

***ESCUELA POLITÉCNICA DEL EJÉRCITO***

***DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA***

***CARRERA DE INGENIERÍA EN ELECTRÓNICA,  
AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL***

***PROYECTO DE GRADO PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO  
EN INGENIERÍA***

***“DISEÑO Y ANÁLISIS DE DESEMPEÑO DE  
OBSERVADORES ADAPTATIVOS EN ESQUEMAS DE  
CONTROL MEDIANTE REALIMENTACIÓN COMPLETA DE  
ESTADOS”***

***MÓNICA ANDREA VALENCIA MONTAÑO***

***SANGOLQUI – ECUADOR***

***2011***

## ***CERTIFICACIÓN***

***Certifico que el presente Proyecto de Grado fue realizado en su totalidad por la Srita. Mónica Andrea Valencia Montaña bajo nuestra dirección, como requisito previo para la obtención del título en Ingeniería Electrónica.***

-----  
***Sr. Ing. Rodolfo Gordillo***  
***DIRECTOR DE TESIS***

-----  
***Sr. Ing. Edwin Aguilar***  
***CODIRECTOR DE TESIS***

## RESUMEN

En este trabajo se plantea analizar un esquema de control adaptativo cuando se incluye un bloque de estimación de estados que también tendría el carácter de adaptativo. En este contexto una etapa importante del desarrollo del proyecto será la identificación en línea de los parámetros de la planta que servirán tanto para el cálculo de la ley de control adaptativo, basada en la realimentación de estados, como para el cálculo del observador adaptativo mediante la reproducción de la dinámica de la planta.

El proyecto incluirá el análisis de desempeño de observadores adaptativos en esquemas de control por realimentación de estados. Para el efecto se ensayará con tres variaciones fundamentales a la propuesta:

- Ley de control adaptativo y observador de estados constante
- Ley de control constante y observador adaptativo
- Ley de control y observador adaptativos

El análisis de los esquemas de control de este proyecto está aplicado a sistemas que tienen una entrada y una salida (sistemas SISO), la única información que se da al observador es la salida del sistema que se desea controlar, y la entrada del sistema.

Para identificar los parámetros de la planta se utiliza el método de mínimos cuadrados recursivos. Finalmente, se desarrollaran rutinas computacionales y esquemas de simulación en Matlab que permitan el análisis de resultados de los esquemas propuestos.

## ***DEDICATORIA***

***Dedico este logro a la Santísima Trinidad, Dios Padre, Dios Hijo, y Dios Espíritu Santo,  
por que se que nada de esto hubiese sido posible, sin su Gran Presencia en mi vida.***

## **AGRADECIMIENTO**

*Quisiera agradecer en primer lugar a Dios, por todas las bendiciones que ha derramado sobre mi vida, se que sin su infinita gracia y misericordia no habría sido posible culminar mi carrera profesional.*

*A mis padres por ser esos Ángeles enviados por Dios, para ayudarme a cumplir una de mis mayores metas, ya que con su sacrificio y apoyo incondicional lo hicieron posible.*

*A mi gran amigo David, porque siempre estuvo ahí en los momentos más difíciles.*

*A mi director y codirector de tesis y en general a todos mis maestros de la Escuela Politécnica del Ejército, por impartir sus conocimientos, con el fin de levantar generaciones con bases firmes.*

## **PRÓLOGO**

El control adaptativo otorga al sistema de control una cierta capacidad para juzgar su propio funcionamiento y aplicar las medidas necesarias para corregir sus propios parámetros con el propósito de alcanzar un desempeño óptimo ante condiciones externas.

El proyecto actual busca obtener las características deseadas de un sistema de referencia dado mediante el control adaptativo, implantando un sistema de estimación de estados, en función de las entradas y salidas reales del sistema, debido a que con frecuencia se presenta el problema de que no todos los estados están disponibles para su realimentación y no es posible hacer una medición de alguno de los estados.

El sistema de estimación de estados llamado Observador, realizará la función de reducir la diferencia entre los estados reales y los estimados, permitiendo así, enviar información estimada acerca del valor que toman dichos estados, dando a conocer un aproximado del valor real con un menor margen de error, esta función se puede desarrollar teniendo un completo conocimiento del sistema, es decir, que el modelo que se tiene del sistema refleja la relación entre la entrada y salida del sistema.

# ÍNDICE DE CONTENIDO

<b>CAPÍTULO 1</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>1. Generalidades</b>	<b>1</b>
1.1. Conceptos Básicos	1
1.2. Realimentación Completa de Estados	3
1.3. Sistema de Control Adaptativo	4
1.4. Control Adaptativo en el Espacio de Estados	4
1.5. Modelo ARX:	8
1.6. Modelo ARMAX	9
<b>CAPITULO 2</b>	<b>10</b>
<b>CONTROL ADAPTATIVO EN EL ESPACIO DE ESTADOS</b>	<b>10</b>
<b>2.1. Identificación en el Espacio de Estados</b>	<b>10</b>
2.1.1. Identificación por Mínimos Cuadrados:	10
2.1.2. Identificación por Mínimos Cuadrados Recursivos con factor de olvido:	13
<b>2.2. Calculo de la ganancia del Controlador discreto en el espacio de estados</b>	<b>14</b>
<b>2.3. Observadores</b>	<b>15</b>
2.3.1. Observador de Estado	16
<b>2.4. Diseño de sistemas de control basados en Observadores:</b>	<b>17</b>
2.4.1. Calculo de la ganancia del Observador:	19
<b>2.5. Control Integral con Seguimiento a Referencia:</b>	<b>20</b>
2.5.1. Ley de Control Adaptativa y Observador de Estados Fijo	23
2.5.2. Ley de Control Fija y Observador de Estados Adaptativos	24
2.5.3. Ley de Control y Observador Adaptativos	25
<b>CAPITULO 3</b>	<b>26</b>
<b>DISEÑO DE CONTROLADORES Y OBSERVADORES ADAPTATIVOS</b>	<b>26</b>
<b>3.1. Introducción</b>	<b>26</b>
<b>3.2. Casos de Diseño</b>	<b>26</b>
3.2.1. CASO 1: Control de Velocidad para un Motor de Corriente Continua	26
3.2.2. CASO 2: Control de Caudal de Salida de Líquido	27
3.2.3. CASO 3.- Control de un Sistema de Traslación Mecánico	29
<b>3.3. Diseño del controlador</b>	<b>30</b>
3.3.1. Sistemas de segundo orden	30
3.3.2. Sistemas de cuarto orden	33
<b>CAPITULO 4</b>	<b>37</b>
<b>RESULTADOS DE SIMULACIÓN</b>	<b>37</b>

<b>4.1</b>	<b>Esquema de Simulación</b>	<b>37</b>
4.1.1.	Caso1:	37
4.1.2.	Caso 2:	38
4.1.3.	Caso 3:	39
<b>4.2</b>	<b>Análisis comparativo de desempeño de los esquemas de control propuestos</b>	<b>40</b>
4.2.1	Control de Velocidad para un Motor de Corriente Continua	40
4.2.2.	Control de Caudal de Salida de Líquido	43
4.2.3.	Control de un sistema de traslación mecánico	47
<b>CAPITULO 5</b>		<b>51</b>
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>		<b>51</b>
5.1.	Conclusiones	51
5.2.	Recomendaciones	53
<b>ANEXO A</b>		<b>55</b>
<b>ALGORITMOS</b>		<b>55</b>
<b>ANEXO B</b>		<b>85</b>
<b>ESQUEMAS DE SIMULACION CON PERTURBACION</b>		<b>85</b>
<b>ANEXO C</b>		<b>89</b>
<b>RESPUESTA DEL SISTEMA CON PERTURBACION</b>		<b>89</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla. 4.1. Análisis de Respuesta del sistema de Control de velocidad motor DC .....</i>	<i>41</i>
<i>Tabla. 4.2. Análisis de Respuesta del sistema de Control de velocidad motor DC Controlador Constante Estimador adaptativo .....</i>	<i>42</i>
<i>Tabla. 4.3. Análisis de Respuesta del sistema de Control de velocidad motor DC. Controlador Adaptativo- Estimador Constante .....</i>	<i>43</i>
<i>Tabla. 4.4. Análisis de Respuesta del sistema de Control de Caudal de salida. Controlador Adaptativo- Estimador Adaptativo .....</i>	<i>44</i>
<i>Tabla. 4.5. Análisis de Respuesta del sistema de Control de Caudal de salida. Controlador Constante- Estimador Adaptativo .....</i>	<i>45</i>
<i>Tabla. 4.6. Análisis de Respuesta del sistema de Control de Caudal de salida. Controlador Adaptativo- Estimador Constante .....</i>	<i>46</i>
<i>Tabla. 4.7. Análisis de Respuesta del sistema de Control de Traslación de un Sistema Mecánico. Controlador Adaptativo- Estimador Adaptativo .....</i>	<i>48</i>
<i>Tabla. 4.8. Análisis de Respuesta del sistema de Control de Traslación de un Sistema Mecánico. Controlador Constante - Estimador Adaptativo .....</i>	<i>49</i>
<i>Tabla. 4.9. Análisis de Respuesta del sistema de Control de Traslación de un Sistema Mecánico. Controlador Adaptativo- Estimador Constante .....</i>	<i>50</i>

## ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura. 1.1. Configuración genérica de un Controlador Adaptativo</i>	5
<i>Figura. 1.2. Esquema del control por ajuste de ganancias</i>	6
<i>Figura. 1.3. Esquema del control adaptativo MRAC</i>	7
<i>Figura. 1.4. Esquema del control adaptativo STC</i>	8
<i>Figura. 1.5. Estructura modelo ARX</i>	8
<i>Figura. 1.6. Estructura modelo ARMAX</i>	9
<i>Figura. 2.1. Diagrama de bloques general de un observador</i>	16
<i>Figura. 2.2. Diagrama de bloques del sistema de control en continua añadiendo un observador de Estados</i>	18
<i>Figura. 2.3. Diagrama de bloques del sistema de control discreto añadiendo un observador de Estados</i>	18
<i>Figura. 2.4. Diagrama de bloques de Acción Integral con Aproximación de Euler</i>	20
<i>Figura. 2.5. Controlador Discreto añadiendo un Observador de estados</i>	22
<i>Figura. 2.6. Diagrama de bloques Control Adaptativa y Observador de Estados Fijo</i>	23
<i>Figura. 2.7. Diagrama de bloques Ley de Control Fija y Observador de Estados Adaptativos</i>	24
<i>Figura. 2.8. Diagrama de bloques Ley de Control y Observador Adaptativos</i>	25
<i>Figura. 3.1. Diagrama de Fuerzas del Motor</i>	26
<i>Figura. 3.2. Diagrama de Sistema de depósito de agua</i>	28
<i>Figura. 3.3. Diagrama de cuerpo libre del Sistema de Traslación Mecánico</i>	29
<i>Figura. 4.1. Esquema de simulación Control de velocidad motor DC</i>	37
<i>Figura. 4.2. Esquema de simulación Control de Caudal de dos Tanques</i>	38
<i>Figura. 4.3. Esquema de simulación Control de Traslación de Sistema Mecánico</i>	39
<i>Figura. 4.4. Respuesta del sistema de Control de velocidad motor DC Controlador Adaptativo Estimador adaptativo</i>	40
<i>Figura. 4.5. Respuesta del sistema de Control de velocidad motor DC. Controlador Constante Estimador adaptativo</i>	41
<i>Figura. 4.6. Respuesta del sistema de Control de velocidad motor DC. Controlador Adaptativo- Estimador Constante</i>	42
<i>Figura. 4.7. Respuesta del sistema de Control de Caudal de salida. Controlador Adaptativo- Estimador Adaptativo</i>	44
<i>Figura. 4.8. Respuesta del sistema de Control de Caudal de salida. Controlador Constante- Estimador Adaptativo</i>	45
<i>Figura. 4.9. Respuesta del sistema de Control de Caudal de salida. Controlador Adaptativo- Estimador Constante</i>	46
<i>Figura. 4.10. Respuesta del sistema de Control de Traslación de un Sistema Mecánico. Controlador Adaptativo- Estimador Adaptativo</i>	47
<i>Figura. 4.11. Respuesta del sistema de Control de Traslación de un Sistema Mecánico. Controlador Constante - Estimador Adaptativo</i>	48
<i>Figura. 4.12. Respuesta del sistema de Control de Traslación de un Sistema Mecánico. Controlador Adaptativo- Estimador Constante</i>	49

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1. Generalidades

#### 1.1. Conceptos Básicos

##### 1.1.1. Estado

**Definición:** El estado de un sistema dinámico es el conjunto más pequeño de variables (llamadas variables de estado) tal que el conocimiento de esas variables en un determinado instante  $t_0$  junto con el conocimiento de los valores de la señal de entrada para el instante  $t > t_0$ , permite determinar el comportamiento y evolución del sistema para cualquier instante de tiempo  $t \geq t_0$ . [1]

##### 1.1.2. Variables de estado

**Definición:** Es un conjunto de variables  $\mathbf{x}$  que sirven para resumir la historia pasada de un sistema y que determinan la historia futura.

##### 1.1.3. Espacio de Estado

El método de espacio de estados está basado en la descripción del sistema mediante  $n$  ecuaciones en diferencias, que son agrupadas en una ecuación vectorial matricial en diferencias.

**Definición:** Es el espacio  $n$  dimensional que determinan los posibles valores de las variables que se agrupan en el vector de estados. [1]

#### 1.1.4. Media

Es la media aritmética de los resultados, cuando el número de medidas tiende al infinito. [2]

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (1)$$

#### 1.1.5. Desviación Estándar

Es una medida de la dispersión de los datos alrededor del promedio, nos da como resultado un valor numérico que representa el promedio de diferencia que hay entre los datos y la media. [2]

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2)$$

#### 1.1.6. Controlabilidad

**Definición:** Sea el sistema Lineal  $\dot{x} = Ax + Bu$ , se dice controlable si para cualquier estado inicial  $x(0) = x_0 \in R^n$  y cualquier estado final  $x_1 \in R^n$ , ante una entrada  $u$  que transfiere el estado  $x_1$  de  $x_0$  a  $x_1$  en tiempo finito. En caso contrario, el sistema lineal se considera no controlable. [3]

Test de controlabilidad: el par  $(A, B)$ ,  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times p}$ , es controlable si y solo si la matriz de controlabilidad,  $C = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]$ ,  $C \in R^{n \times np}$ , es de rango. [3]

### 1.1.7. Observabilidad

**Definición:** Sea la ecuación de estado

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}\quad (3)$$

El sistema es observable si para cualquier estado inicial desconocido  $x(0)$ , existe un tiempo finito  $t_1$  tal que el conocimiento de la entrada  $u$  y la salida  $y$  sobre el intervalo  $[0, t_1]$  es suficiente para determinar en forma única el estado inicial  $x(0)$ , caso contrario el sistema es no observable. [3]

### 1.1.8. Dualidad entre controlabilidad y observabilidad

El par  $(A, C)$  es observable si y sólo si el par  $(A^T, C^T)$  es controlable. Si el sistema (3) es observable, entonces es posible estimar asintóticamente el vector de estados  $x(t)$  a partir del conocimiento de la entrada  $u(t)$  y la salida  $y(t)$  del sistema.[3]

## 1.2. Realimentación Completa de Estados

Para realizar el diseño de controladores en el espacio de estados, a más de suponer que el sistema está disponible para ser realimentado, se debe adicionar un observador de estados para calcular el estado completo de las mediciones de las variables disponibles.

A lo largo del desarrollo de esta investigación se creará un algoritmo en la cual se desarrolle una ley de control a partir de la realimentación completa de estados, usando la estimación que provee el observador de estados.

La ley de control que permite llevar el estado al origen ( $x=0$ ), consiste en realimentar una combinación lineal del estado [4], como se muestra a continuación:

$$u = -Kx = [K_1 \ K_2 \ \dots] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \end{bmatrix}\quad (4)$$

Donde  $K \rightarrow$  Matriz de Ganacias

Reemplazando ecuación de realimentación (4) en el sistema (3) se obtiene:

$$x(k + 1) = Ax(k) - BKx(k) \quad (5)$$

$$x(k + 1) = [A - BK] x(k) \quad (6)$$

El sistema en lazo cerrado que muestra la ecuación (6), tiene como matriz característica  $[A - BK]$ , por tanto la ecuación característica para dicho sistema en lazo cerrado es:

$$\det|zI - A + BK| = 0 \quad (7)$$

### 1.3. Sistema de Control Adaptativo

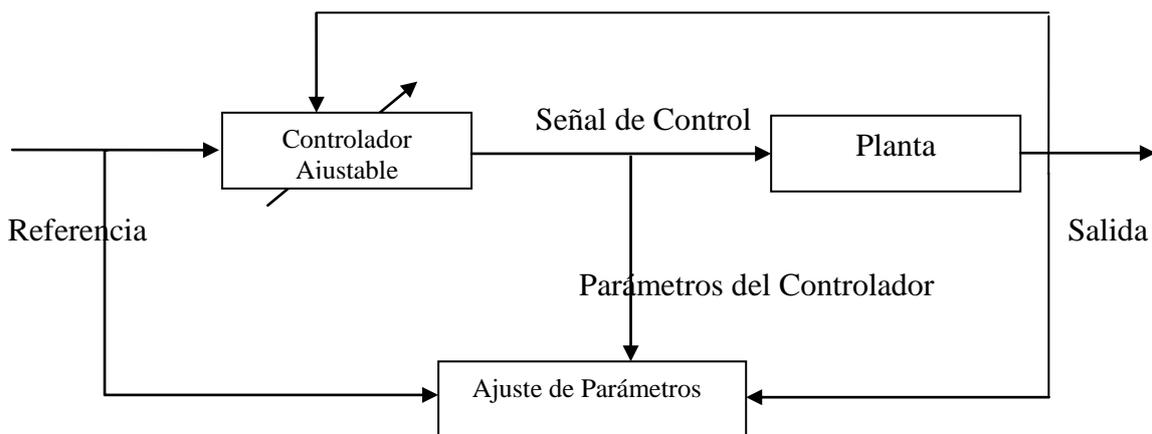
Un sistema de control adaptativo es aquel que constantemente mide las características dinámicas de la planta, las compara con las características deseadas, y usa la diferencia para variar parámetros ajustables del sistema con el fin de mantener el comportamiento óptimo del sistema, independientemente de las variaciones externas. De ser necesario se puede modificar los parámetros propios del sistema para tener un comportamiento deseado.

### 1.4. Control Adaptativo en el Espacio de Estados

A través de la identificación del sistema se determina el modelo adecuado dado un conjunto de datos de entrada/salida, el cual es usado para optimizar el control y la estimación. Varios de los métodos tradicionales de estimación no modelan el ruido o requieren de muchos datos del sistema, que en determinados casos no están disponibles.

Se planteará la identificación de sistemas SISO no lineales, considerando la posible existencia de términos provenientes de una ecuación de estado.

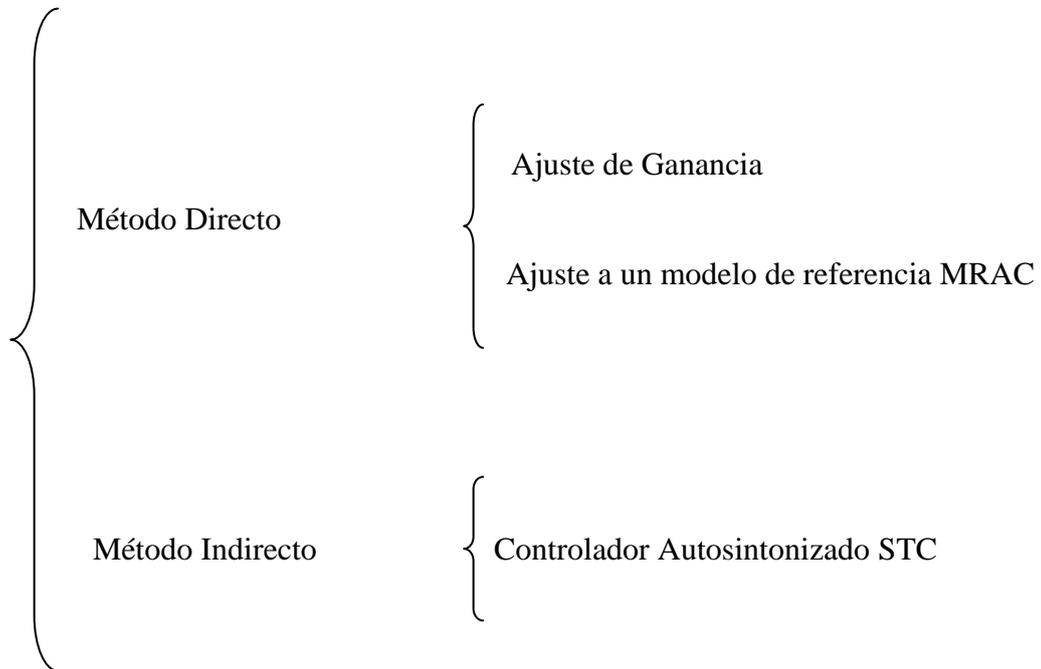
Un regulador adaptativo, al igual que la realimentación en un sistema de control, busca modificar su comportamiento en respuesta a cambios en la dinámica del sistema, por tanto el control realimentado tiene como objetivo reaccionar a los cambios del estado o salida del proceso manteniéndolo controlado. La configuración de un control adaptativo se muestra a continuación:



**Figura. 1.1. Configuración genérica de un Controlador Adaptativo**

La figura 1.1 está formada por un bucle principal de realimentación negativa en el que aparece un regulador ajustable, y otro bucle que sirve para ajustar los parámetros de dicho regulador, dentro de dicho bucle se observa el comportamiento del controlador se compara con un comportamiento deseado y según el resultado de dicha comparación se ajusta los parámetros del regulador, para esto se utiliza un mecanismo de adaptación que puede actuar directamente sobre la señal de control que recibe el proceso.

