

## **CAPÍTULO III**

### **TORSION ACCIDENTAL POR EFECTO DE VARIACIÓN DE RIGIDEZ EN AISLADORES ELASTOMÉRICOS**

#### **RESUMEN**

En el presente capítulo se analizan seis estructuras con aislamiento de base de tipo elastomérico. Para cada edificio se varía el Centro de Rigidez del sistema de aislamiento desde el 1% al 6% de la dimensión del edificio perpendicular a la dirección del análisis sísmico. Se ha realizado el análisis para un sismo artificial que es compatible con el espectro elástico del Código Ecuatoriano de la Construcción.

Se analiza en cuánto se incrementan los desplazamientos en los pórticos exteriores con respecto al centro de masas al variar la rigidez del sistema de aislamiento, cuando por defectos constructivos se origina cambio de rigidez en los aisladores.

Finalmente se comparan los resultados con lo permitido por la Norma Chilena NCh 2745.



### 3.1.-TORSIÓN ACCIDENTAL EN EDIFICIOS CON AISLADORES ELASTOMÉRICOS

Como se explicó en el Capítulo I, el aislador elastomérico está formado por un conjunto de láminas planas de goma o caucho intercaladas con placas planas de acero adheridas al caucho. El proceso de producción de estos elementos es rigurosamente controlado, sin embargo la inherente variabilidad de las propiedades del elastómero se transmitirá a las propiedades del aislador. Esta variabilidad generará a su vez asimetría de rigidez en el sistema de aislamiento y consecuentemente se producirá lo que se conoce con el nombre de **Torsión Accidental**, aunque se trate de una estructura nominalmente simétrica.

La variabilidad en las propiedades mecánicas de los aisladores elastoméricos proviene de distintas fuentes tales como:

- Compuesto elastomérico a raíz del proceso de mezclado.
- Calidad del material base.
- Dosificación de aditivos.
- Proceso de fabricación:
  - Variaciones geométricas del aislador
  - Tiempo de curado
  - Presión y temperatura aplicada
  - Mecanismo de curado

Con los antecedentes mencionados, es indudable que la variación de las propiedades mecánicas de los aisladores afecta a la respuesta dinámica de la estructura, pues al no coincidir el Centro de Masa CM y el Centro de Rigidez



CR, se producirá excentricidad estática y torsión accidental, este es un aspecto muy relevante que debe ser considerado en el diseño.

Algunos códigos de diseño en la actualidad toman en cuenta estos problemas, es así que por ejemplo el UBC (1997) y la Norma Chilena NCh 2745 (2003) establecen que el desplazamiento de diseño total  $D_{TD}$  y el desplazamiento máximo total  $D_{TM}$  de los elementos del sistema de aislación deben incluir desplazamientos adicionales debido a la excentricidad estática y la torsión accidental.

Abordando el problema motivo de esta investigación se manifiesta que si se tiene un sistema de aislación en el cual el Centro de Masa CM coincide con el Centro de Rigidez CR, el  $D_{TM}$  de cualquier aislador es igual al  $D_M$  medido en el CM. El problema surge cuando el CM no coincide con el CR a pesar de que el sistema de aislación es completamente simétrico. Esta no coincidencia se debe a que uno o varios de los aisladores no tienen la rigidez que deberían tener, pero también se genera cuando los aisladores no tienen el factor de amortiguamiento que deberían tener o las masas que gravitan sobre estos cambian, entre otros factores. Se debe recalcar que en este estudio se analiza únicamente a una de las causas, cual es la variación de rigidez en el sistema de aislamiento.

### **3.2.- INVESTIGACIONES REALIZADAS**

Uno de los trabajos más completos para analizar el tema de la torsión accidental es el desarrollado por De la Llera y Chopra (1994) en estructuras

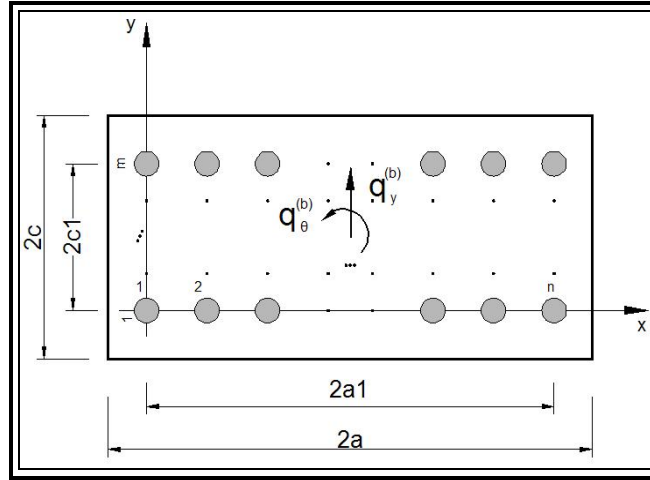


con base empotrada, sin aisladores de base. El problema es tratado en varios capítulos el primero de ellos precisamente trata sobre la influencia en la torsión accidental por efecto de la variación de la rigidez, tema que se aborda en este estudio y concluyen que el efecto de la variabilidad de la rigidez decrece con el incremento del número de ejes de columnas.

