76 \\ 56.68 \\ 54.06 \end{bmatrix} \text{ Tn}$$

La Tabla 3.7 resume los valores de excentricidad estática obtenidos con los dos métodos en cada sentido.

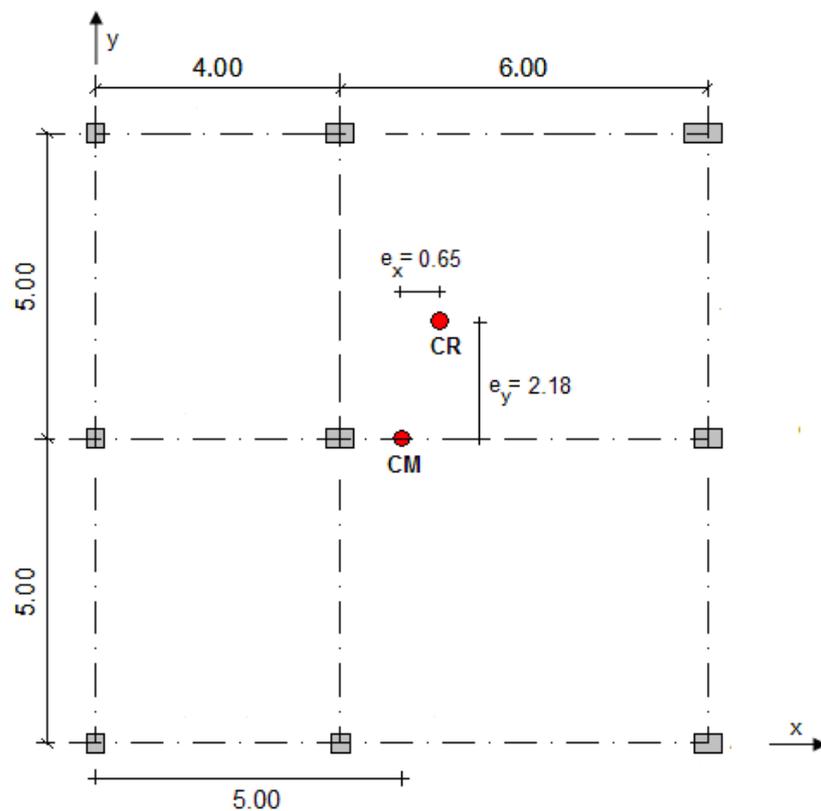
**Tabla 3.7** Excentricidades estáticas en cada piso en función del centro de rigidez

Modelo \ Piso	$e_x$ [m]			$e_y$ [m]		
	1	2	3	1	2	3
Fórmulas de Vásquez y Ridell	0.49	0.43	0.33	1.39	1.20	0.63
Fórmulas de Tso y Cheung	0.65	0.42	0.27	2.18	1.30	0.38

Las fórmulas de Vásquez y Ridell son válidas únicamente para estructuras compensadas, que no es el caso de nuestro ejemplo ni el de la mayoría de estructuras que se diseñan y construyen, además, el principio de que la excentricidad debe ser la misma en todos los pisos no se cumple, por lo que tampoco se recomienda utilizarlo.

Las fórmulas de Tso y Cheung no presentan ninguna restricción de cálculo, por lo que es mejor utilizar estas expresiones para determinar las coordenadas del centro de rigidez de las estructuras.

En base a esto, el centro de rigidez de la estructura analizada y sus excentricidades estáticas de cada piso se presentan en las Figuras 3.8, 3.9 y 3.10.



**Figura 3.8** Centro de rigidez y excentricidades estáticas del 1<sup>er</sup> piso

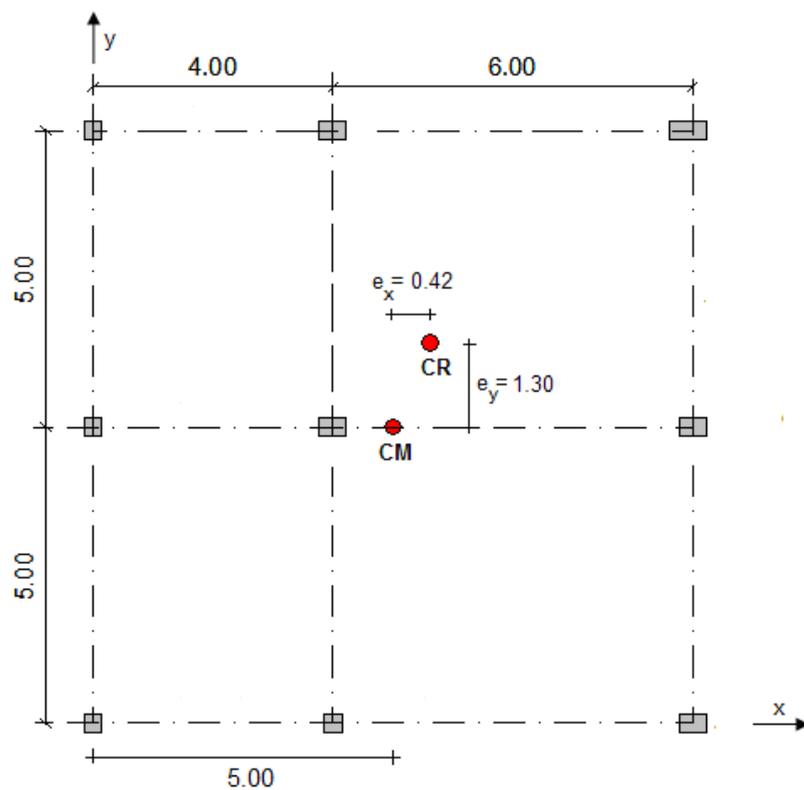


Figura 3.9 Centro de rigidez y excentricidades estáticas del 2<sup>do</sup> piso

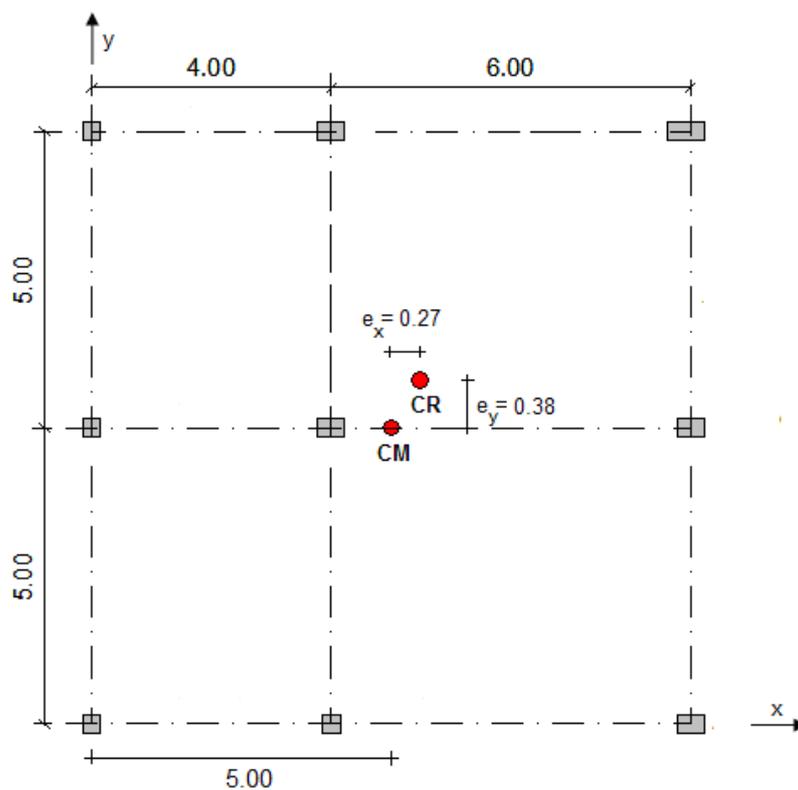


Figura 3.10 Centro de rigidez y excentricidades estáticas del 3<sup>er</sup> piso

### 3.4 CENTRO DE GIRO

El centro de giro de una estructura es el lugar geométrico donde ante una acción determinada sólo existe rotación y no desplazamientos.

Para determinar las excentricidades estáticas a partir del centro de giro, se utilizan las siguientes expresiones:

$$e_x = -\frac{q_y}{q_\theta} \quad (3.49)$$

$$e_y = \frac{q_x}{q_\theta} \quad (3.50)$$

donde  $q_x$  y  $q_y$  son los desplazamientos de un piso determinado en sentido X y sentido Y, respectivamente, y  $q_\theta$  es el giro del mismo piso ante una acción sísmica.

Estas ecuaciones se obtienen de la siguiente expresión:

$$p = A \cdot q = 0 \quad (3.51)$$

si consideramos el sentido en X, tenemos que para el piso  $j$ :

$$p_j = q_{xj} - e_y \cdot q_{\theta j} = 0 \quad (3.52)$$

y si consideramos el sismo en Y, entonces:

$$p_j = q_{yj} + e_x \cdot q_{\theta j} = 0 \quad (3.53)$$

despejando las expresiones 3.52 y 3.53, tenemos las fórmulas para determinar las excentricidades estáticas a partir del centro de giro 3.49 y 3.50.

### 3.4.1 Aplicación

De la misma forma como se calculó el centro de corte y el centro de rigidez, consideramos la estructura del apartado 3.2.5, y analizamos su comportamiento en el tiempo ante la componente E – W del sismo de Perú, de donde obtenemos los valores máximos de  $q_x$ ,  $q_y$  y  $q_\theta$  de cada piso.

Sentido X:

$$[q_x] = \begin{bmatrix} 0.0130 \\ 0.0329 \\ 0.0481 \end{bmatrix} m \quad [q_y] = \begin{bmatrix} 0.0080 \\ 0.0019 \\ 0.0027 \end{bmatrix} m \quad [q_\theta] = \begin{bmatrix} 0.0012 \\ 0.0028 \\ 0.0039 \end{bmatrix} rad$$

Sentido Y:

$$[q_x] = \begin{bmatrix} 0.0080 \\ 0.0019 \\ 0.0028 \end{bmatrix} m \quad [q_y] = \begin{bmatrix} 0.0159 \\ 0.0370 \\ 0.0502 \end{bmatrix} m \quad [q_\theta] = \begin{bmatrix} 0.0002 \\ 0.0006 \\ 0.0008 \end{bmatrix} rad$$

Para el sentido X, se consideran únicamente  $q_x$  y  $q_\theta$  para determinar  $e_y$  y para el sentido Y se consideran  $q_y$  y  $q_\theta$  para calcular  $e_x$ . La Tabla 3.8 muestra los valores de excentricidades estáticas obtenidos al aplicar las ecuaciones 3.49 y 3.50.

**Tabla 3.8** Excentricidades estáticas en cada piso en función del centro de giro

Piso	$e_x$ [m]			$e_y$ [m]		
	1	2	3	1	2	3
	-10.83	-11.75	-12.33	79.50	61.67	62.75

Estos valores, a más de ser demasiado elevados, son irreales, pues nuestra estructura apenas tiene longitudes de 10 m en cada sentido y no es posible tener excentricidades de tal magnitud.

En vista de que se han obtenido valores absurdos de excentricidades estáticas a partir del centro de giro con este método, lo más recomendable es trabajar con momentos torsores unitarios.

### **3.5 CENTROS DE CORTANTE Y RIGIDEZ DE ESTRUCTURAS CON MAMPOSTERÍA ACOPLADA**

El principio para determinar los centros de cortante y de rigidez de estructuras con mampostería acoplada es el mismo que para mampostería desacoplada, sino que ahora la mampostería también aporta rigidez al piso.

De los cuatro métodos estudiados para determinar el centro de cortante de una estructura, solamente dos pueden ser aplicados para estructuras con interacción entre los tabiques de albañilería y la estructura aporticada. Éstos son el método aproximado y por la definición. Mientras que para la determinación del centro de rigidez, únicamente podemos aplicar las fórmulas de Tso y Cheung.

Si trabajáramos con estructuras que incorporando la mampostería, puedan mantener sus propiedades de estructuras compensadas, también podríamos aplicar las fórmulas de Vásquez y Ridell, para determinar el centro de rigidez, pero esta condición es prácticamente imposible de conseguir, pues si en estructuras simples es poco frecuente trabajar con este tipo de estructuras, es mucho más difícil ahora que se ha incorporado la mampostería al análisis.