### Clasificación de Esquemas de Control Adaptativo:



#### 1.4.1 Método Directo:

Los parámetros del controlador son actualizados directamente

#### Control por ajuste de ganancias

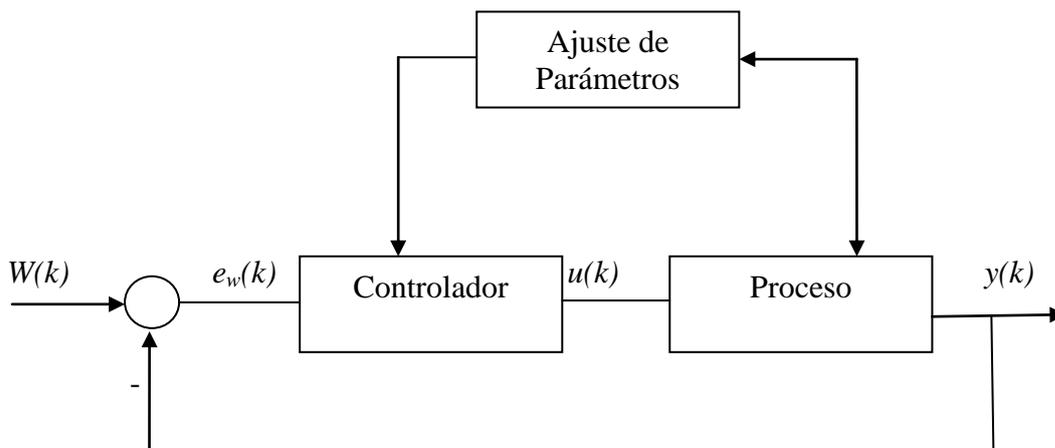


Figura. 1.2. Esquema del control por ajuste de ganancias

### Controlador Adaptativo MRAC

Este tipo de controlador intenta llegar al comportamiento deseado en lazo cerrado, el cual viene especificado por un modelo de referencia, son rápidos para adaptarse y para formular circunstancias que garanticen la estabilidad del sistema.

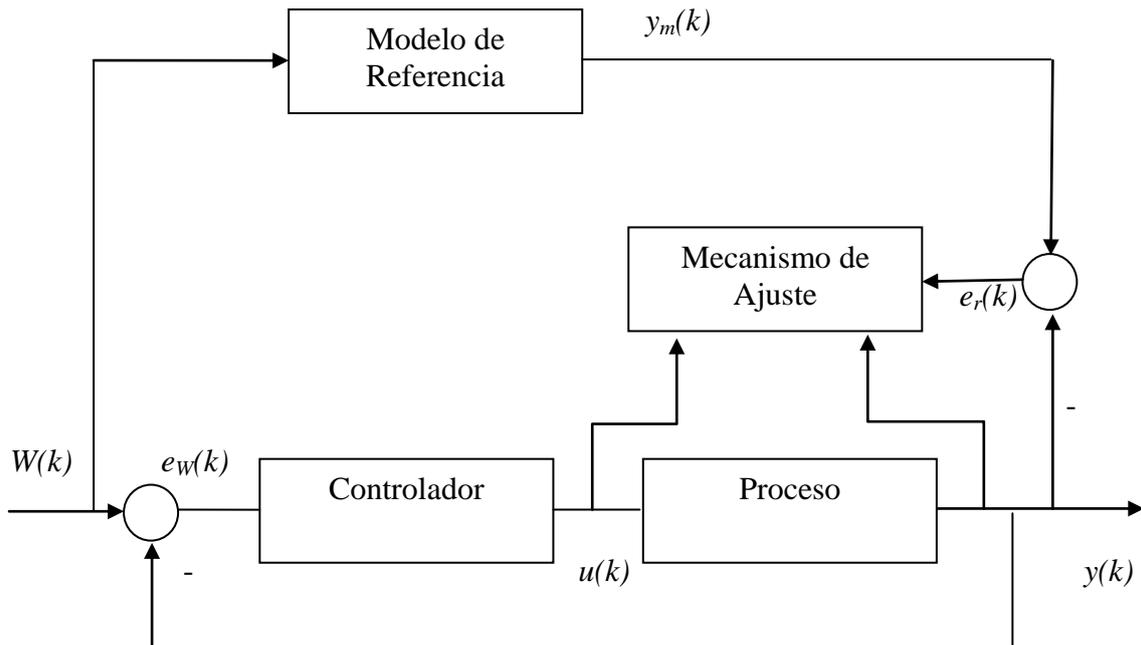


Figura. 1.3. Esquema del control adaptativo MRAC

#### 1.4.2. Método Indirecto

Se estima los parámetros de la planta y posteriormente se usan los parámetros estimados para diseñar el controlador.

#### Controlador Adaptativo STC

Este tipo de controlador adaptativo intenta realizar un óptimo control, a través de un controlador prefijado y la información obtenida del proceso.

Los STR son adaptables a la mayoría de situaciones y fáciles de implementar porque permiten técnicas de programación modular.

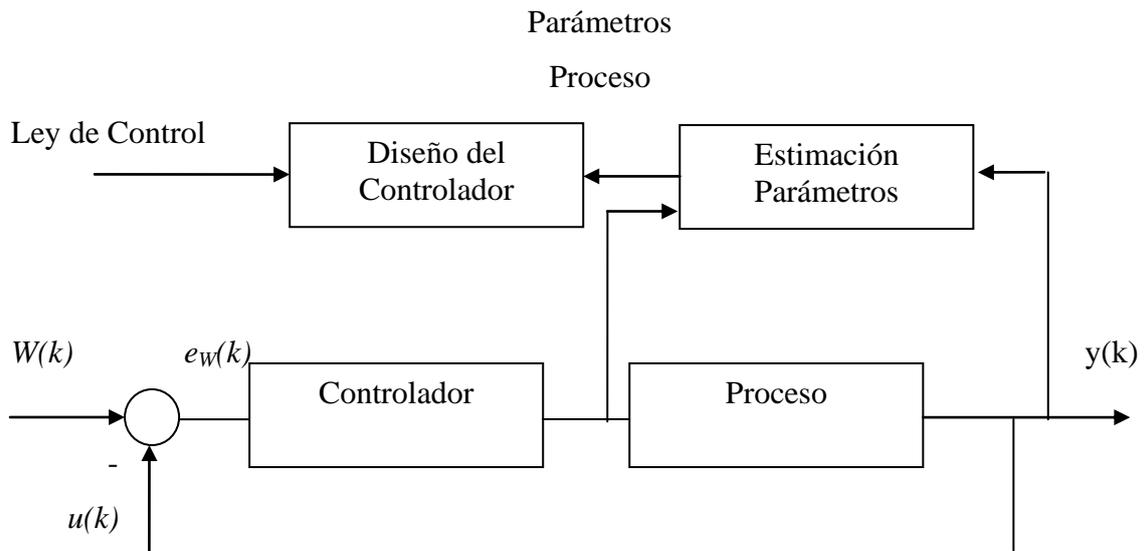


Figura. 1.4. Esquema del control adaptativo STC

### 1.5. Modelo ARX:

El modelo ARX (*Auto-Regressive and Exogeneous Variable*) es la estructura básica utilizada para aplicar los métodos de identificación en línea, donde AR se refiere a la parte regresiva A y X a la entrada adicional B.

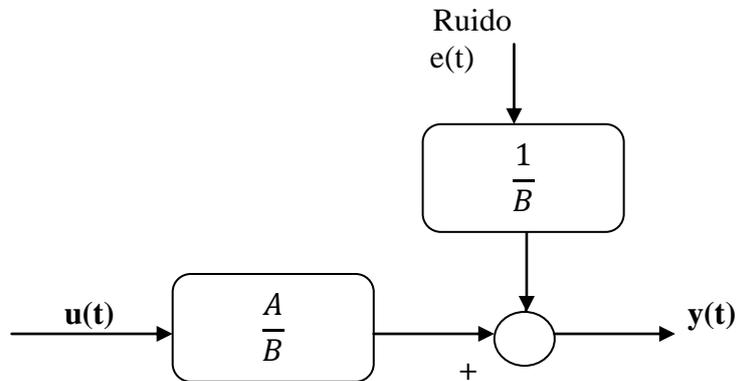


Figura. 1.5. Estructura modelo ARX

$$y(t) = \sum_{j=1}^n A_j y(t-j) + \sum_{j=0}^n B u(t-j) + e(t) \quad (8)$$

La fórmula que representa la estructura del modelo ARX está compuesta por tres partes: la auto regresión de los valores anteriores de la salida hasta  $y(t-1)$ , la suma de valores anteriores de la entrada hasta  $u(t-n)$ , y una componente estocástica exógena  $e(t)$ .

### 1.6. Modelo ARMAX

Es el modelo Auto regresivo de Media Móvil con una entrada exógena, y esta descrito por la siguiente ecuación:

$$y(t) = \sum_{i=1}^n A_i y(t-i) + \sum_{i=0}^n B_i u(t-i) + \sum_{i=1}^n C_i e(t-i) + e(t) \quad (9)$$

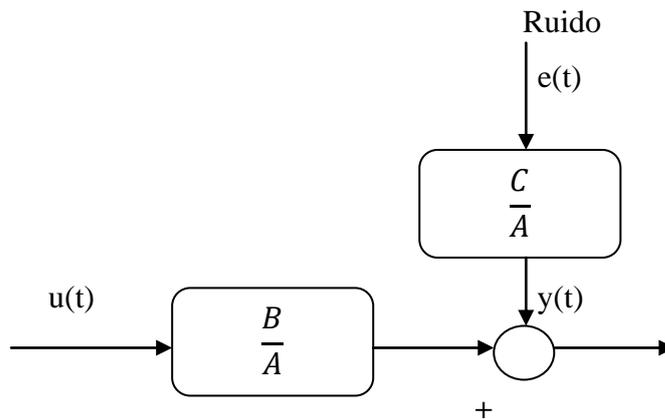


Figura. 1.6. Estructura modelo ARMAX

## CAPITULO 2

### CONTROL ADAPTATIVO EN EL ESPACIO DE ESTADOS

#### 2.1. Identificación en el Espacio de Estados

La identificación de Sistemas se basa en construir modelos matemáticos de sistemas dinámicos a partir de datos obtenidos del propio sistema, dicho modelo se construye a partir de datos observados.

El desarrollo del Control Adaptativo debe basarse en el conocimiento de las características dinámicas del sistema que se va a controlar. Se denomina Identificación al conjunto de estudios, algoritmos y teorías que analizan este conocimiento.

##### 2.1.1. Identificación por Mínimos Cuadrados:

Este método nos ayuda a identificar en tiempo real modelos que sean lineales en los parámetros.

A continuación describimos el método de mínimos cuadrados recursivos [8]:

$$P_k^{-1} = [P_{k-1}^{-1} + m_k m_k^T] \quad (10)$$

Multiplicando por  $P_k$

$$P_k^{-1} P_k = I = [P_k P_{k-1}^{-1} + P_k m_k m_k^T] \quad (11)$$

Multiplicando por  $P_{k-1}$

$$P_{k-1} = [P_k + P_k m_k m_k^T P_{k-1}] \quad (12)$$

Multiplicando por  $m_k$

$$P_{k-1} m_k = P_k m_k [1 + m_k^T P_{k-1} m_k] \quad (13)$$

$$P_{k-1} m_k [1 + m_k^T P_{k-1} m_k]^{-1} = P_k m_k \quad (14)$$

Sustituyendo la ecuación (14) en la ecuación (12)

$$P_{k-1} - P_k = P_{k-1} m_k [1 + m_k^T P_{k-1} m_k]^{-1} P_{k-1} m_k^T \quad (15)$$

Despejando tenemos

$$P_k = P_{k-1} - P_{k-1} m_k [1 + m_k^T P_{k-1} m_k]^{-1} P_{k-1} m_k^T \quad (16)$$

Sustituyendo  $P_k$  en la ecuación (16)

$$\theta_k = [P_{k-1} - P_{k-1} m_k [1 + m_k^T P_{k-1} m_k]^{-1} m_k^T P_{k-1}] [b_{k-1} + m_k y_k] \quad (17)$$

Si:

$$\theta_k = [P_k] [b_k] \quad (18)$$

Reescribiendo (17)

$$\theta_k = [\theta_{k-1} - P_{k-1} m_k [1 + m_k^T P_{k-1} m_k]^{-1} m_k^T P_{k-1}] [b_{k-1} + m_k y_k] + P_{k-1} m_k y_k \quad (19)$$

Sustituyendo (14) en (19) si:  $P_{k-1} m_k [1 + m_k^T P_{k-1} m_k]^{-1} = P_k m_k$

$$\theta_k = \theta_{k-1} - P_k m_k^T m_k \theta_{k-1} + [P_{k-1} - P_k m_k m_k^T P_{k-1}] m_k y_k \quad (20)$$

Tomando en cuenta la ecuación (12) tenemos que la ecuación (19) es:

$$\theta_k = \theta_{k-1} - P_k m_k + [m_k^T \theta_{k-1} - y_k] \quad (21)$$

El algoritmo recursivo se forma principalmente de dos ecuaciones (16) y (21)

$$\begin{aligned} \theta_k &= \theta_{k-1} - P_k m_k + [m_k^T \theta_{k-1} - y_k] \\ P_k &= P_{k-1} - P_{k-1} m_k [1 + m_k^T P_{k-1} m_k]^{-1} P_{k-1} m_k^T \end{aligned}$$

Resumiendo el algoritmo de minimos cuadrados:

$$K_k = P_{k-1} m_k [1 + m_k^T P_{k-1} m_k]^{-1} \quad (22)$$

$$e_k = y_k - m_k^T \theta_{k-1} \quad (23)$$

$$P_k = P_{k-1} - K_k m_k^T P_{k-1} \quad (24)$$

$$\theta_k = \theta_{k-1} - P_k m_k e_k \quad (25)$$

Donde:

$\theta_k$  → Vector de parámetros calculado en el instante presente

$\theta_{k-1}$  → Vector de parámetros calculado en el instante anterior

$m_k$  → Vector de regresión en el instante actual

$y_k$  → Vector de medición en la salida del sistema en el instante actual

$k$  → Matriz de ganancias

$e_k$  → Error de Predicción.

Este algoritmo permite realizar la identificación de los parámetros “en línea” lo cual es muy importante para el estudio de control adaptativo.

El algoritmo de mínimos cuadrados recursivos da valores a la matriz P y al vector de parámetros  $\theta$ , y en cada instante k analiza los valores de entrada u(k) y salida y(k) y, para formar el vector regresor m(k) mediante, y calcular P(k), K(k), finalmente  $\theta(k)$ :

Para utilizar este algoritmo se debe definir un valor inicial para la matriz P y al vector de parámetros estimados, posteriormente realizar el siguiente procedimiento:

- 1) Dar valores iniciales del vector  $\theta$  y la matriz  $P$
- 2) Medir las señales de entrada y salida
- 3) Formar el vector  $m$  (vector de regresión)
- 4) Hallar la matriz de ganancias  $K$
- 5) Hallar el error de predicción  $e$
- 6) Calcular los parámetros estimados
- 7) Calcular la matriz  $P$  para el instante siguiente
- 8) Regresar al punto 2 en el siguiente muestreo

### **2.1.2. Identificación por Mínimos Cuadrados Recursivos con factor de olvido:**

El método de identificación de mínimos cuadrados presenta un problema; que no puede detectar cambios en los parámetros a lo largo del tiempo, esto ocurre debido a que la traza de la matriz  $P$  se hace muy pequeña; esto se puede solucionar adicionando un “factor de olvido  $\lambda$ ”, al algoritmo para ponderar más a las muestras recientes, permitiendo así detectar los posibles cambios en los parámetros luego de un tiempo considerable de funcionamiento, aun siendo la traza de la matriz  $P$  muy pequeña.

Dependiendo del valor del factor de olvido  $\lambda$  se obtiene que

$\lambda \rightarrow$  pequeño, se descartan los datos anteriores muy rápidamente, por tanto se detectan los cambios en los parámetros.

$\lambda \rightarrow$  grande o cercano a la unidad, se detectan inconvenientes para observar los cambios en los parámetros.

Por lo general se elige  $\lambda$  entre 0,98 y 0,9, pero este valor depende de los valores de cada sistema.

Formulas matemáticas utilizando el Algoritmo de Mínimos Cuadrados con Factor de Olvido [5]:

$$P_k = \frac{1}{\lambda} \left[ P_{k-1} - \frac{P_{k-1} m(k) m(k)^T P_{k-1}}{\lambda + m(k)^T P_{k-1} m(k)} \right] \quad (26)$$

$$K_k = \frac{P_{k-1} m(k)}{\lambda + m(k)^T P_{k-1} m(k)} \quad (27)$$

$$e_k = y_k - m(k)^T \theta_{k-1} \quad (28)$$

$$\theta_k = \theta_{k-1} + P_k m(k) e_k \quad (29)$$

## 2.2 Calculo de la ganancia del Controlador discreto en el espacio de estados

Para el diseño del controlador discreto en el espacio de estados mediante la realimentación de las variables de estado, se debe encontrar la matriz de realimentación  $K$ , la cual debe cumplir los parámetros fijados para el diseño.

Para hallar la matriz  $K$ , se utiliza el método de diseño por ubicación de polos.

Sea el sistema en espacio de estados

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B u(k) \\ y(k) &= C u(k) \end{aligned} \quad (30)$$

Los polos en lazo abierto están definidos por:

$$\det(zI - A) = 0 \quad (31)$$

Se puede definir la ubicación de los polos deseados con la ecuación característica descrita continuación:

$$\alpha_c(z) = z^n + \alpha_1 z^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} z + \alpha_n = 0 \quad (32)$$

Ley de Control para realimentación de estados:

$$u(k) = -K x(k) \quad (33)$$

De las ecuaciones (30) y (33) se obtiene:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (A - BK)x(k) \\ y(k) &= C x(k) \end{aligned} \quad (34)$$

Cuyos polos están ubicados en:

$$\det(zI - (A - BK)) = 0 \quad (35)$$

Igualando ecuaciones se obtiene el vector de ganancia K

$$\det(zI - (A - BK)) = \alpha_c(z) \quad (36)$$

Los polos deseados en lazo cerrado pueden ser ubicados dentro del semiplano, donde el sistema sea controlable. Los polos del sistema se eligen para que cumplan las especificaciones del sistema de control.

### 2.3 Observadores

Los observadores tienen la ventaja de ser robustos a las perturbaciones, variaciones en los parámetros y el ruido del sistema, además son herramientas virtuales, que permiten estimar las variables de un sistema en base a las mediciones de las señales de salida y entrada del sistema a controlar.

En muchos casos las variables de estado no están disponibles para ser realimentadas, para lo cual, se utiliza un observador para estimar dichas variables de estado.

Existen dos tipos de Observadores de Estado:

- **Observador de Estado de Orden Completo:** Son aquellos que Observan todas las variables de estado un sistema.
- **Observador de Orden Reducido:** Son aquellos que observan solo algunas variables de estado de un sistema.

Para nuestro diseño utilizaremos un Observador de Orden Completo.