En el siguiente capítulo De la Llera y Chopra (1994) tratan sobre la torsión accidental debido a excitación torsional, concluyendo que el incremento de la respuesta en los pórticos exteriores, debido a este efecto, es pequeño en estructuras con período de vibración traslacional mayor a 0.5 seg.

Posteriormente, Shenton y Holloway (2000) presentan ecuaciones para hallar la desviación estándar del desplazamiento, en el centro de masas y en los bordes del sistema de desplazamiento, como una forma de cuantificar la torsión accidental. Estas expresiones son obtenidas a partir de un análisis modal espectral. Para poder presentar los resultados, en la figura 3.1 se indica la notación utilizada, por Shenton y Holloway (2000) para identificar los aisladores. En sentido X, se tiene  $n$  filas de aisladores y en sentido Y se tiene  $m$  filas. El número total de aisladores  $N = n * m$ . Las coordenadas de cada aislador se obtienen de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} X_i &= a_1 \frac{2(i-1)}{n-1} & i &= 1, \dots, n \\ Y_j &= c_1 \frac{2(j-1)}{m-1} & j &= 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.1)$$



**Figura 3.1:** Identificación de los aisladores de base

Las ecuaciones propuestas por Shenton y Holloway (2000) para un espectro de seudovelocidad constante son las siguientes:

$$\sigma(\hat{q}) = \frac{V_K}{2\sqrt{N}} \quad (3.2)$$

$$\sigma(\hat{q}_e) = \frac{V_K}{2\sqrt{N}} \sqrt{1 + \frac{12\bar{n}}{[(1-\bar{m})\gamma^2 + (1-\bar{n})]^2}} \quad (3.3)$$

$$\Omega_0 = \frac{W_\theta}{W_y} \quad (3.4)$$

$$\tilde{a} = \frac{a}{\rho} \quad \tilde{a}_1 = \frac{a_1}{\rho} \quad (3.5)$$

$$\rho = 2a\sqrt{\frac{(1+r_1)^2}{12}} \quad r_1 = \frac{c}{a} \quad (3.6)$$

Donde  $\sigma(\hat{q})$  es la desviación estándar de los desplazamientos en el CM;  $\sigma(\hat{q}_e)$  es la desviación estándar de los desplazamientos en los bordes;  $V_K$  es el coeficiente de variación de la rigidez, que es igual a la desviación estándar para el valor medio de la rigidez;  $N$  es el número total de aisladores:



$\bar{m} = (m+1)/(m-1)$  ,  $\bar{n} = (n+1)/(n-1)$ . Según (2007) también obtiene expresiones analíticas para ver la influencia de la variación de rigidez en la torsión accidental. La solución numérica lo realiza mediante un análisis modal espectral. Las ecuaciones a las que llega son las siguientes para el caso de un espectro de pseudovelocidad constante.

$$\sigma(\hat{q}) = -\frac{V_K}{2\sqrt{N}} \quad (3.7)$$

$$\sigma(\hat{q}_e) = \frac{V_K}{2\sqrt{N}} \sqrt{1 + \frac{(8\alpha\bar{a}_1)^2(\Omega_0 - \mu_n)^2 \bar{n}}{3\Omega_0^2(\Omega_0^2 - 1)^2}} \quad (3.8)$$

$$\mu_n = \frac{8\xi^2\Omega_0^{1.5}(1 + \Omega_0)}{(\Omega_0^2 - 1)^2 + 4\xi^2\Omega_0(1 + \Omega_0)^2} \quad (3.9)$$

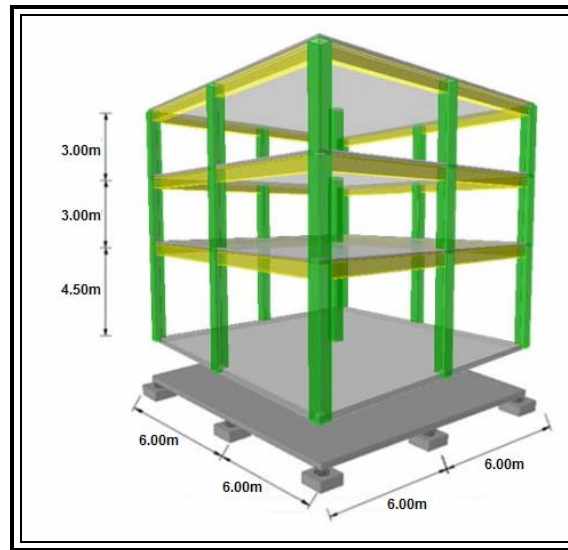
Se destaca que  $\mu_n$  es el coeficiente de correlación. Der Kiureghian (1981). En las dos propuestas se aprecia que si se aumenta el número de aisladores la desviación estándar disminuye ya que  $N$  se halla en el denominador.

### 3.3.- VARIACIÓN DE LA RIGIDEZ EN LOS AISLADORES

Se plantea entonces, que si una estructura sobre aisladores de base es completamente simétrica la relación de desplazamientos de los pórticos exteriores será igual a la unidad, pero si en esta estructura la rigidez de los aisladores cambia por defectos constructivos se genera torsión en la misma, lo que implica que la relación de desplazamientos del sistema de aislación de los pórticos extremos ya no será la unidad.