#### **3.5.1 Centro de Cortante**

##### **3.5.1.1 Método Aproximado**

En este caso, se puede adicionar a la ecuación 3.5, la rigidez que aporta la mampostería al pórtico.

$$R_i = \sum_{i=1}^{nc} t_{c_i} + \sum_i^{nm} t_{m_i} \quad (3.35)$$

donde  $t_c$  es igual a la expresión 3.6,  $nm$  es el número de puntales de mampostería y  $t_m$  viene dada por:

$$t_m = \frac{E_m A}{L} \cos \theta \quad (3.36)$$

donde  $E_m$  es el módulo de elasticidad de la mampostería,  $A$  y  $L$  son el área y la longitud de la diagonal equivalente, respectivamente, y  $\theta$  es el ángulo que la diagonal forma con la horizontal.

### 3.5.1.2 Por la definición

El modelo es exactamente el mismo, por lo tanto se aplican las ecuaciones 3.12 y 3.13. Pero en este caso, ya no podemos asumir fuerzas que actúan en el pórtico para determinar el centro de cortante, sino que, necesariamente, debemos calcular las fuerzas reales que absorbe cada piso, para lo cual se puede determinar el comportamiento en el tiempo de la estructura para un sismo específico o se pueden calcular las fuerzas sísmicas de diseño considerando un modelo de tres grados de libertad por planta.

## 3.5.2 Centro de Rigidez

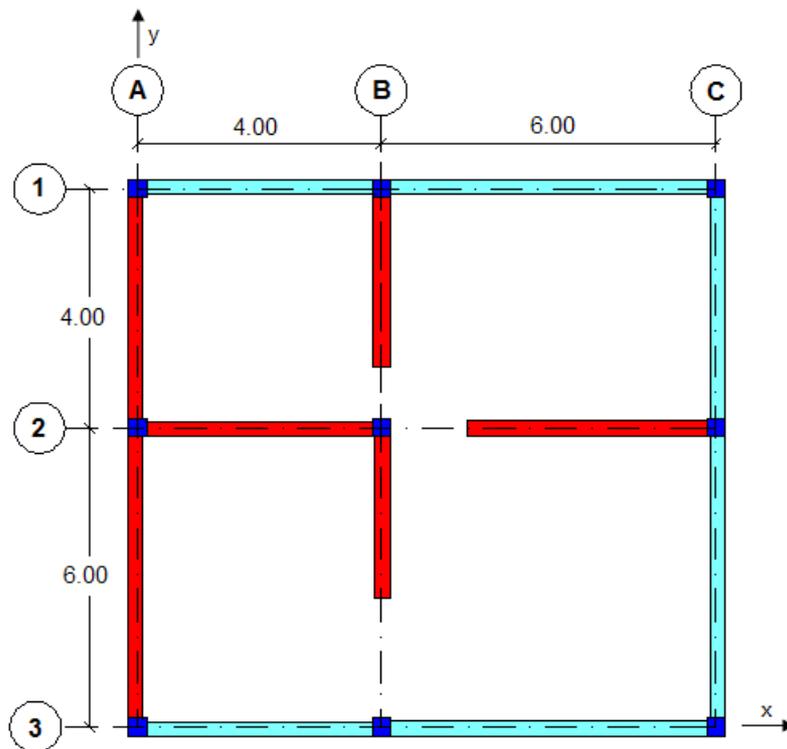
### 3.5.2.1 Fórmulas de Tso y Cheung

Gracias a que estas fórmulas, no tienen ninguna restricción de aplicación, las expresiones 3.35 y 3.36 también pueden ser aplicadas en estructuras con mampostería acoplada, pues los resultados estarán en función de la matriz de rigidez espacial de la estructura (pórticos + mampostería) y las

fuerzas sísmicas que pueden ser determinadas de igual forma que por la definición.

### 3.5.3 Aplicación

En el ejemplo que se presenta a continuación, se calcula el centro de cortante mediante la definición y el centro de rigidez con las fórmulas de Tso y Cheung.



**Figura 3.11** Distribución en planta del edificio con mampostería

La estructura de análisis consiste en un edificio de hormigón armado de 2 pisos cuya distribución en planta es la indicada en la Figura 3.11. La altura de entrepiso es 3 m y está formado por columnas de 50x50cm, vigas de 40x30cm y losa alivianada de 20cm de espesor en los dos niveles. La mampostería es de 15cm de espesor. En el sector de las ventanas, existe un alféizar de 1.20m de alto. Para facilitar el cálculo, asumiremos que el centro de masas de la estructura coincide con el centro geométrico. El Período fundamental de la estructura es 0.157 segundos

Se trabaja con módulos de elasticidad iguales a  $1738965.21 \text{Tn/m}^2$  para el hormigón y  $175000 \text{Tn/m}^2$  para la mampostería. La Tabla 3.9 muestra las cargas y pesos considerados en el análisis de la estructura.

**Tabla 3.9** Cargas y Pesos por piso de estructura con mampostería

Piso	Carga [ $\text{Tn/m}^2$ ]		Peso [ $\text{Tn}$ ]		Peso Total [ $\text{Tn}$ ]
	wD	wL	PD	25% PL	
1	1.10	0.20	110.0	5.0	115.0
2	0.80	0.10	80.0	2.5	82.5

Las Figuras 3.12, 3.13, 3.14 y 3.15 presentan el comportamiento de la estructura ante la componente Norte – Sur del sismo de Perú, de cada pódico en los dos niveles.

Para aplicar las fórmulas de Tso y Cheung, se tiene que:

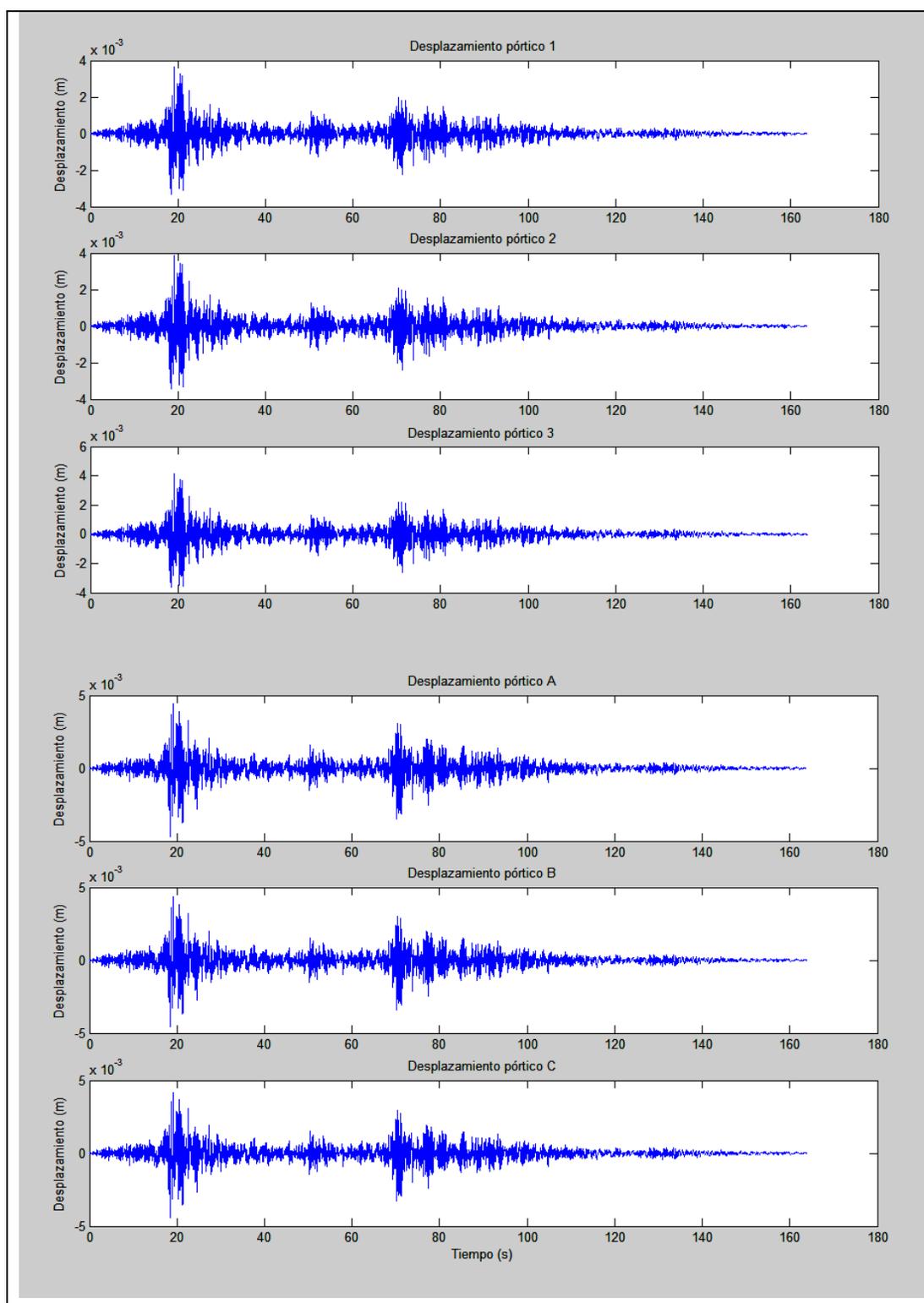
$$[Q_x] = \begin{bmatrix} 62.10 \\ 52.94 \end{bmatrix} \text{Tn} \quad \text{y} \quad [Q_y] = \begin{bmatrix} 61.19 \\ 57.24 \end{bmatrix} \text{Tn}$$

$$K_{xx} = \begin{bmatrix} 115980 & -51370 \\ -51370 & 43450 \end{bmatrix} \text{Tn/m}$$

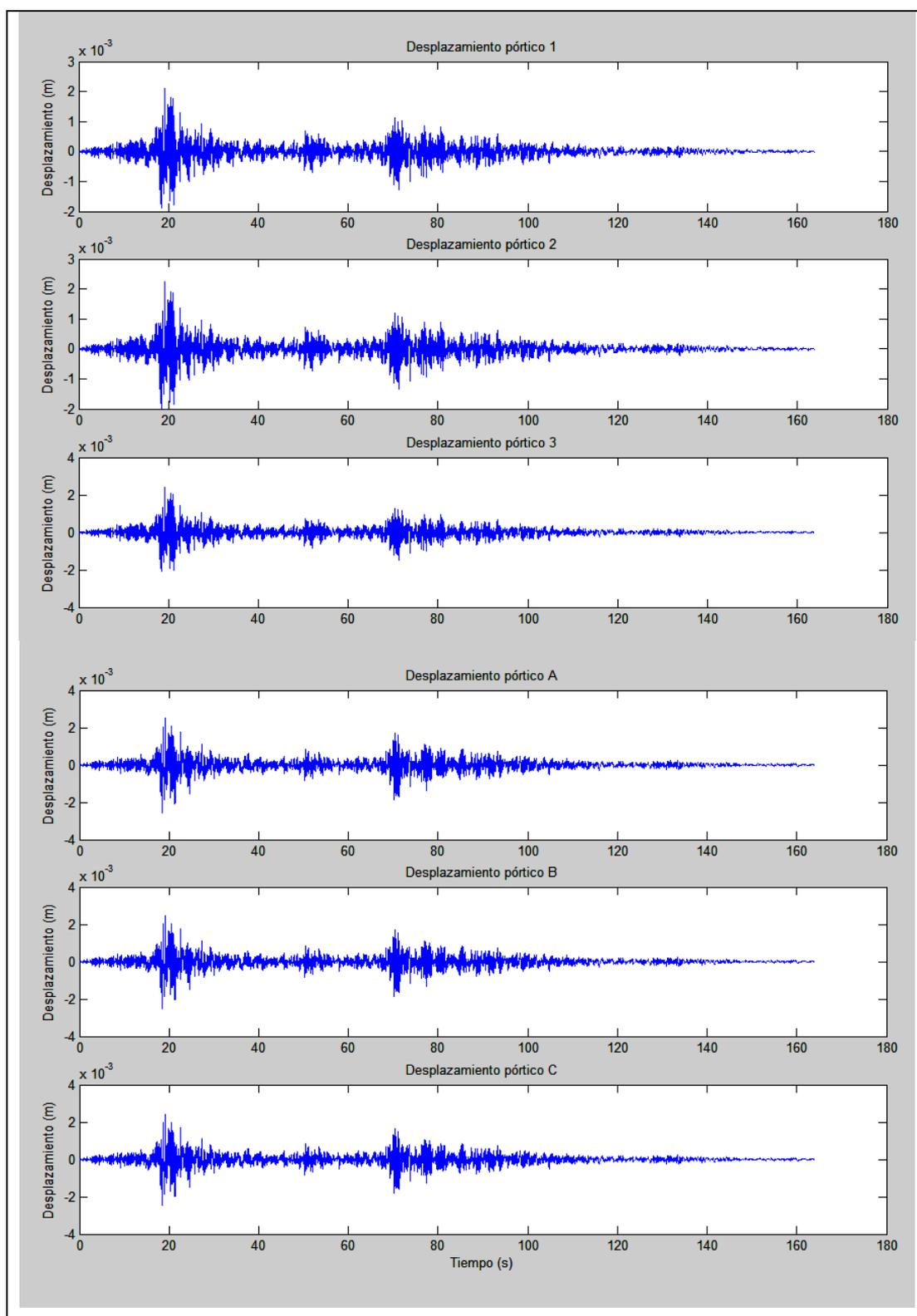
$$K_{x\theta} = \begin{bmatrix} -34252 & 14921 \\ 14921 & -12280 \end{bmatrix} \text{Tn/m}$$

$$K_{yy} = \begin{bmatrix} 104980 & -45820 \\ -45820 & 37890 \end{bmatrix} \text{Tn/m}$$