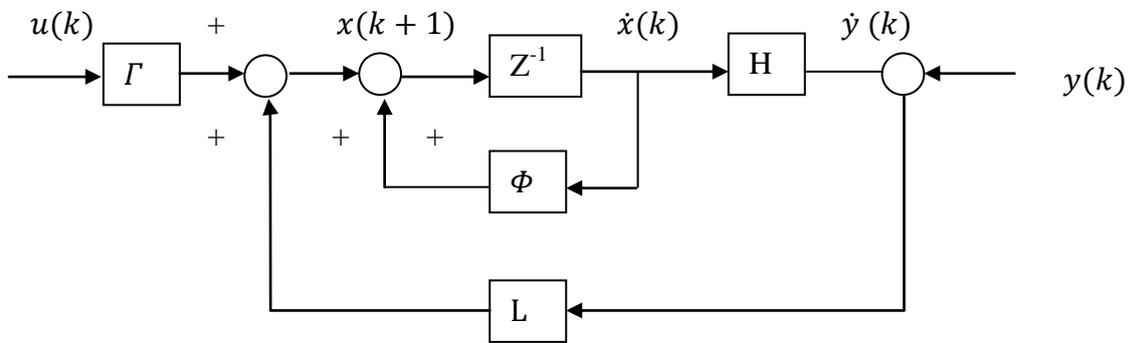


Figura. 2.1. Diagrama de bloques general de un observador

### 2.3.1. Observador de Estado

Debemos tener en cuenta que los observadores de estado pueden ser diseñados si y solo si, se satisface la condición de observabilidad, mencionada en los capítulos anteriores.

$$\hat{x}(k+1) = \Phi \hat{x}(k) + \Gamma u(k) \quad (37)$$

$$y(k) = H \hat{x}(k)$$

El estimador de estados se compone del sistema más un término adicional de corrección, como se describe a continuación [6]:

$$\tilde{x}(k+1) = \Phi \tilde{x}(k) + \Gamma u(k) + L [y(k) - H \tilde{x}(k)] \quad (38)$$

Donde  $\hat{x}(k)$  es el vector de estado estimado

El observador reproduce la entrada y la salida del sistema y corrige la ecuación dinámica con un término que es proporcional al error entre la salida del sistema real ( $y(t)$ ) y la salida estimada ( $H \tilde{x}(t)$ ).

El error de estimación es: [6]

$$\tilde{x}(k) = \hat{x}(k) - \tilde{x}(k) \quad (39)$$

En consecuencia la dinámica del error estimado, será:

$$\tilde{x}(k+1) = \Phi \hat{x}(t) + \Gamma u(k) - \Phi \tilde{x}(k) - \Gamma u(k) - L(y(k) - H\tilde{x}(k)) = (\Phi - LH) \tilde{x}(k) \quad (40)$$

Por tanto el problema de diseño del observador de estados se reduce a encontrar la ganancia del observador  $L$ , considerando que los autovalores de  $\Phi - LH$  estén en el semiplano izquierdo, esto es, encontrar los polos por realimentación de estados.

Para ubicar los polos del observador teóricamente deben estar más a la izquierda del semiplano izquierdo, que los polos del sistema de realimentación de estados, para obtener un estimado adecuado de los estados.

#### 2.4. Diseño de sistemas de control basados en Observadores:

Asumiendo que los vectores de entrada  $u(k)$  y salida  $y(k)$  pueden ser medidos y que el sistema es observable, se puede obtener un observador a partir de un modelo idéntico al de la planta, conectado en paralelo, como se muestra a continuación:

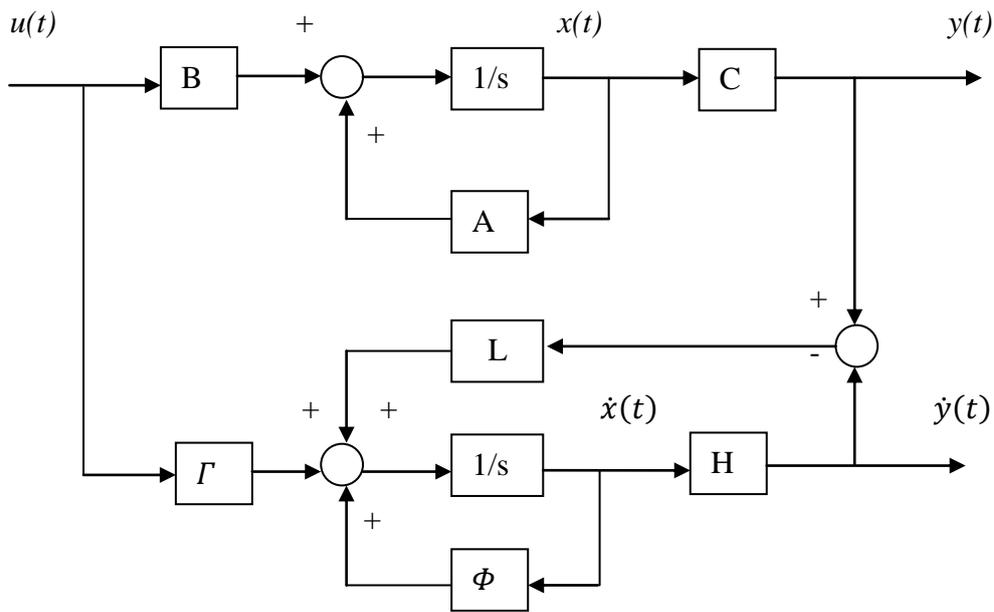


Figura. 2.2. Diagrama de bloques del sistema de control en continua añadiendo un observador de Estados

El modelo en tiempo discreto, para un periodo de muestreo T se puede expresar como:

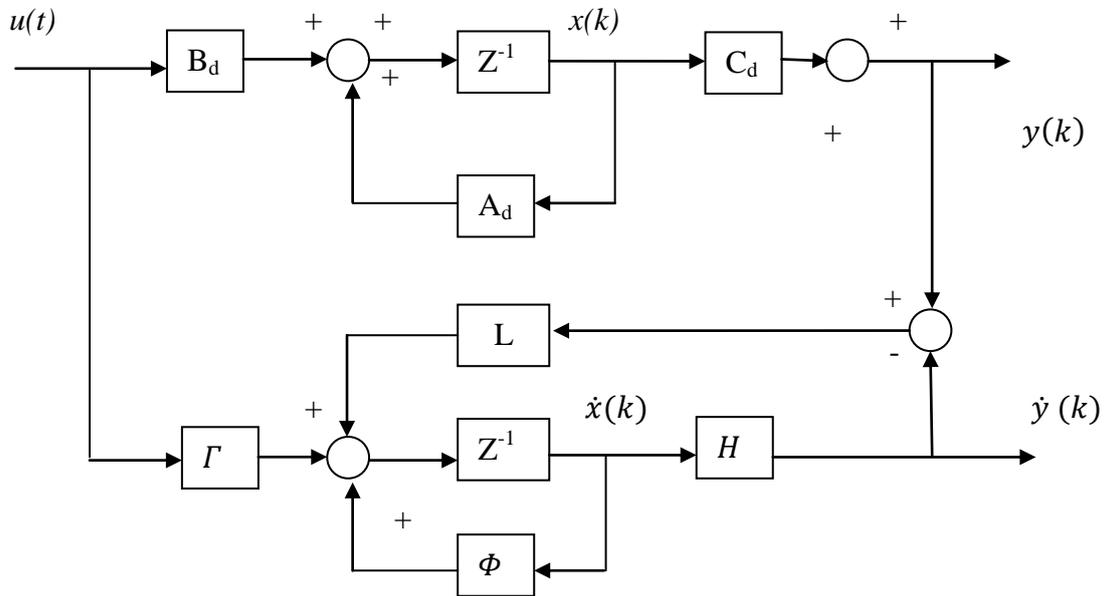


Figura. 2.3. Diagrama de bloques del sistema de control discreto añadiendo un observador de Estados

### 2.4.1. Calculo de la ganancia del Observador:

Se utiliza la ganancia  $L$  para corregir la estimación, para disminuir el efecto de las incertidumbres sobre la dinámica real de la planta.

Para hallar la matriz de ganancias  $L$ , el sistema debe ser completamente observable, para lo cual los autovalores de  $\Phi - LH$  tengan valores deseados.

Sea el sistema discreto

$$\hat{x}(k+1) = \Phi \hat{x}(k) + \Gamma u(k) \quad (41)$$

$$y(k) = H \hat{x}(k)$$

Ecuación característica para definir los polos deseados del observador:

$$\alpha_e(z) = z^n + \alpha_1 z^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} z + \alpha_n = 0 \quad (42)$$

Los polos que definirán la dinámica del error actual están en:

$$\det(zI - (\Phi - LH)) = 0 \quad (43)$$

Para que los polos se ubiquen en  $z^2 = 0$

$$\alpha_e(z) = z^2 \quad (44)$$

Por tanto la ecuación del diseño del observador es:

$$\det(zI - (\Phi - LH)) = \alpha_e(z) \quad (45)$$

La colocación de polos del controlador y la observación son dos cosas independientes, porque la adición del observador no modifica los polos del sistema como tal.

Los polos del observador se escogen de manera que la respuesta del observador sea más rápida que la del sistema (para que esta resulte dominante) típicamente 4 o 5 veces más rápida.

El objetivo del sistema es que la estimación del estado converja rápidamente al valor real de dicho estado, esto se podría lograr si se coloca los polos del observador en cero.

## 2.5. Control Integral con Seguimiento a Referencia:

### Acción Integral con Seguimiento a Referencia

Para realizar el seguimiento a referencia utilizaremos la aproximación de Euler con el fin de obtener un sistema causal que permita realizar el seguimiento a referencia.[Ref]

Aproximación de Euler:  $M(z) = \frac{T}{z-1}$  (46)

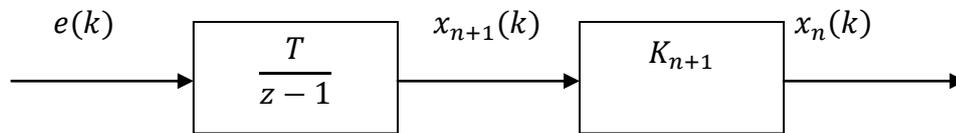


Figura. 2.4. Diagrama de bloques de Acción Integral con Aproximación de Euler

Para añadir al diseño un Control Integral, se introduce una entrada de referencia a través del aumento de la ganancia  $N$ , este valor es sensible a los parámetros de la planta, por lo que presenta un gran problema porque siempre habrá incertidumbre en los parámetros de la planta, para solucionar este problema se integrara el error entre la entrada de referencia y la salida, cuyo valor deberá tender a cero, utilizando el estado integrado como parte de nuestro sistema.

El objetivo es que la señal de salida  $y(k)$  realice el seguimiento a una entrada de referencia de la señal  $r(k)$ , con error de estado estacionario igual a 0, a pesar de la incertidumbre en los parámetros de la planta, para esto se define el nuevo estado  $x_i(k)$  que es la integral del error entre la referencia y la salida de la planta, se tiene:

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= x_i(k) + T(r(k) - y(k)) \\ x_i(k+1) &= x_i(k) + T(r(k) - C \hat{x}(k)) \\ x_i(k+1) &= x_i(k) - T C \hat{x}(k) + T r(k) \end{aligned} \quad (47)$$

Donde  $T \rightarrow$  Periodo de muestreo del sistema

La ecuación (47) describe la dinámica del sistema cuando se adiciona un estado extra.

Ecuación en la forma canónica:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}(k+1) \\ x_i(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -TC & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(k) \\ x_i(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ T \end{bmatrix} r(k) \quad (48)$$

$$y(k) = [C \quad 0] \begin{bmatrix} \hat{x}(k) \\ x_i(k) \end{bmatrix} \quad (49)$$

Completando el diseño se presenta la ecuación característica para sistemas discretos en el espacio de estados, para todos los polos de lazo cerrado:

$$\det(zI - (A_a - B_a K_a)) = \alpha_c(z) \quad (50)$$

Donde:  $k_a \rightarrow$  representa las ganancias del controlador

Ley de Control

$$u(k) = -K_a(\hat{x}) + N r(k) \quad (51)$$

Donde [7]:

$$N = \frac{T K_i}{z_i - 1} \quad z_i \rightarrow \text{tercer polo } p_3 \quad (52)$$

Si se elige el valor de N tal que el polo integrador de lazo cerrado sea igual a 0 se evita el efecto de la dinámica integradora en el sistema de lazo cerrado, esto ayudará ya que la dinámica del integrador es muy lenta porque solo está destinada a influir fuertemente en la respuesta de Estado Estacionario.

Resumiendo el procedimiento para diseñar un controlador Integral:

1. Aumentar al sistema original, en lazo abierto, el orden n, para lo cual se tendrá un nuevo sistema.
2. Mediante realimentación completa de estados, definir la ubicación deseada de los polos del sistema, incluido el polo del integrador.
3. Calcular N tal que en el sistema de lazo cerrado el polo del integrador sea igual a cero.

## 2.6. Esquemas de Control Adaptativo en el Espacio de Estados añadiendo un Observador de estados.

El Controlador Adaptativo es aquel que puede modificar su comportamiento en respuesta a cambios en la dinámica del sistema y a las perturbaciones a la que fue sometido dicho sistema.

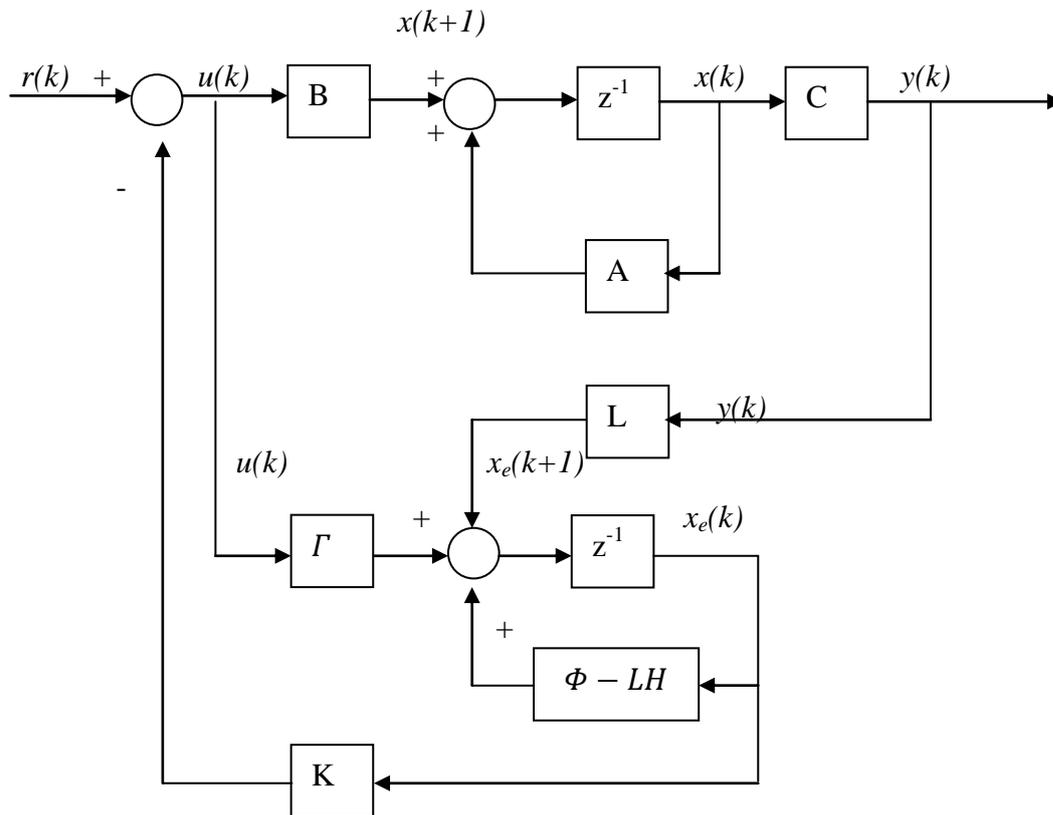


Figura. 2.5. Controlador Discreto añadiendo un Observador de estados

la figura 2.5 se muestra un esquema de Controlador Discreto adicionando un observador, para que este método sea adaptativo se deberá añadir al sistema un bloque del algoritmo de identificación para que actualice las medidas por medio de la ponderación.

El proceso de identificación en línea se lo realiza en paralelo a sistema en el espacio de estados. Este proceso de identificación, se obtiene conociendo los valores de entrada y salida del sistema, para que sean enviados al algoritmo de identificación, y finalmente obtener los valores de los parámetros de la planta.

### 2.5.1 Ley de Control Adaptativa y Observador de Estados Fijo

En este esquema para el caso del Controlador el algoritmo de identificación está constantemente actualizando sus valores en cada periodo de muestreo para obtener los parámetros finales de la planta, independientemente de las perturbaciones, y así convertir al controlador en Adaptativo. En el caso del bloque de Observador de Estados fijos, la matriz de ganancia  $L$ , tiene valores fijos.

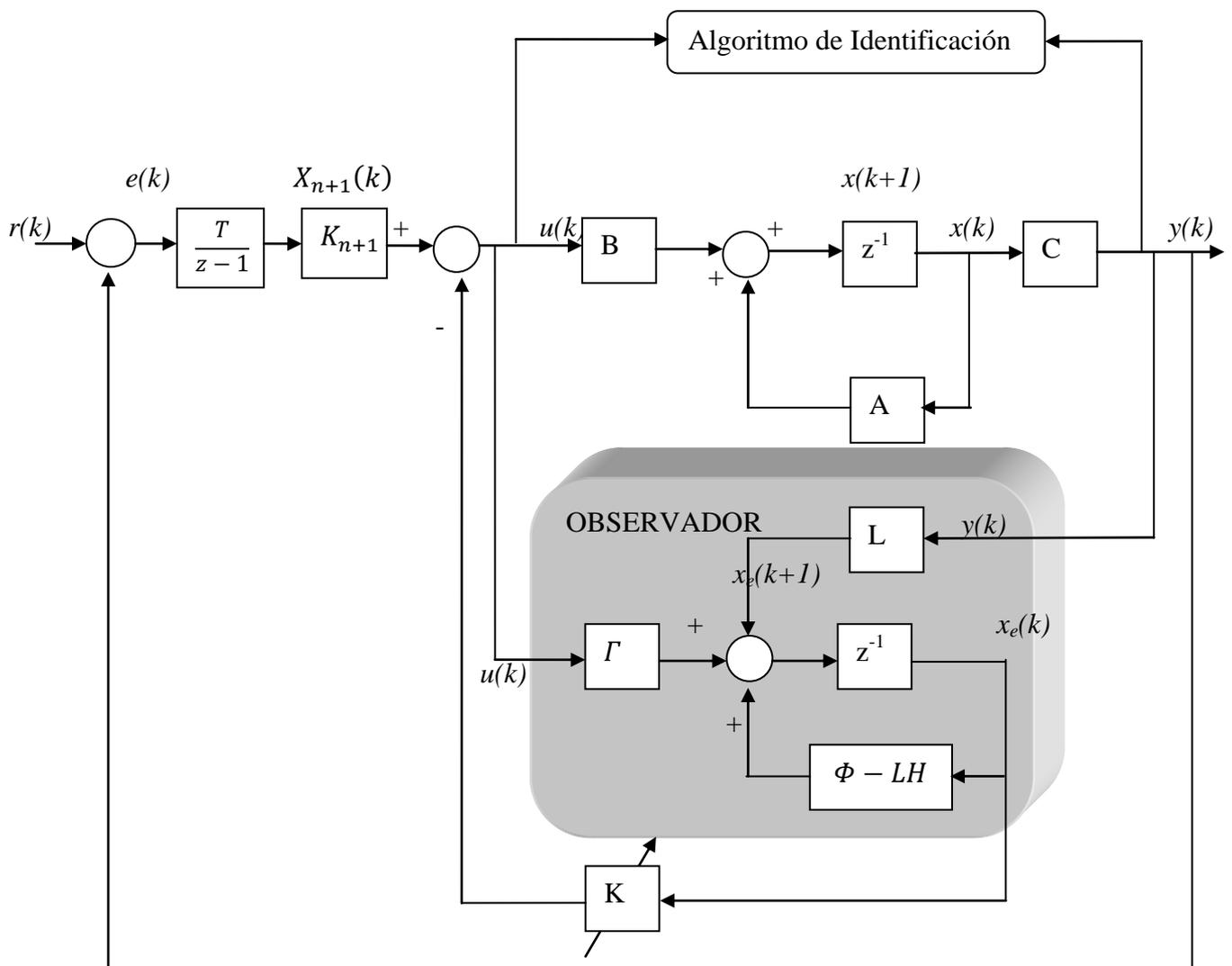


Figura. 2.6. Diagrama de bloques Control Adaptativa y Observador de Estados Fijo

### 2.5.2. Ley de Control Fija y Observador de Estados Adaptativos

En este esquema para el caso del Controlador Fijo, la matriz de ganancia  $K$  se mantiene constante en todo el periodo de muestreo.

En el Observador de Estados el algoritmo de identificación está constantemente actualizando sus valores para obtener los valores finales que da el Algoritmo de mínimos cuadrados recursivos, y así tener un Observador en Adaptativo.