Ahora bien, en este capítulo se resuelve el problema de la torsión accidental por efecto de la variación de la rigidez de los aisladores en forma determinística. Para el efecto se han considerado 6 estructuras de hormigón armado, tres de ellas son de 3 pisos y tres de seis pisos. Las relaciones de luces en planta  $r_1$  con las que se ha trabajado son de 1.0, 0.5 y 1.5.

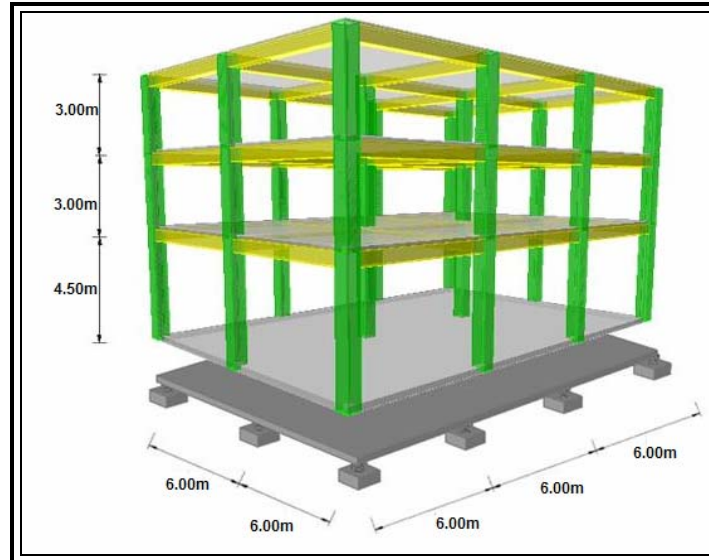


**Figura 3.2:** Geometría de edificio de 3 pisos,  $r = 1$

Nótese que la altura del primer entrepiso es de 4.5 m., y la de los restantes pisos es de 3.0 m., ésta misma consideración se tomó en el resto de edificios. En la tabla 3.1 se resume las características principales de los edificios analizados. Se consideró un módulo de elasticidad del hormigón  $E = 1800000T/m^2$ , factor de amortiguamiento de la superestructura  $\xi^{(s)} = 0.05$ , factor de amortiguamiento del sistema de aislación  $\xi^{(b)} = 0.10$ ; módulo de corte del sistema de aislación  $G = 7Kg/cm^2$ ; período objetivo del sistema de aislación de 2 seg. La carga viva se consideró  $0.2 T/m^2$  y la carga



muerta se indica en la última columna de la tabla 3.1, para determinar la matriz de masa se consideró el 25% de la carga viva.



**Figura 3.3:** Geometría de edificio de 3 pisos con  $r=0.75$

Para cada edificio se consideraron seis casos que corresponden a diferentes posiciones del CR, del sistema de aislamiento. El primer caso corresponde a una excentricidad  $e = 0.01 * B$ . Siendo  $B$  la dimensión de la planta perpendicular a la de la acción sísmica, se llegó hasta un  $e = 0.06 * B$ .

**Tabla 3.1:** Características de los edificios analizados.

| Pisos | $r_1$ | Ejes de columnas |     | Dimensiones                    |                | Carga<br>(T/m <sup>2</sup> )               |
|-------|-------|------------------|-----|--------------------------------|----------------|--|
|       |       | $n$              | $m$ | Columnas                       | Vigas          |  |
| 3     | 0.75  | 3                | 4   | 40/40                          | 35/40          | 0.6  |
|       | 1.0   | 3                | 3   | 40/40                          | 35/40          | 0.6  |
|       | 1.5   | 4                | 3   | 40/40                          | 35/40          | 0.6  |
| 6     | 0.75  | 3                | 4   | 50/50 (1 a 3)<br>40/40 (4 a 6) | 35/45<br>30/40 | 0.9 (1 y 2)<br>0.85 (3 y 4)<br>0.8 (5 y 6) |





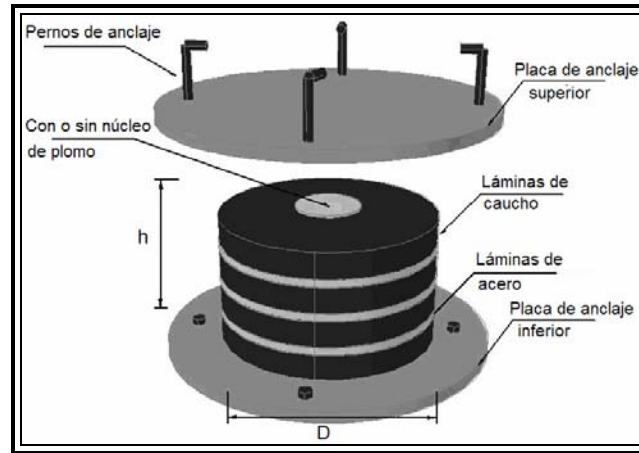
|  |     |   |   |                |                |  |
|--|-----|---|---|----------------|----------------|--|
|  | 1.0 | 3 | 3 | 50/50<br>40/40 | 35/45<br>30/40 | 0.9 (1 y 2)<br>0.85 (3 y 4)<br>0.8 (5 y 6) |
|  | 1.5 | 4 | 3 | 50/50<br>40/40 | 35/45<br>30/40 | 0.9 (1 y 2)<br>0.85 (3 y 4)<br>0.8 (5 y 6) |

Por lo tanto, en este estudio se considera que la variación de la rigidez en el sistema de aislamiento se refleja en un cambio del CR. Si no habría variación de rigidez el CM sería igual al CR en el sistema de aislamiento pero como hay variación de la rigidez se cambia el CR desde el 1% hasta el 6% de la dimensión en planta perpendicular al sentido de análisis.