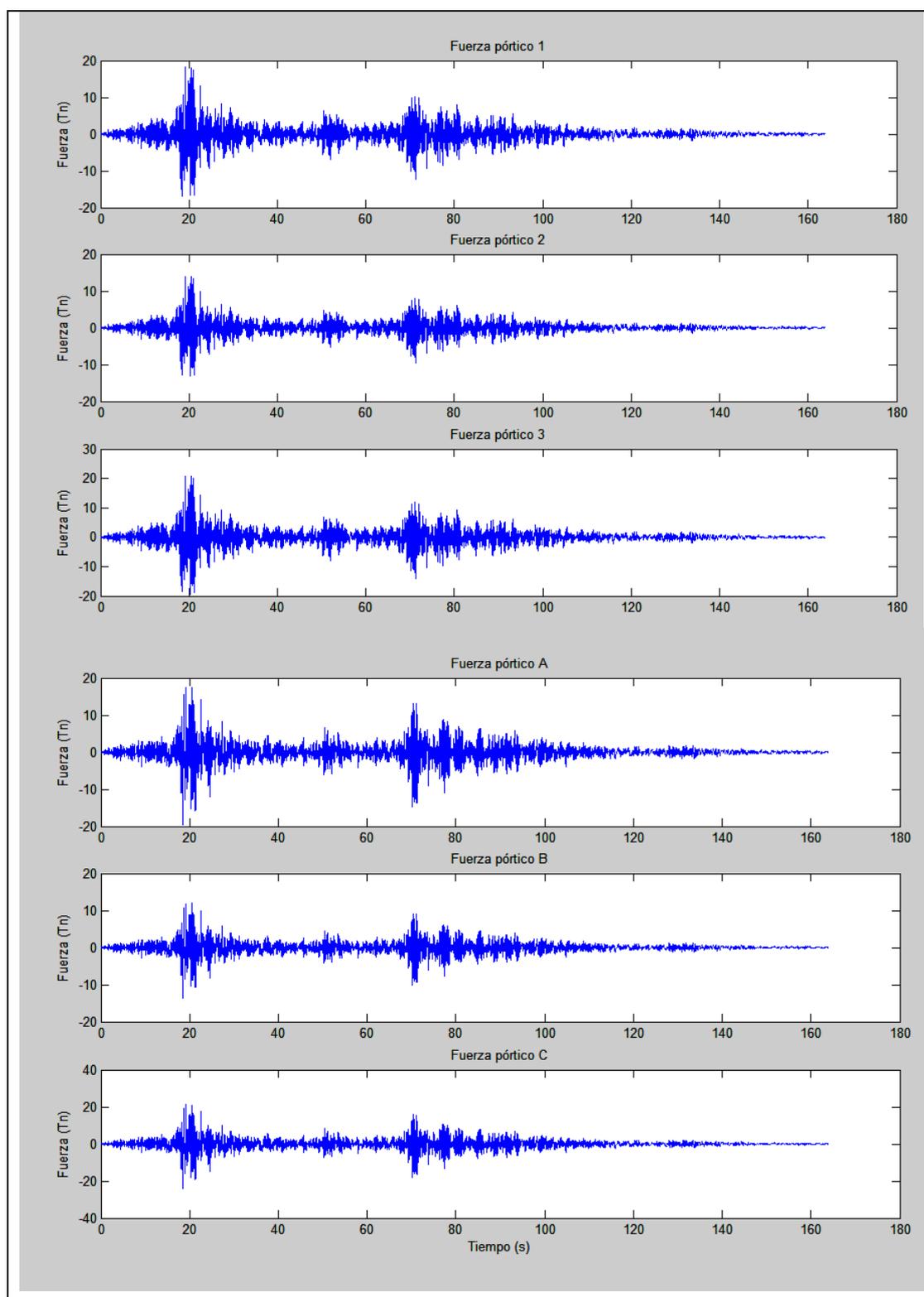
$$K_{y\theta} = \begin{bmatrix} 1054.2 & -3001.3 \\ -3001.3 & 5660.1 \end{bmatrix} \text{Tn/m}$$



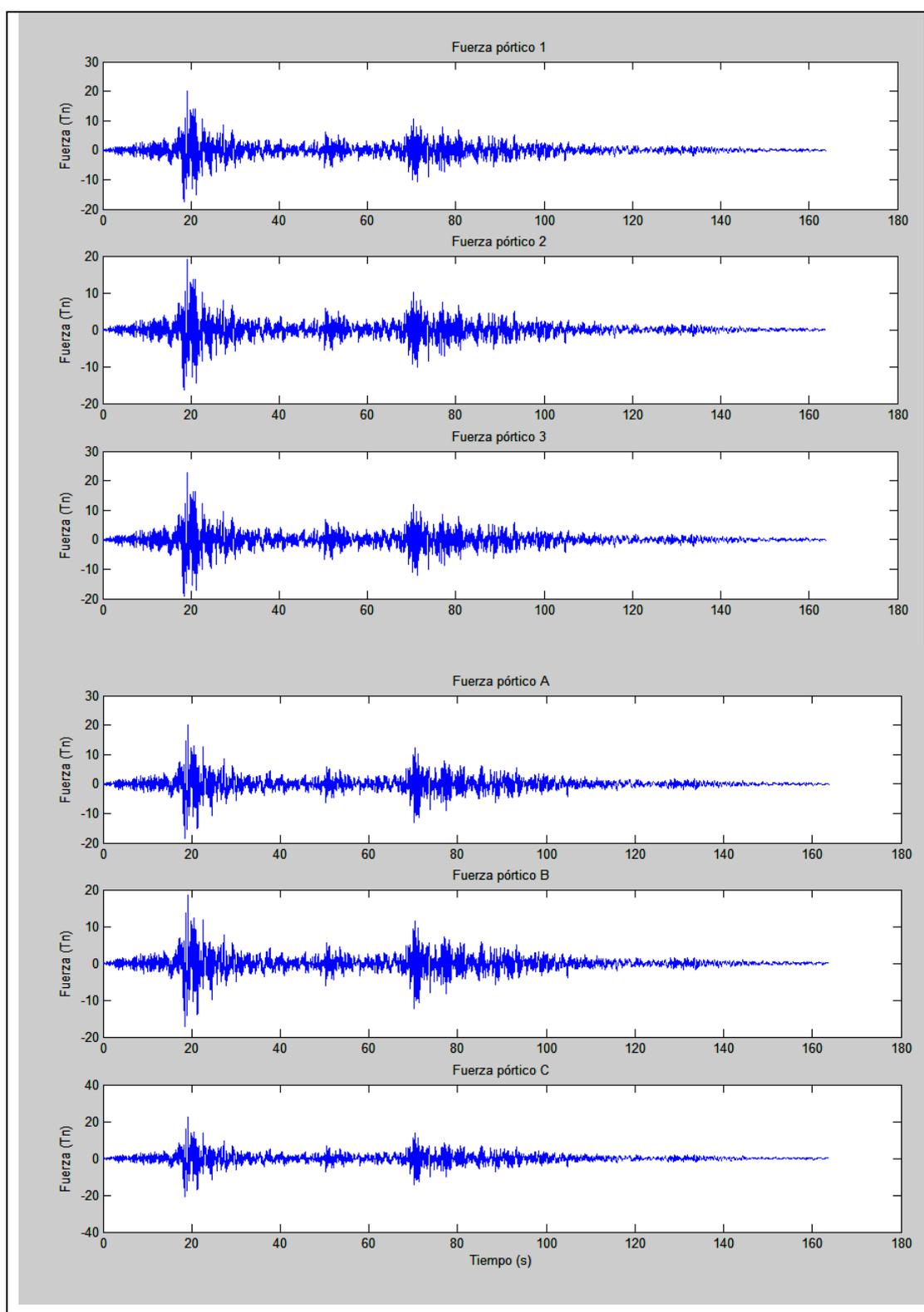
**Figura 3.12** Desplazamientos del 2<sup>do</sup> piso del edificio con mampostería componente N – S del sismo de Perú



**Figura 3.13** Desplazamientos del 1<sup>er</sup> piso del edificio con mampostería componente N – S del sismo de Perú



**Figura 3.14** Fuerzas del 2<sup>do</sup> piso del edificio con mampostería componente N – S del sismo de Perú



**Figura 3.15** Fuerzas del 1<sup>er</sup> piso del edificio con mampostería componente N – S del sismo de Perú

La Tabla 3.10 indica las fuerzas y desplazamientos máximos de la estructura ante la componente Norte – Sur del sismo de Perú del 15 de agosto del 2007. Además se presenta la rigidez de entrepiso calculada con las ecuaciones 3.12 y 3.13. En esta tabla podemos observar que en todos los pórticos, menos el C, la fuerza de la primera planta es mayor que la de la segunda, he ahí la importancia de determinar la magnitud real de las fuerzas actuantes.

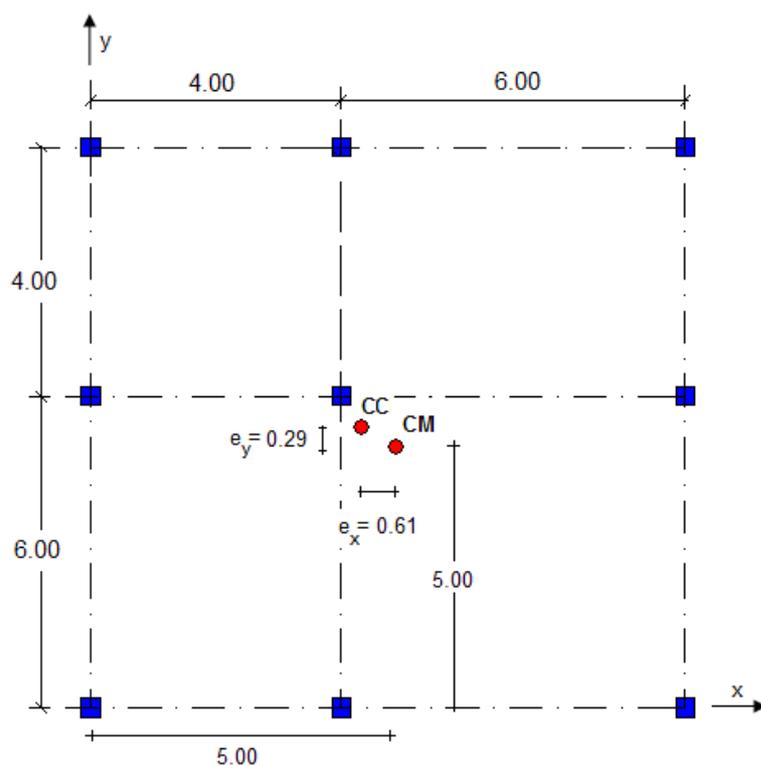
**Tabla 3.10** Desplazamientos y Fuerzas máximos de la estructura ante la componente N – S del sismo de Perú

	Pórtico	Desplazamiento [m]	Fuerza [Tn]	Rigidez de entrepiso [Tn/m]
1 <sup>er</sup> piso	1	0.002121	20.08	18090.5
	2	0.002235	19.14	14814.3
	3	0.002406	22.88	18104.7
	A	0.002567	20.16	15531.7
	B	0.002532	18.50	12642.2
	C	0.002481	22.53	18762.6
2 <sup>do</sup> piso	1	0.003654	18.29	11930.9
	2	0.003848	13.97	8660.9
	3	0.004140	20.68	11926.2
	A	0.004688	19.71	9292.8
	B	0.004590	13.51	6564.6
	C	0.004443	24.02	12242.6