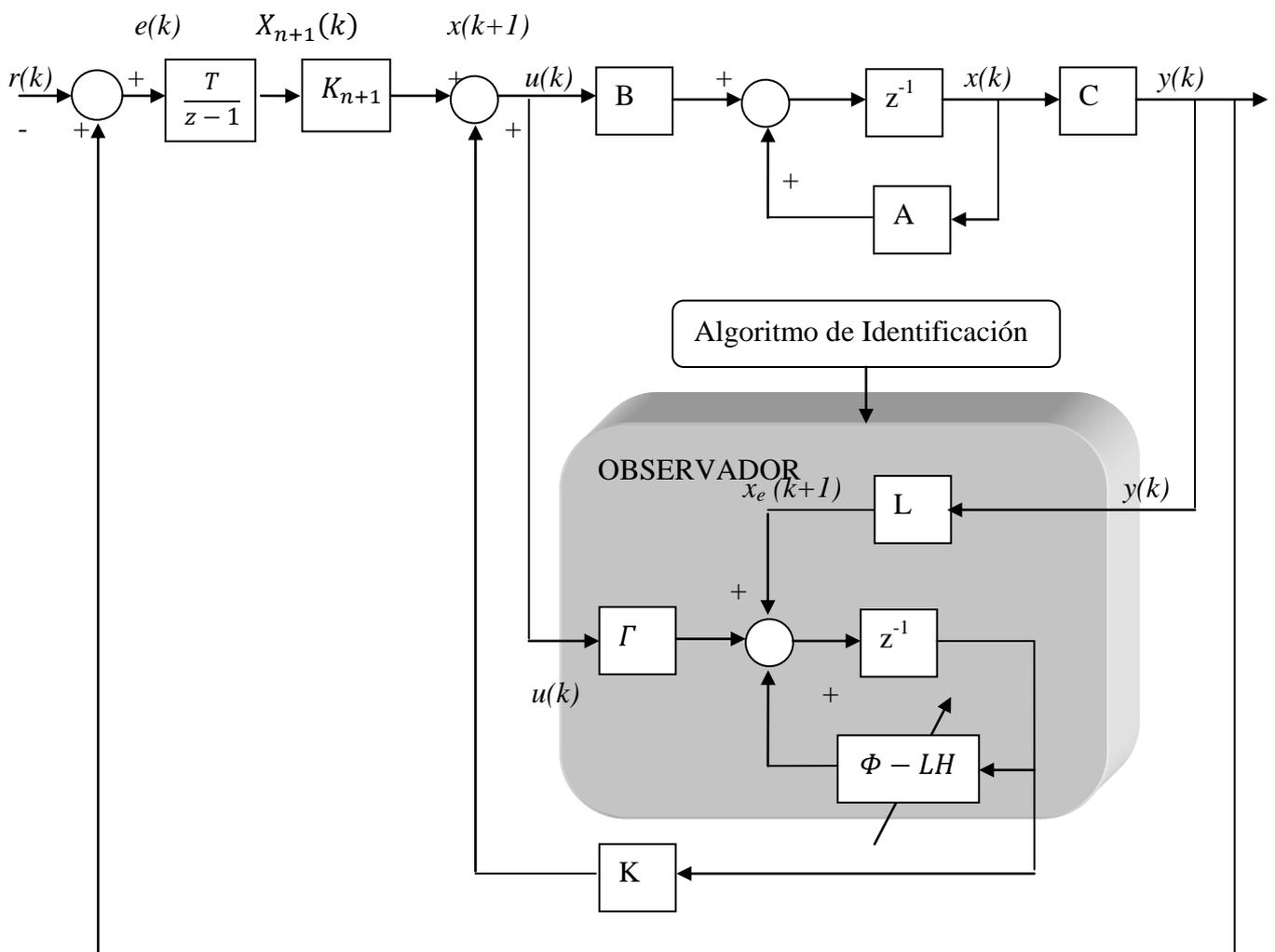


Figura. 2.7. Diagrama de bloques Ley de Control Fija y Observador de Estados Adaptativos



## CAPITULO 3

### DISEÑO DE CONTROLADORES Y OBSERVADORES ADAPTATIVOS

#### 3.1 Introducción

En este capítulo se describe los casos de estudio a los cuales se le aplicará el controlador adaptativo incluyendo el observador de estados, para su posterior análisis de desempeño, con una incertidumbre de parámetros, en cada caso para poner a prueba la adaptabilidad del controlador.

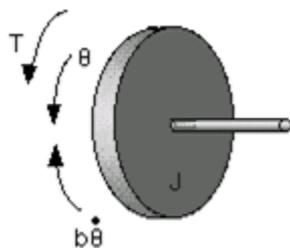
Se describe el procedimiento de diseño del controlador, y del observador de estados, mediante ecuaciones paramétricas.

#### 3.2 Casos de Diseño

##### 3.2.1. CASO 1: Control de Velocidad para un Motor de Corriente Continua

El diagrama de fuerzas del cuerpo libre del rotor se muestra en la siguiente figura: [Ref]

Ecuaciones del circuito



$$\begin{aligned} J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} &= K*i \\ L\frac{di}{dt} + R*i &= V - K\dot{\theta} \end{aligned} \quad (53)$$

Figura. 3.1. Diagrama de Fuerzas del Motor

Datos: [Ref]

$$\text{Momento de Inercia del Rotor: } J = 0.01 \frac{\text{Kg.} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\text{Razón de Amortiguamiento del Sistema Mecánico: } b = 0.1 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$$

$$\text{Constante de la Fuerza Electromotriz: } K=K_e=K_t = 0.01 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{Amp}}$$

$$\text{Resistencia Eléctrica: } R = 1 \text{ ohm.}$$

$$\text{Inductancia Eléctrica: } L = 0.5 \text{ H.}$$

Variable de entrada → Tensión

Variables de estado:

$$\dot{\theta} \rightarrow \text{velocidad de rotación}$$

$$i \rightarrow \text{corriente eléctrica}$$

La ecuación de Estado para la salida tomando en consideración la velocidad de flotación es

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b}{J} & \frac{K}{J} \\ -\frac{K}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} V$$

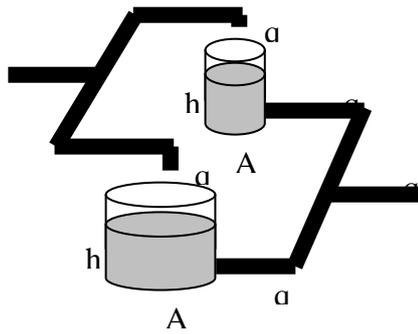
$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} \quad (54)$$

La incertidumbre de parámetros será aplicada en la inductancia eléctrica L, considerando una desviación estándar del 30 %, para lo cual se tiene: [Ref]

$$L_{\text{mín}} = 0.05 \text{ H} \text{ y } L_{\text{máx}} = 0.95 \text{ H}$$

### 3.2.2. CASO 2: Control de Caudal de Salida de Líquido

En este caso el sistema consta, como se visualiza en la figura 3.2, de dos depósitos de agua de sección constante  $A_1$  y  $A_2$  respectivamente. Ambos depósitos están alimentados por un caudal  $q_e(t)$ . En cada depósito el caudal de salida es proporcional con una constante B a la altura del líquido  $h(t)$ , y ambos vierten a una misma tubería.[Ref]



Ecuaciones del sistema

$$\begin{aligned} q_e - q_{s1} &= A_1 \dot{h} \\ q_{s1} &= B h_i \\ q_s &= q_{s1} + q_{s2} \end{aligned} \quad (55)$$

Figura. 3.2. Diagrama de Sistema de depósito de agua

Datos: [Ref]

Constante proporcional a la altura del líquido en el depósito:  $B=4$

Sección del depósito 1:  $A_1=3.1416 \text{ m}^2$

Sección del depósito 2:  $A_2=12.5663 \text{ m}^2$

Variable de estados  $\rightarrow$  caudales de salida:

$$x_1 = q_{s1}$$

$$x_2 = q_{s2}$$

(56)

Ecuaciones de Estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B}{A_1} & 0 \\ 0 & -\frac{B}{A_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{B}{A_1} \\ \frac{B}{A_2} \end{bmatrix} q_e$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

(57)

La incertidumbre de parámetros será aplicada en la constante de proporcionalidad, considerando una desviación estándar del 30 %, para lo cual se tiene:[Ref]

$$B_{\min} = 0.4 \text{ y } B_{\max} = 7.6$$

### 3.2.3. CASO 3.- Control de un Sistema de Traslación Mecánico

Este sistema consta de dos masas suspendidas, dos muelles y un amortiguador como se puede ver en la figura 3.3: [Ref]

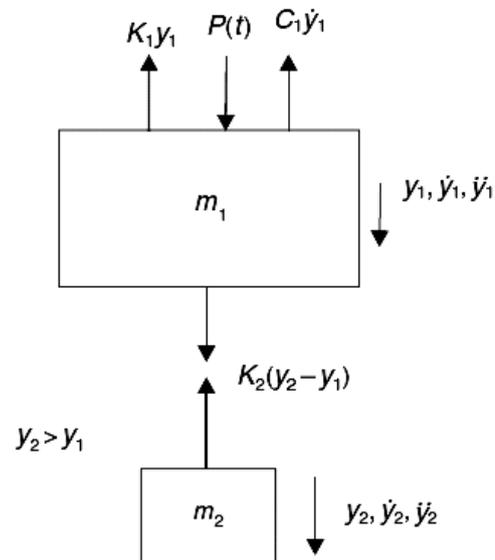


Figura. 3.3. Diagrama de cuerpo libre del Sistema de Traslación Mecánico

Ecuaciones Físicas del Sistema

Masa 1:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= m_1 \ddot{y}_1 \\ K_2(y_2 - y_1) - K_1 y_1 + P(t) - C_1 \dot{y}_1 &= m_1 \ddot{y}_1 \end{aligned} \quad (58)$$

Masa 2 :

$$\begin{aligned} \sum F_y &= m_2 \ddot{y}_2 \\ -K_2(y_2 - y_1) &= m_2 \ddot{y}_2 \end{aligned} \quad (59)$$

Datos [Ref]

Masa del cuerpo 1:  $m_1 = 250$  Kg.

Masa del cuerpo 2:  $m_2 = 32$  Kg.

Cte. del muelle 1:  $K_1 = 80 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ .

Cte. del muelle 2:  $K_2 = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ .

$$\text{Cte. de amortiguamiento: } C_1 = 350 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}}.$$

Las variables de estado  $\rightarrow$  la posición y velocidad de cada masa:

$$\begin{aligned} x_1 &= y_1 \\ x_2 &= \dot{y}_1 \\ x_3 &= y_2 \\ x_4 &= \dot{y}_2 \end{aligned} \quad (60)$$

Ecuaciones de estado:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_1 + K_2}{m_1} & -\frac{C_1}{m_1} & \frac{K_2}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_2}{m_2} & 0 & -\frac{K_2}{m_2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (61)$$

La incertidumbre de parámetros será aplicada en la masa 1, considerando una desviación estándar del 30 %, para lo cual se tiene: [Ref]

$$m_1 \text{ mín} = 25 \text{ Kg} \text{ y } m_1 \text{ máx} = 475 \text{ Kg}$$

### 3.3 Diseño del controlador

#### 3.3.1. Sistemas de segundo orden

Para el diseño del controlador y del observador de estados, se parte de los valores que nos da el algoritmo de mínimos cuadrados, para los sistemas de segundo orden (caso de estudio 1 y caso de estudio 2).

a) El sistema original de matrices discretas en espacios de estado en la forma canónica:

$$A = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [W_3 \quad W_4]$$

b) Ampliando la matriz para que el sistema realice un seguimiento a referencia incrementando una variable

$$A_a = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ T & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B_a = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_a = [W_3 \quad W_4 \quad 0]$$

c) Igualando la ecuación característica del sistema ampliado al polinomio característicos de los polos deseados.

$$\det[zI - (A_a - B_a K)] = \alpha_c(z)$$

$$\det \left[ z \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \left( \begin{pmatrix} W_1 & W_2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ T & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} (K_1 \quad K_2 \quad K_3) \right) \right] = \alpha_c(z)$$

$$\det \begin{bmatrix} z - W_1 + K_1 & -W_2 + K_2 & K_3 \\ -1 & z & 0 \\ -T & 0 & z - 1 \end{bmatrix} = \alpha_c(z)$$

$$z^3 + (K_1 - W_1 - 1)z^2 + (K_3 T + K_2 - K_1 - W_2 + W_1)z + (W_2 - K_2) = \alpha_c(z)$$

Donde T es el periodo de muestreo, para nuestro análisis  $T = 0,02$

d) Se utiliza el método de ubicación de polos para determinar los valores de las ganancias, ubicando los polos deseados en el plano z

$$\begin{aligned} \alpha_c(z) &= (z - p_1)(z - p_2)(z - p_3) \\ &= z^3 - (p_2 + p_1 + p_3)z^2 + (p_1 p_2 + p_2 p_3 + p_1 p_3)z - p_1 p_2 p_3 \end{aligned}$$

e) Se obtiene la ganancia del controlador

$$K_1 = W_1 + 1 - p_2 - p_3 - p_1$$

$$K_2 = W_2 + p_1 p_2 p_3$$

$$K_3 = \frac{p_1 p_2 + p_2 p_3 + p_1 p_3 - K_2 + K_1 + W_2 - W_1}{T}$$

f) Diseño del Observador de Estados

$$\alpha_e(z) = 0$$

$$\det(zI - (\Phi - LH)) = \alpha_e(z)$$

$$\det \left[ \begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{pmatrix} - \left( \begin{pmatrix} W_1 & W_2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_3 & W_4 \end{pmatrix} \right) \right] = \alpha_e(z)$$

$$\det \begin{bmatrix} z - W_1 + W_3 L_1 & -W_2 + W_4 L_1 \\ -1 + W_3 L_2 & z + W_4 L_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$L = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \end{pmatrix}$$

Donde:

$$L_1 = \frac{W_2 - W_1^2 W_4 - W_1 W_2 W_3}{W_4 - W_1 W_2 W_4 - W_2 W_3^2}$$

$$L_2 = \frac{W_1 - W_3 \left( \frac{W_2 - W_1^2 W_4 - W_1 W_2 W_3}{W_4 - W_1 W_2 W_4 - W_2 W_3^2} \right)}{W_4}$$

### 3.3.2. Sistemas de cuarto orden

Para el diseño del controlador y del observador de estados, se parte de los valores que nos da el algoritmo de mínimos cuadrados, para los sistemas de cuarto orden (caso de estudio 3) el algoritmo de mínimos cuadrados da 8 valores.

g) El sistema original de matrices discretas en espacios de estado en la forma canónica:

$$A = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [W_5 \quad W_6 \quad W_7 \quad W_8]$$

h) Ampliando la matriz para que el sistema realice un seguimiento a referencia incrementando una variable

$$A_a = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B_a = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_a = [W_5 \quad W_6 \quad W_7 \quad W_8 \quad 0]$$

i) Igualando la ecuación característica del sistema ampliado al polinomio característicos de los polos deseados.

$$\det[zI - (A_a - B_a K)] = \alpha_c(z)$$

$$\det \left[ z \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \left( \begin{pmatrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} (K_1 \quad K_2 \quad K_3 \quad K_4 \quad K_5) \right) \right] = \alpha_c(z)$$

$$\det \begin{bmatrix} z + K_1 - W_1 & K_2 - W_2 & K_3 - W_3 & K_4 - W_4 & K_5 \\ -1 & z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & z & 0 \\ -T & 0 & 0 & 0 & z - 1 \end{bmatrix} = \alpha_c(z)$$

$$z^5 + (K_1 - W_1 - 1)z^4 + (W_1 - K_1 + K_2 - W_2 + K_5T)z^3 + (W_2 - K_2 + K_3 - W_3)z^2 + (W_3 - K_3 - K_4 + W_4)z + (K_4 - W_4) = \alpha_c(z)$$

Donde T es el periodo de muestreo, para nuestro análisis  $T = 0,02$

j) Se utiliza el método de ubicación de polos para determinar los valores de las ganancias, ubicando los polos deseados en el plano z

$$\begin{aligned} \alpha_c(z) &= (z - p_1)(z - p_2)(z - p_3)(z - p_4)(z - p_5) \\ &= z^5 + (-p_1 - p_2 - p_3 - p_4 - p_5)z^4 \\ &\quad + (p_3p_4 + p_2p_4 + p_2p_3 + p_1p_4 + p_1p_3 + p_1p_2 + p_4p_5 + p_3p_5 + p_2p_5 + p_1p_5)z^3 \\ &\quad + (-p_2p_3p_4 - p_1p_3p_4 - p_1p_2p_4 - p_1p_2p_3 - p_3p_4p_5 - p_2p_4p_5 - p_2p_3p_5 \\ &\quad - p_1p_4p_5 - p_1p_3p_5 - p_1p_2p_5)z^2 \\ &\quad + (p_1p_2p_3p_4 + p_2p_3p_4p_5 + p_1p_3p_4p_5 + p_1p_2p_4p_5 + p_1p_2p_3p_5)z - p_1p_2p_3p_4p_5 \end{aligned}$$

k) Se obtiene la ganancia del controlador

$$K_1 = W_1 + 1 - p_1 - p_2 - p_3 - p_4 - p_5$$

$$\begin{aligned} K_2 &= W_2 + p_1p_2p_3p_4p_5 - p_1p_2p_3p_4 - p_2p_3p_4p_5 - p_1p_3p_4p_5 - p_1p_2p_4p_5 - p_1p_2p_3p_5 + p_2p_3p_4 \\ &\quad + p_1p_3p_4 + p_1p_2p_4 + p_1p_2p_3 + p_3p_4p_5 + p_2p_4p_5 + p_2p_3p_5 + p_1p_4p_5 + p_1p_3p_5 \\ &\quad + p_1p_2p_5 \end{aligned}$$

$$K_3 = W_3 + p_1p_2p_3p_4p_5 - p_1p_2p_3p_4 - p_2p_3p_4p_5 - p_1p_3p_4p_5 - p_1p_2p_4p_5 - p_1p_2p_3p_5$$

$$K_4 = W_4 - p_1p_2p_3p_4p_5$$

$$K_5 = \frac{K_1 - K_2 - W_1 + W_2 + p_3p_4 + p_2p_4 + p_2p_3 + p_1p_4 + p_1p_3 + p_1p_2 + p_4p_5 + p_3p_5 + p_2p_5 + p_1p_5}{T}$$

1) Diseño del Observador de Estados

$$\alpha_e(z) = 0$$

$$\det(zI - (\Phi - LH)) = \alpha_e(z)$$

$$\det \left[ z \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \left( \begin{pmatrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{pmatrix} (W_5 \quad W_6 \quad W_7 \quad W_8) \right) \right] = \alpha_e(z)$$

$$\det \begin{bmatrix} z + L_1 W_5 - W_1 & L_1 W_6 - W_2 & L_1 W_7 - W_3 & L_1 W_8 - W_4 \\ L_2 W_5 - 1 & z + L_2 W_6 & L_2 W_7 & L_2 W_8 \\ L_3 W_5 & L_3 W_6 - 1 & z + L_3 W_7 & L_3 W_8 \\ L_4 W_5 & L_4 W_6 & L_4 W_7 - 1 & z + L_4 W_8 \end{bmatrix} = 0$$

$$L = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{pmatrix}$$

Se reemplaza los valores en la ecuación del Estimador

$$\tilde{x}(k+1) = \Phi \tilde{x}(k) + \Gamma u(k) + L [y(k) - H \tilde{x}(k)]$$

Donde:

$\Phi, \Gamma$  y  $H \rightarrow$  Son las matrices originales del sistema

Ley de Control

$$u(k) = -k(\hat{x}) + N.r(k)$$

Donde:

$k \rightarrow$  Ganancias del controlador

$x \rightarrow$  Valores estimados

El diseño descrito anteriormente es aplicado para el caso en el que el Controlador y el Observador son adaptativos, para el caso en el que el Controlador y el Estimador son

---

fijos, las matrices utilizadas son las matrices originales del sistema, y sus valores son constantes, en este caso no aplica el método de identificación por mínimos cuadrados.