Para cada uno de estos casos se va a encontrar la relación entre el desplazamiento lateral máximo del borde del sistema de aislamiento con relación al desplazamiento máximo del CM del sistema de aislamiento y se comparará los resultados con los que proporciona la ecuación 3.10.

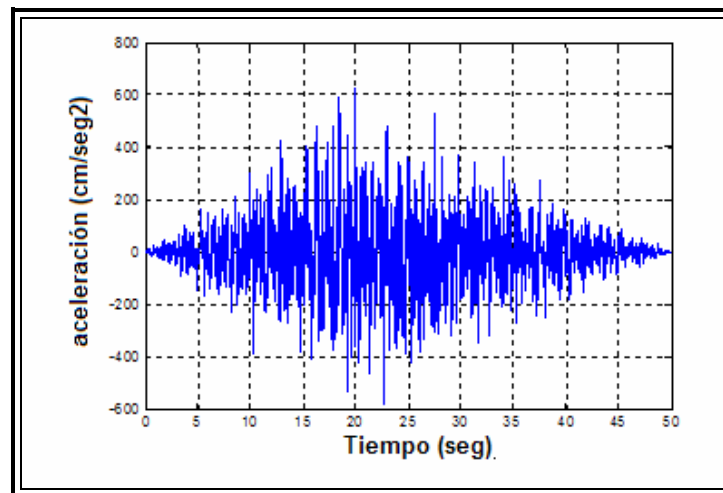
$$1 + \frac{0.3}{1 + r^2} \quad (3.10)$$

Para los diferentes casos de excentricidad estática del sistema de aislamiento se modificó las dimensiones de los aisladores, básicamente se varió la dimensión  $D$  que corresponde al diámetro exterior del aislador que se indica en la figura 3.4.



**Figura 3.4:** Geometría de un aislador elastomérico

Para la acción sísmica se consideró un acelerograma sintético compatible con el espectro de respuesta elástico del Código Ecuatoriano de la Construcción CEC-2000 para un perfil de suelo S2. En la figura 3.5 se muestra este acelerograma que tiene una duración de 50 s.



**Figura 3.5:** Acelerograma utilizado en el estudio.



### 3.4.- RESULTADOS OBTENIDOS

En las figuras 3.6 a 3.11, a la izquierda se muestran la planta del sistema de aislamiento, la ubicación del CM y del CR. Los aisladores que han cambiado de rigidez se muestran en tamaño más grande. Las figuras 3.6 a 3.8 corresponden al caso de que el CR se halla a  $0.01*B$ ;  $0.02*B$  y  $0.03*B$ . Las figuras 3.9 a 3.11 en cambio son para los casos de  $0.04*B$ ;  $0.05*B$  y  $0.06*B$ . En la parte derecha de las figuras 3.6 a 3.11 se tiene la historia de desplazamientos en el CM del desplazamiento y del giro de torsión multiplicado por el ancho de la planta B.