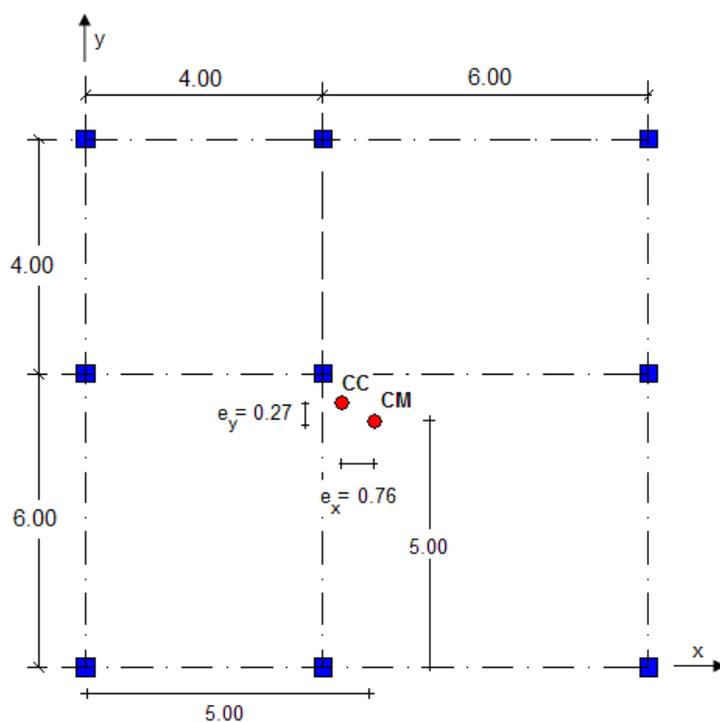
Aplicando las ecuaciones 3.1 y 3.2 se determinan las excentricidades estáticas en los dos sentidos para cada nivel a partir del centro de cortante; y con las ecuaciones 3.35 y 3.36 se determinan las excentricidades estáticas a partir del centro de rigidez. Los resultados se presentan en la Tabla 3.11 y en las Figuras 3.16, 3.17, 3.18 y 3.19.

**Tabla 3.11** Excentricidades estáticas en cada piso de la estructura con mampostería acoplada ante el sismo de Perú (N –S) con respecto a CM.

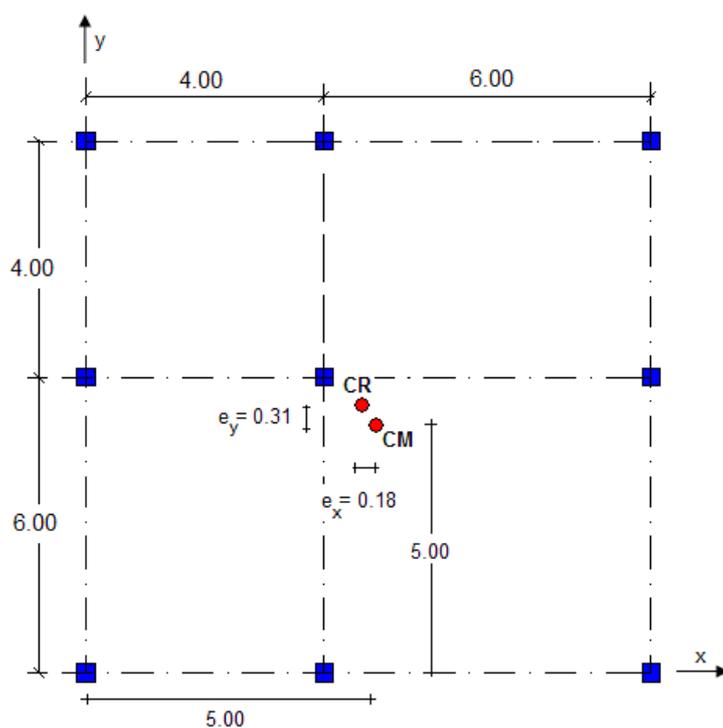
A partir de	Piso	$e_x$ [m]		$e_y$ [m]	
		1	2	1	2
Centro de Corte		- 0.61	- 0.76	0.29	0.27
Centro de Rigidez		- 0.18	0.33	0.31	0.26



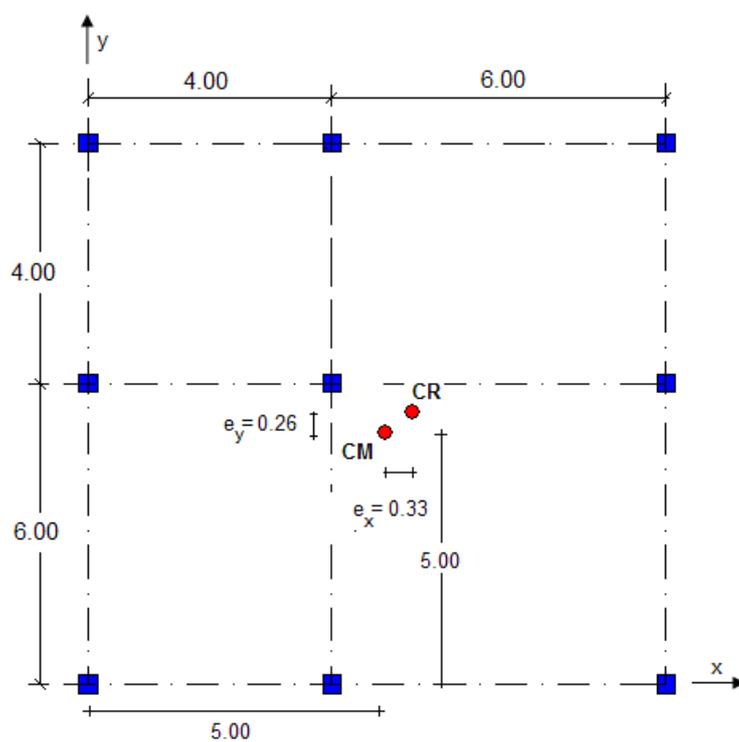
**Figura 3.16** Centro de corte y excentricidades estáticas del 1<sup>er</sup> piso considerando mampostería



**Figura 3.17** Centro de corte y excentricidades estáticas del 2<sup>do</sup> piso considerando mampostería



**Figura 3.18** Centro de rigidez y excentricidades estáticas del 1<sup>er</sup> piso considerando mampostería



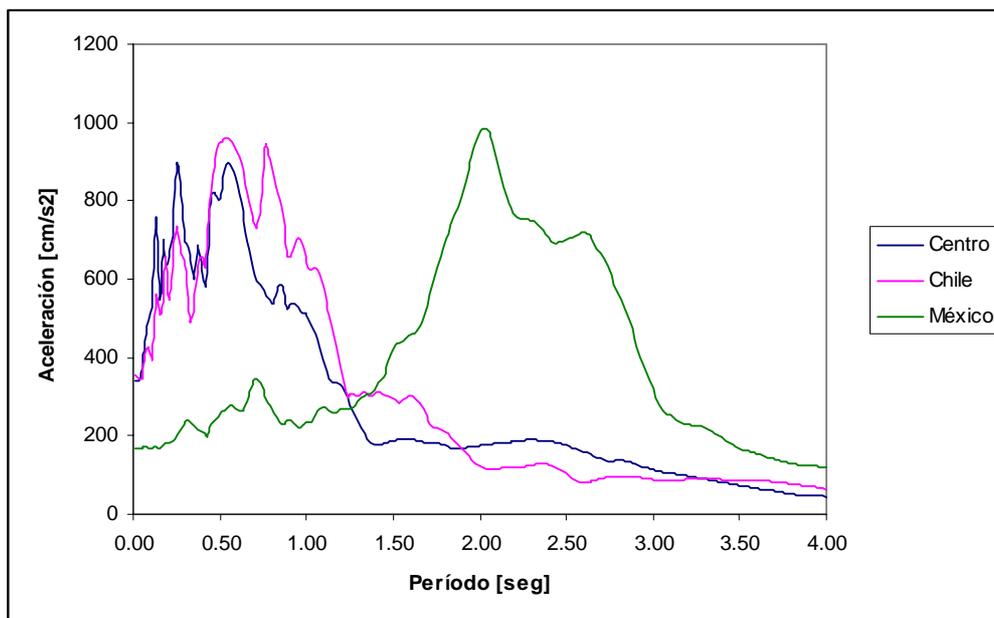
**Figura 3.19** Centro de rigidez y excentricidades estáticas del 2<sup>do</sup> piso considerando mampostería

### 3.6 VARIACIÓN DEL CENTRO DE CORTANTE DE UNA ESTRUCTURA EN FUNCIÓN DEL SISMO

Ahora que hemos determinado que la forma correcta de calcular el centro de cortante de una estructura es mediante la definición de las fuerzas y desplazamientos reales de ésta ante la acción sísmica, es importante analizar la variación que tienen las excentricidades estáticas en función del sismo con el que se está analizando.

Para esto, se determinará el comportamiento en el tiempo de la estructura descrita en el apartado anterior para tres sismos, dos de alta frecuencia y uno de baja frecuencia.

El primer sismo de alta frecuencia es el de Chile, del 3 de marzo de 1985, que tuvo una aceleración del suelo igual a 0.363g ( $g =$  aceleración de la gravedad). El segundo sismo es el registrado en El Centro, California, el 18 de mayo de 1940, con una aceleración máxima del suelo de 0.348g. El sismo de baja frecuencia es el del 19 de septiembre de 1985 de México, cuya aceleración del suelo fue 0.184g.



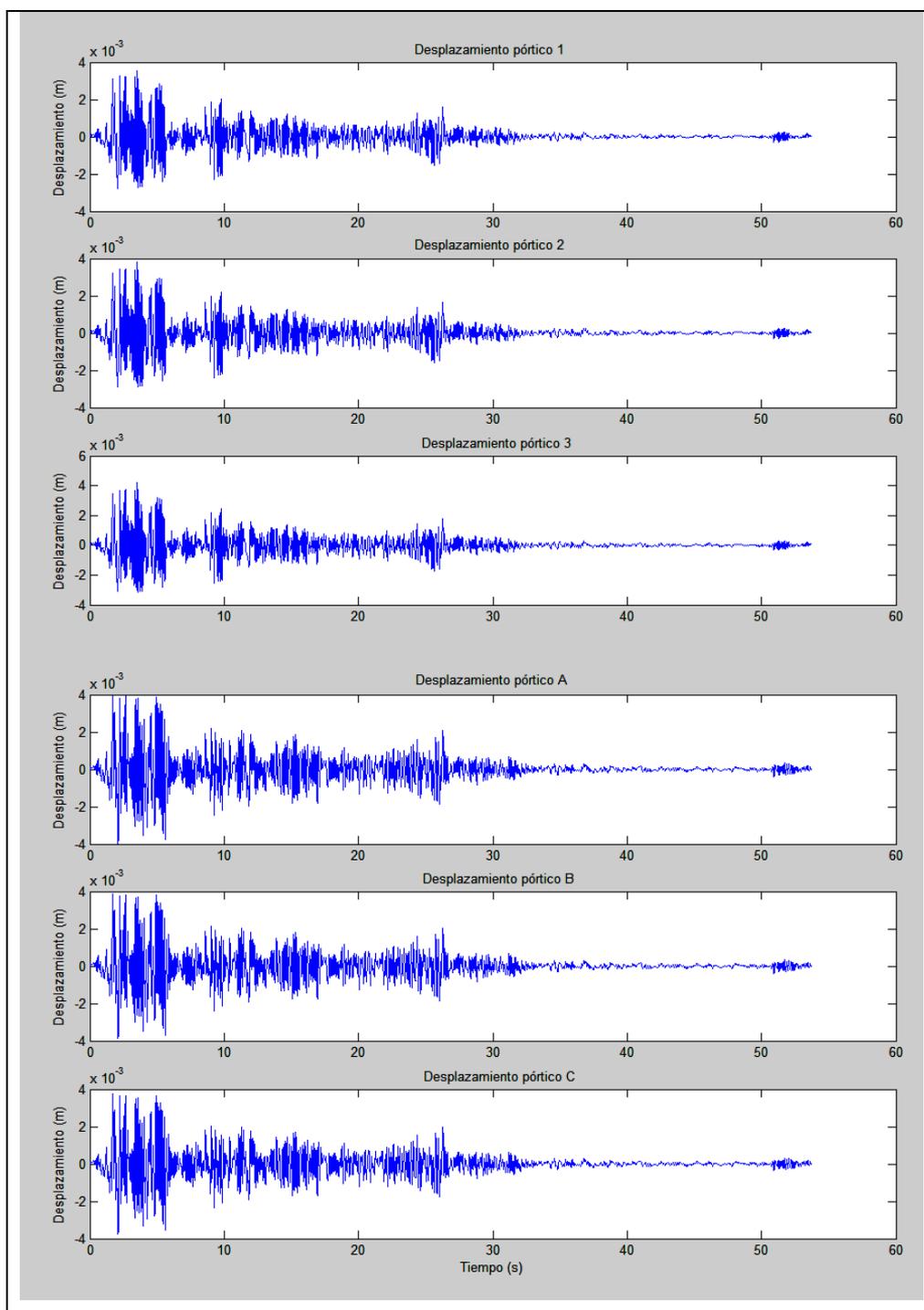
**Figura 3.20** Acelerograma para 5% de amortiguamiento

La Figura 3.20 indica el acelerograma de los tres sismos para un amortiguamiento del 5%. Mientras que las Figuras 3.21 a la 3.32 presentan el comportamiento de la estructura ante los sismos de El Centro, Chile y México, tanto de desplazamientos como de fuerzas.