## CAPITULO 4

### RESULTADOS DE SIMULACIÓN

#### 4.1 Esquema de Simulación

##### 4.1.1. Caso1:

El objetivo de este caso de estudio es controlar la velocidad de un motor DC y las especificaciones de diseño impuestas son las siguientes [Ref]:

Porcentaje de Sobreimpulso  $M_p = 5\% \Rightarrow \xi = 0.7$

Tiempo de Crecimiento  $t_r \leq 1.8 \text{ seg.} \Rightarrow \omega_n = 1 \frac{\text{rad}}{\text{seg.}}$

Tiempo de Estabilización  $t_e \leq 7 \text{ seg.}$

Polos deseados:  
 $S = -0.7 \pm j 0.7$   
 $Z = 0.86 \pm 0.12 j$   
 $Z = 0$

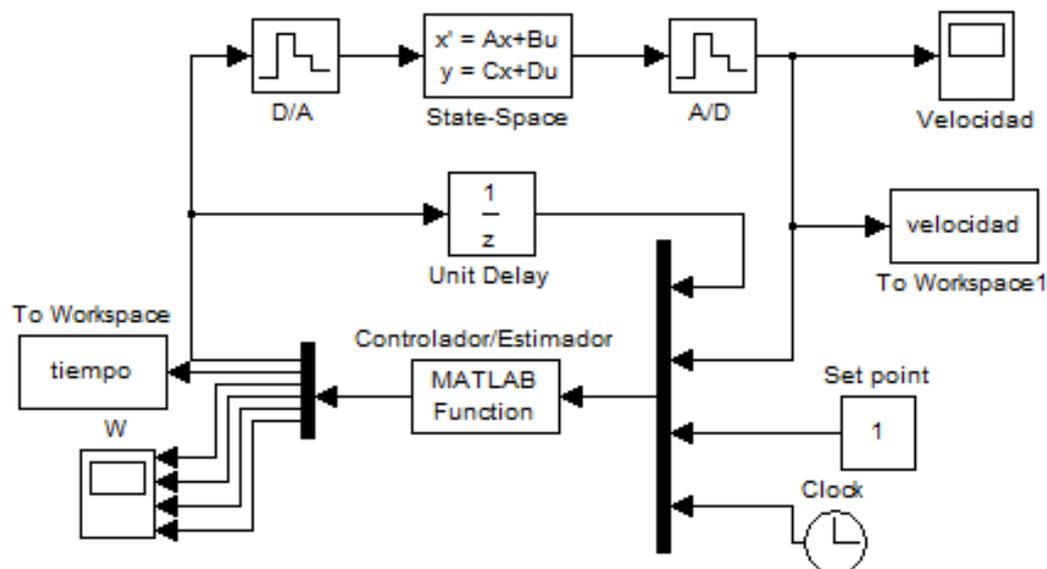


Figura. 4.1. Esquema de simulación Control de velocidad motor DC

### 4.1.2. Caso 2:

El objetivo de este caso de estudio es controlar el caudal de salida de dos tanques, las especificaciones de diseño son las siguientes: [Ref]

Porcentaje de Sobreimpulso  $M_p = 5\% \Rightarrow \xi = 0.7$

Tiempo de Crecimiento  $t_r \leq 3.6 \text{ seg.} \Rightarrow \omega_n = 0.5 \frac{\text{rad}}{\text{seg.}}$

Tiempo de Estabilización  $t_e \leq 10 \text{ seg.}$

Polos deseados:  $Z = 0.35 \pm 0.12j$   
 $Z = 0$

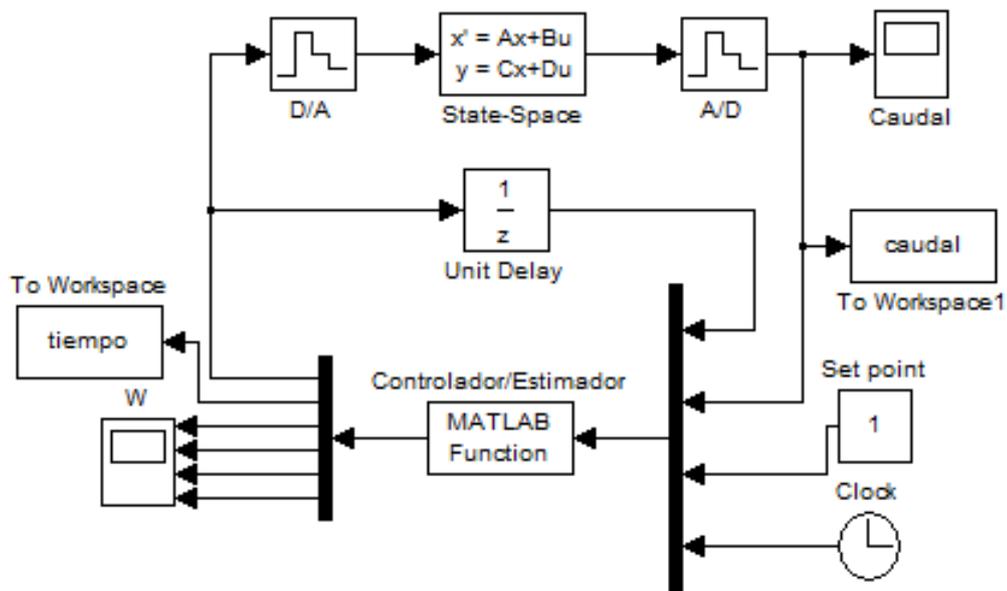


Figura. 4.2. Esquema de simulación Control de Caudal de dos Tanques

### 4.1.3. Caso 3:

El objetivo de este caso de estudio es controlar la traslación de un sistema mecánico., las especificaciones de diseño son las siguientes: [Ref]

$$\text{Porcentaje de Sobreimpulso } M_p = 10\% \Rightarrow \xi = 0.6$$

$$\text{Tiempo de Crecimiento } t_r \leq 7.2 \text{ seg.} \Rightarrow \omega_n = 0.25 \frac{\text{rad}}{\text{seg.}}$$

$$\text{Tiempo de Estabilización } t_e \leq 30 \text{ seg.}$$

$$\text{Polos deseados: } Z = (0.15 \pm 0.48j)^2$$

$$Z = 0$$

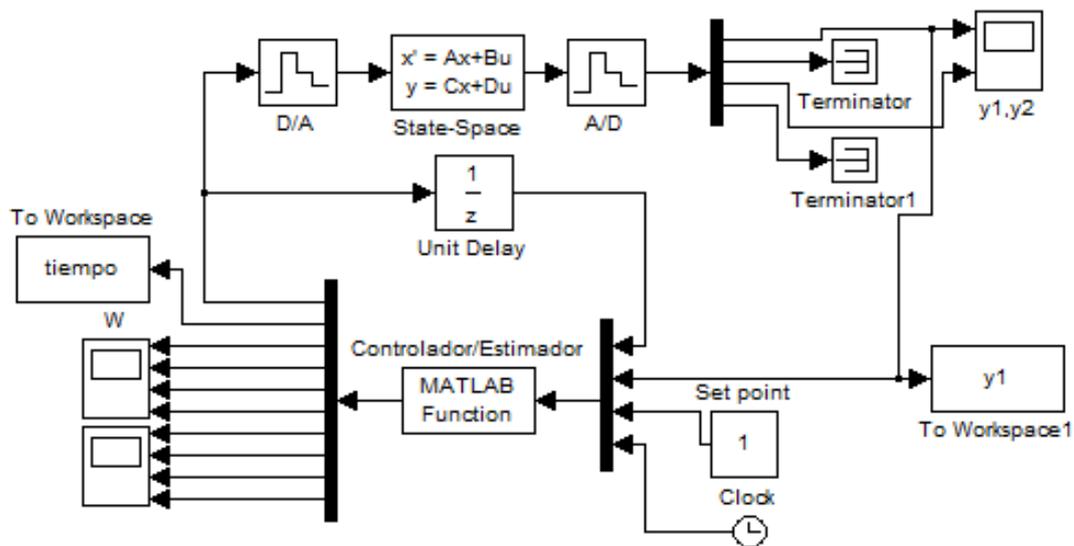


Figura. 4.3. Esquema de simulación Control de Traslación de Sistema Mecánico

## 4.2 Análisis comparativo de desempeño de los esquemas de control propuestos

### 4.2.1 Control de Velocidad para un Motor de Corriente Continua

#### Controlador Adaptativo - Estimador Adaptativo

Se debe diseñar un controlador adaptativo y estimador adaptativo que cumpla las especificaciones de un *overshoot* máximo de 5% y un tiempo de establecimiento menor o igual que 7 segundos.

Los resultados de analizar en cada escenario el desempeño del sistema cuando existe una incertidumbre en la inductancia eléctrica del motor debido a defectos de fabricación, se muestran en la figura 4.4.

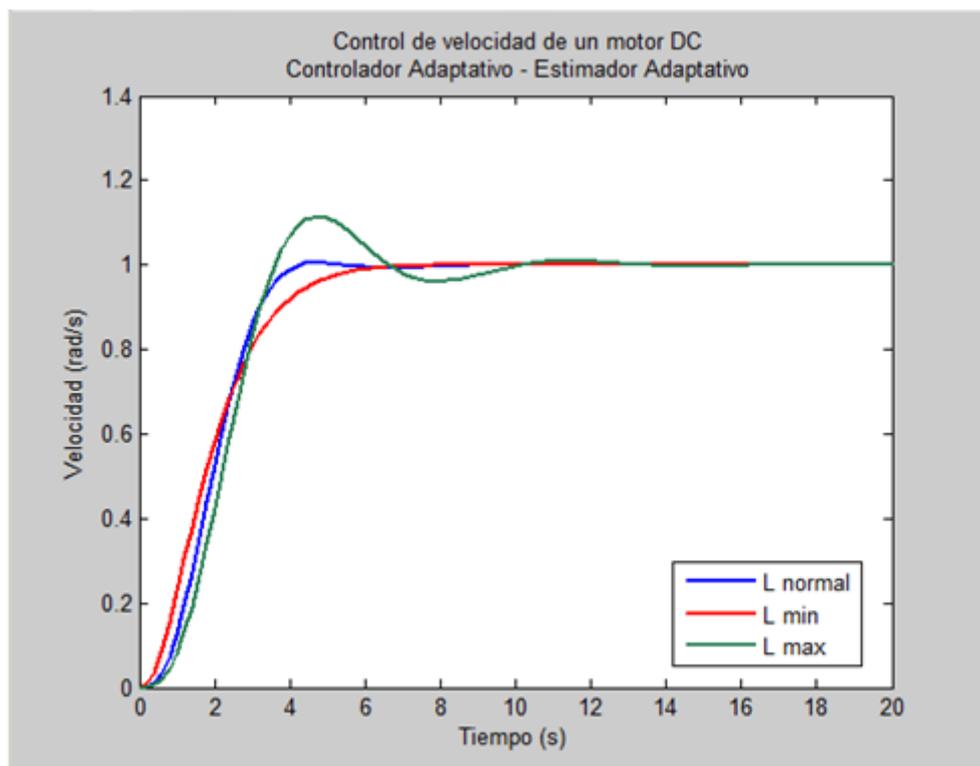


Figura. 4.4. Respuesta del sistema de Control de velocidad motor DC Controlador Adaptativo Estimador adaptativo

En la simulación de Matlab y Simulink para el sistema de control de velocidad de un motor DC con incertidumbre en la inductancia eléctrica L se comparan en la siguiente tabla.

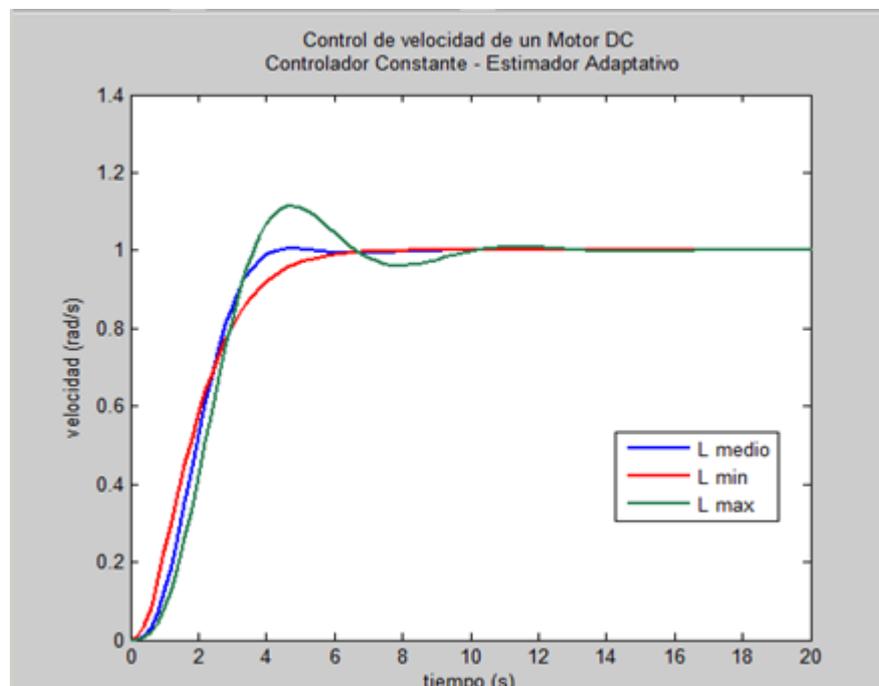
**Tabla. 4.1. Análisis de Respuesta del sistema de Control de velocidad motor DC**

	L = 0.05 H	L = 0.5 H	L = 0.95 H
Velocidad <i>overshoot</i> (rad/s)	1.000	1.006	1.115
<i>overshoot</i> (%)	0	0.6	11.5
Tiempo de establecimiento (s)	9.0	9.6	19.2

Se concluye que el porcentaje de *overshoot* está por debajo del porcentaje de la especificación inicial del 5% para los casos en que la inductancia eléctrica es mínima y normal; cuando la inductancia eléctrica llega a su máximo por incertidumbre llega al 11.5%.

### Controlador Constante – Estimador Adaptativo

Los resultados de analizar en cada escenario el desempeño del sistema cuando existe una incertidumbre en la inductancia eléctrica del motor debido a defectos de fabricación, cuando el controlador es constante, se muestran en la figura 4.5.



**Figura. 4.5. Respuesta del sistema de Control de velocidad motor DC. Controlador Constante Estimador adaptativo**

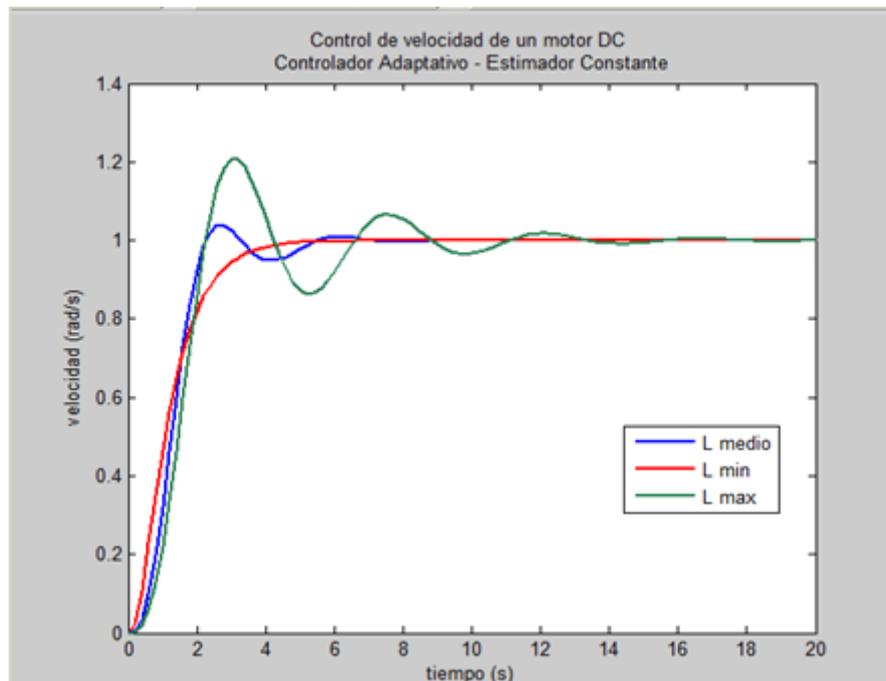
En la simulación de Matlab y Simulink para el sistema de control de velocidad de un motor DC con incertidumbre en la inductancia eléctrica  $L$  se comparan en la tabla 4.2.

**Tabla. 4.2. Análisis de Respuesta del sistema de Control de velocidad motor DC Controlador Constante Estimador adaptativo**

	L = 0.05 H	L = 0.5 H	L = 0.95 H
<b>Velocidad overshoot (rad/s)</b>	1.000	1.006	1.114
<b>overshoot (%)</b>	0	0.6	11.4
<b>Tiempo de establecimiento (s)</b>	9.0	9.6	16.8

Se puede notar que se ha obtenido resultados similares a los que se obtuvieron en los escenarios en el que el controlador es adaptativo, a excepción del escenario en que la inductancia eléctrica es máxima en la que el tiempo de establecimiento se ha reducido de 19.2 segundos a 16.8 segundos y el porcentaje de *overshoot* de 11.5% a 11.4%.

### Controlador Adaptativo – Estimador Constante



**Figura. 4.6. Respuesta del sistema de Control de velocidad motor DC. Controlador Adaptativo- Estimador Constante**

En la simulación de Matlab y Simulink para el sistema de control de velocidad de un motor DC con incertidumbre en la inductancia eléctrica  $L$  se comparan en la tabla 4.3

**Tabla. 4.3. Análisis de Respuesta del sistema de Control de velocidad motor DC. Controlador Adaptativo- Estimador Constante**

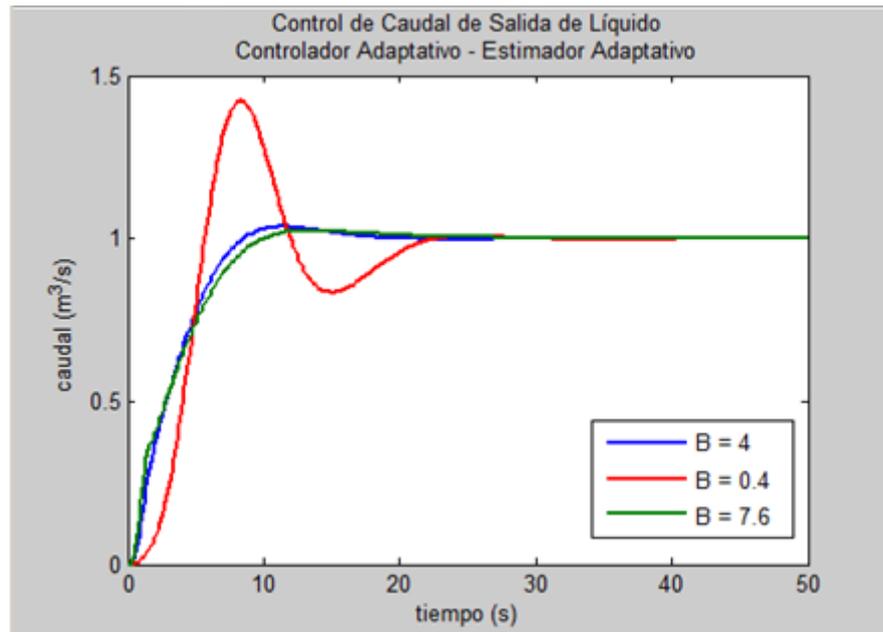
	$L = 0.05 \text{ H}$	$L = 0.5 \text{ H}$	$L = 0.95 \text{ H}$
<b>Velocidad <i>overshoot</i> (rad/s)</b>	1.001	1.039	1.206
<b><i>overshoot</i> (%)</b>	0.1	3.9	20.6
<b>Tiempo de establecimiento (s)</b>	11.8	10.4	22.2

#### 4.2.2. Control de Caudal de Salida de Líquido

##### Controlador Adaptativo – Estimador Adaptativo

Se diseñará un sistema de control adaptativo para el control de caudal de salida de un líquido que cumpla las especificaciones de un porcentaje *overshoot* máximo de 5%, tiempo de crecimiento de 3.6 segundos y un tiempo de establecimiento menor o igual que 10 segundos.

Los resultados de cada escenario el desempeño del sistema cuando existe una incertidumbre la constante de proporcionalidad a la altura del líquido en los depósitos, se muestran en la Figura 4.7.



**Figura. 4.7. Respuesta del sistema de Control de Caudal de salida. Controlador Adaptativo- Estimador Adaptativo**

La siguiente tabla compara el porcentaje de *overshoot* y el tiempo de establecimiento del caudal de salida del líquido, con incertidumbre en la constante B.

**Tabla. 4.4. Análisis de Respuesta del sistema de Control de Caudal de salida. Controlador Adaptativo- Estimador Adaptativo**

	<b>B = 0.4</b>	<b>B = 4.0</b>	<b>B = 7.6</b>
<b>Caudal <i>overshoot</i> (m<sup>3</sup>/s)</b>	1.424	1.036	1.025
<b><i>overshoot</i> (%)</b>	42.4	3.6	2.5
<b>Tiempo de establecimiento (s)</b>	21.2	15.0	16.2

El porcentaje de *overshoot* del sistema es aceptable cuando la constante de proporcionalidad B a la altura del líquido está entre el valor medio y el valor máximo. En estos escenarios, el tiempo de establecimiento está entre 15 y 16.2 segundos, respectivamente.

### Controlador Constante – Estimador Adaptativo

Los resultados de cada escenario el desempeño del sistema cuando existe una incertidumbre la constante de proporcionalidad a la altura del líquido en los depósitos, se muestran en la figura 4.8.