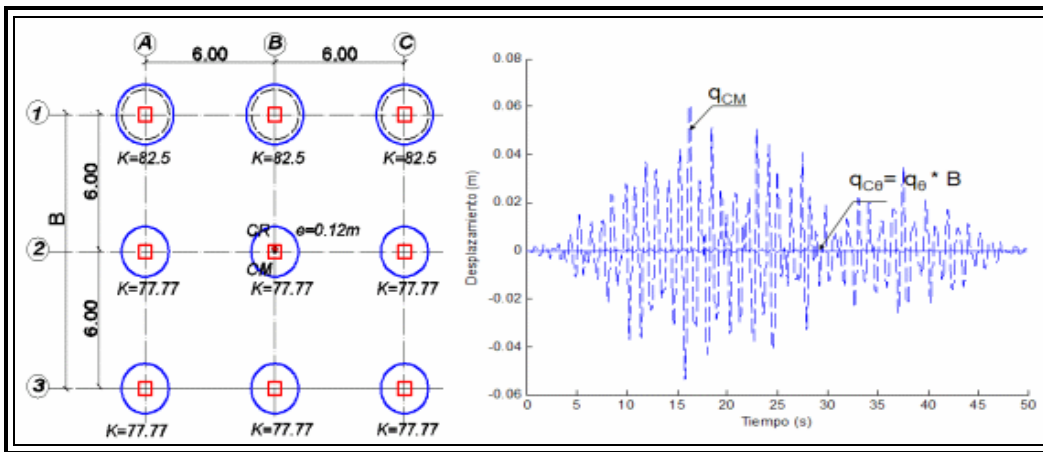


Figura 3.6: Caso 1,  $e = 0.01 * B$

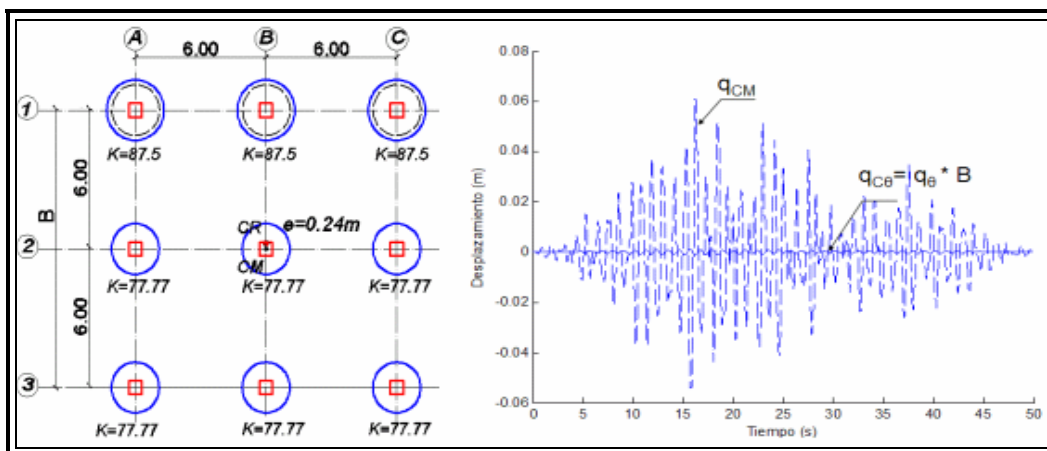


Figura 3.7: Caso 2,  $e = 0.02 * B$

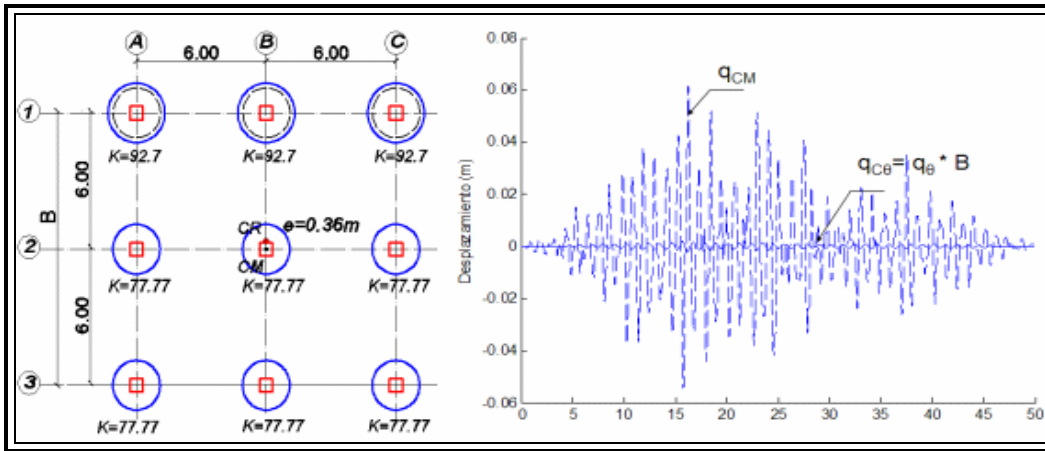


Figura 3.8: Caso 3,  $e = 0.03 * B$

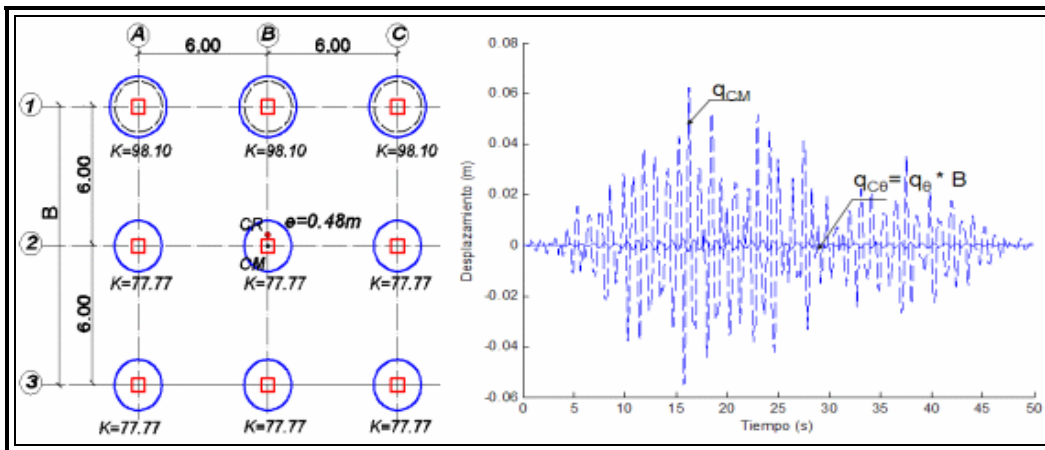


Figura 3.9: Caso 4,  $e = 0.04 * B$

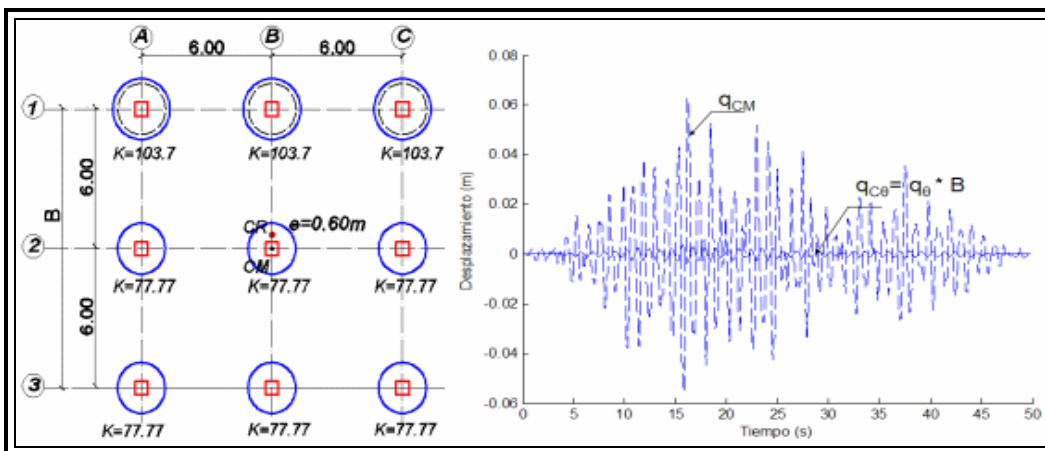


Figura 3.10: Caso 5,  $e = 0.05 * B$

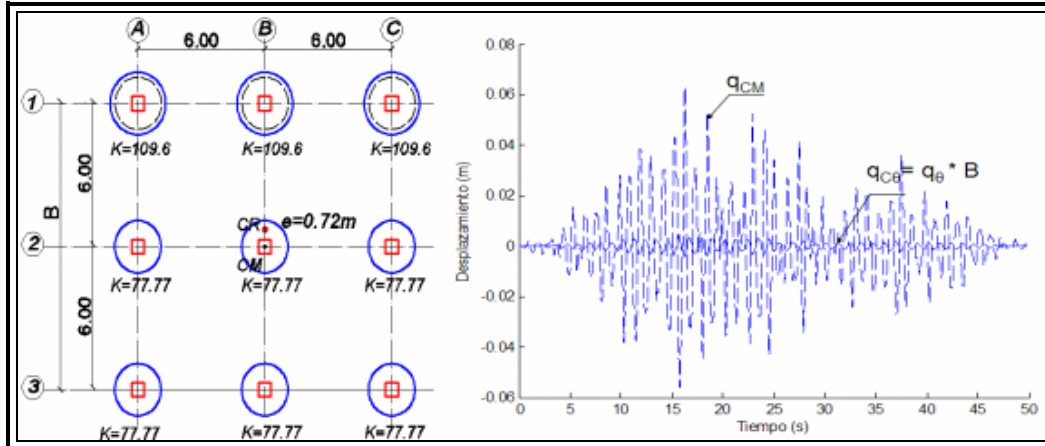


Figura 3.11: Caso 6,  $e = 0.06 * B$

Como era de esperarse cuando la excentricidad es pequeña la respuesta torsional es baja y se incrementa conforme esta aumenta. Por otro lado se observó que los valores máximos de la respuesta de desplazamientos laterales y del giro normalizado, no se presentan en el mismo instante de tiempo. Es más se aprecia que el uno es positivo y el otro negativo lo que significa que mientras la planta del sistema de aislamiento se mueve hacia la derecha, la planta rota en sentido horario.

Las propiedades dinámicas para el edificio de tres pisos con planta cuadrada se indican en la tabla 3.2. Se ha denominado  $T^{(s)}$  al período de vibración de la súper estructura;  $T_x^{(b)}$  al período del sistema de aislamiento en la dirección del análisis sísmico;  $T_\theta^{(b)}$  el período de vibración correspondiente al modo torsional del sistema de aislamiento;  $w_x, w_\theta$  las frecuencias de vibración traslacional y rotacional,  $\Omega$  es la relación de las frecuencias torsional con respecto a la traslacional. Para este caso los valores de  $\Omega$  varían entre 1 y 1.10.