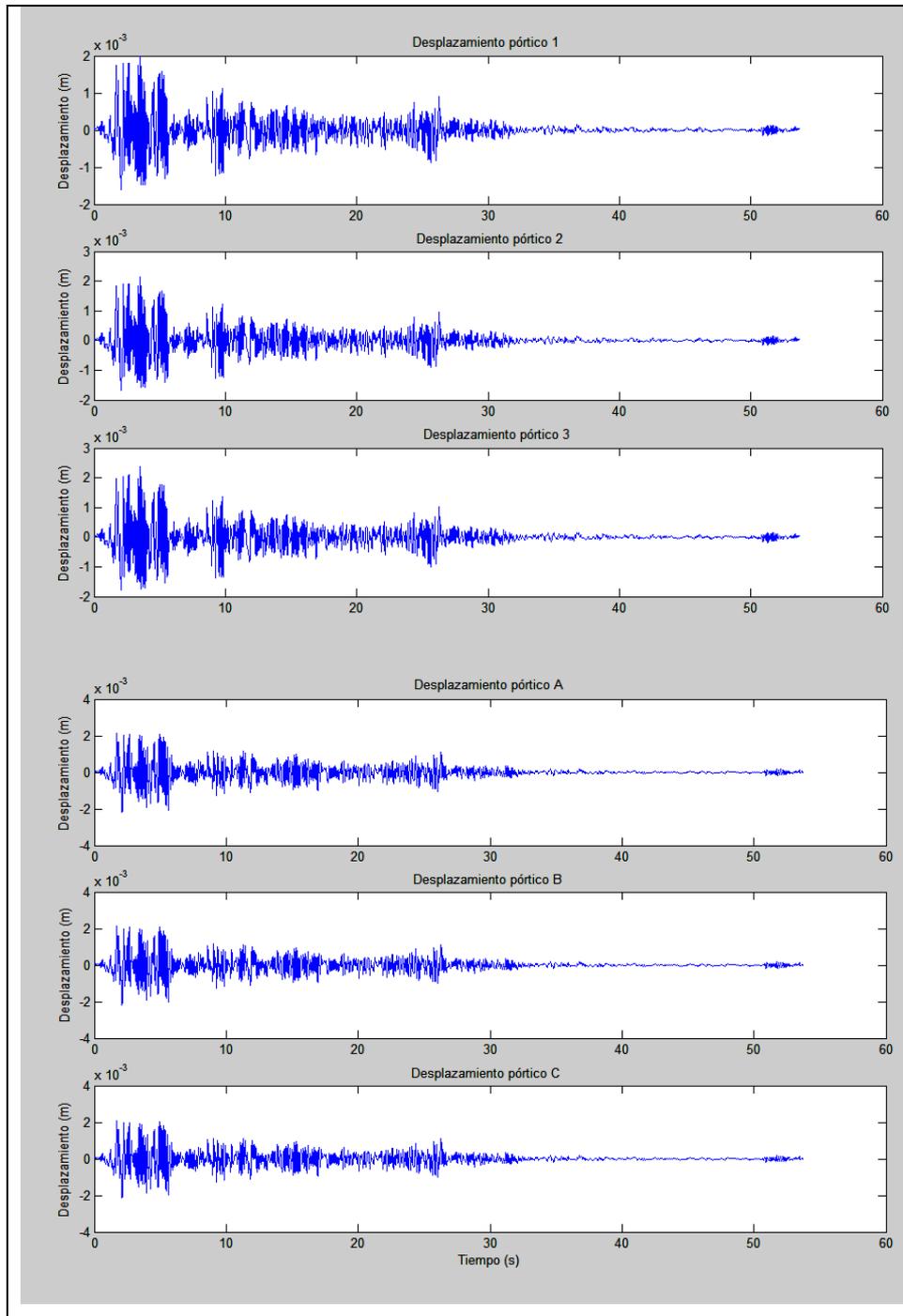
Los valores máximos obtenidos en cada piso y cada pórtico y la rigidez de entrepiso calculada con las ecuaciones 3.12 y 3.13, se resumen en las Tablas 3.12, 3.13 y 3.14, para cada uno de los sismos

**Tabla 3.12** Desplazamientos y Fuerzas máximos de la estructura ante el sismo de El Centro

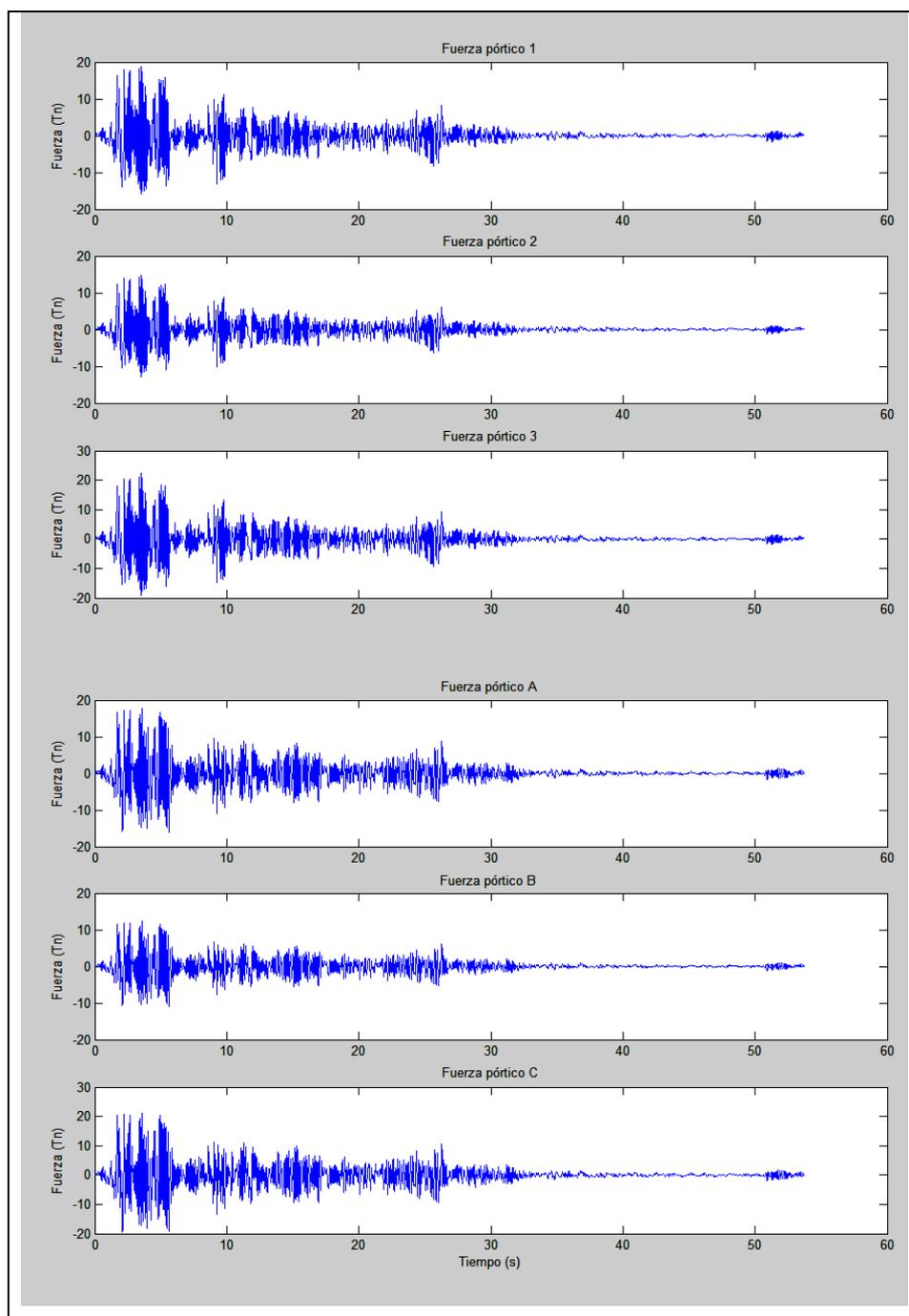
	Pórtico	Desplazamiento [m]	Fuerza [Tn]	Rigidez de entrepiso [Tn/m]
<b>1<sup>er</sup> piso</b>	1	0.0020	16.86	17855.0
	2	0.0021	16.57	14919.0
	3	0.0024	20.09	17695.8
	A	0.0022	17.14	15777.3
	B	0.0022	15.83	12727.3
	C	0.0021	19.18	19123.8
<b>2<sup>do</sup> piso</b>	1	0.0035	18.85	12566.7
	2	0.0038	14.76	8682.4
	3	0.0042	22.38	12433.3
	A	0.0039	17.57	10335.3
	B	0.0039	12.17	7158.8
	C	0.0038	20.98	12341.2



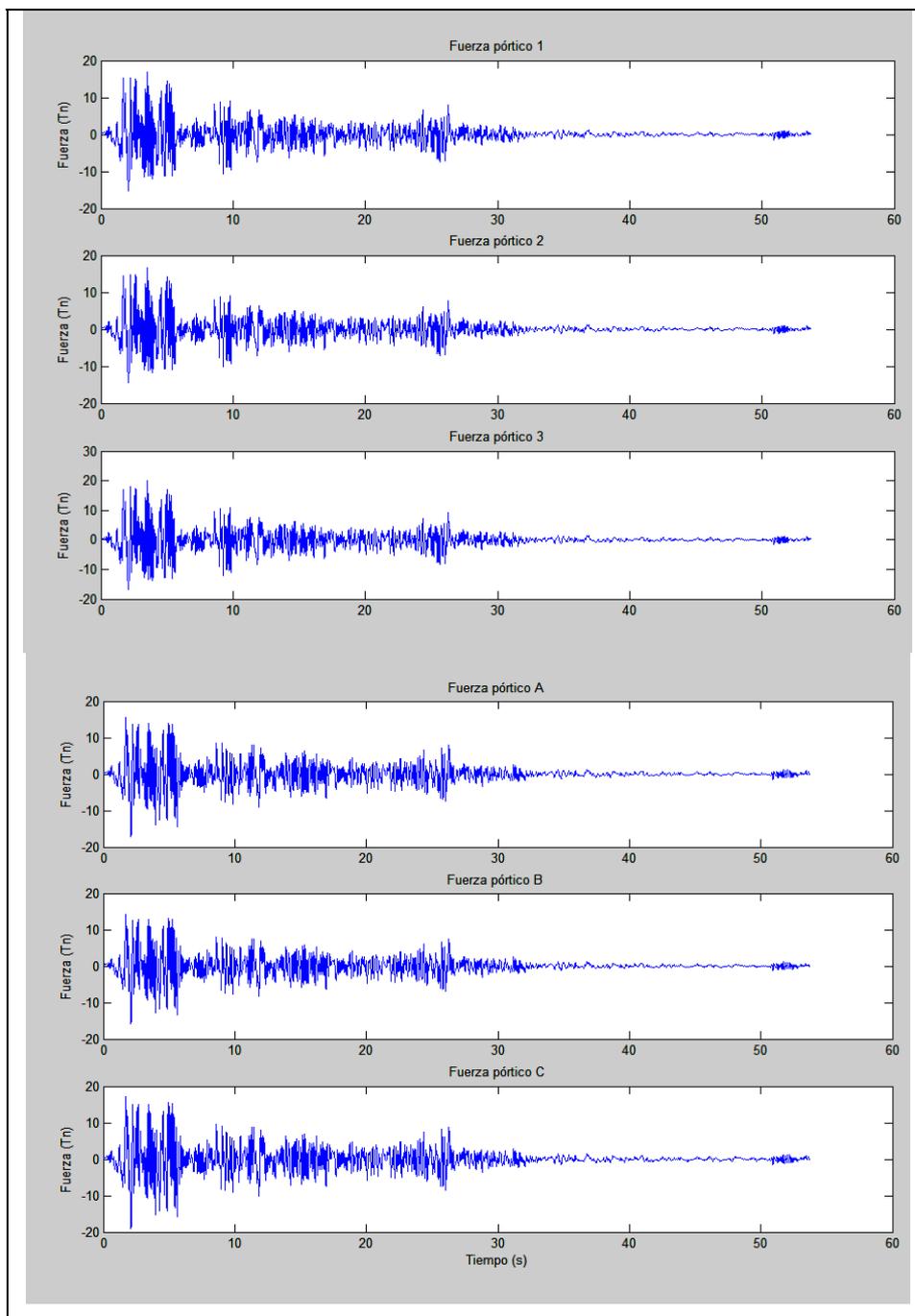
**Figura 3.21** Desplazamientos del 2<sup>do</sup> piso del edificio con mampostería sismo de El Centro - California