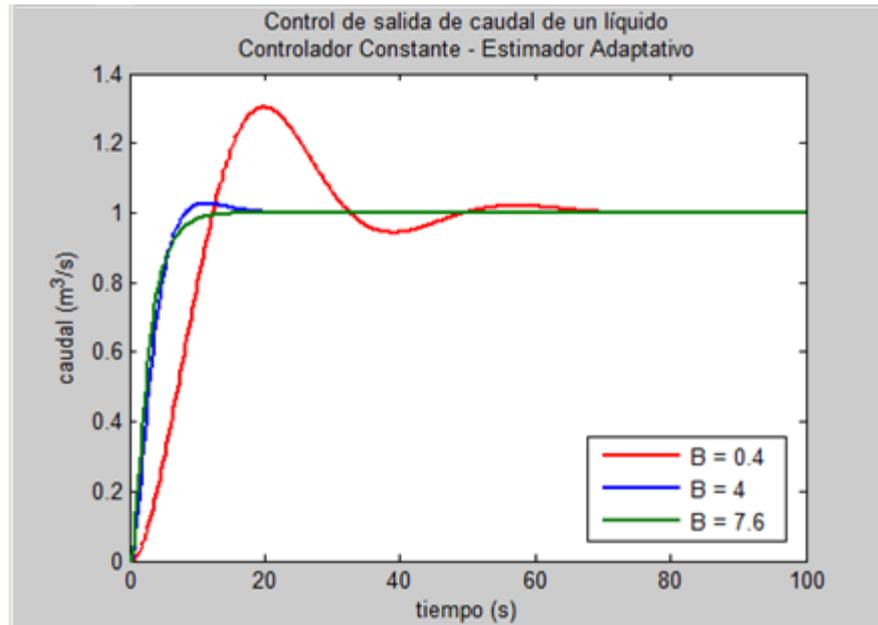


Figura. 4.8. Respuesta del sistema de Control de Caudal de salida. Controlador Constante- Estimador Adaptativo

La siguiente tabla compara el porcentaje de *overshoot* y el tiempo de establecimiento del caudal de salida del líquido, con incertidumbre en la constante B.

Tabla. 4.5. Análisis de Respuesta del sistema de Control de Caudal de salida. Controlador Constante- Estimador Adaptativo

	B = 0.4	B = 4.0	B = 7.6
Caudal <i>overshoot</i> (m <sup>3</sup> /s)	1.303	1.027	-
<i>overshoot</i> (%)	30.3	2.7	-
Tiempo de establecimiento (s)	46.6	13.8	9.6

### Controlador Adaptativo – Estimador Constante

Los resultados de cada escenario el desempeño del sistema cuando existe una incertidumbre la constante de proporcionalidad a la altura del líquido en los depósitos, se muestran en la figura 4.9.

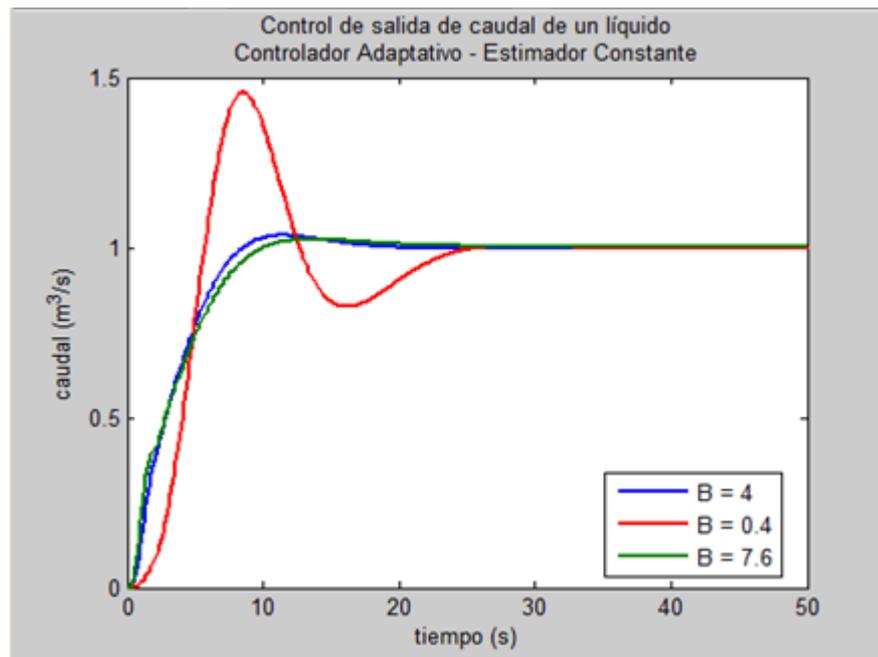


Figura. 4.9. Respuesta del sistema de Control de Caudal de salida. Controlador Adaptativo- Estimador Constante

La siguiente tabla compara el porcentaje de *overshoot* y el tiempo de establecimiento del caudal de salida del líquido, con incertidumbre en la constante B.

Tabla. 4.6. Análisis de Respuesta del sistema de Control de Caudal de salida. Controlador Adaptativo- Estimador Constante

	B = 0.4	B = 4.0	B = 7.6
Caudal <i>overshoot</i> (m <sup>3</sup> /s)	1.456	1.036	1.024
<i>overshoot</i> (%)	45.6	3.6	2.4
Tiempo de establecimiento (s)	23.6	15.0	16.2

### 4.2.3. Control de un sistema de traslación mecánico

#### Controlador Adaptativo – Estimador Adaptativo

Se diseñará un sistema de control adaptativo para el control de la posición de una masa en un sistema de traslación mecánico que cumpla las especificaciones de un porcentaje *overshoot* máximo de 10% y un tiempo de establecimiento menor o igual que 30 segundos.

Debido a que es un sistema de cuarto orden, el algoritmo RLS deberá calcular 8 coeficientes correspondientes a la reconstrucción dinámica de la planta para una salida de las cuatro que se tiene por la naturaleza de la planta continua.

Los resultados de cada escenario el desempeño del controlador y estimador adaptativo, cuando existe una incertidumbre la masa  $m_1$ , se muestran en la figura 4.10.

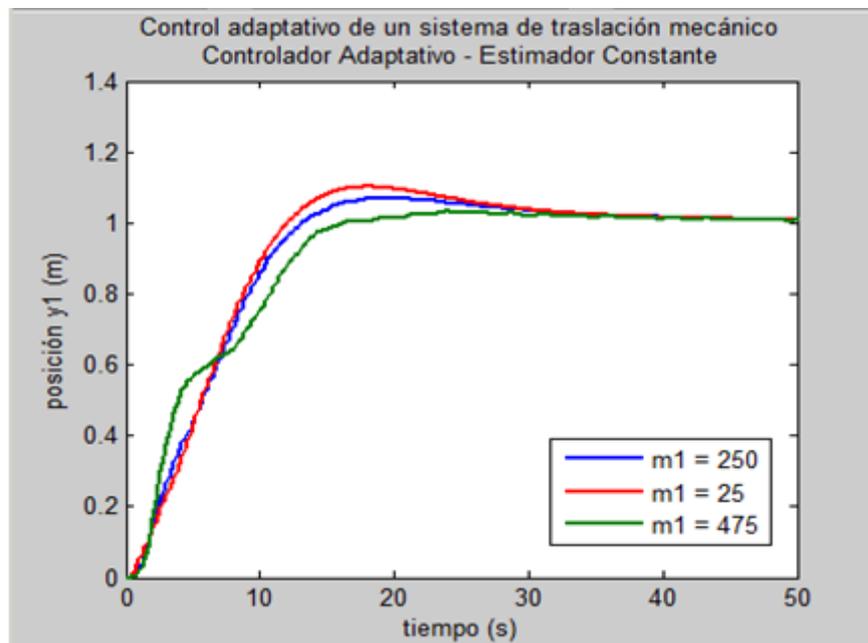


Figura. 4.10. Respuesta del sistema de Control de Traslación de un Sistema Mecánico. Controlador Adaptativo- Estimador Adaptativo

La siguiente tabla compara el porcentaje de *overshoot* y el tiempo de establecimiento de la posición de  $m_1$ .

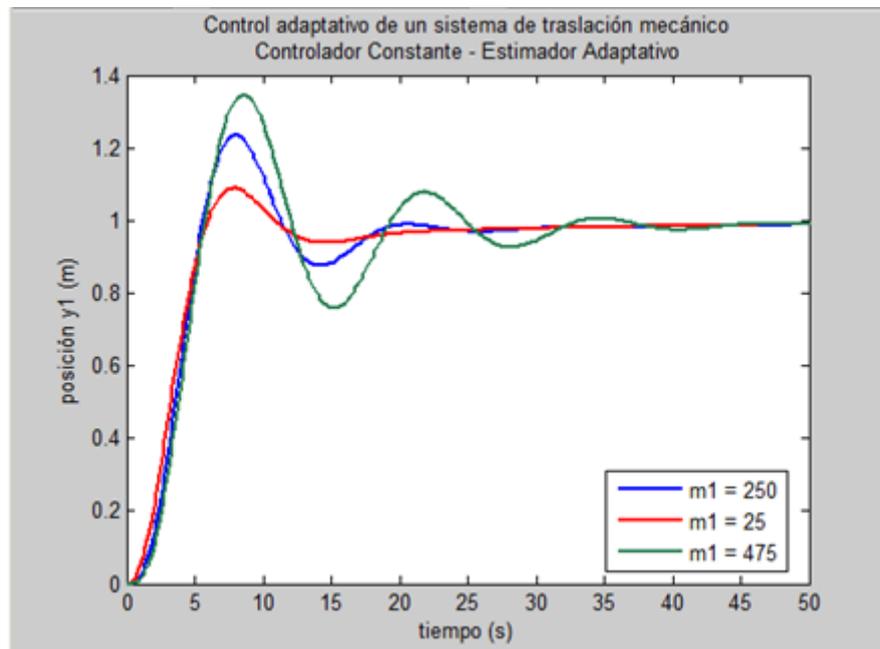
**Tabla. 4.7. Análisis de Respuesta del sistema de Control de Traslación de un Sistema Mecánico. Controlador Adaptativo- Estimador Adaptativo**

	$m_1 = 25 \text{ kg}$	$m_1 = 250 \text{ kg}$	$m_1 = 475 \text{ kg}$
<b>Posición <i>overshoot</i> (m)</b>	1.102	1.069	1.031
<b><i>overshoot</i> (%)</b>	10.2	6.9	3.1
<b>Tiempo de establecimiento (s)</b>	36.8	37.0	34.0

El porcentaje de *overshoot* del diseño está dentro de la especificación de 10% para la salida  $y_1$ . El tiempo de estabilización está entre 34 y 36.8 segundos, aproximándose al tiempo deseado de 30 segundos.

### Controlador Constante – Estimador Adaptativo

Los resultados de cada escenario el desempeño del sistema cuando existe incertidumbre en  $m_1$ , se muestran en la figura 4.11.



**Figura. 4.11. Respuesta del sistema de Control de Traslación de un Sistema Mecánico. Controlador Constante - Estimador Adaptativo**

La siguiente tabla compara el porcentaje de *overshoot* y el tiempo de establecimiento de la posición en metros cuando la masa  $m_1$  tiene incertidumbre.

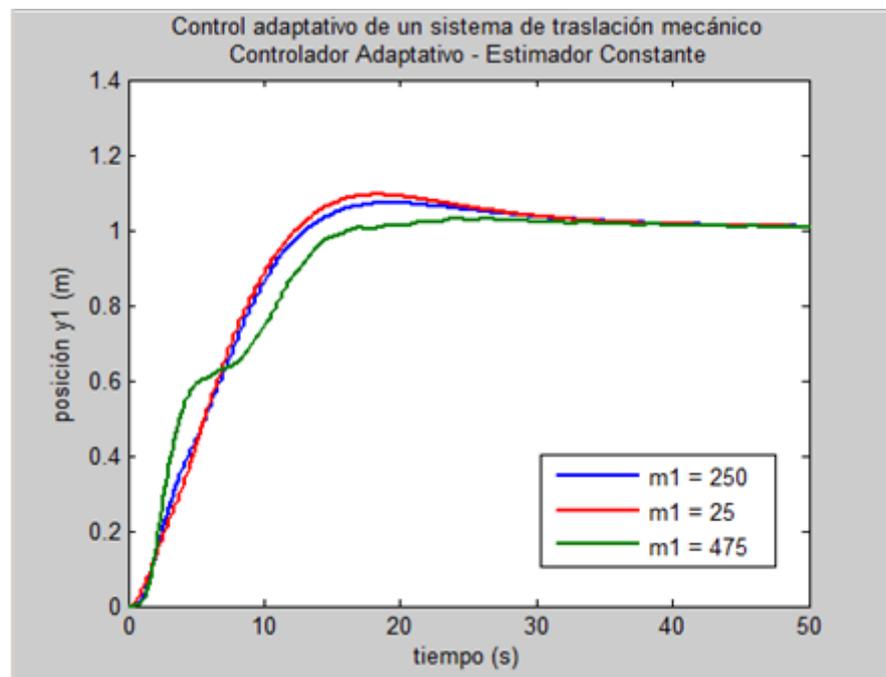
**Tabla. 4.8. Análisis de Respuesta del sistema de Control de Traslación de un Sistema Mecánico. Controlador Constante - Estimador Adaptativo**

	$m_1 = 25 \text{ kg}$	$m_1 = 250 \text{ kg}$	$m_1 = 475 \text{ kg}$
<b>Posición <i>overshoot</i> (m.)</b>	1.088	1.235	1.346
<b><i>overshoot</i> (%)</b>	8.8	23.5	34.6
<b>Tiempo de establecimiento (s)</b>	32.6	31.8	43.0

El tiempo de establecimiento se acerca mucho más a los 30 segundos, excepto para el caso en que la  $m_1$  tiene su valor máximo, y se supera el porcentaje de *overshoot* de las especificaciones.

#### Controlador Adaptativo – Estimador Constante

Los resultados de cada escenario el desempeño del sistema cuando existe una incertidumbre la masa  $m_1$ , se muestran en la figura 4.12.



**Figura. 4.12. Respuesta del sistema de Control de Traslación de un Sistema Mecánico. Controlador Adaptativo- Estimador Constante**

La siguiente tabla compara el porcentaje de *overshoot* y el tiempo de establecimiento de la posición en metros, cuando  $m_1$  tiene incertidumbre.

**Tabla. 4.9. Análisis de Respuesta del sistema de Control de Traslación de un Sistema Mecánico.**  
**Controlador Adaptativo- Estimador Constante**

	$m_1 = 25 \text{ kg}$	$m_1 = 250 \text{ kg}$	$m_1 = 475 \text{ kg}$
<b>Posición <i>overshoot</i> (m.)</b>	1.094	1.072	1.031
<b><i>overshoot</i> (%)</b>	9.4	7.2	3.1
<b>Tiempo de establecimiento (s)</b>	36.6	37.0	34.0

## **CAPITULO 5**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Esta investigación presenta una modificación al sistema antes planteado, en el que se realiza el análisis de un controlador adaptativo, al cual adicionamos un observador de estados, con el fin de aumentar la robustez de las estimaciones frente a errores en los valores de los parámetros.

Para efectos de análisis de resultados se realizarán las combinaciones de los siguientes esquemas de control en espacio de estados:

- Ley de control adaptativo y observador de estados constante
- Ley de control constante y observador adaptativo
- Ley de control y observador adaptativos

Con lo cual concluimos lo siguiente:

#### **5.1. Conclusiones**

- Las respuestas de los sistemas de control, para los diferentes casos de estudio, obtenidas al combinar un controlador adaptativo más un observador adaptativo presentan un desempeño óptimo; puesto que los parámetros de desempeño de los sistemas son próximos a los valores deseados.

- 
- Al realizar el diseño del controlador y observador adaptativo, las matrices de estado utilizadas se forman con los parámetros de los sistemas previamente identificados a través del Algoritmo de Mínimos Cuadrados Recursivos. Ésta identificación última se la realiza en línea, y permite que el algoritmo tome los últimos valores muestreados de la entrada y salida del sistema.
  - La respuesta de los sistemas controlados, utilizando la combinación controlador adaptativo más estimador constante, es similar a los resultados obtenidos en la combinación controlador adaptativo – estimador adaptativo.
  - En los escenarios donde se utiliza controlador constante más estimador adaptativo se observa que la respuesta de los sistemas controlados varía considerablemente, alejándose del desempeño deseado; esto debido a la incertidumbre paramétrica aplicada a las plantas analizadas.
  - Al analizar la respuesta del controlador y observador adaptativo ante una perturbación, se pudo observar que la salida de los sistemas evolucionan conforme a los parámetros de desempeño deseados. Este detalle permite destacar la robustez que presentan los controladores y observadores de tipo adaptativos frente a perturbaciones externas, lo cual los hace poseer una gran ventaja frente a los controladores clásicos.
  - Al aplicar incertidumbre paramétrica dentro de los diferentes sistemas analizados, se pudo observar, mediante el análisis de la salida de los mismos, que los controladores y observadores diseñados se adaptan oportunamente a tales cambios. Los resultados obtenidos permiten de manera similar comprobar la robustez que desarrollan los controladores y observadores del tipo adaptativo frente a la incertidumbre de parámetros que pueden presentar los sistemas; lo cual una vez más los hace sobresalir respecto a los controladores diseñados por técnicas clásicas.

- Esta investigación servirá como un fuente de consulta para los estudiantes en cuanto a técnicas de control moderno, ya que se utilizan disciplinas de control en espacio de estado

## **5.2. Recomendaciones**

- En el caso del algoritmo de minimos cuadrados recursivos, se debe tener en cuenta que; al elegir los valores de inicialización del vector de parámetros no den como resultado valores infinitos.
- Es muy importante la ubicación de los polos del observador. Estos se deberán escoger de manera que la respuesta del observador sea más rápida que la respuesta del sistema; para lo cual se sugiere colocar los polos del observador en cero, a fin de contrarrestar su efecto dominante.

## **ANEXOS**

**ANEXO A**  
**ALGORITMOS**

## CASO 1: Control de Velocidad para un Motor de Corriente Continua

### Controlador Adaptativo Estimador Adaptativo

#### Programa Principal:

```

global A B C
global Ts pz p_d p_d3 p_de H pze
global K_i L_i N_bar_i

% Constantes del circuito
b = 0.1;
J = 0.01;
K1 = 0.01;
R = 1;
L = 0.50;

% Matrices espacio de estados continua
A = [-b/J K1/J;-K1/L -R/L];
B = [0 1/L]';
C = [1 0];

% Matrices espacio de estados
sys = ss(A,B,C,0);

% Periodo de muestreo
Ts = 0.2;

% Discretizacion de la planta
sysd = c2d(sys,Ts);
[Phi,Gamma,H,Dd,Ts] = ssdata(sysd);

% Especificaciones
Mp = 5;
aux_xi = -log(Mp/100)/pi; xi = aux_xi/sqrt(1+aux_xi^2);
% xi = 0.7; % Mp = 5%

```

```

wn = 1; % tr = 1.8s
te = 7; % <=7
Mf = 100*xi; wg = 8/(te*tand(Mf)); wn = ceil(wg);

% polos segundo orden
[num den] = ord2(wn,xi);
p_c = roots(den);
p_d = exp(p_c*Ts);
% Tercer polo z
p_d3 = 0.;

% Polos estimador
p_de = [0;0];

```

Programa Secundario:

```

function out = segundocaso(in)
global t W P U Ts k1 sp x3k ek eek_1 x3k1
global aXk pze p_d3 p_d p_de

%%%%%%%%%% LECTURA DE PARÁMETROS %%%%%%%%%%%
x = in(1);
d = in(2);

sp = in(3);
t = in(4);

lambda = 1;
M = 4;
delta = 0.15^2;
N = M/2;

if t==0
    x3k = 0;

```

---

```

W = [1 1 1 1];
U = zeros(M,1);
P = 1/delta*eye(M);
aXk = zeros(N,1);
out = [0 t W];
end

%IDENTIFICACION DE PARÁMETROS POR ALGORITMO
RLS %
if t>0
    kn = (1/lambda)*P*U/(1+1/lambda*U'*P*U);
    yn = W*U;
    en = d-yn
    W = W+en*kn';
    P =(1/lambda)*(P-kn*U'*P);

    Phi = [W(1:N);1 0];
    Gamma = [1;0];
    H = W(N+1:M);

    Phi_a = [Phi;[-Ts 0]]; Phi_a = [Phi_a,[0;0;1]];
    Gamma_a = [Gamma;0];
    K = acker(Phi_a,Gamma_a,[p_d;p_d3]);

% Calculo matriz L estimador
Lp = acker(Phi',H',p_de);
aXk1 = Phi*aXk+Gamma*x+Lp'*(d-H*aXk);

x3k1 = x3k+Ts*(sp-d);
N_bar = Ts*K(N+1)/(p_d3-1);
u = -K(1:N)*aXk-K(N+1)*x3k+N_bar*sp;
U = [u;U(1:N-1);yn;U(N+1:M-1)];

aXk = aXk1;