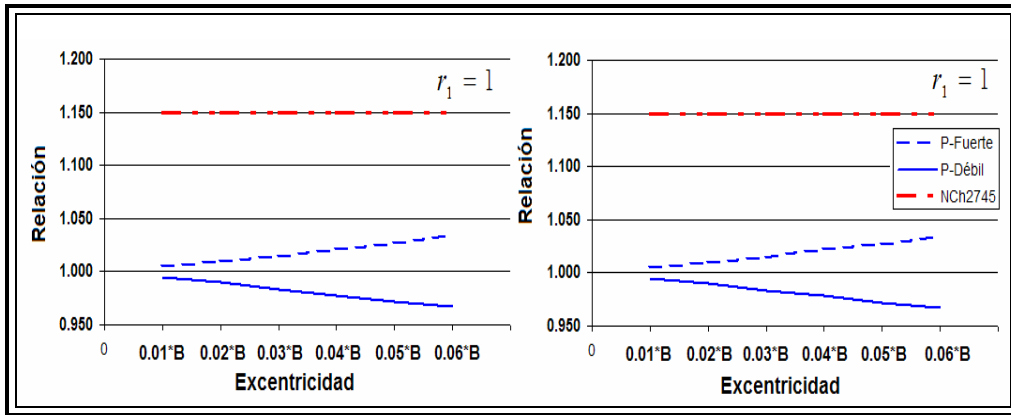


**Tabla 3.2:** Propiedades dinámicas de sistema de aislación para planta cuadrada de 3 pisos.

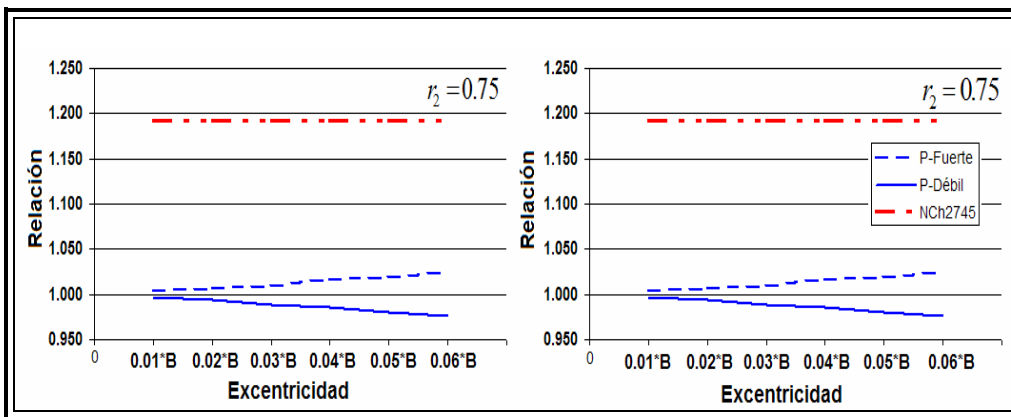
| CASO     | $e$           | $T^{(s)}$<br>(s) | $T_x^{(b)}$<br>(s) | $T_\theta^{(b)}$<br>(s) | $w_x$<br>(1/s) | $w_\theta$<br>(1/s) | $\Omega$      |
|----------|---------------|------------------|--------------------|-------------------------|----------------|---------------------|---------------|
| 1        | 0.01*B        | 0.8885           | 1.9950             | 1.9607                  | 3.1495         | 3.2046              | <b>1.0175</b> |
| 2        | 0.02*B        | 0.8885           | 1.9897             | 1.9215                  | 3.1579         | 3.2699              | <b>1.0355</b> |
| 3        | 0.03*B        | 0.8885           | 1.9842             | 1.8832                  | 3.1666         | 3.3364              | <b>1.0536</b> |
| 4        | 0.04*B        | 0.8885           | 1.9786             | 1.8457                  | 3.1756         | 3.4042              | <b>1.0720</b> |
| 5        | 0.05*B        | 0.8885           | 1.9728             | 1.8091                  | 3.1849         | 3.4731              | <b>1.0905</b> |
| <b>6</b> | <b>0.06*B</b> | <b>0.8885</b>    | <b>1.9668</b>      | <b>1.7727</b>           | <b>3.1946</b>  | <b>3.5444</b>       | <b>1.1095</b> |

Las restantes estructuras analizadas tienen valores similares de  $\Omega$ . Por lo tanto se trata de estructuras torsionalmente rígidas.

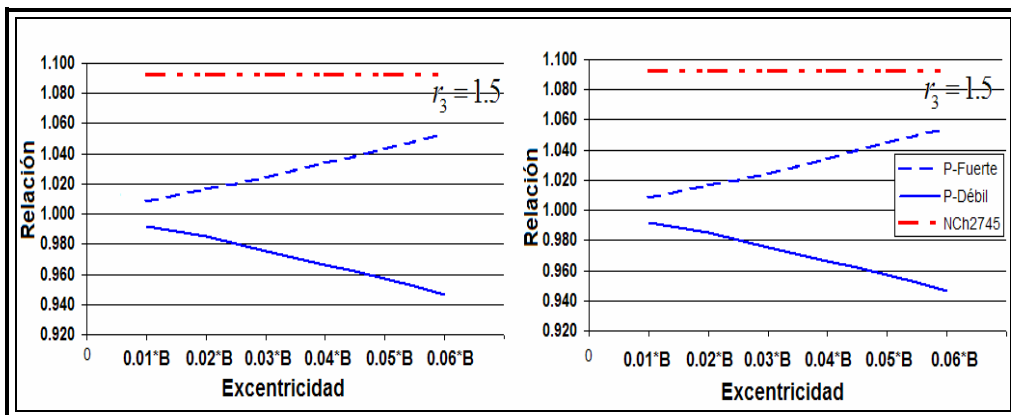
Una vez obtenidos los resultados se procede a compararlos con lo que establece la norma chilena NCh 2745. En las figuras 3.12, 3.13 y 3.14 se dibuja en abscisas la excentricidad estática del sistema de aislamiento y en ordenadas el valor de la relación entre el desplazamiento en el borde con respecto al CM, tanto para el eje débil como para el eje fuerte del sistema de aislamiento.