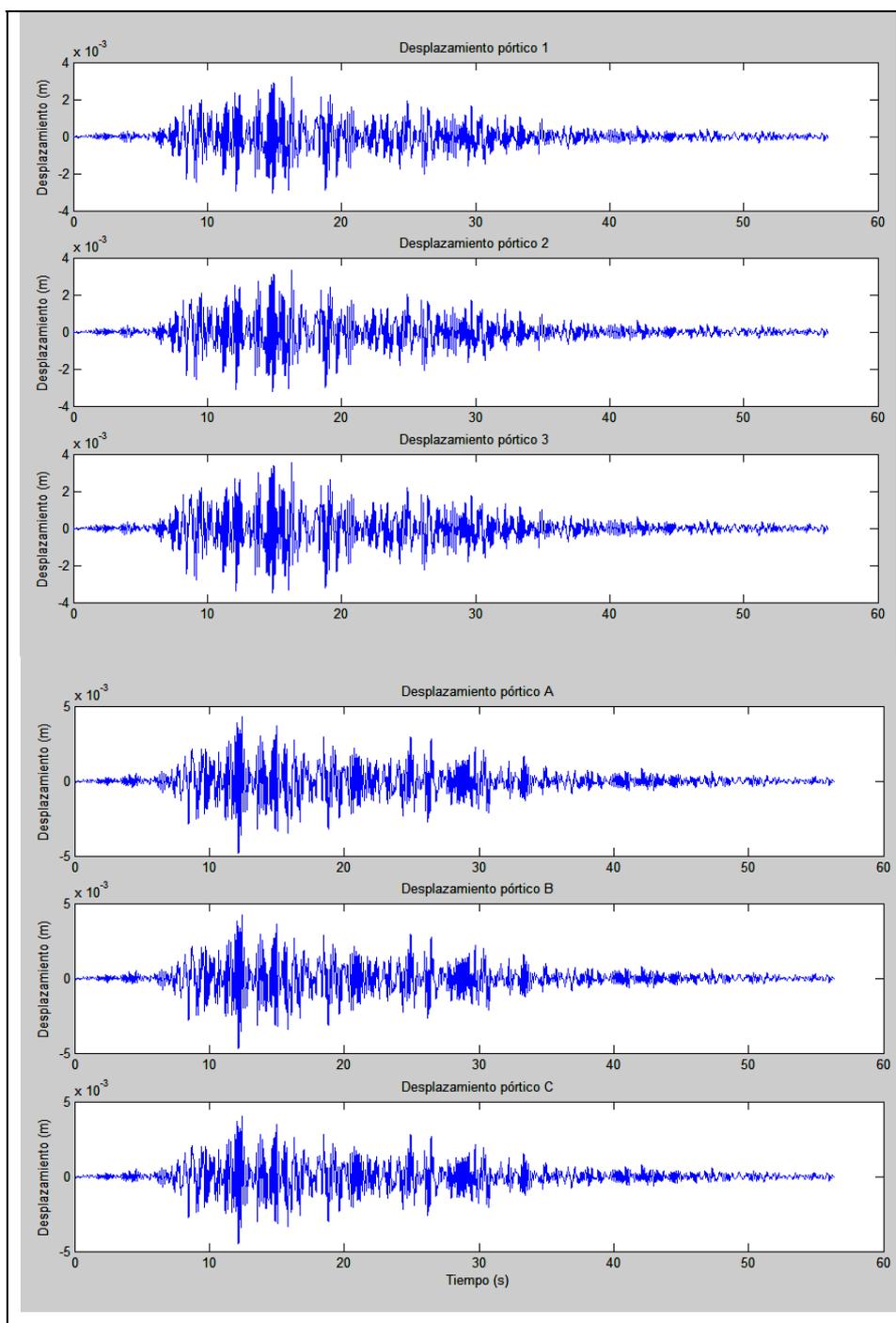
**Figura 3.22** Desplazamientos del 1<sup>er</sup> piso del edificio con mampostería sismo de El Centro - California



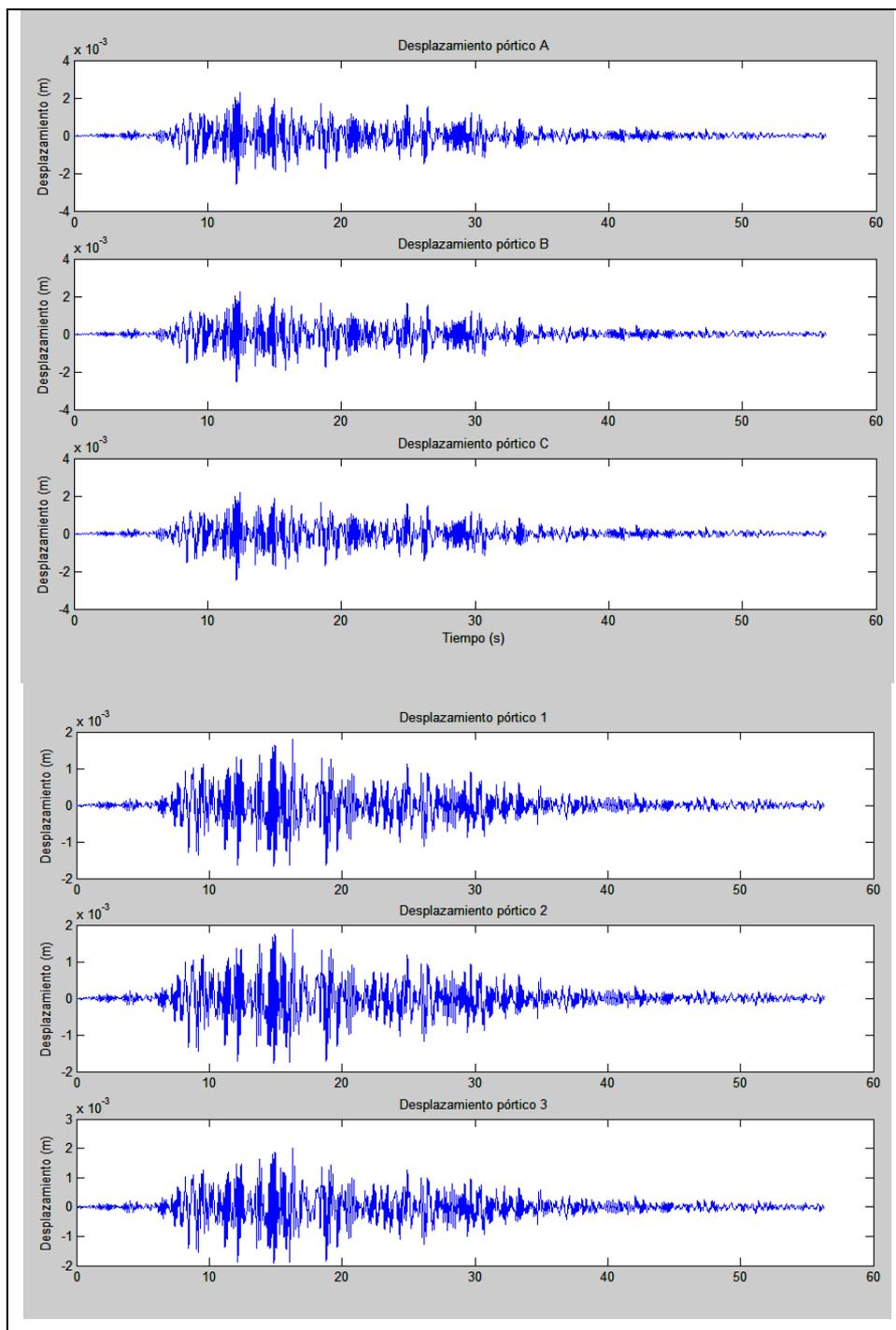
**Figura 3.23** Fuerzas del 2<sup>do</sup> piso del edificio con mampostería sismo de El Centro - California



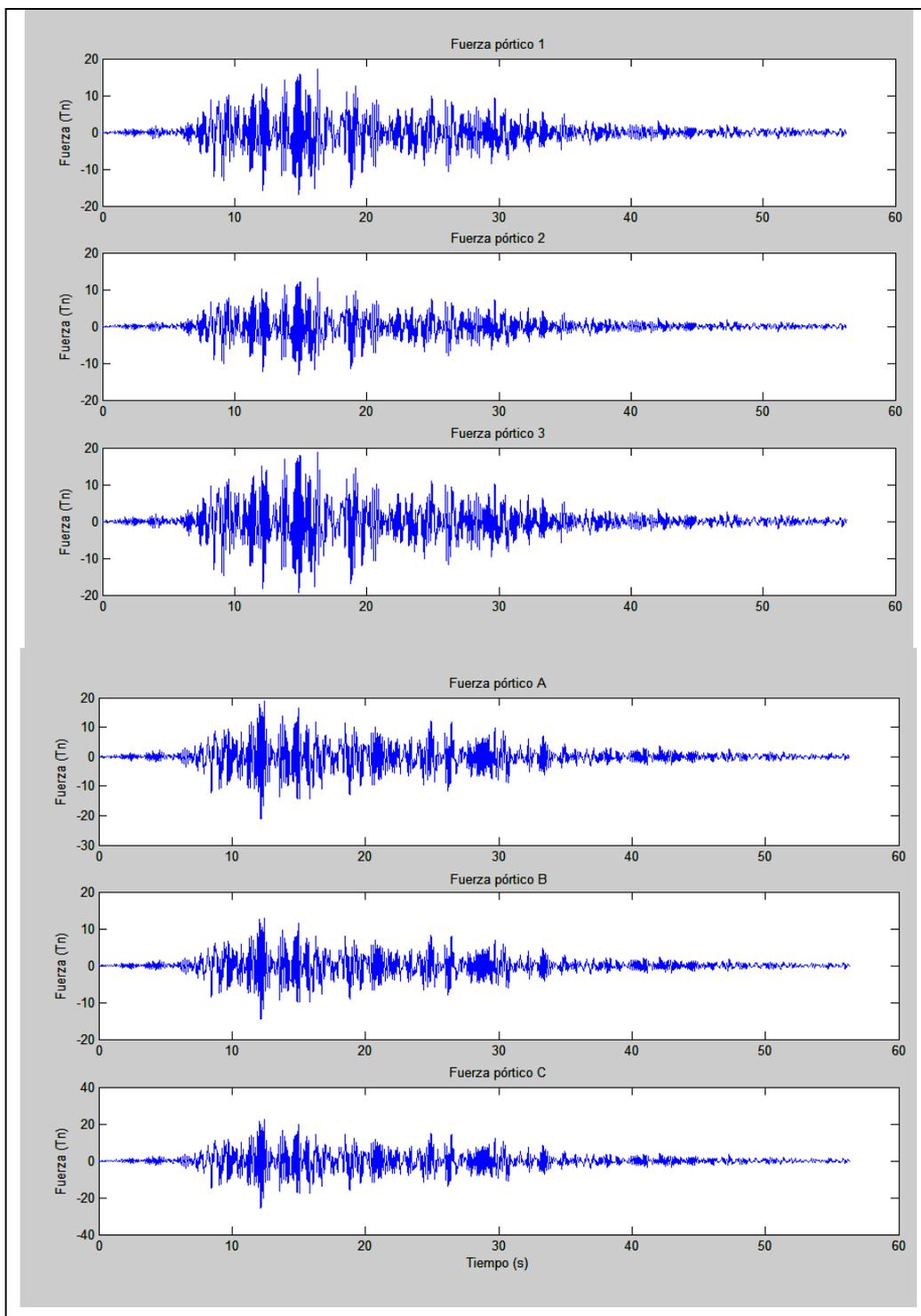
**Figura 3.24** Fuerzas del 1<sup>er</sup> piso del edificio con mampostería sismo de El Centro - California