```

```
x3k = x3k1;
```

```
out = [u t W];
```

```
end
```

### **Controlador Adaptativo Estimador Fijo**

#### Programa Principal:

```
global A B C
global Ts pz p_d p_d3 p_de H pze
global K_i L_i N_bar_i

% Constantes del circuito
b = 0.1;
J = 0.01;
K1 = 0.01;
R = 1;
L = 0.50;

% Matrices espacio de estados continua
A = [-b/J K1/J;-K1/L -R/L];
B = [0 1/L]';
C = [1 0];

% Matrices espacio de estados
sys = ss(A,B,C,0);

% Periodo de muestreo
Ts = 0.2;

% Discretizacion de la planta
sysd = c2d(sys,Ts);
[Phi,Gamma,H,Dd,Ts] = ssdata(sysd);

% Especificaciones
```

```

Mp = 5;
aux_xi = -log(Mp/100)/pi; xi = aux_xi/sqrt(1+aux_xi^2);
% xi = 0.7; % Mp = 5%
wn = 1; % tr = 1.8s
te = 7; % <=7
Mf = 100*xi; wg = 8/(te*tand(Mf)); wn = ceil(wg);

% polos segundo orden
[num den] = ord2(wn,xi);
p_c = roots(den);
p_d = exp(p_c*Ts);

% Tercer polo z
p_d3 = 0.;

% Polos estimador
p_de = [0;0];

```

#### Programa Secundario:

```

function out = tercercaso(in)
global uk_1 u
global t W P X Ts k1 sp x3k ek eek_1 x3k1
global pz aXk pze p_d3 p_d p_de

%%%%%%%%%% LECTURA DE PARÁMETROS %%%%%%%%%%%
uk_1 = in(1);
yk = in(2);
sp = in(3);
t = in(4);

lambda = 1;
M=4;
delta=1e10;

```

```

N = M/2;

if t==0
    x3k=0;
    eek_1=0;
    W = [-0.1 0.01 0.01 0.001];
    X=zeros(M,1);
    P=1/delta*eye(M);
    aXk = [0;0];
    out=[0 t W];
end

%%IDENTIFICACION DE PARÁMETROS POR ALGORITMO RLS%%
if t>0
    alpha_k = yk-W*X;
    vectork = P*X;
    g = vectork/(lambda+X'*vectork);
    P =(1/lambda)*(P-g*X'*P);
    W = W+alpha_k*g';
    X = [yk;X(1:N-1);uk_1;X(N+1:M-1)];

    % Ganancias k1, k2, k1
    Gcz = tf([0 W(3) W(4)],[1 -W(1) -W(2)],Ts);
    [Phi,Gamma,H,D,dummy] = ssdata(Gcz);
    Phi_a = [Phi(1,1) Phi(1,2) 0; Phi(2,1) Phi(2,1) 0; -Ts 0 1];
    Gamma_a = [Gamma;0];
    K = acker(Phi_a,Gamma_a,[p_d3;p_d]);
    k1 = K(1);
    k2 = K(2);
    kI = K(3);

    % Calculo matriz L estimador
    Lp = [-3.89 3.23];
    aXk1 = Phi*aXk+Gamma*uk_1+Lp'*(yk-H*aXk);

```

```

ek = sp-yk;
x3k1 = x3k+Ts*EEK_1;

N_bar = Ts*kI/(p_d3-1);
u = -k1*aXk(1)-k2*aXk(2)-kI*x3k+N_bar*sp;

aXk = aXk1;
x3k = x3k1;
EEK_1 = ek;

out = [u t W];
W
end

```

### Controlador Fijo Estimador Adaptativo

#### Programa Principal:

```

global A B C
global Ts pz p_d p_d3 p_de H pze
global K_i L_i N_bar_i

% Constantes del circuito
b = 0.1;
J = 0.01;
K1 = 0.01;
R = 1;
L = 0.50;

% Matrices espacio de estados continua
A = [-b/J K1/J;-K1/L -R/L];
B = [0 1/L]';
C = [1 0];

```

```

% Matrices espacio de estados
sys = ss(A,B,C,0);

% Periodo de muestreo
Ts = 0.2;

% Discretizacion de la planta
sysd = c2d(sys,Ts);
[Phi,Gamma,H,Dd,Ts] = ssdata(sysd);

% Especificaciones
Mp = 5;
aux_xi = -log(Mp/100)/pi; xi = aux_xi/sqrt(1+aux_xi^2);
% xi = 0.7; % Mp = 5%
wn = 1; % tr = 1.8s
te = 7; % <=7
Mf = 100*xi; wg = 8/(te*tand(Mf)); wn = ceil(wg);

% polos segundo orden
[num den] = ord2(wn,xi);
p_c = roots(den);
p_d = exp(p_c*Ts);
% Tercer polo z
p_d3 = 0.;

% Polos estimador
p_de = [0;0];

```

Programa Secundario:

```

function out = primercaso(in)
global t W P U Ts k1 sp x3k ek eek_1 x3k1
global aXk pze p_d3 p_d p_de

%%%%%%%%%LECTURA DE PARÁMETROS %%%%%%%%%%

```

```

x = in(1);
d = in(2);

sp = in(3);
t = in(4);
lambda = 1;
M = 4;
delta = 0.15^2;
N = M/2;

if t==0
    x3k = 0;
    W = [1 1 1 1];
    W = [0 -0.01 0.01 0.001];
    U = zeros(M,1);
    P = 1/delta*eye(M);
    aXk = zeros(N,1);
    out = [0 t W];
end

```

%% IDENTIFICACION DE PARÁMETROS POR ALGORITMO RLS %%

```

if t>0
    kn = (1/lambda)*P*U/(1+1/lambda*U'*P*U);
    yn = W*U;
    en = d-yn
    W = W+en*kn';
    P =(1/lambda)*(P-kn*U'*P);

    Phi = [W(1:N);1 0];
    Gamma = [1;0];
    H = W(N+1:M);

    k1 = -5.791;
    k2 = -0.640;

```

```

kI = -1.393;
K = [k1 k2 kI];

% Calculo matriz L estimador
Lp = acker(Phi',H',p_de);
aXk1 = Phi*aXk+Gamma*x+Lp'*(d-H*aXk);

x3k1 = x3k+Ts*(sp-d);
N_bar = Ts*K(N+1)/(p_d3-1);
u = -K(1:N)*aXk-K(N+1)*x3k+N_bar*sp;
U = [u;U(1:N-1);yn;U(N+1:M-1)];

aXk = aXk1;
x3k = x3k1;

out = [u t W];
end

```

## CASO 2: Control de Caudal de Salida de Líquido

### Controlador Adaptativo Estimador Adaptativo

#### Programa Principal:

```

global A B C
global Ts p_d p_d3 p_de

% Constantes del sistema
cteB = 4;
A1 = 3.1416;
A2 = 12.5663;

% Matrices espacio de estados continua
A = [-cteB/A1 0;0 -cteB/A2];
B = [cteB/A1 ; cteB/A2];
C = [1 1];

```

```

% Sistema espacio de estados continuo
sys = ss(A,B,C,0);

% Sistema espacio de estados discreto
Ts = 0.2;
sysd = c2d(sys,Ts);

% Matrices espacio de estados discreto
[Phi,Gamma,H,dummy1,dummy2] = ssdata(sysd);

% Especificaciones
xi = 0.7; % Mp = 5%
wn = 0.5; % tr = 3.6s
te = 10; % tiempo de establecimiento

% Polos controlador
[num den] = ord2(wn,xi);
p_c = roots(den);
p_d = exp(p_c*Ts);
p_d3 = 0;

% Polos estimador
p_de = [0;0];

```

Programa Secundario:

```

function out = segundocaso(in)
global uk_1 u
global W P X x3k x3k1 ek ek1 aXk
global Ts p_d p_d3 p_de

%%%% LECTURA DE PARÁMETROS %%%%%%%%%%

```

```
uk_1 = in(1);
```

```
yk = in(2);
```

```
sp = in(3);
```

```
t = in(4);
```

```
lambda = 1;
```

```
delta = 1.2^2;
```

```
M = 4;
```

```
N = M/2;
```

```
% Inicializacion
```

```
if t==0
```

```
    x3k = 0;
```

```
    ek1 = 0;
```

```
    W = [0.4 0.4 0 0.2];
```

```
    X = zeros(M,1);
```

```
    P = 1/delta*eye(M);
```

```
    aXk = zeros(N,1);
```

```
    out = [0 t W];
```

```
end
```

```
%%IDENTIFICACION DE PARÁMETROS POR ALGORITMO
```

```
RLS %%
```

```
if t>0
```

```
    alpha_k = yk-W*X;
```

```
    vectork = P*X;
```

```
    g = vectork/(lambda+X'*vectork);
```

```
    P =(1/lambda)*(P-g*X'*P);
```

```
    W = W+alpha_k*g';
```

```
    X = [yk;X(1:N-1);uk_1;X(N+1:M-1)];
```

```
% Ganancias k1, k2, k1
```

```
Phi = [W(1) W(2); 1 0];
```

---

```

Gamma = [1;0];
H = [W(3) W(4)];

Phi_a = [Phi,zeros(N,1)]; Phi_a = [Phi_a;[-Ts*H,1]];
Gamma_a = [Gamma;0];
K = place(Phi_a,Gamma_a,[p_d;p_d3])

% Calculo matriz L estimador
Lp = acker(Phi',H',p_de)

% Ganancia N barra
N_bar = Ts*K(N+1)/(p_d3-1);

% Estimación de estados
aXk1 = (Phi-Lp'*H)*aXk+Gamma*uk_1+Lp'*yk;

x3k1 = x3k+Ts*(sp-yk);

u = -K(1:N)*aXk-K(N+1)*x3k+N_bar*sp;

aXk = aXk1;
x3k = x3k1;

out = [u t W];
W
end

```

### **Controlador Adaptativo Estimador Fijo**

#### Programa Principal:

```

global A B C
global Ts pz p_d p_d3 p_de H pze

```

```
% Constantes del circuito
cteB = 4;    % constante (0.4 a 7.6)
A1 = 3.1416; % seccion 1
A2 = 12.5663; % seccion 2

% Matrices espacio de estados continua
A = [-cteB/A1 0;0 -cteB/A2];
B = [cteB/A1 ; cteB/A2];
C = [1 1];

% Matrices espacio de estados
sys = ss(A,B,C,0);

% Periodo de muestreo
Ts = 0.2;

% Discretizacion de la planta
sysd = c2d(sys,Ts);
[Phi,Gamma,H,Dd,Ts] = ssdata(sysd);

% Especificaciones
xi = 0.7; % Mp = 5%
wn = 0.5; % tr = 3.6s
te = 10; % <=7

% polos segundo orden
[num den] = ord2(wn,xi);
p_c = roots(den);
p_d = exp(p_c*Ts);

% Tercer polo z
p_d3 = 0;

% Polos
```

```
pz = poly(p_d); pz = conv(pz, [1 -p_d3]);
```

```
% Polos estimador
```

```
p_de = [0;0];
```

```
pze = poly(p_de);
```

### Programa Secundario:

```
function out = tercercaso(in)
```

```
global uk_1 u
```

```
global t W P X Ts k1 sp x3k ek eek_1 x3k1
```

```
global pz aXk pze p_d3 p_d p_de
```

```
%%% %%%LECTURA DE PARÁMETROS%% %%% %%%
```

```
uk_1 = in(1);
```

```
yk = in(2);
```

```
sp = in(3);
```

```
t = in(4);
```

```
lambda = 1;
```

```
M=4;
```

```
delta = 1.2^2;
```

```
N = M/2;
```

```
if t==0
```

```
    x3k=0;
```

```
    eek_1=0;
```

```
    W = [0.4 0.4 0 0.2];
```

```
    X=zeros(M,1);
```

```
    P=1/delta*eye(M);
```

```
    aXk = zeros(N,1);
```

```
    out=[0 t W];
```

```
end
```

```

%% IDENTIFICACION DE PARÁMETROS POR ALGORITMO RLS%%
    if t>0
        alpha_k = yk-W*X;
        vectork = P*X;
        g = vectork/(lambda+X'*vectork);
        P=(1/lambda)*(P-g*X'*P);
        W = W+alpha_k*g';
        X = [yk;X(1:N-1);uk_1;X(N+1:M-1)];

        % Ganancias k1, k2, k1
        Phi = [W(1) W(2); 1 0];
        Gamma = [1;0];
        H = [W(3) W(4)];

        Phi_a = [Phi,zeros(N,1)]; Phi_a = [Phi_a;[-Ts*H,1]];
        Gamma_a = [Gamma;0];
        K = place(Phi_a,Gamma_a,[p_d;p_d3]);

        % Estimador fijo
        Lp = [2.2811 1.3866];
        aXk1 = Phi*aXk+Gamma*uk_1+Lp*(yk-H*aXk);

        x3k1 = x3k+Ts*(sp-yk);

        N_bar = Ts*K(N+1)/(p_d3-1);
        u = -K(1:N)*aXk-K(N+1)*x3k+N_bar*sp;

        aXk = aXk1;
        x3k = x3k1;

        out = [u t W];
    end

```

## Controlador Fijo Estimador Adaptativo

### Programa Principal:

```
global A B C
global Ts p_d3 p_de K_i

% Constantes del sistema
cteB = 4;
A1 = 3.1416;
A2 = 12.5663;

% Matrices espacio de estados continua
A = [-cteB/A1 0;0 -cteB/A2];
B = [cteB/A1 ; cteB/A2];
C = [1 1];

% Sistema espacio de estados continuo
sys = ss(A,B,C,0);

% Sistema espacio de estados discreto
Ts = 0.2;
sysd = c2d(sys,Ts);

% Matrices espacio de estados discreto
[Phi,Gamma,H,dummy1,dummy2] = ssdata(sysd);

% Especificaciones
xi = 0.7; % Mp = 5%
wn = 0.5; % tr = 1.8s
te = 10;
```

```
% Polos controlador
[num den] = ord2(wn,xi);
p_c = roots(den);
p_d = exp(p_c*Ts);
p_d3 = 0;
```

```
% Polos estimador
p_de = [0;0];
```

Programa Secundario:

```
function out = primercaso(in)
global W P X
global x3k x3k1 ek ek1 aXk
global Ts p_d3 p_de K_i
```

```
% Lectura de parámetros
uk_1 = in(1);
yk = in(2);
sp = in(3);
t = in(4);
```

```
lambda = 1;
delta = 1.2^2;
M = 4;
N = M/2;
```

```
% Inicializacion
if t==0
    x3k = 0;
    ek1 = 0;
    W = [0.4 0.4 0 0.2];
```

---

```

X = zeros(M,1);
P = 1/delta*eye(M);
aXk = zeros(N,1);
out = [0 t W];
end

if t>0
% Algoritmo RLS
alpha_k = yk-W*X;
vectork = P*X;
g = vectork/(lambda+X'*vectork);
P =(1/lambda)*(P-g*X'*P);
W = W+alpha_k*g';
X = [yk;X(1:N-1);uk_1;X(N+1:M-1)];

% Matrices espacio de estados discreto
Phi = [W(1) W(2);1 0];
Gamma = [1;0];
H = [W(3) W(4)];

k1 = -0.4266;
k2 = 0.4325;
kI = -0.1648;

% Ganancias Lp estimador
Lp = acker(Phi',H',p_de);
aXk1 = Phi*aXk+Gamma*uk_1+Lp'*(yk-H*aXk);

x3k1 = x3k+Ts*(sp-yk);
N_bar = Ts*kI/(p_d3-1); % Ganancia N barra

% Salida u(k)
u = -k1*aXk(1)-k2*aXk(2)-kI*x3k+N_bar*sp;

```

```

% Actualizacion de memoria
aXk = aXk1;
x3k = x3k1;

out = [u t W];
end

```

### **CASO 3: Control de un Sistema de Traslación Mecánico**

#### **Controlador Adaptativo Estimador Adaptativo**

##### Programa Principal:

```

global A B C
global Ts p_d p_d3 p_de

% Constantes del sistema
m1 = 250;
m2 = 32;
k1 = 80;
k2 = 200;
c1 = 350;

% Matrices espacio de estados continua
A = [0,1,0,0;-(k1+k2)/m1,-c1/m1,k2/m1,0;0,0,0,1;k2/m2,0,-k2/m2,0];
B = [0;1/m1;0;0];
C = eye(4);
D = zeros(4,1);

% Sistema espacio de estados continuo
sys = ss(A,B,C,D);

% Sistema espacio de estados discreto
Ts = 0.2;
sysd = c2d(sys,Ts);

```

```

% Matrices espacio de estados discreto
[Phi,Gamma,H,dummy1,dummy2] = ssdata(sysd);

% Especificaciones
Mp = 10; % porcentaje de overshoot
aux_xi = -log(Mp/100)/pi;
xi = aux_xi/sqrt(1+aux_xi^2); % factor xi
te = 30; % tiempo de establecimiento
wg = 8/(te*tand(100*xi));
wn = 0.25; % tr = 0.9s

% Polos controlador
[num den] = ord2(wn,xi);
p_c = roots(den);
p_d = exp(p_c*Ts);
p_d3 = 0;

% Polos estimador
p_de = [0;0;0;0];

```

Programa Secundario:

```

function out = cadpeadp(in)
global uk_1 u
global W P X xIk xIk1 ek ek1 aXk
global Ts p_d p_d3 p_de

%%%%%% LECTURA DE PARÁMETROS%%%%%%%%
uk_1 = in(1);
yk = in(2);
sp = in(3);
t = in(4);

```

---

```

lambda = 1;
delta = 75^2;
M = 8;
N = M/2;

% Inicializacion
if t==0
    xIk = 0;
    ek1 = 0;
    W = [1 -0.003 -0.004 -0.007 0.00019 0.00013 0.00012 -0.00028];
    X = zeros(M,1);
    P = 1/delta*eye(M);
    aXk = zeros(N,1);
    out = [0 t W];
end

if t>0

%% IDENTIFICACION DE PARÁMETROS POR ALGORITMO RLS %%
    vectork = P*X;
    g = vectork/(lambda+X'*vectork);
    alpha_k = yk-W*X;
    W = W+alpha_k*g';
    P =(1/lambda)*(P-g*X'*P);
    % actualiza
    X = [yk;X(1:N-1);uk_1;X(N+1:M-1)];

    % controlador
    Phi = [W(1:4);1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0];
    Gamma = [1;0;0;0];
    H = W(5:8);

    Phi_a = [Phi; -Ts*H]; Phi_a = [Phi_a,[0 0 0 0 1]];
    Gamma_a = [Gamma;0];

```

```

K = acker(Phi_a,Gamma_a,[p_d;0;0;p_d3])

% Calculo matriz L estimador
Lp = acker(Phi',H',[p_de])
aXk1 = Phi*aXk+Gamma*uk_1+Lp*(yk(1)-H*aXk);
xIk1 = xIk+Ts*(sp-yk);
N_bar = Ts*K(N+1)/(p_d3-1);
u = -K(1:N)*aXk-K(N+1)*xIk+N_bar*sp;

aXk = aXk1;
xIk = xIk1;

out = [u t W];
end

```

#### Controlador Adaptativo Estimador Fijo

##### Programa Principal:

```

global A B C
global Ts p_d p_d3 p_de

% Constantes del sistema
m1 = 250;
m2 = 32;
k1 = 80;
k2 = 200;
c1 = 350;

% Matrices espacio de estados continua
A = [0,1,0,0;-(k1+k2)/m1,-c1/m1,k2/m1,0;0,0,0,1;k2/m2,0,-k2/m2,0];
B = [0;1/m1;0;0];
C = eye(4);
D = zeros(4,1);

```

```

% Sistema espacio de estados continuo
sys = ss(A,B,C,D);

% Sistema espacio de estados discreto
Ts = 0.2;
sysd = c2d(sys,Ts);

% Matrices espacio de estados discreto
[Phi,Gamma,H,dummy1,dummy2] = ssdata(sysd);

% Especificaciones
Mp = 10; % porcentaje de overshoot
aux_xi = -log(Mp/100)/pi;
xi = aux_xi/sqrt(1+aux_xi^2); % factor xi
te = 30;
wg = 8/(te*tand(100*xi));
wn = 0.25; % tr = 1.8s

% Polos controlador
[num den] = ord2(wn,xi);
p_c = roots(den);
p_d = exp(p_c*Ts);
p_d3 = 0.0;

% Polos estimador
p_de = [0;0;0;0];

```

### Programa Secundario:

```

function out = cadpefijo(in)
global uk_1 u
global W P X xIk xIk1 ek ek1 aXk
global Ts p_d p_d3 p_de

```

---

```

%%% LECTURA DE PARÁMETROS %%% %%% %%% %%% %%%
uk_1 = in(1);
yk = in(2);
sp = in(3);
t = in(4);

lambda = 1;
delta = 75^2;
M = 8;
N = M/2;

% Inicializacion
if t==0
    xIk = 0;
    ek1 = 0;
    W = [1 -0.003 -0.004 -0.007 0.00019 0.00018 0.00012 -0.0003];
    X = zeros(M,1);
    P = 1/delta*eye(M);
    aXk = zeros(N,1);
    out = [0 t W];
end

if t>0

%%%IDENTIFICACION DE PARÁMETROS POR ALGORITMO RLS %%% %%%
    vectork = P*X;
    g = vectork/(lambda+X'*vectork);
    alpha_k = yk-W*X;
    W = W+alpha_k*g';
    P =(1/lambda)*(P-g*X'*P);
    % actualiza
    X = [yk;X(1:N-1);uk_1;X(N+1:M-1)];

    % Ganancias k1, k2, k1