**Figura 3.12:** Relación de desplazamiento en el borde con respecto al CM, en edificios de 3 y 6 pisos,  $r=1$



**Figura 3.13:** Relación de desplazamiento en el borde con respecto al CM, en edificios de 3 y 6 pisos,  $r=0.75$



**Figura 3.14:** Relación de desplazamiento en el borde con respecto al CM, en edificios de 3 y 6 pisos,  $r=0.5$



Las figuras 3.12, 3.13 y 3.14 corresponden a los casos de los edificios de tres y seis pisos cuyas relaciones de aspecto  $r$  son iguales a 1, 0.75 y 1.5 respectivamente. En estas tres gráficas también se ha dibujado lo estipulado en la norma de Chile NCh 2745 (2003) y se aprecia que reporta valores altos en comparación a los obtenidos en el estudio que no superan el 1.05. Pero es importante destacar que lo recomendado por la normativa chilena es para torsión accidental en general que comprende: variación de rigidez en el sistema de aislamiento, de amortiguamiento, de masas, consideración de la componente torsional, entre otros factores y aquí únicamente se trató con el primero de ellos.

### **3.5.- INCORPORACIÓN DE LA VARIACIÓN DE RIGIDEZ EN NORMATIVA SÍSMICA**

Uno de los países que más ha avanzado en cuanto al estudio de problemas de torsión en estructuras con aislamiento sísmico es Chile. En la norma chilena NCh 2745 se establecen que el desplazamiento de diseño total  $D_{TD}$  y el desplazamiento máximo total  $D_{TM}$  de los elementos del sistema de aislamiento deben incluir desplazamientos adicionales debido a la excentricidad estática y la torsión accidental.

Para el efecto se presentan las siguientes ecuaciones, las mismas que nos proporcionan un mecanismo simple para estimar el desplazamiento en cualquier punto de la planta a lo largo de un eje perpendicular en la dirección considerada para el análisis sísmico.





$$\begin{aligned}
 D_{TD} &= D_D \left[ 1 + y \frac{12 e}{b^2 + d^2} \right] \\
 D_{TM} &= D_M \left[ 1 + y \frac{12 e}{b^2 + d^2} \right]
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

Donde  $D_D$  es el desplazamiento de diseño en el centro de rigidez del sistema de aislamiento;  $D_M$  es el desplazamiento máximo en el centro de rigidez del sistema de aislamiento;  $y$  es la distancia entre el centro de rigidez del sistema de aislación y el elemento de interés, medido perpendicularmente a la dirección de solicitación;  $b$  dimensión más corta de la planta de la estructura y  $d$  la dimensión más larga de la planta de la estructura;  $e$  la excentricidad real medida en planta entre el centro de masa de la superestructura y el centro de rigidez del sistema de aislación, más la excentricidad accidental igual a un 5% de la dimensión máxima de la planta perpendicular a la dirección del análisis sísmico.

En el estudio realizado únicamente se ha trabajado con la segunda ecuación de (3.12). Es importante destacar que estas ecuaciones poseen varias aproximaciones, por ejemplo: i) Son derivadas de un estudio de torsión estática en planta y resultan ser una aproximación de las amplificaciones dinámicas; ii) Son derivadas para  $\Omega = 1$ , siendo  $\Omega$  la relación entre la frecuencia a torsión con respecto a la frecuencia de traslación, recalando que  $\Omega$  será cercano a la unidad cuando la estructura aislada tenga una distribución uniforme en planta de aisladores, y con iguales propiedades; iii) Se considera que el máximo desplazamiento lateral se da en el mismo instante de tiempo del máximo valor rotacional. De la Llera y Chopra (2007).



$$\Omega = \frac{W_{\theta}^{(b)}}{W_X^{(b)}} = \frac{T_X^{(b)}}{T_{\theta}^{(b)}} \quad (3.12)$$

Siendo  $W_{\theta}^{(b)}, W_X^{(b)}$  las frecuencias de vibración del sistema de aislamiento de base rotacional y lateral;  $T_X^{(b)}, T_{\theta}^{(b)}$  son los períodos de vibración lateral y rotacional del aislamiento de base.

Las ecuaciones (3.11) han sido derivadas considerando que existe una excentricidad de masa en la planta, la excentricidad en estas ecuaciones incluye la excentricidad estática (torsión natural) y la excentricidad accidental (torsión accidental).



## REFERENCIAS

1. Aguiar Falconí Roberto., (2008), "Análisis Sísmico de Edificios". Centro de Investigaciones Científicas, Escuela Politécnica del Ejército. Sangolquí, Ecuador.
2. De La Llera J.C., Chopra A., (1994), "Accidental and natural torsion in earthquake response and design of buildings", Earthquake Engineering Research Center. University of California at Berkeley, **UCB/EERC-94/07**, 291 p.
3. NCh 2745., (2003). "Análisis y diseño de edificios con aislación sísmica", Instituto Nacional de Normalización Sísmica, 98 p. Santiago de Chile
4. Shenton H. W., Holloway E. S., (2000), "Effect of stiffness variability on the response of isolated structures", Earthquake Engineering and Structural Dynamic, **29 (1)** 29-36.
5. Seguí E., (2007), Torsión en sistemas aislados sísmicamente con dispositivos elastoméricos, Tesis para optar por el grado de Doctor en Ciencias de la Ingeniería. Pontificia Universidad Católica de Chile, 229 p., Santiago de Chile.