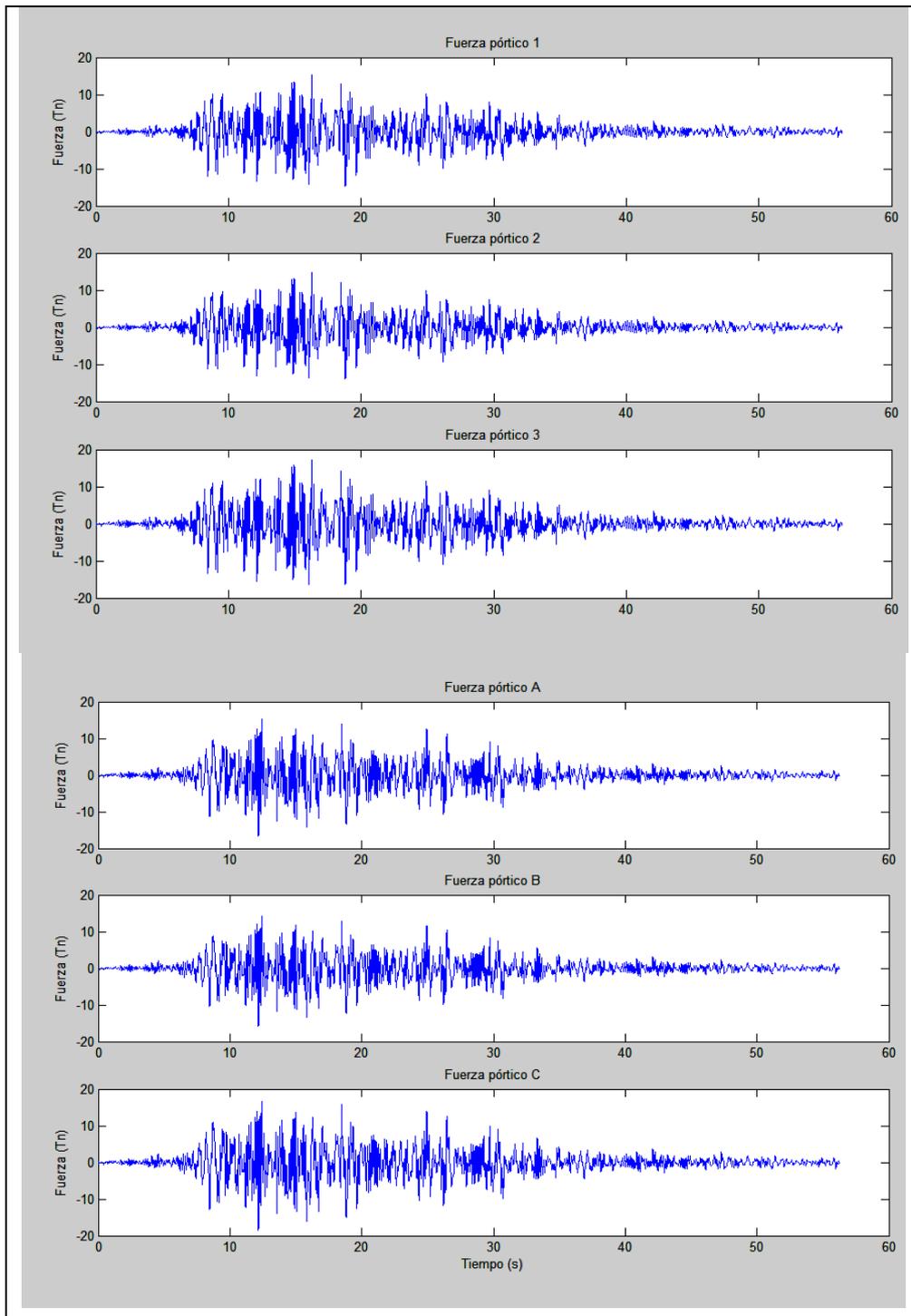
**Figura 3.25** Desplazamientos del 2<sup>do</sup> piso del edificio con mampostería sismo de Chile



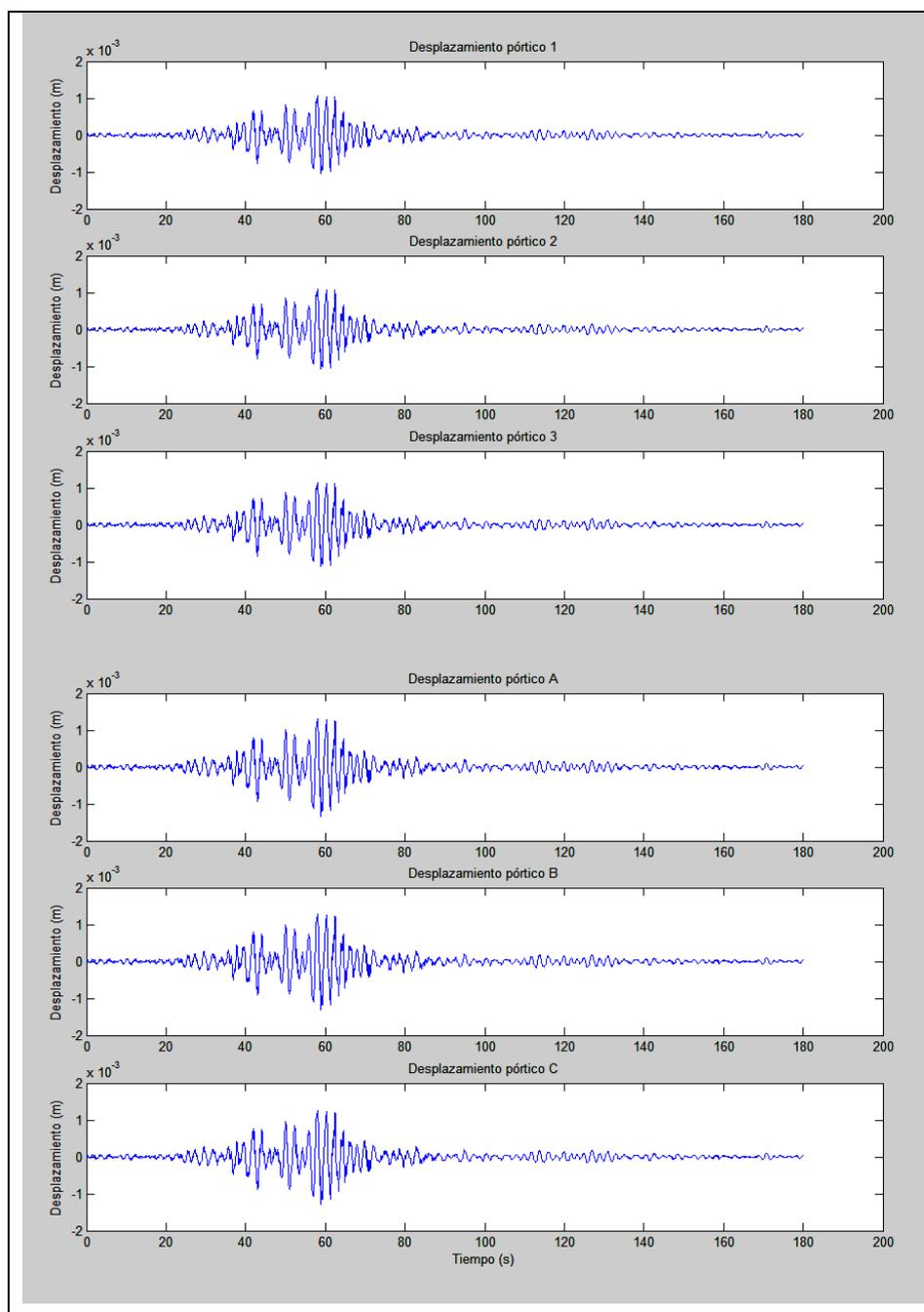
**Figura 3.26** Desplazamientos del 1<sup>er</sup> piso del edificio con mampostería sísmo de Chile



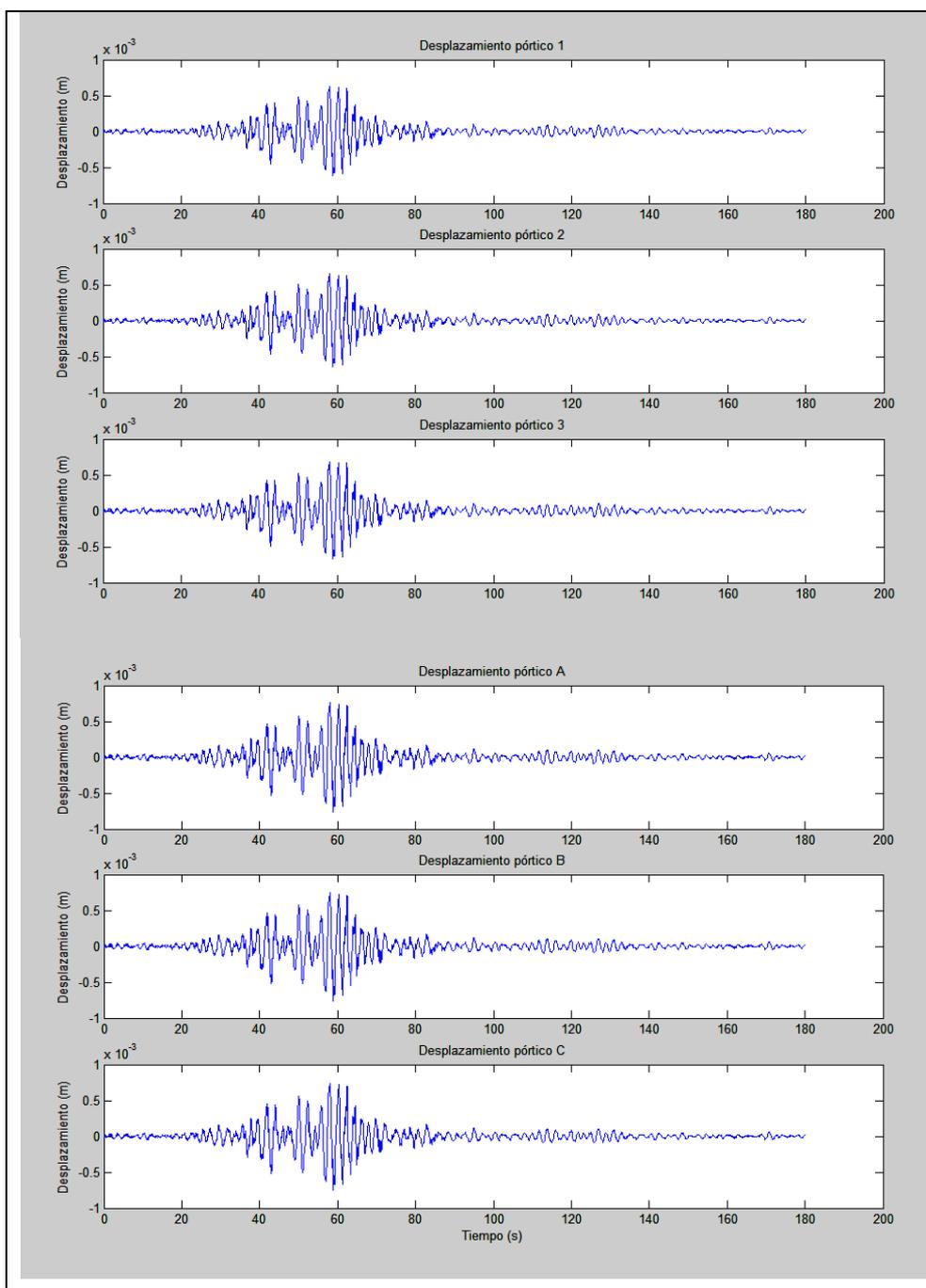
**Figura 3.27** Fuerzas del 2<sup>do</sup> piso del edificio con mampostería sismo de Chile