```

---

```

Phi = [W(1:4);1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0];
Gamma = [1;0;0;0];
H = W(5:8);

Phi_a = [Phi; -Ts*H]; Phi_a = [Phi_a,[0 0 0 0 1]];
Gamma_a = [Gamma;0];
K = acker(Phi_a,Gamma_a,[p_d;0;0;p_d3]);

% Calculo matriz L estimador
Lp = 1e3*[5.5464 5.6305 5.7417 5.8815];
aXk1 = Phi*aXk+Gamma*uk_1+Lp*(yk(1)-H*aXk);

xIk1 = xIk+Ts*(sp-yk);
N_bar = Ts*K(N+1)/(p_d3-1);
u = -K(1:N)*aXk-K(N+1)*xIk+N_bar*sp;

aXk = aXk1;
xIk = xIk1;

out = [u t W];
end

```

### **Controlador Fijo Estimador Adaptativo**

#### Programa Principal:

```

global A B C
global Ts p_d p_d3 p_de

% Constantes del sistema
m1 = 475;
m2 = 32;
k1 = 80;
k2 = 200;
c1 = 350;

```

```
% Matrices espacio de estados continua
A = [0,1,0,0;-(k1+k2)/m1,-c1/m1,k2/m1,0;0,0,0,1;k2/m2,0,-k2/m2,0];
B = [0;1/m1;0;0];
C = eye(4);
D = zeros(4,1);

% Sistema espacio de estados continuo
sys = ss(A,B,C,D);

% Sistema espacio de estados discreto
Ts = 0.2;
sysd = c2d(sys,Ts);
% Matrices espacio de estados discreto
[Phi,Gamma,H,dummy1,dummy2] = ssdata(sysd);

% Especificaciones
Mp = 10;
aux_xi = -log(Mp/100)/pi;
xi = aux_xi/sqrt(1+aux_xi^2);
te = 30;
wg = 8/(te*tand(100*xi));
wn = 0.25; % tr = 1.8s

% Polos controlador
[num den] = ord2(wn,xi);
p_c = roots(den);
p_d = exp(p_c*Ts);
p_d3 = 0.0;

% Polos estimador
p_de = [0;0;0;0];
```

Programa Secundario:

```
function out = cfjoedap(in)
global uk_1 u
global W P X xIk xIk1 ek ek1 aXk
global Ts p_d p_d3 p_de

%%%%%%%%% LECTURA DE PARÁMETROS %%%%%%%%%%
uk_1 = in(1);
yk = in(2);
sp = in(3);
t = in(4);

lambda = 1;
delta = 75^2;
M = 8;
N = M/2;

% Inicializacion
if t==0
    xIk = 0;
    ek1 = 0;
    W = [1 -0.003 -0.004 -0.007 5e-5 0.00044 0.00034 -0.00067];
    X = zeros(M,1);
    P = 1/delta*eye(M);
    aXk = zeros(N,1);
    out = [0 t W];
end

if t>0
```

```

%% IDENTIFICACION DE PARÁMETROS POR ALGORITMO RLS %%%
    vectork = P*X;
    g = vectork/(lambda+X'*vectork);
    alpha_k = yk-W*X;
    W = W+alpha_k*g';
    P =(1/lambda)*(P-g*X'*P);
    % actualiza
    X = [yk;X(1:N-1);uk_1;X(N+1:M-1)];

    % Ganancias k1, k2, k1
    Phi = [W(1:4);1 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 1 0];
    Gamma = [1;0;0;0];
    H = W(5:8);

    K = [0.0598,-0.0032,-0.0060,-0.0107,-63.5634];

    % Calculo matriz L estimador
    Lp = acker(Phi',H',[p_de]);
    aXk1 = Phi*aXk+Gamma*uk_1+Lp*(yk(1)-H*aXk);

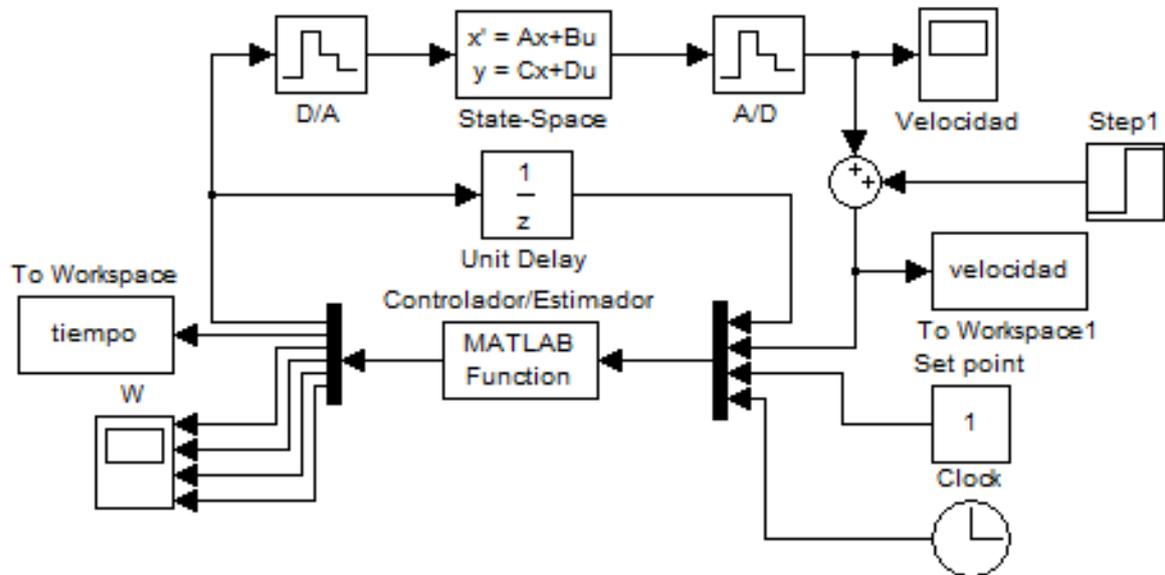
    xIk1 = xIk+Ts*(sp-yk);
    N_bar = Ts*K(N+1)/(p_d3-1);
    u = -K(1:N)*aXk-K(N+1)*xIk+N_bar*sp;

    aXk = aXk1;
    xIk = xIk1;

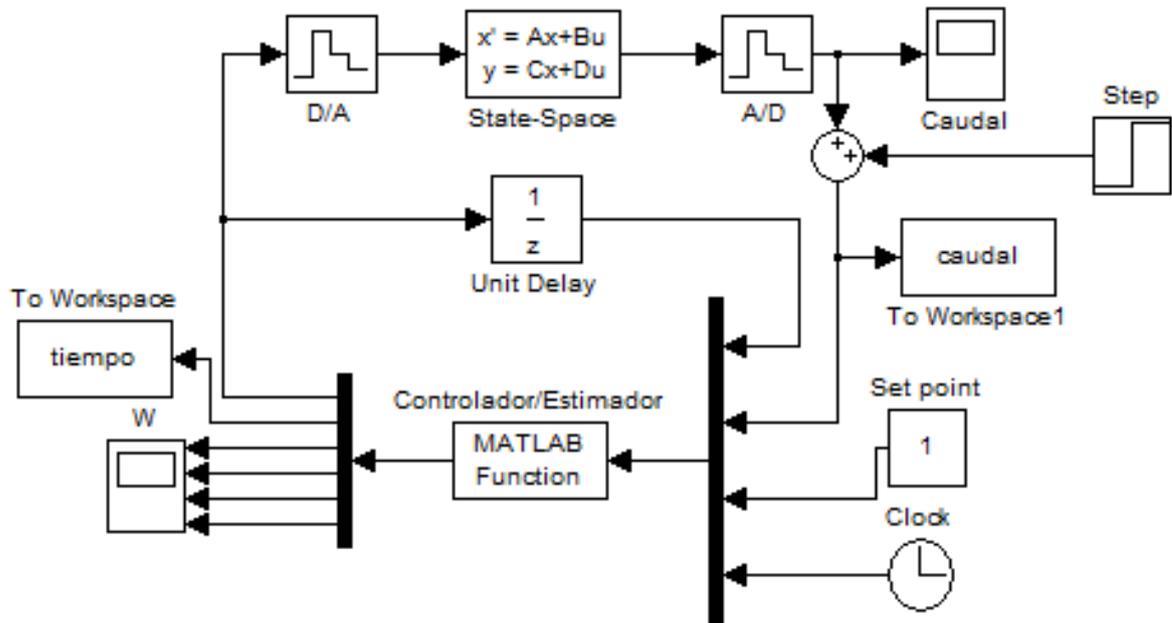
    out = [u t W];
end

```

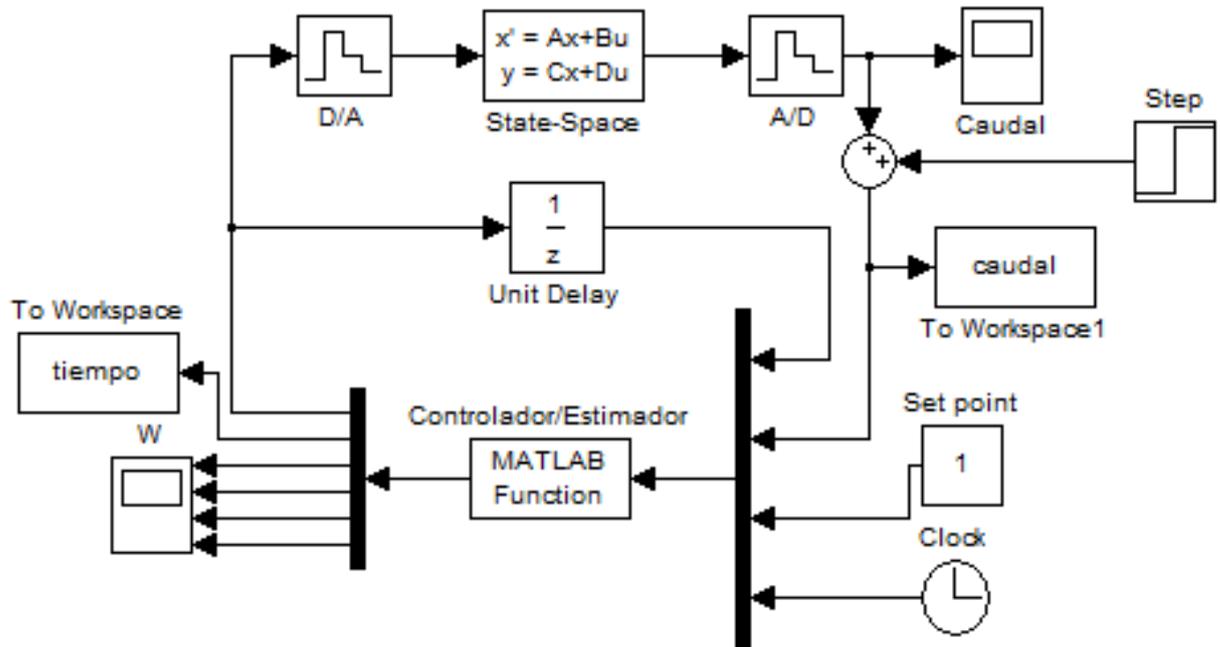
**ANEXO B**  
**ESQUEMAS DE SIMULACION CON PERTURBACION**

**Caso 1:**

Esquema de Control de Velocidad para un motor en DC, con perturbación a la salida del sistema

**Caso 2:**

Esquema de Control de Caudal, con perturbación a la salida del sistema

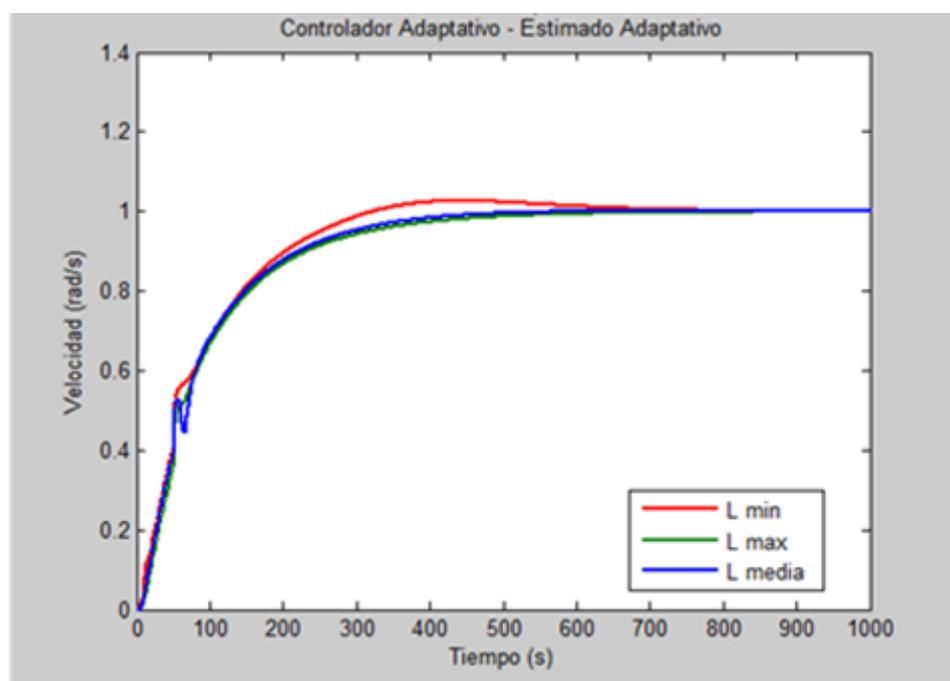
**Caso 3:**

Esquema de Control de Traslación Mecánica, con perturbación a la salida del sistema

**ANEXO C**  
**RESPUESTA DEL SISTEMA CON PERTURBACION**

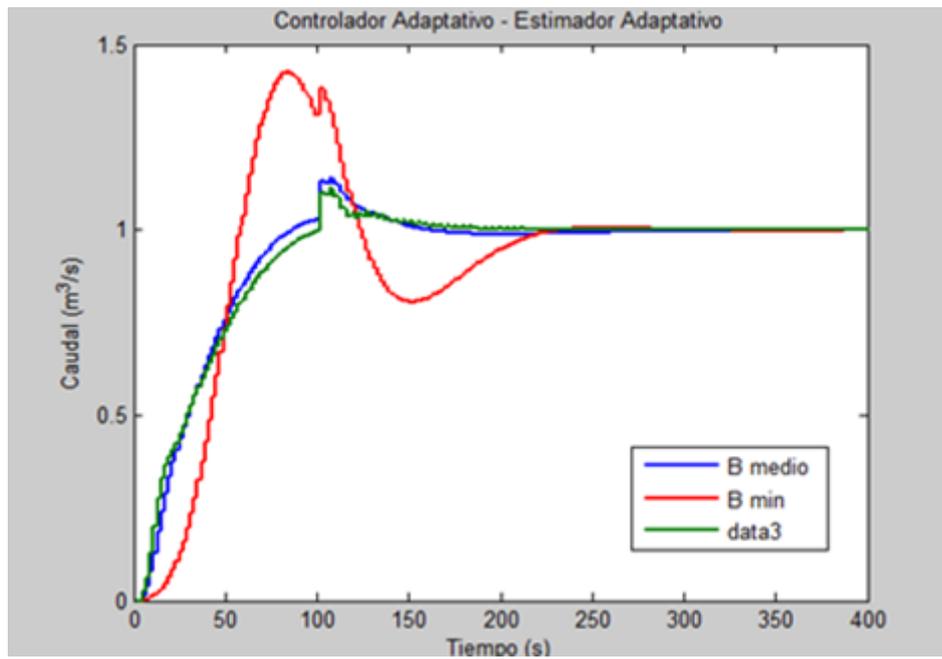
## Caso 1: Control de Velocidad de un Motor en DC

### Controlador Adaptativo - Estimador Adaptativo



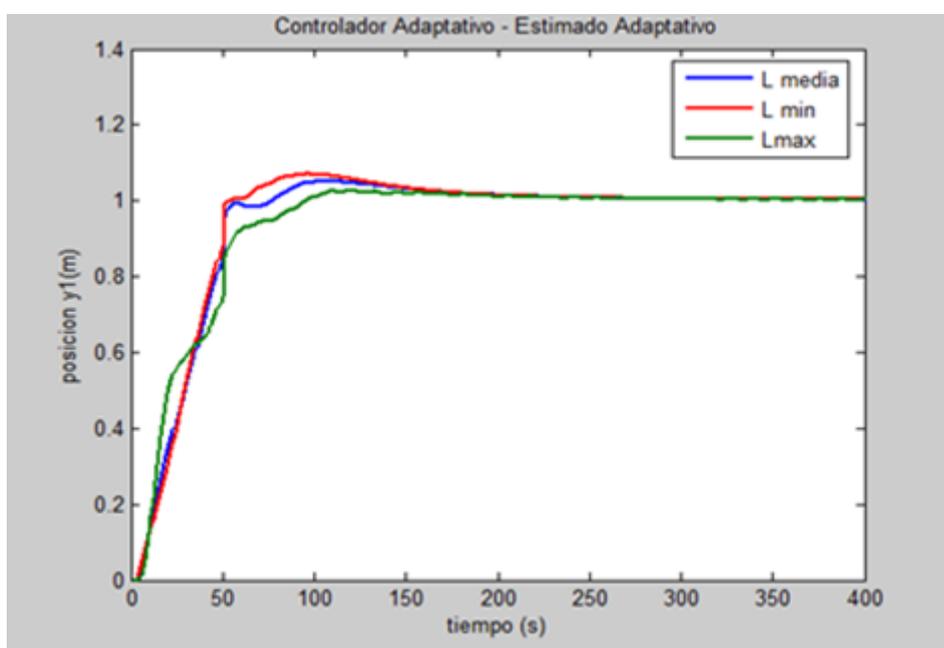
## Caso 2: Control del Caudal de Salida de Liquido

### Controlador Adaptativo - Estimador Adaptativo



### Caso 3: Control de un Sistema de Traslación Mecánico

#### Controlador Adaptativo - Estimador Adaptativo



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]. Rodríguez, Daniel; Bordons, Carlos, Apuntes de Ingeniería de Control, *Análisis y Control de Sistemas en Espacios de Estados*, Marzo 2004.
- [2]. Media – Varianza – Desviación Estándar, <http://www.google.com.ec/mq=media+varianza+desviación+estandar+>, Abril 2010.
- [3]. Controlabilidad y Observabilidad, <http://www.ib.cnea.gov.ar/dsc/capitulo8/capitulo8.htm>, Septiembre 2010.
- [4]. Diseño del Controlador, Control Digital, Capitulo 3, <http://www.ib.cnea.gov.ar/control2/Links/Apuntes/CDVE-Cap3.pdf>, Abril 2010.
- [5]. Modelado e identificación de sistemas, 5 ° Ingeniería Industrial, Practica 5, Identificación de Mínimos Cuadrados Recursivos, <http://isa.umh.es/asignaturas/mis/ident2.pdf>, 2002 -2003, Enero 2010
- [6]. Colmenares, William, Estimadores de Estado, Departamento de Procesos y Sistemas, [http://www.ps.usb.ve/Control/PS2316\\_0106/problemario/ejercicio7.pdf](http://www.ps.usb.ve/Control/PS2316_0106/problemario/ejercicio7.pdf), Febrero 2007.
- [7]. MR I.K. Peddle, Control Systems 414, Discrete State Space Control, <http://staff.ee.sun.ac.za/ikpeddle/files/Modules%20Presented/Control%20Systems%20414/Notes/DiscreteStateSpace.pdf>, Abril 2007
- [Ref]. Calderón Juan, Análisis de Desempeño de Controladores Adaptativos Discretos en el Espacio de Estados, Proyecto para la obtención del título en Ingeniería Electrónica, Abril 2008.

- [8]. Moreno José, Estimación de parámetros en controladores de sistemas de excitación utilizando un método de identificación, Maestría en ciencias en ingeniería eléctrica, 2010.
- OGATA, Katsuhiko, *Ingeniería de Control Moderno*, Tercera Edición, Prentice Hall.
- PHILLIPS, Charles; HARBOR, Royce, *Feedback Control Systems*, Tercera Edición, Prentice Hall, 1996
- Giraldo Didier; Giraldo, Eduardo, Control por Realimentación de Variables de Estado usando un Observador Adaptativo de Estados, Scientia Et Technica, pp 13-17, 2007

## **FECHA DE ENTREGA DEL PROYECTO**

El presente proyecto de grado fue entregado al Departamento de Eléctrica y Electrónica, reposando en la Escuela Politécnica del Ejército desde:

Sangolquí, \_\_\_\_\_ 2011

---

Ing. Víctor Proaño

COORDINADOR DE LA CARRERA DE INGENIERIA ELECTRONICA EN  
AUTOMATIZACION Y CONTROL

---

Mónica Andrea Valencia Montaña  
Autor