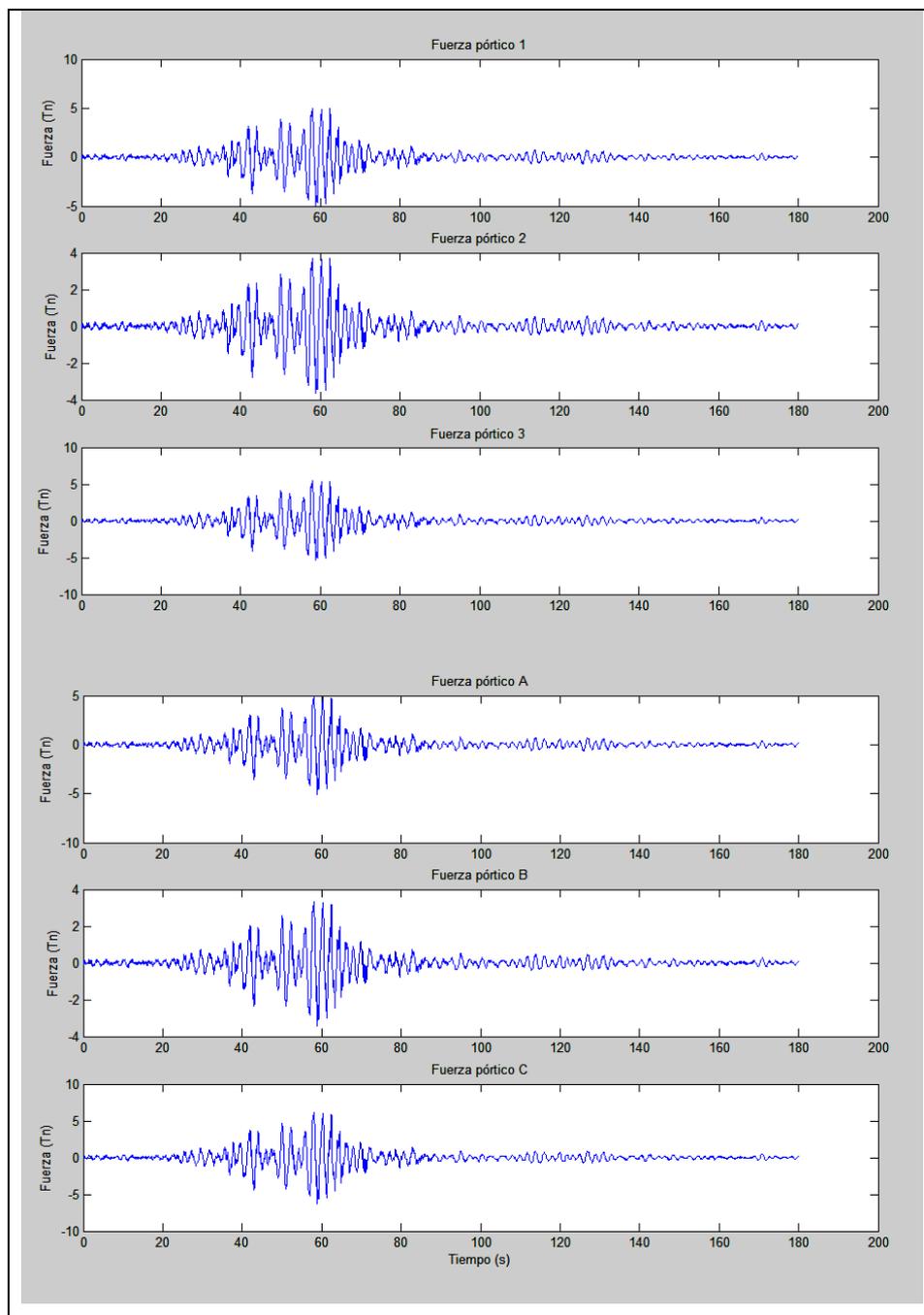
**Figura 3.28** Fuerzas del 1<sup>er</sup> piso del edificio con mampostería sismo de Chile



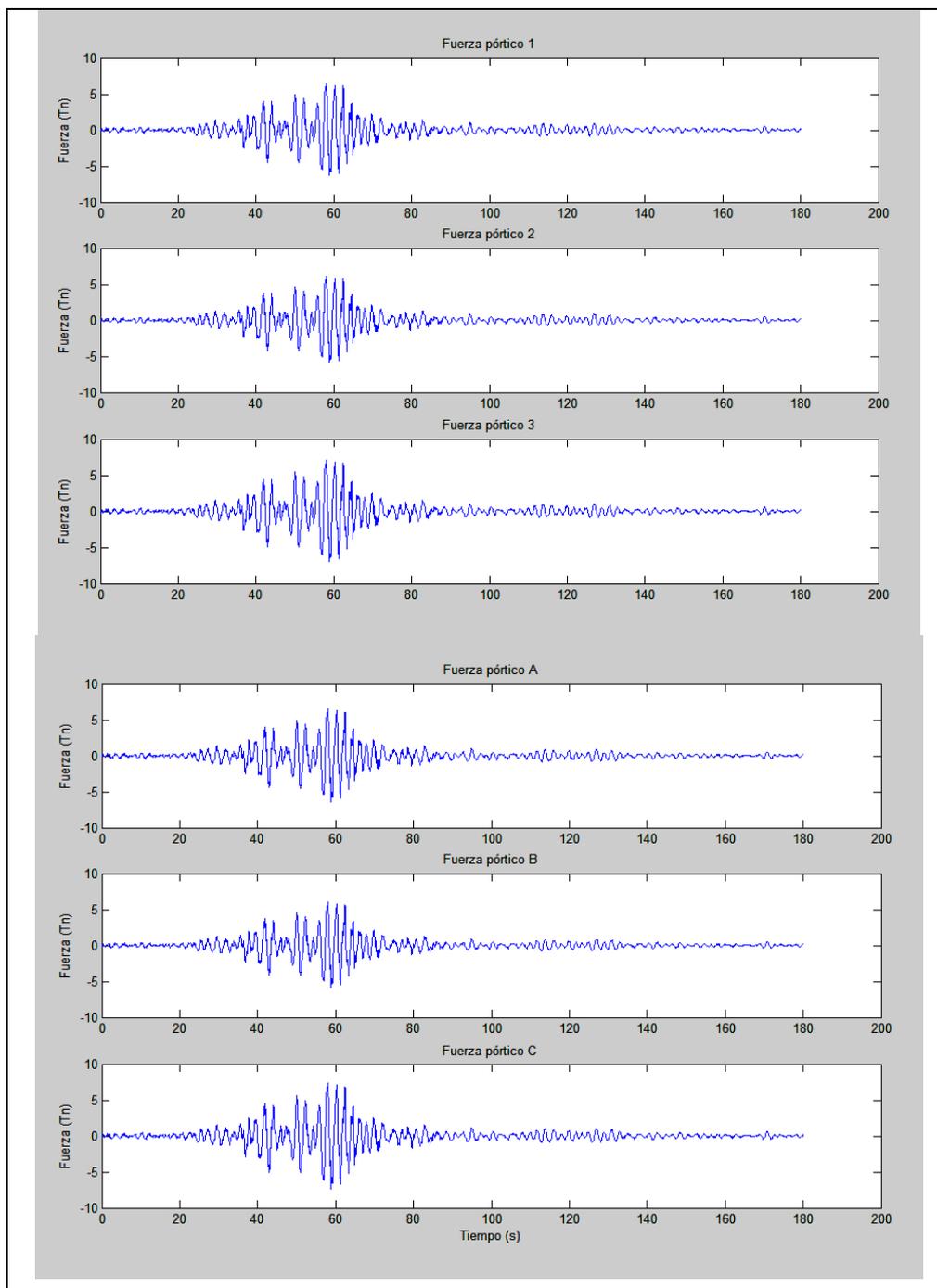
**Figura 3.29** Desplazamientos del 2<sup>do</sup> piso del edificio con mampostería sísmo de México



**Figura 3.30** Desplazamientos del 1<sup>er</sup> piso del edificio con mampostería sismo de México



**Figura 3.31** Fuerzas del 2<sup>do</sup> piso del edificio con mampostería sismo de México



**Figura 3.32** Fuerzas del 1<sup>er</sup> piso del edificio con mampostería sísmo de México

**Tabla 3.13** Desplazamientos y Fuerzas máximos de la estructura ante el sismo de Chile

	Pórtico	Desplazamiento [m]	Fuerza [Tn]	Rigidez de entrepiso [Tn/m]
<b>1<sup>er</sup> piso</b>	1	0.0018	15.38	18038.9
	2	0.0019	14.68	14615.8
	3	0.0020	17.21	18240.0
	A	0.0026	16.74	14553.8
	B	0.0025	15.69	12088.0
	C	0.0025	18.40	17524.0
<b>2<sup>do</sup> piso</b>	1	0.0032	17.09	12207.1
	2	0.0033	13.09	9350.0
	3	0.0036	19.27	12043.8
	A	0.0048	21.10	9590.9
	B	0.0047	14.53	6604.5
	C	0.0045	25.41	12705.0

**Tabla 3.14** Desplazamientos y Fuerzas máximos de la estructura ante el sismo de México

	Pórtico	Desplazamiento [m]	Fuerza [Tn]	Rigidez de entrepiso [Tn/m]
<b>1<sup>er</sup> piso</b>	1	0.00063	6.28	17952.4
	2	0.00065	6.00	14969.2
	3	0.00068	7.05	18367.6
	A	0.00077	6.49	15013.0
	B	0.00076	5.95	12342.1
	C	0.00075	7.30	18120.0
<b>2<sup>do</sup> piso</b>	1	0.00106	5.03	11697.7
	2	0.00109	3.73	8477.3
	3	0.00115	5.44	11574.5
	A	0.00133	5.07	9053.6
	B	0.00131	3.43	6236.4
	C	0.00128	6.29	11867.9

Aplicando las ecuaciones 3.1 y 3.2 para determinar las excentricidades estáticas en cada planta a partir del centro de corte, se obtuvieron los resultados de la Tabla 3.15, además se adiciona las excentricidades obtenidas con la componente Norte – Sur del sismo de Perú.

**Tabla 3.15** Variación de las excentricidades estáticas en función del sismo, a partir del centro de corte con respecto a CM

Piso	Sismo	$e_x$ [m]	$e_y$ [m]
1	El Centro	-0.62	0.31
	Chile	-0.61	0.27
	México	-0.61	0.25
	Perú (N-S)	-0.61	0.29
2	El Centro	-0.58	0.28
	Chile	-0.77	0.30
	México	-0.75	0.29
	Perú (N-S)	-0.76	0.27

Los valores de excentricidad estática a partir del centro de cortante obtenidos para cada sentido, no tienen una variación significativa en ninguno de los niveles, por lo que se puede decir que el centro de corte no varía en gran medida según el sismo con el que se analice.

### 3.7 VARIACIÓN DEL CENTRO DE RIGIDEZ DE UNA ESTRUCTURA EN FUNCIÓN DEL SISMO

De la misma forma como se realizó con las coordenadas del centro de cortante, se procede con el centro de rigidez. Para ello se trabaja con la misma estructura y registros sísmicos del apartado anterior.

Las fuerzas sísmicas en el centro de masas de cada piso en función del sismo, se presentan en la Tabla 3.16.

**Tabla 3.16** Fuerzas en el centro de masas en función del sismo de la estructura con mampostería acoplada

Piso	Sismo	$Q_x$ [Tn]	$Q_y$ [Tn]
1	El Centro	53.52	52.15
	Chile	42.27	50.83
	México	19.33	19.74
2	El Centro	55.99	50.72
	Chile	49.45	61.04
	México	14.20	14.79

Las matrices  $K_{xx}$ ,  $K_{x\theta}$ ,  $K_{yy}$  y  $K_{y\theta}$ , fueron indicadas en el apartado 3.5.3. La Tabla 3.17, presenta los valores de las excentricidades estáticas a partir del centro de rigidez calculadas para los sismos de El Centro 1940, Chile 1985, México 1985 y la componente Norte – Sur del sismo de Perú 2007.

**Tabla 3.17** Variación de las excentricidades estáticas en función del sismo, a partir del centro de rigidez con respecto a CM

Piso	Sismo	$e_x$ [m]	$e_y$ [m]
1	El Centro	-0.19	0.31
	Chile	-0.22	0.31
	México	-0.16	0.31
	Perú (N-S)	-0.18	0.33
2	El Centro	0.32	0.27
	Chile	0.31	0.27
	México	0.35	0.26
	Perú (N-S)	0.31	0.26

Al igual que en el centro de cortante, los valores de las excentricidades estáticas a partir del centro de rigidez no varían significativamente, por lo que el centro de rigidez de una estructura no varía según el sismo.